شمارهٔ استاندارد بین‌المللی
۳۶۶۹-۲۳۲۲

دوفصلنامهٔ تاریخ علوم و فناوری دورهٔ اسلامی

سال ششم، شمارهٔ دوم، پاییز و زمستان ۱۳۹۶

شمارهٔ پیاپی: ۱۲

تصویر پشت جلد: کرهٔ سماوی ساخته شده در اواخر قرن هفتم هجری به دست شمس‌الدین محمد بن مؤیدالدین عرضی که اکنون در موزهٔ درسدن (آلمان) نگهداری می‌شود.

نشانی مجله: تهران، خیابان انقلاب اسلامی، بین خیابان دانشگاه و ابوریحان، ساختمان فروردین، شمارهٔ ۱۱۸۲، طبقهٔ چهارم، شمارهٔ ۱۶
کد پستی: ۹۳۵۱۹-۱۳۱۵۶ تلفن: ۶۶۴۹۰۶۱۲ دورنگار: ۶۶۴۰۶۲۵۸
چاپ: نقره آبی

www.mirasmaktoob.ir
miraselmi@mirasmaktoob.ir / miraselmi90@gmail.com

بها: ۲۰،۰۰۰ تومان

فهرست

به جای سرسخن

جایگاه تاریخ علم در کتابهای درسی

«تاریخ علم بستر بیان چگونگی تکوین نظریه‌های علمی است. در رویکرد همه جانبه، اعتقاد بر این است که این بستر می‌تواند زمینهٔ مناسبی نیز برای یادگیری همه جانبه از علم فراهم کند. اغلب در کتاب‌های آموزشی علوم، آن دسته از کتاب‌هایی که معتقد به بیان تاریخ علم در ضمن مطالب هستند، دو گونه توجه به تاریخ علم می‌بینیم. در بعضی از کتاب‌ها، فقط آن بخش‌هایی از تاریخ علم که جنبهٔ تقویمی و داستانی دارد، طوری در حاشیه یا متن کتاب طرح می‌شود که کاملاً مشخص است در متن با یک موضوع اصلی روبه رو هستیم و این مطالب نیز به آن‌ها ضمیمه شده است؛ به‌گونه‌ای که حذف آن‌ها هیچ خللی در بحث وارد نخواهد کرد. رویکرد همه جانبه به تاریخ علم این نحوهٔ توجه را نمی‌پذیرد و چنین دیدگاهی را با کاری که در آموزش همه جانبه انجام می‌گیرد بیگانه می‌داند. آنچه در اینجا مورد نظر است این است که نظریه‌های علمی در بافت تاریخی-شان و همراه با مسائلی از سنخ مسائل فلسفهٔ علمی آن‌ها به صورت تلفیقی ارائه شوند. به عنوان مثال در موضوع "حرکت پرتابی" در فیزیک، ابتدا به این مسئله توجه شود که این موضوع برای اولین بار چگونه در تاریخ فیزیک مطرح شد؟ آیا روشی که گالیله برای بررسی آن به کار گرفت – روش تحلیل هندسی – یک روش بدیع بود یا روشی مشابه آن قبلاً نیز وجود داشت؟ همچنین در موضوع "قانون شکست نور"، باید ابتدا فهمید این مسئله که "آیا با داشتن زاویهٔ تابش می‌توان زاویهٔ شکست را پیدا کرد؟" چگونه به دغدغهٔ ذهنی فلاسفهٔ طبیعی قرن شانزدهم تبدیل شده بود و سرانجام دکارت چگونه و با چه روشی این مسئله را حل کرد؟ چگونه پای مثلثات به این موضوع باز شد؟ و موضوع‌هایی از این قبیل.

امـــا عملاً چگونه می‌توان این روش تلفیقی را در آموزش علم پیاده کرد؟ متیوس با اشـــاره به این مســـئله از راهکارهایی در این زمینه نام می‌برد: «روش‌های مختلفی هست که معلمان می‌توانند تاریـــخ علم را بـــه کلاس درس وارد کنند: از جملـــه از طریق درس‌نامه‌ها، بازتولید آزمایش‌های تاریخی، بازسازی‌های نمایشی و ایفای نقش‌های مناظره‌ها و وقایع تاریخی، چهره‌پردازی‌هایی از شخصیت‌های اصلی، رساله‌ها، طرح‌های فـــردی و گروهی، خواندن و تفسیر منابع اصلی. طرح‌ها و زندگی‌نامه‌ها برای بچه‌های مدارس ابتدایی، بهترین گزینه است. حمام ارشمیدس، فشار هوا، شکارچی‌های میکروب، کوپرنیک و... همه عناوینی هستند که می‌توانند نوجوانان را به خود جذب کنند.»

نکتهٔ ظریفـــی که در بیان متیوس وجود دارد این اســـت که در روش‌-های فعلی که عمدتاً روش-هایی مبتنی بر رویکرد نظری هســـتند، به تفاوت‌های سنی به هیچ وجه توجه نمی‌شود. به عنوان مثال، در کشـــور ما کتاب‌های علوم دورهٔ ابتدایی از همان آغـــاز اصرار دارند به دانش آموزان بگویند «کار چیســـت؟»، «نیرو چیســـت؟» و... همان مفاهیمی که بعدها در کتاب‌های علوم دورهٔ راهنمایی و فیزیک و شیمی و زیست‌شناسی و زمین‌شناسی دورهٔ دبیرستان بارها به صورت مکرر با تفاوتی که نویسندهٔ کتاب، با در نظر گرفتن گروه سنی، اعمال کرده، ظاهر می‌شود. روش تاریخی به بهترین شکل می‌تواند این دوره‌های مختلف را مورد توجه قرار دهد.

روشن است که نگارش کتاب‌های درسی که از طرفی بتوانند مورد استفادهٔ آموزشی قرار بگیرند و از طرف دیگر تاریخ علم را به شیوه‌ای مناســـب بررسی کنند به تلاشی وافر و افرادی صاحب‌نظر و با دید وسیع نیاز دارد. خوشبختانه چنین تلاش‌هایی مخصوصاً در علم فیزیک، صورت گرفته است که می‌تواند به عنوان منبع درسی مورد استفاده قرار گیرد. نکتهٔ قابل ذکر در مورد این کتاب‌ها این است که می‌توان در توضیح هر نظریه‌ای به منابع اصلی آن‌ها اشاره کرد. این کار، یک حسن بزرگ خواهد داشت و آن، اینکه کتاب‌های بزرگی چون دو علم جدید گالیله، اصول ریاضی فلسفهٔ طبیعی نیوتون، اپتیک هویگنس، منشأ انواع داروین و غیره را از انزوا خارج و به جامعه معرفی خواهد کرد. چه دلیلی وجود دارد که کتاب‌های کلاسیک فلسفه و ادبیات این همه بازار گرمی داشته باشند و در مقابل کتاب‌های کلاسیک علم چنین فراموش شده باشـــند، جز این نگرش غلط که می‌خواهد گذشتهٔ علم را با عینک امروز ببیند. توضیح اینکه، در نیمه‌های قرن بیستم میلادی تحولی در عرصهٔ تاریخ علم پژوهی به وجود آمد که این نگرش را به سختی به چالش کشید. کسانی چون هربرت باترفیلد، الکساندر کویره، پیردوئم،

آرتور برت و... که ســرآمد این تحول بودند عنوان می‌کردند که نظریه‌های علمی را باید در بافت فرهنگی، تأسیساتی، عقیدتی، دینی و فلسفی آنها مطالعه کرد. آنها می‌گفتند برای شناخت نظریه‌ای که در زمانه‌ای خاص عرضه شده است، باید کلاه فکری آن زمانه را به ســر کرد. نگاه به تاریخ علم در روش تلفیقی، باید چنین نگاهی باشد.

مایکل متیــوس در کتاب خود ، هفت دلیــل برای لزوم استفاده از تاریخ علم در آموزش می‌آورد:

۱. تاریخ علم موجب درک بهتر مفاهیم و روش‌های علمی می‌شود.
۲. تاریخ علم بستر ذهنی رشد تفکر فردی را به بستری که ایده‌های علمی در آن تکوین یافته‌اند متصل می‌گرداند.
۳. تاریخ علم ذاتاً ارزشمند است. وقایع مهم تاریخ علم و فرهنگ، از جمله انقلاب علمی، نظریهٔ داروین، کشف پنی سیلین و غیره، باید برای دانش آموزان تفهیم شوند.
۴. تاریخ علم برای فهم ماهیت علم ضروری است.
۵. تاریخ علم با علم‌زدگی افراطی و تحجر که در متون و دوره‌های علمی شایع است، مقابله می‌کند.
۶. تاریخ علم با واکاوی زندگانی دانشــمند و زمانهٔ او، موضوع‌های علمی را انسانی و ضمن کاهش ابعاد انتزاعی آن، دانش‌آموز را درگیر آن می‌کند.
۷. تاریــخ علم با ایجاد ارتباط میان شاخه‌های علمی با یکـدیگر و بــا گونــه‌های دیگر دانش، ماهیتی تلفیقی و وابســته به هم، از دستاوردهای بشری بــه نمــایش می‌گذارد.»

برگرفته از مقالهٔ «اهمیت آموزش ماهیت و تاریخ علم»، نوشتهٔ شهریار غفاری، رشد آموزش فیزیک، دورهٔ ۲۹، شمارهٔ ۳، بهار ۱۳۹۳، ص ۱۰–۱۱.

مقاله

نامه‌ای از ابوریحان بیرونی

آنالمای حبش حاسب برای یافتن جهت قبله[۱]

ای. اس. کندی[۲]، یوسف عید[۳]
ترجمهٔ راضیه‌سادات موسوی[۴]

چکیده

با در اختیار داشتن مختصات جغرافیایی دو نقطه بر سطح کرهٔ زمین، روشی ترسیمی بـرای تعیـین سمت یک مکان نسبت به دیگری تعریف می‌شود. این روش برگرفته از اثر یـک مـنجم قـرن سـوم بغداد است که در رسالهٔ عربی مختصری که در این جا همراه با ترجمهٔ انگلیسی [در متن اصلی-م] عرضه می‌شود، آمده است. همچنین مؤلفان اثبات و شرحی بر آن افزوده‌اند.

۱- مقدمه

در این مقاله اثری منتشر نشده از ابوریحان محمد بن احمد بیرونی، دانشمند برجستهٔ ایرانی عرضه می‌شود که جشن هزارهٔ میلاد او در سال ۱۳۵۲ (۱۹۷۳م) برگزار شد. برای اطلاع بیشتر از زندگی و آثار او به سومین اثر در کتابشناسی مراجعه شود. تنهـا نسـخهٔ موجـود از ایـن رسـاله در مجموعـهٔ خاوری به شمارهٔ ۱۶۸/۱۶ در کتابخانهٔ دانشگاه لیدن نگهداری می‌شود.

این رساله حاوی موضوعی مورد علاقهٔ منجمان دورهٔ اسلامی یعنـی سـمت قبلـه بـوده اسـت. مسلمانان موظفند در پنج نوبت نماز روزانهٔ خود به سوی کعبه یعنی قبلـه رو کننـد. بـدین منظـور کافی است که چهار جهت اصلی در آن مکان و زاویـهٔ بـین هـر یـک از جهت‌هـا و دایـرهٔ عظیمـهٔ گذرنده از مکه در آن موقعیت را بدانند. این زاویه را می‌توان با دانستن مختصات جغرافیایی مکه و

۱. اثر پیش رو ترجمهٔ مقالهٔ A Letter of al-Bīrūnī: Ḥabash al-Ḥāsib's Analemma for the Qibla است که در شمارهٔ اول (۱۹۷۴م) مجلهٔ *Historia Mathematica* ص ۳-۱۱ چاپ شده است.

2. E. S. Kennedy
3. Yusuf ʿId

۴. پژوهشگر مؤسسهٔ ماکس پلانک و دانشجوی دکتری تاریخ علم دانشگاه هومبولت برلین، rmousavi@mpiwg-berlin.mpg.de

موقعیت مورد نظر به دست آورد. بنابراین تعیین جهت ایستادن نمازگزار اساساً مسئله‌ای در هندسهٔ کروی است که راه حل‌های آن در متون دورهٔ اسلامی فراوان است. امروزه برخی از این راه حل‌ها مطالعه شده‌اند. نتایج این مطالعات را می‌توان در منابع شمارهٔ ۸، ۱۱، ۱۲ و ۱۳ در کتابشناسی مقالهٔ حاضر یافت[۱].

در بیشتر موارد، راه حل‌ها مثلثاتی و نتایج، عددی هستند که از محاسباتی بر اساس جدول‌های توابع مختلف به دست می‌آیند. در مقابل، روش عرضه شده در این جا، تصویری است. در حقیقت خط نشان دهندهٔ جهت قبله در ترسیم با مقیاس کوچک به دست می‌آید. این نوع راه حل تصویری- هندسی برای چنین مسائلی ریشه در یونان باستان دارد و «آنالما» نامیده می شود. این روش نقش قابل توجهی در نجوم دورهٔ اسلامی داشت و مثال‌های بیشتری همچنان یافته می‌شود (بنگرید به منابع شمارهٔ ۵، ۶، ۱۲ و ۱۳ در کتابشناسی). به علاوه، آنالما می‌تواند برای اثبات روابط پیچیدهٔ مثلثات کروی مانند آن چه در منابع شمارهٔ ۷، ۸ و ۹ کتابشناسی آمده است، استفاده شود.

ابوریحان بیرونی شماری از روش‌های تعیین قبله را در دو اثر خود آورده است. در تحدید نهایات الأماکن (ص۲۸۶-۲۷۲؛ ترجمهٔ فارسی ص ۲۵۰-۲۳۶) پنج روش را ذکر می‌کند که یکی از آن‌ها آنالماست، و در قانون مسعودی (ص ۵۲۲-۵۲۸) دو روش شامل یک آنالما آورده است. تمام این روش‌ها متفاوت از آنالمایی هستند که در این جا توضیح داده می‌شود و بیرونی می‌گوید که آن را در رساله‌ای از حبش حاسب مروزی (شکوفایی در حدود ۲۴۰ق - بنگرید به زوتر، ص ۱۲) دربارهٔ قبله یافته است. حبش حاسب منجم برجسته‌ای بود که برای مأمون خلیفهٔ عباسی کار می‌کرد. این اثر از حبش حاسب به جا نمانده است، اما دو نسخه از زیج او موجود است که در یکی از آن‌ها که در مجموعهٔ ینی جامع استانبول نگهداری می‌شود، آنالمایی برای تعیین قبله آورده شده است[۲] که مشخص شد همان آنالمای متن حاضر است. اما حروف گذاری شکل با آن چه در رسالهٔ موضوع این مقاله آمده، متفاوت است و زبان بیان نیز به هیچ وجه یکسان نیست و توضیح موجود در زیج خیلی طولانی‌تر است. در ادامهٔ آن آنالمای دومی ذکر شده که از نظر ما نادرست است.

---

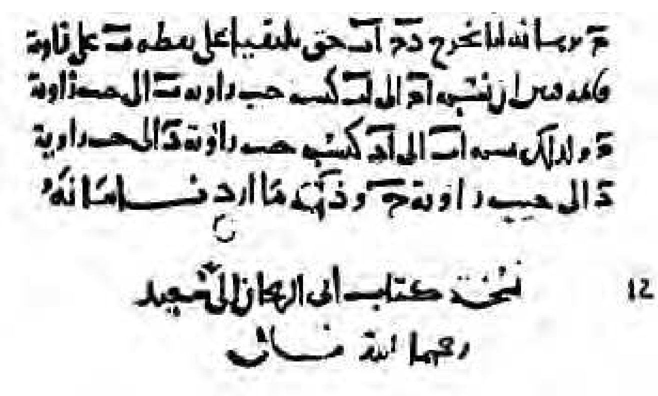
۱. خواننده برای دسترسی به متنی فارسی دربارهٔ روش آنالما در یافتن قبله می‌تواند به ترجمهٔ حسن ناهید از اثر دیوید کینگ با نام قبله یابی در اسلام که توسط خانهٔ ریاضیات اصفهان در سال ۱۳۸۴ منتشر شده است، و نیز بخشی با عنوان «روش آنالما در تعیین قبله» در پایان نامه کارشناسی ارشد مترجم با نام تصحیح، ترجمه و شرح مقالهٔ دوم از مقصد اول رسالهٔ قبلهٔ غیاث‌الدین منصور دشتکی (پژوهشکدهٔ تاریخ علم دانشگاه تهران، بهمن۱۳۹۳) مراجعه کند. همچنین برای اطلاع بیشتر از سایر روش‌های ریاضی یافتن قبله به کتاب کاربرد علوم در قبله‌یابی اثر ماشاءالله علی احیایی و نیز پیوست شمارهٔ یک نشریهٔ میراث علمی (۱۳۹۶) با عنوان «قبله یابی و تعیین ظهر حقیقی با روش مشاهده و محاسبه» تألیف عبدالحسین مصحفی با مقدمهٔ غلامرضا عسجدی به کوشش زینب کریمیان مراجعه شود. ـ م

۲. نسخهٔ شمارهٔ ۷۸۴/۲، گ ۱۹۴پ - ۱۹۵پ.

حبش حاسب حرفی از اثبات نمی‌زند و بیرونی هم آن را بدیهی می‌خواند. به نظر ما موضوع به هیچ وجه بدیهی نیست، و با تلاش بسیار اثبات عرضه شده در بخش سوم را تهیه کرده‌ایم. این آنالما از دید ما روشی فوق العاده و به خوبی پاسخگوی نیازها بوده است؛ نیاز معماری که نقشهٔ بنای مسجد جدیدی را پیش رو دارد و می‌خواهد موقعیت محراب را که مشخص کنندهٔ جهت قبلهٔ نمازگزاران است، تعیین کند.

۲- ترجمهٔ متن

در این ترجمه و در شکل ۱، کلمات و حروف قرار گرفته درون پرانتز در متن نیامده، اما برای کمک به خواننده افزوده شده است. همچنین، نشانهٔ [ ] برای مشخص کردن تصحیح متن است. حروف عربی روی تصویر بر اساس قواعد به کار رفته در اثر چهارم کتابشناسی نمادگذاری شده‌اند.



گ ۱۳۶ر - ترجمهٔ عبارت پایانی در خط ۱۲ و ۱۳: «نسخه‌ای از نامهٔ ابوریحان به سعید، خداوند هر دو را رحمت کند»

خط (گ ۱۳۶پ)

۱ به نام خداوند بخشندهٔ مهربان، سلام و درود خداوند بر محمد (ص) [و خاندان] و اصحاب او

۲ یافته‌ام، خداوند عمر شیخ فاضل سرور و مولای من را بلند گرداند،

۳ در دست نوشتهٔ محمد بن خضر و علی بن ربیع و محمد بن عبدالعزیز

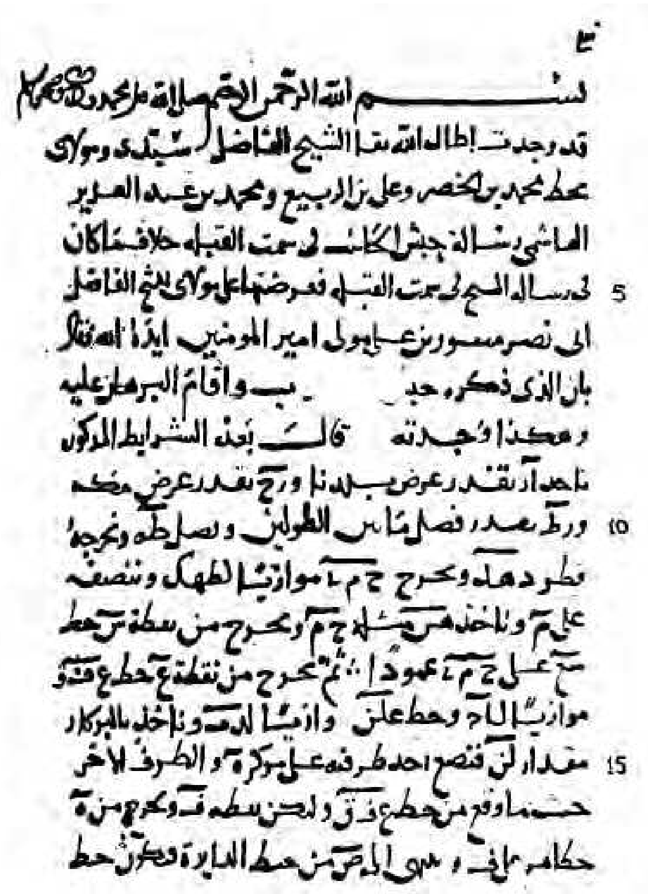
۴ هاشمی، رسالهٔ حبش حاسب در سمت قبله را بر خلاف آن چه

۵ در رسالهٔ شیخ دربارهٔ سمت قبله بود. بنابراین آن را به سرورم، شیخ فاضل،

۶ ابونصر منصور بن علی، خادم امیرالمؤمنین -خداوند یاری‌اش فرماید- نشان دادم. او گفت

۷ آن چه [حبش حاسب] ذکر کرد و آن مبنایی که برای اثبات قرار داد،

۸ پس من (ابوریحان) آن را یافتم. او (حبش) پس از بیان شرایط مذکور گفت:



گ ۱۳۶پ

۹ (کمان) AZ را برابر با عرض جغرافیایی مکان خودمان و ZH را برابر با عرض جغرافیایی مکه در نظر می‌گیریم.

۱۰ و ZT را برابر با اختلاف طول جغرافیایی (بین دو شهر) قرار می‌دهیم. T را به E وصل می‌کنیم و می‌کشیم

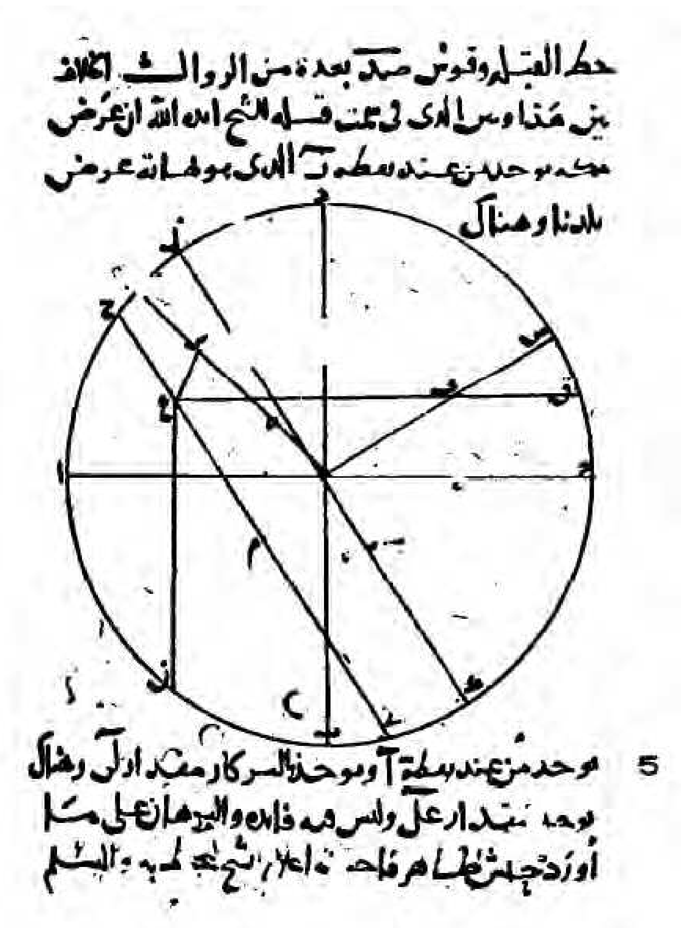
۱۱ قطر ZEK را، و HMY را مــوازی با ZEK (در مـــتن آمده موازی TEK) رســـم می‌کنیم، و نقطهٔ میانی آن را

۱۲ M قرار می‌دهیم، و ES را برابر با HM کشیده و از نقطهٔ S خط

۱۳ SO را عمود بر HMY رسم می‌کنیم. سپس از نقطهٔ O خط OFQ را

۱۴ موازی با AG، و خط OLN را موازی با DB می‌کشیم. سپس با پرگار

۱۵ اندازهٔ LN را به دست می‌آوریم؛ یکی از دو سر آن را بر مرکز E و دیگری را
۱۶ بر جایی که خط OFQ را قطع می‌کند، می‌گذاریم. آن نقطه را F می‌نامیم، و از نقطهٔ E
۱۷ خطی می‌کشیم که از F بگذرد و به نقطهٔ C روی دایره برسد؛ این خط



گ ۱۳۷ر

خط (گ ۱۳۷ر)

۱ خط [سمت] قبله خواهد بود، و کمان CD فاصلهٔ میان آن جا تا محور شمال–جنـوب (DB) است. اختلاف

۲ میان این (روش) و روشی که شیخ -خداوند یاری‌اش فرماید- در (کار خود) روی سمت قبله دارد، آن است که در این جا عرض

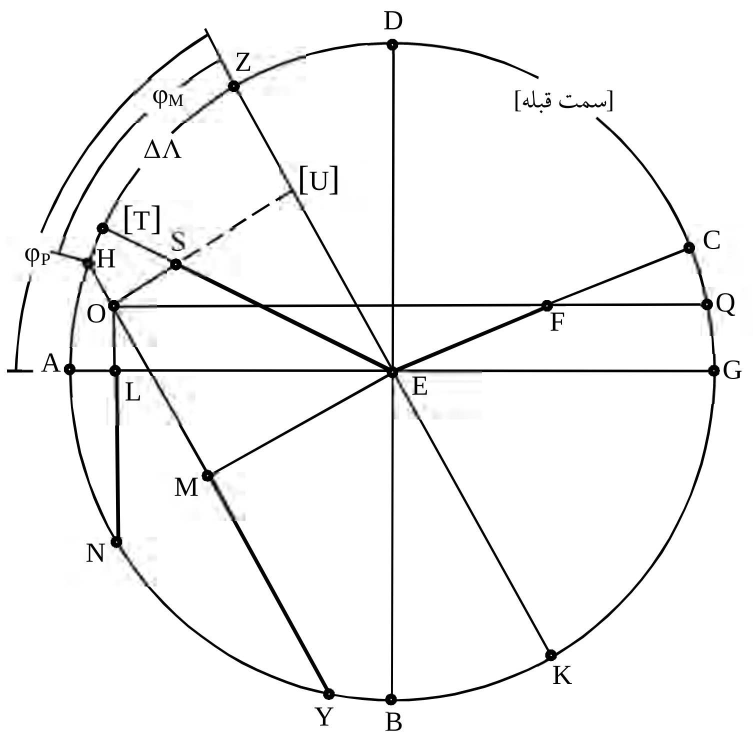
۳ جغرافیایی مکه از نقطهٔ Z گرفته می‌شود که (نقطهٔ) پایانی عرض
۴ جغرافیایی ماست، و در آن جا (یعنی در رسالهٔ دیگر)
۵ از نقطهٔ A در نظر گرفته می‌شود. (این جا) اندازهٔ LN با پرگار تعیین می‌شود اما در آن جا
۶ برابر با OL گرفته شده است که فایده‌ای ندارد، اثباتی که
۷ حبش حاسب می‌گوید بدیهی است. پس من خواستم شیخ را آگاه کنم تا نوشته شود (؟، یعنی ثبت شود) که او آن را در اختیار داشته است (؟ یک کلمه تا حدودی مخدوش است). درود (بر تو باد).

۳- اثبات درستی روش ترسیمی

در شکل ۱، که از روی متن بازسازی شده است، نقطهٔ E تصویر سمت الرأس مکان مورد نظر روی صفحهٔ افق آن است، و AG و DB جهت‌های اصلی حول E هستند. نشان داده خواهد شد که در این ترسیم، F تصویر سمت الرأس مکه روی این صفحه است، بنابراین کمان DC سمت مورد نظر ماست. برای اثبات این مسئله کافی است نشان دهیم که:

۱) OL فاصلهٔ سمت الرأس مکه تا صفحهٔ عمودی گذرنده از AG است، و نیز این که
۲) EF فاصلهٔ سمت الرأس مکه تا خط گذرنده از E عمود بر صفحهٔ افق است.

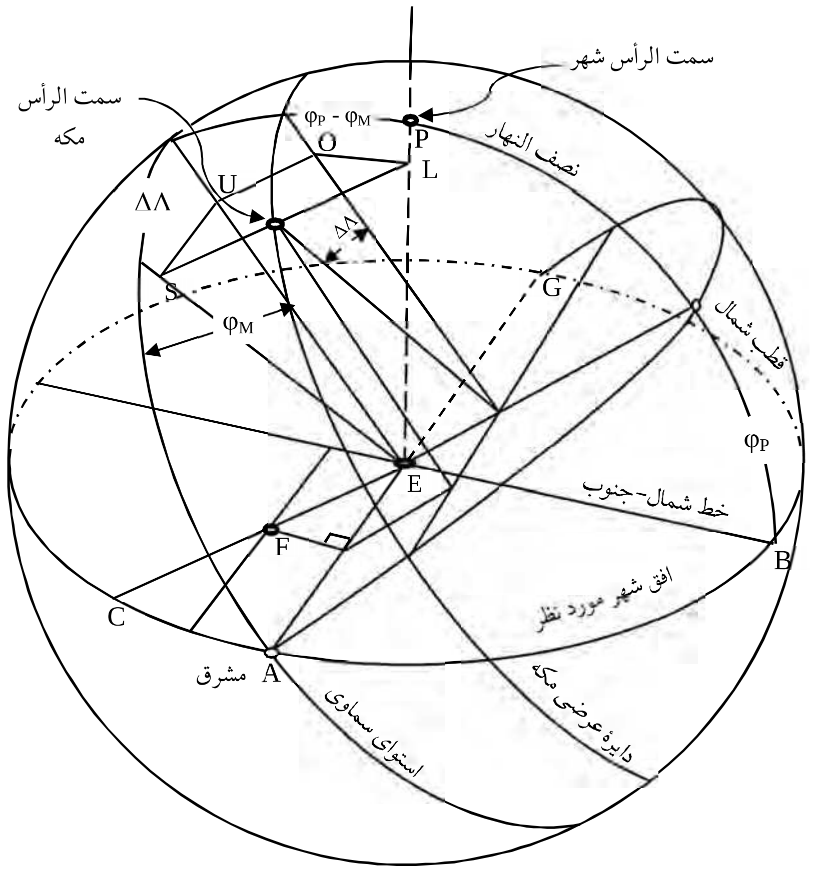
برای این کار شکل ۲ را در نظر بگیرید، که وضعیت را بر کرهٔ سماوی و درون آن نشان می‌دهد. برای این که تصویر شلوغ نشود، سمت الرأس مکه را در شرق شهر مورد نظر قرار داده‌ایم، اگر چه که در متن و در شکل ۱ در سمت مغرب قرار گرفته است. توجه کنید که بر روی دایرهٔ نصف النهار، فاصلهٔ سمت‌الرأس شهر (P) تا مدار عرضی گذرنده از سمت‌الرأس مکه (M) برابر با $\varphi_P - \varphi_M$، و فاصلهٔ بین این این مدار عرضی و دایرهٔ استوا برابر با φ_M است. این کمان ها به صورت AH و HZ در شکل نشان داده شده‌اند. در این شکل، صفحهٔ دایرهٔ نصف النهار بر گرد DB چرخیده و بر صفحهٔ افق قرار گرفته است، چنان که ZK و HY به ترتیب قطرهای استوای سماوی و مدار مربوط به مکه هستند، و MY شعاع مدار اخیر است. اگر به شکل ۲ برگردیم، می‌بینیم که خطی که از سمت الرأس مکه بر صفحهٔ استوا در نقطهٔ S عمود شده است، طولی مساوی SE و برابر با شعاع دایرهٔ عرضی خواهد داشت و SE به همین صورت در شکل ۱ رسم شده است. به علاوه، کمان TZ برابر با اختلاف طول‌های جغرافیایی $\Delta\lambda$ رسم شده است، بنابراین قطعهٔ TZE همراه با نقطهٔ S، در هر حالت با قطعهٔ حاصل از کمان $\Delta\lambda$، نقطهٔ مرکزی E و نقطهٔ S در شکل ۲، مطابق است.



شکل ۱

در شکل اخیر، تصویر نقطهٔ S بر روی صفحهٔ نصف النهار U است. نقطهٔ معادل آن با همان حرف در شکل ۱ نشان داده شده است. در شکل ۲ خطی گذرنده از U عمود بر صفحهٔ استوا، صفحهٔ مدار مربوط به مکه را در O قطع می‌کند. خط UO در شکل ۱، معرّف این خط در موقعیت و اندازهٔ صحیح است. در شکل ۲، فاصلهٔ میان O و خط عمودی گذرنده از E، برابر OL است. این طول در آنالما با کشیدن OL عمود بر AE تعیین می‌شود. بدین ترتیب شرط اول تأمین شده است.

برای تکمیل اثبات، باید توجه داشت که مقدار مورد نیاز برای تأمین شرط دوم، یعنی فاصلهٔ سمت الرأس مکه تا EP (در شکل ۲)، برابر با شعاع یک دایرهٔ افقی کوچک به مرکز L است (در تصویر نشان داده نشده است). این شعاع در شکل ۱ به صورت خط LN مشخص شده است.



شکل ۲

۴- اسامی اشخاص نام برده در متن

علاوه بر حبش حاسب، نام پنج نفر دیگر در متن رساله برده شده است. شناخته شده تـرین آن‌هـا، ابونصر منصور بن علی عراق است که مانند ابوریحان دانشمند دیگری از خوارزم و استاد اوست. ابونصر منجم و ریاضیدانی توانمند بود که بیشتر بـا تحریـرش از اُکـر منلائـوس شـناخته می‌شـود (بنگرید به منبع شمارهٔ ۹).

محمد بن عبدالعزیز هاشمی، نگارندهٔ یک زیج است که گرفتی را در رقّه در کنار رود فـرات در سال ۳۲۰ هجری رصد کرد (بنگرید به زوتر، ص ۱۸۱؛ تحدید نهایات الأماکن، ص۲۰۳-۲۰۴).

فرد دیگری که با نام محمد بن خضر معرفی شده است، احتمالاً حامد بن خضر خجندی، یکی

از دوستان بیرونی است که مدیریت رصدخانهٔ مشهوری را در نزدیکی تهران امروزی بر عهده داشت[1] (بنگرید به زوتر، ص۷۴).

سعید که نامه خطاب به اوست، شاید احمد بن محمد بن عبدالجلیل، ابوسعید سجزی (زوتر، ص۸۰) باشد که بیرونی او را می‌شناخته است. و در پایان، نزدیک ترین فردی که می‌توان برای نام علی بن ربیع گمان کرد، حامد بن علی، ابوربیع واسطی است که زوتر (ص۴۰) از او نام برده است.

کتابشناسی

۱. بیرونی، محمد بن احمد، «تحدید نهایات الأماکن لتصحیح مسافات المساکن»، الجغرافیا الإسلامیة، المجلد الخامس والعشرون، إصدار فؤاد سزکین، حققه پ. بولجاکوف، معهد تاریخ العلوم العربیة والإسلامیة، فرانکفورت، ۱۴۱۳ق. (احمد آرام این اثر از بیرونی را به فارسی ترجمه کرده که در سال ۱۳۵۲ توسط انتشارات دانشگاه تهران به چاپ رسیده است ـ م).

۲. ----------------، القانون المسعودي، صحح عن النسخ القدیمة الموجودة في المکاتب الشهیرة تحت اعانة وزارة الحکومة العالیة الهندیة، حیدرآباد، ۱۳۷۳ق.

۳. کندی، ای. اس.، «بیرونی»، زندگینامهٔ علمی دانشمندان اسلامی، ج۱، ویراسته و ترجمهٔ حسین معصومی همدانی، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۶۵، ص۳۰۵-۳۲۷.

4. Hermelink, H., and Kennedy, E. S., "Transcription of Arabic Letters in Geometric Figures", *Journal of the American Oriental Society*, vol. 82 (1962), p. 204.

5. Kennedy, E. S., "Al-Bīrūnī on Determining the Meridian", *The Mathematics Teacher*, vol. LVI (1963), pp. 635-637.

6. -----------, "Al-Bīrūnī's Graphical Determination of the Local Meridian", *Scripta Mathematica*, vol. 24 (1959), pp. 251-255.

7. -----------, and Sharkas, Haydar, "Two Medieval Methods for Finding the Obliquity of the Ecliptic", *The Mathematics Teacher*, vol. 55 (1962), pp. 286-290.

8. King, David A., *Spherical Astronomy in Medieval Islam: the Ḥākimī Zīj of Ibn Yūnus*, Albany: State University of New York Press, 1976.

9. Krause, M., "Die Sphärik von Menelaos aus Alexandrien in der Verbesserung von Abū Naṣr Manṣūr b. ʿAlī b. ʿIrāq", *Abhandlungen der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, Philol. –hist. Kl., 3. Folge, No. 17, Berlin, 1936.

10. Neugebauer, O., "On the 'Hippopede' of Eudoxus", *Scripta Mathematica*, vol. 19 (1953), pp. 225-229.

11. Schoy, C., "Abhandlung von al-Faḍl b. Ḥātim an-Nairīzī: Über die Richtung der Qibla", *Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften*, 1922, pp. 55-68.

12. ----------, "Abhandlung des al-Ḥasan ibn al-Haiṯam (Alhazen) über die

۱. رصدخانهٔ معروف به «سدس فخری» که در ری بنا شده بود. ـ م

Bestimmung der Richtung der Qibla", *Zeitschrift der deutschen morgenländischen Gesellschaft*, Bd. 75 (1921), pp. 242-253.

13. ----------, article "Ḳibla" in the *Encyclopedia of Islam* (first edition), vol. 2, pp. 985-989, Leiden and London, 1913-1934.

14. Suter, H., "Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke", *Abhandlungen zur Geschischte der mathematischen Wissenschaften…*, X. Heft, Leipzig, 1900.

روش‌های ریاضی در جدول‌های حرکت میانگین سیارات در زیج *جامع* کوشیار

گلن وان بروملن[۱]
ترجمهٔ محمد باقری

مقدمه

اخترشناسان اوایل دورهٔ اسلامی که آثار خود را بر پایهٔ نظام بطلمیوسی تدوین کردند، عموماً اصول عرضه شده در مجسطی بطلمیوس را دربست پذیرفته بودند. این دنباله‌روی در ساختار اساسی زیج‌ها، یعنی الگوهای ریاضی، تابع‌های جدول‌بندی شده، و حتی در بسیاری موارد مشخصه (پارامتر)های به کار رفته هم دیده می‌شود. دست کم تا قرن پنجم هجری، بیشتر جدول‌های موجود در زیج‌ها، مشابه همان صورت عرضه شده در مجسطی بود.

یکی از زیج‌های اولیه، زیج بتانی (که ترجمهٔ لاتینی آن در منبع [۸] منتشر شده است) مقبولیت عام یافت، با این حال تقریباً کلمه به کلمه روش‌های مجسطی را دنبال کرد و تنها جابه‌جایی جغرافیایی در آن اعمال شده بود. کندی در پژوهش معروفش دربارهٔ زیج‌ها [۶ ، ص ۱۶۸؛ ترجمهٔ فارسی؛ ص ۱۹۵] خانواده‌ای شامل پنج زیج تألیف شده در حوالی سال ۱۰۰۰ میلادی (حدود ۴۰۰ قمری) را مبتنی بر زیج بتانی می‌داند؛ بی‌شک امروزه تعداد بیشتری از این زیج‌ها شناخته شده است. زیج جامع کوشیار گیلانی (تألیف حدود ۹۶۴م/ ۳۵۳ ق)[۲] یکی از این هاست.

شهرت کوشیار احتمالاً بیشتر به خاطر رسالهٔ اصول حساب هندی [۷] اوست که از جمله به دستگاه شمار دهدهی می‌پردازد. ولی کوشیار در زیج جامع پایهٔ شصتگانی را که در نجوم رایج بود به کار برد. او را مؤلف دو زیج دانسته‌اند، هر چند که استقلال زیج دوم از اولی مورد سؤال است [۶ ، ص ۱۲۵؛ ترجمهٔ فارسی، ص ۱۰-۱۲][۳]. از زیج جامع چندین نسخه موجود است که تنها

۱. مدرس ریاضیات و پژوهشگر تاریخ ریاضیات یونان و دورهٔ اسلامی در دانشگاه کوئست (Quest) کانادا، gvb@questu.ca

۲. مطابق آنچه در مقالهٔ "مبحث تقویم در زیج جامع کوشیار گیلانی"، محمد باقری، تاریخ علم، شمارهٔ ۶، ۱۳۸۷، ص ۲۱-۶۷ آمده، این زیج بین سال های ۴۱۰ و ۴۱۵ قمری تألیف شده است و تاریخی که مؤلف آورده به احتمال زیاد سال تولد کوشیار بوده است. - م

۳. اکنون می دانیم که زیج بالغ اثری مستقل از زیج جامع بوده است (بنگرید به مقالهٔ مذکور در پانویس ۲، ص ۲۵-۲۶).

چهارتای آنها شامل جدول‌ها هستند (نسخه‌های): استانبول، فاتح ۳۴۱۸؛ برلین، آلوارت ۵۷۵۱؛ لیدن Or.8 (۱۰۵۴) و قاهره، دارالکتب، میقات ۲/۱۸۸[۱]. بررسی وان دالن [۴، ص ۱۷۲] حاکی از آن است که کهن‌ترین اینها، نسخهٔ استانبول (۵۴۵ق) شامل صورت زیج مذکور است. در این مقاله همهٔ مقادیر مربوط به جدول‌ها را از این نسخه گرفته‌ایم.

برخی جنبه‌های زیج جامع مطالعه شده است. چکیده‌ای از محتوای آن در پژوهش کندی دربارهٔ زیج‌ها [۶، ص ۱۵۶ - ۱۵۷؛ ترجمهٔ فارسی ص ۱۳۹-۱۴۶] آمده است. برگرن [۱، ص ۱۵ - ۳۴؛ ترجمهٔ فارسی، ص۵۵-۷۰] روش‌های مثلثات کروی در متن این زیج را تحلیل کرده است. تحلیل وان دالن از جدول طول دایرةالبروجی خورشید بر اساس نسخهٔ برلین نشان می‌دهد که این جدول با استفاده از دستوری تقریبی به نام «روش میل‌ها» محاسبه شده و شاید از زیج ممتحن (حوالی ۸۱۰م/۱۹۵ق) گرفته شده باشد [۴، ص ۱۷۴ - ۱۸۴]. وان دالن جدول تعدیل زمان این زیج را هم تحلیل کرده است [۳، ص ۱۳۴ - ۱۴۱]. جدول‌های مربوط به حرکت سیارات بخش عمدهٔ جدول‌های زیج را تشکیل می‌دهند و تا کنون دقیق بررسی نشده‌اند.

در مقالهٔ حاضر دو هدف داریم. نخست به بررسی جدول‌های حرکات سیارات در زیج جامع و چگونگی استفاده از آنها می‌پردازیم. کوشیار در تدوین جدول یک تابع مهم (تعدیل خاصه) روشی متفاوت با پیشینیان خود دارد؛ ما در اینجا روش‌های او را به تفصیل برسی می‌کنیم و تبیین ریاضی تابع‌هایی را که در قالب جدول آورده است عرضه می‌کنیم. او در عرضهٔ این روش پنج قرن از دیگر منجمان جلوتر بوده است. در وهلهٔ دوم، پیوند بین کوشیار و بتانی را از لحاظ جدول‌های حرکات سیارات بررسی می‌کنیم. این کار طبعاً مطالعهٔ همزمان میزان اقتباس این دو منجم از جدول‌های مجسطی بطلمیوس را در برمی‌گیرد[۲].

نظام بطلمیوسی حرکت سیارات و جدول‌های *زیج جامع*

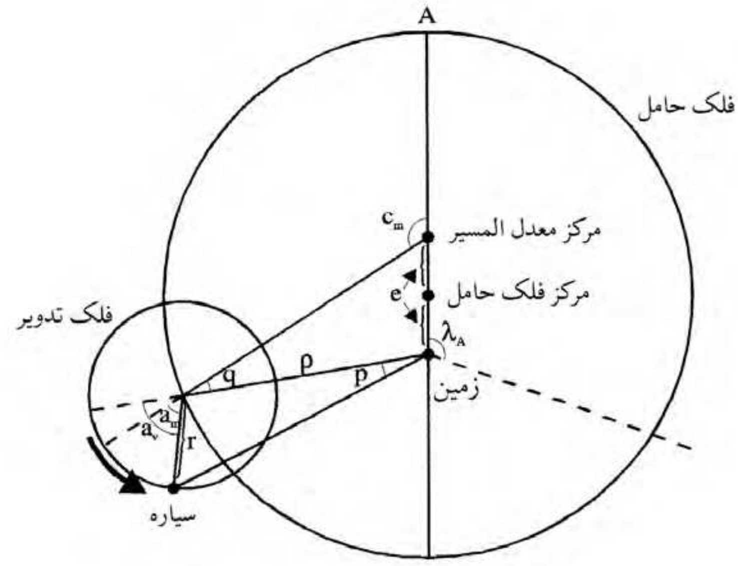
کوشیار و بتانی هر دو الگوها و تابع‌های اساسی بطلمیوس برای سیارات را به کار بردند. حرکات سیارات در دو بخش تحلیل می‌شود: حرکت طولی در صفحهٔ دایرةالبروج، و حرکت عرضی در راستای عمود بر دایرةالبروج. حرکت همهٔ سیارات پیرو الگوی یکسانی است، و تنها در مورد ماه و عطارد اصلاحاتی صورت می‌گیرد[۳].

۱. نسخه های دیگری از این زیج از جمله در قاهره و استانبول هم شامل جدول‌ها هستند. ـ م

۲. خلاصه‌ای از جدول‌های مجسطی بطلمیوس در [۱۸] آمده است.

۳. در اینجا با الگوی سیاره‌ای متعارف (که برای زحل، مشتری، مریخ و زهره به کار می‌رود) سر و کار داریم. کوشیار برای ماه و عطارد، روش‌هایی مشابه آنچه در این مقاله آمده است با اعمال تغییراتی مرتبط با تغییر الگوهایشان به کار می‌برد. در این مقاله، تابع‌های نجومی را به روش عرضه شده توسط اولاف پدرسن در [۱۰] با نمادگذاری ریاضی بیان کرده‌ایم.

نظریهٔ حرکت سیارات چنان تنظیم شده است که بتواند حرکت بازگشتی (رجوعی) را توجیه کند، که طی آن سیاره گاهی جهت حرکتش را در آسمان عوض می‌کند و کمی بعد دوباره به جهت حرکت عادی‌اش برمی‌گردد. در شکل ۱، زمین به فاصله‌ای از مرکز «فلک حامل» قرار دارد و فرض می‌شود که نقطهٔ اوج A طول دایرةالبروجی ثابتی (λ_a) دارد. سیاره نه روی فلک حامل، بلکه روی دایرهٔ کوچکتری به نام «فلک تدویر» می‌چرخد و مرکز این فلک تدویر روی فلک حامل می‌چرخد.



شکل ۱: مدل بطلمیوسی حرکت سیارات

مرکز سرعت زاویه‌ای یکنواخت بر مرکز فلک حامل منطبق نیست بلکه در نقطه‌ای به همان فاصلهٔ زمین ولی در جهت مخالف نسبت به مرکز فلک حامل قرار دارد. این نقطه، «مرکز معدل المسیر» نام دارد و زاویهٔ $c_m(t)$ را که به طور خطی با زمان t افزایش می‌یابد، «مرکز معدَّل» می‌نامیم. زاویهٔ $a_m(t)$ که «خاصهٔ میانگین» خوانده می‌شود نیز به طور خطی با زمان افزایش می‌یابد، و $a_v(t)$ (خاصه) با جمع یا تفریق کردن «تعدیل مرکز» $q(c_m)$ از آن به دست می‌آید. بدین ترتیب، طول دایرةالبروجی سیاره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\lambda(t) = \lambda_A + c_m(t) \pm q(c_m) \pm p(a_v, c_m)$$

که در آن p «تعدیل خاصه» (اندازهٔ ظاهری خط واصل سیاره به مرکز فلک تدویر از دید ناظر زمینی) است. زاویه‌های q و p بسته به اینکه مقادیر c_m و a_v چقدر باشند با هم جمع یا از هم کم می‌شوند. تابع‌هایی که معمولاً در قالب جدول عرضه می‌شوند عبارتند از دو تابع حرکت میانگین $c_m(t)$ و $a_m(t)$، تعدیل مرکز $q(c_m)$ و تعدیل خاصه $p(a_v , c_m)$. چون هر دو تابع $c_m(t)$ و $a_m(t)$

خطی‌اند، هیچ مشکل ریاضی ایجاد نمی‌کنند. نمایش امـروزی دسـتورهای تعیـین دو تـابع دیگـر چنین است:

$$q(c_m) = \sin^{-۱}(۲e \sin c_m / \rho(c_m))$$

$$p(a_v, c_m) = \tan^{-۱}(r \sin a_v / (\rho(c_m) + r \cos a_v))$$

که در آن $\rho(c_m)$ ، فاصلهٔ زمین تا مرکز فلک تدویر، از رابطهٔزیر به دست می‌آید:

$$\rho(c_m) = \sqrt{(\sqrt{R^{۲} - (e \sin c_m)^{۲}} + e \cos c_m)^{۲} + (۲e \sin c_m)^{۲}}$$

پس $q(c_m)$ به فاصلهٔ زمین تا مرکز فلک حامل (e) بستگی دارد، ولی $p(a_v , c_m)$، هم به e و هـم به شعاع فلک تدویر (r) بستگی دارد.

این الگو تنها بیانگر حرکت طولی است؛ الگوهای حرکت عرضی جداگانه عرضه می‌شوند. از ۵۳ جدول زیج جامع، ۲۴ تا به طول سیارات که در بالا ذکر شد مربوط است و شش جدول مربوط به عرض آنهاست. چون جدول‌های کوشیار برای عرض سیارات تقریباً همانند جدول‌های بطلمیوس است و نکتهٔ چندان قابل توجهی نـدارد، در اینجـا بـه آنهـا نمـی‌پـردازیم. کوشـیار در زیـج خـود جدول‌های مربوط به همـهٔ حرکت‌هـای میـانگین $c_m(t)$ و $a_m(t)$ را هـم آورده اسـت. کنـدی مقـادیر مشخصه‌های به کار رفته در محاسبهٔ این حرکت‌ها را که ظاهراً از بتانی اقتبـاس شـده، در پـژوهش زیج‌ها [۶، ص ۱۵۶؛ ترجمهٔ فارسی، ص ۱۴۲] داده است.

برای ما جدول‌های تعدیل مرکز $q(c_m)$ و تعدیل خاصه $p(a_v , c_m)$ کوشیار بیش از همه جالبنـد. بطلمیوس و کوشیار تابع $p(a_v , c_m)$ را که دو متغیره است با به کارگیری روش درونیابی برای پرهیز از تدوین جدول‌های تابع دو متغیره آورده‌اند. در این باره بعداً بیشتر توضیح خواهیم داد.

مقادیر خروج از مرکز (e) و شعاع فلک تدویر (r) بی‌شک تا حدی بر اندازهٔ مقادیر درون جدول اثر می‌گذارند و استفاده از مقادیر دیگری برای هر یک از این مشخصه‌ها منجر بـه ایجـاد جـدولی متفاوت با جدول بطلمیوس می‌شود. وان دالن در [۲] یـک برآوردگـر آمـاری بـرای تعیـین مقـدار مشخصه یا مشخصه‌های به کار رفته در محاسبهٔ جدول‌های نجومی باسـتانی عرضـه کـرده اسـت. استفاده از این آزمون نشان می‌دهد که جز در یک مورد، کوشـیار و بتـانی مشخصـه‌هایی برابـر بـا مشخصه‌های بطلمیوس به کار برده‌اند. اما در مورد خروج از مرکز مریخ، بطلمیوس و بتانی از e=۶ استفاده کرده‌اند (که کوشیار هم این مقدار را ذکر می‌کند)، ولی کوشیار مقداری نزدیک به ۶;۲,۳۵ را در جدول‌ها به کار برده است[۱]. شاید کوشیار یا فرد واسطهٔ دیگری مبنای رصدی برای تغییر ایـن مقدار داشته است.

---

۱. در اینجا از روش شصتگانی (پایهٔ ۶۰) استفاده شده است؛ مثلاً $۶;۲,۳۵ = ۶ + \frac{۲}{۶۰} + \frac{۳۵}{۶۰^{۲}}$.

انتقال و جابجایی در جدول‌های تعدیل مرکز کوشیار

کندی می‌گوید [۶، ص ۱۵۵ و ۱۵۷؛ ترجمهٔ فارسی، ص ۱۳۱ و ۱۴۶] که بتانی و کوشیار از الگوها و تابع‌هایی همانند آنچه بطلمیوس به کار می‌برد استفاده کرده‌اند (فقط اندک تغییری در تعدیل مرکز خورشید و زهره داده‌اند). بازنویسی جدول تعدیل مرکز مریخ در جدول ۱، در نگاه اول حاکی از مقادیر کاملاً متفاوتی برای تابع مذکور است (مقایسه کنید با ستون ۲ در جدول ۲ که مقادیر واقعی $q(c_m)$ در آن آمده است). این تفاوت را می‌توان با روشی که کوشیار برای تسهیل محاسبهٔ λ به کار برده است توضیح داد. انواع گوناگونی از این روش در تعدادی از زیج‌های دورهٔ اسلامی یافته شده است (مثلاً بنگرید به [۵؛ ۱۲؛ ۱۳؛ ۱۴؛ ۱۵]). وان دالن [۳، ص ۱۳۷–۱۳۸] این روشها را برای محاسبهٔ تعدیل خورشید بیان کرده است؛ در اینجا روش کوشیار را برای محاسبهٔ طول سیارات تبیین می‌کنیم.

$\hat{c}_m$	$\hat{q}$	$\hat{c}_m$	$\hat{q}$	$\hat{c}_m$	$\hat{q}$	$\hat{c}_m$	$\hat{q}$	$\hat{c}_m$	$\hat{q}$	$\hat{c}_m$	$\hat{q}$	$\hat{c}_m$	$\hat{q}$	$\hat{c}_m$	$\hat{q}$
۰	۲;۳۸	۳۰	۰;۳۳	۶۰	۱;۲۸	۹۰	۵;۳۰	۱۲۰	۱۱;۴۶	۱۵۰	۱۸;۸	۱۸۰	۲۱;۲۱	۲۷۰	۱۷;۲۸
۱	۲;۳۲	۳۱	۰;۳۲	۶۱	۱;۳۴	۹۱	۵;۴۱	۱۲۱	۱۲;۰	۱۵۱	۱۸;۱۹	۱۸۳	۲۲;۳۷	۲۷۳	۱۶;۵۸
۲	۲;۲۵	۳۲	۰;۳۱	۶۲	۱;۳۹	۹۲	۵;۵۲	۱۲۲	۱۲;۱۴	۱۵۲	۱۸;۳۰	۱۸۶	۲۲;۵۰	۲۷۶	۱۶;۲۸
۳	۲;۱۹	۳۳	۰;۳۰	۶۳	۱;۴۴	۹۳	۶;۳	۱۲۳	۱۲;۲۶	۱۵۳	۱۸;۴۰	۱۸۹	۲۳;۲	۲۷۹	۱۵;۵۸
۴	۲;۱۳	۳۴	۰;۳۰	۶۴	۱;۵۰	۹۴	۶;۱۵	۱۲۴	۱۲;۴۰	۱۵۴	۱۸;۵۰	۱۹۲	۲۳;۱۱	۲۸۲	۱۵;۲۶
۵	۲;۷	۳۵	۰;۳۰	۶۵	۱;۵۶	۹۵	۶;۲۶	۱۲۵	۱۲;۵۴	۱۵۵	۱۹;۰	۱۹۵	۲۳;۱۸	۲۸۵	۱۴;۵۴
۶	۲;۱	۳۶	۰;۳۰	۶۶	۲;۲	۹۶	۶;۳۷	۱۲۶	۱۳;۷	۱۵۶	۱۹;۱۰	۱۹۸	۲۳;۲۴	۲۸۸	۱۴;۲۲
۷	۱;۵۶	۳۷	۰;۳۰	۶۷	۲;۸	۹۷	۶;۴۹	۱۲۷	۱۳;۲۱	۱۵۷	۱۹;۲۰	۲۰۱	۲۳;۲۷	۲۹۱	۱۳;۵۰
۸	۱;۵۱	۳۸	۰;۳۰	۶۸	۲;۱۵	۹۸	۷;۱	۱۲۸	۱۳;۳۴	۱۵۸	۱۹;۳۰	۲۰۴	۲۳;۳۰	۲۹۴	۱۳;۱۷
۹	۱;۴۶	۳۹	۰;۳۱	۶۹	۲;۲۲	۹۹	۷;۱۳	۱۲۹	۱۳;۴۷	۱۵۹	۱۹;۴۰	۲۰۷	۲۳;۳۰	۲۹۷	۱۲;۴۴
۱۰	۱;۴۱	۴۰	۰;۳۲	۷۰	۲;۲۹	۱۰۰	۷;۲۶	۱۳۰	۱۴;۰	۱۶۰	۱۹;۴۹	۲۱۰	۲۳;۲۹	۳۰۰	۱۲;۱۱
۱۱	۱;۳۶	۴۱	۰;۳۳	۷۱	۲;۳۶	۱۰۱	۷;۳۸	۱۳۱	۱۴;۱۴	۱۶۱	۱۹;۵۹	۲۱۳	۲۳;۲۶	۳۰۳	۱۱;۳۸
۱۲	۱;۳۱	۴۲	۰;۳۴	۷۲	۲;۴۳	۱۰۲	۷;۵۰	۱۳۲	۱۴;۲۷	۱۶۲	۲۰;۹	۲۱۶	۲۳;۲۰	۳۰۶	۱۱;۵
۱۳	۱;۲۶	۴۳	۰;۳۵	۷۳	۲;۵۱	۱۰۳	۸;۳	۱۳۳	۱۴;۴۰	۱۶۳	۲۰;۱۸	۲۱۹	۲۳;۱۱	۳۰۹	۱۰;۳۲
۱۴	۱;۲۱	۴۴	۰;۳۶	۷۴	۲;۵۹	۱۰۴	۸;۱۵	۱۳۴	۱۴;۵۳	۱۶۴	۲۰;۲۷	۲۲۲	۲۳;۲	۳۱۲	۹;۵۹
۱۵	۱;۱۷	۴۵	۰;۳۸	۷۵	۳;۷	۱۰۵	۸;۲۸	۱۳۵	۱۵;۶	۱۶۵	۲۰;۳۶	۲۲۵	۲۲;۵۱	۳۱۵	۹;۲۷
۱۶	۱;۱۳	۴۶	۰;۴۰	۷۶	۳;۱۵	۱۰۶	۸;۴۱	۱۳۶	۱۵;۱۹	۱۶۶	۲۰;۴۵	۲۲۸	۲۲;۳۹	۳۱۸	۸;۵۶
۱۷	۱;۹	۴۷	۰;۴۲	۷۷	۳;۲۴	۱۰۷	۸;۵۴	۱۳۷	۱۵;۳۲	۱۶۷	۲۰;۵۳	۲۳۱	۲۲;۲۴	۳۲۱	۸;۲۳
۱۸	۱;۵	۴۸	۰;۴۴	۷۸	۳;۳۳	۱۰۸	۹;۷	۱۳۸	۱۵;۴۵	۱۶۸	۲۱;۱	۲۳۴	۲۲;۹	۳۲۴	۷;۵۲
۱۹	۱;۲	۴۹	۰;۴۶	۷۹	۳;۴۲	۱۰۹	۹;۲۰	۱۳۹	۱۵;۵۷	۱۶۹	۲۱;۹	۲۳۷	۲۱;۵۳	۳۲۷	۷;۲۲
۲۰	۰;۵۸	۵۰	۰;۴۹	۸۰	۳;۵۱	۱۱۰	۹;۳۳	۱۴۰	۱۶;۱۰	۱۷۰	۲۱;۱۷	۲۴۰	۲۱;۳۵	۳۳۰	۶;۵۲
۲۱	۰;۵۵	۵۱	۰;۵۲	۸۱	۴;۱	۱۱۱	۹;۴۶	۱۴۱	۱۶;۲۲	۱۷۱	۲۱;۲۴	۲۴۳	۲۱;۱۵	۳۳۳	۶;۲۲
۲۲	۰;۵۲	۵۲	۰;۵۵	۸۲	۴;۱۱	۱۱۲	۱۰;۰	۱۴۲	۱۶;۳۴	۱۷۲	۲۱;۳۱	۲۴۶	۲۰;۵۴	۳۳۶	۵;۵۳
۲۳	۰;۴۹	۵۳	۰;۵۸	۸۳	۴;۲۰	۱۱۳	۱۰;۱۳	۱۴۳	۱۶;۴۷	۱۷۳	۲۱;۳۸	۲۴۹	۲۰;۳۲	۳۳۹	۵;۲۶
۲۴	۰;۴۶	۵۴	۱;۲	۸۴	۴;۳۰	۱۱۴	۱۰;۲۶	۱۴۴	۱۶;۵۹	۱۷۴	۲۱;۴۵	۲۵۲	۲۰;۹	۳۴۲	۴;۵۹
۲۵	۰;۴۳	۵۵	۱;۶	۸۵	۴;۴۰	۱۱۵	۱۰;۳۹	۱۴۵	۱۷;۱۱	۱۷۵	۲۱;۵۲	۲۵۵	۱۹;۴۴	۳۴۵	۴;۳۳
۲۶	۰;۴۰	۵۶	۱;۱۰	۸۶	۴;۵۰	۱۱۶	۱۰;۵۳	۱۴۶	۱۷;۲۳	۱۷۶	۲۱;۵۸	۲۵۸	۱۹;۱۹	۳۴۸	۴;۸
۲۷	۰;۳۸	۵۷	۱;۱۴	۸۷	۵;۰	۱۱۷	۱۱;۶	۱۴۷	۱۷;۳۴	۱۷۷	۲۲;۴	۲۶۱	۱۸;۵۲	۳۵۱	۳;۴۳
۲۸	۰;۳۶	۵۸	۱;۱۸	۸۸	۵;۱۰	۱۱۸	۱۱;۲۰	۱۴۸	۱۷;۴۵	۱۷۸	۲۲;۱۰	۲۶۴	۱۸;۲۵	۳۵۴	۳;۲۱
۲۹	۰;۳۴	۵۹	۱;۲۳	۸۹	۵;۲۰	۱۱۹	۱۱;۳۳	۱۴۹	۱۷;۵۷	۱۷۹	۲۲;۱۶	۲۶۷	۱۷;۵۸	۳۵۷	۲;۵۹

جدول ۱: جدول کوشیار برای تعدیل مرکز مریخ

توجه: در این جدول انتقال و جابجایی اعمال شده است. نیمهٔ دوم جدول در اینجا خلاصه شده است؛ جدول کامل شامل مقادیر مربوط به هر درجهٔ $\hat{c}_m$ است.

دستورهای بطلمیوس برای محاسبهٔ طول سیارات که معادل است با $\lambda(t) = \lambda_A + c_m(t) \pm q(c_m) \pm p(a_v, c_m)$، مستلزم آن است که کاربر بداند دو تعدیل باید جمع شوند یا از هم تفریق شوند. ظاهراً بسیاری از منجمان دورهٔ اسلامی به این نکتهٔ اشکال برانگیز توجه کرده‌اند. کوشیار این مسئله را به روش انتقال حل کرده است. به تعریف به q و p مقادیر ثابتی افزوده می‌شود تا این تابع‌ها هیچ گاه منفی نشوند و در نتیجه، در یافتن طول همیشه افزوده شوند. مثلاً کوشیار برای مریخ ۱۲ درجه به q و ۴۷ درجه به p می‌افزاید. در هر دو مورد، اینها کوچکترین اعداد صحیح m و n ممکن هستند، چنانکه تابع‌های جدید $\hat{q} = q + m^\circ$ و $\hat{p} = p + n^\circ$ همیشه مثبت باشند.

$\hat{q}(\hat{c}_m)$	$\hat{c}_m$	$q(c_m)+۱۲^\circ$	$q(c_m)$	$\hat{c}_m$
⋮	⋮	۱۲;۰	۰;۰	۰
۰;۳۱	۳۲	۱۱;۴۹	−۰;۱۱	۱
۰;۳۰	۳۳	۱۱;۳۸	−۰;۲۲	۲
۰;۳۰	۳۴	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	۰;۳۱	−۱۱;۲۹	۹۱
۱۱;۴۶	۱۲۰	۰;۳۰	−۱۱;۳۰	۹۲
۱۲;۰	۱۲۱	۰;۳۰	−۱۱;۳۰	۹۳
۱۲;۱۴	۱۲۲	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	۱۱;۴۶	−۰;۱۴	۱۷۹
۲۳;۲۹	۲۰۳	۱۲;۰	۰;۰	۱۸۰
۲۳;۳۰	۲۰۴	۱۲;۱۴	۰;۱۴	۱۸۱
۲۳;۳۰	۲۰۵	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	۲۳;۲۹	۱۱;۲۹	۲۶۲
۱۲;۲۲	۲۹۹	۲۳;۳۰	۱۱;۳۰	۲۶۳
۱۲;۱۱	۳۰۰	۲۳;۳۰	۱۱;۳۰	۲۶۴
۱۲;۰	۳۰۱	⋮	⋮	⋮
۱۱;۴۹	۳۰۲	۱۲;۲۲	۰;۲۲	۳۵۸
۱۱;۳۸	۳۰۳	۱۲;۱۱	۰;۱۱	۳۵۹
⋮	⋮	۱۲;۰	۰;۰	۳۶۰

جدول۲: جدول جابجایی و انتقال کوشیار

توجه: ستون ۲ حاوی مقادیر حاصل از محاسبهٔ مجدد مقادیر اصلی کوشیار برای تعدیل مرکز مریخ است. اعمال جابه‌جایی (به اندازهٔ ۱۲ درجه) روی این مقادیر منجر به مقادیر ستون ۳ می‌شود و نتیجهٔ انتقال ۵۹ درجه‌ای در ستون ۵ آمده است. کوشیار مقادیر ستون اخیر را در جدول ۱ آورده است.

