



Prepared Pdf By Rester



## برخی از مفاهیم و تعریفها

۲-۱ تحت شتاب گرانش استاندارد  $9.80665 \text{ m/s}^2$  چه مقدار نیرو برای ساکن نگه داشتن یک جرم  $2 \text{ kg}$  لازم است؟ با نیروی  $1 \text{ N}$  چه مقدار جرم را می توان (ساکن) نگه داشت؟

حل:  $F = ma$  : قانون دوم نیوتن  $a = g = 9.80665 \text{ m/s}^2$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$F = 2 \times 9.80665 = 19.6 \text{ N}$$

$$F' - m'g = m' \times 0 \Rightarrow m' = \frac{F'}{g} = 0.101972 \text{ kg}$$

۲-۶ یک صفحه فولادی  $950 \text{ kg}$  از حالت سکون به مدت  $10 \text{ s}$  با شتاب  $3 \text{ m/s}^2$  به حرکت در می آید مقدار نیروی لازم و سرعت نهایی چقدر است؟

$$F = m.a \Rightarrow F = 950 \times 3 = 2850 \text{ (N)}$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = 3 \times 10 = 30 \text{ (m/s)}$$

/ چون حرکت از حال سکون داریم پس  $V_0 = 0$

۲-۱۰ در سطح ماه شتاب گرانشی حدوداً یک ششم سطح زمین می باشد یک جرم  $5 \text{ کیلوگرمی}$  بوسیله ترازوی شاهین داری در سطح ماه وزن می شود. انتظار دارید چه عددی خوانده شود؟ اگر این جرم با یک ترازوی فنری که بر طبق گرانش استاندارد روی زمین درجه بندی شده است وزن می شد چه عددی را می خواند؟

الف: چون ترازوی شاهین دارای اساس مقایسه جرم با جرم درجه بندی شده عدد خوانده شده بوسیله

۸ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

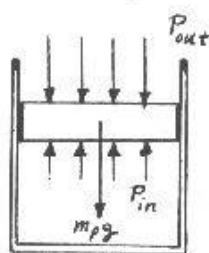
این ترازو و معادل جرم  $9.80665 \times$  می باشد یعنی

$$5 \times 9.80665 = 49.0325(N)$$

ب. چون ترازوی فنردار بر اساس تغییر طول فنر و در نتیجه نیروی وارده درجه بندی شده نیرو را می خوانند:

$$5 \times \frac{9.80665}{6} = 8.17213(N) \quad \text{عدد خوانده شده}$$

۱۴-۲ یک سیلندر هیدرولیک عمودی دارای پیستونی به قطر  $125mm$  بوده و درونش مایع هیدرولیک وجود دارد. فشار محیط  $1bar$  است. با فرض شتاب گرانش استاندارد وزن پیستون را طوری حساب کنید که فشار در داخل برابر  $1500kPa$  شود.



$$1bar \cong 100kPa$$

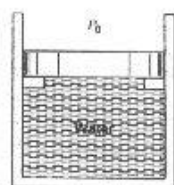
حل:

$$P_{in} = P_{out} + \frac{m_p g}{A_p}$$

$$1500 = 100 + \frac{m_p \times 9.80665}{\left(\frac{\pi \times 0.125^2}{4}\right)} \times \frac{1kPa}{1000Pa}$$

$$\Rightarrow m_p = 1752kg$$

۱۸-۲ یک سیلندر پیستون با سطح مقطع  $0.01m^2$  پیستونی دارد به جرم  $100kg$  که بر روی زبانه هادر حال سکون است. (شکل ۱۸-۲) با فشار اتمسفریک بیرون برابر  $100kPa$ ، مقدار فشار آب چقدر باید باشد تا پیستون بلند شود.



حل:

$$\Sigma F_y = 0$$

معادله تعادل استاتیکی

$$\Rightarrow P_w A = P_o A + mg$$

$$\Rightarrow P_w - p_0 + \frac{mg}{A} =$$

$$= 100 \times 1000 + \frac{100 \times 9.81}{0.01} = 198100(Pa)$$

$$\Rightarrow P_w = 198.1(kPa)$$

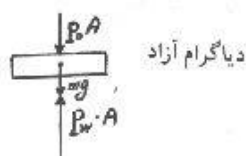
۲۱-۲ فشار مطلق در یک تانک  $85kPa$  و فشار مطلق محیط محل آزمایش  $97kPa$  است. اگر لوله U شکل محتوی جیوه با جرم حجمی  $13550 \frac{kg}{m^3}$  برای اندازه گیری خلا به تانک وصل گردد چه اختلاف ارتفاع ستون مایعی را نشان خواهد داد؟

$$P_0 = 97kPa$$

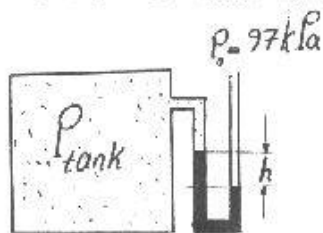
$$P_A = P_{tank}$$

$$P_B - P_C = P_0$$

حل:

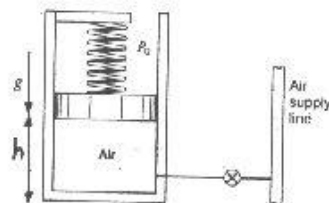


برخی از مفاهیم و تعاریفها/۹



$$\begin{aligned} \Rightarrow P_0 = P_C = P_A - \rho_{Hg} g h &= P_{tank} + \rho_{Hg} g h \\ \Rightarrow h = \frac{P_0 - P_{tank}}{\rho_{Hg} g} = \frac{(97 - 85) \times 1000 \text{ (N/m}^2\text{)}}{13550 \times 9.81 \text{ (N/m}^2\text{)}} \\ \Rightarrow h = 0.09028 \text{ m} = 90.28 \text{ mm} \end{aligned}$$

در اندازه گیری نسبی فشار، فشارهای کوچکتر از فشار مینا خلاء محسوب می شوند. /  
۲-۲۲ پستون ۵kg در یک سیلندر با قطر 100mm توسط یک فنر خطی و فشار اتمسفر یک بارگذاری شده است. وقتی پستون در ته سیلندر است فنر هیچ نیرویی وارد نمی کند. در حالت نشان داده شده فشار داخلی 400kPa و حجم 0.4L است. شیر باز می شود و ورود هوا باعث می شود پستون 2cm بالا برود، فشار جدید را بیابید.

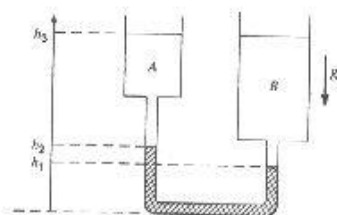


$$\begin{aligned} V_1 = 0.4 \text{ L} = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 & \quad \text{حل:} \\ V = A_p \times h & \quad A_p = \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} = 0.008 \text{ m}^2 \\ 0.4 \times 10^{-3} = 0.008 \times h_1 & \Rightarrow h_1 = 0.051 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1 = P_{atm} + \frac{m_p g}{A_p} + \frac{k h_1}{A_p} & \Rightarrow 400 = 100 + \left( \frac{5 \times 9.8}{0.008} + \frac{k \times 0.051}{0.008} \right) \times \frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ Pa}} \\ \Rightarrow k = 46098 \text{ N/m} \end{aligned}$$

$$h_2 = h_1 + 0.02 = 0.071 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} P_2 = P_{atm} + \frac{m_p g}{A_p} + \frac{k h_2}{A_p} & \Rightarrow P_2 = 100 + \left( \frac{5 \times 9.8}{0.008} + \frac{46098 \times 0.071}{0.008} \right) \times \frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ Pa}} \\ \Rightarrow P_2 = 515.24 \text{ kPa} \end{aligned}$$



۲-۲۵ دو مخزن A, B که به اتمسفر راه

دارند، با یک مانومتر جیوه به هم متصل می شوند. مخزن A بالا و پائین برده می شود تا اینکه دو سطح بالایی در  $h_3$  قرار بگیرند. (شکل ۲-۲۵)  $(P_{2-25})$  با فرض اینکه  $\rho_{Hg}$  و  $\rho_A$  معلوم بوده و ارتفاعهای  $h_1, h_2, h_3$  را اندازه



می‌گیرید، چگالی  $\rho_B$  را پیدا کنید.

حل: با توجه به شکل داریم.

$$\rho_A(h_3-h_2) + \rho_{Hg}(h_2-h_1) = \rho_B(h_3-h_1) \Rightarrow \rho_B = \rho_A \frac{h_3-h_2}{h_3-h_1} + \rho_{Hg} \frac{h_2-h_1}{h_3-h_1}$$

۲۷-۲ تغییر جرم حجمی جیوه با دما تقریباً خطی و بصورت  $\rho_{Hg} = 13595 - 2.5T \left( \frac{kg}{m^3} \right)$

است که در آن  $T$  بر حسب درجه سلسیوس می باشد. بطوریکه اختلاف فشاریکسان در دماهای مختلف باعث خواندن اعداد مختلف برای ارتفاع ستون جیوه می گردد. اگر اختلاف فشاری معادل  $100kPa$  در تابستان با درجه حرارت  $35^\circ C$  و در زمستان با درجه حرارت  $15^\circ C$  اندازه گرفته شود اختلاف ارتفاع ستون جیوه در این دو اندازه گیری چقدر خواهد بود؟

حل:  $T = 35^\circ C \Rightarrow \rho_{Hg}_{35} = 13595 - 2.5 \times 35 = 13508 (kg/m^3)$

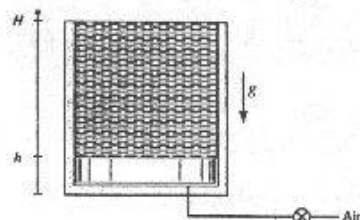
$$\Delta P = \rho g h \Rightarrow h = \frac{100 \times 10^3}{9.81 \times 13508} = 0.75467 (m)$$

$$T = -15^\circ C \Rightarrow \rho_{Hg}_{-15} = 13595 - 2.5 \times (-15) = 13633 (kg/m^3)$$

$$\Delta P = \rho g h \Rightarrow h = \frac{100 \times 10^3}{9.81 \times 13633} = 0.74775 (m)$$

$$\Rightarrow \Delta h = h - h = 0.00692 m = 6.92 mm$$

۲۸-۲ آب مایع با چگالی  $\rho$  روی پیستون نازکی در سیلندری با سطح مقطع  $A$  و ارتفاع کل  $H$  قرار دارد. هوا از زیر پیستون وارد شده و در اثر بالا آمدن پیستون آب از لبه‌ها بیرون می‌ریزد. فرمولی برای فشار هوا به عنوان تابعی از ارتفاع پیستون از کف،  $h$  بدست آورید.



حل:

با صرف نظر از ضخامت و وزن پیستون نازکی

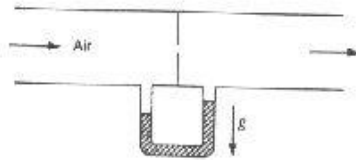
$$P_{Air} = P_{atm} + \frac{m_{H_2O} g}{A}$$

$$m_{H_2O} = \rho \times A(H-h) \Rightarrow P_{Air} = P_{atm} + \frac{\rho A(H-h)g}{A} \Rightarrow P_{Air} = P_{atm} + \rho(H-h)g$$

۳۰-۲ یک قطعه از دستگاه آزمایشی در محلی که  $g = 9.5 m/s^2$  و درجه حرارت  $5^\circ C$  است، قرار دارد. جریان هوای داخل دستگاه با اندازه‌گیری افت فشار در یک اریفیس بوسیله

برخی از معادله‌ها و تعریفها:

مانومتر جیوه‌ای که اختلاف ارتفاع  $200\text{mm}$  را نشان می‌دهد، اندازه‌گیری می‌شود. (چگالی را از مسئله ۲۷-۲۸ بدست آورید.) افت فشار بر حسب  $kPa$  چقدر است؟



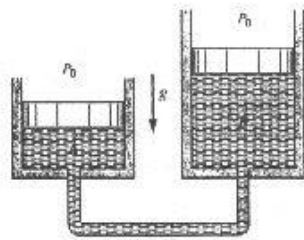
حل: از مسئله ۲۷-۲۸ داریم:

$$\rho_{Hg} = 13595 - 2.5T \left( \frac{kg}{m^3} \right)$$

که  $T$  بر حسب درجه سلسیوس است.

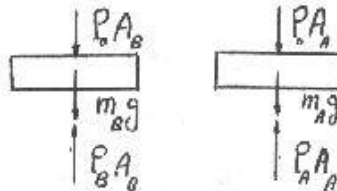
$$\Delta P = \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h = (13595 - 2.5 \times 5) \times 9.81 \times 0.2 \Rightarrow \Delta P = 25806.75 \text{ (Pa)} \approx 25.8 \text{ (kPa)}$$

۳۲-۴ در دو ترکیب سیلندر/پیستون  $B, A$  اتاقک‌های گاز بایک لوله به هم متصل شده‌اند، شکل (۳۲-۴). سطح مقطع دو سیلندر به ترتیب  $A_A = 75 \text{ (cm}^2\text{)}, A_B = 25 \text{ (cm}^2\text{)}$  و جرم پیستون  $m_A = 25 \text{ kg}$  می‌باشد. با فرض فشار محیط برابر  $P_0 = 100 \text{ (kPa)}$  و شتاب گرانش استاندارد، جرم  $m_B$  را طوری بیابید که هیچ یک از پیستونها به کف سیلندر برخورد نکند.



حل:

با توجه شکل برای اینکه هیچ کدام از پیستونها به کف سیلندر برخورد نکند لازم است که هیچ یک حرکت شتابدار رویه پایین نداشته باشند و چون سیال موجود گاز می‌باشد فشار با تغییر ارتفاع تغییر نکرده و در هر دو اتاقک ثابت و برابری باشد.



$$\Rightarrow P_A = P_B = P$$

معادله تعادل استاتیکی  $\Sigma F_y = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_0 A_A + m_A g = P_A A_A = P A_A \\ P_0 A_B + m_B g = P_B A_B = P A_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_0 + m_A \frac{g}{A_A} = P \\ P_0 + m_B \frac{g}{A_B} = P \end{cases} \Rightarrow g \left( \frac{m_A}{A_A} - \frac{m_B}{A_B} \right) = 0 \Rightarrow m_B = \frac{A_B}{A_A} m_A \Rightarrow m_B = 8.33 \text{ kg}$$

۱۲ / تشریح مسائل مینتی، ترمودینامیک کلاسیک

۲-۳۴ فشار اتمسفری در ساحل 1025 mbar است. شما 15m در اقیانوس شیرجه رفته بعد از تپه‌ای به ارتفاع 250m بالا می‌روید. چگالی آب را تقریباً  $1000 \text{ kg/m}^3$  و چگالی هوا را تقریباً  $1.18 \text{ kg/m}^3$  فرض کنید. در هر مورد چه فشاری احساس می‌کنید.

$$P_{atm} = 1.025 \text{ bar} = 102.5 \text{ kPa}$$

حل:

$$\Delta P_1 = \rho g h$$

$$\Delta P_1 = 1000 \times 9.8 \times 15 = 147000 \text{ Pa} = 147 \text{ kPa}$$

$$P_1 = P_{atm} + \Delta P_1 = 249.5 \text{ kPa}$$

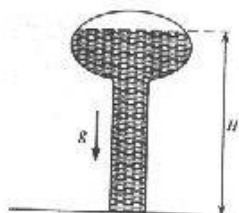
$$\Delta P_2 = \rho g \Delta h$$

هنگام بالا رفتن از تپه:

$$\Delta P_2 = 1.18 \times 9.8 \times 250 = 2891 \text{ Pa} = 2.891 \text{ kPa}$$

$$P_2 = P_{atm} - \Delta P_2 = 102.5 - 2.891 = 99.109 \text{ kPa}$$

۲-۳۵ در برج آب شهر آب تا ارتفاع 25m بالاتر از سطح زمین در یک مخزن تحت فشار با فشار هوای 125 kPa بالای سطح آب، پمپ می‌شود. (شکل ۲-۳۵) فرض کنید چگالی آب  $1000 \text{ kg/m}^3$  و شتاب گرانش استاندارد است، فشار لازم برای اینکه آب بیشتری از سطح زمین پمپ شود را پیدا کنید.



حل:

$$P_1 = P_{Water} + P_{Air}$$

$$\Rightarrow P_1 = +\rho_{Water} g \cdot H + P_{Air}$$

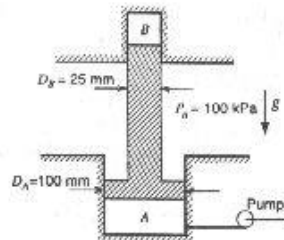
$$= 1000 \times 9.81 \times 25 + 125 \times 1000$$

$$P_1 = 370250 \text{ (Pa)} = 370.25 \text{ (kPa)}$$

۲-۳۶ دو سیلندر A, B با یک پیستون به هم متصل شده‌اند، مطابق شکل ۲-۳۶. سیلندر A به عنوان یک بالابر هیدرولیکی استفاده شده و با فشار 500 kPa توسط یک پمپ تغذیه می‌گردد. جرم پیستون 25kg و شتاب گرانش استاندارد می‌باشد. فشار گاز در سیلندر B چقدر است؟

برخی از مفاهیم و تعریفها / ۱۳

حل:

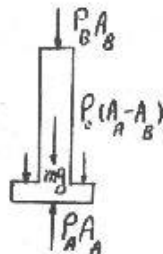


داریم:  $A_B = \frac{\pi D_B^2}{4} = 4.91 \times 10^{-4} (m^2)$

$A_A = \frac{\pi D_A^2}{4} = 7.854 \times 10^{-3} (m^2)$

$A_0 = A_A - A_B = 7.36 \times 10^{-3} (m^2)$

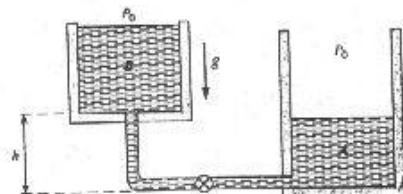
معادله تعادل استاتیکی:  $\Sigma F_y = 0$



$\Rightarrow P_B A_B + P_0 A_0 + mg = P_A A_A$

$\Rightarrow P_B = \frac{P_A A_A - mg - P_0 A_0}{A_B} = 6 \text{ MPa}$

۳۷- دو سیلندر از آب مایع  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  پر شده و بایک خط لوله باشیر بسته به هم وصل شده اند.  $A$ ،  $B$ ،  $100 \text{ kg}$ ،  $500 \text{ kg}$  آب دارد و سطح مقطع آنها عبارت است از  $A_A = 0.1 \text{ m}^2$ ،  $A_B = 0.25 \text{ m}^2$  و ارتفاع  $h$  برابر  $1 \text{ m}$  است. فشار را در هر طرف شیر پیدا کنید. شیر باز شده و آب جریان می یابد تا به حالت تعادل برسد. فشارنهایی در محل شیر را بیابید.



$m_A = \rho V_A \Rightarrow 100 = 1000 \times 0.1 \times h_A \Rightarrow h_A = 1 \text{ m}$

حل: الف:

$m_B = \rho V_B \Rightarrow 500 = 1000 \times 0.25 \times h_B$

۱۴ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$h_B = 2m \quad h'_B = h_B + h = 2 + 1 = 3m$$

$$P_{A \text{ طرف}} = P_0 + \rho g h_A = P_0 + 1000 \times 9.8 \times 1 = P_0 + 9800 \text{ (Pa)}$$

$$P_{B \text{ طرف}} = P_A + \rho g h'_B = P_0 + 1000 \times 9.8 \times 3 = P_0 + 29400 \text{ (Pa)}$$

$$P_{A \text{ طرف}} = P_{B \text{ طرف}} \Rightarrow \rho g h'_B = \rho g h_A \Rightarrow h'_B = h_A$$

ب: بعد از رسیدن به تعادل:

با صرف نظر کردن از حجم آب درون لوله ها:

$$m_A + m_B = 600 \text{ kg} \Rightarrow \begin{cases} 1000 \times (0.1 h_A + 0.25 h_B) = 600 \\ h_B + 1 = h_A \quad (h'_B = h_A) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_A = 2.43 \text{ m} \\ h_B = 1.43 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{A \text{ طرف}} = P_{B \text{ طرف}} = P_0 + \rho g h_A = P_0 + 1000 \times 9.81 \times 2.43$$

$$\Rightarrow P_{A \text{ طرف}} = P_0 + 23814 \text{ (Pa)}$$

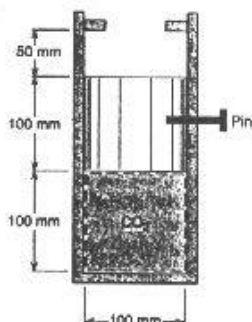




## خواص مواد خالص

۳-۷ یک سیلندر دارای یک پیستون ضخیم است که در ابتدا توسط پینی نگه داشته شده است (شکل ۳-۷) سیلندر حاوی دی اکسید کربن در فشار  $200\text{ kPa}$  بوده و دمای محیط  $290\text{ K}$  است. چگالی فلز پیستون  $8000\text{ kg/m}^3$  و فشار اتمسفریک  $101\text{ kPa}$  است. اکنون پین برداشته می شود تا پیستون حرکت کرده و درجه حرارت گاز داخل آن به درجه حرارت محیط برسد. آیا پیستون به موانع خواهد رسید.

حل:



$\text{CO}_2$  را در این شرایط می توان گاز ایده آل انگاشت زیرا

$$P_{cr} = 7.38\text{ MPa} \quad (\text{از جدول A.2})$$

$$P_r = \frac{P_1}{P_{cr}} = \frac{200}{7380} = 0.027$$

$$T_{cr} = 304.1$$

$$T_r = \frac{T_1}{T_{cr}} = \frac{290}{304.1} = 0.954$$

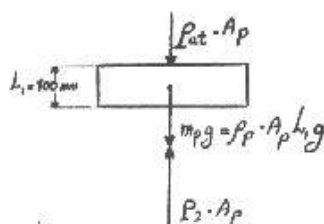
با مراجعه به دیاگرام عمومی  $Z$  و با تقریب مهندسی ( $Z \cong 1$ )

$$P_1 = 200\text{ kPa}$$

$$T_1 = 290\text{ K}$$

$$V_1 = 0.1 \times \pi \times \frac{(0.1)^2}{4} = 7.85398 \times 10^{-4}\text{ m}^3$$

$$P_1 V_1 = m R T_1 \Rightarrow m = 2.86741 \times 10^{-3}\text{ kg} \quad (R = 0.1889)$$



دیافراگم آزاد پس از برداشتن پین

$$P_2 V_2 = mRT_2 \Rightarrow V_2 = 1.44311 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

اگر پیستون به موانع سیلندر می رسد حجم زیر آن برابر بود با

$$V'_2 = 0.15 \times \pi \times \frac{(0.1)^2}{4} = 1.1781 \times 10^{-3}$$

$$V_2 > V'_2 \Rightarrow$$

پیستون به موانع سیلندر خواهد رسید.

۳-۹ یک مخزن صلب به حجم  $1 \text{ m}^3$  حاوی هوا در  $1 \text{ MPa}$  و  $400 \text{ K}$  می باشد و همانگونه که در

شکل ۳-۹ نشان داده شده به خط هوا متصل گردیده است. شیر باز می شود و هوا به درون تانک

جریان می یابد. وقتی که فشار به  $5 \text{ MPa}$  رسید و در حالیکه دما  $450 \text{ K}$  است شیر بسته می شود.

الف) جرم هوای درون تانک قبل و بعد از فرایند

چقدر است.

ب) تانک تدریجاً تا دمای محیط،  $300 \text{ K}$ ، خنک

می شود، فشار درون تانک چقدر است.

ج) چون هوا به خوبی از معادله حالت گاز ایده آل

پیروی می کند.

داریم:

$$R_{\text{air}} = 0.287 \frac{\text{kg}}{\text{kgK}} \quad \text{از جدول A.5}$$

$$P_1 V = m_1 RT_1 \Rightarrow m_1 = \frac{P_1 V}{RT_1} = 8.7108 \text{ kg}$$

$$P_2 V = m_2 RT_2 \Rightarrow m_2 = \frac{P_2 V}{RT_2} = 38.7147 \text{ kg}$$

$$P_3 V = m_2 RT_3 \Rightarrow P_3 = \frac{m_2 RT_3}{V} = 3.33333 \text{ MPa}$$

۱۱-۳ یک دستگاه سیلندر-پیستون محتوی هوا در  $250 \text{ kPa}$ ،  $300^\circ \text{C}$  است. پیستون به قطر  $0.1 \text{ m}$

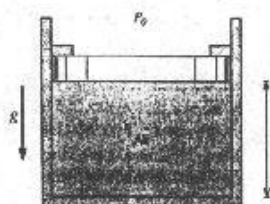
دارای  $50 \text{ kg}$  جرم است و در آغاز نشیمن گاهها را می فشارد (چسبیده به نشیمن گاهها). هوای

اتمسفر در  $100 \text{ kPa}$ ،  $20^\circ \text{C}$  است. سیلندر با انتقال حرارت به محیط سرد می شود. (a)

پیستون در چه دمائی شروع به حرکت به طرف پائین می کند؟ (b) وقتی دما برابر دمای

محیط شد پیستون چقدر پائین آمده است؟





حل:

(a) پیستون تا زمانی به طرف پائین حرکت می کند که فشار داخلی کمتر از فشار اعمالی از طرف خارج باشد (در تحول شبه تعادلی این اختلاف فشار دیفرانسیلی است.) و آغاز حرکت زمانی است که این دو فشار با هم برابر می شوند.

$$P_{in} = 250 \text{ kPa}, P_{out} = P_0 + \frac{m_p g}{A_p} = 100 + \frac{50 \times 9.8}{0.0078} \times \frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ Pa}} = 162.82 \text{ kPa}$$

$$A_p = \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} = 0.0078 \text{ m}^2$$

$$V_1 = 0.25 \times 0.008 = 0.002 \text{ m}^3$$

$$T_1 = 300 + 273.1 = 573.1 \text{ K}$$

$$P_1 V_1 = m R T_1 \Rightarrow 250 \times 0.002 = m \times 0.287 \times 573.1 \Rightarrow m = 0.003 \text{ kg}$$

$$P_2 V_2 = m R T_2 \Rightarrow 162.82 \times 0.002 = 0.003 \times 0.287 \times T_2$$

$$\Rightarrow T_2 = 378.2 \text{ K} = 105.1^\circ \text{C}$$

$$T_3 = T_{sur} = 293.1 \text{ K}, P_3 = P_{out} = 162.82 \text{ kPa}, P_3 V_3 = m R T_3 \quad (b)$$

$$V_3 = 0.0015 \text{ m}^3, h_2 = \frac{V_3}{A_p} = 0.2 \text{ m}$$

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 0.25 - 0.2 = 0.05 \text{ m}$$

۱۲-۳ هوادریک مخزن در فشار  $1 \text{ MPa}$  و درجه حرارت  $20^\circ \text{C}$  قرار دارد، این مخزن برای پرکردن یک بالن خالی تا فشار  $200 \text{ kPa}$  استفاده می شود. تحت این شرایط قطربالن  $2 \text{ m}$  و دمای آن  $20^\circ \text{C}$  است با فرض اینکه فشار داخل بالن با قطر آن بطور خطی متناسب بوده و هوای داخل مخزن در طول فرایند در  $20^\circ \text{C}$  باقی می ماند، جرم هوای داخل بالن و حداقل حجم لازم برای مخزن را بدست آورید.

$$\text{balloon} \begin{cases} P_2 = 200 \text{ kPa} \\ P_2 = 2 \text{ m} \\ T = 20^\circ \text{C} = 293.1 \text{ K} \end{cases} \quad V_2 = \frac{4}{3} \pi \left( \frac{D_2}{2} \right)^3 = 4.189 \text{ m}^3$$

هواگازی ایده ال است و از معادله حالت گاز ایده ال داریم.

$$P_2 V_2 = m R T \Rightarrow m_{\text{balloon}} = \frac{P_2 V_2}{R T} = 9.96 \text{ kg}$$

$$m_{tot} = m_{balloon} + m_{tank}$$

در حالت ثانویه داریم.

$$\Rightarrow \frac{PV_{tank}}{RT} = \frac{P_2V_2}{RT} + \frac{P_2V_{tank}}{RT} \quad m_{tot} \text{ از حالت اولیه محاسبه می شود.}$$

$$\Rightarrow V_{tank}(P - P_2) = P_2V_2 \Rightarrow V_{tank} = \frac{P_2V_2}{P - P_2} = 1.047m^3$$

۱۳-۳ یک پمپ خلا برای خلا کردن اتاقکی که در آن بعضی از قطعات در دمای  $50^\circ C$  خشک می شوند استفاده می شود. آهنگ جابجایی حجمی پمپ  $0.5m^3/s$  است و حالت ورودی فشار  $0.1kPa$  و دمای  $50^\circ C$  می باشد. چه مقدار بخار آب در مدت 30 دقیقه تخلیه شده است؟

حل: با مراجعه به جدول B.1.1 در دمای  $50^\circ C$  فشار اشباع آب  $12.35kPa$  می باشد و چون فشار موجود  $0.1kPa$  است پس بخار در حالت ابرگرم می باشد. با مراجعه به جدول ثابتهای بحرانی (A.2) برای آب داریم:

$$P_c = 22.12MPa \Rightarrow P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{0.1 \times 10^3}{22.12 \times 10^6} = 4.5 \times 10^{-6}$$

با مراجعه به دیاگرام عمومی تراکم پذیری (D.1) بخار آب در این حالت با  $z \approx 1$  از معادله

$$R_{steam} = 0.4615 \frac{kJ}{kgK} \quad \text{حالت گاز ایده ال پیروی می کند و از جدول 4.5 داریم.}$$

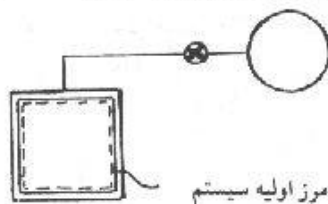
$$Pv = RT \Rightarrow \rho = \frac{1}{v} = \frac{P}{RT} = \frac{0.1}{0.4615 \times (50 + 273.15)} = 6.70539 \times 10^{-4} kg/m^3$$

$$m = \rho V \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 6.70539 \times 10^{-4} \times 0.5 = 3.3527 \times 10^{-4} kg/s$$

$$\Delta m = \dot{m} t = 3.3527 \times 10^{-4} \times (60 \times 30) = 6.03485 \times 10^{-1} kg$$

$$\Rightarrow \Delta m = 0.603485 kg$$

۱۴-۳ بالنی که در ابتدا خالی بوده و روی زمین پهن شده است بایک شیریه یک مخزن هلیم  $12m^3$  با فشار  $2MPa$  و دمای برابر دمای محیط  $20^\circ C$  وصل می شود. شیر باز است و بالن با فشار ثابت  $P_0 = 100kPa$  برابر فشار محیط پرمی شود تا در قطر  $P_1 = 1m$  به صورت کره درآید. بعد از این کشسانی ماده بالن طوری است که فشار داخلی بر طبق رابطه  $P = P_0 + C(1 - \frac{D_1}{D}) \frac{D_1}{D}$  تغییر می کند. بالن تا قطر نهائی  $4m$  و فشار  $400kPa$  پرمی شود و دمادر  $20^\circ C$  ثابت می ماند. بیشترین فشار بالن در کل این فرایند چقدر است؟ فشار داخلی



در مخزن هلیوم در این لحظه چقدر است؟

حل:

فرآیند پرشدن تا وقتی ادامه می یابد که فشار داخل بالن برابر فشار مخزن هلیوم شود.

کل گاز هلیوم را به عنوان سیستم در نظر می گیریم بنابراین مرز اولیه سیستم همان مخزن هلیوم می باشد که با پر شدن بالن این مرز گسترش یافته و در انتها کل هلیوم درون مخزن و بالن را شامل می شود.

$$P_1 V_1 = m R T_1 \quad (a)$$

$$T_1 = 20 + 273.1 = 293.1 K \Rightarrow 2000 \times 12 = m \times 2.0771 \times 293.1$$

$$\Rightarrow m = 39.42 kg$$

$$R_{He} = 2.0771 \quad (\text{جدول A-5})$$

$$P_3 = P_0 + C \left( 1 - \frac{D_1}{D_3} \right) \frac{D_1}{D_3}$$

در انتهای فرایند:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_3 = P_0 + C \left( 1 - \frac{D_1}{D_3} \right) \frac{D_1}{D_3} \\ D_3 = 4m \end{array} \right. \Rightarrow 400 = 100 + C \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{4} \Rightarrow C = 1600$$

$$P = 100 + 1600 \left( 1 - \frac{D_1}{D} \right) \frac{D_1}{D}$$

برای تعیین قطری که فشار ماکسیمم رخ می دهد باید از معادله فشار نسبت به قطر مشتق گرفته و برابر صفر قرار دهیم.

$$\frac{dP}{dD} = 0 \Rightarrow 1600 \left( \frac{D^2 + 2D}{D^4} \right) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} D = 0 \\ D = 2 \end{array} \right. \quad \text{جواب قابل قبول}$$

$$P_4 = P_{max} = 500 kPa$$

$$P_{4b} V_{4b} = m_{4b} R T \Rightarrow 500 \times \left( \frac{\pi \times 2^3}{6} \right) = m_{4b} \times 2.0771 \times 293.1 \quad (C) \text{ بالن:}$$

$$m_{4b} = 3.44 kg$$

$$m = m_{4b} + m_{4T} \Rightarrow 39.42 = 3.44 + m_{4T} \Rightarrow m_{4T} = 35.98 kg$$

$$P_{4T} V_T = m_{4T} R T \Rightarrow P_{4T} \times 12 = 35.98 \times 2.0771 \times 293.1$$

$$P_{4T} = 1825.38 kPa$$

۱۵-۳ بالن هلیوم تشریح شده در مسئله (۱۴-۳) در جو رها می شود و بالن تا ارتفاع 5000m که



۲۰/ تشریح مسائل مابانی ترمودینامیک کلاسیک

فشار موضعی محیط  $P_0 = 50 \text{ kPa}$  و درجه حرارت  $-20^\circ \text{C}$  صعود می کند. قطر بالن در این وضعیت چقدر خواهد بود؟

$$\begin{cases} P = P_0 + C \left(1 - \frac{D_1}{D}\right) \frac{D_1}{D} \\ C = 1600 \\ D_1 = 4 \text{ m} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{از مسئله (3.14) می دانیم.} \\ \Rightarrow P = 50 + 1600 \left(1 - \frac{1}{D}\right) \frac{1}{D} \end{array}$$

هلمیم تحت این شرایط همانند گاز ایده آل رفتار می کند.

$$T = -20^\circ \text{C} = 253.1 \text{ K} \gg T_0 = 5.19 \text{ K}$$

$$PV = mRT$$

$$400 \times \frac{\pi \times 4^3}{6} = m \times 2.0771 \times 293.1 \Rightarrow m = 22.017 \text{ kg} \quad \text{مقدار جرم داخل بالن:}$$

$$PV = mRT \Rightarrow P \times \frac{\pi D^3}{6} = 22.017 \times 2.0771 \times 253.1$$

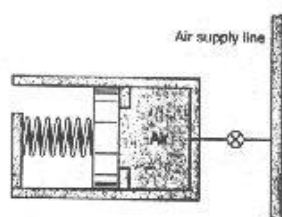
$$\Rightarrow P = \frac{22105.94}{D^3}$$

$$\frac{22105.94}{D^3} = 50 + 1600 \left(1 - \frac{1}{D}\right) \frac{1}{D}$$

$$\Rightarrow 50D^3 + 1600D^2 - 1600D - 22105.94 = 0$$

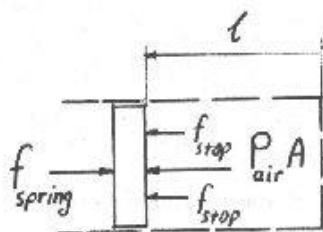
$$D = 3.98 \text{ m}$$

۱۶-۳ یک سیلندر با پیستونی به قطر  $10 \text{ cm}$  آب بندی شده است و پیستون در مکان خود به وسیله یک فنر خطی (نیرو متناسب با جابجایی) حفظ می شود، شکل ۱۶-۳. ثابت فنر  $80 \text{ kN/m}$  و پیستون در ابتدا در حال سکون روی نگهدارنده ها و حجم اولیه سیلندر  $1.5 \text{ L}$  می باشد.



شیر متصل به خط هوا باز می شود و پیستون زمانی که فشار سیلندر  $150 \text{ kPa}$  است شروع به حرکت می کند. زمانی که شیر بسته می شود حجم سیلندر  $1.5 \text{ L}$  و دما  $80^\circ \text{C}$  است چه جرمی از هوا درون سیلندر موجود می باشد؟

حل:



$$A = \frac{\pi D^2}{4} = 7.85398 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \quad \text{داریم:}$$

$$f_{stop} = 0 \quad \text{در لحظه شروع حرکت داریم}$$

چون در ترمودینامیک تعادلی بحث می‌کنیم داریم:

$$P_{air} A - f_{spring} = 0 \Rightarrow P_{air} A = f_{spring} = kx_1$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{P_{air} A}{k} = \frac{150 \times 7.85398 \times 10^{-3}}{80} \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow x_1 = 1.47262 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$V_1 = A l_1 \Rightarrow l_1 = \frac{1 \times 10^{-3}}{7.85398 \times 10^{-3}} = 1.27324 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$V_2 = A l_2 \Rightarrow l_2 = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{7.85398 \times 10^{-3}} = 1.90986 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = 6.36620 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow x_2 = x_1 + \Delta l = 7.83882 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P_2 A = f_{spring} = kx_2 \Rightarrow P_2 = \frac{kx_2}{A} = 798.455 \text{ kPa}$$

$$\text{شرایط نهایی} \Rightarrow \begin{cases} P_2 = 798.455 \text{ kPa} \\ T_2 = 80^\circ \text{C} = 353.15 \text{ K} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_2 V_2 = m_2 R T_2 \Rightarrow m_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_2} \Rightarrow m_2 = \frac{798.455 \times 1.5 \times 10^{-3}}{0.287 \times 353.15}$$

$$\Rightarrow m_2 = 1.18168 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

۱۷-۳ هوا در یک تایر در ابتدا در  $-10^\circ \text{C}$ ،  $190 \text{ kPa}$  است. بعد از مدتی رانندگی دمای به  $10^\circ \text{C}$  افزایش می‌یابد. فشار جدید را بیابید.

حل:

فرض می‌کنیم که حجم لاستیک اتومبیل در حرکت برابر با حجم آن در هنگام سکون باشد (به علت خاصیت الاستیکی لاستیک) به علت ثابت بودن جرم هوادر درون لاستیک می‌توان گفت که حجم ویژه هوادر مدت فرآیند ثابت می‌ماند.

$$v = \frac{V}{m} = \text{cte}$$

$$\begin{cases} P_1 v_1 = R T_1 \\ P_2 v_2 = R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{190}{P_2} = \frac{263.1}{283.1} \Rightarrow P_2 = 204.44 \text{ kPa}$$

۲۲/ تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

۲۰-۳ یک بطری به حجم  $0.1m^3$  حاوی بوتان با عیار 75% و درجه حرارت  $300K$  است. جرم بوتان درون بطری را با استفاده از نمودار عمومی تراکم پذیری تخمین بزنید.

$$T=300K \Rightarrow T_r = \frac{T}{T_{cr}} = \frac{300}{425.2} = 0.705 \quad \text{حل:}$$

$$x=75\%, V=0.1m^3$$

$$T_{cr}=425.2K, P_{cr}=3.8MPa \quad \text{از جدول (A.2) داریم:}$$

از دیاگرام ترکم پذیری عمومی داریم.

$$T_r \approx 0.7 \Rightarrow \begin{cases} P_r = 0.1 \Rightarrow P = P_r P_{cr} = 0.1 \times 3800 = 380kPa \\ Z_f = 0.02 \Rightarrow Z = Z_f + x Z_{fg} = 0.02 + 0.75(0.9 - 0.02) = 0.68 \\ Z_g = 0.9 \end{cases}$$

$$m = \frac{PV}{ZRT} = \frac{380 \times 0.7}{0.68 \times 0.143 \times 300} = 1.3kg \quad (R=0.143 \text{ از جدول A.5})$$

۲۱-۳ دو کیلوگرم استیلن در محفظه صلبی به حجم  $0.045m^3$  در فشار  $4.3MPa$  قرار دارد. از دیاگرام تراکم پذیری عمومی برای پیدا کردن دمای آن استفاده کنید. (آزمایش و خطا)

حل:

$$P_c = 6.14MPa, T_c = 308.3K \quad \text{از جدول ثابتهای بحرانی (A.2) برای استیلن داریم:}$$

$$R = 0.3193 \frac{kJ}{kgK} \quad \text{از جدول خواص گاز ایده ال (C.4) برای استیلن داریم:}$$

$$v = \frac{V}{m} = \frac{0.045}{2} = 2.25 \times 10^{-2} m^3/kg \quad \text{از فرضهای مسئله داریم:}$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{4.3}{6.14} = 7.00326 \times 10^{-1} = 0.700326$$

$$Pv = ZRT \Rightarrow Pv = ZRT_r T_c \quad \text{معادله حالت:}$$

$$\delta = T_r - \frac{Pv}{ZRT_c} \Rightarrow \delta = T_r - \frac{9.8283 \times 10^{-1}}{Z} \quad \text{تعریف می کنیم:}$$

(هدف از این تعریف این است که با در نظر گرفتن هربار یک مقدار برای  $Z$  و خواندن  $T_r$  از منحنی تراکم پذیری عمومی دو مقداری مثبت و دیگری منفی برای  $\delta$  بدست آوریم و با درون یابی برای مقدار صفر  $\delta$  مقدار  $T_r$  را بیابیم)

خواص ماده خالص ۲۲/

$$\begin{cases} Z=0.9 \Rightarrow T_r \cong 1.3 \Rightarrow \delta = 2.07966 \times 10^{-1} \\ Z=0.8 \Rightarrow T_r = 1.1 \Rightarrow \delta = -1.28538 \times 10^{-1} \end{cases} \quad \delta=0 \Rightarrow T_r = 1.1764$$

$$T_r = 1.1764 \Rightarrow T = T_r T_c = 362.683 K$$

۲۶-۳ برای حالات دوگانه زیر کیفیت (در حالت اشباع) یادما (در حالت فوق گرم) رامعین کنید.

a) آب 1:  $120^\circ C, 1 m^3/kg$

بخار فوق گرم در  $T = 120^\circ C \rightarrow v_g (= 0.89186) > v_f (= 1 m^3/kg)$  (B-1-1)

2:  $10 MPa, 0.01 m^3/kg$

دوفازه  $\rightarrow v_g (= 0.01803) > v > v_f (= 0.001452)$  (B-1-2)

$$x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = \frac{0.01 - 0.001452}{0.01657} = 0.52 \quad x = 52\%$$

b) نیتروژن 1:  $1 MPa, 0.03 m^3/kg$

حجم ویژه در  $1000 kPa$  بسیار نزدیک به حجم ویژه در  $1084.6 kPa$  است بنابراین می توان آنها را با تقریب برابر گرفت و چنین مقایسه ای انجام داد:

$$v_g |_{P=1000 kPa} \cong v_g |_{P=1084.6 kPa} = 0.02218$$

$v > v_g \rightarrow$  فوق گرم (B.6.2)

$1000 kPa$

$T_{sat} = 103.73 \quad v = 0.02416$

$T = 120 \quad v = 0.03117 \Rightarrow v = 0.03 \rightarrow T = 117.3 K$  درون یابی

2:  $100 K, 0.03 m^3/kg$  نیتروژن

دوفازه  $\rightarrow x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = \frac{0.03 - 0.001452}{0.02975} \rightarrow v_f < v < v_g (= 0.03120)$  (0.001452 =)  
 $x = 0.96 \rightarrow x = 96\%$

c) آمونیاک 1:  $400 kPa, 0.327 m^3/kg$

$P = 354.9 kPa \rightarrow v_g = 0.34648 m^3/kg, v_f = 0.001550 m^3/kg$  (B.2.1)

$P = 429.6 kPa \rightarrow v_g = 0.2892 m^3/kg, v_f = 0.001566 m^3/kg$

ناحیه فوق گرم  $\rightarrow v > v_g \rightarrow P = 400 kPa \begin{cases} v_f = 0.00156 m^3/kg \\ v_g = 0.31 m^3/kg \end{cases}$  درون یابی

۲۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$(B.2.2) \quad \begin{cases} P=400kPa \\ v=0.327 \end{cases} \rightarrow T=10^{\circ}C$$

2: آمونیاک  $1000kPa$  ,  $0.1m^3/kg$

ناحیه دوفازه  $(0.001658 \approx) v_f < v < v_g (\approx 0.12813)$

$$x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 0.78 \Rightarrow x = 78\%$$

d) R-22  $1:130kPa$  ,  $0.1m^3/kg$

(B.4.1)  $(0.000717 \approx) v_f < v < v_g (\approx 0.16640)$  ناحیه دوفازه

$$x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = \frac{0.1 - 0.000717}{0.16568} = 0.56 \rightarrow x = 56\%$$

R-22  $2:150kPa$  ,  $0.17 m^3/kg$

$v > v_g$  ( $P=131.7kPa$ )  $> v_g(150kPa)$  بخار فوق گرم

$$\begin{cases} T=0^{\circ}C \\ T=10^{\circ}C \end{cases} \quad P=150kPa \quad \begin{cases} v=0.16982 m^3/kg \\ v=0.17670 m^3/kg \end{cases} \quad v=0.17 \Rightarrow T=0.26^{\circ}C$$

۳-۳۵ جرم گاز متان موجود در مخزن به حجم  $2m^3$  ، در  $-30^{\circ}C$  و  $3MPa$  را محاسبه کنید. اگر در محاسبه جرم مدل گاز ایده ال استفاده شود درصد خطا را بدست آورید.

$3MPa$

$$T=225 \Rightarrow v=0.03333$$

از جدول (B.7.2) داریم.

$$T=243.1 \Rightarrow v=? \Rightarrow v=0.037406 m^3/kg$$

$$T=250 \Rightarrow v=0.03896$$

$$m = \frac{V}{v} = 53.467kg$$

از جدول (A.5)  $R=0.5183$

$$PV=mRT \Rightarrow m = \frac{3000 \times 2}{0.5183 \times 243.1} = 47.62kg$$

مدل گاز ایده ال

$$e\% = \frac{53.467 - 47.62}{53.467} \times 100 \approx 11\%$$



خواص ماده خالص ۲۵۱

۳-۳۸ یک مخزن ۵۰۰ لیتری حاوی ۱۰۰ kg نیتروژن در دمای ۱۵۰ K است. برای طراحی مخزن باید فشار داخل آن تخمین زده شود. برای اینکار سه روش زیر پیشنهاد می شود. کدام یک دقیق تر است و دوتای دیگر چند درصد اختلاف دارند؟

الف) جدول نیتروژن (B.6)

ب) دیاگرام عمومی تراکم پذیری

ج) گازایده ال

حل: دقیقترین روش استفاده از جدول آمونیاک است زیرا جدول بر مبنای خواص ماده و روابط

$$v = \frac{V}{m} = \frac{0.5}{100} = 0.005 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{ترمودینامیکی تهیه شده اند. داریم:}$$

از شرایط نیتروژن دما و حجم ویژه معلوم است پس بنابه اصل حالات متناظر، حالت نیتروژن معلوم می باشد.

$$P = 6 \text{ MPa} \Rightarrow \begin{cases} T = 140 \text{ K} \Rightarrow v = 0.002941 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T = 160 \text{ K} \Rightarrow v = 0.005556 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \Rightarrow T = 150 \text{ K} \Rightarrow v = 4.2485 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P = 3 \text{ MPa} \Rightarrow \begin{cases} T = 140 \text{ K} \Rightarrow v = 0.01038 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T = 160 \text{ K} \Rightarrow v = 0.01350 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \Rightarrow T = 150 \text{ K} \Rightarrow v = 1.194 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow T = 150 \text{ K} \Rightarrow \begin{cases} v = 1.194 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow P = 3 \text{ MPa} \\ v = 4.2485 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow P = 5.70688 \text{ MPa} \end{cases} \Rightarrow v = 0.005 \Rightarrow$$

ب) از جدول ثابتهای بحرانی (A.2) داریم:  $P_c = 3.39 \text{ MPa}$ ,  $T_c = 126.2 \text{ K}$

$$\Rightarrow T_r = \frac{T}{T_c} = 1.18859 \approx 1.2$$

از جدول خواص گازایده ال (A.5) برای نیتروژن داریم:  $R = 0.2968 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

$$Pv = ZRT \Rightarrow P_r P_c v = ZRT \Rightarrow P_r = 2.62655 Z \quad \text{معادله حالت}$$

$\delta$  را برای درون یابی به مقدار صفر و دستیابی به  $P_r$  شبیه مساله 3-21 بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$\delta = P_r - 2.62655 Z$$

از دیاگرام عمومی تراکم پذیری ( $D-1$ ) با استفاده از فرض مساله  $T_r \approx 1.2$  داریم:

$$\begin{cases} P_r = 1.5 \Rightarrow Z = 0.687 \\ \Rightarrow \delta = -0.3044 \\ P_r = 2 \Rightarrow Z = 0.563 \\ \Rightarrow \delta = 0.5213 \end{cases} \Rightarrow \delta = 0 \Rightarrow P_r = 1.68433 \Rightarrow P = P_r P_c = 5.70987 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow e = \frac{5.70987 - 5.70688}{5.70688} \times 100 = 0.052\%$$

ج) با فرض گاز ایده ال:

$$Pv = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{v} = 8.9 \text{ MPa} \Rightarrow e = \frac{8.9 - 5.70688}{5.70688} \times 100 = 55.95\%$$

۳۹-۳ یک مخزن  $400 \text{ m}^3$  برای نگهداری  $LNG$ ، گاز طبیعی مایع، که می تواند متان خالص فرض شود ساخته شده است اگر مخزن باید ۹۰٪ حجمی مایع و ۱۰٪ حجمی گاز را در  $100 \text{ kPa}$  نگهداری کند چه جرمی از  $LNG$  را در خود نگه خواهد داشت؟ کیفیت درون مخزن چقدر است.

حل:

$$P = 100 \text{ kPa} \Rightarrow \begin{cases} v_f \approx 0.002367 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g \approx 0.54997 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

ناحیه دوفازه

$$V_f = 0.9 \times 400 = 360 \text{ m}^3 \Rightarrow V_g = 40 \text{ m}^3$$

$$m_f = \frac{V_f}{v_f} = 152091.25 \text{ kg} \quad m_g = \frac{V_g}{v_g} = 72.73 \text{ kg}$$

$$m_{tot} = m_f + m_g = 152163.98 \text{ kg}$$

$$x = \frac{m_g}{m_{tot}} = 4.7 \times 10^{-4}$$

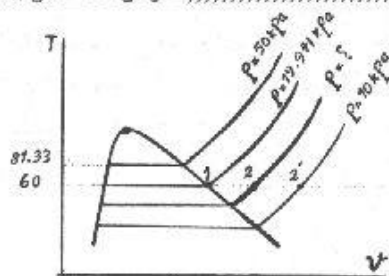
۴۲-۳ فشار بخار آب اشباع در درجه حرارت ثابت  $60^\circ \text{C}$  طوری تغییر می یابد که حجم آن ۱۰٪ افزایش داشته باشد این بخار تا چه فشاری باید منبسط شود.

$$1 \begin{cases} T = 60^\circ \text{C} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow v_1 = v_g = 7.67071 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_1 = 19.941 \text{ kPa}$$

$$2 \begin{cases} T = 60^\circ \text{C} \\ v_2 = 1.1 v_1 = 8.43778 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

خواص ماده خالص / ۲۷



برونیاپی از جدول B.1.3

10kPa

$$T_{sat} = 45.81^\circ C \quad v = 14.67355 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$T = 50^\circ C \quad v = 14.86920$$

$$T = 60^\circ C \Rightarrow v_2 = 15.336$$

حال بین نقطه 1, 2' درونیاپی می کنیم تا نقطه ۲ بدست آید.

$v$	$P$
7.67071	19.941
8.43778	$P_2 = 18.94 \text{ kPa}$
15.336	10

(باتوجه به جدول B.1.3 و با ملاحظه نمودار  $T-v$  در می یابیم که بین خط فشار 10kPa, 50kPa در حالت بخار اشباع و فراگرم خط دما ثابت  $60^\circ C$  قابل رسم نیست بنابراین برای درونیاپی بین نقاط این دو خط مجاز نیستیم.)

۳-۴۳ پمپ تغذیه دیگ بخاری میزان  $0.05 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$  آب را در دمای  $240^\circ C$  و فشار 20MPa تحویل می دهد. آهنگ جرمی پمپ چیست  $(\frac{\text{kg}}{\text{s}})$ ؟ اگر از خواص مایع اشباع در  $240^\circ C$  استفاده می شد چه مقدار خطا حاصل می گردید؟ اگر از خواص مایع اشباع در 20MPa استفاده می کردیم چطور؟

حل:

$$\begin{cases} T = 240^\circ C \\ P = 20 \text{ MPa} \end{cases} \Rightarrow v = 0.001205 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{داریم: (B.1.4) آب}$$

$$mv = V \Rightarrow \dot{V} = \dot{m}v \quad \text{از طرفی داریم:}$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{V}}{v} = \frac{0.05}{0.001205} = 41.4938 \text{ kg/s}$$

اگر از خواص مایع اشباع در دمای  $240^\circ C$  استفاده کنیم از جدول B.1.2 داریم:

$$T = 240^\circ C \Rightarrow v_f = 0.001229 \Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{V}}{v_f} = 40.6835 \text{ kg/s}$$

$$\Rightarrow e = -1.95\%$$

اگر از خواص مایع اشباع در فشار 20MPa استفاده کنیم از جدول B.1.2 داریم:

$$P = 20 \text{ MPa} \Rightarrow v_f = 0.002035 \Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{V}}{v_f} = 24.57 \text{ kg/s}$$

$$\Rightarrow e = -40.79\%$$

۴۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

۴۴-۳ یک پارچ شیشه ای با آب اشباع  $500kPa$  و کیفیت  $25\%$  پر شده و در محکمی روی آن قرار گرفته است. اکنون تا  $10^\circ C$  سرد می شود. جزء جرمی جامد در این دما چیست ؟

حل:

$$\left. \begin{array}{l} P=500kPa \\ \text{ناحیه دوفازه} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} v_f=0.001093 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g=0.37489 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{fg}=0.3738 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array}$$

$$x = \frac{v-v_f}{v_{fg}} \Rightarrow 0.25 = \frac{v-0.001093}{0.3738} \Rightarrow v=0.0945 \text{ m}^3/\text{kg}$$

توجه شود که فرایند سرد شدن در حجم ثابت انجام می شود.

$$(B.1.5) \quad T=-10^\circ C \rightarrow \begin{array}{l} v_i=0.0010891 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g=466.757 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{ig}=466.756 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array}$$

$$x = \frac{v-v_i}{v_{ig}} = 0.2 \times 10^{-4}$$

$$x = \frac{m_g}{m} = \frac{m-m_i}{m} = 1 - \frac{m_i}{m} \Rightarrow \frac{m_i}{m} = 0.99$$

۴۵-۳ یک سیلندر پیستون به حجم  $1L$  محتوی آب در درجه حرارت  $105^\circ C$  و عیار  $85\%$  می باشد. سیستم را گرم می کنیم تا پیستون صعود کرده و مطابق شکل (۴۵-۳) بایک فنر خطی درگیر شود. فنر پیستون  $150 \text{ mm}$  بوده و در این حالت حجم زیر آن  $1.5L$  است. ثابت فنری  $100 \text{ N/mm}$  است. در نتیجه گرم کردن پیستون ، فنر را فشرده می کند. وقتی فشار به  $200kPa$  رسید درجه حرارت درون سیلندر چقدر است ؟

حل:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1=105^\circ C \\ x=85\% \\ V=1L \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_1=120.82kPa \\ v=v_f+xv_{fg}=0.001048+0.85 \times (1.4194-0.001048) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow v=1.2066$$

$$m = \frac{V}{v} = 0.83 \text{ gr}$$

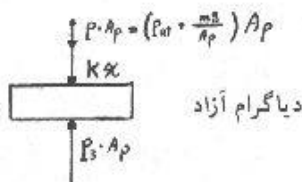
خواص ماده خالص ۲۹/

تأز مانیکه پیستون با فتر بر خورد نکرده تحول فشار ثابت

با  $P = 120.82 kPa$  داریم.موقعی که پیستون با فتر بر خورد می کند  $V_2 = 1.5 L$ 

$$P_3 = P + \frac{kx}{A_p} = 120.82 \times 10^3 + \frac{100x}{\frac{\pi}{4}(0.15)^2} =$$

$$= 120.82 \times 10^3 + 5658.8x$$

که در این رابطه  $x$  بر حسب میلیمتر و  $P_3$  بر حسب $Pa$  است.

$$\begin{cases} P_3 = 200 kPa \\ V_3 = V_2 + \frac{\pi d^2}{4} x \times 10^{-6} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow 200 \times 10^3 = 120.82 \times 10^3 + 5658.8x \Rightarrow x = 14 mm$$

$$\Rightarrow V_3 = 1.5 + \frac{\pi(150)^2}{4} \times 14 \times 10^{-6} = 1.747 L$$

$$\begin{cases} v_3 = \frac{V_3}{m} = 2.105 m^3/kg \\ P_3 = 200 kPa \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001061 \\ v_g = 0.8857 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow v_3 > v_g \quad \text{در ناحیه ابرگرم قرار داریم}$$

از جدول B.1.3 داریم.

$$200 kPa \begin{cases} v = 2.01297 & T = 600^\circ C \\ v = 2.105 & T = ? \\ v = 2.24426 & T = 700^\circ C \end{cases} \Rightarrow T = 640^\circ C$$

۴۶-۳ آمونیاک اشباع (مایع + بخار) در  $60^\circ C$  در مخزن فولادی صلبی نگهداری می شود. این آمونیاک در آزمایشی استفاده می شود که در آن باید حین گرم شدن سیستم آمونیاک از نقطه بحرانی عبور کند. نسبت جرم اولیه مایع را بیابید.



حل:

$$V = cte \Rightarrow v = cte$$

در این مساله داریم:

از جدول ثابتهای بحرانی (A.2) برای آمونیاک داریم:

$$T_c = 405.5K, \quad P_c = 11.35MPa, \quad \bar{v}_c = 0.0725 \text{ m}^3/\text{kmol}, \quad M = 17.031 \text{ kg/kmol}$$

$$v = cte \Rightarrow v = v_c = \frac{0.0725 \text{ m}^3/\text{kmol}}{17.031 \text{ kg/kmol}} = 4.25694 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

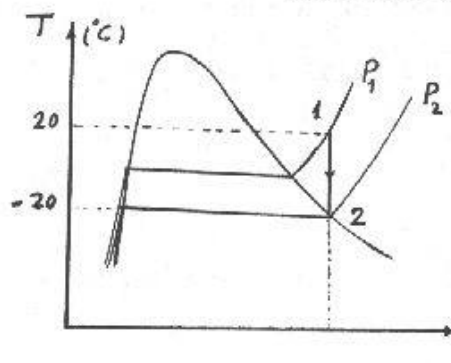
از جدول آمونیاک اشباع (B.2.1) داریم:

$$v_f)_{60^\circ C} = 0.001834 \text{ m}^3/\text{kg} \quad v_{fg} = 0.04697 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} \times 100 = 5.15849\% \Rightarrow \frac{mf}{m} = 1 - x = 94.8415\%$$

۳-۴۷ برای آزمایش خاصی، درلوله درزبندی شده ای دردمای  $20^\circ C$  محبوس شده است. لازم است که فشار را دراین دمابدانیم ولی هیچ راهی برای اندازه گیری فشار وجود ندارد چون لوله درزبندی شده است. اگر لوله تا  $20^\circ C$  سرد شود قطرات کوچک مایع بردیواره های شیشه ای دیده می شوند. فشار اولیه را بیابید.

حل:



فرآیند سرد شدن به صورت حجم ثابت انجام می گیرد و وقتی قطرات کوچک مایع در جدار ظرف دیده می شود حجم ویژه برابر حجم ویژه بخار اشباع در  $-20^\circ C$  است بنابراین داریم:

$$v = v_g)_{T=-20^\circ C} = 0.09284 \text{ m}^3/\text{kg} = cte$$

حال با معلوم بودن حجم ویژه و دما در حالت اول

می توان فشار اولیه را از جدول تعیین کرد.

$$\left| \begin{array}{l} T = 20^\circ C \\ v = 0.09284 \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \frac{250 \text{ kPa}}{v = 0.10829 \text{ m}^3/\text{kg}} \quad \frac{300 \text{ kPa}}{v = 0.08947 \text{ m}^3/\text{kg}}$$

$$\text{درون یابی} \Rightarrow P_1 = 291.046 \text{ kPa}$$

۳-۴۸ یک مخزن فولادی به حجم  $0.015 \text{ m}^3$  محتوی  $6 \text{ kg}$  پروپان (مایع + بخار) دردمای  $20^\circ C$  است اکنون مخزن را به آرامی گرم می کنیم. آیا سطح مایع درون مخزن تا بالای مخزن

خواص ماده خالص / ۳۱

صعود خواهد کرد و یا تا کف مخزن پایین خواهد آمد؟ اگر جرم اولیه به جای  $1\text{kg}$ ،  $6\text{kg}$  بود

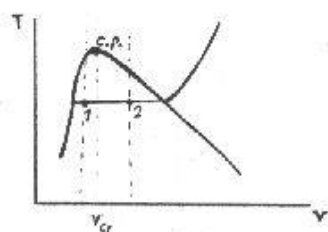
چه اتفاقی می افتاد؟

حل:

(1)

$$\begin{cases} V=0.015\text{ m}^3 \\ m=6\text{ kg} \end{cases} \Rightarrow v = \frac{V}{m} = 0.0025\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\begin{cases} \bar{v}_{cr}=0.2030\text{ m}^3/\text{kmol} & (\text{از جدول A.2}) \\ v = \frac{\bar{v}}{M} \end{cases} \Rightarrow v_{cr}=0.00460\text{ m}^3/\text{kg}$$



چون  $v < v_{cr}$ ، پس اگر در نقطه 1 در  $v = \text{const}$  در امتداد نقطه چین و در جهت افزایش دما حرکت کنیم نمودار  $T-v$  را در قسمت مایع اشباع قطع خواهیم کرد پس سطح مایع درون مخزن تا بالای مخزن صعود خواهد کرد.

$$2 \begin{cases} V=0.015\text{ m}^3 \\ m=1\text{ kg} \end{cases} \Rightarrow v = \frac{V}{m} = 0.015\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{cr}=0.00460\text{ m}^3/\text{kg}$$

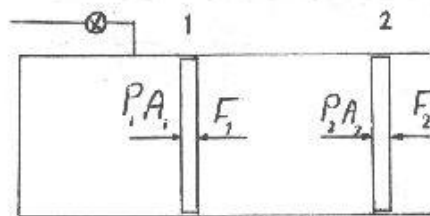
چون  $v > v_{cr}$ ، پس اگر در نقطه 2 در  $v = \text{const}$  در امتداد نقطه چین و در جهت افزایش دما حرکت کنیم. نمودار  $T-v$  را در قسمت بخار اشباع قطع خواهیم کرد و بعد وارد ناحیه ابر گرم می شویم پس سطح مایع تا کف مخزن پایین خواهد آمد.

۳-۴۹ یک سیلندر حاوی آمونیاک با پیستونی آب بندی شده است که بوسیله یک نیروی خارجی که با مجذور حجم سیلندر متناسب است در جای خود نگه داشته می شود. شرایط اولیه دمای  $10^\circ\text{C}$ ، کیفیت 90% و حجم  $5\text{L}$  می باشند. شیر متصل به سیلندر باز می شود و آمونیاک اضافی به داخل سیلندر جریان می یابد تا جرم درون سیلندر دو برابر گردد. اگر در این نقط فشار  $1.2\text{MPa}$  باشد دمای نهایی چیست؟

حل:

۳۷ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

شرایط اولیه:



$$T_1 = 10^\circ\text{C}, x_1 = 0.9, V_1 = 5\text{L}$$

از جدول آمونیاک اشباع B.2.1 داریم:

$$P_1 = 615.2\text{kPa}, v_f = 0.0016\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{fg} = 0.20381\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\begin{cases} P_1 A = F_1 \Rightarrow P_1 A = k V_1^2 \Rightarrow k = \frac{P_1 A}{V_1^2} = \frac{615.2(\text{kPa}) \times A}{(5 \times 10^{-3})^2 (\text{m}^6)} \\ F_1 = k V_1^2 \Rightarrow k = 24.608 \times 10^3 \times A \left( \frac{\text{MPa}}{\text{m}^4} \right) \end{cases}$$

$$v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.0016 + 0.9 \times 0.20381 = 0.185029\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m_1 = \frac{V_1}{v_1} = \frac{5 \times 10^{-3}}{0.185029} = 2.70228 \times 10^{-2}\text{kg}, m_2 = 2m_1 = 5.40456 \times 10^{-2}\text{kg}$$

$$P_2 A = F_2 = k V_2^2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{P_2 A}{k}} = \sqrt{\frac{1.2 \times A}{24.608 \times 10^3 \times A}}$$

معادله استاتیک در نقطه 2

$$\Rightarrow V_2 = 6.98317 \times 10^{-3}\text{ m}^3 \Rightarrow v_2 = \frac{V_2}{m_2} = 0.129209\text{ m}^3/\text{kg}$$

از جدول آمونیاک ابرگرم B.2.1

$$\begin{cases} v = 0.1289\text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow T = 70^\circ\text{C} \\ v = 0.13387\text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow T = 80^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow v_2 = 0.129209\text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow T_2 = 70.6217^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow T_2 \approx 71^\circ\text{C}$$

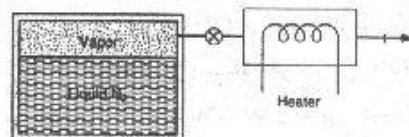
۵۰-۳ مخزن حاوی نیتروژن مایع در  $100\text{K}$  دارای سطح مقطع  $0.5\text{m}^2$  می باشد، شکل ۵۰-۳.

بدلیل انتقال حرکت، کمی از مایع بخار می شود و در مدت یک ساعت سطح مایع  $30\text{mm}$

افت می کند. بخاری که مخزن را ترک می کند بعد از گذشتن از یک شیرویک گرم کن

در  $200\text{K}$ ،  $500\text{kPa}$  خارج می گردد. آهنگ حجمی جریان گاز نیتروژن خروجی از گرم کن

رایباید.



حل:

$$100K \text{ ناحیه دو فازه } \begin{cases} v_f = 0.001452 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g = 0.03120 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$V_f = 0.03 \times 0.5 = 0.015 \text{ m}^3 \text{ حجم مایع بخار شده}$$

$$\text{مقدار جرم بخار شده در عرض یک ساعت} = \frac{V_f}{v_f} = 10.33 \text{ kg}$$

$$\text{حجم بخار} V_g = 10.33 \times 0.0312 = 0.32 \text{ m}^3$$

$$(\text{حجم مایع بخار شده}) V_f = 0.03 \times 0.5 = 0.015 \text{ m}^3 \text{ حجمی که از پایین آمدن آب حاصل می شود}$$

$$\Rightarrow \text{حجمی که در یک ساعت از مخزن خارج می شود} = V_g - V_f = 0.305 \text{ m}^3$$

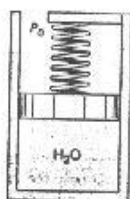
$$m = \frac{0.305}{0.0312} = 9.77 \text{ kg} \Rightarrow \dot{m} = \frac{9.77}{3600} = 0.0027 \text{ kg/s}$$

$$\text{حالت خروجی} \begin{cases} 500 \text{ kPa} \\ 260^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow v_2 = 0.15385 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow \dot{V}_{exit} = \dot{m} v_2 = 4.17 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

توجه: مقدار دبی حجمی قبل و بعد از عبور از گرمکن به علت تراکم پذیری بخار متغیر است ولی دبی جرم به علت قانون بقای جرم در طول مسیر ثابت می ماند.

۳-۵۳ یک سیلندر پستون بایک فنر خطی و فشار جو بارگذاری شده است. و محتوی آب در  $400^\circ\text{C}$ ,  $5 \text{ MPa}$  و حجم  $0.1 \text{ m}^3$  می باشد (شکل ۳-۵۳). اگر پستون در کف سیلندر باشد، فنر نیرویی معادل با  $P_{Lift} = 200 \text{ kPa}$  اعمال می کند. اکنون سیستم را تا رسیدن به فشار  $1200 \text{ kPa}$  سرد می کنیم. جرم آب و حالت نهایی  $(T_2, v_2)$  را پیدا کرده و نمودار  $P-v$  این فرآیند را رسم کنید. ( $P_{at} = 100 \text{ kPa}$ )

حل:



$$1 \begin{cases} P = 5 \text{ MPa} \\ T = 400^\circ\text{C} \\ V = 0.1 \text{ m}^3 \end{cases} \Rightarrow v = 0.05781 \text{ (از جدول B 1.3)} \quad m = \frac{V}{v} = 1.73 \text{ kg}$$

از دیافراگم آزاد داریم.  $\sum F_y = 0$

$$\Rightarrow P = P_{atm} + P_{Lift} + \frac{kx}{A_p} = 300 + \frac{kV}{A_p^2}$$

۳۴/ تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\frac{k}{A_p^2} = B \text{ داریم}$$

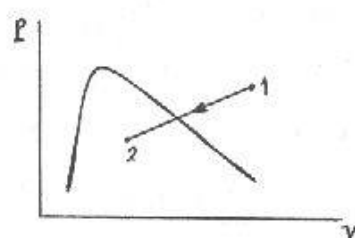
$$\Rightarrow P = 300 + BV$$

$$\begin{cases} P = 5000 \text{ kPa} \\ V = 0.1 \text{ m}^3 \end{cases} \Rightarrow B = 4.7 \times 10^4 \text{ kPa/m}^3$$

$$2 \begin{cases} P = 1200 \text{ kPa} \\ B = 4.7 \times 10^4 \end{cases} \Rightarrow V = 0.01915 \text{ m}^3 \Rightarrow v = \frac{V}{m} = 0.011068$$

$$\begin{cases} P = 1200 \text{ kPa} \\ v = 0.011068 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001139 \\ v_g = 0.16333 \end{cases} \Rightarrow v_f < v < v_g \Rightarrow T_2 = 187.99^\circ\text{C}$$

نقطه 2 در ناحیه دوفازه است.



۵۴- آب در یک سیلندر/پیستون در دمای  $90^\circ\text{C}$  و فشار  $100 \text{ kPa}$  قرار دارد و بارگذاری پیستون طوریست که فشار متناسب با حجم می باشد،  $P = CV$ ، اکنون سیستم گرم می شود تا دما به  $200^\circ\text{C}$  برسد. فشار نهایی و کیفیت (در صورتی که حالت نهایی دوفازه باشد) را بدست آورید.

حل:

می دانیم که خواص مایع متراکم با تقریب مهندسی با خواص مایع اشباع در همان دما برابر است

$$\Rightarrow v_1 = v_f|_{90^\circ\text{C}} = 0.001036 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\text{داریم: } P_1 = CV_1 = Cmv_1 = kv_1 \Rightarrow k = \frac{P_1}{v_1} = \frac{100 \text{ kPa}}{0.001036 \text{ m}^3/\text{kg}} = 96525.1 \frac{\text{kPa} \cdot \text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Rightarrow P = 96525.1 \times v$$

اگر در  $T_2 = 200^\circ\text{C}$  در ناحیه دوفازه باشیم داریم:

$$\Rightarrow v_2 = \frac{P_{\text{sat}}}{k} = 1.60974 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg}$$

از طرفی در  $200^\circ\text{C}$  داریم:

$$v_f = 0.001156, v_g = 0.12736, v_{fg} = 0.1262$$

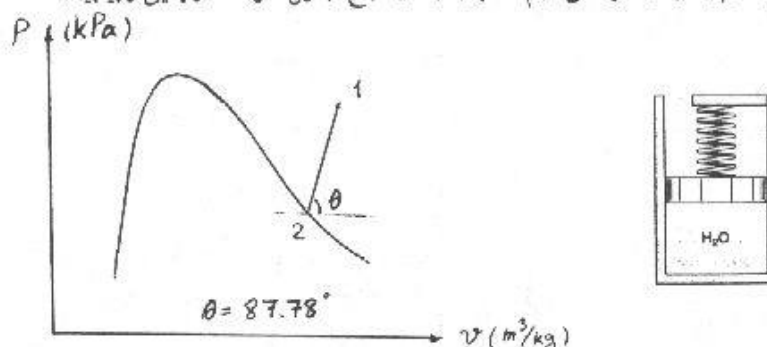
در منطقه دوفازه قرار داریم  $\Rightarrow v_2 < v_{fg}$  چون

$$\Rightarrow x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 0.118394 \Rightarrow x \approx 11.84\%$$

خواص ماده خالص / ۲۵

۳-۵۵ یک سیلندریستون بازگذاری شده توسط فنر، حاوی آب در  $500^\circ\text{C}$  و  $3\text{MPa}$  است. تنظیم سیستم به گونه ای است که فشار متناسب با حجم باشد، یعنی  $P=CV$  اکنون سیلندریستون را سرد می کنیم تا آب به بخار اشباع تبدیل شود فشارهایی را بیابید.

حل:



آب داخل سیلندریستون را به عنوان سیستم در نظر می گیریم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{حالت اولیه} \\ 500^\circ\text{C} \\ 3\text{MPa} \end{array} \right\} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \quad v = 0.11619 \text{ m}^3/\text{kg}$$

چون در سیستم جرم ثابت است می توان رابطه  $P=CV$  را بصورت  $P=c\Delta v=c'v$  نوشت.

$$\text{در حالت اولیه} \quad 3 = c' \times 0.11619 \Rightarrow c' = 25.819 \text{ (MPa.kg)/m}^3$$

بنابراین می توان تحول در دیاگرام  $p-v$  خطی با زاویه  $87.78^\circ$  یا  $\tan^{-1} 25.819$  باقی است.

برای یافتن فشارتهایی باید از روش سعی و خطا استفاده کنیم. برای اینکار ابتدا یک  $v_g$  حدس می زنیم بعد با استفاده از جدول اشباع آب فشار اشباع آن را بدست می آوریم و در رابطه  $R = P_{sat} - c'v_g$  قرار می دهیم چند بار این کار را تکرار کرده و بعد با استفاده از درونیایی  $v_g$  و در نتیجه  $P_{sat}$  مربوط به  $R=0$  را تقریب می زنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{سعی اول} \\ v_g = 0.11349 \text{ m}^3/\text{kg} \\ P_{sat} = 1.750 \text{ MPa} \end{array} \right\} \Rightarrow R_1 = 1.75 - 25.819 \times 0.11349 = -1.18$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{سعی دوم} \\ v_g = 0.07998 \text{ m}^3/\text{kg} \\ P_{sat} = 2.5 \text{ MPa} \end{array} \right\} \Rightarrow R_2 = 2.5 - 25.819 \times 0.07998 = 0.43$$

$$\left. \begin{array}{l} R_1 = -1.18, P_{sat} = 1.75 \text{ MPa} \\ R_2 = 0.43, P_{sat} = 2.5 \text{ MPa} \end{array} \right\} \Rightarrow R=0 \rightarrow P_{sat} = 2.29969 \text{ MPa}$$

۳-۵۶ (R-12) درون یک سیلندریستون در درجه حرارت  $50^\circ\text{C}$  و  $x=1$  قرار دارد. سپس

۳۶/ تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

این میرد طبق رابطه  $P = cv^{-1}$  تا فشار  $100 \text{ kPa}$  منبسط می شود. دما و حجم مخصوص نهایی را پیدا کنید.

حل:

$$\begin{aligned} 1 \quad & \begin{cases} T = 50^\circ\text{C} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 1219.3 \text{ kPa} \\ v_1 = v_g = 0.01417 \end{cases} \quad P = cv^{-1} \Rightarrow pv = c = P_1 v_1 = P_2 v_2 \\ 2 \quad & \begin{cases} P_2 = 100 \text{ kPa} \\ P_1 v_1 = P_2 v_2 \end{cases} \Rightarrow 1219.3 \times 0.01417 = 100 v_2 \Rightarrow v_2 = 0.17277 \end{aligned}$$

	$v$	$T$	
$\begin{cases} P_2 = 100 \text{ kPa} \\ v_2 = 0.17277 \end{cases} \Rightarrow$	0.16770	-20	(درونیایی از جدول B.3.2)
	0.17277	?	$\Rightarrow T_2 = -13.26^\circ\text{C}$
	0.17522	-10	

۳-۵۷ یک مخزن صلب آب بندی شده به حجم  $2 \text{ m}^3$  حاوی مخلوط مایع و بخار  $R-134a$  در  $10^\circ\text{C}$  می باشد. اگر این مخلوط تا دمای  $50^\circ\text{C}$  گرم شود، فاز مایع ناپدید می گردد. فشار در  $50^\circ\text{C}$  و جرم اولیه مایع را بیابید.

حل: در این مساله حجم و جرم ثابت بوده و در نتیجه حجم ویژه ثابت است یعنی  $v = cte$

$$T = 10^\circ\text{C} \Rightarrow v_f = 0.000794 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad v_{fg} = 0.04866 \text{ m}^3/\text{kg}$$

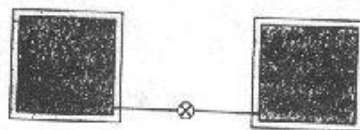
$$T = 50^\circ\text{C} \Rightarrow v = v_g = 0.01512 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}, \quad P = 1318.1 \text{ kPa} \Rightarrow P_2 = 1.3181 \text{ MPa}$$

$$v_1 = v_g)_{50^\circ\text{C}} = 0.01512 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow x)_{10^\circ\text{C}} = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 0.29441 \Rightarrow 1 - x = 0.70559$$

$$\Rightarrow m_f)_{10^\circ\text{C}} = m(1 - x) = 93.3319 \text{ kg}$$

۳-۵۸ دو مخزن حاوی آب مطابق شکل به یکدیگر متصلند. مخزن A دارای حجم  $1 \text{ m}^3$  بوده و فشار آن  $200 \text{ kPa}$  و حجم ویژه آن  $v = 0.5 \text{ m}^3/\text{kg}$  می باشد. مخزن B حاوی  $3.5 \text{ kg}$  آب در فشار  $0.5 \text{ MPa}$  و درجه حرارت  $400^\circ\text{C}$  است. شیر را باز می کنیم تا هر دو مخزن به حالت یکسان در آیند حجم مخصوص نهایی را بیابید.

حل:



$$m_A = \frac{V_A}{v_A} = \frac{1}{0.5} = 2 \text{ kg}$$

$$m_B = 3.5 \text{ kg}$$

B	$0.5 \text{ MPa}$	$\Rightarrow v_{1B} = 0.61728 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow V_B = m_B v_{1B} = 2.16 \text{ m}^3$
	$400^\circ\text{C}$	

$$v_{final} = \frac{V_{tot}}{m_{tot}} = \frac{1+2.16}{2+3.5} = 0.57 \text{ m}^3/\text{kg}$$

۳-۵۹ یک مخزن حاوی ۲kg نیتروژن در دمای ۱۰۰K و غیار ۵۰٪ است. درحالیکه دما ثابت می ماند مقدار ۰.۵kg نیتروژن را از مخزن از طریق شیرودبی سنج حجمی خارج می کنیم. حالت نهایی درون مخزن و حجم نیتروژن خارج شده از مخزن را در صورتی که شیرودبی سنج در موقعیت های زیر باشند پیدا کنید.



الف) بالای مخزن      ب) کف مخزن

$$1 \begin{cases} T_1 = 100K \\ x = 50\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001452 \\ v_g = 0.03120 \end{cases} \Rightarrow v = v_f + x v_{fg} = 0.016326 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$V = m v = 2 \times 0.016326 = 0.03265 \text{ m}^3 = 32.65L$$

الف) وقتی که شیر بالای مخزن است نیتروژن خروجی بصورت بخار اشباع است. در نتیجه داریم.

$$V_L = m_L v_g = 0.5 \times 0.03120 = 0.0156 \text{ m}^3$$

$$2 \begin{cases} T_2 = 100K \\ v_2 = \frac{V}{m_2} = \frac{0.03265}{1.5} = 0.021766 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001452 \\ v_g = 0.03120 \end{cases} \Rightarrow v_f < v_2 < v_g \Rightarrow \text{در ناحیه دو فاز قرار داریم.}$$

ب) وقتی که شیر در کف مخزن است نیتروژن خروجی بصورت مایع اشباع است. در نتیجه داریم.

$$V_L = m_L v_f = 0.5 \times 0.001452 = 0.000726 \text{ m}^3 = 0.726L$$

به علت اینکه در حالت (ب)  $T_2$ ، همان مقدار حالت (الف) را دارند پس حالت نهایی درون مخزن به موقعیت شیر بستگی ندارد.

$$\begin{cases} m = 2kg \\ x = 0.5 \end{cases} \Rightarrow m_g = m_f = 1kg \quad \text{[در این مساله]}$$

یعنی اگر شیر در پایین مخزن باشد مقدار نیتروژن خروجی بصورت مایع اشباع خواهد بود.  $[m_f > m_L \Rightarrow]$

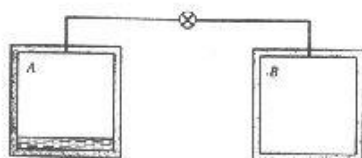
۶۰-۳ دو مخزن A و B را در نظر بگیرید که مطابق شکل ۶۰-۳ با یک شیر به هم وصل شده اند. حجم

هر کدام ۲۰۰L و مخزن A حاوی R-۱۲ در ۲۵°C و ۱۰٪ حجمی مایع و ۹۰٪ حجمی بخار

می باشد، درحالیکه مخزن B خلاء شده است. اکنون شیر باز می شود و بخار اشباع از A به B



می رود تا زمانی که فشار  $B$  با  $A$  برابر شود. در این لحظه شیر بسته می شود. این فرآیند چنان آهسته انجام می شود که تمام دماها در مدت انجام فرآیند در  $25^\circ C$  ثابت می مانند. کیفیت مخزن  $A$  چقدر تغییر کرده است ؟



$$T = 25^\circ C \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.000763 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g = 0.02685 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{fg} = 0.02609 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_f - \frac{V_f}{v_f} = 26.2123 \text{ kg} \\ m_g = \frac{V_g}{v_g} = 6.70391 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow m_{tot} = m_{1A} = m_g + m_f = 32.9162$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{m_g}{m_{tot}} = 0.203666$$

داریم:

از طرفی برای حالت نهایی داریم:

$$v_B = v_g)_{25^\circ C} = 0.02685 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \Rightarrow m_{2B} = \frac{V_B}{v_B} = \frac{0.2}{0.02685} = 7.44879 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m_{2A} = m_{tot} - m_{2B} = 25.4674 \Rightarrow v_{2A} = \frac{V_A}{m_{2A}} = 0.00785317 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow x_{2A} = \frac{v_{2A} - v_f}{v_{fg}} = 0.271758 \Rightarrow \Delta x = 6.81\%$$



## کار و حرارت

۴-۴ یک فنر غیر خطی دارای رابطه نیروی جابجایی به شکل  $F = k_{ns}(x-x_0)^n$  است. اگر انتهای فنر از حالت آزاد به  $x_1$  برسد رابطه را برای کار انجام شده تعیین کنید.

حل:

$$\begin{aligned} W &= \int_1^2 F dx = \int_{x_0}^{x_1} k_{ns}(x-x_0)^n \cos(0) dx \\ &= +k_{ns} \left[ \frac{1}{n+1} (x-x_0)^{n+1} \right]_{x_0}^{x_1} \\ W &= \frac{+k_{ns}}{n+1} (x_1-x_0)^{n+1} \end{aligned}$$

۴-۵ یک سیلندر پیستون بدون اصطکاک حاوی  $5\text{ kg}$  بخار آب گرم مبرد  $R-134a$  در  $1000\text{ kPa}$  و  $140^\circ\text{C}$  است. این مجموعه در فشار ثابت سرد می شود تا اینکه مبرد  $R-134a$  به عیار  $25\%$  می رسد. کار انجام شده فرآیند را محاسبه کنید.

حل:

$$1 \quad R-134a \begin{cases} P_1 = 1000\text{ kPa} \\ T_1 = 140^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow v_1 = 0.03150 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (\text{از جدول B.5.2})$$

$$2 \quad R-134a \begin{cases} P_2 = 1000\text{ kPa} \\ x = 25\% \end{cases} \quad (\text{درون یابی از جدول B.5.1})$$

۴۰ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$P$	$v_f$	$v_g$
1017.0	0.000873	0.02002
1000	?	?
887.6	0.000857	0.02310

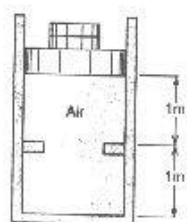
$$\Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.000871 \\ v_g = 0.02042 \end{cases}$$

$$v_2 = v_f + x v_g = 0.00576 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$${}_1w_2 = \int_1^2 p dv = P(v_2 - v_1) = 1000(0.00576 - 0.03150) = -25.74 \text{ kJ/kg}$$

$${}_1W_2 = m \times {}_1w_2 = -128.7 \text{ kJ}$$

۴-۶ ترکیب سیلندر/پیستون شکل P4.6 در ابتدا حاوی هوادر  $150 \text{ kPa}$  و  $400^\circ\text{C}$  می باشد. به سیستم



اجازه داده می شود تا دمای محیط،  $20^\circ\text{C}$ ، خنک شود.

الف) آیا پیستون در حالت نهایی بر روی نگه دارنده ها

خواهد ایستاد؟ فشار نهایی در سیلندر چقدر است؟

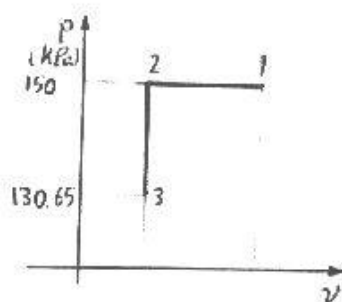
ب) کار ویژه انجام شده بوسیله هوادر این فرآیند چه

مقدار است؟

حل:

[نقطه 2 را نقطه ای در نظر می گیریم که پیستون

به نگهدارنده ها برخورد می کند.]



$$\begin{cases} P_1 = 150 \text{ kPa} \\ V_1 = 2 \times A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_2 = 150 \text{ kPa} \\ V_2 = 1 \times A \end{cases}$$

چون هوا گاز ایده ال است از معادله حالت

گاز ایده ال داریم:

$$\begin{cases} P_1 v_1 = RT_1 \\ P_2 v_2 = RT_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 \frac{2 \times A}{m} = RT_1 \\ P_2 \frac{1 \times A}{m} = RT_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{A}{m} = \frac{RT_1}{2P_1} =$$

$$= 0.64398 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{A}{m} = \frac{RT_1}{2P_1} \\ \frac{A}{m} = \frac{RT_2}{P_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{RT_1}{2P_1} = \frac{RT_2}{P_2} \\ P_1 = P_2 \end{cases} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2} T_1 = \frac{673.15 \text{ K}}{2}$$

$$T_2 = 336.575 \text{ K} = 63.425^\circ\text{C}$$

کار و حرارت / ۴۱

یعنی زمانی که دما به  $63.425^\circ\text{C}$  برسد پیستون روی نگهدارنده ها خواهد ایستاد. برای نقطه ۳ دما برابر  $20^\circ\text{C}$  و حجم برابر  $1 \times A$  داریم.

$$\begin{cases} P_3 v_3 = RT_3 \Rightarrow P_3 \frac{1 \times A}{m} = RT_3 \\ P_1 v_1 = RT_1 \Rightarrow P_1 \frac{2 \times A}{m} = RT_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_3}{2P_1} = \frac{T_3}{T_1} \Rightarrow P_3 = \frac{2P_1 T_3}{T_1} \Rightarrow P_3 = 130.647 \text{ kPa}$$

$$2 \rightarrow 3: V = \text{Cte} \Rightarrow v = \text{Cte} \Rightarrow dv = 0 \quad 1 \rightarrow 2: P = \text{Cte}$$

$$w = \int_1^3 P dv = \int_1^2 P dv + \int_2^3 P dv \Rightarrow w = \int_1^2 P dv \Rightarrow w = P \int_1^2 dv = P \Delta v$$

از طرفی :

$$\Delta v = \frac{\Delta V}{m} = \frac{1 \times A - 2 \times A}{m} = (1-2) \times \frac{A}{m} = -\frac{A}{m} = -0.64398 \text{ m}^3/\text{kg}$$

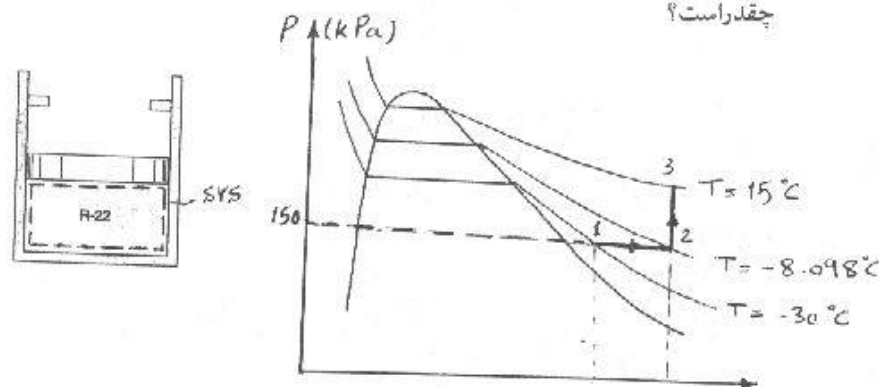
$$\Rightarrow w = 150 \times (-0.64398) = -96.597 \text{ kJ/kg}$$

۴-۷ یک سیلندر / پیستون حاوی R-22 است و در هنگام برخورد پیستون با موانع حجم سیلندر 11L است.

در حالت اولیه  $30^\circ\text{C}$  و  $150 \text{ kPa}$  با حجم 10L است. سیستم تا  $15^\circ\text{C}$  گرم می شود. الف) آیا

در حالت نهایی پیستون به موانع می رسد؟ ب) کار انجام شده توسط R-22 در طی این فرآیند

چقدر است؟



برای وضوح بیشتر مقیاس در شکل رعایت نشده است

حل: R-22 را سیستم فرض می کنیم:

$$\text{حالت اولیه} \left| \begin{array}{l} -30^\circ\text{C} \\ 150 \text{ kPa} \end{array} \right. \rightarrow v_1 = 0.14872 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{بخار فوق گرم}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{10 \times 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)}}{0.14872 \text{ (m}^3\text{/kg)}} = 0.067 \text{ kg}$$

۴۴ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

تا وقتی که پیستون به تکیه گاهها نرسیده است فرآیند به صورت فشار ثابت انجام خواهد گرفت:

$$\left| \begin{array}{l} P_2' = P_1 = 150 \text{ kPa} \\ T_2' = 15^\circ \text{C} \end{array} \right. \rightarrow v_2' = 0.18011 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (\text{بخار فوق گرم})$$

$$V_2' = m \times v_2' = 0.012 \text{ m}^3 = 12 \text{ L}$$

مشاهده می شود که برای اینکه فرآیند گرم شدن با فشار ثابت بطور کامل انجام شود باید حجم نهایی 12L باشد و چون در اینجا حجم نهایی 11L است بنابراین فرآیند گرم شدن تا 11L بطور فشار ثابت و بعد از آن بطور حجم ثابت انجام می گیرد و جواب قسمت اول سوال مثبت است برای فرآیند فشار ثابت داریم:

$$\left| \begin{array}{l} V_2 = 11 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ m = 0.067 \text{ kg} \end{array} \right. \rightarrow \left| \begin{array}{l} v_2 = \frac{11 \times 10^{-3}}{0.067} = 0.1642 \text{ m}^3/\text{kg} \\ p_2 = 150 \text{ kPa} \end{array} \right. \rightarrow T_2 = -8.098^\circ \text{C}$$

درانتهای فرآیند حجم ثابت:

$$\left| \begin{array}{l} v_3 = v_2 = 0.1642 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T_3 = 15^\circ \text{C} \end{array} \right. \quad (\text{بخار فوق گرم})$$

$P \text{ (kPa)}$	$v \text{ (m}^3/\text{kg)}$	
150	0.18011	
?	0.1642	$\rightarrow P_3 = 167.2 \text{ kPa}$
200	0.1339	

$$b) \quad W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = P_1 (V_2 - V_1) = 150(11 - 10) \times 10^{-3} = 0.15 \text{ kJ}$$

توضیح:

۱- برای پیدا کردن حجم ویژه در دمای  $15^\circ \text{C}$  در فشارهای  $150 \text{ kPa}$ ,  $200 \text{ kPa}$  باید بین دماهای  $10^\circ \text{C}$ ,  $20^\circ \text{C}$  در جدول بخار فوق گرم درونیابی کرد که در اینجا ذکر آن خودداری شده و فقط نتایج درج گردیده است.

۲- R-22 فقط در قسمت اول فرآیند یعنی فرآیند با فشار ثابت  $P_1$  کار انجام می دهد و بعد از آن به

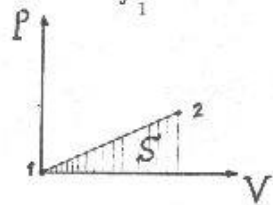
علت ثابت بودن حجم کاری انجام نخواهد شد.

۳- در دیاگرام  $P-V$  مقیاس رعایت نشده است و برای وضوح بیشتر فاصله ها بزرگ انتخاب شده است.  
 ۸- جرمی را در نظر بگیرید که یک فرآیند پلی تروپیک را طی می کند که در آن فشار با حجم نسبت مستقیم دارد ( $n=-1$ ). فرآیند با  $P=0, V=0$  شروع می شود و در پایان  $P=600kPa$  و  $V=0.01m^3$  است مجموعه فیزیکی شبیه مساله ۲۲-۲ است کار انجام شده بوسیله جرم روی مرزها را تعیین کنید.

$$PV^n = \text{const}, \quad n = -1$$

حل:

$$W_2 = \int_1^2 P dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{600 \times 0.01}{2} = 3 \text{ kJ}$$



روش دوم:

$$s = \int_1^2 P dV = \frac{600 \times 0.01}{2} = 3 \text{ kJ}$$

[سطح زیر منحنی  $P-V$  در فرآیند شبه تعادلی معرف

کار انجام شده است]

۹-۴ یک سیلندر پیستون حاوی  $50 \text{ kg}$  آب در  $200 \text{ kPa}$  با حجم  $0.1 \text{ m}^3$  می باشد. نگهدارنده های موجود بر روی سیلندر حجم نهایی را به  $0.1 \text{ m}^3$  محدود می نمایند؛ مانند شکل  $P-V$  اکنون آب تا دمای  $200^\circ \text{C}$  گرم می شود. فشار نهایی و کار انجام شده به وسیله آب را بیابید.

حل:

$$\text{داریم: } v_1 = \frac{V_1}{m} = \frac{0.1}{50} = 0.002 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$1 \begin{cases} P = 200 \text{ kPa} \\ v_1 = 0.002 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \quad 2 \begin{cases} P_2 = 200 \text{ kPa} \Rightarrow v_2 = 1.08034 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T_2 = 200^\circ \text{C} \Rightarrow V_2 = 54.017 \text{ m}^3 \end{cases}$$

ولی چون حجم مایه  $0.5 \text{ m}^3$  محدود است پس حالت ۲ غیر قابل قبول است و پیستون تا نقطه ۲ که به نگهدارنده ها برخورد می کند، کار انجام خواهد داد.

$$2 \begin{cases} P_2 = 200 \text{ kPa} \\ v_2 = \frac{0.5}{50} = 0.01 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

۴۴ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$W = \int_1^2 P dV = P \int_1^2 dV = P \Delta V = 200(0.5 - 0.1) = 200 \times 0.4 = 80 \text{ kJ}$$

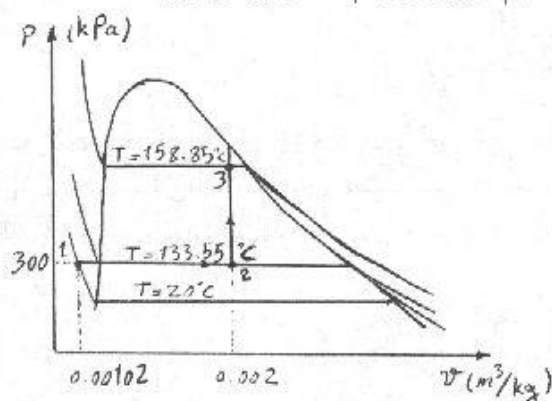
برای محاسبه فشار نهایی،  $P_3$ ، از شرایط نهایی داریم:

$$\begin{cases} v_3 = v_2 = 0.01 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T_3 = 200^\circ\text{C} \\ v_f)_{200^\circ\text{C}} = 0.001156 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g)_{200^\circ\text{C}} = 0.12736 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$\Rightarrow v_f < v_3 < v_g \Rightarrow$  در ناحیه دوفازه قرار دارد

$$P_3 = P_{\text{sat}})_{200^\circ\text{C}} = 1.5538 \text{ MPa}$$

۱۰-۴ یک سیلندر پیستون حاوی  $1 \text{ kg}$  آب مایع در  $20^\circ\text{C}$  و  $300 \text{ kPa}$  است و در ابتدا پیستون شناور است، نظیر مساله ۷-۴. اگر پیستون به موانع برسد حداکثر حجم داخلی آن  $0.002 \text{ m}^3$  خواهد بود. حال حرارت به مجموعه اضافه می شود بطوریکه فشار نهایی به  $600 \text{ kPa}$  می رسد. حجم نهایی و کار انجام شده در فرایند را تعیین کند.



حل:

آب داخل سیلندر را سیستم در نظر می گیریم:

$$\text{حالت اولیه} \left| \begin{array}{l} 20^\circ\text{C} \\ 300 \text{ kPa} \end{array} \right. \rightarrow v_1 \cong v_f)_{20^\circ\text{C}} = 0.001002 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$V_1 = m \times v_1 = 1 \times 0.001002 = 0.001002 \text{ m}^3$$

همان طور که از دیاگرام  $P-v$  مشاهده می شود فرایند گرم شدن تا زمانی که پیستون به تکیه گاهها برسد بصورت فشار ثابت با فشار  $P = P_1 = 300 \text{ kPa}$  انجام خواهد شد از آنجا که فشار نهایی دومین مساله بیشتر از این مقدار است می توان نتیجه گرفت که پیستون به تکیه گاهها برخورد کرده و بعد فشار در اثر افزایش دما و در یک فرآیند حجم ثابت افزایش یافته است:

کار و حرارت / ۴۵

$$\text{حالت ۲} \left\{ \begin{array}{l} P_2 = P_1 = 300 \text{ kPa} \\ v_2 = \frac{0.002}{1} = 0.002 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right. \rightarrow T_2 = T_{sat} = 133.55^\circ\text{C} \quad \text{ناحیه دوفازه}$$

$$\text{حالت ۳} \left\{ \begin{array}{l} P_3 = 600 \text{ kPa} \\ v_3 = v_2 = 0.002 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right. \rightarrow T_3 = T_{sat} = 158.85^\circ\text{C} \quad \text{ناحیه دوفازه}$$

بنابراین حجم نهایی  $v_3 = v_2 = 0.002 \text{ m}^3$  و کار انجام شده (فقط در قسمت فشار ثابت) برابر است با:

$$W = \int_1^2 p dv = m P_1 (v_2 - v_1) = 1 \times 300 (0.002 - 0.001002) = 0.2994 \text{ kJ}$$

۱۱-۴ یک سیلندر پیستون محتوی بوتان،  $(C_4 H_{10})$  در  $300^\circ\text{C}$ ،  $100 \text{ kPa}$  با حجم  $0.02 \text{ m}^3$  می باشد اکنون گاز به آرامی طی فرآیند همدمای تا فشار  $300 \text{ kPa}$  متراکم می شود.

الف) نشان دهید که فرض رفتار گاز ایده ال برای بوتان طی این فرآیند منطقی است.

ب) کار انجام شده طی این فرآیند توسط بوتان را تعیین کنید.

حل:

$$2 \left\{ \begin{array}{l} T_r = \frac{T}{T_{cr}} = \frac{573.1}{425.2} \cong 1.35 \\ P_r = \frac{P}{P_{cr}} = \frac{300}{3800} \cong 0.079 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{الف)} \\ \text{از جدول } A.2, T_{cr}, P_{cr} \\ \text{برای بوتان بدست می آید.} \end{array}$$

بما راجعه به نمودار عمومی تراکم پذیری  $Z \cong 1$

چون در طی فرآیند  $T_r$  ثابت و  $P_r$  همواره کوچکتر از  $0.079$  است پس همواره  $Z \cong 1$  می ماند.

پس با تقریب بسیار خوب می توانیم بگوییم که بوتان طی این فرآیند از رفتار گاز ایده ال پیروی

می کند

$$\left\{ \begin{array}{l} W_2 = \int_1^2 p dv \\ PV = mRT \Rightarrow P = \frac{mRT}{V} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \Rightarrow W_2 = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \\ T = \text{const} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 = mRT \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \end{array} \quad \text{ب)}$$

$${}_1W_2 = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 V_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = -2.197 \text{ kJ}$$

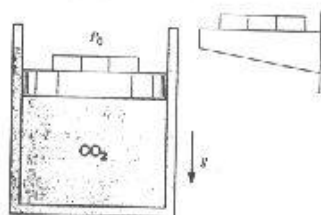


۴۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

۴-۱۲ سیلندر / پیستون نشان داده شده در شکل ۴-۱۲ حاوی دی اکسیدکربن در  $100^\circ\text{C}$ ,  $300\text{kPa}$  با حجم  $0.2\text{m}^3$  می باشد. وزنه هابروی پیستون طوری اضافه می شوند که گاز طبق رابطه  $PV^{1.2} = C$  تا دمای نهایی  $200^\circ\text{C}$  فشرده می شود. کار انجام شده در حین فرآیند را بیابید.

حل:

برای تعیین پارامترهای مورد نیاز درحالات اولیه و پایانی به دیاگرام عمومی تراکم پذیری مراجعه می کنیم. از جدول ثابتهای بحرانی  $A.2$  برای دی اکسیدکربن داریم:



$$T_c = 304.1\text{K}, P_c = 7.38\text{ MPa} = 7380\text{kPa}$$

$$R_{\text{CO}_2} = 0.1889 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$P_1 = 300\text{kPa} \Rightarrow P_{r1} = \frac{300}{7380} = 0.0406504$$

$$T_1 = 100^\circ\text{C} = 373.15\text{K} \Rightarrow T_{r1} = 1.22706$$

از جدول خواص گازهای ایده ال  $A.5$  داریم:

$$\Rightarrow Z \approx 1$$

یعنی دی اکسیدکربن در این حالت از معادله گاز ایده ال با تقریب مهندسی پیروی می کند.

$$\Rightarrow v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{0.1889 \times 373.15}{300} = 0.23496 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow m = \frac{V_1}{v_1} = 0.851208 \text{ kg}$$

$$PV^{1.2} = c \Rightarrow c = P_1 V_1^{1.2} = 300 \times 0.2^{1.2} = 43.4868 \quad \text{رابطه پلی تروپیک داده شده:}$$

$$\begin{cases} PV^{1.2} = 43.4868 \\ PV = mZRT = 76.0793 Z \Rightarrow \\ \Rightarrow P^{1.2} V^{1.2} = 180.934 Z^{1.2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P^{0.2} = 4.16066 Z^{1.2} \\ P = 1246.85 Z^6 \\ P_{r2} = \frac{P_2}{P_c} = 0.16895 Z^6 \end{cases}$$

$\delta$  را بصورت زیر تعریف می کنیم تا با درون یابی به صفر به مقدار  $P_{r2}$  برسیم:

$$\delta = P_{r2} - 0.16895 Z^6$$

$$T_r = 1.6 \begin{cases} P_{r2} = 0.2 \Rightarrow Z = 0.99 \\ \Rightarrow \delta = 0.0409373 \end{cases}$$

$$T_r = 1.6 \begin{cases} P_{r2} = 0.04 \Rightarrow Z \approx 1 \\ \Rightarrow \delta = -0.12895 \end{cases}$$

$$\delta = 0 \Rightarrow P_{r2} = 0.161445 \Rightarrow P_2 = P_{r2} P_c = 1.19147 \text{ MPa}$$

درون یابی:

$$\Rightarrow V_2 = \left( \frac{43.4868}{P_2} \right)^{\frac{1}{1.2}} = 0.0633719 \text{ m}^3$$

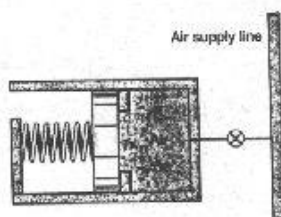
$$\Rightarrow W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = -77.5286 \text{ kJ}$$

باتوجه به توان شش برای  $Z$  در رابطه  $\delta$  و درون یابی خطی انجام شده تنها دورقم علمی قابل قبول است

یعنی  $W = -78 \text{ kJ}$

۱۳- فشار هوا در یک مجموعه سیلندر پیستون بارگذاری شده با فنو با حجم رابطه خطی  $P = A + BV$ ، شرایط اولیه  $P = 150 \text{ kPa}$  و  $V = 1 \text{ L}$  و حالت نهایی  $800 \text{ kPa}$  و حجم  $1.5 \text{ L}$  است. کار انجام شده توسط هوا را بیابید.

حل:



$$\begin{aligned} \text{حالت اولیه} \quad & \begin{cases} P_1 = 150 \text{ kPa} \\ V_1 = 1 \text{ L} = 0.001 \text{ m}^3 \end{cases} \rightarrow P_1 = A + BV_1 \\ \Rightarrow 150 &= A + 0.001B \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{حالت ثانویه} \quad \begin{cases} P_2 = 800 \text{ kPa} \\ V_2 = 1.5 \text{ L} = 0.0015 \text{ m}^3 \end{cases} \rightarrow 800 = A + 0.0015B \quad (2)$$

از حل دو معادله ۱، ۲،  $A, B$  تعیین می شود:

$$\begin{cases} A = -1150 \\ B = 1.3 \times 10^6 \end{cases} \Rightarrow P = 1.3 \times 10^6 V - 1150$$

$$W_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{0.001}^{0.0015} (1.3 \times 10^6 V - 1150) dV = 0.237 \text{ kJ} = 237 \text{ J}$$

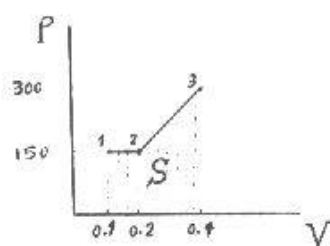
۱۵- یک فرایند دو قسمتی را در نظر بگیرید که در مرحله اول آن یک فرآیند انبساطی در فشار ثابت  $150 \text{ kPa}$

از  $0.1 \text{ m}^3$  تا  $0.2 \text{ m}^3$  داریم و در مرحله دوم آن در حالیکه فشار طبق رابطه خطی از

$150 \text{ kPa}$  به  $300 \text{ kPa}$  می رسد، انبساط از  $0.2 \text{ m}^3$  تا  $0.4 \text{ m}^3$  صورت می گیرد. فرآیند

را روی دیاگرام  $P-V$  نشان داده و کار نهایی مرزها را پیدا کنید.

حل:



$${}_1W_3 = {}_1W_2 + {}_2W_3$$

$$P = 750V \quad \text{در قسمت دوم فرایند داریم.}$$

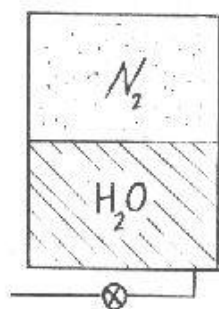
$${}_1W_3 = \int_1^2 p dV + \int_2^3 p dV = -P_1(V_2 - V_1) + \frac{750}{2}(V_3^2 - V_2^2)$$

$$\Rightarrow {}_1W_3 = 150 \times 0.1 + \frac{750}{2}(0.4^2 - 0.2^2) = 60 \text{ kJ}$$

برای پیدا کردن  ${}_1W_3$  می توانیم سطح زیر نمودار  $P-V$  را نیز محاسبه کنیم.

$${}_1W_3 = 150 \times 0.1 + \frac{150 + 300}{2}(0.4 - 0.2) = 60 \text{ kJ} \quad \text{در این صورت داریم:}$$

۱۷- فضای گاز بالای آب در یک مخزن بسته، حاوی نیتروژن در  $25^\circ\text{C}$ ،  $100 \text{ kPa}$  است و حجم کل مخزن  $4 \text{ m}^3$  می باشد. این مخزن دارای  $500 \text{ kg}$  آب در  $25^\circ\text{C}$  است.  $500 \text{ kg}$  دیگر آب به داخل مخزن رانده می شود. با فرض دمای ثابت در تمام فرایند، فشار نهایی نیتروژن و کار انجام شده روی نیتروژن را بیابید.



حل:

با توجه به اینکه آب در تمام فرایند در حالت مایع متراکم قرار دارد می توان آنرا تراکم ناپذیر دانست و از  $v_f$  در دمای  $25^\circ\text{C}$  برای حجم ویژه آن در تمام طول فرایند استفاده کرد.

$$v_{H_2O} = v_{f, 25^\circ\text{C}} = 0.001003 \text{ m}^3/\text{kg}$$

از جدول ثابتهای بحرانی  $4.2$  برای نیتروژن داریم:

$$T_c = 126.2 \text{ K}, \quad P_c = 3.39 \text{ MPa}$$

$$R = 0.2968 \text{ kJ/kgK}$$

از جدول گازهای ایده ال برای نیتروژن داریم:

داریم:

$$V_1)_{H_2O} = vm = 0.001003 \times 500 = 0.5015 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow V_1)_{N_2} = 4 - V_1)_{H_2O} = 3.4985 \text{ m}^3$$

از طرفی:

$$V_2)_{H_2O} = vm = 0.001003 \times 1000 = 1.003 \text{ m}^3 \rightarrow V_2)_{N_2} = 2.997 \text{ m}^3$$

از جدول نیتروژن فراگرم B.6.2 داریم:

$$P=100kpa: \begin{cases} T=280K \Rightarrow v=0.83072 \\ T=300K \Rightarrow v=0.89023 \end{cases} T_1=298.15 \Rightarrow v_1=0.884725 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (I)$$

$$\Rightarrow m_{N_2} = \frac{V_1}{v_1} = 3.95433 \text{ kg} \Rightarrow v_2)_{N_2} = \frac{V_2)_{N_2}}{m} = 0.757902 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P=200kpa \begin{cases} T=280K \Rightarrow v=0.4152 \\ T=300K \Rightarrow v=0.44503 \end{cases} T=298.15 \Rightarrow v=0.442271 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow T=25^\circ C \Rightarrow \begin{cases} v=0.442271 \Rightarrow P=200kPa \\ v=0.884725 \Rightarrow P=100kPa \end{cases} v=0.757902 \Rightarrow P=128.663kPa$$

$$\Rightarrow P_{r2} = \frac{P}{P_c} = 0.037954$$

$$P_{r1} = \frac{P_1}{P_c} = 0.0295$$

همینطور برای  $P_1$  داریم:

$$\text{بامراجعه به دیاگرام عمومی تراکم پذیری برای } P_{r1}, P_{r2} \text{ در دمای } T_r = \frac{298.15}{T_c} = 2.4 \text{ می بینیم}$$

که در این فاصله گاز نیتروژن با تقریب بسیار خوبی از معادله حالت گاز ایده ال پیروی می کند.

$$w = \frac{W}{m} = \int_1^2 P dv = \int_1^2 \frac{RT}{v} dv = RT \ln \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow W = mw = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = -54.1407 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow W = -54.1407 \text{ kJ}$$

۱۹-۴ یک بالن طوری رفتار می کند که فشار داخل آن با مربع قطرش متناسب است و حاوی  $2 \text{ kg}$  آمونیاک در  $0^\circ C$  و کیفیت  $60\%$  است. بالن و آمونیاک گرم می شوند تا جایی که فشار نهایی به  $600 \text{ kPa}$  می رسد. مقدار کار را با در نظر گرفتن آمونیاک به عنوان سیستم محاسبه کنید.

حل:

$$\begin{cases} T_1 = 0^\circ C \\ x = 60\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 429.6 \text{ kPa} \\ v_{1f} = 0.001566 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{1g} = 0.2892 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{1fg} = 0.28763 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_{1f} + x v_{1fg} \\ v_1 = 0.001566 + 0.6 \times 0.28763 \\ v_1 = 0.174144 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2 \text{ kg} \\ v_1 = 0.174144 \end{cases} \Rightarrow V_1 = 0.348 \text{ m}^3$$

$$V = \frac{1}{6} \pi D^3 \Rightarrow D^2 = \left( \frac{6V}{\pi} \right)^{2/3}, P = k D^2 \Rightarrow P = k = \left( \frac{6V}{\pi} \right)^{2/3}$$

۵۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$P_1 = k \left( \frac{6V_1}{\pi} \right)^{2/3} \Rightarrow 429.6 = k \times 0.761 \Rightarrow k = 564.2$$

$$\Rightarrow k = 564.2 \Rightarrow P = 564.2 \left( \frac{6V}{\pi} \right)^{2/3}$$

$$P_2 = 564.2 \left( \frac{6V_2}{\pi} \right)^{2/3} \Rightarrow 600 = 564.2 \left( \frac{6V_2}{\pi} \right)^{2/3} \Rightarrow V_2 = 0.574 \text{ m}^3$$

$$W_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{0.348}^{0.574} 564.2 \left( \frac{6V}{\pi} \right)^{2/3} dV = 116.87 \text{ kJ}$$

۲۰-۴ یک سیلندر پیستون محتوی  $0.5 \text{ kg}$  میرد  $R-134a$  بصورت بخار اشباع در  $-10^\circ \text{C}$  را در نظر بگیرید. حال این مجموعه را تا فشار  $500 \text{ kPa}$  طی فرآیند پلی تروپیک با  $n=1.5$  متراکم می‌کنیم. حجم و دمای نهایی را پیدا کنید و کار انجام شده طی فرآیند را بدست آورید.

حل:

$$1) \quad R-134a \quad \begin{cases} T_1 = -10^\circ \text{C} \\ x=1 \\ m=0.5 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 201.7 \text{ kPa} \\ v_1 = v_g = 0.09921 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \Rightarrow V_1 = mv_1 = 0.049605 \text{ m}^3$$

$$PV^{1.5} = \text{const} \quad n=1.5 \text{ با تروپیک}$$

$$2) \quad \begin{cases} P_2 = 500 \text{ kPa} \\ V_2 = ? \\ T_2 = ? \end{cases} \quad , W_2 = ?$$

$$P_2 V_2^{1.5} = P_1 V_1^{1.5} \Rightarrow V_2 = 0.02708 \text{ m}^3$$

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.05416 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$2) \quad \begin{cases} P_2 = 500 \text{ kPa} \\ v_2 = 0.05416 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

بامراجعه به جدول (B.5.1) چون  $v_2 > v_g$  at  $500 \text{ kPa}$  پس  $R-134a$  در این حالت، فراگرم است.

بامراجعه به جدول (B.5.2)

500 kPa	
$v$	$T$
0.05247	70
0.05416	$T_2 = ? \Rightarrow T_2 = 79^\circ \text{C}$
0.05435	80

$${}_1W_2 = \int_1^2 p dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = -7.07 \text{ kJ}$$

۴-۲۱ سیلندری به حجم اولیه  $3 \text{ m}^3$  حاوی  $0.1 \text{ kg}$  آب در دمای  $40^\circ \text{C}$  است. اکنون آب در یک فرآیند هم دما و شبه تعادلی تا کیفیت  $50\%$  فشرده می شود. کار انجام شده در این فرایند را با فرض گاز ایده ال برای بخار آب بدست آورید.

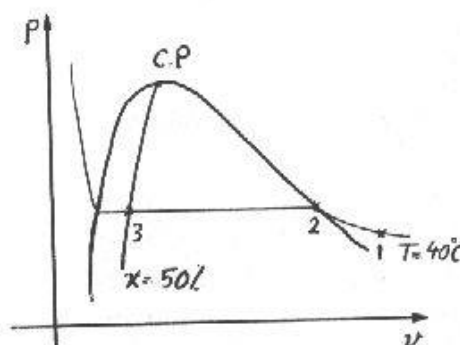
حل:

فرآیند از شروع (نقطه ۱) تا بوجود آمدن اولین قطرات مایع (نقطه ۲) در حالت ابرگرم انجام می شود که طبق فرض مساله از معادله حالت گاز ایده ال تبعیت می کند. از نقطه ۲ تا پایان فرآیند (نقطه ۳) فشار ثابت است زیرا در منطقه دوفاز قرار داریم.

از جدول آب اشباع (B.1.1)

از فرض مساله:

$$1) \begin{cases} T = 40^\circ \text{C} \\ v_1 = \frac{3}{0.1} = 30 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$



$$\begin{cases} (P_1)_{sat} = 7.384 \text{ kPa} \\ v_f = 0.001008 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g = 19.5229 \\ v_{fg} = 19.5219 \end{cases}$$

از جدول (A.5)  $R_{steam} = 0.4615$

نقطه ۱ در حالت ابرگرم قرار دارد  $\Rightarrow v_1 > v_g$  at  $40^\circ \text{C}$

داریم:

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_{v_1}^{v_2} p dv = m \int_{v_1}^{v_2} p dv = mRT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = mRT \ln \frac{v_2}{v_1} = -6.20866 \text{ kJ}$$

$$v_3 = v_f + x v_{fg} = 0.001008 + 0.5 \times 19.5219 = 9.76196 \text{ m}^3/\text{kg}$$

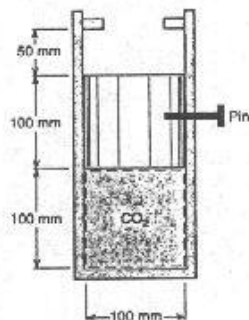
برای فرایند فشار ثابت از ۲ تا ۳ داریم:

$$W_{2 \rightarrow 3} = \int_{v_2}^{v_3} p dv = mP \int_{v_2}^{v_3} dv = mP(v_3 - v_2) = -7.20748 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} = -13.4161 \text{ kJ}$$

۴-۲۲ فرایند غیر تعادلی مسئله (۷-۳) را در نظر بگیرید. کار انجام شده روی دی اکسید کربن درون سیلندر در طی فرآیند را محاسبه کنید.

حل: با مراجعه به حل مساله ۷-۳:



$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_{V_1}^{V_2} P_{ext} dV \quad \text{در فرآیند غیر تعادلی داریم:}$$

$$P_{ext} = \frac{m_p g}{A_p} + P_{atm}$$

$$P_{ext} = \frac{6.28 \times 9.81}{7.85 \times 10^{-3}} \times \frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ Pa}} + 101 \text{ kPa}$$

$$P_{ext} = 108.848 \text{ kPa} = Cte$$

تا وقتی که پیستون حرکت می کند کار انجام می شود وقتی که پیستون در موانع ثابت شده دلیل اینکه  $dV=0$  کاری انجام نخواهد شد.

$$V_1 = 7.85 \times 10^{-3} \times 0.1 = 7.85 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

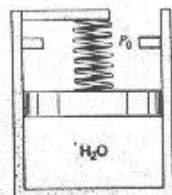
$$V_2 = 7.85 \times 10^{-3} \times 0.15 = 1.1775 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow W_{1,2} = P_{ext}(V_2 - V_1) = 108.848(1.1775 \times 10^{-3} - 7.85 \times 10^{-4}) = 0.0427 \text{ kJ}$$

$$W_{1,2} = 42.7 \text{ J}$$

۲۳-۴ دو کیلوگرم آب در یک سیلندر پیستون با جرم پیستون ناچیز را در نظر بگیرید که بایک فنر خطی و محیط بیرونی بارگذاری می شود در ابتدا نیروی فنر صفر،  $P_1 = P_0 = 100 \text{ kPa}$  و با حجم  $0.2 \text{ m}^3$  می باشد وقتی پیستون به موانع بالایی می رسد حجم  $0.8 \text{ m}^3$  و درجه حرارت  $T = 600^\circ \text{C}$  می شود. حال مجموعه را حرارت می دهیم تا فشار به  $1.2 \text{ MPa}$  برسد. درجه حرارت نهایی را پیدا کنید. نمودار  $P-V$  را رسم و مقدار کار انجام شده طی فرآیند را بدست آورید.

حل:  
(1)



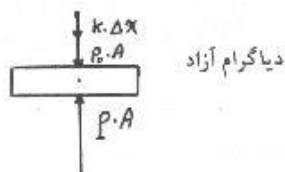
$$P_1 = P_0 = 100 \text{ kPa} \Rightarrow v_f = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_g = 1.69400 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$| \Rightarrow v = \frac{V}{m} = 0.1 \text{ m}^3/\text{kg}$$

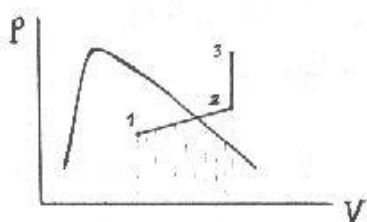
$$V_1 = 0.2 \text{ m}^3$$



در ناحیه دوفازه قرار داریم.  $v_f < v < v_g \Rightarrow$

$$2) \begin{cases} T_2 = 600^\circ\text{C} \\ V_2 = 0.8 \text{ m}^3 = 4V_1 \Rightarrow v_2 = 0.4 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

در ناحیه فراگرم قرار داریم.



600°C (B.1.3)

$v$	$P$
0.40109	1000 kPa
0.4	$P_2 = ? \rightarrow 1003.2 \text{ kPa}$
0.33393	1200

از دیافراگم آزاد داریم:  $\sum F_y = 0 \Rightarrow P = P_0 + \frac{k\Delta x}{A} = P_0 + \frac{k\Delta V}{A^2}$

$$\frac{k}{A^2} = D \Rightarrow P = P_0 + D(V - V_1)$$

$$P_2 = P_0 + D(V_2 - V_1) \Rightarrow 1003.2 = 100 + D(0.8 - 0.2) \Rightarrow D = 1505.33$$

از حالت ۲ به بعد پیستون به مانعها چسبیده است.

$$3) \begin{cases} P_3 = 1.2 \text{ MPa} = 1200 \text{ kPa} > P_2 \Rightarrow V_3 = V_2 \\ v_3 = 0.4 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

1200 kPa (B.1.3)

$v$	$T$
0.37294	700
0.4	$T_3 = ? \Rightarrow T_3 = 770^\circ\text{C}$
0.41177	800

$$\left( \int_2^3 p dV = 0 \right)$$

از مساحت ذوزنقه داریم:

$$W_{1-3} = W_{1-2} + W_{2-3} = \int_1^2 p dV + \int_2^3 p dV = \frac{P_1 + P_2}{2} (V_2 - V_1)$$

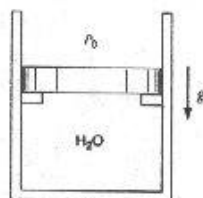


۵۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$W_{1-3} = \frac{100 + 1003.2}{2} (0.8 - 0.2) = 331 \text{ kJ}$$

۲۴-۴ سیلندر پیستون نشان داده شده در شکل ۲۴-P۴ حاوی ۱ kg آب در دمای ۲۰°C و حجم ۰.۱ m<sup>۳</sup> می باشد. در ابتدا پیستون بر روی نگهدارنده ها بوده و سطح باز آن در مقابل اتمسفر با فشار P<sub>۰</sub> می باشد. جرم پیستون طوریست که با فشار درون سیلندر معادل ۴۰۰ kPa از روی نگهدارنده ها به حرکت درمی آید. آب تا چه دمایی باید گرم شود تا پیستون حرکت کند؟ اگر آب تا حالت بخار اشباع گرم شود، دما و حجم نهایی و کار، W<sub>۲</sub> را بیابید.

حل:



$$\begin{cases} P = 400 \text{ kPa} \\ v_1 = \frac{0.1}{1} = 0.1 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \quad \text{برای لحظه بلند شدن داریم:}$$

$$\begin{cases} T_{\text{sat}, 400 \text{ kPa}} = 143.63^\circ\text{C} \\ v_f = 0.001084 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{fg} = 0.46138 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g = 0.46246 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \quad \begin{aligned} &\text{از جدول آب اشباع (B.1.2) داریم:} \\ &\Rightarrow v_f < v_1 < v_g \\ &\text{در منطقه دو فاز قرار داریم} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T_1 = T_{\text{sat}, 400 \text{ kPa}} = 143.63^\circ\text{C}$$

$$\begin{cases} P = 400 \text{ kPa} \\ v_2 = v_g = 0.46246 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \quad \begin{aligned} &\text{در حالت نهایی داریم:} \\ &\Rightarrow T_2 = T_{\text{sat}, 400 \text{ kPa}} = 143.63^\circ\text{C} \end{aligned}$$

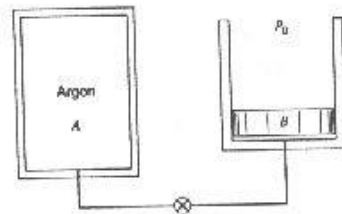
$$V_2 = m \times v_2 = 0.46246 \text{ m}^3$$

کار انجام شده از شروع فرآیند تا نقطه ۱ صفر است زیرا تغییر حجم در این فرآیند وجود ندارد

$$\Rightarrow W_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = P \int_{V_1}^{V_2} dV = P (V_2 - V_1) = 144.984 \text{ kJ}$$

۲۷-۴ مخزن A به حجم ۴۰۰ L حاوی گاز آرگون در ۲۵۰ kPa، ۳۰°C است. سیلندر B دارای پیستون بدون اصطکاک است و جرم پیستون طوریست که فشار ۱۵۰ kPa آنرا شناور می کند. و در ابتدا خالی است. شیر بازمی شود و آرگون وارد B میشود تا نهایتاً به حالت یکنواخت ۱۵۰ kPa، ۳۰°C برسد. کار انجام شده توسط آرگون چقدر است.