این کار در مورد مریخ موجب افزایش $۵۹^\circ = ۴۷^\circ + ۱۲^\circ$ در محاسبهٔ طول می‌شود. برای آنکه لازم نشود کاربر بعداً از نتیجه بکاهد، کوشیار از هر یک از مقادیر جدول حرکت میانگین $\lambda_m (= c_m + \lambda_a)$ به اندازهٔ ۵۹° می‌کاهد. با این کار موازنه برقرار می‌شود؛ اما این وضع نامطلوب هم پیش می‌آید که مقادیر واقعی c_m به میزان ۵۹° کمتر در جدول بیاید- c_m متغیر هر دو تابع p و q است. به این ترتیب، انتقالی معادل ۵۹° در جدول‌های مربوط حاصل می‌شود، و مقادیر متناظر $\hat{q}$ و $\hat{p}$ در جدول به ازای مقادیر $\hat{c} = c_m - ۵۹^\circ$ می‌آیند (جدول ۲ را ببینید).

سخن کوتاه، کوشیار برای تعدیل مرکز، دستور زیر را در جدول به کار می‌برد: q

$$\hat{q}(\hat{c}_m) = \hat{q}(c_m - ۵۹^\circ) = q(c_m) + ۱۲^\circ$$

کاربر مقدار مرکز c را با افزودن تعدیل مرکز به $\hat{c}_m$ با استفاده از رابطهٔ زیر به دست می‌آورد:

$$\hat{c} = \hat{c}_m + \hat{q}(\hat{c}_m) = (c_m - ۵۹^\circ) + q(c_m) + ۱۲^\circ$$

که در آن $\hat{c} = c - ۴۷^\circ$. (بقیهٔ جابجایی ۴۷° بعداً در محاسبهٔ p افزوده می‌شود.) با این کار طول مرکز فلک تدویر محاسبه می‌شود (شکل ۱). گام بعدی در یافتن طول سیاره، در نظر گرفتن موضعش روی فلک تدویر است. این کار به کمک تعدیل خاصه $p(a_v , c_m)$ انجام می‌شود.

روش تازهٔ درونیابی دو متغیره برای جدول‌های تعدیل خاصه

تدوین جدول مقادیر تعدیل خاصه $p(a_v, c_m)$ کاری به مراتب دشوارتر است. چون این کمیت اندازهٔ زاویه‌ای ظاهری شعاع فلک تدویر از دید ناظر زمینی است (شکل ۱)، بستگی قوی به a_v، موقعیت سیاره روی فلک تدویر دارد. اما به c_m هم که موضع فلک تدویر را روی فلک حامل و در نتیجه فاصلهٔ فلک تدویر از زمین را مشخص می‌کند بستگی ضعیفی دارد.

بطلمیوس جدولی برای مقادیر p به ازای همهٔ مقادیر هر دو متغیر عرضه نمی‌کند. در عوض، روشی به کار می‌برد که اکنون «درونیابی بطلمیوسی» خوانده می‌شود و کارش را خیلی آسان‌تر می‌کند.[1] شکل ۲ شامل سطح نمودار تابع p با استفاده از مشخصه‌های مریخ برای a_v و c_m در بازهٔ $[۰^\circ, ۱۸۰^\circ]$ است[2]. هدف عرضهٔ روشی برای تدوین جدولی است که مقادیر p را به ازای همهٔ مقادیر

۱. توضیح کامل درونیابی بطلمیوسی در حالت کلی در منابع [۹] و [۱۹] آمده است.

۲. البته بطلمیوس و کوشیار هیچ یک تابع‌های مذکور در این مقاله را نسبت به مختصات دکارتی مدنظر نداشتند.

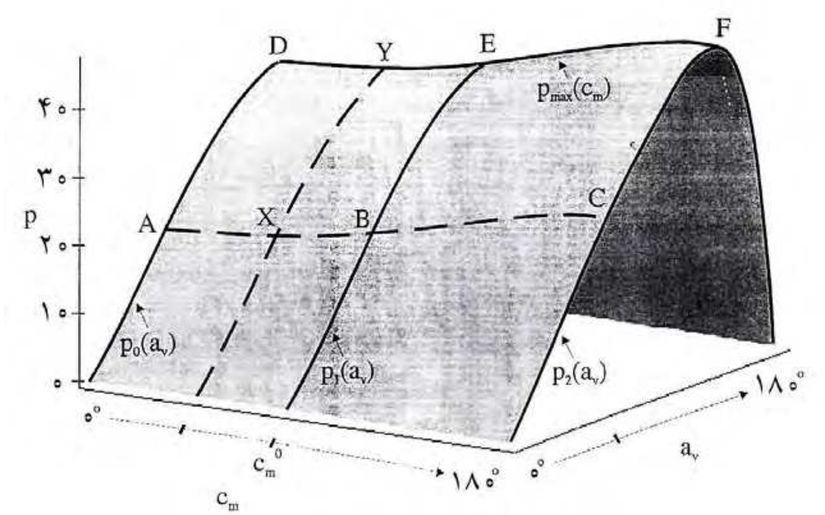
a_v و c_m به دست دهد؛ مقادیر نمونهٔ این متغیرها روی محورها و با منحنی‌های خط چین در شکل ۲ دیده می‌شود. مقدار مطلوب p ، ارتفاع نقطهٔ X، برخوردگاه دو منحنی خط چین است.

بطلمیوس مقادیر p را برای سه مقدار خاص c_m در جدول آورده است:

$$p_0(a_v)=p(a_v,0^\circ);\quad p_1(a_v)=p(a_v,\ c_m^\circ)\ \text{و}\ p_2(a_v) = p(a_v,\ 180^\circ)$$

c_m° مقدار ثابتی، اندکی بیشتر از ۹۰° و چنان اختیار شده است که $\rho(c_m^\circ) = R = 60$ و درنتیجه محاسبه آسان‌تر شود؛ p_1 را «تعدیل میانی خاصه» می‌نامیم. پس در شکل ۲، اگر $c_m < c_m^\circ$ ، X مطابق شکل بین A و B قرار می‌گیرد؛ اگر $c_m > c_m^\circ$ ، x بین B و C واقع می‌شود. در حالت قبلی، کاربر باید مقادیر p_0 و p_1 (ارتفاع نقاط A و B) را در نظر بگیرد؛ در حالت اخیر، کاربر p_1 و p_2 (ارتفاع نقاط B و C) را به کار می‌برد. بطلمیوس برای یافتن مقدار مطلوب تابع- ارتفاع X- از منحنی DEF در بالاترین نقاط سطح نمودار تابع

$$P_{max}(c_m) = \max\left\{p(a_v,\ c_m): a_v \in \left[0^\circ, 180^\circ\right]\right\}$$



شکل ۲: روشهای درونیابی بطلمیوس و کوشیار برای تعدیل خاصه. مقادیر مربوط به کاربر برای a و c با علائمی روی محورهای افقی و منحنی خط چین نشان داده شده است. هدف تعیین ارتفاع X است.

استفاده می کند(توجه کنید که DEF الزاماً وابسته به مقدار ثابتی برای a_v نیست). بطلمیوس سپس فرض می‌کند که AXB و DYE همانند یکدیگر افزایش می‌یابند، یعنی $BX / BA \approx EY / ED$ (در اینجا هر جفت حروف مربوط به تفاوت ارتفاع‌های دو نقطه است). نسبت EY/ED تنها به c_m بستگی دارد و بطلمیوس مقادیر آن را به صورت تابع درون‌یابی $f_1(c_m)$ در جدول می‌آورد، که بین

۰ و ۱ تغییر می‌کند. برای $c_m > c_m^\circ$ هم مقادیر EY/EF را در جدول می‌آورد که آن را $f_2(c_m)$ می‌نامیم. مقادیر این دو تابع در جدول درونیابی واحدی می‌آید و کاربر می‌تواند مقدار مطلوب $p(a_v, c_m)$ را به ازای $c_m < c_m^\circ$ از رابطهٔ زیر بیابد:

$$p(a_v, c_m) \approx p_1(a_v) - f_1(c_m).[p_1(a_v) - p_0(a_v)]$$

(برای $c_m > c_m^\circ$ هم به شیوهٔ همانندی عمل می‌شود).

به این ترتیب کار بطلمیوس برای محاسبهٔ مقادیر جدول به ازای ۴۵ مقدار معمول هر متغیر از ۲۰۲۵ = ۴۵ × ۴۵ به تنها ۱۸۰ = ۴۵ × ۴ مقدار کاهش می‌یابد. (برای تسهیل محاسبه، او عملاً مقادیر p_1، $p_1 - p_0$ و $p_1 - p_2$ و همچنین مقادیر تابع $f_1(c_m)$ را در جدول می‌آورد.) خطای تقریب در روش بطلمیوس بسیار کم است زیرا بطلمیوس درونیابی را روی c_m انجام می‌دهد که اندازهٔ تأثیرش بر مقدار p خیلی کمتر از تأثیر a_v است. مقدار واقعی خطاها به مقدار مشخصه‌ها بستگی دارد. مقادیر موردی و بیشینهٔ خطاها برای چهار سیاره به روش بطلمیوس در جدول ۳ آمده است.

تا جایی که می‌دانم، بتانی و همهٔ زیج نگاران دیگر در این دوره روش درونیابی بطلمیوس را به کار برده‌اند تا از تشکیل جدول دو متغیره پرهیز کنند[1]. اما کوشیار روش کاملاً جدیدی به کار گرفته است. او مقادیر سه تابع شامل «تعدیل میانی خاصه» $p_1(a_v)$ و دو تابع تازهٔ دیگر را در جدول داده است.

	زحل	مشتری	مریخ	زهره
بطلمیوس: خطای موردی	۰٫۰۰۰۲° – ۰	۰٫۰۰۰۴° – ۰	۰٫۰۲° – ۰	۰٫۰۰۲° – ۰
خطای بیشینه	۰٫۰۰۰۳۳۹°	۰٫۰۰۰۷۲۶°	۰٫۲۱۹°	۰٫۰۱۱۶°
کوشیار: خطای موردی	۰٫۰۱۵° – ۰	۰٫۰۳° – ۰	۱.۵° – ۰	۰٫۴° – ۰
خطای بیشینه	۰٫۰۲۳۰°	۰٫۰۶۰۳°	۴٫۲۵°	۰٫۹۹۷°

جدول ۳: خطاهای ناشی از به کارگیری روش درونیابی بطلمیوس و روش درونیابی جدید کوشیار در تعیین طول دایرةالبروجی سیارات

توجه: مقادیر موجود در ردیف‌های «خطای موردی» دامنهٔ خطاهای حاصل در حداقل ۷۰٪ محاسبات است.

کوشیار در متن خود هیچ اشاره‌ای به این تغییر نمی‌کند و تنها توضیح می‌دهد که کاربر چگونه می‌تواند به کمک جدول‌ها مقدار p را حساب کند. در ادامه، تحلیل و فرض‌های خود را در مورد

۱. برخی منجمان بعدی دورهٔ اسلامی روش خاص خود را به کار برده اند؛ مثلاً بنگرید به [۱۵] و [۱۶].

جدول‌ها و روش درونیابی او می‌آورم. محاسبهٔ مجدد مقادیر و نمودار جدول‌های نمونه برای اثبات نتیجه‌گیری‌ام عرضه شده‌اند.

اساس محاسبهٔ کوشیار، همانند بطلمیوس، «تعدیل میانی خاصه» $p_1(a_v)$ و منحنی DEF در بالای سطح نمودار است (شکل ۲). کاربر سپس با استفاده از جدول کوشیار مقدار مناسب p_1 را تعیین می‌کند (ارتفاع نقطهٔ B ؛ جدول او برای مریخ در جدول ۴ مقالهٔ حاضر آمده است). تابع دوم کوشیار که آن را $p_k(c_m)$ می‌نامیم، «تفاوت» ارتفاع نقاط Y و E را می‌دهد (بطلمیوس نسبت EY/ED را محاسبه می‌کرد). بنابراین

$$p_k\left(c_m\right)=p_{max}\left(c_m\right)-p_{max}\left(c_m^{\circ}\right)$$

سپس کوشیار فرض می‌کند که تفاوت ارتفاع از B به X (که باید ارتفاع مطلوب X را بدهد) «متناسب با ارتفاع B» است. یعنی کمیت $p_k(c_m)$ باید با ضریب (ارتفاع E)/(ارتفاع B) تنظیم شود. این ضریب تنها تابع a_v است و با افزایش a_v از ۰° تا بالای منحنی و سپس تا ۱۸۰°، ضریب مذکور از ۰ تا ۱ زیاد می‌شود و سپس دوباره تا ۰ کاهش می‌یابد. این تابع به صورت $f_k\left(a_v\right)=p_1\left(a_v\right)\div p_{max}\left(c_m^{\circ}\right)$ تعریف می‌شود. محاسبهٔ نهایی p به صورت زیر خواهد بود:

$$p\left(a_v,c_m\right)=p_1\left(a_v\right)\pm f_k\left(a_v\right).p_k\left(c_m\right)$$

و مثبت یا منفی بودن علامت در فرمول بستگی دارد به اینکه c_m از c_m° بزرگتر یا کوچکتر باشد.

جدول ۵ شامل جدول تابع $p_k(c_m)$ کوشیار برای مریخ به همراه محاسبهٔ مجدد است؛ نمودار تابع مرتبط با مقادیر جدول در شکل ۳ دیده می‌شود. در این جدول، انتقال (ولی نه جابجایی) موجود در جدول‌های تعدیل مرکز اعمال شده است. برای روشن تر شدن موضوع، در جدول مذکور انتقال حذف شده است تا تابع اصلی بهتر دیده شود. جدول ۶ شامل جدول $f_k(a_v)$ کوشیار برای مریخ و محاسبهٔ مجدد آن است. چنان که در شکل ۳ دیده می‌شود میزان تطابق برای هر دو تابع عالی است. در مورد تابع‌های عرضه شده در جدول برای دیگر سیارات هم تحلیل مشابهی فرض‌های مرا تأیید می‌کند.

جالب این که دستور جدول‌ها حاکی از آن است که مرکز حقیقی c، و نه مرکز میانگین c_m متغیری است که p_k تابع آن است. میزان انتقال در جدول که مرتبط با c و نه c_m است هم این امر را تأیید می‌کند. اما تابع به وضوح با این فرض که متغیر ما c_m باشد در جدول آمده است. اگر c_m متغیر مستقل باشد، برخوردگاه p_k با محور افقی (در شکل ۳) باید در c_m° باشد. (که از ۹۰° بزرگتر است) و اگر c متغیر مستقل باشد این برخوردگاه باید در مقداری کمتر از ۹۰° باشد. مقادیر درون جدول حاکی از آنند که نقطهٔ برخورد با محور همیشه در c_m° است. همچنین، مقادیر تابع p_k مطابقت خیلی خوبی با مقادیر متناظر با متغیر c_m دارند ولی با مقادیر متناظر با متغیر c مطابقت چندانی ندارند.

a_v	$p_1(a_v)$	a_v	$p_1(a_v)$	a_v	$p_1(a_v)$	a_v	$p_1(a_v)$	a_v	$p_1(a_v)$	a_v	$p_1(a_v)$
۰	۰;۰	۳۰	۱۱;۵۱	۶۰	۲۳;۱۳	۹۰	۳۳;۲۲	۱۲۰	۴۰;۲۱	۱۵۰	۳۷;۲۵
۱	۰;۲۴	۳۱	۱۲;۱۵	۶۱	۲۳;۳۵	۹۱	۳۳;۴۰	۱۲۱	۴۰;۲۹	۱۵۱	۳۶;۵۷
۲	۰;۴۸	۳۲	۱۲;۳۸	۶۲	۲۳;۵۷	۹۲	۳۳;۵۸	۱۲۲	۴۰;۳۶	۱۵۲	۳۶;۲۶
۳	۱;۱۲	۳۳	۱۳;۱	۶۳	۲۴;۱۸	۹۳	۳۴;۱۵	۱۲۳	۴۰;۴۲	۱۵۳	۳۵;۵۲
۴	۱;۳۶	۳۴	۱۳;۲۵	۶۴	۲۴;۴۰	۹۴	۳۴;۳۲	۱۲۴	۴۰;۴۸	۱۵۴	۳۵;۱۵
۵	۲;۰	۳۵	۱۳;۴۸	۶۵	۲۵;۱	۹۵	۳۴;۴۹	۱۲۵	۴۰;۵۳	۱۵۵	۳۴;۳۵
۶	۲;۲۴	۳۶	۱۴;۱۱	۶۶	۲۵;۲۲	۹۶	۳۵;۶	۱۲۶	۴۰;۵۸	۱۵۶	۳۳;۵۲
۷	۲;۴۸	۳۷	۱۴;۳۴	۶۷	۲۵;۴۴	۹۷	۳۵;۲۳	۱۲۷	۴۱;۲	۱۵۷	۳۳;۷
۸	۳;۱۲	۳۸	۱۴;۵۷	۶۸	۲۶;۵	۹۸	۳۵;۴۰	۱۲۸	۴۱;۶	۱۵۸	۳۲;۲۰
۹	۳;۳۶	۳۹	۱۵;۲۰	۶۹	۲۶;۲۶	۹۹	۳۵;۵۶	۱۲۹	۴۱;۸	۱۵۹	۳۱;۳۰
۱۰	۳;۵۹	۴۰	۱۵;۴۳	۷۰	۲۶;۴۷	۱۰۰	۳۶;۱۲	۱۳۰	۴۱;۹	۱۶۰	۳۰;۳۶
۱۱	۴;۲۳	۴۱	۱۶;۶	۷۱	۲۷;۸	۱۰۱	۳۶;۲۸	۱۳۱	۴۱;۱۰	۱۶۱	۲۹;۳۸
۱۲	۴;۴۶	۴۲	۱۶;۲۹	۷۲	۲۷;۲۹	۱۰۲	۳۶;۴۳	۱۳۲	۴۱;۹	۱۶۲	۲۸;۳۵
۱۳	۵;۱۰	۴۳	۱۶;۵۲	۷۳	۲۷;۵۰	۱۰۳	۳۶;۵۸	۱۳۳	۴۱;۷	۱۶۳	۲۷;۲۸
۱۴	۵;۳۴	۴۴	۱۷;۱۵	۷۴	۲۸;۱۱	۱۰۴	۳۷;۱۳	۱۳۴	۴۱;۴	۱۶۴	۲۶;۱۶
۱۵	۵;۵۷	۴۵	۱۷;۳۸	۷۵	۲۸;۳۲	۱۰۵	۳۷;۲۷	۱۳۵	۴۱;۰	۱۶۵	۲۵;۲
۱۶	۶;۲۱	۴۶	۱۸;۱	۷۶	۲۸;۵۲	۱۰۶	۳۷;۴۱	۱۳۶	۴۰;۵۵	۱۶۶	۲۳;۴۵
۱۷	۶;۴۵	۴۷	۱۸;۲۴	۷۷	۲۹;۱۲	۱۰۷	۳۷;۵۵	۱۳۷	۴۰;۵۰	۱۶۷	۲۲;۲۴
۱۸	۷;۸	۴۸	۱۸;۴۶	۷۸	۲۹;۳۲	۱۰۸	۳۸;۹	۱۳۸	۴۰;۴۵	۱۶۸	۲۱;۰
۱۹	۷;۳۲	۴۹	۱۹;۹	۷۹	۲۹;۵۲	۱۰۹	۳۸;۲۳	۱۳۹	۴۰;۳۹	۱۶۹	۱۹;۳۳
۲۰	۷;۵۶	۵۰	۱۹;۳۱	۸۰	۳۰;۱۲	۱۱۰	۳۸;۳۶	۱۴۰	۴۰;۳۱	۱۷۰	۱۸;۱
۲۱	۸;۱۹	۵۱	۱۹;۵۳	۸۱	۳۰;۳۲	۱۱۱	۳۸;۴۹	۱۴۱	۴۰;۱۸	۱۷۱	۱۶;۲۵
۲۲	۸;۴۳	۵۲	۲۰;۱۶	۸۲	۳۰;۵۲	۱۱۲	۳۹;۱	۱۴۲	۴۰;۸	۱۷۲	۱۴;۴۱
۲۳	۹;۷	۵۳	۲۰;۳۸	۸۳	۳۱;۱۱	۱۱۳	۳۹;۱۲	۱۴۳	۳۹;۵۳	۱۷۳	۱۳;۱
۲۴	۹;۳۰	۵۴	۲۱;۰	۸۴	۳۱;۳۰	۱۱۴	۳۹;۲۴	۱۴۴	۳۹;۳۷	۱۷۴	۱۱;۱۵
۲۵	۹;۵۴	۵۵	۲۱;۲۳	۸۵	۳۱;۴۹	۱۱۵	۳۹;۳۵	۱۴۵	۳۹;۲۰	۱۷۵	۹;۲۷
۲۶	۱۰;۱۸	۵۶	۲۱;۴۵	۸۶	۳۲;۸	۱۱۶	۳۹;۴۵	۱۴۶	۳۹;۱	۱۷۶	۷;۳۴
۲۷	۱۰;۴۱	۵۷	۲۲;۷	۸۷	۳۲;۲۷	۱۱۷	۳۹;۵۵	۱۴۷	۳۸;۴۰	۱۷۷	۵;۴۵
۲۸	۱۱;۵	۵۸	۲۲;۲۹	۸۸	۳۲;۴۶	۱۱۸	۴۰;۴	۱۴۸	۳۸;۱۶	۱۷۸	۳;۵۲
۲۹	۱۱;۲۸	۵۹	۲۲;۵۱	۸۹	۳۳;۴	۱۱۹	۴۰;۱۳	۱۴۹	۳۷;۵۱	۱۷۹	۱;۵۷

جدول ۴: جدول کوشیار برای تعدیل میانی خاصه $p_1(a_v)$ مربوط به مریخ

توجه: در نسخهٔ خطی، مقادیر تابع با افزایشی معادل ۴۷° در جدول آمده‌اند که در اینجا جابه‌جایی مزبور حذف شده است. تابع برای مقادیر متغیر تا $a_v = ۳۶۰^\circ$ داده‌شده است، ولی نیمهٔ دوم، قرینهٔ همین نیمهٔ اول است. اغلب مقادیر تا دو واحد در رقم آخر صحیح هستند.

از دیدگاه نظری، روش کوشیار برتری‌هایی نسبت به روش بطلمیوس دارد. در روش کوشیار به جای چهار تابع تنها سه تابع در قالب جدول عرضه می‌شوند. تابع $p_k(c_m)$ که از $p_{max}(c_m)$ به دست می‌آید جایگزین دو تابع $f_۱(c_m)$ و $f_۲(c_m)$ بطلمیوس می‌شود و محاسبه‌اش از محاسبهٔ $f_۱$ و $f_۲$ آسان‌تر است. همچنین، مزیت روش کوشیار با توجه به این امر بارزتر می‌شود که $f_k(a_v)$ همان «تعدیل میانی خاصه» (که قبلاً جدولش تدوین شده) تقسیم بر بزرگترین مقدار آن است.

روش کوشیار عملاً چندان موفقیت‌آمیز نبوده است. اندازهٔ خطای ناشی از درونیابی بستگی شدید به مشخصه‌های e و r دارد. خطاهای موردی و بیشینه برای سیارات با استفاده از الگوی متعارف در جدول ۳ آمده است. به روشنی پیداست که خطاهای روش کوشیار بیشتر از خطاهای درونیابی بطلمیوس است. مقادیر خطا برای دو سیارهٔ زهره و مریخ که خروج از مرکز بیشتری دارند قابل چشم پوشی نیست. به این ترتیب، گرچه روش کوشیار هوشمندانه است، آن را باید توفیقی نسبی دانست.

روش کوشیار تنها گزینهٔ عرضه شده در برابر روش درونیابی بطلمیوس در منابع مرتبط نیست، ولی بی‌شک مقدم‌ترین آنهاست. جمشید کاشانی (حدود ۸۰۰ ق؛ بنگرید به [۱۶]) و قس قیریاقوس (۸۸۰ ق؛ بنگرید به [۱۵]) هر دو روش‌هایی متفاوت با بطلمیوس در یافتن تعدیل خاصهٔ سیارات داشته‌اند که مستلزم تدوین جدول‌های دو متغیره است.

c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$
۰	۴;۲۵ [-۱]	۳۰	۳;۵۸ [+۳]	۶۰	۲;۴۷ [+۱]	۹۰	۰;۴۴ [+۱]	۱۲۰	۲;۲ [+۱]	۱۵۰	۴;۴۰ [-۱]
۱	۴;۲۵ [-۱]	۳۱	۳;۵۶ [+۳]	۶۱	۲;۴۴	۹۱	۰;۳۹	۱۲۱	۲;۷	۱۵۱	۴;۴۴ [-۱]
۲	۴;۲۵ [-۱]	۳۲	۳;۵۵ [+۲]	۶۲	۲;۴۱	۹۲	۰;۳۴	۱۲۲	۲;۱۲ [-۱]	۱۵۲	۴;۴۸ [-۱]
۳	۴;۲۵ [-۱]	۳۳	۳;۵۳ [+۳]	۶۳	۲;۳۸ [-۱]	۹۳	۰;۲۸	۱۲۳	۲;۱۷ [-۱]	۱۵۳	۴;۵۱ [-۲]
۴	۴;۲۴	۳۴	۳;۵۲ [+۲]	۶۴	۲;۳۶ [-۲]	۹۴	۰;۲۳	۱۲۴	۲;۲۲ [-۲]	۱۵۴	۴;۵۸ [+۱]
۵	۴;۲۴	۳۵	۳;۵۰ [+۲]	۶۵	۲;۳۳ [-۳]	۹۵	۰;۱۸	۱۲۵	۲;۲۷ [-۳]	۱۵۵	۴;۵۹ [-۲]
۶	۴;۲۴ [-۱]	۳۶	۳;۴۹ [+۱]	۶۶	۲;۳۰ [-۳]	۹۶	۰;۱۳	۱۲۶	۲;۳۲ [-۴]	۱۵۶	۵;۳ [-۲]
۷	۴;۲۳	۳۷	۳;۴۷ [+۱]	۶۷	۲;۲۶ [-۳]	۹۷	۰;۹ [-۱]	۱۲۷	۲;۳۸ [-۳]	۱۵۷	۵;۶ [-۲]
۸	۴;۲۳	۳۸	۳;۴۵ [+۱]	۶۸	۲;۲۱ [-۲]	۹۸	۰;۴ [-۱]	۱۲۸	۲;۴۴ [-۳]	۱۵۸	۵;۱۰ [-۲]
۹	۴;۲۲	۳۹	۳;۴۲ [+۲]	۶۹	۲;۱۶	۹۹	۰;۰ [-۳]	۱۲۹	۲;۴۹ [-۴]	۱۵۹	۵;۱۳ [-۲]
۱۰	۴;۲۱ [+۱]	۴۰	۳;۴۰ [+۲]	۷۰	۲;۱۲	۱۰۰	۰;۵ [-۳]	۱۳۰	۲;۵۵ [-۴]	۱۶۰	۵;۱۶ [-۲]
۱۱	۴;۲۱	۴۱	۳;۳۸ [+۲]	۷۱	۲;۸	۱۰۱	۰;۱۱ [-۳]	۱۳۱	۳;۱ [-۳]	۱۶۱	۵;۲۱
۱۲	۴;۲۰ [+۱]	۴۲	۳;۳۶ [+۱]	۷۲	۲;۳ [+۱]	۱۰۲	۰;۱۶ [-۳]	۱۳۲	۳;۷ [-۳]	۱۶۲	۵;۲۴
۱۳	۴;۱۹ [+۱]	۴۳	۳;۳۴ [+۱]	۷۳	۱;۵۹ [+۱]	۱۰۳	۰;۲۲ [-۲]	۱۳۳	۳;۱۳ [-۲]	۱۶۳	۵;۲۶ [-۱]
۱۴	۴;۱۸ [+۱]	۴۴	۳;۳۱ [+۲]	۷۴	۱;۵۶	۱۰۴	۰;۲۸ [-۲]	۱۳۴	۳;۱۹ [-۲]	۱۶۴	۵;۲۹ [-۱]

c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$	c_m	$p_k(c_m)$
۱۵	۴;۱۷ [+۱]	۴۵	۳;۲۹ [+۱]	۷۵	۱;۵۲	۱۰۵	۰;۳۳ [-۲]	۱۳۵	۳;۲٤ [-۲]	۱۶۵	۵;۳۱ [-۱]
۱۶	۴;۱۷ [+۱]	۴۶	۳;۲۷ [+۱]	۷۶	۱;٤۸	۱۰۶	۰;۳۹ [-۲]	۱۳۶	۳;۳۰ [-۲]	۱۶۶	۵;۳۳ [-۱]
۱۷	۴;۱٦ [+۱]	۴۷	۳;۲٤ [+۱]	۷۷	۱;٤٥ [-۲]	۱۰۷	۰;٤٥ [-۲]	۱۳۷	۳;۳٦ [-۱]	۱۶۷	۵;۳٦ [-۱]
۱۸	۴;۱٥ [+۱]	۴۸	۳;۲۲ [+۱]	۷۸	۱;٤۱ [-۲]	۱۰۸	۰;۵۱ [-۱]	۱۳۸	۳;٤۲	۱۶۸	۵;۳۸ [-۱]
۱۹	۴;۱۳ [+۲]	۴۹	۳;۲۰	۷۹	۱;۳٦ [-۱]	۱۰۹	۰;۵٦ [-۲]	۱۳۹	۳;٤۷ [-۱]	۱۶۹	۵;٤۱
۲۰	۴;۱۲ [+۲]	۵۰	۳;۱۸	۸۰	۱;۳۱ [-۱]	۱۱۰	۱;۲ [-۲]	۱۴۰	۳;۵۲ [-۱]	۱۷۰	۵;٤۳ [+۱]
۲۱	۴;۱۰ [+۳]	۵۱	۳;۱٥	۸۱	۱;۲٥ [+۱]	۱۱۱	۱;۷ [-۲]	۱۴۱	۳;۵٦ [-۲]	۱۷۱	۵;٤٦ [+۲]
۲۲	۴;۹ [+۳]	۵۲	۳;۱۳ [-۱]	۸۲	۱;۲۰ [+۱]	۱۱۲	۱;۱۲ [-۳]	۱۴۲	۴;۱ [-۲]	۱۷۲	۵;٤۸ [+۳]
۲۳	۴;۷ [+۳]	۵۳	۳;۱۱ [-۲]	۸۳	۱;۱٥ [+۲]	۱۱۳	۱;۱۷ [-۴]	۱۴۳	۴;٦ [-۲]	۱۷۳	۵;٤۹ [+۲]
۲۴	۴;٦ [+۳]	۵۴	۳;۹ [-۳]	۸۴	۱;۱۰ [+۲]	۱۱۴	۱;۲۲ [-۴]	۱۴۴	۴;۱۱ [-۲]	۱۷۴	۵;٤۹ [+۱]
۲۵	۴;٥ [+۳]	۵۵	۳;٥ [-۲]	۸۵	۱;٦ [+۲]	۱۱۵	۱;۲۹ [-۳]	۱۴۵	۴;۱٦ [-۲]	۱۷۵	۵;۵۰ [+۱]
۲۶	۴;۳ [+۴]	۵۶	۳;۲ [-۲]	۸۶	۱;۱ [+۲]	۱۱۶	۱;۳٥ [-۳]	۱۴۶	۴;۲۲ [-۱]	۱۷۶	۵;۵۰ [+۱]
۲۷	۴;۲ [+۳]	۵۷	۲;۵۸ [-۱]	۸۷	۰;۵۷ [+۱]	۱۱۷	۱;٤۰ [-۴]	۱۴۷	۴;۲٦ [-۱]	۱۷۷	۵;۵۰
۲۸	۴;۱ [+۳]	۵۸	۲;۵٤	۸۸	۰;۵۳	۱۱۸	۱;٤۹ [-۱]	۱۴۸	۴;۳۱ [-۱]	۱۷۸	۵;۵۰
۲۹	۳;۵۹ [+۳]	۵۹	۲;۵۱	۸۹	۰;٤۸	۱۱۹	۱;۵۵	۱۴۹	۴;۳٦	۱۷۹	۵;۵۰ [-۱]

جدول۵: جدول کوشیار برای $p_k(c_m)$ در مورد مریخ با خطاهایی در آحاد آخرین مرتبهٔ شصتگانی توجه: جدول موجود در نسخهٔ خطی شامل انتقال است که اینجا اعمال نشده است. مقادیر با قلم ایرانیک مربوط به کمیت $p_k(c_m)$. $f_k(a_v)$ هستند وقتی که باید کاسته (و نـه افـزوده) شـوند. (در نسخهٔ خطی مقادیر با قلم ایرانیک در جدول دیگری داده شده‌اند.) تغییرات پیوسته در مقدار خطا معمولاً در زیج‌های دورهٔ اسلامی یافت می‌شوند و شاید ناشی از درون‌یابی مقادیر جدول یا عامل خطای سامانمند دیگری باشند. همچنین مقادیر دو تا از سه پـارامتر یعنـی خـروج از مرکـز e و p_{max} (c_m°) قطعی نیستند.

محاسبهٔ نهایی طول دایرةالبروجی

اکنون نمونه‌ای از محاسبه برای طول دایرةالبروجی مریخ را می‌آوریم. فرض کنید کـه کـاربر بـرای لحظهٔ مورد نظر از جدول‌های حرکت میانگین (اوساط) می‌یابد کـه $\hat{c}_m\left(=c_m-۵۹^\circ\right)=۱۳۲^\circ$ و $\hat{a}_m\left(a_m-۱۲^\circ\right) = ۱۰۴^\circ$ (چون $a_v = a_m + q$ ، مقادیر جدول a_m برای جبران جابه‌جایی مقدار q کاهش یافته‌اند). از جدول تعدیل مرکز می‌یابیم که $\hat{q}(۱۳۲^\circ)(=q-۱۲^\circ)=۱۴;۲۷^\circ$. پس

$$\hat{c}\left(=c-۴۷^\circ\right)=۱۳۲^\circ+۱۴;۲۷^\circ=۱۴۶;۲۷^\circ$$

و

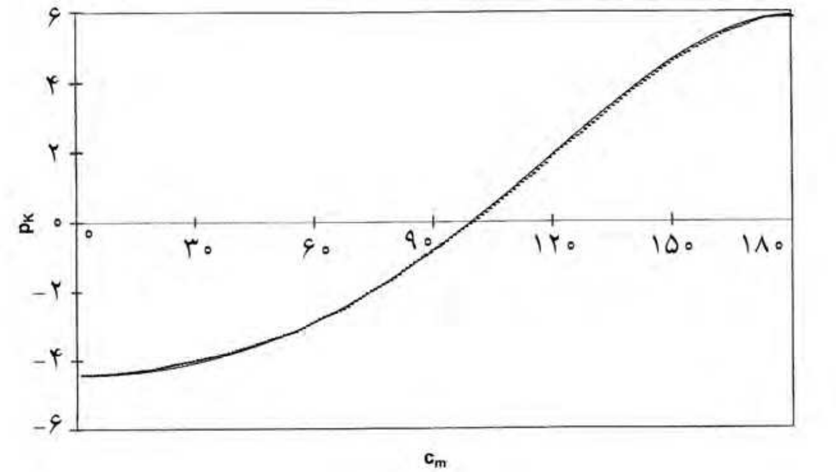
$$a_v=a_m+q=۱۰۴^\circ+۱۴;۲۷^\circ=۱۱۸;۲۷^\circ$$

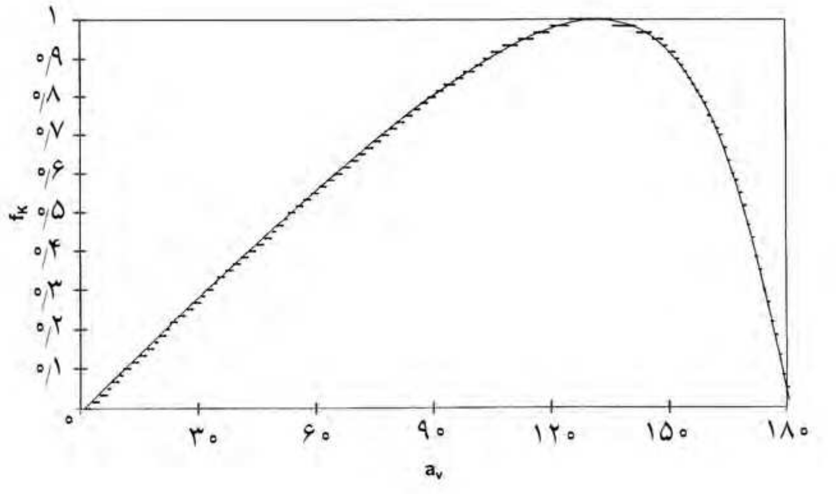
به این ترتیب طول دایرةالبروجی مرکز فلک تدویر به دست می‌آید. برای یـافتن $p(a_v, c_m)$ سـه مقدار زیر را از جدول به دست می‌آوریـم:

$$p_۱\left(a_v\right)+۴۷^\circ=۸۷;۸^\circ \qquad p_k\left(c_m\right)=۵;۴۱^\circ \qquad f_k\left(a_v\right)=۰\,;\,۵۸$$

اکنون چون مقدار مربوط به $p_k\left(c_m\right)$ در بخش افزایشی جدول است، داریـم:

$$p(a_v, c_m) + ۴۷^\circ = p_۱(a_v) + p_k(c_m).f_k(a_v) = ۸۷;۸^\circ + (۵;۴۱^\circ).(۰;۵۸^\circ) = ۹۲;۳۸^\circ$$





شکل ۳- دو تابع جدید کوشیار $p_k(c_m)$ و $f_k(a_v)$ با استفاده از مشخصه‌های مریخ. مقادیر جدول‌های کوشیار با علامت خط تیره روی نمودار آمده است که تقریباً از منحنی نمایش تابع‌های تفکیک ناپذیر است.

بالاخره، طول دایرةالبروجی مریخ برابر می‌شود با :

$$\lambda = \lambda_a + (c - ۴۷^\circ) + (p(a_v, c_m) + ۴۷^\circ) = ۳۰۱^\circ + ۱۴۶;۲۷^\circ + ۹۲;۳۸^\circ = ۱۸۰;۵^\circ$$

a_v	$f_k(a_v)$	a_v	$f_k(a_v)$	a_v	$f_k(a_v)$	a_v	$f_k(a_v)$	a_v	$f_k(a_v)$	a_v	$f_k(a_v)$
۰	;۰	۳۰	;۱۷	۶۰	;۳۴	۹۰	;۴۹	۱۲۰	;۵۹	۱۵۰	;۵۵
۱	;۰ [-۱]	۳۱	;۱۸	۶۱	;۳۴	۹۱	;۴۹	۱۲۱	;۵۹	۱۵۱	;۵۴
۲	;۱	۳۲	;۱۸	۶۲	;۳۵	۹۲	;۵۰	۱۲۲	;۵۹	۱۵۲	;۵۳
۳	;۱ [-۱]	۳۳	;۱۹	۶۳	;۳۵	۹۳	;۵۰	۱۲۳	;۵۹	۱۵۳	;۵۲
۴	;۲	۳۴	;۲۰	۶۴	;۳۶	۹۴	;۵۰	۱۲۴	;۶۰ [+۱]	۱۵۴	;۵۱
۵	;۲ [-۱]	۳۵	;۲۰	۶۵	;۳۶	۹۵	;۵۱	۱۲۵	;۶۰	۱۵۵	;۵۰
۶	;۳	۳۶	;۲۱	۶۶	;۳۷	۹۶	;۵۱	۱۲۶	;۶۰	۱۵۶	;۴۹
۷	;۴	۳۷	;۲۱	۶۷	;۳۷ [-۱]	۹۷	;۵۲	۱۲۷	;۶۰	۱۵۷	;۴۸
۸	;۴ [-۱]	۳۸	;۲۲	۶۸	;۳۸	۹۸	;۵۲	۱۲۸	;۶۰	۱۵۸	;۴۷
۹	;۵	۳۹	;۲۲	۶۹	;۳۸ [-۱]	۹۹	;۵۲	۱۲۹	;۶۰	۱۵۹	;۴۵ [-۱]
۱۰	;۶	۴۰	;۲۳	۷۰	;۳۹	۱۰۰	;۵۳	۱۳۰	;۶۰	۱۶۰	;۴۴ [-۱]
۱۱	;۶	۴۱	;۲۳	۷۱	;۳۹ [-۱]	۱۰۱	;۵۳	۱۳۱	;۶۰	۱۶۱	;۴۳
۱۲	;۷	۴۲	;۲۴	۷۲	;۴۰	۱۰۲	;۵۴	۱۳۲	;۶۰	۱۶۲	;۴۲
۱۳	;۷ [-۱]	۴۳	;۲۴ [-۱]	۷۳	;۴۰ [-۱]	۱۰۳	;۵۴	۱۳۳	;۶۰	۱۶۳	;۴۰
۱۴	;۸	۴۴	;۲۵	۷۴	;۴۱	۱۰۴	;۵۵ [+۱]	۱۳۴	;۶۰	۱۶۴	;۳۸
۱۵	;۸ [-۱]	۴۵	;۲۵ [-۱]	۷۵	;۴۱ [-۱]	۱۰۵	;۵۵	۱۳۵	;۵۹ [-۱]	۱۶۵	;۳۶
۱۶	;۹	۴۶	;۲۶	۷۶	;۴۲	۱۰۶	;۵۵	۱۳۶	;۵۹ [-۱]	۱۶۶	;۳۵
۱۷	;۹ [-۱]	۴۷	;۲۶ [-۱]	۷۷	;۴۲ [-۱]	۱۰۷	;۵۶ [+۱]	۱۳۷	;۵۹ [-۱]	۱۶۷	;۳۳
۱۸	;۱۰	۴۸	;۲۷	۷۸	;۴۳	۱۰۸	;۵۶	۱۳۸	;۵۹	۱۶۸	;۳۱
۱۹	;۱۱	۴۹	;۲۸	۷۹	;۴۳ [-۱]	۱۰۹	;۵۶	۱۳۹	;۵۹	۱۶۹	;۲۸
۲۰	;۱۱ [-۱]	۵۰	;۲۸	۸۰	;۴۴	۱۱۰	;۵۶	۱۴۰	;۵۹	۱۷۰	;۲۶
۲۱	;۱۲	۵۱	;۲۹	۸۱	;۴۴ [-۱]	۱۱۱	;۵۷	۱۴۱	;۵۸ [-۱]	۱۷۱	;۲۳ [-۱]
۲۲	;۱۳	۵۲	;۳۰	۸۲	;۴۵	۱۱۲	;۵۷	۱۴۲	;۵۸	۱۷۲	;۲۱
۲۳	;۱۳	۵۳	;۳۰	۸۳	;۴۵	۱۱۳	;۵۷	۱۴۳	;۵۸	۱۷۳	;۱۸ [-۱]
۲۴	;۱۴	۵۴	;۳۱	۸۴	;۴۶	۱۱۴	;۵۷	۱۴۴	;۵۸	۱۷۴	;۱۶
۲۵	;۱۴	۵۵	;۳۱	۸۵	;۴۶	۱۱۵	;۵۸	۱۴۵	;۵۷	۱۷۵	;۱۳ [-۱]
۲۶	;۱۵	۵۶	;۳۲	۸۶	;۴۷	۱۱۶	;۵۸	۱۴۶	;۵۷	۱۷۶	;۱۱
۲۷	;۱۵ [-۱]	۵۷	;۳۲	۸۷	;۴۷	۱۱۷	;۵۸	۱۴۷	;۵۷ [+۱]	۱۷۷	;۸
۲۸	;۱۶	۵۸	;۳۳	۸۸	;۴۸	۱۱۸	;۵۸	۱۴۸	;۵۶	۱۷۸	;۵ [-۱]
۲۹	;۱۶ [-۱]	۵۹	;۳۳	۸۹	;۴۸	۱۱۹	;۵۹	۱۴۹	;۵۵	۱۷۹	;۳

جدول ۶: مقادیر f(a) برای مریخ در زیج جامع کوشیار

توجه: این تابع متقارن است؛ کوشیار مقادیر متناظر با درجات بیش از ۱۸۰ درجه را نمی دهـد، مقادیر متغیر از ۱۸۱ تا ۳۶۰ درجه را در همان جدول در ترتیب وارونه، از پایین به بالا، می دهد. مقادیر "درست" این جدول با تقسیم مقادیر موجود در جدول ۴ بر بیشترین مقدار محاسبه شـده است.

درونیابی در خود جدول های سیارات

با بررسی دقیق‌تر مقادیر موجود در جدول‌های طول سیارات معلوم می‌شود که کوشیار و بتانی هیچ یک همهٔ مقادیر موجود در جدول‌هایشان را مستقیماً محاسبه نکرده‌اند، بلکـه در اغلـب مـوارد، دو مقدار را بین هر 3° از متغیر درونیابی کرده‌اند تا مقداری برای هر 1° از متغیر داشته باشند. هـر دو منجم از «درونیابی خطی توزیع شده» استفاده کرده‌اند که حالـت خـام ولـی عمومـاً کارآمـدی از

درونیابی خطی است. کاربرد آن دست کم به بطلمیوس می‌رسد و در برخی از زیج‌های دورهٔ اسلامی هم دیده می‌شود [۱۱، ص ۲۱۹، ۱۷، ص ۶۸۱، ۶۸۲]، از جمله در یکی از نسخه‌هایی که از زیج جامع موجود است [۴ ، ص ۱۸۲–۱۸۳]. در ادامه، کاربرد آن را با جدول ۴، یعنی جدول تعدیل میانی خاصه برای مریخ نشان می‌دهیم.

مثلاً بخشی از مقادیر جدول را که از $a_v = ۶۰^\circ$ شروع می‌شود در نظر می‌گیریم. کوشیار مقادیر $p_۱(۶۰^\circ) = ۲۳;۱۳^\circ$ و $p_۱(۶۳^\circ) = ۲۴;۱۸^\circ$ را در جدول آورده است؛ اکنون باید مقادیر مربوط به $a_v = ۶۱^\circ$ و $a_v = ۶۲^\circ$ را درونیابی کنیم. مقدار افزایش کلی برابر است با $۱;۵^\circ = ۶۵'$ که باید به سه قسمت تقسیم شود. در درونیابی خطی باید دو افزایش $۲۲'$ و یک افزایش $۲۱'$ در نظر بگیریم. چون تابع $p_۱$ صعودی ولی با تقعر رو به پایین است، خطای مقادیر درونیابی شده با گذاشتن افزایش‌های بیشتر در آغاز و افزایش‌های کمتر در پایان به حداقل می‌رسد. پس $p_۱(۶۱^\circ) = ۲۳;۱۳^\circ + ۲۲' = ۲۳;۳۵^\circ$ و $p_۱(۶۲^\circ) = ۲۳;۳۵^\circ + ۲۲' = ۲۳;۵۷^\circ$.

اما کوشیار یا بتانی همه‌جا درونیابی خطی به کار نبرده‌اند. در بخش‌هایی از جدول نزدیک بالای نمودار (که تقعر تابع بیشترین مقدار است)، یا جایی که تابع سریعاً تغییر می‌کند، مؤلفان به محاسبهٔ مستقیم روی آورده‌اند. این حالتی است که، مثلاً در جدول ۴ که کوشیار درونیابی خطی توزیع شده را وقتی تابع نزدیک بالای نمودار است (در حوالی $a_v = ۱۲۰^\circ$) و پس از آن رها می‌کند. این تأثیر را می توان هم در جدول تعدیل میانی خاصه و هم در جدول تعدیل مرکز مشاهده کرد.

ارتباط موجود با جدول‌های بتانی و بطلمیوس

این که هم کوشیار و هم بتانی درونیابی ۳° به ۳° را به کار برده‌اند، این احتمال را ایجاد می‌کند که مقادیر مستقیماً محاسبه شده از جدول‌های مجسطی بطلمیوس وام گرفته شده باشند، زیرا این جدول‌ها از افزایش‌های ۳° و ۶° استفاده کرده‌اند. اکنون هر دسته از جدول‌ها را به نوبت بررسی می‌کنیم. ارتباط میان جدول‌های تعدیل مرکز مغشوش است. در مورد زحل، جدول‌های کوشیار و بتانی از بطلمیوس اقتباس شده است؛ مجموعهٔ کوچکی از مقادیر در جدول کوشیار ($c_m = ۸۷^\circ - ۹۹^\circ$) با دو جدول دیگر فرق دارد. در مورد مشتری، جدول کوشیار تقریباً همانند جدول بتانی است و هر دو با جدول بطلمیوس تفاوت محسوس دارند. در مورد مریخ، کوشیار مقدار دیگری برای e به کار می‌برد و احتمال وابستگی از بین می‌رود. در مورد زهره، بتانی و کوشیار همان تابع تعدیل خورشید را در جدول آورده اند[۱]. جدول کوشیار با جدول تعدیل خورشید او که قبلاً آورده است

۱. تعدیل خورشید تفاوت بین موضع خورشید روی دایرةالبروج و موضع میانگین (وسط) آن است (مقدار اخیر با این فرض حاصل می‌شود ←

مطابقت کامل دارد؛ جدول بتانی چنین نیست. در مورد عطارد، ظاهراً سه جدول با هم مرتبطند.

جدول‌های تعدیل میانی خاصه همگی با هم مرتبط هستند؛ تعداد مقادیری که مطابقت ندارند همیشه کمتر از تعداد خطاهای هر جدول است. اما در مورد هر سیاره ناهمخوانی‌هایی بین هر سه جدول وجود دارد. به یاد داشته باشید که با توجه به روش درونیابی دو متغیرهٔ جدید کوشیار تعدیل میانی مرکز تنها تابعی است که مشترک بین او و بطلمیوس و بتانی است.

نتیجه‌گیری

جدول‌های حرکت میانگین (اوساط) در زیج جامع کوشیار تا حد زیـادی برگرفتـه از آثـار پیشـین است، اما نوآوری‌های مهمی هم در آن‌ها هست. برخی جدول‌ها بر پایهٔ جدول‌های معادلشـان در مجسطی و زیج بتانی‌اند و تلاش ظـاهری کوشـیار بـرای محاسـبهٔ مجـدد برخـی بخش‌هـای ایـن جدول‌ها با موفقیت کامل همراه نبوده است. اما استفادهٔ او از جابه‌جایی و انتقال، احتمالاً بهره‌گیری او از مشخصهٔ متفاوتی برای مریخ، و به خصوص روش درونیابی نبوغ‌آمیز او برای تعدیل دو متغیرهٔ خاصه، نشان می‌دهد که کوشیار صرفاً مقلد نبوده است. تغییر ساختار جدول‌های حرکت سیارات توسط او روش تعیین طول سیارات در لحظهٔ مفروض را، خیلی پیش از آن که دیگران کار مشـابهی بکنند، به میزان محسوسی آسان‌تر کرده است.

منابع

1. John L. Berggren, Spherical Trigonometry in Kūshyār ibn Labbān's *Jāmiʿ Zīj*, in *From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E. S. Kennedy*, eds. David A. King and George Saliba, Annals of the New York Academy of Sciences, vol. 500, 1987, pp. 15–34.

ترجمهٔ فارسی: "مثلثات کروی در زیج جامع کوشیار گیلانی"، ترجمهٔ محمد باقری و مرضیه شمس یوسفی، میراث علمی، سال ۴، شمارهٔ ۲ (شمارهٔ پیاپی ۸)، پاییز و زمستان ۱۳۹۴، ص ۵۵–۷۰.

2. Benno van Dalen, A Statistical Method for Recovering Unknown Parameters from Medieval Astronomical Tables, *Centaurus* **32** (1989), 85–145.
3. Benno van Dalen, *Ancient and Medieval Astronomical Tables: Mathematical Structure and Parameter Values,* Ph.D. dissertation, Rijksuniversiteit Utrecht, 1993.
4. Benno van Dalen, A Table for the True Solar Longitude in the *Jāmiʿ Zīj*, in *Ad Radices: Festband zum fünfzigjährigen Bestehen des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften der Johann Wolfgang Goethe-Universität*, ed. Anton von Gotstedter, Stuttgart: Steiner, 1994, pp. 171–190.
5. Claus Jensen, The Lunar Theories of al-Baghdādī, *Archive for History of Exact Sciences* **8** (1972), 321–328.
6. Edward S. Kennedy, *A Survey of Islamic Astronomical Tables*, in *Transactions of the American Philosophical Society*, vol. 46, part 2, 1956.

→

که خورشید با سرعت ثابتی روی دایرةالبروج حرکت می‌کند). تعدیل خورشید همانند تعدیل مرکز سیارات محاسبه می‌شود.

ترجمهٔ فارسی: پژوهشی در زیج‌های دورهٔ اسلامی، ترجمهٔ محمد باقری، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران، ۱۳۷۴.

7. Martin Levey and Marvin Petruck, *Kūshyar ibn Labbān, Principles of Hindu Reckoning: A Translation with Introduction and Notes of the Kitāb fī uṣūl ḥisāb al-hind*, Madison: Univ. of Wisconsin Press, 1965.

ترجمهٔ فارسی: اصول حساب هندی، ترجمهٔ محمد باقری (از عربی، همراه با متن عربی)، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران، ۱۳۶۶.

8. Carlo Alfonso Nallino, *Al-Battānī sive Albatenii opus astronomicum,* 3 vols., Milan: Pubblicazioni del reale Osservatorio di Brera in Milano **40**, 1899–1907.
9. Olaf Pedersen, Logistics and the Theory of Functions: An Essay in the History of Greek Mathematics, *Archives internationales d'histoire des sciences* **24** (1974), 29–50.
10. Olaf Pedersen, *A Survey of the Almagest.* Odense: University Press, 1974.
11. Adolphe Rome, Le Problème de l'Equation du Temps chez Ptolémée, *Annales de la Société scientifique de Bruxelles* **59** (1939), 211–224.
12. Hala Salam and Edward S. Kennedy, Solar and Lunar Tables in Early Islamic Astronomy, *Journal of the American Oriental Society* **87** (1967), 492–497.
13. George Saliba, The Double-Argument Lunar Tables of Cyriacus, *Journal for the History of Astronomy* **7** (1976), 41–46.
14. George Saliba, Computational Techniques in a Set of Late Medieval Astronomical Tables, *Journal for the History of Arabic Science* **1** (1977), 24–32.
15. George Saliba, The Planetary Tables of Cyriacus, *Journal for the History of Arabic Science* **2** (1978), 53–65.
16. Mark Tichenor, Late Medieval Two-Argument Tables for Planetary Longitudes, *Journal of Near Eastern Studies* **26** (1967), 126–128.
17. Glen Van Brummelen, The Numerical Structure of al-Khalīlī's Auxiliary Tables, *Physis* **28** (1991), 667–698.
18. Glen Van Brummelen, A Survey of Mathematical Tables in Ptolemy's *Almagest*, in *Ad Radices: Festband zum fünfzigjährigen Bestehen des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften der Johann Wolfgang Goethe-Universität,* ed. Anton von Gotstedter, Stuttgart: Steiner, 1994, pp. 155–170.
19. Glen Van Brummelen, Lunar and Planetary Interpolation Tables in Ptolemy's *Almagest, Journal for the History of Astronomy* **25** (1994), 297–311.

نگاهی به معماری و معماران ایرانی در منابع دورهٔ اسلامی[۱]

جوزپینا فریللو[۲]
ترجمهٔ زینب کریمیان

بررسی علوم و فنون ایرانی که دورهٔ اسلامی تا عهد نوزایی اروپا را پوشش می‌دهد، نیازمند پژوهش بر نواحی افغانستان کنونی، قسمت‌هایی از ترکیه، اتحاد جماهیر شوروی سابق (آذربایجان، ترکمنستان، ارمنستان، گرجستان و ...) و قلمرو فرهنگ فارسی یعنی ازبکستان و تاجیکستان است. چنین پژوهشی در حقیقت مستلزم پژوهش در حوزه‌ای گسترده‌تر از جهان اولیهٔ اسلام است که در ابتدا برای انتقال معارف مذهبی، علمی، شعری ـ ادبی، قانونی و فلسفی، زبان عربی را به کار می‌برد. بهره‌گیری از یک زبان واحد، منجر به آمیختگی میراث فکری گروه‌های مختلف عربی زبان شد؛ به همگرایی اندیشه‌ها شتاب داد و موجب ترویج گسترده‌تر و سریع‌تر دانش شد.

نگاه موشکافانه‌ای به نوشته‌های شرقی، اهداف فرهنگی پادشاهان ساسانی ایران را که شیفتهٔ غنی شدن از دانشی روشمند بودند، نشان می‌دهد. آنها حفظ و انتقال روابط میان طبقات ممتاز روحانی را به «کتاب» محول می‌کردند. اشتیاق جهان اولیهٔ اسلام به سوی فلسفهٔ قدیم و هلنیستی نیز کشیده شد، بی آنکه از حساب هندی، نجوم، پزشکی و همین‌طور کاربردهای عملی معماری، سازوکار و ابزارهای اندازه‌گیری (ترازو، اسطرلاب و شاقول) غفلت شود.[۳]

در تمدن اسلامی، حکیم متخصصی در فلسفه، نجوم، ریاضیات و پزشکی بود که اغلب شاعر و ادیب نیز بوده است. آموزش او بر اساس رشته‌های علوم چهارگانه (نجوم، ریاضی، هندسه و موسیقی) و علوم سه‌گانه (صرف و نحو، علم بیان و منطق)، همچون در غرب، بود. گستردگی علوم

۱. این مقاله ترجمه‌ای است از:

“'L'art de la construction' et 'les constructeurs' persan dans le kitab encyclopedique du monde islamique entre le IXe et le XVIIe siècle”, *Book of abstract of Symposia*, Liege 1997.

2. G. Ferriello, giuseppina.ferriello@virgilio.it

۳. برای جدیدترین اثر ترکیبی ـ عمومی علوم و فنون دورهٔ اسلامی مراجعه کنید به:

Donald R. Hill, *Islamic Science and Engineering*, Edinburg University Press Ltd., Edinburg, 1993.
ترجمهٔ فارسی: تاریخ تحلیلی علم و فناوری در جهان اسلام، دانلد ر. هیل، ترجمهٔ مرحوم سعید رفعت جاه، جوانهٔ رشد، تهران، ۱۳۹۳.

نزد حکیم به شیوهٔ یونانی، یعنی کاملاً بر اساس فلسفه بود. دانش معماری از طرفی یک فن است و از طرف دیگر علوم و رشته‌های نظری دیگر را در بر می‌گیرد.

علوم پیش از هر چیز به دو دستهٔ اصلی تقسیم می‌شد: علوم اوائل ـ اوائل به مفهوم ارسطویی و پیش از اسلام ـ و علوم اواخر که هـر آنچـه مـذهب را تشـریح می‌کـرد، در بـر می‌گرفـت و فقـه و نویسندگی را شامل می‌شد. عربی زبان «بین‌المللی و علمی» بود، ولی فارسی از خـط پهلـوی بـه حروف عربی با افزودن نشانه‌هایی تبدیل شد و امروزه با وجود ریشه‌های پایداری که در گروه زبانی هند و آریایی دارد، همچنان مملو از واژگان عربی ـ سامی است. رقابت سـبک‌هـای ادبـی فارسـی همچون حماسه، ادب و آیین در مضامین و مصطلحات با یکدیگر، موجب شکل‌گیری آثار متنوعی شد.

اولین دائرةالمعارف‌های فارسی به سده‌های چهارم و پنجم هجری تعلق دارند؛ و بر اساس دوره، مؤلف و مکان تألیف دسته‌بندی شده‌اند. این آثار از لحاظ محتوا به دائرةالمعارف‌های فلسفه، علوم دینی، علوم دیوانی و علوم طبیعی طبقه‌بندی شده‌اند.

به دلیل تنوع رشته‌ها که گاه با هم تداخل می‌یابند و ویژگی‌هـای متمـایز دانـش قـدیم و میانـه، پژوهش بر روی «فن معماری» مستلزم بررسی مباحثی است که امروزه به شکل متمـایزی در نظـر گرفته می‌شود. مطالعهٔ متونی که در آنها اطلاعاتی راجع به معماری ثبت شده است، در حوزهٔ فنی ـ علمی، ادبی و تاریخی جای می‌گیرند.

نخستین معماران دورهٔ اسلامی ـ که عموماً خود مترجم نیز بودند ـ ارزش زیادی برای انتشار متون یونانی قائل بودند، و از ارجاعات درون نوشته‌های رومی نیز غافل نمی‌شدند. در کتیبـه‌های یـادبود فعالیت‌های عمرانی داریوش اول (۵۵۹-۵۲۹ پیش از میلاد) در کاخ شوش، هویت معماران و فنون مختلف معماری ذکر شده است: «... ابتدا زمین کنده شد تا به سنگ زیر زمین رسیدیم. وقتی گودالی درست شد، خاک انباشته شد، یک طرف به ارتفاع چهل ذرع، و طرف دیگر به بلندی بیست ذرع ... و خاک انباشته شد و خشت زده شد. این کارها را مردم بابل انجام دادند. چوب سدر آن را، مردم آشور از بابل از کوهی به نام لبنان آوردند... نقره و آبنوس... از مصر... مردانی که روی سنگ کار می‌کردند، یونانی و ساردی بودند... مردانی که روی خشت کار می‌کردند، از بابل بودند...»

پس از پیروزی پادشاه ساسانی، شاپور یکم، بر امپراتور روم، والرین، در ۲۵۹-۲۶۰ میلادی، در مناطقی که مهندسان و رهبران نظامی به کار گرفته می‌شدند، متوجه شباهت جالبی با فنون معماری جندیشاپور ـ در نزدیکی شهر شوشتر ـ در به کارگیری سازه‌های آبی در منطقهٔ دزفول می‌شویم.

در ابتدای دورهٔ اسلامی، مؤلفان و عناوین معروف کتب معماری یونان باستان در الفهرست ابن ندیم ذکر شده است.

در علوم چهارگانهٔ ریاضی جهان اسلام، اولویت با هندسه و حساب بود. در واقع «هندسه صناعتی است که اندرو شناخته شود حال اوضاع خطوط و اشکال سطوح و مجسمات و آن نسبت کلی که مر مقادیر راست بدانچه او مقادیر است، و آن نسبتی که مرو راست بدانچه او را اوضاع است و اشکال، و مشتمل است بر اصول او کتاب اقلیدس نجار که ثابت بن قره اصلاح کرده است[1]». در قرن ششم هجری، در کتاب معروف چهار مقاله، نظامی عروضی سمرقندی توصیه‌های سودمندی برای تعلیم دبیران، شاعران، پزشکان، منجمان و ستاره‌شناسان دارد. اگرچه در نوشتارهای فارسی مطالب صریحی دربارهٔ معماران یا مهندسان به چشم نمی‌خورد، اما نمی‌توان از دانش هندسه که در سازه‌ها به کار گرفته می‌شد، با در نظر گرفتن سطح عالی معلوماتی که در متون زیادی به کار رفته است، چشم پوشید.

ریاضیات در اوایل دورهٔ اسلامی از حساب، نورشناسی، نجوم، موسیقی، علم اوزان و علم حیل (مکانیک) تشکیل می‌شد. تمام این شاخه‌ها، با افزودن جبر و مقابله ـ شاخهٔ جدیدی که توسط محمد بن موسی خوارزمی ابداع شد ـ به سادگی میان علوم عملی و نظری جای می‌گرفتند. مبتکر جبر، هدف این علم را پاسخ‌گویی به نیازهای عملی و «محاسباتی در ارث و وصیت و مقاسمه (تقسیم کردن اموال مشترک) و امور دیوانی و تجارت، و تمام اموری که به حساب و معامله مربوط می‌شود ـ مانند: مساحی زمین‌ها و اندازه‌گیری نهرها و نقشه‌کشی و دیگر مباحث و فنون ریاضی[2]» می‌دانست.

اطلاعاتی راجع به معماران از دائرةالمعارف مشهور قرن سوم و چهارم هجری به زبان عربی استخراج شده که به شکل رساله‌هایی توسط نوفیثاغوریان و نوافلاطونیان اخوان الصفا تألیف شده است. اخوان‌الصفا عرفای مترجم متون فلسفی و ریاضی بودند که منابعشان، علاوه بر آثار فیثاغورس، اقلیدس، نیکوماخوس، آثار منسوب به ارسطو، ارشمیدس، بطلمیوس، پورفیریو، هرمس الهرامسه، یامبلیخوس، بوئتیوس و دموکریت نیز بود. ناشناس ماندن آثاری که در راستای مذهب پیروان زندگی صوفیانه نوشته می‌شد، سبب ناشناخته ماندن هویت اعضای این فرقهٔ عرفانی ـ فلسفی شده است. این دائرةالمعارف بیشتر دربارهٔ فلسفه، اندکی دربارهٔ ریاضیات و تقریباً خالی از مباحث مرتبط با حرفه‌های عملی در جهان اسلام بود. اما این اثر حاوی اطلاعات پراکنده و مفیدی راجع به معماران است که حاصل فکر خود را به تحقق در می‌آوردند. معمار برای اجرای فکر خود به «زمان، مکان، ماده، ابزار، تحرک و محرک نیاز دارد».

---

۱. نظامی سمرقندی، احمد بن عمر بن علی، چهار مقاله، به تصحیح و اهتمام محمد قزوینی، به کوشش محمد معین، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۳۱، ص ۸۵.

۲. خوارزمی، محمد بن موسی، جبر و مقابله، ترجمهٔ حسین خدیوجم، تهران، شرکت سهامی انتشارات خوارزمی، ۱۳۴۸، ص ۳۷.

اخوان‌الصفا گرایش‌های مختلف افراد برای یادگیری فنون را به تأثیر کواکب نسبت می‌دادند: «سیارات مساعد برای فنون، مریخ (تحرک)، ناهید (نشاط)، عطارد (مهارت) هستند.» یونانیان باستان پیش از آنکه شخصی شروع به یادگیری فنی کند، طالع او را می‌گرفتند و براساس شکل طالع، برای خداوند آن فن قربانی می‌کردند. بعدها، صوفیان آموزش مستقیم را به اعضای یک خانواده آغاز می‌کردند: «اینکه پسران دنباله‌رو پدران و پدربزرگانشان در صنایع هستند، همواره سودمند است.» اردشیر پسر بابک هم، این فرمان را که هیچ طبقه‌ای از هنرمندان حق فاش کردن سنت پدری را به بیگانگان ندارد، ابلاغ کرده بود. این فرمان همچون دستوری مذهبی برای زرتشتیان محسوب می‌شد. اخوان‌الصفا رابطهٔ شاگرد و استاد را با کمک مبحث نوافلاطونی توضیح می‌دادند: «فراگیری یک صنعت، مسیری از دانش بالقوه به دانش عملی است و استاد خود از پیش، دانش عملی را می‌داند. هر شاگردی به استادی نیاز دارد که خود از استاد دیگری دانش را آموخته باشد نه نزد خودش. اولین حلقهٔ این زنجیر، اولین استادی است که صنعت را از هیچ شخص دیگری نیاموخته باشد.» در رسالهٔ نهم ـ راجع به اخلاق ـ درجات محرک که در سومین گروه معماری جای دارد، ذکر شده است.