حل:



آرگون را به عنوان سیستم در نظر می گیریم.  
فرآیند به صورت غیر تعادلی صورت می گیرد  
با بکار بردن معادله حالت گاز ایده ال برای آرگون:

$$T_1 = T_2 = 30^\circ C, \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow 250 \times 0.4 = 150 \times V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = 0.667 \text{ m}^3$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 P_{ext} dV = 150(0.667 - 0.4) = 40 \text{ kJ} \quad (\text{غیر تعادلی})$$

۲۸-۴ مواد در  $200 \text{ kPa}$ ،  $30^\circ C$  در یک سیلندر پیستون به حجم اولیه  $0.1 \text{ m}^3$  قرار دارد. فشار داخل با فشار محیط  $100 \text{ kPa}$ ، به علاوه یک نیروی بیرونی که متناسب با  $V^{0.5}$  است، متوازن می شود. حال به سیستم حرارت می دهیم تا فشار نهایی به  $225 \text{ kPa}$  برسد؛ دمای نهایی و مقدار کار انجام شده طی این فرآیند را تعیین کنید.

حل:

$$1) \begin{cases} P_1 = 200 \text{ kPa} \\ T_1 = 30^\circ C = 303.1 \text{ K} \\ V_1 = 0.1 \text{ m}^3 \end{cases} \quad P_1 V_1 = m R T_1 \Rightarrow m = 0.23 \text{ kg}$$

$$P = P_0 + k V^{0.5} \Rightarrow P_1 = P_0 + k V_1^{0.5} \Rightarrow 200 = 100 + k(0.1)^{0.5} \Rightarrow k = 316.23$$

$$2) \begin{cases} P_2 = 225 \text{ kPa} \\ T_2 = ? \end{cases} \quad P_2 = P_0 + k V_2^{0.5} \Rightarrow 225 = 100 + 316.23 V_2^{0.5} \Rightarrow V_2 = 0.156247 \text{ m}^3$$

$$P_2 V_2 = m R T_2 \Rightarrow T_2 = 532.58 \text{ K}$$

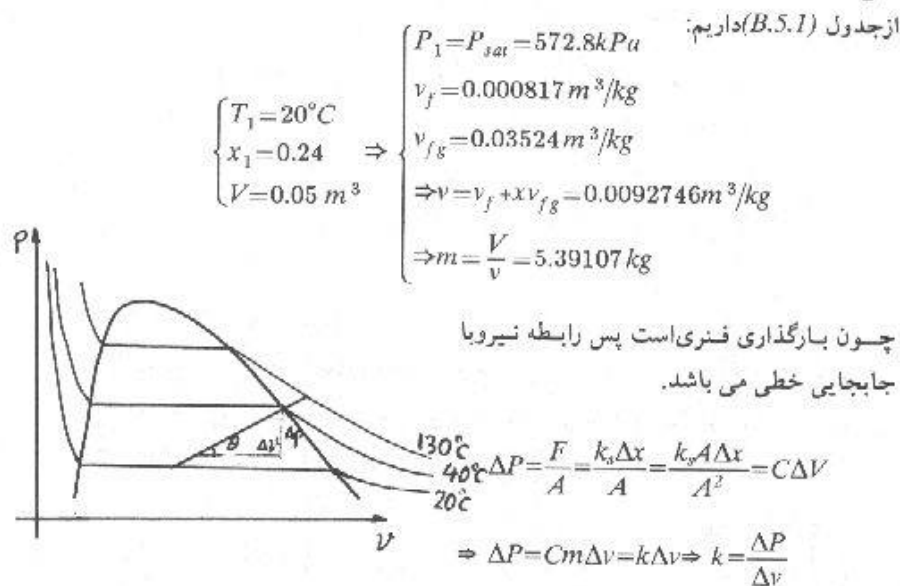
$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_{V_1}^{V_2} (P_0 + k V^{0.5}) dV = \left( P_0 V + \frac{2}{3} k V^{\frac{3}{2}} \right) \bigg|_{0.1}^{0.156247}$$

$$\Rightarrow W_2 = 11.98 \text{ kJ}$$

۵۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

۲۹-۴ ترکیب سیلندر پیستونی با بارگذاری فنری حاوی  $R-134a$  در دمای  $20^\circ C$  و کیفیت 24% با حجم 50L می باشد. مجموعه برانر گرما با حرکت پیستون در مقابل فنر منبسط می شود. در زمانی که آخرین قطرات مایع ناپدید می شوند دما  $40^\circ C$  است. گرم کردن در  $130^\circ C$  متوقف می گردد. تایید کنید فشار نهایی 1200 kPa است و کار انجام شده را بیابید.

حل:



برای نقطه 2 از جدول (B.5.1) داریم:

$$\begin{cases} T_2 = 40^\circ C \\ x_2 = 1.00 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2 = v_g = 0.02002 \text{ m}^3/\text{kg} \\ P_2 = P_{sat} = 1017 \text{ kPa} \end{cases} \Rightarrow k = \frac{P_2 - P_1}{v_2 - v_1} = 41338.6$$

$$\Rightarrow P = 41338.6v + 189.101$$

د راه صورت زیر تعریف می کنیم تا با درون یابی به صفر  $P$  را بیابیم:

$$\delta = P \cdot (41338.6v + 189.101)$$

از جدول (B.5.2)

$$T_3 = 130^\circ C \begin{cases} P = 1200 \text{ kPa} \rightarrow v = 0.02504 \text{ m}^3/\text{kg} \\ \Rightarrow \delta = -24.2195 \end{cases}$$

$$T_3 = 130^\circ\text{C} \begin{cases} P = 1400 \text{ kPa} \Rightarrow v = 0.02112 \text{ m}^3/\text{kg} \\ \Rightarrow \delta = 337.828 \end{cases}$$

$$\delta = 0 \Rightarrow P = 1213.38 \text{ kPa}$$

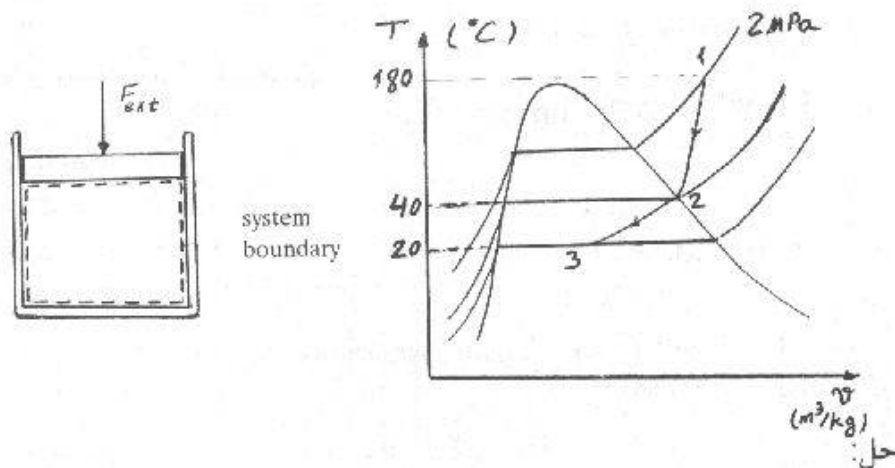
اگر محاسبات را با دورقم علمی انجام می دادیم داشتیم  $P_3 = 1.2 \text{ MPa}$  با این فرض ۱٪ خطا مرتکب می شویم که خطای ناچیزی است.

$$P_3 = 1.2 \text{ MPa} \Rightarrow v_3 = 0.02504 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$W_{1-3} = \int_1^3 p dV = m \int_1^3 p dv = 5.39107 (\text{kg}) \times \int_{0.0092746}^{0.02504} (41338.6v + 189.101) dv$$

$$\Rightarrow {}_1W_3 = 76.3537 \text{ kJ}$$

۳۰-۴ یک سیلندر حاوی ۱۰ kg آمونیاک دارای پیستونی است که بطور خارجی بارگذاری شده است. در آغاز آمونیاک در ۲ MPa، ۱۸۰°C قرار دارد و سپس سرد می شود تا به بخار اشباع در ۴۰°C برسد باز هم سیستم سرد می شود تا به ۲۰°C برسد که در این حالت کیفیت ۵۰٪ است کارکل را برای فرآیند پیدا کنید (تغییرات P در مقابل V را خطی فرض کنید).



مراحل فرآیند در روی نمودار T-v نشان داده شده است (برای وضوح بیشتر مقیاسها و نسبت ها رعایت

نشده است)

$$\text{حالت 1} \begin{cases} P_1 = 2 \text{ MPa} \\ T_1 = 180^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow v_1 = 0.10571 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow V_1 = m v_1 = 1.0571 \text{ m}^3$$

$$\text{حالت 2} \begin{cases} T_2 = 40^\circ\text{C} \\ \text{بخار اشباع} \end{cases} \rightarrow v_2 = v_g \mid_{40^\circ\text{C}} = 0.0831 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} V_2 = mv_2 = 0.8313 \text{ m}^3 \\ P_2 = P_{\text{sat}} \mid_{40^\circ\text{C}} = 1554.9 \text{ kPa} \end{cases}$$

$$\text{حالت 3} \begin{cases} T_3 = 20^\circ\text{C} \\ x_3 = 50\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001638 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{fg} = 0.14758 \text{ m}^3/\text{kg} \\ P_3 = P_{\text{sat}} \mid_{20^\circ\text{C}} = 857.5 \text{ kPa} \end{cases}, v_3 = v_f + x_3 v_{fg}$$

$$\Rightarrow v_3 = 0.001638 + 0.5 \times 0.14758 = 0.075428 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow V_3 = mv_3 = 0.75428 \text{ m}^3$$

$$P = AV + B$$

اگر تغییرات  $P$  در مقابل  $V$  را خطی بگیریم:

در بین حالات 1, 2:

$$2 \text{ MPa} = 2000 \text{ kPa} = 1.0571A + B$$

حالت 1

$$1554.9 \text{ kPa} = 0.8313A + B$$

حالت 2

با حل دستگاه دو معادله دو مجهولی:

$$\begin{cases} A = 1971.2 \\ B = -83.77 \end{cases} \Rightarrow P_{1-2} = 1971.2V - 83.77$$

در بین حالات 2, 3:

$$1554.9 = 0.8313A' + B'$$

حالت 2

$$857.5 = 0.75428A' + B'$$

حالت 3

از حل دستگاه بالا داریم:

$$\begin{cases} A' = 9054.79 \\ B' = -5972.35 \end{cases} = P_{2-3} = 9054.79V - 5972.35$$

$$W_{1-3} = W_{1-2} + W_{2-3} = \int_1^2 p dV + \int_2^3 p dV$$

$$W_{1-3} = \int_{1.0571}^{0.8313} (1971.2V - 83.77) dV + \int_{0.8313}^{0.75428} (9054.79V - 5972.35) dV$$

$$W_{1-3} = -401.34 - 92.9 = -494.24 \text{ kJ}$$

$$w_{1-3} = \frac{-494.24}{10} = -49.424 \text{ kJ/kg}$$

۳۱-۴ یک سیلندر قائم (شکل ۳۱-۴) دارای پیستون  $90 \text{ kg}$  می باشد که بایک پین نگه دارنده قفل شده است. سیلندر محتوی  $10 \text{ L}$  مبرد  $R-22$  در دمای  $10^\circ \text{C}$  و کیفیت  $90\%$  می باشد. فشار اتمسفر یک  $100 \text{ kPa}$  و سطح مقطع سیلندر  $0.006 \text{ m}^2$  است. اکنون پین برداشته می شود تا پیستون حرکت کرده و در درجه حرارت نهایی  $10^\circ \text{C}$  متوقف گردد. فشار، حجم نهایی و مقدار کار انجام شده توسط  $R-22$  را پیدا کنید.

حل:

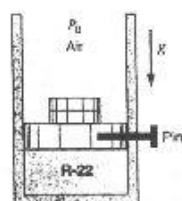
از جدول (B.4.1)

$$P_1 = 680.7 \text{ kPa}$$

$$1) R-22 \begin{cases} T_1 = 10^\circ \text{C} \\ x = 90\% \\ V_1 = 10 \text{ L} = 0.01 \text{ m}^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} v_f &= 0.000800 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g &= 0.03391 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$v_1 = v_f + x v_g = 0.031319 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 0.3193 \text{ kg}$$



$$P_{ext} = P_0 + \frac{m_p g}{A} = 100 + \frac{90 \times 9.81}{1000 \times 0.006} = 247.15 \text{ kPa}$$

بعد از برداشتن پین چون  $P_1 > P_{ext}$ ، پس بافرآیند شبه تعادلی سروکار نداریم و در نتیجه

$$\text{کار از فرمول } W_2 = \int_1^2 p dV \text{ بدست نمی آید بلکه}$$

$$W = P_{ext}(V_2 - V_1)$$

$$2) \begin{cases} T_2 = 10^\circ \text{C} \\ P_2 = P_{ext} = 247.15 \text{ kPa} \end{cases}$$

با مراجعه به جدول (B.4.1) چون  $P_2$  از فشار اشباع دمای  $10^\circ \text{C}$  کمتر است پس در ناحیه فراگرم قرار داریم.

۶۰ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

از جدول (B.4.2)

$10^5 \text{ C}$	
$P$	$v$
200	0.13129
247.15	$v_2 = ? \Rightarrow v_2 = 0.10557 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow V_2 = mv_2 = 0.03371 \text{ m}^3$
250	0.10402

$${}_1W_2 = P_{\text{ext}}(V_2 - V_1) = 5.86 \text{ kJ}$$

۳۵-۴ کار برای مساله ۳-۵۳ بیاید.

حل:

از حل مساله 3.53 داریم:  $m = 1.73 \text{ kg}$ ,  $P_1 = 5000 \text{ kPa}$ ,  $v_1 = 0.05781 \text{ m}^3/\text{kg}$

$$v_2 = 0.01204 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P = Kv + D$$

باتوجه به رابطه خطی بین فشار و حجم داریم:

$$\begin{cases} v=0, P=200 \Rightarrow D=200 \\ P=5000, v=0.05781 \Rightarrow K=83030.6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = 83030.6v + 200$$

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{0.05781}^{0.01204} [83030.6v + 200] dv = -141.88 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \underline{W = mw = -245.452 \text{ kJ}}$$

۳۶-۴ کار ویژه در مساله (۳-۵۵) را بیاید.

بامراجعه به راه حل مساله ۳-۵۵:

$$P_1 = 3 \text{ MPa}$$

$$P_2 = 2.3 \text{ MPa}$$

$$v_1 = 0.11619 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P = 25.819v \text{ (MPa)} = 25819v \text{ (kPa)}$$

$$\begin{cases} P_2 = 2.3 \text{ MPa} \\ \text{بخار اشباع} \end{cases} \rightarrow v_2 = v_g = 0.087 \text{ m}^3/\text{kg}$$

حل:

$$w_{1-2} = \frac{1}{m} \int_1^2 p dV = \int_1^2 p dv = \int_{0.11619}^{0.087} (25819v) dv = -74.5 \text{ kJ/kg}$$

۳۸-۴ یک بالن کروی الاستیک در ابتدا محتوی  $5 \text{ kg}$  آمونیاک به صورت بخار اشباع در دمای  $20^\circ \text{C}$

است و توسط شیر به یک مخزن تخلیه شده به حجم  $3 \text{ m}^3$  متصل می گردد. بالن طوری

کار و حرارت / ۶۱

ساخته شده که فشار در داخل آن متناسب با قطر بالن است. حال شیرباز می شود و آمونیاک به داخل مخزن جریان می یابد تا اینکه فشار درون بالن به  $600 \text{ kPa}$  می رسد؛ در این حالت شیر بسته می شود. درجه حرارت نهایی در بالن و مخزن  $20^\circ \text{C}$  است. تعیین کنید:

الف) فشار نهایی درون مخزن

ب) کار انجام شده توسط آمونیاک در فرآیند

حل:

$$\begin{cases} T_1 = 20^\circ \text{C} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 857.5 \text{ kPa} \\ v_1 = v_g = 0.1492 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \quad P_1 - kD_1 \Rightarrow k = 762.02 \quad \text{بالن (1)}$$

$$m = 5 \text{ kg} \Rightarrow V_1 = mv_1 = 0.7461 \Rightarrow D_1 = 1.12529 \text{ m}$$

$$\begin{cases} P_2 = 600 \text{ kPa} \\ T_2 = 20^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow P_2 = kD_2 \Rightarrow D_2 = 0.78737 \text{ m} \Rightarrow V_2 = 0.2556 \text{ m}^3 \quad \text{بالن (2)}$$

چون  $P_2$  از فشار اشباع دمای  $20^\circ \text{C}$  کمتر است  $\Rightarrow$  از جدول (B.2.2)  $v_2 = 0.22154 \text{ m}^3/\text{kg}$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{V_2}{v_2} = 1.1537 \text{ kg}$$

$$\text{tank} \begin{cases} V = 3 \text{ m}^3 \\ m_{\text{tank}} = m - m_2 = 3.8463 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow v = \frac{V}{m} = 0.78 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$T = 20^\circ \text{C} \Rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001638 \\ v_g = 0.14922 \end{cases} \quad v > v_g \Rightarrow \text{در ناحیه فواگرم قرار داریم.}$$

از جدول (B.2.2)  $20^\circ \text{C}$

$v$	$p$
0.93815	150
0.78	$P_2 = ? \Rightarrow P_{\text{tank}} = 183.1 \text{ kPa}$
0.69951	200

اگر بالن و مخزن رایه عنوان سیستم در نظر بگیریم کار فقط در مرز بالن صورت می گیرد و در مورد مخزن کار نداریم چون در مرز مخزن تغییر حجمی روی نمی دهد.

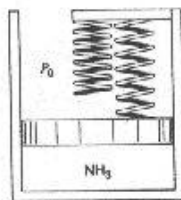
$$W_2)_{\text{balloon}} = \int_1^2 p dV = \int_1^2 kD \times \frac{1}{2} \pi D^2 dD = \frac{k\pi}{2} \int_1^2 D^3 dD = \frac{k\pi}{8} (D_2^4 - D_1^4)$$



۶۲ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow {}_1W_2 = -365 \text{ kJ} \quad \left( V = \frac{1}{6}\pi D^3 \Rightarrow dV = \frac{1}{2}\pi D^2 dD \right)$$

۴-۴۴ دو فنر با ثابت یکسان بر روی سیلندر پیستون بی وزنی نصب شده‌اند و فشار بیرون  $100 \text{ kPa}$  می‌باشد. زمانی که پیستون در کف سیلندر قرار دارد فنر آزاد می‌باشند. فنر دوم در  $V = 2 \text{ m}^3$  بایستون درگیر می‌شود. سیلندر (شکل ۴-۴۴) حاوی آمونیاک در شرایط اولیه  $-2^\circ\text{C}$ ،  $x = 0.13$ ،  $V = 1 \text{ m}^3$  می‌باشد. با گرم کردن، سیستم به فشار نهایی  $1200 \text{ kPa}$  می‌رسد. درجه فشاری پیستون با فنر دوم تماس می‌یابد. دمای نهایی و کار انجام شده را بیابید.



حل:

برای فشار داریم:

$$P = \begin{cases} P_0 + P_{s1} & V \leq 2 \text{ m}^3 \\ P_0 + P_{s1} + P_{s2} & V > 2 \text{ m}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = \begin{cases} P_0 + \frac{k}{A^2} V & V \leq 2 \text{ m}^3 \\ P_0 + \frac{k}{A^2} V + \frac{k}{A^2} (V - 2) & V > 2 \text{ m}^3 \end{cases}$$

یا

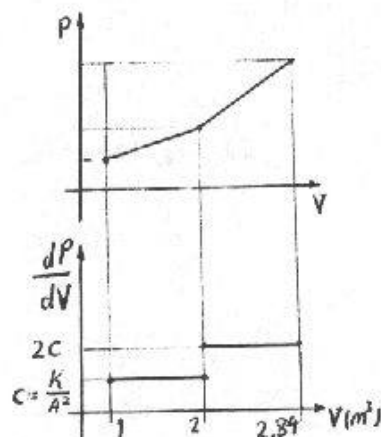
$$\Rightarrow P = \begin{cases} P_0 + \frac{km}{A^2} v & V \leq 2 \\ P_0 + \frac{km}{A^2} v + \frac{km}{A^2} (v - \frac{2}{m}) & V > 2 \end{cases}$$

تاقبل از حجم  $2 \text{ m}^3$  داریم:

$$P = P_0 + \frac{km}{A^2} v \Rightarrow \frac{km}{A^2} = \frac{P - P_0}{v}$$

در نقطه اولیه بادرین یابی از جدول (B.2.1)

مقادیر مورد نیاز را بدست می‌آوریم:



$$T = -2^\circ\text{C} \Rightarrow \begin{cases} P_{sat} = 399.72 \text{ kPa} \\ v_f = 0.0015596 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{fg} = 0.31055 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = -2^\circ\text{C} \\ x_1 = 0.13 \\ v_1 = 0.0419311 \\ \Rightarrow m = \frac{V_1}{v_1} = 23.8486 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{km}{A^2} = \frac{P-P_0}{v} = \frac{399.72-100}{0.04119311} = 7147.92 \frac{kPa \cdot kg}{m^3}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{A^2} = 299.721 \frac{kPa}{m^3}$$

$$V_2 = 2m^3 \Rightarrow v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.0838624 \text{ m}^3/kg$$

$$\Rightarrow P_2 = P_0 + \frac{km}{A^2} v_2 = 100 + 7147.92 \times 0.0838624 = 699.441 \text{ kPa}$$

$$P = P_0 + \frac{km}{A^2} v + \frac{km}{A^2} (v - \frac{2}{m}) = 14295.8 \text{ } v_3 = 499.441 \quad \text{از نقطه } V=2m^3 \text{ داریم:}$$

$$P_3 = 1200 \text{ kPa} \Rightarrow v_3 = \frac{P_3 + 499.441}{14295.8} = \frac{1699.441}{14295.8} = 0.118877 \text{ m}^3/kg$$

$$\Rightarrow V_3 = m v_3 = 2.83505 \text{ m}^3$$

بادرون یابی از جدول B.2.2 داریم:

$$P_3 = 1200 \text{ kPa} \begin{cases} T = 50 \Rightarrow v = 0.11846 \\ T = 60 \Rightarrow v = 0.12378 \end{cases} \quad v = 0.11887 \Rightarrow T = 50.7838^\circ C$$

$${}_1W_3 = {}_1W_2 + {}_2W_3 = \frac{P_1 + P_2}{2} (V_2 - V_1) + \frac{P_3 + P_2}{2} (V_3 - V_2) = 549.581 + 793.064 = 1.34265 \text{ MJ}$$

۴-۴۵ در فرآیند پرشدن بالن هلیوم مساله (۳-۱۴) برای حجم کنترلی که شامل فضای داخل بالن است کار انجام شده در طی فرآیند را حساب کنید.

حل:

$$V_1 = 0$$

بامراجعه به راه حل مساله ۳-۱۴:

$$V_2 = \frac{\pi \times 1^3}{6} = 0.52 \text{ m}^3$$

$$V_3 = \frac{\pi \times 4^3}{6} = 33.51 \text{ m}^3$$

$$P_{1,2} = P_0 = 100 \text{ kPa} \quad , \quad P_{2,3} = 100 + 1600(1 + \frac{1}{D}) \frac{1}{D} \quad (D_1 = 1m)$$

$$W_{1,3} = W_{1,2} + W_{2,3} = \int_1^2 p_{1,2} dV + \int_2^3 p_{2,3} dV$$

$$V = \frac{\pi D^3}{6} \Rightarrow dV = \frac{\pi D^2}{2} dD$$

$$\Rightarrow W_{1-3} = \int_0^{0.52} 100 dV + \int_1^4 \left(100 + 1600\left(1 + \frac{1}{D}\right)\frac{1}{D}\right) \times \frac{\pi D^2}{2} dD$$

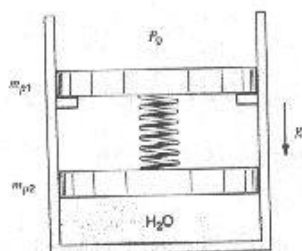
$$= 52 + 14609 = 14661 \text{ kJ}$$

۴-۴۶ یک سیلندر (شکل ۴-۴۶)، دارای دو پیستون است. پیستون بالایی به جرم  $m_{P1} = 100 \text{ kg}$  درایتداروی موانع نشسته است. پیستون پایینی به جرم  $m_{P2} = 0 \text{ kg}$  می باشد که  $2 \text{ kg}$  آب زیر آن بوده و یک فنر در خلاء بین دو پیستون، آن دورا به همدیگر می پیوندد. نیروی فتموقعی که پیستون پایینی در پایین قرار دارد معادل صفر است و هنگامی که پیستون پایینی به موانع می رسد حجم  $0.3 \text{ m}^3$  است. آب درایتدار فشار  $50 \text{ kPa}$  و حجم  $V = 0.00206 \text{ m}^3$  قرار دارد و بعد تارسیدن به بخار اشباع گرم می شود.

الف) دما و فشار اولیه که باعث حرکت پیستون به بالایی شود را پیدا کنید.

ب)  $T, P, V$  نهایی و کار انجام شده توسط آب را بدست آورید.

حل:



تا هنگامی که  $kx < P_0 A + m_{P1} g$ ، یا به عبارت

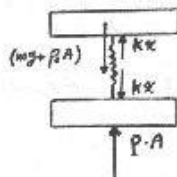
دیگر  $\frac{kV}{A^2} < P_0 + \frac{m_{P1} g}{A}$ ، پیستون بالایی روی

موانع ایستاده است و داریم:

معادله تعادل استاتیکی برای پیستون پایینی

$$\sum F_y = 0$$

$$PA - kx = 0 \Rightarrow P \cdot \frac{kV}{A^2} = 0 \Rightarrow P = \frac{kV}{A^2}$$



$$\begin{cases} V = 0.00206 \text{ m}^3 \\ p = 50 \text{ kPa} \\ A = 7.012 \text{ cm}^2 = 0.0007012 \text{ m}^2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{kV_1}{A^2} \Rightarrow k = 11.934 \text{ N/m}$$

زمانیکه  $\frac{kV}{A^2} \geq P_0 + \frac{m_{P1} g}{A}$  می شود پیستون بالایی از موانع کنده شده و از این به بعد سیستم تارسیدن

پیستون پایینی به موانع تحول فشار ثابت خواهد داشت. (با  $P_0 + \frac{m_{P1} g}{A} = p = \text{Cte}$ )

$$\sum F_y = 0$$

معادله تعادل استاتیکی برای پیستون پایینی:

$$PA - mg - P_0 A = 0 \Rightarrow P = P_0 + \frac{m_{P1} g}{A}$$

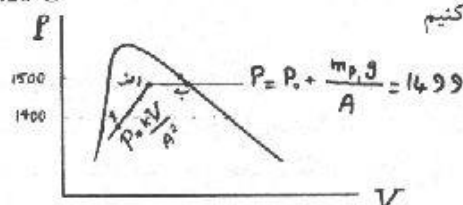
برای قسمت الف داریم .

$$P_0 = 100 \text{ kPa} \Rightarrow \begin{cases} P = P_0 + \frac{m_p g}{A} \\ \frac{kV}{A^2} = P_0 + \frac{m_p g}{A} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 1499 \text{ kPa} \\ V = 0.06176 \text{ m}^3 \\ v = \frac{V}{m} = 0.03088 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

باملاحظه جدول (B.1.2) و با مقایسه  $v$  با  $v_g$  و  $v_f$  های 1400 و 1500  $\text{kPa}$  درمی یابیم که در ناحیه دوفازه قرار داریم .

1400	195.07	(B.1.2) درونیایی از جدول
1499	$T_2 = ? \Rightarrow T = 198.29^\circ\text{C}$	
1500	198.32	

در نتیجه داریم .  
حال نمودار  $P-V$  را رسم می کنیم



از روی نمودار معلوم می شود که باید بین  $v_g$  های مربوط به 1400 و 1500  $\text{kPa}$  درون یابی کنیم تا  $v_g$  مربوط به 1499  $\text{kPa}$  بدست آید.

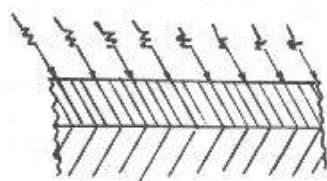
1400	0.14084	(B.1.2) داریم .
1499	$v_g = ? \Rightarrow v_g = 0.13186 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow V = m v_g = 2 \times 0.13186$	
1500	0.13177	

$$\begin{aligned} W &= \int_1^a p dV + \int_a^b p dV = \int_{V_1}^{V_a} \frac{kV}{A^2} dV + \int_{V_a}^{V_b} 1499 \times 10^3 dV \\ &= \left. \frac{kV^2}{2A^2} \right|_{0.00206}^{0.06176} + 1499 \times 10^3 \left. V \right|_{0.06176}^{0.26372} \\ &= \frac{11.934}{2 \times (0.0007012)^2} (0.06176^2 - 0.00206^2) + 1499 \times 10^3 (0.26372 - 0.06176) \\ &= 348976.5 \text{ J} = 348.98 \text{ kJ} \end{aligned}$$

۶۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

۴۷-۴ خورشید به سطح  $150 \text{ m}^2$  یک جاده طوری می تابد که دمای سطح آن  $45^\circ\text{C}$  می باشد. در زیر آسفالت، به ضخامت  $5 \text{ cm}$  و رسانایی حدود  $0.06 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ ، لایه ای از شن فشرده در دمای  $15^\circ\text{C}$  قرار دارد آهنگ انتقال حرارت به شن فشرده را بیابید.

حل:



$$\dot{Q} = -kA \frac{dT}{dx}$$

در این مساله انتقال حرارت در حالت پایامی باشد.

$$\Rightarrow \dot{Q} = Cte \Rightarrow \frac{dT}{dx} = Cte$$

یعنی رابطه بین  $T$  و  $x$  خطی است

$$\Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \dot{Q} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = 0.06 \times 150 \times \frac{45 - 15}{0.05}$$

$$\Rightarrow \dot{Q} = 5.4 \text{ kW}$$

۴۹-۴ یک آبگرمکن با صفحات عایق پوشانده شده است و سطح آن  $3 \text{ m}^2$  می باشد. سطح داخلی صفحات  $75^\circ\text{C}$  است و سطح خارجی صفحات در  $20^\circ\text{C}$  قرار دارد. رسانایی گرمایی صفحات  $0.08 \text{ W/mK}$  است. ضخامت صفحات چقدر باید باشد تا انتقال حرارت در حد  $200 \text{ W}$  محدود شود.

حل:

طبق معادله کمی فوریه:

$$\dot{Q} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$200 = 0.08 \times 3 \times \frac{75 - 20}{\Delta x} \Rightarrow \Delta x = 66 \text{ mm}$$

۵۱-۴ یک چگالنده بزرگ (مبادله کن حرارتی) در یک نیروگاه باید  $100 \text{ MW}$  حرارت را از بخار جاری در لوله ها به آب دریا که از میان مبادله کن حرارتی پمپ می شود، انتقال دهد. فرض کنید دیوار جداکننده بخار و آب دریا از فولاد به ضخامت  $14 \text{ mm}$  است. رسانایی گرمایی آن  $50 \text{ W/mK}$  و حداکثر اختلاف درجه حرارت بین دو سیال  $5^\circ\text{C}$  می باشد. حداقل سطح لازم برای انتقال حرارت را بیابید. از اثرات همرفت در جریانها صرف نظر کنید.

حل:

$$\dot{Q} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow 100 \times 10^6 = 50A \frac{5}{4 \times 10^{-3}} \Rightarrow A = 1600 \text{ m}^2$$

کار و حرارت / ۶۷

۴-۵۳ لامپ کوچک (25W) درون یخچالی به دلیل اشکال در اتصال روشن مانده است و محدودیت عایق کاری اجازه نفوذ 50W انرژی را از فضای اطراف به محفظه سرد می دهد. چه مقدار اختلاف درجه حرارت با محیط (20°C) در مبادله کن گرمایی لازم است تا بتواند از سطح 1 متر مربعی خود با ضریب همرفت متوسط  $15 \frac{W}{m^2 K}$  انرژی وارد شده را دفع کند ؟

حل:

داریم:

$$\dot{Q}_{gen} + \dot{Q}_{in} = \dot{Q}_{out}$$

$$\begin{cases} \dot{Q}_{gen} = 25W \\ \dot{Q}_{in} = 50W \end{cases} \Rightarrow \dot{Q}_{out} = 75W$$

$$\dot{Q}_{out} = hA\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\dot{Q}_{out}}{hA} = \frac{75}{1 \times 15} = 5^\circ C$$

از طرفی:

[لازم به ذکر است  $h$  تابع پیچیده ای از دما و شرایط شاره محیط است که اثرات همرفت و تابش در آن منظور شده و محاسبه آن نیاز به دانش انتقال حرارت پیشرفته دارد و در مقطع فعلی از مقدار متوسط آن استفاده می شود.]

۴-۵۴ یک کفشک ترمزویک درام فولادی نصب شده در ترمزیک اتومبیل بطور پیوسته 25W انرژی را در حین کند شدن سرعت اتومبیل جذب می کنند، فرض کنید سطح کل بیرونی  $0.1m^2$  و ضریب انتقال حرارت همرفت  $10W/m^2 K$  و درجه حرارت هوا معادل  $20^\circ C$  باشد. وقتی شرایط پایا فرامی رسد، درجه حرارت سطح بیرونی درام و کفشک ترمز چقدر است ؟

حل:

$$\dot{Q} = hA\Delta T$$

$$25 = 10 \times 0.1 \times (T - 20) \Rightarrow T = 45^\circ C$$

۴-۵۵ سطح دیوار یک خانه در درجه حرارت  $30^\circ C$  قرار دارد و گسیلندگی آن  $\epsilon = 0.7$  است. محیط اطراف خانه در  $15^\circ C$  قرار داشته و گسیلندگی متوسط آن  $\epsilon = 0.9$  است. آهنگ تابش انرژی هریک از این سطوح در واحد سطح چقدر است ؟

حل:

$$\begin{aligned} & T_w = 273.15 + 30 = 303.15K \\ & \begin{cases} \epsilon = 0.7 \\ A = 1 \\ \sigma = 5.669 \times 10^{-8} W/(m^2 K^4) \end{cases} \Rightarrow \dot{Q} = \epsilon A \sigma T_w^4 = 335(W) \end{aligned}$$

$$\text{Surrounding} \begin{cases} T_s = 273.15 + 15 = 288.15 K \\ \varepsilon = 0.9 \\ A = 1 \end{cases} \Rightarrow Q = \varepsilon \sigma A T_s^4 = 352 (W)$$

۴-۵۷ یک لامپ حرارتی - تابشی میله ای به طول  $0.5m$  و قطر  $0.5cm$  است که از آن  $400W$  انرژی الکتریکی گسیل می شود. با فرض اینکه سطح دارای گسیلندگی  $0.9$  باشد و با صرف نظر از انرژی دریافتی، درجه حرارت سطح میله را بیابید.

حل:

$$Q = \varepsilon \sigma A T_s^4 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow T_s = \left( \frac{Q}{\varepsilon A \sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$Q = 400 W, \quad \varepsilon = 0.9, \quad A = \pi D L = 7.85398 \times 10^{-3} m^2 \quad \text{از طرفی:}$$

$$\sigma = 5.669 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

$$\Rightarrow T_s = \left( \frac{400}{0.9 \times 7.85398 \times 10^{-3} \times 5.669 \times 10^{-8}} \right)^{\frac{1}{4}} = 999.552 K$$

$$\Rightarrow T_s \approx 1000 K$$



## قانون اول ترمودینامیک

۵-۲ برای پرواز هواپیما از روی یک ناو هواپیما برآزیک سیلندر-پیستون محرک با فشار  $750\text{ kPa}$  استفاده می شود. یک هواپیما به وزن  $3500\text{ kg}$  باید از سرعت صفر تا  $30\text{ m/s}$  شتاب بگیرد و  $25\%$  انرژی لازم برای این کار توسط سیلندر پیستون فراهم می شود. حجم جابجائی لازم برای پیستون را تعیین کنید.

حل:

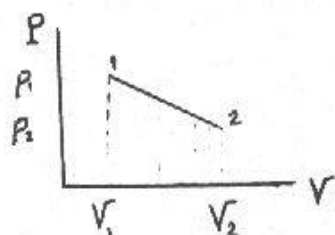
$$\Delta KE = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 3500 \times (30^2 - 0) = 1575000\text{ J} = 1575\text{ kJ}$$

انرژی که توسط سیلندر پیستون تامین می شود  $W = 1575 \times 0.25 = 393.75\text{ kJ}$

$$W = \int_1^2 p dV = 750 (V_2 - V_1) \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{393.75}{750} = 0.525\text{ m}^3$$

۵-۳ سؤال (۵-۲) را با فرض اینکه فشار درون سیلندر از  $1000\text{ kPa}$  شروع می شود و فشار بطور خطی با حجم تا  $100\text{ kPa}$  در انتهای فرایند افت می کند تکرار کنید.

حل:



قانون اول ترمودینامیک ( $Q_{1-2} = \Delta KE + W_{1-2}$ ) ( $Q_{1-2} = 0$ )

کار سیلندر پیستون:  $W_{1-2} = \frac{P_2 + P_1}{2} (V_2 - V_1)$

$$\Rightarrow 0.25 \times \frac{1}{2} m V^2 - \frac{P_2 + P_1}{2} (V_2 - V_1) = 0$$



۷۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

علامت منفی به خطراینت که بر روی سیستم کار انجام شده است. (هوایما را سیستم

$$\Rightarrow 0.25 \times \frac{1}{2} \times 3500 \times 900 = 550 \times 10^3 (V_2 - V_1) \quad (\text{منظور کردیم})$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_2 - V_1 = 0.716 \text{ m}^3$$

۵-۵ یک پیستون به جرم  $25 \text{ kg}$  بر روی گاز در یک سیلندر قائم قرار دارد. اکنون سیلندر از حال سکون رها شده و به سمت بالا شتاب می گیرد و با سرعت  $25 \text{ m/s}$  به ارتفاع  $5 \text{ m}$  می رسد. فشار گاز در این فرایند طوری افت می کند که میانگین آن  $600 \text{ kPa}$  است. فشار اتمسفر  $100 \text{ kPa}$  می باشد. تغییرات در انرژیهای جنبشی و پتانسیل گاز را ناچیز فرض کرده و تغییر حجم لازم برای گاز را بیابید.

$$\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} v_1^2 = a_{ave} \Delta h \quad \text{حل: از دینامیک می دانیم:}$$

$$a_{ave} = \frac{F_{ave}}{m} = \frac{(600 - 100) \times 10^3 \text{ Pa} - 25 \times 9.81}{25} = 20 \times 10^3 \text{ Pa} - 9.81 \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (25)^2 - 0 = [20 \times 10^3 \text{ Pa} - 9.81] \times 5$$

$$\Rightarrow A_p = 3.6155 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \Rightarrow \Delta V = A_p \Delta h \Rightarrow \Delta V = 3.6155 \times 10^{-3} \times 5 = 0.018 \text{ m}^3$$

۵-۷ مشخصات مجهول وفاز مواد را در هر یک از حالات زیر بیابید:

$$a) \text{ H}_2\text{O} \quad u = 2390 \text{ kJ/kg}, \quad T = 90^\circ\text{C} \quad h = ? \quad v = ? \quad x = ?$$

از جدول (B.1.1)

$$\begin{cases} u_f = 376.82 \text{ kJ/kg} \\ u_g = 2494.52 \text{ kJ/kg} \end{cases} \rightarrow u_f < u < u_g \rightarrow \text{دوفازه}$$

$$u_{fg} = 2117.7 \text{ kJ/kg} \Rightarrow x = \frac{u - u_f}{u_{fg}} = 0.95 \quad x = 95\%$$

$$\begin{cases} h_{fg} = 2283.19 \text{ kJ/kg} \\ h_f = 376.90 \text{ kJ/kg} \end{cases} \Rightarrow h = h_f + x h_{fg} = 2545.93 \text{ kJ/kg}$$

$$\begin{cases} v_{fg} = 2.35953 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_f = 0.001036 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \Rightarrow v = v_f + x v_{fg} = 2.2426 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$b) \text{ H}_2\text{O} \quad u = 1200 \text{ kJ/kg}, \quad P = 10 \text{ MPa} \quad T = ? \quad x = ? \quad v = ?$$

$$\begin{cases} u_f = 1393 \text{ kJ/kg} \\ u_g = 2544.41 \text{ kJ/kg} \end{cases} \Rightarrow u < u_f \Rightarrow \text{مایع متراکم}$$

$$\Rightarrow \text{درونیایی از جدول (B.1.4)} \quad \begin{aligned} T &= 275.8^\circ\text{C} \\ v &= 0.00131 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

چون حالت در خارج از ناحیه دوفازه است  $x$  کاربردی ندارد.

$$\text{جدول (B.3.1)} \quad c) R-12 \quad T = -5^\circ\text{C}, P = 300 \text{ kPa} \quad h = ? \quad x = ?$$

$$P_{\text{sat}} = 261 \text{ kPa} \rightarrow P > P_{\text{sat}} \Rightarrow \text{مایع متراکم}$$

چون جدول خواص در حالت مایع متراکم برای  $R-12$  در کتاب موجود نیست خواص در حالت مایع متراکم را با اندکی تقریب برابر خواص در حالت مایع اشباع در نظر می گیریم.

$$h \approx h_f = 31.45 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{جدول (B.5.1)} \quad d) R-134a \quad T = 60^\circ\text{C}, h = 430 \text{ kJ/kg} \quad v = ? \quad x = ?$$

$$h_g = 427.13 \text{ kJ/kg} \rightarrow h > h_g \rightarrow \text{بخار فوق گرم}$$

$$\begin{array}{ccc} P = 1600 \text{ kPa} & P = 1400 \text{ kPa} & \\ \hline T = 60^\circ\text{C} & h = 429.32 \text{ kJ/kg} & h = 434.08 \text{ kJ/kg} \end{array} \quad \text{درونیایی از جدول (B.5.2)}$$

$$\Rightarrow P = 1571.43 \text{ kPa}$$

$$v = 0.01276 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{درونیایی از جدول (B.5.2)}$$

$$x = 1 \quad (\text{فراگرم})$$

$$e): \text{NH}_3 \quad T = 20^\circ\text{C}, P = 100 \text{ kPa} \quad u = ? \quad v = ? \quad x = ?$$

جدول (B.2.1):

$$P_{\text{sat}} = 857.5 \text{ kPa} \rightarrow P < P_{\text{sat}} \Rightarrow \text{بخار فوق گرم}$$

$$\text{جدول (B.2.2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = 1.41532 \text{ m}^3/\text{kg} \\ h = 1516.1 \text{ kJ/kg} \end{cases} \rightarrow u = h - Pv = 1374.568 \text{ kJ/kg}$$

۱۰-۵ یک مخزن صلب به حجم  $100 \text{ L}$  حاوی نیتروژن ( $N_2$ ) در  $900 \text{ K}$  و  $6 \text{ MPa}$  است. مخزن را تا  $100 \text{ K}$  سرد می کنیم مقدار کار و انتقال حرارت در این فرایند چقدر است؟

حل:

$$Q_{1-2} = \Delta U + W_{1-2} \quad \text{قانون اول ترمودینامیک برای جرم کنترل}$$

$$W_{1-2} = 0 \quad \text{چون مخزن صلب است پس تغییر حجمی برای سیستم نداریم و}$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = m(u_2 - u_1)$$

۷۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$1) \begin{cases} P_1 = 6 \text{ MPa} \\ T_1 = 900 \text{ K} \\ V = 0.1 \text{ m}^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 0.045514 \text{ m}^3/\text{kg} \\ h_1 = 963.59 \text{ kJ/kg} \end{cases} \quad (\text{B.6.2) از جدول}$$

$$m = \frac{V}{v_1} = 2.1971 \text{ kg} \quad u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 690.506 \text{ kJ/kg}$$

$$2) \begin{cases} T_2 = 100 \text{ K} \\ v_2 = 0.045514 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

(B.6.2) از جدول

600 kPa			
$T$	$v$	$h$	
96.37	0.04046	86.85	
100	?	?	$\Rightarrow \begin{cases} v = 0.04271 \text{ m}^3/\text{kg} \\ h = 91.45 \text{ kJ/kg} \end{cases}$
120	0.05510	116.79	

(B.6.2) از جدول

100 K			
$P$	$v$	$h$	
500	0.05306	94.46	
$P_2 = ?$	0.045514	$h_2 = ?$	$\Rightarrow \begin{cases} P_2 = 573 \text{ kPa} \\ h_2 = 92.26 \text{ kJ/kg} \end{cases}$
600	0.04271	91.45	

$$u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 66.18 \text{ kJ/kg}$$

$${}_1Q_2 = m(u_2 - u_1) = -1372 \text{ kJ}$$

۱۲-۵ سیلندری که بایک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده، حاوی 2 kg بخار R-134a در 350 kPa و 100°C می باشد. اکنون سیلندر در یک فرایند فشار ثابت تا 75% سرد می شود. مقدار انتقال گرما را در این فرایند محاسبه کنید.

حل:

برای حالت اولیه، مقادیر  $u, v$  را با درون یابی از جدول بصورت زیر می یابیم

در  $T = 100^\circ \text{C}$

$$P = 300 \text{ kPa} \Rightarrow v = 0.09861 \text{ m}^3/\text{kg}, h = 490.48 \Rightarrow u = h - Pv = 460.897 \text{ kJ/kg}$$

قانون اول ترمودینامیک / ۷۳

$$P = 400 \text{ kPa} \Rightarrow v = 0.07325 \text{ m}^3/\text{kg}, h = 489.52 \text{ kJ/kg} \Rightarrow u = h - Pv = 460.22 \text{ kJ/kg}$$

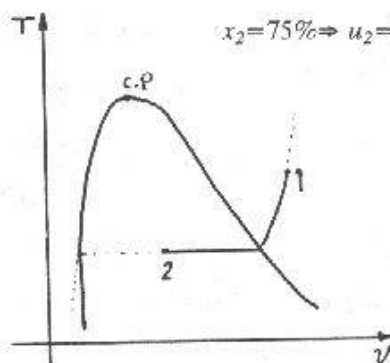
$$P = 350 \text{ kPa} \Rightarrow v_f = 0.08593 \text{ m}^3/\text{kg}, u_f = 460.559 \text{ kJ/kg}$$

برای حالت نهایی، ابتدا مقادیر  $u_f$ ،  $u_{fg}$ ،  $v_f$ ،  $v_{fg}$  را با جدول بصورت زیر می یابیم.

$$P = 350.9 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = 5^\circ\text{C}, v_f = 0.000783, v_{fg} = 0.05755, u_f = 206.48, u_{fg} = 174.38$$

$$P = 249 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = 0^\circ\text{C}, v_f = 0.000773, v_{fg} = 0.06842, u_f = 199.77, u_{fg} = 178.24$$

$$(\Rightarrow P = 350 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = 4.95584^\circ\text{C}, v_f = 0.782912 \times 10^{-3}, v_{fg} = 0.057646, u_f = 206.421, u_{fg} = 174.414)$$



$$x_2 = 75\% \Rightarrow u_2 = 337.232, v_2 = 0.0440174 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P = cte \Rightarrow W_{1-2} = \int_1^2 P dv = P \Delta v = m P \Delta v$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = -29.3388 \text{ kJ}$$

$$\Delta U = m(u_2 - u_1) = -246.605 \text{ kJ}$$

$$1st \text{ law: } Q = \Delta u + W$$

$$\Rightarrow Q = -275.993 \text{ kJ}$$

۱۶-۵ یک سیلندر پیستون حاوی  $1 \text{ kg}$  آب است. پیستون که توسط یک فنر بارگذاری می شود ابتدا آزادانه روی موانع قرار دارد، فشار  $300 \text{ kPa}$  می تواند پیستون را از جای بلند کند و در حجم  $1.5 \text{ m}^3$  می تواند پیستون را با فشار  $500 \text{ kPa}$  موازنه کرد. فشار اولیه آب  $100 \text{ kPa}$  و حجم آن  $0.5 \text{ m}^3$  است. اکنون حرارت را تا رسیدن به فشار  $400 \text{ kPa}$  به سیلندر می افزائیم.

(a) درجه حرارت اولیه و حجم نهایی را بیابید.

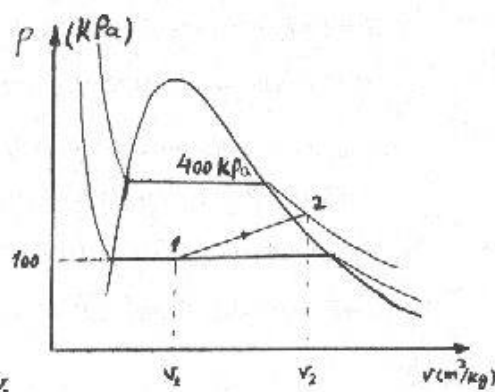
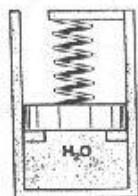
(b) مقدار کار و حرارت منتقل شده در طی فرایند را محاسبه و نمودار  $P-v$  را رسم کنید.

حل: آب داخل سیلندر پیستون را سیستم در نظر می گیریم:

حالت 1:

$$\begin{cases} P_1 = 100 \text{ kPa} \\ v_1 = \frac{V_1}{m} = 0.5 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \xrightarrow{\text{دوفازه}} \begin{cases} v_f = 0.001043 \\ v_{fg} = 1.69296 \end{cases} \Rightarrow x_1 = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 0.29$$

$$\Rightarrow T_1 = T_{sat} \mid_{100 \text{ kPa}} = 99.62^\circ\text{C}$$



$$F_s = K\delta \Rightarrow A_p P_s = K(h_2' - h_1)$$

اگر فنر را خطی فرض کنیم:

$$P_s = \frac{K}{A_p} (h_2' - h_1) = \frac{K}{A_p} (V_2' - V_1) = K'(V_2' - V_1)$$

$A_p$ : سطح مقطع پیستون

$h$ : ارتفاع پیستون

$$V = A_p h$$

$$500 = K'(1.5 - 0.5) \Rightarrow K' = 500 \text{ kN/m}$$

$$P_s = 500 \Delta V$$

فشار کل برابر است با فشار حاصل از نیروی فنر به اضافه فشار حاصل از وزن پیستون و فشار محیط و در ابتدای حرکت که تغییر طول فنر صفر است فشار فنر صفر شده و در نتیجه فشار  $300 \text{ kPa}$  همان فشار ثابت حاصل از وزن پیستون و فشار هوای محیط است داریم:

$$P = P_s + P_0, (P_0 = P \text{ پیستون} + P \text{ محیط})$$

$$\delta = 0 \Rightarrow P_s = 0 \Rightarrow P = P_0 = 300 \text{ kPa}$$

در ابتدای حرکت:

$$\Rightarrow P = 300 + 500 \Delta V$$

$$400 = 300 + 500(V_2 - 0.5) \Rightarrow V_2 = 0.7 \text{ m}^3$$

$$b) W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_{0.5}^{0.7} [300 + 500(V - 0.5)] dV = 70 \text{ kJ}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) \quad \text{با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل}$$

$$1) \begin{cases} u_f = 417.33 \text{ kJ/kg} \\ u_{fg} = 2088.72 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} P_2 = 400 \text{ kPa} \\ v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.7 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right. \rightarrow u_2 = 2865.98 \text{ kJ/kg}$$

$$u_1 = u_{1f} + x_1 u_{1g} = 1023.06 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = 70 + 1(2865.98 - 1023.06) = 1912.92 \text{ kJ}$$

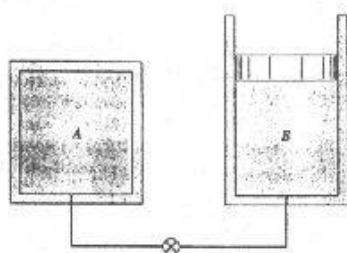
۱۸-۵ سیلندریستون B توسط یک خط لوله و شیر به مخزن A به حجم  $1 \text{ m}^3$  وصل شده است (شکل ۱۸-۵). هردو دارای آب و در ابتدا مخزن A در حالت بخار اشباع در  $100 \text{ kPa}$  و B در دمای  $400^\circ \text{C}$  و فشار  $300 \text{ kPa}$  و به حجم  $1 \text{ m}^3$  می باشد. اکنون شیر باز می شود و آب درون A, B به حالت یکنواخت می رسد.

الف) جرم اولیه درون A, B را پیدا کنید.

ب) اگر بعد از انجام فرایند درجه حرارت  $200^\circ \text{C}$  باشد، مقدار کار و انتقال گرما را پیدا کنید.

حل:

(I)



$$A) \left\{ \begin{array}{l} P_1 = 100 \text{ kPa} \\ x = 1 \\ V = 1 \text{ m}^3 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_1 = 2506.06 \text{ kJ/kg} \\ v_1 = 1.694 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right.$$

$$m_A = \frac{V}{v_1} = 0.5903 \text{ kg}$$

$$B) \left\{ \begin{array}{l} P_1 = 300 \text{ kPa} \\ T_1 = 400^\circ \text{C} \\ V = 1 \text{ m}^3 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_1 = 2965.53 \text{ kJ/kg} \\ v_1 = 1.03151 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right.$$

$$m_B = \frac{V}{v_1} = 0.97 \text{ kg}$$

$$m = m_A + m_B = 1.56 \text{ kg}$$

$$V_1 = V_A + V_B = 2 \text{ m}^3$$

اگر مخزن A, B هر دو را به عنوان یک سیستم در نظر بگیریم کار در مرز سیستم بصورت غیر تعادلی با

۷۶ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

فشار خارجی  $300 \text{ kPa}$  انجام می شود.

$$\begin{cases} P_2 = 300 \text{ kPa} \\ T_2 = 200^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2 = 0.71629 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_2 = 2650.65 \text{ kJ/kg} \end{cases} \quad (II)$$

$$V_2 = m v_2 = 1.117 \text{ m}^3 \quad W_{1-2} = \int_1^2 P_{ext} dV = P_{ext}(V_2 - V_1) = -264.8 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + W_{1-2} \quad \text{قانون اول ترمودینامیک برای جرم کنترل}$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = (m u_2 - m_A u_{1A} - m_B u_{1B}) + W_{1-2} = -485 \text{ kJ}$$

۱۹-۵ دستگاهی را با شرایط اولیه مانند مساله قبل در نظر بگیرید. با فرض آدیاباتیک بودن فرایند دمای نهایی و کار انجام شده را بیابید.

$$1st \text{ law} \Rightarrow Q = \Delta U + W$$

$$\Rightarrow Q = 0 \quad \Delta U + W = 0 \Rightarrow \Delta u + w = 0$$

$$\begin{cases} V_A = 1 \text{ m}^3 \\ x_A = 100\% \\ P_A = 100 \text{ kPa} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_A = 2506.6 \text{ kJ/kg} \\ v_A = 1.69400 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow m_A = \frac{V_A}{v_A} = 0.590319 \text{ kg} \end{cases} \quad \text{شرایط اولیه A}$$

$$\begin{cases} T_B = 400^\circ \text{C} \\ P_B = 300 \text{ kPa} \\ V_B = 1 \text{ m}^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_B = 2965.53 \text{ kJ/kg} \\ v_B = 1.03151 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow m_B = \frac{V_B}{v_B} = 0.969453 \text{ kg} \end{cases} \quad \text{شرایط اولیه B}$$

$$m_{tot} = m_A + m_B = 1.55977 \text{ kg} \quad \text{کل جرم موجود در A, B را به عنوان سیستم در نظر می گیریم}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{m_A u_A + m_B u_B}{m_{tot}} = 2791.84 \text{ kJ/kg} \\ v_1 = \frac{V_A + V_B}{m_{tot}} = 1.28224 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$P_{ext} = Cte = P_B = 300 \text{ kPa} \Rightarrow w_{1-2} = \int_1^2 P_{ext} dv = P_{ext} \Delta v = 300 v_2 - 384.672 \quad (I)$$

قانون اول ترمودینامیک / ۷۷

$$\begin{aligned} 1st \text{ law: } \frac{Q}{m} &= \Delta u + w \Rightarrow \Delta u + w = 0 \Rightarrow u_2 - u_1 + w = 0 \quad (Q=0) \\ &\Rightarrow u_2 + 300v_2 - 3176.51 = 0 \end{aligned}$$

یعنی در حالت نهایی باید رابطه فوق بین  $u_2$  و  $v_2$  برقرار باشد با تعریف  $\delta$  بصورت زیر و درون یابی به صفر،  $T_2$ ،  $v_2$  را می یابیم:

$$\begin{aligned} \delta &= u + 300v - 3176.51 \\ P = 300 \text{ kPa} \Rightarrow &\begin{cases} T = 300^\circ\text{C} \Rightarrow \begin{cases} u = 2806.69 \\ v = 0.87529 \end{cases} \Rightarrow \delta = -107.23 \\ T = 400^\circ\text{C} \Rightarrow \begin{cases} u = 2965.53 \\ v = 1.03151 \end{cases} \Rightarrow \delta = 98.47 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\delta = 0 \Rightarrow T_2 = 352.13^\circ\text{C}, v_2 = 0.9567 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{درون یابی}$$

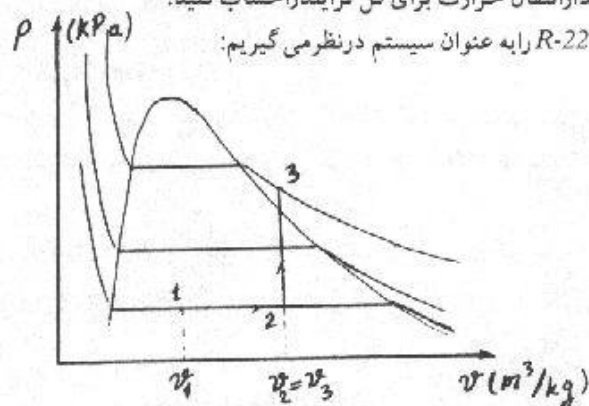
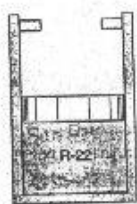
$$1) \Rightarrow w = -97.65 \text{ kJ/kg} \Rightarrow W = mw = -152.31 \text{ kJ}$$

۲۰-۵ یک سیلندر و پیستون عمودی حاوی  $5 \text{ kg}$   $R-22$ ، در دمای  $10^\circ\text{C}$  است. حرارت به این سیستم منتقل می شود به گونه ای که پیستون صعود کند و در هنگام رسیدن به موانع بالای سیلندر حجم آن دو برابر حجم اولیه شود. با افزودن حرارت اضافی درجه حرارت و فشار درون سیلندر را به  $50^\circ\text{C}$ ،  $1.3 \text{ MPa}$  می رسانیم.

(a) کیفیت در حالت اولیه چیست؟

(b) مقدار انتقال حرارت برای کل فرایند را حساب کنید.

حل:  $R-22$  را به عنوان سیستم در نظر می گیریم:



$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} 50^\circ\text{C} \\ 1.3 \text{ MPa} \end{array} \right. &\rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases} v_3 = 0.02015 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow V_3 = mv_3 = 0.1 \text{ m}^3 \\ h_3 = 274.39 \text{ kJ/kg} \\ u_3 = h_3 - P_3 v_3 = 248.195 \text{ kJ/kg} \end{cases} \quad \text{حالت 3} \end{aligned}$$



۷۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$v_1 = \frac{v_2}{2} = \frac{v_3}{2} = 0.010075 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{باتوجه به ثابت بودن } m, V_2 = 2V_1 \text{ داریم:} \quad (a)$$

$$\text{حالت 1} \begin{cases} 10^\circ\text{C} \\ 0.010075 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \rightarrow \text{دوفازه}$$

$$v_{1f} = 0.0008 \text{ m}^3/\text{kg}, v_{1fg} = 0.03391 \text{ m}^3/\text{kg}, P_1 = P_{sat} \mid 10^\circ\text{C} = 680.7 \text{ kPa}$$

$$u_{1f} = 55.92 \text{ kJ/kg}, u_{1fg} = 173.87 \text{ kJ/kg}$$

$$x_1 = \frac{v_1 - v_{1f}}{v_{1fg}} = 0.27 \Rightarrow x_1 = 27\%$$

$$u_1 = u_{1f} + x_1 u_{1fg} = 55.92 + 0.27 \times 173.87 = 102.86 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{حالت 2} \begin{cases} v_2 = v_3 = 0.02015 \text{ m}^3/\text{kg} \\ P_2 = P_1 = 680.7 \text{ kPa} \end{cases} \rightarrow \text{دوفازه}$$

$$v_{2f} = 0.0008 \text{ m}^3/\text{kg}, v_{2fg} = 0.03391 \text{ m}^3/\text{kg}, T_2 = T_{sat} \mid 680.7 \text{ kPa} = 10^\circ\text{C}$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}} = 0.57 \rightarrow x_2 = 57\%$$

$$W_{1-3} = m(w_{1-2} + w_{2-3}) = 5 [680.7(0.02015 - 0.010075) + 0] = 34.29 \text{ kJ}$$

$$\text{1st law: } Q_{1-3} = W_{1-3} + m(u_3 - u_1) \Rightarrow Q_{1-3} = 34.29 + 5(248.195 - 102.86)$$

$$Q_{1-3} = 760.94 \text{ kJ}$$

۲۵-۵ یک سیلندریستون حاوی ۱ kg آب مایع در  $20^\circ\text{C}$ ,  $300 \text{ kPa}$  است. یک فنر خطی روی پیستون وصل شده است طوری که وقتی آب گرم می شود فشار به  $3 \text{ MPa}$  با حجم  $0.1 \text{ m}^3$  می رسد.

الف) درجه حرارت نهایی را پیدا کنید و نمودار  $P-v$  فرایند را رسم کنید.

ب) مقدار کار و انتقال حرارت فرایند را حساب کنید.

حل:

$$1) \begin{cases} P_1 = 300 \text{ kPa} \\ T_1 = 20^\circ\text{C} \\ m = 1 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 0.001002 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = 83.94 \text{ kJ/kg} \end{cases} \quad 2) \begin{cases} P_2 = 3 \text{ MPa} \\ V_2 = 0.1 \text{ m}^3 \\ m = 1 \text{ kg} \Rightarrow v_2 = 0.1 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

3000 kPa

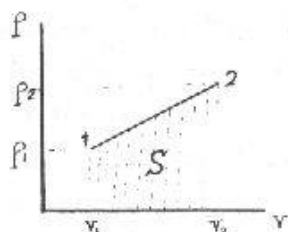
(B.1.3) از جدول

$T$	$v$	$u$
400	0.09936	2932.75
$T_2 = ?$	0.1	$u_2 = ?$
450	0.10787	3020.38

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1^{1/2} v_1^{1/2} = P_2^{1/2} v_2^{1/2} \\ u_2 = 2939.34 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = P_0 + \frac{k \Delta V}{A^2} \\ \frac{k}{A^2} = D \end{cases} \Rightarrow P = P_0 + D \cdot \Delta V$$

از قبل می دانیم



$$S_{1-2} = \frac{P_1 + P_2}{2} (v_2 - v_1) = 163.35 \text{ kJ}$$

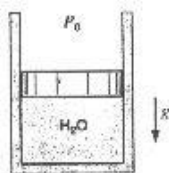
$$W_{1-2} = m \cdot w_{1-2} = 163.35 \text{ kJ}$$

قانون اول برای جرم کنترل

$$Q_2 = \Delta U + W_{1-2} = m(u_2 - u_1) + W_{1-2} \Rightarrow Q_2 = 3018.7 \text{ kJ}$$

۲۸-۵ در ترکیب سیلندر/پیستونی، پیستون بوسیله فشار جرم پیستون تا  $150 \text{ kPa}$  بارگذاری شده است، (شکل ۲۸-۵). سیلندر حاوی آب در  $2^\circ \text{C}$  می باشد. سیستم تازمانیکه آب به بخار اشباع تبدیل شود گرم می گردد. دمای نهایی، کارویژه و انتقال گرمای ویژه را برای فرایند بیابید.

$$(B.1.2) \text{ از جدول: } P = 150 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = 111.37^\circ \text{C} > -2^\circ \text{C}$$



پس حالت اولیه مایع مادیون سرد است. چون جدول مایع مادیون سرد برای  $2^\circ \text{C}, 150 \text{ kPa}$  وجود ندارد از خواص مایع اشباع در  $2^\circ \text{C}$  برای حالت اولیه استفاده می کنیم. بایرون یابی از جدول (B.1.1) خواص مایع اشباع را در  $2^\circ \text{C}$  می یابیم:

$$T = 0.01^\circ \text{C} \Rightarrow \begin{cases} u_f = 0 \\ v_f = 0.001 \end{cases}$$

$$T = 5^\circ \text{C} \Rightarrow \begin{cases} u_f = 20.97 \\ v_f = 0.001 \end{cases}$$

$$T = -2^\circ \text{C} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_f = 0.001 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = u_f = -8.44683 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = 150 \text{ kPa} \\ T = T_{\text{sat}} = 111.37^\circ\text{C} \\ x = 100\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2 = v_g = 1.15933 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_2 = u_g = 2519.64 \text{ kJ/kg} \end{cases} \quad (\text{B.1.2 جدول})$$

$$T_2 = T_{\text{sat}} = 111.73^\circ\text{C}$$

$$w = \int P dv = P \Delta v = 150 \times (v_2 - v_1) = 173.75 \text{ kJ/kg}$$

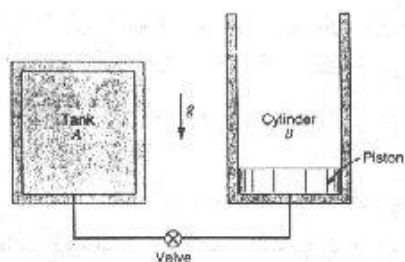
$$\text{1st law: } \frac{Q}{m} = \Delta u + w = 2528.09 + 173.75 \approx 2.7 \text{ MJ/kg}$$

۲۹-۵ در سیستم نشان داده شده مخزن A به حجم 100L حاوی بخار اشباع R-134a در  $30^\circ\text{C}$  است. هنگامی که شیر کمی باز شود R-134a به آرامی به داخل سیلندر B جریان می یابد تا فشار درون مخزن A به 200kPa برسد. برای صعود پیستون لازم است درون سیلندر B فشار 200kPa باشد. در طی این فرایند حرارت به نحوی با محیط مبادله می شود که R-134a همیشه در  $30^\circ\text{C}$  ثابت بماند. مقدار انتقال حرارت طی فرایند را محاسبه کنید.

حل: R-134a را سیستم می گیریم:

حالت ۱:

$$30^\circ\text{C} \text{ بخار اشباع در } \rightarrow v_{1A} = v_g = 0.02671 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad u_{1A} = u_g = 394.48 \text{ kJ/kg}$$



با باز شدن شیر ورود R-134a به سیلندر B مرز سیستم گسترش می یابد (به شکل مراجعه شود) حالت ۲:  $200 \text{ kPa}, 30^\circ\text{C}$  بخار فوق گرم

$$v_2 = 0.11889 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad h_2 = 426.87 \text{ kJ/kg}$$

$$u_{2A} = u_{2B} = h_2 - P_2 v_2 = 403.092 \text{ kJ/kg}$$

$$m_{\text{tot}} = m_{1A} = \frac{V_A}{v_{1A}} = \frac{0.1}{0.02671} = 3.74 \text{ kg}$$

$$m_{2A} = \frac{V_A}{v_2} = \frac{0.1}{0.11889} = 0.84 \text{ kg} \rightarrow m_{2B} = m_{1A} - m_{2A} = 3.74 - 0.84$$

$$m_{2B} = 2.9 \text{ kg}$$

قانون اول ترمودینامیک / ۸۱

$$U_1 = m_{1A} u_{1A} + m_{1B} u_{1B} = 3.74 \times 394.48 + 0 = 1475.355 \text{ kJ}$$

$$U_2 = m_{2A} u_{2A} + m_{2B} u_{2B} = 0.84 \times 403.094 + 2.9 \times 403.092 = 1507.56 \text{ kJ}$$

$$W_{1-2} = m \int_1^2 P dv = m \times P(v_2 - v_1) = 3.74 \times 200(0.11889 - 0.02671) = 68.95 \text{ kJ}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + U_2 - U_1 \Rightarrow Q_{1-2} = 68.95 + 1507.56 - 1475.355$$

$$= 101.156 \text{ kJ}$$

۳۰-۵ یک بالن کروی حاوی  $2 \text{ kg}$  مبرد  $R-22$  در  $0^\circ \text{C}$  با عیار  $30\%$  است. سیستم تا فشار  $600 \text{ kPa}$  گرم می شود. برای این فرایندی توان فرض کرده فشار داخل بالن با قطر آن نسبت مستقیم دارد. تغییرات فشار با حجم و مقادار انتقال حرارت را بیابید.

حل:

از جدول (B.4.1)

$$1) R-22 \begin{cases} m = 2 \text{ kg} \\ T = 0^\circ \text{C} \\ x = 30\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 497.6 \text{ kPa} \\ u_f = 44.20 \\ u_{fg} = 182.30 \end{cases} \Rightarrow u_1 = u_f + x u_{fg} = 98.89 \text{ kJ/kg}$$

$$\begin{cases} v_f = 0.000787 \\ v_{fg} = 0.04636 \end{cases} \Rightarrow v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.01470 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\begin{cases} V_1 = m v_1 = 0.0294 \text{ m}^3 \\ P = k D = k \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} \end{cases} \Rightarrow P_1 = k \sqrt[3]{\frac{6V_1}{\pi}} \Rightarrow k = 1299.46$$

$$2) \begin{cases} P_2 = 600 \text{ kPa} \\ P_2 = k \sqrt[3]{\frac{6V_2}{\pi}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = 0.05154 \text{ m}^3 \\ v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.02577 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

باملاحظه جدول (B.4.1) درمی یابیم که در منطقه دوفازی قرار داریم.

$P(\text{kPa})$	$v_f(\text{m}^3/\text{kg})$	$v_{fg}(\text{m}^3/\text{kg})$	$u_f(\text{kJ/kg})$	$u_{fg}(\text{kJ/kg})$
583.8	0.000789	0.03957	50.03	178.15
600	?	?	?	?
680.7	0.000800	0.03391	55.92	173.87

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{2f} = 0.000791 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_{2fg} = 0.03862 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_{2f} = 51.01 \text{ kJ/kg} \\ u_{2fg} = 177.43 \text{ kJ/kg} \end{cases} \quad \begin{aligned} x - \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}} &= 0.65 \\ u_2 &= u_{2f} + x u_{2fg} = 166 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$${}_1Q_2 = \Delta U + W = m(u_2 - u_1) + \int_1^2 p dV$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 p dV = \int_{v_1}^{v_2} k \sqrt{\frac{6V}{\pi}} dV = 12.2 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2 = 146.4 \text{ kJ}$$

۳۱-۵ یک پیستون که در سیلندر عایقی بوسیله یک پین نگه داشته شده، (شکل ۳۱-۵)، حاوی ۲ kg آب در  $100^\circ\text{C}$  و  $x=98\%$  می باشد. جرم پیستون ۱۰۲ kg، سطح مقطع آن  $100 \text{ cm}^2$  و فشار محیط ۱۰۰ kPa است. پین خارج شده و پیستون حرکت می کند. با فرض آدیاباتیک بودن فرایند حالت نهایی آب را بیابید.

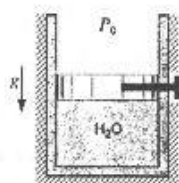
حل:

از جدول (B.1.1)

$$T = 100^\circ\text{C} \Rightarrow \begin{cases} P_{\text{sat}} = 101.3 \text{ kPa} \\ v_f = 0.001044, v_{fg} = 1.67185 \\ u_f = 418.91, u_{fg} = 2087.58 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_1 = 1.63946 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad u_1 = 2464.74 \text{ kJ/kg}$$

$$P_{\text{ext}} = P_2 = \frac{102 \times 9.81}{1000 \times 100 \times 10^{-4}} + 100 = 200 \text{ kPa}$$



$$w = \int P_{\text{ext}} dv = P_{\text{ext}} \Delta v$$

$$\text{فرایند آدیاباتیک} \Rightarrow Q = 0$$

$$1st \text{ law: } \frac{Q}{m} = \Delta u + w \Rightarrow \Delta u + w = 0$$

$$\Rightarrow P_{\text{ext}}(v_2 - v_1) + u_2 - u_1 = 0$$

$$\Rightarrow u_2 + 200 v_2 - 2792.6 = 0$$

یعنی در شرایط نهایی رابطه فوق بین  $v_2$  و  $u_2$  برقرار است. برای دستیابی به حالت نهایی  $\delta$  را بصورت زیر تعریف کرده و با درون یابی  $\delta$  به صفر،  $T_2$  را می یابیم.

$$\delta = u_2 + 200v_2 - 2792.6$$

$$P_2 = 200 \text{ kPa} \Rightarrow \begin{cases} T = 150^\circ\text{C} \rightarrow \delta = -23.87 \\ T = 200^\circ\text{C} \rightarrow \delta = 77.79 \end{cases} \quad \delta = 0 \Rightarrow T_2 = 161.74^\circ\text{C}$$

$$\text{حالت نهایی:} \quad \begin{cases} T_2 = 161.74^\circ\text{C} \\ P_2 = 200 \text{ kPa} \end{cases} \quad \text{در ناحیه بخار فوق گرم قرار دارد.}$$

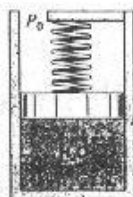
۳۲-۵ یک سیستم سیلندر پیستون دارای یک فنر خطی است و فشار اتمسفر بر روی پیستون وارد می شود. این سیلندر حاوی آب در  $3 \text{ MPa}, 400^\circ\text{C}$  و دارای حجم  $0.1 \text{ m}^3$  است هنگامی که پیستون در کف سیلندر قرار دارد میزان نیروی اعمالی فنر به حدی است که برای توازن نیروها، لازم است فشار درون سیلندر  $200 \text{ kPa}$  باشد. این سیستم تا رسیدن به فشار  $1 \text{ MPa}$  سرد می شود. مقدار انتقال حرارت در طی فرایند را محاسبه کنید.

حل: برای فنر خطی می توان نوشت:

$$F_s = K(L_2 - L_1) \quad \text{سطح مقطع پیستون } A_p$$

$$L_1 = \text{ارتفاع پیستون}$$

$$V = A_p L$$



هنگامی که پیستون در کف سیلندر است در اثر فشار هوای بیرون و فشردگی اولیه فنر فشار  $200 \text{ kPa}$  برای بلند کردن پیستون لازم است.

$$P = P_0 + \frac{K \Delta L}{1000 A_p} + P_c = P_0 + P_c + \frac{K \Delta V}{1000 A_p^2} = P' + \frac{K \Delta V}{1000 A_p^2}$$

- در این رابطه  $P_c$  مقدار فشار اولیه ثابتی است که در اثر فشردگی اولیه فنر ایجاد شده است.

- برای اینکه فشار را بر حسب  $\text{kPa}$  بدست بیاوریم جمله دوم را به  $1000$  تقسیم می کنیم.

- مجموع دو فشار ثابت  $P_0, P_c$  را به عنوان فشار ثابت معادل  $P'$  در نظر می گیریم.

$$200 = P' \quad \text{وقتی پیستون در کف سیلندر است:}$$

$$3000 = P' + \frac{K \times (0.1 - 0)}{1000 A_p^2} = 200 + K' \times 0.1 \quad \text{در حالت اولیه:}$$

$$\left( \text{نسبت } \frac{K}{1000 A_p^2} \text{ را به عنوان ثابت } K' \text{ در نظر می گیریم} \right)$$

$$\Rightarrow K' = 28000, V_1 = 0$$

$$\Rightarrow P = 1000 = 200 + 28000 \times V_2 \Rightarrow V_2 = 0.028 \text{ m}^3$$

$$\text{حالت 1} \left| \begin{array}{l} 400^\circ\text{C} \rightarrow \\ 3\text{MPa} \end{array} \right. \rightarrow \text{فوق گرم} \left| \begin{array}{l} v_1 = 0.09936 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = 2932.75 \text{ kJ/kg} \end{array} \right.$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.1}{0.09936} = 1.006 \text{ kg}$$

$$\text{حالت 2} \left| \begin{array}{l} 1\text{MPa} \\ v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0.028}{1.006} = 0.0278 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right. \rightarrow \text{دوفازه}$$

$$v_f = 0.001127 \text{ m}^3/\text{kg}, v_{fg} = 0.19332 \text{ m}^3/\text{kg}, u_f = 761.67 \text{ kJ/kg}$$

$$u_{fg} = 1821.97 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = \frac{0.0278 - 0.001127}{0.19332} = 0.138$$

$$u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 761.67 + 0.138 \times 1821.97 = 1013.1 \text{ kJ/kg}$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_{0.1}^{0.028} (200 + 28000V) dV = -143.42 \text{ kJ}$$

علامت منفی نشانگر این است که روی سیستم کار انجام می شود.

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{1-2} = -143.42 + 1.006(1013.1 - 2932.75) = -2074.6 \text{ kJ}$$

۳۳-۵ یک سیلندر پیستون عمودی یک فنر خطی دارد که مطابق شکل ۳۲-۵ وصل شده است. فنر طوری نصب شده است که وقتی حجم سیلندر صفر است فشار متوازن کننده داخلی  $100 \text{ kPa}$  باشد. سیلندر حاوی  $0.5 \text{ kg}$  آب در  $125^\circ\text{C}$  و با عیار  $70\%$  است. حال به مجموعه حرارت داده می شود تا فشار درون سیلندر به  $300 \text{ kPa}$  برسد. مقدار کار انجام شده توسط آب طی این فرایند و مقدار انتقال حرارت چقدر است ؟

حل:

$$1) \begin{cases} T_1 = 125^\circ\text{C} \\ x = 70\% \\ m = 0.5 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.53974 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = u_f + x u_{fg} = 1931.66 \text{ kJ/kg} \end{cases} \quad (B.1.1) \text{ از جدول}$$

قانون اول ترمودینامیک / ۸۵

$$P_1 = 232.1 \text{ kPa}, V_1 = m v_1 = 0.26987$$

$$P = 100 + \frac{KV}{A^2} \Rightarrow P = 100 + D.V$$

از قبل می دانیم

$$P_1 = 100 + D V_1 \Rightarrow D = 489.5$$

$$P_2 = 100 + D V_2 \Rightarrow V_2 = 0.40858 \text{ m}^3 \Rightarrow v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.81717 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$p_2 = 300 \text{ kPa}, v_2 = 0.81717 \text{ m}^3/\text{kg}$$

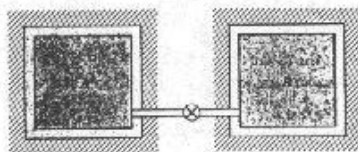
300 kPa		(B.1.3)
$u$	$v$	
0.71629	2650.65	
0.81717	?	$\Rightarrow u_2 = 2749.65$
0.87529	2806.69	

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_{V_1}^{V_2} (100 + D V) dV = 36.9 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-2} = \Delta U + W_{1-2} = m(u_2 - u_1) + W_{1-2} = 445.9 \text{ kJ}$$

۳۴-۵ دو مخزن که کاملاً عایق بندی شده اند با شیری به هم وصل می باشند، شکل ۳۴-۵ مخزن A حاوی 0.6 kg آب در 300 kPa و 300°C است. مخزن B به حجم 300 L حاوی آب در 600 kPa و 80% x است. شیر باز شده و دو مخزن به تدریج به حالت یکسان می رسند. با فرض آدیاباتیک بودن فرایند، نشان دهید حالت نهایی (u, v) دوفازه است و بادرین یابی بر روی فشار، به انرژی داخلی مورد نظر دست یابید.

حل:



$$\begin{cases} T = 300^\circ\text{C} \\ p_A = 300 \text{ kPa} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_A = 0.87529 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_A = 2806.69 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_B = 600 \text{ kPa} \\ x_B = 0.8 \\ T_{sat} = 158.85^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_B = 0.252757 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_B = 2187.9 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$



۸۶ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow m_B = \frac{V_B}{v_B} = 1.18691 \text{ kg}$$

$$m_{tot} = m_A + m_B = 1.78691 \text{ kg} \quad V_A = m_A v_A = 0.525174 \text{ m}^3$$

$$V_{tot} = V_A + V_B = 0.82517 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{V_{tot}}{m_{tot}} = 0.461788 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{تمام جرم رابه عنوان سیستم انتخاب می کنیم:}$$

چون حجم کل ثابت است پس کاری انجام نمی شود.  $W=0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{1st law: } \frac{Q}{m} = \Delta u + w \Rightarrow \Delta u = 0 \Rightarrow u_2 = u_1 = \frac{m_A u_A + m_B u_B}{m_A + m_B} = 2395.67 \text{ kJ/kg} \\ \text{آدیاباتیکی} \Rightarrow Q=0 \\ \text{حجم ثابت} \Rightarrow W=0 \end{array} \right.$$

$$v_2 = 0.461788 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad u_2 = 2395.67 \text{ kJ/kg} \quad \text{حالت نهایی:}$$

در فشارهای  $400 \text{ kPa}$  و  $450 \text{ kPa}$ ، بین دو  $v_g$  قرارداد و  $u_g$  برای هر دو فشار فوق بیش از 2500 می باشد پس از منطقه دو فازه قرارداد داریم.

$$x_1 = \frac{u - u_f}{u_{fg}}, \quad x_2 = \frac{v - v_f}{v_{fg}} \quad \text{داریم:}$$

چون کیفیت در حالت نهایی منحصر بفرد است پس باید  $x_2 = x_1$  باشد.

$\delta = x_2 - x_1$  تعریف می کنیم و با درون یابی  $\delta$  به صفر  $P$  را می یابیم (از جدول B.1.2)

$$\left\{ \begin{array}{l} P = 375 \text{ kPa} \Rightarrow x_1 = 0.920467, x_2 = 0.939662 \Rightarrow \delta = 0.0191952 \\ P = 350 \text{ kPa} \Rightarrow x_1 = 0.922014, x_2 = 0.880611 \Rightarrow \delta = -0.0414035 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta = 0 \Rightarrow P = 367.081 \text{ kPa} \quad P_2 = 367.081 \text{ kPa}$$

۳۵-۵ یک سیلندر پیستون حاوی  $1 \text{ kg}$  آمونیاک در  $20^\circ \text{C}$  با حجم  $0.1 \text{ m}^3$  است. در ابتدا پیستون در

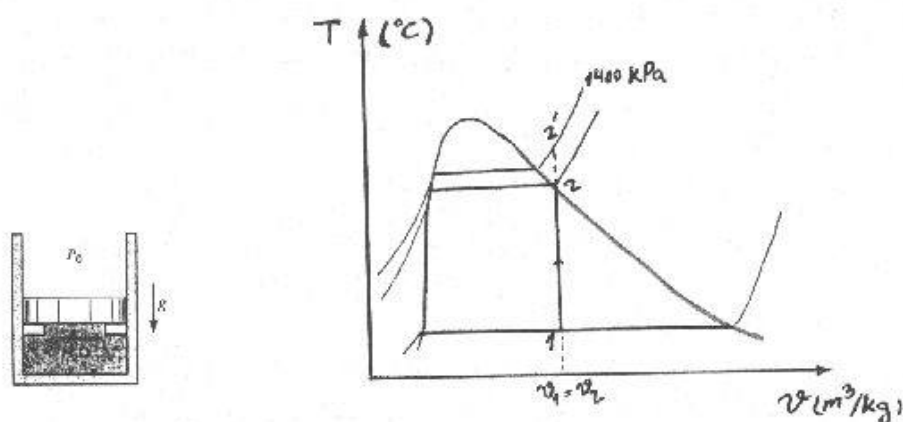
حالت سکون است و سطح بالائی با فشار اتمسفر  $p_0$  در تماس است بطوریکه فشار  $1400 \text{ kPa}$

برای بلند کردن آن لازم است. آمونیاک باید تا چه درجه حرارتی گرم شود که پیستون بلند

شود؟ اگر آمونیاک را تا رسیدن به بخار اشباع حرارت بدهیم، دما و حجم نهایی و انتقال

حرارت  $Q_{1-2}$  را بیابید.

حل:



$$20^\circ\text{C} \quad , \quad v_1 = \frac{V_1}{m} = 0.1 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow$$

حالت ۱:

دوفازه:

$$\Rightarrow v_f = 0.001638 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad v_{fg} = 0.14758 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow u_f = 272.89 \text{ kJ/kg} \quad , \quad u_{fg} = 1059.3 \text{ kJ/kg}$$

$$x_1 = \frac{v_1 - v_f}{v_{fg}} = \frac{0.1 - 0.001638}{0.14758} = 0.666$$

$$\Rightarrow u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 272.89 + 0.666 \times 1059.3 = 978.38 \text{ kJ/kg}$$

(a) حالت ۲:

وقتی پیستون از تکیه گاهها بلند می شود.

$$P_2 = 1400 \text{ kPa} \quad , \quad v_2 = v_1 = 0.1 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow \text{بخار فوق گرم}$$

	1400 kPa
$T = 50^\circ\text{C}$	$v = 0.09942$
$T = 60^\circ\text{C}$	$v = 0.10423$

$$\text{درون یابی} \quad v = 0.1 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow T_2 = 51.2^\circ\text{C}$$

جواب قسمت اول:

به همین ترتیب داریم:

$$h_2 = 1516.98 \text{ kJ/kg} \quad , \quad u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 1516.98 - 1400 \times 0.1$$

$$= 1376.98 \text{ kJ/kg}$$

(b)

تازمانیکه پیستون حرکت نکرده است تحول یک تحول حجم ثابت است و بعد از حرکت پیستون به علت ثابت بودن نیروهای خارجی اعمال شده بر روی پیستون فرایند فشار ثابت است با مراجعه به

۸۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

جدول B.2.1 می بینیم که  $v_g < 0.1 \text{ m}^3/\text{kg}$  یا  $1400 \text{ kPa}$  می توان گفت خط حجم ثابت قبل از رسیدن به خط فشار  $1400 \text{ kPa}$  خط بخار اشباع را قطع می کند این مطلب در روی نمودار  $T-v$  مشخص شده است

$$V_2 - mv_2 = 1 \times 0.1 \text{ m}^3 \quad \text{حالت ۲}$$

$$v_2 = v_f = 0.1 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow T_2 = T_{sat} \mid v_g = 0.1 \text{ m}^3/\text{kg} = 33.54^\circ\text{C}$$

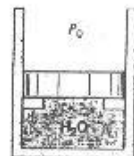
$$u_2 = u_g = 1339.02 \text{ kJ/kg}$$

$$(\Delta V_{1-2} = 0) \Rightarrow W_{1-2} = 0$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = 0 + 1 \times (1339.02 - 978.38) = 360.65 \text{ kJ}$$

۳۶-۵ یک سیلندر پیستون حاوی  $5 \text{ kg}$  آب در دمای  $100^\circ\text{C}$  و با عیار  $x = 20\%$  است. پیستون به جرم  $m_p = 75 \text{ kg}$  مشابه شکل (۳۵-۵) بر روی موانع بدنه قرار دارد. فشار محیط  $100 \text{ kPa}$  و مساحت مقطع سیلندر  $A = 24.5 \text{ cm}^2$  است. اکنون به مجموعه حرارت می دهیم تا آب به حالت بخار اشباع برسد مطلوبست حجم اولیه، فشار نهایی، کار انجام شده، مقدار انتقال حرارت و نمودار  $p-v$  را رسم کنید.

$$1) \begin{cases} T_1 = 100^\circ\text{C} \\ x = 20\% \\ m = 5 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_f + xv_{fg} = 0.335414 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = u_f + xu_{fg} = 836.43 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

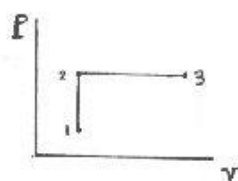


$$V_1 = mv_1 = 1.67707 \text{ m}^3$$

$$P = P_{at} + \frac{m_p g}{A} = 400.3 \text{ kPa} \quad \text{فرایند تارسیدن به این فشار، حجم ثابت است.}$$

و بعد از اینکه فشار درون سیلندر به این مقدار رسید، فرایند فشار ثابت داریم.

$$2) \begin{cases} P_2 = 400.3 \text{ kPa} \\ v_2 = 0.335414 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \quad 3) \begin{cases} P_3 = 400.3 \text{ kPa} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_3 = v_g = 0.46217 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_3 = u_g = 2553.57 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$



$$w_{1-3} = w_{1-2} + w_{2-3} = \int_1^2 p dv + \int_2^3 p dv$$

$$\Rightarrow w_{1-3} = p_3(v_3 - v_2) = 50.74 \text{ kJ/kg}$$

$$W_{1-3} = m_{1-3} w_{1-3} = 253.7 \text{ kJ} \quad (w_{1-2} = 0)$$

$$Q_{1-3} = \Delta U + W_{1-3} \Rightarrow Q_{1-3} = m(u_3 - u_1) + W_{1-3} = 8839.4 \text{ kJ}$$

۵-۳۷ یک مخزن صلب به وسیله یک غشاء به دو اتاقک  $B, A$  تقسیم شده و هر دو حاوی آب می باشند، شکل (۵-۳۷). اتاقک  $A$  در  $200\text{ kPa}$ ،  $v=0.5\text{ m}^3/\text{kg}$ ،  $V_A=1\text{ m}^3$  و اتاقک  $B$  حاوی  $3.5\text{ kg}$  آب در  $400^\circ\text{C}$ ،  $0.5\text{ MPa}$  می باشد. اکنون غشاء پاره شده و حرارت طوری بامحیط مبادله می گردد که آب دردمای  $100^\circ\text{C}$  به حالت یکسان درمی آید. انتقال حرارت را در طول فرایند بیابید.

حل:

کل جرم درون مخزن را به عنوان سیستم انتخاب می کنیم. چون حجم ثابت است پس

$$W=0$$

از جدول (B.1.2) داریم:

در حالت دو فازه است، زیرا

$$P_A = 200\text{ kPa} \Rightarrow v_g = 0.88573 > v_A$$

$$m_A = \frac{V_A}{v_A} = 2\text{ kg} \Rightarrow m_{tot} = m_A + m_B = 5.5\text{ kg}$$

$$x_A = \frac{v_A - v_f}{v_{fg}} = 0.563983$$

$$\Rightarrow u_A = u_f + xu_{fg} = 1646.55\text{ kJ/kg}$$

$$v_B = 0.61728\text{ m}^3/\text{kg}, u_B = 2963.19\text{ kJ/kg}$$

از جدول (B.1.3) داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} u_{1,system} = \frac{m_A u_A + m_B u_B}{m_{tot}} = 2484.41\text{ kJ/kg} \\ v_{1,system} = \frac{m_A v_A + m_B v_B}{m_{tot}} = 0.574633\text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_2 = v_1 \Rightarrow x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} \Big|_{100^\circ\text{C}} = 0.343086 \Rightarrow u_2 = u_f + xu_{fg} = 1135.13\text{ kJ/kg} \\ T_2 = 100^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$1st\ law: Q = \Delta U + W = \Delta U + 0 = m(u_2 - u_1) = -7.421\text{ MJ}$$

۵-۳۸ دو مخزن توسط یک شیر به هم متصل هستند. حجم هر دو مخزن  $1\text{ m}^3$  است و مخزن  $A$  دارای  $R-134a$  در  $20^\circ\text{C}$  و کیفیت  $15\%$  می باشد. مخزن  $B$  در ابتدا تهی است. با باز شدن شیر، بخار اشباع از  $A$  به  $B$  جریان می یابد تا فشارها برابر شوند. وقوع فرایند به کندی صورت می گیرد به گونه ای که درجه حرارت در طی فرایند در  $20^\circ\text{C}$  ثابت بماند.

می‌ماند. مقدار حرارت منتقل شده به  $R-134a$  در طی فرایند را بیابید.

حل:

$R-134a$  را سیستم در نظر می‌گیریم:

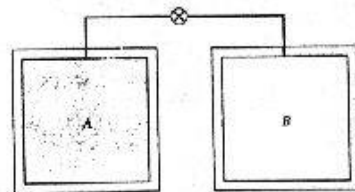
حالت ۱:  $20^\circ\text{C}$  دوفازه

$$v_f = 0.000817 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{fg} = 0.03524 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_f = 227.03 \text{ kJ/kg}$$

$$u_{fg} = 162.16 \text{ kJ/kg}$$



$$v_1 = v_{1f} + x_1 v_{1fg} = 0.000817 + 0.15 \times 0.03524 = 0.006103 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 = u_{1f} + x_1 u_{1fg} = 227.03 + 0.15 \times 162.16 = 251.354 \text{ kJ/kg}$$

$$m = \frac{V_A}{v_1} = \frac{1}{0.006103} = 163.854 \text{ kg}$$

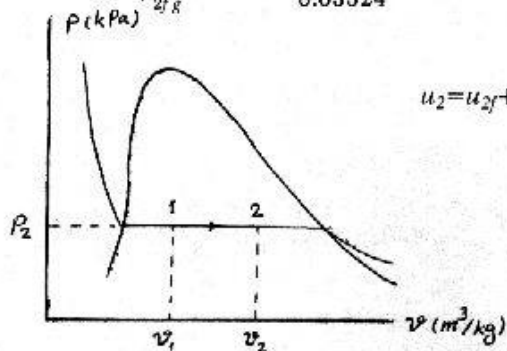
حالت ۲:

$$T_2 = T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$\rightarrow \text{دوفازه } P_2 = P_{sat} \mid_{20^\circ\text{C}} = 572.8 \text{ kPa}$$

$$v_2 = \frac{V_A + V_B}{m} = \frac{2}{163.854} = 0.012206 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}} = \frac{0.012206 - 0.000817}{0.03524} = 0.323184$$



$$u_2 = u_{2f} + x_2 u_{2fg} = 227.03 + 0.323184 \times 162.16 = 279.438 \text{ kJ/kg}$$

در انبساط آزاد کار صفر است  $W_{1-2} = 0$

$$\begin{aligned} 1st \text{ law: } Q_{1-2} &= W_{1-2} + U_2 - U_1 \\ &= W_{1-2} + m \Delta u \end{aligned}$$

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = 4.6 \text{ MJ}$$

۳۹-۵ سیستم مساله قبل را در نظر بگیرید. حال شیرباز می‌شود، با فرض اینکه گرمابه اندازه کافی به دومخزن انتقال یابد طوریکه تمام مایع تبخیر گردد، مقدار انتقال حرارت لازم را پیدا کنید.

حل:

$$1) R-134a \begin{cases} T_1 = 20^\circ C \\ x = 15\% \\ V = 1 m^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.006103 m^3/kg \\ m = \frac{V}{v_1} = 163.854 kg \\ u_1 = u_f + x u_{fg} = 251.354 kJ/kg \end{cases}$$

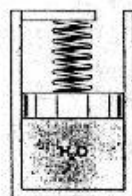
$$2) \begin{cases} x = 1 \\ V = 2 m^3 \end{cases} \Rightarrow v_2 = \frac{V}{m} = 0.01221 \quad \text{بملاحظه جدول (B.5.1)}$$

$T$	$v_g$	$u_g$
55	0.01316	406.01
$\Rightarrow T_2 = ?$	0.01221	$u_2 = ? \Rightarrow u_2 = 407.04$
60	0.01146	407.85

$$Q_2 = W_2 + m(u_2 - u_1) = 25510 kJ \quad (W_2 = 0) \quad \text{فرایند انبساط آزاد داریم پس}$$

۴۰-۵ یک سیلندر دارای پیستونی می باشد که بوسیله یک فنر خطی در جای خود نگه داشته می شود. این سیلندر حاوی  $0.5 kg$  بخار آب اشباع در  $120^\circ C$  است، (شکل ۴۰-۵). با گرم کردن آب پیستون از جای خود حرکت می کند. ثابت فنر معادل  $15 \frac{kN}{m}$  و سطح مقطع پیستون برابر  $0.05 m^2$  است. می دانیم که فشار بطور خطی با حجم تغییر می کند و فرایند تا فشار نهایی  $500 kPa$  دنبال می شود. دمای نهایی درون سیلندر و مقدار انتقال حرارت را بیابید.

حل:



$$P = \frac{K \Delta x}{A_p} = \frac{K A_p \Delta x}{A_p^2} = \frac{K \Delta V}{A_p^2} = \frac{K m \Delta v}{A_p^2} = C \Delta v$$

$$C = \frac{K m}{A_p^2} = 3000 \frac{kPa \cdot kg}{m^3}$$

$$P = 3000(v - v_0) \quad (I)$$

$$\begin{cases} T = 120^\circ C \\ x = 100\% \end{cases} \Rightarrow P_{sat} = 198.5, u_1 = u_g = 2529.24, v_1 = v_g = 0.89186$$

شرایط اولیه باید در I صدق کنند

۹۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow 198.5 = 3000(0.89186 - v_0) \Rightarrow v_0 = 0.825693 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow P = 3000v - 2477.08$$

این رابطه در تمام شرایط از جمله شرایط نهایی برقرار است

$$\begin{cases} P_2 = 500 \text{ kPa} \\ P = 3000v - 2477.08 \end{cases} \Rightarrow v_2 = 0.99236 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P = 500 \text{ kPa} \Rightarrow v_g = 0.37489 < v_2 \quad \text{بامراجعه به جدول (B.1.2) داریم:}$$

پس نقطه 2 در منطقه فراگرم قرار دارد. بادیرون یابی از جدول (B.1.3) دما و انرژی داخلی را بدست می آوریم.

$$\Rightarrow T_2 = 802.992^\circ\text{C}, u_2 = 3667.9 \text{ kJ/kg}$$

$$w = \int P dv = [1500v^2 - 2477.08v]_{0.89186}^{0.99236} = 35.0996 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q = \Delta U + W = m(\Delta u + w) = 586.88 \text{ kJ}$$

۴۱-۵ یک راکتور پر شده از آب در فشار و درجه حرارت  $20 \text{ MPa}$ ,  $360^\circ\text{C}$  در داخل یک اتاق کاملاً عایق قرار دارد. حجم راکتور  $1 \text{ m}^3$  است. (شکل ۴۱-۵) اتاق در ابتدا خلاء می باشد. در اثر وقوع نقص راکتور می ترکد و آب اتاق را پرمی کند حداقل حجم اتاق را به نحوی که فشار نهایی از  $200 \text{ kPa}$  بیشتر نشود بدست آورید.

حل:

$$20 \text{ MPa}, 360^\circ\text{C}$$

حالت ۱:

مایع متراکم:

$$v_1 = 0.001823, u_1 = 1702.78 \text{ kJ/kg}$$

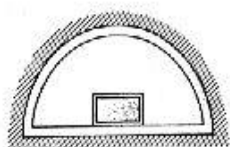
$$\Rightarrow m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{1}{0.001823} = 548.55 \text{ kg}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1), \quad Q_{1-2} = 0$$

به علت اینکه هیچ مقاومتی در برابر انبساط آب در خلاء وجود ندارد (انبساط آزاد) در طی این فرایند کاری انجام نخواهد شد.

$$\Rightarrow 0 = 0 + m(u_2 - u_1) \Rightarrow u_2 = u_1 = 1702.78 \text{ kJ/kg}, P_2 = 200 \text{ kPa} \rightarrow$$

دوفازه:



قانون اول ترمودینامیک / ۹۳

$$u_f = 504.47 \text{ kJ/kg}, \quad u_{fg} = 2025.02 \text{ kJ/kg}, \quad v_f = 0.001061 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{fg} = 0.88467 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$x_2 = \frac{u_2 - u_{2f}}{u_{2fg}} = \frac{1702.78 - 504.47}{2025.02} = 0.59$$

$$v_2 = v_{2f} + x_2 v_{2fg} = 0.524566 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$V_2 = m v_2 = 548.55 \times 0.524566 = 287.75 \text{ m}^3$$

حداقل حجم اتاق:

۴۲-۵ آرایش مساله قبل را در نظر بگیرید اما این بار حجم اتاق را  $100 \text{ m}^3$  فرض کنید. نشان دهید که

حالت نهایی دوفازی است و فشار نهایی را با حدس و خطایابید.

حل:

$$\left\{ \begin{array}{l} 20 \text{ MPa} \\ 360^\circ \text{C} \end{array} \right. \rightarrow \text{حمايع متراكم} \left\{ \begin{array}{l} v_1 = 0.001823 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = 1702.78 \text{ kJ/kg} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{1}{0.001823} = 548.55 \text{ kg}$$

از مساله قبل داریم:  $u_2 = 1702.78$

$$u_2 = 1702.78, \quad V_2 = 100 \text{ m}^3, \quad v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{100}{548.55} = 0.1823 \quad (2)$$

باملاحظه جدول (B.1.3) درمی یابیم که حالت 2 حالت بخار فراگرم نیست چون  $u_2 < u_g$

$$x_2 = \frac{u_2 - u_{2f}}{u_{2fg}}, \quad x_2 = \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}}$$

$$\delta = \frac{u_2 - u_{2f}}{u_{2fg}} - \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}} \quad \text{محاسبه } x_2 \text{ از دو معادله فوق باید به یک جواب منجر شود.}$$

باملاحظه جدول (B.1.2) داریم.

$$P = 550 \text{ kPa}, \quad v_f = 0.001097, \quad v_{fg} = 0.34159, \quad u_f = 655.30, \quad u_{fg} = 1909.17 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta = 1.82\%$$

$$P = 600 \text{ kPa}, \quad v_f = 0.001101, \quad v_{fg} = 0.31457, \quad u_f = 669.88, \quad u_{fg} = 1897.52 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta = -3.17\%$$

باز درون یابی داریم

$P$	$\delta$	
550	1.82%	
$P = ?$	$\delta = 0$	$\Rightarrow P = 568.2 \text{ kPa}$
600	-3.17%	

۴۳-۵ R-12 در ترکیب سیلندر پیستونی در فشار  $2 \text{ MPa}$  و دمای  $150^\circ \text{C}$  قرار دارد. پیستون بدون وزن

بروی نگهدارنده ها قرار گرفته و حجم  $V = 0.5 \text{ m}^3$  می باشد. فضای بالای پیستون به خط

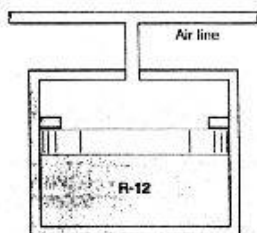


۹۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

هوادر  $10^\circ\text{C}$ ،  $450\text{kPa}$  وصل است. (شکل ۴۳-۲۵)، اکنون کل سیستم تادمای محیط،  $10^\circ\text{C}$  سرد می شود. مقدار انتقال حرارت رایافته و فرایند را روی نمودار  $P-v$  نشان دهید.

حل:

از جدول (B.3.2) داریم:



$$\begin{cases} T_1 = 150^\circ\text{C} \\ P_1 = 2\text{MPa} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 277.41 \\ v_1 = 0.01265 \end{cases} \Rightarrow$$

$$u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 252.11 \text{ kJ/kg}$$

$$V = 0.5 \Rightarrow m = \frac{V}{v_1} = 39.5257 \text{ kg}$$

برای یافتن دمای اشباع در  $450\text{kPa}$  داریم

$$\begin{cases} P = 400 \Rightarrow T_{sat} = 8.15^\circ\text{C} \\ P = 500 \Rightarrow T_{sat} = 15.6^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow$$

$$P = 450\text{kPa} \Rightarrow T_{sat} = 11.875^\circ\text{C} > 10^\circ\text{C}$$

یعنی  $R-12$  در حالت نهایی مایع مادون سرد است که خواص آن را با مایع اشباع در همان دما تقریب می زنیم.

$$T_{sat} = 10^\circ\text{C} \Rightarrow \begin{cases} v_2 = v_f = 0.000733 \\ u_2 = u_f = 45.06 \end{cases} \Rightarrow$$

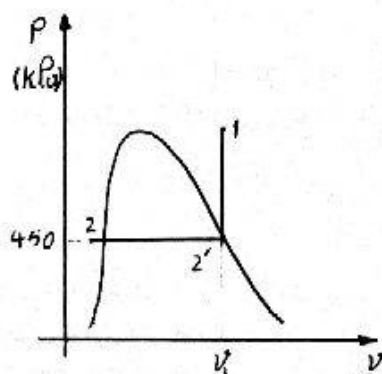
$$V_2 = 0.0289723 \text{ m}^3$$

فرایند تازمانیکه فشار به  $450\text{kPa}$  برسد در حجم ثابت  $\left( W_{1-2} = 0 \right)$  و از آن به بعد در فشار ثابت دنبال می شود. در نقطه  $2'$  داریم:

$$\begin{cases} v_{2'} = v_1 = 0.01265 \\ P_{2'} = 450\text{kPa} \Rightarrow v_g = 0.0388479 > v_{2'} \Rightarrow \end{cases} \quad \text{در منطقه دو فاز قرار دارد}$$

$$W = W_{1-2} + W_{2'-2} = 0 + \int_{2'}^2 P dV = P \Delta V = -211.962 \text{ kJ}$$

$$\Delta U = m \Delta u = m(u_2 - u_1) = -8183.8 \text{ kJ}$$

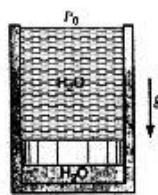


قانون اول ترمودینامیک / ۹۵

$$1st\ law: Q_1 = \Delta U + W_1 = -8395.76\ kJ$$

۴۴-۵ یک سیلندر انتهای باز به ارتفاع  $10\ m$  و مساحت مقطع  $A_{cyl} = 0.1\ m^2$  دارای یک پیستون عایق شناور و نازک به جرم  $198.5\ kg$  می باشد. زیر پیستون  $2\ kg$  آب در  $20^\circ C$  و بالای آن آب در درجه حرارت  $20^\circ C$  قرار دارد. مقادیر فشار و شتاب جاذبه را برابر با مقادیر استاندارد  $P_0, g$  فرض کنید. اکنون به آب زیر پیستون حرارت می دهیم به گونه ای که منبسط شده و پیستون را به سمت بالا فشار دهد و آب از لبه سیلندر سرریز گردد. این فرایند تا رسیدن پیستون به بالای سیلندر ادامه می یابد. مقدار حرارت منتقل شده در طی فرایند و حالت نهایی  $(T, P, v)$  آب زیر پیستون را بیابید.

حل:



$$P_0 = 101.325\ kPa$$

$$g = 9.80665\ m/s^2$$

حالت ۱ برای آب بالای پیستون:

$$101.325\ kPa, 20^\circ C \rightarrow$$

$$v_{1a} \approx v_f \big|_{20^\circ C} = 0.001002\ m^3/kg$$

(ارتفاع آب در زیر پیستون:  $h_b$ )

حالت ۱: جرم آب در بالای پیستون برابر است با

$$m_{1a} = \frac{V_{1a}}{v_{1a}} = \frac{(10 - h_b) \times 0.1}{0.001002} = 998 - 99.8 h_b$$

$$P_b = P_0 + \frac{m_a g}{1000 A_{cyl}} + \frac{m_p g}{1000 A_{cyl}}$$

حالت ۱: آب در زیر پیستون

(تقسیم جملات دوم و سوم بر ۱۰۰۰ برای تبدیل جواب به  $kPa$  است.)

$$P_b = 101.325 + \frac{(998 - 99.8 h_b) \times 9.80665}{1000 \times 0.1} + \frac{198.5 \times 9.80665}{1000 \times 0.1}$$

$$P_b = 218.661 - 9.78704 h_b = 218.661 - 195.74 v_b \quad \left( h_b = \frac{v_b \times 2}{A_{cyl}} \right)$$

برای یافتن  $v_{1b}, P_{1b}$  باید از روی جدول و با استفاده از این رابطه سعی و خطا کنیم:

$$R = P_b - 218.661 + 195.74 v_b$$

(از آنجائیکه در  $20^\circ C$  آب در قسمت بالا که فشار کمتری دارد مایع متراکم است بنابراین آب در قسمت

پائین که فشار بیشتری دارد حتماً مایع متراکم خواهد بود)

$$\left\{ \begin{array}{l} P=218 \text{ kPa} , v \cong v_f = 0.0010316 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow R = -0.459 \\ R=0 \rightarrow P_{1b}=218.459 \text{ kPa} , v_{1b}=0.0010322 \text{ m}^3/\text{kg} \\ P=219 \text{ kPa} , v \cong v_f = 0.0010328 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow R = 0.54 \end{array} \right.$$

سعی اول:

درون یابی

سعی دوم:

$$218.459 \text{ kPa} , 0.0010322 \text{ m}^3/\text{kg}$$

حالت ۱: آب زیریستون

$$u_{1b} \cong u_f = 519.269 \text{ kJ/kg}$$

مایع متراکم:

$$V_{1b} = v_{1b} \times m = 0.0020644 \text{ m}^3$$

$$V_{1a} = V_{tot} - V_{1b} = 10 \times 0.1 - 0.0020644$$

$$\Rightarrow V_{1a} = 0.99793 \text{ m}^3$$

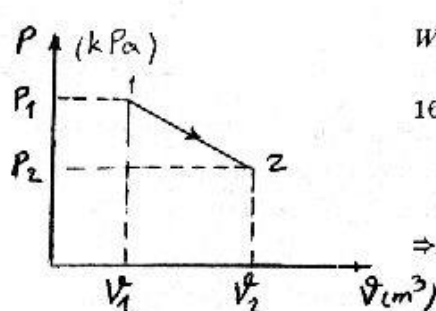
$$W_{1-2)a} = \int_1^2 F dh , F = \frac{V_a}{v_a} \times g + m_p g + P_0 \times A_{cyl}$$

کار روی قسمت بالا:

$$\Rightarrow W_{1-2)a} = \int_{0.99793}^0 \left[ \left( \frac{V}{0.001002} + 198.5 \right) \times 9.80665 + 101325 \times 0.1 \right] \frac{dV}{0.1} \Rightarrow$$

$$\left( h = \frac{V}{A_{cyl}} \Rightarrow dh = \frac{dV}{A_{cyl}} \right)$$

$$W_{1-2)a} = -169274 \text{ J} = -169.274 \text{ kJ} , W_{1-2)b} = -W_{1-2)a} = 169.274 \text{ kJ}$$



$$W_{1-2)b} = \frac{P_2 + P_1}{2} \times (V_2 - V_1)$$

$$169.274 = \frac{P_{2b} - 218.459}{2} \times$$

$$(1 - 0.0020644)$$

$$\Rightarrow P_{2b} = 120.789 \text{ kPa}$$

$$v_{2b} = \frac{V_{tot}}{m_b} = \frac{10 \times 0.1}{2} = 0.5 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_{2b} = 120.789 \text{ kPa}$$

حالت ۲: آب زیریستون

دوفازه:

$$v_f = 0.001047 \text{ m}^3/\text{kg} , v_{fg} = 1.41831 \text{ m}^3/\text{kg} , u_f = 440 \text{ kJ/kg} \Rightarrow$$

قانون اول ترمودینامیک / ۹۷

$$u_{fg} = 2072.34 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 0.35 \Rightarrow u_2 = u_f + x u_{fg} = 1169.03 \text{ kJ/kg}$$

آب زیرپستون را سیستم در نظر می گیریم:

$$1st \text{ law} : Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{1-2} = 169.274 + 2(1169.03 - 519.269) = 1468.79 \text{ kJ}$$

حالت نهایی: (مقادیر خاصیت هادر  $120.789 \text{ kPa}$  را برابر با مقادیر

در  $120.8 \text{ kPa}$  که در جدول (B.1.1) موجود است گرفته ایم)  $T = T_{sat} \mid_{120.789 \text{ kPa}} \cong 105^\circ \text{C}$

$$v = 0.5 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad P = 120.789 \text{ kPa}$$

۴۸-۵ سیلندر نشان داده شده در شکل (۴۸-۵) را در نظر بگیرید که در آن پستون بدون اصطکاک می تواند آزادانه بین موانع حرکت داشته باشد. وقتی که پستون روی موانع پایینی قرار دارد حجم محبوس  $400 \text{ L}$  و وقتی که پستون به موانع بالایی رسید حجم محبوس  $600 \text{ L}$  می رسد. ابتدا سیلندر حاوی آب در  $100 \text{ kPa}$  و با عیار  $20\%$  است. مجموعه را حرارت می دهیم تا آب به حالت بخار اشباع برسد اگر برای حرکت پستون در مقابل فشار محیط و وزن آن نیاز به فشار  $300 \text{ kPa}$  باشد، فشار نهایی درون سیلندر، مقدار انتقال حرارت و کار در کل فرایند را تعیین کنید.

حل:

(1)

$$P = 100 \text{ kPa}, \quad x = 20\%$$

$$v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.339635 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$V = 0.4 \text{ m}^3 \Rightarrow m = \frac{V}{v_1} = 1.178 \text{ kg}$$

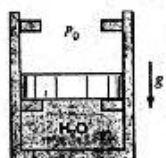
$$u_1 = u_f + x u_{fg} = 835.1 \text{ kJ/kg}$$

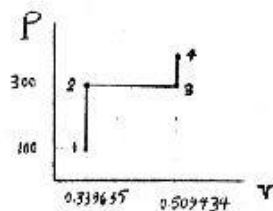
$$v = 0.339635, \quad P = 300 \text{ kPa} \quad (2)$$

وقتی پستون به موانع بالایی می رسد

$$v = \frac{0.6}{1.178} = 0.509434$$

که کمتر از  $v_{g, 300 \text{ kPa}} = 0.60582$  است و این بدان معنی است که مادر فشار  $300 \text{ kPa}$  نمی توانیم به بخار اشباع برسیم و نمودار  $P-v$  بصورت زیر خواهد بود.





$$\begin{cases} v = \frac{V}{m} = \frac{0.6}{1.178} = 0.509434 \text{ m}^3/\text{kg} \\ P = 300 \text{ kPa} \end{cases} \quad (3)$$

$$v = 0.509434, \quad x = 1, \quad P = ?, \quad u = ? \quad (4)$$

$v_g$	$P$	$u_g$
0.52425	350	2548.92
0.509434	$P = ?$	$u = ?$
0.49137	375	2551.31

$$\Rightarrow P_4 = 361.3 \text{ kPa}, \quad u_4 = 2550$$

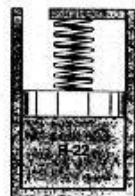
$$W_{1-4} = \int_{v_1=0.4}^{v_2=0.6} P dv = m P_3 (v_g - v_2) = 60 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-4} = \Delta U + W_{1-4} = m(u_4 - u_1) + 60 = 2080 \text{ kJ}$$

۵-۵۰ سیلندری بایک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده و پیستون به وسیله یک فنر خطی در جای خود نگه داشته می شود. سیلندر حاوی R-22 در  $20^\circ\text{C}$  و  $x=60\%$  بوده و حجم اولیه آن 8L است (شکل ۵-۵۰). سطح مقطع پیستون  $0.04 \text{ m}^2$  و ثابت فنر  $500 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$  است. 62kJ گرما به R-22 داده می شود. نشان دهید فشار نهایی حدود  $1600 \text{ kPa}$  است و دمای نهایی را بیابید.

حل:

از جدول (B.4.1)



$$T = 20^\circ\text{C}, \quad x = 0.6$$

$$\Rightarrow P_{\text{sat}} = 909.9 \text{ kPa}, \quad v_1 = 0.015932 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 = 166.872 \text{ kJ/kg}$$

$$m = \frac{V}{v} = 0.502134 \text{ kg}$$

بارگذاری با فنر خطی:

$$P = \frac{K \Delta x}{A_p} = \frac{K \Delta V}{A_p^2} = \frac{K m}{A_p^2} \Delta v = \frac{K m}{A_p^2} v + c \Rightarrow P = 156917 v + c$$

$$P_1 = 909.9 \text{ kPa}, \quad v_1 = 0.015932 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow 909.9 = 156917 \times 0.015932 + c$$

$$\Rightarrow c = -1590.1 \Rightarrow P = 156917 v - 1590.1$$

(I)

قانون اول ترمودینامیک / ۹۹

$$1st\ law: Q = \Delta U + W \Rightarrow \frac{Q}{m} = \Delta u + w \Rightarrow \frac{62}{0.50213} = u_2 - u_1 + \int_{v_1}^{v_2} P dv \quad (II)$$

از طرفی:

$$\int_{v_1}^{v_2} P dv = \int_{v_1}^{v_2} [156917v - 1590.1] dv = [78458.5 v^2 - 1590.1 v]_{v_1}^{v_2}$$

$$= 78458.5 v_2^2 - 1590.1 v_2 + 5.41846$$

$$II \Rightarrow 123.473 = 5.41846 + 78458.5 v_2^2 - 1590.1 v_2 + u_2 - 166.872$$

$$\Rightarrow u_2 + 78458.5 v_2^2 - 1590.1 v_2 - 284.927 = 0 \quad (III)$$

یعنی در شرایط نهایی بین متغیرهای حالت، روابط  $III, I$  برقرار است. با توجه به راهنمایی مساله مقادیر را برای  $P = 1600 kPa$  می یابیم ( $\delta_{III}$  را مقدار اختلاف سمت چپ رابطه  $III$  با صفر فرض کنید)

$$\Rightarrow \delta_{III} = u + 78458.5 v^2 - 1590.1 v - 284.927$$

از جدول (B.4.2) و با توجه به رابطه  $I$  داریم:

$$I, P = 1600 kPa \Rightarrow v = 0.0203299 \Rightarrow h_2 = 318.094 \Rightarrow u = h - pv = 285.566$$

$$\Rightarrow \delta_{III} = 0.740$$

(چون در رابطه  $III$  عدد  $-284.927$  باقیه اعداد جمع می شود  $\delta_{III}$  در مقابل آن ناچیز است پس فرض  $P = 1600 kPa$  فرض قابل قبولی است.)

$$P = 1600 kPa \Rightarrow T_2 = 106.409^\circ C \quad (B.4.2) \text{ درون یابی از جدول}$$

۵۲-۵ یک سیلندر با پیستون بدون اصطکاک، که حاوی بخار آب در  $2 MPa$ ،  $500^\circ C$  و حجم  $5L$  است در شکل نشان داده شده است. نیروی خارجی پیستون متناسب با توان سوم حجم سیلندر می باشد. تار سیدن فشار سیلندر به  $500 kPa$ ، حرارت از سیلندر انتقال یافته و حجم و نیرو کاهش می یابد. مقدار کار و انتقال حرارت در این فرایند را بیابید.

حل:

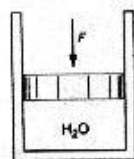
آب داخل سیلندر را به عنوان سیستم در نظر

می گیریم:

حالت ۱:  $2 MPa, 500^\circ C$

بخار فوق گرم:

$$v = 0.17568 m^3/kg, u = 3116.2 kJ/kg$$



۱۰۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.005}{0.17568} = 0.02846 \text{ kg}$$

$$F_{ext} = KV^3 \Rightarrow P_{ext} = \frac{F}{A_p} = K'V^3$$

$$2000 = K' \times 0.005^3 \Rightarrow K' = 1.6 \times 10^{10}$$

حالت ۱:

$$P = 1.6 \times 10^{10} V^3$$

حالت ۲:

$$500 = 1.6 \times 10^{10} V_2^3 \Rightarrow V_2 = 0.00315 \text{ m}^3 \Rightarrow v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.110674 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v = 0.110674 \text{ m}^3/\text{kg}, P = 500 \text{ kPa} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_f = 0.001093 \text{ m}^3/\text{kg}, v_{fg} = 0.3738 \text{ m}^3/\text{kg}, u_f = 639.66 \text{ kJ/kg}$$

دوفازه

$$u_{fg} = 1921.57 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = 0.29$$

$$u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 1202.98 \text{ kJ/kg}$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_{0.005}^{0.00315} (1.6 \times 10^{10} V^3) dV = -2.106 \text{ kJ}$$

$$\text{1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{1-2} = -2.106 + 0.02846(1202.98 - 3116.2) = -56.56 \text{ kJ}$$

۵-۵۶ سیلندر پیستون نشان داده شده در شکل (۵۶-P) محتوی مبرد R-12 در  $-30^\circ\text{C}$  با کیفیت

$x=20\%$  بوده و حجم آن  $0.2 \text{ m}^3$  است. معلوم شده

است که  $V_{stop} = 0.4 \text{ m}^3$ . وقتی که پیستون در کف

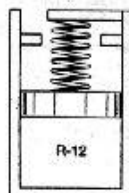
سیلندرمی نشیند نیروی فنر با سایر بارهای وارده

بر پیستون برابراست. حال مجموعه تادمای  $20^\circ\text{C}$

حرارت داده می شود. مقدار جرم مایع

را پیدا کنید. نمودار  $P-v$  را رسم کنید و مقدار کار و انتقال

حرارت را بدست آورید.



حل:

$$T_1 = -30^\circ\text{C}, x = 20\% \Rightarrow v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.032412, V_1 = 0.2 \text{ m}^3 \quad (1)$$

$$h_1 = h_f + x h_{fg} = 41.928, P_1 = P_{sat} = 100.4 \text{ kPa}, m = \frac{V_1}{v_1} = 6.2 \text{ kg}$$

$$P = \frac{KV}{A^2} = DV, P_1 = DV_1 \Rightarrow D = 502$$

از قبل می دانیم:

(B.3.1) از جدول (2)

$$\begin{cases} V=0.4 \\ P_2=DPV_2=200.8 \text{ kPa} \Rightarrow T_2=-12.5^\circ\text{C} \\ v_2=\frac{V_2}{m}=0.064824 \end{cases}$$

مشاهده می شود  $T_2$  کمتر از  $20^\circ\text{C}$  است.از این به بعد فرایند در حجم ثابت انجام می گیرد (تادمای  $20^\circ\text{C}$ )

(B.3.2) از جدول

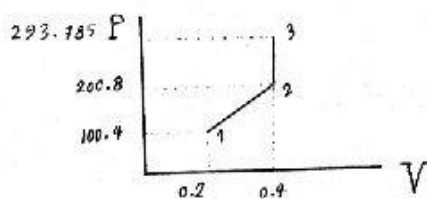
$20^\circ\text{C}$		
$v$	$P$	$h$
0.09642	200	202.28
0.064824	$P_3=?$	$h_3=?$
0.06273	300	200.64

(3)

$$\Rightarrow P_3=293.785, h_3=200.742, u_3-h_3-P_3v_3=181.698$$

$${}_1W_3 = \int_1^2 PdV + 0 = \frac{P_1+P_2}{2}(V_2-V_1) = 30.12 \text{ kJ}$$

$$(V_2=V_3 \Rightarrow {}_2W_3=0)$$



$${}_1Q_3 = \Delta U + {}_1W_3$$

$$\Rightarrow {}_1Q_3 = m(u_3-u_1) + {}_1W_3 = 912.7 \text{ kJ}$$

توجه شود که در اینجا چون فشار ثابت نیست،

نمی توانیم از فرمول  ${}_1Q_3 = m(h_3-h_1)$ 

استفاده کنیم.

۵-۵۹ اتومبیلی به جرم  $1275 \text{ kg}$  با سرعت  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  حرکت می کند. در همین لحظه ترمزها برای

رساندن ناگهانی سرعت به  $20 \text{ km/h}$  به کار برده می شوند. فرض کنید که لنتهای ترمز با

جرم  $0.5 \text{ kg}$  دارای ظرفیت حرارتی ویژه  $1.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$  باشند. همینطور فرض کنید دیسک /

دراهمهای ترمز به جرم  $4.0 \text{ kg}$  از فولاد ساخته شده اند و هر دو جرم بطور یکسان گرم

می شوند. افزایش دما در مجموعه ترمز را بیابید.

حل:



۱۰۲ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$C_{p, \text{steel}} = 0.46 \text{ kJ/kgK} = C_D \quad \text{از جدول (A.3) داریم:}$$

$$\text{1st law: } Q = W + \Delta U + \Delta(PE) + \Delta(KE)$$

$$\Delta U = 0 \quad \text{چون در حالت اتومبیل تغییری حاصل نشده:}$$

$$\Delta(PE) = 0 \quad \text{چون ارتفاع ثابت است:}$$

$$W \approx 0 \quad \text{چون کار نیروهای خارجی در این مدت کم ناچیز است:}$$

$$\Rightarrow Q = \Delta(KE) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

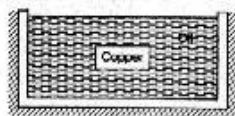
$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2} \times 1275 \left[ \left( \frac{20}{3.6} \right)^2 - \left( \frac{60}{3.6} \right)^2 \right] = -157407 \text{ J}$$

تمام این گرمای آزاد شده در مجموعه لنت و دیسک / درام ها جذب می شود.

$$Q = m_p C_p \Delta T + m_D C_D \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{m_p C_p + m_D C_D} = 65.86^\circ \text{C}$$

۵-۶. یک مکعب مسی به حجم  $1L$ ، تا درجه حرارت  $500^\circ \text{C}$  تحت عملیات حرارتی قرار می گیرد. این مکعب مطابق شکل در یک حمام روغن به حجم  $200L$  و درجه حرارت اولیه  $20^\circ \text{C}$  سرد می شود با صرف نظر از انتقال حرارت به محیط درجه حرارت نهایی را پیدا کنید.