یک سده بعد، در عصر افرادی همچون بیرونی، ابن سینا و ابن هیثم، بهترین استاد ریاضیات و معماری ظهور کرد. ابوبکر محمد بن حسن حاسب کرجی، همانطور که از نامش (حاسب) پیداست، بیشتر به عنوان ریاضی‌دان شناخته می‌شود تا مهندس، زیرا گسترهٔ آثار فنی او اندک است. کرجی، مهندس پل‌ها، جاده‌ها و قنات‌ها، متولد ناحیهٔ مرکزی ایران بوده و برای کسب حمایت فخرالملک ـ وزیر بهاءالدوله ـ ساکن بغداد شد و یک رسالهٔ جبر به نام او نوشت. پایتخت عراق، در اواخر تأسیس آن، محل تلاقی تبادلات تجاری و فرهنگی، از طریق انتشار آثار مترجمان یونانی و زبان‌های دیگر (سریانی و عبری) و اندیشهٔ لاتینی بود که در آنجا بیگانه قلمداد نمی‌شد.

در نیمهٔ اول قرن سوم هجری، مأمون خلیفه که حامی علوم ریاضی بود، کتابخانه‌ای به همراه یک رصدخانه تأسیس کرد و متخصصان از بیت‌الحکمه (خانهٔ علم و دانش) برای دسترسی به ریاضیات یونانی و هندی، نجوم بین‌النهرین، علوم مکانیک و پزشکی بهره می‌بردند.

ابوالوفا بوزجانی (۳۲۸-۳۸۸ق)، یکی از بزرگترین ریاضی‌دانان ایرانی، و مترجم آثار ریاضیدانان یونان باستان بود. کرجی نیز تا حدی وارث او بود و در واقع بوزجانی و کرجی در به کمال رساندن ریاضیات دیوفانتوسی سهیم بودند که از طریق جبر ابوکامل شجاع بن اسلم بن محمد بن شجاع حاسب مصری با به کارگیری نمادگذاری حرفی و با استفاده از علم اوزان و مقادیر در امور مالی و دیوانی به کار می‌رفت[1].

کرجی در حدود سال ۴۲۰ ق، در بغداد آثار متعددی تألیف کرد شامل الفخری فی الجبر والمقابله ـ که به نام حامی خود، فخرالملک، تألیف کرد. البدیع فی الحساب در جبر و الکافی فی الحساب او در حساب، جبر، هندسه و مساحی است که در معماری به کار می‌رود و در فصل‌های ۵۲ و ۵۳ دربارهٔ محاسبهٔ تعداد آجرهای موردنیاز برای ساخت یک بنا توضیح داده است.

دیگر آثار کرجی که امروزه در دست نیست شامل کتاب فی الحساب الهند (دربارهٔ دستگاه عددنویسی هندی)، رساله فی استقراء (دربارهٔ معادلات سیاله)، کتاب الاشکال (دربارهٔ مسائلی در جبر)، و کتاب العقود والأبنیه (رساله‌ای دربارهٔ معماری) است. رساله‌ای دربارهٔ نجوم/ احکام نجوم به نام المدخل في علم النجوم هم به او منسوب است.

کرجی پس از بازگشت به زادگاهش، چنان که در مقدمهٔ کتاب انباط المیاه الخفیة (استخراج آب‌های پنهانی) می‌نویسد، این رسالهٔ مهندسی ـ هیدرولیکی را در حدود ۴۱۰ق تألیف کرده است. این کتاب اساساً به منظور آشنایی با معماری و شامل قوانین، محل سازه، خلاصهٔ تخطیط اراضی و نوعی مدیریت کارهاست.


استخراج آبهای پنهانی

تالیف:
ابوبکر محمدبن الحسن الحاسب الکرجی
قرن پنجم هجری

ترجمه:
حسین خدیوجم

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

کمیسیون ملّی یونسکو در ایران

تهران، ۱۳۷۳

هدف آموزشی این کتاب فراهم کردن داده‌های به دست آمده از طریق مطالعه و تجربهٔ محل سازه برای متخصصان مشغول در حوزهٔ معماری است. در آغاز رساله، مؤلف درمورد ارجاعاتی که به آثار پیشین داده، می‌گوید: «پس به تصنیف این کتاب پرداختم تا او[2] را خدمتی کنم و با نمایاندن شیوهٔ "استخراج آب‌های پنهانی" به او نزدیک شوم. پس از بررسی چند کتاب از

۱. این موضوع را کرجی در کتاب فی الحساب و ابوالوفا بوزجانی در کتاب المنازل بررسی کرده‌اند.
۲. ابوغانم معروف بن محمد وزیر و دبیر ویژهٔ منوچهر بن قاموس. ـ م

پیشینیان، آنها را برای رسیدن به این مقصود ناقص و بی‌فایده یافتم.» محتوای کتاب کرجی که حدود هزار سال پیش تألیف شد ـ یعنی زمانی که کسی کتاب یا رساله‌ای فنی در غرب نمی‌نوشت ـ بر اساس الگوی موردنظر مؤلف مرتب شده است: او با بحثی پیرامون موضوعات متداول در جهان یونانی و رومی آغاز می‌کند، سپس وارد مباحث مساحی و مقیاس‌های هندسی می‌شود.

کتاب کرجی نباید اولین رساله در دورهٔ اسلامی باشد که در آن به موضوع معماری پرداخته شده است. طبق گزارشی که توفیق فهد در مورد فنون کتاب الفلاحة النباتیة ـ نوشتهٔ ابن وحشیه در قرن سوم هجری ـ نگاشته است، مباحث مربوط به سازه‌های آبی مشابه مباحثی است که در رسالهٔ کرجی یافت می‌شود.

کتاب کرجی به منظور برآوردن نیازهای مهندسان زمان خود تألیف شد، اما شامل اطلاعاتی راجع به نجوم، فلسفهٔ طبیعی، مکانیک و عقاید عامیانه نیز هست. مؤلف درمورد شاخه‌هایی از دانش، از ریاضیات گرفته تا کارهای فنی، از مصالح سازه‌ها تا مکان ساخت و ساز و پیشنهاد سازگارترین پوشش، شیوهٔ ادارهٔ کارمندان و ساخت قنات توضیح می‌دهد، بی آنکه از ارتباط میان مسائل نظری و کار عملی غفلت کند. رساله با بررسی اشکال ظاهری سطح زمین و مبانی فیزیکی تعادل اجسام و نیروی جاذبه ـ به معنای گرایش به سمت مرکز ـ که کروی بودن زمین را توجیه می‌کند، آغاز می‌شود. سپس با نشان دادن علائم احتمالی طبیعت برای توانایی پی بردن به وجود آب از رسوبات زیر زمین، به تعریف انواع کوه‌ها می‌پردازد. پس از آن، کرجی با استناد به نظریهٔ نجومی، فصول سال خورشیدی را به منظور بازگشت به مباحث فیزیک طبیعی بررسی می‌کند که شامل مشاهدهٔ انواع زمین، ویژگی‌های حسی آب و پالایش آب‌های فاسد است. کتاب در فصول میانی، حاوی اطلاعاتی دربارهٔ راه حل مشکلات حقوقی حریم قنات‌ها، نهرها و چاه‌های آب است که با احکام مختلف شریعت سنجیده می‌شوند.

دقت عمیق این کتاب در مورد عوارض مختلف زمین قابل توجه است، مخصوصاً مطالبی که مربوط به رابطهٔ عوارض زمین و مقدار آبی است که در آن جای دارد. اطلاعاتی راجع به مصالح سازه‌ها نیز در این کتاب گنجانده شده است، مخصوصاً راجع به ملاط به کار رفته و نقش مهم آن در بنایی و خاصیت ضدآبی آن که بهترین نتیجه‌اش از «ساروج» به دست می‌آمد. ساروج ملاطی برای سازه‌های آبی بود که در ایران قدیم به کار می‌رفت و از مخلوط خاکستر کوره برای پخت آهک زنده، آب، آهک خیس خورده، مواد الیافی و ترکیبات مختلفی از تخم مرغ، نی و سرکه به دست می‌آمد. مخلوط همهٔ این مواد برای مدتی باقی می‌ماند، سپس لگدمال شده یا با پتک چوبی یا سنگی

مهره‌ای شکل و به بزرگی کف دست کوبیده می‌شد[1]. آخرین بخش کتاب دربارهٔ مسائل حفاری قنات، تهویهٔ آن، حوادث غیرمنتظره‌ای که به هنگام کار پیش می‌آید و شیوه‌های جلوگیری از این رویدادهاست. کتاب با فصلی با عنوان «دربارهٔ تحویل گرفتن کار از مقنیان» به پایان می‌رسد. این فصل راهنمای خوبی برای کارشناس مشاور، و نوعی مدیریت جدید و ارزیابی کارها و تألیف یک کارشناس متخصص است. کرجی خود می‌نویسد: «هر مقنی که از قبول تشخیص کارشناس ناصح خودداری کند، ادامهٔ کار او بی‌فایده است و کارش دقیق نخواهد بود.[2]»

در بخش اول رساله، اشاراتی به گذشتگان برتر شده و می‌توان ارجاعاتی به فلاسفهٔ پیش از سقراط همچون تالس، آناکسیماندروس، هیپارخوس، افلاطون و ارسطو و ریاضی‌دانانی همچون ارشمیدس، اقلیدس و هرون یافت که در دورهٔ اسلامی مشهور بودند و موضوع ترجمه‌های عربی متعددی تا پیش از سدهٔ چهارم هجری به شمار می‌آمدند.

پرابتکارترین بخش کتاب[3] مربوط به ساخت قنات و استفاده از ابزارهای نقشه‌برداری است. ابعاد و روش استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری و آن دسته از ابزارهایی که برای اکتشاف و حفاری به کار می‌رود، عرضه شده و طرح‌هایی نیز همواره متن را تکمیل می‌کند. اگر ابزار توصیف شده را خود کرجی ابداع کرده باشد، شامل شرح آن به کمک نظریه‌ایست که عملکرد ابزار بر آن تکیه دارد و مؤلف خود طرح‌هایی بر آن افزوده است. تجهیزات نقشه‌برداری معرفی شده، مکمل ابزارهای بیرونی و ابن هیثم مصری ـ معاصران کرجی ـ هستند، اما از هرون نشأت گرفته‌اند. شباهت میان [آثار] متخصص اسکندرانی قرن اول میلادی با [آثار] مهندسان و ریاضی‌دانان ایرانی سده‌های چهارم و پنجم هجری این احتمال را قوت می‌بخشد که ایرانیان از طریق متون در دسترس و ترجمه شده در بغداد، آثار هرون را در اختیار داشتند. در واقع مترجمان هرون، پیش از کرجی، بنوموسی، قسطا بن لوقا بعلبکی، نیریزی، ابو جعفر خازن خراسانی و ابو نوح ابراهیم بن صلت بودند. بنوموسی و قسطا بن لوقا بیشتر به آثار مربوط به مکانیک علاقه‌مند بودند و دیگران به آثار نورشناسی. به غیر از قسطا بن لوقا بعلبکی که اصالتاً اهل سوریه بود و در ۳۰۰ق/۹۱۲م در ارمنستان وفات یافت، تمام مترجمان آثار هرون اهل مناطق شرقی ایران بودند و با این حال قادر بودند به زبان عربی، «زبان بین‌المللی» دورهٔ خود، بنویسند.

۱. برای اطلاعات بیشتر راجع به ملاط‌های قدیمی که سازندگان ایرانی به کار می‌بردند، نگاه کنید به:
کورس، غلامرضا، آب و فن آبیاری در ایران باستان، تهران، انتشارات وزارت آب و برق، ۱۳۵۰؛ ورجاوند، پرویز، «آب انبارها»، معماری ایران دورهٔ اسلامی، ویرایش محمد یوسف کیانی، تهران، ۱۳۶۶، ص ۱۵۸.

۲. کرجی، همان، ص ۱۶۲.

۳. و همین‌طور طولانی‌ترین بخش، زیرا حدود یک سوم کتاب را در بر می‌گیرد.

به کمک صفیحه‌های ترازی که کرجی مهندس طراحی کرده بود، دقت اندازه‌گیری، با بهره‌گیری از ریاضیات مکتب اسکندرانی و ریاضیات هندی، به اوج خود رسید. ترازهای آبی ساده‌تری که در رساله تشریح شده، همچنان متداول ماند. برای مثال، در اواخر قرن پنجم هجری، کتاب الحاوی لأعمال السلطانیة ورسوم الحساب الدیوانیة از نویسنده‌ای ناشناس تألیف شد که حاوی اطلاعاتی است راجع به عملیات حفاری و تشریح هزینه‌ها به منظور عملیات نهرسازی از طریق ترازهایی ساده‌تر از آنچه کرجی طراحی کرده بود (تراز آبی، تراز شاقولی و تراز شاهینی).[۱] با این حال، در نسخهٔ اصلی فضاهایی خالی برای رسم ابزارها دیده می‌شود. گزارش‌هایی از ترازهای آبی و لوله‌ای در ترجمه‌های فارسی رسالهٔ مجموعه در شناختن چگونگی سنجیدن زمان‌ها موجود است. علاوه بر این، در دوره‌ای که همچنان کربات‌های ویتروویوس[۲] مورد استعمال بودند، بی هیچ تغییری در رسالهٔ راهنمای کشاورزی، تألیف ابن عوام ـ اهل سویل ـ در ۵۲۵ق/۱۱۳۰م، به چشم می‌خورند. بنابراین می‌توان حدس زد که احتمالاً در اوایل دورهٔ اسلامی، جریانی از کتب راهنمای مشابهی وجود داشته که تنها نمونه‌های اندکی از آن‌ها به دست ما رسیده است.

معمولاً یک اثر شعری ـ ادبی منبعی برای شناخت معماری به شمار نمی‌آید. با این حال متنی ادبی در دوره‌ای که هر متخصص علوم از تعلیمات ادبی نیز بهره‌مند بود ـ و به عکس ـ تألیف شده است و همین امر امروزه می‌تواند برای پژوهش در یک موضوع خاص الهام بخش باشد. در گذشته، قابلیت‌های معماران و مهندسان ایرانی در رسالهٔ منظوم هفت پیکر نظامی گنجوی (۵۳۵-۶۱۴ق) نقل شده است. در واقع به منظور یافتن معمار برای ساخت قصر خورنق، کارگران به شاه مراجعه می‌کنند[۳]:

تا بـه نـعمـان خبر رسـید درسـت — کانچنان پیشه‌ور که درخور تست
هـست نـام‌آوری ز کشـور روم — زیـرکـی کو ز سنگ سازد موم
چابکی چرب دست و شیرین کار — سـام دستی و نـام او سمـنار

...

گرچه بناست وین سخن فاشست — او ستاد هـزار نقاشست
هست بیرون ازین به رأی و قیاس — رصـدانگیـز و ارتفاع‌شناس
نظـرش بر فلک تنیده لعاب — از دم عـنکبوت اصطرلاب

---

۱. برای اطلاع بیشتر بنگرید به مقالهٔ «ترازهای کرجی» از غلامحسین رحیمی در نشریهٔ تاریخ علم، شمارهٔ ۷، پاییز و زمستان ۱۳۸۷، ص۶۷-۹۲.

۲. کربات‌ها نوعی وسیلهٔ اندازه‌گیری رومی بودند که برای تعیین شیب خاک استفاده می‌شد و عمدتاً برای کانال‌های آب و ایجاد کانال‌های آب‌رسانی به کار می‌رفتند. ـ م

۳. نظامی گنجوی، هفت پیکر، بخش ۹: صفت سمنار و ساختن قصر خورنق. ـ م

چـون بـلیــناس روم صـاحب رای | هم رصـد بنـد و هم طلسم گشای
آگــه از روی بســتگاه ســپهــــر | از شـبیخــون ماه و کیـــنهٔ مهــــر

در قسمتی دیگر آمده است[1]:

چـونکـه بهـــــرام کیقبـاد کـلاه | تاج کیخســـــروی رسـاند به ماه
بیســـتونی ز ناف ملک انگیخت | کانچه فرهـــاد کرد ازو بگریخت

ابتدا کارگران به شاه گزارش می‌دهند که معماری شناسایی کرده‌اند ـ به نام سمنار از کشور روم ـ که قابلیت‌ها و صفات چندگانه‌ای در او جمع شده است. در نقل قول دوم، می‌توان اشاره به داستان بهرام شاه را که کارفرمای هفت عمارت با هفت گنبد هفت رنگ (هر یک برای یک روز هفته و برای هر یک از شاهزاده خانم‌ها) بوده است، وجود یک پروژهٔ «طراحی با قلم پر» در نظر گرفت. با ایـن حال، از آنجا که ارجاعاتی در متون موجود نیست، این موضوع روشن نمی‌شود که آیا پادشاه طرح عمارتی به دست معمار را در نظر داشته است یا نه.

اطلاعات دربارهٔ معماری در دوران نوزایی اروپا از دیدگاه جهان اسلام، در متن تاریخی عربـی دیگری نیز به چشم می‌خورد. عبدالرحمان ابو زید بن خلدون، به دلیل انتشار مقدمه‌اش، یکـی از مشهورترین متخصصان مسلمان در جهان لاتینی غرب به شمار می‌آید. مقدمهٔ ابن خلدون حـاوی اطلاعات زیاد مستقیم و غیر مستقیم درمورد جوامع و منـاطق گونـاگونی اسـت کـه امکـان یـافتن اطلاعاتی راجع به «معماری» و «معماران» جهان اسلام را فراهم می‌کند. این مورخ عرب زبان دورهٔ اسلامی در ۷۳۲ق در تونس به دنیا آمد و پس از سفر به اسپانیا و شمال آفریقا ساکن قاهره شد و در ۸۰۸ق درگذشت. تعدادی از پژوهشگران تـاریخ معمـاری دورهٔ اسـلامی از نظریـهٔ وجـود رابطـهٔ تنگاتنگ میان معماری و سطح تمدن حاصل شده دفاع کرده‌اند. ابن خلدون از کم توجهی اعـراب بادیه‌نشین به شهرنشینی تأسف خورده و دلیل آن را کمبود معلومات فنی و شرایط طبیعی که منجر به ریزش بناها می‌شود، دانسته است؛ زیرا متخصصان، فنون مختلفی را بـا توجـه بـه شـرایط جـوی، جغرافیایی و مواد قابل دسترس به کار می‌گیرند.

حوزهٔ معماری این کارشناس تونسی تا شهرنشینی و بازسازی بناهای تـاریخی پـیش رفتـه بـود. «کارفرمایان از یکدیگر متفاوتند. برخی بـاهوش و زرنـگ، و در عـوض برخـی دیگـر بـه صـفات پایین‌تری شناخته می‌شوند. حاکمان از توصیهٔ مجرب‌ترین معماران برای انواع کارهای عمرانی بهره می‌برند. این معماران در اجرای احکام شایسته و قادر به احـداث قنات‌هـای زیرزمینی‌انـد و روش تقسیم املاک را می‌دانند...»

۱. نظامی گنجوی، هفت پیکر، بخش ۲۵: صفت بزم بهرام در زمستان و ساختن هفت گنبد. ـ م

مهندس با آموزش حرفه‌ای که برای ساخت سازه‌های آبی می‌بیند با هندسه به خوبی آشناست. «آنها برای حمل تخته‌سنگ‌های حجیم و سنگین، طناب‌ها و لوله‌هایی به کار می‌بردند و این فقط با کاربرد عملی قوانین هندسه ممکن است که در گذشته نیز ساخت بناهای تاریخی را ممکن می‌ساخت. بناهایی که نمی‌توانست کار دیوان باشد، بلکه ساختهٔ دست مردمانی بود که می‌توانستند از تجهیزات مناسبی استفاده کنند.»

ابن خلدون از طریق اطلاعاتی که دربارهٔ هر یک از شاخه‌های دانش و پیوند میان آنها گردآوری کرده، و شرح آنها را در مقدمه نوشته بود، طبقه‌بندی جالبی از علوم فراهم آورد. آنچه به ویژه مربوط به حساب و هندسه است و در شاخهٔ ریاضیات جای دارد، در رسالهٔ کشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون حاجی خلیفه ـ قرن دوازدهم ـ توضیح داده شده است: «ومن فروعه علم اتخاذ الآلات والأدوات وعلم الوزن والموازين وعلم المناظر وعلم المرايا وعلم الحيل وعلم جرالأثقال وعلم نقل المياه (منه)[1].» بدین ترتیب، علم و فن محصول قابلیت‌های انسان است و از عواملی است که انسان را از حیوان متمایز می‌کند. علم و فن با سطح تکامل هر گروه مرتبط است و کمال آن به سطح ثبات هر جامعه‌ای بستگی دارد تا آن را ابراز کند. در هر جامعه‌ای معماری ضرورت دارد و به دنبال کشاورزی حاصل می‌شود که بر نجاری و هنرهای تجسمی مقدم است.

در قرن ۱۷م/ ۱۱هـ، رسالهٔ معماریه در ترکیه ـ کشور دیگری که به لحاظ فرهنگی با ایران پیوند خورده است ـ یافته شد که مهندسی به نام جعفر افندی آن را تألیف و به محمد آقا، «شاهزادهٔ آب‌ها» و «معمار سلطنتی»، شاگرد معمار سنان مشهور ـ معمار ایاصوفیهٔ استانبول ـ تقدیم کرده است. رساله به صورت تذکره تألیف شده و به شیوهٔ نثر پرورانده شده و برخی قسمت‌ها به شیوهٔ نظم (قصیده) در آمده است و سرانجام با خاتمه‌ای ستایش‌آمیز به پایان می‌رسد[2].

با نگاهی اجمالی در می‌یابیم که رساله مسیری از ویژگی‌های معمار مسلمان، آموزش‌هایی که دیده است، علایق و حوزهٔ فعالیت‌های مخصوص او می‌پیماید و بیانگر تکامل رساله‌های معماری در جهان اسلام است. حواشی متعدد با حروف و نشانه‌های محلی به صورت عبارات ساده (ترکی، فارسی و عربی) که از متن استخراج شده است، برای شناخت سازه‌ها، مواد، تعاریف حوزه‌های متداول کارفرمایان در جهان اسلام، ابزارهای نجاری و ابزارهای اندازه‌گیری کاملاً مفیدند. از طرفی، اصطلاحات متنوع نیز سبب می‌شوند مناطق متنوع حوزه‌های معماری را معین کنیم.

---

۱. حاجی خلیفه، کشف الظنون عن أسامی الکتب والفنون، دارالکتب العلمیة، بیروت، ۱۴۱۳هـ/ ۱۹۹۲م، ج۲، ص ۲۰۴۶. (در مقالهٔ اصلی، این عبارت از ترجمهٔ لاتینی کشف الظنون نقل شده است. ـ م)

۲. ترجمهٔ انگلیسی رسالهٔ جعفر افندی توسط هوارد کرین در ۱۹۸۷ انجام گرفته است:

Crane, Howard, *Risāli Mi'mārīyya: An Early Seventeenth Century Ottoman Treatise on Architecture*, Brill, 1987.

رساله با زندگی‌نامهٔ محمد آقا ـ استاد جعفر افندی ـ آغاز می‌شود که به همراه آن اطلاعاتی دربارهٔ کتب تألیف شده و فهرستی با حواشی تا فصل ششم ثبت شده است. در فصل بعدی به تفاوت میان «ذراع» که در معماری به کار می‌رود با «ذراع معمولی» که به طور کلی برای واحد طول به کار می‌رود، پرداخته می‌شود. در ادامه، واحدهای دیگر اندازه‌گیری که در ترکیه، ایران و جهان عرب به کار می‌رفته، تشریح می‌شود. در فصل یازدهم مهم‌ترین اماکن مخصوص مسلمانان بررسی می‌شود که شامل مدرسه، کاروانسرا، مسجد، مناره، گنبد، منبر و ... هستند. افندی در فصل دوازدهم در مورد مصالح سازه‌ها توضیح می‌دهد، کمی بعد انواع پیمان‌کاران، سپس ابزارهای تولید و پخش صدا را شرح می‌دهد که برای ساخت آنها توصیه به یادگیری هندسه، در هماهنگی میان علوم سه‌گانه و علوم چهارگانه، شده که از دورهٔ باستان تا دورهٔ اسلامی مطرح بوده است. در رسالهٔ معماریه از مطالبی پیرامون استخوان‌بندی و داربست بنا نیز غفلت نشده است. این امر با بررسی اصول اساسی همچون شناخت چوب و کاربرد قوانین هندسه مقدور است. مطالب راجع به مواد مختلف سازه ـ طبیعی و مصنوعی ـ، ابزارهای داخل انبارها و اصطلاحات بخش‌های ساختمانی و بناها نیز از جذابیت زیادی برخوردارند.

در جهان ترک اختلافی میان دانش فنی مهارت‌های سازندگان وجود داشته است. دولت وظیفهٔ نظارت عمارات سلطنتی و کنترل منابع آبی را که با همکاری کارمندان درجهٔ دوم، همچون معمار باشی و میراب، حاصل می‌شد به ارتش محول کرد که از پنج مأمور ویژه به منظور سازمان‌دهی خدمات خارجی تشکیل می‌شد و در میان آنها بازرس شهر نیز حضور داشت. بازرس شهر علاوه بر کنترل ساخت بناهای پایتخت، وظیفهٔ تأمین مصالح را نیز عهده‌دار بود و معمار اصلی، او را با قابلیت‌های هنری و فنی ـ علمی آشنا می‌کرد. کنترل بخش‌های مختلف ساختمان به نحوی اعمال می‌شد که هیچ بنایی نمی‌توانست بی‌اجازهٔ او ساخته یا بازسازی شود و ساختمان‌های مجلل‌تر و مهم‌تر می‌بایست تحت نظارت مستقیم او برپا شوند. مرز میان اختیارات بازرس شهر و معمار باشی همواره روشن نیست. گاهی یکی یا دیگری مدیر تعمیرات می‌شد یا مدیریت گودال‌های آهک و انبارها را به عهده می‌گرفت. توزیع کارها در داخل محیط کار متداول بود. معمار شخصی متفاوت از سازنده بود و پیمان‌کاران هر یک مهارت‌های ویژه‌ای داشتند که سبب پدیدار شدن عناوین مختلفی برای انواع وظایف می‌شدند. قسمت پایانی رسالهٔ افندی، شامل ستایش پروردگار و دعای خیر برای محمد آقاست. تاریخ این رساله ۱۰۲۳ق، مطابق با ۱۶۱۴ میلادی است.

مرکّبِ «ماهی مرکّب» در متون کهن

لطف‌اللّه قاری[۱]
ترجمهٔ محمّد باهر[۲]

ماهی مرکّب[۳] گونه‌ای از آبزیان از گروه سرپایان و از شاخهٔ نرم‌تنان است. ماهیان مرکّب دارای پوستهٔ داخلی آهکی به نام "زَبَدالبحر" (کفِ دریا)[۴] یا "لسان‌البحر" (زبان دریا)[5] هستند که در گذشته و حال کاربرد دارویی داشته و دارد، و در عطاری‌ها شناخته شده است. ماهیان مرکّب از خود مادّه‌ای سیاه (مرکّب) ترشح می‌کنند و از همین رو بدین نام خوانده شده‌اند.

ماهی مرکّب در متون کهن نام‌های گوناگونی دارد. ابن‌بیطار (د ۶۴۶ ق) آن را «سیبیا» نامیده است. زبیدی (د ۱۲۰۵ ق) در تاج العروس به نقل از المحیطِ[۶] صاحب بن عبّاد می‌گوید: «خذّاق بر وزن شدّاد نوعی ماهی است که گیسوهایی رشته‌مانند دارد و چون شکار شود در آب فضله اندازد»[۷].

---

۱. شهر صنعتی ینبع، عربستان سعودی، lutf_gari@hotmail.com

۲. مدیر تولید مرکز پژوهشی میراث مکتوب m.baher1491@gmail.com

۳. ماهی مرکّب (حبّار) به انگلیسی: Squid و به یونانی و زبان‌های منشعب از لاتینی: Calamari. این ماهی دارای نام‌های محلّی گوناگونی است: در عمّان به نام «ضغط»، در مصر به نام «سُبیط»، «حبّار» و «کالیماری»، در برخی کشورهای خلیج فارس به نام «خثّاق» و «نغز»، در سرزمین‌های شام به نام «سبیدج»، و در کشورهای مغرب عربی به نام «سیبیا» یا «کلامار» شناخته می‌شود. نام صحیح این ماهی به انگلیسی Squid است و گاهی بدان Cuttlefish نیز می‌گویند. البته در منابع میان این دو واژه تفاوت وجود دارد و هر یک از آن‌ها به گروه خاصی از سرپایان (Cephalopods) تعلق دارند و هشت‌پایان نیز از همین گروه به شمار می‌روند. واژهٔ Sépia در زبان فرانسوی بر Cuttlefish اطلاق می‌شود، اما چنان که دو واژهٔ Cuttlefish و Squid در زبان انگلیسی به یک معنی به کار می‌رود، دو واژهٔ Sépia و Calamar نیز نزد مردم فرانسه به یک معنی است.

۴. معلوف، أمین، معجم الحیوان، قاهره، مجلهٔ المقتطف (هدیهٔ سالانهٔ المقتطف) ۱۹۳۲م، مادهٔ «زبد البحر» و «لسان البحر». این اثر پس از آن با زدودن نام ناشر اصلی در بیروت بازچاپ شد.

نیز نک. دوزی، رینهارت، تکملة المعاجم العربیة، ترجمه به عربی محمّد سلیم النعیمی و جمال الخیاط، بغداد، وزارة الثقافة والإعلام العراقیة، ۱۹۷۸ ـ ۲۰۰۲ م، مادهٔ «رغو».

۵. ابن‌بیطار، الجامع لمفردات الأدویة والأغذیة، قاهره، بولاق، المطبعة الأمیریة، ۱۲۹۱ هـ/ ۱۸۷۵م، مادهٔ «سرطان بحری» و «سیبیا» و «لسان البحر». این اثر بارها به صورت افست منتشر شده است.

۶. صاحب بن عبّاد، اسماعیل، المحیط، تحقیق: محمّدحسن آل یاسین، بغداد مطبعة المعارف، ۱۹۷۵م، ج۴، ص ۱۹۲.

۷. زبیدی، تاج العروس من جواهر القاموس، گروهی از محققان، کویت، المجلس الوطنی للثقافة والفنون والآداب، ۲۰۰۲/۱۹۶۴ م،

←

در اینجا پرسشی مطرح است و آن اینکه آیا پیشینیان از مرکّبِ ماهی مرکّب برای نوشتن استفاده می‌کردند؟

در پاسخ باید گفت: آثار بسیاری که دربارهٔ صنعت نوشت‌افزار وجود دارد و در آن‌ها به صدها ویژگی ساخت مرکّب اشاره شده، از کاربرد این مرکّب در نوشتن، سخنی به میان نیامده است. از همین رو، فرانسوا دروش، نسخه‌شناس و خاورشناس، در این باره می‌گوید: «تا آنجا که ما آگاهی داریم در متون از ماهی مرکّب سخنی گفته نشده، و در حقیقت استفاده از این ماده مورد تردید است»[۱].

دروش در این باره دو نکته را یادآوری می‌کند: نخست اینکه گروهمان[۲]، پاپیروس‌شناس آلمانی، احتمال می‌دهد که در متن تفاهم‌نامه‌ها از مرکّبِ ماهی مرکّب استفاده می‌کرده‌اند. طبیعتاً دروش این احتمال را نادرست می‌داند، در حالی که چنین نیست؛ زیرا در شماری از منابع آمده است که رومیان با مرکّبِ ماهی مرکّب بر روی کاغذ می‌نوشتند.[۳]

نکتهٔ دوم اینکه سوردل[۴] رساله‌ای را با عنوان کتاب الکتّاب وصفة الدواة والقلم وتصریفها از ابوالقاسم عبداللّه بن عبدالعزیز بغدادی کاتب نابینای نحوی منتشر کرده که در تعلیقات خود بر آن رساله چنین نوشته است: مرکّب همان Sépia یعنی مرکّب ماهی مرکّب است. وی این سخن خود را به کتاب ادب الکتّابِ صولی ارجاع داده است، ولی با مراجعه به این کتاب هیچ ارتباطی میان ماهی مرکّب و مرکّب نگارش یافت نمی‌شود[۵]، پس نکته‌ای که دروش بیان کرده، صحیح است.

آیا اینکه در متون کهن دربارهٔ صنعت نوشت‌افزار، هیچ سخنی از ماهی مرکّب به میان نیامده، بدان معنی است که پیشینیان به هیچ رو از مرکّبِ ماهی مرکّب استفاده نکرده‌اند؟ پاسخ این پرسش به دو دلیل منفی است:

←
ج۲۵، ص ۲۱۶، مادهٔ «خذق».

۱. فرانسوا دروش، المدخل إلی علم الکتاب المخطوط بالحرف العربی، ترجمه به عربی: أیمن فؤاد سیّد، لندن، مؤسسة الفرقان، ۲۰۰۵، ص ۱۸۷.

2. Grohmann

۳. از منابعی که در آن‌ها از کاربرد مرکّب ماهی مرکّب در دورهٔ رومیان و پیش از آن سخن به میان آمده، موارد زیر را می‌توان ذکر کرد:

1. Bello, Carmen & 'Angels Borrell: "The Papal bulls on papyrus: an approach to their conservation", *Imago temporis. Medium Aevum*. vol. 7 (2013), pp. 377-400. See pp. 378 & 391.
2. Middleton, J. Henry: *Illuminated Manuscripts in Classical and Mediaeval Times, Their Art and Their Technique*, Cambridge (UK): Cambridge University Press, 1892, p. 28.
3. Wiborg, Frank B, *Printing Ink, A History*, New York & London: Harper & Brothers, Publishers, 1926, p. 74.

4. Sourdel

۵. صولی، محمّد بن یحیی، أدب الکتّاب، تحقیق: محمّد بهجة الأثری و محمود شکری الآلوسی، بغداد، المکتبة العربیة، ۱۳۴۱هـ/۱۹۲۳م، ص ۱۱۰ـ۱۱۳.

دلیل نخست آنکه رومیان، چنان که گفته شد، پیش از اسلام از این مرکّب استفاده می‌کردند، و در این میان پیوندهای فرهنگی و تمدنی مصر و شام ـ که رومیان بر آنها حکم می‌راندند ـ با فرهنگ و تمدن اسلام که جایگزین حکومت رومیان شد، از نکاتی است که دربارهٔ آن هیچ‌گونه اختلافی وجود ندارد.

دلیل دوم آنکه در متون کهن صراحتاً از کاربرد این ماده در نوشتن سخن گفته شده است و ما در اینجا سه نمونه از این موارد را ذکر می‌کنیم:

۱. ابن‌بیطار به نقل از غافقی (د ۵۶۲ق) آنجا که از «سیبیا» سخن گفته می‌نویسد: «مایع سیاهی که از این حیوان ترشح می‌شود موجب رویش مو در بیماری موخوره می‌شود و بدان همچون مرکّب می‌نویسند، و از همین رو برخی آن را ماهی مرکّب می‌نامند»[۱].

۲. داود انطاکی (د ۱۰۰۸ق) در تذکرهٔ خود ذیل مادهٔ «سیبیا» می‌نویسد: ماهی‌ای است که در دریای سرخ بسیار وجود دارد و این ماهی دارای کیسه‌ای است که درون آن مایعی سیاه است، و این مایع چنان‌که ما دیده‌ایم، بهترین مرکّب است»[۲].

۳. احمد بن عوض مغربی از دانشمندان حدود سدهٔ یازدهم هجری در قطف الأزهار فی خصائص المعادن والأحجار می‌گوید: «فصل در کارکرد مرکّب‌ها و چگونگی [ساخت] مرکّب به وسیلهٔ مایع ماهی مرکّب مشهور»[۳]. البته در توضیحی که در ادامهٔ این عنوان آمده، از کارکرد مایع ماهی مرکّب سخنی به میان نیامده است، و در اینجا افتادگی و کاستی در متن به چشم می‌خورد، و این افتادگی‌ها و کاستی‌ها در دست‌نوشته‌ها، آن‌گونه که اهل تحقیق و تصحیح از آن آگاهند، دلایل بی‌شماری دارد.[۴]

---

۱. ابن‌بیطار، همان. مادهٔ سیبیا. در متن ابن‌بیطار، چاپ بولاق، در پایان عبارت یادشده به جای «ماهی مرکّب (حبّار)»، «مرکّب (حبر)» آمده، و این به احتمال قوی اشتباه کاتب است؛ زیرا واژهٔ ماهی مرکّب (حبّار) در عبارت غافقی به‌صراحت آمده است.

نیز گفتنی است مادهٔ «سیبیا» در آنچه که از کتاب غافقی به دست ما رسیده، نیامده است. نک. ابن‌العبری، ابوالفرج غریغریوس الملطی، منتخب جامع المفرداتِ احمد بن محمّد غافقی، تحقیق و ترجمه به انگلیسی: ماکس مایرهوف و جورجی صبحی، قاهره، کلیة الطب، الجامعة المصریة، ۱۹۳۷م.

۲. انطاکی، داود بن عمر، تذکرة أولی الألباب والجامع للعجب العجاب، قاهره، مکتبة ومطبعة مصطفی البابی الحلبی، ۱۹۵۲م، مادهٔ سیسیا (تحریف سیبیا)، ج۱، ص ۲۰۶.

۳. مغربی، احمد بن عوض، قطف الأزهار فی خصائص المعادن والأحجار، تحقیق پروین بدری توفیق، بغداد، وزارة الثقافة والإعلام، ۱۹۹۰م، ص ۲۷۴. این کتاب بر پایهٔ یک دست‌نوشتهٔ موجود در عراق تصحیح شده است، ولی از این اثر دو دست‌نوشتهٔ دیگر یکی در گوتا (Gotha)، و دیگری در لایپزیگ (Leipzig) موجود است و کسی که بخواهد این اثر را بار دیگر تصحیح کند می‌تواند به این دو دست‌نوشته مراجعه کند؛ چه آنکه کتاب نیازمند تحقیق و تصحیحی دوباره است.

۴. از جمله اینکه گاهی نویسنده جایی را در متن خالی می‌گذارد تا بعداً آن را تکمیل کند، ولی کاتب از روی متن رونویسی می‌کند بی آنکه آن جای خالی را حفظ کند؛ یا اینکه برگه‌ای از دست‌نوشته‌ای گم می‌شود به این صورت که یا کنده می‌شود یا به هنگام صحافی از بین می‌رود. نویسندهٔ این سطور هر دو دست‌نوشتهٔ گوتا و لایپزیگ را ملاحظه کرده است: در دست‌نوشتهٔ گوتا همین افتادگی به چشم

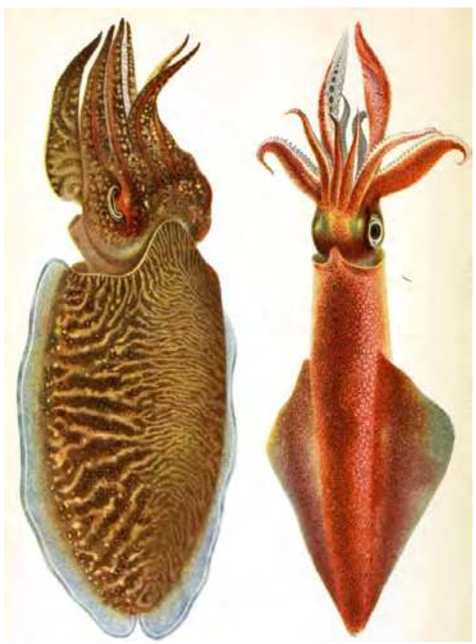
←

***

مرکّبِ «ماهی مرکّب» در متون کهن: تکمله

شمامه محمدی‌فر

نام ماهی مرکّب شامل آبزیانی از شاخهٔ نرم‌تنان، ردهٔ سرپایان[1]، راستهٔ سـرپاوَران و جـنس لولیگـو[2] است. ماهیان مرکّب از خود مادّه‌ای سیاه (مرکّب) ترشح می‌کنند و از همین رو بدین نـام خوانـده شده‌اند. در بالای راست‌رودهٔ افراد این جنس، کیسه‌ای به نـام کیسـهٔ مرکّـب وجـود دارد کـه مـادهٔ تیره‌رنگی از جدار آن ترشح می‌شود. مجـرای کیسـهٔ مرکّـب در نزدیکـی مخـرج قـرار دارد و جانور در هنگام احسـاس خطـر، بـا انقبـاض جدار کیسه، مقداری مرکّب از درون آن خارج و محیط را تیره می‌کند تا بتوانـد فـرار کنـد یـا پنهان شود.



سمت راست، گونه‌ای ماهی مرکّب (لولیگو)؛
سمت چپ، گونه‌ای سپیا

به جز جنس پیش‌گفته، در جنس دیگری از افراد ردهٔ سرپایان، به نام سِپیا[3]، نیز مـادهٔ تیـره رنگی تولید و ترشـح مـی‌شـود. در افـراد ایـن جنس نیز کیسـهٔ مرکّـب، غـدهٔ ترشـح‌کننـده، مخزن و مجرای خروج مادهٔ تیـره وجـود دارد. گونه‌هایی از این جنس در خلیج فارس وجـود دارد. ساکنان مناطق اطراف خلیج فارس به این نرم‌تن "اِنکاس" می‌گویند. قرنهاست که مرکّب سپیا مورد استفادهٔ نقاشان است[4] (← شـکل زیر).

ماهی مرکّب در متون کهـن دارای نام‌هـا و شرح‌های گوناگونی است. سیسرون، نویسنده و ناطق رومی، نوشـته اسـت کـه نوشـتن بـا مرکّـب

→

می‌خورد، ولی دست‌نوشتهٔ لایپزیگ اساساً فاقد این بخش از کتاب است.

1. Cephalopods
2. *Loligo*
3. *Sepia*

۴. طلعت حبیبی، جانورشناسی عمومی، ج۲: کرمها و نرمتنان، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ ششم، ۱۳۸۱، ص. ۳۲۶، ۳۳۷–۳۳۸، ۳۵۱؛

Doreen Sharabati, *Saudi Arabian seashells*, London: VNU Books International, 1981, pp. 40, 48.

ساخته شده از محتوی کیسه‌ای که از بدن سپیا بیرون آورده می‌شد، در زمان او (ح. ۵۰ ق‌م) در میان رومیان رواج داشته است[۱]. دیوسکوریدس[۲]، حکیم یونانی در سدهٔ نخست میلادی، که کتابش تأثیر زیادی بر داروشناسی دورهٔ اسلامی گذاشت، از خواص دارویی ماهی معروفی در بیت‌المقدس، به نام "سپیا" (در ترجمهٔ عربی به صورت "سیبیا")، یاد کرده است.

واژهٔ "سیبیا"، به همین صورت به متون دورهٔ اسلامی، از جمله کتاب ابن بیطار[۳] (داروشناسی اندلسی در سدهٔ ششم هجری) راه یافته است. غافقی[۴]، در توضیحات مربوط به جانوری به نام "دَمیَا"، ذکر کرده که دیوسکوریدس آن‌را به صورت "شیبیا" آورده است. ابن میمون[۵] (حکیم اندلسی در سدهٔ ششم هجری)، لسان‌البحر را همان "شیبیه" دانسته است. حمدالله مستوفی[۶]، جغرافیدان و مورّخ ایرانی در سدهٔ هشتم هجری، برای نوعی ماهی به نام "سیاه" این توضیح را آورده است: "به شکل کلاه نمد ترکمانی است. چون صیاد قصدش کند، خون سیاهی از درونش بیرون آید که پیرامونش آب سیاه رود و هرچه با آن آب رنگ کنند متغیر نشود".

علی‌بن حسین انصاری شیرازی[۷] (۷۲۹- ۸۰۶ق)، ذیل "سیبیا" چنین نوشته است: "لعابی سیاه که از وی بیرون آید... مانند مداد سیاه بود و اگر خواهند کتابت بدان کنند".

عقیلی علوی خراسانی[۸]، پزشک ایرانی در سده‌های دوازدهم و سیزدهم هجری، در ذیل "سیبیا" نوشته است: "نوع[ی] ماهی است که در بحر قلزم و بحیرهٔ طبریه بسیار به هم میرسد، شبیه به سرطان. ظاهر آن صدفی و باطن آن حجری و در جوف آن رطوبتی سیاه مانند مداد که از آن کتابت توان نمود و اطفال عرب به آن کتابت و مشق می‌نمایند و ازین جهت آن را به فارسی ماهی مرکب نامند". وی همچنین در ادامهٔ مطالب مربوط به افعال و خواص این جانور نوشته است: "اگر در چراغی از سیاهی آن برافروزند، در خانهٔ دیگر که در آن چراغ نباشد، هر کس که نشسته باشد، در اطراف آن خانه گردی مشاهده می‌نماید". مؤلف در جایی دیگر در ذیل نوعی ماهی با عنوان "سَپیه" که آن را لغتی فرنگی دانسته، نوشته است: "ماهی‌ای است که در دریا به هم می‌رسد. استخوان آن

۱. دائرةالمعارف فارسی، به سرپرستی غلامحسین مصاحب، تهران: فرانکلین ، ۱۳۴۵ - ۱۳۷۴ش، ذیل "مرکب".

۲. دیوسکوریدس، هیولی الطّب فی الحشائش والسموم، ترجمهٔ اصطفن بن بسیل و اصلاح حنین بن اسحاق، تطوان: دارالطباعة المغربية، ۱۹۵۲، ص۱۳۵.

۳. ج۳، ص۴۷.

۴. غافقی، الأدوية المفردة، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۷۵۰۸، مربوط به نیمهٔ نخست کتاب، موجود در کتابخانهٔ ازلِر دانشگاه مک‌گیل، ذیل "دمیَا"؛ دیگر مطالب نقل شده از غافقی، به دلیل در دسترس نبودن نسخهٔ کامل، از کتاب الجامع... ابن بیطار نقل شده است.

۵. ابن میمون، شرح أسماء العقّار، چاپ ماکس مایرهوف، قاهره، ۱۹۴۰، ص۲۵.

۶. حمدالله مستوفی، نزهت‌القلوب، چاپ سنگی بمبئی، ۱۳۱۱، مقالهٔ اول، ص [۱۴۵].

۷. انصاری شیرازی، اختیارات بدیعی، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۳۴۹۹، موجود در کتابخانهٔ بریتانیا، ذیل "سیبیا".

۸. عقیلی علوی خراسانی، مخزن الأدوية، چاپ کلکته، ۱۸۴۴، چاپ افست تهران، ۱۳۵۵، ص۴۹۱، ۵۳۵.

بسیار صلب و زرگران بر آن نقش حلی و زیور کنده، در آن نقره و طلا[ی] گداخته می‌ریزند و اطفال بر لوح آن می‌نویسند و لحم و مغز آن سفید و نرم و پرسوراخ مانند اسفنج و در جوف آن بـه جـای خون، آب بسیار سیاهی می‌باشد و هر گاه ماهی دیگر یا شخصی و صیادی قصد آن می‌کنـد از آن آب سیاه قدری در آب می‌ریزد، آب سیاه می‌گردد، به‌حدی‌که چیزی در آن نمـی‌نمایـد و آن مـاهی خود می‌گریزد. و چون سیاهی جوف آن را در چراغ افروزند مانند روغـن مشـتعل گـردد". هرچنـد توصیف دوم عقیلی علوی خراسانی با ویژگی‌های رفتاری انواع ماهیان مرکّـب همخـوانی بیشـتری دارد اما احتمالاً این دو توصیف مربوط به یک جانور است.

نوشته‌های پراکندهٔ دیگری نیز دربارهٔ این جانور و دیگر جانورانی که مادهٔ رنگی تیره تولید می‌کنند وجود دارد. برای نمونه، ابوریحان بیرونی[1] (۳۶۲-۴۴۰ق)، در ذیل "زَبَدالبحر" (کف دریا) و پس از توصیف حیوانی که این صدف (یعنی همان کف دریا) را دارد، نوشته است: "سـاکنان جزیـره‌هـا و کناره‌ها با زرداب این حیوان می‌نویسند، [که نوشته‌ای] زیبا، درخشان و بسیار سیاه به دست می‌آید".

زکریا بن محمدبن محمود قزوینی[2] (۶۰۲- ۶۸۲ق) از نوعی خرچنگ در دریای چین یاد کرده است که آن را در تهیهٔ داروهای سیاه به کار می‌برند. او همچنین از نوعی ماهی در دریای هنـد یـاد کرده است که اگر با رطوبت او کتابت کنند در شب قابل خواندن است.

در رسالهٔ در بیان کاغذ و رنگ‌های الوان[3]، احتمالاً متعلق به سدهٔ نهم هجری، از ماهی مرکـب نام برده نشده اما به ماده‌ای به نام "گِل هرموز" که در قعر دریا به عمل می‌آید اشاره شـده اسـت کـه مردم به هنگام فروکش کردن سطح آب دریا، آن را برداشته و خشک و در آب حل کرده و برای تهیـهٔ مرکّب به کار می‌برند. به کاربرد "کفکِ دریا" در تهیهٔ نوعی مرکّب ترکیبـی نیـز اشـاره شـده اسـت. همچنین مطابق دایرة المعارف فارسی[4]، مرکّب چین اصل را از این ماده می‌ساختند.

مطالب پیش‌گفته، با تغییراتی اندک در نوشته‌های دیگر حکمای دورهٔ اسلامی از جملـه حکـیم مؤمن[5] و نیز در فرهنگ لغت‌ها[6] تکرار شده است.

۱. ابوریحان بیرونی، الصّیدنة فی الطّب، ترجمهٔ روسی ع. ا. کریموف، ترجمهٔ فارسی باقر مظفرزاده، تهران: فرهنگستان زبان و ادب فارسی، ۱۳۸۳، ص۵۵۶.

۲. زکریابن محمدبن محمود قزوینی، عجایب المخلوقات و غرائب الموجودات، چاپ نصراللّه سبوحی، تهران: کتابخانهٔ مرکزی، ۱۳۶۱، ص۱۰۹، ۱۱۷.

۳. احمد گلچین معانی، "یک رسالهٔ نفیس و کهنسال هنری"، نشریهٔ دانشکدهٔ ادبیات تبریز، سال ۱۴، شمارهٔ ۳، پاییز ۱۳۴۱، ص۳۰۰، ۳۰۲.

۴. ذیل "سِش".

۵. حکیم مؤمن، تحفه یا تحفة المؤمنین، چاپ افست تهران، کتابفروشی مصطفوی، ۱۳۷۸ق، ص۱۶۰.

۶. برای نمونه← دایرةالمعارف فارسی، ذیل "سپیا" و "سِش".

ترجمه‌هایی از عربی و فارسی به سانسکریت

مریم زمانی[۱]

می‌دانیم که پیش از ترجمهٔ آثار یونانی به عربی در دورهٔ اسلامی، نجوم و ریاضیات اسلامی تحت تأثیر نجوم و ریاضیات هند بود. این تأثیر به خصوص با ترجمهٔ کتاب سدهانتا از سانسکریت به عربی (با نام سندهند) آغاز شد. بعدها که علوم دورهٔ اسلامی با بهره‌گیری از منابع یونانی و با کار دانشمندان تمدن اسلامی شکوفا شد، روند معکوس ترجمه (از فارسی و عربی به سانسکریت) نیز پدیدار شد.

در برخی آثار سانسکریت سدهٔ یازدهم م/ پنجم هـ به بعد در هند به موضوعاتی مرتبط با علوم دورهٔ اسلامی اشاره شده یا مفهومی نقد شده است. مثلا اخترشناسی به نام آسیوتا پیشارتی[۲] در دههٔ ۱۵۹۰م از کرالا[۳] رابطه‌ای برای طول دایرةالبروجی میانگین (وسط)[۴] ماه عرضه کرد که بسیار شبیه چیزی است که یحیی ابی منصور در زیج ممتحن خود آورده بود یا اخترشناس دیگری منتقد فلک الافلاک[۵] بود. با این‌حال چنین موضوع‌هایی در حوزهٔ مفاهیم کیهان‌شناسی یونانی-عربی در میان هندیان چندان فراگیر نشد. اما ابزارها و زیج‌های رایج در نجوم دورهٔ اسلامی سرنوشتی دیگر داشته‌اند. کاربری آسان اسطرلاب در زمان‌سنجی و مکان‌یابی جرم‌های آسمانی سبب مقبولیتش شد و در ۱۳۷۰م ماهندرا سوری[۶] به درخواست اخترشناسان فیروزشاه (۱۳۹۷- ۱۴۲۲م)[۷] رساله‌ای در توصیف اسطرلاب نوشت که نخستین نوشته از این دست به سانسکریت بود و بعدها شاگردش شرحی بر آن نگاشت. ماهندرا سوری و شاگردش نه تنها در نوشته‌هایشان به ساختار و کاربرد

---

۱. کارشناس ارشد تاریخ علم، maryam_zamani77@yahoo.com

2. A. Piṣāraṭī.

۳. ایالتی در جنوب هند.

۴. کمانی از فلک ممثل بین اول حمل و صفحهٔ گذرنده از مرکز فلک ممثل و مرکز فلک تدویر (باقری، ص ۱۸۴).

۵. طبق مدلی که افلاطون و ائودکسوس عرضه کرده بودند و در نجوم دورهٔ اسلامی پذیرفته شده بود، ستارگان در فلک الافلاک هستند و گردش روزانهٔ این فلک، طلوع و غروب روزانهٔ همهٔ اجرام آسمانی را توجیه می‌کند.

6. Mahendra Suri.

۷. هشتمین پادشاه بهمنیان که شاعر بود و بسیاری از شاعران و دانشمندان ایرانی را به دکن دعوت کرد. بهمنیان از خاندان‌های مسلمان حاکم بر دکن و جنوب هند بودند.

اسطرلاب توجه داشته‌اند بلکه افزون بر آن جدول جیبی مشابه جدول جیب (سینوس) مسلمانان (که در آن شعاع دایره $R = 3600$)، جدول میل، فهرستی از ستارگان، برگرفته از مجسطی و همچنین فهرستی از عرض‌های جغرافیایی ۷۷ شهر که بیش‌ترشان در هند بودند (پینگری، ۱۹۷۸، ص ۳۱۸-۳۲۱) عرضه کرده‌اند. زیج‌ها هم مورد توجه بوده‌اند و ناگفته پیداست کار کردن با جدول‌های موجود در زیج‌ها آسان‌تر از به کارگیری رابطه‌های بسیار برای یافتن موقعیت جرم‌های آسمانی است که این توجیهی برای رواج کاربرد آن‌هاست (پلوفکر، ۲۰۱۷، ص ۵۰۸).

جدای از این‌ها، بین قرن‌های ۱۷ و ۱۸ م/ ۱۱و ۱۲هـ از میان نوشته‌های عربی یا فارسی قرن پانزدهمی/ نهمی مکتب سمرقند متن‌هایی برای ترجمه به سانسکریت برگزیده شد که شامل رساله‌هایی هم‌چون رسالهٔ في علم الهيئة قوشچی بود (کوسوبا و پینگری، ص ۴). تعداد قابل توجهی از این ترجمه‌ها بین سال‌های ۱۷۲۵ تا ۱۷۳۵م (۱۱۰۳ تا ۱۱۱۳ق) در سایهٔ حمایت‌های جی سینگ مهاراجهٔ جی‌پور (هند) انجام شده است که به شرح زیر هستند (پینگری، ۲۰۰۰، ص ۱۰۲):

۱- تحریر اصول هندسهٔ اقلیدس نصیر الدین طوسی که جاگاناتا سمرات[1] در ۱۷۱۹ م به سانسکریت درآورده است.

۲- تحریر مجسطی بطلمیوس از نصیرالدین طوسی. نسخهٔ تحریر مجسطی طوسی به شمارهٔ ۳۱ موزهٔ مهاراجهٔ جیپور، ۲۷ برگ به همراه دو برگ خالی، ۱۶×۲۲ س م و ۲۴ خط در هر صفحه است. این اثر را جاگاناتا به سانسکریت برگردانده است.

۳- تحریر اکر تئودسیوس از نصیرالدین طوسی. این نسخه به شمارهٔ ۴۴ همان موزه، از برگ ۱ تا ۴۶ به همراه سه برگ خالی و شامل ۲۳ خط در هر صفحه و ۱۷٫۵×۲۳ س م است. در برگهٔ ۴۵ ام نوشته شده است:

> این را در ۱۷۲۹ م عابده[2] از عربی تقریر و نایانا سوکوپادیایا[3] به سانسکریت تحریر کرده است.

۴- بیست باب در معرفت اسطرلاب (فارسی) از نصیر الدین طوسی. این نسخه به شمارهٔ ۴۲ در همان موزه و مشخصاتش چنین است: برگ ۱ تا ۲۸، به همراه دو برگ خالی، شامل ۱۶ خط در هر صفحه و به اندازهٔ ۱۶٫۵×۲۲ س م است. در نسخهٔ به شمارهٔ ۸۱۸۶۵ از مجموعهٔ سراوستی[4] بنارس به خط کاتب دیگری نوشته شده که ترجمه به سانسکریت از نایانا سوکوپادیایا است.

1. Jagannatha Samrat.
2. Ābidda.
3. Nayanasukhopādhyāya.
4. Saravasti Bhavani.

۵- رساله‌ای در مورد صفیحهٔ زرقاله. نسخهٔ این رساله به شمارهٔ ۵۴۸۳ در کتابخانهٔ قصر شهر جیپور و از برگ ۱ تا ۹ [۱۰]، ۱۱ تا ۱۲[۱۳] به همراه سه برگ خالی، با اندازهٔ ۱۵×۲۰ س م و شامل ۱۶ خط در هر صفحه است. احتمال دارد نایانا سوکو پادیایا آن را ترجمه کرده باشد.

۶- فصل نهم از زیج خاقانی کاشانی (فارسی) که در مورد حرکت‌های بازگشتی سیارات است. این نسخه به شمارهٔ ۳۳ موزهٔ مهاراجهٔ جیپور از برگ ۱ تا ۱۱ به همراه ۳ برگ خالی، با اندازهٔ ۱۶٫۵×۲۳٫۵ س م و ۱۹ تا ۲۰ خط در هر صفحه است.

۷- رساله‌ای دربارهٔ ساختار چندین ابزار نجومی، ترجمه شده از فارسی یا عربی که از منابعی هم‌چون تحریر مجسطی طوسی نوشته شده و در حدود ۱۷۲۹م جایاسیمها[1] تکمیلش کرده است.

۸- فصل یازدهم از مقالهٔ دوم کتاب التذکرة في العلم الهئیة[2] طوسی به همراه شرحی که بیرجندی[3] بر این فصل نوشته است. همچنین نسخه‌ای از التذکرة به شمارهٔ ۴۶، از برگ ۱ تا ۵۶، با اندازهٔ ۱۶×۲۰٫۵ س م و شامل ۱۶ یا ۱۷ خط در هر صفحه در موزهٔ مهاراجهٔ جیپور موجود است. پایان‌نوشتی در برگهٔ ۴۶ ام با همان مضمون نسخهٔ تحریر اکر دارد. این رساله را نایانا سوکو پادیایا با کمک عابده در ۱۷۳۰م (۱۱۳۵ ه) از عربی به سانسکریت ترجمه کرده است (پینگری، ۲۰۰۰، ص ۱۰۲و ۱۰۳). او در این ترجمه از توضیحات مربوط به دستور زبان عربی صرف‌نظر کرده، با این‌حال عبارت‌هایی را که در نظرش سخت بودند با تفصیل بیش‌تری بیان کرده است. او در ترجمه، برخی اصطلاح‌های عربی را توضیح داده و گهگاه واژه‌های فنی عربی را با معادل‌هایی از سانسکریت جایگزین کرده است، مثلاً در بحث ریاضی دایره‌های جفت طوسی[4] [دایرهٔ] کبیره را با «مهد[5] یا برهد[6]» و [دایرهٔ] صغیره را با «لاقو» [7] جایگزین کرده است. همین‌طور بحث‌هایی فلسفی هم‌چون

1. Jayasimha.

۲. این کتاب مقدمه ای بر هیئت است و نصیر الدین طوسی در فصل یازدهم آن جفت طوسی را مطرح کرده است.

۳. ستاره شناس و ریاضی دان قرن‌های نهم و دهم هـ که شاگرد و همکار غیاث الدین جمشید کاشانی بود.

۴. سازوکاری ریاضی که نصیرالدین طوسی برای توضیح حرکت عرضی سیارات ابداع کرده است، به این ترتیب که وقتی دو دایره که مماس داخلند و شعاع یکی دو برابر دیگری است با سرعت یکنواخت در جهت خلاف یکدیگر بغلتند چنان که سرعت زاویه‌ای دایرهٔ کوچک‌تر دو برابر سرعت زاویه‌ای دایرهٔ بزرگ‌تر باشد، آنگاه هر نقطهٔ واقع بر محیط دایرهٔ کوچک‌تر بر خطی مستقیم در امتداد یکی از قطرهای دایرهٔ بزرگ‌تر نوسان می کند. طوسی این دو دایره را «اصل کبیره» و «اصل صغیره» نامیده است.

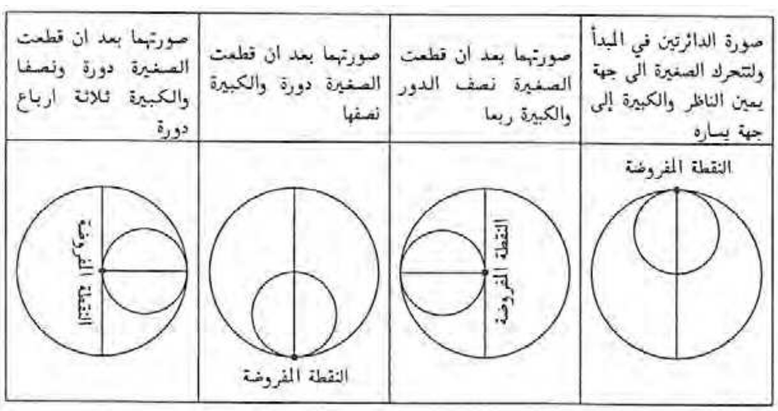
5. Mahad.

6. Brhad.

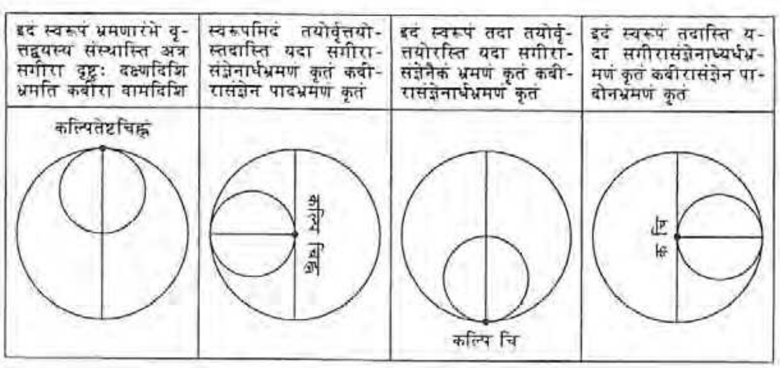
7. Laghu.

لزوم توقف بین دو حرکت پس و پیش رفتن نقطه روی قطر را ندیده گرفته است (کوسوبا و پینگری، ص ۷). تصحیح متن عربی و ترجمه‌های انگلیسی و سانسکریت این فصل را پینگری و کوسوبا با مقدمه و توضیحات در سال ۲۰۰۲ منتشر کرده‌اند و نشانی نسخه‌های بیش‌تری از این ترجمه را عرضه کرده‌اند (← منابع).

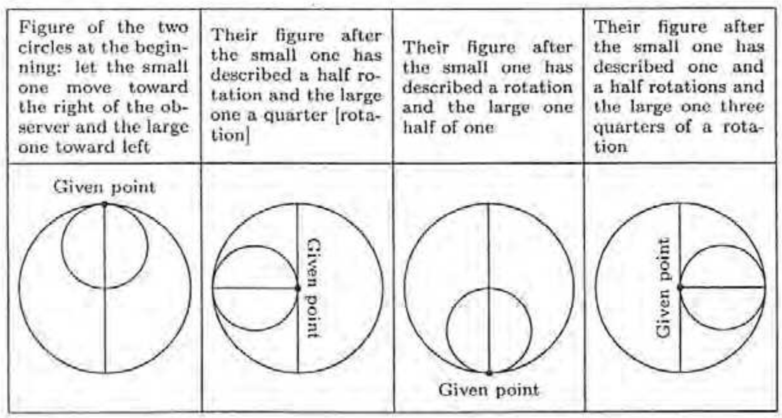
در ادامه نمایش ساز و کار جفت طوسی در چهار حالت به همراه ترجمه‌های سانسکریت و انگلیسی آن آمده است. وضعیت دو دایره نسبت به هم از سمت راست چنین است؛ در مبدأ، وقتی دایرهٔ کوچک‌تر نیم دور و دایرهٔ بزرگ‌تر یک چهارم دور را طی کرده‌اند، وقتی دایرهٔ کوچک‌تر یک دور و دایرهٔ بزرگ‌تر نیم دور را گذرانده‌اند و در نهایت وقتی دایرهٔ کوچک‌تر یک دور و نیم و دایرهٔ بزرگ‌تر سه چهارم دور را رفته‌اند.



به عربی (کوسوبا و پینگری، ص ۱۸)



به سانسکریت (کوسوبا و پینگری، ص ۱۶۷)



به انگلیسی (کوسوبا و پینگری، ص ۱۹)

۹- نسخهٔ في علم الهیئة قوشچی نیز به شمارهٔ ۲۴، برگ ۱ تا ۶۰ و با انـدازهٔ ۱۶×۲۲ س م و شامل ۱۷ خط در هر صفحه در موزهٔ مهاراجهٔ جیپور موجود است.

همانند تجربیاتی که دانشمندان دورهٔ اسلامی داشـتند -بخصـوص در مـورد رصـد کـه باعـث پیشرفت در ساخت ابزارها و نظریهٔ نورشناسی ایشان شد، متفکران هندی سده‌های ۱۷ و ۱۸م/ ۱۱و ۱۲ه هم در رویارویی با علوم روزگارشان در صدد یافتن پاسخی بودند. از این رو مهاراجـهٔ جیپـور دستور بنا کردن رصدخانه‌هایی را داد همانند آن‌چه الغ بیگ در سمرقند داشـت (پینگـری، ۱۹۷۸، ص ۳۱۵ و ۳۱۶). از میان آن‌ها رصدخانهٔ موجـود در جیپـور بـا ابزارهـای رصـدخانه‌ای قـدیمش همچنان قابل استفاده است. از میان ابزارهایش می‌توان بزرگ‌ترین ساعت آفتـابی سـنگی جهـان و سدس فخری آن را برشمرد.