حل:



$$\text{1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + U_2 - U_1$$

$$Q_{1-2} = 0, \quad W_{1-2} = 0$$

$$\Rightarrow (U_2 - U_1)_{\text{block}} + (U_2 - U_1)_{\text{oil}} = 0$$

$$\Rightarrow [V \rho C_p (T_2 - T_1)]_{\text{block}} + [V \rho C_p (T_2 - T_1)]_{\text{oil}} = 0$$

از جدول A.3, A.4:

$$\rho = 885 \text{ kg/m}^3, \quad C_p = 1.9 \text{ kJ/kgK} \quad \text{روغن:}$$

$$\rho = 8300 \text{ kg/m}^3, \quad C_p = 0.42 \text{ kJ/kgK} (= \text{kJ/kg}^\circ \text{C}) \quad \text{مس:}$$

$$\Rightarrow 0.001 \times 8300 \times 0.42 (T_2 - 500) + 0.2 \times 885 \times 1.9 (T_2 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow T_2 = 24.9^\circ \text{C}$$

۵-۶۱ آب اشباع در  $25^\circ \text{C}$  با کیفیت  $x = 1\%$  درون یک مخزن کروی آلومینیومی دوجداره با قطر داخلی  $0.5m$  و ضخامت  $1 \text{ cm}$  قرار دارد. حال به مخزن حرارت داده می شود تا اینکه

فانون اول ترمودینامیک / ۱۰۳

بخار درون آن اشباع شود. مخزن و آب درون آن را جرم کنترل در نظر گرفته و مقدار انتقال حرارت طی فرایند را حساب کنید.

حل:  
(1)

$$\begin{cases} T = 25^\circ\text{C} \\ x = 1\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.434586 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = u_f + x u_{fg} = 127.91 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$V = \frac{1}{6} \pi D^3 = 65.45 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad m_w = \frac{V}{v_1} = 0.1506 \text{ kg}$$

از جدول (B.1.1)

$T$	$v_g$	$u_g$
145	0.44632	2554.86
$T_2 = ?$	0.434586	$u_2 = ?$
150	0.39278	2559.54

$$\Rightarrow T_2 = 146.1^\circ\text{C} \quad , \quad u_2 = 2555.9 \text{ kJ/kg} \quad (2)$$

$$\rho = 2700 \quad , \quad C_p = 0.90 \quad \text{از جدول (A.3)}$$

$$m_{Al} = \rho \pi D^2 t = 21.205 \text{ kg}$$

$$Q_2 = \Delta U + {}_1W_2 = \Delta U_w + \Delta U_{Al} = m_w(u_2 - u_1) + m_{Al} C_p (T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow Q_2 = 2676 \text{ kJ} \quad (V_1 = V_2 \Rightarrow {}_1W_2 = 0)$$

۶۲-۵ گاز ایده آلی از 500K تا 1500K گرم می شود. تغییر آنتالپی را با فرض گرمای ویژه ثابت و با استفاده از جدول A.5 (مقادیر برای دمای اتاق) بیابید و بر روی دقت جواب برای گازهای زیر بحث کنید:

الف) آرگون      ب) اکسیژن      ج) دی اکسید کربن

حل:

$$C_{po,Ar} = 0.520 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \Rightarrow \Delta h_{Ar} = C_{po,Ar} \Delta T = 520 \text{ kJ/kg} \quad \text{از جدول A.5 داریم:}$$

$$C_{po,O_2} = 0.922 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \Rightarrow \Delta h_{O_2} = C_{po,O_2} \Delta T = 922 \text{ kJ/kg}$$

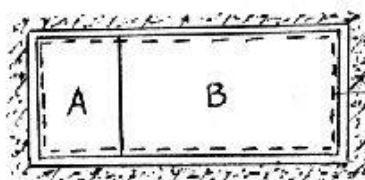
$$C_{po,CO_2} = 0.842 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \Rightarrow \Delta h_{CO_2} = C_{po,CO_2} \Delta T = 842 \text{ kJ/kg}$$

۱۰۴ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

بامراجعه به شکل 11. کداریم:

الف) درمورد آرگون نتیجه کاملاً قابل قبول بوده و دقت بسیار بالاست (زیرا  $C_{po}$  بادماتغییر نمی کند)  
ب) درمورد اکسیژن دقت چندان خوب نیست (به قوس  $S$  شکل روی دیانگرام در نزدیکی دمای اتاق دقت کنید)

ج) درمورد دی اکسید کربن نتیجه اصلاً قابل قبول نیست (زیرا تغییرات  $C_{po}$  بادماتغییر زیاد است)  
۵-۶۳ یک مخزن صلب عایق شده توسط یک صفحه به دو قسمت تقسیم شده است. محفظه  $A$  دارای حجم  $0.5m^3$  و حاوی هوادر  $250kPa$ ,  $300K$  است و محفظه  $B$  دارای حجم  $1m^3$  و حاوی هوادر  $150kPa$ ,  $1000K$  است. صفحه جداکننده برداشته می شود و هوادون انتقال حرارت به حالت یکنواخت می رسد فشار و درجه حرارت نهایی را بیابید.  
حل: کل مخزن (قسمت  $A$  + قسمت  $B$ ) را به عنوان سیستم در نظر می گیریم.



$$1st\ law: Q_{1-2} = W_{1-2} + U_2 - U_1$$

$$Q_{1-2} = 0, \quad W_{1-2} = 0 \quad (V_1 = V_2)$$

$$\Rightarrow U_2 = U_1$$

$$P_A V_A = m_A R T_A$$

$$\Rightarrow 250 \times 0.5 = m_A \times 0.287 \times 300$$

$$\Rightarrow m_A = 1.45\ kg$$

$$P_B V_B = m_B R T_B \Rightarrow 150 \times 1 = m_B \times 0.287 \times 1000 \Rightarrow m_B = 0.52\ kg$$

$$U_2 = U_1 \Rightarrow (m_A + m_B)u_2 = m_A u_A + m_B u_B \Rightarrow m_A(u_2 - u_A) = m_B(u_B - u_2)$$

$$\Rightarrow m_A C_V(T_2 - T_A) = m_B C_V(T_B - T_2) \Rightarrow 1.45(T_2 - 300) = 0.52(1000 - T_2)$$

$$T_2 = 484.77K$$

$$P_2 V_2 = m_2 R T_2 \Rightarrow P_2(1 + 0.5) = (1.45 + 0.52) \times 0.287 \times 484.77$$

$$\Rightarrow P_2 = 182.72\ kPa$$

تفاوت موجود بین جواب کتاب و جواب بدست آمده به این دلیل است که در اینجا  $C_V$  برای هوائ ثابت

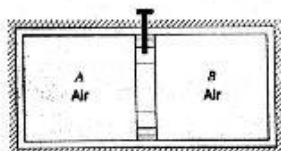
فرض شده است ولی در کتاب مقادیر  $u$  از جدول A.7 تعیین شده است. (خطا کمتر از 3%)

۵-۶۴ یک سیلندر عایق توسط یک پیستون که در ابتدا توسط یک میخ قفل شده به دو بخش با حجم  $1m^3$  تقسیم شده است. بخش  $A$  حاوی هوادر  $200kPa$ ,  $300K$  و بخش  $B$  حاوی هوادر  $0.1MPa$ ,  $1000K$  است. حال پیستون رهامی شود تا آزادانه حرکت کند. انتقال حرارت به گونه ای است که هوای به درجه حرارت  $T_A = T_B$  می رسد. مقدار جرم

موجود در  $B, A$  و درجه حرارت و فشارهایی را حساب کنید.

حل:

(1.A)



$$P_1 = 200 \text{ kPa}, T_1 = 300 \text{ K}, V_1 = 1 \text{ m}^3$$

$$\begin{cases} Z=1 \Rightarrow m_A = \frac{PV}{RT} = 2.323 \text{ kg} \\ R = 0.287 \end{cases}$$

$$P_1 = 1 \text{ Mpa}, T_1 = 1000 \text{ K}, V_1 = 1 \text{ m}^3 \Rightarrow Z=1 \Rightarrow m_B = \frac{PV}{RT} = 3.384 \text{ kg} \quad (1.B)$$

$$T_2 = ?, P_2 = ? \quad (2)$$

مجموعه متشکل از  $B, A$  را به عنوان سیستم در نظر می گیریم.

$$\int pdV = 0, \quad Q_2 = 0 \Rightarrow \text{سیستم حجم ثابت است و سیستم عایق بندی شده است}$$

$$1st \text{ law: } Q_2 = \Delta U + W_2 = \Delta U + \int pdV \Rightarrow \Delta U_{sys} = 0$$

در مورد گاز رابده ال داریم  $du = C_v dT$  و چون در محدوده دمایی بزرگی قرار نداریم  $C_v$  ثابت است

$$\int du = \int C_v dT = C_v \int dT \Rightarrow \Delta u = C_v \Delta T$$

$$\Delta U_{sys} = 0 \Rightarrow \Delta U_A + \Delta U_B = 0 \Rightarrow m_A C_v (T_2 - T_{1A}) + m_B C_v (T_2 - T_{1B}) = 0$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{m_A T_{1A} + m_B T_{1B}}{m_A + m_B} = 715 \text{ K}$$

$$V = V_A + V_B = 2 \text{ m}^3 \Rightarrow \frac{m_{sys} R T_2}{V_2} = P_2 \Rightarrow P_2 = 585.6 \text{ kPa}$$

۵-۶ ترکیبی از یک سیلندر-پیستون که در آن پیستون بوسیله یک فنر خطی در جای خود نگه

داشته می شود حاوی  $2 \text{ kg}$  دی اکسید کربن در  $500 \text{ kPa}$ ,  $400^\circ \text{C}$  است. اکنون مجموعه

تادمای  $40^\circ \text{C}$  سرد می شود، در این دما فشار  $300 \text{ kPa}$  می باشد. مقدار انتقال گرما را برای

این فرایند بیابید.

حل: باتوجه به اینکه برای دی اکسید کربن جداول در دسترس نمی باشد از دیاگرام عمومی تراکم

پذیری استفاده می کنیم

۱۰۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$T_c = 304.1K \quad , \quad P_c = 7.38 MPa \quad \text{از جدول ثابتهای بحرانی 4.2 داریم:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_{r1} = 2.21358 \\ P_{r1} = 0.068 \end{cases} \quad \begin{cases} T_{r2} = 1.02976 \\ P_{r2} = 0.041 \end{cases}$$

از دیاگرام عمومی تراکم پذیری برای دو حالت فوق داریم:  $Z \approx 1$  یعنی  $CO_2$  در دو حالت فوق

$$Pv = RT \quad \text{در حالتی واسطه از معادله حالت گاز ایده ال پیروی می کند.}$$

از جدول خواص گازهای ایده ال 4.5 داریم:

$$C_{v0} = 0.653 \frac{kJ}{kgK} \quad R_{CO_2} = 0.1889 \frac{kJ}{kgK}$$

$$Pv = RT \Rightarrow v = \frac{RT}{P} \Rightarrow v_1 = 0.254316 \quad , \quad v_2 = 0.19718$$

چون بارگذاری فنر خطی است پس رابطه فشار با حجم ویژه نیز خطی بوده و داریم:

$$P = Cv + D$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = C \frac{RT}{P} + D \Rightarrow P = K \frac{T}{P} + D \\ K = CR \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 = K \frac{T_1}{P_1} + D \Rightarrow 500 = 1.3463K + D & \text{شرایط اولیه:} \\ P_2 = K \frac{T_2}{P_2} + D \Rightarrow 300 = 1.04383K + D & \text{شرایط نهایی:} \end{cases}$$

$$\Rightarrow K = 661.23 \quad , \quad D = -390.214$$

$$\Rightarrow P = 661.23 \frac{T}{P} - 390.214 \quad , \quad Pv = RT \Rightarrow \frac{T}{P} = \frac{v}{R} \quad \text{معادله گاز ایده ال:}$$

$$\Rightarrow P = 3500.42v - 390.214$$

$$w = \int_{v_1}^{v_2} P dv = \int_{0.254316}^{0.19718} [3500.42v - 390.214] dv = -22.8543 \frac{kJ}{kg} \quad \text{داریم:}$$

$$\bar{C}_{po})_{500K} = 42.5 \frac{kJ}{kmolK} \quad \text{از شکل 5-11 داریم:}$$

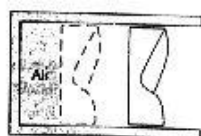
$$\Rightarrow \bar{C}_{vo} = \bar{C}_{po} - \bar{R} = 34.186 \Rightarrow C_{vo} = \frac{\bar{C}_{vo}}{M} = 0.777 \frac{kJ}{kgK}$$

$$\Delta u = C_{vo} \Delta T = 0.777 \times (40 - 400) = -280 \frac{kJ}{kg}$$

$$\Rightarrow 1st \text{ law: } Q = m(\Delta u + w) = -605 kJ$$

۵-۶۶ یک سیلندریستون اتومبیل حاوی  $0.2L$  هوادر  $90 kPa$  ،  $20^\circ C$  است. هوای یک فرایند پلی تروپیک شبه تعادلی بتوان  $n=1.25$  تا حجم نهایی که  $1/6$  حجم اولیه است فشرده می شود. فشار و درجه حرارت نهایی و مقدار انتقال حرارت طی این فرایند را محاسبه کنید.

حل:



$$T_1 = 20 + 273.1 = 293.1 K$$

$$P_1 V_1^n = P_2 V_2^n \quad \text{فرایند تروپیک:}$$

$$90 \times V_1^{1.25} = P_2 \left(\frac{V_1}{6}\right)^{1.25}$$

$$\Rightarrow P_2 = 845 kPa$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{90 \times V_1}{293.1} = \frac{845}{T_2} \times \left(\frac{V_1}{6}\right) = T_2 = 459 K$$

$$W_{1-2} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} \quad \text{در فرایند پلی تروپیک (رابطه 4-4 کتاب):}$$

$$W_{1-2} = \frac{845 \times \frac{1}{6} \times 0.0002 - 90 \times 0.0002}{1-1.25} = -0.04 kJ$$

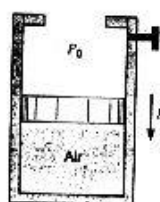
$$P_2 V_2 = m R T_2 \Rightarrow m = 2.14 \times 10^{-4} kg$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{1-2} = -0.04 + 2.14 \times 10^{-4} (329.57 - 209.41) = -0.015 kJ$$

[مقادیر  $u_1$  ،  $u_2$  از روی جدول A.7 (با معلوم بودن  $T_1$  ،  $T_2$ ) تعیین می شوند.]

۵-۶۹ هوادر سیلندریستون شکل (۵-۶۹) در  $200 kPa$  ،  $600 K$  تحت فشار ثابت



تا دو برابر حجم اولیه منبسط می شود. پس پستون توسط یک میخ قفل شده و تارسیدن به دمای نهایی  $600 K$  ، حرارت انتقال می یابد. مقدار  $P$  ،  $T$  ،  $h$  را برای حالت 3,2 بیابید و مقدار کار و انتقال حرارت را در هر دو فرایند حساب کنید.

۱۰۸ / نشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

حل:

از جدول (A.7):

$$P_1 = 200 \text{ kPa}, T_1 = 600 \text{ K} \Rightarrow u_1 = 435.097, h_1 = 607.316 \quad (1)$$

$$P_2 = 200 \text{ kPa}, V_2 = 2V_1, T_2 = ? \quad (2)$$

$$m = \text{cte} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{P_2 V_2}{RT_2} \Rightarrow T_2 = 2T_1 = 1200 \text{ K}$$

$$h_2 = 1277.805, u_2 = 933.367$$

$$T_3 = 600 \text{ K}, V_3 = V_2, P_3 = ?, u_3 = 435.097 \text{ kJ/kg} \quad (3)$$

$$\frac{P_3 V_3}{RT_3} = \frac{P_1 V_1}{RT_1} \Rightarrow P_3 = 100 \text{ kPa}$$

$$q_{1-2} = h_2 - h_1 = 670 \text{ kJ/kg}$$

درفرایند 1-2 فشار ثابت است پس

[چون در محدوده دمایی بزرگی (600-1200) قرار داریم:

$$[q_{1-2} = \int_1^2 C_p dT \neq C_p (T_2 - T_1) = 602.4 \quad (C_p \neq \text{cte})]$$

$$\int_2^3 p dv = 0 \quad q_{2-3} = (u_3 - u_2) + \int_2^3 p dv = -498 \text{ kJ/kg}$$

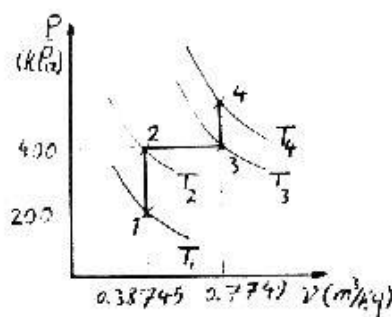
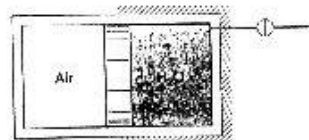
$$q_{2-3} \neq h_3 - h_2$$

[چون در فرایند 2-3، فشار ثابت نیست پس]

$$[q_{1-2} = h_2 - h_1 = (u_2 - u_1) + w_{1-2} \Rightarrow w_{1-2} = 172 \text{ kJ/kg}]$$

۷۰-۵ یک پیستون عایق و شناور سیلندری را به دو بخش که هر کدام  $1 \text{ m}^3$  حجم دارند تقسیم می‌کند، شکل ۷۰-۵  $P_{5-7}$  یکی از این بخشها حاوی آب در  $100^\circ \text{C}$  و دیگری حاوی هوا در  $3^\circ \text{C}$  و فشار هر دو  $200 \text{ kPa}$  است. یک شیر اطمینان که در  $400 \text{ kPa}$  باز می‌شود به اتاقک حاوی آب وصل می‌باشد. فرض کنید انتقال حرارت به آب صفر بوده و آب تراکم ناپذیر باشد. حالت‌های ممکن برای هوا را روی یک دیاگرام  $P-v$  نشان داده و دمای هوا را زمانی که شیر اطمینان باز می‌شود بیابید. چه مقدار حرارت لازم است تا هوا به  $1300 \text{ K}$  برسد؟

حل:



از جدول ثابتهای گاز ایده آل داریم:

$$R_{air} = 0.287 \text{ kJ/kgK}$$

$$C_{v0,air} = 0.717 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{جدول 1.5})$$

برای هوا در شرایط اولیه داریم:

$$P_1 V_1 = m_{air} R_{air} T_1$$

$$\Rightarrow m_{air} = \frac{P_1 V_1}{R_{air} T_1} = 2.58098 \text{ kg}$$

$$v_1 = \frac{V_1}{m_{air}} = 0.38745 \text{ m}^3/\text{kg}$$

چون آب تراکم ناپذیر فرض شده است پس تازمانیکه شیر اطمینان باز شود حجم هائات می ماند یعنی فرایند 1 تا 2 در حجم ثابت انجام می شود ( $v_1 = v_2$ ) هوارابه عنوان جرم کنترل انتخاب می کنیم داریم:

$$T_2 = \frac{P_2 v_2}{R} = \frac{400 \times 0.38745}{0.287} = 540 \text{ K}$$

$$\Delta u = C_{v0} \Delta T = 0.717(540 - 270) = 193.59 \text{ kJ/kg}$$

$$\rightarrow \text{1st law: } \frac{Q}{m} = \Delta u + w = 193.59 \text{ kJ/kg}$$

از نقطه 2 به بعد شیر اطمینان باز شده و در یک فرایند فشار ثابت آب خارج می شود وقتی تمام آب خارج شود حجم هوا دو برابر می گردد ( $\Rightarrow v_3 = 0.7749 \text{ m}^3/\text{kg}$ )

$$\Rightarrow T_3 = \frac{P_3 v_3}{R} = 1080 \text{ K}$$

$$P = C_{te} = 400 \text{ kPa}$$

در فاصله 2 تا 3 داریم:

$$\rightarrow w_{2-3} = \int p dv = P \Delta v = 154.98 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta u = (u_3 - u_2) = C_{v0}(T_3 - T_2) = 387.18 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{1st law: } \frac{Q}{m} = \Delta u + w_{2-3} = 542.16 \text{ kJ/kg}$$



۱۱۰ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

چون در نقطه ۳ پستون به انتهای سیلندر رسیده ادامه نرایند در حجم ثابت ( $\Rightarrow w_{1-2}=0$ ) انجام می شود.

$$\Delta u = u_4 - u_3 = C_{va}(T_4 - T_3) = 0.717(1300 - 1080) = 157.74 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } \frac{Q}{m} - \Delta u = w_{3-4} = 157.74 \rightarrow Q_{3-4} = m \Sigma \frac{Q}{m} = 2306.08 \text{ kJ} \approx 2.31 \text{ MJ}$$

۷۱- دو محفظه با هوا پر شده اند. یکی از این محفظه ها مخزن صلب  $A$  و دیگری سیلندر پستون  $B$  است که توسط یک شیر به هم متصل شده اند. شرایط اولیه عبارتند از:  $P_A = 500 \text{ kPa}$ ، فشار اتمسفر بیرونی و جرم پستون در شتاب ثقل استاندارد بارگذاری شده است. اکنون شیر را باز می کنیم تا شرایط هوای درون هر دو محفظه یکسان شود. با صرف نظر از انتقال حرارت مطلوب است جرم اولیه درون سیلندر  $B$ ، حجم مخزن  $A$ ، فشار و درجه حرارت نهایی و کار انجام شده  $W_{1-2}$  را بدست آوریم.

حل:

کل هوا را به عنوان سیستم انتخاب می کنیم.

$$P_B V_B = m_B R T_B$$

$$R = 0.287 \text{ kJ/kgK}$$

$$T_{1B} = 273.1 + 27 = 300.1 \text{ K}$$

در حالت اولیه

$$200 \times 0.5 = m_B \times 0.287 \times 300.1$$

$$\Rightarrow m_B = 1.16 \text{ kg} \quad \text{جرم اولیه درون سیلندر } B$$

در حالت اولیه: برای مخزن  $A$

$$P_A V_A = m_A R T_A \Rightarrow 500 \times V_A = 2 \times 0.287 \times 600 \Rightarrow V_A = 0.689 \text{ m}^3$$

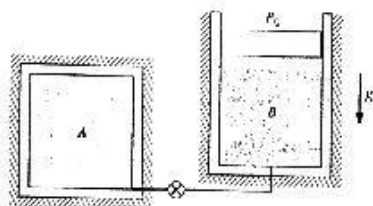
از آنجا که بارگذاری سیلندر  $B$  مقدار ثابتی است بنابراین فشار داخلی ( $P = \frac{F}{A}$ ) در انتهای فرایند نیز همان فشار  $200 \text{ kPa}$  خواهد بود. توجه شود که فرایند به صورت غیر تعادلی انجام می گیرد و فشار سیستم در حالات بین دو حالت اولیه و نهایی نامعلوم است.

$$PV = mRT \Rightarrow 200 V_2 = (2 + 1.16) \times 0.287 \times T_2 \quad \text{شرایط نهایی:}$$

$$\Rightarrow V_2 = 4.53 \times 10^{-3} T_2 \quad (1)$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} - W_{1-2} + U_2 - U_1 = 0, \quad C_v = 0.717 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{جدول 4.5})$$

$$0 - P_{ext}(V_{2B} - V_{1B}) + m_A C_v (T_2 - T_{1A}) + m_B C_v (T_2 - T_{1B})$$



قانون اول ترمودینامیک / ۱۱۱

$$0 = 200(V_{2B} - 0.5) + 2 \times 0.717(T_2 - 600) + 1.16 \times 0.717(T_2 - 300.1)$$

$$V_{2B} = V_2 - V_A$$

$$\Rightarrow 0 = 200(V_2 - 0.689 - 0.5) + 2 \times 0.717(T_2 - 600) + 1.16 \times 0.717(T_2 - 300.1) \quad (II)$$

$$T_2 = 425.17 \text{ K} \quad , \quad V_2 = 1.93 \text{ m}^3 \quad \text{از حل دو معادله II, I داریم:}$$

$$T_2 = 425.17 \text{ K} \quad \text{درجه حرارت نهایی:}$$

$$P_2 V_2 = m_2 R T_2 \Rightarrow P_2 \times 1.93 = (2 + 1.16) \times 0.287 \times 425.17$$

$$P_2 = 199.79 \text{ kPa} \quad \text{فشار نهایی:}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$u_2 = u \big|_{425.17 \text{ K}} = 304.81 \text{ kJ/kg} \quad \text{از جدول (A.7):}$$

$$u_{1A} = u \big|_{600 \text{ K}} = 435.097 \text{ kJ/kg} \quad u_{1B} = u \big|_{300.1 \text{ K}} = 214.364 \text{ kJ/kg}$$

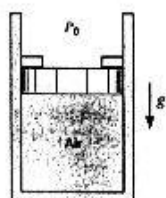
$$\Rightarrow 0 = W_{1-2} + (2 + 1.16) \times 304.81 - (2 \times 435.17 + 1.16 \times 214.364)$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = 155.8 \text{ kJ}$$

۷۳-۵ سیلندر پیستون نشان داده شده در شکل (۷۳-۵)، حاوی ۵ kg هوا در ۳۰۰°C، ۲۵۰ kPa است. جرم پیستون ۵۰ kg و قطر آن ۰.۱ m است و درابتدا به موانع فشرده می شود. اتمسفر در ۱۰۰ kPa و ۲۰°C قرار دارد. حال سیلندر را با انتقال حرارت به محیط تا ۲۰°C سرد می کنیم. مقدار انتقال حرارت را حساب کنید.

حل:

(1)



$$P_1 = 250 \text{ kPa} \quad , \quad T_1 = 300^\circ \text{C} = 573.1 \text{ K}$$

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$\text{از جدول (A.7)} \quad \begin{array}{cc} T & u \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 560 & 404.736 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 573.1 & u_1 = ? \Rightarrow u_1 = 414.65 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 580 & 419.871 \end{array}$$

(2)

$$m_p = 75 \text{ kg} \quad , \quad P_{at} = 100 \text{ kPa} \quad , \quad d_p = 0.1 \text{ m} \quad , \quad V_1 = V_2 \Rightarrow P_2 - P_{at} + \frac{m_p \cdot g}{\frac{\pi}{4} d_p^2} = 193.68 \text{ kPa}$$

۱۱۲ / نشریه مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

هوادر حالت‌های 2,1 از معادله گاز ایده ال پیروی می‌کند.

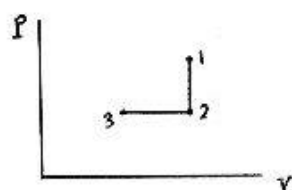
$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{m R T_1}{m R T_2} \Rightarrow T_2 = 444 \text{ K} \Rightarrow$$

$T$	$u$	$h$
440	315.64	441.934
444	$u_2 = ?$	$h_2 = ?$
460	330.036	462.34

$$\Rightarrow u_2 = 318.52 \text{ kJ/kg}, \quad h_2 = 446.01 \text{ kJ/kg}$$

$$3) \begin{cases} P_3 = P_2 = 193.68 \text{ kPa} \\ T_3 = 20^\circ \text{C} = 293.15 \text{ K} \end{cases} \Rightarrow$$

$T$	$h$
290	290.430
293.15	$h_3 = ? \Rightarrow h_3 = 293.6$
298.15	298.615



$$Q_3 = Q_1 + Q_2 \quad \text{و} \quad \int_1^2 P dV = 0$$

$$Q_3 = U_2 - U_1 + \int_1^2 P dV = H_3 - H_2$$

[فرایند 2-3 در فشار ثابت صورت می‌گیرد پس:  $Q_3 = H_3 - H_2$ ]

$$\Rightarrow Q_3 - m(u_2 - u_1) + m(h_3 - h_2) = -1.2427 \text{ kJ}$$

۷۴-۵ اکسیژن در  $300 \text{ kPa}$ ،  $100^\circ \text{C}$  در ترکیب سیلندریستونی با حجم  $0.1 \text{ m}^3$  قرار دارد. اکنون در یک فرایند پلی تروپیک با توان  $n = 1.2$  تا دمای نهایی  $200^\circ \text{C}$  فشرده می‌شود. انتقال حرارت را در این فرایند محاسبه کنید.

حل:

$$T_c = 154.6 \text{ K}, \quad P_c = 5.04 \text{ MPa} \quad \text{از جدول ثابت‌های بحرانی 4.2 داریم:}$$

$$\Rightarrow T_{r1} \approx 2.41, \quad P_{r1} \approx 0.06, \quad T_{r2} \approx 3.06 \quad (R_{O_2} = 0.2598, \quad C_{vo} = 0.662)$$

با مراجعه به دیاگرام تراکم پذیری عمومی دیده می‌شود که اکسیژن را در محدوده  $2.41 \leq T_r \leq 3.06$  حتی تا فشار  $1.1 P_c$  هم می‌توان گاز ایده ال دانست. با این فرض از معادله حالت گاز ایده ال استفاده می‌کنیم.

$$P_1 v_1^{1.2} = c, \quad P_1 v_1 = R T_1 \Rightarrow v_1 = 0.323148 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c = 77.3398 \Rightarrow P v^{1.2} = 77.3398, \quad m = \frac{V_1}{v_1} = 0.309456 \text{ kg}$$

قانون اول ترمودینامیک / ۱۱۳

در شرایط نهایی داریم:  $P_2 v_2^{1.2} = c$  ,  $P_2 v_2 = RT_2 = 122.924$

$$\Rightarrow v_2^{0.2} = 0.629166 \Rightarrow v_2 = 0.0985883 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow P_2 = 1246.84 \text{ kPa}$$

می بینیم که  $P_{r2} \approx 0.25$  خیلی کوچکتر از 1.1 است یعنی فرض گاز ایده ال بر راحتی قابل قبول می باشد.

$$w = \int p dv = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-n} = -129.898 \text{ kJ/kg} \Rightarrow W = mw = -40.1977 \text{ kJ}$$

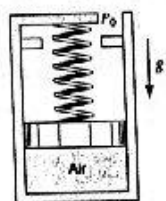
$$\Delta u = C_{v0} \Delta T = 66.2 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \Delta U = m \Delta u = 20.486 \text{ kJ}$$

$$\text{1st law: } Q = \Delta U + W \Rightarrow Q = -19.7117 \text{ kJ}$$

۷۵-۵ یک سیلندر پیستون حاوی  $2 \text{ kg}$  هوا در  $200 \text{ kPa}$ ,  $27^\circ \text{C}$  در شکل نشان داده شده است. این پیستون تحت بارگذاری بایک فنر خطی، جرم پیستون و فشاراتمسفر است. موانع دیواره سیلندر به نحوی هستند که هنگام تماس پیستون با آنها حجم زیر پیستون  $V_{\text{stop}} = 3 \text{ m}^3$  است و در این نقطه برای تعادل پیستون نیاز به فشار  $P = 600 \text{ kPa}$  می باشد. اکنون هوا را گرم می کنیم تا فشار آن به  $400 \text{ kPa}$  برسد. مطلوب است حجم و درجه حرارت نهایی و نیز مقدار انتقال حرارت و کار و کار انجام شده روی فنر.

حل:

هوای داخل پیستون را سیستم می گیریم:



$$T_1 = 27 + 273.1 = 300.1 \text{ K}$$

$$P_1 V_1 = mRT_1$$

$$200 \times V_1 = 2 \times 0.287 \times 300.1$$

$$V_1 = 0.86 \text{ m}^3$$

فنر را خطی می گیریم.

$$P = P_0 + \frac{Kx}{A} + \frac{m_p g}{A} = P_0 + \frac{KV}{A^2} + \frac{m_p g}{A} = K'V + C$$

$$\begin{cases} 600 = K' \times 3 + C \\ 200 = K' \times 0.86 + C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K' = 186.9 \\ C = 39.25 \end{cases} \Rightarrow P = 186.9V + 39.25$$

حالت نهایی:  $400 = 186.9V - 39.25 \Rightarrow V = 1.93 \text{ m}^3$  حجم نهایی

درجه حرارت نهایی:  $PV = mRT \Rightarrow 400 \times 1.93 = 2 \times 0.287 \times T \Rightarrow T = 1345 \text{ K}$

۱۱۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_{0.86}^{1.93} (186.9V - 39.25) dV = 321 \text{ kJ}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + U_2 - U_1 = W_{1-2} + m(u_2|_{T=1345} - u_1|_{T=300.1})$$

$$Q_{1-2} = 321 + 2(1063.417 - 214.364) \quad (\text{مقادیر } u \text{ از جدول A.7 تعیین می شوند})$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = 2020 \text{ kJ}, W_{spring} = W_1 - W_o = W_{1-2} - P_o \Delta V = 214 \text{ kJ}$$

۵-۷۶ سیلندر/پیستونی حاوی  $0.001 \text{ m}^3$  هوادر  $300 \text{ K}$ ،  $150 \text{ kPa}$  است. اکنون هوادر فرایندی که در آن  $PV^{1.25} = C$  است تا فشار نهایی  $600 \text{ kPa}$  فشرده می شود. کار انجام شده بوسیله هوا وانتقال حرارت را بیابید.

حل:

$$V_1 = 0.001 \text{ m}^3, \quad T_1 = 300 \text{ K}, \quad P_1 = 150 \text{ kPa} \quad (1)$$

$$P_1 V_1 = mRT_1 \Rightarrow m = 1.74216 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$R = 0.287 \quad (A.5) \quad u_1 = 214.364 \quad (A.7) \quad \text{از جدول}$$

$$PV^{1.25} = Cte$$

$$P_2 = 600 \text{ kPa} \quad P_1 V_1^{1.25} = P_2 V_2^{1.25} \Rightarrow V_2 = 3.299 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \quad (2)$$

$$P_2 V_2 = mRT_2 \Rightarrow T_2 = 396 \text{ K} \quad \text{فرایند پلی تروپیک با } n = 1.25$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = -0.19176 \text{ kJ} = -191.76 \text{ J}$$

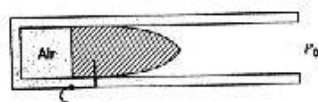
$T$	$u$	(A.7) از جدول
380	271.988	
396	$u_2 = ?$ $u_2 = 283.587 \text{ kJ/kg}$	
400	286.487	

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 + {}_1W_2 = m(u_2 - u_1) + {}_1W_2 = -71.16 \text{ J}$$

۵-۷۷ لوله یک تفنگ بادی حاوی هوای فشرده در یک سیلندر کوچک می باشد، شکل (P5-۷۷) فرض کنید حجم  $1 \text{ cm}^3$ ، فشار  $1 \text{ MPa}$  و دما  $27^\circ \text{C}$  است. یک گلوله کوچک،  $m = 15 \text{ g}$ ، که مانند یک پیستون عمل می کند و در ابتدا به وسیله پینی (ماشه) در جای خود نگه داشته

قانون اول ترمودینامیک / ۱۱۵

شده و زمانی که رها شود هوا در یک فرایند همدم (T=Cte) انبساط می یابد.  
اگر فشار هوا زمانی که گلوله تفنگ را ترک می کند 0.1MPa باشد موارد زیر را پیدا کنید:



- الف) حجم نهایی و جرم هوا  
ب) کار انجام شده توسط هوا و کار انجام شده توسط اتمسفر  
ج) کار انجام شده روی گلوله و سرعت خروج آن  
حل:

از جدول ثابتهای گاز ایده آل (A.5) داریم:

$$R_{air} = 0.287 \text{ kJ/kgK}$$

$$P_1 V_1 = m R T_1 \Rightarrow m = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{1 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-6}}{0.287 \times 300} = 1.16144 \times 10^{-5} \text{ kg} \quad (\text{الف})$$

$$P_2 V_2 = m R T_2 \Rightarrow V_2 = \frac{m R T_2}{P_2} \approx 1 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = 10 \text{ cm}^3$$

$$W_{air} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m R T}{V} dV = m R T \ln \frac{V_2}{V_1} = 2.30258 \text{ J} \quad (\text{ب})$$

$$W_{atm} = - \int P_0 dV = -P_0 \Delta V = -0.9 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_{on \text{ bullet}} = W_{air} + W_{atm} = 1.40258 \text{ J} \quad (\text{ج})$$

$$W_{on \text{ bullet}} = \frac{1}{2} m |\dot{V}|^2 \Rightarrow |\dot{V}| = 13.68 \text{ m/s} \quad \text{قضیه کاروانرژی جنبشی:}$$

۷۸-۵ یک بالن کروی الاستیک محتوی نیتروژن در  $20^\circ \text{C}$ ،  $500 \text{ kPa}$  است. حجم اولیه  $0.5 \text{ m}^3$  است. جنس ماده بالن طوری است که فشار داخل بالن آن متناسب با قطر آن است. اکنون انتقال حرارت به بالن صورت می گیرد به طوریکه حجم آن در پایان به  $1 \text{ m}^3$  می رسد.  
(a) آیا می توان فرض کرد که نیتروژن در طول این فرایند به عنوان گاز ایده آل رفتار می کند؟  
(b) مقدار انتقال حرارت به نیتروژن را حساب کنید.

حل:

(1) نیتروژن داخل بالن را سیستم در نظر می گیریم:

$$V = \frac{1}{6} \pi D^3 \quad P = K D \Rightarrow P = K \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$$

۱۱۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$500 = K \sqrt[3]{\frac{6 \times 0.5}{\pi}} \Rightarrow K = 507.75 \quad \Rightarrow P = 507.75 \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$$

$$P = 507.75 \sqrt[3]{\frac{6 \times 1}{\pi}} = 629.96 \text{ kPa} : \text{حالت نهایی}$$

$$P_r = \frac{P}{P_{cr}} \quad , \quad T_r = \frac{T}{T_{cr}}$$

$$T_{cr} = 126.2 \text{ K} \quad , \quad P_{cr} = 3.39 \text{ MPa} \quad : \text{جدول (A.2)}$$

$$\Rightarrow P_{r1} = \frac{500}{3390} = 0.15 \quad , \quad P_{r2} = 0.19 \quad , \quad T_{r1} = \frac{293.1}{126.2} = 2.3 (D.1 \text{ دیاگرام}) : Z \cong 1$$

پس در حالت اولیه  $N_2$  رفتار گاز ایده‌ال دارد انتقال حرارت به بالن باعث افزایش دمای  $N_2$  می‌شود و در نتیجه  $T_r$  همواره در حال افزایش است با مراجعه به دیاگرام  $D.1$  مشاهده می‌شود که در فاصله  $0.15 < P_r < 0.19$  برای  $2.3 < T_r$  رفتار نیتروژن از معادله حالت گاز ایده‌ال پیروی می‌کند.

(b)

$$PV = mRT \quad , \quad R = 0.2968 \text{ kJ/kgK}$$

$$500 \times 0.5 = m \times 0.2968 \times 293.1 \Rightarrow m = 2.87 \text{ kg} \quad : \text{حالت اولیه}$$

$$629.96 \times 1 = 2.87 \times 0.2968 \times T_2 \Rightarrow T_2 = 739.55 \text{ K} \quad : \text{حالت نهایی}$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_{0.5}^1 507.75 \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} dV = 284.97 \text{ kJ}$$

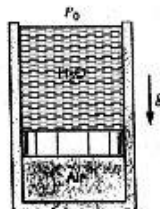
$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = W_{1-2} + mC_v(T_2 - T_1)$$

$$C_v = 0.745 \text{ kJ/kgK}$$

$$Q_{1-2} = 284.97 + 2.87 \times 0.745(739.55 - 293.1) = 1239 \text{ kJ}$$

۷۹-۵ سیلندری به ارتفاع  $10 \text{ m}$  و سطح مقطع  $0.1 \text{ m}^2$ ، دارای یک پیستون بدون جرم در انتهای پایین است که روی آن آب در  $20^\circ \text{C}$  قرار دارد، شکل (۷۹-۵). هوا در  $300 \text{ K}$ ، حجم  $0.3 \text{ m}^3$  در زیر پیستون بوده و گرم می‌شود طوری که پیستون به سمت بالا حرکت کرده و در نتیجه آب از لبه هاسرریز شود. وقتی که تمام آب به بیرون ریخته شد، میزان انتقال حرارت را بیابید.

حل:  
(1)



$$T_1 = 300K \Rightarrow u_1 = 214.364$$

$$V_1 = 0.3m^3, A_p = 0.1m^2 \Rightarrow L_1 = 10 \cdot \frac{V_1}{A_p} = 7m$$

$$P_1 = P_{atm} + \rho_w g L_1 = 168.7 kPa$$

$$P_1 V_1 = mRT_1 \Rightarrow m = 0.5877 kg$$

$$P = P_{atm} + \rho_w g L$$

$$V_2 = 1m^3, P_2 = P_{at} = 100kPa, L_2 = 0 \quad (2)$$

$$P_2 V_2 = mRT_2 \Rightarrow T_2 = 592.9K$$

از جدول (A.7)

$T$	$u$
580	419.871
592.9	$u_2 = ? \Rightarrow u_2 = 429.7 kJ/kg$
600	435.097

$$Q_2 = U_2 - U_1 + \int_1^2 P dV = m(u_2 - u_1) + \int_{L_1}^{L_2} -(P_{at} + \rho_w g L) A_p dL$$

$$\left[ L = 10 - \frac{V}{A_p} \Rightarrow dV = -A_p dL \right]$$

$$\Rightarrow Q_2 = m(u_2 - u_1) - \int_7^0 A_p (P_{at} + \rho_w g L) dL = 220.6 kJ$$

۸-۵ سیلندری بایک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده و حاوی دی اکسید کربن در  $400K$  است و در این نقطه حجم  $50L$  می باشد. به گاز اجازه داده می شود تا انبساط یابد و پیستون به موانعی که در حجم برابر با  $150L$  قرار دارند برسد. این فرایند پلی تروپیک بوده و  $n=1.2$  است. پیستون در جای خود قفل شده و مقداری گرمای اضافی به گاز داده می شود تا دمای نهایی به  $500K$  برسد. موارد زیر را بیابید.

الف) فشار نهایی درون سیلندر  
ب) کار و انتقال حرارت برای تمام فرایند  
حل:

$$T_c = 304.1K, P_c = 7.38 MPa$$

از جدول (A.2) داریم:



۱۱۸ / نشریه مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$M = 44.01 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}, \quad R = 0.1889 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \quad \text{از جدول (A.5) داریم:}$$

$$T_{r1} = \frac{T_1}{T_c} \approx 1.3, \quad P_{r1} = \frac{P_1}{P_c} \approx 0.07 \quad \text{برای شرایط اولیه داریم:}$$

$$Z \approx 1 \Rightarrow PV = ZmRT \Rightarrow m = \frac{P_1 V_1}{RT_1} \approx 0.33 \text{ kg} \quad \text{و با مراجعه به دیاگرام D.1 داریم:}$$

$$P_1 V_1^{1.2} = c \Rightarrow c = 13.732$$

$$P_2 V_2^{1.2} = c \Rightarrow P_2 = \frac{c}{V_2^{1.2}} = 133.79 \text{ kPa} \Rightarrow P_{r2} \approx 0.02$$

$$V_3 = V_2 \Rightarrow v_3 = v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0.15}{0.33} = 0.4545 \text{ m}^3/\text{kg}$$

[از دیاگرام D.1 می دانیم در این  $T_r$  تا فشار  $P_r = 0.6$  می توان  $\text{CO}_2$  را ایده ال دانست]

$$T_{r3} = \frac{500}{T_c} \approx 1.6$$

$$P_3 v_3 = P_{r3} P_c v_3 = Z_3 R T_3 \Rightarrow \frac{P_{r3}}{Z_3} = \frac{R T_3}{P_c v_3} = 0.028 \Rightarrow Z_3 = 35.5 P_{r3}$$

اگر خط فوق را روی دیاگرام D.1 رسم کنیم با توجه به شیب زیاد آن، خط  $T_{r1} = 1.6$  را در نقطه ای قطع

$$\Rightarrow P_{r3} \approx \frac{1}{35.5} = 0.028 \Rightarrow P_3 = 207 \text{ kPa} \quad \text{می کند که } Z \approx 1 \text{ است}$$

[با توجه به اینکه در تمام این فرایند  $P_r < 0.07$  پس می توان در طول این فرایند  $\text{CO}_2$  را ایده ال

دانست]

$$W_{1-3} = W_{1-2} + W_{2-3} = W_{1-2} = \int_{v_1}^{v_2} P dv \quad [W_{2-3} = 0 \text{ پس حجم ثابت است}]$$

$$\Rightarrow W_{1-3} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = 24.66 \text{ kJ}$$

برای محاسبه انتقال حرارت  $C_{v,m}$  نیاز است که با توجه به شکل ۱۱-۵ مقدار قابل قبول باید از جدول

A.6 و در دمای  $450 \text{ K}$  محاسبه شود داریم:

$$\bar{C}_{p,o} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta + 0.024198\theta^2$$

قانون اول ترمودینامیک / ۱۱۹

$$\Rightarrow \bar{C}_{p_o} = 43.051 \frac{kJ}{kmolK} \Rightarrow \bar{C}_{v_o} = \bar{C}_{p_o} - \bar{R} = 34.737 \Rightarrow C_{v_o} = \frac{\bar{C}_{v_o}}{M} = 0.789 kJ/kgK$$

$$\Rightarrow \Delta U = m C_{v_o} \Delta T = 26.04 kJ$$

$$1st\ law: Q = \Delta U + W = 50.71 kJ$$

۵-۸۲ یک سیستم سیلندر/پیستون محتوی گاز آرگون در  $140 kPa$ ،  $10^\circ C$  است و حجم آن  $100L$  است. گاز طی یک فرایند پلی تروپیک تحت فشار قرار می گیرد تا فشار آن  $700 kPa$  و دمای آن  $280^\circ C$  شود. انتقال حرارت در طول فرایند را بیابید.

حل:

$$C_v = 0.312 \frac{kJ}{kgK}, R = 0.2081 \frac{kJ}{kgK} \quad (\text{آرگون داخل سیلندر را سیستم در نظر می گیریم})$$

$$PV = mRT \Rightarrow 140 \times 0.1 = m \times 0.2081 \times (273.1 + 10) \quad (V = 0.1 m^3) \quad \text{حالت اول:}$$

$$\Rightarrow m = 0.24 kg$$

$$P_2 V_2 = mRT_2 = 700 \times V_2 = 0.24 \times 0.2081 \times (273.1 + 280) \Rightarrow V_2 = 0.039 m^3$$

$$PV^n = Cte \Rightarrow P_1 V_1^n = P_2 V_2^n \Rightarrow 140 \times 0.1^n = 700 \times 0.039^n \quad \text{پلی تروپیک:}$$

$$\Rightarrow n = 1.7$$

$$W_{1-2} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - n} \quad \text{رابطه (4.4) کتاب: فرایند پلی تروپیک}$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = \frac{700 \times 0.039 - 140 \times 0.1}{1 - 1.7} = -19 kJ$$

$$1st\ law: Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = W_{1-2} + m C_v (T_2 - T_1) \quad \text{با فرض گاز کامل:}$$

$$Q_{1-2}' = -19 + 0.24 \times 0.312 (280 - 10) = 1.2 kJ$$

۵-۸۳ آب در  $150^\circ C$  و کیفیت ۵۰٪ در یک ترکیب سیلندر/پیستون با حجم اولیه  $0.05 m^3$  قرار

دارد. بارگذاری پیستون طور است که فشار داخلی بارش دوم حجم رابطه خطی دارد،

$$P = 100 + CV^{0.5}, \text{ اکنون گرما به سیلندر منتقل می شود تا فشار نهایی به } 600 kPa \text{ برسد.}$$

انتقال حرارت را در فرایند بیابید.

حل:

$$V_1 = 0.05 m^3, \quad T_1 = 150^\circ C, \quad x = 50\% \quad (1)$$

۱۲۰ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.19693 \quad , \quad u_1 = u_f + x u_{fg} = 1595.6 \quad , \quad P_1 = 475.9 \text{ kPa}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 0.2539 \text{ kg} \quad , \quad P_1 = 100 + C V_1^{0.5} \Rightarrow C = 1681.076$$

$$P_2 = 600 \text{ kPa} \quad , \quad P_2 = 100 + C V_2^{0.5} \quad (2)$$

$$\Rightarrow V_2 = 0.08846 \text{ m}^3 \quad , \quad v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.34842$$

$v_2 > v_g$  /  $600 \text{ kPa}$  در محدوده بخار فراگرم قرار داریم

از جدول (B.1.3)

600 kPa			
$T$	$v$	$u$	
158.85	0.31567	2567.4	$\Rightarrow u_2 = 2631.8 \text{ kJ/kg}$
$T_2 = ?$	0.34842	$u_2 = ?$	$T_2 = 195.92^\circ \text{C}$
200	0.35202	2638.91	

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 + W_2 = m(u_2 - u_1) + \int_1^2 p dV = m(u_2 - u_1) + \int_{V_1}^{V_2} (100 + C V^{0.5}) dV$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2 = 283.9 \text{ kJ}$$

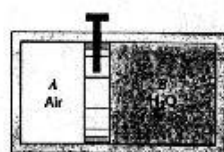
۸۵-۵ یک سیلندر بسته بوسیله پیستون بدون اصطکاک به دو بخش تقسیم شده و پیستون در حالت اولیه توسط یک پین در جای خود قرار گرفته است، شکل (۸۵-۵). اتاقک A حاوی 10L هوادر  $100 \text{ kPa}$  ،  $30^\circ \text{C}$  و اتاقک B حاوی 300L بخار آب اشباع در  $30^\circ \text{C}$  است پین برداشته می شود و پیستون رها می گردد. هر دو اتاقک در دمای  $30^\circ \text{C}$  به تعادل می رسند. به دلیل متراکم شدن، آب به صورت دوفاز در می آید. با در نظر گرفتن آب و هوا به عنوان یک جسم کنترل واحد، کار انجام شده توسط سیستم و انتقال حرارت به سیلندر را بیابید.

حل:

چون حجم سیستم انتخابی ثابت است پس کاری

انجام نمی دهد  $W=0$

آب در شرایط اولیه:



$$T_1 = 30^\circ \text{C} \quad , \quad x = 100\% \quad , \quad V_{1W} = 300 \text{ L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{1W} = v_g = 32.8932 \quad , \quad P_{1W} = 4.246 \text{ kPa} \Rightarrow m_W = \frac{V_{1W}}{v_{1W}} = 9.12043 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$u_g = 2416.58 \text{ kJ/kg} \quad , \quad u_{fg} = 2290.81 \text{ kJ/kg}$$

مواد شرایط اولیه :

$$T_1 = 30^\circ C, \quad P_{1a} = 100 kPa, \quad V_{1a} = 0.01 m^3$$

$$\Rightarrow m_a = \frac{P_{1a} V_{1a}}{R_{air} T} \Rightarrow m_a = 0.0114937 kg$$

چون آب در شرایط نهایی در حالت دو فازه است پس فشار نهایی فشار اشباع در  $30^\circ C$  است.

$$\Rightarrow (P_2 - P_2)_W = (P_2 - P_2)_{air} = 4.246 kPa \Rightarrow V_{2a} = \frac{m_a R_{air} T_{2a}}{P_2} = 0.235515 m^3$$

$$\Rightarrow V_{2W} = V_{total} - V_{2a} = 0.0744846 m^3 \Rightarrow v_{2W} = \frac{V_{2W}}{m_W} = 8.16679 m^3/kg$$

$$T = 30^\circ C \Rightarrow v_f = 0.001004, \quad v_{fg} = 32.8922 \quad \text{از جدول (B.1.1) داریم:}$$

$$\Rightarrow x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 24.83\% \Rightarrow \Delta U_W = m_W (u_{2W} - u_{1W}) = m_W (u_f + x u_{fg} - u_g)$$

$$\Rightarrow \Delta U_W = m_W (x u_{fg} - u_{fg}) = m_W u_{fg} (x - 1) = -15.70 kJ$$

$$\Delta U_{air} = m C_{vo} \Delta T = m C_{vo} (30 - 30) = 0$$

$$1st \text{ law: } Q = \Delta U_{air} + \Delta U_W + W = \Delta U_W = -15.70 kJ$$

۵-۸۶ یک بالا بر کوچک برای یک کارگاه ساختمانی طراحی می شود. این بالا بر باید بتواند ۴ کارگر ۷۵ kg را به بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۰۰ m در مدت ۲ دقیقه ببرد. محفظه بالا بر دارای یک وزنه تعادل است که جرم آن را متوازن می کند. حداقل قدرت و توان موتور الکتریکی مورد نیاز چقدر است.

حل:

$$W = 4 \times mgh = 4 \times 75 \times 9.81 \times 100 = 294.3 kJ$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{294.3}{2 \times 60} = 2.452 kW$$

حداقل توان موتور:

[به دلیل وجود اتلاف انرژی در اثر اصطکاک و نیز انتقال حرارت توان مورد نیاز بیشتر از این مقدار

خواهد بود.]

۵-۸۷ آهنگ انتقال حرارت به محیط از بدن انسان در حال سکون حدود  $400 kJ/h$  است. تصور

کنید سیستم تهویه یک سالن دارای صد نفر ناگهان از کار بیافتد، با فرض اینکه انرژی به

۱۲۲ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

موا به حجم  $1500\text{m}^3$  با دمای اولیه  $300\text{K}$  و فشار اولیه  $101\text{kPa}$  تخلیه شود. آهنگ تغییر دمای هوا را بر حسب درجه بر دقیقه بیابید.

حل:

$$\dot{Q} = 400 \times 100 = 4 \times 10^4 \text{ kJ/h}$$

$$V = 1500\text{m}^3, \quad P = 101\text{kPa}, \quad T = 300\text{K}$$

$$PV = mRT \Rightarrow m = 1759.6 \text{ kg}$$

$$R = 0.287 \text{ kJ/kgK}, \quad C_{vo} = 0.717 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{A.5 از جدول})$$

$$\int_1^2 p dV = 0: \text{ تغییر حجم نداریم} \quad du = C_v dT, \text{ داریم}$$

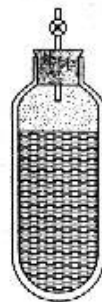
$$Q = m\Delta u + \int_1^2 p dV \Rightarrow \dot{Q} = m \frac{du}{dT} = m C_v \frac{dT}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{\dot{Q}}{m C_v} \Rightarrow \frac{dT}{dt} = 31.7^\circ\text{C/h} = 0.53^\circ\text{C/min}$$

۸۸-۵ یک مخزن دوجداره به حجم  $100\text{L}$  که در شکل P۵-۵۸ نشان داده شده است را در نظر بگیرید. مخزن حاوی نیتروژن در  $1\text{atm}$  و  $90$  درصد حجمی مایع و  $10$  درصد حجمی بخار است. عایقکاری انجام شده انتقال حرارت را از محیط به میزان ناچیز  $5\text{J/s}$  محدود می‌کند. شیر تهویه ناگهان بسته شده و فشار به آرامی افزایش می‌یابد. چه مدت طول می‌کشد تا فشار به  $500\text{kPa}$  برسد.

حل:

از جدول (B.6.1)



$$P = 1_{\text{atm}} = 101.3\text{kPa} \Rightarrow$$

$$T_{\text{sat}} = 77.3\text{K}, \quad v_f = 0.001240\text{m}^3/\text{kg}$$

$$v_{fg} = 0.21515\text{m}^3/\text{kg}, \quad v_g = 0.21639\text{m}^3/\text{kg}$$

$$u_f = -122.27 \text{ kJ/kg}, \quad u_{fg} = 177.04 \text{ kJ/kg}$$

$$u_g = 54.76 \text{ kJ/kg}$$

$$v_f = \frac{V_f}{m_f} \Rightarrow m_f = \frac{V_f}{v_f} = 72.58\text{kg}, \quad m_g = \frac{V_g}{v_g} = 0.04621\text{kg}$$

قانون اول ترمودینامیک / ۱۲۳

$$\Rightarrow m_{tot} = m_f + m_g = 72.63 \text{ kg} \Rightarrow x = \frac{m_g}{m_{tot}} = 6.363 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow U_1 = mu_1 - m(u_f + xu_{fg}) = -8872.3 \text{ kJ}$$

$$v_1 = v_f + xv_{fg} = 2.609 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow v_1 = v_2 = 0.002609 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_2 = 500 \text{ kPa} \quad , \quad v_2 = 0.002609 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{از شرایط نهایی مساله داریم:}$$

$$P = 500 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = 93.98 \text{ K} \Rightarrow v_g = 0.04834 \text{ m}^3/\text{kg} > v_2$$

در نتیجه در محدوده دوفازه قرار داریم. پس ابتدا شرایط اشباع را در  $P = 500 \text{ kPa}$  با درون یابی

از جدول (B.6.1) می یابیم

$$\begin{cases} P = 360.8 \text{ kPa} \Rightarrow v_f = 0.001343, v_{fg} = 0.06477, u_f = -96.06, u_{fg} = 156.76 \\ P = 541.4 \text{ kPa} \Rightarrow v_f = 0.001393, v_{fg} = 0.04337, u_f = -85.35, u_{fg} = 147.6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = 500 \text{ kPa} \Rightarrow v_f = 0.001382, v_{fg} = 0.04825, u_f = -87.79, u_{fg} = 149.7$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = 0.02543 \Rightarrow U_2 = mu_2 = m(u_f + xu_{fg}) = -6099.7 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = 2772.6 \text{ kJ}$$

$$1st \text{ law: } Q = \Delta U + W = \Delta U = 2772.6 \text{ kJ} \quad [W = 0 \text{ چون حجم ثابت است}]$$

از طرفی:

$$Q = 5 \times 10^{-3} \text{ t (kJ/s)} \Rightarrow t = \frac{2772.6 \text{ (kJ)}}{5 \times 10^{-3} \text{ (kJ/s)}} = 5.5452 \times 10^5 \text{ s} \approx 154 \text{ h} \approx 6.4 \text{ Days}$$

۸۹-۵ یک کامپیوتر در یک اتاق بسته به حجم  $200 \text{ m}^3$ ، انرژی را با نرخ  $10 \text{ kW}$  منتشر می کند. در

اتاق  $50 \text{ kg}$  چوب،  $25 \text{ kg}$  فولاد و هوا وجود دارد که همه در  $300 \text{ K}$ ،  $100 \text{ kPa}$  قرار دارند.

فرض کنید تمام این مواد بطور یکنواخت گرم می شوند. چه مدت طول می کشد تا فشار به

$500 \text{ kPa}$  برسد؟

حل:

$$R = 0.287 \text{ kJ/kgK}, C_v = 0.717 \text{ kJ/kgK}$$

(air)

$$PV = mRT$$

۱۲۴ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$100 \times 200 = m \times 0.287 \times 300 \Rightarrow m = 232.29 \text{ kg} \quad (1\text{-air})$$

[از حجم فولاد و چوب صرف نظر می کنیم و حجم هوا را برابر حجم اتاق می گیریم.]

$$500 \times 200 = 232.29 \times 0.287 \times T_2 \Rightarrow T_2 = 1500 \text{ K} \quad (2\text{-air}) \text{ دمای نهایی اتاق}$$

$$C_{Wood} = 1.26 \text{ kJ/kgK}, \quad C_{Steel} = 0.46 \text{ kJ/kgK} \quad (A.3)$$

$$u_2 - u_1 = C(T_2 - T_1) \quad \text{برای جامدات:}$$

$$u_2 - u_1 = C_v(T_2 - T_1) \quad \text{گاز کامل:}$$

$$Q_1 = (U_2 - U_1)_{Wood} = 50 \times 1.26 \times (1500 - 300) = 75600 \text{ kJ} \quad (Wood)$$

$$Q_2 = (U_2 - U_1)_{Steel} = 25 \times 0.46 \times (1500 - 300) = 13800 \text{ kJ} \quad (Steel)$$

$$Q_3 = (U_2 - U_1)_{air} = 232.29 \times 0.717 (1500 - 300) = 199900 \text{ kJ} \quad (air)$$

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 289260 \text{ kJ}$$

$$Q_{tot} = \dot{Q} \times t \Rightarrow t = \frac{Q_{tot}}{\dot{Q}} = \frac{289260}{10} = 28926 \text{ s}$$

$$t = \frac{28926}{3600} = 8.03 \text{ h}$$

[در صورت لزوم می توان حجم چوب و فولاد را با تقسیم کردن جرم آنها بر چگالی شان بدست آورده

و از حجم اتاق کم کرد که تاثیر ناچیزی در جواب مساله خواهد داشت.]

۹-۵ گرمکن های یک سفینه فضایی ناگهان با مشکل مواجه می شوند و گرمابوسیله انتقال

حرارت با آهنگ  $100 \text{ kJ/h}$  هدر می رود، درحالیکه یک وسیله الکتریکی  $75 \text{ kJ/h}$  گرما

تولید می کند. در ابتدا، هوا در  $100 \text{ kPa}$ ،  $25^\circ \text{C}$  و حجم  $10 \text{ m}^3$  قرار دارد. چه مدت زمان

طول می کشد تا هوا به دمای  $-20^\circ \text{C}$  برسد؟

حل:

$$R = 0.287, \quad C_{v0} = 0.717 \quad (A.5) \text{ از جدول}$$

$$\dot{Q} = -100 + 75 = -25 \text{ kJ/h}$$

$$\frac{V = 10 \text{ m}^3}{T_1 = 25^\circ \text{C}}, \quad \frac{P_1 = 100 \text{ kPa}}{T_2 = -20^\circ \text{C}} = 298.15 \text{ K}$$

$$\Rightarrow P_1 V_1 = m R T_1 \Rightarrow m = 11.680 \text{ kg}$$

قانون اول ترمودینامیک / ۱۲۵

$$\Delta T = -45^\circ C \quad \int pdV = 0$$

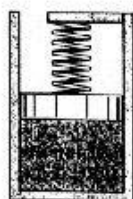
$$\dot{Q} = m \frac{\Delta u}{\Delta t} + \frac{\int pdV}{\Delta t} = m C_v \frac{\Delta T}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 15h$$

۵-۹۱ سیلندری بایک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده است. سطح مقطع پیستون  $0.05m^2$  بوده و بوسیله یک فنر خطی در جای خود نگه داشته شده و حجم اولیه  $20L$  می باشد، شکل ۵-۹۱. سیلندر حاوی آمونیاک در  $1MPa$  و  $60^\circ C$  است و ثابت فنر  $15kN/m$  می باشد. گرما از سیستم تخلیه شده و سیلندر طوری جابجایی شود که  $6.25kJ$  کار روی آمونیاک انجام شود.

الف) دمای نهایی آمونیاک را بیابید ب) انتقال حرارت را برای فرایند بیابید

حل:

از جدول (B.2.2) داریم:



$$T_1 = 60^\circ C, P_1 = 1MPa, V_1 = 0.02m^3$$

$$\Rightarrow v_1 = 0.15106 m^3/kg, h_1 = 1563.1 kJ/kg$$

$$\Rightarrow u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 1412.04 kJ/kg$$

$$\Rightarrow m = \frac{V_1}{v_1} = 0.132398 kg$$

$$P = P_{spring} + P_0 = \frac{K \Delta x}{A_p} + P_0 = \frac{Kx}{A_p} + C = \frac{KV}{A_p^2} + C = 6000V + C \quad \text{فنر خطی:}$$

$$P_1 = 1000 kPa, V_1 = 0.02m^3 \Rightarrow C = P_1 - 6000V_1 = 880(kPa)$$

$$W_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \left[ 3000V^2 + 880V \right]_{0.02}^{V_2} = -6.25 kJ$$

$$\Rightarrow 3000V_2^2 + 880V_2 - 18.8 + 6.25 = 0 \Rightarrow V_2 = 0.0136282m^3, -0.306962m^3 \quad (\text{غ.ق. ق.})$$

$$\Rightarrow P_2 = 6000V_2 + 880 = 961.769kPa, v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.102934m^3/kg$$

بادرون یابی از جدول B.2.1 شرایط اشباع را برای فشار  $961.769kPa$  بدست می آوریم:

$$P = 961.769kPa \Rightarrow$$



۱۲۶ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$T_{sat} = 23.5782^\circ\text{C} \quad , \quad v_f = 0.001652 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad v_{fg} = 0.13247 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_g = 0.134127 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad u_f = 289.85 \text{ kJ/kg} \quad , \quad u_{fg} = 1044.3 \text{ kJ/kg}$$

$$v_2 < v_g \Rightarrow T_2 = T_{sat} = 23.5782^\circ\text{C} \quad , \quad x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 0.76457$$

$$\Rightarrow u_2 = u_f + x u_{fg} = 1088.3 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q = m \Delta u + W = m(u_2 - u_1) + W = -49.113 \text{ kJ}$$

۹۲-۵ یک سیلندر که توسط پیستونی آب بندی شده است حاوی  $2 \text{ kg}$ ،  $R-12$  در  $10^\circ\text{C}$ ،  $90\%$  می باشد. سیستم یک انبساط پلی تروپیک را طی می کند تا به  $100 \text{ kPa}$  می رسد. در طی این فرایند سیستم حرارت  $52.5 \text{ kJ}$  را دریافت می کند. درجه حرارت نهایی  $R-12$  چقدر است؟

حل:  $R-12$  داخل سیلندر را سیستم می گیریم:

حالت ۱:  $90\%$  ،  $10^\circ\text{C} \rightarrow$

$$\rightarrow v_f = 0.000733 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad v_{fg} = 0.04018 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad u_f = 45.06 \text{ kJ/kg}$$

$$\rightarrow u_{fg} = 129.36 \text{ kJ/kg} \quad , \quad P_1 = 423.3 \text{ kPa}$$

$$v_1 = v_f + x_1 v_{fg} = 0.000733 + 0.9 \times 0.04018 = 0.036895 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$V_1 = m v_1 = 2 \times 0.036895 = 0.07379 \text{ m}^3$$

$$u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 45.06 + 0.9 \times 129.36 = 161.484 \text{ kJ/kg}$$

برای یافتن  $T$  باید از روش سعی و خطا استفاده کنیم: (پلی تروپیک)  $P_1 V_1^n = P_2 V_2^n$

$$423.3 \times 0.07379^n = 100 \times (m \times v_2)^n \Rightarrow n \times \ln\left(\frac{2v_2}{0.07379}\right) = \ln\left(\frac{423.3}{100}\right) = 1.44 \quad (I)$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) \Rightarrow 52.5 = m \times \left(\frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-n}\right) + 2(u_2 - 161.484)$$

$$52.5 = 2 \left(\frac{100v_2 - 423.3 \times 0.036895}{1-n}\right) + 2(h_2 - P_2 v_2 - 161.484)$$

$$R = 52.5 - \left(\frac{200v_2 - 31.2353}{1-n}\right) - 2(h_2 - 100v_2 - 161.484) \quad (II)$$

برای سعی خطا از روابط  $I$ ،  $II$  استفاده می کنیم:

$$T_2 = -10^\circ\text{C} \quad , \quad v_2 = 0.17522 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad h_2 = 185.84 \text{ kJ/kg} \rightarrow$$

$$\rightarrow n = 0.92 \quad , \quad R = -8.777$$

قانون اول ترمودینامیک / ۱۲۷

$$T_2 = -20^\circ\text{C} \quad , \quad v_2 = 0.1677 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad h_2 = 179.99 \text{ kJ/kg} \rightarrow \text{سمی دوم:}$$

$$\rightarrow n = 0.95 \quad , \quad R = 2.93$$

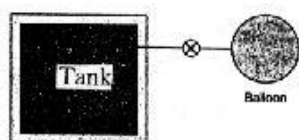
$$R=0 \rightarrow T_2 = -17.5^\circ\text{C}$$

درون یابی:

۵-۹۳ یک بالن کروی با قطر اولیه ۱۵۰mm و حاوی R-12 در ۱۰۰kPa به یک مخزن ۳۰L غیر عایق و صلب حاوی R-12 در ۵۰۰kPa وصل شده است. همه چیز در دمای محیط،  $20^\circ\text{C}$  قرار دارد. شیر اتصال به آرامی باز می شود. و تازمانی که فشارها برابر شوند باز می ماند. در این فرایند گرما مبادله می شود طوری که دما در  $20^\circ\text{C}$  ثابت می ماند. فشار داخل بالن در هر لحظه متناسب با قطر آن است. فشار نهایی، انتقال گرما و کار را در طول فرایند بیابید.

حل:

(R-12-Balloon)



$$P_1 = 100 \text{ kPa} \quad , \quad T_1 = 20^\circ\text{C} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_1 = 0.19728 \quad , \quad h_1 = 203.85$$

$$u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 184.12$$

$$D_1 = 150 \text{ mm} = 0.15 \text{ m} \rightarrow P_1 = K D_1 \rightarrow K = \frac{10^4}{15}$$

$$V_1 = \frac{1}{6} \pi D_1^3 = 0.001767 \text{ m}^3 \quad , \quad m_{1b} = \frac{V_{1b}}{v_{1b}} = 0.0089568 \text{ kg}$$

(R-12-tank)

$$P_1 = 500 \text{ kPa} \quad , \quad T_1 = 20^\circ\text{C} \quad , \quad V = 30 \text{ L} = 0.03 \text{ m}^3$$

500kPa

$T$	$v$	$h$
15.6	0.03482	194.03
20	$v_1 = ?$	$h_1 = ?$
30	0.03746	203.96

$$\Rightarrow \begin{cases} h_1 = 197.06 \\ v_1 = 0.03563 \Rightarrow m_{1t} = \frac{V_{1t}}{v_{1t}} = 0.842 \text{ kg} \\ u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 179.25 \end{cases}$$

$$m_{\text{sys}} = m_{\text{Balloon}} + m_{\text{tank}} = \left( \frac{V_1}{v_1} \right)_{\text{Balloon}} + \left( \frac{V_1}{v_1} \right)_{\text{Tank}} = 0.851 \text{ kg}$$

$$P_2 \quad , \quad v_2 \quad , \quad T_2 = 20^\circ\text{C}$$

(Balloon and tank)

$$m_{\text{sys}} = Cte = \left( \frac{V_2}{v_2} \right)_{\text{Balloon}} + \left( \frac{V_2}{v_2} \right)_{\text{Tank}} = \left( \frac{\frac{1}{6} \pi D_2^3}{v_2} \right)_{\text{Balloon}} + \left( \frac{0.03}{v_2} \right)_{\text{Tank}} =$$

۱۲۸ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$= \frac{\frac{1}{6}\pi\left(\frac{P_2}{K}\right)^3}{v_2} \Big|_{Balloon} + \frac{V}{v_2} \Big|_{Tank} = 1.76714 \times 10^{-9} \frac{P_2^3}{v_2} + \frac{0.03}{v_2} = 0.851 \text{ kg}$$

$$\delta = 1.76714 \times 10^{-9} \frac{P_2^3}{v_2} + \frac{0.03}{v_2} - 0.851$$

باروش سعی و خطا:

$$P=200 \quad , \quad v=0.09642 \quad \Rightarrow \delta = -0.3932 \text{ kg}$$

$$P=300 \quad , \quad v=0.06273 \quad \Rightarrow \delta = 0.3878 \text{ kg}$$

$P$	$h$	$v$	$\delta$
200	202.28	0.09642	-0.3932
$P_2=?$	$h_2=?$	$v_2=?$	$\delta=0$
300	200.64	0.06273	0.3878

$$\Rightarrow P_2 = 250.3 \text{ kPa} , h_2 = 201.45 , v_2 = 0.07946 , u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 181.56 \text{ kJ/kg}$$

$$P_2 = KD_2 \quad \Rightarrow D_2 = 0.375 \text{ m} \quad \quad \quad W_2 \Big|_{Tank} = 0$$

$$W_2 = W_2 \Big|_{Tank} + W_2 \Big|_{Balloon} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{D_1}^{D_2} KD \times \frac{\pi}{2} D^2 dD$$

$$= \int_{0.15}^{0.375} \frac{K\pi}{2} D^3 dD = \frac{K\pi}{8} D^4 \Big|_{0.15}^{0.375} = 5.04 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = mu_2 - (m_{1t}u_{1t} + m_{1b}u_{1b}) + W_2 = 7 \text{ kJ}$$

۹۴-۵ انتقال حرارت را برای مساله ۴۴-۴ بیابید.

حل:

از حل مساله ۴۴-۴ داریم:

$$T_3 = 50.7838^\circ\text{C} \quad , \quad P_3 = 1200 \text{ kPa} \quad , \quad m = 23.8486 \text{ kg}$$

$$W = 1.1928 \text{ MJ} \quad , \quad x = 0.13$$

$$T = -2^\circ\text{C} \Rightarrow u_f = 170.52 \text{ kJ/kg} \quad , \quad u_{fg} = 1130.8 \text{ kJ/kg} \quad \text{B.2.1 از جدول}$$

قانون اول ترمودینامیک / ۱۲۹

$$\Rightarrow u_1 = u_f + x u_{fg} = 317.53 \text{ kJ/kg}$$

$$h_3 = 1527.3 \text{ kJ/kg} \Rightarrow u_3 = h_3 - P_3 v_3 = 1384.7 \text{ kJ/kg} \quad \text{از جدول B.2.2}$$

$$1st \text{ law: } Q = m \Delta u + W = m(u_3 - u_1) + W = 26.643 \text{ MJ}$$

۵-۹۵ انتقال حرارت را برای فرایند مساله (۴-۴۶) محاسبه کنید.

حل:

آب زیرپستون پائینی را سیستم در نظر می گیریم:

بامراجعه به حل مساله (۴-۴۶) داریم:

$$\text{حالت 1: } v_f = 0.001151 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad v_{fg} = 0.13524 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad u_f = 835.76 \text{ kJ/kg}$$

$$u_{fg} = 1757.85 \text{ kJ/kg}$$

$$(P_1 = 1449 \text{ kPa}, \quad v_1 = 0.02985 \text{ m}^3/\text{kg}) \rightarrow x_1 = \frac{v_1 - v_f}{v_{fg}} = 0.21$$

$$u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 1208.79 \text{ kJ/kg}$$

$$P_2 = 1449 \text{ kPa}, \quad u_2 = u_g \mid_{1449 \text{ kPa}} = 2593.61 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = 351.955 + 2(2593.61 - 1208.79)$$

$$Q_{1-2} = 3121.59 \text{ kJ}$$

۵-۹۶ یک سیلندر آب بندی شده با پستون بدون اصطکاک حاوی R-134a در  $10^\circ\text{C}$  و کیفیت 50% با حجم اولیه 100L است. اکنون نیروی خارجی روی پستون طوری تغییر می کند که پستون حرکت کرده و حجم افزایش یابد. زمانی که آخرین قطرات مایع R-134a تبخیر می شوند دما  $25^\circ\text{C}$  است. فرایند تا حالت نهایی  $40^\circ\text{C}$ ، 600kPa ادامه می یابد. با فرض رابطه شبه خطی بین فشار و حجم، حجم نهایی را در سیلندر و کار و انتقال حرارت را برای کل فرایند بیابید.

حل:

R-134a (I)

$$T_1 = 10^\circ\text{C}, \quad x_1 = 50\%, \quad V_1 = 100 \text{ L} = 0.1 \text{ m}^3, \quad P_1 = 415.8 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.025124, \quad u_1 = u_f + x u_{fg} = 298.46$$

$$m = \frac{V}{v_1} = 3.9803 \text{ kg}$$

$$T = 25^\circ\text{C}, \quad x = 1, \quad P_2 = 666.3 \text{ kPa} \quad (2)$$

۱۳۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow v_2 = v_g = 0.03098 \quad , \quad u_2 = 391.87 \quad , \quad V_2 = m v_2 = 0.12331 \text{ m}^3$$

$$(P_3 = 600 \text{ kPa} \quad , \quad T = 40^\circ \text{C}) \Rightarrow v_3 = 0.03796 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad h_3 = 428.88 \text{ kJ/kg} \quad (3)$$

$$V_3 = m v_3 = 0.151 \text{ m}^3 \quad \quad u_3 = h_3 - P_3 v_3 = 406.104 \text{ kJ/kg}$$

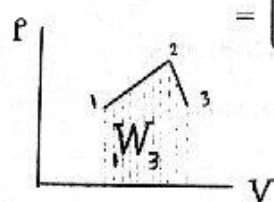
$$P = K V + L \Rightarrow \begin{cases} 415.8 = 0.1 K + L \\ 666.3 = 0.12331 K + L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = 10746.46 \\ L = -658.84 \end{cases} \quad (1 \rightarrow 2)$$

$$P = K' V + L' \Rightarrow \begin{cases} 666.3 = 0.12331 K' + L' \\ 600 = 0.151 K' + L' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K' = -2393.5 \\ L' = 961.44 \end{cases} \quad (2 \rightarrow 3)$$

$$W_3 = \int_1^3 P dV = \int_1^2 P dV + \int_2^3 P dV =$$

$$= \left[ K \frac{V^2}{2} + L V \right] \bigg|_{V_1=0.1}^{V_2=0.12331} + \left[ K' \frac{V^2}{2} + L' V \right] \bigg|_{V_2=0.12331}^{V_3=0.151}$$

$$\Rightarrow {}_1W_3 = 30.15 \text{ kJ}$$



$${}_1Q_3 = \Delta {}_1U_3 + {}_1W_3 = m(u_3 - u_1) + {}_1W_3 = 459 \text{ kJ}$$

۹۷-۵ مخزن صلبی به حجم  $1 \text{ m}^3$  حاوی بوتان در  $500 \text{ K}$  ،  $100 \text{ kPa}$  است. اکنون مخزن تا  $1500 \text{ K}$  گرم می شود.

الف) آیا قابل قبول است که از مقدار گرمای ویژه موجود در جدول  $A.5$  برای محاسبه مقدار انتقال حرارت در این فرایند استفاده کنیم.

ب) کار و انتقال حرارت را برای این مساله بیابید.

حل:

الف) خیر چون بوتان  $C_4H_{10}$  گازی ۱۴ اتمی است و در نتیجه گرمای ویژه آن به سرعت با دما تغییر می کند پس از مقدار گرمای ویژه ثابت آن هم در دمای  $300 \text{ K}$  نمی توان در محدوده تغییر دما از  $500 \text{ K}$  تا  $1500 \text{ K}$  استفاده کرد.

$$V_2 = V_1 \Rightarrow W = 0$$

ب) چون حجم مخزن ثابت است پس کار صفر می باشد

با توجه به اشکال چایی درویرایش پنجم با مراجعه به :

Van Wylen, G.J., "Fundamentals Of Classical Thermodynamics",

4th Edition, John Wiley & Sons Inc., 1994, P754, table A.11

قانون اول ترمودینامیک / ۱۳۱

$$\bar{C}_{p_o} = 3.954 + 37212\theta - 1.833\theta^2 + 0.03498\theta^3 \quad \text{داریم:}$$

همینطور از جدول A.5 داریم:

$$M = 58.124 \text{ kJ/kmol}, \quad R = 0.143 \text{ kJ/kgK}$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{h} &= \int_{500}^{1500} \bar{C}_{p_o} dT = 100 \int_5^{15} \bar{C}_{p_o} d\theta = \\ &= 100 \times \left[ 3.954\theta + 37212 \frac{\theta^2}{2} - 1.833 \frac{\theta^3}{3} + 0.03498 \frac{\theta^4}{4} \right]_5^{15} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{h} = 3.719691 \times 10^8 \text{ kJ/kmol} \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta \bar{h}}{M} = 6.3996 \times 10^6 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = u_2 + P_2 v_2 - (u_1 + P_1 v_1) = \Delta u + v(P_2 - P_1) = \Delta u + v \Delta P$$

$$\Rightarrow \Delta u = \Delta h - v \Delta P$$

$$T_c = 425.2 \text{ K}, \quad P_c = 3.8 \text{ MPa} \quad \text{از جدول A.2 داریم:}$$

$$\Rightarrow T_{r1} \approx 1.18, \quad T_{r2} = 3.53, \quad P_{r1} = 0.026$$

بامراجعه به دیاگرام تراکم پذیری عمومی D.1 برای نقطه  $D.1$  داریم  $T_{r1} = 1.18$ ,  $P_{r1} = 0.026$

$$\Rightarrow P_1 v_1 = Z_1 R T_1 = R T_1 \Rightarrow v_1 = \frac{R T_1}{P_1} = 0.715 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow m = \frac{V}{v} = 1.3986 \text{ kg}$$

چون حجم مخزن ثابت است داریم  $v_2 = v_1$  در نتیجه:  $T_2 = 1500 (T_{r2} = 3.53)$ ,  $v_2 = v_1$   
در  $T_{r2} = 3.53$  بامراجعه به دیاگرام تراکم پذیری عمومی می بینیم که تافشار  $P_c$  هم می توان بوتان را ایده آل دانست.

$$P_2 v_2 = Z_2 R T_2 \Rightarrow \frac{Z_2}{P_{r2}} = \frac{v_2 P_c}{R T_2} = 12.667 \quad \text{داریم:}$$

اگر خط  $Z = 12.667 P_r$  را روی دیاگرام D.1 رسم کنیم، منحنی  $T_{r2} = 3.53$  را در نقطه  $Z \approx 1$  قطع می کند.

$$\Rightarrow P_2 v_2 = Z_2 R T_2 = R T_2 \Rightarrow P_2 = \frac{R T_2}{v_2} = 300 \text{ kPa} (< 3.8 \text{ MPa})$$

$$\Rightarrow \Delta u = \Delta h - v \Delta P = 6.39943 \times 10^6 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q = m \Delta u + W = m \Delta u + 0 = 8.95 \text{ MJ}$$

۵-۹۸ یک سیلندر که توسط یک پیستون بدون اصطکاک مسدود شده است محتوی  $R-12$ ,  $0.2 \text{ kg}$

۱۳۲ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

دوفازی در دمای  $-20^{\circ}\text{C}$  است. نیروی بیرونی روی پیستون طوری است که فشار داخلی

پیستون با حجم به صورت  $P = -47.5 + 4.0 \times V^{1.5} \text{ kPa}\&\text{L}$  ارتباط دارد حال به سیلندر

حرارت می دهیم تا فشار داخلی به  $250 \text{ kPa}$  برسد، کار و انتقال حرارت را محاسبه کنید.

$R-12$  ,  $-20^{\circ}\text{C}$

حل:  $R-12$  داخل سیلندر را سیستم می گیریم:

دوفازی:

$$v_f = 0.000685 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad v_{fg} = 0.10816 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad u_f = 17.71 \text{ kJ/kg}$$

$$u_{fg} = 144.59 \text{ kJ/kg} \quad , \quad P_{sat} = 150.9 \text{ kPa}$$

$$P_1 = -47.5 + 4 \times V_1^{1.5} \Rightarrow 150.9 = -47.5 + 4 \times V_1^{1.5} \quad \text{حالت 1.}$$

$$V_1 = 13.499 \text{ L} = 0.013499 \text{ m}^3 \quad , \quad v_1 = \frac{V_1}{m} = \frac{0.013499}{0.2} = 0.067498 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$x_1 = \frac{v_1 - v_{1f}}{v_{1fg}} = \frac{0.067498 - 0.000685}{0.10816} = 0.618$$

$$\Rightarrow u_1 = u_{1f} + x_1 u_{1fg} = 17.71 + 0.618 \times 144.59 = 107.0267 \text{ kJ/kg}$$

$$P_2 = 250 = -47.5 + 4.0 \times V_2^{1.5} \Rightarrow V_2 = 17.685 \text{ L} = 0.017685 \text{ m}^3$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 p dV = 10^{-3} \int_{13.499}^{17.685} [-47.5 + 4 \times V^{1.5}] dV = 0.834 \text{ kJ}$$

(حاصل انتگرال بصورت  $\text{kPa}\cdot\text{L}$  در می آید و برای اینکه به فرم  $\text{kJ}$  یا  $\text{kPa}\cdot\text{m}^3$  در بیاید باید در

$10^{-3}$  ضرب شود.)

$$P = 250 \text{ kPa} \quad , \quad v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.088425 \text{ m}^3/\text{kg}$$

حالت 2: بخار فوق گرم

$250 \text{ kPa}$	
$v$	$h$
0.08602	214.303

$$0.088425 \quad h_2 = ? \Rightarrow h_2 = 215.137 \text{ kJ/kg}$$

$$0.089175 \quad 220.8$$

$$u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 215.137 - 250 \times 0.088425 = 193.0307 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = 0.834 + 0.2(193.0307 - 107.0267) = 18.035 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-2} = 18.035 \text{ kJ}$$

۹۹-۵ یک بالن کشان ویژه می تواند فشار داخلی تا  $P_0 = 100 \text{ kPa}$  را تا رسیدن به حالت کروی با قطر  $D = 1 \text{ m}$  تحمل کند، فراتر از این  $x = D_0/D$  ;  $P = P_0 + C(1-x^6)x$  می باشد که دلیل آن اثرات تغییر شکل منحنی بالن و کشسانی است. این بالن حاوی گاز هلیوم در  $100 \text{ kPa}$  و  $250 \text{ K}$  با حجم  $0.4 \text{ m}^3$  می باشد و تا زمانی که حجم به  $2 \text{ m}^3$  برسد گرم می شود. در طول فرایند، فشار حداکثر درون بالن  $200 \text{ kPa}$  می باشد.

الف) دمای درون بالن وقتی فشار ماکزیمم است چیست ؟

ب) دما و فشار نهایی درون بالن چه مقدار است ؟

ج) کار انتقال حرارت را برای کل فرایند محاسبه کنید.

حل:

He(1

$$V_1 = 0.4 \text{ m}^3 \Rightarrow D_1 = 0.91415 \text{ m} \quad C_{v,0} = 3.116, T = 250 \text{ K}, P_0 = 100 \text{ kPa}$$

$$P_0 V_1 = mRT_1, \quad R = 2.0771 \Rightarrow m = 0.0770 \text{ kg}$$

(2

فرایند فشار ثابت:  $1 \rightarrow 2$

$$D_0 = 1 \text{ m} \Rightarrow V_2 = 0.5236 \text{ m}^3 \quad P_0 = 100 \text{ kPa}, x_2 = 1$$

بعد از رسیدن به حالت 2 مقدار فشار از رابطه  $x = D_0/D = \frac{1}{D}$  ,  $P = P_0 + C(1-x^6)x$  پیروی می کند.

$$P_{\max} = 200 \text{ kPa}, \quad T = ?$$

$$\frac{dP}{dx} = 0 \Rightarrow C(1-x^6) + Cx(-6x^5) = 0 \Rightarrow C - 7Cx^6 = 0 \Rightarrow x = \sqrt[6]{\frac{1}{7}}$$

$$P_{\max} = 200 = 100 + C\left(1 - \frac{1}{7}\right)\sqrt[6]{\frac{1}{7}} \Rightarrow C = 161.36$$

$$x = \frac{D_0}{D} = \frac{1}{D} = \sqrt[6]{\frac{1}{7}} \Rightarrow D = 1.383 \text{ m} \Rightarrow V = 1.3853 \text{ m}^3$$

چون هلیوم گاز تک اتمی است از معادله حالت گاز ایده ال پیروی می کند.

$$PV = mRT \Rightarrow T = \frac{200 \times 1.3853}{2.0771 \times 0.0770} = 1732 \text{ K}$$

(3



۱۳۴ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$V=2m^3 \Rightarrow D=1.5632m \quad x=D_0/D=0.63972$$

$$P=P_0+C(1-x^6)x \Rightarrow P=196.15kPa$$

$$PV=mRT \Rightarrow T=2452K$$

$$\begin{aligned} W_1 = W_{12} + W_{23} &= \int_{V_1=0.4}^{V_2=0.5236} P_0 dV + \int_2^3 (P_0 + 161.36(1-x^6)x) dV \\ &= \int_{0.4}^{0.5236} 100 dV - \frac{\pi}{2} \int_{x_2=1}^{x_3=0.63972} (100 + 161.36(1-x^6)x) \frac{dx}{x^4} = 290.2kJ \\ \left[ V = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{1}{6} \pi \left( \frac{1}{x} \right)^3 \Rightarrow dV = -\frac{\pi}{2} \frac{dx}{x^4} \right] \end{aligned}$$

$$Q_3 = \Delta U_3 + W_3 = m(u_3 - u_1) + W_3 = mC_{v0}(T_3 - T_1) + W_3 = 818.5kJ$$

۱۰۰-۵ یک پیستون بدون اصطکاک و رسانای حرارتی، آب و هوا را در سیلندری از هم جدا می‌کند، (شکل ۱۰۰-۵)، حجمهای اولیه  $B, A$  هر کدام  $500L$  است و فشار اولیه هر دو طرف  $700kPa$  می‌باشد. در این زمان حجم مایع درون  $B$  ۲ درصد حجم  $B$  است. گرما به  $B, A$  داده می‌شود تا تمام مایع درون  $B$  تبخیر شود. توجه کنید که در تمام طول فرایند:  $T_A = T_B = T_{sat}$ ،  $P_A = P_B$  است. یادرون یابی فشارنهایی و انتقال حرارت رایباید.

حل:



$C.M1$ : قسمت  $A$  (هوا) را به عنوان جرم کنترل اول

انتخاب می‌کنیم.

$C.M2$ : قسمت  $B$  (آب) را به عنوان جرم کنترل

دوم انتخاب می‌کنیم.

از جدول  $B.1.2$  برای  $C.M2$  داریم:

$$P=700kPa \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_1 = T_{sat} = 164.97^\circ C, \quad v_f = 0.001108 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad v_{fg} = 0.27176 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g = 0.27286 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad u_f = 696.43 \text{ kJ/kg}, \quad u_{fg} = 1876.07 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_{fw} = \frac{V_f}{v_f} = \frac{0.02 \times 0.5}{0.001108} = 9.02527 \text{ kg}, \quad m_{gw} = \frac{V_g}{v_g} = 1.79579 \text{ kg}$$

قانون اول ترمودینامیک / ۱۳۵

$$\Rightarrow m_w = 10.8211 \text{ kg} \Rightarrow x = \frac{m_g}{m_w} = 0.165953$$

$$\Rightarrow U_{1w} = m_w u_{1w} = m_w (u_f + x u_{fg}) = 10905.2 \text{ kJ}$$

$$P_1 V_1 = m_{air} R_{air} T_1 \Rightarrow m_{air} = \frac{P_1 V_1}{R_{air} T_1} = 2.78351 \text{ kg} \quad \text{از طرفی برای } C.M1 \text{ داریم:}$$

در هر لحظه برای هوادر  $C.M1$  داریم  $PV_{C.M1} = m_{air} R_{air} T$  و چون  $T, P$  برای هر دو جرم کنترل یکی است داریم:

$$V_{C.M1} = V_{tot} - V_{C.M2} = 1 - V_{C.M2} \Rightarrow P(1 - V_{C.M2}) = m_{air} R_{air} T$$

$$\Rightarrow P \left( \frac{1}{m_w} - v_w \right) = \frac{m_{air} R_{air}}{m_w} T \Rightarrow P(0.092412 - v_w) = 0.073825 T$$

که در رابطه فوق  $T$  بر حسب کلون می باشد.

باتوجه به اینکه حالت  $C.M2$  در انتهای فرایند بخار اشباع می باشد پس  $T = T_{sat}$ ,  $P = P_{sat}$  و  $\delta, v_w = v_g$  را بصورت زیر تعریف می کنیم و بادرین یابی به صفر برای  $\delta, P$  رامی یابیم.

$$\delta = P_{sat}(0.092412 - v_w) - 0.073825(T_{sat} + 273.15)$$

که در رابطه بالا  $T_{sat}$  بر حسب درجه سانتیگراد است.

از جدول B.1.2 داریم:

$$\begin{cases} P_{sat} = 2500 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = 223.99^\circ \text{C}, v_g = 0.07998 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow \delta = -5.62136 \\ P_{sat} = 2750 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = 229.12^\circ \text{C}, v_g = 0.07275 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow \delta = 16.9904 \end{cases}$$

$$\delta = 0 \Rightarrow P_{sat} = 2562.15 \text{ kPa}$$

$$P_{sat} = 2562.15 \text{ kPa} \quad \text{بادرون یابی از جدول B.1.2 داریم:}$$

$$\Rightarrow T_{sat} = 225.262^\circ \text{C}, v_g = 0.0781826 \text{ m}^3/\text{kg}, u_g = 2603.3 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow U_{2w} = m u_g = 28170.6 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta U_w = 17265.4 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{air} = m_{air} \Delta u_{air} = m_{air} C_{v0} \Delta T = 120.329 \text{ kJ}$$

از این لحظه به بعد تمام مجموعه هوا و آب رایه عنوان یک جرم کنترل واحد در نظر می گیریم. برای این مجموعه تغییر حجم صفر بوده و در نتیجه کار انجام شده صفر می باشد.

$$1st \text{ law: } \dot{Q} = \Delta U + W = \Delta U = \Delta U_{C.M1} + \Delta U_{C.M2} = 17385.7 \text{ kJ}$$





## تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل

۱-۶ هوادر  $35^{\circ}C$  ،  $105kPa$  از درون یک کانال مستطیلی به ابعاد  $100mm \times 150mm$  در یک سیستم گرمایش جریان دارد. آهنگ حجمی جریان  $0.015m^3/s$  است. سرعت هوای جریان یافته در کانال را بیابید.

$$\dot{V} = aV \Rightarrow V = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{0.015}{0.1 \times 0.15} = 1 m/s$$

حل:  
داریم:

۲-۶ یک دیگ بخار جریان پایای  $5000kg/h$  آب مایع را در  $5MPa$  ،  $20^{\circ}C$  دریافت می کند. و آنرا تا فشار  $4.5MPa$  و دمای  $450^{\circ}C$  گرم می کند. کمترین سطح مورد نیاز برای لوله های ورودی و خروجی در صورتیکه سرعت در لوله ها بیش از  $20 m/s$  نباشد بدست آورید.

حل:  
ورودی:

$$P_1 = 5MPa , T_1 = 20^{\circ}C , V_1 = 20m/s \Rightarrow v_1 = 0.00100m^3/kg (B.1.4) \text{ از جدول}$$

$$\dot{m} = 5000kg/h = \frac{50}{36} kg/s$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \frac{50}{36} kg/s \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$P_2 = 4.5MPa , T_2 = 450^{\circ}C , V_2 = 20m/s \Rightarrow v_2 = 0.07074m^3/kg \quad \text{خروجی:}$$

$$\dot{m}_1 = \frac{A_1 V}{v_1} = \frac{50}{36} \Rightarrow A_1 = 0.6944 \times 10^{-4} m^2 = 0.6944 cm^2$$

۱۳۸ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\dot{m}_2 = \frac{A_2 V}{v_2} = \frac{50}{36} \Rightarrow A_2 = 4.9153 \times 10^{-3} m^2 = 49.153 cm^2$$

۳-۶ یک شرکت توزیع گاز طبیعی، گاز متان را در  $200 kPa$ ،  $275 K$  درون خط لوله توزیع می کند. سرعت متوسط جریان بطور دقیق معادل  $5.5 m/s$  در یک لوله با قطر  $50 cm$  اندازه گیری شده است. اگر  $\pm 2\%$  عدم قطعیت در اندازه گیری سرعت وجود داشته باشد. دبی جرمی جریان را چگونه ارزیابی می کنید؟

حل:

گاز متان: بخار فوق گرم  $200 kPa$ ,  $275 \Rightarrow v = 0.70931 m^3/kg$

$$\dot{m} = \frac{AV}{v} = \frac{\left(\frac{\pi \times 0.5^2}{4}\right) \times 5.5}{0.70931} = 1.52 kg/s \pm 2\%$$

چون اندازه گیری  $v$  مستقل از سرعت است مقدار خطا در اندازه گیری سرعت عیناً در مقدار دبی محاسبه شده اثر می گذارد.

۴-۶ گاز نیتروژن در یک لوله به قطر  $50 mm$  در  $15^\circ C$ ،  $200 kPa$  جریان دارد و با آهنگ جرمی  $0.05 kg/s$  به یک شیر نیمه بسته می رسد. اگر بعد از عبور از شیر  $30 kPa$  افت فشار بوجود آمده و هیچ تغییر دمایی مشاهده نشود سرعتها را قبل و بعد از شیر بیابید.

حل:

داریم:  $T_i = T_e = 15^\circ C = 288.15 K$

$$\dot{m} = \frac{VA}{v} \Rightarrow V = \frac{\dot{m}v}{A} = \frac{4vm}{\pi d^2} = 25.4648 v$$

با درون یابی از جدول B.6.2 داریم:

$$v_i = v_{15^\circ C, 200 kPa} = 0.427356 m^3/kg$$

$$\Rightarrow V_i = 25.4648 v_i = 10.8825 m/s$$

با درون یابی از جدول B.6.2 داریم:

$$v_{15^\circ C, 100 kPa} = 0.85497 m^3/kg$$

$$\Rightarrow v_e = v_{15^\circ C, 100 kPa} = 0.55564 m^3/kg$$

$$\Rightarrow V_e = 25.4648 v_e = 14.1493 m/s$$

۵-۶ بخار اشباع R-134a از بخارزای (اوپراتور) یک سیستم پمپ گرمایی در  $10^\circ C$  با آهنگ جرمی  $0.1 kg/s$  خارج می شود. اگر سرعت خنک کننده R-134a حداکثر به  $7 m/s$  محدود باشد، کوچکترین قطر لوله مورد استفاده را تعیین کنید.

حل:

$$T=10^{\circ}\text{C}, x=1, \dot{m}=0.1\text{kg/s}, A=? \Rightarrow v=v_g=0.04945\text{m}^3/\text{kg} \quad (R-134a)$$

$$\dot{m} = \frac{A v}{v} \Rightarrow A = 7.065 \times 10^{-4} \text{m}^2 = 7.065 \text{cm}^2$$

۶-۶ بخار در  $400^{\circ}\text{C}$ ,  $3\text{MPa}$  بادی حجمی  $5\text{m}^3/\text{s}$  وارد یک توربین می شود. ۱۵٪ از جریان جرمی ورودی در  $200^{\circ}\text{C}$ ,  $600\text{kPa}$  برداشت می شود. بقیه جریان در  $20\text{kPa}$  و کیفیت ۹۰٪ و سرعت  $20\text{m/s}$  از توربین خارج می شود. دبی جریان برداشت شده و قطر لوله خروجی نهایی از توربین را محاسبه کنید.

حل:

$$400^{\circ}\text{C}, 3\text{MPa} \rightarrow v_i = 0.09936 \text{m}^3/\text{kg} \quad \text{حالت ورودی:}$$

$$\dot{m}_i = \frac{\dot{V}_i}{v_i} = \frac{5}{0.09936} = 50.322 \text{kg/s}$$

$$\dot{m}_{e1} = 0.15 \times \dot{m}_i = 7.55 \text{kg/s}$$

حالت جریان برداشت شده: بخار فوق گرم

$$600 \text{kPa}, 200^{\circ}\text{C} \rightarrow v_{e1} = 0.35202 \text{m}^3/\text{kg}$$

$$\dot{V}_{e1} = \dot{m}_{e1} \times v_{e1} = 7.55 \times 0.35202 = 2.66 \text{m}^3/\text{s} \quad \text{دبی حجمی جریان برداشت شده:}$$

حالت جریان خروجی:

$$20\text{kPa}, 90\% \rightarrow v_f = 0.001017 \text{m}^3/\text{kg}, v_{fg} = 7.64835 \text{m}^3/\text{kg} \rightarrow$$

$$v_{e2} = v_f + x_{e2} v_{fg} = 6.8845 \text{m}^3/\text{kg}$$

$$\dot{m}_{e2} = \dot{m}_i - \dot{m}_{e1} = 50.322 - 7.55 = 42.772 \text{kg/s}$$

$$\dot{m}_{e2} = \frac{A_{e2} v_{e2}}{v_{e2}} \Rightarrow \frac{A_{e2} \times 20}{6.8845} = 42.772 \Rightarrow A_{e2} = \frac{\pi D^2}{4} = 14.72$$

$$\Rightarrow D = 4.33 \text{m}$$

۶-۷ یک پمپ، آب  $10^{\circ}\text{C}$  را از رودخانه در  $95\text{kPa}$  دریافت کرده و به یک کانال آبیاری در ارتفاع  $20\text{m}$  بالاتر از سطح رودخانه می رساند. قطر تمام لوله ها  $0.1\text{m}$  و آهنگ جرمی جریان  $15\text{kg/s}$  است. با فرض اینکه فشار خروجی پمپ طوری باشد که برای رساندن آب به ارتفاع  $20\text{m}$  با فشار  $100\text{kPa}$  کفایت کند، کار جرمی ورودی / خروجی، به / از پمپ را یافته و انرژی

جنبشی جریان را بدست آورید.

حل:

بافرض سیال تراکم ناپذیر برای آب داریم:

$$v_w = Cte$$

$$P = 95 kPa \Rightarrow T_{sat} = 98^\circ C \Rightarrow v = v_f)_{98^\circ C} = 0.0010 m^3/kg$$

$$\dot{m} = \frac{VA}{v} \Rightarrow v = \frac{\dot{m}v}{A} = 1.91 m/s \Rightarrow \frac{v^2}{2} = 1.82 J/kg$$

$$P_e = 100 + \rho gh = 100 + \frac{gh}{v} = 100 + \frac{9.81 \times 20}{0.001} \times \frac{1 kPa}{1000 Pa} = 296.2 kPa$$

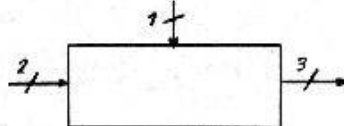
$$\dot{W}_i = \dot{m}_i P_i v_i = -1.43 kW$$

$$\dot{W}_e = \dot{m}_e P_e v_e = 4.44 kW$$

۸-۶ یک دی سوپرهیتر بخار آب فراگرم را با آب مایع به نسبتی مخلوط می کند که خروجی بخار آب اشباع است و هیچ تبادل گرمایی باخارج انجام نمی پذیرد. حالات ورودی برای بخار آب فراگرم  $400^\circ C$ ،  $5 MPa$  یا آهنگ جرمی  $0.5 kg/s$  و برای آب مایع  $40^\circ C$ ،  $5 MPa$  می باشد. اگر خروجی بخار آب اشباع در  $5 MPa$  باشد، آهنگ جرمی جریان آب مایع را محاسبه کنید.

حل:

$$SSSF \Rightarrow \frac{dE_{c.v.}}{dt} = 0$$



فرایند:

$$\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e \Rightarrow \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

معادله پیوستگی:

$$(1) \text{ ورودی: } P_1 = 5 MPa, T_1 = 400^\circ C, \dot{m}_1 = 0.5 kg/s \Rightarrow h_1 = 3195.64$$

$$(2) \text{ ورودی: } P_2 = 5 MPa, T_2 = 40^\circ C \Rightarrow h_2 = 171.95 (B.1.4) \text{ جدول}$$

$$(3) \text{ خروجی: } P_3 = 4.5 MPa, x = 1 \Rightarrow h_3 = 2798.29 (B.1.3) \text{ جدول}$$

$$\dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e + \dot{W} \quad \dot{Q} = 0, \dot{W} = 0 \text{ کنترل حجم}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) h_3 \Rightarrow \dot{m}_1 (h_1 - h_3) = \dot{m}_2 (h_3 - h_2)$$

$$\Rightarrow \dot{m}_2 = 0.0756 kg/s$$

[افت فشار از ورودی تا خروجی مربوط به اصطکاکهای داخلی در دی سوپرهیتر است]

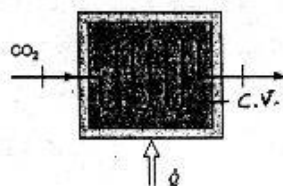
۹-۶ دی اکسیدکربن به صورت حالت پایا-جریان پایدار  $15^\circ C$ ،  $300 kPa$  وارد یک گرمکن می شود و در  $1200^\circ C$ ،  $275 kPa$  از آن خارج می شود، تغییرات در انرژیهای جنبشی و

تخلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۴۱

پتانسیل ناچیزاند. مقدار انتقال حرارت لازم برای هر کیلو گرم دی اکسید کربن جریان یافته در گرمکن را حساب کنید.

حل:

گرمکن را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:



$$T_i = 288.1K, T_e = 1473.1K$$

$$1st \text{ law: } C.V.: q + h_i = w + h_e$$

$$w = 0 \Rightarrow q = h_e - h_i$$

$$q = (60142.11 - (-344.78)) \text{ (جدول 4.8)}$$

$$q = 60486.89 \text{ kJ/kmol}$$

$$1 \text{ kJ/kg} = 1 \text{ kJ/kmol} \times \frac{1 \text{ kmol}}{M \text{ kg}}, M_{CO_2} = 44.01$$

$$\Rightarrow q = \frac{60486.89}{44.01} = 1374 \text{ kJ/kg}$$

۱۰-۶ نیترژن مایع اشباع در  $500 \text{ kPa}$  با آهنگ جرمی  $0.005 \text{ kg/s}$  وارد یک دیگ بخار  $SSSF$  شده و بصورت بخار اشباع خارج می شود. این بخار سپس در همان  $500 \text{ kPa}$  وارد یک فراگرمکن شده و در  $275 \text{ K}$ ,  $500 \text{ kPa}$  خارج می شود. میزان انتقال گرما را در دیگ بخار و فراگرمکن بیابید.

حل: ابتدا مقدار مورد نیاز برای حل مساله را می یابیم:

باز درون یابی از جدول B.6.1 داریم:

$$P = 500 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = 93.98 \text{ K} \Rightarrow h_f = -86.832 \text{ kJ/kg}, h_g = 86.0783 \text{ kJ/kg}$$

باز درون یابی از جدول B.6.2 داریم:

$$P = 500 \text{ kPa}, T = 275 \text{ K} \Rightarrow h_e = 284.06 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_i = \dot{m} \quad \text{بقای جرم} \quad \text{دیگ بخار } C.V.1 \text{ داریم:}$$

$$1st \text{ law: } q_b + h_i = w_b + h_e \Rightarrow q_b = h_e - h_i = h_g - h_f = 172.91 \text{ kJ/kg}$$

$$w_b = 0 \Rightarrow \dot{Q}_b = \dot{m} q_b = 0.8646 \text{ kW}$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_i = \dot{m} \quad \text{بقای جرم} \quad \text{فراگرمکن } C.V.2 \text{ داریم:}$$



۱۴۲ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$1st \text{ law: } q_{S.H.} + h_i = w_{S.H.} + h_e \Rightarrow q_{S.H.} = h_e - h_i = 284.06 - 86.0783$$

$$w_{S.H.} = 0 \Rightarrow q_{S.H.} = -197.98 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow Q_{S.H.} = m q_{S.H.} = 0.9899 \text{ kW}$$

۱۱-۶ لوله بخار یک ساختمان به ارتفاع  $1500 \text{ m}$ ، بخار ابرگرم رادر  $200 \text{ kPa}$  در سطح زمین دریافت می کند. در طبقه فوقانی فشار  $125 \text{ kPa}$  بودن و اتلاف گرمادر لوله ها  $110 \text{ kJ/kg}$  است. دمای نهایی چقدر باشد تا هیچ آبی درون لوله چگالیده نشود.

حل:

$$(1) \text{ بخار مافوق گرم: } P_1 = 200 \text{ kPa}, \quad T_1 = ?, \quad Z_1 = 0$$

$$(2) \quad P_2 = 125 \text{ kPa}, \quad Z_2 = 1500 \text{ m}, \quad x = 1$$

$$h_2 = h_{2g} = u_{2g} + P_2 v_{2g} = 2685.35 \text{ kJ/kg} \quad q_{1-2} = -110 \text{ kJ/kg}$$

$$\frac{dE_{cv}}{dt} = 0 \quad (\text{فرایند: SSSF})$$

$$(gZ_1 = 0, \quad W = 0) \quad q + (h_1 + gZ_1) - (h_2 + gZ_2) + W \Rightarrow h_1 = 2810 \text{ kJ/kg}$$

$T$	$h$
150	2768.80

$$P = 200 \text{ kPa} \quad T_1 = ? \quad 2810 \Rightarrow T_1 = 170.3^\circ \text{C}$$

$$200 \quad 2870.46$$

۱۲-۶ در یک مولد بخار آب مایع متراکم در  $10 \text{ MPa}$ ،  $30^\circ \text{C}$  با دبی حجمی  $3 \text{ L/s}$  وارد یک لوله به قطر  $30 \text{ mm}$  می شود و بخار آب در  $400^\circ \text{C}$ ،  $9 \text{ MPa}$  از لوله خارج می شود. آهنگ انتقال حرارت به آب را بیابید.

$$V_i = 0.003 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{حل: مولد را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم:}$$

$$10 \text{ MPa}, \quad 30^\circ \text{C} \rightarrow v_i = 0.001 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad h_i = 134.84 \text{ kJ/kg} \quad \text{حالت ورودی:}$$

$$\dot{m}_i = \frac{V_i}{v_i} = \frac{0.03}{0.001} = 3 \text{ kg/s}$$

حالت خروجی: بخار فوق گرم

$$9 \text{ MPa}, \quad 400^\circ \text{C} \rightarrow v_e = 0.02993 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad h_e = 3117.76 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e = 3 \text{ kg/s} \quad \text{فرایند: SSSF}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۴۳

$$\frac{A_i V_i}{V_i} = \dot{m}_i \Rightarrow \frac{(\frac{\pi \times 0.03^2}{4}) \times v_i}{0.001} = 3 \Rightarrow v_i = 4.24 \text{ m/s}$$

$$\frac{A_e V_e}{V_e} = \dot{m}_e \Rightarrow \frac{(\frac{\pi \times 0.03^2}{4}) \times V_e}{0.02993} = 3 \Rightarrow V_e = 127 \text{ m/s}$$

با ناچیز گرفتن تغییرات انرژی پتانسیل:

$$1st \text{ law: } C.V.: \dot{Q} + \dot{m}_i \left( h_i + \frac{V_i^2}{2} \right) = \dot{W} + \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} \right)$$

$$\dot{W} = 0 \Rightarrow \dot{Q} = 3 \left( 3117.76 + \frac{127^2}{2 \times 1000} \right) - 3 \left( 134.84 + \frac{4.24^2}{2 \times 1000} \right)$$

$$\dot{Q} = 8973 \text{ kJ}$$

برای آنکه جوابها بر حسب  $kJ$  بدست آید باید جمله  $\frac{V^2}{2}$  بر 1000 تقسیم شود.  
۱۳-۶ یک مبادله کن گرمایی برای خنک کردن جریان هوا از  $800K$  به  $360K$ ، هر دودر  $1MPa$ ،  
یکارمی رود، شکل ۱۳-۶، مایع خنک کننده، جریان آب در  $15^\circ C$  و  $0.1MPa$  می باشد.  
اگر آب بصورت بخار اشباع خارج شود. نسبت آهنگهای جرمی،  $\frac{\dot{m}_{Water}}{\dot{m}_{air}}$  را بیابید.

حل:

ابتدا هر جریان را به عنوان حجم کنترل

در نظر می گیریم از قانون بقای جرم داریم:

$$C.V.1: \dot{m}_{iW} = \dot{m}_{eW} = \dot{m}_{Water} = \dot{m}_W$$

$$C.V.2: \dot{m}_{ia} = \dot{m}_{ea} = \dot{m}_{air} = \dot{m}_a$$

اگر کل مبادله کن را به عنوان حجم کنترل در نظر بگیریم داریم:

$$\dot{Q} = \dot{W} = 0$$

$$C.V.3: 1st \text{ law} \Rightarrow \sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{ia} h_{ia} + \dot{m}_{iW} h_{iW} = \dot{m}_{ea} h_{ea} + \dot{m}_{eW} h_{eW}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_a (h_{ia} - h_{ea}) = \dot{m}_W (h_{eW} - h_{iW})$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_W}{\dot{m}_a} = \frac{h_{ia} - h_{ea}}{h_{eW} - h_{iW}}$$

$$h_{iW} = h_f)_{15^\circ C} = 62.98 \text{ kJ/kg}$$

برای آب از جدول B.1.1 داریم:



۱۴۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

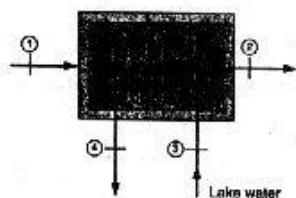
برای آب از جدول B.1.2 داریم:  $h_{ew} = h_g)_{0.1MPa} = 2675.46 \text{ kJ/kg}$

برای هوا از جدول A.7 داریم:  $h_{ia} = 822.202 \text{ kJ/kg}$  ,  $h_{ea} = 360.863 \text{ kJ/kg}$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_{water}}{\dot{m}_{air}} = \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} = \frac{822.202 - 360.863}{2675.46 - 62.98} = 0.17659$$

۱۴-۶ یک چگالنده (مبادله کن گرمایی) جریان  $1 \text{ kg/s}$  آب رادر  $10 \text{ kPa}$  از  $300^\circ \text{C}$  به مایع اشباع در  $10 \text{ kPa}$  می رساند، شکل ۱۴-۶، عمل خنک کردن بوسیله آب یک دریاچه در  $20^\circ \text{C}$  انجام می گیرد و آب برگشتی در  $30^\circ \text{C}$  قرار دارد. برای چگالنده عایق، آهنگ جریان آب خنک کن را بیابید.

حل:



$$\begin{cases} \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 1 \text{ kg/s} \\ P_1 = 10 \text{ kPa} \\ T_1 = 300^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow h_1 = 3076.51 \quad (1)$$

$$P = 10 \text{ kPa} , x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = h_{2f} = u_f + Pv_f = 191.81 \text{ kJ/kg}$$

$$T = 20^\circ \text{C} , h_3 = h_{3f} = 83.94 \text{ kJ/kg} , m_3 = m_4 = ? \quad (3)$$

$$T = 30^\circ \text{C} , h_4 = h_{4f} = 125.77 \text{ kJ/kg} \quad (4)$$

$$\left[ \frac{dE_{cv}}{dt} = 0 \right] , \text{ فرایند: SSSF}$$

$$Q + \sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e + \dot{W} \quad (\dot{Q} = 0 , \dot{W} = 0) \quad \text{قانون اول برای حجم کنترل}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_4 h_4 \Rightarrow \dot{m}_1 (h_1 - h_2) = \dot{m}_3 (h_4 - h_3)$$

$$\Rightarrow \dot{m}_3 = 68.96 \text{ kg/s}$$

۱۵-۶ دو کیلوگرم آب از شرایط اولیه  $20^\circ \text{C}$  ,  $500 \text{ kPa}$  تا درجه حرارت  $1700^\circ \text{C}$  طی یک فرایند فشار ثابت (SSSF) گرم می شود. دقیق ترین تخمین برای حرارت منتقل شده را بیابید.

حل:

$$20^\circ \text{C} , 500 \text{ kPa} \rightarrow \text{مایع متراکم} \rightarrow h_i \approx h_f |_{20^\circ \text{C}} = 83.94 \text{ kJ/kg}$$

$$1700^\circ \text{C} = 1973.1 \text{ K} , 500 \text{ kPa} \quad \text{شرایط خروجی}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۴۵

$$T_{cr} = 647.3 \text{ K} \ll 1973.1, \quad P_{cr} = 22.12 \text{ MPa} \gg 500 \text{ kPa}$$

بخار در حالت مافوق بحرانی است و تقریباً مانند گاز ایده ال رفتار می کند.

$$\bar{h}_e - \bar{h}_{298}^{\circ} = 71420.94 \text{ kJ/kmol} \times \frac{1 \text{ kmol}}{18.015 \text{ kg}} = 3964.52 \text{ kJ/kg} \quad \text{جدول (A.8)}$$

$$\bar{h}_{1573.1} - \bar{h}_{298}^{\circ} = 51627.09 \text{ kJ/kmol} \times \frac{1 \text{ kmol}}{18.015 \text{ kg}} = 2865.78 \text{ kJ/kg}$$

جدول (B.1.1)

$$P = 500 \text{ kPa}, \quad T = 1300^{\circ}\text{C} = 1573.1^{\circ}\text{C} \rightarrow h_{1300^{\circ}\text{C}} = 5408.57 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{1st law: C.V.: } q + h_i = w + h_e \Rightarrow q = h_e - h_i = (h_e - h_{1300^{\circ}\text{C}}) + h_{1300^{\circ}\text{C}} - h_i$$

$$\Rightarrow q = (3964.52 - 2865.78) + 5408.57 - 83.94 = 6423.37 \text{ kJ/kg}$$

$$Q = mq = 2 \times 6423.37 = 12846.7 \text{ kJ}$$

جمله  $h_e - h_{1300^{\circ}\text{C}}$  نشانگر اختلاف آنتالپی بین آب در خروجی و در  $1300^{\circ}\text{C}$  در حالت ایده ال است.

جمله  $h_{1300^{\circ}\text{C}} - h_i$  نشانگر اختلاف آنتالپی بین آب در  $1300^{\circ}\text{C}$  در حالت واقعی و آب در ورودی است.

به علت اینکه جمله اول فقط اختلاف مقادیر آنتالپی را بدست می دهد، با اضافه کردن آن به

جمله دوم که مقادیر آنتالپی را از جدول آب در حالت رفتار واقعی بدست می دهد مقدار  $h_e - h_i$

بطور صحیح تعیین می شود اختلاف جزئی که بین جواب کتاب و این مقدار مشاهده می شود

به دلیل استفاده از درونیایی خطی و استفاده از  $h_f$  بجای  $h_{\text{مائع متراکم}}$  در روابط است.

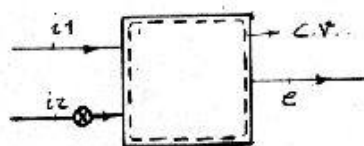
۱۶- یک اتاقک آمیزش دارای انتقال گرما، میزان  $2 \text{ kg/s}$ ،  $R-22$  را در  $40^{\circ}\text{C}$ ،  $1 \text{ MPa}$  از یک خط

و میزان  $1 \text{ kg/s}$ ،  $R-22$  دیگر را در  $30^{\circ}\text{C}$  و کیفیت ۵۰٪ از خط دیگری که بایک شیر به اتاقک

وصل شده است دریافت می کند. جریان خروجی در  $60^{\circ}\text{C}$ ،  $1 \text{ MPa}$  قرار دارد. میزان انتقال

حرارت به اتاقک آمیزش را بیابید.

حل:



$$\frac{dm_{C.V.}}{dt} + \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_i = 0 \quad \text{بقای جرم}$$

$$\frac{dm_{C.V.}}{dt} = 0 \Rightarrow \sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_i \quad (\text{فرایند SSSF})$$

$$\Rightarrow \dot{m}_e = 1 + 2 = 3 \text{ kg/s}$$

$$h_{f,1} = 271.04 \text{ kJ/kg}$$

از جدول B.4.2 داریم:

۱۴۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

از جدول B.4.1 داریم:  $T = 30^\circ\text{C} \Rightarrow h_f = 81.25 \text{ kJ/kg}$  ,  $h_{fg} = 177.87 \text{ kJ/kg}$

$$\Rightarrow h_{12} = h_f + x h_{fg} = 170.19 \text{ kJ/kg}$$

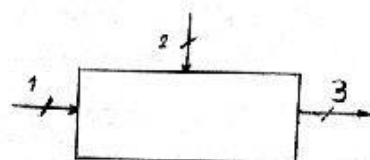
$h_e = 286.97 \text{ kJ/kg}$  از جدول B.4.2 داریم:

$$1st \text{ law: } \dot{Q}_{C.V.} + \sum \dot{m}_i h_i = \frac{dE_{C.V.}}{dt} + \dot{W}_{C.V.} + \sum \dot{m}_e h_e$$

$$\frac{dE_{C.V.}}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{Q}_{C.V.} = \sum \dot{m}_e h_e - \sum \dot{m}_i h_i \quad \left[ \dot{W}_{C.V.} = 0 \right] \quad , \quad (\text{فرایند SSSF})$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{C.V.} = 3 \times 286.97 - 2 \times 171.04 - 1 \times 170.19 = 148.64 \text{ kW}$$

۱۷-۶ مایع متراکم R-22 در  $1.5 \text{ MPa}$  و  $10^\circ\text{C}$  در یک فرایند SSSF با بخار اشباع R-22 در  $1.5 \text{ MPa}$  مخلوط می شود. دبی جرمی هر دو جریان  $0.1 \text{ kg/s}$  است و جریان نهایی در  $1.2 \text{ MPa}$  و با کیفیت  $85\%$  خارج می شود. آهنگ انتقال حرارت به محفظه آمیزش را بدست آورید.



حل:

۱) ورودی:  $P_1 = 1.5 \text{ MPa}$  ,  $T_1 = 10^\circ\text{C}$

خواص مایع متراکم با خواص مایع اشباع در همان دما با تقریب خوب برابر است.

$$h_1 = h_f|_{10^\circ\text{C}} = 56.46 \text{ kJ/kg}$$

۲) ورودی:  $P_2 = 1.5 \text{ MPa}$  ,  $x = 1$  ,  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 0.1 \text{ kg/s}$

درون یابی از جدول (B.4.1)

$P$	$h_g$
1354.8	260.22
1500	$h_2 = ? \Rightarrow h_2 = 261 \text{ kJ/kg}$
1533.5	261.15

۳) خروجی:  $P_3 = 1.2 \text{ MPa}$  ,  $x = 85\%$

درون یابی از جدول (B.4.1)

$P$	$h_g$	$h_{fg}$
1191.9	81.25	177.87
1200	?	?
1354.4	87.70	172.52

$$\Rightarrow \begin{cases} h_{2f} = 81.57 \text{ kJ/kg} \\ h_{3fg} = 177.6 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۴۷

$$h_3 = h_{3f} + x h_{3fg} = 232.53 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 = 0.2 \text{ kg/s}$$

معادله پیوستگی:

$$\dot{W} = 0 \quad \dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e + \dot{W}$$

قانون اول برا حجم کنترل:

$$\Rightarrow \dot{Q} + \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 \quad \Rightarrow \dot{Q} = 14.76 \text{ kW}$$

۱۸-۶ گاز نیتروژن در شرایط  $400\text{K}$ ,  $200\text{kPa}$  با سرعت بسیار کم به یک نازل همگرا جریان می یابد. این جریان در  $330\text{K}$ ,  $100\text{kPa}$  خارج می شود می شود. اگر نازل عایق باشد، سرعت خروجی را بیابید.

حل:

حجم درونی نازل از ورودی تا خروجی را حجم کنترل در نظر می گیریم فرایند SSSF است:

شرایط ورودی: نیتروژن رفتار گاز ایده آل دارد  $\Rightarrow 400\text{K}$ ,  $200\text{kPa}$

شرایط خروجی: نیتروژن رفتار گاز ایده آل دارد  $\Rightarrow 330\text{K}$ ,  $100\text{kPa}$

$$C_p = 1.042 \text{ kJ/kg.K}$$

$$1st \text{ law: } C.V.: q + h_1 + \frac{V_1^2}{2} = w + h_e + \frac{V_e^2}{2} \Rightarrow q = C_p (T_e - T_1) + \frac{1}{2} (V_e^2 - V_1^2)$$

$$0 = 1.042(330 - 400) + \frac{1}{2000} (V_e^2 - 0) \Rightarrow V_e = 382 \text{ m/s}$$

۱۹-۶ بخار آب گرم آمونیاک در  $20^\circ\text{C}$ ,  $800\text{kPa}$  با سرعت ناچیز و جریان جرم پایای  $0.01\text{kg/s}$  وارد یک نازل عایق می شود، شکل ۱۶-۶، آمونیاک با سرعت  $450\text{m/s}$  و در فشار  $300\text{kPa}$  از نازل خارج می گردد، دما (یا کیفیت اگر حالت اشباع باشد) و مساحت مقطع خروجی نازل را بیابید.

حل:

نازل را به عنوان حجم کنترل انتخاب می کنیم  
داریم: فرایند SSSF

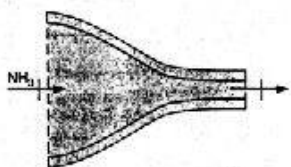
$$w = q = 0, \quad \dot{m}_e = \dot{m}_i = \dot{m}, \quad V_i = 0 \text{ m/s}$$

$$1st \text{ law: } q + h_i + \frac{V_i^2}{2} = w + h_e + \frac{V_e^2}{2}$$

$$\Rightarrow h_i = h_e + \frac{V_e^2}{2} \Rightarrow h_e = h_i - \frac{V_e^2}{2} \quad (I)$$

$$h_i = 1464.98 \text{ kJ/kg}$$

از جدول B.2.2 داریم:



۱۴۸ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$P = 300 \text{ kPa} \Rightarrow T_{sat} = -9.24^\circ\text{C}, \quad h_g = 1431.7 \text{ kJ/kg}, \quad h_f = 137.89 \text{ kJ/kg}$$

$$I \Rightarrow h_e = 1464.9 (\text{kJ/kg}) - \frac{(450)^2}{2} (\text{J/kg}) \times 10^{-3} (\text{kJ/J}) = 1363.65 \text{ kJ/kg} \quad (I)$$

$$\Rightarrow h_f)_{300\text{kPa}} < h_e < h_g)_{300\text{kPa}} \quad \text{حالت خروجی دوفازه است}$$

$$P = 300 \text{ kPa} \Rightarrow h_f = 137.89, \quad h_g = 1431.7 \Rightarrow x_e = \frac{h_e - h_f}{h_g - h_f} = 0.95$$

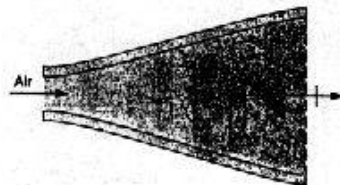
$$300 \text{ kPa} \Rightarrow v_f = 0.001536, \quad v_{fg} = 0.40637, \quad v_e = v_f + x_e v_{fg}$$

$$\Rightarrow v_e = 0.38759 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\dot{m} = \frac{VA}{v} \Rightarrow A = \frac{v\dot{m}}{V} = \frac{0.38759 \times 0.01}{450} = 0.086 \text{ cm}^2$$

۲۰-۶ هوادر شرایط  $100 \text{ kPa}$ ،  $300 \text{ K}$  و با سرعت  $200 \text{ m/s}$  وارد دیفیوزر (پخش کننده) می شود. سطح مقطع ورودی دیفیوزر  $100 \text{ mm}^2$  و سطح مقطع خروجی آن  $860 \text{ mm}^2$  است. سرعت در مقطع خروجی  $20 \text{ m/s}$  می باشد. فشار و درجه حرارت هوادر مقطع خروجی را تعیین کنید.

حل:



$$(1) \text{ ورودی: } T_1 = 300 \text{ K}, \quad P_1 = 100 \text{ kPa}$$

$$V_1 = 200 \text{ m/s}, \quad A_1 = 100 \text{ mm}^2$$

$$(2) \text{ خروجی: } A_2 = 860 \text{ mm}^2, \quad V_2 = 20 \text{ m/s}$$

$$P_2 = ?, \quad T_2 = ?$$

$$\frac{dE_{cv}}{dt} = 0 \quad (\text{فرایند: SSSF})$$

قانون اول برای حجم کنترل:

$$\dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e + \dot{W} \Rightarrow \dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2 \quad (\dot{Q} = 0, \quad \dot{W} = 0)$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow h_1 = h_2 \Rightarrow h_1 - h_2 = C_{pO}(T_1 - T_2) = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 = 300 \text{ K}$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow \frac{A_1 V_1}{v_1} = \frac{A_2 V_2}{v_2}, \quad Pv = RT \Rightarrow \frac{P_1 A_1 V_1}{RT_1} = \frac{P_2 A_2 V_2}{RT_2}$$

$$\Rightarrow P_1 A_1 V_1 = P_2 A_2 V_2 \Rightarrow P_2 = 116.28 \text{ kPa}$$

۲۱-۶ یک دیفیوزر، گاز ایده‌آلی را در  $100 \text{ kPa}$  و  $300 \text{ K}$  با سرعت  $250 \text{ m/s}$  دریافت می کند و با سرعت  $25 \text{ m/s}$  به خارج هدایت می کند. اگر گاز مورد نظر آرگون، هلیوم یا نیتروژن باشد

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۴۹

درجه حرارت خروجی را تعیین کنید.

حل: حجم دیفیوزر از ورودی تا خروجی را حجم کنترل در نظر می گیریم فرایند SSSF است:

$$1st\ law: C.V.: q + h_i + \frac{V_i^2}{2} = w + h_e + \frac{V_e^2}{2}$$

$w=0$  ,  $q=0$  سرعت ورودی را ناچیزی می گیریم:

$$\Rightarrow 0 = h_e - h_i + \left( \frac{V_e^2}{2} - \frac{V_i^2}{2} \right) = C_p (T_e - T_i) + \frac{1}{2} (V_e^2 - V_i^2)$$

$$Ar: C_p = 0.52 \text{ kJ/kg.K} , \quad He: C_p = 5.193 \text{ kJ/kg.K}$$

$$N_2: C_p = 1.042 \text{ kJ/kg.K}$$

$$Ar: 0.52(T_e - 300) + \frac{1}{2000}(25^2 - 250^2) \Rightarrow T_e = 360 \text{ K}$$

$$He: 5.193(T_e - 300) + \frac{1}{2000}(25^2 - 250^2) \Rightarrow T_e = 306 \text{ K}$$

$$N_2: 1.042(T_e - 300) + \frac{1}{2000}(25^2 - 250^2) \Rightarrow T_e = 330 \text{ K}$$

۲۲-۶ جلوی یک موتورجت مانند دیفیوزر عمل کرده، و هوا را در  $900 \text{ m/h}$  و  $5^\circ \text{C}$  و  $50 \text{ kPa}$

دریافت می کند و آنرا به سرعت  $80 \text{ m/s}$  نسبت به موتور، قبل از ورود به کمپرسور، می رساند.

اگر سطح مقطع جریان به  $80\%$  سطح مقطع ورودی کاهش یافته باشد، دما و فشار را در ورودی کمپرسور بیابید.

حل:

از جدول A.5 داریم:  $R_{air} = 0.287 \text{ kJ/kg.K}$  ,  $C_{pO,air} = 1.004 \text{ kJ/kg.K}$

فرایند SSSF می باشد و با تبدیل واحدها داریم:

$$V_i = 900 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 250 \text{ m/s}$$

$$1st\ law: q + h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e + w + \frac{V_e^2}{2} \Rightarrow h_e - h_i = \frac{V_i^2}{2} - \frac{V_e^2}{2}$$

$$q = w = 0: \text{ در دیفیوزر داریم: } \Rightarrow C_{pO}(T_e - T_i) = \frac{V_i^2 - V_e^2}{2}$$

$$\Rightarrow T_e = \frac{V_i^2 - V_e^2}{2C_{pO}} + T_i = \frac{1}{2 \times 1.004} (250^2 - 80^2) + 268.15 = 296.088 \text{ K}$$

$$\Rightarrow T_e = 22.94^\circ \text{C}$$

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e \Rightarrow \frac{V_i A_i}{V_i} = \frac{V_e A_e}{V_e} \Rightarrow \frac{V_e}{V_i} = \frac{V_e A_e}{V_i A_i} \Rightarrow V_e = V_i \frac{V_e A_e}{V_i A_i}$$

بقای جرم:



۱۵۰ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow v_e = \frac{R_{air} T_i}{P_i} \times \frac{v_e A_e}{v_i A_i} \Rightarrow \frac{R_{air} T_e}{P_e} = \frac{R_{air} T_i}{P_i} \times \frac{v_e}{v_i} \times \frac{A_e}{A_i}$$

$$\Rightarrow P_e = P_i \frac{T_e}{T_i} \times \frac{A_i}{A_e} \times \frac{v_i}{v_e} \quad \left[ \frac{A_e}{A_i} = 0.8 \text{ داریم} \right]$$

$$\Rightarrow P_e = 50 \times \frac{296.088}{268.15} \times \frac{1}{0.8} \times \frac{250}{80} = 215.662 \text{ kPa}$$

۲۳-۶ هلیم از  $1.2 \text{ MPa}$  ،  $20^\circ \text{C}$  تا فشار  $100 \text{ kPa}$  خفانش می یابد. قطر لوله خروجی چنان بزرگتر از لوله ورودی است که سرعتهای ورودی و خروجی برابرند. دمای خروج هلیم و نسبت قطرهارا بیابید.

حل:

$$\frac{dE_{cv}}{dt} = 0 \quad , \quad v_i = v_e \Rightarrow h_i = h_e \quad \text{فرایند SSSF (از نوع خفانشی):}$$

$$P_1 = 1.2 \text{ MPa} \quad , \quad T_1 = 20^\circ \text{C} \quad (1) \text{ ورودی:}$$

$$P_2 = 100 \text{ kPa} \quad , \quad T_2 = ? \quad (2) \text{ خروجی:}$$

هلیم همانند گاز ایده آل عمل می کند.

$$h_1 - h_2 \Rightarrow h_1 - h_2 = C_{pO}(T_1 - T_2) = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 = 20^\circ \text{C}$$

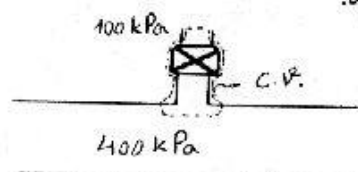
$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow \frac{A_1 v_1}{v_1} = \frac{A_2 v_2}{v_2} \Rightarrow \frac{P_1 A_1 v_1}{RT_1} = \frac{P_2 A_2 v_2}{RT_2}$$

$$Pv = RT$$

$$\Rightarrow P_1 A_1 = P_2 A_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 = 12 \Rightarrow \frac{D_2}{D_1} = 2\sqrt{3}$$

۲۴-۶ آب در یک لوله در  $400 \text{ kPa}$  جریان دارد و بخار اشباع از طریق یک شیردر  $100 \text{ kPa}$  از آن خارج می شود در هنگام خروج از شیر در ماچقدر است ؟ از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل صرف نظر کرده و انتقال حرارت را ناچیز بگیرید.

حل:



حجم کنترلی مطابق شکل در نظر می گیریم:

$$400 \text{ kPa} \rightarrow h_i = h_g \mid 400 \text{ kPa} = 2738.53 \text{ kJ/kg} \quad \text{حالت ورودی:}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۵۱

$$1st\ law: C.V.: q + h_i = w + h_e \quad , \quad q = w = 0$$

$$\Rightarrow h_i = h_e \Rightarrow h_e = 2738.53 \text{ kJ/kg}$$

حالت خروجی:  $h_e = 2738.53 \text{ kJ/kg}$  ,  $P = 100 \text{ kPa} \rightarrow T = 131^\circ \text{C}$   
 ۲۵-۶ متان در  $300 \text{ K}$ ,  $3 \text{ MPa}$  تا  $100 \text{ kPa}$  خفانش می یابد. با فرض عدم تغییر انرژی جنبشی و رفتار گاز ایده آل برای متان دمای خروجی را بیابید. حل را با فرض رفتار حقیقی تکرار کنید.

حل:

$$1st\ law: h_i = h_e \quad \text{درفرآیند خفانش با فرض مساله داریم:}$$

$$h_i = h_e \Rightarrow h_i - h_e = 0 \Rightarrow C_{pO} (T_i - T_e) = 0 \quad \text{گاز ایده آل:}$$

$$\Rightarrow T_e = T_i = 300 \text{ K} \quad \text{[در گاز ایده آل آنتالپی فقط تابع دماست]}$$

$$h_i = h_e \quad \text{گاز حقیقی:}$$

$$h_i = 598.83 \text{ kJ/kg} \quad \Rightarrow h_e = h_i = 598.83 \text{ kJ/kg} \quad \text{از جدول (B.7.2) داریم:}$$

$$\text{با درون یابی از جدول B.7.2 داریم:}$$

$$\begin{cases} h_e = 598.83 \text{ kJ/kg} \\ P_e = 100 \text{ kPa} \Rightarrow T_e = 286.98 \text{ K} \end{cases}$$

مشاهده می شود در صورت ایده آل فرض کردن متان در مساله فوق مرتکب  $4.54\%$  خطای شویم.  
 ۲۶-۶ آب در شرایط  $1.5 \text{ MPa}$ ,  $150^\circ \text{C}$  توسط یک شیر بطور آدیاباتیک تا فشار  $200 \text{ kPa}$  تحت فرآیند خفانشی قرار می گیرد. سرعت ورودی  $5 \text{ m/s}$  و قطر لوله های ورودی و خروجی برابر است. حالت و سرعت آب خروجی را حساب کنید.

حل:

$$\frac{dE_{CV}}{dt} = 0 \quad \text{فرآیند SSSF (از نوع خفانشی),}$$

[خواص مایع متراکم در یک دمای معین با تقریب خوب با خواص مایع اشباع در همان دما برابر است.]

$$P_1 = 1.5 \text{ MPa}, T_1 = 150^\circ \text{C} \quad , \quad v_1 = 5 \text{ m/s} \Rightarrow \quad (1)$$

$$\Rightarrow v_1 = v_f)_{150^\circ \text{C}} = 0.001090 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad h_1 = h_f)_{150^\circ \text{C}} = 632.18 \text{ kJ/kg}$$

$$P_2 = 200 \text{ kPa} \quad , \quad D_1 = D_2 \Rightarrow A_1 = A_2 \Rightarrow \quad (2)$$

$$v_{2f} = 0.001061 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad h_{2f} = 504.68 \text{ kJ/kg}$$

$$v_{2fg} = 0.88467 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad h_{2fg} = 2201.96 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad \Rightarrow \frac{A_1 v_1}{v_1} = \frac{A_2 v_2}{v_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_2} = 4587 \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

قانون اول برای حجم کنترل:

$$\left[ \dot{Q}=0, \quad \dot{W}=0 \right] \quad \dot{Q} + \dot{m} \left( h_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) = \dot{m} \left( h_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) + \dot{W}$$

$$\frac{V_2}{v_2} = 4587, \quad h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \Rightarrow h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + 10.520 v_2^2 \times 10^3$$

$$= 632.19$$

$$\Rightarrow h_{2f} + x h_{2fg} + 10.52028 (v_{2f} + x v_{2fg})^2 \times 10^3 = 632.19, \quad P_{sat} = 200 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow x = 4.86 \%$$

$$v_2 = v_{2f} + x v_{2fg} = 0.044050$$

$$\frac{V_2}{v_2} = 4587 \Rightarrow V_2 = 202 \text{ m/s}$$

[ چون در این مساله، سرعت مطرح شده بود بنابراین نمی توانیم از جمله انرژی سرعتها صرف نظر کنیم

در نتیجه قانون اول به فرم ساده شده  $h_1 = h_2$  در نمی آید ]۲۷-۶ جریانی از R-134a با دبی  $2 \text{ kg/s}$  در  $100^\circ\text{C}$ ،  $1 \text{ MPa}$  با سرعت کم وارد یک محفظه آمیزشعایق می گردد. خط لوله دیگری R-134a را به صورت مایع اشباع در  $60^\circ\text{C}$  پس از عبوراز یک شیر وارد محفظه می کند، بطوریکه فشار بعد از شیر  $1 \text{ MPa}$  است. جریان خروجیبخار اشباع در  $1 \text{ MPa}$  است که دارای سرعت  $20 \text{ m/s}$  می باشد. دبی جریان در خط لوله

دوم چقدر است؟

حل:

حجم کنترلی مطابق شکل انتخاب می کنیم:



شرایط ورودی ۱:

$$1 \text{ MPa}, \quad 100^\circ\text{C} \rightarrow h_{f1} = 483.36 \text{ kJ/kg}$$

$$v_{f1} \approx 0$$

شرایط ورودی ۲:

$$60^\circ\text{C}, \quad \text{مایع اشباع} \rightarrow h_{f2} = h_f \big|_{60^\circ\text{C}} = 287.79 \text{ kJ/kg}$$

شرایط خروجی:

$$1 \text{ MPa}, \quad \text{بخار اشباع} \rightarrow h_e = h_g \big|_{1 \text{ MPa}} = 419.52 \text{ kJ/kg}$$

بقا جرم:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{i1} + \dot{m}_{i2} = 2 + \dot{m}_{i2}$$

$$1st \text{ law: } C.V.: \quad \dot{Q} + \sum \dot{m}_i \left( h_i + \frac{V_i^2}{2} \right) = \dot{W} + \sum \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} \right)$$

$$\dot{Q} = \dot{W} = 0, \quad v_{i1} = v_{i2} \approx 0$$

$$\Rightarrow 2 \times 483.36 + \dot{m}_{i2} \times 287.79 = (2 + \dot{m}_{i2}) \times \left( 419.52 + \frac{20^2}{2000} \right)$$

$$\dot{m}_{i2} = 0.964 \text{ kg/s}$$

۲۸-۶ یک اتاقک آمیزش از یک خط  $2 \text{ kg/s}$  ،  $R-134a$  رادر  $1 \text{ MPa}$  و  $100^\circ \text{C}$  و با سرعت کم دریافت می کند.  $R-134a$  از خط دیگری با آهنگ جرمی  $1 \text{ kg/s}$  بصورت مایع اشباع در  $60^\circ \text{C}$  از طریق یک شیر پس کاهش فشار به  $1 \text{ MPa}$  به اتاقک آمیزش جریان می یابد. انتقال گرما طوریت که جریان خروجی بخار اشباع در  $1 \text{ MPa}$  و سرعت  $20 \text{ m/s}$  است. آهنگ انتقال و گرما قطر لوله خروجی را بیابید.

$$\frac{dm_{C.V.}}{dt} = \frac{dE_{C.V.}}{dt} = 0 \quad \text{حل: فرایند SSSF است در نتیجه:}$$

$$\Sigma \dot{m}_i = \Sigma \dot{m}_e \Rightarrow \dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 3 \text{ kg/s} \quad \text{بقای جرم:}$$

1st law:  $\dot{Q}_{C.V.} + \Sigma \dot{m}_i h_i = \dot{W}_{C.V.} + \Sigma \dot{m}_e h_e + \frac{V_e^2}{2}$   
در حالت خاص مساله فوق چون حجم ثابت است کارمرزی صفر بوده و چون نوع دیگری از کار مشاهده نمی شود داریم:  $\dot{W}_{C.V.} = 0$   
از جدول B.5.1 داریم:

$$T_1 = 60^\circ \text{C} \quad , \quad x_1 = 0\% \Rightarrow h_1 = h_f = 287.79 \text{ kJ/kg} \quad (1)$$

$$T_2 = 100^\circ \text{C} \quad , \quad P_2 = 1 \text{ MPa} \Rightarrow h_2 = 483.36 \text{ kJ/kg} \quad (2)$$

$$P_3 = 1 \text{ MPa} \quad , \quad x = 100\% \Rightarrow h_3 = h_g = 419.54 \text{ kJ/kg} \quad (3)$$

$$v_3 = v_g = 0.02038 \text{ m}^3/\text{kg}$$

با توجه به اینکه در شیر فرایند خفانی انجام می شود و با صرف نظر از تغییر انرژیهای جنبشی و پتانسیل داریم: 1st law:  $h_{i1} = h_1$

$$h_{i1} = h_1 = 287.79 \text{ kJ/kg} \quad , \quad P = 1 \text{ MPa} \quad (h1)$$

$$\dot{Q}_{C.V.} = 3 \times 419.54 - \frac{20^2}{2} \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} - 2 \times 483.36 - 1 \times 287.79$$

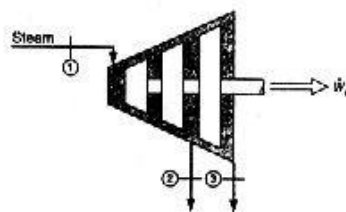
$$\dot{Q}_{C.V.} = 4.31 \text{ kJ}$$

$$\dot{m} = \frac{VA}{v} = \frac{V \times \pi d^2}{4v} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{\dot{m} v_3}{V_3} \times \frac{4}{\pi}} = 6.24 \text{ cm}$$

۱۵۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

۶-۲۹ توربین نشان داده شده در شکل، آب رادر  $15\text{ MPa}$  و  $600^\circ\text{C}$  بادی جرمی  $100\text{ kg/s}$  دریافت می‌کند. در بخش میانی آب بادی  $20\text{ kg/s}$  و با شرایط  $2\text{ MPa}$ ،  $350^\circ\text{C}$ ، بدون سرعت خارج می‌شود و باقیمانده آب توربین رادر  $75\text{ kPa}$  و با کیفیت  $95\%$  ترک می‌کند. با فرض عدم انتقال حرارت و عدم تغییر انرژی جنبشی، توان کل خروجی توربین را بدست آورید.

حل:



$$\begin{cases} P_1 = 15\text{ MPa} \\ T_1 = 600^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow h_1 = 3582.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (1)$$

$$m_1 = 100\text{ kg/s}$$

$$\begin{cases} P_2 = 2\text{ MPa} \\ T_2 = 350^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow h_2 = 3136.96 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (2)$$

$$m_2 = 20\text{ kg/s}$$

$$\begin{cases} P_3 = 75\text{ kPa} \\ x = 95\% \end{cases} \Rightarrow h_3 = h_f + x h_{fg} = 2549.02\text{ kJ/kg} \quad (3)$$

$$m_1 = m_2 + m_3 \Rightarrow m_3 = 80\text{ kg/s} \quad \text{معادله پیوستگی}$$

$$\dot{Q} + m_1 \left( h_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) = m_2 \left( h_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) + m_3 \left( h_3 + \frac{V_3^2}{2} \right) + \dot{W} \quad \text{قانون اول برای حجم کنترل}$$

$$\dot{Q} = 0, \quad \frac{V_1^2}{2} = 0, \quad \frac{V_2^2}{2} = 0, \quad \frac{V_3^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_3 h_3 + \dot{W} \Rightarrow \dot{W} = 91.57\text{ kW}$$

۶-۳۰ یک توربین کوچک سرعت بالا، با استفاده از هوای فشرده  $100\text{ W}$  توان تولید می‌کند. حالت ورودی  $50^\circ\text{C}$ ،  $400\text{ kPa}$  و حالت خروجی  $-30^\circ\text{C}$ ،  $150\text{ kPa}$  است. فرض کنید سرعتها کم و فرایند آدیاباتیک باشد. مقدار دبی لازم برای هوای عبورکننده از توربین را بیابید.

حل:

توربین را به عنوان حجم کنترل در نظر می‌گیریم:

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m} \quad \text{بقای جرم} \quad \dot{Q} = 0 \quad \text{فرایند آدیاباتیک}$$

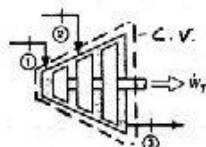
$$1st\ law: \dot{Q} + \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \dot{m}_e h_e \Rightarrow 0.1\text{ (kW)} = \dot{m}(h_i - h_e)$$

$$0.1 = \dot{m}(323.69 - 243.37) \Rightarrow \dot{m} = 0.00125\text{ kg/s} \quad \text{از جدول (A.7) داریم:}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۵۵

[مقادیر  $h_i$ ،  $h_e$  با درون یابی بدست آمده اند]

۳۱-۶ یک توربین بخار از دو دیگ بخار، بخار دریافت می کند. یک جریان بادی  $5 \text{ kg/s}$  در  $3 \text{ MPa}$ ،  $700^\circ \text{C}$  و جریان دیگر بادی  $15 \text{ kg/s}$  در  $800 \text{ kPa}$ ،  $500^\circ \text{C}$  وارد توربین می شود. حالت خروجی  $10 \text{ kPa}$  با کیفیت  $96\%$  است. توان کل خروجی از توربین آدیاباتیک را بدست آورید.



حل:

مطابق شکل توربین را به عنوان حجم کنترل انتخاب می کنیم. از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل صرف نظر می کنیم.

حالت ورودی ۱:  $3 \text{ MPa}$ ،  $700^\circ \text{C} \rightarrow h_{f1} = 3911.72 \text{ kJ/kg}$

حالت ورودی ۲:  $800 \text{ kPa}$ ،  $500^\circ \text{C} \rightarrow h_{f2} = 3480.6 \text{ kJ/kg}$

حالت خروجی:  $10 \text{ kPa}$ ،  $96\% \rightarrow h_f = 191.81 \text{ kJ/kg}$ ،  $h_{fg} = 2392.82 \text{ kJ/kg}$

$$h_e = h_f + x h_{fg} = 2488.92 \text{ kJ/kg}$$

بقای جرم:  $\dot{m}_e = \dot{m}_{i1} + \dot{m}_{i2} = 5 + 15 = 20 \text{ kg/s}$

1st law:  $\dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \sum \dot{m}_e h_e$   $\left[ \dot{Q} = 0 \right]$

$$\Rightarrow 5 \times 3911.72 + 15 \times 3480.6 = \dot{W} + 20 \times 2488.92$$

$$\Rightarrow \dot{W} = 21989.2 \text{ kW} = 21.989 \text{ MW}$$

۳۲-۶ توربین کوچک نشان داده شده در شکل (P۶-۳۲) تحت بار جزئی با خفانش  $0.25 \text{ kg/s}$  بخار از حالت  $1.4 \text{ MPa}$ ،  $250^\circ \text{C}$  تا  $1.1 \text{ MPa}$  قبل از ورود به توربین کار می کند و خروجی در  $10 \text{ kPa}$  قرار دارد. اگر توان تولیدی توربین  $110 \text{ kW}$  باشد درجه حرارت خروجی (و در صورت اشباع بودن، کیفیت) را بدست آورید.

حل:

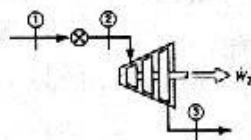
$$\begin{cases} P_1 = 1.4 \text{ MPa} \\ T_1 = 250^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow h_1 = 2927.22 \quad (1)$$

$$\dot{m} = 0.25 \text{ kg/s}$$

فرایند ۱۲ از نوع خفانشی است  $h_1 = h_2$

$$P_2 = 1.1 \text{ MPa} \quad , \quad h_2 = 2927.22 \quad (2)$$

توربین را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم:



۱۵۶ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\begin{aligned} \text{1st law: } \dot{Q} + \dot{m}h_2 &= \dot{m}h_3 + \dot{W} \quad , \quad \dot{Q}=0 \Rightarrow h_3=2487.22 \text{ kJ/kg} \\ P_3 &= 10 \text{ kPa} \Rightarrow h_f=191.81 \quad , \quad h_g=2584.63 \quad , \quad h_{fg}=2392.82 \\ h_3 &= 2487.22 \text{ kJ/kg} \quad h_f < h_3 < h_g \Rightarrow T_3=45.81^\circ\text{C} \\ x_3 &= \frac{h_3-h_f}{h_{fg}} \Rightarrow x_3=96\% \end{aligned} \quad (3)$$

۳۳-۶ سد هوفرروی رودخانه کلرادو آب را در ارتفاع 200m از جریان پایین دست در دریاچه مید ذخیره می کند. مولدهای برق که بوسیله توربینهای آبی به حرکت درمی آیند، 1300MW توان دریافت می کنند. اگر آب در 17.5°C باشد، حداقل آب لازم برای به حرکت درآوردن توربینها را بیابید.

حل:

حجم کنترل را طوری می گیریم که شرایط ورودی، آب در سطح دریاچه و شرایط خروجی، خروج از توربین باشد. با توجه به اینکه جدول مایع متراکم از 5MPa شروع می شود و فشار در عمق 200m آب از 2.5MPa فراتر نمی رود پس با تقریب قابل قبول آنتالپی مایع مادون سرد را با آنتالپی مایع اشباع در همان دما برابر می گیریم در نتیجه آنتالپی آب در طول فرایندافت نمی کند، یعنی:

$$\begin{aligned} h_1=h_i=h_e=h_f)_{17.5^\circ\text{C}} \\ \dot{m}_i=\dot{m}_e=\dot{m} \quad \text{بقای جرم:} \end{aligned}$$

$$\text{1st law: } \dot{Q}_{C.V.} + \dot{m}(h_i + gZ_i) = \dot{m}(h_e + gZ_e) + \dot{W}_{C.V.}$$

حداقل آهنگ جرمی توربینها زمانی است که کاملاً "عایقکاری شده باشند و در نتیجه هیچ انتقال حرارتی به محیط انجام نگیرد، یعنی  $\dot{Q}_{C.V.}=0$ . با انتخاب سطح صفر پتانسیل در مکان توربینها داریم:

$$\Rightarrow \dot{m} [h_i - h_e + g(Z_i - Z_e)] = \dot{m}g(Z_i) = \dot{W}_{C.V.}$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}_{C.V.}}{gZ_i} = 662600 \text{ kg/s}$$

۳۴-۶ یک موتور انبساطی بزرگ SSSF دارای دو جریان ورودی آب با سرعت کم است. بخار آب فشار بالا در نقطه 1 با دبی 2kg/s و در 2MPa، 500°C و 0.5kg/s آب خنک کن در 120kPa و 30°C در نقطه 2 وارد می شوند. جریان خروجی در نقطه 3 در شرایط 150kPa و کیفیت 80% از لوله خروجی با قطر 0.15m خارج می گردد. اتلاف گرما معادل 300kW است. سرعت خروجی، و توان موتور را تعیین کنید.

حل: موتور را حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$\text{حالت ورودی 1: } h_{i1}=3467.55 \text{ kJ/kg} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \quad , \quad 500^\circ\text{C} \quad , \quad 2 \text{ MPa}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل ۱۵۷

حالت ورودی ۲:  $h_{i2} \approx h_f |_{30^\circ C} = 125.77 \text{ kJ/kg}$  ،  $30^\circ C$  ،  $120 \text{ kPa}$

حالت خروجی ۳:  $150 \text{ kPa}$  ،  $80\%$

$$\rightarrow h_f = 467.08 \text{ kJ/kg} , \quad h_{fg} = 2226.46 \text{ kJ/kg} \rightarrow h_e = h_f + x h_{fg}$$

$$= 467.08 + 0.8 \times 2226.46 = 2248.25 \text{ kJ/kg}$$

$$\rightarrow v_f = 0.001053 \text{ m}^3/\text{kg} , \quad v_{fg} = 1.15828 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow v_e = v_f + x v_{fg}$$

$$\Rightarrow v_e = 0.927677 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{i1} + \dot{m}_{i2} = 2 + 0.5 = 2.5 \text{ kg/s} \quad \text{بقا جرم:}$$

$$\dot{m}_e = \frac{A_e V_e}{v_e} \Rightarrow \frac{\pi \times 0.15^2}{4} \times V_e = 2.5 \Rightarrow V_e = 131.24 \text{ m/s} \quad \text{سرعت خروجی:}$$

$$1st \text{ law: } C.V.: \dot{Q} + \sum \dot{m}_i \left( h_i + \frac{V_i^2}{2} \right) = \dot{W} + \sum \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} \right)$$

$$-300 + 2 \times (3467.55 + 0) + 0.5 \times (125.77 + 0) = \dot{W} + 2.5 \times \left( 2248.25 + \frac{131.24^2}{2000} \right)$$

$$\dot{W} = 1055.8 \text{ kW} \quad \text{توان تولید شده:}$$

۳۵-۶ یک پمپ آب برای یک سیستم آبیاری یکار برده می شود. پمپ آب رادر  $10^\circ C$  با فشار  $100 \text{ kPa}$  و دبی جرمی  $5 \text{ kg/s}$  دریافت می کند. خط لوله خروجی وارد لوله ای می شود که به  $20 \text{ m}$  بالاتر از پمپ ورود خانه می رود و آب را به یک کانال باز می ریزد. فرض کنید فرایند آدیاباتیک بوده و آب در  $10^\circ C$  باقی می ماند. مقدار کار لازم پمپ را تعیین کنید.

حل:

حجم کنترل را طوری می گیریم که ورودی در شرایط ۱ و خروجی در ارتفاع  $20 \text{ m}$  (در شرایط ۲) باشد.

$$\begin{cases} P_1 = 100 \text{ kPa} \\ T_1 = 10^\circ C \end{cases} \Rightarrow h_1 = h_f |_{T=10^\circ C} = 41.99 \quad (1)$$

$$\dot{m} = 5 \text{ kg/s} , \quad Z_1 = 0$$

در حالت ۲ نیز با مایع متراکم سروکار داریم .

$$T_2 = 10^\circ C , \quad h_2 = 41.99 , \quad Z_2 = 20 \text{ m} , \quad \dot{W} = ? \quad (2)$$

قانون اول برای حجم کنترل:  $\left[ \dot{Q} = 0 \right]$  ،  $\dot{Q} + \dot{m}(h_1 + gZ_1) = \dot{m}(h_2 + gZ_2) + \dot{W}$  ،

$$\Rightarrow \dot{W} = -\dot{m}gZ_2 \Rightarrow \dot{W} = -0.98 \text{ kW}$$

۳۶-۶ کمپرسور یک توربین گاز بزرگ هوا را از محیط در فشار  $95 \text{ kPa}$  و دمای  $20^\circ C$  با سرعت ناچیز دریافت می کند. در خروجی کمپرسور ، شرایط هوا  $1.52 \text{ MPa}$  ،  $430^\circ C$  ، و سرعت  $90 \text{ m/s}$



۱۵۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

است. قدرت ورودی کمپرسور  $5000 \text{ kW}$  است. آهنگ جرمی هوا را از درون کمپرسور بیابید.

حل:

از جدول B.5 داریم:  $C_{p,air} = 1.004 \text{ kJ/kgK}$  ,  $R_{air} = 0.287 \text{ kJ/kgK}$

در کمپرسور با توجه به سرعت جریان می توان از انتقال حرارت صرف نظر کرد یعنی

$$q_{C.V.} = 0$$

$$\text{1st law: } q_{C.V.} + h_i + \frac{V_i^2}{2} = w_{C.V.} + h_e + \frac{V_e^2}{2}$$

$$q_{C.V.} = V_i = 0 \Rightarrow w_{C.V.} = \frac{V_e^2}{2} + h_e - h_i = \frac{V_e^2}{2} + C_{p,o}(T_e - T_i)$$

$$\Rightarrow w_{C.V.} = \frac{90^2}{2} \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} + 1.004(430 - 20) = 415.7 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}_{C.V.}}{w_{C.V.}} = 12.03 \text{ kg/s}$$

۳۷-۶ دو جریان پایدار هوا به یک حجم کنترل وارد می شوند. یکی از این دو جریان بادبی  $0.025 \text{ kg/s}$  در  $150^\circ\text{C}$ ,  $350 \text{ kPa}$  (حالت 1) و دیگری در  $15^\circ\text{C}$ ,  $350 \text{ kPa}$  وارد می شود. سرعت هردو ناچیز است. هوادر  $-40^\circ\text{C}$ ,  $100 \text{ kPa}$  از طریق لوله ای به قطر  $25 \text{ mm}$  خارج می شود (حالت 3) حجم کنترل مقدار  $1.2 \text{ kW}$  حرارت به محیط دفع و  $4.5 \text{ kW}$  توان تولید می کند. دبی جریان هوای ورودی در حالت 2 را بیابید.

حل:



$$C_p = 1.004 \text{ kJ/kgK}$$

(air)

$$R = 0.287 \text{ kJ/kgK}$$

با صرف نظر از تغییرات انرژی پتانسیل:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \quad (I) \text{ بقاء جرم:}$$

$$C.V.: \text{1st law: } \dot{Q} + \sum \dot{m}_i \left( h_i + \frac{V_i^2}{2} \right) = \dot{W} + \sum \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \dot{Q} + \dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) + \dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) = \dot{W} + \dot{m}_3 \left( h_3 + \frac{V_3^2}{2} \right) \quad (II)$$

$$100 \text{ kPa}, -40^\circ\text{C}, P_3 = \rho_3 R T_3 \Rightarrow \rho_3 = \frac{100}{0.287 \times (273.1 - 40)} = 1.49 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m}_3 = \rho_3 A_3 V_3 \Rightarrow \dot{m}_3 = 1.4 \times \frac{\pi \times 0.025^2}{4} V_3 = 7.34 \times 10^{-4} V_3$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۵۹

$$\Rightarrow \text{جایگذاری در I} \quad 0.025 + \dot{m}_2 = 7.34 \times 10^{-4} \dot{V}_3 \Rightarrow \dot{V}_3 = 34.07 + 1362.87 \dot{m}_2 \quad (\text{III})$$

$$I, II, III \Rightarrow Q + \dot{m}_1(h_1 - h_8) + \dot{m}_2(h_2 - h_8) = W + (0.025 + \dot{m}_2) \times \frac{(34.07 + 1362.87 \dot{m}_2)^2}{2000}$$

اگر هوا را گاز کامل فرض کنیم:  $\Delta h = C_p \Delta T$ ، چون  $\Delta T$  برای  $K^\circ C$  یکسان است می توان دماها را بر حسب  $^\circ C$  جایگذاری کرد.

$$\Rightarrow -1.2 + 0.025 \times 1.004(150 + 40) + \dot{m}_2 \times 1.004(15 + 40) = 4.5 + (0.025 + \dot{m}_2)(0.58 + 928.7 \dot{m}_2^2 + 46.43 \dot{m}_2)$$

$$\Rightarrow 928.7 \dot{m}_2^3 + 69.65 \dot{m}_2^2 - 53.78 \dot{m}_2 + 0.9455 = 0$$

$$\Rightarrow \dot{m}_2 = 0.0182 \text{ kg/s}$$

۳۸-۶ کمپرسوری هوا را در شرایط  $100 \text{ kPa}$ ،  $17^\circ C$  دریافت کرده و آن را در  $1 \text{ MPa}$ ،  $600 \text{ K}$  به سردکن فشار ثابت تحویل می دهد. هوا در  $300 \text{ K}$  از سردکن خارج می شود کار ویژه کمپرسور و انتقال حرارت ویژه را حساب کنید.

حل:

$$P_1 = 100 \text{ kPa}, \quad T_1 = 17^\circ C = 290.15 \text{ K} \quad (1) \quad P_2 = 1 \text{ MPa}, \quad T_2 = 600 \text{ K} \quad (2)$$

$$P_3 = 1 \text{ MPa}, \quad T_3 = 300 \text{ K} \quad (3)$$

$$\text{1st law: } w_{12} + h_1 = h_2 + q_{12}, \quad q_{12} = 0 \quad \text{قانون اول برای حجم کنترل (کمپرسور):}$$

$$\Rightarrow w_{12} = h_2 - h_1 = 317 \text{ kJ/kg}$$

قانون اول برای حجم کنترل (سردکن)

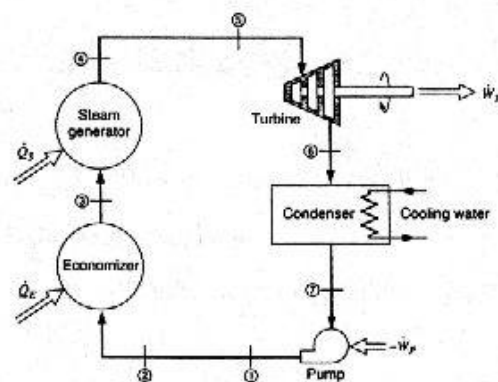
$$q_{23} + h_2 = h_3 + w_{23}, \quad w_{23} = 0 \Rightarrow q_{23} = h_3 - h_2 = -306.8 \text{ kJ/kg}$$

۳۹-۶ اطلاعات زیر در مورد یک نیروگاه ساده بخار، شکل ۳۹-۶، موجود است.

State	1	2	3	4	5	6	7
$P \text{ (MPa)}$	6.2	6.1	5.9	5.7	5.5	0.01	0.009
$T \text{ (}^\circ C\text{)}$		45	175	500	490		40

نقطه ۶ دارای  $x=0.92$  و سرعت  $200 \text{ m/s}$  است. آهنگ جریان بخار  $25 \text{ kg/s}$  و توان ورودی پمپ  $300 \text{ kW}$  می باشد. قطر لوله از بخارزا تا توربین  $200 \text{ mm}$  و از چگالنده تا بخارزا  $75 \text{ mm}$  است. کار خروجی توربین و انتقال حرارت در چگالنده را بیابید.

حل:



[تمام اطلاعات مورد نیاز مساله از جدولهای B.1.1 , B.1.2 , B.1.3 , B.1.4 تهیه شده و حسب مورد در صورت نیاز درون یابی لازم انجام شده که فقط نتایج درج می گردد.]

$$W_P = 300 \text{ kW} \Rightarrow w_P = \frac{\dot{W}_P}{\dot{m}} = 12 \text{ kJ/kg}$$

$$h_6 = h_f + x h_{fg} = 2393.2 \text{ kJ/kg}$$

$$v_6 = v_f + x v_{fg} = 0.001010 + 0.92 \times 14.67254 = 13.49975 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_7 \approx h_f)_{40^\circ\text{C}} = 167.54 \text{ kJ/kg} \text{ و } v_7 \approx v_f)_{40^\circ\text{C}} = 0.001008 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\text{Pump: 1st law: } h_7 + w_P = h_1 = 179.54 \text{ kJ/kg}$$

نقطه	1	2	3	4	5	6	7
$h \text{ kJ/kg}$	179.54	193.7406	743.938	3425.61	3404.14	2393.2	167.54
$v \text{ m}^3/\text{kg}$					0.056199	13.49975	0.001008

$$\dot{m} = \frac{V_5 A_5}{v_5} \Rightarrow V_5 = \frac{v_5 \dot{m}}{A_5} = 44.7217 \text{ m/s}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۶۱

$$\text{Turbine: 1st law: } h_5 + \frac{V_5^2}{2} = h_6 + \frac{V_6^2}{2} + w_t \Rightarrow w_t = 991.217 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{W}_t = \dot{m} w_t = 24.80 \text{ MW}$$

$$V_7 = \frac{v_7 \dot{m}}{A_7} = 5.70411 \text{ m/s}$$

$$\text{Condenser: 1st law: } h_6 + \frac{V_6^2}{2} + q_c = h_7 + \frac{V_7^2}{2} \Rightarrow q_c = -2.24564 \text{ MJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_c = \dot{m} q_c = -56.14 \text{ MW}$$

هرچند تغییر انرژی جنبشی بین ۶، ۷، ۹۹.۹۲٪ است ولی مقدار آن (۱۹.۹۸ kJ/kg) در مقابل تغییر آنتالپی (۲۲۲۵.۶۶ kJ) ناچیز است (۰.۹٪) و چون بیشترین تغییر انرژی جنبشی در سیکل در نقاط ۷ تا ۶ اتفاق افتاده، پس با تقریب مهندسی می توان از تغییر انرژی جنبشی در مقابل تغییر آنتالپی صرف نظر کرد.

۴۰-۶ برای نیروگاهی مانند نیروگاه نشان داده شده در شکل (۳۹-۶) و مساله (۳۹-۶) آهنگ انتقال حرارت را در اکونومایزر که یک مبادله کن حرارتی دما پایین پائین است و همچنین در مولد بخار بباید. ضمناً دبی جریان آب خنک کن را در چگالنده، اگر دمای آن از ۱۵°C به ۲۵°C افزایش یابد، محاسبه نماید.

حل:

از آنجا که جریان آب در چرخه اصلی دارای مسیر فرعی نمی باشد. دبی در کل چرخه ثابت بوده و برابر ۲۵ kg/s است.

تمام اطلاعات مورد نیاز این مساله از جدول استخراجی مساله ۳۹-۶ بدست آمده اند:

(a) اکونومایزر را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$C.V: 1st \text{ law: } q + h_i = w + h_e \Rightarrow q = h_3 - h_2 = 793.9383 - 193.7406$$

$$q = 550.1977 \text{ kJ/kg}, \quad \dot{Q} = \dot{m} q \Rightarrow \dot{Q} = 25 \times 550.1977 = 13.755 \text{ MW}$$

$$\dot{Q} = 13.755 \text{ MW}$$

(b) مولد بخار را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$C.V: 1st \text{ law: } q + h_i = w + h_e \Rightarrow q = h_4 - h_3 = 3425.612 - 743.9383$$

$$q = 2681.6737 \text{ kJ/kg} \quad \dot{Q} = 25 \times 2681.6737 = 67.04 \text{ MW}$$

۱۶۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

قسمتی از چگالنده را که فقط بخار آب از توربین وارد شده و سرد می شود به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم یعنی آب خنک کن وارد حجم کنترل نخواهد شد.

$$C.V: 1st \text{ law: } q + \left(h_i + \frac{V_i^2}{2}\right) = w + \left(h_e + \frac{V_e^2}{2}\right) \Rightarrow q = h_7 - h_6 + \frac{1}{2}(V_7^2 - V_6^2)$$

$$\Rightarrow q = 167.54 - 2393.2 + \frac{1}{2000}(5.7^2 - 200^2) = -2245.648 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}q = -56141.2 \text{ kW}$$

حال قسمتی از چگالنده را که فقط شامل آب خنک کن است به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم و فرض می کنیم چگالنده از طرف بیرون بخوبی عایق شده بطوریکه حرارت منتقل شده از بخار آب کاملاً توسط آب خنک کن جذب می شود.

$$C.V: 1st \text{ law: } \dot{Q} + \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \dot{m}_e h_e, \quad \dot{W} = 0$$

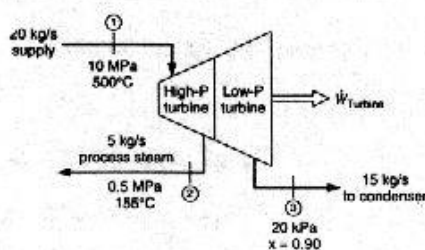
$$\Rightarrow \dot{Q} = \dot{m}(h_e - h_i), \quad \dot{Q}_{con} = -\dot{Q}_{steam} = +56141.2$$

اگر آب را بعنوان یک مایع تراکم ناپذیر در نظر بگیریم  $\Delta h = C_p \Delta T$  می باشد.

$$C_p = 4.18 \text{ kJ/kgK} \quad (A.4) \text{ از جدول}$$

$$56141.2 = \dot{m} \times 4.18 \times (25 - 15) \Rightarrow \dot{m}_{Cooling \text{ Water}} = 1343.09 \text{ kg/s}$$

۴۱-۶ سیستم تولید همزمان الکتریسته و بخار اغلب در مواردی استفاده می شود که بخار آب در فرایندهای صنعتی مورد نیاز است. طبق شکل (۴۱-۶) فرض کنید مقدار بخار آب  $5 \text{ kg/s}$  در  $0.5 \text{ MPa}$  لازم است. انرژی لازم توسط پمپ و دیگ بخار تامین می شود. توان الکتریکی توربین در این فرایند را بدست آورید.



تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۶۳

حل:

$h_f = 3373.63$	بخار فوق گرم	500 kPa
	$T$	$h$
	151.68	2748.67
	155	$h_2 = ? \Rightarrow h_2 = 2755.63 \frac{kJ}{kg}$
	200	2855.37

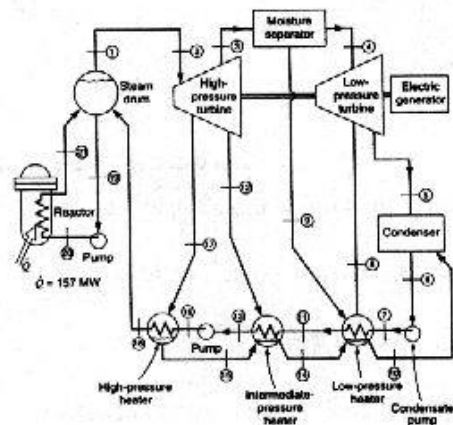
$$h_3 = h_f + x h_{fg} / kg = 2373.88$$

قانون اول برای حجم کنترل: (توربین)  $\dot{Q} + \dot{m}_1 h_1 = (\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_3 h_3) + \dot{W}_T$

$$\dot{Q} = 0 \Rightarrow \dot{W}_T = \dot{m}_1 h_1 - (\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_3 h_3) = 18.08 MW$$

۴۲-۶ یک نمودار تقریباً ساده شده جریان برای یک نیروگاه هسته ای شکل ۱.۴ در شکل ۴۲-۶

نشان داده شده است. آهنگهای جرمی جریان و حالات مختلف در چرخه، در جدول زیر لیست شده است. چرخه شامل تعدادی گرمکن است که در آنها گرما از بخاری که در فشارهای متوسط از توربین زیر کش شده، به آب مایع پمپ شده از چگالنده، در میانه راه چگالنده تا مولد بخار، انتقال می یابد. مبادله کن گرمایی در راکتور 157 MW گرما فراهم نموده و فرض بر این است که انتقال گرما در توربینها وجود نداشته باشد.



۱۶۲ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

الف) با فرض عدم انتقال گرما در رطوبت گیر بین دو بخش توربین، آنتالپی و کیفیت ( $h_4, x_4$ ) را بیابید.

ب) توان خروجی از توربین فشار پایین ( $LPT$ ) را بیابید.

ج) توان خروجی از توربین فشار بالا ( $HPT$ ) را بیابید.

د) نسبت کل توان خروجی از توربینها به توان تحویلی در راکتور را بیابید.

Point	$\dot{m}$ , kg/s	$P$ , kPa	$T$ , °C	$h$ , kJ/kg
1	75.6	7240	sat vap	
2	75.6	6900		2765
3	62.874	345		2517
4		310		
5		7		2279
6	75.6	7	33	
7		415		140
8	2.772	35		2459
9	4.662	310		558
10		35	34	
11	75.6	380	68	
12	8.064	345		2517
13	75.6	330		
14				349
15	4.662	965	139	584
16	75.6	7930		565
17	4.662	965		2593
18	75.6	7580		688
19	1386	7240	277	
20	1386	7410		1221
21	1386	7310		

الف) چون در رطوبت گیر کار و انتقال حرارت نداریم:

$W_{m.s} = Q_{m.s} = 0$  بقای جرم:  $\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e \Rightarrow \dot{m}_3 = \dot{m}_4 + \dot{m}_9 \Rightarrow \dot{m}_4 = 58.212 \text{ kg/s}$

$$\text{1st law: } \sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e \Rightarrow \dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_4 h_4 + \dot{m}_9 h_9 \Rightarrow h_4 = \frac{\dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_9 h_9}{\dot{m}_4}$$

$$\Rightarrow h_4 = 2673.89 \text{ kJ/kg}$$

$$P = 310 \text{ kPa} \Rightarrow h_f = 566.162 \text{ kJ/kg}, h_{fg} = 2160.61 \text{ kJ/kg}$$

$$h_g = 2726.78 \text{ kJ/kg} \quad h_f < h_4 < h_{fg} \Rightarrow \text{دوفاز} \Rightarrow x = \frac{h - h_f}{h_{fg}} = 0.9755$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۶۵

ب) بقای جرم:  $\Sigma \dot{m}_i = \Sigma \dot{m}_e \Rightarrow \dot{m}_4 = \dot{m}_5 + \dot{m}_8 \Rightarrow \dot{m}_5 = \dot{m}_4 - \dot{m}_8 = 55.44 \text{ kg/s}$

LPT: 1st law:  $\Sigma \dot{m}_i h_i = \Sigma \dot{m}_e h_e + \dot{W}_{LPT}$

$\Rightarrow \dot{W}_{LPT} = \Sigma \dot{m}_i h_i - \Sigma \dot{m}_e h_e = \dot{m}_4 h_4 - (\dot{m}_5 h_5 + \dot{m}_8 h_8)$

$\Rightarrow \dot{W}_{LPT} = 22.49 \text{ MW}$

HPT: 1st law:  $\Sigma \dot{m}_i h_i = \Sigma \dot{m}_e h_e + \dot{W}_{HPT} \Rightarrow \dot{W}_{HPT} = \Sigma \dot{m}_i h_i - \Sigma \dot{m}_e h_e$  (ج)

$\Rightarrow \dot{W}_{HPT} = \dot{m}_2 h_2 - (\dot{m}_8 h_8 + \dot{m}_{12} h_{12} + \dot{m}_{17} h_{17}) = 18.4 \text{ MW}$

$\dot{W}_T = \dot{W}_{HPT} + \dot{W}_{LPT} = 40.89 \text{ MW}$  (د)

$\Rightarrow \frac{\dot{W}_T}{\dot{Q}_{Reactor}} = 0.2604$

۴۳-۶ برای نیروگاه تشریح شده در مساله ۴۲-۶ مطلوب است:

(a) کیفیت بخار آب خروجی از راکتور. (b) توان پمپ تغذیه ای که آب رابه راکتور می‌رساند.  
حل:

(a) راکتور رابه عنوان حجم کنترل در نظر می‌گیریم، با استفاده از اطلاعات مساله 42-6 داریم:

C.V: 1st law:  $\dot{Q} + \dot{m}_{20} h_{20} = \dot{W} + \dot{m}_{21} h_{21}$

$157000 + 1386 \times 1221 = 1386 h_{21} \Rightarrow h_{21} = 1334.27 \text{ kJ/kg}$

$P = 7310 \text{ kPa} \rightarrow h_f = 1282.6395 \text{ kJ/kg}$  ,  $h_g = 2767.8384 \text{ kJ/kg}$

$x_{21} = \frac{h_{21} - h_f}{h_g - h_f} = 0.035$  ,  $x_{21} = 3.5\%$

(b) پمپ رابه عنوان حجم کنترل در نظر می‌گیریم:

حالت 19:  $7240 \text{ kPa}$  ,  $277^\circ \text{C} \rightarrow$

$T$	$h$
270	$(h_f) 1184.49$
$277^\circ \text{C}$	$? \Rightarrow h_f \mid_{277^\circ \text{C}} = 1220.526 \text{ kJ/kg}$
280	$(h_f) 1235.97$

(درون یابی از جدول B.1.2)  $P = 6129.76$

$10000 \text{ kPa}$  ,  $277^\circ \text{C} \rightarrow h = 1219.04 \text{ kJ/kg}$



۱۶۶ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

	$P$	$h$
$T=277^\circ C :$	6129.76	1220.526
	7240°C	?
	10000	1219.04

$$h_{19} = 1220.1 \text{ kJ/kg}$$

$$C.V: 1st \text{ law: } \dot{Q} + \dot{m}_{19}h_{19} = \dot{W}_p + \dot{m}_{20}h_{20} \quad , \quad \dot{Q} = 0$$

$$\dot{W}_p = 1386(1220.1 - 1221) = -1247.8 \text{ kW}$$

۴۴- نیروگاه مساله ۶-۴۲ را در نظر بگیرید.

الف) با فرض عدم انتقال حرارت به محیط، درجه حرارت آب خروجی از گرمکن فشار متوسط را حساب کنید.

ب) کاریمپ را بین حالات 13 و 16 حساب کنید.

$$\dot{m}_{11} = 75.6 \text{ , } P_{11} = 380 \text{ kPa , } T_{11} = 68^\circ C \Rightarrow h_{11} = h_f)_{68^\circ C} = 284.59 \text{ kJ/kg} \quad (11)$$

$$\dot{m}_{13} = 75.6 \text{ , } P_{13} = 330 \text{ , } T_{13} = ? \quad (13) \quad \dot{m}_{12} = 8.064 \text{ , } h_{12} = 2517 \quad (12)$$

$$\dot{m}_{15} = 4.662 \text{ , } h_{15} = 584 \quad (15) \quad \dot{m}_{14} = ? \text{ , } h_{14} = 349 \quad (14)$$

$$\dot{m}_{16} = 75.6 \text{ , } h_{16} = 565 \quad (16)$$

$$\dot{m}_{15} + \dot{m}_{12} = \dot{m}_{14} \Rightarrow \dot{m}_{14} = 12.726 \text{ kg/s} \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

قانون اول برای حجم کنترل (گرمکن فشار متوسط): جدار خارجی گرمکن عایقکاری شده و بدون انتقال حرارت در نظر گرفته می شود.

$$\dot{m}_{11}h_{11} + \dot{m}_{12}h_{12} + \dot{m}_{15}h_{15} = \dot{m}_{13}h_{13} + \dot{m}_{14}h_{14} \Rightarrow h_{13} = 530.33 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{13} < h_f)_{330 \text{ kPa}} \quad (13) \text{ مایع متراکم است.}$$

در دمای یکنان خواص مایع متراکم (به غیر از  $P$ ) با خواص مایع اشباع برابر است.

از جدول (B.1.2) داریم.

$T$	$h_f$	
124	520.699	
$T_{13} = ?$	530.33	$T_{13} = 126.24^\circ C$
127.43	535.34	

قانون اول برای حجم کنترل (پمپ):

$$\dot{m}_{13}h_{13} = \dot{m}_{16}h_{16} + \dot{W}_p \Rightarrow \dot{W}_p = \dot{m}(h_{18} - h_{16}) = -2620.6 \text{ kW}$$

۴۵- نیروگاهی را مانند مساله ۶-۴۲ در نظر بگیرید.

الف) توان تخلیه شده در چگالنده به آب خنک کن را بیابید.

ب) توان ورودی به پمپ چگالیده را بیابید.

ج) تراز انرژی را برای گرمکن فشار پایین (LPH) بنویسید، آیا در این گرمکن انتقال گرمایی وجود

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۶۷

دارد که در شکل نشان داده نشده باشد؟

الف ( 6:  $T=33^{\circ}\text{C}$  ,  $P=7\text{kPa} \Rightarrow h \approx h_f)_{33^{\circ}\text{C}} = 138.304 \text{ kJ/kg}$

10:  $P=35\text{kPa}$  ,  $T=34^{\circ}\text{C} \Rightarrow h \approx h_f)_{34^{\circ}\text{C}} = 142.482 \text{ kJ/kg}$

بمراجعه به شکل ۴۲-۶۶ داریم:

بقای جرم

:  $\dot{m}_{14} = \dot{m}_{12} + \dot{m}_{15} = 12.726 \text{ kg/s}$  ,  $\dot{m}_{10} = \dot{m}_8 + \dot{m}_9 + \dot{m}_{14} = 20.16 \text{ kg/s}$

از مساله ۴۲-۶:  $\dot{m}_5 = 55.44 \text{ kg/s}$

Condenser: 1st law:  $\sum \dot{m}_i h_i + \dot{Q}_c = \sum \dot{m}_e h_e \Rightarrow \dot{Q}_c = \sum \dot{m}_e h_e - \sum \dot{m}_i h_i$

$\Rightarrow \dot{Q}_c = \dot{m}_6 h_6 - \dot{m}_{10} h_{10} - \dot{m}_8 h_8 = -118.764 \text{ MW}$

ب) بقای جرم:  $\dot{m}_6 = \dot{m}_7 = \dot{m} = 75.6 \text{ kg/s}$

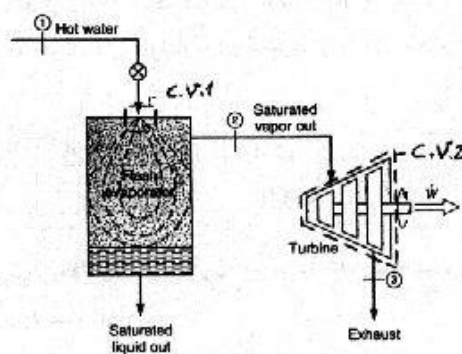
Pump: 1st law:  $\dot{m}_6 h_6 = \dot{m}_7 h_7 + \dot{W}_p \Rightarrow \dot{W}_p = \dot{m}(h_6 - h_7) = -128.218 \text{ kW}$

ج) داریم (11:  $P=380 \text{ kPa}$  ,  $T=68^{\circ}\text{C} \Rightarrow h_{11} \approx h_f)_{68^{\circ}\text{C}} = 284.588 \text{ kJ/kg}$

LPH: 1st law:  $\sum \dot{m}_i h_i + \dot{Q}_{LPH} = \sum \dot{m}_e h_e \Rightarrow \dot{Q}_{LPH} = \sum \dot{m}_e h_e - \sum \dot{m}_i h_i$

$= (\dot{m}_{10} h_{10} + \dot{m}_{11} h_{11}) - (\dot{m}_7 h_7 + \dot{m}_8 h_8 + \dot{m}_9 h_9 + \dot{m}_{14} h_{14}) = -55.68 \text{ kW}$

۴۶-۶ در طرح نشان داده شده در شکل آب با فشار زیاد در  $1.5 \text{ MPa}$  ,  $180^{\circ}\text{C}$  در داخل محفظه تبخیرکن آبی خفانش می یابد که باعث ایجاد مایع و بخار در فشار پائین تر  $400 \text{ kPa}$  می شود. مایع خارج می شود و بخار اشباع وارد توربین شده و در  $10 \text{ kPa}$  ,  $90\%$  از آن خارج می شود اگر توربین  $1 \text{ MW}$  توان تولید کند، دبی لازم آب داغ سیستم زمین گرمایی را بر حسب  $\text{kg/hs}$  بیابید.



۱۶۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

حل:

$$\text{حالت ۱: } 180^\circ\text{C} , 1.5\text{MPa} \rightarrow h_1 \approx h_f |_{180^\circ\text{C}} = 763.21 \text{ kJ/kg}$$

با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل در فرایند خفانشی می توان نوشت  $h_1 = h_e$

$$\Rightarrow h = h_1 = 763.21 \text{ kJ/kg} \quad \text{در ورود به محفظه تبخیرکن:}$$

$$\text{حالت در ورود به محفظه تبخیرکن: دوفازه } P = 400\text{kPa} , h = 763.21 \text{ kJ/kg}$$

$$h_f = 604.73 \text{ kJ/kg} , h_{fg} = 2133.81 \text{ kJ/kg}$$

$$x = \frac{h - h_f}{h_{fg}} = 0.074$$

اگر توربین را به عنوان حجم کنترل دوم در نظر بگیریم:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 \quad \text{بقاء جرم:}$$

$$\text{C.V. 2: 1st law: } \dot{Q} + \dot{m}_2 h_2 = \dot{W} + \dot{m}_3 h_3$$

$$h_2 = h_g |_{400\text{kPa}} = 2738.5 \text{ kJ/kg}$$

$$10\text{kPa} , 90\% \rightarrow h_3 = 2345.35 \text{ kJ/kg} \quad \text{حالت 3:}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_2 = \frac{1000}{2738.5 - 2345.35} = 2.54 \text{ kg/s}$$

$$x_{\text{در محفظه}} = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_{\text{tot}}} = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_{\text{tot}}} = \Rightarrow \frac{2.54}{\dot{m}_1} = 0.074$$

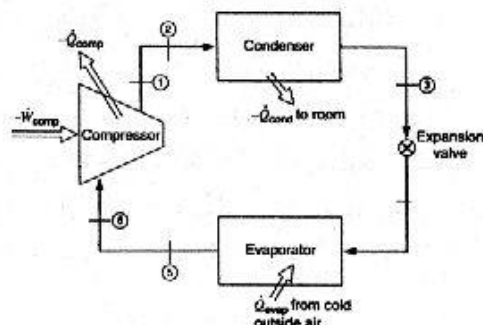
$$\left| \begin{array}{l} \dot{m}_g = \dot{m}_2 \\ \dot{m}_{\text{tot}} = \dot{m}_1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 = 34.369 \text{ kg/s} \times \frac{3600\text{s}}{1 \text{ hr}} = 123731.1 \text{ kg/hr}$$

۴۷-۶ در یک سیکل پمپ حرارتی R-12 که در شکل (۴۷-۶) نشان داده شده است، مقدار ۰.۰۵ kg/s میبرد R-12 جریان دارد. توان ورودی کمپرسور 4 kW و اطلاعات زیر مشخص است.

State	1	2	3	4	5	6
P (kPa)	1250	1230	1200	320	300	290
T (°C)	120	110	45		0	5

مقدار انتقال حرارت از کمپرسور، مقدار انتقال حرارت از میبرد R-12 در کندانسور و مقدار انتقال حرارت به میبرد R-12 در تبخیرکن را بدست آورید.



درونمایی در (200kPa)

$T$	$h$
0	189.80
5	$h = 192.91 \frac{kJ}{kg}$
10	196.02

درونمایی در (300kPa)

$T$	$h$
0	187.72
5	$h = 190.95 \frac{kJ}{kg}$
10	194.17

5°C

$P$	$h$
200	192.91
290	$h_6 = ? \Rightarrow h_6 = 191.15 \frac{kJ}{kg}$
300	190.95

120°C

$P$	$h$
1000	262.25
1250	$h_1 = ? \Rightarrow h_1 = 260.18 \frac{kJ}{kg}$
1500	258.10

قانون اول برای حجم کنترل (کمپرسور):  
1st law:  $-\dot{Q}_{Comp} + \dot{m}h_6 = \dot{m}h_1 - \dot{W}_{Comp}$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{Comp} = 0.55 kW$$

110°C

$P$	$h$
1000	254.93
1230	$h_2 = ? \Rightarrow h_2 = 252.85 kJ/kg$
1500	250.41

$$3 \left\{ \begin{array}{l} P_2 = 1200 kPa \\ T_3 = 45^\circ C \end{array} \right. \Rightarrow h_3 = h_f)_{45^\circ C} = 79.71 kJ/kg$$

۱۷۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

قانون اول برای حجم کنترل (کندانسور):  $\dot{Q}_{Cond} + \dot{m}h_2 = \dot{m}h_3 \Rightarrow \dot{Q} = 8.66 \text{ kW}$

فرایند 4→3 از نوع خفانشی است:  $h_4 = h_3 = 79.71$  ,  $h_5 = 187.72$

قانون اول برای حجم کنترل (تبخیرکن):  $\dot{Q}_{evap} + \dot{m}h_4 = \dot{m}h_5 \Rightarrow \dot{Q} = 5.4 \text{ kW}$

۴۸-۶ مخزن صلب 100 لیتری حاوی هوادر 1MPa ,  $200^\circ\text{C}$  است. اکنون شیر باز شده و هوا به

بیرون جریان می یابد تا فشار به 100kPa برسد. در طول فرایند گرما از منبعی در دمای  $200^\circ\text{C}$

طوری به مخزن منتقل می شود که هنگام بسته شدن شیر، دمای درون مخزن  $50^\circ\text{C}$

است. انتقال گرما را بیابید.

حل:

فرایند USUF است در نتیجه:

بقای جرم:  $(m_2 - m_1)_{C.V.} + \sum m_e - \sum m_i = 0 \Rightarrow m_1 - m_2 = m_e$

1st law:  $Q_{C.V.} = (m_2 u_2 - m_1 u_1) + m_e h_e$

[در مساله فوق مخزن صلب است و جریان ورودی نداریم پس  $[m_i = W_{C.V.} = 0]$

$$m_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = \frac{100 \times 0.1}{0.287 \times (273.15 + 50)} = 0.107824 \text{ kg} \quad \text{داریم:}$$

$$m_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.736409 \Rightarrow m_e = m_1 - m_2 = 0.628585 \text{ kg}$$

با توجه به اینکه حالت  $m_e$  ثابت نیست مقدار میانگین آنتالپی آنرا در رابطه قانون اول قرار می دهیم یعنی:

$$h_e = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

از جدول A.7 داریم:

$$T_1 = 200^\circ\text{C} = 473.15\text{K} \Rightarrow h_1 = 475.802 \text{ kJ/kg} , u_1 = 339.993 \text{ kJ/kg}$$

$$T_2 = 50^\circ\text{C} = 323.15\text{K} \Rightarrow h_2 = 323.746 \text{ kJ/kg} , u_2 = 230.992 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow h_e = (h_1 + h_2)/2 = 399.774 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow Q_{C.V.} = 25.8245 \text{ kJ} \quad \text{(با جایگذاری مقادیر در قانون اول)}$$

۴۹-۶ یک مخزن 25 لیتری، شکل ۴۹-۶، که در ابتدا خلا می باشد بوسیله یک شیر به خط هوا که

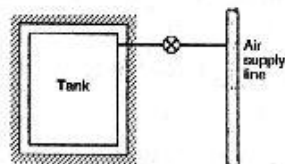
در آن هوا در  $20^\circ\text{C}$  ,  $800\text{kPa}$  جریان دارد متصل است. شیر باز شده و هوا به درون مخزن

جریان می یابد تا فشار به  $600\text{kPa}$  برسد. دمای نهایی و جرم درون مخزن را بیابید. با فرض

گرماهای ویژه ثابت یک رابطه بین دمای خط و دمای نهایی پیدا کنید.

حل:

فرایند USUF



$$m_2 - m_1 + \sum m_e - \sum m_i = 0 \quad \text{بقای جرم:}$$

$$m_e = m_1 = 0 \Rightarrow m_2 - m_i = m$$

$$\begin{aligned} 1st \text{ law: } Q_{C.V.} + \sum m_i h_i + m_1 u_1 \\ = m_2 u_2 + \sum m_e h_e - W_{C.V.} \end{aligned}$$

$$Q_{C.V.} = W_{C.V.} = m_1 = m_e = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_i h_i = m_2 u_2 \\ m_i = m_2 \end{cases} \Rightarrow h_i = u_2$$

$$h_i = h_{(20^\circ C)} = h_{293.15K} = 293.594 \text{ kJ/kg} \quad \text{بمراجعة به جدول A.7 داریم:}$$

$$u_2 = h_i = 293.594 \text{ kJ/kg} \rightarrow \text{از A.7 یابی} \Rightarrow T_2 = 409.77 \text{ K}$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = 0.127547 \text{ kg}$$

بافرض گرماهای ویژه ثابت داریم:

$$h_i = u_2 \Rightarrow h_i = u_2 + P_2 v_2 - P_1 v_1 - h_1 - RT_2 \Rightarrow h_2 - h_1 = RT_2$$

$$\Rightarrow C_{PO}(T_2 - T_i) = RT_2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_2 - T_i} = \frac{C_{PO}}{R} \Rightarrow \frac{T_2}{-T_i} = \frac{C_{PO}}{R - C_{PO}} = \frac{C_{PO}}{-C_{VO}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_i} = k_{air} \Rightarrow T_2 = k_{air} T_i = 1.4 T_i$$

اگر بافرض گرماهای ویژه ثابت دمای نهایی و جرم نهایی را به دست آوریم، داریم:

$$T_2 = 1.4 T_i = 410.41 \text{ K} \quad [\text{اختلاف با مقدار محاسبه شده از جدول تنها } 0.16\% \text{ است}]$$

$$m_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = 0.127348 \text{ kg} \quad [\text{اختلاف با مقدار محاسبه شده در بالا تنها } -0.16\% \text{ است}]$$

یعنی اگر در مورد هوا گرمای ویژه را ثابت فرض کنیم خطای بسیار ناچیزی مرتکب شده ایم که حتی از حد دقت دستگاههای اندازه گیری مهندسی نیز خارج است.

۵-۶ یک مخزن صلب حاوی 100L گاز دی اکسید کربن در درجه حرارت و فشار 300K، 1MPa

است. شیر مخزن بطور ناگهانی باز می شود و دی اکسید کربن به آرامی خارج می شود تا فشار

به 500kPa می رسد در این لحظه شیر بسته می شود. می توان فرض کرد که گاز باقی مانده

در درون مخزن دستخوش یک تحول پلی تروپیک با توان  $n=1.5$  شده است. مقدار جرم نهایی داخل مخزن و حرارت منتقل شده به مخزن در طی فرایند را بیابید.

حل:

$$R=0.1889 \text{ kJ/kg.K}, \quad C_v=0.653 \text{ kJ/kg.K}, \quad C_p=0.842 \text{ kJ/kg.K} \quad : (CO_2)$$

$$V_1=V_2=0.1 \text{ m}^3$$

$$P_1 v_1 = RT_1 \Rightarrow 1000 \times v_1 = 0.1889 \times 300 \Rightarrow v_1 = 0.05667 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m_1 = \frac{V_1}{v_1} = 1.76 \text{ kg}$$

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n \Rightarrow 1000 \times 0.05667^{1.5} = 500 \times v_2^{1.5}$$

فرایند پلی تروپیک:

$$v_2 = 0.0899 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m_2 = \frac{V_2}{v_2} = \frac{0.1}{0.0899} = 1.11 \text{ kg}$$

فرایند بصورت انبساط آزاد صورت گرفته است یعنی هیچ نیروی مقاومتی در مقابل انبساط وجود نداشته تا کاری انجام شود.  $W_{1-2}=0$

مخزن را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم تحول انجام یافته را می توان یک تحول  $USUF$  در نظر گرفت با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$C.V.: 1st \text{ law: } Q_{1-2} + m_1 h_1 = W_{1-2} + m_e h_e + m_2 h_2 - m_1 u_1$$

$$m_i = 0 \quad m_e = m_1 - m_2 = 1.76 - 1.11 = 0.65 \text{ kg} \quad \text{بقاء جرم:}$$

چون حالت خروجی بطور مشخص در دسترس نیست آنتالپی خروجی را برابر آنتالپی متوسط بین آنتالپی اولیه و آنتالپی نهایی مخزن در نظر می گیریم:

$$P_2 v_2 = RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{500 \times 0.0899}{0.1889} = 237.95 \text{ K}$$

$$h_e = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = (m_1 - m_2) \frac{h_1 + h_2}{2} + m_2 (h_2 - P_2 v_2) - m_1 (h_1 - P_1 v_1)$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = \frac{m_1 + m_2}{2} (h_2 - h_1) + m_1 P_1 v_1 - m_2 P_2 v_2$$

$$\Delta h = C_p \Delta T \quad \text{اگر دی اکسید کربن را گاز کامل بگیریم:}$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = \frac{1.76 + 1.11}{2} \times 0.842 (237.95 - 300) + 1.76 \times 1000 \times 0.05667$$

$$- 1.11 \times 500 \times 0.0899 = -25.128 \text{ kJ}$$

۵۱-۶ یک مخزن به حجم  $1 \text{ m}^3$  حاوی آمونیاک در  $150 \text{ kPa}$ ،  $25^\circ \text{C}$  می باشد. مخزن به خط لوله ای

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۷۳

که آمونیاک در  $1200 \text{ kPa}$ ،  $60^\circ \text{C}$  در آن جریان دارد متصل است. حال شیر باز می شود و جریان جرم تازمانیکه نصف حجم مخزن دردمای  $25^\circ \text{C}$  از مایع پر شود، برقرار می گردد. مقدار حرارت منتقل شده از مخزن طی فرایند را بدست آورید.

حل:

جریان ورودی  $i$ :  $P = 1200 \text{ kPa}$ ،  $T = 60^\circ \text{C} \Rightarrow h_i = 1553.3$

$$1) \begin{cases} T_1 = 20^\circ \text{C} \\ P_1 = 150 \text{ kPa} \end{cases} \Rightarrow v_1 = 0.93815, u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 1372.1$$

$$V = 1 \text{ m}^3 \quad m_1 = \frac{V}{v_1} = 1.066 \text{ kg}$$

$$2) \begin{cases} T_2 = 25^\circ \text{C} \\ V_f = V_g = 0.5 \text{ m}^3 \end{cases} \Rightarrow m_f = \frac{V_f}{v_f} = 301.57 \text{ kg}, m_g = \frac{V_g}{v_g} = 3.9 \text{ kg}$$

$$m_2 = m_f + m_g = 305.47 \text{ kg}$$

$$u = \frac{m_f u_f + m_g u_g}{m} \Rightarrow u_2 = 309.85$$

$$m_2 = m_1 + m_i \Rightarrow m_i = 304.4 \text{ kg}$$

معادله پیوستگی:

فرایند USUF:

$$Q + m_i h_i = m_2 u_2 - m_1 u_1$$

قانون اول برای حجم کنترل:

$$\Rightarrow Q = -379.64 \text{ MJ}$$

۵۲-۶ یک خط نیتروژن،  $0.5 \text{ MPa}$ ،  $300 \text{ K}$ ، شکل ۵۲-۶، به توربینی متصل است که خروجی آن به مخزنی که در ابتدا خلاء و دارای حجم  $50 \text{ m}^3$  است تخلیه می شود. توربین تا فشار مخزن برابر با  $0.5 \text{ MPa}$  کار می کند که در آن نقطه دما  $250 \text{ K}$  است. با فرض بی درو بودن فرایند، کار توربین را بیابید.

حل:

با انتخاب توربین و مخزن به عنوان حجم

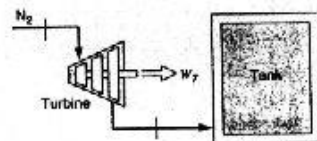
کنترل داریم:

$$m_e = m_1 = Q_{C.V.} = 0, W_{C.V.} = W_i$$

$$m_i = m_2 = m$$

بقای جرم:

$$1st \text{ law: } m_i h_i = m_2 u_2 + W_i \Rightarrow W_i = m_i h_i - m_2 u_2 = m(h_i - u_2)$$





$$P_2 = 0.5 \text{ MPa}, T_2 = 250 \text{ K} \Rightarrow \quad (2)$$

$$h_2 = 257.79 \text{ kJ/kg} \Rightarrow u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 183.885 \text{ kJ/kg}$$

$$v_2 = 0.14781 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow m_2 = m = \frac{V}{v_2} = 338.272 \text{ kg}$$

$$P_1 = 0.5 \text{ MPa}, T_1 = 300 \text{ K} \Rightarrow h_1 = 310.28 \text{ kJ/kg} \quad (i)$$

$$\Rightarrow W_1 = 338.272(310.28 - 183.885) = 42.76 \text{ MJ}$$

۵۳-۶ یک مخزن تهی به حجم  $150 \text{ L}$  به یک لوله هوا که در آن هوا در درجه حرارت اتاق  $25^\circ \text{C}$  و فشار  $8 \text{ MPa}$  جریان دارد متصل است. شیر رابط باز می شود و هوا تا زمانی که فشار داخل مخزن به  $6 \text{ MPa}$  برسد وارد آن می شود و سپس شیر بسته می شود. فرایند پرشدن بسیار سریع بوده و می توان آن را آدیاباتیک فرض کرد. سپس مخزن را در یک انبار قرار می دهیم تا به آرامی به درجه حرارت اتاق برگردد. فشار نهایی چیست ؟

حل:

مخزن را حجم کنترل در نظر می گیریم فرایند پرشدن را نیز بصورت  $USUF$  فرض می کنیم:

$$T_1 = 273.1 + 25 = 298.1 \text{ K}$$

$$C.V: 1st \text{ law: } Q_{1-2} + m_1 h_1 = W_{1-2} + m_2 h_2 + m_2 u_2 - m_1 u_1, Q_{1-2} = W_{1-2} = 0, m_1 = 0$$

$$m_1 = m_2 - m_1 = m_2 \quad \text{بقای جرم:}$$

بافرض اینکه جریان در لوله حاوی هوا بصورت پایدار باشد آنتالپی ورودی ثابت و برابر آنتالپی در جریان هواست.

$$m_2 h_1 = m_2 u_2 \Rightarrow h_1 = u_2 = h_2 - P_2 v_2 = h_2 - RT_2$$

$$R = 0.287 \text{ kJ/kg.K}, C_p = 1.004 \text{ kJ/kg.K}, C_v = 0.717 \text{ kJ/kg.K} \quad (\text{air})$$

$$\Rightarrow C_p(T_1 - T_2) = RT_2 \Rightarrow 1.004(298.1 - T_2) = 0.287 T_2$$

$$\Rightarrow T_2 = 231.83 \text{ K}$$

$$P_2 V_2 = m_2 R T_2 \Rightarrow m_2 = \frac{6000 \times 0.15}{0.287 \times 231.83} = 13.53 \text{ kg}$$

بعد از بستن شیر حجم کنترل تبدیل به سیستم خواهد شد.

$$\text{system: 1st law: } Q_{2-3} = W_{2-3} + m_2(u_3 - u_1), W_{2-3} = 0$$

$$Q_{2-3} = 13.53 \times 0.717 \times (300 - 231.83) \Rightarrow Q_{2-3} = 661.15 \text{ kJ}$$

۵۴-۶ یک بالن به قطر  $0.5 \text{ m}$  حاوی هوا در  $200 \text{ kPa}$ ,  $300 \text{ K}$  می باشد و بوسیله یک شیر به خط لوله ای که هوا در  $400 \text{ kPa}$ ,  $400 \text{ K}$  در آن جریان دارد، مرتبط است حال شیر باز می شود و

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۷۵

هوا تازمانی که فشار داخل بالن به  $300 \text{ kPa}$  برسد به داخل بالن جریان می یابد. سپس شیر را می بندیم. درجه حرارت نهایی داخل بالن  $350 \text{ K}$  است و فشار بالن با قطر آن نسبت مستقیم دارد. مقادیر کار و انتقال حرارت طی فرایند را بدست آورید.

حل:

$$D_1 = 0.5 \text{ m} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{6} \pi D_1^3 = 0.06545 \text{ m}^3 \quad (1)$$

$$P_1 = 200 \text{ kPa}, T_1 = 300 \text{ K} \Rightarrow u_1 = 214.364, P = kD \Rightarrow k = 400$$

$$m_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.152 \text{ kg}$$

$$P = 400 \text{ kPa}, T = 400 \text{ K} \Rightarrow h_1 = 401.299 \quad (\text{جریان ورودی } i)$$

$$P_2 = 300 \text{ kPa}, P_2 = kD_2 \Rightarrow D_2 = 0.75 \text{ m} \Rightarrow V_2 = 0.221 \text{ m}^3 \quad (2)$$

$$T_2 = 350 \text{ K} \Rightarrow u_2 = 250.323, m_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} \Rightarrow m_2 = 0.66 \text{ kg}$$

$$m_2 - m_1 + m_i \Rightarrow m_i = 0.508 \text{ kg} \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$W_{12} = \int_1^2 p dV = \frac{\pi}{2} k \int_{D_1}^{D_2} D^3 dD = \frac{\pi}{8} k D^4 \bigg|_{0.5}^{0.75} = 39.9 \text{ kJ}$$

فرایند:  $USUF$

$$Q + m_i h_i = m_2 u_2 - m_1 u_1 + W \quad \text{قانون اول برای حجم کنترل:}$$

$$\Rightarrow Q = -31.3 \text{ kJ}$$

۵۵-۶ یک مخزن عایق ۵۰۰ لیتری حاوی هوا در  $40^\circ \text{C}$ ,  $2 \text{ MPa}$  است. شیر بازمی شود و هوا به بیرون راه می یابد، تا اینکه نیمی از جرم اولیه درون مخزن تخلیه شود، در این لحظه شیر را می بندیم. فشار داخلی را در این زمان بیابید.

حل:

$$m_i = Q_{c,v} = W_{c,v} = 0, m_2 = \frac{m_1}{2} \quad \text{با انتخاب مخزن به عنوان حجم کنترل داریم:}$$

چون حالت خروجی ( $h_e$ ) ثابت نیست آنرا میانگین حالت‌های اولیه و نهایی فرض می کنیم:

$$m_2 - m_1 = m_e \Rightarrow m_e = \frac{m_1}{2}$$

بقای جرم:

$$1st \text{ law: } m_1 u_1 = m_2 u_2 + m_e h_e \Rightarrow m_1 u_1 = \frac{m_1}{2} u_2 + \frac{m_1}{2} \times \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$\Rightarrow 2u_1 = u_2 + \frac{h_1 + h_2}{2} \Rightarrow 2u_1 - \frac{h_1}{2} = u_2 + \frac{h_2}{2}$$

از جدول 4.7 داریم:

$$u_1 = 223.807 \text{ kJ/kg}, \quad h_1 = 313.691 \text{ kJ/kg} \Rightarrow u_2 + \frac{h_2}{2} = 290.769$$

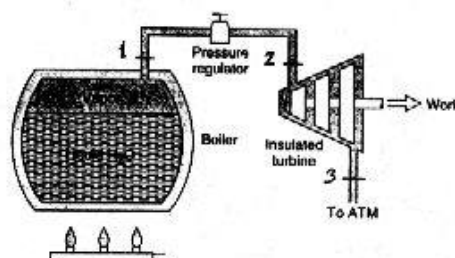
$$T_2 = 239.389 \text{ K}$$

با آزمایش و خطا از جدول 4.7 داریم:

$$m_2 = \frac{m_1}{2} \Rightarrow \frac{V}{v_2} = \frac{V}{2v_1} \Rightarrow v_2 = 2v_1 \Rightarrow \frac{RT_2}{P_2} = 2 \frac{RT_1}{P_1}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{P_1}{2} T_2 = 1.529 \text{ MPa}$$

۵۶-۶ در یک موتور بخار توربینی، دیگ بخار دارای حجم  $100 \text{ L}$  است و ابتدا حاوی مایع اشباع با اندکی بخار در فشار  $100 \text{ kPa}$  می باشد. شیر تنظیم فشار موجود روی دیگ بخار در فشار  $700 \text{ kPa}$  عمل می کند. اکنون مشعل را روشن می کنیم. بخار اشباع در فشار  $700 \text{ kPa}$  وارد توربین شده و از آن در فشار  $100 \text{ kPa}$  بصورت بخار اشباع وارد جو می شود. وقتی مایع به حد کافی سردیگ نباشد، مشعل خاموش خواهد شد. مقدار کار کل توربین و انتقال حرارت به دیگ بخار در این فرایند را بیابید.



حل:

حالت 1:

$$100 \text{ kPa}, \quad v_1 = v_f = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad h_1 = h_f = 417.44 \text{ kJ/kg}$$

$$u_1 = u_f = 417.33 \text{ kJ/kg}$$

$$m_1 = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.1}{0.001043} = 95.877 \text{ kg}$$

$$(2) \text{ حالت ورودی به توربین: } h = h_g \big|_{700 \text{ kPa}} = 2763.5 \text{ kJ/kg}$$

$$(3) \text{ حالت خروجی از توربین: } h = h_g \big|_{100 \text{ kPa}} = 2675.46 \text{ kJ/kg}$$

اگر توربین را به عنوان یک حجم کنترل در نظر بگیریم: C.V.: 1st law:  $q + h_i = w_T + h_e$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۷۷

$$w_T = h_2 - h_g = 2763.5 - 2675.46 = 88.04 \text{ kJ/kg}$$

مقدار جرمی که در پایان فرایند در مخزن می ماند در مقابل جرم کلی ناچیز است و می توان از این مقدار صرف نظر کرد.

$$\Rightarrow m = 95.877 \text{ kg} \Rightarrow W_T = mw_T = 95.877 \times 88.04 = 8441.01 \text{ kJ}$$

حال مخزن را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم از لحظه ای که شیر باز می شود تا پایان فرایند را

$$m_i h_i = 0 \quad W_{1-2} = 0 \quad \text{USUF در نظر می گیریم}$$

$$C.V.: 1st \text{ law: } Q_{1-2} + m_i h_i = W_{1-2} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$m_e = m_1 - m_2, \quad m_2 \approx 0 \Rightarrow m_e = m_1 = 95.877 \text{ kg} \quad \text{بقای جرم:}$$

$$h_e = h_g \big|_{700 \text{ kPa}} = 2763.5 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = 95.877 \times 2763.5 - 95.877 \times 417.944 = 224.944 \text{ MJ}$$

۵۷-۶ یک مخزن عایق به حجم  $2 \text{ m}^3$  حاوی بخار اشباع  $4 \text{ MPa}$  است، شکل ۵۷-۶. شیری که در بالای مخزن نصب شده اکنون باز می شود. بخار خارج می شود، در طول فرایند اگر مایعی شکل بگیرد در ته مخزن جمع می شود. طوریکه فقط بخار اشباع خارج می گردد. جرم خارج شده را زمانی که فشار داخل به  $1 \text{ MPa}$  می رسد بیابید.

حل:

$$P_1 = 4 \text{ MPa}, \quad x = 1, \quad V = 2 \text{ m}^3 \Rightarrow v_1 = 0.04978 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 = 2602.27 \text{ kJ/kg}, \quad m_1 = \frac{V}{v_1} = 40.1768 \text{ kg}$$

$$h_e = \frac{h_{1g} + h_{2g}}{2} = 2879.73, \quad m_e = ? \quad (e)$$

$$P_2 = 1 \text{ MPa} \Rightarrow v_{2f} = 0.001127, \quad v_{2fg} = 0.19332 \quad (2)$$

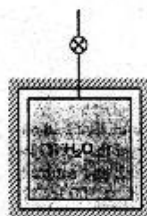
$$u_{2f} = 761.67, \quad u_{2fg} = 1821.97$$

$$m_2 = \frac{V}{v_2} = \frac{2}{v_2}$$

$$m_e = m_1 - m_2 = 40.1768 - \frac{2}{v_2} \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1 = 0 \quad \text{قانون اول برای حجم کنترل:}$$

$$\Rightarrow 2879.73 \left( 40.1768 - \frac{2}{v_2} \right) + \frac{2}{v_2} u_2 - 1.045488 \times 10^5$$



$$\frac{-5759.46}{v_{2f} + x v_{2fg}} + \frac{2}{v_{2f} + x v_{2fg}} (u_{2f} + x u_{2fg}) + 11147.23 = 0$$

با آزمایش و خطا :

$\delta$  را برابر طرف چپ رابطه فوق در نظر می گیریم تا با درون یابی به صفر  $x$  را پیدا کنیم .

$$\begin{cases} x=0.75 \Rightarrow \delta=860 \\ x=? \quad \delta=0 \Rightarrow x=0.73 \Rightarrow v_2=v_{2f}+xv_{2fg}=0.14225 \\ x=0.7 \Rightarrow \delta=-1204 \end{cases} \Rightarrow m_c=m_1-\frac{2}{v_2}=26.2 \text{ kg}$$

۵۸-۵ یک مخزن عایق وصل به حجم  $1 \text{ m}^3$  و به جرم  $40 \text{ kg}$  از جنس فولاد حاوی هوا در  $500 \text{ kPa}$  است. دمای مشترک هوا و مخزن  $20^\circ \text{C}$  و مخزن به یک خط جریان هوا در  $2 \text{ MPa}$ ،  $20^\circ \text{C}$  متصل است. شیر باز شده و جریان اجازه می یابد وارد مخزن شود. زمانی که فشار به  $1.5 \text{ MPa}$  رسید شیر را می بندیم. فرض کنید هوا و مخزن همواره همدم هستند، دمای نهایی را بیابید.

حل:

می دانیم که در مورد اجسام جامد داریم:  $C_{st}=C_p \approx C_v=C \Rightarrow C_p)_{st}=0.46 \text{ kJ/kg.K}$

$$u_{1a}=209.45 \text{ kJ/kg}, \quad h_i=293.594 \text{ kJ/kg} \quad \text{جدول A.7}$$

$$m_{st}+m_i+m_{1a}=m_{2a}+m_{st} \Rightarrow m_i=m_{2a}-m_{1a} \quad \text{بقای جرم:}$$

$$1st \text{ law: } m_{1a}u_{1a}+m_{st}u_{1st}+m_i h_i=m_{2a}u_{2a}+m_{st}u_{2st}$$

$$\Rightarrow m_{st}C_{st}(T_2-T_1)+m_{2a}u_{2a}-m_{1a}u_{1a}-m_{2a}h_i+m_{1a}h_i=0 \quad , \quad m_a=\frac{R_{air}T}{PV}$$

$$\Rightarrow 18.3438T_2-5379.8+1.9133 \times 10^{-4}T_2u_{2a}=0$$

$$T_2=292.6 \text{ K}=19.49^\circ \text{C} \quad \text{با آزمایش و خطا از جدول A.7 به } T_2 \text{ می رسیم:}$$

۵۹-۶ مخزن نشان داده شده در شکل دارای حجم  $750 \text{ L}$  است و در ابتدا حاوی آب در درجه حرارت

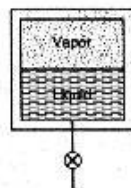
$250^\circ \text{C}$  است که نصف حجم آن مایع و نصف دیگر آن

بخار می باشد. شیر زیر مخزن را باز می کنیم تا مایع به

آرامی خارج شود. با انتقال حرارت دما را ثابت نگه

می داریم. مقدار انتقال حرارت لازم را برای خارج

شدن نصف جرم اولیه از مخزن محاسبه کنید.



حل:

$$\text{حالت 1: } 250^\circ \text{C} \rightarrow \text{دوفازه} \rightarrow v_f=0.001251 \text{ m}^3/\text{kg}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۷۹

$$v_g = 0.05013 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad u_f = 1080.37 \text{ kJ/kg}$$

$$u_{fg} = 1522 \text{ kJ/kg}$$

$$\begin{cases} m_{f1} = \frac{V_{f1}}{v_{f1}} = \frac{0.5 \times 0.75}{0.001251} = 299.76 \text{ kg} \\ m_{g1} = \frac{V_{g1}}{v_{g1}} = \frac{0.5 \times 0.75}{0.05013} = 7.48 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = m_{f1} + m_{g1} = 307.27 \text{ kg} \\ x_1 = \frac{m_{g1}}{m_1} = 0.024 \end{cases}$$

مخزن را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم فرایند بصورت *USUF* انجام می گیرد.

$$C.V.: 1st \text{ law: } Q_{1-2} + m_i h_i = W_{1-2} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1, \quad m_i = W_{1-2} = 0$$

$$m_e = m_1 - m_2 = \frac{1}{2} m_1 = 153.635 \text{ kg} = m_2 \quad \text{بقای جرم:}$$

حالت 2

$$v_2 = \frac{V_2}{m_2} = \frac{0.75}{153.635} = 0.00488117 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad T_2 = T_1 = 250^\circ\text{C} \rightarrow \text{دوفازه}$$

$$\Rightarrow x_2 = 0.074$$

$$\Rightarrow h_2 = h_f + x_2 h_{fg} = 1085.34 + 0.074 \times 1716.18 = 1212.337 \text{ kJ/kg}$$

$$u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 1080.37 + 0.074 \times 1522.0 = 1193.444 \text{ kJ/kg}$$

$$h_e = h_f \big|_{250^\circ\text{C}} = 1085.34 \text{ kJ/kg}$$

$$u_1 = u_{f1} + x_1 u_{fg1} = 1080.37 + 0.024 \times 1522 = 1116.898 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = 153.635 \times 1085.34 + 153.635 \times 1193.444 - 307.27 \times 1116.898$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = 6911.73 \text{ kJ}$$

۶-۶۰ یک بطری که ابتدا خالی است دارای حجم  $0.25 \text{ m}^3$  می باشد و بوسیله خط لوله ای که آب

$350^\circ\text{C}$ ,  $0.8 \text{ MPa}$  در آن جریان دارد پر می شود. فرض کنید انتقال حرارت وجود ندارد

و وقتی فشار داخل بطری به فشار خط لوله می رسد درب بطری بسته شود. درجه حرارت

و جرم داخل بطری را در انتهای فرایند حساب کنید.

حل:

$$P_2 = 0.8 \text{ MPa}, \quad m_2 = ?, \quad T_2 = ? \quad (2) \quad V = 0.25 \text{ m}^3 \text{ خالی: (1)}$$

$$P = 0.8 \text{ MPa}, \quad T = 350^\circ\text{C} \Rightarrow h_i = 3161.68 \text{ kJ/kg} \quad \text{جریان ورودی } i:$$

$$Q + m_i h_i = m_2 u_2 + W \quad (Q = 0, \quad W = 0) \quad \text{قانون اول برای حجم کنترل:}$$

$$m_i = m_2 \Rightarrow h_i = u_2 = 3161.68 \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$P_2 = 0.8 \text{ MPa}, \quad u_2 = 3161.68 \text{ kJ/kg} \quad (2)$$

800kPa		
$u$	$T$	$v$
3125.95	500	0.44331
3161.68	$T_2=?$	$v_2=? \Rightarrow T_2=521^\circ\text{C}, v_2=0.45547$
3297.91	600	0.50184

$$m_2 = \frac{V}{v_2} = 0.55 \text{ kg}$$

۶-۶۱ یک خط آمونیاک در  $0^\circ\text{C}$ ,  $450\text{kPa}$  برای پرکردن یک مخزن 0.05 مترمکعبی که در ابتدا حاوی آمونیاک در  $20^\circ\text{C}$ ,  $100\text{kPa}$  است بکار گرفته می شود. زمانی که فشار به  $290.9\text{kPa}$  رسید شیر را می بندیم. دما و جرم نهایی درون مخزن را بیابید.

حل:

$$m_i = m_2 - m_1$$

بقای جرم:

$$\text{1st law: } Q_{C.V.} + m_1 u_1 + m_i h_i = m_2 u_2$$

برای یافتن خواسته های مساله در حالت نهایی بدست آوردن یک متغیر حالت (دما، حجم ویژه، انرژی درونی یا ...) لازم است و همینطور برای بدست آوردن جرم در حالت نهایی یک مجهول اضافه می شود. انتقال گرما به حجم کنترل یک مجهول به مساله اضافه می کند درحالیکه معادلات موجود تنها دو معادله پیوستگی (بقای جرم) و قانون اول می باشند و در نتیجه یک رابطه برای حل مساله کم داریم. با توجه به در نظر گرفته نشدن هیچ شرط دیگری در مساله احتمالاً داده های مساله برای حل آن کافی نیست.

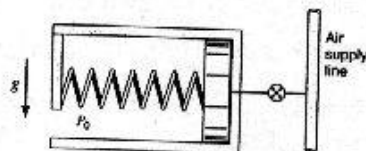
۶-۶۲ سیلندر پیستون عایق نشان داده شده در شکل توسط یک فنر بارگذاری شده است و از طریق شیر به خط جریان هوادر  $700\text{K}$ ,  $600\text{kPa}$  متصل است. در ابتدا سیلندر خالی و نیروی فنر برابر با صفر است. سپس شیر باز می شود، تا فشار سیلندر به  $300\text{kPa}$  برسد. با توجه به اینکه  $h_{line} - u_{line} = RT_{line}$ ,  $u_2 = u_{line} + C_v(T_2 - T_{line})$  عبارتی برای  $T_2$  بر حسب  $P_o$ ,  $P_2$  بیابید. اگر  $P_o = 100\text{kPa}$  باشد مقدار  $T_2$  را حساب کنید.

حل:

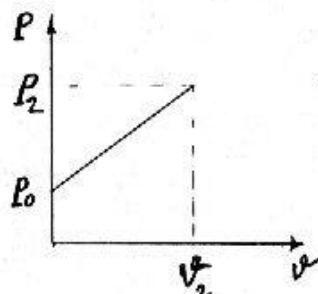
حجم مابین پیستون و کف سیلندر را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم این حجم ابتدا صفر است و بعد با باز شدن شیر به تدریج افزایش می یابد.

$$m_i = m_2 - m_1 = m_2$$

بقای جرم:



اگر فنر را خطی در نظر بگیریم:



$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \frac{P_0 + P_2}{2} \times V_2 = \frac{1}{2}(P_0 V_2 + P_2 V_2)$$

$$(PV = mRT) \Rightarrow$$

$$W_{1-2} = \frac{1}{2} \left( P_0 \times \frac{m_2 R T_2}{P_2} + m_2 R T_2 \right)$$

با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$C.V.: 1st \text{ law (USUF)}: Q_{1-2} + m_i h_i = W_{1-2} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$\Rightarrow 0 + m_2 h_{line} = \frac{1}{2} m_2 \left( \frac{P_0 R T_2}{P_2} + R T_2 \right) + 0 + m_2 (u_{line} + C_v (T_2 - T_{line})) - 0$$

$$\Rightarrow h_{line} - u_{line} - \frac{R T_2}{2} \left( \frac{P_0}{P_2} + 1 \right) - C_v (T_2 - T_{line}) = 0$$

$$\Rightarrow R T_{line} - T_2 \left( \frac{R P_0}{2 P_2} + \frac{R}{2} + C_v \right) + C_v T_{line} = 0$$

$$T_2 = \frac{R + C_v}{\frac{R P_0}{2 P_2} + \frac{R}{2} + C_v} T_{line}$$

$$R = 0.287 \text{ kJ/kg.K}, \quad C_v = 0.717 \text{ kJ/kg.K} \quad \text{برای هواداریم:}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{1.004 P_2}{0.1435 P_0 + 0.8605 P_2} T_{line}$$

$$P_0 = 100 \text{ kPa}, \quad P_2 = 300 \text{ kPa}, \quad T_{line} = 700 \text{ K} \Rightarrow$$

$$T_2 = \frac{1.004 \times 300}{0.1435 \times 100 + 0.8605 \times 300} \times 700$$

$$T_2 = 773.72 \text{ K}$$

۶-۶۳ سیلندر پیستون بارگذاری شده با جرم (شکل ۶-۶۳) حاوی هوای در  $300 \text{ kPa}$  و  $17^\circ \text{C}$  با حجم

$0.25 \text{ m}^3$  می باشد. وقتی پیستون روی موانع قرار می گیرد حجم  $1 \text{ m}^3$  می شود. یک خط لوله

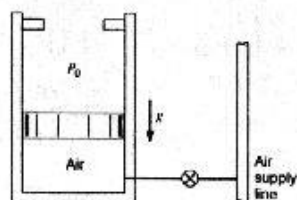
با شرایط  $500 \text{ kPa}$  و  $600 \text{ K}$  توسط یک شیر به این سیلندر متصل است. حال شیر تار سیدن

فشار درونی سیلندر به  $400 \text{ kPa}$  باز می شود و در این حالت دما  $350 \text{ K}$  است. جرم هوای

ورودی، کار و انتقال حرارت طی فرایند را بدست آورید.



حل:



$$P_1 = 300 \text{ kPa}, T_1 = 17^\circ \text{C} = 290.15 \text{ K} \quad (1)$$

$$V_1 = 0.25 \text{ m}^3 \Rightarrow u_1 = 207.3$$

$$m_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.9 \text{ kg}$$

جریان ورودی i:

$$P = 500 \text{ kPa}, T = 600 \text{ K} \Rightarrow$$

$$h_i = 607.316$$

(1)

	$T$	$u$
$P_2 = 400 \text{ kPa}$	340	243.113
$T_2 = 350 \text{ K}$	350	$u_2 = ? \Rightarrow u_2 = 250.322 \text{ kJ/kg}$
$V_2 = 1 \text{ m}^3$	360	257.532

$$m_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = 3.98 \text{ kg}$$

$$m_2 = m_1 + m_i \Rightarrow m_i = 3.08 \text{ kg}$$

معادله پیوستگی:

$$W = \int p dV = P_s (V_2 - V_1) = 225 \text{ kJ} \quad \left[ P_s = P_{at} + \frac{m_p g}{A_p} = 300 \right]$$

$$Q + m_i h_i = m_2 u_2 - m_1 u_1 + W$$

قانون اول برای حجم کنترل (سیلندر پیستون):

$$\Rightarrow Q = -836 \text{ kJ}$$

۶-۶۴ یک بالن کشان طوری رفتار می کند که فشار داخل آن متناسب با قطر است. بالن حاوی

0.5 kg هوادر  $200 \text{ kPa}$ ,  $30^\circ \text{C}$  است. این بالن ناگهان به یک خط هوادر  $400 \text{ kPa}$ ,  $100^\circ \text{C}$ 

متصل می شود. تازمانی که حجم دوبرابر شود هوا وارد بالن می گردد. در طول این فرایند

50 kJ انتقال حرارت به بیرون از بالن وجود دارد. دمای نهایی و جرم ورودی بالن را بیابید.

حل:

$$P = C'D = Cr \quad [P_1 V_1 = mRT_1 \Rightarrow P_1 (\frac{4}{3}\pi r_1^3) = mRT_1] \quad \text{[از طرفی:]}$$

$$\Rightarrow V_1 = 0.21751 \text{ m}^3, r_1 = 0.373076 \text{ m}$$

$$\Rightarrow C = \frac{P_1}{r_1} = 536.084 \Rightarrow P = 536.084 r$$

$$V_2 = 2V_1 \Rightarrow r_2 = \sqrt[3]{2} r_1 \Rightarrow V_2 = 0.43502 \text{ m}^3, r_2 = 0.470046 \text{ m}$$

$$P_2 = Cr_2 = 251.984 \text{ kPa}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۸۳

$$W_{C.V} = \int_{V_1}^{2V_1} PdV = \int_{r_1}^{r_2} 536.084r \times 4\pi r^2 dr = 1684.16r^4 \bigg|_{0.373076}^{0.470046} = 49.5872 kJ$$

از جدول ثابتهای گازهای A.5 داریم:  $C_{p0} = 1.004 \frac{kJ}{kgK}$ ,  $C_{v0} = 0.717 \frac{kJ}{kgK}$

بقای جرم:  $m_i = m_2 - m_1$

1st law:  $Q_{C.V} + m_i h_i + m_1 u_1 = m_2 u_2 + W_{C.V}$

$$\Rightarrow W_{C.V} - Q_{C.V} + m_2(u_2 - h_i) + m_1(h_i - u_1) = 0$$

داریم:  $h_i - u_1 = h_i - h_1 + P_1 v_1 = C_{p0} T_i - C_{p0} T_1 + R T_1 = C_{p0} T_i - C_{v0} T_1$

$$\Rightarrow m_1(h_i - u_1) = 78.642 kJ$$

$$W_{C.V} - Q_{C.V} = 99.5872 kJ$$

$$\Rightarrow m_2(u_2 - h_i) + 178.229 = 0$$

$$u_2 - h_i = u_2 - u_1 - P_1 v_i = C_{v0} T_2 - C_{v0} T_1 - R T_1 = C_{v0} T_2 - C_{p0} T_i$$

$$\Rightarrow \frac{P_2 V_2}{R T_2} (C_{v0} T_2 - C_{p0} T_i) + 178.229 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{251.984 \times 0.43502}{0.287 T_2} (0.717 T_2 - 374.643) - 178.229 = 0$$

$$\Rightarrow 452.083 - \frac{143093}{T_2} = 0 \Rightarrow T_2 = 316.519 K = 43.37^\circ C$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_2} = 1.2067 kg \Rightarrow m_i = 0.7067 kg$$

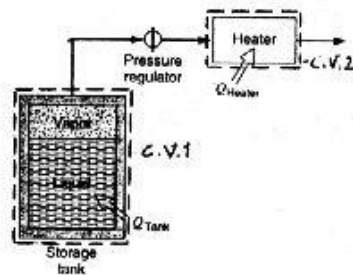
۶-۶۵ مطابق شکل ۹۵٪ حجم یک مخزن ذخیره گاز طبیعی مایع (LNG) حاوی مایع و باقیمانده آن حاوی گاز در درجه حرارت ۱۶۰K می باشد. حجم کل مخزن را  $2m^3$  و خواص LNG را همسان با متان خالص در نظر بگیرید. به مخزن حرارت می افزائیم تا بخار اشباع در ۱۶۰K وارد یک گرمکن جریان پایدار شده و در ۳۰۰K از آن خارج شود. فرایند تا خروج تمام مایع موجود در مخزن ادامه می یابد. مقدار کل حرارت منتقل شده به مخزن و مقدار کل حرارت منتقل شده به گرمکن را بیابید.

حل:

C.V.1: مخزن

با صرف نظر از تغییرات انرژی

جنبشی و پتانسیل:



$$m_i h_i = 0, \quad W_{1-2} = 0$$

$$C.V.1: 1st \text{ law (USUF)} \quad Q_{1-2} + m_i h_i = W_{1-2} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$160K, \quad \text{دو فاز} \rightarrow v_f = 0.002974 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad v_g = 0.03936 \quad \text{حالت 1:}$$

$$\Rightarrow m_f = \frac{V_f}{v_f} = \frac{0.95 \times 2}{0.002974} = 638.87 \text{ kg}, \quad m_g = \frac{V_g}{v_g} = \frac{0.05 \times 2}{0.03936} = 2.54 \text{ kg}$$

$$u_f = -106.35 \text{ kJ/kg}, \quad u_{fg} = 314.01 \text{ kJ/kg}, \quad h_f = -101.61 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{fg} = 371.96 \text{ kJ/kg} \quad m_{tot} = m_f + m_g = 641.41 \text{ kg}$$

$$x_1 = \left( \frac{m_g}{m} \right)_1 = \frac{2.54}{641.41} = 0.0039$$

$$\Rightarrow h_1 = h_f + x_1 h_{fg} = -101.61 + 0.0039 \times 371.96 = -100.16 \text{ kJ/kg}$$

$$u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = -106.35 + 0.0039 \times 314.01 = -105.12 \text{ kJ/kg}$$

فرایند تا تبدیل آخرین قطره مایع به بخار ادامه یافته است یعنی در حالت 2 فقط بخار اشباع (در همان دما و فشار حالت 1) داریم:

$$h_2 = h_g = 270.35 \text{ kJ/kg}, \quad u_2 = u_g = 207.66 \text{ kJ/kg}$$

$$h_e = h_g \big|_{160K} = 270.35 \text{ kJ/kg}$$

$$m_2 = \frac{V_2}{v_g} = \frac{2}{0.03936} = 50.81 \text{ kg}$$

$$m_e = m_1 - m_2 = 641.41 - 50.81 = 590.6 \text{ kg} \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = 590.6 \times 270.35 + 50.81 \times 207.66 - 641.41 \times (-105.12)$$

$$Q_{C.V.1} = 237.645 \text{ MJ}$$

گرمکن: C.V.2

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۸۵

$$h_i = h_g \Big|_{160K} = 270.35 \text{ kJ/kg} \quad P_i = P_{sat} \Big|_{160K} = 1592.8 \text{ kPa}$$

حالت خروجی:

$$T_e = 300K, \quad P_e = P_i = 1592.8 \text{ kPa} \quad \rightarrow \text{بخار فوق گرم}$$

$$[ \text{ازافت فشار درگرمکن صرف نظر می کنیم} ] \quad \rightarrow h_e = 612.897 \text{ kJ/kg}$$

$$w = 0, \quad C.V.2:1st \text{ law}(SSSF): q + h_i = w + h_e$$

$$\Rightarrow q = 612.897 - 270.35 = 342.547 \text{ kJ/kg}$$

$$Q_{C.V.2} = m_e \times q = 590.6 \times 342.547 = 202.308 \text{ MJ}$$

۶-۶ یک بالن کروی از ماده ای ساخته شده است که فشار داخل متناسب با قطر بالن به توان ۱.۵

است. بالن حاوی گاز آرگن در  $1200 \text{ kPa}$  و  $700^\circ \text{C}$  با قطر  $0.2 \text{ m}$  است. شیر اکتون باز می شود

و گاز تا زمانی که قطر به  $1.8 \text{ m}$  برسد به خارج جریان می یابد. در این نقطه دما  $600^\circ \text{C}$  است

بالت اکتون سرد می شود تا قطر به  $1.4 \text{ m}$  برسد.

الف) چه مقدار جرم از بالن خارج شده است

ب) دمای نهایی درون بالن چیست

ج) گرمای منتقل شده از بالن را در تمام فرایند بیابید

حل:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = 1200 \text{ kPa}, \quad T_1 = 700^\circ \text{C} = 973.15 \text{ K} \quad \Rightarrow m_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 24.83 \text{ kg} \quad (1) \\ D_1 = 0.2 \text{ m} \quad \Rightarrow V_1 = \frac{1}{6} \pi D_1^3 = 4.19 \text{ m}^3, \quad P = k D^{1.5} \Rightarrow k = 424.26 \\ R = 0.2081 \end{array} \right.$$

$$D_2 = 1.8 \text{ m}, \quad P = k D^{1.5} \Rightarrow P_2 = 1024.6 \text{ kPa} \quad (2)$$

$$V_2 = \frac{1}{6} \pi D_2^3 = 3.054 \text{ m}^3, \quad m_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = 17.22 \text{ kg}, \quad T_2 = 600^\circ \text{C} = 873.15 \text{ K}$$

$$m_e = m_2 - m_1 \Rightarrow m_e = 7.61 \text{ kg} \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$D_3 = 1.4 \text{ m} \Rightarrow V_3 = \frac{1}{6} \pi D_3^3 = 1.437 \text{ m}^3, \quad P_3 = k D_3^{1.5} \Rightarrow P_3 = 703 \text{ kPa} \quad (3)$$

$$m_3 = m_2 = 17.22 \text{ kg} \quad P_3 V_3 = m_3 R T_3 \Rightarrow T_3 = 282 \text{ K}$$

$${}_1W_3 = \int_1^3 P dV = \int_1^3 k D^{1.5} \times \frac{1}{2} \pi D^2 dD = \frac{k\pi}{2} \int_{D_1}^{D_3} D^{3.5} dD = \frac{k\pi}{9} D^{4.5} \Big|_2^{1.4}$$

$$\Rightarrow W_1 = -2678 \text{ kJ}$$

$$C_v = 0.312 \text{ kJ/kgK}, C_p = 0.52 \text{ kJ/kgK}$$

از جدول ثابتهای گاز ایده ال:

$${}_1Q_3 = m_3 u_3 - m_1 u_1 + m_e h_e + W$$

قانون اول برای حجم کنترل:

$$T_e = \frac{T_1 + T_2}{2} = 650^\circ\text{C} \Rightarrow {}_1Q_3 = (m_1 - m_e) u_3 - m_1 u_1 + m_e h_e + {}_1W_3$$

$$\Rightarrow {}_1Q_3 = m_1 C_v (T_3 - T_1) - m_e (u_3 - u_e - P_e v_e) + {}_1W_3$$

$$\Rightarrow {}_1Q_3 = m_1 C_v (T_3 - T_1) - m_e [C_v (T_3 - T_e) - R T_e] + {}_1W_3$$

$$\Rightarrow {}_1Q_3 = m_1 C_v (T_3 - T_1) - m_e (C_v T_3 - C_p T_e) + {}_1W_3$$

$$\Rightarrow {}_1Q_3 = -5.05 \text{ MJ}$$

۶۷-۶ یک مخزن صلب در ابتدا حاوی ۱۰۰L، R-۱۲، مایع اشباع و ۱۰۰L بخار اشباع در  $10^\circ\text{C}$  است. شیر پایینی مخزن را به یک خط که در آن R-۱۲ در  $10^\circ\text{C}$ ،  $900 \text{ kPa}$  جریان دارد متصل می‌کند. یک شیر اطمینان که در بالای مخزن نصب شده بروی  $745 \text{ kPa}$  تنظیم گردیده است (زمانی که فشار به این مقدار برسد جرم طوری خارج می‌شود که فشار نتواند از این مقدار بیشتر شود). شیر مخزن اکنون باز شده و  $10 \text{ kg}$ ، R-۱۲، از خط به داخل جریان می‌یابد، در این لحظه شیر بسته می‌شود. گرما به آرامی به مخزن منتقل می‌گردد، تا زمانی که جرم نهایی مخزن به  $100 \text{ kg}$  برسد، در این نقطه فرایند متوقف می‌شود.

الف) درکل فرایند چه مقدار جرم از شیر اطمینان خارج می‌شود؟

ب) چه مقدار حرارت به مخزن منتقل شده است؟  
حل:

باتوجه به صلب بودن مخزن داریم:

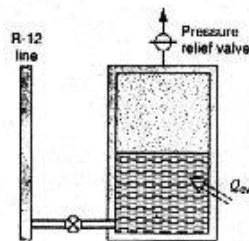
$$W_{CV} = 0 \quad \text{بقای جرم: } m_2 - m_1 + m_e - m_i = 0 \Rightarrow m_e = m_1 + m_i - m_2$$

$$m_2 = 100 \text{ kg}, m_i = 10 \text{ kg}, m_1 = \left( \frac{V_f}{v_f} \right)_{0^\circ\text{C}} + \left( \frac{V_g}{v_g} \right)_{0^\circ\text{C}} = 141.47 \text{ kg} \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow m_e = 51.47 \text{ kg}$$

برای محاسبه جملات مورد نیاز در قانون اول داریم:

$$m_1 u_1 = m_f u_f + m_g u_g = \left( \frac{V_f}{v_f} u_f \right)_{0^\circ\text{C}} + \left( \frac{V_g}{v_g} u_g \right)_{0^\circ\text{C}} = 5311.9 \text{ kJ}$$



تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۸۷

$$V_2 = 0.2 \text{ m}^3 \Rightarrow v_2 = \frac{V_2}{m_2} = 0.002 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_2 = 745 \text{ kPa} \Rightarrow v_f \approx 0.000774, v_g = 0.02351, v_{fg} = 0.02273 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_f < v < v_g \Rightarrow x = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 0.05394$$

$$\Rightarrow u_2 = (u_f + x u_{fg})_{745 \text{ kPa}} = 70.3898 \text{ kJ/kg}$$

$$h_i \approx h_f)_{10^\circ \text{C}} = 45.37 \text{ kJ/kg}, h_e = h_g)_{745 \text{ kPa}} = 199.62 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q_{C.V.} + m_i h_i + m_1 u_1 = m_2 u_2 + m_e h_e + W_{C.V.}$$

$$\Rightarrow Q_{C.V.} = 100 \times 70.3898 + 51.47 \times 199.62 - 10 \times 45.37 - 5311.9$$

$$\Rightarrow Q_{C.V.} = 11.55 \text{ MJ}$$

۶-۶۸ یک سیلندر بایار ثابت روی پیستون آن حاوی آب در  $500 \text{ kPa}$ ،  $20^\circ \text{C}$  است و حجم آن  $1 \text{ L}$  می باشد. انتهای سیلندر از طریق یک خط لوله و شیر به خط لوله تامین بخار وصل شده است که در آن بخار  $1 \text{ MPa}$ ،  $200^\circ \text{C}$  جریان دارد. حال شیر باز شده و در زمانی کوتاه بخار وارد سیلندر می شود بطوریکه حجم نهایی  $10 \text{ L}$  خواهد بود. حالت یکنواخت نهایی دوفازه است و انتقال حرارتی در طی فرایند صورت نمی گیرد. جرم نهایی درون سیلندر چقدر است؟

حل:

حجم زیر پیستون را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم:

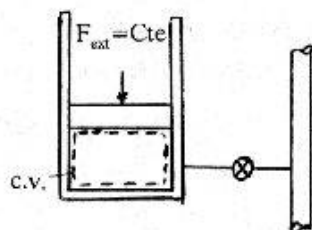
$$P_1 = P_2 = 500 \text{ kPa} \text{ فشار حاصل از بار ثابت}$$

حالت ۱: مایع متراکم  $500 \text{ kPa}$ ،  $20^\circ \text{C} \rightarrow$

$$\rightarrow v_1 \approx v_f = 0.001002 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 \approx h_f = 83.94 \text{ kJ/kg}$$

$$u_1 \approx u_f = 83.94 \text{ kJ/kg}$$



$$m_1 = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.001}{0.001002} = 0.998 \text{ kg}$$

حالت ۲:  $500 \text{ kPa}$ ، دوفازه  $\rightarrow h_f = 640.21 \text{ kJ/kg}$ ،  $h_{fg} = 2108.47 \text{ kJ/kg}$

$$u_f = 639.66 \text{ kJ/kg}, u_{fg} = 1921.57 \text{ kJ/kg}$$

حالت ورودی بخار:  $1 \text{ MPa}$ ،  $200^\circ \text{C} \rightarrow h_i = 2827.86 \text{ kJ/kg}$

$$C.V.: 1st \text{ law (USUF): } Q_{1-2} + m_i h_i = W_{1-2} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1, Q_{1-2} = m_e = 0$$

۱۸۸ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$W_{1-2} = P_1(V_2 - V_1) = 500(0.01 - 0.001) = 4.5 \text{ kJ}$$

$$m_i = m_2 - m_1 = m_2 - 0.998 \text{ (kg)} \quad \text{بقای جرم:}$$

$$\text{1st law: } (m_2 - 0.998) \times 2827.86 = 4.5 + m_2(639.66 + x_2 \times 1921.57) - 0.998 \times 83.94$$

$$R = 2188.2m_2 - 2742.93 - 1921.57 x_2 m_2 \quad \text{(I)}$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = \frac{\frac{0.01}{m_2} - 0.001093}{0.3738} \quad \text{(II)}$$

با استفاده از روابط I, II سعی و خطا می کنیم:

$$m_2 = 1 \text{ kg} \rightarrow x_2 = 0.02 \rightarrow R = -600.5 \quad \text{سعی اول:}$$

$$m_2 = 1.27 \text{ kg} \rightarrow x_2 = 0.018 \rightarrow R = -8.18 \quad \text{سعی دوم:}$$

$$m_2 = 1.28 \text{ kg} \rightarrow x_2 = 0.0179 \rightarrow R = 13.75 \quad \text{سعی سوم:}$$

$m_2$	$R$
1.27 kg	-8.18
$m_2 = ?$	0
1.28 kg	13.75

$m_2 = 1.274$  درون یابی

۶۹-۶ مخزن عایق بندی شده به حجم  $2 \text{ m}^3$  محتوی آمونیاک در  $20^\circ \text{C}$  و عیار 80% می باشد که بوسیله یک شیر به خط لوله ای که آمونیاک در  $2 \text{ MPa}$ ،  $60^\circ \text{C}$  در آن جریان دارد، متصل است. حال شیر باز می شود و آمونیاک به درون مخزن جریان می یابد. اگر سازنده بخواهد در حالت نهایی  $15 \text{ kg}$  آمونیاک درون مخزن باشد، درجه فشاری شیر باید بسته شود؟

حل:

$$V = 2 \text{ m}^3, \quad T_1 = -20^\circ \text{C}, \quad x_1 = 80\% \quad (1)$$

$$u_1 = u_f + x u_{fg} = 1057.32, \quad v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.498976$$

$$m_1 = \frac{V}{v_1} = 4.01 \text{ kg}$$

$$m_2 = 15 \text{ kg}, \quad v_2 = \frac{V}{m_2} = 0.133333, \quad P_2 = ? \quad (2)$$

$$P_i = 2 \text{ MPa}, \quad T_i = 60^\circ \text{C}, \quad m_i \Rightarrow h_i = 1509.8 \quad \text{جریان ورودی:}$$

$$m_2 = m_1 + m_i \Rightarrow m_i = 10.99 \text{ kg} \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

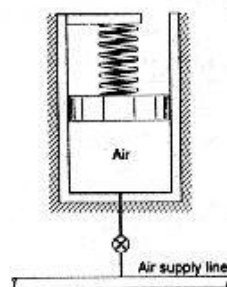
$$m_i h_i = m_2 u_2 - m_1 u_1 \Rightarrow u_2 = 1388.84 \text{ kJ/kg} \quad \text{قانون اول برای حجم کنترل:}$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۸۹

در ناحیه فوق گرم قرار داریم  $u_2 > u_{sat} \Rightarrow$

$P = 1000 \text{ kPa}$		$P = 1200 \text{ kPa}$		(B.2.2) جدول
$v$	$u$	$v$	$u$	
0.15106	1412.04	0.13387	1446.16	
0.13333	?	0.13333	?	
0.14499	1391.31	0.12890	1425.82	
$\Rightarrow u = 1351.5 \text{ kJ/kg}$		$\Rightarrow u = 1443.96 \text{ kJ/kg}$		
$P$	$u$			
1000	1351.5			
?	1388.84	$\Rightarrow P_2 = 1080.77 \text{ kPa}$		
120	1443.96			

۶-۷۰. هوادریک سیلندر عایق که در شکل ۶-۷۰ نشان داده شده قرار دارد. در این نقطه هوا در



$25^\circ\text{C}$ ،  $140 \text{ kPa}$  بوده و حجم سیلندر

$15 \text{ L}$  است. سطح مقطع پیستون

$0.045 \text{ m}^2$  و فنر خطی با ثابت

$35 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$  است. شیر باز شده و از خط، هوا

در  $25^\circ\text{C}$ ،  $700 \text{ kPa}$  به درون سیلندر

جریان می‌یابد تا فشار به  $700 \text{ kPa}$

برسد، پس شیر بسته می‌شود. دمای

نهایی را بیابید.

حل:

$$P = \frac{K \Delta x}{A_p} = \frac{Kx}{A_p} + C = \frac{KV}{A_p^2} + C = \frac{35}{(0.045)^2} V + C = 17284V + C$$

فتر خطی است:

$$P_1 = 17284V_1 + C \Rightarrow C = -119.26 \Rightarrow P = 17284V - 119.26$$

$$P_2 = 700 \text{ kPa} \Rightarrow V_2 = 0.0473999 \text{ m}^3$$

$$W_{C.V} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} (17284V - 119.26) dV$$

$$= \left[ 8642V^2 - 119.26V \right]_{0.015}^{0.0473999}$$



۱۹۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow W_{C,V} = 13.608 \text{ kJ}$$

$$m_2 - m_1 - m_i = 0 \Rightarrow m_i = m_2 - m_1 \quad \text{بقای جرم:}$$

$$Q_{C,V} = 0 \Rightarrow \text{1st law: } m_i h_i + m_1 u_1 = m_2 u_2 + W_{C,V}$$

$$\Rightarrow m_2 u_2 + W_{C,V} - m_1 u_1 + m_1 h_i - m_2 h_i = 0$$

$$\Rightarrow m_2 (u_2 - h_i) + m_1 (h_i - u_1) + W_{C,V} = 0$$

$$u_2 - h_i = u_2 - u_i - P_i v_i = C_{v0} (T_2 - T_i) - RT_i = C_{v0} T_2 - C_{p0} T_i \quad \text{از طرفی:}$$

$$h_i - u_1 = u_i + P_i v_i - u_1 = C_{v0} (T_i - T_1) + RT_i = C_{p0} T_i - C_{v0} T_1 = 85.5691 \text{ kJ/kg}$$

$$m_1 (h_i - u_1) = \frac{P_1 V_1}{RT_1} (h_i - u_1) = 2.1 \text{ kJ}$$

$$m_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} \Rightarrow \frac{P_2 V_2}{RT_2} (C_{v0} T_2 - C_{p0} T_i) + 2.1 + 13.608 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{115.61}{T_2} (0.717 T_2 - 1.004 \times 298.15) + 15.708 = 0$$

$$\Rightarrow 82.892 - \frac{34606.9}{T_2} + 15.708 = 0 \Rightarrow 98.6 = \frac{34606.9}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = 350.98 \text{ K}$$

۷۱-۶ یک کیسه ارتجاعی که در ابتدا خالی است به خط تغذیه بخار اشباع R-22 با درجه حرارت

$10^\circ \text{C}$  متصل است. شیر راباز می کنیم و کیسه به آهستگی و در درجه حرارت ثابت تا قطر نهایی

$2m$  باد می شود. کیسه را در فشار ثابت  $P_o = 100 \text{ kPa}$  تا رسیدن به قطر کروی  $D_o = 1m$

باد می کنیم بعد از این نقطه، فشار و قطر طبق رابطه زیر بایکدیگر مرتبط هستند:

$$P = P_o + C \left[ 1 - \left( \frac{D_o}{D} \right)^6 \right] \frac{D_o}{D}$$

حداکثر فشار ثبت شده در طول فرایند  $500 \text{ kPa}$  است. مقدار انتقال حرارت به کیسه در طول

فرایند باد کردن را حساب کنید.

حل: فرایند از دو مرحله تشکیل شده:

1 - 2: فرایند باد کردن در فشار ثابت تا قطر  $D_o = 1m$

2 - 3: فرایند باد کردن با تغییر فشار طبق رابطه داده شده.

$$\frac{dP}{dD} = C \left[ -\frac{D_o}{D^2} + \frac{7D_o^7}{D^8} \right] = \frac{CD_o}{D^8} (-D^4 + 7D_o^6) = 0$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۹۱

$$\Rightarrow D^4 = 7D_0^6 \Rightarrow D = 1.62658 m$$

$$D = 1.62658 m \Rightarrow P_{max} = 500 kPa \Rightarrow C = \frac{P_{max} P_0}{\left[ 1 - \left( \frac{D_0}{D} \right)^6 \right] \frac{D_0}{D}} \bigg|_{D=1.62658}$$

$$\Rightarrow C = 687.767$$

$$\Rightarrow (D > 1) \Rightarrow P = 100 + 687.767 \left[ 1 - \frac{1}{D^6} \right] \frac{1}{D} = 100 + \frac{687.767}{D} - \frac{687.767}{D^7}$$

در طول فرایند ۱ تا ۲ فشار ثابت است و حجم از صفر به  $\frac{\pi}{6} D_2^3$  میرسد

$$D_2 - D_0 = 1 \Rightarrow V_2 = 0.523599 m^3 \Rightarrow {}_1W_2 = P \Delta V = 52.3599 kJ$$

$${}_2W_3 = \int_{V_2}^{V_3} P dV = \int_{D=1}^{D=2} \left[ 100 + 687.767 \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{D^7} \right) \right] \left( \frac{\pi}{2} D^2 \right) dD$$

$${}_2W_3 = \frac{\pi}{2} \left[ 100 \frac{D^3}{3} + \frac{687.767}{2} D^2 + \frac{687.767}{4D^4} \right]_1^2 = 1733.83 kJ$$

$$\Rightarrow {}_1W_3 = {}_1W_2 + {}_2W_3 = 1786.19 kJ$$

$$D_3 = 2m \Rightarrow P_3 = 438.51 kPa, T_3 = 10^\circ C, V_3 = 4.1888 m^3$$

$$\Rightarrow v_3 = 0.057784 m^3/kg, h_3 = 258.28 kJ/kg \Rightarrow u_3 = h_3 - p_3 v_3 = 232.95 kJ/kg$$

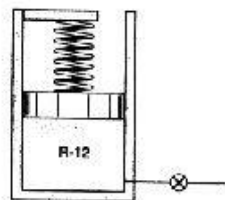
$$m_i = m_3 = \frac{V_3}{v_3} = 72.49 kg \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$1st \text{ law: } {}_1Q_8 + m_1 u_1 + m_i h_i = m_3 u_3 + m_e h_e + {}_1W_8 \Rightarrow {}_1Q_8 - m_3 (u_3 - h_i) + {}_1W_3$$

$$i) x = 1, T = 10^\circ C \Rightarrow h_i = h_g = 253.42 kJ/kg$$

$$\Rightarrow {}_1Q_8 = 302.32 kJ$$

۷۲-۶ سیلندر نشان داده شده در شکل ۷۲-۶ شامل پیستونی است که بایک فنر خطی



بارگذاری شده است. مجموعه محتوی  
 $1\text{ kg}$  از مبرد  $R-12$  در  $100^\circ\text{C}$ ،  $800\text{ kPa}$   
می باشد. ثابت فنری  $50\text{ kN/m}$  و سطح  
مقطع پیستون  $0.05\text{ m}^2$  می باشد. حال  
شیر روی سیلندر باز می شود تا اینکه  
نصف جرم اولیه از آن خارج شود. حرارت  
طوری انتقال می یابد که دمای نهایی مبرد  
 $R-12$ ،  $10^\circ\text{C}$  باشد. حالت نهایی مبرد  
 $R-12$ ،  $(P_2, x_2)$  و مقدار انتقال حرارت  
به سیلندر بیابید.