در اینجا بخشی از رسالهٔ في استخراج جیب درجهٔ واحدهٔ قاضی زادهٔ رومی [۱] را به همراه ترجمهٔ فارسی‌اش و ترجمهٔ سانسکریت آن بخش می‌آوریـم، کـه نمونـه‌ای از برخـی تغییراتـی اسـت کـه مترجمان هنگام برگرداندن رساله‌ها می‌داده اند. این قسمت مربوط به محاسبهٔ وتر دو درجه است که در آن از رهیافتی جبری سخن به میان آمده و نویسنده قبل از پرداختن به آن، اصطلاحات جبری را توصیف کرده است.

۱. رسالهٔ وتر وجیب که غیاث الدین جمشید کاشانی در آن جیب یک درجه را محاسبه کرده، تاکنون به دست ما نرسیده است، اما قاضی زادهٔ رومی شرحی عربی بر رسالهٔ وتر وجیب کاشانی نوشته است (رسالهٔ قاضی زاده را فاطمه سوادی تصحیح و میراث مکتوب چاپ کرده است). عبدالعلی بیرجندی هم در رسالهٔ شرح زیج الغ بیگ خلاصه‌ای از رسالهٔ کاشانی را آورده است (قربانی، ص ۱۵۴-۱۵۹).

ساعت آفتابی استوایی عظیم رصدخانهٔ سنگی جیپور هند

اصطلاحات وقواعد جبريه

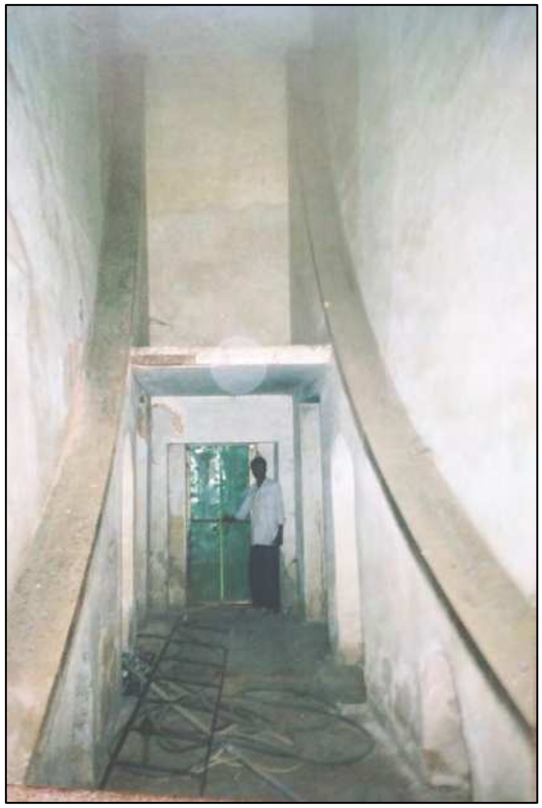
إذا ضرب الشيء في نفسه فهو بذلک الاعتبار يسمى شيئا ويسمى الحاصل مالا. وحاصل الشيء في المال كعبا أو مكعبا، وفي الكعب مال مال وكذا المال في المال.

وإذا كان في الكلام استثناء يسمّى المستثنى منه زائدا والمستثنى ناقصا، فإذا ضرب ما فيه استثناء في نفسه، فالضابطة في التحصيل الحاصل أن يضرب الزائد في الزائد والناقص في الناقص ويجمع الحاصلان، ثمّ يضرب الزائد في الناقص والناقص في الزائد ويجمع الحاصلان، فالمجموع الأوّل مستثنى منه المجموع الثاني هو الحاصل المطلوب.

وإذا أريد أن ينقص ما فيه استثناء يحذف الاستثناء ويزاد مثل المستثنى على المنقوص منه، ثمّ ينقص.

وإذا أريد استعلام المجهول بطريق الجبر والمقابلة ولابدّ من أن يكون معلوما ببعض الوجوه فإن كان ممّا يناسب المال يفرض مالا وإن كان ممّا يناسب الكعب يفرض كعبا وعلى هذا. وإن لم يعرف له متناسبة لشيء من تلک الأجناس يسمّى شيئا. ثمّ يتصرف ويحتال فيه مهتديا بنور الحدس وضياء الذكاء إلى إن يحصل جنس يعادل جنسا، كأشياء تعدل عددا أو اموالا، أو اموال تعدل عددا، وهذه ثلاث مسائل تسمى مفردات؛ إن يحصل جنسان يعادل جنسا، كأموال وأشياء تعدل عددا، أو أموال وعدد تعدل أشياء، أو أشياء وعدد تعدل أموالا وهي ثلاث أخرى تسمّى مقترنات. وهذه هي

المسائل الستّ التي اعتبر المتقدمون والمتاخرون عليها وبيّنوا كيفية الاستعلام المجهول إذا انتهي المعادلة إلى واحدة منها ولم يتعرضوا لغيرها من المعادلات لصعوبتها وغموضها وقلّة افضا للمسائل إليها، غير أن بعض المتأخرين تعرضوا المسائل قريبة من المسائل الستّ ... .



سدس فخری رصدخانه سنگی جیپور هند که هنوز قابل استفاده است.

اصطلاح‌ها و قانون‌های جبری (سوادی، ص ۴۰ و ۴۱)

هرگاه شیء در خودش ضرب شود - که به همین اعتبار نامش شیء است- حاصل، مال نامیده می‌شود. حاصل ضرب شیء در مال، کعب یا مکعب است و [حاصل ضرب شیء] در کعب، مال مال، چنان که [حاصل ضرب] مال در مال، [مال مال نامیده می‌شود].

و اگر در عبارت استثناء[1] وجود داشته باشد، مستثنی منه را زائد می‌خوانند و مستثنی را ناقص. حال اگر عبارت جبری شامل استثناء در خودش ضرب شود، قاعدهٔ به دست آوردن حاصل ضرب

۱. جمله‌ای که کاسته می‌شود (به تعبیر امروزی جملهٔ منفی).

چنین خواهد بود: زائد در زائد، و ناقص در ناقص ضرب شده، دو حاصل ضرب با هم جمع می‌شوند (مجموع اول). سپس زائد در ناقص، و ناقص در زائد ضرب شده، دو حاصل ضرب با هم جمع می‌شوند (مجموع دوم). حاصل تفریق مجموع دوم، از مجموع اول مطلوب ماست.

و هرگاه مطلوب تفریق عبارت جبری شامل استثناء [از عبارتی دیگر] باشد، استثناء حذف و معادل آن بر منقوص منه افزوده می گردد، سپس عمل تفریق انجام می‌شود.

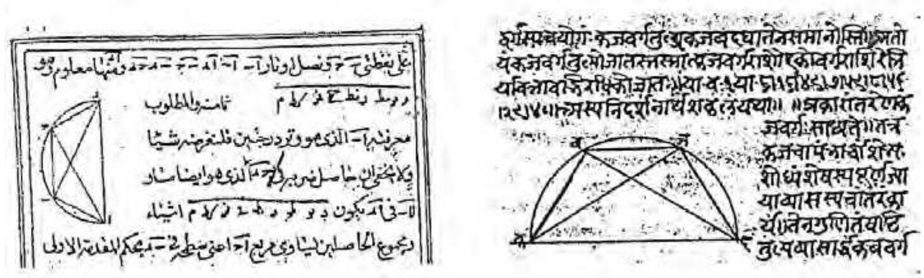
هرگاه محاسبهٔ مجهول به روش جبر و مقابله مطلوب باشد - و ناگزیر باید به نوعی معلومی در کار باشد- اگر [مجهول به لحاظ واحد] متناسب با مال باشد، مال فرض می‌شود، و اگر متناسب با کعب، کعب فرض می‌گردد و همین طور [تا آخر]. و اگر تناسبی با اجناس مذکور یافت نشود، به آن شیء اطلاق می‌شود، سپس در پرتو گمانه‌زنی و تیزبینی در آن چنان تغییراتی اعمال می‌شود تا [معادله‌ای] حاصل شود [شامل] جنسی معادل جنسی دیگر؛ مانند اشیائی که با یک عدد، یا اموال معادلند، ($ax = b$ و $ax = cx^2$)، یا اموالی که با یک عدد معادلند ($cx^2 = b$)، که این سه مسئله مفردات نامیده می‌شوند. یا مسئله منتهی شود به دو جنس که معادل یک جنس است؛ مانند اموال و اشیائی که معادل یک عددند ($cx^2 + ax = b$)، یا اموال و عددی که معادل اشیاءاند ($cx^2 + a = bx$)، یا اشیاء و عددی که معادل اموالند ($cx^2 = ax + b$)، و این سه مسئلهٔ اخیر «مقترنات» نام دارند. این همان شش مسئله‌ای است که متقدمان و متاخران به آن‌ها بسنده کرده‌اند و نحوهٔ به دست آوردن مجهول به گاه منتهی شدن معادله به یکی از آن‌ها را تبیین کرده‌اند و به دیگر معادلات به علت دشواری و پیچیدگی و نیز به لحاظ اندک بودن مسائل نیازمند بدان‌ها نپرداخته‌اند... .

و اما آن‌چه مترجم به سانسکریت درآورده است:

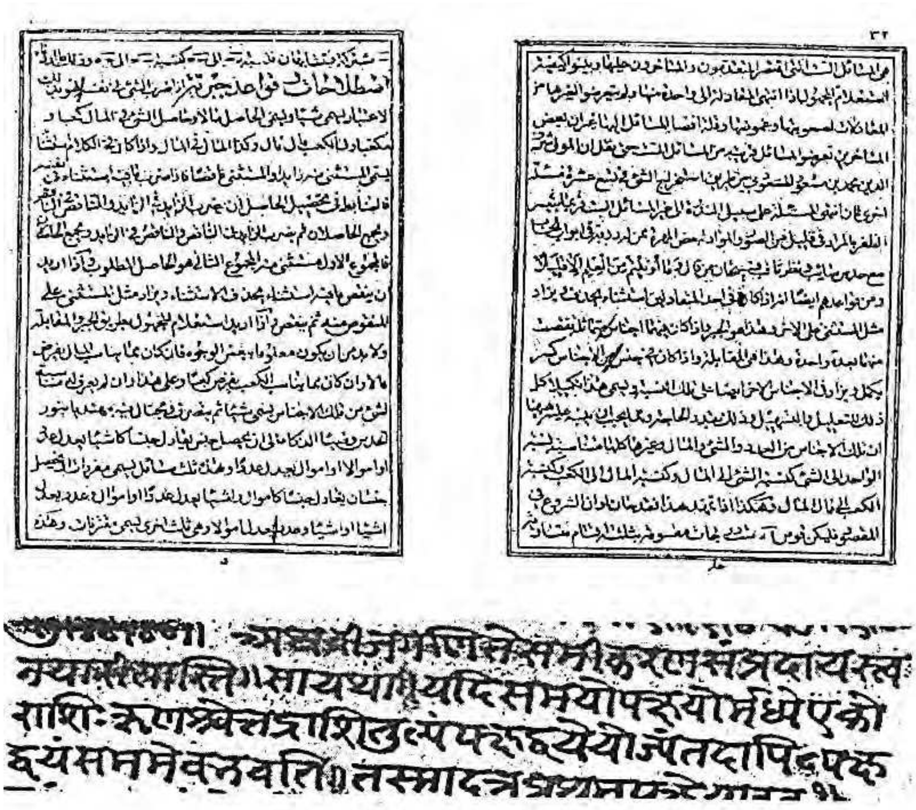
روشی مانند این برای حل معادلات در بیجا گانیتا[1] هست که اگر در یکی از دو طرف تساوی مقداری منفی باشد، مقداری مساوی به هر دو طرف می افزایند تا همچنان دو طرف برابر بمانند ...

چنان که دیده می شود مترجم سانسکریت به جای ترجمهٔ عبارت‌های عربی خواننده را به کتابی از بهاسکارا ارجاع می دهد بدون آن‌که به محل دقیق مطلب در آن کتاب اشاره کند. از نظر او توضیحات نویسندهٔ اصلی اضافی و تنها بیان سنتی از جبر هندی که بهاسکارا در بیجا گانیتا عرضه کرده، کافی است. شاید به این خاطر که او جای دقیق مطلب ارجاعی به بهاسکارا را در بیجاگانیتا یا شرح‌های نوشته شده بر آن را نمی‌داند و چه بسا تنها به موضوع جبر یا بیجا گانیتا به صورت عام اشاره کرده که بازتابی از تاثیر کلان این اثر است. (پلوفکر، ۲۰۱۵، ص ۱۰۵ و ۱۰۶).

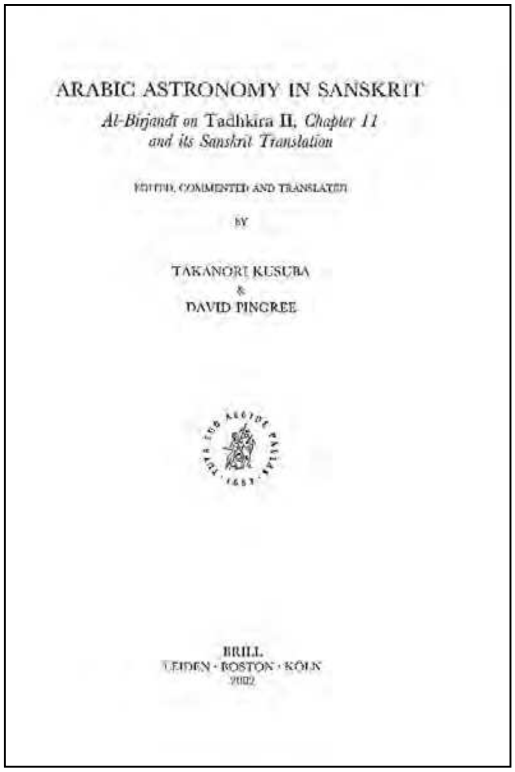
۱. بیجا گانیتا کتابی در زمینهٔ جبر از بهاسکاراچاریا است.



تصویر ۱: قضیه‌ای هندسی از رسالۀ في استخراج درجة واحدة و ترجمۀ سانسکریت آن.



تصویر ۲: دوصفحه از رسالۀ في استخراج جیب درجة واحدة و ترجمۀ سانسکریت آن.


ARABIC ASTRONOMY IN SANSKRIT

Al-Bīrjandī on Tadhkira II, *Chapter 11*
and its Sanskrit Translation

EDITED, COMMENTED AND TRANSLATED

BY

TAKANORI KUSUBA
&
DAVID PINGREE

BRILL
LEIDEN · BOSTON · KÖLN
2002

تصویر ۳: ترجمهٔ انگلیسی فصل یازدهم مقالهٔ دوم شرح بیرجندی بر کتاب التذکرة في العلم الهیئة.

منابع:

باقری، محمد. (۱۳۹۱). تعریف اصطلاحات نجومی در زیج جـامع کوشـیار. میـراث علمـی، شمارهٔ ۲، ص ۱۸۴-۱۹۳.

سوادی، فاطمه. (۱۳۸۴). بررسی روش کاشانی در محاسبهٔ جیب یک درجه بر اساس رسالة في استخراج جیب درجة واحدة (پایان نامهٔ کارشناسی ارشد)، دانشگاه تهران.

ــــــــــــــــ. (۱۳۸۷). رسالة في استخراج جیب درجة واحدة، تهـران: مرکـز پژوهشـی میراث مکتوب.

قربانی، ابوالقاسم.(۱۳۶۸). کاشانی نامه، تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

Kusuba, T. & Pingree, D. (2002). Arabic Astronomy in Sanskrit, *al-Bīrjandī on Tadhkira II, Chapter 11 and its Sankrit Translation*, Brill.

Plofker, K. (2015).The Influence of Bhāskarāçārya's Works in "Westernized" Sanskrit Mathematical Traditions, *Ganita Bhāratī*, *37* (5), pp. 97-109.

Plofker, K. (2007). "Mathematics in India". In Katz, V. J. (ed.). *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam*, Princeton University Press, pp. 385-514.

Pingree, D. (1978). Islamic Astronomy in Sanskrit, *JHAS*, *2-2*(6), pp. 315-330.

Pingree, D. (2000). Sanskrit Translations of Arabic and Persian Astronomical Texts at the Court of Jayasimha of Jayapura, *Suhayl*, 1(4), pp. 101-6.

نظریهٔ اعداد در تمدن اسلامی[۱]

جان لنارت برگرن[۲]
ترجمهٔ صمد فرخ‌نهاد[۳]

نظریهٔ اعداد از سنت غنی دیرینه ای برخوردار است، که بیشتر آن را می‌توان در مقاله‌های هفتم تا نهم اصول اقلیدس یافت. اثبات این گزاره که تعداد اعداد اول نامحدود است، و این که اگر $۲^n - ۱$ اول باشد، آن گاه $(۲^n - ۱)۲^{n-۱}$ یک عدد تام[۴] است، از نمونه های زیبای موجود در این سه مقاله‌اند. همچنین است روش ایجاد مربع دو عدد صحیح که مجموعشان هم مربع باشد، در مقالهٔ دهم همین اثر.

پس از اقلیدس طولی نکشید که اراتوستن غربال مشهور خود را برای یافتن اعداد اول در دنبالهٔ اولین nعدد صحیح ابداع کرد و چند قرن بعد دیوفانتوس، همراه با پژوهندگان دیگری، به پاسخ این مسئلهٔ دست یافت: دو عدد گویا (کسری) بیابید چنان‌که اگر هر یک از آنها به مربع دیگری افزوده شود، حاصل مربع یک عدد گویا باشد. او در همان اثر (حساب[۵]) روشی جبری برای یافتن جوابهای گویای معادلات سیاله (نامعین) عرضه کرد. معادلات سیاله معادلاتی‌اند مثل $x^۲ + y^۲ = z^۲$، که بیشتر از یک جواب دارند. هر دو اثر اصول و حساب در دورهٔ اسلامی به خوبی شناخته شده بود.[۶]

---

۱. این مقاله ترجمه‌ای است از بخش افزوده با عنوان Number Theory and Combinatorics in the Islamic World در ویرایش دوم کتاب *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam* که در سال ۲۰۱۶ توسط انتشارات اشپرینگر منتشر شده است.

۲. John Lennart Berggren استاد بازنشستهٔ تاریخ علم دانشگاه سایمون فریزر کانادا (Simon Fraser)، berggren@sfu.ca

3. samad1331@kpnmail.nl

۴. عدد تام عددی است که برابر مجموع مقسوم علیه‌های سره‌اش (مقسوم علیه های آن غیر از خود عدد) باشد. ۶ و ۲۸ اولین دو عدد تامند:

۳+ ۲ + ۱ = ۶

۱۴ + ۷ + ۴ + ۲ + ۱ = ۲۸

۵. در یونان باستان به آنچه امروزه ما نظریهٔ اعداد (the theory of numbers) می‌نامیم، حساب (arithmetic) گفته می‌شد. حساب (arithmetic) امروز ما را یونانی‌ها لوگیستیک (logistic) می‌نامیدند.

۶. البته از ۱۳ مقالهٔ حساب دیوفانتوس تنها شش مقاله به زبان یونانی و چهار مقاله دیگر فقط به زبان عربی باقی‌اند.

در زمانی بین اقلیدس و دیوفانتوس (شاید در حوالی سال ۱۰۰ میلادی) نیکوماخوس گراسایی (جیراشی) کتاب درآمدی بر حساب را نوشت که در آن از جمله اعداد مصور را بررسی کرده و چهارمین عدد تام را به دست آورده بود: ۸۱۲۸.[۱]

یکی از اولین نتایج مربوط به نظریهٔ اعداد که در دورهٔ اسلامی به اثبات رسید، به ثابت بن قره تعلق دارد، که هر دو اثر اقلیدس و نیکوماخوس را به عربی ترجمه کرد و شرطهای کافی را برای آن که دو عدد متحاب[۲] باشند، ثابت کرد. این ویژگی، که ظاهراً تعمیم مفهوم عدد تام است، به یونان باستان بر می‌گردد. آنان دو عدد را، وقتی که هریک از آنها برابر مجموع مقسوم علیه های سره دیگری بود، متحاب می‌نامیدند (اعداد ۲۲۰ و ۲۸۴ نمونه های متعارف کهن دو عدد متحابند).

نظریهٔ ثابت بن قره می‌گوید: اگر p، q و r اعداد اولی باشند، چنان که

$$p = ۳\times ۲^{n-۱} - ۱\ ,\ q = ۳\times ۲^{n-۱} - ۱\ ,\ r = ۹\times ۲^{n-۱} - ۱$$

آن گاه $۲^n pq$ و $۲^n r$ دو عدد متحابند.

نمایش اعداد گویا به صورت مجموع مربعات

گفتیم که دیوفانتوس روشی برای پیدا کردن جوابهای گویای معادلهٔ سیالهٔ $x^۲ + y^۲ = z^۲$ عرضه کرد. ابن بنّا، در قرن سیزدهم/ هفتم، در فصل اول کتاب جبرش، جواب‌های گویای معادلهٔ $x^۲ + y^۲ = z^۲$ را جستجو می‌کند. این مبحث که مربوط به نظریهٔ اعداد است، در جستجوی یافتن پاسخ به سه نوع مسئله بود: (۱) تقسیم عدد ۱۰ به دو جزء طبق شرطهای معین، (۲) تقسیم پول بین تعداد معینی افراد، با شرطهای معین، (۳) افزایش و کاهش مجموع مقداری پول طبق شرطهای معین. اما ابن بنّا برای آن که خواننده را آمادهٔ این دست مسائل کند، دستورهای زیر را عرضه می‌کند:

۱. دو عدد[۳] a و b چنانند که $\frac{a}{b} = \frac{۳}{۴}$، آن گاه $a^۲ + b^۲$ مربع یک عدد گویاست.

۲. هر عدد مربع را می‌توان به صورت مجموع دو عدد مربع دیگر نوشت. توضیح مختصر ابن بنّا چنین است: "دلیل این است که دو عدد مربع وجود دارند که مربع شان یک مربع است. آن گاه می‌توان این مربع را به نسبت آن دو تجزیه کرد".

۳. اگر a مربع نباشد، و اگر دو عدد صحیح y و x وجود داشته باشند، چنان‌که $a = x^۲ + y^۲$ آن گاه دو عدد صحیح دیگر مثل w و z وجود دارند چنان‌که $a = w^۲ + z^۲$.

۱. پنجمین عدد تام، ۳۳۵۵۰۳۳۶، اولین بار در قرن پانزدهم میلادی یافته شد.

۲. دو عدد متحاب دو عددند که مجموع مقسوم علیه های سره هر یک برابر دیگری باشد. –م

۳. اگرچه این دستور برای دو عدد گویا صادق است، ابن بنّا به سادگی از "دو عدد" می‌نویسد.

۴. او نتیجه می‌گیرد که به روش زیر می‌توان تعیین کرد که آیا یک عدد صحیح را می‌توان به صورت مجموع مربع‌های دو عدد نوشت یا نه:

«به این ترتیب می‌توانید دریابید که آیا عدد معینی دارای دو جزء مربع است یا نه: ابتدا اولین عدد مربع طبیعی، یعنی ۱، را از آن کم کنید. اگر باقیمانده دارای ریشه باشد، آن گاه می‌توانید عدد را به صورت مجموع دو مربع بنویسید. اگر نه، آن گاه دومین عدد مربع طبیعی، یعنی ۴، را از آن کم کنید و در باقیمانده تحقیق کنید. و به همین ترتیب گام به گام پیش بروید.

برای روشن شدن این که عددی را نمی‌توان به صورت مجموع مربعهای دو عدد نوشت، آزمایش آن با اعداد صحیح کافی است. اگر نتوان عددی را به صورت مجموع مربعهای دو عدد صحیح نوشت، به صورت مجموع مربعهای دو عدد کسری هم نمی‌توان نوشت. این را به یاد بسپارید.»

تنها در دستور سوم است که او مشخصاً به اعداد صحیح می‌پردازد. از این بر می‌آید که همه جا منظورش از "عدد" به طور کلی عدد گویاست.

به طور خلاصه، دستور اول توضیح می‌دهد که چگونه می‌توان هر تعداد جفت عدد گویا یافت که مجموع مربع‌هایشان مربع یک عدد گویا باشد. بدون شک ابن بنّا می‌دانسته که این دستور در مورد هر دو عدد گویای m و n که نسبتشان نسبت اضلاع یک مثلث قائم الزاویه باشد (دو ضلع p و q، و وتر r)، صادق است.[1] او در دستور دوم می‌گوید که چگونه می‌توان مربع یک عدد گویا را به صورت مجموع مربع‌های دو عدد گویا نوشت.[2] دستور سوم به اعداد گویای غیرمربعی می‌پردازد که می‌توان آنها را به نحوی به صورت مجموع مربع‌های دو عدد نوشت. ابن بنّا توضیح می‌دهد که در این صورت آن اعداد را می‌توان به صورت مجموع مربعهای اعداد دیگری نیز نوشت.

دستور چهارم روشی استقرایی برای پاسخ دادن به این سؤال است که آیا یک عدد صحیح مفروض را می‌توان به صورت مجموع مربعهای دو عدد نوشت یا نه.[3] ابن بنّا پیوستی به این دستور

---

۱. استدلال به اختصار این است که چون p، q و r اعدادی گویا هستند چنان‌که $p^{2}+q^{2}=r^{2}$، اگر m و n نیز اعداد گویایی باشند چنان که $\frac{p}{q}=\frac{m}{n}$، با مربع کردن دو طرف تناسب و اضافه کردن عدد ۱ به دو طرف تناسب جدید، دیده می‌شود که $\frac{n^{2}r^{2}}{q^{2}}=m^{2}+n^{2}$ یعنی $m^{2}+n^{2}$ نیز مربع یک عدد گویاست.

۲. مثلا ۲۵ = ۱۶ + ۹ . اکنون اگر بخواهیم ۳۶ را به صورت جمع مربعات دو عدد گویا بنویسیم، می‌توانیم همهٔ عوامل آن تساوی را در ۳۶/۲۵ ضرب کنیم. پس ۳۶ = ۳۶x(۱۶/۲۵) + ۳۶x(۹/۲۵). چنان که دیده می‌شود، هر دو عامل جمع (جمع‌وند) در طرف چپ این تساوی مربع یک عدد گویاست.

۳. فرما کشف و ثابت کرد که هر عدد صحیح بزرگتر از ۱ مشخصاً زمانی می‌تواند به صورت مجموع مربع‌های دو عدد نوشته شود که تمام

←

می‌افزاید که اگر این روش نشان دهد عدد مفروض را نمی‌توان به صورت مجموع مربع‌های دو عدد نوشت، آن گاه آن را به صورت مجموع مربع‌های دو عدد گویا نیز نمی‌توان نوشت (در این باره کـه ابن بنّا چگونه به این نتیجه رسیده بود، تنها می‌توان گمانه زنی کرد. بعید است که او اثبات این گزاره را که بعداً اهمیت یافت، دانسته باشد، زیرا قرنها بعد فرما همین نتیجه را، بدون آن که دلیلی بیاورد، تکرار کرد. در واقع تنها در اوایل قرن بیستم میلادی بود که اثبات آن یافته شد).

به صورت نمونه‌ای از کاربرد این دستورها، "مسئله شمارهٔ ۳" را که پس از توضیح دستورها آمده است، در نظر بگیرید. مسئله تقسیم عدد ۱۰ به دو عدد مربع است. ابن بنّا با کاربرد روش استقرایی دستور چهارم، ۱۰ را به ۱ و ۹ تجزیه می‌کند.

طبق دستور سوم باید بتوان ۱۰ را به گونهٔ دیگری هم به صورت مجموع مربعهای دو عـدد گویـا نوشت؛ دو عددی که روشن است اعداد صحیح نیستند. برای یافتن این دو عدد مـی‌تـوان طـرفین تساوی ۹ + ۱ = ۱۰ را در یک عدد مربع، مثلاً ۲۵، ضرب کرد: ۲۲۵ + ۲۵ = ۲۵۰. این تجزیهٔ عدد ۲۵۰ به دو عامل است که نسبت بین آنها همان نسبت بین ۱ و ۹، یعنی ۱/۹، در تساوی ۹ + ۱ = ۱۰ است. اکنون روش استقرایی دستور چهارم تجزیهٔ ۲۵۰ به دو عدد مربع را ممکن می‌سـازد: $13^2 + 9^2$ = ۱۶۹ + ۸۱ = ۲۵۰. حال می‌توان روند بالا، یعنی ضرب طرفین تسـاوی در ۲۵، را بـا تقسـیم طرفین تساوی اخیر به ۲۵ معکوس کرد. خواهیم داشت:

$(13/5)^2 + (9/5)^2 = 169/25 + 81/25 = 250/25 = 10$ و این جواب مسئله است.

ابن بنّا در ملاحظاتی که پس از مسئلهٔ شماره ۳ طرح می‌کند، به خواننده اطمینان می‌دهد که اگر ضریب مربع انتخاب شده (در بالا ۲۵) جواب ندهد، حتماً ضریب مربع دیگری جـواب خواهـد داد.

او روشی جبری هم عرضه می‌کند و می‌گوید: "اگر بخواهید، می‌توانید یکی از دو ریشه ای را که می‌جویید، با چیزی بیشتر از ریشهٔ یکی از دو مربعی که ۱۰ را تشکیل می‌دهند، برابر قرار دهید. مثلاً اگر $a^2 + b^2 = 10$، آن گاه می‌توانید فرض کنید $a = 1 + x$. سپس ریشهٔ دوم را چیزی کم‌تر از ریشهٔ مربع دوم قرار دهیـد. از ایـن قـرار $b = nx - 3$ خواهـد بـود، بگیریـد $n = 3$ ". ابـن بنّـا سـپس $a^2 + b^2 = 10$ را بسط می‌دهد تا به نتیجهٔ $10x = 16$ یا $x = \frac{8}{5}$ برسد. با گذاشتن این مقدار به جای x در عبارت‌های a و b خواهیم داشت $a = \frac{13}{5}$ و $b = \frac{9}{5}$، و مجموع مربع‌های آنها برابر ۱۰ است.

→

اعداد اول موجود در تجزیهٔ آن، که با ۳ در پیمانهٔ ۴ هم نهشتند، یعنی به صورت $4k + 3$ هستند، دارای توان زوج باشند.

ابن بنّا می‌گوید که، به دلیل انتخاب‌های مختلفی که می‌توان کرد، مسئله "سیال" است، یعنی جواب‌های متعددی دارد. او هم‌چنین می‌گوید که اگر در روش جبری گفته شده، به جای $n = ۳$ ، n را برابر ۲ قرار دهیم دوباره همان تجزیهٔ ۹ + ۱ = ۱۰ را به دست خواهیم آورد، و می‌افزاید:

"... جبردانان آن را دور باطل می‌نامند و فاقد ارزش است."

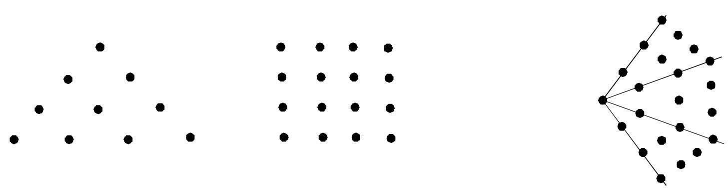
سرانجام او اشاره می‌کند که اگر d را برابر $x - ۳$ انتخاب کنیم، به همان نتیجهٔ ۹+۱=۱۰ خواهیم رسید. و اگر d را برابر $rx - ۳$ انتخاب کنیم و $r > ۱$ ، به نتیجه‌ای غیرممکن (ممتنع) خواهیم رسید. او متن خود را با این سفارش به خواننده به پایان می‌برد: "این را بدان، در باره‌اش فکر کن و فرق بین دور باطل و ممتنع را دریاب!"

اعداد مصور

مسئلهٔ مجموع سریهای اعداد صحیح مدت‌ها یکی از موضوع‌های پژوهش ریاضی بود و برخی از تمدن‌های کهن مجموع بعضی سری‌های حسابی را یافته بودند. هم نیکوماخوس، در جایی که اکنون اردن است، و هم آریابهاتا، در هند قرن پنجم میلادی، می‌دانستند که مجموع اولین n عدد مکعب با مربع مجموع اولین n عدد صحیح برابر است، یعنی:

$$۱^۳ + ۲^۳ + ... + n^۳ = (۱+۲+...+n)^۳$$

هر دوی آنها در بارهٔ مجموع اولین k عدد صحیح ($k = ۱,۲,...,n$)، یافته هاشان را، دایر بر این که این مجموع دنبالهٔ ۱، ۳، ۶، ۱۰، ... را می‌سازد، اعلام کرده بودند. فیثاغورسیان این مجموع های پاره ای را با ریگ یا دیگر نشانه ها به شکل مثلث "متساوی الاضلاع" نمایش می‌دادند و آنها را اعداد مثلثی می‌نامیدند. آن‌ها اعداد دنباله های دیگر را هم با چندضلعی‌های مناسبی نمایش می‌دادند و این شکلها را اعداد مربعی یا اعداد پنج ضلعی و مانند این‌ها می‌نامیدند (شکل ۱).



شکل ۱

پس آن‌ها از مثلث اعداد ۱، ۳، ۶، ۱۰، ...، از مربع اعداد ۱، ۴، ۹، ۱۶، ... و از پنج ضلعی اعداد ۱، ۵، ۱۲، ۲۲، ... را استخراج می‌کردند.

این دنباله‌ها به نام عمومی اعداد مصور شناخته می‌شوند. نیکوماخوس، در کتاب درآمدی بر حساب توضیح می‌دهد که چگونه می‌توان تمام اعداد مصور را با شروع از اعداد مثلثی ایجاد کرد.[1] بنا بر توضیح او دو عدد مثلثی متوالی یک عدد مربعی را تشکیل می‌دهند. این را می‌توان با تقسیم قطری مربع ۴ در ۴ شکل ۱ به دو عدد مثلثی ۶ و ۱۰ دید.

چنین اعدادی به طور طبیعی با جمع عبارتهای سری‌های حسابی، وقتی اختلاف بین هر دو عبارت متوالی ثابت باشد، ایجاد می‌شوند. این اختلاف ثابت را d می‌نامیم. در این صورت $۱, ۱+d, ۱+۲d, ..., ۱+nd, ...$ سریهای مورد نظر را نمایش خواهد داد. اگر d را مساوی ۱ یا ۲ یا ۳، ... قرار دهیم، آن گاه سریهای حسابی ایجاد می‌شوند:

۱، ۲، ۳، ... اعداد طبیعی

۱، ۳، ۵، ... اعداد فرد

۱، ۴، ۷، ۱۰، ...

و مجموع‌های این دنباله ها اعداد مثلثی، مربعی، پنج ضلعی و ... را ایجاد خواهد کرد:

۱، ۳، ۶، ۱۰، ...

۱، ۴، ۹، ۱۶، ...

۱، ۵، ۱۲، ۲۲، ...

ثابت بن قره، که چنان که اشاره شد، اثر نیکوماخوس را به عربی ترجمه و با این کار خوانندگان بخش‌های شرقی و غربی جهان اسلام را با این اثر آشنا کرد. عجیب نیست کـه علاقـهٔ ریاضـی بـه ساختن دنباله‌ها در تطابق و مشابهت با شکل‌های هندسی توسط ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی ادامه یافت، و در اوایل قرن یازدهم میلادی/پنجم هجری عبدالقاهر بغدادی (۴۲۹ق)، دستورهای مربوط به عبارات کلی سری‌های اعداد مصور و نیز دستورهای مربوط به عبارت‌هـای کلـی سـری‌هـایی را اعلام کرد، که جمله‌هایشان مجموع اعداد مصور از نوع معینی‌اند. سنت مطالعهٔ این موضوع تا قرن سیزدهم/هفتم در مغرب ادامه یافت؛ زمانی که ابن منعم در اثرش به نام فقه الحساب نهمین "نـوع" [بخش] را به شرح زیر در این باره اختصاص داد.

ابن منعم در بخش گفته شده جدولی را عرضه می‌کند که برای اعـداد صـحیح $k = ۱, ۲, ..., ۱۰$ (که در "ردیف اضلاع" آمده‌اند) و هر عدد مصور چندضلعی (که در "ردیف مثلـث" تـا "ردیـف ده ضلعی" آمده اند)، تعداد نقاط $F_n(k)$ در عدد مصور با n ضلع و k نقطـه در هـر یـک از اضـلاع را

۱. نیکوماخوس در درآمدی بر حساب این اعداد را اعداد "چندضلعی" می‌نامد. او، در ارتباط با اشارهٔ ما به اعداد تام، اعلام می‌کند که چهارمین عدد تام ۸۱۲۸ است.

نشان می‌دهد. مثلاً $F_{۵}(۴)$ در ستون چهار و در ردیف پنج ضلعی‌ها می‌گوید که شکل پنج ضلعی با ۴ نقطه در هر ضلع آن، کلاً از ۲۲ نقطه تشکیل شده است.

ردیف اضلاع	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
ردیف مثلث (۳)	۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳۶	۴۵	۵۵
ردیف مربع (۴)	۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	۶۴	۸۱	۱۰۰
ردیف پنج ضلعی (۵)	۱	۵	۱۲	۲۲	۳۵	۵۱	۷۰	۹۲	۱۱۷	۱۴۵
ردیف شش ضلعی (۶)	۱	۶	۱۵	۲۸	۴۵	۶۶	۹۱	۱۲۰	۱۵۳	۱۹۰
ردیف هفت ضلعی (۷)	۱	۷	۱۸	۳۴	۵۵	۸۱	۱۱۲	۱۴۸	۱۸۹	۲۳۵
ردیف هشت ضلعی (۸)	۱	۸	۲۱	۴۰	۶۵	۹۶	۱۳۳	۱۷۶	۲۲۵	۲۸۰
ردیف نه ضلعی (۹)	۱	۹	۲۴	۴۶	۷۵	۱۱	۱۵۴	۲۰۴	۲۶۱	۳۲۵
ردیف ده ضلعی (۱۰)	۱	۱۰	۲۷	۵۲	۸۵	۱۲۶	۱۷۵	۲۳۲	۲۹۷	۳۷۰

شکل ۲

چون به ازای $n = ۳$، شکل مثلثی با k نقطه در هر ضلع $k + (k-۱) + ... + ۲ + ۱$ نقطه دارد، پس $F_{۳}(k) = k + F_{۳}(k-۱)$. ابن منعم این رابطه را تا نتایج مشابهی در مورد F_n بسط می‌دهد:

$$F_n(k) = F_{k-۱}(k) + F_{۳}(k-۱)$$

مثلاً در ستون ۷ داریم $F_{۴}(۷) = ۴۹ = ۲۸ + ۲۱ = F_{۳}(۷) + F_{۳}(۶)$، و در ردیف شش ضلعی $F_{۶}(۷) = ۹۱ = ۷۰ + ۲۱ = F_{۵}(۷) + F_{۳}(۶)$. پس این جدول را می‌توان به روش بازگشتی از یک ردیف اولیه از دنبالهٔ اعداد صحیح تا پایان تکمیل کرد.

سپس ابن منعم می‌گوید که اگر کسی در مورد تعداد نقاط هر "نوع" با هر طول ضلعی بپرسد، راهی برای بیان پاسخ تنها بر اساس اعداد مثلثی وجود خواهد داشت. مثلا تعداد نقاط یک عدد هشت ضلعی به ضلع ۴ [نقطه] چند تاست؟ پاسخ، $F_{۸}(۴)$، در جدول شکل ۲ داده شده است. راه مورد نظر، چنان‌که ابن منعم نشان داده است، با شروع از "نوع" قبلی و اضافه کردن مقدار ثابت $F_{۳}(۳)$ به آن و رسیدن به این رابطه ساخته می‌شود؛ یعنی:

$$F_{۸}(۴) = F_{۷}(۴) + F_{۳}(۳) = F_{۶}(۴) + F_{۳}(۳) + F_{۳}(۳) = F_{۶}(۴) + ۲F_{۳}(۳)$$

$$= F_{۵}(۴) + ۳F_{۳}(۳) = F_{۴}(۴) + ۴F_{۳}(۳) = F_{۳}(۴) + ۵F_{۳}(۳)$$

اکنون نتیجه فقط بر حسب اعداد مثلثی، و پاسخ مشخص آن هم، همانند آن‌چه در جدول آمده، $۱۰ + ۵x۶ = ۴۰$ است.

او همچنین توضیح می‌دهد که چگونه می‌توان همین موضوع را به کمک جبر، به کار گرفت و پاسخ مسئلهٔ معکوس، یعنی تعداد نقاط اضلاع یک عدد هشت ضلعی را با داشتن تعداد کل نقاط آن به دست آورد. او اندازهٔ ضلع را مجهول - در نشانه گذاری امروزی x - می‌گیرد. فرض کنیم $F_{۸}(x) = ۴۰$. در بالا دیدیم که $۴۰ = F_{۳}(x) + ۵F_{۳}(۳)$. اما

$$F_۲(x) = x + (x-۱) + ... + ۲ + ۱$$

ابن منعم به خواننده می‌گوید که این مجموع برابر $\frac{x^۲}{۲} + \frac{x}{۲}$ است. با اضافه کردن $۵F_۲(x-۱)$ ، که برابر $۵(\frac{x^۲}{۲} + \frac{x}{۲})$ است، به آن $۳x^۲ - ۲x = ۴۰$ حاصل می‌شود. ابن منعم این معادله را چنان تبیین می‌کند که نمایش امروزی آن $x = (\frac{۲}{۳})x^۲ + \frac{۴۰}{۳}$ است. او این معادله را به روش‌هایی همانند آنچه در قضایای ۵ و ۶ مقالهٔ دوم اصول اقلیدس آمده است، حل می‌کند.

(ابن منعم فراتر از تشریح این شکل‌ها، با معرفی اعداد هرمی و مطالعهٔ مجموع شکل‌های انواع داده شده به شکل‌های سه بعدی می‌رسد. اما در اینجا به این موضوع نمی‌پردازیم.)

مربع‌های وفقی

بخش مربوط به نظریهٔ اعداد را با مبحث مربع های وفقی به پایان می‌بریم. می‌خواهیم خانه های یک مربع را با اعداد صحیح پیاپی پر کنیم چنان که مجموع اعداد هر ردیف، ستون و دو قطر اصلی برابر باشد.[۱] این مربع ها در چندین تمدن کهن شناخته شده بودند و مربع ۳×۳ (۹ خانه) در متون چینی و هندی پیش از اسلام یافته شده است. شکل زیر اولین مربع وفقی شناخته شده، از یک متن چینی متعلق به قرن اول میلادی است.

۴۴	۹۹	۲۲
۳۳	۵۵	۷۷
۸۸	۱۱	۶۶

اما شواهد موجود این نظر را تأیید می‌کنند که نخستین پژوهش‌های منظم در روش‌های ایجاد مربع‌های وفقی، از مرتبه‌های مختلف، را باید در متن‌های عربی سراغ گرفت.[۲] ثابت بن قره اولین کسی است که در این باره آثاری نوشته است، اما این نوشته ها هنوز پیدا نشده اند. دیگران پژوهش‌های ثابت را پی گرفتند. در اواخر قرن دهم ریاضیدانان دورهٔ اسلامی، بیش‌تر روش‌های ساخت تعدادی از انواع مختلف مربع‌های وفقی با مرتبه‌های مختلف را به کمال رسانده بودند. یکی از جالب‌ترین متون در بارهٔ این مربع‌ها نوشتهٔ ریاضیدانی است به نام ابوالوفا بوزجانی (۳۴۸-

۱. لازم نیست اعداد صحیح متوالی از یک شروع شوند. احتمالاً در اواخر قرن دوازدهم میلادی و از آن پس بوده است که بانیان این مربعها با حکاکی آنها بر روی طلسمها و غیره مدعی قدرت جادویی‌شان شدند. پیش از آن، این مربع ها صرفاً موضوع‌های جالبی برای پژوهش‌های ریاضی بودند و "آرایه‌های هماهنگ اعداد" خوانده می‌شدند.

۲. تعداد ردیفهای یک مربع وفقی مرتبهٔ آن نامیده می‌شود.

۳۸۸ق).[۱]

اما پیش از پرداختن به نوشتۀ ابوالوفا، برخی مقدمات ریاضی را باید روشن کنیم. مقدار مشترک مجموع ردیفها، ستونها و قطرهای یک مربع وفقی "وفق مربع" نامیده می‌شود. پس اگر اعدادی که باید مربع را پر کنند اولین n^2 عدد صحیح باشند ـ که غالباً هم چنین است – در این صورت مقدار وفق برابر $\frac{n(n^2+1)}{2}$ خواهد بود. در نمونۀ چینی که در بالا داده شد، $n = 3$ و وفق برابر ۱۵ است. ابو الوفا این دستور را، در حالتی که n فرد است، چنین بیان می‌کند: "عدد وسطی را می‌گیریم و آن را در ضلع مربع ضرب می‌کنیم" پس در مثال بالا وفق یک مربع ۳×۳ برابر با ۱۵ است. (به سادگی می‌توان دید که مربع وفقی به مرتبۀ ۲ وجود ندارد[۲]).

در میان مربع‌های وفقی یک نوع به مربع طوق‌دار مشهور است، و آن مربعی وفقی است که با حذف لایه‌های بیرونی‌اش هم‌چنان وفقی باقی بماند. مربع ۵×۵ زیر یک مربع طوق‌دار است که با حذف "طوق" آن یک مربع وفقی ۳×۳ می‌ماند.[۳] مربع‌های طوق‌دار اولین موضوعی بودند که پژوهش در بارۀ آنها به کشف روشی کلی برای ایجاد مربع‌های وفقی انجامید.

۴	۲۴	۲۳	۸	۶
۱۹	۱۲	۱۷	۱۰	۷
۲۱	۱۱	۱۳	۱۵	۵
۱	۱۶	۹	۱۴	۲۵
۲۰	۲	۳	۱۸	۲۲

پیشتر گفته شد که، ابوالوفا ریاضیدان و منجم برجسته ای بود، اما سوای این نکته، آثارش در بارۀ مربع های وفقی اهمیت خاصی دارند، زیرا این تألیفات یکی از دو مجموعه تألیفات باقیمانده در این باره اند. (تألیفات دیگر متعلق به ریاضیدان معاصر او علی انطاکی است). علی انطاکی خود را در قالب دستورهایی برای ساخت مربع‌های وفقی مختلف محدود می کند اما ابوالوفا به قول سزیانو، "تا آنجا که از عهده اش برمی‌آید، با شروع از مثال‌هایی از مربع‌های

۱. پروفسور سزیانو (۱۹۸۸) ویرایش و ترجمۀ فرانسوی رساله‌ای از ابوالوفا را انتشار داده است. این ویرایش بر اساس یگانه متن شناخته شده از نوشتۀ ابوالوفا در کتابخانۀ سلیمانیه در استانبول است. من از ویرایش مذکور و از نظرات پروفسور سزیانو در نوشتۀ حاضر بهره برده‌ام.

۲. زیرا در چنین مربعی، مجموع هر دو عدد صحیح از چهار عدد تشکیل دهندۀ مربع وفقی باید برابر باشد و این ممکن نیست.

۳. چون هیچ مربع وفقی مرتبۀ ۲ وجود ندارد، بنابراین مربع طوق‌دار مرتبۀ ۴ هم نمی‌تواند وجود داشته باشد.

وفقی مرتبهٔ پائین در راستای کشف قوانین کلـی، نظریـهٔ سـاخت مربـع‌هـای وفقـی را عرضـه می‌کند."

ابوالوفا ابتدا از مربع‌های با مرتبهٔ فرد و سپس با مرتبهٔ زوج بحث می‌کند. در این‌جا بحث ابوالوفا را ابتدا با "مربع‌های فرد"، و با شروع از مربع‌های مرتبهٔ ۳ پی می‌گیریم. (چنـان کـه گفتـه شـد، او توضیح می‌دهد وقتی خانه های آن با اعداد ۱ تا ۹ پر شوند وفق مربع ۱۵ خواهد بود).

او در آغاز می‌گوید عدد وسطی در دنبالهٔ ۱ تا ۹، ۵ است و این عدد باید در خانهٔ مرکـزی قـرار گیرد. برای این انتخاب دلیلی نمی‌آورد، اما توضیح می‌دهد که اگر اعداد ۱ تا ۹ را به ترتیب از خانهٔ بالائی سمت چپ مربع تا خانهٔ پایینی سمت راست قرار دهیم، عدد ۵ در خانهٔ مرکزی قرار می‌گیرد و مجموع قطری هم عدد وفق خواهد بود.[۱]

سپس ادعا می‌کند که هیچ یک از چهار گوشهٔ مربع نمی‌تواند عدد فرد باشد. در دنبالهٔ ۱ تا ۹ پنج عدد فرد وجود دارند، که یکی از آنها در خانهٔ مرکزی قرار می‌گیرد. اگر عدد فردی در یکی از گوشه های مربع، مثلاً در گوشهٔ چپ در بالا قرار گیرد[۲]، آن‌گاه سومین عدد قطر شامل این گوشه هم باید فرد باشد[۳]. پس دو عدد فرد دیگر باقی می‌مانند که باید آنها را در دو خانه از ۶ خانهٔ خالی قرار دهیم.

اگر آن دو عدد فرد هر دو در بالا (یا زیر) قطر پرشده گذاشته شوند، آن گاه چـون بـاقی اعـداد همگی زوجند، یکی از ردیف‌ها یا ستون‌ها زوج خواهد شد، که ناممکن است. به همین ترتیب، به سادگی می‌توان دید که گذاشتن یکی از دو عدد فرد باقیمانده در بالا و دیگری در زیر قطر پرشده هم ممکن نیست.

بنابراین، چهار عدد زوج باید چهار گوشهٔ مربع را پر کنند. از این قرار، ترکیبهای ۲–۵–۸ و ۴–۵–۶ قطرها را پر خواهند کرد. این که اعداد فرد باقیمانده را در کدام خانه ها باید قرار داد و چگونه باید مربع را مطابق نمونهٔ چینی آن تکمیل کرد، دیگر روشن است.

با توجه به آن‌چه بعداً خواهد آمد، قابل ذکر است که اگر عدد ثابت n را به هر ۹ عدد مربع وفقی ۳x۳ اضافه کنیم، باز هم یک مربع وفقی مرتبهٔ ۳ خواهیم داشت.

---

۱. سزیانو در یک پانویس دلیل می‌آورد: اگر M عدد وفق و c عدد خانهٔ مرکزی مربع باشد، آن گاه c عدد وسطی هم در ردیف میانی، هم در ستون میانی و هم در هر دو قطر خواهد بود. این ها با هم تمام اعداد مربع را شامل می‌شوند: همه غیر از c یک بار و c چهار بار. بنابراین می‌توانیم مجموع تمام اعداد مربع را با $۴(M-c)+c$ نشان دهیم. اما مجموع تمام اعداد مربع برابر ۳M است. پس $۴(M-c)+c=۳M$، و چون $M=۱۵$ است، پس $c=۵$.

۲. ما در این استدلال مکرراً، به تلویح یا به تصریح، از احساس تقارن نزد خواننده مدد می‌گیریم. ابوالوفا ارجاعی به مفهوم تقارن نمی‌دهد، اما به وضوح به آن وابسته است.

۳. به این دلیل که مجموع دو عدد دیگر زوج و مجموع هر سه با هم برابر ۱۵ است.

حال ابوالوفا نشان می‌دهد چگونه می‌توان مربع‌های طوق‌دار با مرتبهٔ فرد را بر پایهٔ یک مربع مرتبهٔ ۳ ایجاد کرد. او ابتدا اتحاد $a^۲ - b^۲ = (a+b)(a-b)$ را مـی‌آورد و آن را بـرای حـالتی کـه $a = n+۱$ و $b = n-۱$ به کار می‌برد تا نتیجه بگیرد: $(n+۱)^۲ - (n-۱)^۲ = ۲(۲n) = ۴n$.[۱] پـس در حالتی که $a = ۵$ و $b = ۳$ تفاضل مربع دو عدد برابر ۱۶ خواهد بود، یعنی مشخصاً طوق یک مربع مرتبهٔ ۵ شامل ۱۶ خانه خواهد بود.

برای ساختن مربعی با مرتبهٔ ۵ مبتنی بر مربع ۳×۳ می‌توانیم کار را با همان اعداد ۱ تا ۹ شروع کنیم. سپس عدد وسط سری ۱ تا ۲۵، یعنی ۱۳، را انتخاب کنیم و، شبیه مورد مربع ۳×۳ آن را در مرکز مربع ۵×۵ بنشانیم. اما چون مرکز مربع هنوز در اشغال عدد ۵ است و ما می‌خـواهیم عـدد مرکزی ۱۳ باشد، پس به همهٔ خانه های اطراف خانهٔ مرکزی [و خود آن خانه] ۸ تا اضافه می‌کنیم. نتیجه، مربع وفقی زیر خواهد بود:

۱۰	۱۷	۱۲
۱۵	۱۳	۱۱
۱۴	۹	۱۶

حال، از دنبالهٔ ۱ تا ۲۵، ۹ عدد میانی ۹ تا ۱۷ استفاده شده اند. طوق مربـع ۱۶ خانـه خواهـد داشت و از دنبالهٔ اولیه هم در واقع ۱۶ عدد استفاده نشده اند. این اعداد را در دو دنبالهٔ ۸ تـایی بـه شکل زیر مرتب می‌کنیم:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸

اعداد ردیف بالایی را ردیف "کوچک‌ترها" و اعداد ردیف زیرین را "بزرگ‌ترها" می‌نامیم.

دیده می‌شود که مجموع اعداد هر ستون ۲۶ است. اعداد هر ستون را "مکمل" هـم مـی‌نـامیم. حال بر پایهٔ عدد وفق مربـع مرتبـهٔ ۳ اولیـه، وفـق مربـع ۳×۳ را تعیـین مـی‌کنـیم، کـه مـی‌شـود $۱۵ + ۳ \times ۸ = ۳۹$. اکنون ۳۹ + ۲۶ هم می‌شود ۶۵ که وفق مربع ۵×۵ است. بنابراین خانه هـای طوق باید چنان پر شوند که اعداد مکمل در برابر همدیگر (در یک ردیف، ستون یا قطر) قرار گیرند. از این قرار، اگر اعداد ۱، ۲ و ۳ را به همین ترتیب زیر هم در سمت چپ مربع ۳×۳ قرار دهیم، آن گاه باید اعداد ۲۵، ۲۴ و ۲۳ را در سمت راست آن در برابر اعداد مکمل شان قرار دهیم. همین نکته

۱. به بیان ابوالوفا: تفاضل مربع دو عدد (فرد یا زوج پیاپی) دوبرابر مجموع جذرهای دو مربع است.

در مورد ۴ عدد گوشهٔ مربع هم صادق است. البته مشکل مثال فعلی این است که جمع ۳ عدد ستون آخر سمت راست (۲۳، ۲۴ و ۲۵) می‌شود ۷۲ که بدون اعداد گوشه هم از ۶۵ بیشتر است. پس باید قدری محتاط بود.

حال ابوالوفا، مانند مورد مربع ۳×۳، وقتی که ۵ را در مرکز آن قرار داد، تکلیف دو گوشهٔ بالایی را روشن می‌کند و با پیگیری روشی که در آنجا جواب داد، اعداد پس و پیش مرتبهٔ مربع را در آن دو گوشه قرار می‌دهد: در آنجا اعداد ۲ و ۴ و در مربع ۵×۵ اعداد ۴ و ۶. مکمل این دو عدد هم باید در گوشه‌های قطر مربوطه قرار گیرند. پس تا این‌جا وضع زیر حاصل می‌شود:

۶				۴
	۱۰	۱۷	۱۲	
	۱۵	۱۳	۱۱	
	۱۴	۹	۱۶	
۲۲				۲۰

کار را با پرکردن سه خانهٔ خالی ردیف اول ادامه می‌دهیم، که جمع شان باید برابر ۶۵–۱۰=۵۵ شود. با کمی جستجو در ۱۲ عدد باقیمانده، اعداد ۸، ۲۳ و ۲۴ را خواهیم یافت، که آنها را در آن سه خانه قرار می‌دهیم. و روشن است که مکمل هر کدام را هم در خانهٔ مربوطه در ردیف پایین می‌گذاریم. نتیجه وضع زیر خواهد بود:

۶	۸	۲۳	۲۴	۴
	۱۰	۱۷	۱۲	
	۱۵	۱۳	۱۱	
	۱۴	۹	۱۶	
۲۲	۱۸	۳	۲	۲۰

از آن‌جا که جمع دو عدد ستون منتهی الیه راست ۲۴ است، باید در میان ۶ عدد باقیمانده ۳ عدد را یافت که مجموعشان برابر با ۴۱ باشد. به سادگی خواهیم دید تنها گزینه ترکیب اعداد ۱، ۱۹ و ۲۱ است، که می‌توان آنها را به ۶ ترتیب مختلف در سه خانهٔ مورد نظر قرار داد. البته همین که ترتیب خاصی را در آن سه خانه قرار دادیم، باید مکمل هر عدد را در خانهٔ برابر آن در ستون منتهی الیه چپ قرار دهیم. مربع زیر یک مربع وفقی مرتبهٔ ۵ است.

۶	۸	۲۳	۲۴	۴
۷	۱۰	۱۷	۱۲	۱۹
۵	۱۵	۱۳	۱۱	۲۱
۲۵	۱۴	۹	۱۶	۱
۲۲	۱۸	۳	۲	۲۰

ابو الوفا در بارهٔ انتخاب ۶ و ۴ که به تکمیل موفقیت آمیز مربع انجامید، مشخصاً تصریح می‌کند که این یک انتخاب تصادفی نیست. او تعدادی از انتخابهای ممکن، از جمله ۶ و ۷، را برمی‌شمرد که امکانی برای تکمیل مربع فراهم نمی‌آورند. سپس جفت اعدادی را ردیف می‌کند که می‌توان با آنها مربع را تکمیل کرد: (۱ و ۳)، (۳ و ۷)، (۵ و ۷) و (۶ و ۸).

شایان توجه است که تمام این اعداد از زمرهٔ هشت عدد کوچکترند. در واقع محدود کردن جستجو در میان این اعداد، لطمه ای به عمومیت کار نمی‌زند. همچنان که سزیانو متذکر می‌شود، چهار گوشهٔ مربع با دو جفت عدد مکمل پر می‌شوند. پس در هر حال دو گوشهٔ متوالی مربع با دو عدد کوچکتر پر خواهند شد. براساس تقارن، می‌توان فرض کرد که این دو گوشه، گوشه های بالایی مربعند.

ابوالوفا برای نتایجش دلیلی نمی‌آورد. او احتمالاً هر ۲۸ حالت ممکن را، که ۶ تایشان به تکمیل مربع می‌انجامند، بررسی کرده است.[۱] برای این که ببینیم در صورت حذف یک مورد چه اتفاق می‌افتد، بگذارید یک جفت "ستون" را، که در فهرست بالا وجود ندارد، مثلاً (۱ و ۷) را امتحان کنیم. در این صورت مربع ناقص زیر را خواهیم داشت:[۲]

۱				۷
	۱۰	۱۷	۱۲	
	۱۵	۱۳	۱۱	
	۱۴	۹	۱۶	
۱۹				۲۵

برای پر کردن ردیف بالا باید سه عدد را از میان ۱۲ عدد باقیمانده انتخاب کنیم. بزرگترین عدد از گروه کوچک‌ترها ۸ است. چون ۴۹ = ۸ – ۵۷ و مجموع بزرگترین دو عدد از گروه بزرگترها

۱. ابوالوفا کتابی در بارهٔ روشهای محاسبهٔ ذهنی، برای بازرگانان و دیوانیان نوشته است. چنان که خواننده در مثالی که می‌آوریم می‌بیند، برای حل مسئلهٔ مربع وفقی جز جمع و تفریق اعداد کوچک به عمل دیگری نیاز نیست.

۲. از اعداد مربع ۳×۳ مرکزی می‌گذریم، زیرا این اعداد در برهان وارد نمی‌شوند.

۲۳ + ۲۴ = ۴۷، کوچکتر از ۴۹ است، پس باید هر سه عدد مورد نظر از گروه بزرگترها باشند، یعنی از میان اعداد ۱۸، و ۲۰ تا ۲۴ انتخاب شوند. اما ۵۷ − ۱۸ = ۳۹ و مجموع هر جفتی از اعداد بین ۲۰ تا ۲۴ از ۴۰ بیشتر است. بنابراین راهی برای تکمیل مربع وجود نخواهد داشت.

از سوی دیگر اگر جفت (۳ و ۷) را برای دو گوشهٔ بالایی مربع انتخاب کنیم، به سرعت درخواهیم یافت که ردیف بالا با ۸، ۲۰ و ۲۵ پر، و مربع به سادگی تکمیل خواهد شد.

نوع جدیدی از اعداد در دست‌نوشته‌ای از محمد باقر یزدی

اعداد متعادل[۱]

علیرضا جعفری نائینی
ترجمهٔ محمدمهدی کاوه‌یزدی[۲]

به گروه اعداد تام[۱] و متحاب[۲] نوع جدیدی از اعداد یعنی اعداد متعادل[۳] افزوده شده است. من اولین بار وقتی روی کتاب عیون الحساب[۴] ریاضیدان مسلمان، محمد باقر یزدی (د ۱۰۶۹ق)، کار می‌کردم، با این اعداد آشنا شدم. از زندگی این دانشمند چیز زیادی نمی‌دانیم. اما می‌دانیم که او در دوران شاه عباس اول (۹۹۶- ۱۰۳۸ق) و شاه صفی (۱۰۳۸- ۱۰۵۲ق)، کـه هـر دو از پادشـاهان صفوی بودند، می‌زیسته است. مهمترین اثر وی کتاب عیون الحساب است که بعداً توسط محمـد باقر حسینی خاتون‌آبادی[۵] به فارسی ترجمه شد که او نیز نظرات خـودش را بـا یادداشـت‌هایی در حاشیهٔ کتاب آورده است. یزدی فصلی از کتابش را به اعداد متعادل اختصـاص داده و عنـوان آن را «فصلی در پیداکردن دو عدد متعادل که مجموع مقسوم‌علیه‌های آنها مساوی است» گذاشته است. وی در این فصل تعریف اعداد متعادل را چنین آورده است:

دو عدد طبیعی a و b متعادل نامیده می‌شوند اگر مجموع مقسوم‌علیه‌های محض[۶] آنها مساوی باشد. به زبان ریاضی داریم:

$$\sigma'(a) = \sigma'(b)$$

محمد باقر یزدی قاعدهٔ زیر را شرح می‌دهد: «هر عدد زوجی را یک‌بار به صـورت مجمـوع دو عدد اول و بار دیگر به صورت مجموع دو عدد اول دیگر می‌نویسیم و حاصل‌ضـرب هـر جفـت از آنها را به دست می‌آوریم.»[۳]

1. Alireza Dja‘fari Naini. "A New Type of Numbers in a Seventeenth Century Manuscript: Al-Yazdī on Numbers of Equal Weight", *Journal for History of Arabic Science*, vol. 7, 1983, pp. 125-139.
عددهای درون کروشه مربوط به پی‌نوشت‌های مقاله (افزودهٔ مترجم) است.ـ م

۲. کارشناس ارشد تاریخ علم (ریاضیات)، mahkavyzd@yahoo.com

۳. مؤلف مقالهٔ حاضر احتمال داده است که منظور عدد زوج الزوج (۲^n) باشد ولی منظور یزدی همان زوج (۲n) است.ـ م

مثال: عدد ۱۶ را یک‌بار به صورت مجموع دو عدد ۳ و ۱۳ در نظر می‌گیریم، که حاصل‌ضرب این دو عدد ۳۹ می‌شود. و بار دیگر به صورت مجموع دو عدد ۵ و ۱۱ در نظر می‌گیریم، که حاصل‌ضرب آنها ۵۵ می‌شود. دو عدد ۳۹ و ۵۵ دو عدد متعادل هستند، زیرا مجموع مقسوم‌علیه‌های محض آنها برابر با ۱۷ است.»

به زبان امروزین ($p_۱$، $p_۲$، $q_۱$ و $q_۲$ اعداد اول هستند):

$$\begin{cases} ۲n = p_۱ + p_۲ \Rightarrow a = p_۱.p_۲ \\ ۲n = q_۱ + q_۲ \Rightarrow b = q_۱.q_۲ \end{cases} \Rightarrow \text{a و b متعادل هستند}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma'(a) = \sigma(a) - a = (p_۱ + ۱).(p_۲ + ۱) - p_۱.p_۲ = p_۱ + p_۲ + ۱ = ۲n + ۱ \\ \sigma'(b) = \sigma(b) - b = (q_۱ + ۱).(q_۲ + ۱) - q_۱.q_۲ = q_۱ + q_۲ + ۱ = ۲n + ۱ \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \sigma'(a) = \sigma'(b) = ۲n + ۱$$

مثال (از کتاب عیون الحساب): به ازای $n = ۸$ داریم:

$$۲ \times ۸ = ۱۶ = ۳ + ۱۳ \Rightarrow a = ۳ \times ۱۳ = ۳۹$$
$$۲ \times ۸ = ۱۶ = ۵ + ۱۱ \Rightarrow b = ۵ \times ۱۱ = ۵۵$$

بنابراین:

$$\left.\begin{aligned} \sigma'(a) = (۳ + ۱)(۱۳ + ۱) - ۳۹ = ۱۷ \\ \sigma'(b) = (۵ + ۱)(۱۱ + ۱) - ۵۵ = ۱۷ \end{aligned}\right\} \rightarrow \sigma'(a) = \sigma'(b) = ۱۷ = ۲ \times ۸ + ۱$$

بنابراین دو عدد ۳۹ و ۵۵ متعادل هستند. عدد ۱۷ را «عدل»[۷] دو عدد می‌نامیم.

مثالی دیگر: به ازای $n = ۱۶$ داریم:

$$۲ \times ۱۶ = ۳۲ = ۳ + ۲۹ \Rightarrow a = ۳ \times ۲۹ = ۸۷$$
$$۲ \times ۱۶ = ۳۲ = ۱۳ + ۱۹ \Rightarrow b = ۱۳ \times ۱۹ = ۲۴۷$$

بنابراین:

$$\left.\begin{aligned} \sigma'(a) = (۳ + ۱)(۲۹ + ۱) - ۸۷ = ۳۳ \\ \sigma'(b) = (۱۳ + ۱)(۱۹ + ۱) - ۲۴۷ = ۳۳ \end{aligned}\right\} \sigma'(a) = \sigma'(b) = ۳۳ = ۲ \times ۱۶ + ۱$$

بنابراین دو عدد متعادل بعدی ۸۷ و ۲۴۷ هستند.

یزدی پاسخ این سؤال را که آیا روش دیگری برای پیداکردن این جفت از اعداد وجود دارد یا نه، بدون جواب گذاشته است. خاتون‌آبادی در حاشیهٔ کتابش یک جفت عدد کوچکتر - اعداد ۱۲ و ۲۶ - را اضافه کرده که مجموع مقسوم‌علیه‌های محض آنها مساوی ۱۶ است.[۸] اما خاتون آبادی روش یافتن این اعداد را بیان نکرده است.[۹] تا آنجا که می‌دانیم هیچ‌کس بجز محمد باقر یزدی و مترجم کتابش این اعداد را ذکر نکرده است.[۱۰]

در اینجا نظریه‌ام را در ایجاد این اعداد عرضه می‌کنم.

تعریف ۱: اگر $a,b\in N$ و $\sigma(a)-a=\sigma(b)-b$، آنگاه دو عدد a و b متعادل هستند و آن را به صورت $a\underset{gg}{\sim}b$ نشان می‌دهیم.

قضیه‌های زیر از تعریف فوق نتیجه می‌شوند.

قضیهٔ ۱: فرض کنید p و q دو عدد اول باشند، آنگاه: $p\underset{gg}{\sim}q$.

اثبات: چون p و q اول هستند، پس دو مقسوم‌علیه بیشتر ندارند که یکی از آنها یک است و دیگری خودشان. پس $\sigma(p)=p+۱$ و $\sigma(q)=q+۱$. بنابراین $\sigma(q)-q=۱$ و $\sigma(p)-p=۱$ و در نتیجه طبق تعریف دو عدد p و q متعادل هستند، یعنی $p\underset{gg}{\sim}q$ و در نتیجه حکم ثابت است.

بلافاصله از قضیهٔ یک، می‌توان نتیجه گرفت که:

قضیهٔ ۲: اگر P و N به ترتیب مجموعهٔ اعداد اول و طبیعی باشند، آنگاه:

$$a=q\in P, b\in N, a\underset{gg}{\sim}b \Leftrightarrow b=q\in P$$

رابطهٔ تعادل در مجموعهٔ اعداد طبیعی، منعکس، متقارن و متعدی است.

قضیهٔ ۳: اگر P و N به ترتیب مجموعهٔ اعداد اول و طبیعی باشند و $a\neq b$ و $a,b\notin P$ و $a\underset{gg}{\sim}b$ و $c\in N$ و $c>۱$ و $(c,ab)=۱$ آنگاه: $ac\underset{gg}{\not\sim}bc$.[۱]

تعریف ۲: عدد طبیعی a «منزوی» نامیده می‌شود اگر به ازای هر $b\in N$ که $b\neq a$ آنگاه $a\underset{gg}{\sim}b$.

قضیهٔ ۴: فرض کنید m عدد طبیعی ثابتی باشد و $N_m=\{n\,|\,\sigma(n)-n=m\}$، آنگاه یا N_m تهی است؛ یا عضوی از مجموعه‌ای مساوی $\{n_۱\}$ است، یعنی $n_۱$ یک عدد منزوی است؛ یا $N_m=N_۱$ مجموعهٔ P از همهٔ اعداد اول است؛ یا N_m به ازای $m>۱$ مجموعه‌ای متناهی است و در نتیجه

$$|N_m|\leq(m-۱)^۲-۱-\pi[(m-۱)^۲]-\pi(m-۲)$$

که در آن

$$p\in P;\ \pi(x)=\sum_{p\leq x}۱$$ [۲]

اکنون به مطالعهٔ چگونگی تولید اعداد متعادل می‌پردازیم.

راه‌های متعددی برای پیداکردن اعداد متعادل وجود دارد، اما جالب‌ترین آنها روش‌های اول و دوم توصیف شده در زیر است:

---

۱. برای پرهیز از طولانی شدن، برهان قضیه در اینجا نیامده است. ـ م

۲. برهان درستی این قضیه هم حذف شده است. ـ م

روش اول همان روش محمد باقر یزدی است که بسط یافته و تصحیح شده است.

روش اول: از یک جفت عدد بـه صـورت‌های $a = p_۱.p_۲$ و $b = q_۱.q_۲$ کـه در آنهـا $p_۱ < p_۲$ و $q_۱ < q_۲$ می‌توان دو عدد متعادل به دست آورد در صورتی که شرط $p_۱ + p_۲ = q_۱ + q_۲$ برقرار باشد.

در زیر اولین دو عدد متوالی که به روش فـوق می توانند تولیـد شـوند، آمـده اسـت. مجمـوع مقسوم‌علیه‌های محض آنها (عدل دو عدد) در داخل پرانتز نوشته شده است.

$$۱)\begin{cases} ۳۹ = ۳ \times ۱۳ \\ ۵۵ = ۵ \times ۱۱ \end{cases} \quad (۱۷) \qquad\qquad ۲)\begin{cases} ۶۵ = ۵ \times ۱۳ \\ ۵۵ = ۷ \times ۱۱ \end{cases} \quad (۱۹)$$

شرطی که محمد باقر یزدی گذاشته منجر به این شده که اولین جفت اعداد متعادل ۸۷ و ۲۴۷ باشند و این در حالی است که این اعداد دومین جفت از اعدادی هستند که من می‌گویم.

در حقیقت روش ما با روش یزدی متفاوت است و اگر او از آن استفاده می‌کرد می‌توانست تعداد بیشتری اعداد متعادل تولید کند. البته این قاعده می‌تواند به اعدادی که به عامل‌های اول تجزیه شده باشـند، $a = p_۱.p_۲....p_r$ و $b = q_۱.q_۲....q_s$ تعمـیم یابـد. پـس در مـورد اعـداد $a = p_۱.p_۲.p_۳$ و $b = q_۱.q_۲.q_۳$ اگر شرط

$$p_۱ + p_۲ + p_۳ + p_۱.p_۲ + p_۱.p_۳ + p_۲.p_۳ = q_۱ + q_۲ + q_۳ + q_۱.q_۲ + q_۱.q_۳ + q_۲.q_۳$$

برقرار باشد، آنها متعادلند.

مثال: سه عدد ۱۷۰، ۱۸۲ و ۳۰۲ به عدل ۱۵۴ متعادلند ، زیرا

$$۱۷۰ = ۲ \times ۵ \times ۱۷ \Rightarrow \sigma'(۱۷۰) = ۱ + ۲ + ۵ + ۱۷ + ۲ \times ۵ + ۲ \times ۱۷ + ۵ \times ۱۷ = ۱۵۴$$
$$۱۸۲ = ۲ \times ۷ \times ۱۳ \Rightarrow \sigma'(۱۸۲) = ۱ + ۲ + ۷ + ۱۳ + ۲ \times ۷ + ۲ \times ۱۳ + ۷ \times ۱۳ = ۱۵۴$$
$$۳۰۲ = ۲ \times ۱۵۱ \Rightarrow \sigma'(۳۰۲) = ۱ + ۲ + ۱۵۱ = ۱۵۴$$

روش دوم: این روش از اعداد اول دوقلو نشأت می‌گیرد. اگر p و q دو عدد اول متوالی با فاصلهٔ دو باشند $(q - p = ۲)$ آنگاه $q^۲ \underset{gg}{\sim} ۲p$. زیرا

$$\sigma(۲p) - ۲p = \sigma(۲) \times \sigma(p) - ۲p = ۳ \times (p + ۱) - ۲p = ۳p + ۳ - ۲p = p + ۳$$
$$\sigma(q^۲) - q^۲ = q^۲ + q + ۱ - q^۲ = q + ۱ = (p + ۲) + ۱ = p + ۳$$

و در نتیجه

$$\sigma(۲p) - ۲p = \sigma(q^۲) - q^۲$$

پس شرط متعادل بودن دو عدد برقرار است.

عکس این قضیه هم برقرار است، یعنی اگر شرط $q^۲ \underset{gg}{\sim} ۲p$ برقرار باشد، آنگاه دو عـدد p و q دو عدد اول دوقلو هستند.

در زیر اولین دو عدد متعادل تولید شده از طریق این روش را مشاهده می‌کنید.

۱) $\begin{cases} ۶ = ۲ \times ۳ \\ ۲۵ = ۵^۲ \end{cases}$ (۶) ۲) $\begin{cases} ۱۰ = ۲ \times ۵ \\ ۴۹ = ۷^۲ \end{cases}$ (۸)

روش سوم: از اعداد به صورت

$$a = ۲^n . p_۱ \;\; ; \; n = ۲,۳,,...$$
$$b = ۲p_۲$$

که در آن $p_۲ - (۲^n - ۱)p_۱ = ۲^۲(۲^{n-۱} - ۱)$ می‌توان دو عدد متعادل به دست آورد.

مثال:

۱) $\begin{cases} ۱۲ = ۲^۲ \times ۳ \\ ۲۶ = ۲ \times ۱۳ \end{cases}$ (۱۶) ۲) $\begin{cases} ۲۰ = ۲^۲ \times ۵ \\ ۳۸ = ۲ \times ۱۹ \end{cases}$ (۲۲)

جدول زیر مقادیر $\sigma(n) - n = m$ را به ازای $m = ۰$ تا $m = ۱۰۰$ نشان می‌دهد.

m	N_m	اعداد متعادل
۰	$\{۱\}$	
۱	$P = \{۲,۳,۵,۷,...\}$	$۲ \underset{gg}{\sim} ۳ \underset{gg}{\sim} ۵ \underset{gg}{\sim} ...$
۲	ϕ	
۳	$\{۴\}$	
۴	$\{۹\}$	
۵	ϕ	
۶	$\{۶,۲۵\}$	$۶ \underset{gg}{\sim} ۲۵$
۷	$\{۸\}$	
۸	$\{۱۰,۴۹\}$	$۱۰ \underset{gg}{\sim} ۴۹$
۹	$\{۱۵\}$	
۱۰	$\{۱۴\}$	
۱۱	$\{۲۱\}$	
۱۲	$\{۱۲۱\}$	
۱۳	$\{۲۷,۳۵\}$	$۲۷ \underset{gg}{\sim} ۳۵$
۱۴	$\{۲۲,۱۹۶\}$	$۲۲ \underset{gg}{\sim} ۱۶۹$
۱۵	$\{۱۶,۳۳\}$	$۱۶ \underset{gg}{\sim} ۳۳$

۱۶	{۱۲,۲۶}	۱۲ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۶
۱۷	{۳۹,۵۵}	۳۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۵۵
۱۸	{۲۸۹}	
۱۹	{۶۵,۷۷}	۶۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۷۷
۲۰	{۳۴,۳۶۱}	۳۴ $\underset{gg}{\sim}$ ۳۶۱
۲۱	{۱۸,۵۱,۹۱}	۱۸ $\underset{gg}{\sim}$ ۵۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۹۱
۲۲	{۲۰,۳۸}	۲۰ $\underset{gg}{\sim}$ ۳۸
۲۳	{۵۷,۸۵}	۵۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۸۵
۲۴	{۵۲۹}	
۲۵	{۹۵,۱۱۹,۱۴۳}	۹۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۱۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۴۳
۲۶	{۴۶}	
۲۷	{۶۹,۱۳۳}	۶۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۳۳
۲۸	{۲۸}	
۲۹	{۱۱۵,۱۸۷}	۱۱۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۸۷
۳۰	{۸۴۱}	
۳۱	{۳۲,۱۲۵,۱۶۱,۲۰۹,۲۲۱}	۳۲ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۲۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۶۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۰۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۲۱
۳۲	{۵۸,۹۶۱}	۵۸ $\underset{gg}{\sim}$ ۹۶۱
۳۳	{۴۵,۸۷,۲۴۷}	۴۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۸۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۴۷
۳۴	{۶۲}	
۳۵	{۹۳,۱۴۵,۲۵۳}	۹۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۴۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۵۳
۳۶	{۲۴}	
۳۷	{۱۵۵,۲۰۳,۲۹۹,۳۲۳}	۱۵۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۰۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۹۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۳۲۳
۳۸	{۱۳۶۹}	
۳۹	{۲۱۷}	
۴۰	{۴۴,۷۴,۸۱}	۴۴ $\underset{gg}{\sim}$ ۷۴ $\underset{gg}{\sim}$ ۸۱
۴۱	{۶۳,۱۱۱,۳۱۹,۳۹۱}	۶۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۱۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۳۱۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۳۹۱

۴۲	{۳۰,۱۶۸۱}	۳۰ $\sim_{gg}$ ۱۶۸۱
۴۳	{۵۰,۱۸۵,۳۴۱,۳۷۷,۴۳۷}	۵۰ $\sim_{gg}$ ۱۸۵ $\sim_{gg}$ ۳۴۱ $\sim_{gg}$ ۳۷۷ $\sim_{gg}$ ۴۳۷
۴۴	{۸۲,۱۸۴۹}	۸۲ $\sim_{gg}$ ۱۸۴۹
۴۵	{۱۲۳,۲۵۹,۴۰۳}	۱۲۳ $\sim_{gg}$ ۲۵۹ $\sim_{gg}$ ۴۰۳
۴۶	{۵۲,۸۶}	۵۲ $\sim_{gg}$ ۸۶
۴۷	{۱۲۹,۲۰۵,۴۹۳}	۱۲۹ $\sim_{gg}$ ۲۰۵ $\sim_{gg}$ ۴۹۳
۴۸	{۲۲۰۹}	
۴۹	{۷۵,۲۱۵,۲۸۷,۴۰۷,۵۲۷,۵۵۱}	۷۵ $\sim_{gg}$ ۲۱۵ $\sim_{gg}$ ۲۸۷ $\sim_{gg}$ ۴۰۷ $\sim_{gg}$ ۵۲۷ $\sim_{gg}$ ۵۵۱
۵۰	{۴۰,۹۴}	۴۰ $\sim_{gg}$ ۹۴
۵۱	{۱۴۱,۳۰۱,۴۸۱,۵۸۹}	۱۴۱ $\sim_{gg}$ ۳۰۱ $\sim_{gg}$ ۴۸۱ $\sim_{gg}$ ۵۸۹
۵۲	ϕ	
۵۳	{۲۳۵,۴۵۱,۶۶۷}	۲۳۵ $\sim_{gg}$ ۴۵۱ $\sim_{gg}$ ۶۶۷
۵۴	{۴۲,۲۸۰۹}	۴۲ $\sim_{gg}$ ۲۸۰۹
۵۵	{۳۶,۳۲۹,۴۷۳,۵۳۳,۶۲۹,۷۱۳}	۳۶ $\sim_{gg}$ ۳۲۹ $\sim_{gg}$ ۴۷۳ $\sim_{gg}$ ۵۳۳ $\sim_{gg}$ ۶۲۹ $\sim_{gg}$ ۷۱۳
۵۶	{۱۰۶}	
۵۷	{۹۹,۱۵۹,۳۴۳,۵۵۹,۷۰۳}	۹۹ $\sim_{gg}$ ۱۵۹ $\sim_{gg}$ ۳۴۳ $\sim_{gg}$ ۵۵۹ $\sim_{gg}$ ۷۰۳
۵۸	{۶۸}	
۵۹	{۲۶۵,۵۱۷,۶۹۷}	۲۶۵ $\sim_{gg}$ ۵۱۷ $\sim_{gg}$ ۶۹۷
۶۰	{۳۴۸۱}	
۶۱	{۳۷۱,۶۱۱,۷۳۱,۷۷۹,۸۵۱,۸۹۹}	۳۷۱ $\sim_{gg}$ ۶۱۱ $\sim_{gg}$ ۷۳۱ $\sim_{gg}$ ۷۷۹ $\sim_{gg}$ ۸۵۱ $\sim_{gg}$ ۸۹۹
۶۲	{۱۱۸,۳۷۲۱}	۱۱۸ $\sim_{gg}$ ۳۷۲۱
۶۳	{۶۴,۱۷۷,۸۱۷}	۶۴ $\sim_{gg}$ ۱۷۷ $\sim_{gg}$ ۸۱۷
۶۴	{۵۶,۷۶,۱۲۲}	۵۶ $\sim_{gg}$ ۷۶ $\sim_{gg}$ ۱۲۲
۶۵	{۱۱۷,۱۸۳,۲۹۵,۵۸۳,۷۹۹,۹۴۳}	۱۱۷ $\sim_{gg}$ ۱۸۳ $\sim_{gg}$ ۲۹۵ $\sim_{gg}$ ۵۸۳ $\sim_{gg}$ ۷۹۹ $\sim_{gg}$ ۹۴۳
۶۶	{۵۴}	
۶۷	{۳۰۵,۴۱۳,۶۸۹,۸۹۳,۹۸۹,۱۰۷۳}	۳۰۵ $\sim_{gg}$ ۴۱۳ $\sim_{gg}$ ۶۸۹ $\sim_{gg}$ ۸۹۳ $\sim_{gg}$ ۹۸۹ $\sim_{gg}$ ۱۰۷۳

۶۸	{۴۴۸۹}	
۶۹	{۴۲۷,۱۱۴۷}	۴۲۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۱۴۷
۷۰	{۱۳۴}	
۷۱	{۲۰۱,۶۴۹,۹۰۱,۱۰۸۱,۱۱۸۹}	۲۰۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۶۴۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۹۰۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۰۸۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۱۸۹
۷۲	{۵۰۴۱}	
۷۳	{۹۸,۱۷۵,۳۳۵,۶۷۱,۷۶۷,۱۰۰۷,۱۲۴۷,۱۲۷۱}	۹۸ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۷۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۳۳۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۶۷۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۷۶۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۰۰۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۲۴۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۲۷۱
۷۴	{۷۰,۱۴۲,۵۳۲۹}	۷۰ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۴۲ $\underset{gg}{\sim}$ ۵۳۲۹
۷۵	{۲۱۳,۴۶۹,۷۹۳,۱۳۳۳}	۲۱۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۴۶۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۷۹۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۳۳۳
۷۶	{۴۸,۹۲,۱۴۶}	۴۸ $\underset{gg}{\sim}$ ۹۲ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۴۶
۷۷	{۲۱۹,۳۵۵,۱۰۰۳,۱۲۱۹,۱۳۶۳}	۲۱۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۳۵۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۰۰۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۲۱۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۳۶۳
۷۸	{۶۶}	
۷۹	{۳۶۵,۴۹۷,۷۳۷,۱۰۳۷,۱۱۲۱,۱۴۵۷,۱۵۱۷}	۳۶۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۴۹۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۷۳۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۰۳۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۱۲۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۴۵۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۵۱۷
۸۰	{۶۲۴۱}	
۸۱	{۱۴۷,۱۵۳,۵۱۱,۸۷۱,۱۱۵۹,۱۵۹۱}	۱۴۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۵۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۵۱۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۸۷۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۱۵۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۵۹۱
۸۲	{۱۵۸}	
۸۳	{۲۳۷,۷۸۱,۱۳۵۷,۱۵۳۷}	۲۳۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۷۸۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۳۵۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۵۳۷
۸۴	{۶۸۸۹}	
۸۵	{۳۹۵,۸۰۳,۹۲۳,۱۱۳۹,۱۴۰۳,۱۶۴۳,۱۷۳۹,۱۷۶۳}	۳۹۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۸۰۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۹۲۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۱۳۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۴۰۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۶۴۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۷۳۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۷۶۳
۸۶	{۱۶۶}	
۸۷	{۱۰۵,۲۴۹,۵۵۳,۹۴۹,۱۲۷۳}	۱۰۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۴۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۵۵۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۹۴۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۲۷۳
۸۸	ϕ	
۸۹	{۱۷۱,۴۱۵,۱۲۰۷,۱۷۱۱,۱۹۲۷}	۱۷۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۴۱۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۲۰۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۷۱۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۹۲۷
۹۰	{۷۸,۷۹۲۱}	۷۸ $\underset{gg}{\sim}$ ۷۹۲۱

۹۱	{۵۸۱,۸۶۹,۱۲۴۱,۱۳۴۹,۱۵۴۱, ۱۷۶۹,۱۸۲۹,۱۹۶۱,۲۰۲۱}	۵۸۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۸۶۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۲۴۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۳۴۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۵۴۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۷۶۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۸۲۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۹۶۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۰۲۱
۹۲	{۸۸,۱۷۸}	۸۸ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۷۸
۹۳	{۲۶۷,۱۰۲۷,۱۳۸۷,۱۸۹۱}	۲۶۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۰۲۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۳۸۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۸۹۱
۹۴	{۱۱۶}	
۹۵	{۴۴۵,۹۱۳,۱۶۳۳,۲۱۷۳}	۴۴۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۹۱۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۶۳۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۱۷۳
۹۶	ϕ	
۹۷	{۲۴۵,۲۷۵,۶۲۳,۱۰۷۹,۱۳۴۳, ۱۶۷۹,۱۹۴۳,۲۱۸۳,۲۲۷۹}	۲۴۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۷۵ $\underset{gg}{\sim}$ ۶۲۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۰۷۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۳۴۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۶۷۹ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۹۴۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۱۸۳ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۲۷۹
۹۸	{۹۴۰۹}	
۹۹	{۱۵۰۱,۲۰۷۷,۲۲۵۷}	۱۵۰۱ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۰۷۷ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۲۵۷
۱۰۰	{۱۲۴,۱۹۴}	۱۲۴ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۹۴

شاید حدس بزنید که اغلب اعداد تام اعداد منزوی هستند، اما این مطلب درست نیست (ما اعداد تا $۵۰^۲$ را بررسی کرده‌ایم) برای مثال:

۴۹۶ {۴۹۶,۶۵۲} ۴۹۶ $\underset{gg}{\sim}$ ۶۵۲

این مطلب در مورد اعداد متحاب

۲۲۰ {۲۸۴}

۲۸۴ {۲۲۰,۵۶۲} ۲۲۰ $\underset{gg}{\sim}$ ۵۶۲

و

۱۱۸۴ {۱۲۱۰,۱۳۳۶,۲۳۶۲} ۱۲۱۰ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۳۳۶ $\underset{gg}{\sim}$ ۲۳۶۲

۱۲۱۰ {۱۱۸۴,۱۴۹۰,۱۶۰۴,۱۸۹۸} ۱۱۸۴ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۴۹۰ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۶۰۴ $\underset{gg}{\sim}$ ۱۸۹۸

هم صادق است.

چنان که در جدول به ازای مقادیر $m = ۰,۱,۲,...,۱۰۰$ نشان داده شده است، می‌بینیم که هیچ عددی با عدل ۲، ۵، ۵۲، ۸۸ و ۹۶ وجود ندارد. از این ۱۰۱ عدل، ۳۲ عدد از آنها مربوط به اعداد منزوی است. به علاوه ۶۴ عدل دیگر، مربوط به اعداد دارای عدل‌های برابر هستند، به‌طوری‌که فقط

عدد یک، عدل یک مجموعهٔ نامتناهی از اعداد دارای عدل‌های برابر است (قضیهٔ ۱) و بقیهٔ ۶۳ عدل دیگر یک مجموعهٔ متناهی از اعداد با عدل‌های برابر هستند که در قضیهٔ ۴ به طور کلی ذکر شد.

گزارهٔ زیر برقرار است:

اگر مجموعهٔ اعداد منزوی متناهی باشد، مجموعهٔ اعداد با عدل‌های برابر که عـدلی بزرگتـر یـا مساوی ۲ دارند، نامتناهی خواهد بود. اگر مجموعهٔ اعداد با عدل‌های برابـر کـه عـدلی بزرگتـر یـا مساوی ۲ دارند متناهی باشد، مجموعهٔ اعداد منزوی نامتناهی خواهد بود.

بعد از اطلاع از انواع جالبی از اعداد، که در اینجا بیش از حـد نیـز بسـط داده شـده، مطمئنـاً ریاضیدانان زیادی هستند که مشتاقند به مطالعـه و بررسـی دیگـر خـواص آنهـا بپردازنـد و شـاید قضیه‌های بیشتری عرضه و اثبات کنند.

هنوز نمی‌توانیم به این سؤال پاسخ دهیم که یزدی چگونه اعداد متعادل را کشـف کـرده اسـت. شاید آنها نتایج نوعی بازی ریاضی باشند یا در حیطه‌هایی خارج از ریاضی نظیر سحر و جـادو یـا شبیه آنها پدید آمده باشند.

پی‌نوشت‌ها

[۱]. اعداد تام

تعریف: در نظریـهٔ اعـداد، عـدد تـام یـک عـدد صـحیح مثبـت اسـت کـه برابـر بـا مجمـوع مقسوم‌علیه‌های محض خودش است، به عبارت دیگر مجمـوع مقسـوم‌علیه‌های آن عـدد دو برابـر خودش است.

مثال: اولین عدد تام ۶ است، زیرا مقسوم‌علیه‌های محـض عـدد ۶ عبارت‌انـد از: ۱، ۲ و ۳. و مجمـوع آنهـا برابـر بـا ۶ اسـت. بـه بیـان دیگـر مجمـوع مقسـوم‌علیه‌های ۶ دو برابـر ۶ اسـت: $۶\times۲=۱۲=۶+۳+۲+۱$. عدد تام بعدی ۲۸ است، زیرا مقسوم‌علیه‌های محض ۲۸ عبارتنـد از ۱، ۲، ۴، ۷ و ۱۴ و مجموع آنها برابر با ۲۸ اسـت: $۲۸=۱۴+۷+۴+۲+۱$. دو عـدد تـام بعـدی ۴۹۶ و ۸۱۲۸ هستند.

اعداد تام در ریاضیات سابقه‌ای بس طولانی دارند. اعداد تام در قضیهٔ ۲۲ مقالـهٔ هفـتم کتـاب اصول اقلیدس تعریف شده‌اند. اقلیدس هم‌چنین در قضیهٔ ۳۶ مقالهٔ نهم کتـابش ثابـت کـرده کـه $\frac{q(q+۱)}{۲}$ یک عدد تام فرد است اگر q به صورت عدد اول $۲^p-۱$ باشد که در آن p نیز عـددی اول است. این دسته از اعداد اکنون به «اعداد مِرسِن» معروفند. بعدها اویلر ثابت کرد که همـهٔ اعـداد تام زوج به این صورت هستند. این قضیه به قضیهٔ اقلیدس- اویلر مشهور است. معلوم نیست چـه

تعداد اعداد تام فرد وجود دارد؛ همچنان که نامتناهی بودن تعداد اعداد تام نیز تاکنون مشخص نشده است.[۱]

[۲]. اعداد متحاب

تعریف: اعداد طبیعی a و b را «متحاب» (دوست دارندهٔ یکدیگر) یا یک «زوج متحاب» خوانند در صورتی که هر یک از آنها مساوی مجموع مقسوم‌علیه‌های محض دیگری باشد،[۲] به عبارت دیگر

$$a = \sigma(b) - b \qquad\qquad b = \sigma(a) - a$$

یا

$$\sigma(a) = \sigma(b) = a + b$$

مثال: دو عدد ۲۲۰ و ۲۸۴ متحابند، زیرا

$$\left.\begin{array}{l}\sigma(۲۲۰) = \sigma(۲^۲ \times ۵ \times ۱۱) = \frac{۲^۳ - ۱}{۲ - ۱} \times \frac{۵^۲ - ۱}{۵ - ۱} \times \frac{۱۱^۲ - ۱}{۱۱ - ۱} = ۷ \times ۶ \times ۱۲ = ۵۰۴ \\ \sigma(۲۸۴) = \sigma(۲^۲ \times ۷۱) = \frac{۲^۳ - ۱}{۲ - ۱} \times \frac{۷۱^۲ - ۱}{۷۱ - ۱} = ۷ \times ۷۲ = ۵۰۴\end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \sigma(۲۲۰) = \sigma(۲۸۴) = ۵۰۴$$

بیرونی در التفهیم (فارسی) اعداد متحاب را چنین تعریف کرده است: «هر دو عددی که جملهٔ جزوهای یکی از ایشان چندِ عدد دیگر باشد و جملهٔ جزوهای [عدد] دیگر چندِ عدد نخستین بود، ایشان را متحاب خوانند، یعنی که یک مر دیگر را دوست دارند و همیشه یکی از این دو عدد زائد بود و دیگر ناقص و نمودهٔ او دویست و بیست است. و این عددی است زائد. نیمهٔ او، ۱۱۰، و چهاریک او ،۵۵، و پنج یک او ،۴۴، و ده یک او ،۲۲، و نیم ده یک او ،۱۱، و جزوی از صد و ده ،۲، و جزوی از پنجاه وپنج ،۴، و جزوی از چهل وچهار ،۵، و جزوی از بیست ودو ،۱۰، و جزوی از یازده ،۲۰، و جزوی از دویست و بیست، ۱. و جملهٔ این جزوها دویست و هشتاد و چهارند. و آن دوم عدد ناقص است که نیمهٔ او، ۱۲۴، و چهاریک او ،۷۱، و جزوی از صد و چهل و دو ،۲، و جزوی از هفتاد و یک ،۴، و جزوی از دویست وهشتاد و چهار، ۱. و جملهٔ این جزوها دویست و بیست است و آن نخستین عدد زائد را راست است؛ پس این هر دو عدد متحابند.»[۳]

۱. مصاحب (۱۳۵۸)، ج ۲، ق ۱، ص ۵۲۸- ۵۳۴.
۲. مصاحب (۱۳۵۸)، ج ۲، ق ۱، ص ۵۴۰- ۵۴۱.
۳. بیرونی، ص ۳۷.

[۴]. *عیون الحساب*

کتابی عربی که به تقلید از مفتاح الحساب غیاث‌الدین جمشید کاشانی تألیف شده است. محمد باقر یزدی نگارش این کتاب را در سال ۱۰۴۷ق به پایان رسانیده است. از این کتاب نسخه‌های متعددی در کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار، کتابخانهٔ مرکزی آستان قدس رضوی، کتابخانهٔ ملی ملك، کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران، کتابخانهٔ مجلس شورای اسلامی و ... موجود است. عیون الحساب در هفت باب به شرح زیر است: باب اول: در حساب عددهای صحیح در سیزده مطلب، باب دوم: در حساب کسرها مشتمل بر یك مقدمه و سیزده مطلب، باب سوم: در حساب اهل نجوم، مشتمل بر دو مقدمه و شش مطلب، باب چهارم: در مساحت مشتمل بر یك مقدمه و شش مطلب، باب پنجم: در استخراج مجهولات با تناسب، باب ششم: در استخراج مجهولات با خطأین، باب هفتم: در جبر و مقابله مشتمل بر مقدمه و شش مطلب. وی در این کتاب به کامیابی خود در حل بعضی از معادلات جبری که پیش از این میسر نبوده است، اشاره می‌کند.

در پایان باب هفتم عیون الحساب فصلی است در ۴۹ مسئله و فصلی در استخراج اعداد تام، فصلی در استخراج اعداد زاید و ناقص، فصلی در استخراج اعداد متحاب، فصلی در استخراج اعداد متعادل و فصلی در بیان نسبت‌ها. پس از آن ۱۴۸ مسئله در موضوعات مختلف از جمله مسائل جبری، مسائل هندسی، استخراج وصایا و غیره که به روش‌های مختلف حل شده است.

محمد باقر یزدی در مبحث استخراج اعداد متحاب ابتدا قاعدهٔ معروف ثابت بن قره را برای محاسبهٔ عددهای متحاب بیان کرده و سپس خود قاعده‌ای آورد که چندان فرقی با قاعدهٔ قبلی ندارد. آنگاه همان قاعده را به کار بسته و دو عدد متحاب ۹۳۶۳۵۸۴ و ۹۴۳۷۰۵۶ را به دست آورده است. یک سال بعد از آن (۱۶۳۸م)، دکارت، فیلسوف فرانسوی، همان اعداد را جداگانه به دست آورد.

کتاب عیون الحساب را محمد باقر بن میر اسماعیل خاتون آبادی به زبان فارسی ترجمه کرده است. همچنین بر آن دو شرح نوشته شده است، یکی توسط نوه‌اش محمد باقر بن محمد حسین بن محمد باقر یزدی که در سال ۱۱۰۶ق و به زبان عربی به نام كفاية الالباب في شرح مشكلات عیون الحساب به نام شاه سلطان حسین (۱۱۰۵– ۱۱۳۵ق) نوشته شده است. دیگری شرح مختصری به نام تكملة العيون (در ۱۶ برگ) که توسط ملا علی محمد مهندس اصفهانی (د۱۲۹۳ق) نوشته شده و نسخه‌ای خطی از آن در کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار به شمارهٔ ۶۲۳ موجود است.

[۵]. سید میر محمد باقر حسینی خاتون‌آبادی اصفهانی، در سال ۱۰۷۰ق، به دنیا آمد. پدرش میر محمد اسماعیل (د ۱۱۱۶ق) از عالمان مشهور اصفهان بود. محمد باقر نزد پدر و آقا حسین خوانساری درس خواند و از پدرش روایت نقل کرد، وی پس از کسب مدارج علمی در این حوزه،

منصب شیخ الاسلامی را با وجود اصرار فراوان شاه سلطان حسین صفوی، نپذیرفت، چرا که خود را واجد شرایط لازم برای پذیرش این منصب نمی‌دانست. وی پس از چندی به دستور شاه به تدریس در مدرسهٔ چهارباغ پرداخت و پس از آن، به عالی‌ترین مقام روحانی، ملاباشی منصوب شد. در صفر سال ۱۱۲۷ق، از آنجایی که رابطه شاه با خاتون‌آبادی خوب بود، حسادت سایرین را برانگیخت و گران شدن نان در اصفهان را پیشنهاد وی به شاه دانستند. لذا به خانه او یورش بردند و این امر باعث تشدید بیماری وی (ذات الریه) و در نهایت مرگ او در ربیع‌الاول سال ۱۱۲۷ق، شد. از خاتون‌آبادی آثار متعددی برجای مانده که می‌توان به کائنات الجَوّ (آثار عُلوی)، رسالة فی ماءِ النِیسان وما یتعلّق به و برخی متون ترجمه شده به دستور شاه سلطان حسین، از جمله مکارم الاخلاق اثر رضی الدین ابونصر طبرسی و عُیون الحِساب محمد باقر یزدی نیز اشاره کرد.[1]

[۶]. در صورتی که $a=\prod_{i=1}^{n} p_i^{\alpha_i}$ تجزیهٔ استاندهٔ عدد طبیعی a به عوامل اول باشد، مجموع مقسوم‌علیه‌های a برابر با $\sigma(a)=\prod_{i=1}^{n}\frac{p_i^{\alpha_i+1}-1}{p_i-1}$ است. مجموع مقسوم‌علیه‌های محض عدد a برابر با $\sigma'(a)=\sigma(a)-a$ است.[2]

[۷]. نائینی واژهٔ «weight» را به‌کار برده است و ما برای تشابه با کلمهٔ «وفق» در اعداد متوافق از واژهٔ «عدل» استفاده کرده‌ایم. ـ م

[۸]. خاتون‌آبادی در حاشیهٔ صفحهٔ ۲۹۸ نسخهٔ شمارهٔ ۲۱۳۰ ترجمهٔ عیون الحساب در کتابخانهٔ مجلس شورای اسلامی [به درستی] چنین آورده است: «مخفی نماند که در این قاعده و قواعد فصول سابقه، واحد را در عدد داخل نتوان ساخت و الّا ضابطه تخلف کند. چنان‌که در قسمت ۱۲ به یک و یازده یک‌بار ($11+1=12$)، و به پنج و هفت باری دیگر ($7+5=12$)، و مسطح اولین اول، ۱۱ باشد ($a=1\times11=11$) و مسطح اولین ثانی ۳۵ ($b=5\times7=35$). و اجزای مسطح اول ۱ [$\sigma'(11)=1$] باشد و اجزای مسطح ثانی ۱۳ [$\sigma'(35)=1+5+7=13$]. و هم‌چنین در قسمت ۱۴ به واحد و ۱۳ ($a=1\times13=13$) ، و ۳ و ۱۱ ($b=3\times11=33$)؛ چه اجزای اول ۱ [$\sigma'(13)=1$] و اجزای ثانی ۱۵ [$\sigma'(33)=1+3+11=15$] باشد.»

۱. حسینی خاتون‌آبادی، ص ۵۲۱- ۵۶۹.
۲. مصاحب (۱۳۵۸)، ج ۲، ق ۱، ص ۳۷۳.

[۹]. خاتون‌آبادی در حاشیهٔ صفحهٔ ۲۹۸ نسخهٔ شمارهٔ ۲۱۳۰ ترجمهٔ عیون الحساب در کتابخانهٔ مجلس شورای اسلامی [به درستی] چنین آورده است: «و بباید دانست که شرط نیست که زوج معمول‌علیه زوج‌الزوج باشد، چنانکه در مثال مذکور است، بل هر زوجی که ممکن باشد که آن را دو مرتبه قسمت کنیم هر مرتبه به دو عدد اول، متعادلین به ازای آن تحصیل توان کرد؛ بلکه متعادلین بدون این طریقه بل به استقراء چنانچه در ۱۲ و ۲۶؛ چه اجزای هر یک ۱۶ باشد $[\sigma'(26)=1+2+13=16$ و $\sigma'(12)=1+2+3+4+6=16]$ و به آن طریق تحصیل نشده که مصنف رحمة اللّه ذکر کرده، لیکن چون استقراء را ضابطهٔ خاصی نباشد و قاعدهٔ مصنف رحمة اللّه کلی است، متوجه آن نشده است.»

چنان که در متن فوق دیده می‌شود، خاتون‌آبادی از روش استقراء، که در بین ریاضیدانان دورهٔ اسلامی معمول بوده، استفاده کرده است.

در ریاضیات قدیم واژهٔ استقراء را نخستین بار ابوبکر محمد کرجی (زنده در ۴۱۰ق) برای روش حل دستگاه‌های معادلات سیاله به کار برده است و ریاضیدانان پس از وی هم‌چون سموأل از وی پیروی کرده‌اند. کرجی در کتاب الفخری فصلی تحت عنوان «ذکر الاستقراء» دارد و در شرح این اصطلاح چنین آورده است:«استقراء در حساب آن است که عبارتی با یک یا چند مجهول از یک جنس یا دو جنس یا سه جنس متوالی به تو بدهند و این عبارت تنها برای بعضی از مقادیر متغیرها مربع کامل باشد و برابر مربع عددی مجهول باشد و بخواهی تا این مقادیر را بیابی.»[۱] کرجی در توضیح این مطلب مسئلهٔ تعیین عددی را می‌آورد که مجموع مربع آن با چهار برابرش مجذور کامل باشد. حل این مسئله منجر به معادلهٔ $x^2+4x=y^2$ می‌شود که در آن اگر چه عبارت x^2+4x صورت مجذور کامل را ندارد، ولی از حیث مقدار مربع کامل فرض می‌شود. کرجی برای حل این مسئله مقداری برای y جستجو می‌کند که چون آن را در معادله قرار دهیم، معادله بین دو مرتبهٔ متوالی حاصل شود. به ازای $y=2x$ خواهیم داشت: $4x=3x^2$. پس $x=\frac{4}{3}$. به ازای این مقدار $x^2+4x=\frac{64}{9}$ مجذور کامل و جذرش $\frac{8}{3}$ است. نیز به ازای $y=x-1$، مقدار $x=\frac{1}{4}$ حاصل می‌شود که به ازای آن $x^2+4x=\frac{25}{36}$ است. به طوری که ملاحظه می‌شود حل معادله با جستجو و یافتن مقدار مناسبی برای y انجام گرفته است و مقصود از استقراء همین جستجوی مقدار مناسب است.[۲]

۱. دائرة المعارف بزرگ اسلامی، ج ۸، ص ۲۰۸.

۲. مصاحب (۱۳۳۹)، ص ۳۰۲-۳۰۳.

خیام هم در کتاب جبر و مقابله‌اش در چند مورد در حل معادلات به این روش اشاره کرده است. وی برای استخراج عددی ضلع مکعب می‌گوید: «برای استخراج عددی ضلع مکعب راهی جز استقراء نداریم».[۱] شاید منظور خیام آن است که در جدولی مشتمل بر مکعبات اعداد طبیعی به دنبال جواب معادله بگردیم. خیام هم‌چنین در حل معادلهٔ درجهٔ دوم «عددی معادل مالی» و نیز معادلهٔ درجهٔ سوم «عددی معادل مکعبی» می‌گوید که برای پیداکردن جذر و کعب عدد راهی جز استقراء نداریم.[۲]

[۱۰]. پیشینهٔ اعداد متعادل

التکملة في الحساب کهن‌ترین متن شناخته شده‌ای است که در آن از اعداد متعادل سخن به میان آمده است. عبدالقاهر بغدادی (د ۴۲۹ق) پس از تعریف اعداد متعادل، برای به‌دست‌آوردن این اعداد می‌گوید که اگر عدد مفروضی داشته باشیم (عدل دو عدد) و خواسته باشیم دو عدد بیابیم که مجموع مقسوم‌علیه‌های محض آنها برابر با آن عدد مفروض باشد، ابتدا از آن عدد مفروض یک واحد کم می‌کنیم و سپس آن را به مجموع دو عدد اول فرد متمایز تجزیه می‌کنیم و حاصل‌ضرب آن دو را به دست می‌آوریم. و این عمل را دوباره با تجزیه به مجموع دو عدد اول فرد متمایز دیگر و ضرب آنها انجام می‌دهیم. دو عدد حاصل دو عدد متعادل هستند. وی سپس عدد ۵۷ را (به عنوان عدل دو عدد متعادل) در نظر گرفته و یک واحد از آن کم کرده و عدد ۵۶ را به صورت مجموع دو عدد فرد اول متمایز ۳ و ۵۳ و نیز ۱۳ و ۴۳ نوشته و از آنجا دو عدد ۱۵۹ و ۵۵۹ را به دست آورده است.

$$۵۶ = ۳ + ۵۳ \rightarrow a = ۳ \times ۵۳ = ۱۵۹ \quad , \quad \sigma'(۱۵۹) = ۱ + ۳ + ۵۳ = ۵۷$$

$$۵۶ = ۱۳ + ۴۳ \rightarrow b = ۱۳ \times ۴۳ = ۵۵۹ \quad , \quad \sigma'(۵۵۹) = ۱ + ۱۳ + ۴۳ = ۵۷$$

عبدالقاهر بغدادی در انتهای این مبحث اشاره می‌کند که اگر نتوان دو زوج عدد اول با این شرایط یافت در این صورت از آن عدد انتخاب شده نمی‌توان دو عدد متعادل تولید کرد.[۳] نکته‌ای که اهمیت دارد و عبدالقاهر بغدادی به آن اشاره نکرده این است که چون وقتی از عدد مفروض یک واحد کم می‌کنیم باید بتوانیم آن را به صورت مجموع دو عدد فرد اول متمایز تجزیه کنیم، پس عدد مفروض حتماً باید فرد باشد. به زبان امروزین اگر عدد مفروض را A و دو عدد فرد اول متمایز را به ترتیب $p_۱$ و $p_۲$ و نیز $p_۳$ و $p_۴$ فرض کنیم، آنگاه $p_۱ + p_۲ = p_۳ + p_۴ = ۲k$ و در نتیجه $A - ۱ = ۲k$ و لذا $A = ۲k + ۱$.

۱. مصاحب (۱۳۳۹)، ص ۱۶۲.

۲. مصاحب (۱۳۳۹)، ص ۱۷۰ و ۱۷۲.

۳. عبدالقاهر بن طاهر بغدادی، ص ۲۲۹–۲۳۰.

در کتاب لب الحساب، علی بن یوسف بن علی منشی (قرن ششم) پس از تعریف اعداد متعادل دو عدد ۱۵۹ و ۵۵۹ مثال زده که همان مثال عبدالقاهر بغدادی است.[۱]

پس از آن رد پای این اعداد در نسخهٔ خطی شمارهٔ ۳۴۴۷ کتابخانهٔ ملی تبریز دیده می‌شود که به زبان فارسی است و در سال ۶۷۰ قمری به دست مؤلفی ناشناس نگارش یافته که نویسنده مطالب آن را از کتاب التکملة اخذ نموده است. مؤلف ناشناس گرچه اشاره‌ای به فرد بودن عدد مفروض (عدل دو عدد متعادل) ننموده، ولی به این نکته توجه داشته است که عدد مفروض حتماً باید بزرگتر از ۱۷ باشد.[۲] برای اثبات این مطلب اگر عدد مفروض را A فرض کنیم، پس باید بتوانیم $A-1$ را به صورت مجموع دو عدد فرد اول متمایز بنویسیم. فرض می‌کنیم آنها p_1، p_2 و p_3، p_4 باشند به‌طوری‌که $p_1 \neq p_2 \neq p_3 \neq p_4$. از طرف دیگر کمترین چهار عدد فرد اول متمایز ۳، ۵، ۷ و ۹ هستند، بنابراین $p_1 + p_2 \geq 3+5=8$ و نیز $p_3 + p_4 \geq 7+9=16$ (یا به‌عکس). بنابراین چون $\sigma'(a) = p_1 + p_2 + 1$ و $\sigma'(b) = p_3 + p_4 + 1$ و اینکه $\sigma'(a) = \sigma'(b)$، پس باید $\sigma'(a) = \sigma'(b) \geq 17$. پس لازم است که $A \geq 17$.

در قرن یازدهم هجری محمد باقر یزدی در کتاب عیون الحساب به اعداد متعادل اشاره کرده و فصلی را به آن اختصاص داده و نظرات تازه‌ای مطرح کرده است. دکتر علیرضا جعفری نائینی در هنگام تألیف رسالهٔ دکتری خود به زبان آلمانی و با نام تاریخ نظریهٔ اعداد در مشرق زمین[۳] به بخش‌هایی از کتاب عیون الحساب در مورد اعداد متعادل پرداخته است.[۴]

محمد صالح طباطبائی یزدی (زنده در ۱۰۴۹ق) در کتاب زبدة الحساب که ترجمهٔ بخش‌هایی از کتاب عیون الحساب است، پس از تعریف اعداد متعادل عدد ۲۲ را یک‌بار به صورت مجموع دو عدد ۳ و ۱۹ و بار دیگر به صورت مجموع دو عدد ۵ و ۱۷ در نظر گرفته و دو عدد ۵۷ و ۸۵ را به دست آورده که عدل آنها ۲۳ است.[۵]

$$22 = 3 + 19 \to a = 3 \times 19 = 57 \quad , \sigma'(57) = 1 + 3 + 19 = 23$$
$$22 = 5 + 17 \to b = 5 \times 17 = 85 \quad , \sigma'(85) = 1 + 5 + 17 = 23$$

---

۱. علی بن یوسف منشی، ص ۶.

۲. کرامتی، یونس، نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ دست نویس ۳۴۴۷ کتابخانهٔ ملی تبریز، مجلهٔ تاریخ علم، دورهٔ ۱۱، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۲، ص ۲۰۷.

3. *Geschichte der Zahlentheorie im Orient im Mittelalter und zu Beginn der Neuzeit unter besomderer Berücksichtigung persicher Mathematiker* (History of number theory in the East in the Middle Ages and the early modern period with special emphasis on Persian mathematicians).

۴. علوم محضه، ص ۴۰۳.

۵. پشت برگ ۳۹ و روی برگ ۴۰ نسخهٔ خطی شمارهٔ ۱۲۹۴ کتابخانهٔ وزیری یزد.

ابوعلی ارتضا علی خان گوپاموی مدارسی (۱۱۹۸- ۱۲۵۱ق) هم در کتاب نقـود الحسـاب از این اعداد بحث کرده است.[۱] وی می‌گوید که: «عدد زوج الزوجی را انتخاب کرده، آن را به دو گونه به صورت حاصل جمع دو عدد به طریقی می‌نویسیم که هر یک از دو قسمت آن فرد اول باشد».[۲] وی سپس عدد ۱۶ را به صورت مجموع دو عدد فرد اول ۳، ۱۳ و ۵، ۱۱ نوشته و از حاصل‌ضرب هر آنها دو عدد ۳۹ و ۵۵ را به دست آورده که عدل آنها ۱۷ است.

در آثار ریاضی‌دانان اروپایی قرن هفدهم تا اوایل قرن بیستم نیز به اعدادی با این ویژگی پرداخته شده است. برخی از آنان با اظهار بی‌اطلاعی از کشف این اعداد در زمـانی قبـل‌تر، اصـطلاحات گوناگونی برای معرفی اعداد متعادل به کار برده‌اند که ترجمهٔ رایج‌ترینشان، «اعداد متحاب ناقص»[۳] توسط توماس تیلوُر[۴] ارائه شده است.[۵]

منابع و مآخذ

۱. بهادرخان گوپاموی مدارسی، ابو علی محمد ارتضا علی خان، نقود الحساب، نسخهٔ شمارهٔ ۸۰۷۹ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران؛

۲. بیرونی خوارزمی، ابوریحان محمد بن احمد، التفهیم لأوائل صناعة التنجـیم، بـه کوشـش جلال الدین همائی، چاپ دوم، تهران، انتشارات انجمن آثار ملی، ۱۳۵۱؛

۳. حسینی خاتون‌آبادی، سید عبدالحسین، وقایع السنین والأعـوام، بـه تصـحیح محمـد بـاقر بهبودی، تهران، انتشارات اسلامیه، ۱۳۵۲؛

۴. حسینی خاتون‌آبادی، سید محمد باقر، ترجمهٔ عیون الحساب، نسخهٔ خطـی شـمارهٔ ۲۱۳۰ مجلس شورای اسلامی؛

۵. دائرة المعارف بزرگ اسلامی، زیر نظر کاظم موسوی بجنـوردی، ج ۸، تهـران، مرکـز دائـرة المعارف بزرگ اسلامی، ۱۳۷۷؛

۶. طباطبائی یزدی، میر محمّد صالح، زبدة الحساب، نسـخهٔ خطـی شـمارهٔ ۱۲۹۴ کتابخانـهٔ وزیری یزد؛

۷. عبدالقاهر بن طاهر بغدادی، التکملة في الحساب، تحقیق احمد سلیم سـعیدان، کویـت، ۱۴۰۶ق؛

۱. فلاح، حسین، «نقود الحساب»، میراث علمی، سال ۲، شمارهٔ ۲ (پیاپی ۴)، پاییز و زمستان ۱۳۹۲، ص ۱۷۰.

۲. روی برگ ۶۳ نسخهٔ شمارهٔ ۸۰۷۹ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران.

3. imperfectly amicable numbers
4. Thomas Taylor (1758- 1835).
5. *Number Treasury*, p. 66.

۸. علوم محضه (از آغاز صفویه تا تأسیس دارالفنون)، زیر نظر و اشراف مهدی محقق، تهران، انجمن آثار و مفاخر فرهنگی، ۱۳۸۴؛

۹. علی بن یوسف بن علی منشی، لب الحساب، مقدمه و فهرست از جمال‌الدین شیرازیان، تهران، بنیاد دائرة المعارف اسلامی، ۱۳۶۶؛

۱۰. محمد باقر یزدی، عیون الحساب، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۸۳۳۶ کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار؛

۱۱. مصاحب، غلامحسین، تئوری مقدماتی اعداد، ج ۲، ق ۱، چاپ اول، تهران، انتشارات سروش، ۱۳۵۸؛

۱۲. همو، حکیم عمر خیام بعنوان عالم جبر، تهران، انتشارات انجمن آثار ملی، ۱۳۳۹؛

13. Kenney, Margaret J.; Bezuszka, Stanley J.: *Number Treasury*, 3rd edition, Singapore, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2015.

مربع‌های وفقی در تمدن اسلامی[۱]

ژاک سزیانو[۲]
ترجمهٔ پگاه شهوندی[۳]

تعاریف و مفاهیم کلی

مربع وفقی به مربعی گفته می‌شود که از مربع‌های (خانه‌های) کوچکتری ساخته شده که در این خانه‌ها اعداد طبیعی مختلف نوشته شده، به طوری که جمع اعداد هر سطر، ستون و هر دو قطر اصلی باهم برابر است.

مربعی که در هر ردیف n خانه دارد، مربع مرتبهٔ n نامیده می‌شود. به این صورت، مربع شکل ۱ مرتبهٔ ۶ است که مجموع اعداد هر ردیف و هر دو قطر اصلی برابر ۱۱۱ است. مربع شکل ۲ هم مرتبهٔ ۶، اما مجموع ثابت آن ۵۹۱ است.

۱۲۴	۳۶	۱۰۷	۹۲	۱۰۱	۱۳۱
۶	۸۵	۱۱۵	۱۰۰	۹۴	۱۹۱
۱۹۴	۷۲	۱۳۵	۵۰	۱۳۷	۳
۵	۶۲	۷۵	۱۳۴	۱۲۳	۱۹۲
۱۹۶	۱۷۵	۶۹	۱۱۰	۴۰	۱
۶۶	۱۶۱	۹۰	۱۰۵	۹۶	۷۳

شکل ۲

۱۲	۳۰	۱۵	۲۲	۳۱	۱
۱۱	۲۹	۲۳	۱۴	۳۲	۲
۱۰	۲۸	۱۳	۲۴	۳۳	۳
۲۷	۹	۲۱	۱۶	۴	۳۴
۲۶	۸	۲۰	۱۷	۵	۳۵
۲۵	۷	۱۹	۱۸	۶	۳۶

شکل ۱

۱. این مقاله ترجمهٔ مقدمهٔ کتاب *Magicheskie kvadrati na srednevekovom vostoke* (مربع‌های وفقی در شرق سده‌های میانه، سن پترزبورگ، ۲۰۱۴) از زبان روسی است. اصل کتاب در سال ۲۰۰۴ به زبان فرانسه با عنوان *Les carrés magiques dans les pays islamique* در لوزان (سویس) چاپ شده است.

۲. J. Sesiano استاد بازنشستهٔ دانشگاه لوزان (سویس)، پژوهشگر ریاضیات دورهٔ اسلامی

۳. pegah.shvdi@gmail.com

اغلب، مانند اولین مثال بالا، مربع مرتبهٔn با اولین n^2 عدد طبیعی پـر مـی شـود کـه از آنجـا مجموع همهٔ این اعداد با فرمول زیر محاسبه می‌شود. مجموع ثابت همهٔ ردیف‌های n یکسان و برابر خواهد بود با:

$$\frac{n^2(n^2+1)}{2}$$

«جمع وفقی» یا «وفق» هر مربع وفقی مرتبهٔ n مجموع اعداد یک سطر و مقدار آن برابر است با:

$$M_n=\frac{n\,(n^2+1)}{2}$$

مربع با شرایط گفته شده در بالا مربع وفقی «ساده» یا «عادی» نامیده می‌شـود. ایـن شـرایطی است که در تمام مربع های وفقی صدق می‌کند و مـی‌تـوان آنهـا را بـه ازای $n \geq 3$ سـاخت. امـا می‌توان شرایط دیگری را اضافه کرد که به تعریف انواع دیگر مربع‌های وفقی می‌انجامد.

مربع وفقی طوق‌دار (لبه‌دار)

در این نوع مربع‌ها با حذف خانه‌های پیرامونی، یا اغلب چند ردیف متوالی از خانه‌هـای پیرامـونی مربع، باز هم داخل مربع به‌صورت مربع وفقی باقی می‌ماند. همچنین جفت‌های متقابل در مربـع (افقی، عمـودی یـا قطـری در گوشه‌ها) مکمـل یکدیگرنـد و مجموعشان n^2+1 می‌شود[1]. در نتیجه ایـن سـهم در جمـع وفقی در هر لایه برابر و مساوی n^2+1 است. به این ترتیـب، جمـع وفقـی مربـع شـکل ۳ مساوی ۵۰۵ است، امـا وفـق مربع های کوچکتر بـه ترتیـب ۴۰۴، ۳۰۳ و بـــرای مربـــع مرتبهٔ ۴، ۲۰۲ اسـت. بـه ایـن ترتیـب وفـق مربـع مرتبـهٔ m مساوی خواهد بود با:

۹۲	۱۷	۴	۹۵	۸	۹۱	۱۲	۸۷	۱۶	۸۳
۹۹	۷۶	۳۱	۲۲	۷۷	۲۶	۷۳	۳۰	۶۹	۲
۱	۲۰	۶۴	۴۱	۳۶	۶۳	۴۰	۵۹	۸۱	۱۰۰
۳	۱۹	۶۷	۵۸	۴۷	۵۱	۴۶	۳۴	۸۲	۹۸
۹۶	۸۰	۳۳	۵۲	۴۵	۵۷	۴۸	۶۸	۲۱	۵
۷	۷۸	۳۵	۴۹	۵۶	۴۴	۵۳	۶۶	۲۳	۹۴
۹۰	۲۷	۶۲	۴۳	۵۴	۵۰	۵۵	۳۹	۷۴	۱۱
۱۳	۷۲	۴۲	۶۰	۶۵	۳۸	۶۱	۳۷	۲۹	۸۸
۸۶	۳۲	۷۰	۷۹	۲۴	۷۵	۲۸	۷۱	۲۵	۱۵
۱۸	۸۴	۹۷	۶	۹۳	۱۰	۸۹	۱۴	۸۵	۹

شکل ۳

۱. مثلاً ۱۰۱=۹+۹۲= ۱۷+۸۴ =۲+۹۹

$$\frac{m\,(n^{۲}+۱)}{۲}$$

مربع‌های مشابه هم به همین صورت با شرط $n \geq ۵$ ساخته می‌شوند. وقتی مربع دارای مرتبـهٔ فرد است، خانهٔ مرکزی آن عددی است که از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\frac{n^{۲}+۱}{۲}$$

مربع وفقی هم‌قطر

در این مربع نه تنها جمع قطرهای اصلی برابر با وفق است بلکه هر قطر شکسته‌ای، که جفت قطرهـای متمم است، از دو سمت قطرهای اصلی و کلاً متشکل از n خانه است هم، چنین است. به عنوان مثـال مربع شکل ۴ رابببینید. دیده می‌شود که قطر شکسته از بالای خانهٔ پایینی سمت چـپ شـروع مـی شـود شامل اعداد ۲۶، ۵۱، ۶،۳۹، ۲۰، ۵۷، ۴۵، ۱۶که جمع وفقی آنها برابر $M_{۸} = ۲۶۰$ می‌شـود؛ ماننـد هر قطر شکستهٔ صعودی یا نزولی دیگر که مجموعش همین مقدار اسـت (مثـل ۲۲، ۲، ۴۳، ۶۱، ۳۲، ۱۲، ۳۳، ۵۵ و ۲۴، ۴۰، ۴۳، ۲۷، ۳۰، ۴۶، ۱۷،۳۳و ۹، ۳۱، ۵۴، ۳۴، ۳، ۲۱، ۶۴، ۴۴). مربع‌های مشابه برای $n \geq ۴$ زمانی که از مرتبهٔ فرد باشد ممکن است، ولی برای مرتبهٔ زوج شامل اعداد مضرب ۴ می‌شود. این مربع‌ها ویژگی‌های قابل توجهی دارند: می‌توان ردیف‌ها را بـه صـورت چرخـه‌ای تغییـرداد بدون آنکه خاصیت وفقی آنها از بین برود، به طوری که یک عدد مشخص می‌تواند هر خانـه از مربـع را اشغال کند. در شکل ۶ مربعی دیده می‌شود که با تکرار مربع مرتبهٔ ۴ هم‌قطر شکل ۵ شکل گرفته است: هر مربع مرتبهٔ ۴ که در این "میدان وفقی" در نظر بگیریم، وفقی (و هم‌قطر) است.

۵۲	۴۵	۲۴	۹	۵۰	۴۷	۲۲	۱۱
۲۹	۴	۵۷	۴۰	۳۱	۲	۵۹	۳۸
۴۱	۵۶	۱۳	۲۰	۴۳	۵۴	۱۵	۱۸
۸	۲۵	۳۶	۶۱	۶	۲۷	۳۴	۶۳
۶۰	۳۷	۳۲	۱	۵۸	۳۹	۳۰	۳
۲۱	۱۲	۴۹	۴۸	۲۳	۱۰	۵۱	۴۶
۳۳	۶۴	۵	۲۸	۳۵	۶۲	۷	۲۶
۱۶	۱۷	۴۴	۵۳	۱۴	۱۹	۴۲	۵۵

شکل ۴

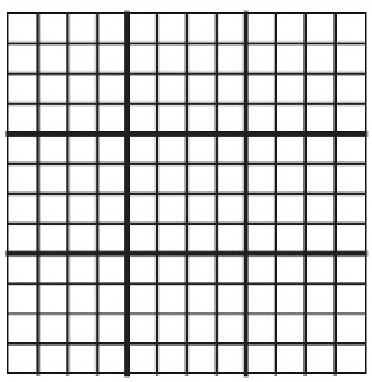
۱۴	۱۱	۸	۱
۷	۲	۱۳	۱۲
۹	۱۶	۳	۶
۴	۵	۱۰	۱۵

شکل ۵

۱۳	۲	۷	۱۲	۱۳	۲	۷	۱۲	۱۳	۲	۷	۱۲
۳	۱۶	۹	۶	۳	۱۶	۹	۶	۳	۱۶	۹	۶
۱۰	۵	۴	۱۵	۱۰	۵	۴	۱۵	۱۰	۵	۴	۱۵
۸	۱۱	۱۴	۱	۸	۱۱	۱۴	۱	۸	۱۱	۱۴	۱
۱۳	۲	۷	۱۲	۱۳	۲	۷	۱۲	۱۳	۲	۷	۱۲
۳	۱۶	۹	۶	۳	۱۶	۹	۶	۳	۱۶	۹	۶
۱۰	۵	۴	۱۵	۱۰	۵	۴	۱۵	۱۰	۵	۴	۱۵
۸	۱۱	۱۴	۱	۸	۱۱	۱۴	۱	۸	۱۱	۱۴	۱
۱۳	۲	۷	۱۲	۱۳	۲	۷	۱۲	۱۳	۲	۷	۱۲
۳	۱۶	۹	۶	۳	۱۶	۹	۶	۳	۱۶	۹	۶
۱۰	۵	۴	۱۵	۱۰	۵	۴	۱۵	۱۰	۵	۴	۱۵
۸	۱۱	۱۴	۱	۸	۱۱	۱۴	۱	۸	۱۱	۱۴	۱

شکل ۶

مربع مرکب یا چند بخشی، مربعی است که علاوه بر آنکه به صورت کلی ویژگی های وفقی دارد، هر بخش آن هم به صورت مربع کوچکتر این ویژگی را دارد (شکل ۷). هرگاه مرتبهٔ مربع عدد مرکب باشد، ساخت مربع های مشابه ممکن است و امکان پر کردن وفقی مربع برای مرتبه های هرکدام از عامل های آن عدد امکان پذیر است. کوچکترین مرتبه مربوط به n=r·s است زمانی که $r,s \geq ۳$ و در نتیجه $n = ۹$. البته مربع مرکب برای $n = ۸$ هم ممکن است، اما در این صورت، بخش‌های مرتبهٔ چهارم باید جمع وفقی یکسان داشته باشند.



شکل ۷

۱ - دسته بندی مرتبه ها

مربع‌های با کمترین مرتبه را در نظر بگیرید. چون مربع مرتبهٔ یک جذابیتی ندارد، مربع مرتبـهٔ ۲ را بررسی می‌کنیم. با توجه به شرایط وفقی مربع باید (شکل ۸):

$$a+d=b+d=c+d=c+a$$

که از آنجا داریم: $a=b=c=d$. بنابر این روشن می شود که ساخت مربع وفقی مرتبهٔ ۲ با اعـداد مختلف ممکن نیست .

•	|	†
—	r	—
†	|	•

شکل ۹

b	a
d	c

شکل ۸

اکنون یک مربع مرتبهٔ ۳ را نگاه کنید (شکل۹). دور خانهٔ مرکزی ۸ خانه است که می‌توان آن را به ۴ جفت تقسیم کرد: در دو راستای مخالف به صورت افقی (—) و عمودی (|) یا برای دو تـا از آنها به صورت قطری (●,†)

اگر r عدد واقع در مرکز مربع و $M_۳$ وفق مربعی باشد که می‌خواهیم بسازیم، آنگاه جمـع هـر کدام از این جفت اعداد باید برابر $M_۳ - r$ باشد، یعنی مجموع اعداد دور آن می‌شود $۴(M_۳ - r)$ و جمع کل اعداد مربع برابر $۴(M_۳ - r) + r$ خواهدبود. اما همچنین داشتیم جمع کل مربع برابر با $۳M_۳$ است که از تساوی این دو داریم $M_۳ = ۳r$ با قرار دادن اولین اعداد ۱،...،۹ که به ازای آنها $M_۳ = ۱۵$ خواهیم داشت $r = ۵$.

حالا سعی می‌کنیم عدد ۱ را قرار دهیم. از آنجا که مرکز مربع قبلا اشغال شده‌است پس عدد ۱ حتما در حاشیه خواهدبود، یا در گوشه‌ها یا در وسط ردیف، و عدد ۹ خانهٔ مقابـل آن را مـی‌گیـرد. به‌علاوه می‌دانیم که جمع دو عدد، که ردیفی را کامل می‌کند که در آن ۱ قرار دارد، باید برابر بـا ۱۴ باشد. در میان ۶ عدد باقی مانده (۸، ۷، ۶، ۴، ۳، ۲) تنها دو عدد ۶ و ۸ این ویژگی را دارند ، در نتیجه عدد ۱ باید بین اعداد ۶ و ۸ در وسط ردیف بیرونی قرارگیرد. با مشخص شدن جایگاه اعداد ۱، ۵، ۶ و ۸ جـای بقیـهٔ اعـداد هـم معلوم می‌شود(شکل ۱۰).

۲	۹	۴
۷	۵	۳
۶	۱	۸

شکل ۱۰

البته امکان جابه‌جایی اعداد ۶ و ۸ وجود دارد، اما مربعی که به این صورت ساخته شود قرینـهٔ مربع قبلی خواهد بود. اکنون این امکان را در نظر نمی‌گیریم و ۷ مربع باقی‌مانده را که با چرخش

(شکل ۱۱ تا ۱۳) یا معکوس‌کردن تصویر (شکل ۱۴تا ۱۷) به دست می‌آید بررسی می‌کنیم که صورتی از همان مربع اول است. از اینجا می‌توان نتیجه گرفت که فقط یک نوع مربع مرتبهٔ سه با ترکیب ۹ عدد ابتدایی می‌توان ساخت. این یک مورد منحصر به فرد است؛ هرچه مرتبهٔ مربع بیشتر باشد، نحوهٔ چیدمان اعداد متنوع تر خواهدبود.