حل:

$$m_1 = 1\text{ kg}, P_1 = 800\text{ kPa}, T_1 = 100^\circ\text{C}, k = 50\text{ kN/m}, A = 0.05\text{ m}^2 \quad (1)$$

$100^\circ\text{C}$			
$P$	$h$	$v$	$u$
750	249.89	0.03174	226.08
800	$h_f$	$v_f$	$u_f$
1000	247.61	0.02313	224.48

$$h_1 = 249.44, \quad v_1 = 0.03002, \quad u_1 = 225.76$$

$$m_2 = 0.5\text{ kg}, \quad T_2 = 10^\circ\text{C}, \quad P_2 = ?, \quad x_2 = ? \rightarrow \quad (2) \text{دوفازی}$$

$$P_2 = 423.3, \quad v_{2f} = 0.000733, \quad v_{2fg} = 0.04018, \quad u_{2f} = 45.06$$

$$u_{2fg} = 129.36, \quad h_{2f} = 45.37, \quad h_{2fg} = 146.37$$

$$m_c = 0.5\text{ kg}, \quad h_c = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (e)$$

$$P_1 = \frac{ky_1}{A}, \quad P_2 = \frac{ky_2}{A}$$

$y_1, y_2$  مقدار فشردگی فنر (از حالت عادی خود):

$$\Rightarrow \Delta y = y_2 - y_1 = \frac{A}{k}(P_2 - P_1), \quad \Delta V = A\Delta y = \frac{A^2}{k}(P_2 - P_1)$$

تحلیل قانون اول برای یک حجم کنترل / ۱۹۳

$$V_2 = V_1 + \Delta V = m_1 v_1 + \frac{A^2}{k} (P_2 - P_1) = 0.011185 \text{ m}^3$$

$$v_2 = \frac{V_2}{m_2} = 0.02237 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad x_2 = \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}} = 0.54$$

$$h_2 = h_{2f} + x h_{2fg} = 124.12 \text{ kJ/kg} \quad , \quad u_2 = u_{2f} + x u_{2fg} = 114.91 \text{ kJ/kg}$$

$$h_e = \frac{h_1 + h_2}{2} = 186.78 \text{ kJ/kg}$$

$${}_1W_2 = \int P dV = \int_{y_1}^{y_2} \frac{ky}{A} \cdot A dy = \int_{\frac{P_1 A}{k}}^{\frac{P_2 A}{k}} ky dy = \frac{k}{2} \left[ \left( \frac{P_2 A}{k} \right)^2 - \left( \frac{P_1 A}{k} \right)^2 \right] = -11.52 \text{ kJ}$$

$${}_1Q_2 = m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1 + {}_1W_2 = -86.4 \text{ kJ}$$





## قانون دوم ترمودینامیک

۷-۲ ضریب عملکرد پمپ حرارتی تشریح شده در مساله ۶-۴۷ را بیابید.

حل:

$$\dot{m} = 0.05 \text{ kg/s} , \quad -\dot{W}_c = 4 \text{ kW} \Rightarrow w_c = \frac{4}{0.05} = 80 \text{ kJ/kg} \quad \text{داریم:}$$

$$2 \rightarrow 3 : 1st \text{ law: } q_3 + h_2 = h_3 \Rightarrow q_3 = h_3 - h_2 = -173.14 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow -\dot{Q}_{Cond \text{ to room}} = +8.66 \text{ kW}$$

$$\Rightarrow \beta' = \frac{\dot{Q}_{Cond \text{ to room}}}{\dot{W}_c} = 2.17$$

۷-۶ بازده حرارتی موتور حرارتی (باسیکل کارنو) که بین منابع در  $500^\circ\text{C}$  ,  $40^\circ\text{C}$  کار می کند را پیدا کنید.

حل:

$$\eta = \frac{W_{net}}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{40 + 273.1}{500 + 273.1} = 0.595$$

۷-۹ در یک نیروگاه بخار  $1 \text{ MW}$  حرارت در درجه حرارت  $700^\circ\text{C}$  به دیگ بخار افزوده می شود.

$0.58 \text{ MW}$  حرارت در  $40^\circ\text{C}$  از کندانسور خارج می شود و کار مصرفی پمپ  $0.02 \text{ MW}$  است.

بازده حرارتی نیروگاه را پیدا کنید. با در نظر گرفتن همان مقدار کار پمپ و انتقال حرارتی که به

دیگ بخار داده می شود، اگر نیروگاه در سیکل کارنو کار کند، توربین چه مقدار توان تولید

خواهد کرد؟

حل:

۱۹۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\dot{Q}_H = 1MW, \quad T_H = 700^\circ C = 973.15K$$

$$\dot{Q}_L = 0.58MW, \quad T_L = 40^\circ C = 313.15K, \quad \dot{W}_P = 0.02MW$$

$$\eta_{\text{حرارتی}} = \frac{\dot{W}_{\text{net}}}{\dot{Q}_H} = \frac{\dot{Q}_H - \dot{Q}_L}{\dot{Q}_H} = 0.42$$

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{\dot{W}_{\text{net}}}{\dot{Q}_H} \quad \text{اگر نیروگاه در سیکل کارنو کار کند.}$$

$$\Rightarrow \dot{W}_{\text{net}} = \dot{Q}_H \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) = 0.68MW, \quad \dot{W}_t = \dot{W}_{\text{net}} + \dot{W}_P = 0.7MW$$

$$\dot{Q}_L = \dot{Q}_H - \dot{W}_{\text{net}} = 0.32MW \quad \text{داریم. [اگر نیروگاه در سیکل کارنو کار کند، داریم]}$$

که کمتر از مقدار اولیه  $\dot{Q}_L = 0.58MW$  خواهد بود.

۷-۱۴ موتور اتومبیلی پابازده گرمایی ۳۵٪ کار می کند. فرض کنید دستگاه تهویه مطبوع دارای ضریب عملکردی معادل  $\frac{1}{3}$  ماکزیمم تئوری بوده و بطور مکانیکی بوسیله موتور به حرکت درمی آید. چه مقدار سوخت اضافی باید مصرف کرد تا  $1kJ$  حرارت دردمای  $15^\circ C$  به محیط در  $35^\circ C$  تخلیه شود.

حل:

$$\eta_{th} = 35\% = 0.35, \quad T_H = 35^\circ C = 308.15K, \quad T_L = 15^\circ C = 288.15K \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow \beta_{\text{theory}} = \frac{1}{T_H/T_L - 1} = 14.41 \Rightarrow \beta_{\text{real}} = \frac{1}{3} \beta_{\text{theory}} = 4.803$$

$$\beta_{\text{real}} = \frac{Q_L}{W_{\text{real}}} \Rightarrow W_{\text{real}} = \frac{Q_L}{\beta_{\text{real}}} = \frac{1}{4.803} = 0.2082kJ \quad \text{از طرفی:}$$

$$\eta_{th} = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow Q_H = W/\eta_{th} \Rightarrow Q_H = \frac{0.2082}{0.35} = 0.5949kJ \quad \text{داریم:}$$

یعنی باروشن بودن سیستم تهویه مطبوع این اتومبیل برای دفع  $1kJ$  حرارت از کابین ( $15^\circ C$ ) به محیط ( $35^\circ C$ ) باید معادل  $0.5949kJ$  انرژی سوخت مصرف کرد و جالب است که اگر این انرژی صرف به حرکت درآمدن اتومبیل می شد  $0.2082kJ$  به انرژی جنبشی آن می افزود.

۷-۱۵ برای گرم نمودن یک خانه در زمستان از پمپ حرارتی استفاده می شود. درجه حرارت خانه باید در تمام مدت در  $20^\circ C$  ثابت نگه داشته شود. وقتی که درجه حرارت بیرون به  $10^\circ C -$  افت می کند تخمین زده می شود که تلفات حرارتی از خانه  $25kW$  باشد. حداقل توان الکتریکی مورد لزوم برای بکار انداختن پمپ چقدر است ؟

حل:

برای اینکه درجه حرارت خانه در  $20^\circ\text{C}$  ثابت بماند باید داشته باشیم  $\dot{Q}_H = 25\text{ kW}$

$$\begin{cases} T_L = -10^\circ\text{C} = 263.15\text{K} \\ T_H = 20^\circ\text{C} = 293.15\text{K} \end{cases} \quad \beta = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \Rightarrow \dot{W} = \dot{Q}_H \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) = 2.56\text{ kW}$$

[پمپ حرارتی سرو کار داشتیم نه با یخچال، بنابراین بجای  $\beta$  از  $\beta'$  استفاده کردیم.]

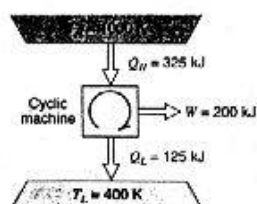
۷-۱۷ یک ماشین چرخه ای  $325\text{ kJ}$  حرارت را از منبع انرژی دردمای  $1000\text{ K}$  دریافت می کند.

و  $125\text{ kJ}$  را به منبع سرد در  $400\text{ K}$  دفع

می کند و سیکل  $200\text{ kJ}$  کار خروجی

دارد آیا این سیکل بازگشت پذیر است

یا بازگشت ناپذیر یا غیر ممکن.



حل:

بازده ایده ال چرخه برابر بازده سیکل کارنویی

است که بین دو منبع دمایی  $1000\text{ K}$ ،  $400\text{ K}$

کار می کند.

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 0.6$$

$$\eta_{real} = \frac{W_{net}}{Q_H} = \frac{200}{325} = 0.615 > \eta_{Carnot}$$

و بازده واقعی چرخه عبارتست از

که این امر امکان پذیر نیست یعنی وجود چنین سیکلی غیر ممکن است.

۷-۲۰ یک پمپ حرارتی خانه ای را که در  $20^\circ\text{C}$  قرار دارد با حداکثر توان ورودی  $1.2\text{ kW}$  خنک

می کند. [انتقال گرما از دیواره ها طوریست که [خانه  $0.6\text{ kW}$  گرما را به ازای هر درجه

اختلاف دما با محیط دریافت می کند. ضریب عملکرد پمپ حرارتی  $60\%$  حداکثر مقدار

تثوری آن می باشد. حداکثر دمای محیط بیرون را طوری بیابید که پمپ حرارتی برای ایجاد

سرما لازم کافی باشد.

حل:

$$\dot{Q}_{Wall} = 0.6(T_{amb} - T_{inside}) = 0.6(T_{amb} - 293.15)$$

$$\beta_{theory} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{293.15}{T_{amb} - 293.15}$$

$$\Rightarrow \beta_{real} = 0.6\beta_{theory} = \frac{175.9}{T_{amb} - 293.15}$$



$$\beta_{real} = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow \dot{Q}_L = W\beta_{real} \Rightarrow (\dot{Q}_L)_{max} = W_{max}\beta_{real} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow (\dot{Q}_L)_{max} = \frac{211.1}{T_{amb} - 293.15}$$

$$(\dot{Q}_L)_{max} = \dot{Q}_{Wall} \Rightarrow \frac{211.1}{T_{amb} - 293.15} = 0.6(T_{amb} - 293.15) \quad \text{شرط کفایت پمپ حرارتی:}$$

$$\Rightarrow T_{amb} - 293.15 = \sqrt{\frac{211.1}{0.6}} = 18.76$$

$$\Rightarrow T_{amb} = 311.9K = 38.76^\circ C$$

[با توجه به عدم دقت در اندازه گیری ها برای اطمینان می توان حداکثر دمای محیط را که در آن پمپ حرارتی برای خنک کردن کافی باشد  $35^\circ C$  در نظر گرفت.]

۷-۲۲ یک مخزن گرمایی از یک بستر سنگی (گرانیتی) به حجم  $2m^3$  ساخته شده است که تا  $400K$  توسط انرژی خورشیدی گرم شده است. یک موتور حرارتی  $Q_{II}$  را از بستر دریافت می کند و آنرا به محیط در دمای  $290K$  دفع می کند. بستر سنگی رفته رفته سرد شده و وقتی به دمای  $290K$  رسید فرایند متوقف می شود. انرژی که بستر سنگی می تواند پس بدهد چقدر است؟ بازده موتور حرارتی در آغاز و پایان فرایند چقدر است؟

حل:

صخره را سیستم در نظر می گیریم:  $system: 1st\ law: Q_{sys} = W_{sys} + m(u_2 - u_1)$

$$Q_{sys} = \rho \times V \times C_p (T_2 - T_1) = 2750 \times 2 \times 0.89 (290 - 400)$$

$$Q_{sys} = -538450 kJ$$

[برای جامدات]

$$[\Delta u = \Delta h = C_p \Delta T \quad Granite \rightarrow \rho = 2750 kg/m^3, \quad C_p = 0.89 kJ/kg.K]$$

حداکثر انرژی که می توان از صخره گرفت  $538450 kJ$  است.

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

$$\eta_1 = 1 - \frac{290}{400} = 0.275$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{290}{290} = 0$$

بازده موتور حرارتی از مقدار ماکزیمم خود در آغاز فرایند شروع شده و بانزدیک شدن به

انتهای فرایند به سمت صفر میل می کند.

۷-۲۴ یک مخزن فولادی به حجم  $0.1m^3$  محتوی مبرد  $R-134a$  در  $20^\circ C$ ،  $200kPa$  می باشد.

مخزن در یک منجمد کننده گذاشته می شود تا دمای آن به  $-20^\circ C$  برسد. منجمد کننده در

قانون دوم ترمودینامیک / ۱۹۹

یک اتاق بادرجه حرارت  $20^{\circ}\text{C}$  قرار دارد و درجه حرارت داخلی آن  $20^{\circ}\text{C}$  است. مقدار انرژی که باید منجمد کننده از R-134 بگیرد و مقدار کار مصرف شده توسط منجمد کننده برای انجام این فرایند را پیدا کنید.

حل:

$$V=0.1\text{m}^3, \quad T_1=20^{\circ}\text{C}, \quad P_1=200\text{kPa} \Rightarrow \quad R-134a(1)$$

$$\Rightarrow v_1=0.11436, \quad u_1=h_1-P_1v_1=395.628, \quad m=\frac{V}{v}=0.874\text{ kg}$$

$$v_2=v_1=0.11436, \quad T_2=-20^{\circ}\text{C} \Rightarrow \quad R-134a(2)$$

$$\Rightarrow x_2=\frac{v_2-v_{2f}}{v_{2fg}}=0.78, \quad u_2=u_{2f}+x_2u_{2fg}=324\text{ kJ/kg}$$

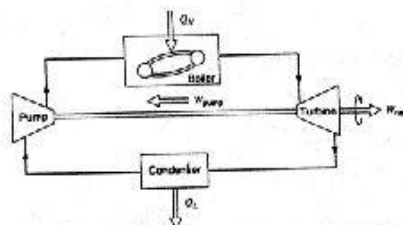
قانون اول برای حجم کنترل (مخزن):  $Q_L=m(u_2-u_1)=-62.6\text{ kJ}$ : حرارت گرفته شده از مخزن در نتیجه حرارت داده شده به سیال عامل منجمد کننده ( $+62.6\text{ kJ}$ ) خواهد بود.

$$T_L=-20^{\circ}\text{C}=253.15\text{ K}, \quad T_H=20^{\circ}\text{C}=293.15\text{ K}$$

$$\beta=\frac{T_L}{T_H-T_L}=\frac{Q_L}{W} \Rightarrow W=Q_L\left(\frac{T_H}{T_L}-1\right)=9.89\text{ kJ}$$

۲۶-۷ سدیم مایع یک راکتور هسته ای را در  $800^{\circ}\text{C}$  ترک می کند. این سدیم به عنوان منبع انرژی یک نیروگاه بخار استفاده می شود. آب خنک کن چگالنده در  $15^{\circ}\text{C}$  از یک برج خنک کن تأمین می شود. حداکثر بازده گرمایی نیروگاه را بیابید. آیا استفاده از اعداد فوق اشتباه است.

حل:



استفاده از اعداد فوق به شرط تبدیل آنها به دما درمقیاس کلوین اشتباه نمی باشد زیرا آنها به ترتیب دمای منبع دما بالا و دمای منبع دما پایین بوده و با فرض کار کردن یک سیکل کارنو در بین این دو دما حداکثر بازده حاصل می شود.

$$\eta_{th}=1-\frac{T_L}{T_H}=1-\frac{15+273.15}{800+273.15}=73.15\%$$

لازم به ذکر است بازده فوق حداکثر بازده ممکن برای سیکل ترمودینامیکی است که بین دو دمای

فوق کار می کند و بازده واقعی نیروگاه به مراتب از این مقدار کمتر خواهد بود.

۲۸-۷ خانه ای توسط پمپ حرارتی که با یک موتور الکتریکی کار می کند و از هوای بیرون به

۲۰۰ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

عنوان منبع سرد استفاده می کند ، گرم می شود . خانه گرما را متناسب با اختلاف دما از دست می دهد ،  $\dot{Q}_{loss} = K(T_H - T_L)$  . کمترین توان الکتریکی مورد نیاز برای پمپ حرارتی را به صورت تابعی از دو دما بدست آورید.

حل:

گرمای ازدست رفته باید توسط پمپ حرارتی جبران شود بنابراین  $\dot{Q}_H(\text{heat pump}) = \dot{Q}_{loss}$

$$\frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{in}} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \Rightarrow \frac{K(T_H - T_L)}{\dot{W}_{in}} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

دمای اتاق:  $T_H$   
دمای بیرون:  $T_L$

$$\dot{W}_{in} = \frac{K}{T_H} (T_H - T_L)^2$$

کمترین توان الکتریکی مورد نیاز برای پمپ حرارتی

چون از چرخه بازگشت پذیر استفاده کرده ایم  $\dot{W}_{in}$  کمترین توان مورد نیاز است و هر پمپ حرارتی بازگشت ناپذیری بیشتر از این مقدار توان مصرف خواهد کرد.

۳۰-۷ یک دستگاه تهویه مطبوع هوا با توان ورودی  $1.2 kW$  به عنوان یخچال ( $\beta = 3$ ) یا به عنوان پمپ حرارتی ( $\beta = 4$ ) کار می کند . این دستگاه درجه حرارت یک اداره را در طول سال در  $20^\circ C$  ثابت نگه می دارد. تبادل حرارت بین اداره و محیط بیرون به ازای هر درجه اختلاف دما بین آنها ،  $0.5 kW$  می باشد. حداقل و حداکثر دمای بیرون برای اینکه دستگاه بتواند خوب عمل کند را بیابید.

حل:

برای اینکه دمای اتاق در  $20^\circ C$  ثابت باقی بماند لازم است که حرارت گرفته شده از آن از طریق دستگاه تهویه مطبوع (یخچال) با حرارت داده شده به آن (از طریق محیط بیرونی) برابر باشد یعنی

$$\dot{Q}_L = 0.5(T_H - T_L)$$

$$\beta = 3 \quad , \quad \dot{W} = 1.2 kW \quad , \quad T_L = 20^\circ C = 293.15 K = Cte \quad , \quad T_H = ?$$

$$\beta = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}} = 3 \Rightarrow \frac{0.5(T_H - T_L)}{\dot{W}} = 3 \Rightarrow T_H = 300.35 K = 27.2^\circ C$$

دستگاه تهویه مطبوع در حالت زیر مانند پمپ حرارتی عمل می کند و برای ثابت ماندن دمای اتاق

$$\dot{Q}_H = 0.5(T_H - T_L) \quad \text{لازم است که داشته باشیم}$$

$$\beta = 4 \quad , \quad \dot{W} = 1.2 kW \quad , \quad T_H = 20^\circ C = 293.15 K \quad , \quad T_L = ?$$

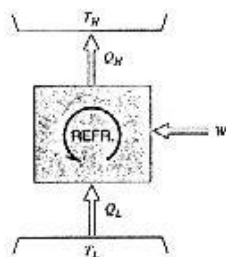
$$\beta = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}} = 4 \Rightarrow \frac{0.5(T_H - T_L)}{\dot{W}} = 4 \Rightarrow T_L = 283.55 K = 10.4^\circ C$$

۳۲-۷ هلیوم کمترین دمای معمولی جوش رادربین سایر مواد داراست ، دمای جوش آن در فشار یک

قانون دوم ترمودینامیک / ۲۰۶

اتمسفر  $4.2K$  است. در این دما آنتالپی تبخیر  $83.3kJ/kmol$  می باشد. یک سیکل کارنو برای تولید  $1kmol$  هلیوم مایع در  $4.2K$  از بخار اشباع تحلیل می شود. کارورودی سیکل سرمایش و ضریب عملکرد را برای دمای محیط  $300K$ ، بیابید.

حل:



$$Q_L = 83.3kJ$$

داریم:

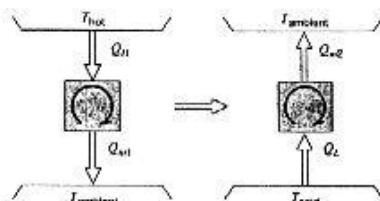
$$\beta = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{1}{\frac{300}{4.2} - 1} = 0.0142$$

از طرفی:

$$\beta = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow W = \frac{Q_L}{\beta} = 5.867MJ$$

۷-۳۳ می خواهیم تبریدی تا  $30^\circ C$  تولید کنیم. منبع نشان داده شده در شکل ۳۳-۷ در درجه حرارت  $200^\circ C$  قرار دارد و دمای محیط  $30^\circ C$  است. بنابراین بایک موتور حرارتی که بین منابع دمایی  $200^\circ C$ ،  $30^\circ C$  قرار دارد می توان کار تولید کرد. این کار برای بکار انداختن یخچال مورد استفاده قرار می گیرد. نسبت حرارت منتقل شده از منبع  $200^\circ C$  به حرارت انتقال یافته به منبع  $30^\circ C$  را تعیین کنید. فرض کنید تمام فرایندها بازگشت پذیر باشد.

حل:



تمام فرایندهای درون موتور حرارتی و یخچال برگشت پذیر است یعنی موتور حرارتی و یخچال هر دو در سیکل کارنوکاری کنند.

$$\frac{Q_{H1}}{Q_{C1}} = \frac{T_H}{T_a} \Rightarrow Q_{C1} = \frac{T_a}{T_H} \cdot Q_{H1} \quad , \quad \frac{Q_{H2}}{Q_{C2}} = \frac{T_a}{T_L}$$

بنابراین داریم:

$$T_a = 303.15K \quad , \quad T_L = 243.15K \quad , \quad T_H = 473.15K$$

$$W_{engine} = W_{refrigerator}$$

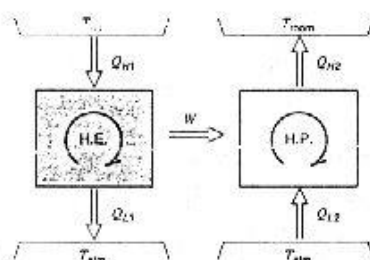
ضمناً داریم:

$$\Rightarrow Q_{H1} - Q_{C1} = Q_{C2} - Q_L \Rightarrow \frac{Q_H}{Q_L} - \frac{T_a}{T_H} \cdot \frac{Q_H}{Q_L} = \frac{Q_{C2}}{Q_L} - 1$$

۲۰۲ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow \frac{Q_H}{Q_L} \left(1 - \frac{T_a}{T_H}\right) = \frac{T_a}{T_L} \Rightarrow \frac{Q_H}{Q_L} = \frac{\frac{T_a}{T_L} - 1}{1 - \frac{T_a}{T_H}} = 0.69$$

۷-۳۴ مجموعه ای از یک موتور حرارتی که یک پمپ حرارتی را به کار می اندازد (مانند شکل مساله قبل) انرژی تلف شده در  $50^\circ\text{C}$  را به عنوان  $Q_{W1}$  از یک منبع می گیرد و به یک موتور حرارتی که حرارت را در  $30^\circ\text{C}$  دفع می کند می دهد. باقیمانده  $Q_{W2}$  به پمپ حرارتی که  $Q_H$  و در دمای  $150^\circ\text{C}$  آزاد می کند می رود. اگر انرژی تلف شده کل  $5\text{MW}$  باشد آهنگ آزاد شدن انرژی در دمای بالا را تعیین کنید.



حل:

$$Q_{W1} + Q_{W2} = 5000\text{ kW} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} H.E.: \frac{W}{Q_{W1}} &= 1 - \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow \\ \Rightarrow W &= Q_{W1} \left(1 - \frac{303.1}{323.1}\right) \end{aligned}$$

$$W = 0.062 Q_{W1} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} H.P.: \frac{Q_{W2}}{W} &= \frac{T_L}{T_H - T_L} \Rightarrow W = Q_{W2} \left(\frac{T_H}{T_L} - 1\right) = Q_{W2} \left(\frac{423.1}{323.1} - 1\right) \\ W &= 0.31 Q_{W2} \quad (3) \end{aligned}$$

$$0.062 Q_{W1} = 0.31 Q_{W2} \quad (2, 3)$$

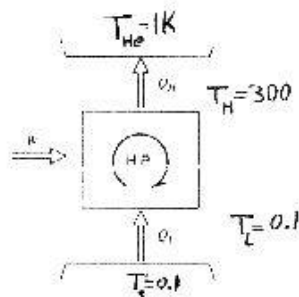
$$Q_{W1} = 4166.67\text{ kW}, \quad Q_{W2} = 833.33\text{ kW} \quad (1, 2, 3)$$

$$H.P.: \frac{Q_{W2}}{Q_H} = \frac{323.1}{423.1} \Rightarrow Q_H = 1091.25\text{ kW}$$

۷-۳۵ با سرمایش مغناطیسی دمایی در حدود  $0.01\text{ K}$  قابل دسترسی است. در این فرایند یک میدان مغناطیسی قوی به نمک پارامغناطیسی که در دمای  $1\text{ K}$  (از طریق انتقال انرژی به هلیوم مایع که در فشار پایین می جوشد) نگهداری می شود، اعمال می گردد، سپس جلوی تبادل حرارت بین هلیوم و نمک را گرفته، میدان مغناطیسی قطع می گردد و در نتیجه دمای نمک پایین می آید. فرض کنید  $1\text{ mJ}$  حرارت در دمای متوسط  $0.1\text{ K}$  به هلیوم بوسیله یک سیکل پمپ گرمایی کارنو منتقل می شود. کارورودی پمپ گرمایی و ضریب عملکرد را با در نظر

گرفتن دمای محیط برابر با  $300K$  بیاید.

حل:



$$\beta = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1} = 3.33 \times 10^{-4}$$

$$W = \frac{Q_L}{\beta} = 2.999J$$

۷-۳۶ کمترین دمایی که تاکنون به آن دست یافته اند، نزدیک  $1 \times 10^{-6} K$  است. در دستیابی به این دما گامی فراتر از آنچه در مساله قبل آمده برداشته شده است که آن را سرمایش هسته ای می نامند. این روش شبیه سرمایش مغناطیسی است، اما با لنگر مغناطیسی مربوط به هسته بیشتر از لنگر مغناطیسی برخی یونهای نمک پارامغناطیسی سروکار دارد. فرض کنید بنا باشد از یک نمونه  $10 \mu J$  انرژی را در دمای میانگین  $10^{-5} K$  بگیریم. اگر برای تعیین حد نظری این مقدار سرد سازی را با بکارگیری یک یخچال چرخه کارنو در دمای میانگین  $10^{-5} K$  ایجاد کنیم کار ورودی و ضریب کارکرد برای چرخه سرد سازی را تعیین کنید. دمای محیط  $300K$  است.

حل:

$$\beta = \frac{Q_L}{W_{net}} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \Rightarrow \frac{10 \times 10^{-6}}{W_{net}} = \frac{10^{-5}}{300 - 10^{-5}} \Rightarrow W_{net} = 300J$$

$$\beta = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{10^{-5}}{300 - 10^{-5}} = 3.3 \times 10^{-8}$$

۷-۳۷ یک پمپ حرارتی برای گرم نمودن یک خانه در زمستان و با معکوس نمودن برای سرد کردن یک خانه در تابستان استفاده می شود. درجه حرارت داخل باید در زمستان در  $20^\circ C$  و در تابستان در  $25^\circ C$  ثابت نگه داشته شود. انتقال حرارت از دیوار ها و سقف رایبه ازای هر درجه اختلاف بین دمای بیرون و داخل  $2400kJ$  در ساعت تخمین می زنیم.

الف) اگر در زمستان درجه حرارت خارج  $0^\circ C$  باشد، کمترین توان لازم برای کارکردن پمپ حرارتی چقدر است؟

ب) با همان توان ورودی پیدا شده در قسمت الف، حداکثر دمای بیرون در تابستان برای اینکه دمای اتاق در  $25^\circ C$  باقی بماند، چقدر است؟

حل:

$$T_H = 20^\circ C - Cte \rightarrow Q_H = Q_{\text{تلف شده}} = \frac{2400}{3600} (T_H - T_L) = 13.333kW \quad \text{الف)}$$

۲۰۴ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$T_L = 0^\circ\text{C}$$

حداقل توان برای گرداندن پمپ حرارتی موقعی است که پمپ حرارتی در سیکل کارنو کار کند.

$$\Rightarrow \beta' = \frac{Q_H}{W} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \Rightarrow W_{min} = 0.91 \text{ kW}$$

$$T_L = 25^\circ\text{C} = \text{Cte} \Rightarrow Q_L = \dot{Q} = \text{منتقل شده به اتاق} = \frac{2400}{3600} (T_H - T_L) \quad (\text{ب})$$

$$T_H = ? \quad \beta = \frac{Q_L}{W} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}(T_H - T_L)}{W} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

$$W = 0.91 \text{ kW}$$

$$\Rightarrow T_H = 45^\circ\text{C}$$

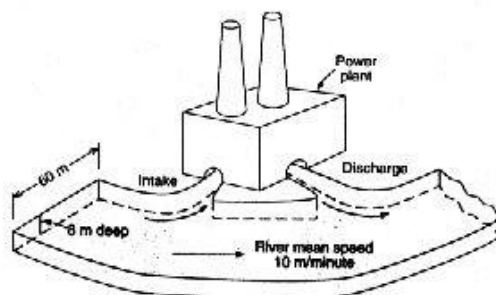
۷-۳۸ در نظر داریم نیروگاه برقی به قدرت  $1000 \text{ MW}$  با بخار به عنوان سیال عامل بسازیم چگالنده ها باید بوسیله آب رودخانه خنک شوند (شکل ۳۸-۷). دمای بیشینه بخار  $550^\circ\text{C}$  و فشار در چگالنده ها  $10 \text{ kPa}$  خواهد بود. افزایش دمای رودخانه را بین پایین دست و بالا دست نیروگاه بیابید.

حل:

در چگالنده حالت دوفازه است پس دمای آنها دمای اشباع در  $10 \text{ kPa}$  می باشد  $T_{con} = 45.81^\circ\text{C}$

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{318}{823.1} = 0.6125 \quad \text{با فرض سیکل کارنو داریم:}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow Q_H = \frac{W}{\eta} = 1632.6 \text{ MW} \Rightarrow Q_L = Q_H - W = 632.6 \text{ MW}$$



بین دو مقطع نشان داده شده رودخانه در شکل ۳۸-۲۷ داریم :

$$\dot{m} = \frac{VA}{v} = \frac{60 \times 8 \times \left(\frac{10}{60}\right)}{0.00101} = 0.07921 \times 10^6 \text{ kg/s} \quad C_p = 4.1868 \text{ kJ/kgK}$$

$$\dot{Q}_L = m C_p \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{m} C_p} = 1.9^\circ\text{C} \approx 2^\circ\text{C}$$

بافرض سیکل کارنو بایک رقم علمی  $2^\circ\text{C}$  افزایش دما خواهیم داشت مقدار واقعی اختلاف دما می تواند تا 50% و حتی بیشتر، بیش از مقدار فوق باشد یعنی افزایش دمایی در حدود  $4^\circ\text{C}$  برای طراحی فرضی دورا انتظار نیست.

توجه شود که چون با فرض سیکل کارنو مساله حل شده است فرایندهای انتقال حرارت باید بصورت بازگشت پذیر انجام شوند یعنی اختلاف دمای آب و بخار باید مقدار کوچکی باشد.

۳۹-۷ دونوع سوخت مختلف می توانند در موتور حرارتی که بین دمای سوختن سوخت و یک دمای پایین  $350\text{K}$  کار می کند، بکار روند. سوخت A در  $2500\text{K}$  می سوزد و  $52000 \text{ kJ/kg}$  انرژی آزاد می کند و هر کیلوگرم آن  $1.75$  دلار است. سوخت B در  $1700\text{K}$  می سوزد و  $40000 \text{ kJ/kg}$  انرژی آزاد می کند و هر کیلوگرم آن  $1.5$  دلار قیمت دارد. شما کدام سوخت را می خرید و چرا؟

حل: سوخت A اقتصادی تر است. چون :

$$\eta_A = \frac{w_{net}}{q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{350}{2500} = 0.86$$

$$w_{net,A} = q_H \eta_A = 52000 \times 0.86 = 44720 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_B = \frac{w_{net}}{q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{350}{1700} = 0.79$$

$$w_{net,B} = q_H \eta_B = 40000 \times 0.79 = 31764.7 \text{ kJ/kg}$$

$$\frac{w_{net,A}}{w_{net,B}} = 1.4 \quad \frac{Cost_A}{Cost_B} = \frac{1.75 \$}{1.5 \$} = 1.16$$

مشاهده می کنیم که نسبت کارخالص تولید شده از سوخت A به کارخالص سوخت B بزرگتر از نسبت قیمت آنهاست یعنی مثلاً "برای دریافت  $60000 \text{ kJ}$  کار  $1.34 \text{ kg}$  سوخت A لازم است که باید  $2.3$  دلار برای آن پرداخت کرد ولی اگر از سوخت B استفاده شود  $1.9 \text{ kg}$  لازم است که باید  $2.8$  دلار برای آن پول پرداخت کرد.



۲۰۶ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

۴۰-۷ از یک یخچال باتوان ورودی  $2.5kW$  برای سرد کردن یک فضا بادمای  $5^{\circ}C$  درسیکلی که درجه حرارت بالای آن  $150^{\circ}C$  است استفاده می شود. حرارت  $Q_H$  توسط یک مبادله کن حرارتی به هوای محیط بادمای  $35^{\circ}C$  داده می شود. اگر ضریب انتقال حرارت  $50W/m^2K$  باشد. حداقل سطح انتقال حرارت لازم مبادله کن حرارتی را بدست آورید.

حل:

$$T_L = 5^{\circ}C, \quad T_H = 35^{\circ}C, \quad h = 50W/m^2K, \quad W = 2.5kW$$

$$T = 50^{\circ}C \text{ درجه حرارت بالای سیکل} \Rightarrow \dot{Q}_H = h_A(T - T_H)$$

حداقل سطح مورد لزوم برای حالتی که یخچال درسیکل کارنو کار می کند.

$$\beta = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}} \Rightarrow \dot{Q}_L = 2.5 \times \frac{(273.1 + 5)}{(50 - 5)} = 15.45kW$$

$$\dot{Q}_H - \dot{Q}_L = \dot{W} \Rightarrow \dot{Q}_H = 17.95kW$$

$$\dot{Q}_H = h_A(T - T_H) \Rightarrow A = \frac{17.95}{50 \times (50 - 35)} = 0.024m^2 = 240cm^2$$

[درعمل وقتی که باسیکل کارنوسروکارنداریم. کارنو  $\dot{Q}_L < \dot{Q}_L$  واقعی  $\Rightarrow \beta$  کارنو  $< \beta$  واقعی]

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{W} = \dot{Q}_H - \dot{Q}_L \Rightarrow \dot{Q}_H < \dot{Q}_H \text{ کارنو} \Rightarrow A < A \text{ واقعی} \\ \text{بنا به شرایط مساله: کارنو } \dot{W} = \dot{W} \text{ واقعی} \end{array} \right.$$

یعنی درعمل وقتی که یخچال درسیکل کارنو کار نمی کند به سطح کمتری برای دفع حرارت نیاز دارد.

۴۱-۷ R-12 در  $95^{\circ}C$ ,  $x=0.1$  با آهنگ جرمی  $2kg/s$  در فشار ثابت در یک مبادله کن گرمایی (H.E.) به بخار اشباع تبدیل می شود. انرژی مورد نیاز بوسیله یک پمپ گرمایی بادمای کمینه  $10^{\circ}C$  تأمین می شود. قدرت مورد نیاز ورودی به پمپ حرارتی را بیابید.

حل:

از جدول B.3.1 داریم:

$$P_{sat}(95^{\circ}C) = 3056.9kPa, \quad h_f = 140.23kJ/kg, \quad h_{fg} = 71.71kJ/kg$$

$$h_g = 211.94kJ/kg$$

$$\Rightarrow h_i = h_f + xh_{fg} = 147.4kJ/kg, \quad h_e = h_g = 211.94kJ/kg$$

$$\text{1st law For H.E.: } h_i + q = h_e \Rightarrow q = h_e - h_i = 64.539kJ/kg$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_H = \dot{m}q = 129.08kW$$

قانون دوم ترمودینامیک / ۲۰۷

$$\beta = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_L} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{273.1 - 95}{95 - 10} = 4.33$$

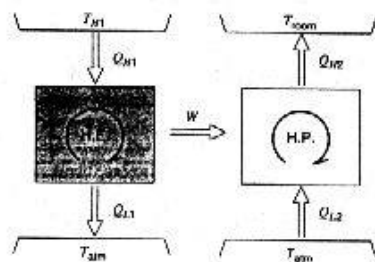
بافرض پمپ گرمایی ایده ال :

$$\Rightarrow W = \frac{\dot{Q}_H}{\beta} = 29.803 kW \approx 30 kW$$

درحالت ایده ال  $30 kW$  توان ورودی به پمپ گرمایی موردنیاز است پس فرض  $75 kW$  توان درحالت پمپ گرمایی واقعی فرض مناسبی برای طراحی به نظر می رسد.

۷-۴۲ کوره نشان داده شده در شکل ۷-۴۲ PV می تواند  $\dot{Q}_{H1}$  رادر دمای  $T_{H1}$  فراهم کند و بهتر است که این حرارت برای به کار انداختن یک موتور گرمایی که حرارت رادر  $T_{atm}$  دفع می کند بکار برده شود تا اینکه مستقیماً صرف گرم کردن اتاق شود. موتور گرمایی یک پمپ حرارتی رابه کار می اندازد که  $\dot{Q}_{H2}$  رادر دمای  $T_{room}$  با استفاده از اتمسفر به عنوان منبع سرد تأمین می کند. نسبت  $\dot{Q}_{H2} / \dot{Q}_{H1}$  رابه صورت تابعی از دماها بیابید. آیا این مجموعه بهتر از گرم کردن مستقیم اتاق بوسیله کوره است ؟

حل:



$$\eta_{H.E.} = \frac{\dot{Q}_H}{W_{net}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{Q}_{H1}}{W} = 1 - \frac{T_{atm}}{T_{H1}}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{H1} = W \left( \frac{T_{H1} - T_{atm}}{T_{H1}} \right)$$

$$\beta_{H.P.} = \frac{\dot{Q}_H}{W_{in}} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \Rightarrow \frac{\dot{Q}_{H2}}{W} = \frac{T_{room}}{T_{room} - T_{atm}} \Rightarrow \dot{Q}_{H2} = W \left( \frac{T_{room}}{T_{room} - T_{atm}} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{Q}_{H2}}{\dot{Q}_{H1}} = \frac{\left( \frac{T_{room}}{T_{room} - T_{atm}} \right)}{\left( \frac{T_{H1} - T_{atm}}{T_{H1}} \right)} = \frac{T_{room} \times T_{H1}}{(T_{room} - T_{atm})(T_{H1} - T_{atm})}$$

$$\frac{\dot{Q}_{H2}}{\dot{Q}_{H1}} = \frac{T_{room} T_{H1}}{(T_{room} T_{H1} - T_{room} T_{atm} - T_{atm} T_{H1} + T_{atm}^2)}$$

۲۰۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$= \frac{T_{room} T_{H1}}{T_{room} T_{H1} + T_{atm} (T_{atm} - T_{H1} - T_{room})}$$

$$\frac{T_{room}}{T_{H1}} > \frac{T_{atm}}{T_{atm}} \Rightarrow T_{atm} - T_{H1} - T_{room} < 0 \Rightarrow \frac{Q_{H2}}{Q_{H1}} > 1 \Rightarrow Q_{H2} > Q_{H1}$$

$Q_{H1}$  بیشتر از مقدار گرمایی است که اگر کوره بطور مستقیم اتاق را گرم می کرد بین هوای اتاق و کوره مبادله می شد. (به علت بازگشت ناپذیری انتقال حرارت در حالتی که انتقال حرارت توسط اختلاف دمای زیاد انجام می شود) و چون  $Q_{H2}$  از  $Q_{H1}$  بزرگتر است به این نتیجه می رسیم که این دستگاه برای گرم کردن اتاق مناسب تر است.

۴۳-۷ یک موتور حرارتی دارای یک جمع کننده (Collector) خورشیدی است که مقدار حرارت را جذب و آنرا به یک سیال واسطه که تا  $450K$  گرم شده است پس می دهد. انرژی جذب شده به یک موتور حرارتی که حرارت را در  $40^\circ C$  از خود دفع می کند انتقال می یابد. اگر توان تولیدی موتور حرارتی  $2.5kW$  باشد، کمترین اندازه سطح لازم برای جمع کننده خورشیدی چقدر است؟

حل:

حداقل سطح لازم را برای حالتی که موتور حرارتی طی سیکل کارنو کار می کند، بدست می آوریم.

$$T_H = 450K, T_L = 40^\circ C = 313.15K, W = 2.5kW, \dot{Q}_H = 0.24kW, A = ?$$

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{W}{\dot{Q}_H} \Rightarrow \dot{Q}_H = 8.22 = 0.24 \Rightarrow A = 41m^2$$

[ در عمل وقتی که با سیکل کارنو سروکار نداریم .

$$W = \eta \dot{Q}_H = Cte \Rightarrow \dot{Q}_H \text{ کارنو} = \eta \text{ واقعی} \cdot \dot{Q}_H \text{ واقعی} \Rightarrow \dot{Q}_{H1} \text{ واقعی} = \frac{\eta \text{ کارنو}}{\eta \text{ واقعی}} \dot{Q}_H \text{ کارنو}$$

$$\Rightarrow A \text{ واقعی} = \frac{\eta \text{ کارنو}}{\eta \text{ واقعی}} \cdot A$$

یعنی در عمل وقتی که  $\eta$  به  $1/2$  یا  $1/3$  کارنو می رسد سطح 2 یا 3 برابر می شود]

۴۴-۷ در یک آزمایش زمائیک باید یک مخزن را در دمای  $125^\circ C$  ثابت نگه دارید. این مخزن

توسط انتقال حرارت  $100W$  گرما دریافت می کند. کوچکترین موتوری که شما برای یک

پمپ حرارتی که گرما را از مخزن بگیرد و به اتاق در  $20^\circ C$  دفع کند نیاز دارید، چیست؟

حل: می دانیم که ضریب کارکرد برای پمپ حرارتی بازگشت پذیر بیشتر از تمام پمپ های حرارتی

بازگشت ناپذیر است. بنابراین برای اینکه بتوانیم از کوچکترین موتور برای بکار انداختن پمپ

قانون دوم ترمودینامیک / ۲۰۹

حرارتی استفاده کنیم باید از پمپ حرارتی بازگشت پذیر در بین دو منبع استفاده کنیم. کمترین مقدار توان خالصی که موتور برای گرفتن گرمای  $100W$  باید پمپ حرارتی بدهد را می توان چنین محاسبه کرد.

$$\beta = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{in}} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \Rightarrow \dot{W}_{in} = \dot{Q}_L \left( \frac{T_H}{T_L} - 1 \right) = 97.9 kW$$

۷-۴۵ میزان  $60 kg/h$  آب از میان یک مبادله کن گرمایی (H.E.) عبور می کند، حالت ورودی مایع اشباع در  $200 kPa$  و حالت خروجی بخار اشباع است. گرمای مورد نیاز از یک پمپ گرمایی کارنو که با منبع دما پایین  $16^\circ C$  کار می کند تامین می شود. آهنگ کار به پمپ گرمایی را بیابید.

حل:

(تمام اعداد مورد نیاز از جدول B.1.2 تهیه شده اند)

$$P = 200 kPa \Rightarrow T_{sat} = 120.23^\circ C, \quad h_f = 504.68 kJ/kg, \quad h_g = 2706.63 kJ/kg$$

$$h_{fg} = 2201.96 kJ/kg$$

$$1st \text{ law for H.E.: } h_i + q = h_e \Rightarrow q = h_e - h_i = h_g - h_f = h_{fg} = 2201.96 kJ/kg$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_H = \dot{m}q = 132.11 MJ/h = 36.698 kW$$

$$\beta = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_L} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = 3.7742 \Rightarrow \dot{W} = \frac{\dot{Q}_H}{\beta} = 9.72 kW$$

۷-۴۶ یک جعبه صلب به حجم  $1 m^3$  حاوی هوادر  $300 K$ ،  $200 kPa$  می باشد. این جعبه توسط انتقال حرارت بوسیله پمپ حرارتی بازگشت پذیر تا  $600 K$  گرم می شود. بطوری که پمپ حرارتی علاوه بر کار ورودی، انرژی را از محیط در  $300 K$  دریافت می کند. با استفاده از حرارت مخصوص در  $300 K$  و با در نظر گرفتن اینکه ضریب عملکرد تغییر می کند رابطه  $\delta Q = m_{air} C_v dT$  را نوشته و  $\delta W$  را بیابید. با انتگرال گیری از  $\delta W$  نسبت به درجه حرارت کار مورد لزوم برای پمپ حرارتی را بیابید.

حل:

$$T_1 = 300 K, \quad P_1 = 200 kPa, \quad V = 1 m^3 \Rightarrow P_1 V = m R T_1 \Rightarrow m = 2.323 kg \quad (air)$$

$$T_2 = 600 K, \quad \delta Q_H = m C_v dT_{air}$$

$$T_H: 300 \rightarrow 600, \quad T_L = 300 L, \quad C_v = 0.717$$

با پمپ حرارتی برگشت پذیر سروکار داریم پس از  $\beta$  استفاده می کنیم.

$$\beta = \frac{T}{T - 300} = \frac{\delta Q_H}{\delta W}$$

۲۱۰ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow \frac{T}{T-300} = \frac{mC_v dT_H}{\delta W} \Rightarrow \delta W = mC_v dT \left(1 - \frac{300}{T}\right)$$

$$\Rightarrow W = mC_v (T - 300 \ln T) \Big|_{T_1}^{T_2} = mC_v (T_2 - T_1 - 300 \ln \frac{T_2}{T_1}) = 153 \text{ kJ}$$

[بدون استفاده از پمپ حرارتی برای رساندن مخزن از حالت 1 به حالت 2 مقدار حرارت

$$Q_H = mC_v (T_2 - T_1) = 500 \text{ kJ} \text{ لازم داشتیم}]$$

۷-۴۷ مخزن گرمایی بستر سنگی در مساله ۷-۲۲ را در نظر بگیرید. با استفاده از گرمای ویژه

می توانید  $\delta Q_H$  را بر حسب  $dT_{rock}$  بنویسید و عبارتی برای  $\delta W$  خروجی از موتور حرارتی

بیابید. از این عبارت بر حسب دما انتگرال بگیرید و کار کل خروجی موتور حرارتی را بیابید.

حل: اگر بستر سنگی را سیستم در نظر بگیریم:

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$\delta Q_H = -mdu = -\rho V C_p dT_{rock} \quad \text{به ازای } Q_{1-2} = \delta Q_H \text{ داریم:}$$

$$\frac{W_{net}}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow \delta W_{net} = \delta Q_H \left(1 - \frac{T_0}{T_{rock}}\right) = -\rho V C_p \left(1 - \frac{T_0}{T_{rock}}\right) dT_{rock}$$

$$\Rightarrow W_{net} = \int_1^2 \delta W_{net} = - \int_{T_{1rock}}^{T_0} \rho V C_p \left(1 - \frac{T_0}{T_{rock}}\right) dT_{rock}$$

$$W_{net} = -\rho V C_p \left[ T_{rock} - T_0 \ln T_{rock} \right]_{T_{1rock}}^{T_0}$$

$$W_{net} = -\rho V C_p \left[ T_0 - T_{1rock} - T_0 \ln \frac{T_0}{T_{1rock}} \right]$$

$$W_{net} = -2750 \times 0.89 (290 - 400 - 290 \ln \frac{290}{400}) = 81945.97 \text{ kJ}$$

۷-۴۸ یک موتور گرمایی کارنو، مطابق شکل ۷-۴۸، انرژی مورد نیاز خود را از یک منبع دردمای

$T_{res}$  بوسیله یک مبادله کن گرمایی (H.E.) دریافت می کند. در این مبادله کن میزان گرمای

مبادله شده متناسب با اختلاف دماست ( $\dot{Q}_H = K(T_{res} - T_H)$ ). این سیکل گرما را دردمای

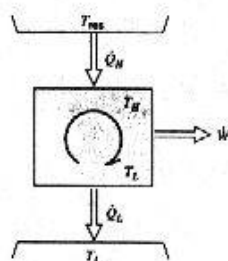
پایین و معلوم  $T_L$  دفع می کند. برای طراحی موتور گرمایی که بیشترین کار خروجی را داشته

باشد. نشان دهید که  $T_H$  از رابطه  $(T_{res} T_L)^{1/2}$  پیروی می کند.

حل:

$$\eta_{Carnot} = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow W = \eta_{Carnot} Q_H$$

برای سیکل کارنو داریم:



$$\Rightarrow \dot{W} = \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) [K(T_{res} - T_H)]$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \dot{W}}{K \partial T_H} = \frac{T_L}{T_H^2} (T_{res} - T_H) - \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right) = \frac{T_L T_{res}}{T_H^2} - \frac{T_L}{T_H} - 1 + \frac{T_L}{T_H}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \dot{W}}{K \partial T_H} = \frac{T_L T_{res}}{T_H^2} - 1$$

$$\frac{\partial \dot{W}}{\partial T_H} = 0 \quad \text{شرط ماکزیمم بودن } \dot{W} \text{ اینست که}$$

$$\Rightarrow \frac{T_L T_{res}}{T_H^2} - 1 = 0 \Rightarrow T_H = \sqrt{(T_L T_{res})}$$

۷-۴۹ یک مخزن به حجم  $10 \text{ m}^3$  محتوی هوا در  $500 \text{ kPa}$ ،  $600 \text{ K}$  به عنوان منبع دما بالای یک موتور کارنو که حرارت را در دمای  $300 \text{ K}$  دفع می کند، عمل می کند. اختلاف درجه حرارت لازم بین مخزن هوا و درجه حرارت بالای سیکل کارنو برای انتقال حرارت  $25^\circ \text{C}$  می باشد. موتور حرارتی تازمانیکه دمای هوا به  $400 \text{ K}$  افت کند، کار می کند. با فرض ظرفیت حرارت مخصوص ثابت برای هوا، مقدار کار تولید شده توسط موتور حرارتی را تعیین کنید.

حل:

$$\text{مخزن: } P_1 = 500 \text{ kPa}, T_1 = 600 \text{ K}, V = 10 \text{ m}^3, T_H = T - 25$$

$$m = \frac{PV}{RT} = 29.04 \text{ kg} \quad T: 600 \text{ K} \rightarrow 400 \text{ K}$$

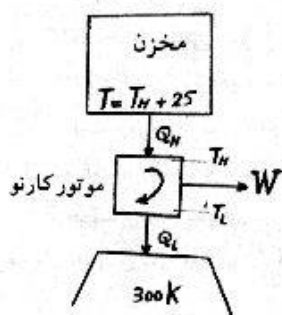
$$\delta Q_H = -m_{air} du = -m_{air} C_v dT_{air}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{\delta W}{\delta Q_H}$$

$$\Rightarrow \delta W = -m_{air} C_v \left(1 - \frac{300}{T - 25}\right) dT$$

موتور کارنو مزبور از لحاظ داخلی برگشت پذیر و از لحاظ خارجی برگشت نا پذیر است.

$$\Rightarrow W = -m_{air} C_v (T - 300 \ln(T - 25)) \Big|_{T_1}^{T_2} = -m_{air} C_v (T_2 - T_1 - 300 \ln \frac{T_2 - 25}{T_1 - 25})$$



۲۱۲ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow W = 1494.3 \text{ kJ}$$

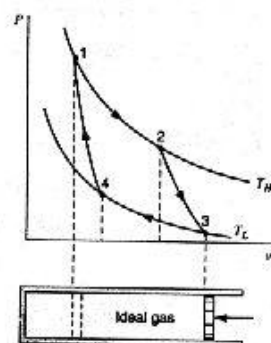
۷-۵۰ یک موتور حرارتی با چرخه کارنو که در فضای بیرون جو کار می کند را در نظر بگیرید. گرما می تواند فقط از طریق تشعشع از موتور دفع شود. که این متناسب است با سطح تشعشع و توان چهارم دمای مطلق،  $Q_{rad} \sim KAT^4$ . نشان دهید که برای یک کار خروجی  $T_H$  مشخص سطح تشعشع وقتی مینیمم است که  $\frac{T_L}{T_H} = f$  باشد.

حل:

$$Q_L = KAT_L^4 \Rightarrow \eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_H} = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_L + \dot{W}} = \frac{\dot{W}}{KAT_L^4 + \dot{W}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow \frac{\dot{W}}{KAT_L^4 + \dot{W}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow \frac{KA}{\dot{W}} = \left( \frac{T_H}{T_H - T_L} - 1 \right) / T_L^4$$

$$\Rightarrow \frac{KA}{\dot{W}} = \frac{1}{T_H T_L^3 - T_L^4} \Rightarrow \frac{K}{\dot{W}} \frac{dA}{dT_L} = \frac{4T_L^3 - 3T_H T_L^2}{(T_H T_L^3 - T_L^4)^2} = 0 \Rightarrow \frac{T_L}{T_H} = \frac{3}{4}$$



۷-۵۱ هوا در سیلندر/پیستونی، سیکل کارنو

را مطابق دیاگرام  $P-v$  نشان داده شده

در شکل ۷-۲۴، طی می کند. دماهای بالا

و پایین به ترتیب  $600\text{K}$ ،  $300\text{K}$  می باشند.

گرما منتقل شده در منبع دما بالا  $250$

$\text{kJ/kg}$  و پایین ترین فشار در سیکل

$75\text{kPa}$  می باشد. با فرض گرماهای ویژه

ثابت و برابر با گرماهای ویژه در  $300\text{K}$

مقادیر حجم ویژه و فشار را در چهار

حالت سیکل بیابید.

از جدول ثابتهای گاز ایده ال (A.5) داریم:

$$C_{vo,air} = 0.717 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, \quad R_{air} = 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\delta q = C_{vo} dT + P dv = C_{vo} dT + \frac{RT}{v} dv \quad \text{قانون اول به شکل دیفرانسیلی برای گاز ایده ال:}$$

$$3) P_3 v_3 = RT_3 \Rightarrow v_3 = \frac{RT_3}{P_3} = 1.148 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$2 \rightarrow 3) \delta q = 0 \Rightarrow 1st \text{ law: } C_{vo} \frac{dT}{T} = -R \frac{dv}{v}$$

$$\Rightarrow C_{vo} \ln \frac{T_3}{T_2} = R \ln \frac{v_2}{v_3} \Rightarrow v_2 = v_3 \left( \frac{T_3}{T_2} \right)^{\frac{C_{vo}}{R}} = 0.203185 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{RT_2}{v_2} = 847.504 \text{ kPa}$$

$$1 \rightarrow 2) T_H = Cte \Rightarrow dT = 0 \Rightarrow 1st \text{ law: } \frac{\delta q}{T_H} = R \frac{dv}{v} \Rightarrow \frac{q}{RT_H} = \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\Rightarrow v_1 = v_2 e^{-\frac{q}{RT_H}} = 0.0475754 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{RT_1}{v_1} = 3619.52 \text{ kPa}$$

$$4 \rightarrow 1) \delta q = 0 \Rightarrow 1st \text{ law: } C_{vo} \frac{dT}{T} = -R \frac{dv}{v}$$

$$\Rightarrow C_{vo} \ln \frac{T_4}{T_1} = R \ln \frac{v_1}{v_4} \Rightarrow v_4 = v_1 \left( \frac{T_1}{T_4} \right)^{\frac{C_{vo}}{R}}$$

$$\Rightarrow v_4 = 0.268802 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow P_4 = \frac{RT_4}{v_4} = 320.31 \text{ kPa}$$

۷-۵۲ گاز هیدروژن به عنوان سیال واسطه در سیکل کارنویی با کارایی ۶۰٪ و درجه حرارت پایین ۳۰۰K استفاده می شود. در حین دفع حرارت فشار از ۹۰kPa به ۱۲۰kPa تغییر می کند. انتقال حرارت در درجه حرارت بالا و پایین و کار خالص سیکل به ازای واحد جرم هیدروژن را حساب کنید.

حل:

$$\eta = 60\%, T_L = 300K, T_H = ?$$

$$P_3 = 90 \text{ kPa}, P_4 = 120 \text{ kPa}, R_{H_2} = 4.1243 \text{ kJ/kgK}$$

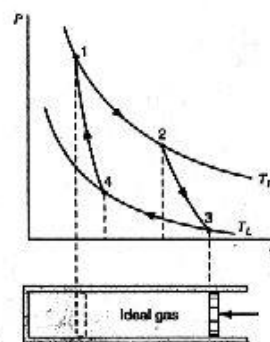
$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 0.6 \Rightarrow T_H = 750K$$

$$q_L = RT_L \ln \frac{v_3}{v_4}$$

$$pv = RT \Rightarrow \frac{v_3}{v_4} = \frac{P_4}{P_3}$$

$$\Rightarrow q_L = RT_L \ln \frac{P_4}{P_3} = 356 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta = 1 - \frac{q_L}{q_H} = 0.6 \Rightarrow q_H = 890 \text{ kJ/kg} \quad w = q_H - q_L = 534 \text{ kJ/kg}$$









## انتروپی

۸-۱ ماشین بخار سؤال ۷-۹ و موتور حرارتی سؤال ۷-۱۷ را در نظر بگیرید. آیا این سیکلها در نامساوی کلاسیوس صدق می کنند.

حل:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad \text{نامساوی کلاسیوس}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} = \frac{1000}{273.1+700} - \frac{580}{273.1+40} = -0.82 < 0 \Rightarrow \text{۷-۹ صدق می کند}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{325}{1000} - \frac{125}{400} = 0.0125 > 0 \Rightarrow \text{۷-۱۷ صدق نمی کند}$$

۸-۲ خاصیت مجهول را پیدا نموده وفاز ماده را مشخص نمایید.

حل:

$$s = 7.70 \text{ kJ/kgK}, \quad P = 25 \text{ kPa}, \quad h = ? \quad T = ? \quad x = ? \quad \text{الف) } H_2O$$

$$P = 25 \text{ kPa} \Rightarrow \begin{cases} s_f = 0.8930 \\ s_g = 7.8313 \end{cases} \quad s_f < s < s_g \Rightarrow \begin{cases} T = 64.97^\circ \text{C} \\ x = \frac{s - s_f}{s_{fg}} = 0.98 \end{cases}$$

$$h = h_f + x h_{fg} = 2573.79$$

$$u = 3400 \text{ kJ/kg}, \quad P = 10 \text{ MPa} \quad T = ? \quad x = ? \quad s = ? \quad \text{ب) } H_2O$$

۲۱۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$u_g)_{10MPa} = 2544.41 < u \Rightarrow$$

در حالت فراگرم قرار داریم.

$$10 \text{ MPa}$$

$u$	$T$	$s$
3338.22	650	7.0397
3400	$T=?$	$s=?$
3434.72	700	7.1687

$$\Rightarrow \begin{cases} T=682^\circ\text{C} \\ s=7.1223 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

$$T=0^\circ\text{C}, \quad P=250 \text{ kPa} \quad s=? \quad x=? \quad \text{پ (R-12)}$$

$$P < P_{sat}(0^\circ\text{C}) = 308.6 \text{ kPa} \Rightarrow$$

در حالت فراگرم قرار داریم.

$$0^\circ\text{C}$$

$P$	$s$
200	0.7325
250	$s=?$
300	0.6989

$$\Rightarrow s=0.7157 \text{ kJ/kgK}$$

$$T=-10^\circ\text{C}, \quad x=0.45 \quad v=? \quad s=? \quad \text{ت (R-134a)}$$

$$v=v_f+xv_{fg}=0.04506 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad s=s_f+xs_{fg}=1.3022 \text{ kJ/kgK}$$

$$T=20^\circ\text{C}, \quad s=5.50 \text{ kJ/kgK} \quad u=? \quad x=? \quad \text{ث (NH}_3\text{)}$$

$$s > s_g(20^\circ\text{C}) = 5.0860 \text{ kJ/kgK} \Rightarrow$$

در حالت فراگرم داریم.

$$20^\circ\text{C}$$

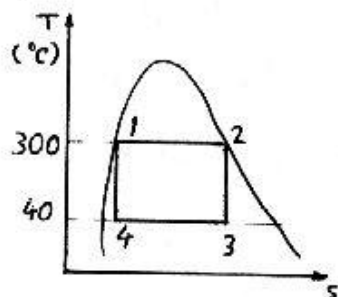
$s$	$u=h-pv$
5.5525	1359.1
5.50	$u=?$
5.4244	1353.55

$$\Rightarrow u=1356.8 \text{ kJ/kg}$$

۳-۸ یک موتور گرمایی را در نظر بگیرید که در سیکل کارنو عمل کرده و سیال عامل آن آب باشد. انتقال حرارت به آب در  $300^\circ\text{C}$  و هنگام تبدیل شدن مایع اشباع به بخار اشباع انجام می شود. دفع حرارت از آب در  $40^\circ\text{C}$  صورت می گیرد. سیکل را بر روی نمودار  $T-s$  نشان داده و کیفیت آب در ابتدا و انتهای فرایند دفع حرارت را بیابید. کار خالص خروجی بر واحد جرم

آب و بازده گرمایی را پیدا کنید.

حل:



(تمام اعداد مورد نیاز از جدول آب استخراج شده است)

$$s_1 = s_f)_{300^\circ\text{C}} = 3.2533 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_2 = s_g)_{300^\circ\text{C}} = 5.7044 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_3 = s_2, T_3 = 40^\circ\text{C} \Rightarrow x_3 = \frac{s_3 - s_f}{s_{fg}} = 66.78\%$$

$$s_4 = s_1, T_4 = 40^\circ\text{C} \Rightarrow x_4 = \frac{s_4 - s_f}{s_{fg}} = 34.89\%$$

$$\begin{cases} q_H = \int_1^2 T ds = T \Delta s = 1404.8 \text{ kJ/kg} \\ q_L = \left| \int_3^4 T ds \right| = |T \Delta s| = 767.56 \text{ kJ/kg} \end{cases} \Rightarrow w_{net} = q_H - q_L = 637.24 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{q_H}{w_{net}} = 45\%$$

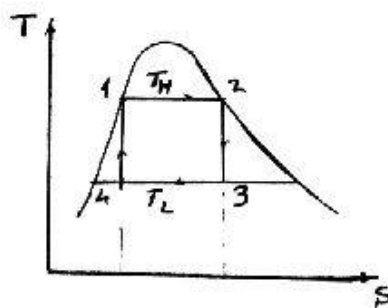
۴-۸ آب به عنوان سیال واسطه در یک موتور کارنو با درجه حرارت بالای  $250^\circ\text{C}$  قرار دارد. با افزودن  $Q_H$  آب از حالت مایع اشباع به حالت بخار اشباع می رسد. فشار در دمای پایینی،  $100 \text{ kPa}$  است. دمای  $T_L$ ، کارایی حرارتی سیکل، حرارت اضافه شده به ازای هر کیلوگرم و انتروپی  $s$  در شروع فرایند دفع حرارت را پیدا کنید.

حل:

برای اینکه جذب و دفع حرارت در چرخه کارنو بصورت بازگشت پذیر انجام گیرد باید اختلاف دمای بسیار کوچکی بین منبع و آب که به عنوان سیال عامل در اینجا استفاده شده وجود داشته باشد. این اختلاف جزئی را در تعیین مقادیر خواص ترمودینامیکی ناچیز می گیریم برای اینکه فرایند جذب یا دفع حرارت بصورت دما ثابت انجام گیرد آب باید در ناحیه دوفاز قرار داشته باشد بنابراین داریم:

$$T_L = T_{sat} |_{100 \text{ kPa}} = 99.62^\circ\text{C} = 372.77 \text{ K}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{372.77}{273.1 + 250} = 0.2875 \rightarrow \eta = 28.75\%$$



$$q_H = (h_g - h_f)_{250^\circ\text{C}} = 2801.52 - 1085.34$$

$$= 1716.18 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta = \frac{q_H - q_L}{q_H} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{q_L}{q_H}$$

$$\Rightarrow q_L = q_H (1 - \eta) = 1222.86 \text{ kJ/kg}$$

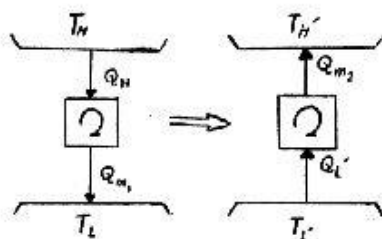
$$s_4 = s_1 = s_f)_{250^\circ\text{C}} = 6.0729 \text{ kJ/kgK}$$

۵-۸ از آب به عنوان سیال واسطه در یک موتور حرارتی که در سیکل کارنو کار می کند استفاده شده است. سیال مذکور در اثر انتقال حرارت در درجه حرارت  $200^\circ\text{C}$  از حالت مایع اشباع به حالت بخار اشباع می رسد. دفع حرارت در دمای ثابت و فشار ثابت  $20 \text{ kPa}$  انجام می پذیرد. کار تولید شده توسط موتور برای به کار انداختن یک یخچال سیکل کارنو که بین  $15^\circ\text{C}$  و  $20^\circ\text{C}$  کار می کند، مصرف می شود. مقدار حرارت اضافه شده به هر کیلوگرم آب را بیابید. ضمناً چه مقدار حرارت در موتور حرارتی باید به آب داده شود تا یخچال بتواند مقدار  $1 \text{ kJ}$  حرارت را از فضای سرد انتقال دهد؟

حل:

فرایند انتقال حرارت برگشت پذیر

است



$$\begin{cases} T_H = 200^\circ\text{C}, q = \int T ds \\ T_L = T_{sat})_{20 \text{ kPa}} = 60.06^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$q_H = \int_1^2 T ds = T_H (s_g - s_f)$$

$$= T_H s_{fg} = 1940.58 \text{ kJ/kg}$$

$$q_H = h_2 - h_1 = h_g - h_f = h_{fg} = 1940.75$$

[قانون اول نیز به همین نتیجه می رسد.]

$$Q_L = 1 \text{ kJ} \quad \beta = \frac{Q_L}{W} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \Rightarrow W = Q_L \left( \frac{T_H - T_L}{T_L} \right) = 0.1356 \text{ kJ}$$

برای موتور حرارتی داریم:

$$W = \eta Q_H = \left[ 1 - \frac{T_L}{T_H} \right] Q_H \Rightarrow Q_H = \frac{T_H}{T_H - T_L} \cdot W = 0.46 \text{ kJ}$$

۸-۶ یک پمپ حرارتی سیکل کارنو را با سیال عامل R-22 در نظر بگیرید. دفع حرارت از R-22 در  $40^\circ\text{C}$  انجام می شود، در این مرحله R-22 از بخار اشباع به مایع اشباع تبدیل می گردد. انتقال گرما به R-22 در  $0^\circ\text{C}$  صورت می پذیرد.

الف) سیکل را روی نمودار T-s نشان دهید.

ب) کیفیت R-22 را در ابتدا و انتهای فرایند افزودن حرارت در  $0^\circ\text{C}$  بیابید.

ج) ضریب عملکرد سیکل را پیدا کنید.

حل:

(تمام اعداد مورد نیاز از جدول R-22 استخراج شده است.)

$$T = 40^\circ\text{C} \Rightarrow s_f = 0.3417 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_g = 0.8746 \text{ kJ/kgK}$$

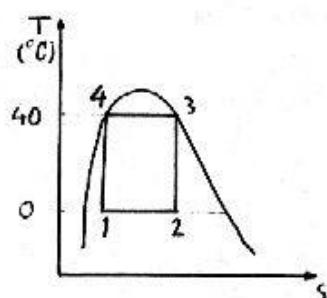
$$T = 0^\circ\text{C} \Rightarrow s_f = 0.1751 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_{fg} = 0.7518 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{s_f|_{40^\circ\text{C}} - s_f|_{0^\circ\text{C}}}{s_{fg}|_{0^\circ\text{C}}} = 22.16\%$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{s_g|_{40^\circ\text{C}} - s_f|_{0^\circ\text{C}}}{s_{fg}|_{0^\circ\text{C}}} = 93.04\%$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = 7.829$$



۸-۷ مساله ۸-۶ را برای R-134a به جای R-22 حل کنید.

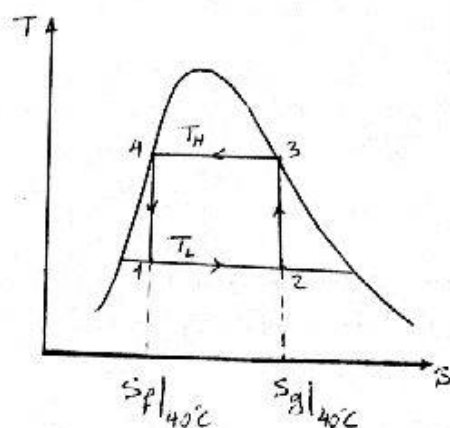
حل:

چون جذب و دفع حرارت باید در دمای ثابت انجام بگیرد باید هر دو فرایند در حالت دو فاز باشند.

$$T_H = 40 + 273.1 = 313.1 \text{ K}, T_L = 0^\circ\text{C} = 273.1 \text{ K}$$

$$s_1 = s_4 = s_f|_{40^\circ\text{C}} = 1.1909 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_2 = s_3 = s_g|_{40^\circ\text{C}} = 1.7123 \text{ kJ/kgK}$$



۲۲۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$T_1 = T_2 = T_L = 0^\circ\text{C} \rightarrow \begin{cases} s_f = 1 \text{ kJ/kgK} \\ s_{fg} = 0.7262 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{s_1 - s_f}{s_{fg}} = \frac{1.1909 - 1}{0.7262} = 0.26 \rightarrow x_1 = 26\%$$

$$x_2 = \frac{s_2 - s_f}{s_{fg}} = \frac{1.7123 - 1}{0.7262} = 0.98 \rightarrow x_2 = 98\%$$

$$q_H = T_H(s_4 - s_3) = 313.1 \times (1.1909 - 1.7123) = -163.25 \text{ kJ/kg}$$

$$q_L = T_L(s_2 - s_1) = 273.1 \times (1.7123 - 1.1909) = 142.39 \text{ kJ/kg}$$

$$\beta = \left| \frac{q_H}{w_{in}} \right| = \frac{|q_H|}{|q_H| - |q_L|} = \frac{163.25}{163.25 - 142.39} = 7.8$$

می توانستیم از فرمول  $\beta = \frac{T_H}{T_H - T_L}$  برای محاسبه ضریب کارکرد پمپ حرارتی استفاده کنیم ولی

در اینجا برای آشنائی با روش تعیین  $q_H$ ،  $q_L$  از فرمول  $\beta = \left| \frac{q_H}{w_{in}} \right|$  استفاده شده است.

✓ ۸-۸ آب در درون یک سیلندر پیستون از  $200 \text{ kPa}$ ،  $x=1.0$ ، طی یک فرایند بازگشت پذیر تا  $1 \text{ MPa}$  و  $250^\circ\text{C}$  متراکم می شود. علامت کار وانتقال حرارت را بیابید.

حل:

$$P_1 = 200 \text{ kPa}, x = 1.0 \Rightarrow s_1 = s_g = 7.1271, v_1 - v_g = 0.88573 \quad (1)$$

$$P_2 = 1 \text{ MPa}, T_2 = 250^\circ\text{C} \Rightarrow s_2 = 6.9246, v_2 = 0.23368 \quad (2)$$

$$1 \rightarrow 2: w_{12} = \int_1^2 P dv < \int_1^2 P_g dv = P_2 \Delta v < 0 \quad (\Delta v < 0)$$

$$1 \rightarrow 2: q_{12} = \int_1^2 T ds < \int_1^2 T_g ds = T_2 \Delta s < 0 \quad (\Delta s < 0)$$

۸-۹ یک کیلوگرم آمونیاک در سیلندر / پیستونی در  $50^\circ\text{C}$ ،  $10000 \text{ kPa}$  قرار داشته و در یک فرایند تک دما و بازگشت پذیر تا  $100 \text{ kPa}$  انبساط می یابد. کار وانتقال حرارت را برای این فرایند بیابید.

حل:

(تمام اعداد مورد نیاز از جداول آمونیاک استخراج شده است)

$$T=50^{\circ}\text{C}, P=1000\text{kPa} \Rightarrow s=5.2654, v=0.14499, h=1536.3\text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow u=1391.3\text{ kJ/kg}$$

$$T=50^{\circ}\text{C}, P=100\text{kPa} \Rightarrow s=6.4943, v=1.56577, h=1581.2\text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow u=1424.6\text{ kJ/kg} \Rightarrow \Delta U - m\Delta u = 33.3\text{ kJ}$$

$$\text{2nd law: } ds = \frac{\delta q_{rev}}{T} \Rightarrow q_{rev} = \int T ds = T\Delta s = 397.12\text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow Q_{rev} = m q_{rev} = 397.12\text{ kJ}$$

$$\text{1st law: } W = Q - \Delta U = 363.82\text{ kJ}$$

✓ ۱-۸ یک کیلوگرم آمونیاک در یک سیلندر پیستون از  $50^{\circ}\text{C}$ ,  $1000\text{kPa}$  طی یک فرایند بازگشت پذیر فشار ثابت تارسیدن به  $140^{\circ}\text{C}$  منبسط می شود. کار و انتقال گرما را طی این فرایند بیابید.

حل:

$$\begin{aligned} & v_1 = 0.14499\text{ m}^3/\text{kg} \\ & \left\{ \begin{array}{l} 50^{\circ}\text{C} \\ 1000\text{kPa} \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{array}{l} h_1 = 1536.3\text{ kJ/kg} \\ s_1 = 5.2654\text{ kJ/kgK} \end{array} \rightarrow \text{حالت 1} \\ & \rightarrow u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 1536.3 - 1000 \times 0.14499 = 1391.31\text{ kJ/kg} \\ & v_2 = 0.19545\text{ m}^3/\text{kg} \\ & \left\{ \begin{array}{l} 140^{\circ}\text{C} \\ 1000\text{kPa} \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{array}{l} h_2 = 1762.2\text{ kJ/kg} \\ s_2 = 5.8834\text{ kJ/kgK} \end{array} \rightarrow \text{حالت 2} \\ & \rightarrow u_2 = h_2 - p_2 v_2 = 1762.2 - 1000 \times 0.19545 = 1566.75\text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$W_{1-2} = m \times w_{1-2} = 1 \times \int_1^2 P dv = 1 \times 1000 \times (0.19545 - 0.14499) = 50.46\text{ kJ}$$

اگر آمونیاک داخل سیلندر- پیستون را سیستم فرض کنیم با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{1-2} = 50.46 + 1 \times (1566.75 - 1391.31) = 225.9\text{ kJ}$$



۲۲۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

۱۱-۸ یک کیلوگرم آمونیاک درون یک سیلندر پیستون طی یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر از  $50^{\circ}\text{C}$  ,  $1000\text{kPa}$  تا  $100\text{kPa}$  منبسط می شود. مقدار کار و انتقال حرارت در این فرایند را پیدا کنید.

حل:

$$T_1 = 50^{\circ}\text{C} , P_1 = 1000\text{kPa} \Rightarrow s_1 = 5.2654 , u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 1391.3 \quad (1)$$

فرایند آیزنتروپیک (آدیاباتیک برگشت پذیر):  $s_2 = s_1$

از جدول (B.2.1)

$$1) \left\{ \begin{array}{l} P_2 = 100\text{kPa} \\ s_2 = 5.2654 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$P$	$s_f$	$s_{fg}$	$u_f$	$u_{fg}$
93.2	0.0935	5.7715	21.93	1261.3
100	$s_{2f}=?$	$s_{2fg}=?$	$u_{2f}=?$	$u_{2fg}=?$
119.5	0.1856	5.5922	44.08	1244.8

$$s_{2f} = 0.1173 , s_{2fg} = 5.7251 \Rightarrow x_2 = \frac{s_2 - s_{2f}}{s_{2fg}} = 0.90$$

$$u_{2f} = 27.65 , u_{2fg} = 1257 \Rightarrow u_2 = u_{2f} + x_2 u_{2fg} = 1158.95$$

فرایند آدیاباتیک:  $(q_2 = 0)$

$$q_{12} = u_2 - u_1 + w_{12} \Rightarrow w_{12} = 232.4 \text{ kJ/kg}$$

قانون اول:

$$W_{12} = m_1 w_{12} = 232.4 \text{ kJ}$$

۱۲-۸ سیلندری که با یک پیستون آب بندی شده است حاوی آمونیاک در  $50^{\circ}\text{C}$  , 20% کیفیت

و حجم 1L می باشد. آمونیاک به آرامی منبسط می شود و در طی این فرایند، حرارت به

آمونیاک منتقل می گردد تا دمای آنرا ثابت نگهدارد. فرایند تا زمانی که تمام مایع بخار شود

ادامه می یابد. کار و انتقال حرارت را برای این فرایند بیابید.

حل: (تمام اعداد مورد نیاز از جدول آمونیاک استخراج شده است)

$$T = 50^{\circ}\text{C} \Rightarrow s_f = 1.5121 , s_{fg} = 3.2493 , s_g = 4.7614 \text{ kJ/kgK}$$

$$u_f = 417.87 , u_{fg} = 924.8 , u_g = 1342.7 \text{ kJ/kg}$$

$$v_f = 0.001777 , v_{fg} = 0.06159 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow u_1 = 602.83 \text{ kJ/kg} , s_1 = 2.162 \text{ kJ/kgK} , v_1 = 0.014095 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow m = \frac{V_1}{v_1} = 0.070947 \text{ kg} , \Delta s = 2.5994 \text{ kJ/kgK} , \Delta u = 739.87 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{2nd law: } \frac{\delta q}{T} - ds \Rightarrow q = T\Delta s = 840 \text{ kJ/kg} \Rightarrow Q = mq = 59.596 \text{ kJ}$$

$$\text{1st law: } Q = W + \Delta U = W + m\Delta u \Rightarrow W = 7.1044 \text{ kJ}$$

۱۳-۸ یک سیلندر عایق که توسط یک پیستون آب بندی شده است محتوی  $0.1 \text{ kg}$  آب در  $100^\circ\text{C}$  با کیفیت  $90\%$  است. پیستون حرکت می کند و آب را تا رسیدن به فشار  $1.2 \text{ MPa}$  فشرده می کند. چقدر کار برای این فرایند لازم است؟

حل: فرایند را بصورت شبه تعادلی در نظر می گیریم و چون انتقال حرارتی وجود ندارد فرایند را می توان آیزنتروپیک نیز نامید:

حالت ۱:

$$\left\{ \begin{array}{l} 100^\circ\text{C} \\ 90\% \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_f = 418.91 \text{ kJ/kg} \\ u_{fg} = 2087.58 \text{ kJ/kg} \\ s_f = 1.3068 \text{ kJ/kgK} \\ s_{fg} = 6.0480 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 2297.732 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = s_f + x_1 s_{fg} = 6.75 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s_2 = s_1 = 6.75 \text{ kJ/kgK} \\ P_2 = 1.2 \text{ MPa} \end{array} \right. \rightarrow \text{درون یابی} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \text{حالت ۲:}$$

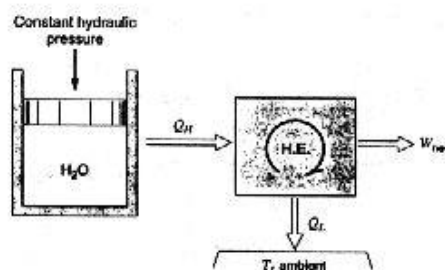
	<u>1200 kPa</u>	
$T = 200^\circ\text{C}$	$u = 2612.74$	$s = 6.5898$
	$u = ?$	$s = 6.75$
$T = 250^\circ\text{C}$	$u = 2704.2$	$s = 6.8293$

$$\Rightarrow u_2 = 2673.917 \text{ kJ/kg}$$

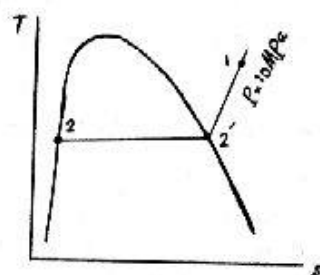
اگر آب داخل سیلندر - پیستون را سیستم در نظر بگیریم:

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) \Rightarrow 0 = W_{1-2} + 0.1 \times (2673.917 - 2297.732) \\ \Rightarrow W_{1-2} = -37.62 \text{ kJ}$$

۱۴-۸ سیلندر پیستون بدون اصطکاک شکل (۱۴-۸)  $P$  محتوی آب است. اعمال فشار هیدرولیکی ثابت بر پشت پیستون سبب می شود تا فشار درون سیلندر  $10 \text{ MPa}$  باشد. ابتدا آب به حجم  $100 \text{ L}$  و در دمای  $700^\circ\text{C}$  قرار دارد. اکنون آب سرد می شود تا به مایع اشباع تبدیل شود. حرارت آزاد شده طی این فرایند ( $Q$ ) به یک موتور حرارتی سیکلی که حرارت را در  $30^\circ\text{C}$  از خود دفع می کند داده می شود. اگر فرایند کلی برگشت پذیر باشد، کار خالص خروجی موتور حرارتی چقدر خواهد بود.



حل:



$$\begin{cases} T_1 = 700^\circ\text{C} \\ P_1 = 10\text{MPa} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 7.1687 \\ v_1 = 0.04358 \\ h_1 = 3870.52 \end{cases} \quad (1)$$

$$V_1 = 100\text{ L} \Rightarrow m = \frac{V_1}{v_1} = 2.295\text{ kg}$$

$$P = 10\text{MPa}, \quad T = 311.06^\circ\text{C}, \quad s = s_f = 3.3595\text{ kJ/kgK} \quad (2)$$

$$P = 10\text{MPa}, \quad T = 311.06^\circ\text{C}, \quad s = s_g = 5.614\text{ kJ/kgK} \quad (2')$$

$$\begin{aligned} 1 \rightarrow 2': P = \text{Cte} \Rightarrow Tds = dh - vdp = dh \Rightarrow q_H)_{1-2'} &= \int_1^{2'} Tds = \int_1^{2'} dh = h_{2'} - h_1 \\ &= -1145.85\text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$2' \rightarrow 2: T = \text{Cte} \Rightarrow q_H)_{2'-2} = \int_{2'}^2 Tds = T_{sat}(s_2 - s_{2'}) = -1317.1\text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow q_H)_{1-2} = q_H)_{1-2'} + q_H)_{2'-2} = -2462.95\text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow Q_H)_{1-2} = m\dot{q}_H)_{1-2} = -5652.47\text{ kJ}$$

مقدار حرارتی که به موتور کارنو داده می شود  $5652.77\text{ kJ}$  خواهد بود (موتور کارنو حرارت را می گیرد)

انتقال حرارت در دمای ثابت انجام نگرفته است بنابراین  $T_{av}$  را به این صورت تعریف می کنیم

$$T_H = T_{av} = \frac{q_H}{\Delta s} = \frac{q_H}{s_1 - s_2} = 646.579 K$$

$$T_L = 30^\circ C = 303.15 K \quad W_{net} = \eta Q_H = \left[ 1 - \frac{T_L}{T_H} \right] Q_H \Rightarrow W_{net} = 3.002 MJ$$

۸-۱۵ یک کیلوگرم آب در  $300^\circ C$  در سیلندری در مقابل یک پیستون تا رسیدن به فشار محیط،  $100 kPa$ ، انبساط می یابد، در این نقطه کیفیت آب ۹۰٪ است. با فرض بی دررو و بازگشت پذیر بودن فرایند، فشار اولیه سیلندر و کار انجام شده به وسیله آب رایباید.

حل: (اعداد مورد نیاز از جدول آب استخراج شده است)

$$2nd \text{ law: } \frac{\delta q}{T} = ds, \delta q = 0 \Rightarrow ds = 0 \Rightarrow s_2 = s_1$$

$$P = 100 kPa \Rightarrow s_f = 1.3025, s_{fg} = 6.0568 \Rightarrow s_2 = 6.7536 (=s_1)$$

$$u_f = 417.33, u_{fg} = 2088.72 \Rightarrow u_2 = u_f + x u_{fg} = 2297.18$$

$$P_1 = 2051.8 kPa, s_1 = 6.7536 \Rightarrow u_1 = 2771.4 kJ/kg \quad B.1.3 \text{ یابی از جدول}$$

$$1st \text{ law: } W = -\Delta u = u_1 - u_2 = 474.22 kJ$$

۸-۱۶ یک سیلندر - پیستون محتوی  $2 kg$  آمونیاک در  $50^\circ C$ ،  $100 kPa$  است که تا  $1000 kPa$  فشرده می شود. این عمل به آرامی انجام می گیرد بطوریکه دما ثابت می ماند. با فرض بازگشت پذیر بودن فرایند کار و انتقال گرما را در طی فرایند بیابید.

حل:

$$\begin{aligned} v_1 &= 1.56577 m^3/kg \\ \left\{ \begin{array}{l} 50^\circ C \\ 100 kPa \end{array} \right. &\rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow h_1 = 1581.2 kJ/kg \rightarrow \text{حالت 1:} \\ s_1 &= 6.4943 kJ/kgK \\ u_1 &= h_1 - p_1 v_1 = 1424.623 kJ/kg \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 0.14499 m^3/kg \\ \left\{ \begin{array}{l} T_2 = T_1 = 50^\circ C \\ P_2 = 1000 kPa \end{array} \right. &\rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow h_2 = 1536.3 kJ/kg \rightarrow \text{حالت 2:} \\ s_2 &= 5.2654 kJ/kgK \\ u_2 &= h_2 - p_2 v_2 = 1391.31 kJ/kg \end{aligned}$$

۲۲۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$Q_{1-2} = m u_{f1-2} = 2 \times \int_1^2 T ds = 2 \times (273.1 + 50) \times (5.2654 - 6.4943) = -794.115 \text{ kJ}$$

آمونیاک را سیستم فرض می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{system: 1st law: } Q_{1-2} - W_{1-2} + m(u_2 - u_1) \\ -794.115 - W_{1-2} + 2 \times (1391.31 - 1424.623) \\ \Rightarrow W_{1-2} = -727.5 \text{ kJ} \end{aligned}$$

علامت منفی به این معنی است که روی سیستم کار انجام می شود.

۸-۱۷ یک سیلندر پیستون عایق محتوی آمونیاک در  $1200 \text{ kPa}$ ،  $60^\circ \text{C}$  می باشد. حال آمونیاک طی فرایند برگشت پذیر منبسط می شود تا درجه حرارت نهایی به  $20^\circ \text{C}$  برسد. در طی فرایند کار انجام شده توسط آمونیاک  $600 \text{ kJ}$  می باشد. حجم اولیه سیلندر چقدر بوده است؟

حل:

$$\begin{cases} P_1 = 1200 \text{ kPa} \\ T_1 = 60^\circ \text{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 5.2357 \\ v_1 = 0.12378 \\ u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 1404.8 \end{cases} \quad (1)$$

قانون دوم: فرایند آیزنتروپیک (آدیاباتیک برگشت پذیر):  $s_1 = s_2$

$$T_2 = 20^\circ \text{C}, \quad s_2 = 5.2357 \quad (2)$$

$$x_2 = \frac{s_2 - s_{2f}}{s_{2fg}} = 0.927, \quad u_2 = u_{2f} + x u_{2fg} = 1211.87$$

حالت: دوفازی

قانون اول: ( $Q_2 = 0$ )

$$Q_2 = m(u_2 - u_1) + W \Rightarrow m(u_1 - u_2) = 600$$

$$\Rightarrow m = 3.11 \text{ kg} \quad V_1 = m v_1 = 0.385 \text{ m}^3$$

۸-۱۸ یک مخزن بسته به حجم  $10 \text{ L}$  حاوی  $5 \text{ kg}$  آب که در ابتدا در دمای  $25^\circ \text{C}$  است، می باشد. این آب تا رسیدن به دمای  $175^\circ \text{C}$  به وسیله یک پمپ گرمایی از محیط  $25^\circ \text{C}$ ، گرما می گیرد. با فرض بازگشت پذیر بودن فرایند، انتقال حرارت به آب و کار ورودی پمپ را بیابید.

$$T_1 = 25^\circ \text{C} \Rightarrow v_f = 0.001003, \quad v_{fg} = 43.3583 \text{ (m}^3/\text{kg)} \quad \text{حل:}$$

$$v_1 = \frac{V}{m} = 0.002 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow x_1 = \frac{v - v_f}{v_{fg}} = 2.29944 \times 10^{-5} \Rightarrow u_1 = 104.913 \text{ kJ/kg}$$

$$T_2 = 175^\circ \text{C}, \quad v_2 = v_1 = 0.002 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow x_2 = 4.07548 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow u_2 = 747.659 \text{ kJ/kg}$$

چون حجم مخزن ثابت است و هیچ نوع کار دیگری موجود نمی باشد:  $W_{\text{tank}} = 0$

$$1st \text{ law: } Q_H = m \Delta u = 3213.7 \text{ kJ}$$

با توجه به اینکه دمای بالایی پمپ حرارتی ثابت نیست از میانگین لگاریتمی (L.M.) دمای

$$T_{av} = \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{T_2}{T_1}} = 368.07 \text{ K}$$

اولیه و نهایی به عنوان دمای متوسط استفاده می کنیم

$$\Rightarrow \beta' = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_{av}}} = 5.2642$$

$$\Rightarrow W_{H,P} = \frac{Q_H}{\beta'} = 610.49 \text{ kJ}$$

۱۹-۸ یک مخزن عایق صلب محتوی بخار فوق گرم آب در  $3 \text{ MPa}$ ،  $400^\circ \text{C}$  است. یک شیر روی مخزن باز می شود و بخار خارج می شود. تمام فرایند بصورت بازگشت ناپذیر انجام می شود ولی بخار باقی مانده در داخل مخزن یک انبساط بازگشت پذیر آدیاباتیکی را طی می کند. نسبت بخار خارج شده را زمانیکه حالت نهایی در داخل مخزن بصورت بخار اشباع باشد بیابید.

$$\begin{aligned} v_1 &= 0.09936 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 &= 2932.75 \text{ kJ/kg} \\ h_1 &= 3230.82 \text{ kJ/kg} \\ s_1 &= 6.9211 \text{ kJ/kgK} \end{aligned}$$

حل:  
حالت ۱:  $\rightarrow$  بخار فوق گرم  $\rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ MPa} \\ 400^\circ \text{C} \end{array} \right. \rightarrow$$

چون بخار داخل مخزن فرایند آدیاباتیکی بازگشت پذیر را طی می کند انتروپی آن ثابت می ماند.

حالت ۲:

$$\left\{ \begin{array}{l} s_2 = s_1 = 6.9211 \text{ kJ/kgK} \rightarrow \text{درونیایی} \rightarrow T = 140^\circ \text{C} \rightarrow s_g = 6.9298 \\ \text{بخار اشباع} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} v_g = 0.50885 \\ 6.9211 \\ v_2 = ? \end{array}$$

$$T = 145^\circ \text{C} \rightarrow s_g = 6.8832 \quad v_g = 0.44632$$

$$v_2 = 0.49717 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\frac{m_{\text{escaped}}}{m_{\text{tot}}} = \frac{\frac{V_{\text{tot}}}{v_1} - \frac{V_{\text{tot}}}{v_2}}{\frac{V_{\text{tot}}}{v_1}} = 1 - \frac{v_1}{v_2} = 1 - \frac{0.09936}{0.49717} = 0.8$$

۲۲۸ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

۸-۲۰ یک سیلندر به حجم اولیه 20L حاوی R-134a در  $10^\circ\text{C}$  و  $150\text{kPa}$  می باشد. حال توسط یک پیستون مبرد را در یک فرایند هم دمای بازگشت پذیر متراکم می کنیم تا بصورت بخار اشباع درآید. مقدار کار وانتقال حرارت لازم را برای فرایند حساب کنید.

حل:

$$\begin{cases} P_1 = 150\text{kPa} \\ T_1 = 10^\circ\text{C} \\ V_1 = 20\text{L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 1.8220 \\ u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 388.36 \\ v_1 = 0.14828, \quad m = \frac{V_1}{v_1} = 0.13488\text{kg} \end{cases} \quad (1)$$

$$T_2 = 10^\circ\text{C}, \quad s_2 = s_g = 1.7218, \quad u_2 = u_g = 383.67 \quad (2)$$

$$q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T ds = T(s_2 - s_1) = -28.37 \text{ kJ/kg} \quad \text{فرایند هم دمای برگشت پذیر: } 1 \rightarrow 2$$

$$Q_2 = m_1 q_2 = -3.83 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = m(u_2 - u_1) + W_2 \Rightarrow W_2 = -3.19 \text{ kJ} \quad \text{قانون اول:}$$

۸-۲۱ یک سیلندر عایق که توسط یک پیستون آب بندی شده حاوی 0.1kg بخار آب فراگرم است. بخار آب تافشار محیط،  $100\text{kPa}$ ، منبسط می شود، در این نقطه بخار در  $150^\circ\text{C}$  قرار دارد. در فرایند انبساط، بخار 50kJ کار در مقابل پیستون انجام می دهد. نشان دهید فشار اولیه  $1.19\text{MPa}$  است و دمای اولیه را بیابید.

حل:

$$2) T = 150^\circ\text{C}, \quad P = 100\text{kPa} \Rightarrow u_2 = 2582.75 \text{ kJ/kg}, \quad s_2 = 7.6133 \text{ kJ/kgK}$$

$$1\text{st law: } Q = \Delta U + W \quad [Q=0 \text{ مساله}]$$

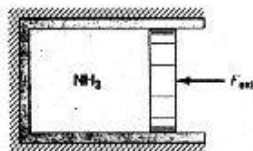
$$\Rightarrow W = U_1 - U_2 \Rightarrow u_1 = \frac{U_1}{m} = u_2 + \frac{W}{m} = 3082.75 \text{ kJ/kg}$$

$$2\text{nd law: } \frac{\delta Q}{T} = dS \Rightarrow dS = 0 \Rightarrow S_2 = S_1 \Rightarrow s_2 = s_1 \quad \text{با فرض تعادلی بودن فرایند داریم:}$$

$$\begin{cases} P = 1000\text{kPa}, \quad u = 3082.75 \Rightarrow s = 7.68813, \quad T = 475.103^\circ\text{C} \\ P = 1200\text{kPa}, \quad u = 3082.75 \Rightarrow s = 7.60471, \quad T = 476.183^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$s_2 = 7.6133 \quad (\text{بادرون یابی}) \Rightarrow P_1 = 1179.41 \approx 1.18\text{MPa}, \quad T_1 = 476.072^\circ\text{C}$$

۲۲-۸ یک سیلندر کاملاً عایق با یک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده است (شکل ۲۲-۸). (P۸-۲۲)



سیلندر محتوی آمونیاک است و وقتی حجم سیلندر 200L است آمونیاک در دمای  $6^{\circ}\text{C}$  و کیفیت 90% قرار دارد. نیروی بیرونی روی پیستون به آرامی افزایش می یابد و آمونیاک را تا رسیدن دما به  $50^{\circ}\text{C}$  فشرده می کند. در طول فرایند چه مقدار کار روی آمونیاک انجام می گیرد.

حل: چون فرایند بصورت آدیاباتیک و بازگشت پذیر (به آرامی) صورت می گیرد، می توان آنرا آیزنتروپیک در نظر گرفت:

$$T_1 = 6^{\circ}\text{C}, \quad x_1 = 0.9 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_f = 0.001586 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad v_{fg} = 0.2338 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow v_1 = v_f + x_1 v_{fg} = 0.21200 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\rightarrow u_f = 207.414 \text{ kJ/kg}, \quad u_{fg} = 1115.3 \text{ kJ/kg} \rightarrow u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 1211.184 \text{ kJ/kg}$$

$$\rightarrow s_f = 0.8116 \text{ kJ/kgK}, \quad s_{fg} = 4.4425 \text{ kJ/kgK} \rightarrow s_1 = s_f + x_1 s_{fg} = 4.8098 \text{ kJ/kgK}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.2 \text{ m}^3}{0.212 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0.94 \text{ kg}$$

حالت 2:

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} T_2 = 50^{\circ}\text{C} \\ s_2 = s_1 = 4.8098 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{array}{l} \overline{T = 50^{\circ}\text{C}} \\ P = 1800 \text{ kPa}, h = 1487.9 \quad s = 4.8614 \\ P_2 = ?, \quad h_2 = ?, \quad s_2 = 4.8098 \\ P = 2000 \text{ kPa}, h = 1473.9 \quad s = 4.7754 \end{array} \end{array}$$

$$P_2 = 1920 \text{ kPa}, \quad v_2 = 0.06835 \text{ m}^3/\text{kg} \text{ و به همین ترتیب } h_2 = 1479.5 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 1479.5 - 1920 \times 0.06835 = 1348.268 \text{ kJ/kg}$$

اگر آمونیاک را سیستم در نظر بگیریم: system: 1st law:  $Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$

$$0 = W_{1-2} + 0.94(1348.268 - 1211.184)$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = -128.859 \text{ kJ}$$

۲۳-۸ یک سیلندر محتوی 1L آب در  $400 \text{ kPa}$  و عیار 15% تحت بارگذاری ثابت می باشد.

حداکثر حجم سیلندر با توجه به موانعی که در بدنه سیلندر قرار دارد 11L می باشد. حال

توسط یک پمپ حرارتی بازگشت پذیر، حرارت را از محیط  $300 \text{ K}$  و  $100 \text{ kPa}$  گرفته و آب



۳۳۰ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

راتا  $300^\circ\text{C}$  گرم می‌کنیم. مقدار کار و انتقال حرارت برای آب و کار ورودی پمپ حرارتی را پیدا کنید.

حل:

$$\begin{cases} P_1 = 400 \text{ kPa} \\ x_1 = 15\% \\ V_1 = 1 \text{ L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 143.63^\circ\text{C} \\ v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.07029 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = u_f + x u_{fg} = 896.68, h_1 = h_f + x h_{fg} = 924.802 \text{ kJ/kg} \end{cases} \quad (1)$$

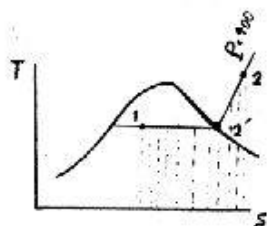
$$m = \frac{V_1}{v_1} = 0.014227 \text{ kg}, \quad s_1 = s_f + x s_{fg} = 2.5445, \quad s_g = 6.8958 = s_2 \quad (2)$$

$$\begin{cases} P_2 = 400 \text{ kPa} \\ T_2 = 300^\circ\text{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_2 = 7.5661, u_2 = 2804.81, h_2 = 3066.75 \\ v_2 = 0.65484 \Rightarrow V_2 = m v_2 = 0.0093164 \text{ m}^3 = 9.3164 \text{ L} < 11 \text{ L} \end{cases}$$

پس فرایند 2 → 1 در فشار ثابت انجام می‌گیرد (در حالت 2 هنوز به موانع نرسیده ایم)

با فرض برگشت پذیر بودن فرایند انتقال حرارت به

آب و با توجه به نمودار



$$P = Cte \Rightarrow \delta q = T ds = dh - v dp = dh$$

$$\Rightarrow q_{1-2} = \int_1^2 dh = \Delta h = 2141.95 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow q_{1-2} = 2141.95 \text{ kJ/kg} \Rightarrow Q_{1-2} = m_1 q_{1-2} = 30.47 \text{ kJ}$$

$$Q_{1-2} = m(u_2 - u_1) + W_{1-2} \Rightarrow W_{1-2} = 3.327 \text{ kJ}$$

قانون اول:

برای پمپ حرارتی داریم.

$$T_L = 300 \text{ K}, \quad T_H = T_{av} = \frac{q_H}{\Delta s} = \frac{2141.95}{s_2 - s_1} = 427 \text{ K}$$

[چون فرایند انتقال حرارت در دمای ثابتی صورت نمی‌گیرد، بنابراین فرض کردیم که انتقال

حرارت در دمای ثابت  $T_{av}$  و نیز بصورت برگشت پذیر انجام می‌گیرد]

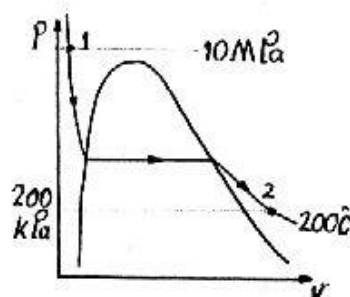
$$\beta = \frac{Q_H}{W} = \left( \frac{T_H}{T_H - T_L} \right) \Rightarrow W = Q_H \left( \frac{T_H - T_L}{T_H} \right) = 9.04 \text{ kJ}$$

۲۴-۸ یک سیلندر پیستون حاوی  $2 \text{ kg}$  آب در  $200^\circ\text{C}$  و  $10 \text{ MPa}$  است. پیستون به آرامی حرکت

داده می‌شود تا آب رادریک فرایند هم دما تا فشار  $200 \text{ kPa}$  منبسط کند. هرتبادل گرمایی با

محیطی به دمای  $200^\circ\text{C}$  انجام می شود و می توان کل فرایند را بازگشت پذیر دانست. فرایند را روی نمودار  $P-V$  نشان دهید و انتقال گرما و کل کار را محاسبه کنید.

حل:



$$T=200^\circ\text{C} \quad , \quad P=10\text{MPa}$$

$$\Rightarrow u=844.49 \quad , \quad s=2.3178$$

$$T=200^\circ\text{C} \quad , \quad P=200\text{kPa}$$

$$\Rightarrow u=2654.39 \quad , \quad s=7.5066$$

$$\Rightarrow \Delta U = m\Delta u = 3619.8 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta S = m\Delta s = 10.378 \text{ kJ/K}$$

$$\text{2nd law: } \frac{Q}{T} - \Delta S \Rightarrow Q - T\Delta S$$

$$\Rightarrow Q = 4.91 \text{ MJ}$$

$$\text{1st law: } Q = W + \Delta U \Rightarrow W = Q - \Delta U = 1.29 \text{ MJ}$$

۲۵-۸) یک سیستم سیلندر-پیستون عایق دارای حجم اولیه  $0.15\text{m}^3$  بوده و محتوی بخار آب در

$200^\circ\text{C}$  ,  $400\text{kPa}$  است. بخار بطور آدیاباتیکی انبساط می یابد و کار خروجی به دقت

اندازه گیری می شود این مقدار  $30\text{kJ}$  است. ادعا می شود که حالت نهایی آب در ناحیه دو

فاز است. ارزیابی شما از این ادعا چیست؟

حل: آب داخل سیلندر پیستون را سیستم در نظر می گیریم:

$$v_1 = 0.53422 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\begin{cases} 400\text{kPa} \\ 200^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases} u_1 = 2646.83 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 7.1706 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \quad \text{حالت اولیه}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.15}{0.53422} = 0.28 \text{ kg}$$

با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$0 = 30 + 0.28(u_2 - 2646.83) \Rightarrow u_2 = 2539.68 \text{ kJ/kg}$$

بنابراین قانون دوم ترمودینامیک شرط انجام فرایند عبارت است از  $\Delta S_{\text{net}} = \Delta S_{\text{sur}} + \Delta S_{\text{sys}} > 0$

$$\Delta S_{\text{sur}} - \int \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (\delta Q = 0: \text{فرایند آدیاباتیکی})$$

۲۳۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} = (S_2 - S_1) > 0$$

با مراجعه به جدول بخار اشباع آب مشاهده می شود که به ازاء  $u = 2539.68$  از دمای  $130^\circ C$  که  $u_g = 2539.68 \text{ kJ/kg}$  است تا انتهای جدول یعنی  $T = 374.1^\circ C$ ،  $u_f < u < u_g$ ، یعنی در صورتیکه شرایط فشار و دما مناسب باشد می توان به ازاء این  $u$  در ناحیه دوفازه قرار گرفت ولی حداکثر  $s$  که در این فاصله از جدول وجود دارد  $s_g$  در دمای  $T = 130^\circ C$  است که  $s_g = 7.0269$  می باشد که به ازاء این مقدار داریم:  $\Delta S_{net} = s_2 - s_1 = 7.0269 - 7.1706 = -0.1437 < 0$

این ناقص قانون دوم است یعنی تحت هیچ شرایطی مرحله نهایی نمی تواند دوفازه باشد. ۲۶-۸ مقدار  $1000 \text{ kJ}$  انرژی از یک کوره در دمای  $800^\circ C$  به ترتیب به بخار آب در  $400^\circ C$ ، سپس به فلز جامدی در  $200^\circ C$  و در نهایت به هوا در  $70^\circ C$  منتقل می شود. برای هر موقعیت شار  $S$  را از میان سطح بصورت  $\frac{Q}{T}$  بیابید. چه چیز باعث بزرگتر شدن مداوم شار می شود.

حل:

$$T_A = 800^\circ C = 1073 \text{ K} \quad T_B = 400^\circ C = 673 \text{ K} \quad T_C = 200^\circ C = 473 \text{ K}$$

$$T_D = 70^\circ C = 343 \text{ K} \quad Q = 1000 \text{ kJ}$$

$$S = \frac{Q}{T_A} = 0.93197 \quad \text{شار } S \text{ برای سطح } A$$

$$S = \frac{Q}{T_B} = 1.48588 \quad \text{شار } S \text{ برای سطح } B$$

$$S = \frac{Q}{T_C} = 2.11416 \quad \text{شار } S \text{ برای سطح } C$$

$$S = \frac{Q}{T_D} = 2.91545 \quad \text{شار } S \text{ برای سطح } D$$

کاهش دما سبب می شود که به ازای  $Q$  ثابت،  $\frac{Q}{T}$  یعنی شار  $S$  بزرگ شود یعنی رفته رفته با کاهش دما برگشت ناپذیری کل ( $\Delta S_{net}$ ) افزایش می یابد.

۲۷-۸ یک سیلندر - پیستون عایق محتوی  $R-134a$  در  $1 \text{ MPa}$ ،  $50^\circ C$  با حجم  $100 \text{ L}$  می باشد.

$R-134a$  انبساط یافته، پیستون را حرکت می دهد تا فشار سیلندر به  $100 \text{ kPa}$  افت کند.

ادعا می شود که  $R-134a$ ،  $190 \text{ kJ}$  کار در مقابل پیستون انجام داده است. آیا این ممکن

است ؟

حل:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ MPa} \\ 50^\circ C \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_1 = 0.02185 \text{ m}^3/\text{kg} \\ h_1 = 431.24 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 1.7494 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \rightarrow \text{حالت ۱:}$$

$$\rightarrow u_1 = h_1 - p_1 v_1 = 409.39 \text{ kJ/kg}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.1}{0.02185} = 4.57 \text{ kg}$$

$R-134a$  را سیستم در نظر می گیریم اگر ادعا صحیح باشد:

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$0 = 190 + 4.57(u_2 - 409.39) \Rightarrow u_2 = 367.81 \text{ kJ/kg}$$

حالت 2

$$\begin{cases} P_2 = 100 \text{ kPa} \\ u_2 = 367.81 \text{ kJ/kg} \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \text{درون یابی} \\ \text{بخار فوق گرم} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} (u = h - pv) \\ 100 \text{ kPa} \end{array}$$

$T = -20^\circ\text{C} \rightarrow$	$u = 367.36$	$s = 1.7665$
	$u_2 = 367.81$	$s = ?$
$T = -10^\circ\text{C} \rightarrow$	$u = 374.505$	$s = 1.7978$

$$\Rightarrow s_2 = 1.7684 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sur} + \Delta S_{sys} = \int \frac{\delta Q}{T} + m(s_2 - s_1) = 4.57 \times (1.7684 - 1.7494) = 0.086 > 0$$

این تحول امکان پذیر است و ادعا می تواند صحیح باشد.

۲۸-۸ یک قطعه فلزی داغ با دمای سرعت تا دمای  $25^\circ\text{C}$  سرد شود (عملیات حرارتی از نوع کوئنچ کردن) و این عمل نیاز به دفع  $1000 \text{ kJ}$  گرما از فلز دارد. محیط سردی که انرژی را جذب می کند می تواند یکی از سه مورد زیر باشد (۱) فرو کردن فلز در حمام آب و یخ و در نتیجه ذوب یخ (۲) جذب انرژی توسط مایع اشباع  $R-22$  در  $-20^\circ\text{C}$  و تبدیل آن به بخار اشباع (۳) جذب انرژی با تبخیر نیتروژن مایع در  $101.3 \text{ kPa}$ .

الف) تغییر انترویپی محیط سرد را برای سه حالت فوق بیابید.

ب) بر روی اهمیت نتایج بحث کنید.

حل: می دانیم که در فشار ثابت گرمای مبادله شده از رابطه  $Q = m\Delta h$  پیروی می کند. الف) (۱) با توجه به اینکه در حمام رو باز آب و یخ مورد استفاده در صنعت فشار، فشار اتمسفر است و در این فشار یخ در  $0^\circ\text{C}$  ذوب می شود مقادیر مورد نیاز را از جدول  $B-1.5$  استخراج می کنیم.

$$h_i)_{0^\circ\text{C}} = -333.42 \text{ kJ/kg}, \quad s_i)_{0^\circ\text{C}} = -1.2211 \text{ kJ/kgK}$$

$$h_f)_{0^\circ\text{C}} \approx 0, \quad s_f)_{0^\circ\text{C}} \approx 0 \quad \text{از جدول B.1.1 داریم:}$$

۱۳۴ / نشریه مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow h_{if} = 333.42 \text{ kJ/kg} , s_{if} = 1.2211 \text{ kJ/kgK}$$

$$m_{ice} = \frac{Q}{\Delta h} = \frac{Q}{h_{if}} = 2.9992 \text{ kg} \Rightarrow \Delta S_{ice} = m_{ice} \Delta s = m_{ice} s_{if} = 3.6623 \text{ kJ/K}$$

(۲) چون R-22 فاصله مایع اشباع تا بخار اشباع را در دمای ثابت طی می کند پس فشار هم ثابت

$$s_{fg} = 0.8703 \text{ kJ/kgK} , h_{fg} = 220.33 \text{ kJ/kg} \quad \text{است.}$$

$$m_{R-22} = \frac{Q}{h_{fg}} = 4.5386 \text{ kg} \Rightarrow \Delta S_{R-22} = m_{R-22} s_{fg} = 3.95 \text{ kJ/K}$$

(۳) از جدول نیتروژن داریم:

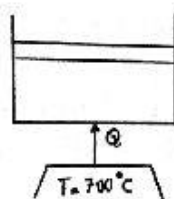
$$P = 101.3 \text{ kPa} \Rightarrow h_{fg} = 198.84 \text{ kJ/kg} , s_{fg} = 2.5707 \text{ kJ/kgK}$$

$$, T_{sat} = 77.3 \text{ K} = -195.85^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow m_{Nitrogen} = \frac{Q}{h_{fg}} = 5.0292 \text{ kg} \Rightarrow \Delta S_{Nitrogen} = m \Delta s = 12.929 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{ice} < \Delta S_{R-22} < \Delta S_{Nitrogen} \quad (\text{ب})$$

یعنی استفاده از آب کمترین افزایش انتروپی و استفاده از نیتروژن بیشترین افزایش انتروپی را برای محیط سرد داراست و در نتیجه استفاده از آب از نظر زیست - محیطی بهتر است ولی با توجه به اینکه اختلاف دمای فلز با محیط سرد در مورد نیتروژن از همه بیشتر است سرعت فرایند کوئچ کاری در مورد نیتروژن بیشتر بوده و از نظر اتلاف زمان خط تولید استفاده از نیتروژن بهتر است .  
۲۹-۸ یک سیلندر پیستون توسط یک جرم واتمسفر بیرونی بارگذاری شده و محتوی ۲kg آب در ۱۰۰°C و 5MPa می باشد. اکنون حرارت از یک منبع به دمای ۷۰۰°C به آب داده می شود تا درجه حرارت آب هم به ۷۰۰°C برسد. مقدار کار، انتقال حرارت و تولید انتروپی کل برای سیستم و محیط را پیدا کنید.



حل:  
(1)  $P_1 = 5 \text{ MPa} = \text{Cte}, T_1 = 100^\circ \text{C}$   
 $m = 2 \text{ kg}$

مایع متراکم:  $\Rightarrow u_1 = u_f)_{100^\circ \text{C}} = 418.97$

$, s_1 = s_f)_{100^\circ \text{C}} = 1.3068$

$, v_1 = v_f = 0.001044$

$T_2 = 700^\circ \text{C} , P_2 = 5 \text{ MPa} \Rightarrow s_2 = 7.5122 , u_2 = 3457.67 , v_2 = 0.08849$

$$W_{1-2} = \int P dV = m \int_{v_1}^{v_2} P dv = mP(v_2 - v_1) = 874.5 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = m(u_2 - u_1) + W_{1-2} = 6952 \text{ kJ}$$

قانون اول:

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{CM} + \Delta S_{surr} = m(s_2 - s_1)_{CM} + \frac{\delta Q}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 2(7.5122 - 1.3068) - \frac{6952}{700 + 273.15} = 5.267 \text{ kJ/K}$$

۳-۸ یک سیلندر که با یک پیستون قابل حرکت آب بندی شده است محتوی آب در  $3 \text{ MPa}$  و کیفیت  $50\%$  و به حجم  $20 \text{ L}$  است. اکنون آب در اثر دریافت حرارت به اندازه  $600 \text{ kJ}$  از یک منبع بزرگ حرارتی با دمای  $300^\circ \text{C}$  تا فشار  $1.2 \text{ MPa}$  انبساط می یابد. ادعا می شود که آب در طی این فرایند  $124 \text{ kJ}$  کار انجام می دهد آیا چنین چیزی ممکن است؟

حل:

حالت ۱:

$$P_1 = 3 \text{ MPa}, x_1 = 0.5$$

$$\rightarrow v_f = 0.001216, v_{fg} = 0.06546 \rightarrow v_1 = v_f + x_1 v_{fg} = 0.03394 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_f = 1004.76, u_{fg} = 1599.34 \rightarrow u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 1804.43 \text{ kJ/kg}$$

$$s_f = 2.6456, s_{fg} = 3.5412 \rightarrow s_1 = s_f + x_1 s_{fg} = 4.4162 \text{ kJ/kgK}$$

آب را به عنوان سیستم در نظر می گیریم اگر ادعا درست باشد داریم:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.02}{0.03394} = 0.59 \text{ kg}$$

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$600 = 124 + 0.59(u_2 - 1804.43) \Rightarrow u_2 = 2611.209 \text{ kJ/kg}$$

حالت ۲:

$$\begin{cases} P_2 = 1.2 \text{ MPa} \\ u_2 = 2611.209 \text{ kJ/kg} \end{cases} \rightarrow s_2 = 6.5855 \text{ kJ/kgK} \rightarrow \text{باز درون یابی از جدول} \rightarrow \text{بخار فوق گرم}$$

$$\Delta S_{net} = (\Delta S_{sur} + \Delta S_{sys}) > 0 \quad (\text{قانون دوم:})$$

$$\Delta S_{sur} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{sur} = \frac{-600}{573.15} = -1.0469 \text{ kJ/K}$$

۲۳۶ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Delta S_{sys} = m(s_2 - s_1) = 0.59(6.5855 - 4.4162) = 1.2799 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{net} = -1.0469 + 1.2799 = +0.233 > 0$$

پس امکان انجام چنین امری وجود دارد.  
۸-۳۱ یک ظرف حاوی 4L شیر در دمای  $25^\circ\text{C}$  درون یخچال گذاشته می شود. این شیر باید تا دمای ثابت درون یخچال برابر با  $5^\circ\text{C}$  خنک شود. با فرض اینکه خصوصیات شیر مانند آب مایع باشد، انتروپی زائی (تولید انتروپی) را در طول فرایند سرمایش بیابید.

حل:

(تمام فرایند در فشار ثابت،  $P_{atm}$ ، انجام می شود).

با مراجعه به جدول آب اشباع مقدار تقریبی  $v = 0.001$  را بدست می آوریم

$$\Rightarrow m = \frac{V}{v} = 4 \text{ kg}$$

$$s_1 = s_f)_{25^\circ\text{C}} = 0.3673 \text{ kJ/kgK} \quad u_1 = u_f)_{25^\circ\text{C}} = 104.86 \text{ kJ/kg}$$

$$s_2 = s_f)_{5^\circ\text{C}} = 0.0761 \text{ kJ/kgK} \quad u_2 = u_f)_{5^\circ\text{C}} = 20.97 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q = m\Delta u = -335.56 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} - \Sigma S_{gen} \Rightarrow \Sigma S_{gen} = m(s_2 - s_1) + \frac{-Q}{T_o}$$

$$\Rightarrow S_{gen} = 0.041599 \text{ kJ/K}$$

۸-۳۲ سیلندر پیستونی محتوی 1kg آب در  $150 \text{ kPa}$ ،  $20^\circ\text{C}$  می باشد. پیستون طوری بارگذاری می شود که فشار وحجم رابطه خطی با هم داشته باشند. حال حرارت از یک منبع به دمای  $600^\circ\text{C}$  به آب افزوده می شود تا اینکه آب به شرایط  $1 \text{ MPa}$ ،  $500^\circ\text{C}$  برسد. مقدار انتقال حرارت و تغییر انتروپی کل را حساب کنید.

حل:

$$P_1 = 150 \text{ kPa}, T_1 = 20^\circ\text{C}, m = 1 \text{ kg} \quad (1)$$

$$\Rightarrow u_1 = u_f)_{20^\circ\text{C}} = 83.94, \quad v_1 = v_f)_{20^\circ\text{C}} = 0.001002, \quad s_1 = s_f)_{20^\circ\text{C}} = 0.2966$$

$$P_2 = 1 \text{ MPa}, T_2 = 500^\circ\text{C} \Rightarrow v_2 = 0.35411, u_2 = 3124.34, s_2 = 7.7621 \quad (2)$$

$$P = C' V + D = Cv + D \Rightarrow \begin{cases} P_1 = Cv_1 + D \\ P_2 = Cv_2 + D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2407.2 \\ D = -147.588 \end{cases} \Rightarrow P = 2407.2v + 147.588$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 PdV = m \int_1^2 Pdv = \int_1^2 Pdv = \int_{0.001002}^{0.35411} (2407.2v + 147.588)dv$$

$$\Rightarrow {}_1W_2 = 203.037 \text{ kJ}$$

$${}_1Q_2 - m(u_2 - u_1) + {}_1W_2 = 3243.44 \text{ kJ}$$

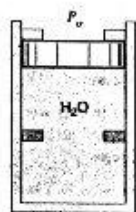
$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.M} + \Delta S_{surr} = m(s_2 - s_1)_{C.M} - \frac{{}_1Q_2}{T_H} = (7.7621 - 0.2966) - \frac{3243.44}{873.15}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 3.751 \text{ kJ/K} > 0 \quad \text{تحول از دیدگاه اصل افزایش انتروپی امکان پذیر است.}$$

۳۳- آب موجود در سیلندر - پیستون نشان داده شده در شکل در  $1 \text{ MPa}$ ،  $500^\circ\text{C}$  قرار دارد. دو تکیه گاه یکی در  $V_{min} = 1 \text{ m}^3$  و دیگری در  $V_{max} = 3 \text{ m}^3$  قرار دارند. پیستون توسط جرم و فشار اتمسفر بارگذاری شده بطوری که با فشار  $500 \text{ kPa}$  حرکت می کند. این مجموعه با دادن حرارت به محیط  $20^\circ\text{C}$  تا  $100^\circ\text{C}$  سرد می شود. انتروپی کل تولید شده در فرایند را پیدا کنید.

حل:

حالت ۱:



$$\begin{cases} 1 \text{ MPa} \\ 500^\circ\text{C} \end{cases}$$

→ بخار فوق گرم →

$$v_1 = 0.35411 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 = 3124.34 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = 7.7621 \text{ kJ/kgK}$$

$$m = \frac{V_{max}}{v_1} = \frac{3}{0.35411} = 8.47 \text{ kg}$$

$$\begin{cases} 100^\circ\text{C} \\ 500 \text{ kPa} \end{cases} \rightarrow v \cong v_f = 0.001044 \rightarrow V = mv_1 = 0.008845 \text{ m}^3$$

اگر موانع پائین وجود نداشت  $V = 0.008845 \text{ m}^3$  تا این حجم پائین می آمد ولی پیستون به دلیل وجود موانع پائینی در  $V = 1 \text{ m}^3$  متوقف می شود.

حالت ۲:

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{1}{8.47} = 0.11806 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad T_2 = 100^\circ\text{C} \rightarrow \text{دوفازه}$$

$$\rightarrow v_f = 0.001044 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad v_{fg} = 1.67185 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad u_f = 418.91 \text{ kJ/kg}$$

$$, u_{fg} = 2087.58 \text{ kJ/kg}, \quad s_f = 1.3068 \text{ kJ/kgK}, \quad s_{fg} = 6.048 \text{ kJ/kgK}$$



۲۳۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = 0.07$$

$$\Rightarrow u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 565.04 \text{ kJ/kg}, \quad s_2 = s_f + x_2 s_{fg} = 1.7301 \text{ kJ/kgK}$$

آب را به عنوان سیستم در نظر می‌گیریم:

$$W_{1-2} = m \int_1^2 P dv = 8.47 \times 500(0.11806 - 0.35411) = -999.67 \text{ kJ}$$

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{1-2} = -999.67 + 8.47(565.04 - 3124.34) = -22676.94 \text{ kJ}$$

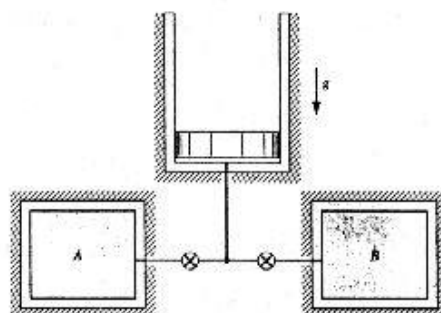
$$\Delta S_{net} - S_{gen} = 0 \Rightarrow (\Delta S_{sur} + \Delta S_{sys}) - S_{gen} = 0 \Rightarrow S_{gen} = \Delta S_{sur} + \Delta S_{sys}$$

$$\Delta S_{sur} = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_{1-2}}{T_{sur}} = \frac{-22676.94}{273.1 + 20} = -77.37 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{sys} = m(s_2 - s_1) = 8.47(1.7301 - 7.7621) = -51.09 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow S_{gen} = -77.37 - 51.09 = -26.3 \text{ kJ/K}$$

۳۴-۸ دو مخزن حاوی بخار بوده و توسط یک سیلندر - پیستون مطابق شکل (P۸.۳۴) به هم وصل شده‌اند. در ابتدا پیستون در کف قرار داشته و جرم پیستون طوریست که فشاری برابر با  $1.4 \text{ MPa}$  در زیر آن برای بالا بردن پیستون لازم است.  $4 \text{ kg}$  بخار در  $A$  در  $7 \text{ MPa}$ ,  $700^\circ \text{C}$  قرار داشته و  $B$  حاوی  $2 \text{ kg}$  بخار در  $3 \text{ MPa}$ ,  $350^\circ \text{C}$  است. هر دو شیر باز می‌شوند و آب به حالت یکسان در می‌آید. با فرض عدم انتقال حرارت دمای نهایی و تولید انترپپی کل را بیابید.



حل:

$$1st\ law: Q=W+\Delta U \quad , \quad Q=0 \Rightarrow W=P_{ext}V_{Cy}=-\Delta U=U_1-U_2$$

$$\Rightarrow P_{ext}(m_{tot}v-m_{1A}v_{1A}-m_{1B}v_{1B})=m_{1A}u_{1A}+m_{1B}u_{1B}-m_{tot}u_2 \quad (1)$$

یعنی از قانون اول نتیجه می شود که باید رابطه بالا در شرایط نهایی برقرار باشد

$$P_2=P_{ext}=1.4MPa \quad \text{از طرفی داریم:}$$

با مراجعه به جدول آب ابرگرم خواص مورد نیاز آب را بدست می آوریم:

$$v_{1A}=0.06283\ m^3/kg, \quad u_{1A}=3448.6\ kJ/kg, \quad s_{1A}=7.3476\ kJ/kgK$$

$$v_{1B}=0.09053\ m^3/kg, \quad u_{1B}=2843.66\ kJ/kg, \quad s_{1B}=6.7427\ kJ/kgK$$

$$I) \Rightarrow 6u_2+8.4 \times 10^3 v_2-20087.1=0$$

بدر نظر گرفتن سمت چپ رابطه فوق به عنوان  $\delta$  و درون یابی  $\delta$  به صفر از جداول آب دمای نهایی را

$$P=1.4MPa \quad \begin{cases} T=500^\circ C \Rightarrow \delta=757.56 \\ T=400^\circ C \Rightarrow \delta=-542.58 \end{cases} \quad \delta=0 \Rightarrow T=441.732^\circ C \quad \text{می یابیم.}$$

$$\Rightarrow s_2=7.42774\ kJ/kgK$$

$$2nd\ law: \Delta S=\frac{Q}{T}+S_{gen} \Rightarrow S_{gen}=\Delta S=m_{tot}s_2-m_{1A}s_{1A}-m_{1B}s_{1B}$$

$$\Rightarrow S_{gen}=1.69064\ kJ/K$$

۳۵-۸ سیلندر پیستونی محتوی  $3kg$  آب در  $500kPa$ ،  $600^\circ C$  می باشد. سطح مقطع پیستون  $0.1m^2$  بوده و بایک فنر خطی با ثابت فنری  $10kN/m$  در تعادل می باشد. این مجموعه به علت انتقال حرارت به اتاق، به دمای  $20^\circ C$ ، تا درجه حرارت اتاق سرد می شود. تغییر کل انتروپی (آب بعلاوه محیط) در ضمن فرایند را محاسبه کنید.