۲	۷	۶
۹	۵	۱
۴	۳	۸

۶	۱	۸
۷	۵	۳
۲	۹	۴

۸	۳	۴
۱	۵	۹
۶	۷	۲

شکل ۱۱ تا ۱۳

۸	۱	۶
۳	۵	۷
۴	۹	۲

۴	۳	۸
۹	۵	۱
۲	۷	۶

۲	۹	۴
۷	۵	۳
۶	۱	۸

شکل ۱۴ تا ۱۶

۶	۷	۲
۱	۵	۹
۸	۳	۴

شکل ۱۷

در مورد مربع مرتبهٔ $n \geq ۴$، نیازی به ذکر این جزئیات نیست؛ فقط روش تعیین اعداد متعلق به هرخانه بیان می‌شود. روش‌های کلی برای پرکردن مربع وجود دارد که می‌توان از آنها برای ساخت مربع‌های وفقی با هر مرتبه‌ای، در صورتی که این مرتبه نوع مشخصی باشد، استفاده کرد. سه نوع مربع وفقی کلی می‌توان تعریف کرد:

مربع های مرتبهٔ فرد (که گاهی مربع مرتبهٔ فرد ساده نامیده می شود) که شامل مربع‌های مرتبهٔ $n = ۲k + ۱$ برای عدد طبیعی k می‌شود. مربع مرتبهٔ ۳ کوچکترین مربع از این نوع است.

مربع‌های مرتبهٔ زوج‌الزوج که شامل مربع های مرتبهٔ زوج مضرب ۴ است، بنابراین $n = ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ...$ یا در حالت کلی $n = ۴k$ می‌شود. مربع مرتبهٔ ۴ کوچکترین مربع این نوع است.

مربع‌های مرتبهٔ فردالزوج (که مربع‌های مرتبهٔ زوج‌الفرد هم نامیده می‌شود) شامل مربع‌های مرتبهٔ زوج مضرب ۲، اما نه مضرب ۴، است، بنابراین $n = ۶,۱۰,۱۴,۱۸,...$ یا در حالت کلی $n = ۲(۲k+۱)$ مربع مرتبهٔ ۶ کوچکترین مربع از این نوع است.

۳- اصلاحات وتغییرات جزیی مربع های وفقی

وقتی صحبت از روش‌های متفاوت ساخت می‌شود، به طور تلویحی، چنان که در بالا اشاره‌شد چرخش‌ها و وارونه کردن مربع در نظر گرفته نمی‌شود. اما برای مربع‌های مرتبه $n > ۳$ تبدیل‌های دیگری امکان پذیر است که منجر به مربع های دیگر شود. در کل، هرچه مرتبه بالاتر باشد حالت‌های ممکن بیشتری وجود دارد.

- می‌توان هر مقدار i را با $n^۲+۱-i$ جایگزین کرد که روش پرکردن وارون خوانده می‌شود. اما، مربع حاصل با چرخش ۱۸۰ درجه همان خواهدبود. برای انواع مهم مربع‌های وفقی متقارن که در آن جمع دو عدد که به صورت قرینه نسبت به مرکز قرار گرفته‌اند، این مجموع برابر $n^۲+۱$ است. شکل ۱۸ a و b نشان دهندهٔ یک مربع متقارن و جابه‌جایی اعداد در آن و شکل ۱۹ a و b نشان دهندهٔ یک مربع نامتقارن و جابه‌جایی اعداد در آن است. در حالت دوم بعضی از عددها (مانند عدد ۲۱ در شکل ۱۹) با تغییر ترتیب ردیف‌ها همسایگان جدیدی دارند.

۳	۲۴	۷	۲۰	۱۱
۲۲	۱۸	۱	۱۴	۱۰
۹	۵	۱۳	۲۱	۱۷
۱۶	۱۲	۲۵	۸	۴
۱۵	۶	۱۹	۲	۲۳

b

۲۳	۲	۱۹	۶	۱۵
۴	۸	۲۵	۱۲	۱۶
۱۷	۲۱	۱۳	۵	۹
۱۰	۱۴	۱	۱۸	۲۲
۱۱	۲۰	۷	۲۴	۳

a

شکل ۱۸

۴	۸	۲۵	۱۲	۱۶
۱۷	۲۱	۱۳	۵	۹
۱۱	۲۰	۷	۲۴	۳
۱۰	۱۴	۱	۱۸	۲۲
۲۳	۲	۱۹	۶	۱۵

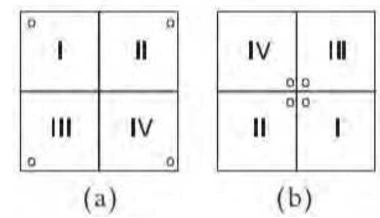
b

۲۲	۱۸	۱	۱۴	۱۰
۹	۵	۱۳	۲۱	۱۷
۱۵	۶	۱۹	۲	۲۳
۱۶	۱۲	۲۵	۸	۴
۳	۲۴	۷	۲۰	۱۱

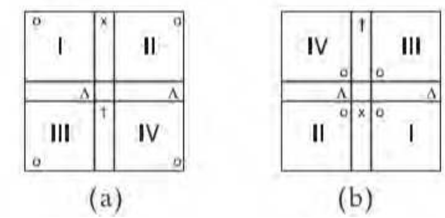
a

شکل ۱۹

• می‌توان مربع ها را قطری تغییر داد (شکل ۲۰ a و b)؛ اگر مربع مرتبهٔ فرد باشد وسط نیمه ردیف ها هم باید تغییر کند (شکل ۲۱ a و b).

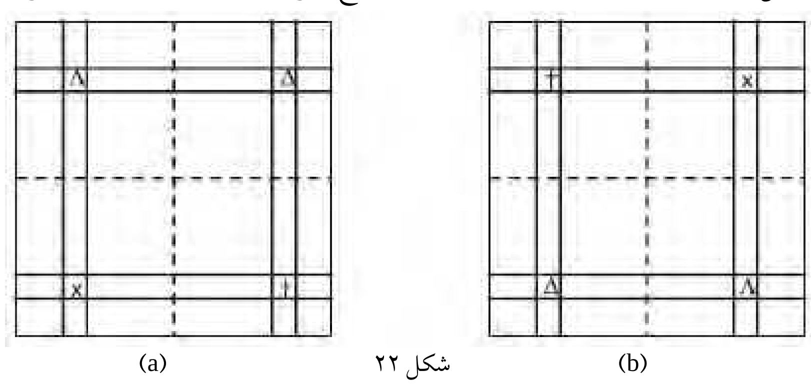


شکل ۲۰



شکل ۲۱

• می‌توانید دو جفت از ردیف‌ها را دو طرف محورهای تقارن مربع با فاصلهٔ یکسان، پیاپی جایگزین یکدیگر کنید (شکل ۲۲ a و b). جمع بر روی قطرها تغییر نمی‌کند چون اعداد مورب روبه‌روی هم بر روی یک قطر پس از جابه‌جایی روی همان قطری که اول بودند قرار می‌گیرند. اما اگر مربع متقارن باشد می‌توانیم خودمان را به جایگشت سادهٔ یک جفت ردیف محدود کنیم: دو عدد مورب مقابل همدیگر از یک قطر به دیگری می‌روند، اما تا زمانی که جمع آن (مانند جمع هر جفت مقابل به صورت مورب) برابر n^2+1 باشد، جمع کلی اعداد روی قطر تغییری نمی‌کند.



شکل ۲۲

۴- چشم انداز تاریخی

هیچ سندی مبنی بر مطالعهٔ مربع های وفقی در یونان باستان وجود ندارد، اما منابع عربی بسیاری وجود دارد که به رواج این مربع‌ها در یونان اشاره دارد. ظاهراً هدف تنها این بوده که نشان‌دهند دانش مربع‌های وفقی منشأ والایی داشته است. قدیمی‌ترین نشانه‌های مربع‌های وفقی به چین درآغاز عصر ما بازمی‌گردد.

در مورد مربع لوشوی چینی، بی‌دلیل، بسیار نوشته شده در حالی که این تنها یک مربع مرتبهٔ ۳ است، ظهور مربع‌های بزرگتر یکباره در چین و هند در قرن هفتم هجری چنان بی‌مقدمه و پیچیده بود که ظاهرا روش‌های ساخت آنها تحت تأثیر منابع خارجی بوده‌است. این منشأ خارجی، ما را به

آغاز پیدایش مربع‌های وفقی هدایت می‌کند.

در قرن اول هجری بازی شطرنج از هند به ایران آمد. تاریخچهٔ شطرنج و مربع‌های وفقی از آغاز با هم درآمیخته‌اند: از همان اوایل برای توضیح روش‌های پرکردن مربع‌های مرتبهٔ پایین (۳و۴) از شکل حرکت‌های مهره‌های شطرنج استفاده می‌شد: حرکت سرباز در شطرنج از خانهٔ مرکزی X به یکی از خانه‌های مجاورش به صورت قطری است (خانه‌های D در شکل ۲۳)؛ حرکت اسب خانهٔ X را به خانه‌ای که درفاصلهٔ دو خانه در امتداد حرکت خودش و یک خانه در امتداد محور دیگر آن است متصل می‌کند (خانه‌های C در شکل).

F	C		C	F
C	D		D	C
		X		
C	D		D	C
F	C		C	F

شکل ۲۳

و در نهایت حرکت فیل [طبق دستور قدیم] خانهٔ X را به دو خانه آن سوتر در امتداد قطر مربع وصل می‌کند (خانه‌های F در شکل). گفته می‌شود منابعی در مورد مربع‌های وفقی بوده که در اواخر قرن سوم هجری نوشته شده اما هیچ یک باقی نمانده، اما ثابت شده که بیشتر روش‌های ساخت این مربع‌ها در قرن چهارم هجری ابداع شده‌است: دوتا از قدیمی‌ترین متون متعلق به میانهٔ قرن چهارم هجری یا کمی دیرتر به دست ما رسیده است. در آنها یک الگوریتم برای ساخت مربع‌های وفقی طوق‌دار مرتبهٔ $n>4$ و همچنین ساخت چندین مربع وفقی سادهٔ کوچک، که برای ساخت مربع‌های مرکب و مربع‌های مرتبهٔ بالاتر به کار می‌رود، عرضه شده‌است. می‌دانیم که ساخت مربع‌های وفقی هم‌قطر به ازای n های فرد تقسیم ناپذیر بر ۳ و همچنین n های زوج‌الزوج (مضرب‌های ۴) امکان‌پذیر است. در قرن پنجم هجری روش‌های متفاوت ساخت مربع‌های وفقی سادهٔ فرد، زوج‌الزوج و پس از آن برای مربع‌های فردالزوج ابداع شد. اواخر سدهٔ پنجم و ششم هجری دورهٔ طلایی برای مربع‌های وفقی در کشورهای اسلامی بود[1]. از آن پس روش‌های ساخت مربع‌های وفقی متنوع تر و ظریف تر شدند. این سیر پیشرفت در جدول زیر نشان داده شده‌است (اعداد ۱ و ۲ که در بالای قرن‌ها به تاریخ هجری نوشته شده به این معنی

۱. برای اطلاع بیشتر بنگرید به مقالهٔ "ساخت مربع وفقی به کمک حرکت اسب شطرنج در ریاضیات دورهٔ اسلامی" از ژاک سزیانو، ترجمهٔ محمد باقری در میراث علمی، سال پنجم، شمارهٔ اول، بهار و تابستان ۱۳۹۵ (شمارهٔ پیاپی ۹)، ص ۵۲-۷۲.

است که در کدام نیمهٔ قرن انجام شده و m به این معنی است که در نیمهٔ قرن بوده است).

انواع مربع‌های وفقی	$n = ۲k + ۱$	$n = ۴k$	$n = ۴k + ۲$
ساده	$۵^{۱*}$	$۵^{۱*}$	$۵^{۲*}$
طوق‌دار	۴^{m}	۴^{m}	۴^{m}
مرکب	۴^{m}	۴^{m}	۴^{m}
هم‌قطر	۴^{m**}	۴^{m}	-

* برای مرتبه‌های کوچک: ۵^{m}

** در صورتی که n مضرب ۳ نباشد.

پس از آن استفاده از مربع‌های وفقی در جادوگری رواج یافت. مربع‌های با مرتبهٔ مشخص به ویژگی‌های خاصی نسبت داده می‌شود. گاهی در خط اول نام یا نقل‌قول‌های مذهبی وارد و خانه‌های دیگر را با توجه به مقدار مربوطه پر می‌کنند. برای این کار از روش عددی که از روش‌های یونان باستان اقتباس شده است، استفاده می‌شود که در آن حروف الفبا برای نشان‌دادن ۹ رقم یکان، ۹ عدد دهگان و ۹ عدد صدگان استفاده می‌شود. الفبای عربی ۲۸ حرف دارد که برای تشبیه آن به گروه اعداد کافی است. هر حرف الفبا یا هر کلمه مطابق با یک عدد است و جمع آنها می‌تواند به عنوان جمع جادویی که مربع را پر می‌کند در نظرگرفته‌شود. پیش از این، در اوایل سدهٔ پنجم هجری پژوهش‌هایی در مورد ساخت مربع‌هایی شبیه مربع‌های وفقی با اعداد، که در یک ردیف مرتب شده باشد، اما بدون اشاره به کاربرد جادویی آنها، پیدا کرده‌ایم.

این بررسی کوتاه نشان می‌دهد که کاربرد جادویی در شروع این مبحث نقش اساسی نداشته است. در ابتدا مطالعهٔ مربع وفقی (به عربی وفق العدد یعنی "ترتیب هماهنگ اعداد") درست مانند اعداد کامل یا متحاب فیثاغورس متعلق به بخش نظریهٔ اعداد بود. امروزه مطالعهٔ مربع‌های وفقی یک فعالیت ریاضی کاملا ارزشمند محسوب می‌شود و هیچ دانشمندی نمی‌تواند آن را نادیده بگیرد.

هیچ کدام از روش‌های کلی ساخت مربع‌های وفقی به اروپای سده‌های میانی نرسید. در اروپای این دوره تنها دو دسته مربع‌های وفقی از اولین هفت مرتبهٔ ممکن (از n=۳ تا n=۹) را می‌شناختند، که بدون هیچ توضیحی در مورد چگونه ساخته شدن، با یک ردیف از اعداد طبیعی اول پر شد. همگی آنها با سیارات معروف سامانهٔ زمین مرکزی باستانی مرتبطند (ماه، عطارد، زهره، خورشید، مریخ، مشتری، زحل). کاربرد این مربع‌ها در احکام نجوم و جادو نام امروزهٔ آنها را در اروپا (مربع‌های جادویی) توجیه می‌کند. پژوهشهای اولیه در اروپا از چند مربعی که در نسخه‌های خطی سده‌های ۱۴ و ۱۵میلادی (۸ و ۹ هجری) پدیدار شد، آغاز، و با نام‌های معروفی چون کاردان یا فرما مرتبط می‌شود. اما بیشتر روش‌ها،که در کشورهای مسلمان مورد استفاده قرار می‌گرفت، تا سدهٔ ۲۰ میلادی در اروپا ناشناخته بود. بنابراین، در اروپای نوین که در

آن ابزار ریاضیات بسیار پیشرفته‌تر بود، در درجهٔ اول مسئله تعمیم یا امکان ساخت مربع ها مطرح شد، اما ریاضیدانان دورهٔ اسلامی با ریاضیات ابتدایی تر و تخیلی قوی، دستاوردهای چشمگیری داشتند.

مهم‌ترین منابع

منابعی که انتخاب کرده و خوانده‌ایم از لحاظ محتوی و زمان نگارش بسیار متفاوت است. برخی محتوی اطلاعات در مورد ویژگی‌های مربع‌های وفقی و برخی دیگر فقط شامل دستورالعمل ساخت مربع‌های وفقی‌اند.

توجه خود را بیشتر به قدیمی‌ترین منابعی معطوف کرده‌ایم که به کمک آنها می‌توانیم منشأ علمی پیدایش مربع‌های وفقی را روشن کنیم، اما به چندین منبع جدیدتر هم توجه کرده‌ایم که نشان می‌دهد گرچه علم مربع‌های وفقی به طور کامل تداوم نیافت، اما همچنان رایج بود.

این منابع را به ترتیب تاریخی در زیر آورده‌ایم:

۱- رسالة فی ترکیب عدد الوفق فی المربعات، اثر ابوالوفا محمّد بوزجانی (۳۲۸-۳۸۸ق) پدید آورندهٔ یکی از کهن‌ترین رساله‌ها شناخته شده است. مولف به‌تفصیل عناصر اولیهٔ ساخت مربع‌های وفقی را بیان می‌کند، چنان که توانسته‌است نحوهٔ شکل‌گیری اولیهٔ مربع های وفقی را نشان دهد. او به روشنی تمام اصولی را که هنگام تشکیل مربع اعمال می‌شود توصیف می‌کند. ولی تنها بعضی از روش‌های مستقیم قابل استفاده را می‌آموزد که نشان می‌دهد، در زمان او دانش مربع‌های وفقی کامل نبود و دلایل تحلیلی نداشت. موضوع اخیر همیشه مطرح بوده و اصلی‌ترین نگرانی ابوالوفا محمّد بوزجانی مورد قضاوت قرار گرفتن دربارهٔ کارش بوده است. چند رساله از دورهٔ اسلامی در مورد مربع‌های وفقی سزاوار چنین توجهی هستند (یکی از آنها رسالهٔ شمارهٔ ۳ در فهرست ماست). بیشتر مولفان و نویسندگان روش‌های پرکردن مربع‌های وفقی را توصیف کرده‌اند اما در مورد اصول و مبانی این مربع‌ها چیزی نگفته‌اند، ابوالوفا محمّد بوزجانی هم در نهایت تنها چند روش کلی را می‌دانست. او نتوانست روش ساخت مربع‌های طوق‌دار در هر مرتبه‌ای و نیز ساخت مربع‌های مرکب در هر ترکیبی با مرتبهٔ $n>4$ را پیدا کند. او به موارد دیگر اطمینان ندارد اما اطلاعاتی دارد که به او اجازه جایگذاری اعداد در مربع با هر مرتبهٔ داده شده را می‌دهد (البته با تلاش بسیار). بنابراین، نوشته های ابوالوفا محمّد بوزجانی بیشتر راهنمای نظری است تا راهنمای عملی و کاربردی.

۲- دومین منبع مربوط است به باب دوم مقالهٔ سوم رسالهٔ تفسیر الارثماطیقی (شرح

حساب نیکوماخوس) اثر علی ابن احمد انطاکی، که در سال ۳۷۶ق درگذشته است. نیکوماخوس، نویسندهٔ یونانی در اواخر قرن اول میلادی بود که اثری در مورد خواص رده‌های مختلف اعداد صحیح دارد، با نام مقدمه‌ای بر ریاضیات. این کتاب شامل مطالبی است که امروز آن را "نظریهٔ اعداد" می‌نامیم. کتاب نیکوماخوس حاوی مطالب بدیع نیست اما به علت اطلاعات تاریخی و نیز نقشی که در انتقال علم میان یونان و اروپای سده‌های میانه و جهان اسلام ایفا می‌کند، مورد توجه قرار گرفته است. چنان که در مقاله سوم شرح انطاکی اشاره می‌شود، این کتاب ارتباط کمی با محتوای کتاب نیکوماخوس دارد که قرار است شرح آن باشد. این کتاب از یک سو شامل قضیه‌های اقلیدس و اتحادهای جبری و از سوی دیگر شامل انواع بازی‌های ریاضی است (حدس زدن عدد تصور شده، یعنی پیدا کردن عدد [در نظر گرفته شده] با چند دستورالعمل) و بین این دو بخش فصل کوتاهی در مورد ساخت مربع‌های وفقی وجود دارد که در آن در مورد ساخت مربع وفقی طوق‌دار برای هر یک از سه نوع مرتبه‌ها توضیح می‌دهد، سپس روشی بسیار ظریف برای تشکیل مربع‌های وفقی مرتبهٔ فرد داده شده است که در آن تمام اعداد فرد در یک لوزی محاط در مربع قرار می‌گیرند، و نتیجه به ما چندین ساختار زیبای مربع‌های مرکب را می‌دهد. اما عرضهٔ آن مخصوصا در بخش ساخت مربع‌های وفقی طوق‌دار معمولی که قوانین کلی آورده نشده بسیار بهتر است و خواننده مجبور به استخراج دستورالعمل‌هایی از این نوع است: "باید چنین عددی را در خانه ای این‌چنین قرار دهید و سپس عدد بعدی در خانهٔ مناسب دیگر و عدد بعدی در خانهٔ مناسب دیگر" و به همین صورت ادامه می‌یابد. نویسنده‌ای از قرن ششم هجری که به خاطر الگو های بسیارش معروف است، انطاکی را به خاطر اینگونه کار کشیدن از خواننده سرزنش می‌کند . (منبع ۸ را ببینید).

برای جست و جوی روش‌های ساخت مربع‌های وفقی طوق‌دار علاوه بر جداکردن اعداد بر حسب زوج یا فرد بودن، چندین روش عرضه شده‌است اما این روش‌ها فقط موردی و برای حالت‌های خاص هستند که در تعدادی دستورالعمل جداگانه گنجانده شده اند. این روش‌ها برای ساخت مربع های مرکب کامل نیست و فاقد ذکر جزییات مورد نیاز خواننده است.

با این حال نوشتهٔ انطاکی حاوی اطلاعاتی غنی و در واقع منبع اصلی ماست که امکان دسترسی به علم قرن چهارم هجری دربارهٔ مربع‌های وفقی را می‌دهد.

نقش نوشتهٔ انطاکی در انتقال مفاهیم، قابل مقایسه با اهمیت تاریخی آن نیست و حتی می‌توان

فرض‌کرد که منابع علمی قدیمی‌تر در مورد مربع‌های وفقی وجود دارد: در این کتاب چندین دستورالعمل پیداکردیم که بیشتر مانند نقطهٔ اوج و نه نخستین گام‌های علمی است.

۳- ابوعلی محمد بن حسن بن هیثم بصری (۳۵۴-۴۳۰ق) زادگاه او بصره (در جنوب عراق امروزی) بود، منابع موارد جالبی در مورد زندگی این دانشمند می‌نویسند. یکی از این منابع به مقام بالای او در بصره اشاره دارد که وقت کمی برای تحقیق و مطالعهٔ او باقی گذاشته بود. او برای آزادی از وظایفش وانمود کرد که دیوانه است. همچنین اشاره شده است که او ادعا کرد که می‌تواند جریان رود نیل را تنظیم کند و به این دلیل به مصر دعوت شد و به او احترام زیادی کردند. اما ابن‌هیثم با رفتن به سرچشمهٔ رود نیل فهمید که در وعده هایش شتاب زده عمل کرده است. به نوشتهٔ تعدادی از منابع او برای کاهش خشم خلیفه مجبور به ابراز پریشان‌حالی و آشفتگی می‌شود. به گفتهٔ منابع دیگر برای او تظاهر به دیوانگی راحت‌تر بود، به همین دلیل به کمترین مجازات یعنی مصادرهٔ اموال و حصر خانگی محکوم شد. در سال ۴۱۱ق پس از مرگ حاکم این مجازات‌ها لغو شد و او اظهار کرد که عقلی سالم دارد. اطلاعات موثقی که در دست است نشان می‌دهد که از آن پس او زندگی خود را از بازنویسی نسخ خطی ریاضی می‌گذراند که حداقل منجر شد که جان سالم به در ببرد و بتواند به مطالعهٔ ریاضیات ادامه دهد. او گاهی به عراق بازمی‌گشت اما محل زندگی‌اش قاهره بود و همانجا درگذشت.

متأسفانه نظرات او در مورد مربع‌های وفقی را فقط با چند اشاره در دست نوشته‌ای از یک مؤلف ناشناختهٔ قرن ششم هجری که قبلا به آن‌اشاره شده می‌شناسیم (شمارهٔ ۸ در پایین) که نشانگر احترام بسیار نویسنده، به ابن هیثم و نظریاتش است، تا آنجا که از ابن هیثم به عنوان یکی از منابع اصلی نام برده‌است. او دست‌کم توانست روش‌های نظری اثبات مربع‌های وفقی سادهٔ مرتبهٔ زوج و فرد ابن هیثم و همچنین روش خودش برای ساخت مربع‌های مرتبهٔ فرد را به ما منتقل کند.

۴- رسالة اعداد فی وفق الاعداد که بدون شک یکی از فراگیرترین، کهن‌ترین و معروف‌ترین رساله ها در مورد مربع‌های وفقی است، که قدمت آن به نیمهٔ اول قرن پنجم هجری می‌رسد. به صورت خاص مشهود است که در ساخت مربع‌های وفقی ساده افتادگی وجود دارد. نویسندهٔ آن را نمی‌شناسیم زیرا نویسندهٔ هر دو نسخهٔ خطی موجود ناشناسند و در آنها حتی به نام دیگران هم اشاره‌ای نشده است. به کمک اطلاعات موجود، می‌دانیم که نویسنده برای فرار از مشکلات روزمرهٔ خود به مطالعهٔ مربع‌های وفقی روی آورده‌است. او می‌نویسد: "من هیچ‌گاه تا زمانی که با مشکلات بسیار مواجه نشده و دچار پریشان حالی مستمر نبودم، از طرفداران دانش مربع‌های وفقی و معتقد به منحصر به فرد بودن آن نبوده‌ام و حتی خصوصیات بارز یک دانشمند را نداشتم، اما به دنبال یافتن

آرامش روحی و منحرف کردن حواسم از مشکلات، شروع به مطالعۀ مربع‌های وفقی کـردم. ولـی پس از بررسی متوجه شدم‌که حتی یک منبع که بتواند به درستی مربع‌های وفقی را شرح دهد وجود ندارد. پس تمرکز و هوش خود را صرف این رساله کردم و آیندۀ آن در نظرم مجسم شد و شگفتی و عظمتش را درک‌کردم."

خوشبختانه او توانست روش‌های ساخت این مربع‌ها را کشف یا بازیابی کند. او انگیـزۀ خـود را برای نوشتن این رساله چنین توصیف می‌کند: "اگر شخص تنها خودش از آن استفاده کند آنگـاه با گذشت زمان خاطرات از دست می‌روند و همین باعث رنجش نویسنده می‌شود. اما اگـر کسـی دیگر از آن استفاده کند آنگاه او قدردان نویسنده خواهد بود و بعـد از مـرگش از او بـه خـوبی یـاد می‌شود." بی دقتی و غفلتی که در کار پیشینیانش بود و او به آن توجه کرده بـود باعـث شـد کـه بـه سهم خود به این کار بپردازد (←ادامۀ مقاله). او در بارۀ محتـوای کـارش چنـین مـی‌نویسـد: "(از یک طرف) چیزی که از پیشینیان به من رسیده بود را ساده‌تر و قابل دسترس‌تر دیـدم و بـرای کسـی که آن را می‌خواند، تشریح کردم و این بخش کوچکی از کار من بود. از طـرف دیگـر چیزهـایی در رساله آوردم که نتیجۀ تفکرات و نوآوری من بود، که از این بابت قدردان تخیل خود هسـتم، و ایـن بخش بزرگتر کار من بود."

دقیق تر بگوییم، این رسالۀ نفیس روش‌های گوناگون ساخت مربع‌های وفقی طـوق‌دار در سـه مرتبۀ مختلف و نیز ساخت مربع‌های وفقی ساده، مربع‌هـای مرتبـۀ فـرد و زوج‌الـزوج و همچنـین کاربرد مربع‌های کوچک برای ساخت مربع‌های بزرگتر (مرکـب) را می‌آمـوزد. در بخـش دوم، یـاد می‌گیریم چگونه مربعی وفقی تشکیل دهیم که در آن n عدد خاص در خانه‌های مشخص، مثلاً در سطر یا قطر مربع قرار گیرند. توجه رساله به مرتبه‌های کوچک محدود می‌شود اما از نظر تاریخی و علمی اهمیت دارد. علاوه بر این شواهدی بسـیار قـدیمی وجـود دارد کـه نشـان مـی دهـد کـه از مربع‌های وفقی به صورت گسترده به عنوان طلسم استفاده می‌شده، چنان که در برخـی مـتن‌هـای دینی نام آن آورده شده است. این همچنین اولین مطالعۀ شناخته شده‌ایست که محدودیت ساختار ذاتی مربع‌های را نشان دهد که با عددهای دلخواه ساخته شوند.

۵- رسالة مختصر فی الارشاد الی وفق الاعداد - رساله‌ای کوتاه، باز هم از مؤلفی ناشناس امـا متاخرتر نسبت به رساله‌های قبلی، ولی مشابه همان هاست. اما نویسندۀ آن به ساختارهای مختلف نمی‌پردازد. برای پرکردن مربع‌ها "روش دایره‌ای" (که برای ساخت مربع‌های وفقی طوق‌دار بـه کـار می‌رود) و برای هر کدام از سه نوع مرتبه (مرتبۀ فرد، زوج‌الزوج و فردالزوج) تنها یک روش عرضـه می‌کند که با توجه به روش پرکردن مربع‌ها "روش کلی" است (اشاره‌ای هم بـه مربـع وفقـی سـاده دارد). او یک روش برای مرتبۀ فرد و همچنین روش دیگری برای حالت‌های مختلف مرتبه‌ای کـه او

آن را "زوج" می‌نامد عرضه می‌کند. احتمالا منظورش همان زوج‌الزوج است. از ایـن رو نویسـنده روش پر کردن مربع را که با n عدد داده شده شروع می شود آموزش می‌دهد اما مانند کارهای قبلی در بارهٔ نحوهٔ ساخت مربع‌های وفقی سادهٔ مرتبهٔ فردالزوج چیزی نمی‌گوید (شکل ۲ی ایـن مقالـه نشان دهندهٔ یکی از این مربع هاست).[۱]

۶- تمام منابع ذکر شده دربارهٔ مربع های وفقی از سرزمین های شرق (قلمـرو اسـلام) اسـت. نوشته های ابواسحاق زرقالی یک استثناست زیرا نویسندهٔ آن در قـرن پـنجم هجـری در اسـپانیای مسلمان زندگی می کرده و نامش با چندین اکتشاف نجومی و ساخت ابزار پیوند خورده اسـت. بـه کار بسیار فروتنانهٔ او در مورد مربع های وفقی به سختی می‌توان مطلبی افزود. در این اثر بدون هیچ توضیحی دربارهٔ ساخت مربع ها، هفت مربع وفقی از مرتبهٔ ۳ تا مرتبهٔ ۹ به عنـوان مثـال آمـده کـه مطابق معمول، با هفت سیارهٔ شناخته شده ارتباط دارنـد. نویسـنده بـه عقایـد مربـوط بـه خـواص منحصر به فرد این مربع های وفقی اشاره می کند. اما علاوه بر آن، این متن دانش مربع های وفقی دراسپانیای قرن پنجم هجری را نشان می‌دهد، و برای ما جالب است که تعـدادی از ایـن مربع‌هـا ساختار مربعی را تشکیل می‌دهند که اروپا در قرن هشتم هجری از اسپانیا گرفته است در حالی که دیگران ساختاری قدیمی تر دارند . شکل ۴ این مقاله یکی از این مربع‌هاست.

۷- ریاضیدان ایرانی ابوحـاتم مظفـر اسـفزاری[۲] (۴۲۷- ۵۱۰ ق) متخصـص جبـر و مقابلـه، هم‌عصر عمر خیام ریاضیدان، که بیشتر به نجوم و مکانیک علاقه‌مند بود*. گفته شده است که او با استفاده از "اصل ارشمیدس" ترازوهایی با عنوان "میزان غش" برای پی‌بردن بـه تقلـب سـاخته بـود. خزانه‌دار سلطان از ترس این که او با این ترازوها بتواند دزدی‌هایش را آشکار کند آنها را شکسـت. اسفزاری پس از اطلاع از این موضوع غمگین و بیمار شد و درگذشت. چون این اتفاق غم‌انگیز قبل از سال ۵۱۰ قمری رخ داده، احتمالاً اسفزاری رسالهٔ خود را تا پایان قرن پنجم هجری نوشته‌است. به لطف نویسنده‌ها و ریاضیدانان بعد از او، دو تا از روش‌های پیشنهادی‌اش برای ساخت مربع‌های وفقی ساده تا امروز باقی‌مانده است (شمارهٔ ۸ و ۹): یکی مربوط به مربع‌های زوج‌الزوج است و به راحتی به خاطر می‌ماند؛ دیگری شامل مربع‌های فرد است و انواع گوناگون آن، به صورتی که اعداد فرد از اعداد زوج جدا می‌شوند و در یک لوزی درون مربع قرار می‌گیرند. رسالهٔ اسفزاری به خاطر ظرافت روش‌های عرضه شده و نه اصالت کار نویسنده معروف شده اسـت. ظـاهرا روش او بـرای مربع‌های زوج‌الزوج بسیار دیر کشف شد، در حالی که ساختار مربع‌های فـرد، بـه صـورتی کـه او

۱. برای اطلاع بیشتر در مورد رساله‌های شمارهٔ ۴ و ۵ بنگرید به مقالهٔ مذکور در پانویس پیشین.

۲. در مورد آثار اسفزاری در زمینه مکانیک بنگرید به مقالهٔ "رساله های ابوحاتم اسفزاری در علم مکانیک (حیل)" از محمد ابطوی، ترجمهٔ حمیدرضا نفیسی در میراث علمی، شمارهٔ ۹، بهار و تابستان ۱۳۹۵، ص ۶-۳۴.

پیشنهاد می‌دهد، خیلی زود شناخته شده بود. اسفزاری احتمالاً روش ساده شده‌ای را از پیاده سازی دومین چیدمان کشف کرد؛ حداقل به صورتی که او آن را توضیح داده بسیار ساده تر از روشی است که در رسالهٔ اعداد فی وفق الاعداد آمده است (شمارهٔ ۴). پس می‌توان ادعا کرد که رسالهٔ اسفزاری حداقل ارزش آموزشی دارد.

۸- قبلاً به یک مجموعهٔ ناشناس اشاره کردیم (منابع ۲، ۳ و ۷) که چون بعد از سال ۵۱۰ قمری نوشته شده و نسخهٔ موجود آن مورخ ۵۸۷ قمری است بی شک می‌توان آن را به سدهٔ ششم هجری نسبت داد. در بخش دوم (بخش اول مربوط به جمع چندین عدد صحیح است) بخشی از ساختارهای مربع های وفقی مطالعه شده است. از نظر نویسنده واضح است که او ساده ترین روش ها را که از نوشته های مختلف می‌دانسته انتخاب کرده که برخی از آنها امروزه از بین رفته یا هنوز شناسایی نشده است. نویسندهٔ آن نظرات روشنی را بیان می کند که از نظر ما بی اساس نیستند و با آنها آشنا شده ایم (شمارهٔ ۲ و ۳) و اکنون می‌توان به آن‌ها استناد کرد. در مقدمهٔ مجموعه آمده است که: "من متون بسیاری با موضوع مربع های وفقی دیدم که توسط مجموعه‌ای از نویسندگان نوشته شده است اما کسی را مانند ابن هیثم ندیدم که همه جانبه به این موضوع بپردازد. به طوری که متوجه شدم دیگران و از جمله انطاکی تنها در مورد جایگذاری این اعداد خاص در خانه ها صحبت کرده‌اند بدون آنکه دلیلش را بگویند. فهم این موضوع و به خاطر سپردن آن بسیار دشوار است." ما از متن ابن هیثم آگاهی نداریم اما بخش هایی از نوشتهٔ او به واقع ما را به این فکر می اندازد که باید خیلی واضح و دقیق بوده باشد. برعکس نوشته ای از انطاکی داریم که نشان دهندهٔ خشم او از منتقدانش است. نویسنده همچنین به روشی از اسفزاری برای ساخت مربع های زوج‌الزوج اشاره دارد که از روش‌های انطاکی و ابن هیثم آسان تر بود و یک روش-احتمالاً از اسفزاری- که در ساخت انواع مربع های فردالزوج کاربرد دارد. همچنین نویسندهٔ ما با الهام از دانشمندان برجسته می‌خواسته است در ساخت مربع های فرد و زوج زوج‌الزوج کمک کند. متاسفانه او متوجه نبود که حداقل در یک مورد دیگران قبلا کار را انجام داده بودند.

۹- بهاءالدین محمد عبدالجبار خرقی دانشمند ایرانی که بیش از هرچیز به خاطر عضویتش در حلقهٔ اخترشناسانی که در مرو (شهری در ترکمنستان امروزه به نام ماری) کار می‌کردند مشهور است. او در همان شهر در سال ۵۳۴ قمری درگذشت. هیچ مدرکی حاکی از اصالت روش های رسالهٔ او در مورد مربع های نداریم، اما این کهن ترین رسالهٔ موجود، شامل آموزش ساخت سه شکل از مرتبه های مختلف است: مربع های وفقی طوق‌دار، مربع های وفقی ساده و همچنین موارد خاص مانند ساخت مربع های مرکب. در بطن این رساله اوج دانش مربع های وفقی در کشورهای اسلامی دیده می‌شود.

۱۰- عزالدین عبدالوهّاب بن ابراهیم زنجانی، ریاضیدان ایرانی در میانهٔ سدهٔ هفتم هجری

بود. او رسالهٔ کوتاهی به نام الوفق التام نوشت که بسیار جامع‌تر از رساله‌های پیشینیانش بود. نویسنده درمورد انگیزه و هدف‌کارش در مقدمهٔ کتاب چنین می‌نویسد: "مربع‌های وفقی به دلیل خواص خود به چنین شهرتی رسیده‌اند که میل به ساختن آن را در هر کسی تحریک می‌کند. این کار برای اکثر مردم دشوار است، از این رو تعدادی از دوستانم از من خواستند متن کوتاهی بنویسم که در آن قوانین ساخت مربع‌های وفقی را جمع‌آوری کنم تا بتوانند برای همهٔ اعداد از آن استفاده کنند. من این متن را به درخواست آنها نوشتم." سپس به ما این آگاهی را می‌دهد: "خوانندگان در این کتاب نحوهٔ ساخت مربع‌های وفقی را یاد می‌گیرند اما به موضوع جادویی بودن آن پرداخته نمی‌شود." زنجانی پس از تعریف‌های معمول، ساخت مربع وفقی طوق‌دار در هر سه نوع مرتبه را توضیح می‌دهد. او در بخش دوم روش پرکردن مربع مرتبهٔ ۴ را آموزش می‌دهد و چهار عدد برای پر کردن سطر اول ذکر می‌کند، که درواقع به دلایلی امکان پذیر نیست. بنابراین، کاربرد عملی مربع‌های وفقی (برای ساخت طلسم ها) در اینجا جایگاه قابل توجهی دارد. حداقل در اینجا توضیح دهد که چگونه چنین مربعی را بسازیم. متون کاربردی اخیر فقط مربع‌های آماده و تکمیل شده را معرفی می‌کنند.

۱۱- خواننده‌ای که تا حدی با ادبیات عربی به خصوص نمایشنامه آشنایی دارد، تعجب نخواهدکرد اگر به نام احمد بن علی بونی اشاره کنیم، که در شرق الجزیره متولد شد و همانجا درگذشت (۱۲۲۵م/ ۶۲۲ق). تعداد قابل توجهی از متون به او نسبت داده شده که اغلب در آنها به مربع‌های وفقی تنها در ارتباط با کاربرد جادویی آنها پرداخته شده است. اما ممکن است همان خواننده بیشتر از قرار گرفتن نام شخصی که بیشتر مسئول بخش جادویی (خرافی) آن است در میان دانشمندان تعجب کند. او به خوبی نقش خود را در استفاده از این طلسم ها ایفا کرده که در طول قرن‌ها باعث خوشحالی فروشندگان این طلسم‌ها و ناامیدی خریداران آن شده است. اما بونی در عین حال در رساله‌ای طرز ساخت مربع‌های وفقی را با سلسلهٔ اعداد طبیعی آغازین توضیح می‌دهد. یک یا چند روش دیگر هم برای ساخت مربع طوق‌دار در این رساله بیان شده است.

۱۲- برخی نوشته‌های باقی‌مانده از روش‌های مختلف به مانوئل ماسخوپلوس از روم شرقی نسبت داده شده که این رساله‌ها را در اوایل ۱۳۰۰میلادی/۷۰۰ قمری نوشته است. آخرین تحقیقات برروی رساله‌های عربی باستان منجر به این نتیجه‌گیری شده که احتمالاً ماسخوپلوس چند نوشته در مورد مربع‌های وفقی به زبان عربی و فارسی یا شاید چند مثال از مربع‌های وفقی و ساختار آنها دیده و سعی در بازسازی آنها داشته است. به طور کلی او در مورد مربع‌های وفقی به درستی یادآور شده که ساخت آنها با آزمون و خطا - که خود به تنهایی مشکل است - نمی‌تواند برای دیگر مربع ها کاربردی باشد. با این حال او اضافه می‌کند که روش‌های عمومی وجود دارد که امکان ساخت هر

مربعی را فراهم می‌کند، اما نه یک روش یکه و یکسان که برای مربع‌ها با هر مرتبه‌ای قابل استفاده باشد، بلکه روش‌هایی که برای ساخت یکی یا چند تا از سه نوع مرتبه به کار بیاید. به گفتهٔ نویسنده، هدف این کتاب عرضهٔ آنهاست. در این کتاب حتی یک کلمه در مورد مرتبه‌های فردالزوج گفته نشده است. علاوه بر این (به خاطر ایهام و ابهام در معنی عبارت "زوج‌الزوج" در زبان یونانی) ماسخوپلوس روش‌های خود را برای ساخت مربع زوج‌الزوج تنها برای حالت $n = ۲^k$ به کار می‌برد. اما نباید درباره‌اش زود قضاوت کرد. او می‌گوید: "مطالب کاملاً جدید بوده و ساخت مربعی که تنها با چند مثال راهنمایی شده باشد اصلاً کار آسانی نیست". نویسندگان اروپایی در اواخر سده‌های میانی و قرن شانزدهم میلادی با چنین مشکلاتی روبه‌رو شدند. در تجزیه و تحلیل نهایی باید گفت علیرغم این که در مورد تاریخ منابع استفاده شده توسط ماسخوپلوس هیچ اطلاعی نداریم، می‌دانیم که تمام مربع‌های ساخته شده توسط او در جهان اسلام در قرن چهارم یا در نیمهٔ اول قرن پنجم هجری شناخته شده بودند.

۱۳- محمد شَبرامَلِسی ریاضیدان مصری رسالهٔ جامعی[۱] در مورد ساخت مربع های وفقی را تا سال ۱۶۰۰میلادی/۱۰۱۰قمری نوشت که ظاهراً نوآوری مهمی ندارد بلکه صورت نوع پیشرفتهٔ همان روش های قبلی است. نویسنده یک روش ساده را با جزئیات اما خلاصه عرضه می‌کند. جذابیت این کتاب در جامع بودن آن است به این معنا که حاوی اطلاعات زیادی است که اگر جمع آوری نمی‌شد تا کنون از بین رفته بود. نویسنده همچنین دیگر صورت‌های وفقی را بررسی می کند، مانند دایرهٔ وفقی یا مربع وفقی"حفره دار" یا "با جای خالی" که در آنها یکی از خانه‌ها (ترجیحاً خانه مرکزی) خالی است. تنها در مربع مرتبهٔ فرد این امکان وجود دارد. در اینجا انگیزهٔ نویسنده برای یافتن صورت‌های خاص طلسم ها و نه بخش ریاضی آن بوده است.

۱۴ - "رسالهٔ استفاده از حروف الفبا در پر کردن وفقی مربع ها" از محمد فلانی کشنوی نشان می‌دهد که در قرن ۱۸میلادی/۱۲ هجری روش‌های کلی ساخت مربع‌ها کتاب هایی عرضه می‌شد (پس اروپاییان با روش‌های مسلمانان برای ساخت مربع های وفقی بسیار آشنا بودند). کشنوی در سودان متولد شد و در قاهره تحصیل کرد، مدتی برای کسب مهارت در بورنو (شمال نیجریهٔ امروزی) زندگی کرد و پس از آن دوباره به قاهره بازگشت و در۱۷۴۱ میلادی / ۱۱۵۴ قمری در همانجا درگذشت. عبدالرحمان جَبَرتی (۱۷۵۴ - ۱۸۲۵ م) تاریخ نگار، شایستگی و مهارت او را بسیار ستوده است.

۱۵- به این منابع شرقی، یک منبع از اروپا افزاییم و آن هم کتاب‌حساب [اعداد] صحیح[۲] از

۱. نام رساله‌اش النبذه الوافیه فی وضع الاوفاق العددیه بود که نسخه هایش در قاهره و پاریس موجود است. - م.
2. *Arithmetica integra*

دانشمند آلمانی میشائل اشتیفل[1] (۱۴۸۷ -۱۵۶۷م) است. در این کتاب نویسنده روش ساخت مربع وفقی طوق‌دار را (که احتمالاً از خود اوست) عرضه می‌کند. این روش با روش های ساخت آن ها که توسط دانشمندان دورهٔ اسلامی متفاوت، اما به آن ها نزدیک است و در نتیجه دید مـا را دربـارهٔ ساخت مربع های وفقی طوق‌دار کامل می‌کند.

1. Michael stifel

ریشه‌های رمزگشایی در دورهٔ اسلامی و ابتکارات کِندی در این حوزه

رضا کیانی‌موحد[۱]

مقدمه

با پیشرفت تمدن‌های اولیه رقابت بین آن‌ها بر سر منابع موجود بالا گرفت. منابعی کـه مـورد نیـاز تمدن‌های اولیه بودند عبارت بودند از: زمین‌های حاصل خیز، فلزات و سنگ‌های قیمتـی، ذخـایر غلات و درنهایت نیروی انسانی. این رقابت‌ها غالباً به دو صورت خود را نشان می‌دادند: رقابت‌های تجاری و درگیری‌های نظامی. رقابت بین تجار و زدوخورد بین سرداران جنگی سبب شد تا آن‌ها برای از میدان به دربردن حریف دست به حیله بزنند و برای اینکه حیله‌های آن‌ها کارگر شود ناچار بودند تا پیام‌های خود را به صورتی برای دوستان یا متحدانشان بفرستند که اگر در اثر تصادف این پیام به دست حریف افتاد وی از درک معنای آن عاجز شود. چنین بود که رمزنگاری پس از ابداع خط در تمدن‌هایی مانند تمدن مصر، یونان، روم و ... زاده شد. با تبدیل کشور-شهرها به امپراتوری‌های بزرگ، این فن به‌صورت یک فن ضروری برای کاتبان و نظامیان درآمد. رمزهای اولیه، رمزهای ساده‌ای بودند که با جابجا کردن چند حرف از حروف الفبا به دست می‌آمدند. به‌تدریج ،اما، با آشکار شـدن ضـعف رمزهای ساده و با رشد روش‌های ریاضی سعی شد تا با به‌کارگیری الگوریتم‌های ریاضی رمزهـای پیچیده‌تری ساخته شود تا پی بردن به متن رمز شده را برای دیگران دشوارتر یا حتی ناممکن کند. از اینجا به بعد بود که رقابتی بین رمزنگاران و رمزگشایان درگرفـت. رمزگشـایان همـواره در راه یـافتن الگوریتم‌هایی برای حمله به پیام‌های رمز شده و رمزنگاران همواره در پـی اصـلاح الگوریتم‌هـای رمزنگاری بودند. رقابت بین این دو گروه تا امروز ادامه یافته است.

با پیچیده شدن هرچـه بیشـتر الگوریتم‌هـای رمزنگـاری، آشـکار شـد کـه امپراتوری‌هـا بایـد کارشناسانی را پرورش بدهند که بتوانند پیام‌های رمز را در کوتاه‌ترین زمان ممکن بشکنند. به‌تدریج

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد تاریخ علم، پژوهشکدهٔ تاریخ علم دانشگاه تهران kiani.reza@ut.ac.ir

طبقهٔ جدیدی از کاتبان به وجود آمدند که سعی می‌کردند تا با ابزار ریاضی پیام‌های رمز شده را بشکنند و این فن را از طریق کتاب‌ها و رساله‌هایشان به نوآموزان آموزش بدهند. این تلاش امروزه در شبکه‌های جاسوسی و ضد جاسوسی کشورها به‌صورت متمرکز و با ابزارهای پیشرفتهٔ فنی صورت می‌گیرد.

رمزنگاری پیام‌ها در زندگی مدرن نقشی حیاتی بازی می‌کند. نرم‌افزارها، شبکه‌های کامپیوتری و تجهیزات مخابراتی پیش از ارسال هر پیام آن را به رمز درمی‌آورند. گیرندهٔ پیام با استفاده از الگوریتمی، که باید فرستندهٔ پیام در اختیارش بگذارد، اقدام به رمزگشایی متن پیام می‌کند. کنش‌های مالی ما در بانکداری اینترنتی، پیام‌های ما در شبکه‌های اجتماعی و طیف وسیعی از برنامه‌هایی که از طریق شبکه‌های تلویزیونی ماهواره‌ای می‌بینیم وابسته به رمزنگاری هستند.

استفاده از روش‌های رمزگشایی عملاً به قبل از دوران اسلامی بازمی‌گردد، اما اولین تلاش روشمند برای ابداع راه‌های رمزگشایی توسط ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی صورت گرفته است (شوارتس ۲۰۰۹، ص۲۹۸). دیوید کاهن در کتاب معروفش به نام رمزگشایان[1]، می‌گوید رمزگشایی در میان اعراب زاده شده است. منبع اصلی کاهن کتاب صبح الأعشی فی صناعة الانشاء از نویسندهٔ مصری قلقشندی (۷۵۶-۸۲۱ق) است. اما کشف یک رسالهٔ گم‌شده از یعقوب بن اسحاق کِندی (۱۸۵-۲۵۶ق) سبب شد تا تاریخ‌نگاران علم زمان ابداع رمزگشایی را تا سدهٔ سوم هجری عقب ببرند. امروزه، تاریخ‌نگاران علم کتاب کندی با نام رسالة فی استخراج المعمّی را کهن‌ترین اثر کشف‌شده در حوزهٔ رمزگشایی می‌دانند (قادتی ۱۹۹۲، ص۹۸)[2]. مقالهٔ حاضر سعی می‌کند به ریشه‌های رمزگشایی در میان اعراب، و به‌ویژه رسالهٔ کندی، بپردازد.

رمز چیست؟

رمز پیامی است که به‌گونه‌ای تغییریافته تا به غیر از فرستنده و گیرندهٔ پیام شخص دیگری نتواند به محتوای آن پی ببرد. عموماً تغییر یک پیام عادی به یک پیام رمزی را رمزنگاری می‌گویند. این عملیات توسط یک یا چند الگوریتم ریاضی صورت می‌گیرد. گیرندهٔ یک پیام رمز پس از دریافت آن برای فهمیدن محتوایش ناچار است با استفاده از الگوریتم‌های ریاضی، که فرستندهٔ رمز در اختیارش گذشته است، آن را رمزگشایی کند. برای اینکه درک بهتری نسبت به موضوع مقاله داشته باشیم بهتر است تعریف چند اصطلاح معروف در رمزنگاری را مرور کنیم.

1. Kahn, David. *The Codebreakers: The story of secret writing*. New York, Macmillan. 1967.
۲. ترجمهٔ فارسی این رساله در بخش "رسائل" همین شماره از میراث علمی عرضه شده است.

اصطلاحات رمزنگاری

- «**متن آشکار**: پیام و اطلاعات را در حالت اصلی و قبل از تبدیل شدن بـه حالـت رمـز، مـتن آشکار یا اختصاراً پیام می‌نامند. در این حالت اطلاعات قابل‌فهم توسط انسان است.
- **متن رمز**: به پیام و اطلاعات بعد از تبدیل شدن به حالت رمز، گفته می‌شود. اطلاعات رمز شده توسط انسان قابل‌فهم نیست.
- **رمزگذاری** (رمز کردن): عملیاتی است که با استفاده از کلید رمز، پیام را به رمز تبدیل می‌کند.
- **رمزگشایی** (باز کردن رمز): عملیاتی است که با استفاده از کلید رمز، پیام رمز شده را بـه پیـام اصلی بازمی‌گرداند. از نظر ریاضی، این الگوریتم عکس الگوریتم رمز کردن است.
- **کلید رمز**: اطلاعاتی معمولاً عددی است کـه بـه‌عنوان پـارامتر ورودی بـه الگـوریتم رمـز داده می‌شود و عملیات رمزگذاری و رمزگشایی با استفاده از آن انجـام می‌گیـرد. انـواع مختلفـی از کلیدهای رمز در رمزنگاری تعریف و استفاده می‌شود.» (" رمزنگاری - ویکی‌پدیا، دانشـنامهٔ آزاد" ۲۰۱۷)

انواع رمز

برای تبدیل یک متن آشکار به متن رمز روش‌های زیادی وجـود دارنـد کـه از میـان آن‌هـا دو روش اساسی‌تر هستند:

جانشینی

در این روش حروف متن آشکار با یک سری حروف دیگر یا نمادهـای دیگـر جـایگزین می‌شـوند. ساده‌ترین نوع این‌گونه رمزنگاری "رمز قیصری" نام دارد. در این نوع رمز حروف الفبا بر اساس یک فاصلهٔ ثابت جابجا و دوباره مرتب می‌شوند. این فاصله همان کلید رمز است، که گیرنده با استفاده از آن باید متن رمز را تبدیل به متن آشکار کند. مثلاً اگر قرار باشد با کلید رمز "۵"، کلمهٔ "حامد" را تبدیل به رمز کنیم به‌جای هر حرف این کلمه حرف پنجم پس از آن را در حروف الفبا قرار می‌دهیم. در نتیجه، "حامد" تبدیل می‌شود به "زجاس". به دلیل اینکه شکستن این رمـز کـار سـاده‌ای اسـت امروزه از الگوریتم‌های پیچیدهٔ ریاضی برای جانشینی حروف متن رمز استفاده می‌شود.

جابجایی

در این روش از به هم ریختن حروف و یا جابجا کردن آن‌ها در یک کلمه برای تبدیل متن آشکار به رمز استفاده می‌شود. ساده‌ترین رمز جابجایی نوشتن یک کلمه به‌صورت وارونه است. مثلاً کلمـهٔ "حامد" با استفاده از این روش تبدیل می‌شود به "دماح". گاهی برای پیچیده کردن یک متن رمـز از ترکیب هر دو روش جانشینی و جابجایی استفاده می‌شود.

رمزگشایی

هنگامی که کسی غیر از گیرندهٔ پیام به متن رمز دست پیدا کند، برای فهمیدن متن پیام یا ناچار است که کلید رمز را به دست بیاورد یا سعی کند تا با استفاده از الگوریتم‌های ریاضی متن رمز را به متن آشکار بازگرداند. البته برای تبدیل یک متن رمز به متن آشکار علاوه بر الگوریتم‌های قوی ریاضی به مقدمات دیگری نیز نیاز است. ابن عَدلان (۵۸۳-۶۶۶ق) در رساله‌اش[1] در زمینهٔ رمزگشایی این مقدمات را چنین ذکر می‌کند: هوش، فراغ بال، نشاط خاطر، علوم زبان‌شناسی (میرعلم، ص۴).

علاوه بر مسائل ذکر شده در بالا برای شکستن یک رمز، دانستن پاسخ سؤالات زیر می‌تواند بسیار مؤثر باشد:

- چه کسی پیام را فرستاده است؟
- از چه زبانی در متن پیام استفاده شده است؟
- گیرندهٔ پیام چه کسی است؟
- آیا کلید رمزی وجود دارد که بتوان به دنبال آن گشت؟

دانستن هر گونه اطلاعات فرعی دربارهٔ پیام رمز شده می‌تواند رمزگشایی را ساده‌تر کند. این اطلاعات می‌تواند شامل اسم‌های خاص، اسم مکان‌ها و شهرها، وضعیت آب و هوا و ... باشد.[2]

در عمل، اولین گام برای رمزگشایی دانستن زبان متن آشکار و گام دوم احاطه به ساختارهای نحوی و زبان‌شناسی آن زبان است. با دانستن زبان متن آشکار و دانستن اطلاعات کافی از آن می‌توان به ضعیف‌ترین قسمت متن رمز حمله کرد. پس از شکستن یک قسمت از رمز حمله به دیگر قسمت‌های آن ادامه پیدا می‌کند تا جایی که متن آشکار به‌تدریج خود را نشان دهد. به‌عنوان مثال در زبان انگلیسی همیشه پس از حرف Q در کلمات یک حرف U می‌آید. در نتیجه، اگر در یک متن رمزشده به زبان انگلیسی کسی بتواند معادل حرف Q را به دست بیاورد به‌راحتی می‌تواند معادل حرف U را نیز بیابد. برعکس، در همان متن اگر رمزگشا بتواند معادل حرف U را بیابد می‌تواند حدس بزند که حرف قبل از U ممکن است Q باشد.

امروزه، هم رمزنگاری و هم رمزگشایی توسط کامپیوترهای قوی انجام می‌شود که توسط بهترین ریاضی‌دانان جهان برنامه‌نویسی شده‌اند.

۱. در آخر مقاله به این رساله خواهیم پرداخت.

۲. برای درک بهتر نقش اطلاعات فرعی در رمزگشایی می‌توانید به نشانی‌های زیر رجوع کنید:

http://wars-and-history.mihanblog.com/post/42
http://wars-and-history.mihanblog.com/post/43

علل رشد رمزگشایی در دنیای اسلام

با رشد امپراتوری اسلامی نیاز به رمزنگاری و رمزگشایی نیـز در ایـن امپراتـوری آشـکار شـد. اعراب مسلمان به‌صورت سنتی برای نمایش اعداد از حروف استفاده می‌کردند (جدول۱). این نوع عددنویسی را حساب جُمَل می‌نامیدند که خود می‌توانست به‌عنوان پایه‌ای برای رمزنگاری به کـار رود. در حساب جُمَل هر حرف الفبای عربی به یک عدد نسبت داده می‌شود. به‌عنوان مـثلاً کلمـهٔ محمد در حساب جُمَل (اَبجَد) معادل است با عدد۹۴. با چند عمل ریاضی ساده می‌توان این کلمه را تبدیل به یک پیام رمز کرد (قادتی ۱۹۹۲، ص۱۱۹).

ا	ب	ج	د	ه	و	ز
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
ح	ط	ی	ک	ل	م	ن
۸	۹	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰
س	ع	ف	ص	ق	ر	ش
۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰
ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ
۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰	۱۰۰۰

جدول۱- فهرست حروف ابجد

پیام آشکار	م	ح	م	د
معادل جُمَل	۴۰	۸	۴۰	۴
تجزیه	۳۰+۱۰= لی	۶+۲= بو	۳۰+۱۰= لی	۳+۱= اج
دو برابر کردن	۸۰= ف	۱۶= یو	۸۰= ف	۸= ح
سه برابر کردن	۱۲۰= قک	۲۴= کد	۱۲۰= قک	۱۲= یب

جدول۲- نمونه‌ای از رمزنگاری با تکیه بر حروف ابجد

هم امویان (۴۱-۱۳۲ق) و هم عباسـیان (۱۳۲-۶۵۶ق) از رمزنگـاری و رمزگشـایی اسـتفاده می‌کردند امـا در دوران عباسیان این فـنون رشد فزاینـده‌ای داشـت. عصــر ابتدایــی عباسیــان را می‌توان دوران انقلاب در حوزهٔ رمزنگاری و رمزگشایی به‌حساب آورد. علل رشد فنون رمزنگـاری در زمان عباسیان، و پس از آن، را می‌توان در موارد زیر خلاصه کرد.

بررسی آماری قرآن

فرهنگ عربی با محور قرار دادن قرآن از یک فرهنگ شفاهی به‌سوی یک فرهنگ کتبی حرکت کرد. البته این حرکت یکباره نبود و تقریباً دو سده طول کشید تا اعراب به ضبط و ربط اخبار و حـوادث

به‌صورت مکتوب عادت کنند. به هر حال، خود قرآن همواره برای محققان عرب یک نقطهٔ عزیمت بوده است. علوم زیادی مانند تجوید، صرف، نحو، بدیع و معانی اصلاً به خاطر مطالعات قرآن‌شناسی ابداع شد. همین علوم بعداً به کار رمزگشایی آمدند چرا که این علوم برای حمله کردن به یک پیام رمز از مقدمات کار به‌حساب می‌آیند.

از طرف دیگر، بعضی از سوره‌های قرآن دارای حروف رمزی، در ابتدایشان، هستند که معنای حقیقی آن‌ها همواره ذهن مسلمانان را مشغول به خود داشته است. مسلمانان اصطلاحاً این حروف را "حروف مُقَطَّعه" می‌نامند. بعضی از کارشناسان قرآن‌شناسی ادعا می‌کردند که حروف مقطعه حرف‌هایی از الفبای عربی هستند که بیشترین تکرار را در سورهٔ مورد نظر داشته‌اند. آن‌ها برای اثبات ادعایشان، شروع به شمردن تعداد حروف هر سوره کردند. پس از مدتی اطلاعات جامعی دربارهٔ تعداد حروف هر سوره و آیه از قرآن، تعداد آیات، تعداد کلمات، بزرگ‌ترین و کوتاه‌ترین آیه/سورهٔ قرآن و ... گرد آمد. بر حول محور چنین فعالیت‌هایی بود که یک علم آمار ابتدایی در میان اعراب مسلمان شکل گرفت.

مطالعات زبان‌شناسی

ابتدای دوران عباسیان با رشد مطالعات زبان‌شناسی اعراب مصادف شد. اعراب، که تا دو سدهٔ پیش حتی رسم‌الخط واحدی نداشتند، به صورتی گسترده به کتابت روی آوردند. رشد مدارس و مکتبخانه‌ها سبب شد تا تعدادی از علمای دینی به مطالعهٔ زبان عربی و قوانین آن به‌صورت روشمند روی بیاورند. شکل‌های اولیهٔ علوم صرف و نحو در دوران امویان پیدا شد و در دورهٔ عباسیان به تکامل رسید. دیگر علوم وابسته به زبان عربی مانند بدیع، قافیه و ... نیز در زمان عباسیان کاملاً شکل گرفتند و از هم متمایز شدند. در همین دوران بود که خلیل بن احمد فراهیدی (۱۰۰-۱۷۰ق) اولین لغت‌نامهٔ عربی به نام العین را نوشت (قادتی ۱۹۹۲، ص۱۰۴).

این‌گونه مطالعات به رمزگشایان اجازه می‌داد تا با دانستن ساختارهای نحوی و چگونگی اشتقاق کلمات عربی از یکدیگر به متن‌های رمزشده حمله کنند. به‌عنوان مثال با دانستن اینکه هیچ‌گاه در زبان عربی دو حرف "س" و "ث" در کنار هم قرار نمی‌گیرند اگر در متن رمزشده ای حرف "س" کشف شد می‌توان مطمئن شد که حرف بعدی نمی‌تواند حرف "ث" باشد. دانستن این‌گونه اطلاعات زبان‌شناسی، زمان رمزگشایی را به‌صورت محسوسی کوتاه می‌کند.

رشد دیوان‌سالاری امپراتوری عرب

تأسیس یک امپراتوری توسط اعراب در توسعهٔ رمزنگاری و رمزگشایی نقشی اساسی داشته است. با رشد پایه‌های حکومت و شکل‌گیری طبقهٔ جدیدی از کارگزاران، که کاتب نامیده می‌شدند، رمز کردن پیام‌های حکومتی و رمزگشایی مخالفان حکومت به‌صورت یک نیاز عمده

درآمد. این نیاز به‌ویژه در امپراتوری عباسیان حیاتی‌تر بود. عباسیان هم با حکومت‌های خارجی همسایهٔ خود معارضه داشتند و هم از درون دنیای اسلام تهدید می‌شدند. بزرگ‌ترین تهدید داخلی عباسیان حکومت امویان در اندلس و فاطمیون در مصر بود. همین امر سبب شد تا کاتبان برای انتقال تجربهٔ خود دست به نگارش کتاب‌هایی بزنند و در کتاب‌هایشان فصل‌هایی را نیز به بحث رمزنگاری و رمزشکنی اختصاص بدهند. این سنت توسط کاتبان حکومت فاطمی مصر پی گرفته شد و توسط قلقشندی به اوج خود رسید. او دایرةالمعارفی ۱۴ جلدی از مواردی که کاتبان باید فرابگیرند نوشت که قسمتی از آن به مبحث رمزگشایی اختصاص دارد.

نهضت ترجمه

توجه به علم و فلسفهٔ یونانی در سدهٔ دوم هجری در میان اعراب مسلمان پا گرفت. مسلمانان پس از روبرو شدن با فرهنگ غنی یونانی-اسکندرانی تصمیم گرفتند از آن استفاده کنند و به‌ناچار به ترجمهٔ آثار بازمانده از یونانیان پرداختند. آن‌ها هر کتاب علمی یا فلسفی را که می‌یافتند از زبان‌های پهلوی، هندی، سُریانی، عبری و یونانی به عربی ترجمه می‌کردند. این نهضت بزرگ علمی تقریباً تا میانهٔ سدهٔ پنجم هجری ادامه یافت و در طی آن تقریباً تمامی کتاب‌های مهم یونانی در حوزهٔ علم و فلسفه به زبان عربی ترجمه شد.

اما بعضی از رساله‌ها و کتاب‌هایی که به دست اعراب می‌رسید به زبان‌های مرده بود (مانند هیروگلیف‌های مصری) یا به زبان رمز نوشته شده بود (مانند اغلب نوشته‌های کیمیاگری) و در نتیجه مترجمان عرب ناچار بودند که با آن‌ها مانند یک متن رمزنگاری شده برخورد کنند تا بتوانند به محتوای آن‌ها پی ببرند. این تلاش سبب شد تا بعضی از محققان عرب به روش‌های روشمند رمزگشایی نزدیک شوند (شوارتس ۲۰۰۹، ص۲۹۹). احمد بن وحشیه (د ۳۱۷ق) کتابی به نام شوق المستهام فی معرفة رموز الاقلام نوشت که شامل ۹۳ حرف الفبا از زبان‌های مختلف بود. این کتاب در سال ۱۸۰۶م به انگلیسی و در سال ۱۸۱۰م به فرانسوی ترجمه شد و گفته می‌شود که در رمزگشایی هیروگلیف‌های مصری توسط جی. اف. شامپولیون (۱۷۹۰-۱۸۳۲م) تأثیر گذاشته است (قادتی ۱۹۹۲، ص۹۹).