حل:

(1)

$$P_1=500kPa, \quad T_1=600^\circ C \Rightarrow v_1=0.80406 \Rightarrow V_1=2.4122m^3,$$

$$u_1=3299.64, \quad s_1=8.3521$$

$$m_1=3kg, \quad K=10kN/m, \quad A_p=0.1\ m^2$$

فشار با حجم رابطه خطی بصورت مقابل دارد  $\left(P=\frac{K\Delta V}{A^2}\right)$  که در آن  $\Delta V$  افزایش حجم از حالت تعادل فنر (فشار صفر) را نشان می دهد.

$$P_1=\frac{K\Delta V_1}{A^2}=\frac{K}{A^2}(V_1-V) \Rightarrow V=1.9122 \quad \text{حجم سیلندر در حالت تعادل فنر:}$$

۲۴۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\begin{cases} T_2 = 20^\circ C \\ P_2 = 2.339 \text{ kPa} \end{cases} \text{ (در حالت دوفازی) و } P_2 = \frac{K}{A^2} (V_2 - V) \Rightarrow V_2 = 1.91454$$

$$T_2 = 20^\circ C, \quad v_2 = \frac{V}{m} = 0.63818 \Rightarrow x_2 = \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}} \times 100 = 1.1\% \quad \text{حالت دوفازی: (2)}$$

$$u_2 = u_{2f} + x u_{2fg} = 109.51 \text{ kJ/kg}, \quad s_2 = s_{2f} + x s_{2fg} = 0.3889 \text{ kJ/kgK}$$

$$Q_2 = m(u_2 - u_1) + \int_{2.4122}^{1.91454} P dV = 3(109.51 - 3299.64) + \frac{K}{A^2} \int_{2.4122}^{1.91454} (V - 1.9122) dV$$

$$\Rightarrow Q_2 = -9695.39 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow Q = +9695.39 \text{ kJ} \quad \text{مقدار گرمایی است که به محیط داده شده است.}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.M} + \Delta S_{sur} = m(s_2 - s_1)_{C.M} + \frac{Q}{T} = 3(0.3889 - 8.3521) + \frac{9695.39}{293.15}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 9.183 \text{ kJ/K} > 0 \Rightarrow \text{تحول از دیدگاه اصل افزایش انتروپی امکان پذیر است.}$$

۳۶-۸ یک سیلندر - پیستون محتوی آب در  $200^\circ C$ ، با حجم  $20L$  است. پیستون به آرامی حرکت می کند و آب را تا فشار  $800 \text{ kPa}$  فشرده می کند. بار روی پیستون طوری است که حاصلضرب  $PV$  همواره ثابت است. با فرض اینکه دمای اتاق  $20^\circ C$  است نشان دهید این فرایند ناقض قانون دوم نیست.

$$\begin{aligned} & \text{حل:} \\ & \text{حالت 1:} \quad \begin{cases} 200 \text{ kPa} \\ 200^\circ C \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases} u_1 = 2654.39 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 7.5066 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \\ & v_1 = 1.08034 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.02}{1.08034} = 0.018 \text{ kg}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 200 \times 0.02 = 800 \times V_2 \Rightarrow V_2 = 0.005 \text{ m}^3 \rightarrow v_2 = \frac{V_2}{m} = 0.2778 \text{ m}^3/\text{kg}$$

حالت 2:

$$\begin{cases} P_2 = 800 \text{ kPa} \\ v_2 = 0.2778 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \rightarrow \text{باز درون یابی از جدول} \rightarrow \begin{cases} u_2 = 2675.21 \text{ kJ/kg} \\ s_2 = 6.9233 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

انتروپی / ۲۴۱

$$W_{1-2} = \int P dV = \int_1^2 \frac{P_1 V_1}{V} dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{4}{V} dV = -5.5452 \text{ kJ}$$

آب داخل سیلندر پیستون را سیستم فرض می کنیم :

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} - W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{1-2} = -5.5452 + 0.018(2675.21 - 2654.39) = -5.17 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sur} + \Delta S_{sys} > 0 \quad \text{بنا به قانون دوم (اصل افزایش انتروپی)}$$

$$\Delta S_{sur} = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{-Q_{1-2}}{T_{sur}} = \frac{5.17}{(273.1 + 20)} = 0.0176 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{sys} = m(s_2 - s_1) = 0.018(6.9233 - 7.5066) = -0.0105 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{net} = 0.0176 - 0.0105 = 0.0071 \text{ kJ/K} > 0$$

$$\Delta s_{net} = \frac{\Delta S_{net}}{m} = \frac{0.0071}{0.018} = 0.395 \text{ kJ/kgK} \quad \text{پس این فرایند قانون دوم را نقض نمی کند.}$$

۳۷-۸ یک کیلوگرم آمونیاک ( $NH_3$ ) بصورت مایع اشباع در  $20^\circ C$  در یک پیستون / سیلندر بار گذاری شده توسط فنر قرار دارد. از یک منبع در دمای  $100^\circ C$  تا رسیدن به شرایط نهایی  $800 \text{ kPa}$ ،  $70^\circ C$  به آمونیاک گرما داده می شود. کار، انتقال حرارت و تولید انتروپی را با فرض بازگشت پذیر داخلی بودن برای فرایند بیابید.

حل:

داریم:

$$T_1 = -20^\circ C, x_1 = 0\% \Rightarrow P_1 = P_{sat} = 190.2 \text{ kPa}, v_1 = v_f = 0.001504 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 = u_f = 88.76 \text{ kJ/kg}, s_1 = s_f = 0.3657 \text{ kJ/kgK}$$

$$T_2 = 70^\circ C, P_2 = 800 \text{ kPa} \Rightarrow v_2 = 0.19896, h_2 = 1597.5 \text{ kJ/kg}$$

$$s_2 = 5.5513 \text{ kJ/kgK}, u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 1438.33$$

$$P = Cv + D \quad \text{فنر خطی:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 = Cv_1 + D \\ P_2 = Cv_2 + D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 190.2 = C \times 0.001504 + D \\ 800 = C \times 0.19896 + D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 3088.28 \\ D = 185.555 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = 3088.28 v + 185.555$$

۲۴۲ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow W = mw = w = \int P dv = [1544.14 v^2 + 185.555 v]_{0.001504}^{0.19896}$$

$$\Rightarrow W = 97.7604 \text{ kJ}$$

$$1st \text{ law: } Q - W + \Delta U = m(w + \Delta u) = w + \Delta u = 1447.33 \text{ kJ}$$

اصل افزایش انتروپی:

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{surr} + \Delta S_{sys} = \Sigma S_{gen} \Rightarrow \Sigma S_{gen} = \frac{-Q}{T} + m \Delta s = 1.31 \text{ kJ/K}$$

۳۸-۸ یک سیلندر پیستون طوری بارگذاری شده است که فشار رابطه خطی با حجم دارد. این سیلندر محتوی ۲ kg آب در ۱۰۰°C با عیار ۱۰٪ است. حال مقداری حرارت از منبعی به دمای ۷۰۰°C به آب افزوده می شود تا آب به حالت نهایی ۵۰۰°C، ۱ MPa برسد. کار مخصوص وانتقال حرارت برای آب وتولید انتروپی کل برای فرایند را بدست آورید.

حل:

$$T_1 = 100^\circ\text{C}, x_1 = 10\%, m = 2 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow P_1 = 101.3 \text{ kPa}, v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.168229 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (1)$$

$$u_1 = u_f + x u_{fg} = 627.67 \text{ kJ/kg}, s_1 = s_f + x s_{fg} = 2.0423 \text{ kJ/kgK}$$

$$P_2 = 1 \text{ MPa}, T_2 = 500^\circ\text{C} \Rightarrow v_2 = 0.35411, u_2 = 3124.34, s_2 = 7.7621 \quad (2)$$

$$V_2 = m v_2 = 0.70822 \text{ m}^3$$

$$P = m' V + n' \Rightarrow \begin{cases} P_1 = m' V_1 + n' \\ P_2 = m' V_2 + n' \end{cases} \Rightarrow \text{از حل دستگاه} \Rightarrow \begin{cases} m' = 2417.4 \\ n' = -712 \end{cases}$$

$$W_2 = \int_1^2 P dV = \int_1^2 (m' V + n') dV = \left[ \frac{m'}{2} V^2 + n' V \right]_{V_1=0.33646}^{V_2=0.70822} = 204.7 \text{ kJ}$$

$$Q_2 = m(u_2 - u_1) + W_2 = 5198 \text{ kJ}$$

برای منبع انرژی داریم:  $Q = -5198 \text{ kJ}$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.M.} + \Delta S_{surr} = m(s_2 - s_1)_{C.M.} + \frac{Q}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 2(7.7621 - 2.0423) - \frac{5198}{973.15} = 6.1 \text{ kJ/K} > 0 \Rightarrow$$

فرایند از دیدگاه اصل افزایش انتروپی امکان پذیر است.

۸-۳۹ یک سیلندر عایق که با یک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده است محتوی بخار اشباع R-12 در دمای محیط  $20^\circ\text{C}$  است. حجم اولیه 10L می باشد. اکنون R-12 تا رسیدن دما به  $-30^\circ\text{C}$  انبساط می باید. سپس عایق از روی سیلندر برداشته می شود و سیلندر در فشار ثابت تا دمای محیط گرم می شود. کار خالص و تغییر انتروپی خالص در طی این فرایند را محاسبه کنید.

حل:

حالت 1:

$$20^\circ\text{C} \Rightarrow P_1 = P_{sat} |_{20^\circ\text{C}} = 567.3 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow v_1 = 0.03078 \text{ m}^3/\text{kg}, u_1 = 178.32 \text{ kJ/kg}, s_1 = 0.6884 \text{ kJ/kgK}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.01}{0.03078} = 0.32 \text{ kg}$$

از آنجائیکه پیستون بدون اصطکاک فرض شده است و با فرض آرام بودن انبساط می توان فرایند در قسمت اول را یک فرایند بازگشت پذیر بی دررو (آیزنتروپیک) فرض کرد.

حالت 2:

$$s_2 = s_1 = 0.6884 \text{ kJ/kgK}, T_2 = -30^\circ\text{C} \rightarrow$$

دوفازه

$$P_2 = P_{sat} |_{-30^\circ\text{C}} = 100.4 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow s_f = 0.0371 \text{ kJ/kgK}, s_{fg} = 0.6799 \text{ kJ/kgK}, v_f = 0.000672 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow v_{fg} = 0.15870 \text{ m}^3/\text{kg}, u_f = 8.79 \text{ kJ/kg}, u_{fg} = 149.4 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = \frac{s_2 - s_f}{s_{fg}} = \frac{0.6884 - 0.0371}{0.6799} = 0.958$$

$$\Rightarrow u_2 - u_f + x_2 u_{fg} = 151.915 \text{ kJ/kg}$$

$$V_2 = m v_2 = 0.049 \text{ m}^3$$

$$v_2 = v_f + x_2 v_{fg} = 0.1527 \text{ m}^3/\text{kg}$$

آب داخل سیلندر پیستون را سیستم فرض می کنیم:

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$\Rightarrow 0 = W_{1-2} + 0.32(151.915 - 178.32)$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = 8.45 \text{ kJ}$$

$$v_3 = 0.19728 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\begin{cases} p_3 = p_2 = 100.4 \text{ kPa} \\ T_3 = 20^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases} h_3 = 203.85 \text{ kJ/kg} \\ s_3 = 0.8281 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \quad \text{حالت 3}$$

۲۲۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$u_3 = h_3 - p_3 v_3 = 184.04 \text{ kJ/kg} \quad V_3 = m v_3 = 0.32 \times 0.19728 = 0.0631 \text{ m}^3$$

$$W_{2-3} = \int_2^3 P dV = P_3 (V_3 - V_2) = 100.4 (0.0631 - 0.049) = 1.42 \text{ kJ}$$

$$\text{system: 1st law: } Q_{2-3} = W_{2-3} + m(u_3 - u_2)$$

$$Q_{2-3} = 1.42 + 0.32(184.04 - 151.915) = 11.7 \text{ kJ}$$

$$W_{net} = W_{1-2} + W_{2-3} = 8.45 + 1.42 = 9.9 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur}$$

$$\Delta S_{sys} = m(s_3 - s_1) = (0.8281 - 0.6884) \times 0.32 = 0.0447 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{sur} = \frac{Q_{1-3}}{T_o} = -\frac{11.7}{293.1} = -0.0399 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 0.0048 \text{ kJ/K}$$

۴-۸ یک ظرف بسته مانند حاوی 25kg ماسه داغ در  $200^\circ\text{C}$ ، ناگهان به درون یک حوضچه حاوی 50L آب در  $15^\circ\text{C}$  فرو برده می شود. با فرض عدم تبادل حرارت با محیط و عدم بخار شدن مایع، تغییر خالص انتروپی را بیابید.

$$\rho_{sand} = \rho_s = 1500 \text{ kg/m}^3, \quad C_p)_{sand} = C_s = 0.8 \text{ kJ/kgK}$$

$$\rho_w = 997 \text{ kg/m}^3, \quad C_p)_w = C_w = 4.18 \text{ kJ/kgK}$$

حل:

داریم:

اگر حوضچه و ظرف حاوی ماسه را سیستم بگیریم:

$$\text{1st law: } Q = W = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow m_w \Delta u_w = -m_s \Delta u_s$$

$$\Rightarrow \rho_w V_w C_w \Delta T_w = -m_s C_s \Delta T_s \Rightarrow T_2 = 31.2^\circ\text{C} = 304.4 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta S_{sand} = \Delta S_s = m_s C_s \ln \frac{T_2}{T_{1s}} = -8.821 \text{ kJ/K} \\ \Delta S_{water} = \Delta S_w = \rho_w V_w C_w \ln \frac{T_2}{T_{1w}} = 11.43 \text{ kJ/K} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{sys} = 2.609 \text{ kJ/K}$$

از طرفی داریم :

$$\Delta S_{surr} = \frac{Q}{T_o} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = \Delta S_{sys} = 2.609 \text{ kJ/K}$$

۸-۴۱/ قطعه بتنی به ابعاد  $5 \times 8 \times 0.3 \text{ m}$  به عنوان جرم ذخیره ساز حرارتی در یک خانه که با انرژی خورشیدی گرم می شود ، بکار می رود . اگر این قطعه بتن در یک خانه به دمای  $18^\circ\text{C}$  از  $23^\circ\text{C}$  تا  $18^\circ\text{C}$  سرد شود تغییر خالص انترپیی ناشی از فرایند چقدر خواهد بود؟

حل:

concrete (بتن) :

$$V = 5 \times 8 \times 0.3 = 12 \text{ m}^3, \quad T_1 = 23^\circ\text{C}, \quad T_2 = 18^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T = -5\text{K}$$

از جدول (A.3)

$$\rho = 2200 \text{ kg/m}^3, \quad C_p = 0.88$$

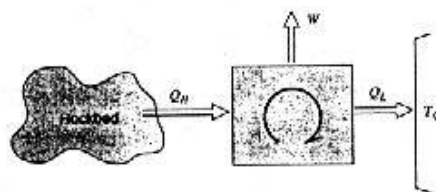
$$Q = mc\Delta T = \rho V C \Delta T = -1.1616 \times 10^5 \text{ kJ}$$

مقدار حرارتی که به اتاق داده شده است  $Q = +1.1616 \times 10^5 \text{ kJ}$  خواهد بود.

$$\begin{aligned} \Delta S_{net} &= \Delta S_{con} + \Delta S_{surr} = m C_p \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{Q_{surr}}{T_{surr}} \\ &= 2200 \times 12 \times 0.88 \ln \frac{(18+273.15)}{(23+273.15)} + \frac{1.1616 \times 10^5}{18+273.15} = 3.387 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 3.387 \text{ kJ/K}$$

۸-۴۲ کار کلی که یک موتور حرارتی که انرژی را مانند مساله (۲۲-۷) از یک صخره دریافت می کند می تواند پس دهد را محاسبه کنید. نکته : معادله تراز انترپیی را برای حجم کنترل مرکب از سنگ و موتور حرارتی بنویسید .



حل:

(جدول A.3) گرانیات :

$$\rho = 2750 \text{ kg/m}^3, \quad C_p = 0.89 \text{ kJ/kgK}$$



۲۴۶ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

برای جامدات:  $\Delta u = \Delta h = C_p \Delta T$

اگر صخره را یک سیستم در نظر بگیریم:  $system\ 1: 1st\ law: Q_{sys} = W_{sys} + m(u_2 - u_1)$

$$W_{sys} = 0 \Rightarrow Q_{sys} = \rho V C_p (T_2 - T_1)$$

$$Q_{sys} = 2750 \times 2 \times 0.89 (290 - 400)$$

$$Q_{sys} = -538450\ kJ$$

برای موتور حرارتی:  $Q_H = -Q_{sys}$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur}$$

$$\Delta S_{sys} = 2750 \times 2 \times 0.89 \ln \frac{290}{400} = -1574.15\ kJ/K$$

$$\Delta S_{sur} = -\frac{Q_L}{290}$$

$$\Delta S_{net} = 0 \Rightarrow Q_L = -456504\ kJ \Rightarrow W_{net} = |Q_H| - |Q_L| = 81.9\ MJ$$

۴۳-۸ سرب که در ابتدا بصورت مایع در  $500^\circ C$  است درون قالبی به ظرفیت  $2\ kg$  ریخته می شود، سپس در فشار ثابت تا دمای اتاق،  $20^\circ C$ ، بوسیله انتقال گرما به اتاق خنک می گردد. نقطه ذوب سرب  $327^\circ C$  و تغییر آنتالپی بین دو فاز،  $h_{if}$ ،  $24.6\ kJ/kg$  است. گرمای ویژه برای جامد  $0.138\ kJ/kgK$  و برای مایع  $0.155\ kJ/kgK$  می باشد. تغییر خالص انتروپی را برای این فرایند بیابید.

حل:

$$\begin{aligned} \Delta S_{surr} &= \frac{Q}{T_o} = \frac{-m_{Lead} (C_L \Delta T_L + h_{if} + C_s \Delta T_s)}{T_o} = \\ &= \frac{-2 \left[ 0.155(327 - 500) + 24.6 + 0.138(20 - 327) \right]}{293.1} = 0.6399\ kJ/K \end{aligned}$$

$$\Delta S_{Lead} = \Delta S_L + \Delta S_{sp} + \Delta S_s$$

$$\Delta S_L = m C_L \ln \frac{T_{2L}}{T_{1L}} = -0.07852\ kJ/K$$

انتروپی ۲۴۷

$$\Delta S_{2p} = -m \frac{h_{if}}{T_{melt}} = -0.08198$$

$$\Delta S_s = m C_s \ln \frac{T_{2s}}{T_{1s}} = 0.1978 \Rightarrow \Delta S_{Lead} = -0.3583 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{Lead} + \Delta S_{surr} = 0.2816 \text{ kJ/K}$$

✓ ۴۴-۸ یک کره فولادی توخالی به قطر داخلی ۰.۵m و ضخامت جداره ۲mm محتوی آب در ۲MPa و ۲۵۰°C می باشد. این سیستم (فولاد + آب) را تا درجه حرارت محیط، ۳۰°C، سرد می کنیم. مقدار خالص تغییر انتروپی سیستم به علاوه محیط را ضمن فرایند بدست آورید.

حل:

system : Steel + Water

$$T_1 = 250^\circ\text{C}, T_{\text{محیط}} = 30^\circ\text{C} = 303.15\text{K}, T_2 = 30^\circ\text{C}$$

$$\rho = 7820, C_p = 0.46$$

از جدول A.3 فولاد:

$$D_i = 0.5\text{m}, D_o = D_i + 2t = 0.504\text{m} \Rightarrow m_s = \rho \times \frac{\pi}{6} (D_o^3 - D_i^3) = 12.38\text{kg}$$

[تغییر حجم ناشی از انقباض کره فولادی را به دلیل کوچک بودن نادیده گرفته ایم]  
آب:

$$P_1 = 2\text{MPa}, T_1 = 250^\circ\text{C} \Rightarrow v_1 = 0.11144 = v_2 = v_{2f}, u_1 = 2679.58, s_1 = 6.5452$$

$$V_1 = \frac{1}{6} \pi D_i^3 = 0.0654\text{m}^3, m = \frac{V_1}{v_1} = 0.59\text{kg}$$

$$\begin{cases} T_2 = 30^\circ\text{C} \\ v_2 = 0.11144 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \rightarrow \text{حالت: دوفازی} \rightarrow \begin{aligned} x_2 &= \frac{v_2 - v_{2f}}{v_{2fg}} = 0.00336 \\ u_2 &= u_{2f} + x u_{2fg} = 133.47\text{kJ/kg} \\ s_2 &= s_{2f} + x s_{2fg} = 0.4638\text{kJ/kgK} \end{aligned}$$

$$Q_{sys} = Q_{st} + Q_{wat} = m_{st} C \Delta T + m_{wat} (u_2 - u_1) = -2755.1\text{kJ}$$

مقدار حرارتی که محیط گرفته است  $Q = +2755.1\text{kJ}$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = \Delta S_{st} + \Delta S_{wat} + \Delta S_{surr} = m_{st} C_p \ln \frac{T_2}{T_1} + m_{wat} (s_2 - s_1) + \frac{Q}{T}$$

۲۴۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 12.38 \times 0.46 \ln \frac{303.1}{523.1} + 0.59 (0.4638 - 6.5452) + \frac{2755.1}{303.1}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 2.39 \text{ kJ/K}$$

تحول از دیدگاه اصل افزایش انتروپی امکان پذیر است.  $\Delta S_{net} = 2.39 > 0 \Rightarrow$   
 ۴۵-۸ یک کیلوگرم هوا در یک سیلندر در  $1.5 \text{ MPa}$ ،  $1000 \text{ K}$  طی یک فرایند همدمای بازگشت پذیر انبساط می باید تا حجم آن ده برابر بزرگتر شود. انتقال گرما در طول فرایند و تغییر انتروپی هوا را محاسبه کنید.

حل: آن قسمت از حجم سیلندر که زیر پیستون قرار دارد را به عنوان سیستم در نظر می گیریم:

$$C_v = 0.717 \text{ kJ/kgK}, \quad R = 0.287 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{air})$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_1^2 \frac{mRT_1}{V} dV = mRT_1 \int_1^2 \frac{dV}{V} = mRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W_{1-2} = 1 \times 0.287 \times 1000 \ln 10 = 661 \text{ kJ}$$

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = 660.84 + mC_v(T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = 661 \text{ kJ}$$

با فرض گاز کامل برای هوا داریم:

$$S_2 - S_1 = m \left[ C_v \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \right]$$

$$\Delta S_{air} = 0.287 \ln 10 = 0.66 \text{ kJ/K}$$

۴۶-۸ جرمی معادل  $1 \text{ kg}$  هوا درون یک سیلندر در  $1.5 \text{ MPa}$ ،  $1000 \text{ K}$  قرار دارد. هوا در یک فرایند بازگشت پذیر و بی دررو تا  $100 \text{ kPa}$  انبساط می یابد، دمای نهایی و کار در طی فرایند را با دو فرض زیر بیابید:

الف) مقدار گرمای ویژه ثابت از جدول A.5

ب) جدول گاز ایده ال A.7

حل: چون فرایند بازگشت پذیر و بی دررو است پس انتروپی ثابت می باشد

الف: مقادیر گرمای ویژه ثابت:

$$T_1 = 1000 \text{ K}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_2 = 461.29 \text{ K}$$

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = 0.19133 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad \frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{1/k} \rightarrow v_2 = 1.3239 \text{ m}^3/\text{kg}$$

چون در این فرایند  $Pv^k = Cte$  پس می توان از رابطه کار پلی تروپیک استفاده کرد

$$\Rightarrow W = 1 \times w = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1 - k} = 386.51 \text{ kJ}$$

$$T_1 = 1000 \text{ K} \Rightarrow s_T^\circ = 8.13493 \text{ kJ/kgK} \quad \text{ب : جدول گاز ایده ال}$$

$$\Rightarrow s_{T_2}^\circ = s_{T_1}^\circ + R \ln \frac{P_2}{P_1} = 7.3577 \Rightarrow T_2 = 486.07 \text{ K}$$

$$\Rightarrow u_2 = 349.53 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } Q - W = \Delta U \Rightarrow W = -\Delta U = U_1 - U_2 = 759.189 - 349.53 \Rightarrow W = 409.66 \text{ kJ}$$

۴۷ یک پمپ حرارتی را که در سیکل کارنو کار می کند و دارای  $1 \text{ kg}$  گاز نیتروژن در سیلندر بیستون خود می باشد رادر نظر بگیرید. این موتور بین دو منبع حرارتی با دماهای  $400 \text{ K}$  و  $300 \text{ K}$  کار می کند. در دمای پایین و در ابتدای افزایش حرارت فشار  $1 \text{ MPa}$  است. طی فرایند حجم  $3$  برابر می شود. هریک از چهار فرایند سیکل را تجزیه و تحلیل نموده و مقادیر زیر را تعیین کنید.

الف) فشار، حجم و درجه حرارت در هر نقطه.

ب) کار انجام شده وانتقال حرارت برای هر فرایند

حل:

تمام مقادیر از جدول (B.6.2) پدست آمده اند.

$2 \rightarrow 1$ : فرایند همدمای برگشت پذیر که طی آن سیال

عامل مقداری حرارت می گیرد.

$$\left[ q_{12} = \int T ds - T_L (s_2 - s_1) \right] \text{ و مقدار کار برابر}$$

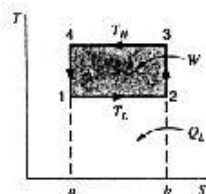
$$\text{با } w_{12} = q_{12} + u_1 - u_2 \text{ انجام می دهد.}$$

$3 \rightarrow 2$ : فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک) که در آن بر روی سیال عامل کار انجام

می شود.

$$q_{23} = 0 \quad , \quad w_{23} = u_2 - u_3$$

$4 \rightarrow 3$ : فرایند همدمای برگشت پذیر که طی آن حرارت از سیال عامل دفع می شود.



$$q_{3 \rightarrow 4} = \int T ds = T_H (s_4 - s_3) \quad , \quad w_{3 \rightarrow 4} = q_{3 \rightarrow 4} + u_3 - u_4$$

$4 \rightarrow 1$ : فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک) که طی آن سیکل کامل می شود.

$$q_{4 \rightarrow 1} = 0 \quad , \quad w_{4 \rightarrow 1} = u_1 - u_4$$

$$T_1 = 300K \quad , \quad P_1 = 1MPa \quad (1)$$

$$\Rightarrow v_1 = 0.08889 \text{ m}^3/\text{kg} \quad , \quad s_1 = 6.1562 \text{ kJ/kgK} \quad , \quad h_1 = 309.18 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 220.29 \text{ kJ/kg}$$

$$T_2 = 300K \quad v_2 = 3v_1 = 0.26667 \Rightarrow \quad (2)$$

300K			
$h$	$P$	$v$	$s$
310.94	200	0.44503	6.6393
$h_2 = ?$	$P_2 = ?$	0.26667	$s_2 = ?$
310.28	500	0.17792	6.3653

$$\Rightarrow h_2 = 310.50 \quad , \quad P_2 = 400.3 \text{ kPa} \quad , \quad s_2 = 6.4563 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 203.75 \text{ kJ/kg} \quad (3)$$

$$\begin{cases} T_3 = 400K \\ s_3 = s_2 = 6.4563 \end{cases} \Rightarrow$$

400K			
$P$	$s$	$v$	$h$
1500	6.3371	0.07949	413.96
$P_3 = ?$	6.4563	$v_3 = ?$	$h_3 = ?$
1000	6.4591	0.11905	414.47

$$\Rightarrow P_3 = 1011.47 \quad , \quad v_3 = 0.11814 \quad , \quad h_3 = 414.46 \Rightarrow u_3 = h_3 - P_3 v_3 = 294.96 \text{ kJ/kg}$$

(4)

400K			
$P$	$s$	$v$	$h$
2000	6.2500	0.05971	413.47
$P_4 = ?$	6.1562	$v_4 = ?$	$h_4 = ?$
3000	6.1264	0.03993	412.5

$$\begin{cases} s_4 - s_1 = 6.1562 \text{ kJ/kgK} \\ T_4 = 400K \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_4 = 2759 \text{ kPa} , h_4 = 412.73 , v_4 = 0.04469 , u_4 = h_4 - P_4 v_4 = 289.43 \text{ kJ/kg}$$

$$Q_{1-2} = m q_{1-2} = m \int_1^2 T ds = m T_L (s_2 - s_1) = 90 \text{ kJ} \quad 1 \rightarrow 2$$

$$Q_{1-2} = +W_{1-2} + m(u_2 - u_1) \Rightarrow W_{1-2} = 106.54 \text{ kJ} \quad \text{قانون اول:}$$

2 → 3: قانون اول

$$q_{2-3} = \int_2^3 T ds = 0 , Q_{2-3} = W_{2-3} + m(u_3 - u_2)$$

$$\Rightarrow W_{2-3} = -91.21 \text{ kJ}$$

$$q_{3-4} = \int_3^4 T ds = T_H (s_4 - s_3) = -120 \text{ kJ/kg} = Q_{3-4} = m q_{3-4} = -120 \text{ kJ} \quad 3 \rightarrow 4$$

$$Q_{3-4} = W_{3-4} + m(u_4 - u_3) \Rightarrow W_{3-4} = -114.47 \text{ kJ} \quad \text{قانون اول:}$$

4 → 1

$$q_{4-1} = \int_4^1 T ds = 0 , 1^{st} \text{ law: } Q_{4-1} = W_{4-1} + m(u_1 - u_4)$$

$$\Rightarrow W_{4-1} = 69.14 \text{ kJ}$$

$$W_{net} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-4} + W_{4-1} = -30 \text{ kJ}$$

۸-۴۸ یک مخزن صلب محتوی ۲ kg هوا در ۲۰۰ kPa و در دمای محیط (۲۰°C) است یک جریان الکتریکی از یک مقاومت در داخل مخزن عبور می کند. بعد از اینکه ۱۰۰ kJ کار الکتریکی از مرز عبور کرد دمای هوا به ۸۰°C می رسد. آیا این ممکن است؟

حل: مخزن را سیستم در نظر می گیریم:

$$R = 0.287 \text{ kJ/kgK} , C_v = 0.717 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{air})$$

$$P_1 V = m R T_1 \Rightarrow 200 \times V = 2 \times 0.287 \times (273.1 + 20) \Rightarrow V = 0.84 \text{ m}^3$$

$$\text{system: 1st law: } Q_{sys} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = W_{1-2} + m C_v (T_2 - T_1)$$

$$Q_{sys} = -100 + 2 \times 0.717 (80 - 20) = -13.96 \text{ kJ}$$

۲۵۲ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

(چون کارالکتریکی به سیستم وارد می شود عدد  $100\text{kJ}$  باید با علامت منفی در رابطه قانون اول قرار داده شود)

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} \geq 0 \quad \text{اصل افزایش انتروپی:}$$

$$\Delta S_{sys} = m \left[ C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right] = 2 \times 0.717 \ln \left( \frac{273.1+80}{273.1+20} \right) = 0.27 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{sur} = \int \frac{\delta Q}{T_{sur}} = \frac{-Q_{sys}}{T_{sur}} = \frac{13.96}{273.1+20} = 0.048 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 0.315 > 0$$

فرایند امکان پذیر است.

۴۹-۸ حجم داخلی یک تلمبه دستی دو چرخه زمانی که کاملاً کشیده شده باشد  $25\text{cm}^3$  است.

اکنون شما دستگیره (و در نتیجه پیستون) را در حالی به پایین فشار می دهید که شست خود را جلوی سوراخ خروجی گذاشته اید، بدین ترتیب فشاری معادل  $300\text{kPa}$  بدست می آید. اتمسفر اطراف در  $T_o, P_o$  قرار دارد. دو حالت را مد نظر قرار دهید.

(۱) این فرایند با سرعت انجام شود ( $\sim 1\text{s}$ ) این فرایند بسیار کند انجام شود ( $\sim 1\text{h}$ )

الف) مفروضات را برای هر دو حالت بیان کنید.

ب) حجم و دمای نهایی را برای هر دو حالت بیابید.

حل:

الف) در حالت ۱ چون فرصتی برای انتقال حرارت وجود ندارد پس فرایند بی دررو (آدیاباتیک) خواهد بود.

در حالت ۲ چون همواره زمان کافی برای به تعادل رسیدن با محیط وجود دارد پس فرایند تک دما (ایزوترمال) خواهد بود.

ب) برای هر دو حالت از شرایط اولیه داریم:

$$P_1 = P_o, \quad T_1 = T_o, \quad m = \frac{P_o V_1}{RT_o} = 2.9036 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

در حالت ۱ با فرض بازگشت پذیر بودن فرایند چون  $Q=0$  داریم:  $s_2 = s_1$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{P_2}{P_o} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 1.3687 \Rightarrow T_2 = 1.3687 T_1$$

$$\Rightarrow T_2 = 1.3687 T_o = 410.62 \text{ K} \Rightarrow V_2 = \frac{mRT_2}{P_2} = 11.406 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \approx 11.41 \text{ cm}^3$$

انژی (۲۵۳)

[بافرض:  $P_o=100kPa$  ,  $T_o=300K$  ,  $k_{air}=1.4$  ,  $R_{air}=0.287 kJ/kgK$ ]

در عمل چون فرایند بازگشت پذیر نیست حجم و دمای نهایی کمتر از مقادیر فوق خواهند بود.

در حالت ۲ داریم:

$$T_2=T_1=T_o=300K \quad , \quad V_2=\frac{mRT_2}{P_2}=8.3333 \times 10^{-6} m^3$$

$$\Rightarrow V_2 \approx 8.33 cm^3$$

۵-۸ یک سیلندر پیستون عایق محتوی دی اکسید کربن در  $120kPa$  ,  $400K$  می باشد. حال گازطی یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر تا فشار  $2.5MPa$  متراکم می شود. درجه حرارت

نهایی و کار واحد جرم را محاسبه کنید. بافرض

الف) حرارت مخصوص متغیر است، جدول  $A.8$ ب) حرارت مخصوص ثابت است، مقادیر جدول  $A.5$ پ) حرارت مخصوص ثابت است، از مقادیر درجه حرارت متوسط و جدول  $A.6$  استفاده کنید.

حل:

(الف)

(1)

$$T_1=400K \quad , \quad P_1=120kPa \Rightarrow \bar{s}^\circ_{T_1}=225.314 \quad , \quad (\bar{h}_{T_1}-\bar{h}^\circ_{298})=4003$$

$$\bar{R}=8.3134$$

$$\bar{P}_1 \bar{v}_1 = \bar{R} T_1 \Rightarrow \bar{v}_1 = 27.71 m^3/kmol$$

۲ → ۱: فرایند آیزوتروپیک

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = 0 = (\bar{s}^\circ_{T_2} - \bar{s}^\circ_{T_1}) - \bar{R} \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \bar{s}^\circ_{T_2} = 250.558 kJ/kmolK$$

با درون یابی از جدول (A.8) داریم.

$T$	$\bar{s}^\circ_T$	$(\bar{h}-\bar{h}^\circ_{298})$
600	243.284	12906
$T_2=?$	250.558	$\bar{h}_{T_2}-\bar{h}^\circ_{298}$
700	250.752	17754

$$\Rightarrow \begin{cases} T_2=697.4K \\ (\bar{h}_{T_2}-\bar{h}^\circ_{298})=17628 kJ/kmol \end{cases}$$

$$P_2 \bar{v}_2 = \bar{R} T_2 \Rightarrow \bar{v}_2 = 2.32 m^3/kmol$$

۲ → ۱: فرایند آیزوتروپیک

$$\bar{q}_{1-2} = \bar{w}_{1-2} + \bar{u}_2 - \bar{u}_1 \Rightarrow 0 = \bar{w}_{1-2} + (\bar{h}_{T_2} - \bar{h}_{T_1}) - (P_2 \bar{v}_2 - P_1 \bar{v}_1)$$



۲۵۴ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow \bar{w}_{1-2} = 2500 \times 2.32 - 120 \times 27.71 - (17628 - 4003) = -11150.2 \text{ kJ/kmol}$$

$$w_{1-2} = \frac{\bar{w}_{1-2}}{M} = -253.36 \text{ kJ/kg}$$

$$C_{p_o} = 0.842 \text{ kJ/kgK} , \quad R = 0.1889 \text{ kJ/kgK} \quad \text{ب) از جدول (A.5) داریم.}$$

$$s_2 - s_1 = 0 = C_{p_o} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow T_2 = 790.5 \text{ K}$$

$$w_{1-2} = u_1 - u_2 = C_{v_o}(T_1 - T_2) = 0.653(400 - 790.5) = -255 \text{ kJ/kg}$$

$$\bar{C}_{p_o} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta + 0.024198\theta^2 \quad \text{پ) از جدول (A.6) داریم.}$$

دقیقترین جواب برای  $T_2$  از قسمت الف حاصل می شود

$$T_{av} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{400 + 790.5}{2} = 595.25 \text{ K}$$

$$\theta = \frac{T_{av}}{100} = 5.9525 \Rightarrow \bar{C}_{p_o} = 45.99 \text{ kJ/kmolK}$$

$$C_{p_o} = \frac{\bar{C}_{p_o}}{M} = \frac{45.99}{44.01} = 1.045 , \quad C_{v_o} = C_{p_o} - R = 0.85608$$

قانون اول:  ${}_1q_2 = 0$

$${}_1q_2 = u_2 - u_1 + {}_1w_2 \Rightarrow {}_1w_2 = u_1 - u_2 = C_{v_o}(T_1 - T_2) = -254.6 \text{ kJ/kg}$$

۸-۵۱ یک تفنگ بادی کوچک را با سیلندری به حجم  $1 \text{ cm}^3$  در  $27^\circ\text{C}$ ،  $250 \text{ kPa}$  در نظر بگیرید، گلوله همانند یک پیستون عمل می کند که در ابتدا توسط ضامنی نگه داشته شده است. گلوله شلیک می شود طوری که هوا طی یک فرایند آدیاباتیک منبسط می شود. اگر زمانی که گلوله از سیلندر خارج می شود فشار  $100 \text{ kPa}$  باشد حجم نهایی و کار انجام شده توسط هوا را بیابید.

حل:

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300.15 \text{ K} , \quad P_1 = 250 \text{ kPa} , \quad V_1 = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 \quad (1)$$

$$P_2 = 100 \text{ kPa} , \quad {}_1w_2 = ? \quad (2)$$

فرایند را برگشت پذیر فرض می کنیم

۲ → ۱: فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک):

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k , \quad k = \frac{C_{p_o}}{C_{v_o}} = 1.4 \Rightarrow V_2 = 1.924 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 1.9 \text{ cm}^3$$

$${}_1w_2 = \int_1^2 P dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - k} = 144 \times 10^{-6} \text{ kJ} = 0.144 \text{ J}$$

۵۲-۸ یک مخزن صلب به حجم  $1.5 \text{ m}^3$  محتوی  $1 \text{ kg}$  گاز آرگون در  $30^\circ \text{C}$  است. گرما از یک کوره در دمای  $1300^\circ \text{C}$  به آرگون منتقل می شود تا انتروپی ویژه آرگون به میزان  $0.343 \text{ kJ/kgK}$  افزایش یابد. گرمای کل مبادله شده و انتروپی تولید شده را بیابید.

حل: آرگون را سیستم در نظر می گیریم:

$$v_1 = v_2 = \frac{1.5}{1} = 1.5 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow W = 0$$

$$\Delta S_{sys} = \frac{\Delta S_{sys}}{m} = 0.343 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Delta S_{sys} = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 e^{\frac{\Delta S}{C_v}} = 910 \text{ K}$$

$$(C_v = 0.312 \text{ kJ/kgK})$$

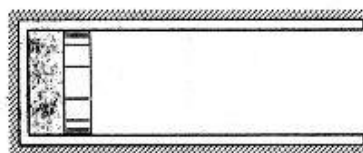
$$1st \text{ law: } Q = W + m \Delta u = C_v (T_2 - T_1) \Rightarrow Q = 189.38 \text{ kJ}$$

$$2nd \text{ law: } \Sigma S_{gen} = \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr}$$

$$\Rightarrow \Sigma S_{gen} = m (s_2 - s_1) + \frac{Q}{T_{furnace}} = 0.223 \text{ kJ/K}$$

۵۳-۸ یک پیستون / سیلندر، مطابق شکل (۵۳-۸)، حاوی هوا در  $15 \text{ MPa}$ ،  $1380 \text{ K}$  با حجم اولیه  $V_i = 10 \text{ cm}^3$ ،  $A_{cyl} = 5 \text{ cm}^2$  است. پیستون رها شده و دقیقاً قبل از خروج از سیلندر فشار داخل  $200 \text{ kPa}$  می باشد. اگر سیلندر عایقکاری شده باشد طول آن را بیابید. چه مقدار کار توسط هوای داخل انجام شده است؟

حل:



$$W = P_{ext} \Delta V$$

در این ماله رابطه برقرار نیست چون جرم پیستون ممکن است قابل ملاحظه باشد. کار انجام شده توسط هوای داخل شامل دو قسمت است یکی که برای راندن

پیستون در مقابل هوای خارج استفاده می شود و دیگری صرف تغییر انرژی جنبشی پیستون می گردد.

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = 0.0264 \text{ m}^3/\text{kg}$$

با فرض بازگشت پذیر بودن فرایند داریم:

$$P_{r1}=341.269, \quad u_1=1095.23 \text{ kJ/kg}, \quad v_{r1}=2.70787$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{P_{r1}}{P_{r2}} \right)_{s=Cte} \Rightarrow P_{r2} = P_{r1} \frac{P_2}{P_1} = 4.55025$$

$$P_{r2}=4.55025 \Rightarrow T_2=447.113 \text{ K}, \quad u_2=320.856 \text{ kJ/kg}, \quad v_{r2}=65.7974$$

$$m = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 3.7873 \times 10^{-4} \text{ kg} \quad \text{اگر هوای داخل را جرم کنترل فرض کنیم داریم:}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{v_{r1}}{v_{r2}} \right)_{s=Cte} \Rightarrow v_2 = 0.6416 \text{ m}^3/\text{kg}$$

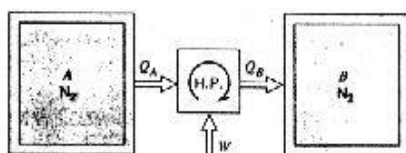
$$V_2 = m v_2 = 2.4298 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow L = \frac{V_2}{A_{cyl}} = 0.486 \text{ m} = 48.6 \text{ cm}$$

$$\text{1st law: } Q = \Delta U + W = 0 \Rightarrow W = m(u_1 - u_2) = 0.293279 \text{ kJ}$$

۵۴-۸ دو مخزن داریم که هر کدام محتوی  $10 \text{ kg}$  گاز  $N_2$  در فشار  $500 \text{ kPa}$  و درجه حرارت  $1000 \text{ K}$

می باشند. حال توسط یک پمپ حرارتی که به دو مخزن متصل است یکی از مخازن سرد و دیگری گرم می شود و تبادل حرارتی با محیط وجود ندارد. وقتی یکی از مخازن تا درجه حرارت  $1500 \text{ K}$  گرم شود فرایند متوقف می شود. فشار و درجه حرارت نهایی در هر دو مخزن و کار ورودی به پمپ حرارتی را با فرض ظرفیتهای حرارتی ثابت حساب کنید.



حل:

$$T_1=1000 \text{ K}, \quad P_1=500 \text{ kPa}, \quad m=10 \text{ kg}, \quad V_A=V_B=Cte \quad A, B(1)$$

$$P_c=3.39 \text{ MPa} \quad P_{r1} = \frac{P_1}{P_c} \approx 0.15, \quad T_c=126.2 \text{ K} \quad T_{r1} = \frac{T_1}{T_c} \approx 7.9$$

$$C_{p0}=1.042, \quad R=0.2968, \quad C_{v0}=0.745$$

با مراجعه به نمودار تراکم پذیری مشاهده می شود که نیتروژن در این شرایط از رفتار گاز ایده آل

پیروی می کند. ( $Z \approx 1$ )

$$\begin{cases} T_2 = 1500 K \\ V_A = V_B = Cte \end{cases} \quad \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow P_2 = 750 kPa \quad :A(2)$$

$$(s_2 - s_1)_A = C_{p0} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 0.30215$$

اگر کل مجموعه را به عنوان سیستم در نظر بگیریم چون کل مجموعه آدیاباتیک بوده و فرایند ها

برگشت پذیر می باشند پس  $\Delta S_{net} = 0$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 0 \Rightarrow (s_2 - s_1)_A + (s'_2 - s_1)_B = 0 \Rightarrow C_{p0} \ln \frac{T'_2}{T_1} - R \ln \frac{P'_2}{P_1} = -0.30215$$

$$\frac{P'_2 V}{T'_2} = \frac{P_1 V}{T_1} \Rightarrow P'_2 = \frac{P_1}{T_1} T'_2 \Rightarrow C_{p0} \ln \frac{T'_2}{T_1} - R \ln \frac{T'_2}{T_1} + 0.30215 = 0$$

$$C_{p0} - R = C_{v0} \Rightarrow C_{v0} \ln \frac{T'_2}{T_1} + 0.30215 = -\delta (=0)$$

با آزمون و خطا و درونیایی برای  $\delta = 0$  جواب را بدست می آوریم.

$$T = 650 K \Rightarrow \delta = -0.018263$$

$$T'_2 = ? \quad \delta = 0 \quad \Rightarrow T'_2 = 667 K$$

$$T = 700 K \Rightarrow \delta = 0.036947$$

$$P'_2 = \frac{P_1}{T_1} T'_2 \Rightarrow P'_2 = 333 kPa$$

$$W = Q_{H_A} - Q_{L_B} = m(T_{av} \Delta s)_A - m(T_{av} \Delta s)_B = m \cdot \frac{T_1 + T_2}{2} \Delta s_A - m \cdot \frac{T_1 + T'_2}{2} \Delta s_B$$

$$|\Delta s_A| = |\Delta s_B| = 0.30267 \quad [ \text{علامت منفی } \Delta s_B \text{ در } Q_{LB} \text{ منظور شده است} ]$$

$$\Rightarrow W = m \frac{T_2 - T'_2}{2} \Delta s = 1260 kJ$$

این مساله را از طریق جدول (B.6.2) نیز می توانیم حل کنیم. (در مساله ۸-۶۰ توضیح داده خواهد شد)

۸-۵۶ تمایل داریم منبعی از گاز هلیوم سرد را با استفاده از روش زیر تهیه کنیم. هلیوم موجود در یک

سیلندر در شرایط محیط  $100 kPa$ ،  $20^\circ C$ ، در یک فرایند بازگشت پذیر و تکدام تا

$600 kPa$  فشرده می شود، سپس گاز در یک فرایند بی دررو و بازگشت پذیر تا فشار

100 kPa انبساط می یابد.

الف) فرایند را روی دیاگرام  $T-s$  نشان دهید

ب) دمای نهایی و کار خالص بر واحد جرم هلیوم را بیابید.

ج) اگر از یک گاز دو اتمی مانند اکسیژن یا نیتروژن استفاده می شد، آیا دمای نهایی بالاتر، پائینتر یا مساوی این دما بود؟

حل: داریم:

$$R_{He} = 2.0771 \text{ kJ/kgK}, \quad k_{He} = 1.667$$

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = 6.089 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$T = Cte \Rightarrow P_1 v_1 = P_2 v_2 \quad 1 \rightarrow 2$$

$$\Rightarrow v_2 = 1.0148 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$s = Cte \Rightarrow P v^k = C \quad 2 \rightarrow 3$$

$$\Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \left( \frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad \frac{v_3}{v_2} = \left( \frac{P_2}{P_3} \right)^{\frac{1}{k}}$$

$$\Rightarrow T_3 = 143.13 \text{ K}, \quad v_3 = 2.9729 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$${}_1w_3 = {}_1w_2 + {}_2w_3 = \int_1^2 P dv + \int_2^3 P dv = \int_1^2 \frac{RT_1}{v} dv + \int_2^3 \frac{C}{v^k} dv$$

$$\Rightarrow {}_1w_3 = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{P_3 v_3 - P_2 v_2}{1-k} = -1091 + 467.15 = -623.88 \text{ kJ/kg(He)}$$

ج) برای اکسیژن با توجه به حدود 200K تغییر دما می توان با تقریب گرماهای ویژه را ثابت دانست

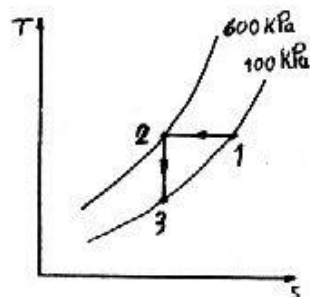
$$\text{در مورد اکسیژن: } k_{O_2} = 1.393 \Rightarrow \left( \frac{k-1}{k} \right)_{O_2} = 0.2821 \Rightarrow \left( \frac{T_3}{T_2} \right)_{O_2} = \left( \frac{P_3}{P_2} \right)^{0.2821}$$

$$\text{در مورد هلیوم: } k_{He} = 1.667 \Rightarrow \left( \frac{k-1}{k} \right)_{He} = 0.4001 \Rightarrow \left( \frac{T_3}{T_2} \right)_{He} = \left( \frac{P_3}{P_2} \right)^{0.4001}$$

با توجه به اینکه  $P_2, P_3$  برای اکسیژن و هلیوم یکسان هستند

$$\Rightarrow T_3)_{O_2} = 176.84 > 143.13$$

یعنی با استفاده از گازهای دو اتمی در دستگاه فوق نمی توان به دمای پایینتری دست یافت



انتروپی / ۲۵۹

۵۷-۸ یک مخزن عایق به حجم  $1\text{m}^3$  محتوی هوا در  $800\text{kPa}$  ,  $25^\circ\text{C}$  می باشد. حال شیر روی مخزن باز شده و فشار داخل مخزن سریعاً تا  $150\text{kPa}$  افت می کند. در این حالت شیر بسته می شود. با فرض اینکه هوای باقیمانده درون مخزن فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر را طی نماید. جرم هوای خارج شده طی فرایند را بدست آورید.

حل:

$$P_1 = 800\text{kPa} \quad , \quad T_1 = 25^\circ\text{C} = 298.15\text{K} \quad , \quad V = 1\text{m}^3 \quad (1)$$

$$m_1 = \frac{P_1 V}{RT_1} \Rightarrow m_1 = 9.35\text{ kg}$$

$$P_2 = 150\text{kPa} \quad , \quad m_2 = ? \quad (2)$$

جرم باقیمانده در مخزن فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک) را طی کرده است پس داریم.

$$s_2 - s_1 = 0 = C_{pv} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow T_2 = 185\text{K}$$

$$m_2 = \frac{P_2 V}{RT_2} \Rightarrow m_2 = 2.83\text{ kg} \quad , \quad m_e = m_1 - m_2 = 6.52\text{ kg}$$

[در این فرایند هوای خروجی از مخزن فرایند برگشت ناپذیری را طی می کند]

۵۸-۸ یک سیلندر که با یک پیستون آب بندی شده است محتوی هوا در  $500\text{kPa}$  ,  $200^\circ\text{C}$  است که در این نقطه حجم  $10\text{L}$  می باشد. نیروی خارجی روی پیستون طوری تغییر می کند که هوا تا  $150\text{kPa}$  ,  $25\text{L}$  انبساط یابد. ادعا می شود که در این فرایند هوا  $70\%$  کاری را انجام می دهد که طی یک فرایند انبساط بازگشت پذیر بی درز و از حالت اولیه یکسان تا فشار نهایی یکسان می توانست صورت پذیرد، (اتاق در دمای  $20^\circ\text{C}$  است.  $a$ ) مقدار کار ادعا شده چقدر است؟  $b$ ) آیا این ادعا صحیح است؟

حل: هوای داخل سیلندر - پیستون را سیستم در نظر می گیریم:

$$C_p = 1.004\text{ kJ/kgK} \quad , \quad R = 0.287\text{ kJ/kgK} \quad , \quad C_v = 0.717\text{ kJ/kgK} \quad , \quad k = 1.4 \quad (\text{air})$$

$$T_1 = 273.1 + 200 = 473.1\text{K}$$

$$P_1 V_1 = mRT_1 \Rightarrow 500 \times 0.01 = m \times 0.287 \times 473.1 \Rightarrow m = 0.037\text{ kg}$$

$$P_2 V_2 = mRT_2 \Rightarrow 150 \times 0.01 = 0.037 \times 0.287 \times T_2 \Rightarrow T_2 = 141.93\text{K}$$

برای فرایند بی درز و بازگشت پذیر (آیزنتروپیک) در گاز کامل:

$$s_1 = s_2 \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_2 = 473.1 \times \left( \frac{150}{500} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 335.4\text{K}$$

۲۶۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

برای حالت بازگشت پذیری دررو:  $system : 1st\ law : Q_{1-2} - W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$

$$\text{آیزتروپیک} \quad W_{1-2} = mC_v (T_1 - T_2) = W_{rev}$$

$$W_{rev} = 0.037 \times 0.717 (473.1 - 335.4) = 3.65 \text{ kJ}$$

$$W_{irr} = 0.7 W_{rev} = 0.7 \times 3.65 = 2.56 \text{ kJ}$$

طبق ادعا:

برای حالت بازگشت ناپذیر توأم با انتقال حرارت:

$$system : 1st\ law: Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{irr} = 2.56 + 0.037 \times 0.717 (141.93 - 473.1)$$

$$Q_{irr} = -6.22 \text{ kJ}$$

اصل افزایش انتروپی:

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} \geq 0$$

$$\Delta S_{sys} = m \left( C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$= 0.037 \left( 1.004 \ln \frac{141.93}{473.1} - 0.287 \ln \frac{150}{500} \right) = -0.032 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{sur} = \frac{-Q_{sys}}{T_o} = \frac{6.22}{273.1 + 20} = 0.021 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{net} = -0.032 + 0.021 = -0.011 < 0$$

این ادعا قانون دوم ترمودینامیک را نقض می کند و صحیح نمی باشد.

۵۹-۸ مخزن صلبی به حجم 200L بوسیله یک غشاء مصنوعی به دو قسمت هم حجم تقسیم شده است. هردو قسمت حاوی نیتروژن می باشند، یکی در  $200^\circ\text{C}$ ,  $2\text{MPa}$  و دیگری در  $100^\circ\text{C}$ ,  $200\text{kPa}$ ، غشاء پاره شده و نیتروژن در دمای  $70^\circ\text{C}$  به حالت یکسان می رسد. با فرض اینکه دمای محیط  $20^\circ\text{C}$  باشد کار انجام شده و تغییر خالص انتروپی را برای فرایند بیابید.

حل:

اگر جرم کنترل را مخزن فرض کنیم چون تغییر حجم نداریم پس کار صفر است  $W=0$   
[تمام اعداد مورد نیاز از جداول نیتروژن بدست آمده اند.]

۲۶۱ / انتروپی

$$A: T_A = 200^\circ C, P_A = 2 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow v_A = 0.070756 \text{ m}^3/\text{kg}, h_A = 491.1 \text{ kJ/kg}, s_A = 6.4269 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow m_A = \frac{V_A}{v_A} = 1.4133 \text{ kg}, u_A = h_A - P_A v_A = 349.59 \text{ kJ/kg}$$

$$B: T_B = 100^\circ C, P_B = 200 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow v_B = 0.55397 \text{ m}^3/\text{kg}, h_B = 387.27 \text{ kJ/kg}, s_B = 6.8647 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow m_B = \frac{V_B}{v_B} = 0.18052 \text{ kg}, u_B = h_B - P_B v_B = 276.48 \text{ kJ/kg}$$

$$V_2 = 0.2 \text{ m}^3, m_2 = m_A + m_B = 1.5938 \text{ kg} \Rightarrow v_2 = 0.12549 \text{ m}^3/\text{kg} \quad 2$$

$$T_2 = 70^\circ C = 343.15 \text{ K}, v_2 = 0.12549 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{شرایط نهایی:}$$

$$T = 343.15 \text{ K:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = 800 \text{ kPa} \Rightarrow v = 0.1274 \text{ m}^3/\text{kg}, h = 354.97 \text{ kJ/kg}, s = 6.3636 \text{ kJ/kgK} \\ P = 1000 \text{ kPa} \Rightarrow v = 0.10194 \text{ m}^3/\text{kg}, h = 354.65 \text{ kJ/kg}, s = 6.2964 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

درون یابی:

$$v_2 = 0.12549 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow P_2 = 815 \text{ kPa}, h_2 = 354.95 \text{ kJ/kg}, s_2 = 6.3586 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 252.68 \text{ kJ/kg}$$

$$W = 0 \Rightarrow 1st \text{ law: } Q = m \Delta u = m_2 u_2 - (m_A u_A + m_B u_B) = -141.27 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = [m_2 s_2 - (m_A s_A + m_B s_B)] + \frac{|Q|}{T} = 0.29389 \text{ kJ/K}$$

۶-۸ درون یک مخزن عایق بندی شده به حجم  $0.5 \text{ m}^3$ ، نیتروژن در  $127^\circ C$ ،  $600 \text{ kPa}$  موجود است. حال این مخزن توسط یک شیر و لوله به یک مخزن عایق دیگر به حجم  $0.5 \text{ m}^3$  که خالی است، متصل می شود. اکنون شیر باز می شود تا نیتروژن هردو مخزن را فرا بگیرد. فشار و درجه حرارت نهایی و تولید انتروپی ضمن فرایند را بیابید. چرا این فرایند بازگشت ناپذیر است؟

حل:

$$1) \begin{cases} P_1 = 600 \text{ kPa} \\ T_1 = 127^\circ C \approx 400 \text{ K} \\ V_1 = 0.5 \text{ m}^3 \end{cases} \quad \begin{cases} P_c = 3.39 \text{ MPa} & P_{r1} = \frac{P_1}{P_c} = 0.18 \\ T_c = 126.2 \text{ K} & T_{r1} = \frac{T_1}{T_c} = 3.17 \end{cases}$$



۲۶۲ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

با مراجعه به نمودار تراکم پذیری در می یابیم که نیتروژن در این حالت کاملاً از رفتار گاز ایده‌ال پیروی می‌کند و با توجه به اینکه در ضمن این فرایند فشار کاهش می‌یابد (چون حجم افزایش یافته) پس  $P_2$  باز هم کوچک می‌شود یعنی در ضمن این فرایند (فرایند  $1 \rightarrow 2$ ) نیتروژن از رفتار گاز ایده‌ال پیروی می‌کند.

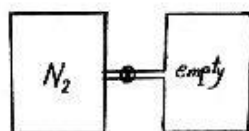
اگر مجموعهٔ دومخزن را به عنوان سیستم

در نظر بگیریم، خواهیم داشت.

قانون اول:  ${}_1q_2 = u_2 - u_1 + {}_1w_2$

کل سیستم آدیباتیک است  ${}_1q_2 = 0$

در مرز سیستم حرکتی نداریم  ${}_1w_2 = 0$



$$\Rightarrow u_2 - u_1 = 0 \Rightarrow C_v(T_2 - T_1) = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 = 400K$$

$$2) \begin{cases} T_2 = 400K \\ V_2 = 1 m^3 \end{cases} \quad \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow P_2 = 300 kPa$$

چون اختلاف فشار بین دومخزن زیاد است [یک مخزن در فشار 600 و دیگری خالی است] با باز کردن شیر فرایند سریع صورت می‌گیرد در نتیجه فرایند برگشت ناپذیر خواهد بود.

$$\Delta S_{gen} = \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} \quad \left( \Delta S_{sur} = \frac{Q_{sys}}{T_{sur}} = 0 \right)$$

$$\Delta S_{sys} = m(s_2 - s_1) = m \left( C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right) = \frac{P_1 V_1}{RT_1} \left( C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$\Delta S_{sys} = 0.52 kJ/K \Rightarrow \Delta S_{gen} = 0.52 kJ/K > 0$$

اگر بخواهیم این مساله را از طریق جدول (B.6.2) حل کنیم.

داریم:

$$1) \begin{cases} P_1 = 600 kPa \\ T_1 = 400K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 0.19819 \\ s_1 = 6.6121 \end{cases}, \quad u_1 = h_1 - P_1 v_1 = 295.976$$

$$v_2 = 2v_1 = 0.39638 \quad ( \text{حجم دوبرابر شده بود} ) \quad P_2 = ? \quad (2)$$

$$u_2 = u_1 = 295.976 \quad ( \text{از قانون اول نتیجه شد} ) \quad T_2 = ?$$

جدولی مطابق شکل ترتیب می‌دهیم. و  $u$ ،  $v$  را برای هر دما و فشار مشخص از جدول (B.6.2) پیدا می‌کنیم. با توجه به مقادیر جدول خواهیم دید که  $u_2$ ،  $v_2$  بین مقادیر  $u$ ،  $v$  در یک محدوده

دمایی قرار خواهد گرفت و با درونیایی مقدار  $P_2$ ،  $T_2$  بدست می‌آید. اگر مساله از این طریق حل شود با روش حل اولی حداکثر 2% اختلاف خواهد داشت که قابل اغماض است.

$T$	$P=200$	$P=500$	$P=600$
350	$u$ $v$	.....	.....
400	$u'$ $v'$	.....	.....
450	$u''$ $v''$	.....	.....

۸-۶۱ نئون از  $400\text{ kPa}$ ،  $20^\circ\text{C}$  تا رسیدن به  $100^\circ\text{C}$  یک فرایند پلی تروپیک با  $n=1.4$  را طی می‌کند. علامت انتقال حرارت و کار را مشخص کرده و توضیح دهید.

حل: نئون را سیستم فرض می‌کنیم:

$$R=0.412\text{ kJ/kgK}, \quad C_{p0}=1.03\text{ kJ/kgK}, \quad C_{v0}=0.618\text{ kJ/kgK} \quad ; \text{Ne}$$

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n} \quad \text{پلی تروپیک:}$$

$$w = \frac{R(T_2 - T_1)}{1-n} = \frac{0.412(373.1 - 293.1)}{1-1.4} = -82.4\text{ kJ/kg}$$

$$1st\text{ law} : q = w + (u_2 - u_1) = w + C_v(T_2 - T_1)$$

$$q = -82.4 + 0.618(373.1 - 293.1) = -32.96\text{ kJ/kg}$$

\* علامت منفی برای کار نشان دهنده این است که از خارج روی نئون کار انجام می‌شود و این کار بصورت تراکمی خواهد بود. (حجم ویژه کاهش می‌یابد)

\* علامت منفی برای انتقال حرارت نشان دهنده انتقال حرارت از نئون به محیط است.

۸-۶۲ یک سیلندر / پیستون حاوی دی اکسید کربن در  $1\text{ MPa}$ ،  $300^\circ\text{C}$  با حجم  $200\text{ L}$  می‌باشد. نیروی کل خارجی وارد بر پیستون متناسب با  $V^\gamma$  است. به این سیستم اجازه داده می‌شود تا دمای محیط،  $20^\circ\text{C}$ ، سرد شود. تولید انتروپی کل را برای این فرایند بیابید.

حل:

از جدول ثابتهای بحرانی 4.2 داریم:

$$P_c)_{CO_2} = 7.38\text{ MPa}, \quad T_c)_{CO_2} = 304.1\text{ K}, \quad M_{CO_2} = 44.01\text{ kg/kmol}$$

$$R_{CO_2} = 0.1889\text{ kJ/kgK} \quad \text{از جدول ثابتهای گاز ایده‌ال 4.5 داریم:}$$

از جدول گرمای ویژه فشار ثابت برای گاز ایده‌ال، 4.6 داریم:

$$\bar{C}_{po})_{CO_2} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta + 0.024198\theta^2$$

$$T_{r1} = \frac{T_1}{T_c} = 1.88, \quad P_{r1} = \frac{P_1}{P_c} = 0.136 \quad \text{داریم:}$$

با مراجعه به دیاگرام تراکم پذیری عمومی D.I داریم:

با توجه به اینکه دی اکسید کربن در حالت اولیه به خوبی از معادله حالت گاز ایده‌ال پیروی می‌کند و اینکه رابطه مستقیم فشار با  $V^3$  باعث می‌شود که با افت حجم، فشار و در نتیجه  $P_r$  به سرعت افت کند و در نتیجه همواره  $Z$  بسیار نزدیک به 1 باشد، می‌توان دی اکسید کربن را با تقریب بسیار بالا در کل فرایند ایده‌ال دانست

$$\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_1 V_1^{-4} = T_2 V_2^{-4} \Rightarrow V_2 = V_1 \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{1/4} \\ \Rightarrow P - CV^3 \Rightarrow P_1 V_1^{-3} = P_2 V_2^{-3} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow V_2 = 0.16914 \text{ m}^3 \Rightarrow P_2 - P_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{-3} = 604.81 \text{ kPa}$$

$$m = \frac{P_1 V_1}{Z_1 R T_1} = 1.8473 \text{ kg}$$

$$W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = -24.426 \text{ kJ} \quad \text{فرایند پلی تروپیک (n=-۳)}$$

$$\Rightarrow \theta_{av} = \frac{T}{100} = 4.3315, \quad T_{av} = 160^\circ \text{C} = 433.15 \text{ K} \quad \text{در این فرایند}$$

$$\bar{C}_{po})_{CO_2} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta - 0.024198\theta^2$$

$$\Rightarrow \bar{C}_{po})_{CO_2} = 42.482 \text{ kJ/kmolK} \Rightarrow C_{po} = \frac{\bar{C}_{po}}{M} = 0.96528 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow C_{vo} = C_{po} - R_{CO_2} = 0.77638 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow \Delta U = m C_{vo} \Delta T = 1.8473 \times 0.77638 \times (-280) = -401.58 \text{ kJ}$$

$$\text{1st law: } Q = W + \Delta U = -426.01 \text{ kJ}$$

$$\bar{s}^\circ_1 = 241.03 \text{ kJ/kmolK}, \quad \bar{s}^\circ_2 = 213.24 \text{ kJ/kmolK} \quad \text{از جدول 4.8 داریم:}$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{s}^\circ = \bar{s}^\circ_2 - \bar{s}^\circ_1 = -27.79 \text{ kJ/kmolK}, \quad \Delta s^\circ = \frac{\Delta \bar{s}^\circ}{M} = -0.63145 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow \Delta s = \Delta s^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} = -0.53646 \text{ kJ/kgK}$$

۲۶۵ / انتروپی

$$\Rightarrow \Delta S = m \Delta s = -0.991 \text{ kJ/K}$$

$$\Sigma S_{gen} = \Delta S_{net} = \Delta S_{CO_2} - \Delta S_{surr}$$

$$\Delta S_{surr} = -\frac{Q_{CO_2}}{T_o} = -\frac{-426.01}{293.15} = 1.4532 \text{ kJ/K} \Rightarrow \Sigma S_{gen} = 0.4622 \text{ kJ/K}$$

\*۱ با مراجعه به شکل ۵-۱۱ (متن کتاب) در می یابیم که  $\bar{C}_{p_o}$  برای  $CO_2$  در محدوده  $200K-1000K$  به شدت با دما تغییر می کند بنابراین در این مساله از  $\bar{C}_{p_o}$  در دمای متوسط یعنی  $T_{qv} = 160^\circ C$  استفاده کردیم.

\*۲ انتقال حرارت به محیط مثبت است چون محیط حرارت گرفته است.  
۸-۶۳ سیلندر پیستونی محتوی  $1 \text{ kg}$  گاز متان در  $100 \text{ kPa}$ ،  $20^\circ C$  می باشد. گاز طی فرایند بازگشت پذیر تا فشار  $800 \text{ kPa}$  متراکم می شود. اگر فرایند به یکی از سه صورت زیر باشد کار مورد نیاز چقدر خواهد بود؟

الف) آدیاباتیک

ب) هم دما

پ) پلی تروپیک با  $n = 1.15$

حل: بادرون یابی:

$$1) \begin{cases} P_1 = 100 \text{ kPa} \\ T_1 = 20^\circ C = 293.15 \text{ K} \\ m = 1 \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 11.576 \\ v_1 = 1.5165 \\ u_1 = 460.8 \end{cases}$$

$$P_2 = 800 \text{ kPa} \quad (2)$$

الف) آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک):  $Pv^k = \text{Cte}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k \Rightarrow v_2 = 0.30593 \quad k_{CH_4} = 1.299 \quad \text{از جدول A.5}$$

$$w = \int_1^2 P dv = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1 - k} = -311.4 \text{ kJ/kg} \Rightarrow W = m.w = -311.4 \text{ kJ}$$

$$P_2 = 800 \text{ kPa}, T_1 = T_2 = 293.15 \text{ K}$$

$$\Rightarrow v_2 = 0.1871, u_2 = 455.6, s_2 = 10.4805$$

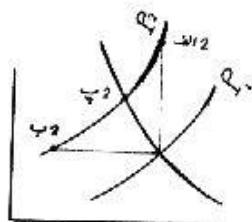
ب) همدمای برگشت پذیر:

(بادرون یابی)

$$q = T(s_2 - s_1) = -321.14 \text{ kJ/kg}$$

$$q = u_2 - u_1 + w \Rightarrow w = -315.9 \text{ kJ/kg} \Rightarrow W = -315.9 \text{ kJ}$$

قانون اول:



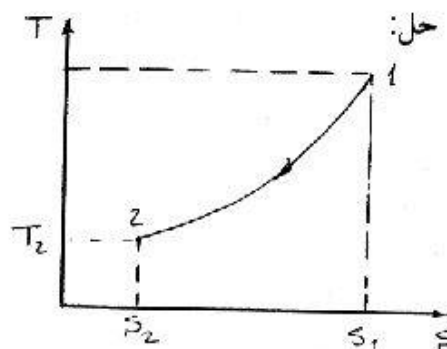
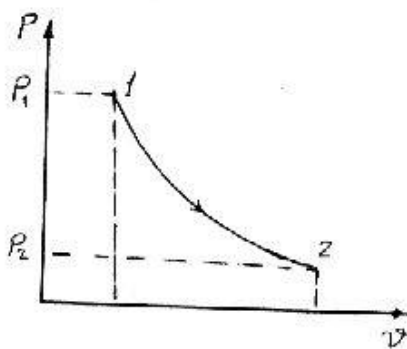
$$P v^n = Cte, n = 1.15 \quad (\text{پ})$$

$$\Rightarrow P_1 v_1^{1.15} = P_2 v_2^{1.15} \Rightarrow v_2 = 0.24863$$

$$\Rightarrow w = \int_1^2 P dv = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1 - n}$$

$$= -315 \text{ kJ/kg} \Rightarrow W = -315 \text{ kJ}$$

۶۴-۸) مرحله قدرت (ضربه قدرت) در یک موتور درون سوخت قابل تقریب بایک فرایند پلی تروپیک است. هوارد در سیلندری به حجم  $0.2 \text{ L}$ ، در  $7 \text{ MPa}$ ،  $1800 \text{ K}$  در نظر بگیرید، اکنون هوادریک فرایند بازگشت پذیر پلی تروپیک بتوان  $n = 1.5$  به نسبت حجم  $\frac{8}{1}$  انبساط می یابد. این فرایند را بر روی نمودارهای  $P-v$ ،  $T-s$  نشان دهید و کار و انتقال حرارت را برای فرایند بیابید.



حل: هوای درون سیلندر - پیستون را سیستم فرض می کنیم:

حالت ۱: از جدول A.7

$$V_1 = 0.2 \times 10^{-3} \text{ m}^3, P_1 = 7 \text{ MPa}, T_1 = 1800 \text{ K} \Rightarrow u_1 = 1486.331 \text{ kJ/kg}$$

$$V_2 = 8V_1 = 1.6 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \Rightarrow \frac{T_2}{1800} = \left( \frac{1}{8} \right)^{(1.5-1)} \Rightarrow T_2 = 636.39 \text{ K} \Rightarrow u_2 = 463.05 \text{ kJ/kg}$$

$$P_1 V_1 = m R T_1 \Rightarrow 7000 \times 0.2 \times 10^{-3} = m \times 0.287 \times 1800 \Rightarrow m = 2.71 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$W_{1-2} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n} = \frac{2.71 \times 10^{-3} \times 0.287 \times (636.39 - 1800)}{1-1.5}$$

$$W_{1-2} = 1.81 \text{ kJ}$$

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) \Rightarrow Q_{1-2} = -0.96 \text{ kJ}$$

اگر این قسمت از مسأله را با فرض  $C_v = C_{te}$  حل کنیم خواهیم داشت

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = W_{1-2} + mC_v(T_2 - T_1) \Rightarrow Q_{1-2} = -0.45 \text{ kJ}$$

که جواب درستی نمی باشد زیرا در محدوده دمایی  $(636.9K-1800K)$ ،  $C_v$  ثابت نیست و شکل ۵-۱۱ متن کتاب مؤید این مطلب است.

۸-۶۵ هلیوم که در سیلندر / پیستونی در  $20^\circ C$ ،  $100 \text{ kPa}$  قرار دارد، در یک فرایند بازگشت پذیر و پلی تروپیک با توان  $n=1.25$  به دمای  $400K$  می رسد. با فرض اینکه هلیوم گاز ایده آل بوده و گرمای ویژه آن ثابت است، فشار نهایی، کار ویژه و انتقال حرارت ویژه را بیابید.

حل:

از جدول ثابتهای گاز ایده آل ۴.۵ داریم:  $R = 2.0771 \text{ kJ/kgK}$ ،  $C_{vo} = 3.116 \text{ kJ/kgK}$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow P_2 = P_1 \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{n}{1-n}} = 472.99 \text{ kPa}$$

$$w = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{R}{1-n} (T_2 - T_1) = -887.75 \quad \text{فرایند پلی تروپیک برای گاز ایده آل:}$$

$$\text{1st law: } q = w + \Delta u = w + C_{vo} \Delta T = -887.75 + 3.116(400 - 293.15)$$

$$= -554.81 \text{ kJ/kg}$$

✓ ۸-۶۶ سیلندر پیستونی به حجم اولیه  $0.3 \text{ m}^3$  محتوی هوا در شرایط محیط  $100 \text{ kPa}$ ،  $20^\circ C$  می باشد.

ابتدا هوا تحت فرایند پلی تروپیک برگشت پذیر با  $n=1.2$  قرار گرفته و تا فشار

$800 \text{ kPa}$  متراکم می شود و سپس طی فرایند انبساطی که از نوع آدیاباتیک برگشت پذیر

می باشد تا فشار  $100 \text{ kPa}$  منبسط می شود.

الف) هردو فرایند را روی نمودارهای  $P-v$ ،  $T-s$  نشان دهید.

ب) درجه حرارت نهایی و کار خالص را بیابید.

پ) ظرفیت نهفته سرد سازی هوا در حالت نهایی چقدر است. (بر حسب کیلو ژول)

حل:

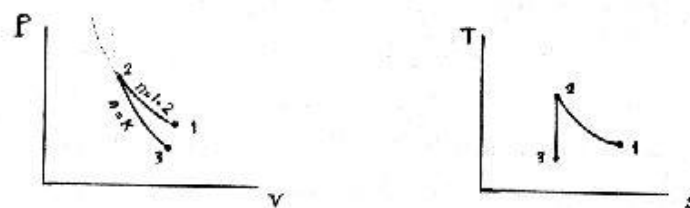
$$P_1 = 100 \text{ kPa}, T_1 = 20^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}, V_1 = 0.3 \text{ m}^3 \quad (1)$$

$$m = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.3566 \text{ kg}$$

$$P_2 = 800 \text{ kPa}, \quad 1 \rightarrow 2 : P v^n = Cte, \quad n = 1.2 \quad (2)$$

$$P_3 = 100 \text{ kPa}, \quad s_2 = s_3 \text{ (آیزنتروپیک)} \quad (3)$$

(الف)



در مورد گاز ایده ال فرایند آیزنتروپیک نوعی فرایند پلی تروپیک است با

$$P v^n = Cte, \quad n = 1.2 \quad 1 \rightarrow 2$$

$$k = 1.4, \quad P v^k = Cte \text{ (آدبایاتیک برگشت پذیر)} \quad 2 \rightarrow 3$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}, \quad n = 1.2 \Rightarrow T_2 = 414.6 \text{ K} \quad 1 \rightarrow 2$$

$$\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad k = \frac{C_{po}}{C_{vo}} = 1.4 \Rightarrow T_3 = 229 \text{ K} \quad 2 \rightarrow 3$$

$$w_{1-3} = \int_1^3 P dv = \int_1^2 P dv + \int_2^3 P dv = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-n} + \frac{P_3 v_3 - P_2 v_2}{1-k}$$

$$= \frac{R}{1-n} (T_2 - T_1) + \frac{R}{1-k} (T_3 - T_2) = -41.11 \text{ kJ/kg}$$

$$W_{1-3} = m w_{1-3} = -14.7 \text{ kJ}$$

[این قسمت از مساله را بدین روش نیز می توانستیم حل کنیم که ابتدا  $q_{1-3}$  را بدست آورده و سپس از

قانون اول  $w_{1-3}$  را بدست آوریم.

$$q_{1-3} = q_{1-2} + q_{2-3} = T_{av} (s_2 - s_1) = T_{av} \left( C_{po} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right), \quad q_{2-3} = 0$$

و  $T_{av} \approx \frac{T_1 + T_2}{2}$  (چون فرایند ۱ → ۲ در نمودار  $T-s$  خطی نیست پس  $T_{av}$  تقریباً با  $\frac{T_1 + T_2}{2}$  برابر است)

$$1st\ law: q_{1-3} = u_3 - u_1 + w_{1-3} \Rightarrow w_{1-3} = q_{1-3} + C_{vo}(T_1 - T_3) = -42\ kJ/kg$$

که با مقدار بدست آمده از روش بالایی کمی فرق دارد  $[W_{1-3} = mw_{1-3} = -15\ kJ]$

پ ( ظرفیت سرمایش مقدار حرارتی است که هوا لازم دارد تا طی فرایند برگشت پذیر از حالت (۳) به دمای محیط که همان  $293.15\ K$  می باشد، برسد.

$$T_3 = 229\ K, \quad P_3 = 100\ kPa \quad (3)$$

$$q_L = T_{av} \Delta s = \frac{T_1 + T_3}{2} \left[ C_{pe} \ln \frac{T_1}{T_3} - R \ln \frac{P_1}{P_3} \right], \quad P = P_3 = 100\ kPa$$

$$\Rightarrow q_L = 64.7\ kJ/kg \quad Q_L = mq_L = 23\ kJ$$

حل این قسمت از روش دیگر:  $Tds = dh - vdp, (P = Cte \Rightarrow \int v dP = 0)$

$$\Rightarrow q_L = \int Tds = \int dh = h - h_3 = C_{po}(T - T_3) = 64.4\ kJ/kg \quad (\text{این روش جواب دقیقتری می دهد})$$

\* فرایند برگشت پذیر است. یعنی با گذاشتن موتور کارنویی بین منبع دما بالا (سیلندر پیستون) و محیط مقداری نیز کار عاید ما خواهد شد که مقدار کار با نوشتن قانون اول مشخص می شود (به دانشجو واگذار می شود).

(۶۷-۸) یک گاز ایده ال با گرمای ویژه ثابت یک انبساط پلی تروپیک بازگشت پذیر با  $n = 1.4$  می کند. اگر گاز، دی اکسید کربن باشد علامت انتقال حرارت را تعیین کنید.

حل:

گاز را سیستم در نظر می گیریم:  $CO_2: C_v = 0.653\ kJ/kgK, R = 0.1889\ kJ/kgK$

چون فرایند انبساطی است

$$W_{1-2} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-1.4} > 0 \quad \Rightarrow (T_2 - T_1) < 0 \quad (1)$$

$$1st\ law: Q_{1-2} = W_{1-2} + mC_v(T_2 - T_1) = m(T_2 - T_1) \left( \frac{-0.1889}{0.4} + 0.653 \right)$$

$$Q_{1-2} = +0.18075\ m(T_2 - T_1) \quad (2)$$



۲۷۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$1, 2 \Rightarrow Q_{1,2} < 0$$

علامت منفی برای انتقال حرارت نشان دهنده این است که از سیستم به محیط گرما داده می شود.  
\* این مساله مانند اینست که موتور کارنویی بین سیستم و محیط کار گذاشته باشیم و سیستم برای ما مقداری کار انجام داده و مقداری نیز حرارت پس دهد.

✓ ۸-۶۸ یک سیلندر آب بندی شده توسط پیستونی حاوی  $R-134a$ ،  $0.5 \text{ kg}$  در  $60^\circ\text{C}$  و با کیفیت ۵۰٪ می باشد.  $R-134a$  اکنون در یک فرایند پلی تروپیک و بازگشت پذیر داخلی تا دمای محیط،  $20^\circ\text{C}$ ، انبساط می یابد، در این نقطه کیفیت ۱۰۰٪ است. هرگونه مبادله گرمایی با منبعی در  $60^\circ\text{C}$  انجام می شود. توان پلی تروپیک،  $n$ ، را یافته و نشان دهید این فرایند قانون دوم ترمودینامیک را ارضاء می کند.

حل:

$$1. \quad T_1 = 60^\circ\text{C}, x_1 = 50\% \Rightarrow P_1 = 1681.8 \text{ kPa}, s_1 = 1.4948 \text{ kJ/kgK}$$

$$, u_1 = 347.02 \text{ kJ/kg}, v_1 = 0.006206 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$2. \quad T_2 = 20^\circ\text{C}, x_2 = 100\% \Rightarrow P_2 = 572.8 \text{ kPa}, s_2 = 1.7183 \text{ kJ/kgK}$$

$$, u_2 = 389.19 \text{ kJ/kg}, v_2 = 0.03606 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\text{رابطه پلی تروپیک: } P_1 v_1^n = P_2 v_2^n \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^n \Rightarrow \ln \frac{P_1}{P_2} = n \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln \frac{P_1}{P_2}}{\ln \frac{v_2}{v_1}} = 0.61209$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = m w_{1-2} = m \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-n} = 13.17 \text{ kJ}$$

$$1st \text{ law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m \Delta u = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) = 34.25 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{sys} = m \Delta s_{sys} = 0.11175 \text{ kJ/K}, \quad \Delta S_{surr} = -\frac{Q}{T_{res}} = -\frac{34.25}{(273.15 + 60)}$$

$$= -0.1028 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 0.00894 \text{ kJ/K} > 0$$

یعنی فرایند فوق قانون دوم (به شکل اصل افزایش انتروپی کل) را ارضاء می کند.

۶۹-۸ درون سیلندر / پیستونی به حجم  $100L$  هوا در فشار  $110kPa$  و درجه حرارت  $25^\circ C$  قرار دارد. اکنون هوا طی یک فرایند پلی تروپیک بازگشت پذیر تا فشار  $800kPa$  و درجه حرارت  $200^\circ C$  متراکم می شود. فرض کنید انتقال حرارت با محیط به درجه حرارت  $25^\circ C$  انجام می پذیرد. مطلوبست مقدار توان پلی تروپیک  $n$  و حجم نهایی هوا در ضمن فرایند. همچنین کار انجام شده توسط هوا، مقدار انتقال حرارت و تولید انترپیی کل را برای فرایند بیابید.

حل:

$$P_1 = 110kPa, T_1 = 25^\circ C = 298.15K, V_1 = 100L = 0.1m^3 \quad (1)$$

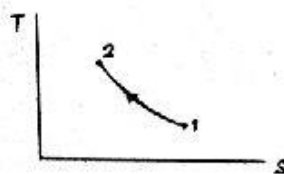
$$\Rightarrow m = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.12855kg$$

$$P_2 = 800kPa, T_2 = 473.15K \quad (2)$$

فرایند پلی تروپیک بازگشت پذیر با توان  $n$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\Rightarrow \ln \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{n-1}{n} \ln \left(\frac{P_2}{P_1}\right) \Rightarrow n = \frac{1}{\frac{\ln \left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{1 - \frac{\ln \left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\ln \left(\frac{T_2}{T_1}\right)}}} \Rightarrow n = 1.3034$$



$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n=1.3034} \Rightarrow V_2 = 0.02182m^3 = 21.82L$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 P dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} \Rightarrow {}_1W_2 = -21.3kJ$$

$$\text{1st law: } Q_{1-2} = U_2 - U_1 + W_{1-2}$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = m(u_2 - u_1) + W_{1-2} = mC_{v0}(T_2 - T_1) + {}_1W_2 \Rightarrow {}_1Q_2 = -5.17kJ$$

مقدار حرارتی که محیط دریافت کرده است  $Q = +5.17kJ$  می باشد.

$$(T_0 = 25^\circ C = 298.15K)$$

$$\Delta S_{C.M} = m(s_2 - s_1) = m \left[ C_{p0} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right], \Delta S_{\text{unir}} = \frac{Q}{T_0}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.M} + \Delta S_{surr} = m \left[ C_{p0} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right] + \frac{Q}{T_0}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 0.00374 \text{ kJ/K}$$

۷-۸ kg اتان در  $500 \text{ kPa}$ ،  $100^\circ\text{C}$  یک انبساط بازگشت پذیر پلی تروپیک با  $n=1.3$  را طی می کند تا به دمای نهایی که برابر دمای محیط،  $20^\circ\text{C}$  است برسد. انتروپی کل تولید شده را برای فرایند محاسبه کنید (انتقال حرارت با محیط صورت می گیرد)

حل:

$$T_1 = 373.1 \text{ K}, P_1 = 500 \text{ kPa}$$

$$\begin{cases} T_{cr} = 305.4 \text{ K} \rightarrow T_r = \frac{T_1}{T_{cr}} = 1.2 \\ P_{cr} = 4880 \text{ kPa} \rightarrow P_r = \frac{P_1}{P_{cr}} = 0.1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{بمراجعة به نمودار عمومی تراکم پذیری} \\ \rightarrow Z \cong 1 \end{array} \quad \text{ethane}$$

$$T_2 = 293.1 \text{ K}, P_2 < P_1 \quad \text{فرایند انبساطی:} \quad \text{حالت نهایی:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_r = \frac{293.1}{305.4} = 0.96 \\ P_r = \frac{P_2}{P_{cr}} < \frac{P_1}{P_{cr}} = 0.1 \end{cases} \quad \rightarrow Z \cong 1 \quad \text{بمراجعة به نمودار عمومی تراکم پذیری}$$

پس اتان در طول فرایند تقریباً بصورت گاز ایده آل رفتار خواهد کرد.

$$R = 0.2765 \text{ kJ/kgK}, C_v = 1.49 \text{ kJ/kgK}, C_p = 1.766 \text{ kJ/kgK} \quad \text{ethane}$$

اتان را سیستم فرض می کنیم:

$$\text{فرایند پلی تروپیک: } W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n}$$

$$= \frac{2 \times 0.2765 (293.1 - 373.1)}{1 - 1.3} = 147.47 \text{ kJ}$$

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-2} = W_{1-2} + m(u_2 - u_1) \quad \text{با فرض گاز کامل:}$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} = W_{1-2} + mC_v(T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = 147.47 + 2 \times 1.49(293.1 - 373.1) = -90.9 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = \Delta S_{gen}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow \frac{293.1}{373.1} = \left( \frac{P_2}{500} \right)^{\frac{1.3-1}{1.3}} \Rightarrow P_2 = 175.71 \text{ kPa}$$

$$\begin{aligned} \Delta S_{sys} &= m(s_2 - s_1) = m \left[ C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right] \\ &= 2 \left[ 1.766 \ln \left( \frac{293.1}{373.1} \right) - 0.2765 \ln \left( \frac{175.71}{500} \right) \right] = -0.274 \text{ kJ/K} \end{aligned}$$

$$\Delta S_{surr} = \frac{-Q_{sys}}{T_o} = \frac{90.9}{293.1} = 0.3101 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{gen} = -0.274 + 0.3101 = 0.036 \text{ kJ/K}$$

۷۱-۸ یک سیلندر / پیستون به حجم اولیه 10L حاوی بخار اشباع R-22 در  $10^\circ\text{C}$  می باشد. R-22 در یک فرایند پلی تروپیک و بازگشت پذیر (داخلی) تا  $2\text{MPa}$  ،  $60^\circ\text{C}$  فشرده می شود. هرگونه مبادله گرمایی در طول فرایند با منبعی در  $10^\circ\text{C}$  انجام می شود، تغییر خالص انتروپی را بیابید.

حل:

$$T_1 = 10^\circ\text{C}, x_1 = 100\%$$

$$\Rightarrow v_1 = v_g = 0.03471 \text{ m}^3/\text{kg}, u_1 = u_g = 229.79 \text{ kJ/kg}, s_1 = s_g = 0.9129 \text{ kJ/kgK}$$

$$, P_1 = P_{sat} = 680.7 \text{ kPa} \Rightarrow m = \frac{V_1}{v_1} = 0.2881 \text{ kg}$$

$$P_2 = 2\text{MPa}, T_2 = 60^\circ\text{C} \Rightarrow v_2 = 0.01213 \text{ m}^3/\text{kg}, h_2 = 271.56 \text{ kJ/kg}$$

$$, s_2 = 0.8873 \text{ kJ/kgK}, u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 247.3 \text{ kJ/kg}$$

فرایند پلی تروپیک:

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^n \Rightarrow n = \frac{\ln \frac{P_1}{P_2}}{\ln \frac{v_2}{v_1}} = 1.0251$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = m w_{1-2} = m \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{1-n} = -7.2645 \text{ kJ}$$

۲۷۴ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$1st\ law : Q = W + m\Delta u = -2.2199\ kJ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta S_{sys} = m\Delta s_{sys} = m(s_2 - s_1) = -7.3754 \times 10^{-3}\ kJ/K \\ \Delta S_{surr} = -\frac{Q}{T_{res}} = \frac{-2.2199}{273.15+10} = 7.8400 \times 10^{-3}\ kJ/K \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 4.6461 \times 10^{-4}\ kJ/K$$

۷۲-۸ یک سیلندر که قسمتی از آن عایق شده توسط پیستون عایقی به دو بخش تقسیم شده است. یک بخش آن را هوا و بخش دیگر آن را آب تشکیل می دهد. انتهای بخشی که شامل آب است، عایق نشده است. حجم هردو بخش در ابتدا 100L است و هوا در 40°C و آب در 90°C با عیار 10% می باشد. حرارت به آرامی به آب منتقل می شود و در نهایت فشار به 500kPa می رسد. مقدار انتقال حرارت را بیابید.

حل:

$$T_1 = 90^\circ C, x_1 = 10\% \quad \text{Water}(1)$$

$$\Rightarrow P_1 = 70.14\ kPa, v_1 = v_f + xv_{fg} = 0.236989$$

$$u_1 = u_f + xu_{fg} = 588.59$$

$$V_1 = 100L = 0.1\ m^3$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 0.422\ kg$$

$$P_2 = 500\ kPa \quad \text{Water}(2)$$

$$T_1 = 40^\circ C = 313.15\ K, V_1 = 100L = 0.1\ m^3, P_1 = 70.14\ kPa \quad \text{air}(1)$$

$$m = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.078\ kg$$

چون پیستون آزادی حرکت دارد بنابراین فشار دو طرف آن همواره مساوی هم خواهد بود یعنی  $P_W = P_o$

قسمت چپ پیستون (هوا) را به عنوان سیستم در نظر می گیریم.

پیستون آدیاباتیک بوده و فرایند انتقال حرارت به آب برگشت پذیر می باشد پس هوای سمت چپ پیستون یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک) را طی می کند.

فرایند 1 → 2. آیزنتروپیک

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_2 = 549\ K$$

انتروپی / ۲۷۵

$$-{}_1W_2)_{Water} = {}_1W_2)_{air} - \int_1^2 PdV = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-k} \quad (PV^k = Cte \quad \leftarrow s_1 = s_2)$$

$$= \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-k} \Rightarrow {}_1W_2)_{air} = -13.2 \text{ kJ}$$

$$P_2 = 500 \text{ kPa}, T_2 = 549 \text{ K} \Rightarrow V_2 = \frac{mRT_2}{P_2} = 0.02458 \text{ m}^3 \quad :air(2)$$

$$P_2 = 500 \text{ kPa}, V_{air} - V_{Water} = 0.2 - Cte \quad :Water(2)$$

$$\Rightarrow V_{Water} = 0.2 - V_{air} = 0.17542 \Rightarrow v_{Water} = \frac{V_{Water}}{m_{Water}} = 0.4157 \text{ m}^3/\text{kg}$$

در ناحیه فوق گرم قرار داریم.

درون یابی از جدول (B.1.3)

500 kPa	
v	u
0.37489	2561.23
0.4157	$u_2 = ? \Rightarrow u_2 = 2627.8 \text{ kJ/kg}$
0.42492	2642.91

system: Water + air

$$1st \text{ law: } {}_1Q_2 = {}_1Q_2)_{air} + {}_1Q_2)_{Water} = m_W(u_2 - u_1) + {}_1W_2)_{Water} \quad {}_1Q_2)_{air} = 0$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2 = 0.422(2627.8 - 588.59) + 13.2 = 873 \text{ kJ}$$

روش دیگر: اگر از خارج به سیستم نگاه کنیم (هیچ گونه تغییر حجمی در مرز سیستم نداریم)

$${}_1W_2 = 0$$

$$1st \text{ law: } {}_1Q_2 = {}_1W_2 + \Delta U_{sys} = \Delta U_{air} + \Delta U_{Water} = m_{air}(u_2 - u_1)_{air} + m_W(u_2 - u_1)_W$$

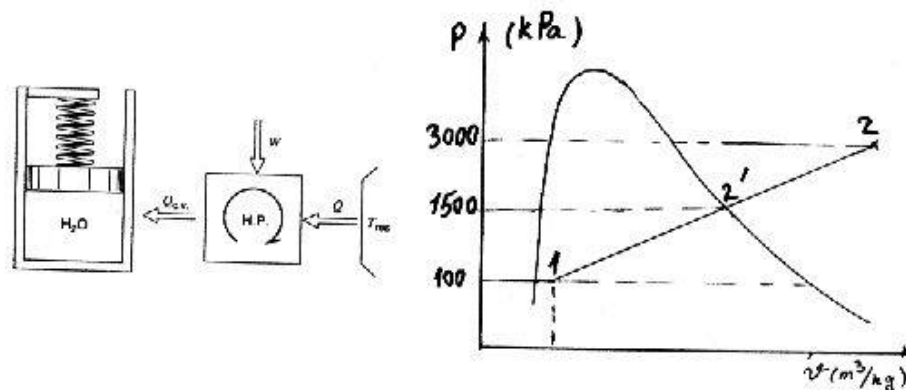
$$= m_{air} C_v(T_2 - T_1)_{air} + m_W(u_2 - u_1)_W = 873 \text{ kJ}$$

۷۳-۸ یک سیلندر - پیستون که توسط فنر بارگذاری شده است محتوی آب در  $100 \text{ kPa}$  با حجمویژه  $0.07237 \text{ m}^3/\text{kg}$  می باشد. آب تا رسیدن فشار به  $3 \text{ MPa}$  توسط یک پمپ حرارتیبارگشت پذیر که گرما را از یک منبع در  $300 \text{ K}$  دریافت می کند گرم می شود. می دانیم کهآب از نقطه بخار اشباع در  $1.5 \text{ MPa}$  خواهد گذشت و فشار آن به صورت خطی با حجم

تغییر خواهد کرد. دمای نهایی، انتقال گرمای ویژه به آب و کار ورودی به پمپ حرارتی را

محاسبه کنید.

حل:



آب داخل سیلندر - پیستون را سیستم فرض می کنیم:

حالت ۱: دوفازه:  $100 \text{ kPa}$  ,  $0.07237 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow T_1 = 99.62^\circ\text{C}$

$$\rightarrow v_f = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg} , v_{fg} = 1.69296 \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow x = \frac{v_1 - v_f}{v_{fg}} = 0.042$$

$$\rightarrow u_f = 417.33 \text{ kJ/kg} , u_{fg} = 2088.72 \text{ kJ/kg} \rightarrow u_1 = u_f + x u_{fg} = 505.056 \text{ kJ/kg}$$

$$\rightarrow s_f = 1.3025 \text{ kJ/kgK} , s_{fg} = 6.0568 \text{ kJ/kgK} \rightarrow s_1 = s_f + x s_{fg} = 1.557 \text{ kJ/kgK}$$

$$v_{g'} = v_g |_{1.5 \text{ MPa}} = 0.13177 \text{ m}^3/\text{kg}$$

از آنجا که تغییرات فشار با حجم بصورت خطی می باشد با دوردست داشتن دو نقطه از این خط می توان این خط را رسم کرده و برای حالت نهایی که  $P_2 = 3 \text{ MPa}$  است حجم ویژه را تعیین کرد (می توان از برون یابی خطی استفاده کرد)

$$P_2 = 3000 \text{ kPa} \Rightarrow v_2 = 0.1954 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{حالت نهایی:}$$

$$\rightarrow T_2 = 1000^\circ\text{C} , u_2 = 4045.4 \text{ kJ/kg} , s_2 = 8.4009 \text{ kJ/kgK} \quad \text{بخار فوق گرم}$$

$$w = \int P dv = \frac{P_1 + P_2}{2} \times (v_2 - v_1) = \frac{100 + 3000}{2} \times (0.19541 - 0.07237) \\ = 190.712 \text{ kJ/kg}$$

system: 1st law :  $q=w+(u_2-u_1)$

$$q_{sys}=190.712+4045.4-505.056=3731 \text{ kJ/kg}$$

با استفاده از فرمول  $T_H$ ،  $q=\int Tds$  متوسط را به این صورت تعریف می کنیم:

$$q_{sys}=\int_1^2 Tds=(T_H)_{ave}(s_2-s_1) \Rightarrow (T_H)_{ave}=\frac{q_{sys}}{s_2-s_1}=\frac{3731}{8.4009-1.557}=545.16 \text{ K}$$

$$\frac{q_H}{w_{in}}=\frac{T_H}{T_H-T_L} \Rightarrow \frac{3731}{w_{in}}=\frac{545.16}{545.16-300} \Rightarrow w_{in}=1677.8 \text{ kJ/kg}$$

$q_H$  مقدار حرارت داده شده از پمپ حرارتی به سیستم و  $T_H$  دمای بالای (متوسط) سیال عامل پمپ حرارتی می باشد.

۷۴-۸ یک سیلندر دارای پیستونی است که با یک فنر خطی بارگذاری شده و حاوی گاز دی اکسید کربن در  $2 \text{ MPa}$  با حجم  $50 \text{ L}$  می باشد. این دستگاه [سیلندر و پیستون] از جنس آلومینیوم و به جرم  $4 \text{ kg}$  بوده و همه چیز در شرایط اولیه در  $200^\circ \text{C}$  قرار دارد. بوسیله تبادل گرما تمام سیستم به دمای محیط،  $25^\circ \text{C}$ ، می رسد، در این نقطه فشار گاز  $1.5 \text{ MPa}$  می باشد. تولید انترپوی کل فرایند را بیابید.

حل:

داریم:

$$R_{CO_2}=0.1889, (T_c)_{CO_2}=304.1 \text{ K}, (P_c)_{CO_2}=7.38 \text{ MPa}, M_{CO_2}=44.01 \text{ kg/kmol}$$

$$C_p)_{Al}=0.90 \text{ kJ/kgK}$$

(1) از نمودار تراکم پذیری عمومی:

$$P_{r1}=\frac{P_1}{P_c}=0.271, T_{r1}=\frac{T_1}{T_c}=\frac{473.15}{304.1}=1.556 \Rightarrow Z_1 \approx 1$$

$$\Rightarrow m_{CO_2}=\frac{P_1 V_1}{Z_1 R T_1}=1.1188 \text{ kg}$$

(2)

$$P_{r2}=\frac{P_2}{P_c}=0.20325, T_{r2}=\frac{T_2}{T_c}=0.98043 \Rightarrow Z_2 \approx 0.94$$

$$\Rightarrow V_2=\frac{m Z_2 R T_2}{P_2}=0.039487 \text{ m}^3$$



۲۷۸ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$P=CV-D \Rightarrow \begin{cases} P_1=CV_1+D \\ P_2=CV_2+D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2000=C(0.05)+D \\ 1500=C(0.039487)+D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C=47561 \\ D=-378.04 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P=47561V-378.04$$

$$\Rightarrow W = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \left[ 23781V^2 - 378.04V \right]_{0.05}^{0.039487} = -18.303$$

$$\bar{C}_{pO}CO_2 = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta - 0.024198\theta^2 \quad \text{از جدول A.6 داریم:}$$

$$\theta_{av} = \frac{T_{av}}{100} = \left( \frac{473.15 + 298.15}{2} \right) / 100 = 3.8565$$

$$\Rightarrow \bar{C}_{pO}CO_2 = 40.752 \text{ kJ/kmolK} \Rightarrow C_{pO}CO_2 = \frac{\bar{C}_{pO}CO_2}{M_{CO_2}} \Rightarrow C_{pO}CO_2 = 0.92598$$

$$\Rightarrow C_{vO}CO_2 = C_{pO}CO_2 - R_{CO_2} = 0.73708 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{CO_2} = m_{CO_2} C_{vO} \Delta T = -144.31 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{Al} = m_{Al} C_{Al} \Delta T = -630 \text{ kJ}$$

$$1st \text{ law: } Q - W + \Delta U_{Al} + \Delta U_{CO_2} = -792.61 \text{ kJ}$$

$$CO_2: \bar{s}^\circ_1 = 232.33 \text{ kJ/kmolK}, \bar{s}^\circ_2 = 213.794 \text{ kJ/kmolK} \quad \text{داریم}$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{s}^\circ_{CO_2} = -18.536 \text{ kJ/kmolK} \Rightarrow \Delta \bar{s}^\circ_{CO_2} = \frac{\Delta \bar{s}^\circ_{CO_2}}{M_{CO_2}} = -0.42112 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow \Delta s_{CO_2} = \Delta \bar{s}^\circ_{CO_2} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = -0.36678 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{CO_2} = m_{CO_2} \Delta s_{CO_2} = -0.41035 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{Al} = m_{Al} c_{Ln} \frac{T_2}{T_1} = -1.6625 \text{ kJ/K} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{sys} = \Delta S_{Al} + \Delta S_{CO_2} = -2.0729 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{surr} = \frac{Q_{sys}}{T_a} = 792.61/298.15 = 2.6584 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 0.58554 \text{ kJ/K}$$

۷۵-۸ سیلندر پیستونی به حجم  $100L$  محتوی هوا در  $400K$  ،  $1.0MPa$  است . حال هوا تا حالت پایانی  $300K$  ،  $200kPa$  منبسط شده و ضمن فرایند از یک منبع به دمای  $400K$  حرارت می گیرد . کار انجام یافته توسط هوا  $70\%$  مقدار کاری است که در یک فرایند پلی تروپیک بازگشت پذیر بین دو حالت اولیه و نهایی تولید می شود . مقادیر خالص انتقال حرارت و تغییر انتروپی را بدست آورید.

حل:

$$V_1 = 100L = 0.1 m^3 , P_1 = 1MPa \quad (1)$$

$$T_1 = 400K \quad m = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.8711 kg$$

$$P_2 = 200kPa , T_2 = 300K \quad (2)$$

با فرض اینکه فرایند بازگشت پذیر و پلی تروپیک از درجه  $n$  باشد .

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow n = \frac{1}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{1 - \frac{P_2}{P_1}}} \Rightarrow n = 1.2176$$

مقدار کار  $0.7$  مقدار کاری است که در یک فرایند بازگشت پذیر پلی تروپیک بین دو حالت (1) ، (2) اتفاق می افتد.

$${}_1W_2 = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} \times 0.7 = \frac{mR}{1-n} (T_2 - T_1) \times 0.7 = 80.4 \text{ kJ}$$

$${}_1Q_2 = \Delta U + {}_1W_2 = m(u_2 - u_1) + {}_1W_2 = mC_v(T_2 - T_1) + {}_1W_2 = 17.94 \text{ kJ}$$

سیستم این مقدار حرارت از منبع به دمای  $400K$  گرفته است . پس مقدار  $Q$  برای محیط منفی این مقدار خواهد بود.

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} \Rightarrow \Delta S_{net} = m \left[ C_{p_o} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right] - \frac{Q}{T_o}$$

$$\Rightarrow 0.8711 \left[ 1.004 \ln \frac{300}{400} - 0.287 \ln \frac{200}{1000} \right] - \frac{17.94}{400} = 0.106 \text{ kJ/K}$$

۷۶-۸ یک سیلندر عایق که دارای یک پیستون بدون اصطکاک

است که محتوی آب در فشار محیط  $100\text{ kPa}$  و کیفیت

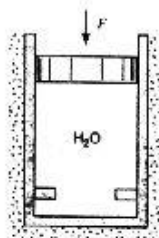
$0.8$  و حجم  $8\text{ L}$  می باشد. نیرویی به آرامی آب را فشرده

می کند تا پیستون به تکیه گاهها برسد در این حالت

حجم  $1\text{ L}$  است. عایق از دیواره ها برداشته می شود و

آب تا دمای محیط ( $20^\circ\text{C}$ ) سرد می شود. کار و انتقال

حرارت را در طول فرایند محاسبه کنید.



حل:

آب درون سیلندر پیستون را سیستم در نظر می گیریم:

حالت ۱:

$$100\text{ kPa}, x = 0.8 \Rightarrow T_1 = 99.62^\circ\text{C}$$

$$\rightarrow v_f = 0.001043\text{ m}^3/\text{kg}, v_{fg} = 1.69296\text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow v_1 = v_f + x v_{fg} = 1.3554\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\rightarrow u_f = 417.33\text{ kJ/kg}, u_{fg} = 2088.72\text{ kJ/kg} \rightarrow u_1 = u_f + x u_{fg} = 2088.31\text{ kJ/kg}$$

$$\rightarrow s_f = 1.3025\text{ kJ/kgK}, s_{fg} = 6.0568\text{ kJ/kgK} \rightarrow s_1 = s_f + x s_{fg} = 6.1479\text{ kJ/kgK}$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.008}{1.3554} = 5.9 \times 10^{-3}\text{ kg}$$

چون تراکم بصورت بازگشت پذیر و بی دررو انجام می شود می توان آنرا آیزنتروپیک در نظر گرفت.

$$s_2 = s_1 = 6.1479\text{ kJ/kgK}$$

$$v_2 = \frac{0.001}{5.9 \times 10^{-3}} = 0.1695\text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow x = \frac{s_2 - s_f}{s_{fg}} = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{6.1479 - s_f}{s_{fg}} - \frac{0.1695 - v_f}{v_{fg}} \rightarrow \text{سعی و خطا: } T_2 = 180^\circ\text{C} \quad R = 0.02879$$

$$T_2 = ? \quad R = 0$$

$$T_2 = 185^\circ\text{C} \quad R = -0.06492$$

$$\Rightarrow T_2 = 181.5^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 181.5^\circ\text{C} \rightarrow \begin{cases} v_f = 0.001129 \\ v_{fg} = 0.18693 \\ u_f = 768.68 \\ u_{fg} = 1816 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = 0.901 \\ u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 2404.9 \end{cases}$$

$$\text{system: 1st law: } q_{1-2} - w_{1-2} + (u_2 - u_1) \Rightarrow w_{1-2} = u_1 - u_2 = -316.6\text{ kJ/kg}$$

$$w_{1-3} = w_{1-2} + w_{2-3}, \quad w_{2-3} = 0 \quad (v_2 = v_3)$$

$$\Rightarrow w_{1-3} = -316.6 \text{ kJ/kg} \Rightarrow W_{1-3} = m w_{1-3} = -1.868 \text{ kJ}$$

$$T_3 = 20^\circ\text{C} \quad v_3 = v_2 = 0.1695 \Rightarrow \text{دوفازی} \quad \text{حالت 3}$$

$$\Rightarrow v_f = 0.001002, \quad v_{fg} = 57.7887, \quad x_3 = \frac{v_3 - v_f}{v_{fg}} = 0.292\%$$

$$u_f = 83.94, \quad u_{fg} = 2318.98 \Rightarrow u_3 = u_f + x_3 u_{fg} = 90.7 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{system: 1st law: } Q_{1-3} = W_{1-3} + m(u_3 - u_1) = -13.65 \text{ kJ}$$

۷۷-۸ فرایند نشان داده شده در شکل (P۸-۷۷) را در نظر بگیرید. مخزن عایق A به حجم 600L حاوی بخار در 1.4MPa و 300°C است. مخزن رسانای B به حجم 300L، حاوی بخار در 200kPa، 200°C است. شیر که دو مخزن را به هم متصل می کند باز شده و بخار از A به B جریان می یابد، زمانی که دمای A به 250°C رسید شیر بسته می شود. در طول فرایند گرما از B به محیط در 25°C تخلیه می شود که B در 200°C بماند. قابل قبول است که فرض شود بخار با قیمانده در A یک فرایند بازگشت پذیر و بی درزی انبساطی را طی

نموده. فشار نهایی

در مخزن A، جرم

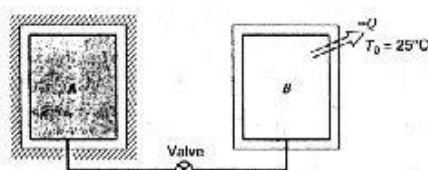
نهایی در مخزن B

و تغییر خالص

انتروپی، سیستم به

اضافه محیط، را

برای فرایند بیابید.



حل:

$$T_{1A} = 300^\circ\text{C}, \quad P_{1A} = 1.4 \text{ MPa}$$

A1

$$\Rightarrow v_{1A} = 0.18228, \quad u_{1A} = 2785.16, \quad s_{1A} = 6.9533, \quad m_{1A} = \frac{V_A}{v_{1A}} = 3.2916 \text{ kg}$$

$$T_{1B} = 200^\circ\text{C}, \quad P_{1B} = 200 \text{ kPa}$$

B1

$$\Rightarrow v_{1B} = 1.08034, \quad u_{1B} = 2654.39, \quad s_{1B} = 7.5066, \quad m_{1B} = \frac{V_B}{v_{1B}} = 0.27769 \text{ kg}$$

برای جرم باقیمانده در A: ۱- این جرم یک فرایند بی دررو را طی می کند:  $Q=0$

۲- این جرم یک فرایند بازگشت پذیر را طی می کند:  $S_{gen}=0$

$$\text{2nd law: } \Delta S = \frac{Q}{T} + S_{gen} = 0 \Rightarrow s_2 = s_1 = 6.9533 \text{ kJ/kgK}$$

$$T_{2A} = 250^\circ\text{C}, \quad s_{2A} = 6.9533 \text{ kJ/kgK}$$

A2

$$\Rightarrow P_{2A} = 949.56 \text{ kPa}, \quad v_{2A} = 0.24793, \quad u_{2A} = 2711.3, \quad m_{2A} = \frac{V_A}{v_{2A}} = 2.42 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m_{2B} = m_{1B} + (m_{1A} - m_{2A}) = 1.1493 \text{ kg} \Rightarrow v_{2B} = 0.26103 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow P_{2B} = 799.5 \text{ kPa} \approx 800 \text{ kPa} \Rightarrow s_{2B} = 6.8158, \quad u_{2B} = 2630.61$$

$$\Rightarrow \Delta S_{sys} = m_{2B} s_{2B} + m_{2A} s_{2A} - m_{1B} s_{1B} - m_{1A} s_{1A} = -0.31161 \text{ kJ/K}$$

اگر آب موجود در مجموعه دو مخزن را به عنوان حجم کنترل در نظر بگیریم:  $W=0$

$$\text{1st law: } Q = \Delta U = m_{2B} u_{2B} + m_{2A} u_{2A} - m_{1A} u_{1A} - m_{1B} u_{1B} = -320.02$$

$$\Rightarrow \Delta S_{surr} = -\frac{Q}{T_o} = \frac{320.02}{298.15} = 1.0734 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} = 0.76176 \text{ kJ/K}$$

۷۸-۸ سیلندر پیستون عمودی محتوی R-22 در  $20^\circ\text{C}$  با عیار 70% و با حجم اولیه 50L

می باشد. این سیلندر به اتاقی در  $20^\circ\text{C}$  برده شده

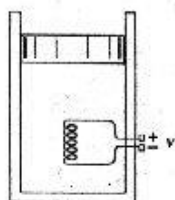
و جریان الکتریکی 10A از مقاومت الکتریکی که در

داخل سیلندر تعبیه شده، عبور داده می شود. افت

ولتاژ در دو سر مقاومت 12V است. ادعا می شود که

پس از 30min درجه حرارت داخل سیلندر به  $40^\circ\text{C}$

می رسد. آیا این امر امکان پذیر است؟



حل:

R-22(1

$$T_1 = -20^\circ\text{C}, \quad x_1 = 70\%, \quad V_1 = 50\text{L} = 0.05 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow P_1 = 244.8 \text{ kPa} = P_2 = Cte, \quad v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.065211, \quad m = \frac{V_1}{v_1} = 0.767 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow u_1 = u_f + x u_{fg} = 160 \text{ kJ/kg}, \quad s_1 = s_f + x s_{fg} = 0.6982 \text{ kJ/kgK}$$

$$\begin{cases} T_2 = 40^\circ\text{C} \\ P_2 = 244.8 \text{ kPa} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 252.87 \\ v_2 = 0.1198 \\ s_2 = 1.1017 \end{cases} \Rightarrow V_2 = 0.0919 \text{ m}^3 \quad (2)$$

$$Q_{res} - VIt = \frac{12 \times 10 \times 1800}{1000} = 216 \text{ kJ}, \quad {}_1W_2 = \int_1^2 P dV = P(V_2 - V_1) = 10.26 \text{ kJ}$$

سیتم: سیال داخل سیلندر پیتون (بدون مقاومت الکتریکی)  
فرض می‌کنیم R-22 به حالت 2 می‌رسد (اگر با این فرض به نتیجه منطقی رسیدیم فرض ما درست است و در غیر اینصورت فرض ما عملی نیست)

$$\text{system: 1st law: } Q_{res} - Q_{loss} = m(u_2 - u_1) + {}_1W_2 \Rightarrow Q_{loss} = 134.4 \text{ kJ}$$

این مقدار  $Q_{loss}$  در طول فرایند 2  $\rightarrow$  1 بوده است. (به محیط داده شده است)  
پس مقدار کل حرارتی که در طول فرایند از محیط به سیستم داده شده است  $Q_{loss} - VIt = -81.6 \text{ kJ}$  می‌باشد.

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{sur} \Rightarrow \Delta S_{net} = m(s_2 - s_1) - \frac{Q_{loss} - VIt}{T_o = 293.15} = 0.031 \text{ kJ/kg} > 0$$

و این مطابق با اصل افزایش انتروپی است. پس سیستم می‌تواند به حالت 2 برسد.

۷۹-۸ مساله ۵۷-۸ را دوباره حل کنید اما این بار جرم زیرکش شده را با تحلیل قانون اول برای حجم کنترل محاسبه کنید. نتیجه را با نتیجه بدست آمده مساله ۵۷-۸ مقایسه کنید. از طریق یک جرم خروجی دیفرانسیلی نشان دهید که قانون اول به نتیجه مشابه منجر می‌شود رابطه ای بین  $dP$ ,  $dT$  بیابید.

حل:

برای حل مخزن را به عنوان حجم کنترل در نظر می‌گیریم فرض می‌کنیم که جرمی به اندازه  $dm$  از آن خارج شود و خروج این جرم  $dm$  باعث شود که انرژی داخلی و آنتالپی مخزن به ترتیب به اندازه  $du$ ,  $dh$  افت کنند قانون اول را برای حجم کنترل می‌نویسیم (آنتالپی خروجی را می‌توان تقریباً برابر متوسط آنتالپی اولیه و ثانویه گرفت):

$$h_c \cong \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{h_1 + h_1 - dh}{2} = h_1 - \frac{dh}{2}$$

$$\text{C.V.: 1st law: } Q_{C.V.} + m_i h_i = W_{C.V.} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$Q_{C.V.} = 0, m_i = 0, W_{C.V.} = 0$$

$$m_1 - m_2 = m_e = +dm \quad \text{بقاء جرم:}$$

۲۸۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow 0 = dm \left( h_1 - \frac{dh}{2} \right) + (m_1 - dm)(u_1 - du) - m_1 u_1 \quad (I)$$

$$-\frac{dm dh}{2} \simeq 0, \quad dm du \simeq 0 \quad [ \text{با صرف نظر از دیفرانسیلهای مرتبه بالا} ]$$

$$\Rightarrow h_1 dm - m_1 du - u_1 dm = (h_1 - u_1) dm - m_1 du = 0$$

از طرفی :

$$PV = mRT \Rightarrow dm = \frac{V}{R} d \left( \frac{P}{T} \right) = \frac{V}{R} \left( \frac{T dP - P dT}{T^2} \right) \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow (h_1 - u_1) \frac{V}{R} \left( \frac{dP}{T} - \frac{P dT}{T^2} \right) - m_1 C_v dT = 0$$

$$(h_1 - u_1) \frac{V}{R} = A \quad \text{با فرض :}$$

$$\Rightarrow A \frac{dP}{T} - \left[ m_1 C_v + \frac{AP}{T^2} \right] dT = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{A}{T} \right) = \frac{\partial}{\partial P} \left[ - \left( m_1 C_v + \frac{AP}{T^2} \right) \right] = \frac{-A}{T^2}$$

یعنی معادله دیفرانسیل فوق کامل است

$$\Rightarrow F(P, T) = \int_0^P \frac{A}{T} dP - \int_0^T m_1 C_v dT = C$$

$$\Rightarrow \frac{A}{T} P - m_1 C_v T = C, \quad A = (h_1 - u_1) \frac{V}{R} = P_1 v_1 \times \frac{V}{R} = RT_1 \times \frac{V}{R} = T_1 V$$

$$\text{شرایط اولیه :} \quad \left| \begin{array}{l} m_1 = \frac{P_1 V}{RT_1} = 9.35 \text{ kg} \\ 298.1 \times 1 \times \frac{800}{298.1} - 9.35 \times 0.717 \times 298.1 = C \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow C = -1198.606 \Rightarrow 298.1 \frac{P}{T} - 6.7T = -1198.606$$

$$298.1 \times 150 - 6.7T_2^2 + 1198.606T_2 = 0$$

حالت نهایی :

$$\Rightarrow T_2 = 210.588K$$

$$P_2 V = m_2 R T_2 \Rightarrow m_2 = 2.48 \text{ kg}$$

تفاوت ناچیز موجود بین جواب بدست آمده با جواب کتاب بخاطر گرد کردن جوابها می باشد.

$$m_c = m_1 - m_2 = 6.8 \text{ kg}$$

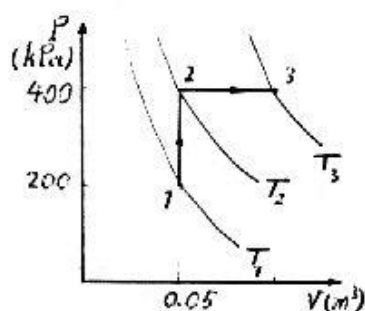
۸-۸ سیلندر قائمی با یک پیستون بدون اصطکاک آب بندی شده و پیستون ابتدا روی نگهدارنده ها قرار دارد. سیلندر حاوی گاز دی اکسید کربن در  $200 \text{ kPa}$ ،  $300 \text{ K}$  بوده و در این نقطه حجم  $50 \text{ L}$  است. فشاری برابر با  $400 \text{ kPa}$  در درون سیلندر لازم است تا پیستون را از جای خود بلند کند. اکنون گرما از یک مکعب آلومینیومی، به ضلع  $0.1$  در هر بعد، به گاز داده می شود؛ مکعب ابتدا در  $700 \text{ K}$  قرار دارد.

الف) دمای مکعب آلومینیومی زمانی که پیستون شروع به حرکت می کند چقدر است؟  
ب) فرایند تا زمانی که گاز و مکعب به دمای یکسانی برسند ادامه می یابد، دما در این نقطه چقدر است؟

ج) تغییر خالص انتروپی را برای کل فرایند محاسبه کنید

حل:

داریم:



$$\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3, C_p)_{Al} = 0.9 \text{ kJ/kgK}$$

$$R_{CO_2} = 0.1889, T_c)_{CO_2} = 304.1 \text{ K},$$

$$P_c)_{CO_2} = 7.38 \text{ Mpa}$$

$$M_{CO_2} = 44.01 \text{ kg/kmol}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{r1} = \frac{P_1}{P_c} = 0.0271, T_{r1} = \frac{T_1}{T_c} = 0.99 \\ P_{r2} = \frac{P_2}{P_c} = 0.0542, T_{r1} < T_{r2} < \frac{700}{T_c} = 2.3 \end{cases}$$

از دیاگرام عمومی تراکم پذیری برای  $P_r$  و  $T_r$  های فوق با دقت بالا داریم  $Z=1$ ، در نتیجه دی اکسید کربن در تمام طول فرایند از معادله حالت گاز ایده ال پیروی می کند.

$$\Rightarrow m_{CO_2} = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.17646 \text{ kg} \Rightarrow T_2)_{CO_2} = \frac{P_2 V_2}{mR} = 600 \text{ K}$$

از جدول A.6 داریم:

$$\bar{C}_{p0} = -3.7357 - 30.529 \theta^{0.5} - 4.1034 \theta + 0.024198 \theta^2$$

در طول فرایند از 1 تا 2 دمای میانگین  $450 \text{ K}$  است پس با تقریب خوبی از گرمای ویژه برای این دما



۲۸۶ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

در طول فرایند 1 تا 2 استفاده می کنیم: (محدوده استفاده از فرمول بالایی 300-3500K می باشد)

$$\theta = \frac{T_{av}}{100} = 4.5 \Rightarrow \bar{C}_{po})_{CO_2} = 43.051 \text{ kJ/kmolK} \Rightarrow C_{po})_{CO_2} = 0.9782 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow C_{vo})_{CO_2} = C_{po})_{CO_2} - R_{CO_2} = 0.7893 \text{ kJ/kgK}$$

$$m_{Al} = \rho V = \rho a^3 = 2.7 \text{ kg}$$

برای مکعب داریم:

در فرایند 1 تا 2، نه دی اکسید کربن کار انجام می دهد و نه مکعب پس فقط تبادل حرارت بطور داخلی انجام می پذیرد با انتخاب مجموعه دی اکسید کربن و آلومینیوم به عنوان جرم کنترل داریم:

$$1st \text{ law: } Q_{C-M} = \Delta U_{1-2} + {}_1W_2 = \Delta U_{CO_2} + \Delta U_{Al} = 0$$

دقت شود که سیستم مزبور (Al + CO<sub>2</sub>) فقط تبادل حرارت داخلی دارد و با محیط، تبادل حرارت انجام نمی دهد.

$$\Rightarrow (mC_{vo}\Delta T)_{CO_2} + (mC\Delta T)_{Al} = 0$$

$$\Rightarrow 0.13928(600 - 300) + 2.43(T_2 - 700) = 0 \Rightarrow T_2)_{Al} = 682.8K$$

با توجه به شرایط نهایی مساله دمای نهایی را حدود 676K پیش بینی می کنیم

$$\theta_{av})_{2-3} = \frac{T_{av})_{2-3}}{100} = \left[ \frac{600 + 676}{2} \right] / 100 \Rightarrow \theta_{av} = 6.38 \Rightarrow \bar{C}_{po} = 48.182 \frac{\text{kJ}}{\text{kmolK}}$$

$$\Rightarrow C_{po} = 1.0948 \Rightarrow C_{vo} = C_{po} - R = 0.90589 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow (\Delta U_{CO_2})_{2-3} = \left[ mC_{vo}(T_3 - T_2) \right]_{CO_2} = 0.15985 T_3 - 95.912, T_2)_{CO_2} = 600K$$

$${}_2W_3 = \int_{V_2}^{V_3} P_{ext} dV = 400(V_3 - V_2) = 400 V_3 - 20 = 400 \frac{m_{CO_2} R T_3}{P_3} - 20$$

$$\Rightarrow {}_2W_3 = 0.033333 T_3 - 20$$

$$(\Delta U_{Al})_{2-3} = (mC\Delta T)_{Al} = 2.43 T_3 - 1659.2, T_2)_{Al} = 682.8K$$

برای کل سیستم شامل، آلومینیوم و دی اکسید کربن داریم:

$$1st \text{ law: } {}_2Q_3 = {}_2W_3 + (\Delta U)_{2-3} = 0 \Rightarrow {}_2W_3 + \Delta U_{CO_2} + \Delta U_{Al} = 0$$

$$\Rightarrow 0.033333 T_3 - 20 + 0.15985 T_3 - 95.912 + 2.43 T_3 - 1659.2 = 0$$

$$\Rightarrow T_3 = 676.7K$$

که نشان می دهد برآورد اولیه ما از دمای نهایی بسیار خوب بوده و تمام اعداد محاسبه شده با دقت بالا قابل قبول هستند و داریم:

$$\Delta S_{surr} = -\frac{Q}{T} = 0 \quad (\text{انتقال حرارت با محیط نداریم.})$$

$$\Delta S_{Al} = m C \ln \frac{T_3}{T_1} = -0.082261 \text{ kJ/K}$$

از جدول (A.8) داریم:

$$\Delta s_{CO_2}^{\circ} = s_3^{\circ} - s_1^{\circ} = 249.012 - 214.024 = 34.987 \Rightarrow \Delta s_{CO_2}^{\circ} = 0.79498 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{CO_2} = m(\Delta s_{CO_2}^{\circ} - R \ln \frac{P_3}{P_1}) = 0.11718 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{surr} + \Delta S_{Al} + \Delta S_{CO_2} = 0.034916 \text{ kJ/K}$$

۸-۸۱ سیلندر - پیستونی محتوی ۲ kg آب در ۵ MPa ، ۸۰۰°C می باشد. پیستون طوری بارگذاری شده است که فشار متناسب با حجم است ( $P=CV$ ). حال این سیلندر پیستون توسط یک منبع به دمای ۰°C تا حالت پایانی بخار اشباع سرد می شود. مطلوبست مقادیر فشار نهایی، کار، انتقال حرارت و تولید انتروپی طی فرایند.