صنعت ساخت کاغذ

پیش از اینکه اعراب ساخت کاغذ را از چینی‌ها فرابگیرند برای کتابت نیاز به واردکردن آن داشتند. کمبود کاغذ سبب بالا رفتن قیمت آن بود و در نتیجه تولید بومی آن سبب شد تا قیمت کتاب پایین بیاید و دسترسی به کتاب برای طبقات بیشتری از جامعه ممکن شود. همین امر سبب ترویج علم و سوادآموزی در دوران عباسیان شد و سوادآموزی هم در پیشرفت رمزنگاری

و رمزگشایی تأثیری غیرمستقیم گذاشت. اما تـأثیر کاغذسـازی تنهـا بـه همـین امـر محـدود نمی‌شد.

پیش از ارزان شدن کاغذ، بخش عمـدهٔ پیام‌هـای مخفـی توسـط قاصـدان و به‌صـورت شفاهـی منـتقل می‌شد. انتقال شفاهی پیام خطراتی چون فراموشی پیام، تحریف آن و ... را در پی داشت. اما استفاده از کاغذ سبب می‌شد تا پیام قابل اعتماد، دست نخورده و حفظ شده به دست گیرندهٔ پیام برسد. فرستندهٔ پیام با استفاده از کاغذ می‌توانست یک پیام واحد را برای چند نفر گیرنده در نقاط مختلف ارسال کند. نوشتن پیام بر روی کاغذ اجازه می‌داد تا پیام‌های رمز را توسط پیک‌های مختلف دست به دست کرد تا امکان گم‌شدن یا به دست افتادن پیام کمتـر شود. با رمز کردن متن پیام فرستنده می‌توانست مطمئن باشد که پیـامش را از دسـترس افـراد غریبه دور نگه داشته است چرا که اگر متن رمز به دست کسی می‌افتاد بدون داشتن کلید رمز نمی‌توانست به محتوای پیام پی ببرد. تبدیل یک پیام یا حکم حکومتی به رمز یکی از بهتـرین راه‌های جلوگیری از جعل فرمان‌های حکومتی بود چرا که شاید یک جاعل می‌توانست کاغذ، مهر یا پاکت‌های مورد استفادهٔ دربار را جعل کند اما جعل کردن پیام رمزنگـاری شـده بـدون دسترسی به کلید رمز ممکن نبود.

تمام این مزیت‌ها خطر دیگری را نیز ایجاد می‌کرد. پیام نوشته شده می‌توانست به‌صورت اتفاقی به دست دشمن بیفتد و اگر دشمن اشخاصی را با توانایی رمزگشایی در اختیار داشت می‌توانست به مفهـوم آن پـی ببـرد. اسـتفاده از کاغـذ سـبب می‌شـد تـا رمزگشـایان بتواننـد مراحـل گونـاگون الگوریتم‌هایشان را با دقت ثبت کنند و بدون نیاز به حافظه به پیام‌های رمز طولانی حمله کنند. آن‌ها می‌توانستند محاسبات ریاضی لازم را روی کاغذ بنویسند یا اطلاعات به دست آمده از یک رمز را با رمزهایی که قبلاً رمزگشایی شده‌اند مقایسه کنند تا سریع‌تر به نتیجـه برسـند (شـوارتس ۲۰۱۴، ص۱۳۶-۱۳۹). با افزایش کمّی پیام‌های رمزشده، عباسیان و رقبای سیاسی آن‌ها نیاز به رمزگشایی را بیشتر احساس کردند و در نتیجه توجه بسیاری از مقامات دولتی به این حـوزهٔ تخصصـی جلـب شد. با حمایت دربار افرادی به‌صورت تخصصی به کار بر روی پیام‌های رمز دشمنان پرداختند تا از مقاصد دشمنان آگاه شوند.

پیشرفت در حساب و ابداع جبر

اعراب حساب را از منابع یونانی فراگرفتند اما با داخل کردن عددنویسـی هنـدی در آن انقلابـی در روش‌های محاسباتی به پا کردند. نداشتن صفر در روش‌های محاسباتی یونانیان و رومی‌هـا سـبب می‌شد تا امکان محاسبات ریاضی پیچیده از آن‌ها سلب شـود و یکـی از دلایلـی کـه رمزگشـایی به‌صورت روشمند، و با تکیه بر الگوریتم‌های ریاضی، در این دو تمدن پیشرفت نکرد همین اشکال

بود. رمزگشایی به ابزارهای ریاضی نیاز داشت که خارج از توان عددنویسی ابتدایی رومی‌ها بود. اما روش‌های ساده‌تر انجام عملیات ریاضی، که نتیجهٔ مستقیم عددنویسی هندی و دستگاه ارزش مکانی بود، سبب شد تا ریاضی‌دانان مسلمان در دو حوزهٔ جدید آمار و جبر پیشرفت کنند و این هر دو از ابزارهای اساسی در رمزگشایی هستند. عددنویسی هندی انجام محاسبات ریاضی را ساده‌تر و سریع‌تر می‌کرد و دستورهای جبری اجازه می‌داد تا بر اساس معلومات مسئله، مجهولات را به‌سادگی به دست آید. از طرفی پیشرفت آمار اجازه می‌داد تا روش‌هایی مانند "روش تحلیل تکرار" برای رمزگشایی متون به کار گرفته شوند.

کندی و رمزگشایی

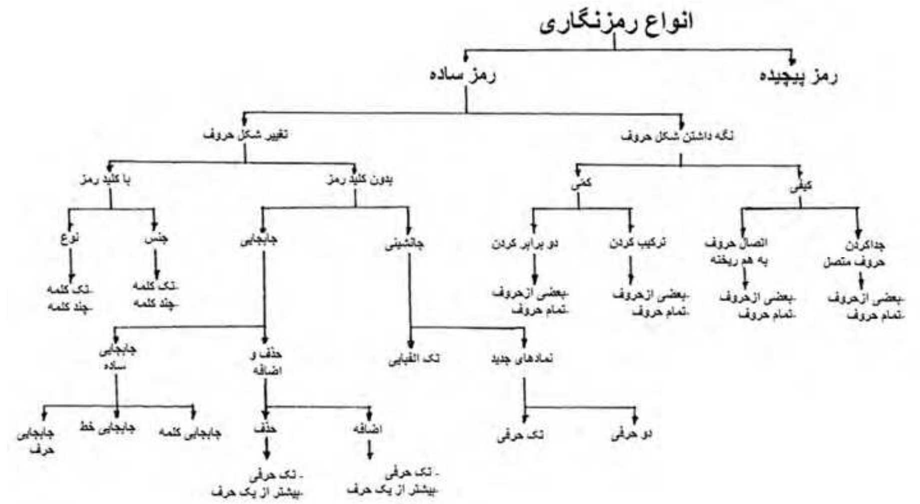
یعقوب بن اسحاق کندی را با لقب "فیلسوف عرب" می‌شناسند. او مترجم، محقق، نویسنده و اندیشمندی پرکار بود که هم در ترجمهٔ آثار یونانی به عربی دست داشت و هم سعی می‌کرد دانسته‌های خود را از علوم یونانی عمیق‌تر کند و وسعت ببخشد. در حدود ۲۹۰ کتاب و رساله به کندی نسبت داده می‌شود.

در سال ۱۹۸۰م چند رسالهٔ جدید در حوزهٔ رمزنگاری و رمزگشایی در کتابخانهٔ سلیمانیهٔ استانبول یافته شد که تحقیقات بیشتر، یکی از آن‌ها را منسوب به کندی می‌کرد. این رساله‌ها پس از تصحیح توسط دکتر محمد مریاتی، یحیی میرعلم و محمد حسان طیان در یک مجموعهٔ سه جلدی و با نام علم التعمیة واستخراج المعمی عند العرب[1] در سال ۱۹۸۷م منتشر شد. با توجه به اینکه تنها اثر مکتوب قدیمی‌تر از رسالهٔ کندی دربارهٔ رمزگشایی تاکنون یافته نشده است[2]، این رسالهٔ کندی را می‌توان قدیمی‌ترین اثر منظم و روشمند موجود دربارهٔ فنون و روش‌های رمزنگاری دانست (شوارتس ۲۰۰۹، ص۲۹۷).

اولین گام کندی برای حمله به پیام‌های رمزنگاری شده، طبقه‌بندی روشمند آن‌ها است. او در رساله‌اش، برای اولین بار در تاریخ، طبقه‌بندی مناسبی برای انواع رمزها عرضه کرد. کندی متون رمز را به دو گروه رمزهای معمولی و شعرهای رمزشده تقسیم کرد. وی نموداری از انواع روش‌های رمزنگاری تهیه کرد (شکل۱) و چگونگی رمز کردن پیام‌های آشکار توسط هر یک از آن‌ها را توضیح داد (قادتی ۱۹۹۲، ص۱۰۶؛ مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد ۱، ص۲۲۵).

۱. دانش رمزنگاری و رمزگشایی نزد اعراب

۲. این رسالهٔ متعلق به خلیل بن احمد فراهیدی با نام کتاب المعمّی هنوز پیدا نشده است.



شکل۱- انواع رمزنگاری که قادتی بر اساس کتاب کندی استخراج کرده است (قادتی ۱۹۹۲، ص۱۰۹).

گام دوم کندی، پس از تشریح انواع روش‌های رمزنگاری، عرضهٔ راه‌های رمزگشـایی بـرای هـر روش به‌صورت جداگانه است. او برای رمزگشایی‌های معمولی پنج روش اصلی معرفی می‌کند:

۱- تحلیل بسامد تکرار حروف
۲- تحلیل کیفی
۳- احتمالات
۴- ترکیب حروف صامت و صدادار
۵- استفاده از عروض و قافیه (برای رمزگشایی اشعار)

روش کندی برای رمزگشایی بر دو پایهٔ اصلی استوار شده است: تحلیل آماری و تحلیل ترکیبی (شوارتس ۲۰۰۹،ص۳۰۰). تحلیل آماری برای این به کار برده می‌شود کـه بتـوان از روی بسـامد تکرار یک حرف در متون یک زبان، متن پیام را از روی یک متن رمزنگاری شده کشف کرد. تحلیل ترکیبی اولین بار در کارهای خلیل ابن احمد فراهیدی دیده شد و متکی بر محاسبهٔ تعداد ترکیب‌های ممکن از حروف و کلمات در کنار هم است.

تحلیل بسامد تکرار حروف

کنـدی را می‌تـوان ابـداع کننـدهٔ روش رمزگشـایی بـر مبنـای تحلیـل آمـاری دانسـت (قـادتی ۱۹۹۲،ص۱۰۷). تحلیل بسامد تکرار حروف برای حمله به پیام‌های رمزشدهٔ طولانی طراحی شده است. فرض اسـاسی کـندی در رمزگشایی متن‌ها بر این پـایه اسـت که قبل از هر چیز زبـان مـتن آشکار را می‌دانیم. کندی این روش را برای رمزگشایی متون نسبتاً بلند تعمیم داده است:

«هنگامی که زبان متن رمزشده شناخته شد باید کتابی به آن زبان در یک جلد (یا کمتر و بیشتر) بیابیم و تمام حروف داخل آن را بشماریم. پس بیشترین حرف استفاده شده را در ابتدا[ی فهرست] می‌نویسیم و حرف بعدی را در جایگاه دوم و بعدی را در جایگاه سوم. به همین روش ادامه می‌دهیم تا تمام حروف را فهرست کنیم. پس به کتابی که قصد رمزگشایی آن را داریم نگاه می‌کنیم و به همان روش بسامد حروف آن را استخراج می‌کنیم. پس اولین حرف در فهرست را برابر با اولین حرف در فهرست قبل قرار می‌دهیم و دومین حرف را برابر با دومین حرف در فهرست قبل و سومین حرف را برابر با سومین حرف در فهرست قبل. همین روش را تا انتهای فهرست ادامه می‌دهیم تا اینکه تمام حروف متن رمزنگاری شده، که قصد کشف آن را داریم، یافته شوند» (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد ۱، ص۲۱۶).

روش او برای استفاده از بسامد تکرار حروف را می‌توان به‌صورت الگوریتم زیر خلاصه کرد:

- متنی به زبان متنی که قرار است رمز آن را بگشایید بیابید و حروف آن را، به‌صورت مجزا شمارش و در یک ستون به‌صورت نزولی مرتب کنید.
- حروف متن رمز شده را به‌صورت مجزا شمارش کنید و آن‌ها را به‌صورت نزولی در ستون دوم بنویسید.
- در متن رمزشده به‌جای هر حرف از حروف ستون دوم معادل آن را از ستون اول قرار بدهید تا متن آشکار به دست آید.

کندی یک متن هفت صفحه‌ای به زبان عربی را خواند و متوجه شد که حرف "الف" بیشترین بسامد را در این متن داشته است. وی می‌نویسد:

«... چنان که قبلاً گفتیم، بسامد حروف در زبان عربی را بیان می‌کنیم. حرف الف در میان حروف زبان عربی بیشترین کاربرد را دارد؛ سپس حرف لام، سپس حرف میم، سپس حرف‌ها، سپس حرف واو، سپس حرف یا، سپس حرف نون، سپس حرف را، سپس حرف عین، سپس حرف فا، سپس حرف تا، سپس حرف با، سپس حرف کاف، سپس حرف دال، سپس حرف سین، سپس حرف قاف، سپس حرف حا، سپس حرف جیم، سپس حرف ذال، سپس حرف صاد، سپس حرف شین، سپس حرف ضاد، سپس حرف خا، سپس حرف زا، سپس حرف طا، سپس حرف غین و سپس حرف ظا» (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۲۳۵).

کندی سپس تعداد هر حرف در متن انتخاب شده را در جدولی ذکر می‌کند. اگر بسامد حروف را بر اساس تحقیق کندی، و بر حسب درصد، بنویسیم به جدول پیوست می‌رسیم. در این بررسی آماری، حروف "الف"، "لام" و "میم" در صدر جدول قرار دارند که بدین معنی است که در هر نوشته به زبان عربی این سه حرف بیشترین تکرار را از نظر آماری دارند. ۳۰۰ سال بعد از کندی، ابن

دُنَیسینیر (۵۸۳-۶۲۷ق) و ابن عَدلان محاسبات آماری او را تکرار کردند و به نتایجی تقریباً مشابه با او رسیدند. اخیراً ابراهیم قادتی بر اساس یک متن عربی با ۳۲۴٬۹۸۳ کلمه و به کمک کـامپیوتر همین محاسبات را انجام داده و به نتایجی مشابه با کندی دست یافته است (قادتی ۱۹۹۲، ص۱۱۲) (بنگرید به جدول پیوست در پایان مقاله).

بر اساس روش کندی اگر در متن پیام رمز شده مثلاً حرف کاف بیشترین بسـامد را داشـت در تمام پیام به جای کاف حرف الف را جایگزین می‌کنیم. اگر در پیام رمز حرف جـیم دارای جایگـاه دوم بود به جای آن حرف لام را قرار می‌دهیم و همین تغییرات را در متن رمزشده اعمال می‌کنیم تا به انتهای حروف الفبا برسیم. در این صورت پیام رمز شده به پیام آشکار تبدیل می‌شود.

کندی ادعا می‌کند که مصوت‌ها بیشترین حروف را در همهٔ زبان‌ها تشکیل می‌دهند اما چون در زبان عربی مصوت‌های با صدای کوتاه نوشته نمی‌شوند در زبـان عربـی حـرف لام تکـرار بیشـتری نسبت به واو و یاء پیدا می‌کند (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلـد۱، ص۲۳۷). واضـح اسـت کـه در زبان‌هایی که الفبای آن‌ها برای حروف صدادار دارای نشانه هستند، مانند زبان انگلیسی، این بررسی آماری تفاوت محسوسی خواهد داشت.

تحلیل کیفی

کندی برای رمزگشایی پیام‌های کوتاه راه حل ابتکاری دیگری عرضه می کنـد کـه بـر اسـاس علـم تجوید در زبان عربی بنا شده است. پیشرفت تجوید در میان اعراب سبب شد تا آن‌هـا بـر اسـاس مخرج‌های حروف قواعدی برای در کنار هم قرار گرفتن حروف الفبا در کلمات عربی بیابند. نزدیک بودن مخرج دو حرف امکان قرار گرفتن آن‌ها در یک کلمه را افزایش می‌دهـد و دور بـودن مخـرج آن‌ها امکان قرار گرفتنشان در یک کلمه را کاهش می‌دهـد. دانسـتن اینکـه در کلمـات عربـی چـه حروفی بیشتر در کنار هم می‌نشینند در کنار یک تحلیل ترکیبی اجازه می‌دهد تا بتوان رمز متن‌های کوتاه‌تر را شکست. کندی بر اساس تجوید، قواعدی برای کنار هم قرار گرفتن حروف یافت و آن را در رساله‌اش تشریح کرد. پیش از کندی کسی از زبان شناسان عرب به این مبحث ورود نکرده بـود (میرعلم، ص۱۰).

از دید کندی ۱۶ حرف از حروف الفبای عربی اصلی و بقیهٔ آن‌ها متغیر (یا زائد) هستند:

« پس می‌گوییم: حروف اصلی آن‌هایی هستند که کنار هم نمی‌آیند. بعضـی از آن‌هـا در کنـار دیگر حروف می‌آیند چه قبل از آن‌ها و چه پس از آن‌ها، بعضی فقط قبل از دیگر حـروف و بعضـی فقط پس از دیگر حروف. و اما حروف متغیر ،یعنی آن‌هایی کـه گـاه اصـلی و گـاه زائـد به‌حسـاب می‌آیند، به هر روشی در کنار حرف‌های دیگر قرار می‌گیرنـد» (مریـاتی و دیگـران ۱۹۸۷، جلـد۱، ص۲۳۸).

به‌عنوان مثال حرف "نون"، "طاء" و "قاف" در کلمهٔ "نطق" حروف اصلی هستند. حال، اضافه شدن مصوت "الف" (به‌عنوان حرف زائد) به سه حرف اصلی ذکر شده می‌تواند کلمهٔ جدید "ناطق" را بسازد. در زبان عربی حروف متغیر برای صرف یک کلمه در زمان، عدد، جنس (مذکر/مؤنث)، تشبیه و .... به کار می‌رود. کندی حروف اصلی و متغیر را در جدول زیر تقسیم‌بندی می کند.

حروف اصلی	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر	ز	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ق
حروف متغیر	أ	ب	ت	س	ف	ک	ل	م	ن	ه	و	ی				

جدول۳- تقسیم‌بندی حروف به اصلی و متغیر از دید کندی (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۲۴۰).

کندی می‌گوید که در کلمات عربی بعضی از حروف اصلی در کنار هم نمی‌نشینند ولی حروف متغیر می‌توانند در کنار حروف اصلی جای بگیرند و این‌که چه حرفی احتمال دارد در کنار چه حرف دیگری بنشیند کلید اصلی روش او در تحلیل کیفی متن برای رمزگشایی پیام‌های کوتاه است. او جداولی تهیه می کند و در آن تشریح می کند که هر حرفی کنار چه حرف‌های دیگری از حروف الفبا می‌تواند قرار بگیرد و کنار چه حرف‌هایی ممکن نیست قرار بگیرد (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۲۴۱-۲۵۲). به‌عنوان مثال ترکیب حرف "ثاء" با "شین" در عربی غیر ممکن است، چه حرف "ثاء" اول بیاید و چه حرف "شین". با دانستن این واقعیت در صورتی که در رمزی حرف "شین" کشف شد می‌توان مطمئن بود که حرف قبل یا بعد از آن نمی‌تواند حرف "ثاء" باشد.

پس از آن، کندی توضیح می‌دهد که چه حرفی می‌تواند در کنار حروف دیگر (اصلی یا متغیر) قرار بگیرد (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱ ص۲۵۲-۲۵۴). او علاوه بر تشریح امکان نشستن دو حرف در کنار هم، امکان تقدم و تأخر آن‌ها را نیز بررسی می کند.

با تکمیل این اطلاعات به‌صورت یک جدول و استفاده از غربال اراتوستن می‌توان به رمزگشایی‌های کوتاه ،که روش تحلیل آماری تکرار حروف برای رمزگشایی‌شان مناسب نیست، دست زد. ابتدا یک حرف در متن رمز شده نظر گرفته می‌شود. سپس امکان اینکه چه حرفی قبل و یا بعدش بیاید بررسی می‌شود. همین حرف در بقیهٔ متن هم به همین روش بررسی می‌شود تا یک حرف احتمالی برای آن حدس زده شود. به همین صورت تمام حروف موجود در پیام رمزشده بررسی می‌شود تا برای هر حرف پیام یک یا چند حرف به‌عنوان جایگزین‌های محتمل یافته شوند:

«... و اگر تعداد حروف متن رمز شده کافی نبود، برای کشف حروف [رمزشده] باید از روش دوم (تحلیل کیفی) استفاده کرد. این روش آن است که در زبانی که رمز به آن نوشته شده است حروفی که به همراه هم می‌آیند شناخته شوند. اگر تعدادی [ترکیب] دو حرفی در آن مشاهده شد باید دید که آیا در آن زبان این دو حرف در کنار هم می‌آیند یا نه؟ اگر آن دو حرف در کنار هم قرار می‌گیرند باید هر یک را در جای دیگری از متن جستجو کرد و دید که در پس و پیش آن چه حرفی

آمده است و به روش بالا امکان آمدن آن‌ها در کنار هم را سنجید. پس باید دید که آن حرفی است که با حرف اول می‌آید یا نه؟ اگر آن‌ها از حروفی باشند که در کنار حرف اول قرار می‌گیرند نگاه کند به حروفی که در پس و پیش حرف دوم قرار گرفته‌اند. اگر آن حرف از حروفی بود که در کنار آن [حرف] قرار بگیرند از حروف مشکوک است و اگر نبود از حروف مشکوک نیست ...» (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۲۱۶-۲۱۷).

برای تکمیل روش تحلیل کیفی داشتن اطلاعات بیشتری از زبان متن رمز شده می‌تواند مفید باشد. مثلاً از مواردی که باید در هنگام رمزگشایی در نظر داشت طول کلمات است. به‌عنوان مثال در زبان عربی بلندترین اسم‌هایی که عربی خالص هستند پنج حرفی هستند و طولانی‌ترین افعال به‌صورت مجرد، و نه مزید، چهار حرفی هستند؛ یا اینکه در کلمات عربی هیچ کلمهٔ چهار یا پنج حرفی وجود ندارد که شامل یکی از حروف "لام"، "نون" و "را" نباشد.

از طرف دیگر برای تحلیل کیفی باید اطلاعاتی دربارهٔ تکرار حروف در یک کلمهٔ مفرد جمع‌آوری شود. مثلاً در عربی امکان ندارد که یک حرف بیشتر از پنج بار در یک کلمه به کار رود و در زبان انگلیسی تقریباً هر حرف بی صدایی که میان دو حرف صدادار قرار بگیرد به‌صورت دوتایی نوشته می‌شود. گردآوری این‌گونه اطلاعات کیفی می‌تواند امکان رمزگشایی در یک پیام کوتاه را افزایش دهد.

رمزگشایی پس از کندی

پس از کندی بسیاری از دانشمندان دورهٔ اسلامی در آثارشان به موضوع رمزگشایی پرداختند. با آن‌که برخی از آن‌ها در رمزنگاری یا رمزگشایی ابتکاراتی داشته‌اند همگی آن‌ها را می‌توان دنباله‌روی روش کندی دانست. برخی از معروف‌ترین کسانی که راه کندی را در حوزهٔ رمزگشایی ادامه دادند بدین قرارند:

یاقوت حموی (۵۷۴-۶۲۶ق) در معجم الادبا، محمد بن احمد بن کیسان (سدهٔ سوم هجری) را از بزرگان علم عروض و معما یاد کرده است (میرعلم، ص۳). او در همان کتاب از خطیب بغدادی (۳۹۲-۴۶۳ق) نیز نقل کرده که داود بن هیثم بن اسحاق تنوخی (۲۲۸-۳۱۶ق) در نحو استاد بوده و در عروض و رمزگشایی معروف بوده است (میرعلم، ص۳). یاقوت از محمد بن سعید بصیر موصلی (سدهٔ چهارم هجری) به‌عنوان استاد رمزگشایی و عروض نام برده است (میرعلم، ص۳). در معجم الادبا از کتاب خصائص المعرفة فی المعمّیات اسعد بن مهذب بن ممّاتی (۵۴۴-۶۰۶ق) دربارهٔ رمزنگاری و رمزگشایی یادشده است (میرعلم، ص۴).

محمد بن احمد بن محمد بن طباطبا (د ۳۲۲ق) رساله‌ای در رمزگشایی دارد که متن تصحیح

شدۀ آن در جلد دوم کتاب مریاتی چاپ و منتشر شده است (میرعلم، ص۳). این رساله عمدتاً به روش‌های رمزگشایی اشعار پرداخته و تقریباً تمامی آن دربارۀ اوزان و عروض و قافیه است.

اسحاق بن ابراهیم بن وهب کاتب (سدۀ چهارم هجری) نیز رساله‌ای با نام البرهان فی وجوه البیان در باب رمزگشایی دارد. این رساله اولین بار در سال ۱۹۳۰م منتشر شده است (مریاتی و دیگران ۱۹۹۶، جلد۲، ص۸۵) و در جلد دوم کتاب مریاتی متن تصحیح شدۀ آن آمده است (میرعلم، ص۳).

ابن وهب علاوه بر اینکه راه کندی را ادامه می‌دهد، بحث مفصلی دربارۀ علم تجوید در زبان عربی آغاز می کند تا به کشف این نکته برسد که حروف زبان عربی چگونه پس از یکدیگر می‌آیند و اصولاً در این زبان چگونه می‌توان تشخیص داد که امکان دارد یک حرف با حروف دیگر همسایه شود یا نشود. وی برای رمزگشایی اشعار، قسمتی از رساله‌اش را به بحث دربارۀ عروض و قافیه در اشعار عربی اختصاص داده است (مریاتی و دیگران ۱۹۹۶، جلد۲، ص۱۱۴-۱۱۹).

سیوطی (۸۴۹-۹۱۱ق) در بغیة الوعاة، نقل کرده است که احمد بن عبدالعزیز شَنتَمری (زنده در۵۵۳ق) در عروض و کشف معما خبره بوده است (میرعلم، ص۴).

ابن عدلانِ نحوی شاعری عرب زبان بود که در مصر به دنیا آمد و در مصر تدریس می‌کرد. اخیراً کتابی از وی با نام المؤلف للملک الاشرف فی حلّ التراجم پیدا شده است. او در کتابش بیشتر به رمزگشایی پرداخته است تا رمزنگاری و ۲۰ روش برای رمزگشایی عرضه می کند. مسائلی را که ابن عدلان مطرح می کند می‌توان به‌صورت زیر دسته‌بندی کرد:

- ابداع "کلید رمز متغیر" برای رمز جانشینی ساده برای اولین بار.
- مطالعۀ طول کلمات، تشخیص ابتدای کلمه در متن رمز، کلمات مناسب احتمالی و حروف تکراری.
- کمترین میزان طول پیام رمز که قابل رمزگشایی باشد. ابن عدلان کوتاه‌ترین پیام، به زبان عربی، را که قابل رمزگشایی باشد دارای ۹۰ حرف می‌داند.
- عرضۀ روشی دقیق و سامانمند برای رمزگشایی شامل به دست آوردن جواب‌های محتمل، انتخاب محتمل‌ترین جواب و در نهایت رسیدن به جواب تأیید شده (قادتی ۱۹۹۲، ص۱۱۳).

ابن عدلان، در ادامۀ راه کندی، به بسامد تکرار حروف می‌پردازد. وی حروف الفبای عربی را بر حسب بسامدشان به سه دستۀ اصلی تقسیم می کند: کثیر، متوسط و قلیل (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۲۷۴). پس از آن، ابن عدلان به سراغ کلمات دو حرفی می‌رود که در زبان عربی زیاد به کار برده می‌شود. مثال‌های عمدۀ این کلمات عبارتند از: لا، من، أنّ، فی، لم و .... و در انتها کلمات سه حرفی را ذکر می کند: إلی، علی، أنا، أما، متی و ... (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱،

ص۲۷۶-۲۷۵). پس در حقیقت ابن عدلان گامی فراتر از کندی برمی‌دارد و برای رمزگشایی علاوه بر بسامد تکرار حروف به بسامد تکرار کلمات نیـز می‌پردازد.

ابن عدلان به فراست دریافت که "الف و لام" (حرف تعریف عربی) در ابتدای کلمـات عربـی زیاد به کار گرفته می‌شود. بنابراین توصیه می کند که رمزگشایی این دو حرف بـه‌عنوان اولـین گـام رمزگشایی یک متن در نظر گرفته شود. هر دو حرفی که در کنار هم قرار گیرند و در ابتدای کلمـات باشند و به تعداد زیاد در یک متن تکرار بشوند احتمالاً "الف ولام" هستند (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۲۸۲). در گام بعدی، ابن عدلان کلماتی را معرفی می کند که "الف و لام" بر سر آن‌هـا می‌آیند و در متون عربی زیاد تکرار می‌شوند؛ کلماتی مانند: الذی، التی، المر، البر، الرب، الحب و.... حدس زدن اینکه کدام یک از این کلمات پس از "الف و لام" آمده‌اند گام بعدی رمزگشایی متن است (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۲۸۳). در گام سوم، ابن عدلان به سراغ حروفی می‌رود که احتمال آمدن آن‌ها قبل از "الف و لام" زیاد باشد. این حروف عبارتند از: "واو"، "باء"، "کـاف" و "فاء". ابن عدلان می‌گوید که بیشترین بسامد را حرف "واو" و بعد از آن "باء" دارند. پس اگر قبل از "الف و لام" حرفی باشد به‌احتمال زیاد باید یکی از این دو حروف باشد. با انتخاب یکی از حروف محتمل و در نظر گرفتن آن در قسمت‌های دیگر متن می‌توان آن حرف را حدس زد.

ابن عدلان با وضع قواعدی دربارهٔ اینکه کدام حروف ممکن است در کلمات تکرار شوند و این تکرار در کجای کلمه واقع می‌شود کار خود را ادامه می‌دهد؛ مثلاً تکـرار حـروف "ذال" و "بـاء" در کلمهٔ "مذَبذَب". او با دسته‌بندی چنین کلماتی روش‌های مؤثری برای رمزگشایی عرضه می کند.

از دیگر متخصصان رمزگشایی ابن دُنینیر است که کتابی به نام مقاصد الفصول المترجمـة عـن حل الترجمة در باب رمزنگاری و رمزگشـایی دارد. ایـن کتـاب از مجموعـهٔ رسـاله‌های کتابخانـهٔ سلیمانیه است که توسط مریاتی تصحیح و منتشر شد. روش ابتکاری او برای رسیدن به یـک رمـز ناگشودنی این است که در ابتدا حروف را با استفاده از حساب جُمَل بـه اعـداد تبـدیل مـی کنـد. سـپس با یک رشته اعـمال ریاضی این اعـداد را تغییر می‌دهد تا به رمز پیچیده‌تری دست پیدا کند (بنگرید به جدول۲). ابن دنینیر اولین کسی است که از تبدیل حروف بـه اعـداد بـرای رمزنگـاری استفاده کرده است:

« و اما ترجمه برای رمزنگاری به روشـی ترکیبـی بـدین صـورت اسـت کـه حـرف را بـه عـدد برمی‌گردانی و سپس آن را دو برابر یا چند برابر می‌کنی، پس بدین گونه آن را از کسی که بخواهد رمز را بگشاید مخفی نگه می‌دارد ...» (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۷۴).

او سازوکارهایی بر اساس استفاده از ابزارهای گوناگون، مانند صفحهٔ شطرنج، توصیف می کند که با استفاده از آن‌ها می‌توان متنی را رمزنگاری کرد. ابـن دنینیـر صفحـهٔ شطـرنج را دو بخـش

تقسیم می کند و حروف الفبا را در دو طرف آن می‌نویسد. اگر دو نفر بخواهند پیامی را به‌گونه‌ای به هم منتقل کنند که در حضور دیگران کسی متوجه آن نشود، باید این صفحه و حروف آن را به خاطر بسپارند و سپس با حرکت دادن دو مهرهٔ پیاده‌بر روی صفحهٔ شطرنج با تظاهر به بازی، کلمات پیام را حرف به حرف به نفر مقابل نشان دهند:

«هنگامی که بخواهی به دوستت چیزی را بگویی که کسی غیر از او از آن باخبر نشود، صفحهٔ شطرنج و دو پیادهٔ سفید و سیاه فراهم کن. سپس در چشم اطرافیان تظاهر کنید که شطرنج بازی می‌کنید. پس [پیاده] را در خانه‌ای قرار بده که اولین حرف جمله ات است، سپس در خانه‌ای که حرف دوم جمله است، سپس در خانهٔ بعدی ... و آنگاه دوستت نیز به همین روش عمل کند ...» (مریاتی و دیگران ۱۹۹۶، جلد۲، ص۲۵۸).

شکل ۲- نمایش حروف الفبا بر روی صفحهٔ شطرنج برای استفاده از آن به‌عنوان ابزار رمزنگاری (مریاتی و دیگران ۱۹۹۶، جلد۲، ص۲۵۹).

این روش‌های مکانیکی رمزنگاری بعدتر در کتاب ابن دُریهم تشریح می‌شوند (قادتی ۱۹۹۲، ص۱۱۵). ابن دنینیر، همانند ابن وهب کاتب، برای آموزش رمزگشایی اشعار، بحث مفصلی دربارهٔ عروض و قافیه کرده و بخش عمده‌ای از رساله‌اش را به آن اختصاص داده است.

علی بن محمد ابن دُریهم (۷۱۲-۷۶۲ق) تاجر ثروتمندی بود که علاوه بر تجارت به کسب علم هم می‌پرداخت و نتیجهٔ فعالیت او حدود ۸۰ رساله در موضوع‌های گوناگون است. کتاب معروف او در حوزهٔ رمزنگاری و رمزگشایی مفتاح الکُنوز فی ایضاح المرموز نام دارد. این کتاب نیز یکی از رسائل یافت شده در کتابخانهٔ سلیمانیه است. او در کتابش ۱۵ الفبای مختلف، از یونانی گرفته تا هندی، را به‌صورت خلاصه ذکر می کند. ابن دُریهم هشت روش رمزنگاری را با جزئیات و مثال‌های کامل تشریح می کند:

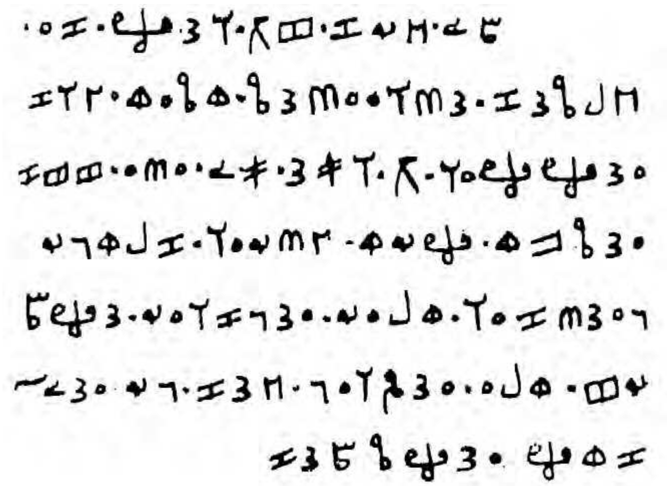
•جابجایی (۲۴ روش و ۳۱ مثال).
•جانشینی (۱۱ روش و ۲۴ مثال شامل جانشینی با کلید متغیر که ابن عدلان ابداع کرد).
•اضافه و کم کردن حروف.
•تشریح سازوکارهای مکانیکی رمزنگاری معرفی شده توسط ابن دنینیر.
•رمزنگاری به‌وسیلهٔ حساب. ابن دُریهم روش رمزنگاری ابن دنینیر را تعمیم داده و هشت روش و هشت مثال دراین‌باره آورده است.
•جانشینی حرف در کلمه (چهار روش). در این روش جانشینی، حروف پیام رمز از هم جداشده و در میان کلمات یک متن به‌ظاهر عادی قرار می‌گیرند. مثال سادهٔ این روش پنهان کردن کلمهٔ "علی" در جملهٔ "عرفت الأمر یسیرا" یا "ضیع مال أبی" است.
•جانشینی با استفاده از یک نام خاص (حیوان، پرنده، شهر ...) به‌عنوان کلید رمز.
•استفاده از نمادهای خودساخته به جای حروف الفبا (قادتی ۱۹۹۲، ص۱۱۵-۱۱۸).

ابن دُریهم پس از فراغت از طبقه‌بندی انواع رمزها، به نحوهٔ رمزگشایی می‌پردازد. او به‌عنوان مقدمهٔ بحث، ابتدا انواع کلمات در عربی را، از حیث طول، شرح می‌دهد و پس از آن، به روش کندی، به بیان امکان کنار هم قرار گرفتن حروف در کلمات عربی می‌پردازد (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۳۴۱-۳۴۹).

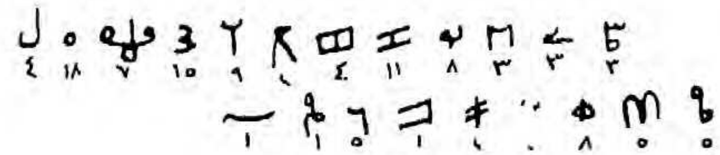
ابن دُریهم در گام بعدی دو روش اصلی کندی، تحلیل آماری و تحلیل ترکیبی، را برای رمزگشایی پیام به کار می‌گیرد:

«... اگر دیدی که حرفی بیش از دیگر حروف [در پیام رمز] به کاررفته است پس گمان کن که آن [حرف] الف است. [حرفی] که بعد از آن بیشترین بسامد را داشته باشد به‌احتمال زیاد لام است. آنچه گمان تو را تأیید می کند این [نکته] است که لام در بیشتر موارد پس از الف می‌آید ...» (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۳۵۱).

پس از آن نوبت به رمزگشایی کلمات دو حرفی، سه حرفی و .... می‌رسد تا اینکه به‌تدریج تمام متن رمز شده آشکار شود. ابن دُریهم بحث خود را با دو مثال، که در آن‌ها یک متن عربی به‌وسیلهٔ رشته‌ای از نمادهای ابداعی رمزنگاری شده‌اند، توضیح و نشان می‌دهد که چگونه باید روش‌های تحلیل آماری و تحلیل ترکیبی را برای رمزگشایی به‌صورت عملی به کار گرفت. این اولین بار در تاریخ است که یک نویسنده با ذکر مثال و بیان جزئیات کامل، روش رمزگشایی نوشته‌ای را تشریح می کند (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۱۹۴).



شکل ۳- نمونهٔ متن رمزشده به‌وسیلهٔ نمادهای ابداعی که ابن دُریهم نحوهٔ رمزگشایی آن را در کتابش توضیح می‌دهد (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۳۵۳).



شکل ۴- بررسی آماری متن رمز شده توسط ابن دُریهم (مریاتی و دیگران ۱۹۸۷، جلد۱، ص۳۵۳).

علی بن محمد بن اَیدَمَر جِلدَکی (د ۷۶۲ق) از حکیمان دورهٔ اسلامی است که بیشتر به مهارت در کیمیا مشهور است. او کتابی به نام کنز الاختصاص ودرة الغواص فی معرفة اسرار علم الخواص در باب روش‌های رمزنگاری و رمزگشایی دارد.

قلقشندی فصل هشتمِ مقالهٔ چهارم از جلد نهم دایرةالمعارف مشهورش، صبح الأعشی فی صناعة الإنشاء را به رمزنگاری و رمزگشایی اختصاص داده است. کار قلقشندی بر پایهٔ کتاب ابن دُریهم است و بسیاری از مطالب کتاب او را عیناً، و با ذکر نام ابن دُریهم، نقل کرده است. این کتاب تا قرن‌ها شناخته شده‌ترین اثر دانشمندان مسلمان در حوزهٔ رمزنگاری بوده است.

نتیجه

رمزنگاری و رمزگشایی سابقه‌ای بسیار طولانی دارد اما مطالعات جدید تاریخی نشان می‌دهد که تمدن اسلامی جایگاه اصلی رشد روش‌های سامان‌مند رمزگشایی بوده است. در ابتدای عصر عباسیان بسیاری از حوزه‌های علمی در میان مسلمانان پیشرفت کردند که در ابداع روش‌های رمزگشایی مؤثر بودند. مهم‌ترین این علوم عبارتند از حساب، جبر، آمار و علوم زبان‌شناسی.

پیشرفت تمدن اسلامی در مواردی چون ایجاد یک دستگاه دیوانی بزرگ، ترجمهٔ آثار علمی دیگر تمدن‌ها به زبان عربی، فراگیری تولید کاغذ از چینی‌ها و ... موجب تسریع این حرکت بوده است.

با مطالعهٔ رسالهٔ کندی و دیگر کتاب‌هایی که مسلمانان در حوزهٔ رمزنگاری و رمزگشایی نوشته‌اند، متوجه می‌شویم که در این حوزه مسلمانان چند سده از اروپاییان جلوتر بودند. اولین اقدامات روشمند اروپاییان در زمینهٔ رمزگشایی به دوران پاسکال (۱۶۲۳-۱۶۶۲م) و فرما (۱۶۰۷-۱۶۶۵م) می‌رسد.

منابع

"رمزنگاری - ویکی‌پدیا، دانشنامهٔ آزاد." دسترسی ۲۸ آوریل ۲۰۱۷.
https://fa.wikipedia.org/wiki/%D8%B1%D9%85%D8%B2%D9%86%DA%AF%D8%A7%D8%B1%DB%8C

مریاتی، محمد، میرعلم، یحیی و الطیان، محمدحسان. ۱۹۸۷. علم التعمیة واستخراج المعمّی عندالعرب. ج ۱. ۳ ج. دمشق: مجمع اللغة العربية.

مریاتی، محمد، میرعلم، یحیی و الطیان، محمدحسان. ۱۹۹۶. علم التعمیة واستخراج المعمّی عند العرب. ج ۲. ۳ ج. دمشق: مجمع اللغة العربية.

میرعلم، یحیی. بدون تاریخ. اسهامات علماء التعمیة فی اللسانیات العربیة. مکتبة دیوان العرب.

Kadati، Ibrahim A. al-.1992. "Origins of Cryptology: The Arab Contributions." *Cryptologia* 16 (2), pp. 97–126.

Schwartz، Kathryn A. 2009. "Charting Arabic Cryptology's Evolution." *Cryptologia* 33 (4), pp. 297–304.

_________. 2009. "From Text to Technological Context: Medieval Arabic Cryptology's Relation to Paper ،Numbers & the Post." *Cryptologia* 38 (2), pp. 133–46.

پیوست (میرعلم، ص۹)

حروف الفبای عربی	محاسبات کندی(٪)	محاسبات ابن دنینیر(٪)	محاسبات ابن عدلان(٪)
ا	۱۶٫۶۳	۱۶٫۷۶	۱۶٫۵۴
ل	۱۲٫۱۱	۱۰٫۵۰	۱۱٫۰۲
م	۸٫۸۷	۷٫۷۳	۸٫۸۲
ه	۷٫۵۷	۷٫۵۸	۷٫۴۴
و	۷٫۲۶	۷٫۲۹	۷٫۱۷
ی	۶٫۹۸	۶٫۷۱	۶٫۸۹
ن	۶٫۱۳	۶٫۵۶	۶٫۰۷
ر	۴٫۳	۶٫۶۹	۴٫۲۷
ع	۳٫۶۳	۴٫۹۶	۳٫۸
ف	۳٫۳۸	۴٫۲۳	۳٫۳۶
ت	۳٫۳۳	۳٫۳۵	۳٫۲۵
ب	۳٫۱۰	۳٫۰۶	۳٫۰۹
ک	۳٫۱۰	۲٫۷۷	۳٫۰۹
د	۲٫۵۵	۲٫۳۳	۲٫۵۴
س	۲٫۵۲	۲٫۱۹	۲٫۳۷
ق	۱٫۷۵	۱٫۸۱	۱٫۷۴
ح	۱٫۵۸	۱٫۴۶	۱٫۵۷
ج	۱٫۲۷	۱٫۲۵	۱٫۲۷
ذ	۰٫۹۷	۰٫۹۳	۰٫۹۶
ص	۰٫۸۹	۰٫۸۲	۰٫۸۸
خ	۰٫۵۵	۰٫۵	۰٫۷۷
ث	۰٫۴۷	۰٫۳۸	۰٫۶۳
ط	۰٫۴۱	۰٫۳۲	۰٫۵۵
غ	۰٫۴۱	۰٫۲۶	۰٫۴۷
ظ	۰٫۲۲	۰٫۲۳	۰٫۴۴
ز	۰۰۰	۰٫۲	۰٫۴۱
ش	۰۰۰	۰٫۱۵	۰٫۳۳
ض	۰۰۰	۰۰۰	۰٫۲۲
تعداد حروف متن	۳۶۰۸	۳۴۳۰	۳۶۲۷

کاربردی امروزی از روش‌های رمزگشایی کندی[۱]

ویت فان لنشوت، ادزارد شرپبیر، کن فان وردن[۲]
ترجمه و تلخیص رضا کیانی‌موحد

مقدمه

رمزنگاری، فن رمزنگاری پیام‌ها، به صورتی گسترده در طول تاریخ به کار گرفته شده است. هرچه بیشتر نوشتن به‌عنوان راهی برای ارتباط [بین انسان‌ها] رواج پیدا می‌کرد، آرزوی اینکه پیام‌ها برای غریبه‌ها کمتر قابل خواندن باشد بیشتر می‌شد. اولین استفاده از رمزنگاری در حدود ۱۹۰۰ قبل از میلاد در مصر به‌صورت حکاکی بر دیوارهای سنگی به کار رفت که شامل نشانه‌های گوناگون غیرمعمول بود.

با رشد تمدن مصر باستان، این‌گونه رمزنگاری بیشتر رایج شد. این روش بیشتر برای سخت کردن خواندن سرودها و دعاهای مذهبی به کار می‌رفت. برای درک معنای اصلی پیام رمزنگاری شده، که اغلب به‌صورت یک متن آشکار دیده می‌شد، نیاز به تمرکز و حل معما بود.

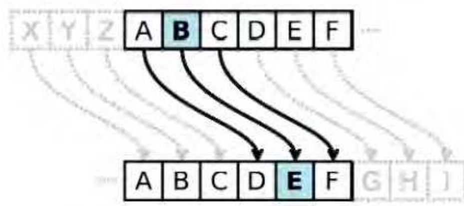
به شکل معمولی‌تری از رمزنگاری در کاما سوترا (متن‌های کامجویانهٔ هندی)، در حدود ۳۰۰ قبل از میلاد، به‌عنوان راهی برای ارتباط بی‌خطر عشاق اشاره شده است. در این روش عشاق باید جفت‌هایی از حروف الفبا را انتخاب کنند و هر حرف پیام را که می‌خواهند به دیگری بفرستند با دیگری جایگزین کنند و به‌عکس. مثلاً اگر جفت حرف انتخاب شده آ و ه باشد هر حرف آ باید با حرف ه و هر حرف ه باید با حرف آ جایگزین شود.

ژولیوس سزار نیز از رمزنگاری برای رمز کردن پیام‌هایش استفاده می‌کرد. روشی که او برای رمزنگاری استفاده می‌کرد هنوز هم با نام رمز قیصری شناخته می‌شود. در این روش، هر حرف الفبا با حرف سوم پس از خودش جایگزین می‌شود. مثال‌هایی از این روش‌های رمزنگاری در شکل ۱ و ۲ نشان داده شده‌اند.

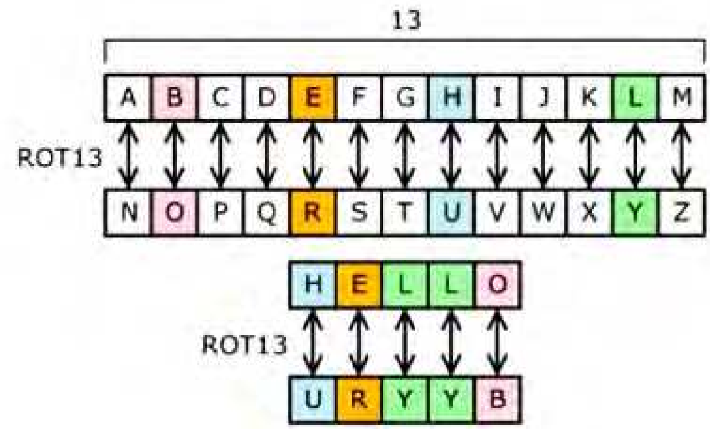
---

۱. این مقاله با عنوان A Modern Application of Kindi's Cryptanalytic Techniques یکی از سخنرانی‌هایی است که در کارگاه ریاضیات و هنر خانهٔ ریاضیات اصفهان توسط دانشجویان پروفسور یان پ. هوخندایک از دانشگاه اوترخت هلند در بهار ۱۳۹۲ عرضه شد. برگرفته از خبرنامهٔ تاریخ علم، پژوهشکدهٔ تاریخ علم دانشگاه تهران، شمارهٔ ۱۱، تابستان ۱۳۹۲، ص 12-8 (بخش انگلیسی).

2. Wiet van Lanschot, Edzard Scherpbier, Koen van Woerden



شکل۱ - رمزنگاری قیصری



شکل۲ - رمزنگاری کاما سوترا

احتمالاً پیش از تمدن اسلامی روش‌های گوناگون رمزنگاری ایجاد شده بود. ولی هیچ نشانه‌ای از ابداع حتی یک روش سادهٔ رمزگشایی [تا آن زمان] پیدا نشده است. رمزگشایی دانش شکستن رمز پیام‌ها به‌صورت روشمند است. تا مدت‌ها ابداع روش‌های رمزگشایی به تمدن‌های غربی نسبت داده می‌شد.

مکاتبات بین فرما و پاسکال در سال ۱۶۵۴م به‌عنوان قدیمی‌ترین کار در این حوزه شناخته می‌شد. اما کشفیات جدید نشان می‌دهد که اولین کار در این حوزه در قرن نهم میلادی/سوم هجری در جهان اسلام توسط کندی انجام شده است.

تمدن اسلامی می‌خواست بیشترین دانش ممکن را جمع‌آوری کند، و این امر اغلب به ترجمهٔ دست‌نوشته‌هایی از زبانهای بیگانه نیازمند بود. خلیفه مأمون بیت الحکمه را بنا کرد تا بسیاری از این دست‌نوشته‌ها ترجمه شود.

این تلاش دانش اعراب را از زبان‌ها و الفباهای بیگانه بسیار گسترش داد. برخی از دست‌نوشته‌هایی گوناگونی که باید ترجمه می‌شد به‌گونه‌ای رمزنگاری شده بود. این امر اغلب در مورد دست‌نوشته‌های مربوط به جادوگری و کیمیاگری صادق بود. زبان عربی هم مورد مطالعهٔ وسیع قرار

گرفت. خود زبان عربی چون در قرآن به کار رفته بود به‌عنوان موضوعی مهم برای مطالعه در نظر گرفته می‌شد. اعراب به تحقیق در بسامد حروف، همسایگی حروف، تجوید و لغت‌شناسی پرداختند.

تمدن اسلامی شاهد سطح بسیار بالایی نامعمولی سواد بود که شرط مهم مطالعه و فهم قرآن محسوب می‌شد. تاریخ نویسان دیگر هم رشد سواد را به ورود کاغذ از چین نسبت می‌دهند. برای ادارهٔ موفق یک امپراتوری بزرگ، لازم می‌شد که پیام‌ها توسط دریافت کنندهٔ واقعی آن‌ها خوانده شود. با بیشتر شدن کسانی که توانایی خواندن داشتند، این نیاز بیشتر می‌شد. در بسیاری از دست‌نوشته‌هایی که دربارهٔ فنون دیوان‌سالاری نوشته شده بود دانش رمزنگاری جزو وظایف دیوان‌سالاران ذکر می‌شد. در نتیجه، دانش رمزنگاری رشد کرد.

رسالهٔ کندی

رسالهٔ کندی به‌عنوان قسمتی از یک دست‌نوشتهٔ یکتا، ایاصوفیه ۴۸۳۲، در کتابخانهٔ سلیمانیهٔ استانبول موجود است. فواد سزگین چاپ عکسی این نسخه را در سال ۲۰۱۰ منتشر کرده است. رسالهٔ کندی بخش شمارهٔ ۶۰ دست‌نوشتهٔ ایاصوفیه است و در صفحات ۳۸۳ تا ۳۹۴ چاپ سزگین آمده است. ترجمهٔ انگلیسی این رساله توسط مریاتی، میر علم و الطیان در سال ۲۰۰۳م/۱۳۸۲ش منتشر شده و در اینترنت قابل دستیابی است.

کندی ابتدا طبقه‌بندی روش‌های رمزنگاری را که می‌شناخته است به‌صورت یک نمودار عرضه می‌کند.[1] این نمودار شامل مجموعهٔ نسبتاً بزرگی از روش‌های رمزنگاری است، و بحث بعدی او دربارهٔ رمزگشایی در روش جابه‌جایی ساده است که در ادامه به آن خواهیم پرداخت.

سه اصل پایه برای خواندن متن رمزنگاری شده عرضه شده است. اولین اصل تحلیل بسامدی نشانه‌های ظاهرشده در متن رمزنگاری شده و مقایسهٔ بسامد آن‌ها با بسامد حروف یک متن آشکار [به همان زبان] است. اصل دوم استفاده از بسامد (یا بررسی به کار نرفتن) ترکیب‌های دو یا سه حرفی است که حدس زدن یا کنار گذاشتن احتمالاتی را ممکن می‌کند. اصل سوم کشف کلمات محتمل به روش "سعی و خطا" است. مثلاً استفاده از این امر که بسیاری از متن‌هایی که با یک زبان خاص نوشته می‌شوند به یک روش آغاز می‌شوند. مثلاً متن‌های عربی اغلب با جملهٔ "بسم الله الرحمن الرحیم" شروع می‌شوند.

رسالهٔ کندی کهن‌ترین شرح شناخته شده از اصل اول، یعنی تحلیل بسامدی، است. این رساله دارای جدولی از بسامد حروف الفبای عربی است. پس از محاسبهٔ تحلیل نشانه‌ها در یک متن

۱. بنگرید به مقالهٔ "ریشه‌های رمزگشایی در دورهٔ اسلامی ..." و "رسالهٔ ... کندی ... در رمزگشایی" در همین شماره از میراث علمی.

رمزنگاری شدهٔ عربی، می‌توان این بسامد را با بسامد حروف الفبای عربی مقایسه کـرد (بیشـترین تکرار در نشانه‌های متن رمزنگاری شده احتمالاً الف است و همین طور الی آخر) تا حروف ممکن را حدس زد. کندی فهرست مبسوطی از ترکیب حروف دوتایی و سه‌تایی ممکن و غیرممکن در زبان عربی را نیز به دست می‌دهد.

به کارگیری رسالهٔ کندی

پس از معرفی اثر کندی، می‌توانیم کارآیی روش‌های او را برای رمزگشایی یک متن رمزنگاری شده ارزیابی کنیم. این تمرین شامل یک نوشتهٔ کهن فارسی است که آن را با استفاده از فونت وینگدینگز[1] رمزنگاری کرده‌ایم. هر نشانهٔ متن رمزنگاری شده یک حرف الفبای فارسی را نشان مـی‌دهـد. اگـر حرفی به‌صورت مشدّد بود در متن رمز شده آن حرف دو بار آمده است. اشاره‌های روشنی در رسالهٔ کندی وجود دارد که او هم همین کار کرده است.

متن فارسی رمزنگاری شده با فونت وینگدینگز در زیر آمده است:

اکنون روش کندی را به کار می‌گیریم. او می‌گوید:

[ابتدا باید] پی ببریم آن کتاب به کدام زبان است و نوشته‌ای از آن زبان پیدا شود که به‌اندازه‌ای باشد که در یک جلد یا مانند آن قرار گیرد. پس تعداد هر یک از حرف‌های موجود در آن را می‌شماریم و روی بیشترین آن‌ها شمارهٔ یکم را می‌نویسیم و روی حرفی که پس از آن قرار می‌گیرد می‌نویسیم:

1. Wingdings

دوم، و بر روی آن که در فراوانی در پی آن است می‌نویسیم: سوم، و به همین گونه تا به همهٔ حرف‌ها برسیم. سپس در کتابی می‌نگریم که می‌خواهیم به رمزش پی ببریم، پس همه گونه حرف‌ها را دسته‌بندی می‌کنیم و به بیشترینشان در شماره می‌نگریم، پس آن را به‌عنوان حرف نخستین شماره‌گذاری می‌کنیم و آن را که فراوانی‌اش در پی آن است به‌عنوان حرف دوم نشانه‌گذاری می‌کنیم و حرفی را که در فراوانی بعد از آن است به‌عنوان حرف سوم نشانه‌گذاری می‌کنیم و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم تا همهٔ حرف‌های کتاب رمزنگاری شده که می‌خواهیم رمزگشایی‌اش کنیم به پایان برسد.[۱]

اکنون می‌توانیم با استفاده از تحلیل بسامدی الفبای فارسی از مطالعات جدید به‌عنوان "متن آشکار" خود استفاده و آن را با تحلیل بسامدی متن "اصلی" رمزشده مقایسه کنیم. نتیجه در جدول زیر آمده است.

حرف رمزی	درصد(٪)
⇨	۲۰/۴۹
△	۱۰/۲۴
⇦	۷/۳۲
↺	۵/۳۴
↔	۵/۳۷
↑	۵/۳۷
↙	۵/۳۷
▽	۴/۸۸
↘	۴/۳۹
▷	۴/۳۹
←	۳/۴۱
◢	۲/۹۳
◀	۲/۴۴
◂	۲/۴۴
▼	۲/۴۴
↳	۲/۴۴
↗	۱/۹۵
↯	۱/۴۶
↕	۱/۱۶
↶	۰/۹۸
↻	۰/۹۸
◤	۰/۴۹
▴	۰/۴۹
▶	۰/۴۹
^	۰/۴۹
↖	۰/۴۹
◥	۰/۴۹
↵	۰/۰۰
↷	۰/۰۰
∩	۰/۰۰
⇕	۰/۰۰
↪	۰/۰۰

حرف الفبا	درصد (٪)
ا	۱۵/۸۲
ی	۹/۱۵
ر	۸/۶۰
د	۷/۲۱
ن	۷/۱۸
ه	۶/۶۹
و	۵/۷۱
م	۵/۶۲
ت	۵/۱۴
ب	۴/۴۳
س	۳/۰۰
ک	۲/۶۵
ش	۲/۵۰
ل	۲/۱۵
ز	۲/۱۲
ع	۱/۳۴
ف	۱/۳۴
خ	۱/۲۶
گ	۱/۲۱
ح	۱/۱۱
ق	۱/۰۹
ج	۱/۰۸
ص	۰/۶۱
پ	۰/۵۷
ط	۰/۵۲
ض	۰/۳۹
غ	۰/۳۲
چ	۰/۳۰
ظ	۰/۲۶
ذ	۰/۱۷
ث	۰/۱۲
ژ	۰/۰۹

۱. برگرفته از رسالهٔ کندی که در بخش رسائل همین شمارهٔ میراث علمی آمده است.

می‌توانیم به‌سرعت نتیجه بگیریم که "<=" احتمالاً الف است. حال، با آزمایش بسامد چند حرف دیگر می‌توانیم به آهستگی شروع به شناختن کلمات کنیم. این قسمت رمزگشایی با روش "آزمون و خطا" انجام می‌شود و به هرحال همان‌طور که می‌بینیم قسمتی از روش علمی و تحلیلی کندی به بصیرت زبان‌شناسی خواننده بستگی دارد. متن فارسی رمزگشایی شده در پایان این یادداشت آمده است.

نتیجه

مطالعهٔ رسالهٔ کندی و کاربرد آن در کارگاه و سخنرانی امروز نشان داد که این رساله جدای از جذابیت‌های تاریخی، همچنان ارزش عملی دارد. جالب است که با وجود قدمتی هزار ساله، متوجه شدیم که رسالهٔ کندی هنوز می‌تواند به‌عنوان یک مقدمه برای تحلیل رمز مورد استفاده قرار بگیرد.

رسالهٔ کندی یک نظام روشن گام به گام عرضه می‌کند. کندی خودش می‌نویسد که قصد دارد "یک کتاب روشن و موجز" بنویسد. سطح توضیحات کندی بسیار بالاست. او به روش‌های تحلیل رمز به‌صورت عام می‌پردازد و بنابراین زمینه‌ای از تحلیل رمز به هر زبانی را به دست می‌دهد. در دورهٔ اسلامی، توضیحات او بسیار روشن بوده‌اند چرا که بیشتر تحلیلگران رمز عرب، که پس از او آمدند، کارشان را بر اساس کار او قرار دادند. مثلاً رسالهٔ او منبع اصلی رسالهٔ تحلیل رمز ابن دُنَیْنَر در حدود سه قرن بعد بود.

حتی امروز، با توجه به توضیحات و کارگاه ما، ثابت شد که اثر او به‌عنوان مرجعی در تحلیل رمز برای مبتدیان مفید است. با استفاده از توضیحات و شرح کندی دربارهٔ روش‌های مختلف رمزگشایی، مبتدیان می‌توانند یک متن رمزنگاری شده با روش جایگزینی ساده را در زمان نسبتاً کمی رمزگشایی کنند.

رساله‌ای که مطالعه کردیم کهن‌ترین اثر شناخته شده در حوزهٔ رمزگشایی است. اما این رساله با چنان جزئیاتی نوشته شده است و به چنان عمقی در موضوع می‌رود که گمان نمی‌بریم کندی تمام روش‌های ذکر شده در رساله را خودش ابداع کرده باشد. احتمالاً او از دانش رمزگشایی که در زمانش موجود بوده برای نوشتن این راهنما استفاده کرده است. اشکال کار در اینجا است که او در رساله‌اش به کسی ارجاع نمی‌دهد، پس نمی‌توانیم این ادعا را تأیید کنیم. آنچه می‌توانیم بگوییم این است که سبک نوشته بسیار شبیه یک راهنما است که از یک اثر مکشوف اصلی گزارش می‌دهد. شاید مطالعهٔ رساله‌های قبل از کندی بتواند به کشف توصیفی از تحلیل بسامدی منجر شود.

پاسخ متن فارسی رمزنگاری شده:

آدمی اسطرلاب حق است، اما منجمی باید کـه اسـطرلاب را بدانـد. تـره فـروش یـا بقـال اگرچـه اسطرلاب دارد، اما از آنچه فایده گیرد و به آن اسطرلاب چه داند احوال افلاک را و دوران و برج‌ها و تأثیرات و انقلاب را الی غیر ذلک؟ پس اسطرلاب در حق منجم سودمند است که: من عرف نفسه فقد عرف ربّه.

[برگرفته از فیه ما فیه مولوی]

معرفی کتاب

ویژه‌نامه‌های فصلنامهٔ فرهنگ در زمینهٔ تاریخ علم

غلامحسین صدری‌افشار[1]

فصلنامهٔ فرهنگ در سال‌های ۱۳۶۷– ۱۳۸۸ از سوی پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی منتشر می‌شد. سردبیری آن را نخست رضا داوری اردکانی و بعدها بهاءالدین خرمشاهی بر عهده داشتند. قطع نشریه وزیری بود و تعداد صفحاتش در هر شماره فرق می‌کرد.

برخی شماره‌های این فصلنامه به تاریخ علم اختصاص داشت که دبیری آن‌ها را جعفر آقایانی چاوشی عهده‌دار بود. قصد ما معرفی مقالات این شماره‌هاست.

***

فرهنگ. ویژهٔ تاریخ علم. س۹(۱۳۷۵)، ش۴– س۱۰(۱۳۷۶)، ش۱. ۴۱۴ ص+ صفحهٔ عنوان و فهرست فارسی و انگلیسی.

درآمد. مهدی محقق. ص ۱– ۱۲.

نویسنده ضمن برشمردن برخی کارهای علمی دانشمندان اسلامی نشان می‌دهد آنان علم را برای فرد دیندار یک ضرورت می‌شمردند، همچنان که قطب‌الدین شیرازی می‌گفت:

> تا علم نبود تقوا ممکن نباشد. زیرا تا نداند چه چیزی است که باید کرد و چه چیزی است که نشاید کرد، از ناشایست پرهیز چگونه کند و به شایسته چگونه مشغول شود؟

و در کنار تألیف کتاب‌های علمی، به ترجمه، شرح، تصحیح و نقد آثار دیگران می‌پرداختند و همیشه در حفظ حرمت آنان می‌کوشیدند. همچنان که رازی در رسالة الشکوک علی جالینوس الحکیم می‌گوید:

> من به مقابله با کسی پرداخته‌ام که بیش از هرکس مرهون منت او هستم. از او بهره‌مند و به وسیلهٔ او راهنمایی شده‌ام و حق او بر من بیش از حق خواجه بر بنده

۱. تاریخ‌نگار علم، فرهنگ‌نویس، مترجم، ویراستار میراث علمی.

و استاد بر شاگرد و ولی‌نعمت بر نعمت‌گیرندهٔ خود است. صناعت طب و فلسفه تسلیم به رئیسان و قبول گفتار آنان و مساهلت و مسامحت را نمی‌پذیرد و طبیب و فیلسوف نیز از شاگردان و دانشجویان خود چنین تسلیم را انتظار ندارند.

ابن هیثم نیز در آغاز کتاب الشکوک علی بطلمیوس می‌نویسد:

ما در کتاب این مرد بافضیلت مواضع اشتباه و موارد متناقضی یافتیم ـ هرچند این مواضع در برابر آنچه او درست به هدف رسیده ناچیز است- دیدیم چشم پوشی از آن‌ها تجاوز به حق و ستم بر کسانی است که کتاب‌های او را مورد مطالعه قرار می‌دهند.

پیرامون علم و عرفان. فضل‌الله رضا. ص ۱۳- ۴۷.

نویسنده با ذکر نمونه‌هایی نشان می‌دهد شعر و مضمون‌های عرفانی آن صراحت ریاضی را ندارند که برای همهٔ مردم در هرجایی یک مفهوم واحد را افاده کنند. گاه ترجمهٔ شعری از زبانی به زبان دیگر آن را از مفهوم یا زیبایی تهی می‌سازد، حال آنکه یک قضیهٔ هندسی یا جملهٔ جبری چنین نیست. او پیشنهاد می‌کند:

کشور ما از هزار و چند صد سال پیش گنجینهٔ گران‌بهایی از علوم انسانی و هنر کلامی را در خزانهٔ فرهنگ خود گرد آورده است. ولی باید آگاه بود که گنجینه‌های کهن نیز نیاز به آرایش و پیرایش و نوسازی دارند. دانش‌های پیشین و آثار ادبی را بایستی به کمک ابزار روز و اصطلاحات و نگرش‌های نو به گونه‌ای آراست که با مقتضیات فرهنگ مردم روزگار بخواند و مورد علاقه و پاسخگوی خواسته‌های معنوی ایشان باشد.