حل:

$$P_1 = 5 \text{ MPa}, T_1 = 800^\circ \text{C} \Rightarrow v_1 = 0.09811, u_1 = 3646.62, s_1 = 7.7440 \quad (1)$$

$$m = 2 \text{ kg} \Rightarrow V_1 = m v_1 = 0.19622 \text{ m}^3$$

$$P = CV \Rightarrow P_1 = C V_1 \Rightarrow C = 25.481 \times 10^3 \text{ kPa/m}^3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ v_2=v_g \end{array} \right., P=CV \Rightarrow P_2=CV_2 \Rightarrow P_2=mCv_g \quad (2) \text{ بخار اشباع}$$

$$\delta = P_2 - m C v_g \quad \text{حال } \delta \text{ را بدین صورت تعریف می کنیم}$$

و با آزمون و خطا برای  $\delta=0$ ،  $P_2$  را بدست می آوریم.

$P$	$v_g$	$\delta$
3000	0.06668	-398
$P_2=?$	$v_2=?$	$\delta=0 \Rightarrow \begin{cases} P_2 = 3194 \text{ kPa} \\ v_2 = 0.062676 \Rightarrow V_2 = m v_2 = 0.12535 \text{ m}^3 \end{cases}$
3250	0.06152	115

$${}_1 W_2 = \int_1^2 P dV = \int_1^2 C V dV = \frac{C}{2} (V_2^2 - V_1^2) = -290.3 \text{ kJ}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = 3194 \text{ kPa} \\ x=1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} s_2 = s_g = 6.1622 \text{ kJ/kgK} \\ u_2 = u_g = 2604.05 \text{ kJ/kg} \end{array} \right. \quad (2) \text{ درون یابی}$$

$$\text{system: 1st law: } {}_1Q_2 = m(u_2 - u_1) + {}_1W_2$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2 = -2375.4 \text{ kJ} \Rightarrow {}_1Q_2)_{surr} = +2375.4 \text{ kJ}$$

$$\begin{aligned} \Delta S_{net} = \Delta S_{C.M} + \Delta S_{surr} = m(s_2 - s_1) + \frac{{}_1Q_2)_{surr}}{T_{surr}} &= 2(6.1622 - 7.7440) \\ &+ \frac{2375.4}{273.15} = 5.53 \text{ kJ/K} \end{aligned}$$

۸-۸۲ گازی در یک مخزن صلب در دمای محیط و فشار  $P_1$  کمی بالاتر از فشار محیط،  $P_0$ ، قرار دارد. شیری که بر روی مخزن نصب شده باز می‌گردد و در نتیجه گاز خارج شده، فشار به سرعت به فشار محیط می‌رسد. شیر بسته شده و بعد از اینکه گاز مدتی طولانی را گذراند به دمای محیط می‌رسد. در این نقطه فشار  $P_2$  است. عبارتی بدست آورید که نسبت گرماهای ویژه،  $k$ ، را بر حسب فشارها بیان کند.

حل: در حالت اول مخزن همدم با محیط است.

$$1: \frac{P_1}{P_0} \sim 1, P_1 > P_0, \quad T_1 = T_0$$

$$(1 \rightarrow 2') \quad T_{1-2'} \ll 1, \quad 2': P_{2'} = P_0, \quad T_{2'-2} \gg 1, \quad 2: T_2 = T_0, P_2$$

با فرض گاز ایده‌ال با گرمای ویژه ثابت داریم:

مقدار گازی که در مخزن باقیمانده، یک فرایند انبساطی بازگشت پذیر را طی می‌کند و چون زمان بین مرحله 1 و 2' بسیار کم است پس فرصتی برای انتقال حرارت وجود نداشته و  $Q=0$ ، پس فرایند هم‌انرژی (آیزتروپیک) است:  $s_2 = s_1$

$$1 \rightarrow 2': s_{2'} = s_1 \Rightarrow \left( \frac{P_{2'}}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{2'}}{T_0} \Rightarrow \left( \frac{P_{2'}}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{2'}}{T_0} \quad (I)$$

معادله حالت گاز ایده‌ال بین مراحل 2، 2':

$$\frac{P_2 V}{T_2} = \frac{P_{2'} V}{T_{2'}} \Rightarrow \frac{T_{2'}}{T_2} = \frac{P_{2'}}{P_2} \Rightarrow \frac{T_{2'}}{T_0} = \frac{P_0}{P_2} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \left( \frac{P_{2'}}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{P_0}{P_2} \Rightarrow \frac{k-1}{k} \ln \frac{P_{2'}}{P_1} = \ln \frac{P_0}{P_2}$$

$$\Rightarrow k(\ln P_1 - \ln P_{2'}) = \ln P_1 - \ln P_0$$

$$\Rightarrow k = \frac{\ln \frac{P_1}{P_0}}{\ln \frac{P_1}{P_{2'}}} \Rightarrow k = \log \left( \frac{P_1}{P_{2'}} \right) \left( \frac{P_1}{P_0} \right)$$



## تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل

۹-۱ بخاری که در  $3\text{MPa}$  ،  $450^\circ\text{C}$  وارد توربینی می شود ، در یک فرایندی دررو و بازگشت پذیر انبساط می یابد و در  $10\text{kPa}$  خارج می شود . تغییرات انرژیهای جنبشی و پتانسیل بین ورودی و خروجی توربین کوچک بوده و توان خروجی توربین  $800\text{kW}$  می باشد . آهنگ جرمی جریان در توربین را بیابید.

حل:

$$1\text{st law: } h_i = h_e + w \Rightarrow w = h_i - h_e$$

$$2\text{nd law: } s_e = s_i$$

$$i: P_i = 3\text{MPa} , T_i = 450^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow s_i = 7.0833 , h_i = 3344.00$$

$$e: s_e = s_i = 7.0833 , P_e = 10\text{kPa}$$

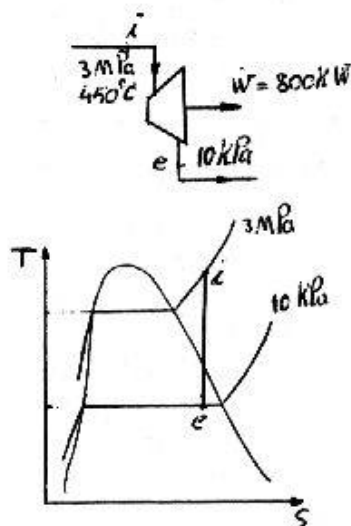
$$\Rightarrow T_e = T_{\text{sat}} = 45.81^\circ\text{C}$$

$$x_e = \frac{s_e - s_f}{s_{fg}} = 0.85777$$

$$\Rightarrow h_e = h_f + x h_{fg} = 2244.3 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow w = h_i - h_e = 1099.7 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}}{w} = 0.7275 \text{ kg/s}$$



۲۹۰ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

۹-۲ در یک پمپ حرارتی که از R-134a به عنوان سیال عامل استفاده می شود، R-134a در  $150\text{ kPa}$ ،  $-10^\circ\text{C}$  با دبی  $0.1\text{ kg/s}$  وارد کمپرسور می شود. در کمپرسور R-134a در یک فرایند آدیاباتیک تا  $1\text{ MPa}$  متراکم می شود. توان ورودی لازم برای کمپرسور را با فرض اینکه فرایند بازگشت پذیر باشد پیدا کنید.

حل: کمپرسور را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$\text{حالت ورودی} \begin{cases} 150\text{ kPa} \\ -10^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases} h_i = 393.84\text{ kJ/kg} \\ s_i = 1.7606\text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

چون فرایند بصورت آدیاباتیک و بازگشت پذیر انجام می شود انتروپی R-134a در طی فرایند ثابت می ماند یعنی فرایند آیزنتروپیک است:

$$\begin{cases} s_e = s_i = 1.7606\text{ kJ/kgK} \\ P_e = 1\text{ MPa} \end{cases} \Rightarrow \text{ (بازرون یابی از جدول)} \rightarrow h_e = 434.92\text{ kJ/kg} \rightarrow \text{بخار فوق گرم}$$

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e = 0.1\text{ kg/s}$$

بقاء جرم:

به صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$C.V.: 1st\ law: \dot{Q} + \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \dot{m}_e h_e$$

فرایند آدیاباتیک

$$\dot{Q} = 0 \rightarrow 0 + 0.1 \times 393.84 = \dot{W} + 0.1 \times 434.92$$

$$\Rightarrow \dot{W} = -4.108\text{ kW}$$

۹-۳ طراحی یک شیبوره را در نظر بگیرید که در آن گاز نیتروژنی که در یک خط لوله با  $10\text{ m/s}$ ،  $200^\circ\text{C}$ ،  $500\text{ kPa}$  جریان دارد باید منبسط شده و به سرعت  $300\text{ m/s}$  برسد. در صورتیکه انبساط برگشت پذیر و آدیاباتیک بوده و دبی جریان  $0.15\text{ kg/s}$  باشد. فشار خروجی و سطح مقطع شیبوره را بدست آورید.

حل:

فرایند:  $SSSF$ ، آیزنتروپیک (آدیاباتیک برگشت پذیر)

$$h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e + \frac{V_e^2}{2} \quad \text{قانون اول:}$$

$$s_e = s_i \quad \text{قانون دوم:}$$

$N_2(i)$

$$P_i = 500\text{ kPa}, \quad T_i = 200^\circ\text{C} = 473\text{ K} \Rightarrow h_i = 491.75, \quad s_i = 6.8413, \quad v_i = 0.28138$$

$$V_i = 10\text{ m/s}, \quad \dot{m} = 0.15\text{ kg/s}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۲۹۱

$$V_e = 300 \text{ m/s} , P_e = ? \quad (e)$$

با جایگذاری مقادیر در قانون اول:  $h_e = 446.8$

$$s_e = 6.8413$$

با در دست داشتن دو خاصیت از حالت نهایی، فشار خروجی بدست می آید.

$P = 200 \text{ kPa}$			
$T$	$h$	$s$	$v$
400	415.31	6.9396	0.59392
	$h_e = 446.8$	$s = 7.01377$	$v = 0.63861$
450	467.7	7.0630	0.66827

$P = 500 \text{ kPa}$			
$T$	$h$	$s$	$v$
400	414.99	6.6666	0.23777
	$h_e = 446.8$	$s = 6.74149$	$v = 0.25584$
450	467.49	6.7902	0.26759

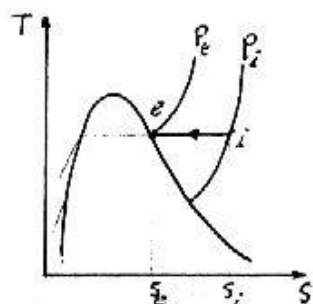
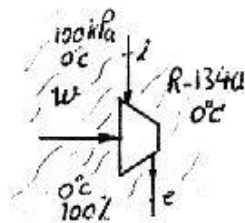
$$\begin{array}{lll} s = 7.01377 & P = 200 & v = 0.63861 \\ s = 6.8413 & P = ? & v = ? \\ s = 6.74149 & P = 500 & v = 0.25584 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} P_e = 390 \text{ kPa} \\ v = 0.39626 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$\dot{m}_e = \frac{A_e V_e}{v_e} \Rightarrow A_e = \frac{\dot{m} v_e}{V_e} = 1.98 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 198 \text{ mm}^2$$

$$\dot{m}_i = \frac{A_i V_i}{v_i} \Rightarrow A_i = \frac{\dot{m} v_i}{V_i} = 42.21 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 42.21 \text{ cm}^2$$

۹-۴ کمپرسوری در محیط  $R-134a$  سرد قرار دارد بطوریکه بسیار شبیه به یک کمپرسور تک دما (ایزوترمال) عمل می کند. حالت ورودی  $0^\circ\text{C}$ ،  $100 \text{ kPa}$  و حالت خروجی بخار اشباع است. کار ویژه و انتقال حرارت ویژه را بیابید.

حل:



$$i: P = 100 \text{ kPa}, T = 0^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow h_i = 403.1 \text{ kJ/kg}, s_i = 1.8281 \text{ kJ/kgK}$$

$$e: T = 100^\circ \text{C}, x = 100\%$$

$$h_e = 398.36 \text{ kJ/kg}$$

$$s_e = 1.7262 \text{ kJ/kgK}$$

$$P_e = 294 \text{ kPa}$$

با فرض بازگشت پذیر بودن فرایند در کمپرسور داریم

$$\text{2nd law: } s_e = s_i + \frac{q}{T} \Rightarrow q = T(s_e - s_i)$$

$$\Rightarrow q = -27.834 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{1st law: } w = q + h_i - h_e$$

$$= -23.094 \text{ kJ/kg}$$

۵-۹ هوا در  $100 \text{ kPa}$ ،  $17^\circ \text{C}$  تا فشار  $400 \text{ kPa}$  فشرده شده و سپس در یک نازل تا فشار اتمسفر انبساط می یابد. کمپرسور و نازل هردو بازگشت پذیر و بی دررو بوده و انرژی جنبشی ورودی به / خروجی از کمپرسور قابل صرف نظر است. کار کمپرسور و دمای خروجی آن و سرعت خروجی نازل را بیابید.

حل: کمپرسور را حجم کنترل می گیریم:

$$100 \text{ kPa}, 17^\circ \text{C} = 290.1 \text{ K}$$

$$k = 1.4, C_p = 1.004 \text{ kJ/kgK}$$

حالت ورودی:

(air)

چون فرایند بازگشت پذیر و آدیاباتیک است انتروپی ثابت می ماند:

دمای خروجی کمپرسور:

$$s_i = s_e \Rightarrow \left( \frac{P_{ec}}{P_{ic}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{ec}}{T_{ic}} \Rightarrow \left( \frac{400}{100} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{ec}}{290.1} \Rightarrow T_{ec} = 431.08 \text{ K}$$

$$\text{C.V.1: 1st law: } q + h_i = w_c + h_{ec}$$

با فرض گاز کامل

$$q = 0 \Rightarrow w_c = h_{ic} - h_{ec} = C_p (T_{ic} - T_{ec})$$

$$w_c = 1.004(290.1 - 431.08) = -141.54 \text{ kJ/kg}$$

نازل را حجم کنترل در نظر می‌گیریم:

$$C.V.2: 1st\ law: q + h_{in} + \frac{V_{in}^2}{2} = w_n + h_{en} + \frac{V_{en}^2}{2}$$

$$q=0, w_n=0, V_i \cong 0 \Rightarrow h_{in} - h_{en} = \frac{V_{en}^2}{2}$$

فشار در خروجی نازل همان فشار جو است (در حالت ورودی کمپرسور هم فشار جو داریم)،

$$T_{in} = T_{ec} = 431.08\ K, \left( \frac{P_{en}}{P_{in}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{en}}{T_{in}} \Rightarrow \left( \frac{100}{400} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{en}}{431.08}$$

$$\Rightarrow T_{en} = 290.1\ K$$

مشاهده می‌کنیم که دمای خروجی نازل نیز برابر دمای جو است. حال با فرض گاز کامل داریم:

$$\Rightarrow V_{en}^2 = 2 \times C_p (T_{in} - T_{en})$$

$$V_{en} = \sqrt{2000 \times 1.004 (431.08 - 290.1)} = 532.06\ m/s \quad \text{سرعت خروجی نازل:}$$

۹-۶ توربین کوچکی که توسط بخار آب  $700^\circ C$ ،  $2\ MPa$  تغذیه می‌شود،  $150\ kW$  توان تولید می‌کند. خروجی از توربین از میان یک مبدل حرارتی در فشار  $10\ kPa$  گذشته و به حالت مایع اشباع می‌رسد. توربین آدیاباتیک و برگشت پذیر است. کار مخصوص توربین و مقدار انتقال حرارت در مبدل حرارتی را بدست آورید.

حل:

2  $\rightarrow$  1 فرایند: SSSF، آیزنتروپیک

$$h_1 = h_2 + w_2 \quad \text{قانون اول (توربین):}$$

$$s_2 = s_1 \quad \text{قانون دوم (توربین):}$$

$$m_1 = m_2 = \dot{m} \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$T_1 = 700^\circ C, P_1 = 2\ MPa \Rightarrow h_1 = 3917.45, s_1 = 7.9487 \quad (1)$$

$$P_2 = 10\ kPa, s_2 = 7.9487 \quad (2)$$

$$s_2 = s_{2f} + x s_{2fg} \Rightarrow x = 97.3\%$$

$$h_2 = h_{2f} + x h_{2fg} \Rightarrow h_2 = 2520.35\ kJ/kg$$

$$w_2 = 1397.1\ kJ/kg \quad \text{با جاگذاری مقادیر در قانون اول:}$$

$$P_3 = 10\ kPa, x = 0 \Rightarrow h_3 = h_f = 191.81\ kJ/kg \quad (3)$$

3  $\rightarrow$  2 فرایند: SSSF



$$q + h_3 = h_4 \quad : \text{ قانون اول (مبدل حرارتی) }$$

$$\Rightarrow q = -2328.5 \text{ kJ/kg}$$

۹-۷ یک مبادله کن گرمایی جریان معکوس (Counterflowing H.E.) برای خنک کردن هوای

از  $400 \text{ kPa}$  تا  $360 \text{ K}$  با استفاده از

$0.05 \text{ kg/s}$  آب موجود در  $200 \text{ kPa}$  ،

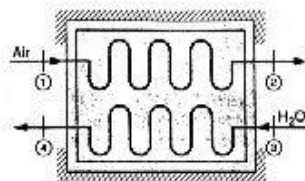
$20^\circ \text{C}$  ، بکار می رود ، شکل ۹-۷ .

هوا با آهنگ  $0.5 \text{ kg/s}$  در یک لوله به قطر

$10 \text{ cm}$  جریان دارد . سرعت هوای

ورودی ، دمای آب خروجی و تولید

انترپی را در فرایند بیابید.



حل:

$$T_1 = 540 \text{ K} \Rightarrow h_1 = 544.686, s_1^\circ = 7.46642$$

$$T_2 = 360 \text{ K} \Rightarrow h_2 = 360.863, s_2^\circ = 7.05276$$

در مبادله کنهای حرارتی می توان از افت فشار در لوله ها صرف نظر کرد

$$\Rightarrow P_1 = P_2, P_3 = P_4$$

$$\Rightarrow \Delta s_{air} = \Delta s^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} = \Delta s^\circ = -0.41366$$

$$P_3 = 200 \text{ kPa}, T_3 = 20^\circ \text{C} \Rightarrow s_3 = 0.2966, h_3 = 83.94$$

$$V_1 = \frac{\dot{m}_{air} V_1}{A_1} = \frac{\dot{m}_{air} R T_1}{P_1 A_1} = 24.666 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{V_1^2}{2} = 0.3042 \text{ kJ/kg} \ll h_1$$

$$H.E. : 1st \text{ law: } \dot{m}_a(h_1 - h_2) = \dot{m}_w(h_4 - h_3)$$

$$\Rightarrow h_4 - h_3 + \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_w}(h_1 - h_2) = 1922.2 \text{ kJ/kg}$$

$$P_4 = 200 \text{ kPa}, h_4 = 1922.2 \text{ kJ/kg} \Rightarrow T_4 - T_{sat} = 120.23^\circ \text{C}$$

$$, x_4 = \frac{h_4 - h_f}{h_{fg}} = 0.64374 \Rightarrow s_4 = 5.133 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{net} = \dot{m}_{air} \Delta s_{air} + \dot{m}_w \Delta s_w = 0.03499 \text{ kW/K}$$

۹-۸ توربین بخار شرح داده شده در مساله ۶-۲۴ را تحلیل کنید . آیا امکان دارد چنین توربینی

وجود داشته باشد ؟

حل:

$$\left\{ \begin{array}{l} 15 \text{ MPa} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow s_i = 6.6775 \text{ kJ/kgK} \\ 600^\circ\text{C} \end{array} \right. \quad \text{حالت ورودی:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ MPa} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow s_{e1} = 6.9562 \text{ kJ/kgK} \\ 350^\circ\text{C} \end{array} \right. \quad \text{حالت خروجی اول:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 75 \text{ kPa} \rightarrow \text{دوفازه} \rightarrow s_{e2} = s_f + x_g s_{fg} \\ x = 95\% \end{array} \right. \quad \text{حالت خروجی دوم:}$$

$$-1.2129 + 0.95 \times 6.2434 = 7.1441 \text{ kJ/kgK}$$

توربین را حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$\dot{m}_i = \dot{m}_{e1} + \dot{m}_{e2} \Rightarrow 100 = 20 + \dot{m}_{e2} \Rightarrow \dot{m}_{e2} = 80 \text{ kg/s} \quad \text{بقاء جرم:}$$

$$C.V.: 2nd \text{ law (SSSF)}: \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i = \sum_{C.V.} \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} + \dot{S}_{gen}$$

$$\Rightarrow 20 \times 6.9562 + 80 \times 7.1441 - 100 \times 6.6775 = 0 + \dot{S}_{gen}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{gen} = 42.902 \text{ kW/K} > 0 \quad \text{ساخت چنین توربینی امکان پذیر است.}$$

۹-۹ بخار اشباع آب در  $100 \text{ kPa}$  پادبی  $2 \text{ kg/s}$  از یک خط وارد یک مبادله کن گرمایی جریان همسو می شود. از خط دیگری  $1 \text{ kg/s}$  هوادر  $200 \text{ kPa}$ ،  $1200 \text{ K}$  وارد مبادله کن می شود. مبادله کن حرارتی بسیار دراز است بطوریکه درجه حرارت خروجی هردو جریان یکسان می باشد. درجه حرارت خروجی را به روش سعی و خطا تعیین کنید. آهنگ تولید انترپپی را بدست آورید.

حل:

فرایند: SSSF

$$\sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e \quad \text{قانون اول:}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_4 h_4$$

معادله پیوستگی:

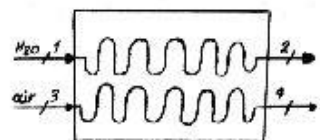
$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 2 \text{ kg/s}, \quad \dot{m}_3 = \dot{m}_4 = 1 \text{ kg/s}$$

$$\Rightarrow 2(h_2 - h_1) = (h_3 - h_4)$$

چون افت فشار در لوله ها مطرح نشده است بنابراین فشارها در  $100 \text{ kPa}$  بدون تغییر باقی می ماند.

$$P_1 = 100 \text{ kPa}, \quad x = 1, \quad h_1 = 2675.46 \text{ kJ/kg}, \quad s_1 = 7.3593 \text{ kJ/kgK} \quad (1) \text{ بخار اشباع}$$

$$P_2 = 100 \text{ kPa}, \quad T_2 = T_4 = ? \quad (2) \text{ بخار فوق گرم:}$$



۲۹۶ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$P_3 = 100 \text{ kPa} , T_3 = 1200 \text{ K} , h_3 = 1277.805 \text{ kJ/kg} \quad (3)$$

$$P_4 = 100 \text{ kPa} , T_4 = ? \quad (4)$$

$\delta$  را بدین صورت معرفی می کنیم .  $2(h_2 - h_1) - (h_3 - h_4) = \delta \Rightarrow (2h_2 + h_4) - 6628.7 = \delta$   
از دو جدول بخار فوق گرم (B.I.3) و جدول (A.7) برای فشار  $100 \text{ kPa}$  و دماهای مختلف  $h_4$  ,  $h_2$  را پیدا کرده و  $\delta$  را برآورد می کنیم و بادرین یابی برای  $\delta = 0$  به جواب می رسیم .

$$T = 500 \text{ K} = 227^\circ \text{C} \Rightarrow h_4 = 503.36 , h_2 = 2928.7 , \delta = -267.9$$

$$T_2 = T_4 = ? \quad \delta = 0$$

$$T = 600 \text{ K} = 327^\circ \text{C} \Rightarrow h_4 = 607.316 , h_2 = 3129.3 , \delta = 237.2$$

$$\Rightarrow T_2 - T_4 = 553 \text{ K} = 280^\circ \text{C} \Rightarrow s_2 = 8.1427 \text{ kJ/kgK}$$

$$\dot{s}_{C.V.} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{S}_{net} = \dot{S}_{C.V.} + \dot{S}_{surr} = \dot{m}_2(s_2 - s_1) + \dot{m}_4(s_4 - s_3)$$

$$RLn \frac{P_4}{P_3} = 0 \quad \Rightarrow \quad s_4 - s_3 = (s^\circ_{T_4} - s^\circ_{T_3}) - RLn \frac{P_4}{P_3} = -0.85497$$

[ چون در محدوده دمایی وسیعی قرار داریم ، به علت ثابت نبودن  $C_{p0}$  نمی توان از

$$\left[ s_4 - s_3 = C_{p0} Ln \frac{T_4}{T_3} - RLn \frac{P_4}{P_3} \right] \quad \text{رابطه استفاده کرد}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{net} = 2(8.1427 - 7.3593) - 0.85497 = 0.712 \text{ kW/K}$$

۱۰- ۹ هوای اتمسفر در  $-45^\circ \text{C}$  ,  $60 \text{ kPa}$  با سرعت  $900 \text{ km/h}$  به دیفیوزر جلویی یک موتور جت

با مقطع اولیه  $1 \text{ m}^2$  وارد می شود . بعد از دیفیوزر بی درو سرعت  $20 \text{ m/s}$  است . دمای

خروجی دیفیوزر و حداکثر فشار ممکن را بیابید.

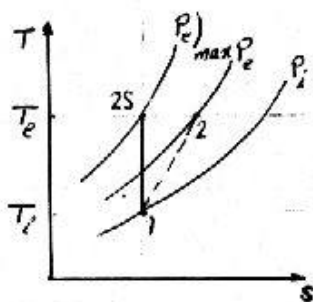
$$V_1 = 900 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 250 \text{ m/s} \quad \text{حل:}$$

$$, T_1 = -45^\circ \text{C} = 228.15 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h_1 = 228.39 \text{ kJ/kg} \\ P_{r1} = 0.43156 \end{cases}$$

$$w = q = 0 \Rightarrow 1st \text{ law: } h_e = h_1 + \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_e^2}{2}$$

$$= 259.44 \text{ kJ/kg}$$



درون یابی از جدول A.7

$$\Rightarrow T_e = 259.12 K \Rightarrow P_{re} = 0.66847$$

حداکثر فشار زمانی است که فرایند آیزنتروپیک باشد.

$$\frac{P_c)_{max}}{P_i} = \frac{P_{re}}{P_{ri}} \Rightarrow P_c)_{max} = 92.94 kPa$$

۹-۱۱ یک لوله هلیک دارای ورودی هوا در  $20^\circ C$ ،  $200 kPa$  و دو جریان خروجی در  $100 kPa$ ، یکی در  $0^\circ C$  و دیگری در  $40^\circ C$  می باشد. لوله هیچ تبادل حرارتی با محیط نداشته و کاری انجام نمی دهد و تمام جریانها SSSF با انرژیهای جنبشی قابل صرفنظر می باشند. نسبت جزء جرمی جریان خروجی در  $0^\circ C$  را بیابید آیا چنین دستگاهی امکان پذیر است؟

حل:

شرایط ورودی:  $20^\circ C = 293.1 K$ ،  $200 kPa$

شرایط خروجی ۱:  $0^\circ C = 273.1 K$ ،  $100 kPa$

شرایط خروجی ۲:  $40^\circ C = 313.1 K$ ،  $100 kPa$

لوله را حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$C_p = 1.004 kJ/kgK \quad , \quad R = 0.287 kJ/kgK \quad \text{air}$$

$$\dot{Q}_{C.V.} = 0 \quad , \quad \dot{W}_{C.V.} = 0$$

$$\Rightarrow C.V.: 1st \text{ law (SSSF)}: \dot{Q}_{C.V.} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W}_{C.V.} + \sum \dot{m}_e h_e$$

$$\begin{cases} \dot{m}_i h_i = \dot{m}_{e1} h_{e1} + \dot{m}_{e2} h_{e2} \\ \dot{m}_i = \dot{m}_{e1} + \dot{m}_{e2} \end{cases} \Rightarrow \dot{m}_{e1} (h_i - h_{e1}) = \dot{m}_{e2} (h_{e2} - h_i)$$

بقای جرم:

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_{e1}}{\dot{m}_{e2}} = \frac{h_{e2} - h_i}{h_i - h_{e1}} \Rightarrow (\text{ترکیب نسبت درمخرج}): \frac{\dot{m}_{e1}}{\dot{m}_{e2} + \dot{m}_{e1}} = \frac{\dot{m}_{e1}}{\dot{m}_i} = \frac{h_{e2} - h_i}{h_i - h_{e1} + h_{e2} - h_i}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_{e1}}{\dot{m}_i} = \frac{C_p (T_{e2} - T_i)}{C_p (T_{e2} - T_{e1})} = \frac{313.1 - 293.1}{313.1 - 273.1} = 0.5$$

با فرض گاز کامل:

$$\left[ \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} = 0 \right] \quad C.V.: 2nd \text{ law (SSSF)}: \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i = \sum_{C.V.} \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} + \dot{S}_{gen}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{m}_{e1}s_{e1} + \dot{m}_{e2}s_{e2} - \dot{m}_i s_i = \dot{S}_{gen} \Rightarrow \dot{m}_{e1}(s_{e1} - s_i) + \dot{m}_{e2}(s_{e2} - s_i) = \dot{S}_{gen} \\ \dot{m}_i = \dot{m}_{e1} + \dot{m}_{e2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_{e1}}{\dot{m}_i} \left[ C_p \ln \frac{T_{e1}}{T_i} - R \ln \frac{P_{e1}}{P_i} \right] + \frac{\dot{m}_{e2}}{\dot{m}_i} \left[ C_p \ln \frac{T_{e2}}{T_i} - R \ln \frac{P_{e2}}{P_i} \right] = \frac{\dot{S}_{gen}}{\dot{m}_i}$$

$$\frac{\dot{m}_{e2}}{\dot{m}_{e1}} = 1 - \frac{\dot{m}_{e1}}{\dot{m}_i} = 0.5$$

$$0.5 \left[ 1.004 R \ln \frac{273.1}{293.1} - 0.287 \ln \frac{100}{200} \right] + 0.5 \left[ 1.004 R \ln \frac{313.1}{293.1} - 0.287 \ln \frac{100}{200} \right] = \frac{\dot{S}_{gen}}{\dot{m}_i}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{S}_{gen}}{\dot{m}_i} = 0.196 > 0 \Rightarrow \dot{S}_{gen} > 0$$

فرایند امکان پذیر است

۹-۱۲ دو جریان آب که یکی در شرایط  $0.6 \text{ MPa}$  به حالت بخار اشباع و دیگری در  $0.6 \text{ MPa}$  و  $600^\circ\text{C}$  قرار دارند، بطور آدیاباتیک در یک فرایند SSSF مخلوط شده و جریان واحدی را در  $400^\circ\text{C}$ ،  $0.6 \text{ MPa}$  تشکیل می دهند. تولید انتروپی کل در طی این فرایند را بدست آورید.

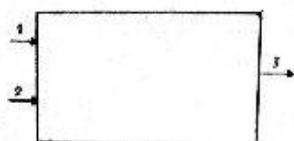
حل:

$$P_1 = 0.6 \text{ MPa}, \quad x=1, \quad h_1 = h_g = 2756.8, \quad s_1 = s_g = 6.76 \quad (1)$$

$$P_2 = 0.6 \text{ MPa}, \quad T_2 = 600^\circ\text{C}, \quad h_2 = 3700.91, \quad s_2 = 8.2673 \quad (2)$$

$$P_3 = 0.6 \text{ MPa}, \quad T_3 = 400^\circ\text{C}, \quad h_3 = 3270.25, \quad s_3 = 7.7078 \quad (3)$$

فرایند SSSF



$$\Sigma \dot{m}_i h_i = \Sigma \dot{m}_e h_e \quad \text{قانون اول:}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3$$

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) h_3 \Rightarrow \dot{m}_1 (h_3 - h_1) + \dot{m}_2 (h_3 - h_2) = 0$$

$$\Rightarrow 513.45 \dot{m}_1 = 430.66 \dot{m}_2$$

جریانهای ۱، ۲ با این نسبت مخلوط می شوند.

$$2nd\ law \ (SSSF): \sum m_e s_e - \sum m_i s_i = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{gen}$$

$$(\dot{m}_1 + \dot{m}_2) \times 7.7078 - \dot{m}_1 \times 6.76 - \dot{m}_2 \times 8.2673 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) s_{gen}$$

$$\Rightarrow s_{gen} = 7.7078 - \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \times 6.76 - \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \times 8.2673$$

$$\Rightarrow s_{gen} = 0.128 \text{ kJ/kgK}$$

۱۳-۹ در یک سرد ساز که نیرو محرکه آن گرمای سیال عامل آمونیاک بوده و توربینی با شرایط

ورودی  $2.0 \text{ MPa}$ ،  $70^\circ \text{C}$  برای به

حرکت در آوردن یک کمپرسور با

ورودی بخار اشباع در  $-20^\circ \text{C}$

بکار می رود و خروجی ها، هردو

در  $1.2 \text{ MPa}$ ، با هم ترکیب

می شوند. نسبت آهنگ جرمی

جریان ورودی توربین، به جریان

کل خروجی  $0.62$  اندازه گیری

شده است. آیا این امکان پذیر

است؟

حل:

معادله پیوستگی:

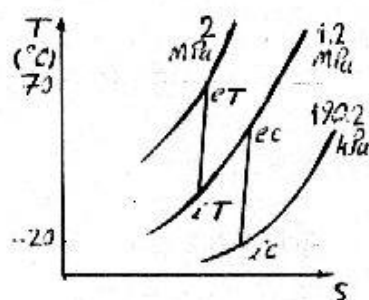
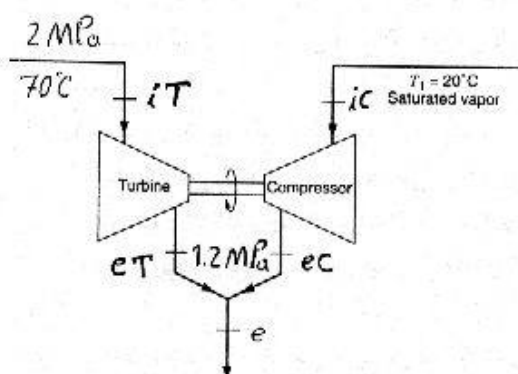
$$\dot{m}_T = 0.62 \dot{m}_e \Rightarrow \dot{m}_C = 0.38 \dot{m}_e$$

$$iT: s_{iT} = 4.9821 \text{ kJ/kgK}$$

$$, h_{iT} = 1542.7 \text{ kJ/kg}$$

$$iC: s_{iC} = 5.6155 \text{ kJ/kgK}$$

$$, h_{iC} = 1418.0 \text{ kJ/kg}$$



۳۰۰ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

با فرض بازگشت پذیر بودن فرایند در توربین و کمپرسور:

$$eT: s_{eT} = s_{iT} = 4.9821, P = 1.2 \text{ MPa} \Rightarrow T_{eT} = 32.75^\circ\text{C} \\ \Rightarrow h_{eT} = 1472.5 \text{ kJ/kg}$$

$$eC: s_{eC} = s_{iC} = 5.6155, P = 1.2 \text{ MPa} \Rightarrow T_{eC} = 112.71^\circ\text{C} \\ \Rightarrow h_{eC} = 1689.8 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Turbine: 1st law: } w_T = h_{iT} - h_{eT} = 70.2 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \dot{W}_T = \dot{m}_T w_T = 43.524 \dot{m}_e$$

$$\text{Compressor: 1st law: } w_C = h_{iC} - h_{eC} = -271.8 \text{ kJ/kg} \\ \Rightarrow \dot{W}_C = \dot{m}_C w_C = -103.28 \dot{m}_e \Rightarrow |\dot{W}_T| < |\dot{W}_C|$$

توربین حتی در حالت آیزنتروپیک هم توانایی به حرکت در آوردن کمپرسور را ندارد. (در عمل به دلیل بازگشت ناپذیری  $w_C$  افزایش و  $w_T$  کاهش می یابد و باعث می شود که  $\dot{W}_T$  به مراتب کمتر از  $\dot{W}_C$  باشد).

۹-۱۴ دیفیوزر یک دستگاه حالت پایا - جریان پایا است که در آن سیالی که دارای سرعت زیاد است کند می شود و فشار آن در طی فرایند افزایش می یابد. هوا در  $120 \text{ kPa}$ ,  $30^\circ\text{C}$  با سرعت  $200 \text{ m/s}$  وارد یک دیفیوزر می شود و با سرعت  $20 \text{ m/s}$  از آن خارج می شود. با فرض اینکه فرایند بازگشت پذیر و بی دررو باشد فشار و دمای خروجی هوا را بیابید.

حل:

دیفیوزر را حجم کنترل در نظر می گیریم چون فرایند بازگشت پذیر و بی دررو است می توان آنرا آیزنتروپیک در نظر گرفت:

$$k = 1.4, C_p = 1.004 \text{ kJ/kgK} \quad T_i = 273.1 + 30 = 303.1 \text{ K} \quad (\text{air})$$

$$\left(\frac{P_e}{P_i}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_e}{T_i} \Rightarrow \left(\frac{P_e}{120}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_e}{303.1} \quad (1) \text{ فرایند آیزنتروپیک:}$$

$$1 \text{ st law (SSSF): } q + h_i + \frac{V_i^2}{2} = w + h_e + \frac{V_e^2}{2} \quad (q=0, w=0)$$

$$\Rightarrow \frac{V_e^2}{2} - \frac{V_i^2}{2} = C_p(T_i - T_e) \Rightarrow \frac{20^2}{2} - \frac{200^2}{2} = 1.004(303.1 - T_e) \\ \Rightarrow T_e = 322.82 \text{ K}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۰۱

با جایگذاری  $T_e$  در رابطه (I):  $P_e = 149.62 \text{ kPa}$

۹-۱۵ یک دستگاه بازگشت پذیر SSSF جریانی برابر با  $1 \text{ kg/s}$  هوا را در  $400 \text{ K}$  و  $450 \text{ kPa}$  دریافت و در  $600 \text{ K}$ ،  $100 \text{ kPa}$  تخلیه می کند.  $800 \text{ kW}$  گرما از یک منبع در  $1000 \text{ K}$  به دستگاه اضافه و  $100 \text{ kW}$  گرما نیز در  $350 \text{ K}$  از آن دفع می شود همچنین انتقال حرارت نامعلوم دیگری در  $500 \text{ K}$  انجام می شود. میزان انتقال حرارت در  $500 \text{ K}$  و آهنگ کار تولیدی را بیابید.

حل:

اعداد مورد نیاز را از جداول A.7،

A.5 به شرح زیر استخراج می کنیم:

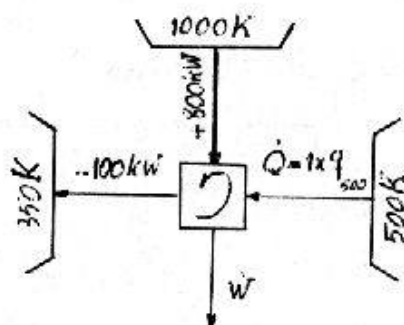
$$R_{air} = 0.287 \text{ kJ/kgK}$$

$$i) s_i^\circ = 7.15926 \text{ kJ/kgK}$$

$$h_i = 401.299 \text{ kJ/kg}$$

$$e) s_e^\circ = 7.57638 \text{ kJ/kgK}$$

$$h_e = 607.316 \text{ kJ/kg}$$



$$\text{2nd law (SSSF): } s_i + \sum \frac{q}{T} = s_e$$

$$\Rightarrow \frac{q_{500}}{500} + \frac{800}{1000} - \frac{100}{350} = s_e - s_i = (s_e^\circ - s_i^\circ) - R \ln \frac{P_e}{P_i} = 0.84879 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow q_{500} = 167.2 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \dot{Q}_{500} = \dot{m} q_{500} = 167.2 \text{ kW}$$

$$\text{1st law (SSSF): } \sum q + h_i = w + h_e \Rightarrow w = \sum q + h_i - h_e = 661 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{W} = \dot{m} w = 661 \text{ kW}$$

۹-۱۶ یکی از راههای استفاده از توربین بخار در بارگذاریهای جزئی اینست که قبل از ورود بخار به توربین، بخار تا فشار پایینتری خفانش یابد، شکل ۹-۱۶. شرایط خط بخار  $400^\circ \text{C}$ ،  $2 \text{ MPa}$  بوده و فشار خروجی توربین در  $10 \text{ kPa}$  ثابت شده است. با این فرض که انبساط در توربین بازگشت پذیر و بی دررو باشد خواسته های زیر را بدست آورید.

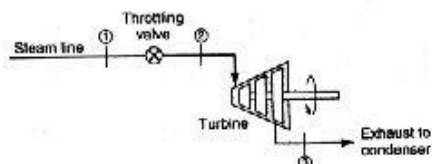
الف) کار ویژه خروجی توربین در بارگذاری کامل

ب) فشاری که بخار باید تا آن فشار خفانش یابد و در نتیجه کار خروجی،  $80\%$  کار در



بارگذاری کامل گردد.

ج ( هر دو فرایند را روی  
دیاگرام  $T-s$  نشان دهید .



حل:

$$P_1 = 2 \text{ MPa} , T_1 = 400^\circ \text{C} \Rightarrow h_1 = 3247.6 \text{ kJ/kg} , s_1 = 7.127 \text{ kJ/kgK}$$

حالت الف : هیچ خفانشی انجام نشود  $\Rightarrow h_2 = h_1 , s_2 = s_1$

$$\text{Turbine : 2nd law: } s_3 = s_2 = 7.127 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_3 = 7.127 \text{ kJ/kgK} , P_3 = 10 \text{ kPa} \Rightarrow T_3 = 45.81^\circ \text{C} , x_3 = \frac{s_3 - s_f}{s_{fg}} = 0.86359$$

$$\Rightarrow h_3 = 2258.2 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{1st law: } w_{100} = h_2 - h_3 = 989.4 \text{ kJ/kg}$$

حالت ب : فرایند خفانشی انجام شود

$$\text{خفانش} \Rightarrow h_2 = h_1 = 3247.6 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{80} = 0.8 w_{100} = 791.52 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Turbine : 1st law: } h_3 = h_2 - w_{80} = 2456.1 \text{ kJ/kg}$$

$$h_3 = 2456.1 , P_3 = 10 \text{ kPa} \Rightarrow x_3 = \frac{h_3 - h_f}{h_{fg}} = 0.94628$$

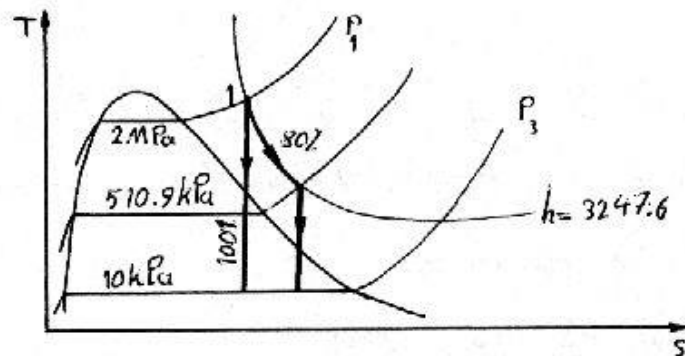
$$\Rightarrow s_3 = 7.7472 \text{ kJ/kgK}$$

$$\text{2nd law: } s_2 = s_3 = 7.7472 \text{ kJ/kgK}$$

$$h_2 = 3247.6 , s_2 = 7.7472$$

(2)

$$h = 3247.6 \begin{cases} P = 600 \text{ kPa} \Rightarrow s = 7.6728 \\ P = 500 \text{ kPa} \Rightarrow s = 7.7563 \end{cases} \Rightarrow s_2 = 7.7472 \Rightarrow P_2 = 510.9 \text{ kPa}$$



۹-۱۷ دی اکسید کربن در  $300\text{K}$ ،  $200\text{kPa}$  از یک دستگاه حالت پایا - جریان پایا عبور می کند که در آن با دریافت حرارت از یک منبع با دمای  $600\text{K}$  در فشار ثابت تا  $500\text{K}$  گرم می شود. کار ویژه، انتقال حرارت و انتروپی تولید شده را بیابید.

حل:

$$T_c = 304.1\text{K}, P_c = 7.38\text{MPa}, M = 44.01\text{kg/kmol} \quad (\text{CO}_2)$$

$$T_i = 300\text{K}, P_i = 200\text{kPa} \Rightarrow T_r = 0.99, P_r = 0.027 \Rightarrow Z \cong 1 \quad (i)$$

$$T_e = 500\text{K}, P_e = P_i = 200\text{kPa} \Rightarrow T_r = 1.64, P_r = 0.027 \Rightarrow Z = 1 \quad (e)$$

از ورود  $\text{CO}_2$  به دستگاه تا خروج از آن  $P_r$  ثابت و  $T_r$  افزایش می یابد یا مراجعه به دیاگرام عمومی تراکم پذیری می بینیم که در طول فرایند  $Z$  همواره بسیار به 1 نزدیک است پس فرض گاز ایده ال برای  $\text{CO}_2$  در این فرایند قابل قبول است.

$$P = Cte \Rightarrow dp = 0 \Rightarrow w = - \int_i^e v dP = 0$$

$$C.V: 1st \text{ law (SSSF)}: q = h_e - h_i \approx C_{po} (T_e - T_i)$$

برای محاسبه  $C_{po}$  از جدول A.6 داریم:

$$\bar{C}_{po} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta + 0.024198\theta^2$$

$$\theta_{av} = \frac{T_{av}}{100} = \frac{300+500}{2 \times 100} = 4 \Rightarrow \bar{C}_{po} = 41.296\text{kJ/kmolK}$$

$$\Rightarrow C_{po} = \frac{\bar{C}_{po}}{M} = 0.93833\text{kJ/kgK} \Rightarrow q = C_{po} (T_e - T_i) = 187.67\text{kJ/kg}$$

۳۰۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

[استفاده از فرض گار کامل برای  $CO_2$  در حل این مساله 10.28%-خطا وارد محاسبات می کند که قابل قبول نیست.]

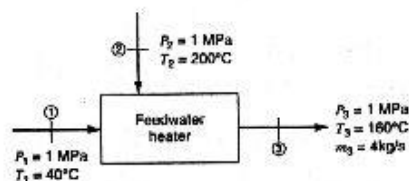
$$s_{gen} = \frac{\dot{S}_{net}}{\dot{m}} = \frac{\dot{S}_{C.V.} + \dot{S}_{surr}}{\dot{m}} = \frac{\dot{S}_{surr}}{\dot{m}} = s_e - s_i - \frac{q_{C.V.}}{T_{res}} \quad [\dot{S}_{C.V.}]_{SSSF} = 0$$

$$\bar{s}_i = 191.789 \text{ kJ/kmolK}, \quad \bar{s}_e = 206.74 \text{ kJ/kmolK} \quad \text{از جدول A.8 داریم:}$$

$$\Rightarrow s_e - s_i = \frac{\bar{s}_e - \bar{s}_i}{M} = 0.33972 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow s_{gen} = 0.33972 - \frac{187.67}{600} = 0.0269 \text{ kJ/kgK}$$

۱۸-۹ یک نوع گرمکن آب تغذیه که برای پیش گرمایش آب قبل از ورود به دیگ بخار به کار می رود، بر اساس اختلاط آب و بخار عمل می کند. آهنگ افزایش خالص انترپوی را برای حالتی نشان داده شده در شکل ۱۸-۹P و با فرض اینکه فرایند بصورت جریان پایدار و آدیاباتی باشد، حساب کنید.



حل:

فرایند: SSSF، آدیاباتی

قانون اول:

$$m_1 h_1 + m_2 h_2 = m_3 h_3$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3 \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

از جدول آب اشباع و فوق گرم (جدولهای B.1.1 - B.1.3) برای حالتی 1، 2، 3 داریم.

$$h_1 = h_f)_{40^\circ\text{C}} = 167.54, \quad s_1 = s_f)_{40^\circ\text{C}} = 0.5724$$

$$h_2 = 2827.86, \quad s_2 = 6.6939$$

$$h_3 = h_f)_{160^\circ\text{C}} = 675.53, \quad s_3 = s_f)_{160^\circ\text{C}} = 1.9426$$

$$167.54 \dot{m}_1 + 2827.86 \dot{m}_2 = 2702.12 \quad \text{با جایگذاری مقادیر در قانون اول، داریم.}$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 4 \quad \text{از معادله پیوستگی داریم:}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 = 3.236 \text{ kg/s}, \quad \dot{m}_2 = 0.764 \text{ kg/s}$$

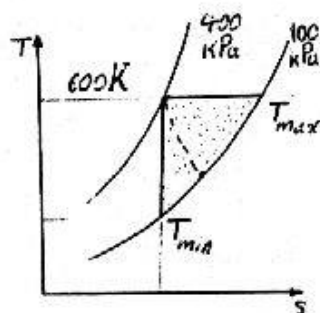
$$\dot{S}_{net} = \dot{S}_{C.V.} + \dot{S}_{surr} = \dot{m}_3 s_3 - (\dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2 s_2) = 0.804 \text{ kW/K} \quad (\dot{S}_{C.V.} = 0)$$

۱۹-۹ مواد در  $327^\circ\text{C}$ ،  $400 \text{ kPa}$  با آهنگ جرمی  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  از درون یک توربین بی دررو عبور می کند و فشار تخلیه  $100 \text{ kPa}$  است. از انرژیهای جنبشی صرف نظر کنید و گرماهای ویژه را ثابت

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۰۵

فرض نمایید. کمترین و بیشترین دمای خروجی ممکن را بیابید. برای هر حالت آهنگ کار و آهنگ تولید انترپیی را معلوم کنید.

حل:



$$\dot{m} = \frac{P_i V_i}{RT_i} = 2.3229 \text{ kg/s}$$

$$1st \text{ law: } w = h_i - h_e = C_{po}(T_i - T_e)$$

الف در مورد توربین داریم:

$$w \geq 0 \Rightarrow T_i \geq T_e$$

یعنی بیشینه دمای خروجی با دمای ورودی برابر است.

$$\Rightarrow w = C_{po}(T_i - T_e) = 0 \Rightarrow \dot{W} = \dot{m}w = 0$$

$$2nd \text{ law: } \dot{S}_{gen} = \dot{m}s_e - \dot{m}s_i = \dot{m} \left[ C_{po} \ln \frac{T_e}{T_i} - R \ln \frac{P_e}{P_i} \right] = 0.9242 \text{ kW/K}$$

ب: باتوجه به نمودار و اصل افزایش انترپیی دمایی کمتر از دمای فرایند آیزنتروپیک ممکن نیست

$$s_2 = s_1 \Rightarrow (T_e)_{min} = T_i \left( \frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow (T_e)_{min} = 403.8 \text{ K}$$

$$\Rightarrow w = C_{po} [(T_i - T_e)_{min}] = 197.01 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \dot{W} = \dot{m}w = 457.65 \text{ kW}$$

$$2nd \text{ law: } s_2 = s_1 \Rightarrow \dot{S}_{gen} = 0$$

۹-۲۰ یک فرایند صنعتی نیاز به یک جریان پایای بخاراشباع آب در ۲۰۰ kPa بادی ۰.۵ kg/s

دارد. همچنن یک جریان پایای

هوای فشرده در ۵۰۰ kPa بادی

۰.۱ kg/s مورد نیاز است.

(شکل ۹-۲۰) بخار در توربین

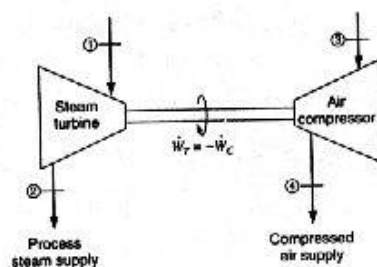
منبسط می شود تا توان لازم برای

بکارانداختن کمپرسور هوارا

تأمین کند و درحالت مورد نیاز از

توربین خارج می شود. هوای

ورودی به کمپرسور در شرایط



۳۰۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

محیط  $20^\circ\text{C}$ ,  $100\text{kPa}$  می باشد. دما و فشار ورودی مورد نیاز بخار را محاسبه کنید. فرض

کنید توربین و کمپرسور هر دو بازگشت پذیر و آدیاباتیک اند.

حل: با توجه به بازگشت پذیر و آدیاباتیک بودن توربین و کمپرسور انتروپی در آنها ثابت خواهد ماند.

C.V.2: توربین

C.V.1: کمپرسور هوا

$$k = 1.4, \quad C_p = 1.004 \text{ kJ/kgK}$$

(air)

$$100\text{kPa}, \quad 20^\circ\text{C} = 293.1\text{K}$$

شرایط ورودی هوا:

شرایط خروج هوا (کمپرسور آیزوتروپیک)

$$\begin{cases} P_{e1} = 500\text{kPa} \\ s_{e1} = s_{i1} \end{cases} \Rightarrow \left( \frac{P_{e1}}{P_{i1}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{e1}}{T_{i1}} \Rightarrow \left( \frac{500}{100} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{e1}}{293.1}$$

$$\Rightarrow T_{e1} = 464.22\text{K}$$

$$\begin{cases} \dot{m}_{i1} = \dot{m}_{e1} = 0.1 \text{ kg/s} & \text{بقاء جرم} \\ 1st \text{ law (SSSF)}: \dot{Q}_C - \dot{m}_{i1} h_{i1} = \dot{W}_C + \dot{m}_{e1} h_{e1} & (Q_C = 0): C.V.1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \dot{W}_C = 0.1 C_p (T_{i1} - T_{e1}) = 0.1 \times 1.004 (293.1 - 464.22) = -17.18 \text{ kW}$$

$$200\text{kPa}, \quad \text{بخار اشباع} \rightarrow \begin{cases} h_{e2} = 2706.63 \text{ kJ/kg} \\ s_{e2} = 7.1271 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \quad \text{شرایط خروجی بخار:}$$

$$\begin{cases} \dot{m}_{i2} = \dot{m}_{e2} = 0.5 \text{ kg/s} & \text{بقاء جرم} \\ 1st \text{ law (SSSF)}: \dot{Q}_T + \dot{m}_{i2} h_{i2} = \dot{W}_T + \dot{m}_{e2} h_{e2}, \quad (\dot{W}_T = -\dot{W}_C, \dot{Q}_T = 0) & C.V.2 \end{cases}$$

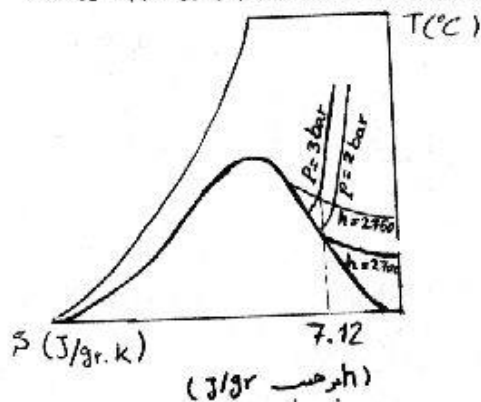
$$\Rightarrow 0.5 \times h_{i2} = 17.18 + 0.5 \times 2706.63 \Rightarrow h_{i2} = 2740.99 \text{ kJ/kg}$$

$$\begin{cases} h_{i2} = 2740.99 \text{ kJ/kg} = 2740.99 \text{ J/gr} & \text{شرایط ورودی بخار (توربین آیزوتروپیک)} \\ s_{i2} = s_{e2} = 7.1271 \text{ kJ/kgK} = 7.1271 \text{ J/grK} \end{cases}$$

از روی نمودار  $F.I$  (منحنی دما - انتروپی برای آب) از روی  $h$  و  $s$  می توان  $P, T$  را تعیین کرد.

$$\Rightarrow \begin{cases} T_{i2} = 138^\circ\text{C} \\ P_{i2} = 2.45 \text{ bar} = 245 \text{ kPa} \end{cases} \quad \text{دمای ورودی توربین:}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۰۷



استفاده از نمودار  $T-s$  مقداری خطا وارد محاسبات می کند ولی به علت سادگی روش مناسبی است. در صورت لزوم می توان مانند مسائل قبلی با استفاده از جدول و با معلوم بودن دو کمیت  $s_{i2}$  و  $h_{i2}$  حالت را معین کرد. ( این روش در مساله ۹-۵۴ که همین مساله برای حالت واقعی توربین و کمپرسور حل شده بطور کامل شرح داده شده است.)

۹-۲۱ هوا در فشار  $800 \text{ kPa}$  و دمای  $1200 \text{ K}$  وارد یک توربین شده و طی فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر تا فشار  $100 \text{ kPa}$  منبسط می گردد. درجه حرارت و کار در هر کیلو گرم را با استفاده از اطلاعات زیر بدست آورید.

الف) جداول گاز ایده ال، جدول A.7

ب) حرارت مخصوص ثابت، مقادیر در درجه حرارت  $300 \text{ K}$  و از جدول A.5

پ) حرارت مخصوص ثابت، مقادیر در درجه حرارت متوسط و از شکل (۱۰-۵)

بحث کنید که چرا در قسمت (ب) درجه حرارت خروجی کم است ولی مقادیر نسبتاً خوبی برای کار بدست می آید.

حل: فرایند SSSF، آیزنتروپیک (آدیاباتیک برگشت پذیر)

قانون اول:

$$h_i = h_e + w$$

قانون دوم:

$$s_i = s_e$$

$$\text{الف) } T_i = 1200 \text{ K}, s^\circ_{T_i} = 8.34596, h_i = 1277.85, P_i = 800 \text{ kPa}, P_e = 100 \text{ kPa}$$

از قانون دوم و با توجه به جدول A.7 داریم.

$$s_e - s_i = (s^\circ_{T_e} - s^\circ_{T_i}) - R \ln \frac{P_e}{P_i} = 0 \Rightarrow s^\circ_{T_e} = 7.74916$$

$$\Rightarrow T_e = 706 \text{ K} \text{ (با درون یابی) و } h_e = 720.02 \text{ kJ/kg}$$

$$w = h_i - h_e = 557.83 \text{ kJ/kg}$$

از قانون اول داریم.

ب) از قانون دوم و با توجه به جدول A.5 داریم.

$$s_e - s_i = C_{p0} \ln \frac{T_e}{T_i} - R \ln \frac{P_e}{P_i} = 0 \Rightarrow \frac{T_e}{T_i} = \left( \frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad (k = \frac{C_{p0}}{C_{v0}} = 1.4)$$

$$\Rightarrow T_e = 662.26 \text{ K}$$

۳۰۸ / تطبیح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$w = h_i - h_e = C_p(T_i - T_e) = 540 \text{ kJ/kg}$$

از قانون اول داریم:

$$s_e - s_i = C_{p0} \ln \frac{T_e}{T_i} - R \ln \frac{P_e}{P_i} = 0 \Rightarrow \frac{T_e}{T_i} = \left( \frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (\text{پ})$$

$$\Rightarrow T_e = 662.4 \text{ K}$$

$$\bar{C}_{p0} = 32 \text{ J/molK} \quad \left[ T_{av} = \frac{1200 + 662.4}{2} = 930 \text{ K} \right] \quad \text{از شکل (5-11) داریم.}$$

$$C_{p0} = \frac{\bar{C}_{p0}}{M} = \frac{32}{28.97} = 1.1046 \text{ kJ/kgK}$$

$$w = C_{p0}(T_i - T_e) = 593 \text{ kJ/kg}$$

حالت الف:

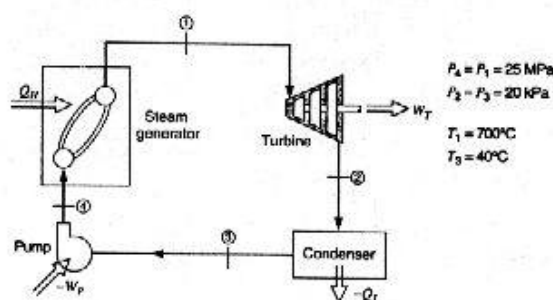
$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_{p0} dT = C_{p0,av}(T_2 - T_1) \Rightarrow C_{p0,av} = 1.12921, \quad T_2 - T_1 = 494 \text{ K}$$

$$C_{p0,300\text{K}} = 1.004, \quad T_2 - T_1 = 537.6 \text{ K}$$

حالت ب:

$$\Rightarrow C_{p0,av}(T_2 - T_1) \approx C_{p0,300\text{K}}(T_2 - T_1) \quad \text{ب}$$

۹-۲۲ نیروگاه توربین بخاری را در نظر بگیرید که در فشارهای فوق بحرانی کار می کند، شکل ۹-۲۲. به عنوان یک تقریب اولیه ممکن است گمان شود فرایندهای توربین و پمپ بی دررو و با زگشت پذیر هستند. با صرف نظر از تغییرات انرژیهای جنبشی و پتانسیل مقادیر زیر را حساب کنید.



تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۰۹

الف) کار ویژه خروجی توربین و حالت خروجی از توربین

ب) کار ورودی پمپ و آنتالپی در خروجی پمپ

ج) بازده گرمایی سیکل

حل:

الف)

$$1: P_1 = 25 \text{ MPa}, T_1 = 700^\circ \text{C} \Rightarrow h_1 = 3777.56 \text{ kJ/kg}, s_1 = 6.6707 \text{ kJ/kgK}$$

$$2: P_2 = 20 \text{ kPa}, s_2 = s_1 \Rightarrow x_2 = 0.82509 \Rightarrow h_2 = 2197.2 \text{ kJ/kg}$$

$$1 \rightarrow 2: 1st \text{ law: } w_T = h_1 - h_2 = 1580.3 \text{ kJ/kg}$$

ب)

$$3: P_3 = 20 \text{ kPa}, T_3 = 40^\circ \text{C} \Rightarrow h_3 = h_f = 251.38 \text{ kJ/kg}, s_3 = s_f = 0.8319 \text{ kJ/kgK}$$

$$, v_3 = v_f = 0.001017 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$3 \rightarrow 4: w_p = - \int_3^4 v dp = -v_3(P_4 - P_3) = -25.405 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow w_{net} = w_p + w_T = 1554.9 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } w_p = h_3 - h_4 \Rightarrow h_4 = 276.79 \text{ kJ/kg}$$

$$4 \rightarrow 1: w = 0 \Rightarrow 1st \text{ law: } q_{H1} = h_1 - h_4 = 3500.8 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \eta_{cycle} = \frac{w_{net}}{q_{H1}} = 44.42 \%$$

۲۳-۹ یک جریان آمونیاک در  $500 \text{ kPa}$  و  $20^\circ \text{C}$  مورد نیاز است. دو منبع در دسترس می باشند: یکی مایع اشباع در  $20^\circ \text{C}$  و دیگری در  $500 \text{ kPa}$  و  $140^\circ \text{C}$ . جریانها از دو منبع از طریق دوشیریک اتافک آمیزش عایق و  $SSSF$  را تغذیه می کنند، این اتافک جریان مورد نظر را تولید می کند. آهنگهای جرمی جریان دو منبع و آهنگ تولید انتروپی کل توسط این دستگاه رابایید.

حل: محفظه مخلوط کن را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{i1} + \dot{m}_{i2} = 5 \text{ kg/s}$$

بقاء جرم:

$$20^\circ \text{C} \text{ مایع اشباع} \rightarrow \begin{cases} h_{i1} = 274.3 \text{ kJ/kg} \\ s_{i1} = 1.0408 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

حالت ورودی ۱:



۳۱۰ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\left\{ \begin{array}{l} 500 \text{ kPa} \\ 140^\circ\text{C} \end{array} \right\} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_{i2} = 1773.8 \text{ kJ/kg} \\ s_{i2} = 6.2422 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \quad \text{حالت ورودی 2:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 500 \text{ kPa} \\ 20^\circ\text{C} \end{array} \right\} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_e = 1488.3 \text{ kJ/kg} \\ s_e = 5.4244 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \quad \text{حالت خروجی:}$$

$$\Rightarrow C.V.: 1st \text{ law (SSSF)}: \dot{Q}_{C.V.} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W}_{C.V.} + \sum \dot{m}_e h_e$$

$$(\dot{Q}_{C.V.} = 0, \dot{W}_{C.V.} = 0)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 274.3 \dot{m}_{i1} + 1773.8 \dot{m}_{i2} = 5 \times 1488.3 = 7441.5 \\ \dot{m}_{i2} + \dot{m}_{i1} = 5 \text{ kg/s} \end{array} \right.$$

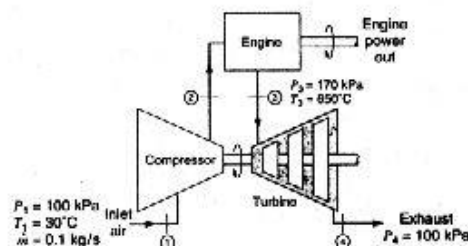
$$\Rightarrow \dot{m}_{i1} = 0.95 \text{ kg/s} \quad \dot{m}_{i2} = 4.05 \text{ kg/s}$$

$$C.V.: 2nd \text{ law (SSSF)}: \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i = \sum \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} + \dot{S}_{gen} \quad \left[ \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} = 0 \right]$$

$$\Rightarrow 5 \times 5.4244 - 0.95 \times 1.0408 - 4.05 \times 6.2422 = \dot{S}_{gen}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{gen} = 0.8523 \text{ kJ/K-s} = 0.8523 \text{ kW/K}$$

۲۴-۹ یک توربوشارژر را برای افزایش فشار هوا در یک اتومبیل بکار می رود. مطابق شکل (۲۴-۹) این دستگاه از یک توربین تشکیل شده است که با گازهای خروجی رانده می شود و به یک کمپرسور هوا متصل است. در یک بار خاص موتور، شرایط در شکل نشان داده شده است. با فرض اینکه توربین و کمپرسور هر دو بازگشت پذیر و آدیاباتیک با دبی جرمی یکسان باشند، درجه حرارت خروجی و توان تولیدی توربین و فشار خروجی را در کمپرسور بیابید.



حل: حجم کنترل: توربین

فرایند: SSSF، آیزنتروپیک

$$\text{قانون اول: } \dot{m} h_3 - \dot{m} h_4 + \dot{W} \quad \text{قانون دوم: } s_3 = s_4$$

$$\text{با فرض } C_{po} = C_{te} \text{ داریم: } T_4 = 793K \Rightarrow s_3 - s_4 = C_{po} \ln \frac{T_3}{T_4} - R \ln \frac{P_3}{P_4} = 0$$

[ برای پیدا کردن مقدار دقیق  $T_4$  باید از فرمول  $s_3 - s_4 = (s_{T3}^\circ - s_{T4}^\circ) - R \ln \frac{P_3}{P_4} = 0$  استفاده می کردیم زیرا فرض  $C_{po} = C_{te}$  و جاگذاری مقدار آن از جدول (A.5)،  $C_{po} = 1.004$  فرض درستی نیست

استفاده از فرمول بالایی برای پیدا کردن  $T_4$  (چنانچه در مسائل قبلی مشاهده کردیم) به دانشجو واگذار می شود. ]

$$\text{از قانون اول داریم: } \dot{W}_t = \dot{m}(h_3 - h_4) = \dot{m} C_p (T_3 - T_4) = 13kW$$

در اینجا نیز فرض  $C_p = C_{te}$  را اعمال کردیم.

فرایند: SSSF، آیزنتروپیک

حجم کنترل: کمپرسور

$$\dot{W}_c = -\dot{W}_t = -13kW$$

قانون اول:

$$\dot{m} h_1 = \dot{m} h_2 + \dot{W}_c \Rightarrow \dot{m} C_p (T_2 - T_1) = -\dot{W}_c$$

$$\Rightarrow T_2 = 432.5K$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (C_p = C_{te} \text{ است (و با فرض } C_p = C_{te}))$$

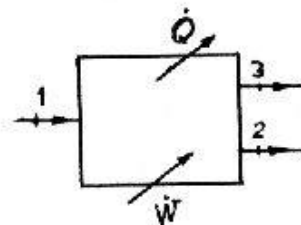
$$\Rightarrow P_2 = 347kPa$$

[ اگر فرض  $C_p = C_{te}$  در نظر گرفته نمی شد جوابها با مقادیر بدست آمده متفاوت بودند ]

۹-۲۵ جریانی از آمونیاک در  $100kPa$ ،  $50^\circ C$  با آهنگ  $1kg/s$  وارد یک وسیله جریان پایا می شود. دو جریان با آهنگهای جرمی برابر وسیله را ترک می کنند، یکی در  $50^\circ C$  و دیگری بصورت مایع اشباع در  $10^\circ C$ . ادعا می شود که این وسیله در اتاقی به دمای  $25^\circ C$  و با ورودی توان الکتریکی  $250kW$  کار می کند، آیا چنین چیزی ممکن است؟

حل:

$$1: T_1 = 50^\circ C, P_1 = 100kPa \Rightarrow h_1 = 1581.2kJ/kg, s_1 = 6.4943kJ/kgK$$



$$2: T_2 = 50^\circ\text{C}, P_2 = 200 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow h_2 = 1576.6 \text{ kJ/kg}, s_2 = 6.1453 \text{ kJ/kgK}$$

$$3: T_3 = 10^\circ\text{C}, x_3 = 0\%$$

$$\Rightarrow h_3 = h_f = 226.97 \text{ kJ/kg}$$

$$, s_3 = s_f = 0.8779 \text{ kJ/kgK}$$

$$1st \text{ law: } \dot{Q}_{C.V.} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W}_{C.V.} + \sum \dot{m}_e h_e \Rightarrow \dot{Q}_{C.V.} = -929.41 \text{ kW}$$

$$2nd \text{ law: } \dot{S}_{net} = \dot{S}_{CV} + \dot{S}_{surr} \geq 0 \quad \left| \Rightarrow 2nd \text{ law: } \dot{S}_{surr} \geq 0 \right.$$

$$SSSF \Rightarrow \dot{S}_{C.V.} = 0$$

$$\dot{S}_{surr} = \frac{\dot{Q}}{T_o} + \dot{m}_2 s_2 + \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_1 s_1 = 0.135 \text{ kW/K} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{net} = \dot{S}_{surr} > 0$$

در نتیجه فرایندی با داده های فوق یک فرایند امکان پذیر است.

۹-۲۶ یک مخزن به حجم  $0.1 \text{ m}^3$  که در ابتدا خالی است با  $R-12$  از یک خط که در آن مایع اشباع  $-5^\circ\text{C}$  جریان دارد، پر می شود این عمل به سرعت صورت می گیرد بطوریکه فرایند آدیاباتیک است جرم نهایی، حجمهای مایع و بخار (در صورت وجود) درون مخزن را به دست آورید آیا فرایند بازگشت پذیر است؟

حل: مخزن را حجم کنترل در نظر می گیریم و فرض می کنیم فرایند پرشدن به صورت حالت یکنواخت - جریان یکنواخت (USUF) باشد:

حالت اول:  $m_1 = 0$

$$\text{حالت ورودی:} \rightarrow \begin{cases} P_i = P_{sat} = 261 \text{ kPa} \\ h_i = 31.45 \text{ kJ/kg} \\ s_i = 0.1251 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \rightarrow \text{مایع اشباع}, -5^\circ\text{C}$$

$$(Q=0, W=0)$$

$$\Rightarrow \text{C.V. } 1st \text{ law (USUF): } Q + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \sum \dot{m}_e h_e + (m_2 u_2 - m_1 u_1)$$

$$\begin{cases} m_i h_i = m_2 u_2 \Rightarrow h_i = u_2 \Rightarrow u_2 = 31.45 \text{ kJ/kg} \\ m_2 = m_i \end{cases} \quad \text{بنابراین جرم:}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۱۳

فرایند پرشدن تا وقتی ادامه خواهد یافت که فشار داخلی برابر فشار در خط لوله شود. بنابراین

$$P_2 = P_i = 261 \text{ kPa}$$

حالت نهایی:

$$\begin{cases} P_2 = 261 \text{ kPa} \\ u_2 = 31.45 \text{ kJ/kg} \end{cases} \rightarrow \text{دوفاز} \rightarrow x_2 = \frac{u_2 - u_f}{u_{fg}} = \frac{31.45 - 31.26}{137.16} = 0.00138$$

$$\Rightarrow v_2 = v_f + x_2 v_{fg} = 0.000708 + 0.00138 \times 0.06426 = 0.000797 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$s_2 = s_f + x_2 s_{fg} = 0.1251 + 0.00138 \times 0.574 = 0.12589 \text{ kJ/kgK}$$

$$m_2 = \frac{V}{v_2} = \frac{0.1}{0.000797} = 125.47 \text{ kg} \quad \text{جرم نهایی:}$$

$$x_2 = \frac{m_g}{m_2} = 0.00138 \Rightarrow m_g = 0.00138 \times 125.47 = 0.173 \text{ kg}$$

$$m_f = m_2 - m_g = 125.47 - 0.173 = 125.29 \text{ kg}$$

$$V_f = m_f v_f = 125.29 \times 0.000708 = 0.0887 \text{ m}^3 \quad \text{حجم مایع:}$$

$$2 \begin{cases} v_f = 0.000708 \text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g = 0.06496 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$V_g = m_g v_g = 0.173 \times 0.06496 = 0.0112 \text{ m}^3 \quad \text{حجم بخار:}$$

$$m_2 = m_i = 125.47 \text{ kg} \quad \text{پیوستگی:}$$

$$C.V.: \text{Cannister} \quad 2nd \text{ law (USUF)}: (m_2 s_2 - m_i s_i)_{C.V.} + \sum m_e s_e - \sum m_i s_i$$

$$= \int_0^t \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} dt + S_{gen}$$

$$\left[ m_i = 0, \quad m_e = 0, \quad \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} = 0 \right]$$

$$\Rightarrow 125.47 \times 0.12589 - 125.47 \times 0.1251 = S_{gen}$$

$$S_{gen} = 0.099 \text{ kJ/K} \Rightarrow \text{فرایند بازگشت پذیر نیست.}$$

۹-۲۷ هوا در شرایط  $15^\circ\text{C}$  و  $12 \text{ MPa}$  از طریق خط لوله ای وارد یک مخزن صلب به حجم

۳۱۴ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

500L که محتوی هوا در شرایط محیط ( $15^\circ\text{C}$  ,  $100\text{kPa}$ ) است می شود. فرایند سریع و لزوماً بصورت آدیاباتیکی صورت می گیرد شیر ورودی مخزن وقتی که فشار به  $P_2$  می رسد ، بسته خواهد شد . مخزن را بصورت یکنواخت تا درجه حرارت اتاق سرد می کنیم و در آن لحظه فشار داخل مخزن  $5\text{MPa}$  می باشد . فشار  $P_2$  چقدر است ؟ تغییر انتروپی خالص کل فرایند را بیابید.

حل.

1 → 2

فرایند آدیاباتیکی

(i) جریان ورودی : (بادرون یابی)  $T_1 = 15^\circ\text{C} = 288\text{K}$  ,  $P_1 = 100\text{kPa}$  ,  $V = 500\text{L} = 0.5\text{m}^3$

$$(1) \quad T_1 = 15^\circ\text{C} = 288\text{K} , P_1 = 100\text{kPa} , V = 500\text{L} = 0.5\text{m}^3$$

$$, m_1 = \frac{P_1 V}{RT_1} = 0.605\text{kg} \quad , \quad u_1 = 205.75 \quad (\text{بادرون یابی})$$

$$P_2 = ? , \quad {}_1Q_2 = 0 \quad (2)$$

2 → 3

فرایند برگشت پذیر

$$(3) \quad T_3 = 15^\circ\text{C} = 288\text{K} , P_3 = 5\text{MPa} , \quad m_3 = \frac{P_3 V}{RT_3} = 30.246\text{kg}$$

1 → 2

$$\Rightarrow {}_1Q_2 + m_1 h_i = (m_2 u_2 - m_1 u_1) + {}_1W_2 \quad ({}_1Q_2 = 0 , \quad {}_1W_2 = 0)$$

$$m_2 = m_1 + m_i \quad \text{معادله پیوستگی :}$$

$$\Rightarrow (m_2 - m_1) h_i = m_2 u_2 - m_1 u_1 \quad , \quad m_2 = m_3 = 30.246\text{kg}$$

$$\Rightarrow u_2 = 286.768 \Rightarrow T_2 = 400.4\text{K} \quad (\text{بادرون یابی})$$

$$P_2 = \frac{m_2 R T_2}{V} = 6951\text{kPa} = 6.951\text{MPa}$$

2 → 3

$${}_2Q_3 = m_3 u_3 - m_2 u_2 = m_2 (u_3 - u_2) = -2450\text{kJ} \quad \text{قانون اول :}$$

پس مقدار حرارتی که به محیط داده شده است  $Q = +2450\text{kJ}$  خواهد بود.

$$\Delta S_{C.V.} = m_3 s_3 - m_1 s_1 = (m_1 + m_i) s_3 - m_1 s_1 = m_1 (s_3 - s_1) + m_i s_3$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۱۵

$$\Delta S_{surr} = \frac{Q}{T_{surr}} - m_i s_i$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.V.} + \Delta S_{surr} = m_1(s_3 - s_1) + m_i(s_3 - s_i) + \frac{Q}{T_{surr}}$$

$$\Delta S_{net} = m_1 \left[ (s_{T3}^\circ - s_{T1}^\circ) - R \ln \frac{P_3}{P_1} \right] + (m_2 - m_1) \left[ (s_{T3}^\circ - s_{Ti}^\circ) - R \ln \frac{P_3}{P_i} \right] + \frac{Q}{T_{surr}} = 15.275 \text{ kJ/K}$$

۲۸-۹ یک سیلندر / پیستون که در ابتدا خالیست توسط فنر بارگذاری شده و در نتیجه زمانی که فشار به  $100 \text{ kPa}$  برسد پیستون شناور می شود. کمپرسوری بوسیله لوله و یک شیر شروع به پر کردن سیلندر تا فشار نهایی  $1.4 \text{ MPa}$  با آب می نماید، در این نقطه حجم  $0.6 \text{ m}^3$  است، حالت ۲. شرایط ورودی به کمپرسور بی دررو و بازگشت پذیر بخار اشباع در  $100 \text{ kPa}$  است. وقتی که فرایند پر شدن انجام شد شیر بسته شده و آب تدریجاً تا دمای محیط،  $20^\circ \text{C}$ ، خنک می شود، حالت ۳. جرم نهایی آب، کار پیستون از ۱ تا ۲، کار لازم برای کمپرسور و فشار نهایی،  $P_3$ ، را بیابید.

حل:

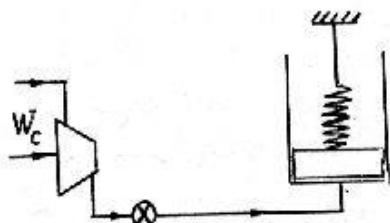
چون بارگذاری خطی است داریم:

$$P = CV + D$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 100 = C \times 0 + D \Rightarrow D = 100 \\ 1400 = C \times 0.6 + D \Rightarrow C = 2166.67 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = 2166.67 V + 100$$

از شرایط مساله کار پیستون بین حالات ۱، ۲ قابل محاسبه است



$$\Rightarrow {}_1W_2 = \int_1^2 P dV = \frac{P_2 + P_1}{2} (V_2 - V_1) = 450 \text{ kJ}$$

می توان فرایند را برای مجموعه کمپرسور و سیلندر یک فرایند  $USUF$  دانست و با فرض اینکه فرایند پر شدن سیلندر بدون انتقال حرارت انجام می شود چون کمپرسور آیزنتروپیک است پس فرایند برای کل حجم کنترل آیزنتروپیک بوده و  $s = Cte$

$$\Rightarrow s_2 = s_i = Cte$$

۳۱۶ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$i: x_i = 100\%, P_i = 100kPa \Rightarrow s_i = s_g = 7.3593 kJ/kgK$$

$$, h_i = h_g = 2675.49 kJ/kgK$$

2: 2nd law: (C.V. کمپرسور و سیندر (مجموعه سیندر و کمپرسور

$$s_2 = s_i = 7.3593 kJ/kgK, P_2 = 1.4 MPa$$

$$\Rightarrow T_2 = 418.93^\circ C, u_2 = 2984.41 kJ/kg, v_2 = 0.224301 m^3/kg$$

$$2 \rightarrow 3 \quad P = 2166.67 V + 100 \Rightarrow P = 5795.8 v + 100 \quad (I)$$

3)  $T_3 = 20^\circ C$  آب موجود در حالت 2 در دمای  $418.93^\circ C$  به دمای  $20^\circ C$  در حالت 3 رسیده پس با توجه به بارگذاری فتری فشار باید به شدت افت کرده باشد و چون حداقل فشار ممکن  $100kPa$  است و در این فشار دمای اشباع  $99.62^\circ C$  است پس احتمالاً حالت 3 مایع مادون سرد است.

$$T_3 = 20^\circ C \Rightarrow u_3 \approx u_f = 83.94 kJ/kg, v_3 = v_f = 0.001002 m^3/kg$$

$$(I) \Rightarrow P_3 = 105.807 kPa$$

با توجه به اینکه رابطه I، رابطه ایست که از فرض مساله بدست آمده و مستقل از فرض ما در مورد مایع مادون سرد می باشد و اینکه فشار بدست آمده از فرض ما و رابطه I بیش از فشار اشباع آب در  $20^\circ C$  است فرض ما درست بوده و محاسبات بر مبنای مایع متراکم قابل قبول است.

کمپرسور فقط از فرایند 1 تا 2 کار می کند داریم:

$$1st \text{ law: } m_1 h_1 = m_2 u_2 + W_c + {}_1W_2 \quad 1 \rightarrow 2$$

$$m_2 = m_1 \Rightarrow W_c = m_2 (h_1 - u_2) - {}_1W_2 = -1276.35 kJ \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

۲۹-۹ یک مخزن به حجم  $0.2 m^3$  که در ابتدا خالیست با دی اکسید کربن از خطی در  $500K$ ،  $1000kPa$  پر می شود. فرض کنید که فرایند بی دررو بوده و جریان تا زمانی که خود به خود قطع شود ادامه می یابد. جرم و دمای نهایی دی اکسید کربن در مخزن و انتروپی کل تولید شده در این فرایند را بیابید.

حل: مخزن را حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$i) \quad P_i = 100kPa, T_i = 500K$$

$$2) \quad P_2 = 1000kPa, T_2 = ?$$

$$R_{CO_2} = 0.1889 kJ/kgK \quad \text{از جدول A.5}$$

$$M = 44.01 kg/kmol, T_c = 304.1 K, P_c = 7.38 MPa \quad \text{از جدول A.2}$$

$$T_{ri} = \frac{T_i}{T_c} = 1.64, P_{ri} = \frac{P_i}{P_c} = 0.135 \Rightarrow Z \approx 1$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۱۷

در هر لحظه برای مخزن در حال پر شدن داریم:

$$P_2 \leq P_i \Rightarrow P_{r2} \leq P_{ri}$$

و چون همواره از قانون اول داریم  $u_2 = h_i$  پس فرض اینکه  $T_2 > T_i$  کاملاً منطقی است و در نتیجه  $T_{r2} > T_{ri}$  با مراجعه به دیاگرام عمومی تراکم پذیری نتیجه می گیریم که در طول فرایند  $CO_2$  همواره

از معادله حالت گاز ایده ال پیروی می کند یعنی  $Pv = RT$

$$1st\ law: Q + m_i h_i - W + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1, \quad Q = W = m_e = m_1 = 0$$

$$\Rightarrow u_2 = h_i \Rightarrow h_2 - h_i - P_2 v_2 = 0 \Rightarrow h_2 - h_i - RT_2 = 0$$

$C_{p0}$  را مقدار متوسط گرمای ویژه در فاصله دودمای  $T_i, T_2$  می گیریم

$$\Rightarrow C_{p0}(T_2 - T_i) - RT_2 = 0 \Rightarrow C_{p0} = \frac{RT_2}{T_2 - T_i} \quad I$$

از جدول A.6 داریم:

$$\bar{C}_{p0} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta + 0.024198\theta^2$$

$$\theta = \frac{T_2 + T_i}{100} \Rightarrow C_{p0}(CO_2) = \frac{\bar{C}_{p0}(\theta)}{M_{CO_2}}$$

$$\delta = \frac{RT_2}{T_2 - T_i} - \frac{\bar{C}_{p0}(\theta)}{M_{CO_2}} \quad \text{با توجه به رابطه } I, \delta \text{ را بصورت روبرو تعریف می کنیم}$$

آزمایش و خطا:

$$\begin{cases} T_2 = 600K \Rightarrow \delta = -0.123317 \\ T_2 = 550K \Rightarrow \delta = 0.833372 \end{cases} \rightarrow \delta = 0 \Rightarrow T_2 = 593.56K$$

[اگر از گرمای ویژه ثابت در دمای 300K استفاده شود برای  $T_2$ ، 8.6% خطا بدست می آید.]

$$P_2 V_2 = m_2 RT_2 \Rightarrow m_2 = 1.78375 kg, \quad C_{p0} = \frac{RT_2}{T_2 - T_i} = 1.19841$$

C.V: 2nd law (USUF):

$$(m_2 s_2 - m_1 s_1)_{C.V} + \sum m_e s_e - \sum m_i s_i = \int \frac{\dot{Q}_{C.V}}{T} dt + S_{gen}$$

$$\Rightarrow S_{gen} = m_2 (s_2 - s_i) = m_2 \left[ C_{p0} \ln \frac{T_2}{T_i} - R \ln \frac{P_2}{P_i} \right] = 0.37 kW/K$$

۳-۹ مخزن صلبی به حجم  $1m^3$  محتوی  $100kg$  میرد R-22 در درجه حرارت محیط  $15^\circ C$  است

شیر بالای مخزن باز شده و بخار اشباع طی فرایند خفانش تا فشار محیط  $100kPa$ ،

خفانش یافته و به یک سیستم جمع کننده جریان می یابد. درجه حرارت داخل مخزن طی

فرایند در  $15^\circ C$  باقی می ماند. وقتی که مایع درون مخزن تمام شد، شیر بسته می شود

مقدار انتقال حرارت به مخزن و تولید انتروپی کل طی فرایند را حساب کنید.



حل:

$$T_1 = 15^\circ C, V = 1 m^3 = Cte, m_1 = 100 kg \quad (1)$$

$$\text{حالت: دو فازی} \quad v_1 = \frac{V}{m_1} = 0.01 m^3/kg$$

e → i خفانشی

$$T_e = 15^\circ C, h_e = h_g = 255.02 kJ/kg \quad (e)$$

$$h_i = h_e = 255.02, P_i = 100 kPa \quad (i)$$

به محض تمام شدن مایع درون مخزن شیر بسته می شود.

(2) حالت: بخار اشباع

$$T_2 = 15^\circ C, x = 1, m_2 = \frac{V}{v_g} = 33.344 kg, u_2 = u_g = 231.35, s_2 = s_{2g} = 0.9062$$

$$v_1 = v_{1f} + x_1 v_{1fg} \Rightarrow x_1 = 31.49\%$$

$$u_1 = u_{1f} + x_1 u_{1fg} = 115.24 kJ/kg, s_1 = s_{1f} + x_1 s_{1fg} = 0.44855 kJ/kgK$$

مخزن (بدون شیر) را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم.

معادله پیوستگی:  $m_e = m_1 - m_2$ 

$$\text{قانون اول:} \quad {}_1Q_2 = m_e h_e + (m_2 u_2 - m_1 u_1) = (m_1 - m_2) h_e + (m_2 u_2 - m_1 u_1)$$

$$\Rightarrow {}_1Q_2 = 13189 kJ$$

پس مقدار حرارت برای محیط  $Q = -13189 kJ$  خواهد بود.

$$\Delta S_{C.V.} = m_2 s_2 - m_1 s_1, \quad \Delta S_{surr} = m_1 s_i + \frac{Q}{T_{surr}}$$

$$P = 100 kPa$$

$h$	$s$
251.67	1.0791
$h_i = 255.02$	$s_i = ? \Rightarrow s_i = 1.0916$
257.96	1.1026

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.V.} + \Delta S_{surr} = (m_2 s_2 - m_1 s_1) + \left[ (m_1 - m_2) s_i + \frac{Q}{T_{surr}} \right]$$

$$= 12.33 kJ/K$$

$$[T_{surr} = 15^\circ C = 288 K]$$

۳۱-۹ یک معدن نمک قدیمی به حجم  $100,000 m^3$  حاوی هوا در شرایط  $290 K$ ,  $100 kPa$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۱۹

می باشد. این معدن برای ذخیره انرژی مورد استفاده قرار می گیرد. هوای خارج در  $290K$  ,  $100kPa$  قرار داشته و نیروگاه محلی آن را تا فشار  $2.1MPa$  پمپ می کند. با فرض اینکه پمپ ایدئال و فرایند آدیاباتیک باشد. جرم و درجه حرارت نهایی هوا و کار لازم برای پمپ را بیابید. اگر در طول شب هوای معدن تا  $400K$  سرد شود فشار نهایی و انتقال حرارت را بیابید.

حل: معدن به همراه پمپ را به عنوان حجم کنترل ( $USUF$ ) در نظر می گیریم .  
 هوای ورودی به حجم کنترل و هوای اولیه درون معدن در شرایط یکسانی قرار دارند پس  
 $h_i = h_1, s_i = s_1$

$$\text{قانون دوم: } m_2 s_2 - m_1 s_1 = m_i s_1 + \int \frac{\delta Q}{T} + (s_2)_{gen} \quad (Q=0, (s_2)_{gen}=0)$$

[کل فرایند آدیاباتیک در نظر گرفته شده و از برگشت ناپذیری های داخلی نیز صرف نظر نمودیم ، برگشت ناپذیری های داخلی ناشی از اختلاف دمای هوای ورودی از پمپ با دمای هوای داخل معدن می باشد.]

$$m_2 = m_1 + m_i \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$\Rightarrow m_2 s_2 = (m_1 + m_i) s_1$$

$$\Rightarrow s_2 = s_1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \right)_{s=Cte} \Rightarrow P_{r2} = P_{r1} \cdot \frac{P_2}{P_1} = 0.9899 \times 21 = 20.788$$

$$\Rightarrow T_2 = 680K, u_2 = 496.939$$

$$m_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 120149 kg, m_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = 1076040 kg$$

$$u_1 = 207.191, h_i = 290.430$$

قانون اول:

$$\begin{aligned} ({}_1Q_2=0) \quad {}_1Q_2 + m_i h_i &= m_2 u_2 - m_1 u_1 + {}_1W_2 \Rightarrow (m_2 - m_1) h_1 = m_2 u_2 - m_1 u_1 + {}_1W_2 \\ \Rightarrow {}_1W_2 &= -2.322 \times 10^8 kJ \end{aligned}$$

$$\begin{cases} T_3 = 400K \\ V_2 = V_3 \\ m_2 = m_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_3}{T_3} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_3 = 1235.3 kPa, u_3 = 286.487 kJ/kg \quad (3)$$

$$({}_2W_3=0) \quad {}_2Q_3 = m_2(u_3 - u_2) + {}_2W_3 = -2.265 \times 10^8 kJ$$

۳۲۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

۹-۳۲ یک کپسول فولادی به حجم  $0.25m^3$  حاوی هوا در  $100kPa$ ،  $300K$  است. اکنون این کپسول بوسیله یک خط هوا در  $260K$ ،  $6MPa$  تا فشار داخلی  $5MPa$  پر شده، حالت ۲، شیر بسته می شود. فرض بر این است که این فرایند بی دررو بوده و شرایط ورودی همواره یکسان باشد. در انبار، کپسول به دمای محیط،  $300K$ ، باز می گردد، حالت ۳، جرم نهایی، دمای  $T_2$ ، فشار نهایی  $P_3$ ، انتقال حرارت  $Q_3$  و تولید انتروپی کل را بیابید.

حل:

داریم:

$${}_1Q_2 = 0, \quad {}_1W_2 = {}_2W_3 = W_{tot} = 0, \quad V = 0.25m^3 = Cte$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{P_1 V}{RT_1} = 0.29036 kg$$

$$1 \rightarrow 2: USUF: \begin{cases} m_i = m_2 - m_1 & \text{پیوستگی} \\ 1st \text{ law: } m_i h_i = m_2 u_2 - m_1 u_1 \end{cases}$$

$$h = u + Pv = u + RT \Rightarrow (m_2 - m_1)u_i + (m_2 - m_1)RT_i = m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$\Rightarrow m_2(u_2 - u_i) - Rm_2 T_i - m_1(u_1 - u_i) + m_1 RT_i = 0$$

$$\Rightarrow m_2 [C_{vo} T_2 - (C_{vo} + R) T_i] = m_1 [C_{vo} T_1 - (C_{vo} + R) T_i]$$

$$\Rightarrow m_2 [C_{vo} T_2 - C_{po} T_i] = m_1 [C_{vo} T_1 - C_{po} T_i]$$

$$\Rightarrow m_2 [T_2 - k T_i] = m_1 [T_1 - k T_i] \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{T_1 - k T_i}{T_2 - k T_i}$$

از طرفی:

$$\frac{P_2 V}{m_2 R T_2} = \frac{P_1 V}{m_1 R T_1} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = \frac{T_1 - k T_i}{T_2 - k T_i} \Rightarrow T_2 = \frac{k T_i P_2 T_1}{T_1 P_2 - T_1 P_1 + k T_i P_1}$$

$$\Rightarrow T_2 = 362.454 K$$

$$\Rightarrow m_2 = m_1 \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = 12.0164 kg$$

$$T_3 = T_o, \quad m_3 = m_2 \Rightarrow P_3 = \frac{m_3 R T_3}{V} = 4.13845 MPa \approx 4.14 MPa$$

تخلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۲۱

$$2 \rightarrow 3: 1st \text{ law: } {}_2Q_3 = m_3 \Delta u = m_3 C_{vm} \Delta T = -538.085 \text{ kJ}$$

$${}_1Q_2 = 0 \Rightarrow {}_1Q_3 = {}_1Q_2 + {}_2Q_3 = {}_2Q_3 = -538.085 \text{ kJ}$$

$$\Sigma S_{gen} = \Delta S_{net} = \Delta S_{C.V.} + \Delta S_{surr}$$

$$\begin{cases} \Delta S_{C.V.} = m_3 s_3 - m_1 s_1 = m_2 s_3 - m_1 s_1 \\ \Delta S_{surr} = -\frac{{}_1Q_3}{T_o} - m_i s_i = -\frac{{}_1Q_3}{T_o} - m_2 s_i - m_1 s_i \end{cases} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow \Sigma S_{gen} = -\frac{{}_1Q_3}{T_o} + m_2 (s_3 - s_i) - m_1 (s_1 - s_i)$$

$$s_3 - s_i = C_{po} \ln \frac{T_3}{T_i} - R \ln \frac{P_3}{P_i} = 0.250276 \text{ kJ/kgK} \quad \text{داریم:}$$

$$s_1 - s_i = C_{po} \ln \frac{T_1}{T_i} - R \ln \frac{P_1}{P_i} = 1.31875 \text{ kJ/kgK}$$

$$-\frac{{}_1Q_3}{T_o} = 1.79362 \text{ kJ/K}$$

$$\Rightarrow \Sigma S_{gen} = 4.41812 \text{ kJ/K}$$

۳۳-۹ یک مخزن عایق توسط R-134a که از یک خط لوله در 3MPa عبور می کند، پر می شود. حجم مخزن  $2m^3$  است. مخزن در ابتدا خلاء است و شیر موقعی که فشار داخلی به 3MPa می رسد بسته می شود. خط لوله با یک کمپرسور عایق که R-134a را در  $5^\circ C$ ، 96.5% کیفیت دریافت کرده و تا 3MPa طی یک فرایند بازگشت پذیر متراکم می کند تغذیه می شود. کار کل ورودی به کمپرسور برای پر کردن مخزن را محاسبه کنید.

حل:

C.V.1 : Compressor , C.V.2 : Tank

شرایط ورودی کمپرسور:  $T_{ic} = 5^\circ C$  ,  $x_{ic} = 96.5\%$

$$\Rightarrow \begin{cases} h_{ic} = h_f + x h_{fg} = 206.75 + 0.965 \times 194.57 = 394.51 \text{ kJ/kg} \\ s_{ic} = s_f + x s_{fg} = 1.0243 + 0.965 \times 0.6995 = 1.6993 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

شرایط خروجی کمپرسور: (شرایط ورودی مخزن)

کمپرسور آیزنتروپیک (بازگشت پذیر بی دررو)  $3 \text{ MPa}$  ,  $s_{ec} = s_{ic} = 1.6993 \text{ kJ/kgK}$

(از تلفات در طول لوله صرف نظر می کنیم)  $\Rightarrow h_{ec} = h_{ic} \approx 436.19 \text{ kJ/kg}$

$$C.V.2: \begin{cases} 1st\ law(USUF): Q_t + \sum m_{it} h_{it} = W_t + \sum m_{et} h_{et} + m_{2t} u_{2t} - m_{1t} u_{1t} \\ m_{1t} = m_{2t} : \text{بقاء جرم} \end{cases} \quad (Q_t = W_t = m_{et} = m_{1t} = 0)$$

$$\Rightarrow h_{1t} = u_{2t} \Rightarrow u_{2t} = 436.19\ kJ/kg$$

حالت نهایی مخزن:

$$\begin{cases} P_{2t} = 3\ MPa \\ u_{2t} = 436.19\ kJ/kg \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases} u = h - Pv \\ 436.19 = h_{2t} - 3000v_{2t} \end{cases}$$

با استفاده از رابطه بالا سعی و خطا انجام می دهیم:

$$\Rightarrow v_{2t} = 0.00678\ m^3/kg$$

$$m_{2t} = \frac{V}{v_{2t}} = \frac{2}{0.00678} = 294.94\ kg$$

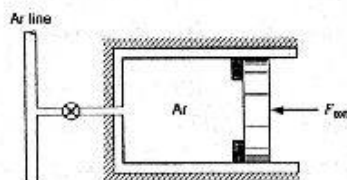
$$C.V.1: 1st\ law(SSSF): q_c + h_{ic} = w_c + h_{ec} \quad (q_c = 0)$$

$$\Rightarrow 394.51 = w_c + 436.19 \Rightarrow w_c = -41.68, \quad m_{ec} = m_{1t} = m_{2t}$$

$$W_{Comp} = m_{ec} w_c = 294.94 \times (-41.68) = -12295\ kJ$$

۹-۳۴ یک سیلندر عایق افقی (شکل ۹-۳۴) دارای یک پیستون بدون اصطکاک است که توسط نیروی خارجی  $500\ kN$  بر روی موانع نگه داشته شده است. سطح مقطع پیستون  $0.5\ m^2$  و حجم اولیه سیلندر  $0.25\ m^3$  است. گاز آرگون داخل سیلندر در  $200\ kPa$ ,  $100^\circ C$  قرار دارد. حال شیر موجود روی لوله ای که گاز آرگون در  $200^\circ C$ ,  $1.2\ MPa$  در آن جریان دارد را باز می کنیم تا فشار درون سیلندر با نیروی خارجی متوازن شود. بعد شیر را می بندیم. حال

نیروی خارجی بتدریج کاهش داده می شود تا گاز منبسط شده و پیستون حرکت کند تا فشار نهایی درون سیلندر به  $100\ kPa$  برسد. درجه حرارت نهایی و کل کار انجام شده در فرایند را بیابید.



حل:

$$P_1 = 200\ kPa, \quad T_1 = 100^\circ C = 373\ K, \quad V_1 = 0.25\ m^3, \quad m_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.644\ kg \quad (1)$$

$$P_i = 1.2\ MPa, \quad T_i = 200^\circ C = 473\ K \quad (i)$$

$$P_2 = \frac{F_{ext}}{A} = 1000\ kPa, \quad V_2 = 0.25\ m^3 \quad (2)$$

از جدول A.5:  $R=0.2081 \text{ kJ/kgK}$ ,  $k=1.667$ 

$$\begin{cases} 1st \text{ law: } {}_1Q_2 + m_1 h_1 + m_1 u_1 = m_2 u_2 + m_e h_e + {}_1W_2 & ({}_1W_2 = {}_1Q_2 = m_e = 0) \\ m_1 = m_2 - m_1 & \text{پیوستگی} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (m_2 - m_1) h_1 + m_1 u_1 = m_2 u_2 \Rightarrow m_2 (h_1 - u_2) = m_1 (h_1 - u_1)$$

$$\Rightarrow m_2 (u_1 + P_1 v_1 - u_2) = m_1 (u_1 + P_1 v_1 - u_1)$$

$$\Rightarrow m_2 (u_1 + RT_1 - u_2) = m_1 (u_1 + RT_1 - u_1)$$

$$\Rightarrow m_2 [(C_{vo} + R)T_1 - C_{vo}T_2] = m_1 [(C_{vo} + R)T_1 - C_{vo}T_1]$$

$$\Rightarrow m_2 = m_1 \frac{C_{po}T_1 - C_{vo}T_1}{C_{po}T_1 - C_{vo}T_2}$$

$$\Rightarrow m_2 = m_1 \times \frac{kT_1 - T_1}{kT_1 - T_2} \quad \text{or} \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{kT_1 - T_1}{kT_1 - T_2}$$

از طرفی از معادله گاز ایده ال:

$$\frac{P_1}{m_1 T_1} = \frac{P_2}{m_2 T_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1} \Rightarrow \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = \frac{kT_1 - T_1}{kT_1 - T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{kT_1 P_2 T_1}{kP_1 T_1 - P_1 T_1 + T_1 P_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = 645.056 \text{ K} \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{T_1 P_2}{T_2 P_1} = 1.863 \text{ kg}$$

3  $\rightarrow$  2: فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر (آیزنتروپیک):  $s_2 = s_3$ [چون نیروی خارجی  $F_{ext}$  به آرامی کاهش داده شده است پس فرایند برگشت پذیر است]

$$\frac{T_3}{T_2} = \left( \frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_3 = 256.73 \text{ K}$$

$${}_1W_2 = 0 \Rightarrow {}_1W_3 = {}_1W_2 + {}_2W_3 = \frac{m_2 R}{1-k} (T_3 - T_2) = 225.7 \text{ kJ}$$

۳۵-۹ مخزن صلبی به حجم  $1.0 \text{ m}^3$  حاوی آب با شرایط اولیه  $120^\circ \text{C}$  و درصد حجمی مایع 50%

و در صد حجمی بخار 50% است. شیر تخلیه فشار نصب شده بر بالای مخزن روی

 $1.0 \text{ MPa}$  تنظیم شده است (فشار درون مخزن نمی تواند از  $1.0 \text{ MPa}$  بیشتر شود در عوضآب خارج خواهد شد.) اکنون گرما از یک منبع گرمایی در دمای  $200^\circ \text{C}$  به مخزن دادهمی شود تا محتوای مخزن شامل بخار آب اشباع در  $1.0 \text{ MPa}$  گردد. انتقال حرارت به

مخزن را محاسبه کرده نشان دهید این فرایند قانون دوم را نقض نمی کند.

۳۲۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

حل: [چون شیر تخلیه فشار بر بالای مخزن نصب شده پس خروجی بخار اشباع در  $1.0 \text{ MPa}$  خواهد بود.]

$$1: T = 120^\circ\text{C}, V_f = V_g = 0.5 \text{ m}^3, v_f = 0.00106 \text{ m}^3/\text{kg}, v_{fg} = 0.8908 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$, v_g = 0.89186 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow m_f = \frac{V_f}{v_f} = 471.698 \text{ kg}, m_g = \frac{V_g}{v_g} = 0.560626 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m_1 = m_f + m_g = 472.259, x_1 = \frac{m_g}{m_1} = 0.001187$$

$$\Rightarrow u_1 = u_f + x u_{fg} = 505.885 \text{ kJ/kg}, s_1 = s_f + x s_{fg} = 1.53415$$

$$2, e: P = 1.0 \text{ MPa}, x = 100\% \Rightarrow T_{sat} = 179.91^\circ\text{C}, h_g = 2778.08 \text{ kJ/kg}$$

$$, s_g = 6.5864 \text{ kJ/kgK}, u_g = 2583.64 \text{ kJ/kg}, v_g = 0.19444 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m_2 = m_1 - m_e$$

معادله پیوستگی:

$$v_2 = v_g)_{1 \text{ MPa}} \Rightarrow m_2 = \frac{V_2}{v_2} = 5.14297 \text{ kg}$$

از طرفی:

$$\Rightarrow m_e = m_1 - m_2 = 467.116 \text{ kg}$$

$$1st \text{ law: } Q = m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1 \Rightarrow Q = 1072.06 \text{ MJ}$$

$$2nd \text{ law: } \Delta S_{net} = \Delta S_{c.v} + \Delta S_{surr} = m_2 s_2 - m_1 s_1 - \frac{Q}{T_{res}} + m_e s_e \geq 0$$

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = 120.182 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} > 0$$

یعنی قانون دوم رانقض نمی کند.

۳۶-۹ یک سیلندر پیستون بدون اصطکاک توسط یک فنر خطی بارگذاری شده است. ثابت فنر

$100 \text{ kN/m}$  و سطح مقطع پیستون  $0.1 \text{ m}^2$  است. حجم سیلندر ابتدا  $20 \text{ L}$  بوده و محتوی

هوا در  $200 \text{ kPa}$  و در دمای محیط ( $10^\circ\text{C}$ ) است. سیلندر یک جفت مانع دارد که

نمی گذارند حجم از  $50 \text{ L}$  بیشتر شود.

یک شیر به یک خط لوله که هوا در  $50^\circ\text{C}$

$800 \text{ kPa}$  در آن جریان دارد متصل

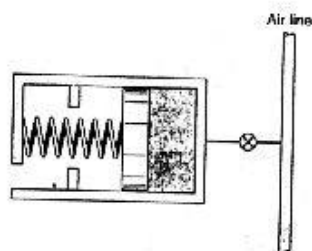
است. شیر بازمی شود و هوا وارد سیلندر

می شود تا اینکه فشار به  $800 \text{ kPa}$

می رسد در این لحظه دمای داخل سیلندر

$80^\circ\text{C}$  است شیر بسته می شود و فرایند

خاتمه می یابد.



تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۲۵

a- آیا در حالت نهایی پیستون به مانع ها برخورد می کند.

b- داخل سیلندر رابه عنوان حجم کنترل در نظر بگیرید و انتقال حرارت در طول فرایند را محاسبه کنید.

c- تغییر انتروپی خالص در طول این فرایند را بیابید.

حل: سیلندر پیستون رابه عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم و فرض می کنیم فرایند  $USUF$  باشد.

$$P_{in} = P_{spring} + C = \frac{kx}{A} + C = \frac{kV}{A^2} + C'$$

$$\text{حالت اول: } 200 = \frac{100 \times 0.02}{(0.1)^2} + C'$$

$$\Rightarrow C' = 0 \Rightarrow P_{in} = \frac{100V}{0.01} = 10000V$$

حالت نهایی:

اگر موانع وجود نداشته باشند حجم تا  $80L$  افزایش پیدامی کرد ولی  $P_{in} = 800 = 10000V_2 \Rightarrow V_2 = 0.08 m^3$  موانع افزایش حجم را در  $50L$  متوقف می کنند. بنابراین جواب قسمت اول مثبت است و  $V_2 = 0.05 m^3$

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = \int_{0.02 m^3}^{0.05 m^3} 10000V dV = 10.5 kJ \quad (b)$$

$$PV = mRT \Rightarrow \begin{array}{l} \text{حالت اول} \quad 200 \times 0.02 = m_1 \times 0.287 \times (273.1 + 10) \\ \Rightarrow m_1 = 0.05 kg \\ \text{حالت دوم} \quad 800 \times 0.05 = m_2 \times 0.287 \times (273.1 + 80) \\ = m_2 = 0.4 kg \end{array}$$

$$R = 0.287 kJ/kgK, C_p = 1.004 kJ/kgK, C_v = 0.717 kJ/kgK \quad (\text{air})$$

$$m_2 - m_1 = m_i \quad \text{بقاء جرم:}$$

با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل:

$$C.V.: 1st \text{ law}(USUF): Q_{1-2} + m_i h_i = W_{1-2} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1, (m_e = 0)$$

$$\Rightarrow Q_{1-2} + (m_2 - m_1) h_i = W_{1-2} + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + m_2 (u_2 - h_i) + m_1 (h_i - u_1)$$

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + m_2 (h_2 - h_i - P_2 v_2) + m_1 (h_i - h_1 + P_1 v_1)$$

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + m_2 C_p (T_2 - T_i) - P_2 V_2 + m_1 C_p (T_i - T_1) + P_1 V_1 \quad [\text{با فرض گاز کامل:}]$$



۳۴۶ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$\begin{aligned}
 Q_{1-2} &= 10.5 + 0.4 \times 1.004 (353.1 - 323.1) - 800 \times 0.05 + \\
 & 0.05 \times 1.004 (323.1 - 283.1) + 200 \times 0.02 \Rightarrow Q_{1-2} = -11.44 \text{ kJ} \\
 \text{2nd law: } \Sigma S_{gen} &= \Delta S_{net} = \Delta S_{C.V} + \Delta S_{surr} = m_2 s_2 - m_1 s_1 - \frac{Q_{C.V}}{T_o} - m_i s_i \\
 m_i &= m_2 - m_1 \quad \text{پیوستگی} \\
 \Rightarrow \Sigma S_{gen} &= m_2 (s_2 - s_i) - m_1 (s_1 - s_i) - \frac{Q_{C.V}}{T_o} \\
 \Sigma S_{gen} &= m_2 \left[ C_p \ln \frac{T_2}{T_i} - R \ln \frac{P_2}{P_i} \right] - m_1 \left[ C_p \ln \frac{T_1}{T_i} - R \ln \frac{P_1}{P_i} \right] - \frac{Q_{C.V}}{T_o} \\
 \Sigma S_{gen} &= 0.4 \left[ 1.004 \ln \frac{353.1}{323.1} - 0.287 \ln \frac{800}{800} \right] \\
 & - 0.05 \left[ 1.004 \ln \frac{283.1}{323.1} - 0.287 \ln \frac{200}{800} \right] + \frac{10.5}{283.1} \\
 \Rightarrow \Sigma S_{gen} &= 0.06 \text{ kJ/K}
 \end{aligned}$$

تفاوت های موجود بین جوابهای بدست آمده با جوابهای درج شده در کتاب بخاطر استفاده از فرض گاز کامل برای هوا است.

۳۷-۹ یک سیلندر پیستون عایق محتوی R-22 در  $20^\circ\text{C}$  و کیفیت 85% است و حجم سیلندر 50L می باشد. یک شیر در انتهای سیلندر به یک خط لوله که از آن R-22 در 2MPa،  $60^\circ\text{C}$  عبور می کند متصل است. حال شیر باز می شود و R-22 وارد سیلندر می شود در حین این عمل نیروی خارجی روی پیستون کاهش یافته و پیستون حرکت می کند وقتی شیر بسته می شود محتویات سیلندر در 800kPa،  $20^\circ\text{C}$  قرار دارند و پیستون 50kJ کار مثبت در مقابل نیروی خارجی انجام داده است. حجم نهایی سیلندر چقدر است؟ آیا این فرایند قانون دوم را نقض می کند؟

حل: سیلندر پیستون را حجم کنترل در نظر می گیریم:

حالت اولیه:  $x_1 = 85\%$ ،  $20^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_f + x_1 v_{fg} = 0.000824 + 0.85 \times 0.02518 = 0.0222 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 67.92 + 0.85 \times 164.92 = 208.102 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = s_f + x_1 s_{fg} = 0.259 + 0.85 \times 0.6407 = 0.8036 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \\
 \Rightarrow m_1 = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.05}{0.0222} = 2.25 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۲۷

$$\begin{aligned} v_2 &= 0.03037 \text{ m}^3/\text{kg} & \text{حالت نهایی:} \\ \left\{ \begin{array}{l} 800 \text{ kPa} \\ 20^\circ\text{C} \end{array} \right. &\rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow h_1 = 258.74 \text{ kJ/kg} \\ & & s_2 = 0.9179 \text{ kJ/kgK} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 258.74 - 800 \times 0.03037 = 234.44 \text{ kJ/kg}$$

حالت ورودی:

$$2 \text{ Mpa}, 60^\circ\text{C} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow h_1 = 271.56 \text{ kJ/kg}, s_1 = 0.8873 \text{ kJ/kgK}$$

$$Q_{1-2} = 0, m_e = 0$$

$$\begin{aligned} \text{پیوستگی: } m_i &= m_2 - m_1 = m_2 - 2.25 \\ C.V. \left\{ \begin{array}{l} 1st \text{ law (USUF)} : Q_{1-2} + m_i h_i = W_{1-2} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (m_2 - 2.25) \times 271.56 = 50 + m_2 \times 234.44 - 2.25 \times 208.102$$

$$\Rightarrow m_2 = 5.19 \text{ kg}$$

$$V_2 = m_2 v_2 = 5.19 \times 0.03037 = 0.158 \text{ m}^3 \quad \text{حجم نهایی سیلندر}$$

$$m_i = m_2 - m_1 = 5.19 - 2.25 = 2.94 \text{ kg}$$

$$C.V. : 2nd \text{ law (USUF)} : (m_2 s_2 - m_1 s_1)_{C.V.} + \Sigma m_e s_e - \Sigma m_i s_i$$

$$= \int_0^t \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} dt + S_{gen}$$

$$\Rightarrow 5.19 \times 0.9179 - 2.25 \times 0.8036 - 2.94 \times 0.8873 = S_{gen} \Rightarrow S_{gen} = 0.35 > 0$$

این فرایند قانون دوم را نقض نکرده و امکان پذیر است

۳۸-۹ آب مایع در شرایط محیط  $100 \text{ kPa}$ ،  $25^\circ\text{C}$ ، با آهنگ جرمی  $0.5 \text{ kg/s}$  وارد یک پمپ می شود. توان ورودی پمپ  $3 \text{ kW}$  است. با فرض اینکه فرایند پمپ کردن بازگشت پذیر باشد. دما و فشار خروجی پمپ را بیابید.

حل:

$$w = \frac{W}{m} = -6 \text{ kJ/kg}, s_i = s_f = 0.3673 \text{ kJ/kgK}, v_i = v_f = 0.001003 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{داریم:}$$

$$v = Cte \Rightarrow w = - \int_i^e v dp \approx -v(P_e - P_i) \Rightarrow P_e = \frac{w}{-v} + P_i \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow P_e = \frac{-6}{-0.001003} + 100 = 6.0821 \text{ MPa}$$

چون فرایند پمپ کردن بی دررو و بازگشت پذیر است  $s_e = s_i$

$$P = 6.0821 \text{ MPa} \Rightarrow s_f = 3.0344 >> 0.3673 = s_e$$

۳۲۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

پس حالت خروجی هم مایع مادون سرد است

$$\Rightarrow T_e \approx T_{sat})_{s_f - 0.3673} = 25^\circ C$$

۳۹-۹ یک آتش خاموش کن در تاقچه ای در ارتفاع 25m از سطح زمین نصب شده و باید بتواند آب را تا ارتفاع 10m بالاتر بصورت Spray پاشد. قطر دهانه خروجی نازل 2.5cm است. با فرض اینکه جریان که شامل جریان در شلنگ و نازل هم می شود بازگشت پذیر باشد کمترین توان مورد نیاز را بیابید.

حل: سرعت در خروجی نازل باید در حدی باشد که بتواند جریان را تا 10m از نازل بالا تر ببرد. با صرف نظر از تغییرات شتاب گرانش با ارتفاع می توان نوشت:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$$m \frac{V_2^2}{2} + mgh = m \frac{V_1^2}{2} + mgh$$

$$\Rightarrow 0 + 10 \times 9.81 = \frac{V_1^2}{2} + 0 \Rightarrow V_1 = 14 \text{ m/s} = V_{en} \quad \text{سرعت خروجی نازل:}$$

آب را به عنوان مایع تراکم ناپذیر در نظر می گیریم:

$$\dot{m} = \rho A V = 997 \times \left( \frac{\pi \times 0.025^2}{4} \right) \times 14 = 6.85 \text{ kg/s}$$

کمترین توان مصرفی برای حالتی است که تمام فرایندها بصورت آیزنتروپیک انجام گیرند.

$$v = 0.001 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{آب:}$$

بین ورودی پمپ و خروجی نازل داریم:

رابطه ۹-۱۵:

$$w_p = - \int_i^e v dp + \frac{V_i^2 - V_e^2}{2} + g(Z_i - Z_e), \quad v = Cte \Rightarrow w_p = -v(P_e - P_i) + \frac{V_i^2 - V_e^2}{2} + g(Z_i - Z_e)$$

$$P_e = P_i = P_{atm}, \quad V_i = 0, \quad Z_i = 0 \Rightarrow w_p = -\frac{V_e^2}{2} - gZ_e = -0.343 \text{ kJ/kg}$$

(به تبدیل واحد از J به kJ توجه کنید)

$$\Rightarrow \dot{W}_p = \dot{m} w_p = 6.85 \times (-0.343) = -2.351 \text{ kW}$$

۴۰-۹ مخزنی بزرگ برای ذخیره گاز طبیعی مایع (LNG) که می توان آن را متان خالص در نظر گرفت بکار رفته است. مخزن در ابتدا حاوی مایع اشباع در فشار محیط، 100kPa، می باشد و باید با فشار 500kPa و دبی جرمی 0.5kg/s وارد یک خط لوله بشود. مقدار توان لازم برای پمپ یا فرض بازگشت پذیر بودن پمپ چقدر است؟

حل:

$$i) \begin{cases} P_i = 100 \text{ kPa} \\ v = v_f = 0.002366 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} P_e = 500 \text{ kPa} \\ v_i \approx v_e \end{cases}$$

(در محدوده مایع متراکم قرار داریم)

فرایند: SSSF، آیزنتروپیک  $s_e = s_i$ 

$$\Rightarrow w = h_i - h_e = - \int_i^e v dP = v(P_i - P_e) = -0.9464 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{W} = \dot{m} w = -0.473 \text{ kW}$$

$$\left[ Tds = dh - vdp, Tds = 0 \Rightarrow h_i - h_e = - \int_i^e v dp \right]$$

۹-۴۱ سد کوچکی دارای سیستم انتقال آبی است که آب مایع را در  $150 \text{ kPa}$ ،  $20^\circ\text{C}$  با آهنگ جرمی  $2000 \text{ kg/s}$  در لوله ای به قطر  $0.5 \text{ m}$  انتقال می دهد. سیستم انتقال آب به توربینی در  $15 \text{ m}$  پایین تر (کف سد) با لوله ورودی به قطر  $0.35 \text{ m}$  منتهی می شود. با فرض عدم اصطکاک و انتقال حرارت در لوله، فشار ورودی توربین را بیابید. اگر آب از توربین در فشار  $100 \text{ kPa}$  و با انرژی جنبشی ناچیز تخلیه گردد آهنگ کار چیست؟

حل:

$$v \approx v_f)_{20^\circ\text{C}} = 0.001002 \text{ m}^3/\text{kg} = Cte$$

حجم کنترل اول را لوله انتقال با ورودی  $0.5 \text{ m}$  و خروجی  $0.35 \text{ m}$  فرض کنید، داریم:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_i = \dot{m} \quad \text{معادله پیوستگی}$$

$$\Rightarrow v_i = \frac{\dot{m} v}{A_i} = 10.206 \text{ m/s}, v_e = \frac{\dot{m} v}{A_e} = 20.829 \text{ m/s}$$

$$w = - \int_i^e v dp + \frac{v_i^2}{2} - \frac{v_e^2}{2} + g(Z_i - Z_e), w = 0$$

$$\Rightarrow P_e = \frac{1}{v} \left[ \frac{v_i^2 - v_e^2}{2} + g(Z_i - Z_e) \right] + P_i = 132.34 \text{ kPa}$$

[در عدد گذاری در رابطه فوق به تبدیل واحدها در مورد  $J$ ،  $\text{kJ}$  دقت شود.]

حجم کنترل جدید را توربین فرض کنید

$$\Rightarrow P_i' = 132.34 \text{ kPa}, v_i' = 20.829 \text{ m/s}, Z_e = Z_i$$

۳۳۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$w = - \int_i^e v dp + \frac{V_i^2 - V_e^2}{2} - g(Z_i - Z_e) , \quad - \int_i^e v dp = v(P_i - P_e)$$

$$\Rightarrow w = 0.24933 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \dot{W} = \dot{m}w = 498.66 \text{ kW} \approx 0.5 \text{ MW}$$

۹-۴۲ یک پمپ کوچک توسط یک موتور  $2 \text{ kW}$  کار می کند. آب در  $150 \text{ kPa}$ ،  $10^\circ \text{C}$  وارد پمپ می شود. بیشترین دبی آب را که می توانید با فشار خروجی  $1 \text{ MPa}$  با صرف نظر از تغییرات انرژی جنبشی بگیرید چقدر است جریان خروجی از یک سوراخ در نازل خروجی به اتمسفر در فشار  $100 \text{ kPa}$  اسپری می شود سرعت اسپری را محاسبه کنید.

حل:

*Pump: C.V.1: i)  $p$*   $150 \text{ kPa}$ ،  $10^\circ \text{C} \Rightarrow v = 0.001 \text{ m}^3/\text{kg} = \text{Cte}$   
چون در محدوده  $150 \text{ kPa}$  تا  $1 \text{ MPa}$  با ثابت بودن دما حجم ویژه مایع متراکم چندان تغییری نمی کند داریم:

$$V_i^2 \approx V_e^2 \approx (Z_i - Z_e) = 0 , \quad - \int_i^e v dp = v(P_i - P_e) \Rightarrow w_p = v(P_i - P_e) = -0.85 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}_p}{w_p} = \frac{-2}{-0.85} = 2.353 \text{ kg/s}$$

با فرض نازل به عنوان حجم کنترل:

$$\text{Nozzel: } \text{C.V.2: } v(P_e - P_i) + \frac{V_e^2 - V_i^2}{2} + g(Z_e - Z_i) = 0$$

$$\Rightarrow 0.001(100 - 1000) + \frac{V_e^2 - 0}{2000} + 0 = 0$$

$$V_e = 42.4 \text{ m/s}$$

۹-۴۳ طی یک فرایند آدیاباتیک برگشت پذیر *SSSF* توسط یک کمپرسور / پمپ فشار مبرد  $R-134a$  اشباع تا  $1.0 \text{ MPa}$  افزایش می یابد. اگر درجه حرارت ورودی سیال  $10^\circ \text{C}$  و دبی جرمی مبرد  $0.5 \text{ kg/s}$  باشد، توان لازم و درجه حرارت خروجی مبرد را در صورتیکه حالت ورودی به صورتهای زیر باشد، بدست آورید.

حل:

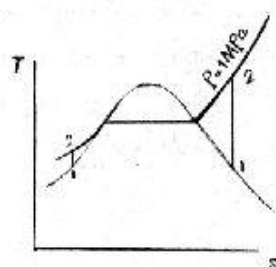
الف) کیفیت  $100\%$

ب) کیفیت  $0\%$

فرایند: *SSSF*، آیزنتروپیک

$$s_i = s_e$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۳۱



الف) با بخار فراگرم سروکار داریم پس از کمپرسور استفاده می کنیم.

$$T = -10^\circ\text{C}, \quad x = 1 \quad (i)$$

$$\Rightarrow P = 201.7 \text{ kPa}, \quad h_i = h_g = 392.28$$

$$s_i = s_g = 1.7319$$

$$s_e = s_i = 1.7319, \quad P = 1.0 \text{ MPa} \quad (e)$$

حالت خروجی بخار فراگرم است. با درون یابی (از جدول B.5.2) داریم

1000 kPa		
$T$	$s$	$h$
40	1.7148	420.25
$T_e = ?$	$s_e = 1.7319$	$h_e = ?$
50	1.7494	431.24

$$\Rightarrow T_e = 45^\circ\text{C}, \quad h_e = 425.7$$

$$[Q = 0, \quad \dot{Q} - \dot{m}h_i = \dot{m}h_e + \dot{W} \quad \text{قانون اول}] \Rightarrow \dot{W} = \dot{m}(h_i - h_e) = -16.7 \text{ kW}$$

ب) با مایع متراکم سروکار داریم پس از پمپ استفاده می کنیم.

$$\dot{W} = -\dot{m} \int_i^e v dP = -\dot{m} v_f (P_e - P_i) = -0.5 \times 0.000755 (1000 - 201.7)$$

$$= -0.3 \text{ kW}$$

۱) تغییرات حجم ویژه در محدوده مایع متراکم صرفنظر می کنیم (تغییرات بسیار ناچیز است)

$$(Q = 0), \quad \dot{Q} + \dot{m}_i h_i = \dot{m}_e h_e + \dot{W} \quad \text{قانون اول}$$

$$h_i = h_{1f} = 186.72 \Rightarrow h_e = 187.32 = h_f)_{T=?}$$

[خواص مایع متراکم با خواص مایع اشباع در همان دما (با تقریب خوب) برابر است.]

$$\Rightarrow T_e = -9.5^\circ\text{C} \quad (\text{با درون یابی})$$

۴۴-۹ پمپ کوچک آبی در سطح زمین قرار داشته و دارای یک لوله ورودی است که در عمق  $H$ ،

جایی که شرایط آب  $100 \text{ kPa}$ ،  $15^\circ\text{C}$  است، قرار گرفته. پمپ آب را در  $400 \text{ kPa}$  به

ساختمانی تحویل می دهد. برای جلوگیری از پدیده بخار زایی (Cavitation) فشار آب

باید دست کم دو برابر فشار اشباع باشد. حداکثر عمق ممکن را برای ورودی این دستگاه با

محدودیت عدم بخار زایی بیابید.

حل:

$$T = 15^\circ\text{C} \Rightarrow P_{sat} = 1.705 \text{ kPa}, \quad v_f = 0.001001 \text{ m}^3/\text{kg}$$

۳۳۲ / تشریح مسائل مکانی ترمودینامیک کلاسیک

چون در پمپ فشار افزایش می یابد پس خطر نا کمترین محدوده از نظر بخارزایی فاصله بین ابتدای لوله ورودی و پمپ خواهد بود، با انتخاب این محدوده به عنوان حجم کنترل می دانیم که با افزایش ارتفاع در لوله فشار افت می کند پس خطر ناک ترین مقطع خروجی حجم کنترل انتخابی (ورودی پمپ) خواهد بود. داریم:

$$w = v(P_i - P_e) + \frac{V_i^2}{2} - \frac{V_e^2}{2} + g(Z_i - Z_e), w=0, Z_e - Z_i = H, V_i = V_e$$

$$\Rightarrow gH = v(P_i - P_e) \Rightarrow P_e = P_i - \frac{gH}{v}$$

$$P_e > 2P_{sat} \Rightarrow P_i - \frac{gH}{v} > 2P_{sat} \quad \text{محدودیت بخارزایی:}$$

$$\Rightarrow H < \frac{v(P_i - 2P_{sat})}{g} \Rightarrow H < 9.86m$$

[ به تبدیل واحدها از  $kPa$  به  $Pa$  توجه کنید. ]

۹-۴۵ هوای اتمسفر در  $17^\circ C$ ,  $100kPa$  با سرعت  $60km/h$  به یک طرف ساختمان می وزد. با فرض اینکه هوا تقریباً تراکم ناپذیر باشد دما و فشار را در نقطه توقف روی دیوار بیابید. حل: معادله برنولی را بین یک نقطه از جریان آزاد (1) و یک نقطه توقف (2) می نویسیم:

$$V_1 = V_\infty = 60km/h = 16.7m/s, T_1 = 290K$$

$$v = Cte \Rightarrow v(P_2 - P_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(Z_2 - Z_1) = 0$$

$$Z_2 \approx Z_1, v \approx Cte = \frac{RT_\infty}{P_\infty} = \frac{0.287 \times 290}{100} = 0.832m^3/kg$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 + \frac{V_1^2}{2v} = 100.17kPa \Rightarrow T_2 = \frac{P_2 v}{R} = 290.4K$$

۹-۴۶ پمپ کوچکی آب را به دبی جرمی  $100kg/min$  با شرایط  $20^\circ C$ ,  $100kPa$  دریافت کرده و آن را تا  $2.5MPa$  پمپ می کند. توان مورد نیاز پمپ را بدست آورید.

حل:

فرایند: SSSF، آیزنتروپیک

$$\begin{aligned} \dot{W} &= -\dot{m} \int_1^2 v dP = -\dot{m} v_f \big|_{20^\circ C} \times (P_2 - P_1) = -\frac{100}{60} \times 0.001002 \times (2500 - 100) \\ &= -4kW \end{aligned}$$

۹-۴۷ گاز هلیوم در  $800kPa$ ,  $300^\circ C$  وارد یک منبسط کننده جریان پایا شده و در  $120kPa$  از

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۳۳

آن خارج می گردد. آهنگ جرمی جریان  $0.2 \text{ kg/s}$  بوده و فرایند اتساعی را می توان یک فرایند بازگشت پذیر پلی تروپیک با توان  $n=1.3$  در نظر گرفت. توان خروجی منبسط کننده را بیابید.

حل: از جدول ثابتهای گاز ایده ال  $4.5$  داریم:

$$R_{He} = 2.0771 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

چون هلیوم یک گاز تک اتمی است از رفتار گاز ایده ال پیروی می کند.

$$P_1 v_1 = RT_1 \Rightarrow v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = 1.4881 \text{ m}^3/\text{kg}$$

فرایند پلی تروپیک:

$$P v^{1.3} = C \Rightarrow C = P_1 v_1^{1.3} = 1341.3 \Rightarrow v = \left( \frac{C}{P} \right)^{\frac{1}{1.3}}$$

$$w = - \int_1^e v dp = - \int_1^e \left( \frac{C}{P} \right)^{\frac{1}{1.3}} dp = - \left[ C^{\frac{1}{1.3}} \times \frac{1.3}{0.3} P^{\frac{0.3}{1.3}} \right]_{800}^{120} = 1829 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{W} = \dot{m} w = 365.8 \text{ kW}$$

۴۸-۹ یک پمپ / کمپرسور یک ماده را از  $100 \text{ kPa}$  تا  $10^\circ \text{C}$  و  $1 \text{ MPa}$  طی یک فرایند بازگشت پذیر آدیاباتیک  $SSSF$  پمپ می کند. لوله خروجی ترک کوچکی دارد بطوریکه مقدار کمی از ماده به اتمسفر در فشار  $100 \text{ kPa}$  نشت می کند. اگر ماده (a) آب (b)  $R-12$  باشد. دما را بعد از تراکم و دمای جریان نشتی را که به اتمسفر وارد می شود محاسبه کنید. از انرژی های جنبشی صرف نظر کنید.

حل: (a) آب:  $C.V. \text{ Pump / Compressor}$

$$\text{حالت ورودی پمپ} \left\{ \begin{array}{l} 100 \text{ kPa} \\ 10^\circ \text{C} \end{array} \right. \Rightarrow \text{مایع متراکم} \Rightarrow s_i = 0.1510 \text{ kJ/kgK}$$

$$\text{حالت خروجی پمپ} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ MPa} \\ s_e = s_i = 0.1510 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right. \rightarrow \text{مایع متراکم}$$

می بینیم که آب در طول فرایند پمپ شدن بصورت مایع متراکم باقی می ماند و می توان حجم ویژه آن را تقریباً ثابت فرض کرد.

$$v = 0.001 \text{ m}^3/\text{kg}, \quad C_p = 4.18 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{آب})$$

$$w_p = - \int_1^e v dp = -0.001 (1000 - 100) = -0.9 \text{ kJ/kg}$$



۳۳۴ / نشریج مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$1st\ law: q + h_{ip} = w_p + h_{ep}, q=0 \Rightarrow w_p = C_p(T_{ip} - T_{ep})$$

$$\Rightarrow -0.9 = 4.18(10 - T_{ep}) \Rightarrow T_{ep} = 10.2^\circ C$$

نشت سیال از ترک بصورت جریان خفانشی خواهد بود که با صرف نظر از انرژی های جنبشی  $h_e = h_i$  و چون در سیال تراکم ناپذیر  $\Delta h = C_p \Delta T$  می توان چنین نوشت:

$$h_{ec} = h_{ic} = C_p(T_{ec} - T_{ic}) = 0 \Rightarrow T_{ec} = T_{ic} = 10.2^\circ C$$

در خفانش از ترک:

R-12(b)

$$\text{حالت ورودی کمپرسور} \left\{ \begin{array}{l} 100kPa \\ 10^\circ C \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_{ip} = 197.77 kJ/kg \\ s_{ip} = 0.8070 kJ/kgK \end{array} \right.$$

حالت خروجی کمپرسور:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1MPa \\ s_{ep} = s_{ip} = 0.8070 kJ/kgK \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_{ep} = 246.51 kJ/kg \\ T_{ep} = 98.5^\circ C \end{array} \right.$$

$\rightarrow$  درونیابی از جدول

دمای خروجی کمپرسور:  $T_{ep} = 98.5^\circ C$

خفانش در ترک: (صرف نظر از انرژی جنبشی)  $h_{ec} = h_{ic}$

$$\Rightarrow h_{ic} = h_{ep} = 246.51 kJ/kg, P_{ic} = 1MPa$$

حالت ورودی:

حالت خروجی از ترک:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{ec} = h_{ic} = 246.51 kJ/kg \\ P_{ec} = 100kPa \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow T_{ec} = 86.8^\circ C$$

(دمای خروجی ترک)  $T_{ec} = 86.8^\circ C$

۴۹-۹ یک فرایند صنعتی نیازمند جریان پایدار  $0.5 kg/s$  از هوا با سرعت  $200 m/s$  با شرایط

$300K$  و  $150kPa$  می باشد.

(شکل ۴۹-۹) هوای مورد نیاز باید

از خروجی نوعی توربین که فشار

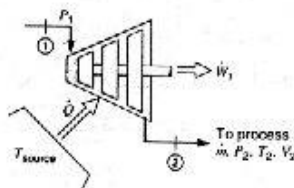
ورودی آن  $400kPa$  است تامین

شود. با فرض اینکه فرایند توربین

پلی تروپیک بازگشت پذیر با درجه

پلی تروپیک  $n = 1.20$  باشد،

الف) درجه حرارت ورودی به توربین چقدر است؟



تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۳۵

ب) توان تولید شده و آهنگ انتقال حرارت توربین چقدر است ؟  
 پ) اگر حرارت از یک منبع که درجه حرارت آن  $100^\circ\text{C}$  بیشتر از درجه حرارت ورودی به توربین است، گرفته شود، آهنگ افزایش انتروپی خالص را بدست آورید.  
 حل: فرایند: SSSF، برگشت پذیر و پلی تروپیک از درجه  $n=1.2$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow T_1 = 353.3\text{ K} , T_{surr} = 453.3\text{ K} \quad (\text{الف})$$

$$W = \frac{P_2 \dot{V}_2 - P_1 \dot{V}_1}{1-n} = \frac{\dot{m}R(T_2 - T_1)}{1-n} = 38.2\text{ kW} \quad (\text{ب})$$

$$\dot{Q} + \dot{m}_i h_i = \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} \right) + \dot{W} \quad \text{قانون اول:}$$

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m} \quad \text{معادله پیوستگی:}$$

$$\Rightarrow \dot{Q} = \dot{m}(h_e - h_i) + \dot{m} \frac{V_e^2}{2} + \dot{W} = \dot{m} C_{po}(T_e - T_i) + \dot{m} \frac{V_e^2}{2} + \dot{W} = 21.4\text{ kW}$$

$$[h_e - h_i = C_{po}(T_e - T_i)] \quad \text{می توان ثابت در نظر گرفت.}$$

$$\dot{S}_{net} = \dot{S}_{C.V.} + \dot{S}_{surr} \quad (\text{پ})$$

$$\dot{S}_{C.V.} = 0 \quad \text{فرایند SSSF:}$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_{surr} &= \dot{m}_e s_e - \dot{m}_i s_i - \frac{\dot{Q}}{T_{surr}} = \dot{m}(s_e - s_i) - \frac{\dot{Q}}{T_{surr}} \\ &= \dot{m} \left[ C_{po} \ln \frac{T_e}{T_i} - R \ln \frac{P_e}{P_i} \right] - \frac{\dot{Q}}{T_{surr}} \Rightarrow \dot{S}_{net} = \dot{S}_{surr} = 0.01145\text{ kW/K} \end{aligned}$$

۵-۹ یک اتاقک آمیزش میزان  $5\text{ kg/min}$  آمونیاک را بصورت مایع اشباع در  $-20^\circ\text{C}$  از یک خط دریافت می کند. آمونیاک از خط دیگر در  $40^\circ\text{C}$ ،  $250\text{ kPa}$  از طریق یک شیر به اتاقک آمیزش وارد می شود. همچنین اتاقک آمیزش  $325\text{ kJ/min}$  انرژی را بصورت انتقال حرارت از یک منبع در  $40^\circ\text{C}$  دریافت می کند. این اتاقک باید بخار اشباع آمونیاک در  $-20^\circ\text{C}$  در خط خروجی تولید کند. آهنگ جرمی جریان در خط دوم و تولید انتروپی کل را برای فرایند بیابید.

حل:

$$T = -20^\circ\text{C} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = h_f = 89.05\text{ kJ/kg} , h_e = h_g = 1418.0\text{ kJ/kg} \\ s_1 = s_f = 0.3657\text{ kJ/kg} , s_e = s_g = 5.6155\text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

۳۳۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$T = 40^\circ\text{C} , P = 250\text{ kPa} \Rightarrow h_2 = 1551.7\text{ kJ/kg} , s_2 = 5.9599\text{ kJ/kgK}$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \quad \text{معادله پیوستگی}$$

$$1\text{st law: } \dot{Q} + \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_e h_e$$

$$\Rightarrow \dot{Q} + \dot{m}_1 (h_1 - h_e) = \dot{m}_2 (h_e - h_2)$$

$$\Rightarrow \dot{m}_2 = \frac{\dot{Q} + \dot{m}_1 (h_1 - h_e)}{h_e - h_2} = 47.268\text{ kg/min} \Rightarrow \dot{m}_e = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 52.268\text{ kg/min}$$

$$2\text{nd law: } \dot{S}_{net} = \dot{S}_{C.V.} + \dot{S}_{surr}$$

$$\text{فرایند SSSF} \Rightarrow \dot{S}_{C.V.} = 0 , \dot{S}_{surr} = -\dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 + \dot{m}_e s_e - \frac{\dot{Q}}{T_{res}}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{net} = \dot{S}_{surr} = 8.932\text{ kJ/min K} = 0.1489\text{ kW/K}$$

۹-۵۱ یک کمپرسور برای افزایش فشار بخار آب اشباع از 1MPa به 17.5MPa بکار برده می شود و دمای واقعی خروجی آن  $650^\circ\text{C}$  است. بازده آیزنتروپیک کمپرسور و آنتروپی تولید شده را محاسبه کنید.

C.V.: Compressor

حل:

$$1\text{MPa} , \text{بخار اشباع} \rightarrow h_i = 2778.08\text{ kJ/kg} , s_i = 6.5864\text{ kJ/kgK}$$

حالت خروجی (آیزنتروپیک):

$$17.5\text{MPa} , s_{es} = s_i = 6.5864 \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow h_{es} \approx 3560.13\text{ kJ/kg}$$

حالت خروجی (واقعی):

$$17.5\text{MPa} , 650^\circ\text{C} \rightarrow s_{ea} = 6.7356\text{ kJ/kgK} , h_{ea} = 3693.94\text{ kJ/kg}$$

$$\eta_{Comp} = \frac{h_i - h_{es}}{h_i - h_{ea}} = \frac{2778.08 - 3560.13}{2778.08 - 3693.94} = 0.85 \Rightarrow \eta_{Comp} = 85\%$$

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e \quad \text{بقاء جرم}$$

$$C.V.: 2\text{nd law (SSSF)}: s_e - s_i = \sum \frac{\dot{q}}{T} + s_{gen} \Rightarrow s_{gen} = 6.7356 - 6.5864$$

$$\Rightarrow s_{gen} = 0.15\text{ kJ/kgK}$$

۹-۵۲ آب در شرایط  $15^\circ\text{C} , 100\text{ kPa}$  وارد یک پمپ شده و در فشار 5MPa از آن خارج می شود. اگر بازده آیزنتروپیک پمپ 70% باشد، آنتالپی خروجی از پمپ را بدست آورید.

حل:

$$T_i = 15^\circ\text{C} , P_i = 100\text{ kPa} \Rightarrow v_1 = v_f)_{15^\circ\text{C}} = 0.001001 , h_i = h_f)_{15^\circ\text{C}} = 62.98^{(1)}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{w_i}{w_a}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۳۷

$$w_s = - \int_i^e v dP = -v_f (P_e - P_i) = -4.9 \text{ kJ/kg}$$

$$[ \text{اگر فرایند بازگشت پذیر باشد کار در پمپ از رابطه } w_s = - \int_i^e v dP \text{ بدست می آید} ]$$

$$q=0 \Rightarrow q + h_i = h_e + w_a \Rightarrow w_a = h_i - h_e$$

$$\eta = \frac{w_s}{w_a} = 0.7 \Rightarrow w_a = -7 \text{ kJ/kg} = h_i - h_e \Rightarrow h_e = 69.98 \text{ kJ/kg}$$

۹-۵۳ یک کمپرسور گریز از مرکز هوای محیط را در  $100 \text{ kPa}$ ،  $15^\circ \text{C}$  دریافت کرده و در  $450 \text{ kPa}$  تخلیه می کند. بازده آیزنتروپیکی کمپرسور ۸۰٪ است. بهترین تخمین شما از دمای خروجی چیست؟

حل:

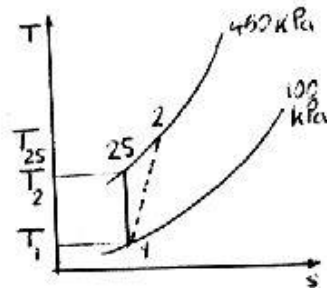
از جدول A.7 استفاده می کنیم:

$$T_1 = 15^\circ \text{C} = 288.15 \text{ K}$$

$$\Rightarrow P_{r1} = 0.968747, h_1 = 288.573 \text{ kJ/kg}$$

$$s_{2s} = s_1 \Rightarrow P_{r2s} = P_{r1} \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = 4.35936$$

$$\Rightarrow T_{2s} = 441.912 \text{ K} \Rightarrow h_{2s} = 443.885 \text{ kJ/kg}$$



$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow h_2 - h_1 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta} = 482.713 \text{ kJ/kg} \Rightarrow T_2 = 479.901 \text{ K}$$

این بهترین تخمین است چون با فرض گرماهای ویژه متغیر برای هوا بدست آمده البته اگر فرض بر گرماهای ویژه ثابت بود داشتیم:

$$s_{2s} = s_1 \Rightarrow \frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_{2s} = 442.844 \text{ K}$$

$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{C_{po}(T_{2s} - T_1)}{C_{po}(T_2 - T_1)} \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{T_{2s} - T_1}{\eta} = 481.518 \text{ K}$$

که برای  $T_{2s}$  خطا تنها ۰.۲۱٪ و برای  $T_2$  خطا تنها ۰.۳۴٪ است و در نتیجه استفاده از گرماهای

۳۳۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

ویژه ثابت تخمین بسیار نزدیکی بدست می دهد هرچند دقیق ترین راه استفاده از جدول است.  
 ۹-۵۴ مسأله ۹-۲۰ را با این فرض که توربین بخار و کمپرسور هوا هرکدام دارای بازده آیزنتروپیک ۸۰٪ باشند تکرار کنید.

حل: با مراجعه به مسأله ۹-۲۰:

$$\dot{W}_{SC} = \dot{W}_{C9.20} = -17.18 \text{ kW}$$

$$\eta_{Comp} = \frac{\dot{W}_s}{\dot{W}_{ac}} = 0.8 \Rightarrow \dot{W}_{ac} = \frac{-17.18}{0.8} = -21.48 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{ta} = -\dot{W}_{ac} = 21.48 \text{ kW}$$

$$C.V.2 : 1st \text{ law}(SSSF) \quad \dot{m}_{i2} h_{i2a} = \dot{W}_{ta} + \dot{m}_{e2} h_{e2}$$

$$0.5 \times h_{i2} = 21.48 + 0.5 \times 2706.63 \Rightarrow h_{i2} = 2749.59 \text{ kJ/kg}$$

$$C.V.2 : 1st \text{ law}(SSSF) \quad \dot{m}_{i2} h_{i2} = \dot{W}_{ts} + \dot{m}_{e2} h_{e2s}$$

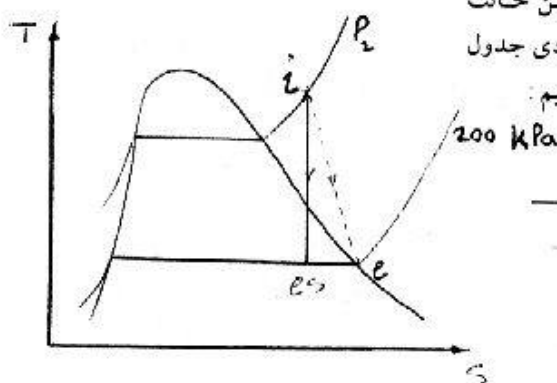
$$\Rightarrow h_{e2s} = \frac{\dot{m}_{i2} h_{i2} - \dot{W}_{ts}}{\dot{m}_{e2}} = 2695.89 \text{ kJ/kg}$$

$$e2s) P_{e2s} = P_{e2} = 200 \text{ kPa}, h_{e2s} = 2695.89 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{h - h_f}{h_{fg}} = 0.995118 \\ s_{e2s} = s_f + x s_{fg} = 7.09968 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

$$i) s_i - s_{e2s} = 7.09968 \text{ kJ/kgK}, h_i = 2749.59 \text{ kJ/kg}$$

باتوجه به اینکه از حالت  $i$  دوکمیت ترمودینامیکی مشخص است باید این حالت معلوم باشد چون هیچ کدام از  $s, h$  ورودی جدول نیستند، با سعی و خطا  $T_i, P_i$  را می یابیم.



$P = 300 \text{ kPa}$		
$T$	$h$	$s$
150	2760.95	7.0778
?	?	7.09968
200	2865.54	7.3115

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۳۹

$$\Rightarrow h = 2770.47 \text{ kJ/kg}, T = 154.681^\circ\text{C} \quad (P = 300 \text{ kPa} \text{ در})$$

$$P = 200 \text{ kPa}: s = 7.09968 \Rightarrow x = 0.995118 \Rightarrow h = 2695.89 \text{ kJ/kg}$$

$$, T = 120.23^\circ\text{C}$$

$s = 7.09968 \text{ kJ/kgK}$		
$T$	$h$	$P$
120.23	2695.89	200
?	2749.59	? $\Rightarrow P_i = 272 \text{ kPa}, T_i = 145^\circ\text{C}$
154.681	2770.47	300

۹-۵۵ یک توربین هوای کوچک با بازده آیزنتروپیک ۸۰٪ باید ۲۷۰ kJ/kg کا رتولید کند. درجه حرارت ورودی به توربین ۱۰۰۰ K بوده و خروجی به اتمسفر وارد می شود. فشار ورودی و درجه حرارت خروجی را تعیین کنید.

حل: فرایند: SSSF

$$i) T = 1000 \text{ K}$$

$$\Rightarrow h_i = 1046.221, P_{ri} = 91.65077$$

$$w_a = h_i - h_e \Rightarrow 1046.221 - h_e = 270$$

$$\Rightarrow h_e = 776.221$$

$$\Rightarrow T_e = 758 \text{ K} \quad (\text{با درون یابی از جدول ۴.۷})$$

[فرض  $C_{po} = C_{te}$  در این مورد مناسب نیست]

$$[w_a = h_i - h_e = C_{po}(T_i - T_e) = 270 \Rightarrow T_e = 731 \text{ K} \quad (\text{خطا } 4\%)]$$

$$\eta = \frac{w_a}{w_s} = \frac{h_i - h_e}{h_i - h_{es}} = 80\% \Rightarrow h_i - h_{es} = 337.5 \Rightarrow h_{es} = 708.721 \Rightarrow T_{es} = 695.5 \text{ K}$$

$$\Rightarrow P_{res} = 22.6254$$

$$P_i = P_e \left( \frac{P_{ri}}{P_{res}} \right) = 405 \text{ kPa}$$

اگر از فرض گرمای ویژه ثابت و  $k$  ثابت استفاده می کردیم جواب ۳۵۶ kPa می شد که ۱۲٪ خطا در برداشت.

۹-۵۶ دی اکسید کربن،  $\text{CO}_2$ ، در ۱۰۰ kPa، ۳۰۰ K وارد یک کمپرسور آدیاباتیکی شده در ۵۲۰ K، ۱۰۰۰ kPa از آن خارج می شود. بازده کمپرسور و تولید انترپی را برای فرایند

۳۴۰ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

محاسبه کنید.

حل:

$$R_{CO_2} - 0.1889 \Rightarrow \bar{R}_{CO_2} - MR = 8.31349 \text{ kJ/kmolK} \quad \text{از جدول A.2 داریم:}$$

$$T_c = 304.1 \text{ K}, P_c = 7.38 \text{ MPa} \Rightarrow \begin{cases} T_{r1} = 0.99, P_{r1} = 0.014 \Rightarrow Z_1 = 1 \\ T_{r2} = 1.71, P_{r2} = 0.14 \Rightarrow Z_2 = 1 \end{cases}$$

با توجه به اینکه در کمپرسور از مقطع ورودی به بعد  $P_r$ ,  $T_r$  هر دو در حال افزایش هستند و بادر نظر گرفتن مقادیر بدست آمده در بالا برای مقطع ورودی و خروجی، فرض گاز ایده ال برای  $CO_2$  در تمام کمپرسور قابل قبول است، البته گرمای ویژه این گاز ایده ال با توجه به شکل ۱۱-۵ در فاصله دمایی داده شده بشدت تغییر می کند و نمی توان آنرا ثابت انگاشت ولی چون این تغییرات تقریباً خطی هستند استفاده از مقدار میانگین  $\bar{C}_{po}$  در بین دماهای داده شده در مساله برای هر دو فرایند قابل قبول است.

$$\bar{s}_1^\circ = 214.024 \text{ kJ/kmolK}, \bar{s}_2^\circ = 236.578 \text{ kJ/kmolK} \quad \text{از جدول A.8:}$$

$$s_{2s} = s_1 \Rightarrow \bar{s}_{2s}^\circ = \bar{s}_1^\circ + \bar{R} \ln \frac{P_2}{P_1} = 233.167 \text{ kJ/kmolK} \Rightarrow T_{2s} = 481.904 \text{ K}$$

$$\Rightarrow T_{av} = 410 \text{ K}, T_s)_{av} = 390.952 \text{ K}$$

$$\bar{C}_{po} = -3.7357 + 30.529\theta^{0.5} - 4.1034\theta + 0.024198\theta^2 \quad \text{از جدول A.6 داریم:}$$

$$\Rightarrow \bar{C}_{po})_{av} = 41.6636 \text{ kJ/kmolK}, \bar{C}_{po})_s)_{av} = 40.9553 \text{ kJ/kmolK}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{\bar{C}_{po})_s)_{av}}{\bar{C}_{po})_{av}} \left( \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \right) = 0.8128 \Rightarrow \eta = 81.28\%$$

$$s_{net} = \frac{\dot{S}_{net}}{\dot{m}} = \frac{1}{\dot{m}} (\dot{S}_{cv} + \dot{S}_{surr}) = \frac{1}{\dot{m}} \dot{S}_{surr} = s_e - s_i = \frac{1}{M} \left[ \Delta \bar{s}^\circ - \bar{R} \ln \frac{P_2}{P_1} \right]$$

$$\Rightarrow s_{net} = 0.07752 \text{ kJ/kg}(CO_2)K$$

۵۷-۹ مساله ۲۲-۹ را با فرض اینکه توربین و پمپ هر کدام دارای بازده آیزنتروپیک ۸۵٪ باشند تکرار کنید.

حل:

$$T_1 = 700^\circ \text{C}, P_1 = 25 \text{ MPa} \rightarrow h_1 = 3777.56 \text{ kJ/kg}, s_1 = 6.6707 \text{ kJ/kgK} \quad (a)$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۴۱

$$\begin{cases} P_2 = 20 \text{ kPa} \\ s_{2s} = s_1 = 6.6707 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \rightarrow \text{دوفازه} \rightarrow x = \frac{s - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.6707 - 0.8319}{7.0766} = 0.82$$

$$\Rightarrow h_{2s} = h_f + x_2 h_{fg} = 251.38 + 0.82 \times 2358.33 = 2197.2 \text{ kJ/kg}$$

C.V. Turbine: 1st law:  $q + h_1 = w_s + h_{2s}$ ,  $q = 0$

$$w_s = 3777.56 - 2197.2 = 1580.35 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_t = \frac{w_a}{w_s} \Rightarrow 0.85 = \frac{w_a}{1580.35} \Rightarrow w_a = 1343 \text{ kJ/kg} \quad \text{کار ویژه واقعی توربین}$$

$$w_a = h_1 - h_2 \Rightarrow 3777.56 - h_2 = 1343 \Rightarrow \begin{cases} h_2 = 2434.25 \text{ kJ/kg} \\ P_2 = 20 \text{ kPa} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x_2 \text{ دوفازه}) = \frac{h_2 - h_f}{h_{fg}} = \frac{2434.25 - 251.38}{2358.33} = 0.926$$

$$\Rightarrow x_2 = 92.6\% \quad \text{حالت خروجی توربین}$$

$$\begin{cases} P_3 = 20 \text{ kPa} \\ T_3 = 40^\circ \text{C} \end{cases} \rightarrow \text{مایع متراکم} \begin{cases} h_3 \cong h_f |_{40^\circ \text{C}} = 167.54 \text{ kJ/kg} \\ s_3 \cong s_f |_{40^\circ \text{C}} = 0.5724 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \quad (b)$$

$$\begin{cases} P_4 = 25 \text{ MPa} \\ s_{4s} = s_3 = 0.5724 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \rightarrow \text{مایع متراکم} \quad h_{4s} = 192.67 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{sp} = h_3 - h_{4s} = 167.54 - 192.67 = -25.13 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_p = \frac{w_s}{w_a} \Rightarrow 0.85 = \frac{-25.13}{w_a} \Rightarrow w_{ap} = -29.5 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{ap} = h_3 - h_4 \Rightarrow -29.5 = 167.54 - h_4 \Rightarrow h_4 = 197 \text{ kJ/kg}$$

C.V.: steam generator: 1st law:  $q_H + h_4 = w + h_1$ ,  $w = 0$

$$\Rightarrow q_H = 3777.56 - 197 = 3580.56 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_H} = \frac{w_t - w_p}{q_H} = \frac{1343 - 29.5}{3580.56} = 0.367$$

$$\eta_{th} = 36.7\%$$

۵۸-۹ هوا در شرایط محیط  $20^\circ \text{C}$ ,  $100 \text{ kPa}$  وارد یک کمپرسور عایق شده و در  $200^\circ \text{C}$  از آن

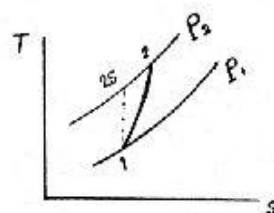


۳۴۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

خارج می شود. دبی ورودی  $0.1 \text{ kg/s}$  بوده و بازده آیزنتروپیک کمپرسور  $70\%$  است. فشار خروجی و توان مورد نیاز برای کمپرسور چقدر است؟

حل:

فرایند:  $SSSF$ ، آدیاباتیک



$$1) T = 20^\circ\text{C} \Rightarrow h = 293.594 \text{ kJ/kg}$$

$$2) T = 200^\circ\text{C} \Rightarrow h = 475.8 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta = \frac{w_s}{w_u} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} \quad 1 \rightarrow 2s$$

$$\Rightarrow 0.7 = \frac{293.594 - h_{2s}}{293.594 - 475.8} \Rightarrow h_{2s} = 421$$

$$\Rightarrow T_{2s} = 420 \text{ K}$$

$$\left(\frac{T_1}{T_{2s}}\right) = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow P_2 = 352 \text{ kPa}$$

$$W_a = m(h_1 - h_2) = -18.22 \text{ kW}$$

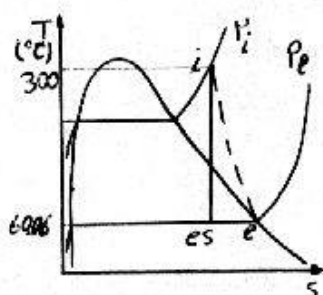
۹-۵۹ بخار در  $300^\circ\text{C}$  وارد توربینی شده و در  $20 \text{ kPa}$  از آن خارج می شود. تخمین زده می شود که بازده آیزنتروپیک توربین  $70\%$  باشد. بیشترین فشار ورودی ممکن را در صورتی بیابید که خروجی در منطقه دوفازه نباشد.

حل: برای بیشترین فشار ممکن، بدترین حالت خروجی به بخار اشباع محدود شده است داریم:

$$P = 20 \text{ kPa}$$

(همه بر حسب  $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ )

$$\Rightarrow \begin{cases} T_{\text{sat}} = 60.06^\circ\text{C}, h_e = h_g = 2609.7, h_{fg} = 2358.33, h_f = 251.38 \\ s_e = s_g = 7.9085, s_{fg} = 7.0766, s_f = 0.8319 \text{ (kJ/kgK همه بر حسب)} \end{cases}$$



$$\eta = \frac{w_a}{w_s} = \frac{h_e - h_i}{h_{es} - h_i}$$

$$\Rightarrow h_{es} = \frac{h_e}{\eta} + \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) h_i \quad (I)$$

$$\Rightarrow h_{es} = 3728.14 - 0.428571 h_i$$

برای فرایند آیزنتروپیک بین  $es, i$  داریم:

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۳۳

$$s_{es} = s_i = s_f)_{20kPa} + x_{2s} s_{fg})_{20kPa} \Rightarrow x_{2s} = \left( \frac{s_i - s_f}{s_{fg}} \right)_{20kPa}$$

$$h'_{es} = (h_f + x_{es} h_{fg})_{20kPa} = \left( h_f + \frac{s_i - s_f}{s_{fg}} h_{fg} \right)_{20kPa} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow h'_{es} = 333.257 s_i - 25.8569$$

دو مقدار بدست آمده برای آنتالپی در نقطه  $es$  باید با هم برابر باشند، با انتخاب  $\delta = h'_{es} - h_{es}$  و درون یابی روی  $\delta$  به صفر مقدار  $P_i$  را می یابیم:

$$\delta = h'_{es} - h_{es} = 333.257 s_i + 0.428571 h_i - 3754.00$$

$$T = 300^\circ C$$

$$P = 600 kPa \quad P = 800 kPa$$

$$\delta = 14.9967 \quad \delta = -33.7546$$

$$\delta = 0 \Rightarrow P = 661.523 kPa$$

۶-۹ برای تأمین جریانی از هوا با سرعت  $200 m/s$  در  $20^\circ C$ ،  $100 kPa$  یک نازل لازم است.

تخمین زده می شود که نازل  $92\%$  بازده آیزنتروپیک داشته باشد. فشار و دمای ورودی

مورد نیاز برای نازل را بیابید. انرژی جنبشی در ورودی نازل را ناچیز بگیرید.

حل:

$$\eta_{nozzle} = \frac{V_e^2/2}{V_{es}^2/2} \Rightarrow 0.92 = \frac{200^2}{V_{es}^2} \Rightarrow V_{es} = 208.51 m/s \quad \text{نازل را حجم کنترل می گیریم:}$$

$$k = 1.4, \quad C_p = 1.004 kJ/kgK \quad (\text{air})$$

$$C.V. \text{ 1st law: } h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e + \frac{V_e^2}{2}, \quad \frac{V_i^2}{2} = 0 \quad \text{در حالت واقعی:}$$

دمای ورودی واقعی مورد نیاز:

$$\frac{200^2}{2000} = C_p (T_i - T_e) = 1.004 (T_i - 293.1) \Rightarrow T_e = 313 K$$

$$C.V. \text{ 1st law: } h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_{es} + \frac{V_{es}^2}{2} \quad \text{در حالت آیزنتروپیک:}$$

$$\frac{208.51^2}{2000} = C_p (T_i - T_{es}) = 1.004 (293.1 - T_{es})$$

$$T_{es} = 271.5 K$$

$$\left(\frac{P_i}{P_{es}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_i}{T_{es}} \Rightarrow P_i = P_{es} \left(\frac{T_i}{T_{es}}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 130.7 \text{ kPa}$$

$$P_i = 130.7 \text{ kPa}$$

فشار ورودی مورد نیاز:

توجه شود که آیزنتروپیک بودن یا نبودن توربین، پمپ یا نازل در فشارهای ورودی و خروجی آنها تأثیر ندارد.

۹-۶۱ یک توربین هوا را در  $1500 \text{ K}$ ،  $1000 \text{ kPa}$  دریافت می کند تا  $100 \text{ kPa}$  انبساط می دهد. توربین دارای بازده آیزنتروپیک ۸۵٪ است. دمای خروجی واقعی توربین و افزایش انتروپی ویژه در توربین واقعی را بیابید.

حل:

با فرض گاز کامل برای هوا ( $R=0.287$ ،  $C_p=1.004$ ،  $k=1.4$ )

$$\eta_T = \frac{h_i - h_e}{h_i - h_{es}} = \frac{T_i - T_e}{T_i - T_{es}} \quad (I)$$

$$\left(\frac{P_e}{P_i}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{es}}{T_i} \Rightarrow \left(\frac{100}{1000}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{es}}{1500} \rightarrow T_{es} = 776.92 \text{ K}$$

$$(P_e = P_{es} = 100 \text{ kPa})$$

$$0.85 = \frac{1500 - T_e}{1500 - 776.92} \Rightarrow T_e = 885.38 \text{ K} \quad (I) \text{ دمای خروجی واقعی توربین}$$

توربین را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم (انتقال حرارت ناچیز است):

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e \quad \text{بقا جرم}$$

$$C.V. \text{ 2nd law: } s_e - s_i = \sum \frac{q}{T} + s_{gen} \quad , \quad q=0$$

$$s_{gen} = C_p \ln \frac{T_e}{T_i} - R \ln \frac{P_e}{P_i} = 1.004 \ln \frac{885.38}{1500} - 0.287 \ln \frac{100}{1000}$$

$$s_{gen} = 0.13 \text{ kJ/kgK}$$

۹-۶۲ فرض کنید بازده آیزنتروپیک کمپرسور و شیبوره مساله ۵-۹ برابر ۹۰٪ باشد. اگر مقادیر

داده ها مشابه همان مساله باشد، کار کمپرسور واقعی و درجه حرارت خروج از آن را بیابید.

سرعت خروجی شیبوره واقعی را نیز بدست آورید.

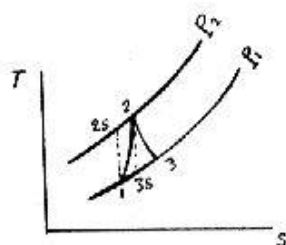
تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۴۵

حل:

از مساله ۹-۵ اطلاعات زیر را داریم.

$$\text{air} \begin{cases} T_1 = 17^\circ\text{C} = 290.15\text{K} , & h_1 = 290.5 \\ P_1 = 100\text{kPa} , & P_2 = 100\text{kPa} \end{cases}$$

2s → 1: آیزنتروپیک



$$\left( \frac{T_{2s}}{T_1} \right) = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_{2s} = 431.2\text{K}$$

$$\eta_c = \frac{w_s}{w_a} = \frac{h_1 - h_{2s}}{w_a}$$

$$\eta_c = 0.9 = \frac{290.5 - 433}{w_a} \Rightarrow w_a = -158.33 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } w_a = h_1 - h_2 \Rightarrow h_2 = 448.83 \Rightarrow T_2 = 446.8\text{K}$$

3s → 2: آیزنتروپیک

$$\left( \frac{T_{3s}}{T_2} \right) = \left( \frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{100}{400} \right)^{\frac{0.4}{1.4}}$$

$$\Rightarrow T_{3s} = 300.7\text{K} , \quad h_{3s} = 301.2 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } h_2 = h_{3s} + \frac{V_{3s}^2}{2} \Rightarrow V_{3s} = 543.4 \text{ m/s}$$

$$\eta_{nozzel} = \frac{\frac{V^2}{2}}{\frac{V_3^2}{2}} = \frac{\frac{V_4^2}{2}}{\frac{V_{3s}^2}{2}} = 0.9 \Rightarrow V_4 = 515.5 \text{ m/s}$$

۹-۶۳ توربین کوچک مساله ۹-۶ را که ایده‌آل بود اینبار با بازده آیزنتروپیکی 88% در نظر بگیرید. کار ویژه توربین، تولید انترپی در توربین و گرمای انتقال یافته در مبادله کن گرمایی (H.E.) را بیابید.

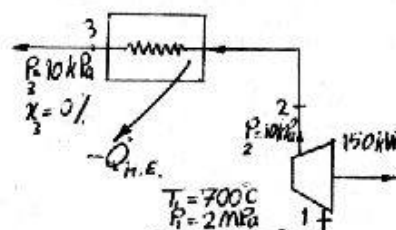
حل:

چون در مبادله کن گرمایی افت فشار نداریم:  $P_2 = P_3$

۳۴۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$T_1 = 700^\circ\text{C}, P_1 = 2\text{MPa} \Rightarrow s_1 = 7.9487 \text{ kJ/kgK}, h_1 = 3917.45 \text{ kJ/kg}$$

$$2s: P = 10\text{kPa}, s_{2s} = s_1 = 7.9487 \text{ kJ/kgK}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} s_f = 0.6492 \text{ kJ/kgK} \\ s_{fg} = 7.5010 \text{ kJ/kgK} \\ h_f = 191.81 \text{ kJ/kg} \\ h_{fg} = 2392.82 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_{2s} = \frac{s_{2s} - s_f}{s_{fg}} = 0.973137$$

$$\Rightarrow h_{2s} = 2520.35 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta = \frac{w_a}{w_s} \Rightarrow w_a = \eta (h_1 - h_{2s}) = 1229.45 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{W}_T}{w_a} = 0.122006 \text{ kg/s}$$

$$\text{Turbine: 1st law: } h_e = h_i - w_a = 2688.00 \text{ kJ/kg} \Rightarrow T_e = 100.283^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow s_e = 8.4493 \text{ kJ/kgK}$$

$$\text{2nd law: } \dot{S}_{C.V} = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \dot{S}_{gen}$$

$$SSSF \Rightarrow \dot{S}_{C.V} = 0, \quad \text{آدیاباتیک} \Rightarrow \dot{Q} = 0 \quad \text{و} \quad \dot{m}_e = \dot{m}_i = \dot{m} \quad \text{پیوستگی}$$

$$\Rightarrow \dot{S}_{gen} = \dot{m} (s_e - s_i) = 0.0611 \text{ kW/K}$$

$$H.E.: \text{1st law: } q = h_3 - h_2 = -2496.19 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{H.E.} = -304.55 \text{ kW}$$

۶۴- آب گرم از یک منبع زمین گرمایی در  $500\text{kPa}$ ،  $150^\circ\text{C}$  به یک تبخیرکن سریع عایق بادی  $1.5\text{kg/s}$  می رود. یک جریان از مایع اشباع در  $200\text{kPa}$  از ته محفظه زیرکش می شود و جریان بخار اشباع در  $200\text{kPa}$  از بالای محفظه بیرون کشیده می شود و به یک توربین با بازده آیزنتروپیکی 70% و فشار خروجی  $15\text{kPa}$  می رود. قانون دوم را برای حجم کنترلی که شامل تبخیرکن سریع و توربین است ارزیابی کنید.

حل:

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۴۷

$$\text{حالت ورودی} \begin{cases} 500 \text{ kPa} \\ 15^\circ \text{C} \end{cases} \rightarrow \text{مایع متراکم} \rightarrow \begin{cases} h_f \cong 632.18 \text{ kJ/kg} \\ s_f \cong 1.8417 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

حالت خروجی 1 (مایع زیرکش شده):

$$200 \text{ kPa}, \text{ مایع اشباع} \rightarrow h_{e1} = 504.68 \text{ kJ/kg}, s_{e1} = 1.5300 \text{ kJ/kgK}$$

حالت بخار خروجی از محفظه و ورودی به توربین:

$$200 \text{ kPa}, \text{ بخار اشباع} \rightarrow h_{it} = 2706.63 \text{ kJ/kg}, s_{it} = 7.1271 \text{ kJ/kgK}$$

حالت خروجی 2 برای تحول آیزنتروپیک (خروجی توربین آیزنتروپیک):

$$15 \text{ kPa}, s_{e2} = s_{it} = 7.1271 \rightarrow \text{دوفازه} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{s_{e2} - s_f}{s_{fg}} = 0.8785 \\ \Rightarrow h_{e2} = h_f + x h_{fg} = 2310.72 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$\eta_t = \frac{h_{it} - h_{e2}}{h_{it} - h_{e2s}} \Rightarrow 0.7 = \frac{2706.63 - h_{e2}}{2706.63 - 2310.72} \Rightarrow h_{e2} = 2429.49 \text{ kJ/kg}$$

حالت خروجی 2 در حالت واقعی (خروجی توربین واقعی):

$$\begin{cases} h_{e2} = 2429.49 \text{ kJ/kg} \\ P_{e2} = 15 \text{ kPa} \end{cases} \rightarrow \text{دوفازه} \rightarrow x_{e2} = \frac{h_{e2} - h_f}{h_{fg}} = \frac{2429.49 - 225.91}{2373.14} = 0.9286$$

$$s_{e2} = s_f + x_{e2} s_{fg} = 0.7548 + 0.9286 \times 7.2536 = 7.49014 \text{ kJ/kgK}$$

اگر برای تبخیر کن سریع قانون اول را بنویسیم:

$$1st \text{ law: } \dot{Q} + \sum \dot{m}_i h_i = \dot{W} + \sum \dot{m}_e h_e, \quad \dot{Q} = \dot{W} = 0$$

$$\begin{cases} 1.5 \times 632.18 = \dot{m}_{e1} \times 504.68 + \dot{m}_t \times 2706.63 \\ \dot{m}_t = \dot{m}_{e1} + \dot{m}_t \Rightarrow \dot{m}_{e1} + \dot{m}_t = 1.5 \quad \text{بقا جرم} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{m}_{e1} = 1.41 \text{ kg/s} \\ \dot{m}_t = 0.087 \text{ kg/s} = \dot{m}_{e2} \end{cases}$$

حجم کنترل جدید را شامل توربین و تبخیر کن سریع می گیریم:

$$C.V. \text{ 2nd law (SSSF): } \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i - \sum \frac{\dot{Q}_{C.V.}}{T} + \dot{S}_{gen} = 0, \quad \dot{Q}_{C.V.} = 0$$

۳۴۸ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$1.41 \times 1.53 + 0.087 \times 7.49014 - 1.5 \times 1.8417 = S_{gen}$$

$$S_{gen} = +0.0464 > 0$$

یعنی از نظر قانون دوم این فرایند امکان پذیر است

۹-۶۵ مسأله ۹-۳۹ را با فرض اینکه پمپ آب (شامل شیبوره و شیلنگ) بازده آیزنتروپیک 85% داشته باشد تکرار کنید.

حل:

$$V_{2a}^2 = 2gh = 2 \times 9.81 \times 10 = 196.2 \Rightarrow V_{2a} = 14 \text{ m/s}$$

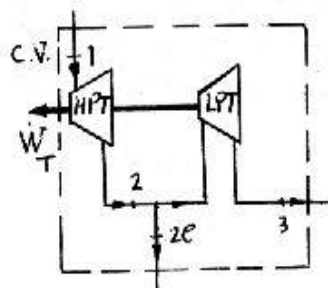
حجم کنتورک را از ورودی پمپ تا خروجی نازل در نظر می گیریم از حل مسأله ۹-۳۹ جوابهای

$$W_{ps} = W_{p9.39} = -2.351 \text{ kW} \quad \text{آیزنتروپیکی بدست می آیند، داریم:}$$

$$\Rightarrow W_{pa} = \frac{W_{ps}}{\eta} = \frac{-2.351}{0.85} = -2.766 \text{ kW}$$

۹-۶۶ جریانی از بخار با آهنگ  $20 \text{ kg/s}$  در  $10 \text{ MPa}$  و  $550^\circ \text{C}$  وارد یک توربین دو مرحله ای می شود. خروجی مرحله اول در  $2 \text{ MPa}$  است در همین نقطه بخار برای فراوری بیرون کشیده می شود و بقیه بخار در توربین دوم جریان می یابد. خروجی توربین دوم  $50 \text{ kPa}$  است. با فرض اینکه هر دو مرحله دارای بازده آیزنتروپیک 85% باشند، کل کار واقعی توربین و تولید انترופی را بیابید.

حل:



$$1: P_1 = 10 \text{ MPa}, T_1 = 550^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow h_1 = 3500.92 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = 6.7561 \text{ kJ/kgK}$$

$$2s: P_{2s} = 2 \text{ MPa}$$

$$s_{2s} = s_1 = 6.7561 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow h_{2s} = 3017.92 \text{ kJ/kg}$$

$$H.P.T: \eta_{HPT} = \left( \frac{w_a}{w_s} \right)_{HPT} \Rightarrow w_{a,HPT} = \eta (h_1 - h_{2s})$$

$$\Rightarrow w_{a,HPT} = 410.55 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \begin{cases} W_{HPT} = \dot{m} w_{a,HPT} = 8.211 \text{ MW} \\ 1st \text{ law: } h_2 = h_1 - w_{a,HPT} = 3090.37 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۳۹

$$2: P_2 = 2 \text{ MPa}, h_2 = 3090.37 \text{ kJ/kg} \Rightarrow s_2 = 6.87822 \text{ kJ/kgK}$$

$$3.S: P_{3S} = 50 \text{ kPa}, s_{3S} = s_2 = 6.87822 \text{ kJ/kgK} \Rightarrow \begin{cases} x_{3S} = 0.889945 \\ \Rightarrow h_{3S} = 2392.15 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$L.P.T: \eta_{LPT} = \left( \frac{w_a}{w_s} \right)_{LPT} \Rightarrow w_a)_{LPT} = \eta (h_2 - h_{3S}) = 593.488 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \dot{W}_{LPT} = \dot{m} w_a)_{LPT} = 9.50 \text{ MW}$$

$$\Rightarrow \dot{W}_T = \dot{W}_{LPT} + \dot{W}_{HPT} = 17.71 \text{ MW}$$

$$1st \text{ law: } h_3 = h_2 - w_a)_{LPT} = 2496.88 \text{ kJ/kg}$$

$$3: P_3 = 50 \text{ kPa}, h_3 = 2496.88 \text{ kJ/kg} \Rightarrow x_3 = 0.935373$$

$$\Rightarrow s_3 = 7.17364 \text{ kJ/kgK}$$

$$C.V: 2nd \text{ law: } SSSF \Rightarrow \dot{S}_{gen} = \dot{m}_3 s_3 + \dot{m}_{2e} s_2 - \dot{m}_1 s_1 = 7.168 \text{ kW/K}$$

۶۷- هوا با سرعت  $15 \text{ m/s}$  و در  $1 \text{ MPa}$ ,  $1200 \text{ K}$  وارد یک نازل عایق می شود. دبی هوا  $2 \text{ kg/s}$

است هوا در نازل تا  $650 \text{ kPa}$  انبساط می یابد و در دمای  $1100 \text{ K}$  از آن خارج می شود.

سرعت خروجی و بازده نازل را بیابید.

حل: نازل را حجم کنترل در نظر می گیریم:

$$C_p = 1.004 \text{ kJ/kgK}, k = 1.4 \text{ (air)}$$

$$C.V: 1st \text{ law: } h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e + \frac{V_e^2}{2}$$

$$\Rightarrow C_p (T_i - T_e) = 1.004(1200 - 1100) = \frac{V_e^2}{2000} - \frac{15^2}{2000} \Rightarrow V_e = 448.36 \text{ m/s}$$

در حالت آیزتروپیک:

$$\left( \frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{es}}{T_i} \Rightarrow \left( \frac{650}{1000} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{es}}{1200} \Rightarrow T_{es} = 1061 \text{ K}$$

$$C.V: 1st \text{ law: } h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_{es} + \frac{V_{es}^2}{2}$$

$$C_p (T_i - T_{es}) = 1.004(1200 - 1061) = \frac{V_{es}^2}{2000} - \frac{15^2}{2000} \Rightarrow V_{es} = 528.52 \text{ m/s}$$

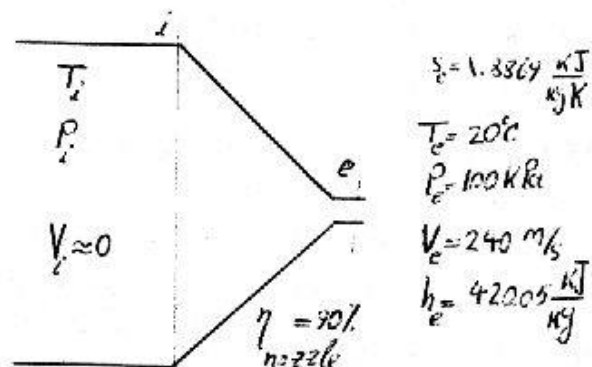


۳۵۰ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\eta_{nozzle} = \frac{\frac{V_e^2}{2}}{\frac{V_i^2}{2}} = \frac{448.36^2}{528.52^2} = 0.72 \quad \eta_{nozzle} = 72\%$$

۶۸-۹ برای تولید جریان پایایی از R-134a در  $240 \text{ m/s}$  و شرایط محیط  $100 \text{ kPa}$ ،  $20^\circ \text{C}$  یک نازل مورد نیاز می باشد. با فرض بازده آیزنتروپیکی  $90\%$  از یکی از راههای آزمایش و خطا یا از راه حدس ثابت کنید فشار ورودی حدود  $375 \text{ kPa}$  است. دمای ورودی مورد نیاز در خط در بالادست نازل چقدر است؟

حل: با توجه به سرعت زیاد جریان در خروجی نازل و سطح تماس معمولاً کوچک نازلها، فرایند را در نازل آدیاباتیک فرض می کنیم، داریم:



$$\eta_{nozz} = \frac{V_e^2/2}{V_{es}^2/2} \Rightarrow \frac{V_{es}^2}{2} = \frac{V_e^2/2}{\eta}$$

(به تبدیل واحد از  $J$  به  $kJ$  دقت کنید)

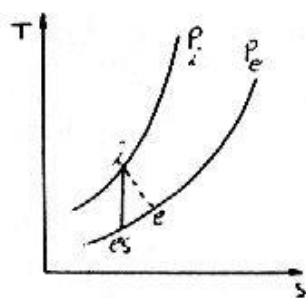
$$\Rightarrow \frac{V_{es}^2}{2} = 32 \text{ kJ/kg}$$

$$i \rightarrow e: 1st \text{ law: } h_i = h_e + \frac{V_e^2}{2} = 448.85 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$2nd \text{ law: } s_i < s_e \Rightarrow s_i < 1.8869 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$i \rightarrow es: 1st \text{ law: } h_i = h_{es} + \frac{V_{es}^2}{2} \Rightarrow h_{es} = 416.85 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$2nd \text{ law: } s_i = s_{es}$$



تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۵۱

اکنون، ابتدا یک حدس زده و با کمک  $h_i$ ،  $s_i$  را می یابیم از روی  $s_{es}=s_i$  و با کمک  $h_{es}$  موجود،  $p_{es}$  را می یابیم و آنرا با  $p_e$  مقایسه می کنیم و در نتیجه با سعی و خطا  $p_i$  به دست می آید. ( $\delta = p_{es} - p_e$ )

$P_i$	$\delta$	$T_i$	
300	-15.46	56.102	
?	0	?	$\Rightarrow \begin{cases} P_i = 365 \text{ kPa} \\ T_i = 57.1^\circ \text{C} \end{cases}$
400	8.48	57.6	

برای فهم روش سعی و خطا، یک مورد را برای نمونه می نویسیم.

$$\begin{cases} P_i = 400 \text{ kPa} \\ h_i = 448.85 \text{ kJ/kg} \end{cases} \Rightarrow s_i = 1.87034 = s_{es}, \quad h_{es} = 416.85$$

$P_{es} = 100 \text{ kPa}$		$P_{es} = 150 \text{ kPa}$	
$h$	$s$	$h$	$s$
420.05	1.8869	419.11	1.8515
416.85	? $\Rightarrow s_{es} = 1.87579$	416.85	? $\Rightarrow s_{es} = 1.84367$
411.67	1.8578	410.6	1.822

$P_{es}$	$s_{es}$
150	1.84367
$P_{es} = ?$	1.87034 $\Rightarrow P_{es} = 108.48$ $\delta = P_{es} - P_e = 108.48 - 100 = 8.48$
100	1.87579

۶۹-۹ بازده آیزنتروپیک را برای هرکدام از مراحل توربین بخار نشان داده شده در مساله ۴۱-۶ محاسبه کنید. همچنین اتروپی کل تولید شده در توربین را بیابید.

حل:

$$H.P.T: P_1 = 10 \text{ MPa}, T_1 = 500^\circ \text{C} \Rightarrow h_1 = 3373.63 \text{ kJ/kg}, s_1 = 6.5965 \text{ kJ/kgK}$$

$$P_{2s} = P_2 = 0.5 \text{ MPa}, s_{2s} = s_1 = 6.5965 \text{ kJ/kgK} \Rightarrow x_{2s} = 0.954703$$

$$\Rightarrow h_{2s} = 2653.17 \text{ kJ/kg} \Rightarrow w_s = h_1 - h_{2s} = 720.457 \text{ kJ/kg}$$

$$P_2 = 0.5 \text{ MPa}, T_2 = 155^\circ \text{C} \Rightarrow h_2 = 2755.63 \text{ kJ/kg}, s_2 = 6.83672 \text{ kJ/kgK}$$

$$\Rightarrow w_a = h_1 - h_2 = 618 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow \eta_{HPT} = \frac{w_a}{w_s} = 85.78 \%$$

$$L.P.T: s_{3s} = s_2 = 6.83672 \text{ kJ/kgK}$$

۲۵۲ / تشریح مسائل مبنای ترمودینامیک کلاسیک

$$P_3 = 20 \text{ kPa} \Rightarrow x_{3s} = 0.848546 \Rightarrow h_{3s} = 2252.53 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow w_s = h_2 - h_{3s} = 503.099 \text{ kJ/kg}$$

$$h_3 = h_f + x_3 h_{fg} = 2373.88 \text{ kJ/kg}, s_3 = 7.20084 \text{ kJ/kgK}$$

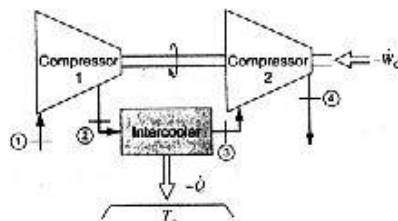
$$w_a - h_2 - h_3 = 381.75 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \eta_{LPT} = \frac{w_a}{w_s} = 75.88\%$$

مجموعه دو توربین را به عنوان حجم کنترل انتخاب می کنیم چون فرایند SSSF است داریم:

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}_2 s_2 + \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_1 s_1 = 10.2662 \text{ kW/K}$$

۷-۹ یک کمپرسور دو مرحله که دارای یک خنک کننده میانی است، هوا را در  $300 \text{ K}$  و  $100 \text{ kPa}$  می گیرد و تا  $2 \text{ MPa}$  متراکم می کند بعد خنک کننده هوا را تا  $340 \text{ K}$  خنک می کند هوا بعد از آن به مرحله دوم می رود که دارای فشار خروجی  $15.74 \text{ MPa}$  است. بازده آیزنتروپیک مرحله اول  $90\%$  بوده و هوا از مرحله دوم در  $630 \text{ K}$  خارج می شود. هردو مرحله آدیاباتیک اند و خنک کن گرمای  $Q$  را به یک منبع در دمای  $T_o$  می دهد.  $Q$  و بازده مرحله دوم و انتروپی کل تولید شده در این فرایند را محاسبه کنید.

حل:



$$\text{air} \left\{ \begin{array}{l} k=1.4 \\ C_p=1.004 \text{ kJ/kgK} \\ R=0.287 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right.$$

$$\eta_{c1} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} = \frac{T_1 - T_{2s}}{T_1 - T_2}$$

$$\left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{2s}}{T_1}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{2000}{100} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{2s}}{300} \Rightarrow T_{2s} = 706.06 \text{ K}$$

$$\Rightarrow \eta_{c1} = 0.9 = \frac{300 - 706.06}{300 - T_2} \Rightarrow T_2 = 751.18 \text{ K}$$

$$C.V. \text{ inter cooler : 1st law : } q + h_2 = w + h_3, w=0$$

$$\Rightarrow q = C_p (T_3 - T_2) = 1.004 (340 - 751.18) = -412.82 \text{ kJ/kg}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۵۳

$$Q = \dot{m}q = 412.82 \text{ kJ} \quad \text{به ازاء هر کیلوگرم هوای عبوری}$$

مرحله دوم: 3 → 4s: آیزنتروپیک

$$\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{4s}}{T_3} \Rightarrow \left(\frac{15740}{2000}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{4s}}{340} \Rightarrow T_{4s} = 613.02 \text{ K}$$

$$P_3 = P_2 = 2000$$

$$\eta_{c2} = \frac{h_3 - h_{4s}}{h_3 - h_4} = \frac{T_3 - T_{4s}}{T_3 - T_4} = \frac{340 - 613.02}{340 - 630} = 0.94 \Rightarrow \eta_{c2} = 94\%$$

$$\frac{dS_{net}}{dt} = \frac{dS_{C.V.}}{dt} + \frac{dS_{surr}}{dt} = \dot{S}_{C.V.} + \dot{S}_{surr}$$

کلیمه فرایندها (2 → 1, 3 → 2, 4 → 3) SSSF هستند.  $\dot{S}_{C.V.} = 0$

$$\Rightarrow \frac{dS_{net}}{dt} = \sum \dot{S}_{gen} \Rightarrow \dot{S}_{net} = \dot{S}_{surr} \Rightarrow \Delta S_{net} = \Delta S_{surr} = S_4 - S_1 + \left[ -\frac{q}{T_{res}} \right]$$

$$= C_p \ln \frac{T_4}{T_1} - R \ln \frac{P_4}{P_1} - \frac{q}{T_{res}}$$

[اگر خنک کننده میانی را ایده‌آل در نظر بگیریم باید دمای آن 340K باشد.]

$$\Rightarrow \Delta S_{net} = -0.707 - \left( \frac{-412.82}{340} \right) = 0.5072 \text{ kJ/kg (air)K}$$

۷۱-۹ یک توربین دو مرحله‌ای هوا را در 1160K و فشار 5.0MPa دریافت می‌کند. خروجی مرحله اول در 1MPa قرار دارد و سپس وارد مرحله 2 می‌شود که فشار خروجی آن 200kPa است. هر مرحله دارای بازده آیزنتروپیک 85% است کار مخصوص را در هر مرحله، بازده آیزنتروپیک کل و تولید انتروپی کل را بدست آورید.

حل:

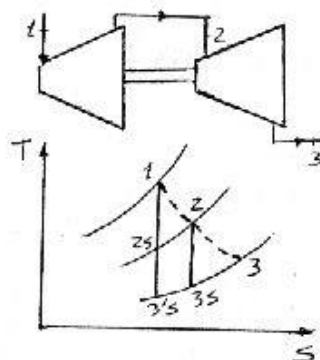
2S → 1: آیزنتروپیک

$$\left(\frac{T_{2s}}{T_1}\right) = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_{2s} = 732.4 \text{ K} \Rightarrow h_{2s} = 748.5 \text{ kJ/kg}$$

بادرون یابی:

$$T_1 = 1160 \text{ K}, h_1 = 1231, s_1^* = 8.30612 \text{ kJ/kgK}$$

۳۵۴ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک



$$\eta = 0.85 = \frac{w_a}{w_s} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}}$$

$$\Rightarrow w_a = 410.13 \text{ kJ/kg}$$

$$w_a = h_1 - h_2 = 410.13$$

$$\Rightarrow h_2 = 820.87 \Rightarrow T_2 = 799 \text{ K}$$

3S → 2: آیزنتروپیک

$$\left( \frac{T_{3S}}{T_2} \right) = \left( \frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

بادرون یابی:

$$\Rightarrow T_{3S} = 504 \text{ K}, h_{3S} = 507.5 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta = 0.85 = \frac{w_a}{w_s} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_{3S}} \Rightarrow w_a - h_2 - h_3 = 266.4 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow h_3 = 554.5 \text{ kJ/kg}, T_3 = 549.4 \text{ K}, s_3^o = 7.48419$$

بادرون یابی

فرایند ایده ال بین دوفشار 5.0 MPa، 200 kPa فرایند آیزنتروپیک 3' → 1 و فرایند واقعی بین دو حالت مزبور، فرایند 3 → 1 می باشد.

3' → 1: آیزنتروپیک

$$\left( \frac{T_{3'S}}{T_1} \right) = \left( \frac{P_3}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_{3'S} = 462.4 \text{ K}, h_{3'S} = 464.8 \text{ kJ/kg}$$

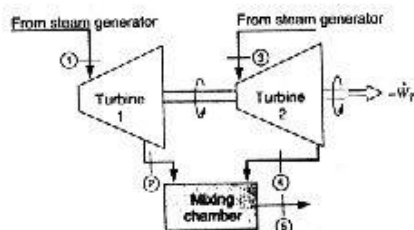
$$\eta_{\text{کل}} = \frac{h_1 - h_3}{h_1 - h_{3'S}} = 0.88 \Rightarrow \eta_{\text{کل}} = 88\%$$

$$\Delta s_{\text{net}} = \Delta s_{C.V.} + \Delta s_{\text{surr}} = s_3 - s_1 = \left[ s_3^o - s_1^o - R \ln \frac{P_3}{P_1} \right] = 0.1019 \text{ kJ/kgK}$$

[فرایند SSSF است،  $\Delta s_{C.V.} = 0$ ]

۷۲-۹ یک آسیاب کاغذ شکل (۷۲-۹ P) دارای دو مولد بخار است که یکی بخار را در  $300^\circ\text{C}$  و دیگری در  $4.5 \text{ MPa}$  و دیگری در  $8 \text{ MPa}$ ،  $500^\circ\text{C}$  تولید می کنند. هر مولد یک توربین را تغذیه می کند. فشار خروجی هر دو توربین  $1.2 \text{ MPa}$  و بازده آیزنتروپیکی آنها 87% بوده و توان ترکیبی خروجی 20 MW است. جریانهای جرم در یک محفظه آدیاباتیک باهم مخلوط شده و بخار اشباع در  $1.2 \text{ MPa}$  حاصل می شود جریانهای جرم و انتروپی تولید شده در هر

توربین و اتاقک آمیزش را بیابید.



حل :

چون توربینها یکسان هستند فرض می کنیم توربین  $t_1$  از مولد  $8MPa$  و توربین  $t_2$  از مولد  $4.5MPa$  تغذیه می کنند.

$$P_1 = 8MPa, T_1 = 500^\circ C \Rightarrow h_1 = 3398.27 \text{ kJ/kg}, s_1 = 6.7239 \text{ kJ/kgK}$$

$$P_3 = 4.5MPa, T_3 = 300^\circ C \Rightarrow h_3 = 2943.07 \text{ kJ/kg}, s_3 = 6.2827 \text{ kJ/kgK}$$

$$\text{Turbine 1 } (t_1): s_{2s} = s_1 = 6.7239 \text{ kJ/kgK}, P_2 = 1.2MPa$$

$$\Rightarrow h_{2s} = 2882.59 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow w_s = h_1 - h_{2s} = 515.678 \Rightarrow w_a = \eta w_s = 448.64 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow h_2 = h_1 - w_a = 2949.63 \text{ kJ/kg}$$

$$P_2 = 1.2MPa, h_2 = 2949.63 \text{ kJ/kg} \Rightarrow s_2 = 6.8560 \text{ kJ/kgK}$$

$$\text{Turbine 2 } (t_2): s_{4s} = s_3 = 6.2827 \text{ kJ/kgK}, P_4 = 1.2MPa \Rightarrow x_{4s} = 0.944157$$

$$\Rightarrow h_{4s} = 2673.91 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow w_s = h_3 - h_{4s} = 269.16 \text{ kJ/kg} \Rightarrow w_a = \eta w_s = 234.165 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow h_4 = h_3 - w_a = 2708.9 \text{ kJ/kg} \Rightarrow x_4 = 0.961774 \Rightarrow s_4 = 6.35857 \text{ kJ/kgK}$$

Mixing Chamber :

$$\dot{m}_5 = \dot{m}_4 + \dot{m}_2 \quad \text{پیوستگی}$$

$$1st \text{ law}, \dot{Q}_{CV} = \dot{W}_{CV} = 0 \Rightarrow \dot{m}_4 h_4 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_5 h_5 \Rightarrow \frac{\dot{m}_4}{\dot{m}_2} = \frac{h_2 - h_5}{h_5 - h_4}$$

$$x_5 = 100\%, P_5 = 1.2 \text{ MPa} \Rightarrow h_5 = h_g = 2784.82 \text{ kJ/kg}$$

$$s_5 = s_g = 6.5233 \text{ kJ/kgK} \Rightarrow \frac{\dot{m}_4}{\dot{m}_2} = 2.17084$$

$$\dot{W}_{net} = \dot{m}_2 w_{t1} + \dot{m}_4 w_{t2} = 956.974 \dot{m}_2 \Rightarrow \dot{m}_2 = 20.8992 \text{ kg/s}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_4 = 45.3688 \text{ kg/s}$$

$$t_1: \dot{S}_{gen,t1} = \dot{m}_2 (s_2 - s_1) = 2.76 \text{ kW/K}$$

$$t_2: \dot{S}_{gen,t2} = \dot{m}_4 (s_4 - s_3) = 3.44 \text{ kW/K}$$

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}_5 s_5 - \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_4 s_4 = 0.52044 \text{ kW/K}$$

اتاقک آمیزش:

۷۳-۹ یک کمپرسور قابل انتقال حرارتی از سه قسمت تشکیل شده است (a) یک کمپرسور

آدیاباتیک (b) یک گرمکن فشار ثابت (گرمای از یک منبع خارجی تأمین می‌شود) (c) یک

توربین آدیاباتیک. کمپرسور و توربین

هر دو دارای بازده 85% می‌باشند.

هوای محیط در 300K, 100 kPa

وارد کمپرسور شده و تا 600kPa

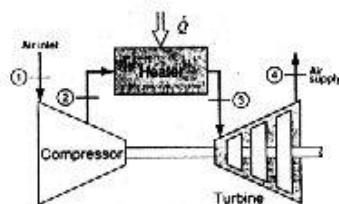
متراکم می‌شود. کل توان توربین به

کمپرسور داده می‌شود. خروجی

توربین به عنوان منبع هوای فشرده

می‌باشد. اگر لازم باشد که این فشار

200kPa باشد درجه حرارت در خروجی گرمکن چقدر است؟



حل:

$$R = 0.287 \text{ kJ/kgK}, C_p = 1.004 \text{ kJ/kgK}, k = 1.4$$

(air)

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{2s}}{T_1}$$

1 → 2s: آیزنتروپیک

$$\left(\frac{600}{100}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{2s}}{300} \Rightarrow T_{2s} = 500.55 \text{ K}$$

$$\eta_{c1} = \frac{T_1 - T_{2s}}{T_1 - T_2} \Rightarrow 0.85 = \frac{300 - 500.55}{300 - T_2} \Rightarrow T_2 = 535.94 \text{ K}$$

C.V.: Compressor: 1st law  $q+h_1=w_c+h_2, q=0$

$$\Rightarrow w_c - C_p(T_1 - T_2) = 1.004(300 - 535.94) \Rightarrow w_c = -236.89 \text{ kJ/kg}$$

$$w_T = -w_c = 236.89 \text{ kJ/kg}$$

$$C.V.: \text{Turbine: 1st law: } q+h_3=w_T+h_4, q=0 \Rightarrow w_T = C_p(T_3 - T_4) \quad (1)$$

3 → 4s: آیزنتروپیک

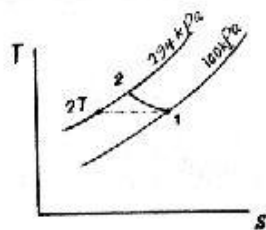
$$\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_{4s}}{T_3} \Rightarrow \left(\frac{200}{600}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = \frac{T_{4s}}{T_3} \Rightarrow T_{4s} = 0.73T_3$$

$$\eta_T = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4s}} \Rightarrow 0.85 = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - 0.73T_3} \Rightarrow T_4 = 0.77T_3$$

$$\Rightarrow (1): 236.89 = 1.004(T_3 - 0.77T_3) \Rightarrow T_3 = 1028.1 \text{ K}$$

۹-۷۴ فرض کنید یک کمپرسور حقیقی همان فشار خروجی و انتقال حرارت مخصوص ذکر شده برای کمپرسور همدمای مسئله (۹-۴) را با بازده همدمای 80% داشته باشد. مقدار کار مخصوص و درجه حرارت خروجی را برای کمپرسور حقیقی محاسبه کنید.

حل:



$$p_1 = 100 \text{ kPa}, \quad T_1 = 0^\circ \text{C} \quad (1)$$

$$p_2 = 294 \text{ kPa}, \quad T_2 = ? \quad (2)$$

از مسأله ۹-۴ داریم:

$$w_T = -22.784 \text{ kJ/kg}, \quad q = -27.834 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_{\text{cooled compressor}} = \frac{w_T}{w} = 0.8$$

$$\Rightarrow w = -28.48 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } q+h_1=h_2+w \Rightarrow -27.834 + 403.41 = h_2 - 28.48 \Rightarrow h_2 = 404.06 \text{ kJ/kg}$$

در محدوده فوق گرم قرار داریم و با درونیایی از جدول (B.5.2) مقدار  $T_2$  را بدست می آید.

$$T_2 = 6.36^\circ \text{C}$$

۹-۷۵ یک کمپرسور هوا که با آب خنک می شود، هوا را در  $20^\circ \text{C}$ ،  $90 \text{ kPa}$  دریافت کرده و آنرا تا  $500 \text{ kPa}$  فشرده می کند. بازده تکدمای آن 80% بوده و کمپرسور واقعی به اندازه کمپرسور ایده ال انتقال حرارت دارد. کار ویژه کمپرسور و دمای خروجی را بیابید.

حل:



۳۵۸ / تشریح مسائل مبانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\begin{aligned} 1st \text{ law: } & \left( \begin{array}{l} \text{فرایند واقعی} \\ \text{فرایند ایده ال} \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} q + h_i - h_e + w_a \\ q + h_i = h_{eT} + w_T \end{array} \right) \Rightarrow h_e - h_{eT} = w_T - w_a \\ & \Rightarrow C_{po}(T_e - T_{eT}) = 0.8w_a - w_a = -0.2w_a \end{aligned}$$

$$w_T = - \int_i^e v dp = -RT \int_i^e \frac{dp}{p} = -RT \ln \frac{P_i}{P_e} = -144.273 \text{ kJ/kg} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow w_a = \frac{w_T}{\eta_T} = -180.341 \text{ kJ/kg} \Rightarrow T_e = \frac{-0.2w_a}{C_{po}} + T_{eT} = 55.92^\circ\text{C}$$

۹-۷۶ مسأله (۹-۳۳) را وقتی کمپرسور دارای بازده آیزنتروپیکی ۸۰٪ باشد، تکرار کنید.

حل:

با توجه به راه حل مسأله (۹-۳۳) داریم:  $C.V.2: \text{Tank}$   $C.V.1: \text{Compressor}$

$$\eta_{Comp} = \frac{h_i - h_{es}}{h_i - h_e} \Rightarrow 0.8 = \frac{394.51 - 436.19}{394.51 - h_e} \Rightarrow h_e = 446.61 \text{ kJ/kg} = h_{iT}$$

C.V.2

$$1st \text{ law (USUF): } Q_t + \sum m_{it} h_{it} = W_t + \sum m_{et} h_{et} + m_{2t} u_{2t} - m_{1t} u_{1t}$$

$$Q_t = 0, w_t = 0, m_{et} = 0, m_{1t} = 0$$

پیوستگی:  $m_{it} = m_{2t}$

$$\Rightarrow h_{it} = u_{2t} \Rightarrow u_{2t} = 446.61 \text{ kJ/kg}$$

حالت نهایی مخزن:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{2t} = 3 \text{ MPa} \\ u_{2t} = 446.61 \text{ kJ/kg} \end{array} \right. \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \left\{ \begin{array}{l} u = h - pv \\ R = 446.61 - (h_{2t} - 3000v_{2t}) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{خطا سعی}} \left\{ \begin{array}{l} T = 110^\circ\text{C} \rightarrow h = 468.5, v = 0.00734 \rightarrow R = 0.13 \\ T = 120^\circ\text{C} \rightarrow h = 482.04, v = 0.00792 \rightarrow R = -11.67 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow v_{2t} = 0.007346 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$m_{2t} = \frac{V}{v_{2t}} = \frac{2}{0.007346} = 272.24 \text{ kg}$$

[مقدار  $w_s$  را در مسأله (۹-۳۳) بدست آوردیم]

$$\eta_{Comp} = \frac{w_s}{w_a} \Rightarrow 0.8 = \frac{-41.68}{w_a} \Rightarrow w_a = -52.1 \text{ kJ/kg}$$

$$\Rightarrow W_{Comp} = m_{ec} w_c = m_{2t} w_c = 272.24 \times (-52.1) = -14183.7 \text{ kJ}$$

تخلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۵۹

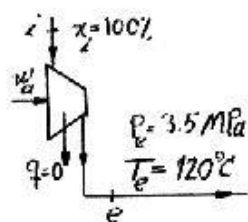
۹-۷۷ بخار اشباع R-22 وارد کمپرسور عایقی با بازده آیزنتروپیکی 75% شده و در  $120^\circ\text{C}$  ،  $3.5\text{MPa}$  خارج می شود. با آزمایش و خطا دمای ورودی کمپرسور را بیابید.

حل :

(در حل مساله از دو جدول R-22 اشباع و

R-22 فراگرم بطور متناوب استفاده

می شود.)



$$i \rightarrow e: 1st \text{ law: } h_i - w_s = h_e \quad (I)$$

$$\eta_c = \frac{w_s}{w_a} \Rightarrow w_a = \frac{w_s}{\eta_c} \quad (II)$$

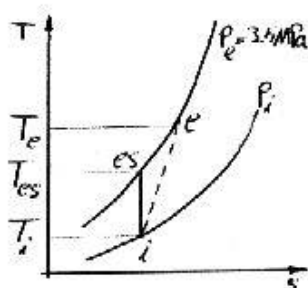
$$i \rightarrow es: 1st \text{ law: } h_i - w_s = h_{es} \quad (III)$$

$$2nd \text{ law: } s_i = s_{es} \quad (IV)$$

$$e) P_e = 3.5\text{MPa}, T_e = 120^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow h_e = 311.13\text{kJ/kg}$$

$$es) P_{es} = P_e, s_{es} = s_i$$



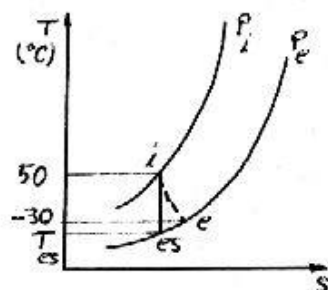
برای حل به شیوه آزمایش و خطا یک  $T_i$  حدس می زنیم سپس  $h_i$  ،  $s_i$  را یافته و از (IV) ،  $s_{es}$  بدست می آید، بوسیله  $P_e$  ،  $s_{es}$  ،  $h_{es}$  را می یابیم، از رابطه III ،  $w_s$  و از رابطه II ،  $w_a$  را بدست می آوریم و با قرار دادن  $w_a$  در رابطه I مقداری برای آنتالپی ورودی بدست می آوریم که آنرا  $h'_i$  می نامیم با تعریف  $\delta = h_i - h'_i$  و میل دادن  $\delta$  به صفر،  $T_i$  را بدست می آوریم.

$T_i$	$h_i = h_g$	$s_i = s_g = s_{es}$	$h_{es}$	$w_s$	$w_a = w_s / \eta_c$	$h'_i$	$\delta$
$5^\circ\text{C}$	251.73	0.9197	297.43	-45.7	-60.934	250.2	+1.5336
$10^\circ\text{C}$	253.42	0.9129	294.86	-41.442	-55.256	255.87	-2.4540

$$\Rightarrow T_i = 6.9^\circ\text{C}$$

۹-۷۸ هوا در  $50^\circ\text{C}$  وارد توربین عایقی شده و در  $-30^\circ\text{C}$  ،  $100\text{kPa}$  از آن خارج می شود بازده آیزنتروپیکی توربین 70% و آهنگ حجمی جریان ورودی  $20\text{L/s}$  است. فشار ورودی توربین و قدرت خروجی آنرا بیابید.

حل:



$$\eta_t = \frac{w_a}{w_s} = \frac{C_{po}(T_i - T_e)}{C_{po}(T_i - T_{es})}$$

$$\Rightarrow \eta_t = \frac{T_i - T_e}{T_i - T_{es}}$$

$$\Rightarrow T_{es} = 208.864K$$

$$s_i = s_{es} \Rightarrow \left( \frac{P_i}{P_{es}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_i}{T_{es}} \Rightarrow P_i = P_{es} \left( \frac{T_i}{T_{es}} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 460.672 kPa$$

$$\Rightarrow w_a = C_{po}(T_i - T_e) = 80.32 kJ/kg$$

$$P_i \dot{V}_i = \dot{m} R T_i \Rightarrow \dot{m} = \frac{P_i \dot{V}_i}{R T_i} = 0.09934 kg/s$$

$$\Rightarrow W_{net} = \dot{m} w_a = 7.98 kW$$

۷۹-۹ مسأله (۴۳-۹) را برای بازده آیزنتروپیکی ۷۰٪ پمپ / کمپرسور حل کنید.

حل:

(الف)

$$\text{حالت ۱} \begin{cases} -10^\circ C \\ x=100\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = h_g = 392.28 kJ/kg \\ s_1 = s_g = 1.7319 kJ/kgK \end{cases}$$

حالت ۲s (با تحول آیزنتروپیک در کمپرسور):

$$\begin{cases} s_2 = s_1 = 1.7319 kJ/kgK \\ P_2 = 1 MPa \end{cases} \Rightarrow \text{بخار فوق گرم} \Rightarrow h_{2s} = 425.66 kJ/kg$$

$$\eta_{comp} = \frac{w_i}{w_a} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} = 0.7 \Rightarrow h_2 = 439.96 kJ/kg$$

$$\Rightarrow W_a = \dot{m}(h_1 - h_2) = 0.5 \times (392.28 - 439.96) = -23.84 kW \quad \text{کار ورودی:}$$

$$\text{حالت خروجی واقعی (۲)} \begin{cases} h_2 = 439.96 kJ/kg \\ P_2 = 1 MPa \end{cases} \Rightarrow \text{بخار فوق گرم } T_2 = 58.19^\circ C$$

$$\text{حالت ۱} \begin{cases} -10^\circ C \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow h_1 = h_f = 186.72 kJ/kg, s_1 = s_f = 0.9507 kJ/kgK \quad (b)$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۶۱

$$\text{حالت } 2s \begin{cases} s_2 = s_1 = 0.9507 \\ P_2 = 1 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow \text{مایع متراکم} \rightarrow h_{2s} \cong h_f |_{1 \text{ MPa}} = 255.56 \text{ kJ/kg}$$

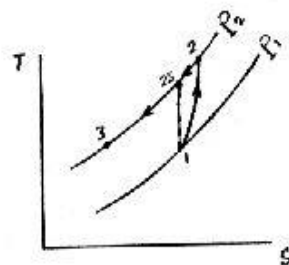
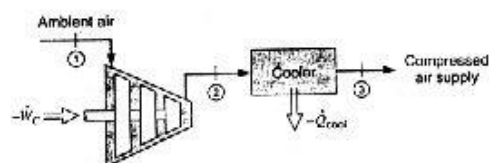
$$\eta_{Pump} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} = 0.7 \Rightarrow h_2 = 285.06 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{W}_a = m(h_1 - h_2) = -49.17 \text{ kW}$$

حالت خروجی واقعی (2):

$$\begin{cases} h_2 = 285.06 \text{ kJ/kg} \\ P_2 = 1 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow \text{دوفازه} \rightarrow T_2 = T_{sat} |_{1 \text{ MPa}} = 39.34^\circ \text{C}$$

۸-۹ یک فرایند صنعتی نیازمند جریان پایدار  $0.5 \text{ kg/s}$  هوای متراکم با تا فشار  $500 \text{ kPa}$  و حداکثر درجه حرارت  $30^\circ \text{C}$  می باشد شکل (۸-۹). این هوا بایک کمپرسور و پس سرد کن تأمین می شود. هوای محیط در شرایط  $20^\circ \text{C}$ ،  $100 \text{ kPa}$  می باشد. بازده آیزنتروپیک کمپرسور را  $80\%$  در نظر گرفته و مقادیر توان مورد نیاز کمپرسور و نرخ دفع حرارت از پس سرد کن را بدست آورید.



$$1 \rightarrow 2s \text{ آیزنتروپیک: } \frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_{2s} = 464.3 \text{ K}$$

$$\eta_c = \frac{w_s}{w_a}$$

$$\Rightarrow \eta_c = \frac{w_s}{w_a} = \frac{C_{po}(T_1 - T_{2s})}{C_{po}(T_1 - T_2)}$$

$$\Rightarrow \eta_c = \frac{T_1 - T_{2s}}{T_1 - T_2} = 0.8 \Rightarrow T_2 = 507 \text{ K}$$

$$\dot{W} = m(h_1 - h_2) = mC_{po}(T_1 - T_2) = -107.4 \text{ kW}$$

۳۶۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

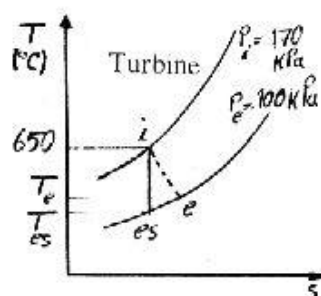
پس سرد کن را به عنوان حجم کنترل در نظر می گیریم .

$$1st\ law: q_{2-3} + h_2 = h_3 \Rightarrow q_{2-3} = h_3 - h_2 - C_{p,o}(T_3 - T_2) = -204.66\ kJ/kg$$

$$\Rightarrow Q_{2-3} - \dot{m}q_{2-3} = -102.33\ kW$$

۹-۸۱ توربوشارژر مساله (۹-۲۴) دارای بازده آیزنتروپیکی ۷۰٪ هم برای توربین و هم برای کمپرسور می باشد. پرسشهای مساله را با این شرط تکرار کنید که آهنگ جریان کمپرسور واقعی برابر با آهنگ جریان کمپرسور ایده‌ال بوده ولی فشار خروجی آن کمتر باشد.

حل: حجم کنترل: توربین



$$Turbine: i \rightarrow es: \left( \frac{P_i}{P_e} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_i}{T_{es}}$$

$$\Rightarrow T_{es} = 793.286\ K$$

$$w_s = h_i - h_{es} = C_{p,o}(T_i - T_{es})$$

$$= 130.384\ kJ/kg$$

$$\Rightarrow w_a = \eta w_s = 91.2685\ kJ/kg$$

$$\Rightarrow \dot{W}_a = \dot{m}w = 9.13\ kW$$

$$w_a = h_i - h_e = C_{p,o}(T_i - T_e) \Rightarrow T_e = T_i - \frac{w_a}{C_{p,o}} \Rightarrow T_e = 832.245\ K$$

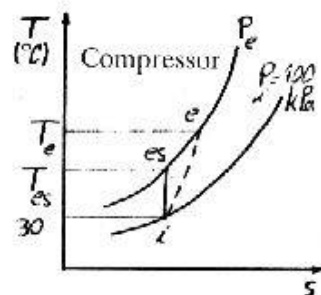
حجم کنترل: کمپرسور

$$Compressor: w_{ac} = w_a)_{Turbine} = -91.2685\ kJ/kg \quad (\dot{m}_i = \dot{m}_c)$$

$$\Rightarrow w_s = \eta_c w_a = -63.888\ kJ/kg$$

$$w_s = C_{p,o}(T_i - T_{es})$$

$$\Rightarrow T_{es} = T_i - \frac{w_s}{C_{p,o}} = 366.783\ K$$



$$\left( \frac{P_i}{P_e} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_i}{T_{es}} \Rightarrow P_e = P_i \left( \frac{T_{es}}{T_i} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\Rightarrow P_e = 194.819\ kPa$$

$$w_{ac} = C_{p,o}(T_i - T_e) \Rightarrow T_e = T_i - \frac{w_{ac}}{C_{p,o}} = 394.055\ K$$

۹-۸۲ در یک یخچال که از طریق حرارتی توان دریافت می کند یک توربین برای بکار انداختن

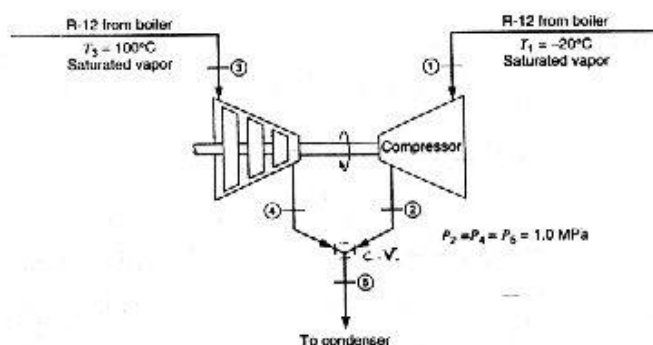
تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۶۳

کمپرسوری بکار می رود که سیال عامل یکنانی را استفاده می کند. ترکیب نشان داده شده در شکل را در نظر بگیرید که توربین فقط توان لازم برای راندن کمپرسور را تولید می کند و دو جریان خروجی با هم مخلوط می شوند. نسبت دبی ها  $\left(\frac{m_g}{m_1}\right)$  و  $T_5$  (اگر در ناحیه دوفازه

باشد  $x_5$ ) را برای حالات زیر بیابید.

(a) توربین و کمپرسور بازگشت پذیر و آدیاباتیکی اند.

(b) توربین و کمپرسور هردو بازده آیزنتروپیک 70% دارند.



حل:

(a) توربین و کمپرسور آیزنتروپیک اند.

حالت ورودی توربین:

$$100^\circ\text{C} \rightarrow h_3 = 210.12 \text{ kJ/kg}, s_3 = 0.6449 \text{ kJ/kgK}$$

$$P_4 = 1 \text{ MPa}, s_4 = s_3 = 0.6449 \text{ kJ/kgK} \quad \text{حالت خروجی توربین:}$$

$$\text{دوفازه} \begin{cases} s_f = 0.2768 \text{ kJ/kgK}, & s_{fg} = 0.4052 \text{ kJ/kgK} \\ h_f = 76.2179 \text{ kJ/kg}, & h_{fg} = 127.513 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$x_4 = \frac{s - s_f}{s_{fg}} = \frac{0.6449 - 0.2768}{0.4052} = 0.91$$

۳۶۴ / نشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$h_4 = h_f + x_4 h_{fg} = 76.2179 + 0.91 \times 127.513 = 192.056 \text{ kJ/kg}$$

$$C.V.: \text{Turbine: 1st law: } q + h_3 = w_T + h_4 \quad (q=0)$$

$$\Rightarrow w_T = 210.12 - 192.056 = 18.064 \text{ kJ/kg}$$

حالت ورودی کمپرسور:

$$-20^\circ\text{C}, \text{ بخار اشباع} \rightarrow h_1 = 178.74 \text{ kJ/kg}, s_1 = 0.7087 \text{ kJ/kgK}$$

حالت خروجی کمپرسور:

$$\begin{cases} P_2 = 1 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 = 0.7087 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow h_2 = 212.32 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{W}_T = \dot{m}_3 w_T = 18.064 \dot{m}_3 \quad \dot{W}_c = -\dot{W}_T = -18.064 \dot{m}_3$$

$$C.V.: \text{Compressor: 1st law: } \dot{Q}_c + \dot{m}_1 h_1 = \dot{W}_c + \dot{m}_1 h_2 \quad (\dot{m}_1 = \dot{m}_2, \dot{Q}_c = 0)$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 (h_1 - h_2) = -\dot{m}_3 w_T$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} = \frac{h_2 - h_1}{w_T} = \frac{212.32 - 178.74}{18.064} = 1.8589$$

$$C.V. (4, 2) : \text{محل مخلوط شدن جریانهای (4, 2): 1st law: } \dot{Q} + \dot{m}_3 h_4 + \dot{m}_1 h_2 = \dot{W} + \dot{m}_5 h_5$$

$$\dot{Q} = \dot{W} = 0, \dot{m}_5 = \dot{m}_3 + \dot{m}_1$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} \times h_4 + h_2 = \left( \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} + 1 \right) h_5 \quad (I) \Rightarrow h_5 = 199.144 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{حالت 5} \begin{cases} P_5 = 1 \text{ MPa} \\ h_5 = 199.144 \text{ kJ/kg} \end{cases} \rightarrow \text{دوفازه} \rightarrow \begin{cases} T_5 = 41.64^\circ\text{C} \\ h_f = 76.2179 \text{ kJ/kg} \\ h_{fg} = 127.513 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_5 = \frac{h_5 - h_f}{h_{fg}} = \frac{199.144 - 76.2179}{127.513} = 0.96 \Rightarrow x_5 = 96\%$$

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \Rightarrow 0.7 = \frac{210.12 - h_4}{210.12 - 192.056} \Rightarrow h_4 = 197.47 \text{ kJ/kg}$$

(b)

[ در اینجا  $h_{4s}$  همان  $h_4$  مربوط به حالت  $a$  می باشد چرا که در حالت  $a$  داشتیم:  $s_3 = s_4$  ]

$$\eta_T = 0.7 = \frac{w_s}{w_a} = \frac{w_a}{18.064} \Rightarrow w_a = 12.645 \text{ kJ/kg}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۶۵

$$\dot{W}_T = 12.645 \dot{m}_3 = -\dot{W}_C$$

$$\eta_{comp} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} \Rightarrow 0.7 = \frac{178.74 - 212.32}{178.74 - h_2} \Rightarrow h_2 = 226.71 \text{ kJ/kg}$$

$$C.V.: \text{Compressor: 1st law: } \dot{Q}_c + \dot{m}_1 h_1 = \dot{W}_c + \dot{m}_1 h_2 \quad (\dot{Q}_c = 0)$$

$$\dot{m}_1 (h_1 - h_2) = -\dot{m}_3 w_T$$

$$\frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} = \frac{226.71 - 178.74}{12.645} = 3.7936$$

$$C.V.: 4,2 \text{ محل مخلوط شدن} \rightarrow \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} h_4 + h_2 = \left[ \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} + 1 \right] h_5(I) \text{ رابطه}$$

$$\Rightarrow h_5 = 203.57 \text{ kJ/kg}$$

$$5 \text{ حالت } P_5 = 1 \text{ MPa}, h_5 = 203.57 \rightarrow T_5 \cong 41.64^\circ\text{C}, x_5 = 99.9\%$$

۸۳-۹ یک توربین هوا با شرایط ورودی  $1200\text{K}$ ,  $1\text{MPa}$  و فشار خروجی  $100\text{kPa}$ ، غلطکی را از روی یک صفحه مسطح به دمای  $T = 20^\circ\text{C}$  می کشد. کار توربین صرف غلبه بر اصطکاک بین غلطک و سطح می شود. تولید انترپیی کل را به ازای هر کیلوگرم هوای عبوری از توربین پیدا کنید.

حل:

بازده آیزنتروپیک توربین داده نشده است بنابراین بازده آیزنتروپیکی آن را  $100\%$  می گیریم (یعنی فرایند انجام گرفته در توربین را آیزنتروپیک فرض می کنیم)

$$T_1 = 1200\text{K}, h_1 = 1277.805, P_1 = 1\text{MPa} \quad (1)$$

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow T_{2s} = 621.5\text{K} \Rightarrow h_{2s} = 629.96 \quad 1 \rightarrow 2s \text{ آیزنتروپیک}$$

$$\eta = 100\% \Rightarrow W_a = W_s = m(h_1 - h_{2s}) = 647.84 \text{ kJ}$$

محیط خارج توربین را به عنوان سیستم در نظر می گیریم.

$$\delta W_{irr} = p dV - T \delta S_{gen} \Rightarrow W_{irr} = W_{rev} - T \Delta S_{gen}$$

[تمام کار خروجی توربین (ورودی به محیط) تحت عوامل بازگشت ناپذیری (اصطکاک) قرار گرفته است. یعنی کل کار توربین صرف افزایش انترپیی کل شده است یعنی  $(W_{rev} = 0)$ ].

$$\Rightarrow -647.84 = -293.15 \Delta S_{gen} \Rightarrow \Delta S_{gen} = 2.21 \text{ kJ/K}$$

۸۴-۹ دیاگرام نشان داده شده در شکل ۸۴-۹ که برای تولید آب شیرین از آب شور طراحی شده است را در نظر بگیرید. فرض کنید که خواص آب شور همانند خواص آب خالص



باشد و پمپ را بی دررو و بازگشت پذیر در نظر بگیرید.

الف) نسبت آب شور تصفیه شده،  $\frac{\dot{m}_7}{\dot{m}_1}$ ، را بیابید.

ب) مقادیر ورودی

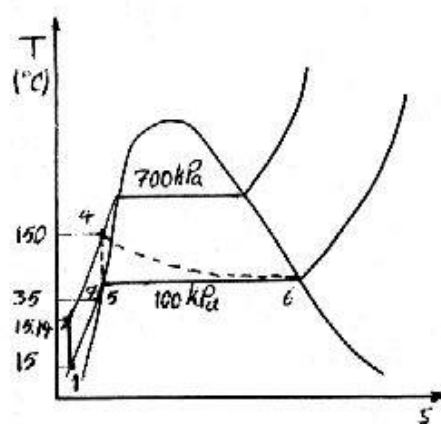
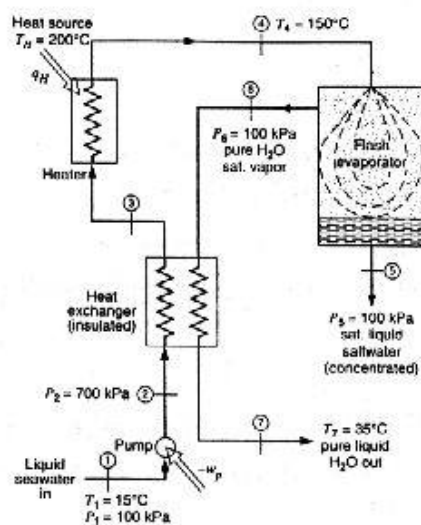
$q_H$  و  $w_p$  را بیابید

ج) کل سیستم را از

دید قانون دوم

ترمودینامیک

بررسی کنید



تمام اعداد مورد نیاز از جداول  
B.1.1, B.1.2 تهیه شده اند.

$$P_1 = 100 \text{ kPa}, T_1 = 15^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow v_1 \approx v_f = 0.001001 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$w_p = -v(P_2 - P_1)$$

$$= -0.6006 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{1st law: } h_2 = h_1 + |w_p|$$

$$= 63.5806 \text{ kJ/kg}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۶۷

Property Point	$T(^{\circ}C)$	$P(kPa)$	$h(\frac{kJ}{kg})$	$s(\frac{kJ}{kgK})$
1	15	100	62.98	0.2245
2	?=15.1449	700	?=63.5806	
3		700	?=304.072	
4	150	700	632.18	1.8417
5	$T_{sat}=99.62$	100	$h_f=417.44$	$s_f=1.3025$
6	$T_{sat}=99.62$	100	2675.46	7.3593
7	35	100	146.66	0.5052

C.V : Flash evaporator:

پیوستگی :  $m_5 = m_4 = m_6$

$$\Rightarrow 1st \text{ law: } \dot{m}_4 h_4 = \dot{m}_6 h_6 + (\dot{m}_4 - \dot{m}_6) h_5 \Rightarrow \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_4} = \frac{\dot{m}_7}{\dot{m}_1} = \frac{h_4 - h_5}{h_6 - h_5} = 0.095101$$

C.V : H.E. : 1st law  $\Rightarrow \dot{m}_1 (h_3 - h_2) = \dot{m}_7 (h_6 - h_7) \Rightarrow h_3 = \frac{\dot{m}_7}{\dot{m}_1} (h_6 - h_7) + h_2$

$$= 304.072 \text{ kJ/kg}$$

C.V : Heater : 1st law  $\Rightarrow q_H = h_4 - h_3 = 328.108 \text{ kJ/kg}$

کل سیستم را به عنوان حجم کنترل انتخاب می کنیم . اگر نامساوی زیر برقرار باشد ، سیستم از دید قانون دوم امکان پذیر است .

$$\dot{m}_7 s_7 + \dot{m}_5 s_5 \geq \dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_3 \frac{q_H}{T_{source}} \Rightarrow \frac{\dot{m}_7}{\dot{m}_1} s_7 + \frac{\dot{m}_5}{\dot{m}_1} s_5 \geq s_1 + \frac{q_H}{T_{source}}$$

$$\Rightarrow 1.22668 \geq 0.917955$$

یعنی سیستم از دید قانون دوم امکان پذیر است

۸۵-۹ یک سیلندر - پیستون محتوی 2kg آمونیاک در  $10^{\circ}C$  و با کیفیت 90% است . سیلندر -

پیستون به اتاقی با دمای  $20^{\circ}C$  برده می شود و به خط لوله ای که آمونیاک در  $40^{\circ}C$  ،

800kPa در آن جریان دارد متصل می شود . نیروی مقاوم کل وارد بر پیستون متناسب با

مجذور حجم است . شیر باز می شود و آمونیاک وارد سیلندر می شود تا جرم آمونیاک

داخل آن دو برابر جرم اولیه اش شود . دراین لحظه شیر بسته می شود . یک جریان

الکتریکی 15A از داخل یک مقاومت 2Ω در داخل سیلندر به مدت 20 دقیقه عبور می کند .

ادعا می شود که فشار نهایی در داخل سیلندر 600kPa می باشد . آیا این ممکن است ؟

۳۶۸ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

حل: سیلندر - پیستون را حجم کنترل در نظر می گیریم:  
حالت اولیه آمونیاک در سیلندر:

$$\begin{cases} -10^\circ\text{C} \\ x_1 = 90\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_f + x v_{fg} = 0.001534 + 0.9 \times 0.41655 = 0.3764 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = u_f + x u_{fg} = 133.96 + 0.9 \times 1175.2 = 1191.64 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = s_f + x s_{fg} = 0.5408 + 0.9 \times 4.9265 = 4.9746 \text{ kJ/kgK} \\ P_1 = 290.9 \text{ kPa}, V_1 = m_1 v_1 = 0.7528 \text{ m}^3 \end{cases}$$

$$\text{حالت ورودی آمونیاک} \begin{cases} 800 \text{ kPa} \\ 40^\circ\text{C} \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases} h_i = 1520.8 \text{ kJ/kg} \\ s_i = 5.3171 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

$$F = K V^2 \Rightarrow P = \frac{K V^2}{A_p} = K' V^2$$

$$P_1 = K' V_1^2 \Rightarrow 290.9 = K' \times (0.7528)^2 \Rightarrow K' = 513.32 \\ \Rightarrow P = 513.32 V^2$$

حالت 2 (طبق ادعا):

$$\begin{cases} P_2 = 600 \text{ kPa} \\ P_2 = 513.32 V_2^2 \end{cases} \Rightarrow V_2 = 1.0811 \text{ m}^3 \Rightarrow v_2 = \frac{V_2}{m_2} = \frac{1.0811}{4} = 0.2703 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow 2) \begin{cases} 600 \text{ kPa} \\ 0.2703 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases} \rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow \begin{cases} h_2 = 1609.48 \text{ kJ/kg} \\ s_2 = 5.7202 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \\ \rightarrow \begin{cases} u_2 = h_2 - P_2 v_2 = 1609.48 - 600 \times 0.2703 \\ u_2 = 1447.3 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$W_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{0.7528}^{1.0811} 513.32 V^2 dV = 143.207 \text{ kJ}$$

$$W_{elec} = -RI^2 t = -2 \times 15^2 \times 20 \times 60 \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} = -540 \text{ kJ}$$

$$W_{C.V.} = W_{1-2} + W_{elec} = 143.207 - 540 = -396.793 \text{ kJ}$$

$$C.V. \begin{cases} m_i = m_2 - m_1 = 4 - 2 = 2 \text{ kg} & \text{پیوستگی} \\ 1st \text{ law (USUF): } Q_{C.V.} + m_i h_i = W_{C.V.} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1 \quad (m_e = 0) \end{cases}$$

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۶۹

$$\Rightarrow Q_{C.V.} + 2 \times 1520.8 = -396.793 + 4 \times 1447.3 - 2 \times 1191.64$$

$$\Rightarrow Q_{C.V.} = -32.473 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.V.} + \Delta S_{surr} \geq 0 \quad \text{اصل افزایش انتروپی:}$$

$$\Delta S_{C.V.} = m_2 s_2 - m_1 s_1 = 4 \times 5.7202 - 2 \times 4.9746 = 12.9316 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{surr} = \frac{-Q_{C.V.}}{T_o} + \sum m_e s_e - \sum m_i s_i \quad (m_e = 0)$$

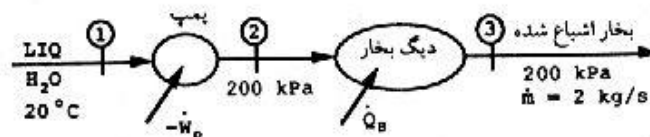
$$\Delta S_{surr} = \frac{32.473}{293.1} - 2 \times 5.3171 = -10.52 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{net} = \Delta S_{C.V.} + \Delta S_{surr} = 2.41 \text{ kJ/K} > 0$$

چنین ادعائی می تواند درست باشد.

۸۶-۹ در یک فرایند صنعتی خاص به جریان پایدار بخار آب اشباع در  $200 \text{ kPa}$  بادی جرمی  $2 \text{ kg/s}$  نیاز داریم. دو روش زیر برای تأمین جریان لازم از آب در شرایط  $20^\circ \text{C}$ ،  $100 \text{ kPa}$  وجود دارد. (بازده پمپ را ۸۰٪ در نظر بگیرید.)

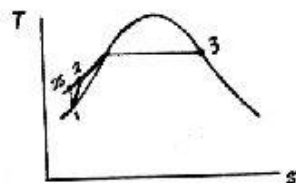
- (۱) آب را تا  $200 \text{ kPa}$  پمپ کرده و بعد وارد یک مولد بخار (گرمکن) نمایم.
  - (۲) آب را تا  $5 \text{ MPa}$  پمپ کرده پس وارد مولد بخار نموده و تا  $450^\circ \text{C}$  گرم کنیم و بعد آن را از طریق یک توربین منبسط کرده و بخار خروجی در حالت مورد نظر را بدست آوریم.
- الف) این دو روش را از نظر کار و انتقال حرارت با هم مقایسه کنید. آیا تصور بازده آیزنتروپیک توربین منطقی است؟
- ب) مقدار انتروپی کل تولیدی در هر یک از دو روش فوق چقدر است؟



حل:

(الف)

روش (۱)



$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = 100 \text{ kPa}, T_1 = 20^\circ \text{C} \\ v_1 = v_f)_{20^\circ \text{C}} = 0.001002 \\ h_1 = h_f)_{20^\circ \text{C}} = 83.94, s_1 = s_f)_{20^\circ \text{C}} = 0.2966 \end{array} \right. \quad (1)$$

۳۷۰ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$3) \begin{cases} P_3 = 200 \text{ kPa} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_3 = 120.23^\circ \text{C} \\ h_3 = 2706.63 \\ s_3 = 7.1271 \end{cases}$$

$$w_s = - \int_1^{2s} v dp = -v_1(P_2 - P_1) = -0.1 \text{ kJ/kg} \quad 1 \rightarrow 2s \text{ آیزنتروپیک}$$

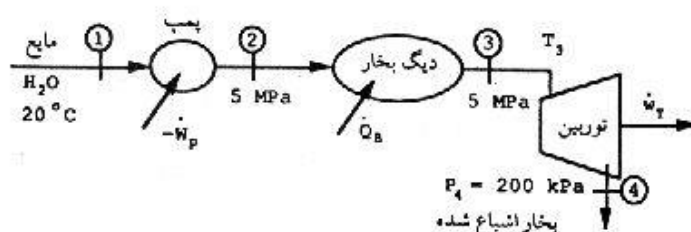
$$\eta_s = \frac{w_s}{w_p} = 0.8 \Rightarrow w_p = -0.125 \text{ kJ/kg}$$

$$W_p = m w_p = -0.25 \text{ kW}$$

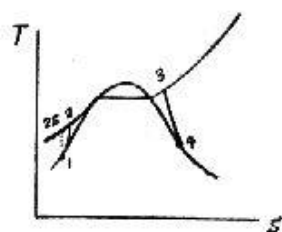
$$1st \text{ law: } w_p = h_1 - h_2 = -0.125 \Rightarrow h_2 = 84.07 \text{ kJ/kg}$$

$$1st \text{ law: } q_B = h_3 - h_2 = 2622.56 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \dot{Q}_B = \dot{m} q_B = 5245 \text{ kW}$$

روش (2)



1 → 2s آیزنتروپیک



$$w_s = - \int_1^{2s} v dp = -0.001002(5000 - 100) = -4.91 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_s = \frac{w_s}{w_p} = 0.8 \Rightarrow w_p = -6.137 \text{ kJ/kg}$$

$$W_p = m w_p = -12.274 \text{ kW}$$

$$1st \text{ law: } w_p = h_1 - h_2 = -6.137 \Rightarrow h_2 = 90.01 \text{ kJ/kg}$$

$$P_3 = 5 \text{ MPa}, T_3 = 450^\circ \text{C} \Rightarrow h_3 = 3316.15, s_3 = 6.8185 \quad (3)$$

$$h_4 = 2706.63, s_4 = 7.1271 \quad (4)$$

$$1st \text{ law: } q_B = h_3 - h_2 = 3226.14 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \dot{Q}_B = \dot{m} q_B = 6452.3 \text{ kW}$$

چون  $s_3 < s_4$  است، بنابراین فرایند انجام گرفته در توربین نمی تواند آیزنتروپیک باشد.

تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل / ۳۷۱

$$\dot{W}_T = m(h_3 - h_4) = 1219 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_P = -0.25 \text{ kW}, \quad \dot{Q}_B = 5245 \text{ kW} \quad \text{در روش 1 داریم:}$$

$$\dot{W}_P = -12.274 \text{ kW}, \quad \dot{Q}_B = 6452.3 \text{ kW}, \quad \dot{W}_T = 1219 \text{ kW} \quad \text{در روش 2 داریم:}$$

(ب)

$$1) \frac{dS_{net}}{dt} = \frac{dS_{C.V.}}{dt} + \frac{dS_{surr}}{dt} = m(s_3 - s_1) - \frac{\dot{Q}_B}{T_o}$$

[فرایند SSSF است پس  $\frac{dS_{C.V.}}{dt} = 0$ ]

در عبارت بالا مقدار  $T_o$  برای ما مجهول است بنابراین ما کمینه دمای لازم گرمکن را برای انجام فرایند 3 → 2 می گیریم که در روش 1 کمینه دمای لازم  $T_o = 120.23^\circ \text{C}$  است ( $T_o$  را برای دمای حالت 3 گرفتیم)

$$\Rightarrow \frac{dS_{net}}{dt} = 2(7.1271 - 0.2966) - \frac{5245}{(273.15 + 120.23)} = 0.328 \text{ kW/K}$$

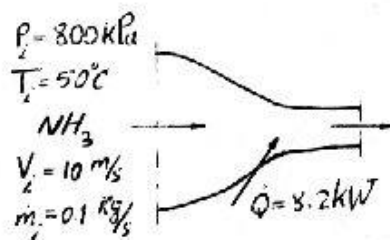
$$2) \frac{dS_{net}}{dt} = \frac{dS_{C.V.}}{dt} + \frac{dS_{surr}}{dt} = m(s_4 - s_1) - \frac{\dot{Q}_B}{T_o} \quad \left[ \frac{dS_{C.V.}}{dt} = 0 \right]$$

[در اینجا نیز  $T_o$ ، کمینه دمای لازم برای انجام فرایند 3 → 2 است که در روش 2)  $T_o = 450^\circ \text{C}$  است ( $T_o$  را برابر دمای حالت 3 گرفتیم)]

$$\Rightarrow \frac{dS_{net}}{dt} = 2(7.1271 - 0.2966) - \frac{6452.3}{(273.15 + 450)} = 4.738 \text{ kW/K}$$

۸۷-۹ آمونیاک در  $800 \text{ kPa}$ ،  $50^\circ \text{C}$  با سرعت  $10 \text{ m/s}$  و آهنگ جرمی  $0.1 \text{ kg/s}$  وارد یک نازل می شود. فرض کنید فرایند انبساط در نازل، بازگشت پذیر و پیل تروپیک SSSF باشد آمونیاک از نازل در  $200 \text{ kPa}$  خارج می شود و آهنگ انتقال حرارت به نازل  $8.2 \text{ kW}$  است. نشان دهید دمای خروجی نزدیک  $10^\circ \text{C}$  است. سرعت آمونیاک در خروج از نازل را بیابید.

حل:



$$T_1 = 50^\circ \text{C}, \quad P_1 = 800 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h_1 = 1547.0 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 5.3996 \text{ kJ/kgK} \\ v_1 = 0.18465 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

فرایند بازگشت پذیر و SSSF است

$$(S_{C.V.} = 0)$$

۳۷۲ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\Rightarrow 2nd \text{ law: } \dot{S}_{net} = \dot{S}_{C.V.} + \dot{S}_{surr} = 0 \Rightarrow -\frac{\dot{Q}}{T_o} + \dot{m}_e s_e - \dot{m}_i s_i = 0 \quad [T_o = 300K]$$

$$\Rightarrow s_e = \frac{q}{T_o} + s_i = 5.67293 \text{ kJ/kgK}, P_e = 200 \text{ kPa} \Rightarrow T_e = -10.67^\circ \text{C}$$

$$T_e = -10.67^\circ \text{C}, P_e = 200 \text{ kPa} \Rightarrow h_e = 1439.01 \text{ kJ/kg}$$

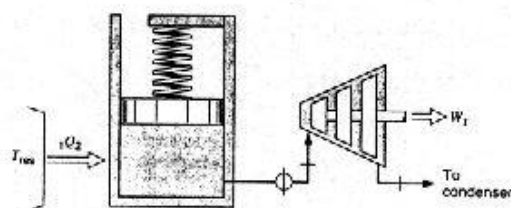
$$1st \text{ law: } q + \frac{V_i^2}{2} + h_i = \frac{V_e^2}{2} + h_e \Rightarrow V_e = 616.506 \text{ m/s}$$

۸۸-۹ یک سیلندر با یک پیستون که با یک فنر بارگذاری شده آب بندی شده است و برای تأمین بخار برای یک توربین بخار بکار می رود (شکل ۸۸-۹) در آغاز فشار سیلندر  $2 \text{ MPa}$  است و حجم  $1 \text{ m}^3$  می باشد. نیروی وارده توسط فنر در حجم صفر، صفر است و بالای پیستون به محیط (اتمسفر) باز می شود. دمای سیلندر از طریق انتقال حرارت با یک منبع  $300^\circ \text{C}$  در دمای  $300^\circ \text{C}$  ثابت می ماند یک تنظیم کننده فشار بین سیلندر و توربین جریان را در ورودی توربین بصورت پایدار در  $500 \text{ kPa}$ ،  $300^\circ \text{C}$  نگه می دارد بطوریکه وقتی فشار سیلندر به  $500 \text{ kPa}$  افت کرد فرایند خاتمه می یابد. فرایند در توربین بازگشت پذیر و بی دررو است و خروجی به یک کندانسور در  $50 \text{ kPa}$  می رود.

a- کار کل خروجی توربین در طول این فرایند چقدر است ؟

b- دمای خروجی توربین (یا کیفیت) چقدر است ؟

c- انتقال حرارت کل به سیلندر در طول این فرایند چقدر است .



حل:

(فشار اتمسفر  $P_o = 100 \text{ kPa}$ )

$$F_{spring} = kx \Rightarrow P_{in} = \frac{F_s}{A_p} + P_o = \frac{kx}{A_p} + P_o = \frac{kV}{A_p^2} + P_o = k'V + P_o$$

۳۷۳ / تحلیل قانون دوم در مورد حجم کنترل

$$2000 = k' \times 1 + 100 \Rightarrow k' = 1900 \Rightarrow P = 1900V + 100 \quad \text{حالت اول:}$$

$$500 = 1900V_2 + 100 \Rightarrow V_2 = 0.21 \text{ m}^3 \quad \text{حالت نهایی:}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= 0.12547 \text{ m}^3/\text{kg} \\ \text{حالت اول} \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ MPa} \\ 300^\circ\text{C} \end{array} \right. &\rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow u_1 = 2772.56 \text{ kJ/kg} \\ & s_1 = 6.7663 \text{ kJ/kgK} \\ & \rightarrow m_1 = \frac{V_1}{v_1} = \frac{1}{0.12547} = 7.97 \text{ kg} \end{aligned}$$

حالت نهایی (مشابه با حالت ورودی توربین):

$$\begin{aligned} v_2 &= 0.52256 \text{ m}^3/\text{kg} = v_{it} \\ \left\{ \begin{array}{l} 500 \text{ kPa} \\ 300^\circ\text{C} \end{array} \right. &\rightarrow \text{بخار فوق گرم} \rightarrow u_2 = 2802.91 \text{ kJ/kg} \\ & s_2 = 7.4598 \text{ kJ/kgK} = s_{it} \\ & h_2 = 3064.20 \text{ kJ/kg} = h_{it} \end{aligned}$$

$$m_2 = \frac{V_2}{v_2} = \frac{0.21}{0.52256} = 0.4 \text{ kg}$$

حالت خروجی توربین:

$$\left\{ \begin{array}{l} 50 \text{ kPa} \\ s_{ex} = s_{it} = 7.4598 \end{array} \right. \rightarrow \text{دوفازه} \rightarrow x_e = \frac{s - s_f}{s_{fg}} = \frac{7.4598 - 1.091}{6.5029} = 0.98$$

کیفیت خروجی توربین  $x_e = 98\%$  (جواب قسمت b)

$$\Rightarrow h_e = h_f + x_e h_{fg} = 340.47 + 0.98 \times 2305.4 = 2598.33 \text{ kJ/kg}$$

$$C.V.1: \text{ Turbine: پیوستگی: } m_i = m_e = (m_1 - m_2)_{\text{Cylinder}} = 7.97 - 0.4 = 7.57 \text{ kg}$$

$$1st \text{ law (SSSF): } q + h_i = w + h_e \quad (q=0) \Rightarrow w = 465.87 \text{ kJ/kg}$$

$$W_T = m_i w = 7.57 \times 465.87 = 3526.63 \text{ kJ} \quad \text{کار کل خروجی توربین}$$

C.V.2: Cylinder/piston

$$m_e = m_2 - m_1 = 7.97 - 0.4 = 7.57 \text{ kg} \quad \text{پیوستگی:}$$

$$W_{C.V.2} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_1^{0.21} (1900V + 100) dV = -987.105 \text{ kJ}$$

$$C.V.2: 1st \text{ law (USUF): } Q_{C.V.2} + m_i h_i - W_{C.V.2} + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$



$$(h_c - h_{f1} = 3064.2 \text{ kJ/kg}) \Rightarrow Q_{C.V.2} = -987.105 - 7.57 \times 3064.2 + 0.4 \times 2802.91 - 7.97 \times 2772.56$$

$$\Rightarrow Q_{C.V.2} = 1232.75 \text{ kJ}$$

۸۹-۹ سوپر شارژر در یک موتور به منظور افزایش چگالی هوای ورودی تا حدی که سوخت بیشتری بتواند به آن اضافه شود، به کار برده می شود. نتیجه این عمل افزایش توان خروجی است. فرض کنید هوا با شرایط  $100 \text{ kPa}$ ،  $27^\circ \text{C}$  و بادی حجم  $250 \text{ L/s}$  وارد سوپر شارژر می شود. سوپر شارژر (کمپرسور) دارای بازده آیزوتروپیک  $75\%$  می باشد و توان ورودی آن  $20 \text{ kW}$  است. فرض کنید که کمپرسور ایده آل و واقعی فشار خروجی مشابهی دارند. کار ویژه ایده آل را تعیین کرده و نشان دهید فشار خروجی  $175 \text{ kPa}$  است درصد افزایش چگالی هوای ورودی به موتور و تولید اتروپی را به دلیل استفاده از سوپر شارژر حساب کنید.

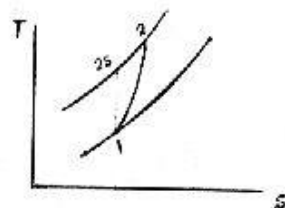
حل:

$$P_1 = 100 \text{ kPa}, T_1 = 27^\circ \text{C} = 300.15 \text{ K} \quad (1)$$

$$\dot{V}_1 = 250 \text{ L/sec} = 0.25 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_1 \dot{V} = \dot{m} R T$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{P_1 \dot{V}_1}{R T_1} = 0.29 \text{ kg/s}$$



$$\eta_{Comp} = \frac{\dot{W}_s}{\dot{W}_a} = 0.75 \Rightarrow \frac{\dot{W}_s}{-20} = 0.75 \Rightarrow \dot{W}_s = -15 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_s = \dot{m}(h_1 - h_{2s}) = -15 \Rightarrow \dot{m} C_{po}(T_1 - T_{2s}) = -15$$

$$\Rightarrow 0.29 \times 1.004 (300.15 - T_{2s}) = -15 \Rightarrow T_{2s} = 351.7 \text{ K}$$

۲s: ۱ آیزتروپیک

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \Rightarrow P_2 = 174.15 \text{ kPa} \quad (\text{این اندازه اختلاف قابل اغماض است } \approx 175)$$

$$\dot{W}_a = \dot{m}(h_1 - h_2) = -20 \Rightarrow \dot{m} C_{po}(T_1 - T_2) = -20$$

$$\Rightarrow 0.29 \times 1.004 (300.15 - T_2) = -20 \Rightarrow T_2 = 368.8 \text{ K}$$

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{P}{RT}$$

درصد افزایش چگالی:

$$\left( \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right) \times 100 = \left( \frac{\frac{P_2}{RT_2} - \frac{P_1}{RT_1}}{\frac{P_1}{RT_1}} \right) \times 100 = \left( \frac{\frac{P_2}{T_2} - \frac{P_1}{T_1}}{\frac{P_1}{T_1}} \right) \times 100 = 41.7\%$$

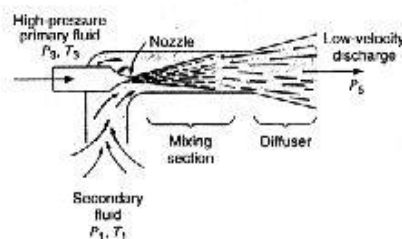
سوپر شارژر (کمپرسور) را به عنوان حجم کنترل در نظر می‌گیریم.

$$\frac{dS_{net}}{dt} = \frac{dS_{C.V.}}{dt} + \frac{dS_{surr}}{dt} = \dot{m}(s_2 - s_1) = \dot{m} \left[ C_{po} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right]$$

$$= 0.0139 \text{ kW/K}$$

[فرایند SSSF است پس  $\frac{dS_{C.V.}}{dt} = 0$ ]

۹-۹۰ پمپ تزریق جت، که بطور شماتیک در شکل (P ۹-۹۰) نشان داده شده، وسیله‌ایست که در آن سیال کم فشار (ثانویه) با ورود به جریان یک سیال سریع (اولیه) متراکم می‌شود. افزایش فشار نتیجه کاهش سرعت در یک دیفیوزر است. برای تحلیل می‌توان این وسیله را با مجموعه توربین - کمپرسور شکل (P ۹-۸۲) شبیه سازی کرده، و نقاط ۱، ۲، ۳ را در (شکل P ۹-۸۲) با همان نقاط در شکل (P ۹-۹۰) شبیه دانست. یک پمپ تزریق جت را در نظر بگیرید که در آن حالت ۱ به صورت بخار اشباع در  $35 \text{ kPa}$ ، حالت ۳ در  $150^\circ \text{C}$ ،  $300 \text{ kPa}$  و فشار خروجی  $P_5$  برابر با  $100 \text{ kPa}$  است.



الف) نسبت ایده‌آل آهنگهای

جرمی،  $\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_3}$ ، را بیابید.

ب) اگر بازده پمپ جت بصورت

$$\eta_{Jet-Pump} = \frac{(\dot{m}_1/\dot{m}_3)_{actual}}{(\dot{m}_1/\dot{m}_3)_{ideal}}$$

تعریف شود، با فرض شرایط ورودی و فشار خروجی یکسان و بازده ۱۰٪ دمای خروجی را بیابید.

حل: با مراجعه به جداول آب داریم:

$$h_1 = 2631.01, \quad s_1 = 7.7193 \text{ kJ/kgK}, \quad h_3 = 2760.95 \text{ kJ/kg}, \quad s_3 = 7.0778 \text{ kJ/kgK}$$

$$Ideal \text{ Turbine: } w_T = h_3 - h_{4S} \Rightarrow \dot{W}_T = \dot{m}_3 w_T = \dot{m}_3 (h_3 - h_{4S})$$

۳۷۶ / تشریح مسائل میانی ترمودینامیک کلاسیک

$$\text{Ideal Compressor: } |w_c| = h_{2s} - h_1 \Rightarrow |W_c| = \dot{m}_1 w_c = \dot{m}_1 (h_{2s} - h_1)$$

$$\dot{W}_I = |W_c| \Rightarrow \left( \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_3} \right)_{Ideal} = \frac{h_3 - h_4}{h_{2s} - h_1}$$

$$2s: s_{2s} = s_1 = 7.7193 \text{ kJ/kgK}, P_{2s} = P_5 = 100 \text{ kPa} \Rightarrow h_{2s} = 2823.83$$

$$4s: s_{4s} = s_3 = 7.0778 \text{ kJ/kgK}, P_{4s} = P_5 = 100 \text{ kPa} \Rightarrow x_{4s} = 0.953523$$

$$\Rightarrow h_{4s} = 2570.51 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \left( \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_3} \right)_{Ideal} = 0.9877$$

$$\eta = 10\% \Rightarrow \left( \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_3} \right)_{actual} = 0.09877$$

قانون اول برای کل مجموعه :

$$\dot{m}_3 h_3 + \dot{m}_1 h_1 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_3) h_5 \Rightarrow h_3 + \left( \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_3} \right)_{actual} h_1 = \left[ 1 + \left( \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_3} \right)_{actual} \right] h_5$$

$$\Rightarrow h_5 = 2749.27 \text{ kJ/kg}$$

$$P_5 = 100 \text{ kPa}, h_5 = 2749.27 \text{ kJ/kg} \Rightarrow T_5 = 136.47^\circ \text{C}$$