مهاجرت علمای ایران به امپراتوری عثمانی. توفیق حیدرزاده. ص ۴۹- ۹۴.

نویسنده نشان می‌دهد چگونه پس از مرگ شاهرخ تیموری، با شیوع ناامنی در ایران و شکوفایی امپراتوری عثمانی، دانشمندان، ادیبان و هنرمندان ایرانی را ه کشور عثمانی را در پیش می‌گیرند و این جریان مهاجرت به هند و عثمانی تا زمان قاجار ادامه می‌یابد.

اسطرلاب. هبة‌الله ذوالفنون- منصور نجومی. ص ۹۵- ۱۰۹.

این مقاله پس از معرفی اقسام اسطرلاب و اجزای آن، کاربردهایش را در یافتن ارتفاع، تعیین طالع هر یک از کواکب، تعیین ساعت، تعیین وقت طلوع و غروب، عرض رودخانه، مساحت زمین، عمق چاه و بلندی کوه بیان می‌کند.

تقویم و تاریخ دینی. سید محمد محیط طباطبایی. ص ۱۱۱-۱۲۱.

در این مقاله مبنای تقویم یهودیان، فرقه‌های گوناگون مسیحی و مسلمانان بیان شده است.

گاه‌شماری کنونی ما و تأثیر گاه‌شماری جلالی بر آن. احمد بیرشک. ص ۱۲۳- ۱۴۱.

نویسنده می‌گوید:

> تقویم باستانی ایران در آغاز با پیروی از تقویم بابلی، شمسی- قمری بود. پس از فتح مصر با اقتباس از تقویم مصری به سال شمسی تبدیل شد. اقوام ابتدایی سال را ۱۲ ماه ۳۰ روزه می‌گرفتند، ولی از آنجا که محاسبه‌شان بر اساس ماه هلالی بود، برای تطبیق ماه‌ها با تغییر فصل‌ها، نخست هر سه سال یک بار سال را ۱۳ ماه می‌گرفتند. سپس یونانیان برای دقت بیشتر یک دورهٔ ۸ ساله را در نظر گرفتند که ۵ سال دارای ۱۲ ماه و ۳ سال دارای ۱۳ ماه بود. بعدها باز آن را به صورت یک دورهٔ ۱۹ ساله اصلاح کردند که شامل ۱۲ سال ۱۲ ماهه و ۷ سال ۱۳ ماهه بود.

سپس نویسنده به بیان تاریخ میلادی و مشکلات مربوط به کبیسه در آن و اصلاح گریگوری و تقویم جلالی و تقویم شمسی کنونی ایران می‌پردازد.

روش ابوالوفای بوزجانی برای محاسبهٔ فاصلهٔ بغداد تا مکهٔ معظمه. جعفر آقایانی چاوشی. ص ۱۴۳- ۱۵۵.

نویسنده به معرفی رسالهٔ فی معرفة الابعاد المساکن ابوالوفای بوزجانی می‌پردازد که بوزجانی در آن ضمن تعیین مسافت بغداد و مکه، روش تعیین مسافت شهرهای دیگر را هم به دست می‌دهد.

سال عالم پارسیان. ب .ل. وان در واردن- ا. س. کندی. ترجمهٔ همایون صنعتی‌زاده. ص ۱۵۷- ۱۸۷.

آغاز سال عالم زمانی بوده که قران همهٔ سیارات در آغاز برج حمل قرار داشت و پایانش قران همهٔ آن‌ها در پایان برج حوت است. این را برابر ۳۶،۰۰۰ سال خورشیدی می‌دانستند. نویسندگان مقاله بر اساس دو نسخه از رساله‌ای بی‌نام معتقدند ایرانیان دو زیج داشته‌اند، یکی در حوالی سال ۴۵۰م، که همان زیج شاه است و دیگری زیج مربوط به حدود سال ۶۱۰م. زیج شاه در سال ۱۷۴ق به عربی ترجمه شد.

دورهٔ تغییرات طول ماه هلالی. محمدرضا صیاد. ص ۱۸۹- ۱۹۵.

نویسندهٔ مقاله نشان می‌دهد طول ماه‌های هلالی بر اثر عامل‌های نجومی مختلف فرق می‌کند و این تفاوت حداکثر به ۷ ساعت و ۲۱ دقیقه می‌رسد. این دورهٔ تغییرات در هر ۱۱۱یا ۱۱۲ دور ماه گرد تکرار می‌شود.

علم در خدمت دین اسلام. دیوید آنتونی کینگ. ترجمهٔ توفیق حیدرزاده. ص ۱۹۷- ۲۲۵.

در این مقاله نشان داده می‌شود ضرورت شناخت اوقات نماز، سمت قبله، آغاز ماه‌های هلالی و حساب ارث از عامل‌های ترویج علوم در جهان اسلام بوده است.

بررسی اختلاف در تقویم هجری قمری در سفرنامه‌ها و تقویم‌ها. ماشاءالله علی احیائی. ص ۲۲۷- ۲۶۶.

نویسنده با نقل مطالبی از سفرنامهٔ حج شادروان آیت‌الله طالقانی نشان می‌دهد در سال ۱۳۳۱ش/ ۱۳۷۱ق آغاز ماه ذیحجه در ایران و عربستان دو روز اختلاف داشته است. سرانجام آیت‌الله طالقانی موضوع را از شادروان سید باقر هیوی می‌پرسد و پاسخ او را عیناً نقل می‌کند. در آنجا نشان داده می‌شود تفاوت طول جغرافیایی و تقدم و تأخر غروب آفتاب ممکن است موجب رؤیت هلال در یک شهر و عدم رؤیت آن در شهر دیگر شود، چون برای رؤیت هلال ماه نو دست کم باید ۴۰ دقیقه از غروب خورشید گذشته باشد.

طب در اسلام. مهدی محقق. ص ۲۶۷- ۲۸۳.

در این مقاله نشان داده می‌شود طب اسلامی بر شالودهٔ ترجمهٔ آثار یونانی، پهلوی، سریانی و سانسکریت آغاز شد و از آغاز سدهٔ سوم هجری پزشکان اسلامی، مانند علی ابن ربن تبری، رازی، اهوازی، ابن‌سینا، دینوری و بیرونی به تألیف کتاب‌های پزشکی و داروپزشکی پرداختند، بیمارستان‌هایی تأسیس شد، حتی در برخی شهرها برای اشتغال به حرفهٔ پزشکی گذراندن امتحان ضروری دانسته شد. برخی پزشکان برجسته به شاگردانشان علاوه بر پزشکی فلسفه هم می‌آموختند و دانستن فلسفه را برای پزشک ضروری می‌دانستند.

تفسیرهای عربی بر نخستین فصل بقراط. فرانتس روزنتال. ترجمهٔ هوشنگ اعلم. ص ۲۸۵- ۳۰۹.

فصول بقراط مجموعه‌ای از توصیه‌های پزشکی و اخلاقی این دانشمند یونانی است که آن را جالینوس و دیگران شرح و تفسیر کرده‌اند و حنین بن اسحاق به عربی ترجمه کرده است. فصل اول آن چنین آغاز می‌شود: «عمر کوتاه است، صناعت طولانی است.» کسان بسیاری این عبارت را به صورت‌های گوناگون تفسیر کرده‌اند.

بحثی دربارهٔ منابع *الابنیه عن الحقایق الادویه*. یونس کرامتی. ص ۳۱۱- ۳۱۷.

کتاب الابنیه نخستین متن داروپزشکی موجود به زبان فارسی، تألیف ابو منصور موفق هروی است که اسدی طوسی آن را در سال ۴۴۷ق رونویسی کرده است. نویسندهٔ مقاله معتقد است هروی آن را بر اساس نوشته‌های عربی ابن‌سرابیون، ابن‌سمحون و رازی تألیف کرده است.

نقد ابن هیثم بر بطلمیوس. س. پینس. ترجمهٔ بهناز هاشمی پور. ص ۳۱۹- ۳۲۵.

نویسندهٔ مقاله رسالهٔ ابن هیثم به نام الشکوک علی بطلمیوس را مورد بررسی قرار داده است. ابن هیثم در آغاز این رساله می‌گوید:

> کسی که کتاب‌های علمی را با هدف شناخت و تحری حقیقت مـی‌خوانـد، باید در موضوع مورد مطالعهٔ خود به منتقدی مخالف و متخاصم بدل شـود ... و آن نوشته را از هر نظر و با توجه به تمامی جهات نقد کند و در حالی که این‌چنین درگیر نقد آن اثر می‌شود، به خود نیز با نظر تردیـد بنگـرد و اجـازه ندهد که (در مورد موضوع نقد خود) آسان‌گیر و سهل‌اندیش باشد.

ابن هیثم بر بطلمیوس ایراد می‌گیرد، اگر مرکز فلک تدویر یکی از پنج سیاره با حرکتی یکنواخت حول فلک معدل‌المسیر بچرخد، حرکت مرکز فلک تدویر حول مرکز فلک حامل یکنواخت نخواهد بود. اعتراض دیگر ابن هیثم این است که بطلمیوس نظریه‌های اثبات نشده‌ای را برای توجیه پدیده‌ها مطرح می‌کند و این، هرچند در میان دانشمندان معمول است، ولی قابل تأیید نیست.

حفر قنات در کتاب فروغستان. ایرج افشار. ص ۳۲۷- ۳۲۹.

کتاب فروغستان تألیف محمدمهـدی فـروغ اصـفهانی دربـارهٔ حسـاب سـیاق، حسـابداری و منشیگری است و پیش از این در همین نشریه آن را معرفی کرده‌ایم. شادروان ایرج افشار قطعه‌ای از این کتاب را دربارهٔ ترازبندی قنات نقل کرده و یادآور شده است کتابی مصور دربارهٔ سـوراخ کـردن زمین با مته و حفر چاه عمیق به فارسی ترجمه و به حاج میرزا آقاسی تقدیم شده بود که نسخه‌ای از آن در کتابخانهٔ ملی ایران موجود است.

ابریشم ایران. حسن تاج‌بخش. ص ۳۳۱- ۳۵۲.

نویسندهٔ مقاله اطلاعاتی دربارهٔ پرورش کرم ابریشم و تولید پارچه‌هـای ابریشـمی و تجـارت و صادرات آن را از کتاب‌های تاریخی، جغرافیایی و سفرنامه‌ها نقل کرده و نابودی نـژاد کـرم ابریشـم ایرانی را در اواخر قرن گذشته یادآور شده است. ولی در مقاله هیچ اشاره‌ای به وضـع کنـونی ایـن صنعت دیده نمی‌شود.

نقد و معرفی کتاب. ص ۳۵۵- ۴۱۴.

التذکرة فی علم الهیئة تألیف نصیرالدین طوسی. بهناز هاشمی‌پور. ص ۳۵۵- ۳۷۴.

کتاب التذکرة فی علم الهیئة یکی از مهم‌ترین کتاب‌های اخترشناسی در جهان اسلام به شـمار می‌رود. مؤسسهٔ انتشاراتی اشپرینگر در سال ۱۹۹۳ این کتاب را در دو مجلد با مقدمـه، تصـحیح، ترجمه و شرح فیض[1] جمیل رجب منتشر کرد. نویسنده در این مقاله به معرفی این اثر پرداخته است.

۱. درست آن «فائز» است.

نقد و معرفی کتاب *المناظر* ابن هیثم. الهه خیراندیش. ص۳۷۵- ۳۸۱.

کتاب المناظر ابن هیثم نیز نخستین اثر مهم و بدیع اسلامی در زمینهٔ نورشناسی است.

این نقد و معرفی مربوط است به ترجمهٔ انگلیسی مقاله‌های اول تا سوم کتاب المناظر (جلد اول) و مقدمه، تفسیر تاریخی، واژه‌نامه، جداول تطبیقی و فهرست‌های راهنما (جلد دوم) از عبدالحمید صبره که در سال ۱۹۸۹ مؤسسهٔ انتشاراتی واربورگ منتشر کرده است.

معرفی کتاب. حسن فقیه عبداللّهی.ص ۳۸۳- ۴۱۴.

الجماهر فی الجواهر. ابوریحان بیرونی. تحقیق یوسف الهادی. شرکت انتشارات علمی و فرهنگی. ۱۳۷۴. ۵۲۶ ص.

التصریف لمن عجز عن التعریف (بخش جراحی و ابزارهای آن). ابوالقاسم زهراوی. ترجمهٔ احمد آرام- مهدی محقق. مؤسسهٔ مطالعات اسلامی دانشگاه تهران. ۱۳۷۴. ۵۰+ ۲۷۸ص.

علوم دقیق در عصر عتیق. اوتو نویگه باور. ترجمهٔ همایون صنعتی‌زاده. شرکت انتشارات علمی و فرهنگی. ۱۳۷۵. ۱۴+۳۱۲+۸ ص.

تاریخ مصور تکنولوژی اسلامی. یوسف الحسن- دانلد هیل. ترجمهٔ ناصر موفقیان. شرکت انتشارات علمی و فرهنگی. ۱۳۷۵. بیست+ ۴۰۷ ص.

کتاب موسیقی کبیر. ابونصر فارابی. ترجمهٔ آذرتاش آذرنوش. پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی. ۱۳۷۵. بیست و سه +۶۰۵ص.

کانی‌شناسی در ایران قدیم. محمد زاوش. پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی. ۱۳۷۵. بیست و چهار + ۶۳۴ ص.

الجامع بین العلم والعمل النافع فی صناعة الحیل. بدیع‌الزمان جزری. ترجمهٔ محمدجواد ناطق- سعید رفعت‌جاه- حمیدرضا نفیسی. زیر چاپ.

این کتاب به نام مبانی نظری و عملی مهندسی مکانیک در تمدن اسلامی. در سال ۱۳۸۰ از سوی مرکز نشر دانشگاهی در هفتاد و یک + ۷۰۵ ص+ ۱۶ تابلوی رنگی در قطع رحلی منتشر شد.

***

فرهنگ. ویژهٔ بزرگداشت خواجه نصیرالدین طوسی (۱). س ۱۵ (۱۳۸۱)، ش۴- س ۱۶(۱۳۸۲)، ش ۱. ۳۷۳+ 247 ص.

تئوری خطوط متوازی از نگاه خواجه نصیرالدین طوسی. جعفر آقایانی چاوشی. ص۱-۲۴.

مسئلهٔ اثبات مصادرهٔ پنجم اقلیدس دربارهٔ خطوط متوازی از همان آغاز مشغلهٔ ذهنی بسیاری از ریاضیدانان بوده است. در جهان اسلام نیز ثابت بن قره، نیریزی، جوهری، ابن هیثم، خیام و خواجه

نصیر از کسانی بودند که در این زمینه تلاش کردند. رسالهٔ شافیه از خواجه نصیر به این مبحث اختصاص دارد. نویسندهٔ مقاله می‌گوید:

> از نظر تاریخی اهمیت کار طوسی در آن است که برهانش توسط والیس ریاضیدان اروپایی به زبان لاتینی ترجمه شد و بدین طریق نه تنها به اروپا راه یافت، بلکه سرآغازی برای تلاش ریاضیدانان اروپایی برای اثبات اصل موضوع اقلیدس شد. این تلاش‌ها بالاخره در قرن نوزدهم به کشف هندسه‌های نااقلیدسی منجر شد.

صبح کاذب از دیدگاه دانشمند طوس و مقایسهٔ این دیدگاه با دستاوردهای نجوم امروزی. حمیدرضا گیاهی یزدی. ص۲۵- ۴۰.

شناخت صبح صادق و طلوع فجر برای مسلمانان از لحاظ اجرای مراسم عبادی مهم است. صبح کاذب پدیده‌ای است به صورت خطی کشیده در سمت مشرق یا مغرب که به‌ویژه در ماه‌های مهر و آبان پیش از دمیدن صبح و در ماه‌های فروردین و اردیبهشت پس از غروب آفتاب دیده می‌شود. نویسندهٔ مقاله رسالهٔ خواجه در بیان صبح کاذب را منتشر و آن را بررسی کرده است.

روش خواجه نصیر در بیان تابع میل (در نجوم). جواد همدانی‌زاده. ترجمهٔ جعفر آقایانی چاوشی. ص۴۱- ۴۶.

میل به فاصلهٔ نقطه‌ای دلخواه از دایرةالبروج تا استوای آسمانی گفته می‌شود. نویسندهٔ مقاله روش خواجه نصیر را برای تعیین تابع آن بر اساس زیج ایلخانی توضیح داده است. متن انگلیسی مقاله هم در همین شماره منتشر شده است.

سخنی دربارهٔ تذکرهٔ خواجه نصیر. جان لیوینگتون. ترجمهٔ حسن طارمی. ص ۴۷- ۶۴.

به عقیدهٔ نویسندهٔ مقاله کتاب التذکرة فی‌الهیئة نخستین نمونه از متونی است که از نظر محتوا جنبهٔ عمومی و فراگیر داشتند و به دامنهٔ گسترده‌ای از عناوین نجومی به صورتی عمیق و بنیادی می‌پرداختند و شامل مباحثی بدیع بودند. این اثر الگویی برای آثار نجومی بعد از خود بود. آنگاه نویسنده به توصیف مطالب کتاب تذکره می‌پردازد.

شناسایی آلات نجومی چمالوتینگ و رابطهٔ آن‌ها با ابزار رصدخانهٔ مراغه. ویلی هارتنر. ترجمهٔ ناصر کنعانی. ص ۶۵- ۱۱۵.

در منابع چینی از شخصی به نام چمالوتینگ نام برده شده که در سال ۱۲۶۷م نقشه‌ها و نمونه‌هایی از هفت آلت نجومی را از یکی از کشورهای اسلامی به دربار قوبیلای قاآن امپراتور مغولی چین برده است.

نویسنده در تحقیقات خود به این نتیجه رسیده است که این شخص جمال‌الـدین محمـد ابـن طاهر ابن محمد السید النجاری[1] است که هلاکو خان نخست از او خواست تا رصدخانه‌ای بنا کند و او نپذیرفت. آن هفت آلت هم عبارت بوده است از ذات‌الحلق، ذات‌الشعبتین، دو نـوع مختلـف ساعت آفتابی، کرهٔ فلکی، کرهٔ زمین و یک اسطرلاب.

جهت در قضایا از نظر خواجه نصیرالدین طوسی. سید عبدالله انوار. ص ۱۱۷- ۱۴۳.

بحثی است تخصصی در شناخت‌شناسی. هر قضیه دارای سه عامل موضوع، محمول و نسـبت است. گاه ممکن است به جای هریک از این عامل‌ها وصفی از آن جانشینش شود. نسبت حکمیـه هم دارای وصف است که به آن از سویی جهت و از سوی دیگر ماده می‌گویند. جهت و ماده دارای سه فردند که عبارتند از واجب، ممتنع و ممکن.

پژوهشی در مباحث زبان‌شناسی خواجه نصیر و مقایسهٔ آن با زبان‌شناسی جدید. ساسـان سپنتا. ص ۱۴۵-۱۶۸.

نویسندهٔ مقاله نظریهٔ خواجه نصیر را در زمینهٔ زبان‌شناسی در دو کتابش اساس الاقتباس و معیار الاشعار بررسی کرده است.

***معیار الاشعار* این اثر ناشناخته.** ابوالحسن نجفی. ص ۱۶۹ - ۱۷۲.

مقاله‌ای است در معرفی این اثر خواجه نصیر.

ابتکارات خواجه نصیر در عروض و فنون شعری. محمد فشارکی. ص ۱۷۳- ۱۸۶.

یافته‌ها و دانسته‌های خواجه نصیر دربارهٔ شعر از دو کتاب او معیار الاشعار و اسـاس الاقتبـاس نقل و بررسی شده است.

اندیشه‌های اخلاقی افلاطون در اخلاق ناصری. علیرضا میرزا محمد. ص ۱۸۷- ۱۹۷.

نویسنده به ترجمهٔ وصایای افلاطون نقل شده در الحکمة الخالدهٔ ابن مسکویه اشاره می‌کند که خواجه نصیر آن را در اخلاق ناصری به فارسی ترجمه کرده است.

ارتباط «زمان» و «فعل خداوند در طبیعت» از دیدگاه خواجه نصیر. پیروز فطـوره‌چـی. ص ۱۹۹- ۲۱۴.

به عقیدهٔ نویسندهٔ مقاله مسئله‌هایی که دربارهٔ فعل خداوند در طبیعت مطرح است عبارت است از: مسائل مربوط به فعل عام و فراگیر خداوند در طبیعت و مسائل مربوط به افعال خاص خداوند، مانند معجزات و استجابت دعا. آنگاه نویسنده می‌کوشد نظر خواجه نصیر را در این بـاره توضـیح دهد، که فهم آن مستلزم اطلاعاتی در زمینهٔ علم کلام است.

۱. صورت درست نام وی جمال الدین محمد بن طاهر بن محمد زیدی البخاری است.

از خواجه نصیر تا مکتب اصفهان. ژان کوپر. ترجمهٔ حسین هوشنگی. ص ۲۱۵- ۲۲۹.

تأثیر اندیشه‌های فلسفی و کلامی خواجه نصیر در اندیشمندان عصر صفوی مورد بحث قرار گرفته است. چند مقالهٔ بعدی شاهدی است بر این مدعا.

تأثیر اندیشه‌های فیلسوف طوس بر ملا صدرا. سید حسن حسینی. ص ۲۳۱- ۲۴۸.

نویسندهٔ مقاله می‌گوید:

> اگرچه مباحث گسترده‌ای در تطبیق و مقایسهٔ عقاید این دو حکیم بزرگ وجود دارد، اما دو مسئلهٔ فلسفی کلامی علم واجب تعالی و قاعدهٔ «الواحد» از اهمیت بیشتری برخوردار است. چرا که اولاً این دو مسئله از جملهٔ مباحث مهمی در فلسفه و کلام است که نظرات متنوع و متعارضی دربارهٔ آن‌ها وجود دارد. ثانیاً هر دو حکیم به این دو موضوع توجه شایان نموده‌اند.

میرداماد نقاد اندیشه‌های فلسفی فیلسوف طوس. حامد ناجی اصفهانی. ص۲۴۹- ۲۵۸.

مقاله‌ای است در بیان ایرادهای میرداماد بر برخی مواضع کتاب تجرید الاعتقاد خواجه نصیر.

شک گرایی از نگاه خواجه نصیر. بهروز فتوره‌چی. ص۲۵۹- ۲۹۳.

نویسندهٔ مقاله می‌گوید:

> محقق طوس با آنکه وقوع خطا در ادراکات را می‌پذیرد، اما آن را سد راه معرفت تلقی نمی‌کند، بلکه با معرفی علل و عوامل وقوع این گونه خطاها بر استفاده از ابزار مناسب برای تشخیص آن‌ها تأکید می‌کند. راه و شیوهٔ خواجه نصیر در مواجهه با فرضیه‌های شک‌گرایانه تمسک به عقل سلیم است.

پاسخ‌های ملاصدرا به پرسش‌های فلسفی فیلسوف طوس. غلامرضا جمشیدنژاد اول. ص ۲۹۳- ۳۶۰.

خواجه نصیر در المسائل النصیریه از شمس‌الدین عبدالحمید ابن عیسی خسروشاهی (۵۸۰- ۶۵۲ ق) سه سؤال پرسیده است. ملا صدرا در پاسخ این سؤال‌ها رساله‌ای دارد به عربی تحت عنوان اجوبة المسائل. نویسندهٔ مقاله این رساله را منتشر و مطالبش را شرح کرده است.

در بخش خارجی این مقالات آمده است:

Ètude sur les innovatione astronomiques de Nasir-al-Din al-Tusi. Jafar Aghayani Chavoshi .

بررسی ابداعات نجومی نصیرالدین طوسی.

Le travail d'al-Tusi sur les "Sphériques" de Ménélaos: établissement critique du texte, apport mathématique, interprétation astronomique. Pierre Pinel & Abdelkaddous Taha.

کار طوسی بر روی اکر منلائوس، نقد متن، محتوای ریاضی و تفسیر نجومی آن.

Nasir al-Din on determination of the declination function. Javad Hamadani-Zadeh.

متن انگلیسی مقالهٔ روش خواجه نصیر در محاسبات تابع میل.

The Tahrir of Euclid's Elements by Nasir al-Din Tusi. Gregg De Young.

تحریر اصول اقلیدس نصیرالدین طوسی.

Rapport préliminaire sur les fouilles de l'observatoire de Marâqe. Parviz Vardjavand.

گزارش مقدماتی از حفاری رصدخانهٔ مراغه.

Nasir al-Din al-Tusi un savant polygraphe du XIII siècle. Ahmad Djebbar.

نصیرالدین طوسی دانشمند کثیرالتألیف سدهٔ ۷/۱۳.

Nasir al-Din Tusi and last Ismaili writings. S. J. Badakhchani.

نصیرالدین طوسی و نوشته‌های اسماعیلی متأخر.

Vizir 'hérétique' mais philosophe d'entre les plus éminents: Al-Tusi vu par Ibn Taymiyya. Yahya Michot.

طوسی وزیر «رافضی» ولی فیلسوف ممتاز از نظر ابن تیمیه.

***

فرهنگ. ویژهٔ بزرگداشت خواجه نصیرالدین طوسی (۲). س ۲۰ (۱۳۸۶)، ش ۶۱-۶۲. ۶۵۹+ 252 ص.

مسئله‌ای از ابوسهل کوهی که خواجه نصیر در تحریر خود از کره و استوانهٔ ارشمیدس آورده است. جعفر آقایانی چاوشی. ص ۱-۳۰.

مسئله این است: قطعه‌ای از کره را طوری بسازید که حجمش برابر با حجم قطعه‌ای معلوم و مساحتش نیز برابر با مساحت قطعه‌ای معلوم باشد. نویسنده به شرح اهمیت آن پرداخته و با ریاضیات جدید راه حل آن را نشان داده است.

طوسی و کوپرنیک: «حرکت زمین» در متون نجومی. جمیل رجب. ترجمهٔ حسن طارمی. ص ۳۱-۵۶.

نویسنده می‌گوید:

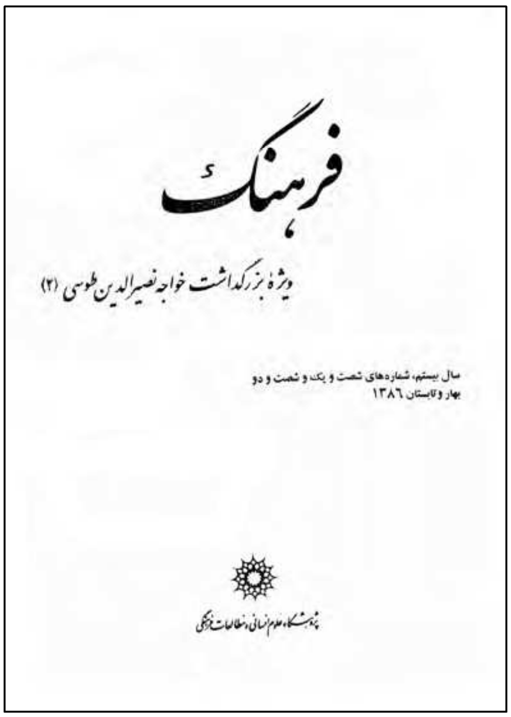
> برخی شواهد درخور تأمل وجود دارد که مباحث کوپرنیک دربارهٔ حرکت زمین را با بحث طولانی و بسیار موشکافانهٔ حرکت احتمالی وضعی زمین -

که در میان شماری از اخترشناسان و فیلسوفان و متکلمان مسلمان مطرح شد، پیوند می‌دهد.

جهت زمانی عام، خاص و اخص در *اساس الاقتباس* و فرمول‌بندی آن از دیدگاه منطق جدید. لطف‌الله نبوی. ص ۵۷- ۷۳.

مقاله در راستای همان بحث جهت است که از سید عبدالله انوار در شمارهٔ پیشین فرهنگ آمده است.

ماهیت «تصدیق» از نگاه فیلسوف طوس. محمدعلی اژه‌ای. ص ۷۵- ۱۰۲.



گروهی از اندیشمندان اسلامی، مانند ابهری و قطب‌الدین رازی به پیروی از ابن‌سینا تصدیق را اذعان به واقعیت معنای قضیه می‌دانند. ولی خواجه نصیر با تبعیت از ارسطو تصدیق را نسبت دادن چیزی به چیز دیگر می‌داند و در رد کتاب تنزیل الافکار اثیرالدین ابهری کتاب تعدیل المعیار را نوشت و قطب‌الدین رازی در کتاب تصور و تصدیق کوشید تا به ایرادات خواجه نصیر پاسخ گوید. مقالهٔ حاضر در این باره است.

خواجه نصیر نقاد اندیشه‌های ابن‌سینا دربارهٔ ادوات منطقی. تونی استریت. ترجمهٔ سید محمدتقی حجتی. ص۱۰۳ - ۱۲۵.

عکس و نقیض مطلقات از دیدگاه ابن‌سینا و خواجه نصیر طوسی. تونی استریت ترجمهٔ غلامرضا ذکیایی. ص ۱۲۷- ۱۴۵.

این هر دو مقاله بحث‌هایی است در جزئیات منطق.

پاسخ‌های فیلسوف طوس به پرسش‌های فلسفی رکن‌الدین استرآبادی. سید عبدالله انوار. ص۱۴۷ - ۱۸۷.

سید رکن‌الدین حسن ابن محمد ابن شرفشاه علوی از شاگردان خواجه نصیر از او بیست سؤال در زمینهٔ منطق و فلسفه پرسیده و خواجه بدان‌ها پاسخ گفته است. این متن را که به زبان عربی است و در اجوبة المسائل النصیریه چاپ شده، نویسندهٔ مقاله شرح داده است، از این قرار: ۱. ضرورت

منطق؛ ۲. قضایای سالبه و موجبه؛ ۳. کمال مشترک؛ ۴. تلازم دو متصله؛ ۵. انعکاس ممکنـه؛ ۶. ممکن و محال؛ ۷. شرطیه؛ ۸. انعکاس سالبه؛ ۹. جنسیت جوهر؛ ۱۰. جنس و فصل؛ ۱۱. هیولا و صورت؛ ۱۲. هیولا و صورت جسمیه؛ ۱۳. هیولا و صور نوعیـه؛ ۱۴. تـلازم علـت و معلـول؛ ۱۵. تفاعل (برهمکنش) بین عناصر؛ ۱۶. زمان؛ ۱۷. زمان مشروط بـه حرکـت؛ ۱۸. مکـان؛ ۱۹. بقـای نفس بعد از تلاشی جسد؛ ۲۰. حدوث نفس و ابطال تناسخ.

پارادکس دروغگو و راه‌حل فاضل سراب و خواجه نصیرالدین طوسـی. محمـدعلی اژه‌ای. ص ۱۸۹- ۲۱۱.

نویسندهٔ مقاله در ضمن معرفی رسالهٔ نقد التنزیل خواجه نصیر که در آن تنزیل الافکار اثیرالدین ابهری را در مورد مغالطهٔ دروغگو نقد کرده است، به توصیف رسالهٔ فاضل سراب مربـوط بـه سـال ۹۰۷ق می‌پردازد.

شرح خواجهٔ طوسی بر رسالهٔ *مسئلة العلم*. محمدعلی اژه‌ای. ص ۲۱۳- ۲۳۲.

رسالهٔ مسئلة العلم اثر ابوجعفر احمد ابن سعاده و جمال‌الدین علی ابن میثم بحرانی اسـت در شناخت‌شناسی. خواجه نصیر این کتاب را شرح کرده است و مقالهٔ حاضر گزارشی در این باره است.

وجوب وجود و جامعیت آن در اندیشهٔ فلسفی خواجه نصیر. احمد بهشتی. ص۲۳۳- ۲۵۳.

بحثی است کلامی در باب صفات واجب‌الوجود.

علم خدا به جهان هستی از نگاه فیلسوف طوس. مهدی دهباشی. ص ۲۵۵- ۲۸۲.

وجود و شناخت خدا. هانی نعمان فرحات. ترجمهٔ محسن عابدی. ص۲۸۳- ۲۹۷.

صفات خدا از نگاه خواجه نصیر. هانی نعمان فرحات. ترجمـهٔ غلامرضـا جمشـیدنژاد اول. ص ۲۹۹-۳۴۵.

خواجه نصیر مبتکر روش فلسفی در کلام شـیعه. عبـدالامیر الاعسـم. ترجمـهٔ عبدالرسـول عمادی. ص ۳۴۷- ۳۵۰.

نویسنده دربارهٔ اهمیت کتاب تجرید الاعتقاد خواجه نصیر در پیشرفت کلام شیعی بحث می‌کند.

***اخلاق ناصری* و نسبت آن بـا فلسـفهٔ تشـیع و تصـوف**. ویلفـرد مادلونـگ. ترجمـهٔ پرویـز سلمانی. ص ۳۵۱- ۳۷۶.

نویسنده به بررسی منابع کتاب اخلاق ناصری پرداخته و آن را از نظر فلسفی بررسی کرده است.

غیبت و مهدویت از نگاه خواجه نصیر. جویا جهانبخش. ص ۳۷۷- ۴۰۴.

نویسنده دربارهٔ موضوع قاعده لطف در تجرید الاعتقاد بحث کرده است.

پیوستگی دین و سیاست در اندیشهٔ سیاسی خواجه نصیرالدین طوسی. بهرام منتظری. ص ۴۰۵- ۴۵۳.

نویسنده مقدمات گوناگونی را از خواجه نصیر دربارۀ دین و سیاست می‌آورد، بی‌آنکه این مقدمات به نتیجۀ واضحی منجر شود.

همبستگی و ثبات از دیدگاه خواجه نصیرالدین طوسی. محمد آگاه. ۴۵۵- ۴۹۳.

نویسنده به بررسی آرای سیاسی و اجتماعی خواجه نصیر می‌پردازد و معتقد است او در تلاش بوده است تا آنجا که ممکن است حکام زمانۀ خویش را به حکمت نزدیک کند تا جامعه را از تنش برهاند و عوامل همبستگی و ثبات را پیدا کند .

داستان سلامان و ابسال در نظر خواجه نصیر. علیداد کیماسی. ص ۴۹۵- ۵۲۳.

سلامان و ابسال در اصل حکایتی یونانی است. از آن روایت‌های متفاوتی وجود دارد. اصل داستان روایتی است دربارۀ دو برادر، عاشق شدن زن برادر بزرگتر به برادر کوچکتر و ایجاد مشکلات گوناگون برای او، که اول بار ابن‌سینا دربارۀ آن سخن گفته است. خواجه نصیر روایتی را نقل می‌کند از قبایل عرب دربارۀ دو تن که اسیر شدند، یکی به نام سلامان که درستکار و نیک سیرت بود و نجات یافت و دیگری ابسال که زشت خوی و پلید بود و در اسارت ماند. سپس روایتی را می‌آورد دربارۀ پادشاهی که بر مصر و یونان و روم سلطنت می‌کرد. آن پادشاه صاحب پسری شد به نام سلامان که زنی به نام ابسال دایۀ او بود. بعدها سلامان و ابسال عاشق یکدیگر شدند و چون پادشاه با این عشق مخالفت کرد آن دو خود را در آتش انداختند و سوختند. خواجه نصیر به تفسیر این هر سه روایت پرداخته است.

ابداعات خواجه نصیر در قافیه. محمد فشارکی. ص ۵۲۵- ۵۳۴.

از نظر خواجه نصیر دربارۀ قافیه در شعر فارسی بر اساس کتاب معیار الاشعار بحث شده است.

مباحث زبان‌شناسی در *معیار الاشعار*. مصطفی ذاکری. ص ۵۳۵- ۵۷۲.

نظر خواجه نصیر دربارۀ صامت، مصوت، حروف فارسی و عربی، واو و یای مجهول، مصوت خنثی، مصوت‌های مرکب، همزه و الف و سبکی و سنگینی زبان‌ها مورد بحث قرار گرفته است.

توضیح الاخلاق خلیفه سلطان، تحریری از اخلاق ناصری. آسیه کازرونی. ص ۵۷۵- ۵۹۴.

نویسنده به معرفی کتاب توضیح الاخلاق نوشتۀ سید علاءالدین حسین اصفهانی مشهور به خلیفه سلطان (۱۰۰۱-۱۰۶۱ق) وزیر شاه عباس اول، شاه صفی و شاه عباس ثانی می‌پردازد که تحریری است از اخلاق ناصری خواجه نصیرالدین.

اندیشه‌های اخلاقی ابن مسکویه در اخلاق ناصری. علیرضا میرزا محمد. ص ۵۹۵- ۶۲۶.

می‌دانیم خواجه نصیر در آغاز قصد ترجمۀ فارسی تهذیب الاخلاق ابن مسکویه را داشت و بعدها هم در کارش توجه خاصی به مطالب این کتاب مبذول کرد.

در بخش خارجی این مقالات آمده است:

Les éclipses de la Lune et du Soleil d'apres Nasir al-Din al-Tusi. Jafar Aghayani Chavoshi.

کسوف و خسوف از نظر نصیرالدین طوسی.

Qutb al-Din al-Shirazi and his Persian translation of Nasir al-Din al-Tusi's Tahrir usul Uqlides. Gregg De Young.

ترجمهٔ تحریر اصول اقلیدس خواجه نصیر توسط قطب‌الدین شیرازی.

Tusi défenseur d'Avicenne contre Shahrastani. Jean Jolivet.

دفاع طوسی از ابن‌سینا در برابر شهرستانی.

Tusi's criticism of Abhari's Account of Tasdiq. Joep Lameer .

نقد طوسی از تصور و تصدیق ابهری.

La correspondenc entre Tusi et Qunawi. Yahya Bonaud.

نامه‌نگاری میان خواجه نصیر و قونوی.

Nasir al-Din Tusi et l'imagination poètique dans la traditition philosophique Arabo-Persane. Justine Landau.

نصیرالدین طوسی و تخیل شاعرانه در سنت فلسفی ایرانی و عربی.

A comparision of the theories of Qafiye in Nasir al-Din Tusi and Mohammad Amuli. Riccardo Zipoli.

مقایسهٔ نظریات خواجه نصیر و محمد آملی دربارهٔ قافیه.

L'étalon des poésies, cet inconnu. Abulhassan Najafi.

ترجمهٔ مقالهٔ معیار الاشعار شادروان ابوالحسن نجفی توسط ژوستن لاندو.

***

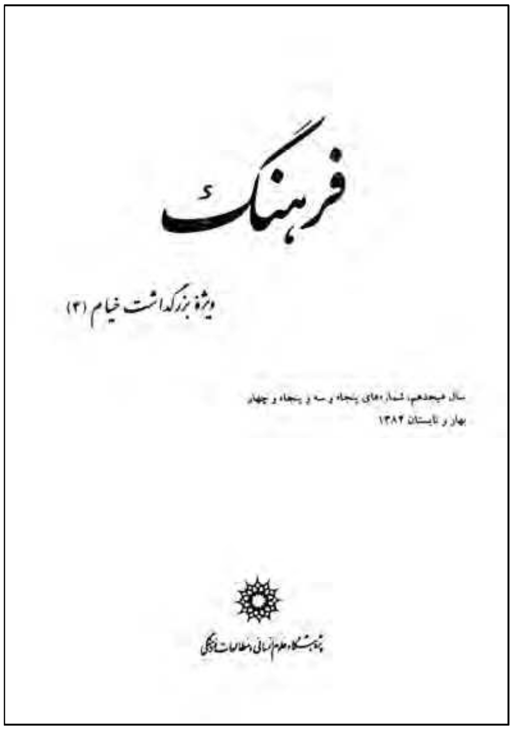
فرهنگ. ویژهٔ بزرگداشت خیام. س ۱۲ (۱۳۷۸). ش ۱-۴. ۲۱۹+ 131 ص.

حکیم عمر ابن ابراهیم خیام نیشابوری. سید محمدرضا جلالی نائینی. ص۱-۸.

نویسندهٔ مقاله می‌گوید: معاصران عمر ابن ابراهیم خیام از او به عنوان شاعر یادی نکرده‌اند و البته باید پذیرفت فرق است بین این دانشمند و خیامی که در حوالی نیمهٔ دوم سدهٔ ششم هجری می‌زیست.

خیام و نوموگرافی. احمد شرف‌الدین. ص ۹-۱۵.

نویسنده توضیح می‌دهد، نوموگرافی مبحثی از هندسه است که در آن بعضی از محاسبات به کمک نمودارها انجام می‌گیرد و هر مسئله دارای نوموگرامی خاص است. به عقیدهٔ او خیام در حل معادلات پیشگام نوموگرافی بوده است.



حکیم عمر خیام و مثلث حسابی. جعفر آقایانی چاوشی. ص ۱۷-۳۱.

نویسنده می‌گوید منشأ مثلث حسابی معروف به مثلث پاسکال معلوم نیست. در دوران اسلامی نخستین بار کرجی آن را در بسط دوجمله‌ای به‌کار برده است. یک قرن بعد خیام مستقل از کرجی مثلث حسابی را کشف کرد. در این مقاله به سرگذشت این مثلث در ریاضیات اسلامی پرداخته شده است.

سهم صادق هدایت در شناساندن خیام. محمدمهدی فولادوند. ص ۳۳-۵۲.

نویسنده به نقد کتاب صادق هدایت به نام ترانه‌های خیام پرداخته و معتقد است او سخن تازه‌ای در این زمینه نگفته است که در خور تأمل باشد.

دستاورد بررسی‌های روش محاسبات تقویم رصد نیمروزی و جدول خیامی. محمدرضا صیاد. ص ۵۳-۷۳.

زمانی شادروان ذبیح بهروز در رساله‌ای به نام تاریخ و تقویم در ایران از یک رصد نیمروزی ایرانیان در بیش از ۳۷۵۰ سال پیش و یک دورهٔ ۲۸۲۰ ساله برای روز و ساعت تحویل سال سخن گفته است. نویسندهٔ مقاله این هر دو ادعا را باطل می‌داند.

تأملی در آرای موسیقی خیام. ساسان سپنتا. ص ۷۵- ۸۳.

خیام رساله‌ای دارد به عربی در شرح رسالهٔ موسیقی اقلیدس به نام شرح المشکل من کتاب الموسیقی که شادروان جلال همایی آن را در کتاب خیامی‌نامهٔ خود منتشر کرده است. مقالهٔ حاضر شرحی است دربارهٔ این رسالهٔ خیام.

سخنی دربارهٔ *رسالة فی الوجود*. غلامرضا جمشید نژاد اول. ص ۸۵- ۱۳۰.

مقدمه و شرحی است در باب رسالة فی الوجود، نسخه‌ها و تصحیح آن. متن عربی رساله و به دنبال آن ترجمهٔ فارسی رسالة فی الوجود آمده است.

گفتاری دربارهٔ *رسالة فی الکون والتکلیف* از حکیم عمر خیام نیشابوری. بهناز هاشمی‌پور. ص ۱۳۱- ۱۵۶.

نویسندهٔ مقاله پس از معرفی رسالة فی الکون والتکلیف، متن عربی و در پی آن ترجمهٔ فارسی رساله را می‌آورد.

تصحیح و ترجمهٔ *رسالة الجواب عن ثلاث مسائل؛ ضرورة التضاد فی العالم والجبر والبقاء*. حامد ناجی اصفهانی. ص ۱۵۷- ۱۷۹.

نویسنده پس از معرفی رساله، متن عربی و ترجمهٔ فارسی آن را آورده است.

خیام فرزاد و نسخهٔ جعلی رباعیات. منصور رستگار فسایی. ص۱۸۱- ۲۰۲.

شرحی است دربارهٔ یادداشت‌های منتشر نشدهٔ مسعود فرزاد راجع به خیام و رباعیاتش.

عمر الخیام والموسیقی النظریه. جعفر آقایانی چاوشی. ص ۲۰۳- ۲۱۴.

مقاله‌ای است به عربی دربارهٔ رسالهٔ خیام به نام شرح المشکل من کتاب الموسیقی. یاد شده در بالا. نویسنده این رساله را از جنبهٔ ریاضی مورد بحث قرار داده است.

در بخش خارجی این مقالات آمده است:

Omar Khayyam et les Activites Mathématiques en Pays d’Islam aux XI-XII Siècles. Ahmad Djebbar.

عمر خیام و فعالیت ریاضی در جهان اسلام در سده‌های ۱۱و ۱۲ میلادی.

Omar Khayyan et l’Hydrostatique. Jafar Aghayani Chavoshi & Faïsa Bancel.

عمر خیام و هیدروستاتیک.

Omar Khayyam et Eutocius: Les antécédents grecs du troisième chapitre du commentaire sur certaines prèmises Problematiques du Live d’Euclide. Bernard Vitrac.

عمر خیام و اتوکیوس: پیشینه‌های یونانی شرح برخی مسئله‌های مقدماتی مقالهٔ سوم کتاب اقلیدس.

Omar Kayyam and the parallel postulate. Nasser Kanani.

عمر خیام و مصادرهٔ خطوط متوازی.

Kayyam, Hashtrudi and Quartic Equations. Ali R. Amir-Moéz.

خیام، هشترودی و معادلهٔ درجهٔ چهارم.

***

فرهنگ. ویژهٔ بزرگداشت خیام (۲). س ۱۴(۱۳۸۰). ش ۳-۴. ۳۲۵+285 ص.

حکیم عمر خیام فیلسوف ناشناخته. جعفر آقایانی چاوشی. ترجمهٔ محمدمهدی فولادوند. ص ۱-۲۸.

نویسندهٔ مقاله در آغاز می‌گوید:

با استناد به متون معتبر تاریخی، عمر خیام در طول حیات خود فردی مؤمن و مسلمانی متعهد و عامل به احکام اسلامی شمرده می‌شد و این امر منبعث از اعتقادات متافیزیکی وی بوده است. او سپس پیشنهاد می‌کند، تنها از خلال نوشته‌های شاعرانهٔ اندیشمندان است که صاحبان آن‌ها را می‌توان شناخت. از همین رو برای شناخت هرچه بهتر خیام، ما نه تنها باید به تحلیل رساله‌های فلسفی وی مبادرت ورزیم، بلکه ضروری می‌نماید که اشعار وی را که در قالب رباعی یا ترانه سروده شده است مورد کندوکاو قرار دهیم. .... دنیای او مثل دنیای مولانا جلوه می‌کند که در آن همه‌چیز با انسان حرف می‌زند. البته درست برخلاف اشعار این شاعر عارف ،که وجد و شور و جهش به سوی عالم بالا در آن‌ها موج می‌زند و زندگی را با موسیقی ساحرانه‌ای آکنده می‌کند، خیام به نکات دیگری خیره می‌شود. او آن سوی زیبایی و طراوت و شادی را می‌شکافد و خود را با چنین افکاری مواجه می‌بیند. افکاری که از عرضه کردن آن‌ها نیز ابا دارد. نویسنده سرانجام نتیجه می‌گیرد، خیام فیلسوفی بدبین نیست. او درعین حال شکاک هم نیست و می و معشوق هم در اشعار او جنبهٔ استعاری دارد.

گفتاری دربارهٔ *رساله در علم کلیات وجود*. بهناز هاشمی‌پور. ص ۲۹ – ۸۷.
نویسندهٔ مقاله می‌گوید:

در میان رساله‌های فلسفی به جای مانده از خیام، رساله در علم کلیات وجود یا سلسلة الترتیب تنها اثر فلسفی او به زبان فارسی است. محور اصلی بحث در بخش اعظم رساله تبیین سلسله‌مراتب وجود و چگونگی پیدایش آن‌هاست. موضوعی که غالب فیلسوفان اسلامی کمابیش بدان پرداخته‌اند اما مهم‌ترین وجه تمایز این رساله فصل پایانی بسیار کوتاهی است که در آن به معرفی نحله‌های مختلفی می‌پردازد که طالب شناخت خداوندند و نظر خود را دربارهٔ هریک بیان می‌کند. جالب است که غزالی هم در المنقذ من الضلال همین طبقه‌بندی را دنبال می‌کند و این با توجه به تفاوت مشی این دو اندیشمند، درخور تأمل است. نویسنده پس از بحث مفصلی در مورد خیام و رساله‌اش، متن رساله در علم کلیات وجود را می‌آورد.

هستی‌شناسی حکیم عمر خیام. حامد ناجی اصفهانی. ص ۸۹- ۱۱۸.

نویسنده هستی‌شناسی خیام را زیر ۲۴ عنوان جمع‌بندی می‌کند، که موضوع‌های اصلی آن به عقیدهٔ او این‌هاست: شناخت جهان امر بدیهی و آشکار است. وجود ذهنی با وجود خارجی دقیقاً مطابق است. نفس علاوه بر درک مدرکات حقیقی قادر است مدرکات معدوم را نیز ایجاد کند

بررسی رساله‌ای از خیام در هستی‌شناسی. غلامرضا جمشیدنژاد اول. ص ۱۱۹- ۱۳۹.

نویسنده یکی از رساله‌های فلسفی خیام به زبان عربی را به نام الضیاء العقلی فی موضوع العلم الکلی را معرفی، بررسی، به فارسی ترجمه و همراه با متن عربی آن منتشر کرده است.

خیام و هندسه‌های نااقلیدسی. جعفر آقایانی چاوشی. ص ۱۴۱- ۱۸۹.

بحثی است در اصل موضوع پنجم اقلیدس در باب خطوط متوازی و ارتباط آن با هندسه‌های نااقلیدسی.

عمر خیام و معماری. آلپای اوزدورال. ترجمهٔ ناصر کنعانی. ص ۱۸۹- ۲۵۴.

رسالهٔ بی‌نامی از خیام در دست است دربارهٔ یک مسئلهٔ هندسی که در شکل‌های هندسی تزیینی کاربرد دارد و خیام آن را با معادلهٔ درجهٔ سوم حل کرده است. مؤلف مقاله می‌گوید:

تاریخ معماری اسلامی سرشار است از مسائل هندسی که برخی از آن‌ها هنوز حل نشده‌اند. هدف پژوهش حاضر اثبات این است که در گذشته مجالس گفت‌و شنود میان هنرورزان و ریاضیدانان منعقد می‌شد تا راه‌هایی برای استفاده از هندسهٔ کاربردی در معماری و هنرهای مربوط به آن پیدا کنند.

فیتزجرالد مترجم انگلیسی ترانه‌های خیام. مسعود فرزاد. ص ۲۵۳- ۲۵۸.

فیتزجرالد ۲۰ سال از عمر خود را صرف سرودن چهارپاره‌هایی به زبان انگلیسی بر اساس نسخه‌ای از رباعیات خیام کرد که در سال ۸۵۶ق نوشته شده و دارای ۱۵۸ رباعی است. او در سال ۱۸۵۹م تنها ۷۵ چهارپاره و در چاپ‌های بعدی ۱۰۱ چهارپاره را تحت عنوان رباعیات خیام منتشر کرده است. شادروان مسعود فرزاد نشان می‌دهد تنها ۴۹ چهارپاره ترجمهٔ آزاد ولی دقیق رباعیات خیام، و بقیه با الهام از اندیشه‌های اوست.

خیام و موسیقی نظری. بررسی مقایسه‌ای. ساسان سپنتا. ص ۲۵۹- ۲۷۲.

خیام رساله‌ای دارد به زبان عربی در شرح رسالهٔ گم‌شدهٔ اقلیدس در زمینهٔ موسیقی. این شرح به فارسی ترجمه شده است. خیام در این رساله ضمن برشمردن ذوالاربعهای بیست و یک گانه نسبت‌های ریاضی آن‌ها را به دست می‌دهد و تأثیر هر کدام را با عبارت‌های خوش‌آهنگ، قوی، زیبا، یا ناخوش‌آهنگ مشخص می‌کند. نویسنده به تحلیل نغمه‌های این رساله بر اساس تقسیمات گام موسیقی پرداخته است.

موسیقی رباعیات اصیل حکیم عمر خیام. احمد بیان. ص ۲۷۳- ۳۱۹.

نویسنده هفت رباعی خیام را انتخاب و آن‌ها را در چهار قسمت برای یک پیانو و خوانندهٔ تنور تنظیم کرده و نت آن‌ها را نوشته است.

در بخش خارجی این مقالات آمده است:

Omar Khayyam Philisophe Méconnu. Jafar Aghayani Chavoshi.

عمر خیام فیلسوف ناشناخته.

The Poet-Scientist Khayyam as Philosopher. Seyyed Hossein Nasr .

خیام شاعر دانشمند و فیلسوف.

L'imagination de l'space dans les Quatreins d'Omar Khayyam. Abolghassem-Jamschid Partovi.

تجسم فضا در رباعیات خیام.

Omar Khayyam and his Famous translator Edward Fitzgerald. Masud Farzad.

عمر خیام و مترجم مشهورش ادوارد فیتزجرالد.

Épitre d'Omar Khayyam sur l'Explication des Prémisses problématiques du Livre d'Euclid. Ahmed Djebbar.

رسالهٔ عمر خیام در شرح مقدمات مناقشه‌انگیز کتاب اقلیدس.

Omar Khayyam et l'anthyphérèse. Bernard Vitrac

عمر خیام و تفریق دوسویه.

Toward Omar Khayyam.Jacques Sesiano.

به سوی عمر خیام.

Omar Khayyam théoricien des équations cubiques. Jafar Aghayani-Chvoshi.

عمر خیام نظریه‌پرداز معادلات درجهٔ سوم.

Omar Khayyam and Archimedes. Reviel Netz.

عمر خیام و ارشمیدس.

Omar Khayyam and the Arithmetical Triangle. Jafar Aghayani-Chvoshi.

عمر خیام و مثلث حسابی.

***

فرهنگ. ویژهٔ بزرگداشت خیام (۳). س ۱۸ (۱۳۸۴)، ش ۵۳- ۵۴.

حکیم عمر خیام نظریه‌پرداز معادلات درجهٔ سوم. جعفر آقایانی چاوشی. ص ۱-۱۷.

ترجمهٔ فرانسهٔ این مقاله در فرهنگ ویژهٔ بزرگداشت خیام (۲) منتشر شده بود. نویسنده نشان می‌دهد خیام معادلات درجهٔ سوم را به ۱۵ نوع می‌رساند و درستی آن‌ها را از طریق هندسی اثبات می‌کند.

مفهوم اعداد حقیقی نزد عمر خیام. یحیی تابش. ص ۱۹- ۲۴.

نویسندهٔ مقاله می‌گوید:

خیام اعداد حقیقی را به صورت کسرهای دوره‌ای نامتناهی نشان داد و با این کار خود معلوم کرد این اعداد را می‌توان تا هر تقریب دلخواه محاسبه کرد.

گفتاری دربارهٔ مثلث خیام. اکبر زمانی. ص۲۵- ۳۰.

در این مقاله از چهار نقش تزیینی اسلامی بحث شده که در آن‌ها مثلث خیام به‌کار رفته است.

نقش عمر خیام در گاه‌شماری ایرانی. ابوالفضل نبئی. ص ۳۱-۴۰.

در این مقاله بار دیگر بحث شادروان ذبیح بهروز دربارهٔ رصد نیمروزی و دورهٔ ۲۸۲۰ سالهٔ گردش روز و ساعت تحویل سال دنبال شده است، بی‌آنکه به ایرادهای آقای صیاد در این مورد پاسخ داده شده باشد.

آیا خیام و ابوالعلای معری زندیق بوده‌اند؟ جعفر آقایانی چاوشی. ص ۴۱-۸۲.

نویسنده با استناد به آثار نویسندگان مختلف این عقیده را باطل می‌داند.

تبیین اندیشهٔ خیامی از خلال رباعی‌های متوازن و مقبول الاصاله. مهدی ماحوزی. ص۸۵- ۱۲۰.

نویسندهٔ مقاله اندیشهٔ خیام را بر اساس ۱۰ شاخص بررسی می‌کند و ۶۰ رباعی که آن‌ها را از میان رباعیهای خیام برگزیده است، اصیل می‌داند.

خیام و رباعی پیوسته. مهدی نوریان. ص۱۲۱- ۱۲۸.

نویسندهٔ مقاله این عقیده را که هر رباعی دارای استقلال موضوعی است نمی‌پذیرد و عقیده دارد تنظیم رباعیات شاعران، از جمله خیام، به ترتیب الفبایی سبب از میان رفتن ارتباط رباعی‌ها با یکدیگر شده است.

رساله در تحقیق رباعی. جمشید سروشیان. ص ۱۲۹- ۱۴۳.

نویسندهٔ رساله‌ای در تحقیق رباعی از مفتی محمد سعدالله مراد آبادی از محققان هندی سدهٔ ۱۳ هجری را معرفی و منتشر کرده است.

تحلیل یک رباعی حکیم عمر خیام. مهوش اسدی خمامی. ص ۱۴۵- ۱۵۱.

نویسنده سابقهٔ این رباعی خیام را در اشعار عربی و فارسی نشان داده است. «هنگام سپیده‌دم خروس سحری/ دانی که چرا همی‌کند نوحه‌گری/ یعنی که نمودند در آیینهٔ صبح/ کز عمر شبی گذشت و تو بی‌خبری»

پیشینهٔ ترجمهٔ رباعیات خیام. سید محمدرضا ابن‌رسول. ص ۱۵۳- ۱۷۵.

نویسندهٔ مقاله نشان می‌دهد نخستین ترجمهٔ یکی از رباعیات خیام در سدهٔ هفتم هجری به عربی از نظام‌الدین اصفهانی در دست است.

اشعار عربی خیام. سیدمحمدرضا ابن‌رسول. ص۲۵۱- ۱۷۷.

در کتاب‌های قدیم و جدید مجموعاً سیزده قطعهٔ عربی (۴۰ بیت) به خیام نسبت داده شده است. نویسندهٔ مقاله به بررسی یکایک آن‌ها پرداخته است.

موسیقی شش رباعی اصیل عمر خیام. احمد بیان. ص ۲۵۳- ۲۷۹.

مقالهٔ مشابهی از این نویسنده در فرهنگ ویژهٔ بزرگداشت خیام (۲) دیده می‌شود.

الحکیم عمر الخیام فیلسوف مجهول. جعفر آقایانی چاوشی. ص ۲۸۱- ۳۱۳.

متن فرانسه و ترجمهٔ فارسی مقاله در شماره‌های پیشین بزرگداشت خیام چاپ شده است.

در بخش خارجی، این مقالات آمده است:

Qulques remarques sur l'usage du movement en géometrie dans la tradition euclidienne: de Platon et Aristote à Omar Khayyam. Bernrds Vitrac.

اشاراتی به کاربرد حرکت در هندسه در سنت اقلیدسی: از افلاطون و ارسطو تا عمر خیام.

Omar Khayyam et les géometries non-euclidienne. Jafar Aghyani-Chavoshi.

عمر خیام و هندسهٔ نااقلیدسی.

On the use of analysis in Omar Khayyam's algebra. Marco Panza.

بهره‌گیری از آنالیز در جبر خیام.

Omar Khayyan and the Concept of Irrational Number. Bijan Vahabzadeh.

عمر خیام و مفهوم عدد گنگ.

Omar Khayyam and the Friday Mosque of Isfahan. Alpay Özdural.

عمر خیام و مسجد جامع اصفهان.

Al-Qistas al-Mustaqim: la balance droite et Omar Kahyyam. Mohammed Abattouy.

قسطاس المستقیم و عمر خیام.

Un nouveau regard sur le calendrier iranien. M. Heydari-Malayeri.

نگاهی تازه به تقویم ایرانی.

Omar Khayyam et la prévision méthéorologique. Jafar Aghayani-Chavoshi.

عمر خیام و پیش‌بینی هوا.

Omar Khayyam et la musique theorique. Jafar Aghayani-Chavoshi.

عمر خیام و نظریهٔ موسیقی.

Deux Opuscules philosophiques d'Omar Khayyam. Ali Reda Arafa.

دو رسالهٔ فلسفی عمر خیام.

Les images peintes pour les quatrains d'Omar Khayyam. Akbar Tajvidi.

تصویرهای خیالی رباعیات خیام.

Analyse d'un quatrain d'Omar Khayyam. Mahvach Assadi.

تحلیل یکی از رباعیهای خیام.

Un voyage au long cours: Naufrage et résurrection d'un manuscit. Isabelle Gadoin.

سفری طولانی: نابودی و احیای یک دست‌نوشته.

Fitz Gerald's *Rubaiyyat of Omar Khayyam*: A Victorian Product. Esmail Z. Behtash.

رباعیات خیام فیتزجرالد: محصولی از عصر ویکتوریا.

Le biograghie d'Omar Khayyam et son thème astrologique. Jafar Aghayani-Chavoshi.

زندگینامهٔ عمر خیام و مضمون اخترگویی آن.

Science in Andalus in the lifetime of Khayyam. Emilia Calvo.

علم در اندلس در روزگار خیام.

Mathematical geography in the lifetime of Khayyam. Mercé Comes

جغرافیای ریاضی در روزگار خیام.

رسائل

رسالهٔ ابویوسف یعقوب فرزند اسحاق کندی به ابوالعبّاس[۱] در رمزگشایی[۲]

ترجمهٔ غلامرضا جمشیدنژاد اوّل[۳]

[دیباچه][۴]

چیزهایی را که فرمان داده بودی تا در کتابی بنگارم، فهمیدم -خدا فهمت را بگستراند و دانشت را فراوان سازد- یعنی همان چیزهایی که راهکار حلّ مطلب‌های به رمز نگاشته شده در کتاب‌ها هستند، و دریافتم که دستور دادی تا آن‌ها را در سخنی کوتاه بیاورم.

خدا را می‌ستایم که تو را انگیزهٔ بیشترین سودهایی گردانیده است که به دست فراموشی سپرده شده‌اند و تنها از او درخواست می‌کنم که همهٔ خوبی‌ها را برایت کامل گرداند و بر نیّت زیبای توفیق خوب و استوارسازی آهنگ به سوی همهٔ سودمندها یاریت دهد و در دنیا و آخرت خوشبختت گرداند.

به جان خودم -خدا عمرت را دراز و کارت را شایسته گرداناد- سوگند می‌خورم که حلّ مطلب‌های رمزنگاری شده، از بزرگ‌ترین منفعت‌هاست؛ زیرا بسیاری از دارندگان فلسفه‌های

---

۱. ابوالعبّاس احمد فرزند محمّد فرزند معتصم فرزند هارون الرشید از خلفای عباسّی در عراق است که در سامرّاء در سال ۲۱۹ق/۸۳۴م زاده شد و در سال ۲۴۸ق با او به خلافت بیعت کردند. سپس در پی مخالفت فرماندهان ترک در اوایل سال ۲۵۲ق/۸۶۶م خودش از خلافت کناره گرفت و در اواخر همان سال درگذشت. برای شرح حال او، بنگرید به: زرکلی، الاعلام، ۲۰۴/۱؛ صفدی در فوات الوفیات، ۵۳/۱: احمد بن محمّد بن هارون.

۲. ترجمه از متن عربی رسالة فی استخراج المعمّی اثر کندی، موجود در نسخهٔ شمارهٔ ۴۸۳۲ ایاصوفیه (کتابخانهٔ سلیمانیه، استانبول) در برگ‌های شمارهٔ ۵۹ تا ۶۴ (قدیم) و ۲۱۱ تا ۲۱۶ (شماره‌گذاری جدید). ترجمهٔ انگلیسی این متن به وسیلهٔ سعید م. الاسد همراه با متن تصحیح شدهٔ عربی آن در سال ۲۰۰۳ میلادی با عنوان *al-Kindi's Treatises on Cryptanalysis* در دمشق منتشر شده است. در بهار ۱۳۹۲ کارگاهی بر اساس روش‌های رمزگشایی کندی در این رساله، در خانهٔ ریاضیات اصفهان به همت پروفسور یان پ. هوخندایک (مشاور علمی مجلهٔ میراث علمی، از دانشگاه اوترخت هلند) و دانشجویان ایشان برگزار شد. برای اطلاع بیشتر بنگرید به مقالهٔ A Modern Application of Kindi's Cryptanalytic Techniques در خبرنامهٔ تاریخ علم دانشگاه تهران، شمارهٔ ۱۱، تابستان ۱۳۹۲، ص 12-7.

3. gr.jamshidnejad@yahoo.com

۴. آنچه میان دو چنگک آمده، از جمله عنوان‌های هر بخش از رساله، افزون بر متن است.

پیشتاز و اندیشه‌های ماندگار، در تألیف کتاب‌ها نگاره‌هایی به کار گرفته‌اند که ویژگی‌هایشان بر کسانی که در سزاواری سودهای آن‌ها کوتاهی کرده‌اند و در ژرفناهای دانش‌ها به مرتبه‌های آن‌ها نرسیده‌اند، ناشناخته است. [این کار ایشان بدان جهت بود که] به لطافت طبیعت سزاوار آن‌ها اطمینان داشتند و نیز به این که ایشان به پرده‌برداری از آن‌ها راه می‌یابند.

اگر شیفتگی‌ام نمی‌بود و اگر بایسته نمی‌دیدم که باید به هر چیزی بشتابم که هزینه‌ات را در همهٔ مطلوب‌هایت کاهش دهد -خدا برایت کارها را سبک گرداند و هنر را در همه حالی برایت فراهم آورد- البته روش سزاوارتر همان بود که ایشان پیموده‌اند که در این موردها صلاح را در پوشانیدن معنی‌های ارزشمند دانسته و این کار را سزاوارتر از کشف و آشکارسازی آن‌ها دانسته‌اند.

از جملهٔ چیزهایی که مرا بدان کار تشویق کردند، یکی شناخت من بدین امر بود که بسیاری از چیزهایی که نگریستن در آن موضوع برایت آسان می‌آید و دریافت معنی‌های آن از کتاب‌های نگاشته شده در بسیاری از زمینه‌های فلسفه برایت آشکار می‌شود، همان مطلب‌ها بر بیشتر نگرندگان در آن‌ها دشوار می‌آیند و ذهن‌هایشان از ادراک موضوع‌هایی که در آن‌ها نهفته است، در زمان کوتاه، ناتوان است، هر چند که آن‌ها با وجود بسیار بسته بودن، خیلی ساده و آشکارند.

از میان آن‌ها همان مقداری را نگاشتم که آن را برای فرزندان فرزانگی میانه دیدم و برای کسانی که از ایشان دورند و از راهشان جدا افتاده‌اند، دور از جلوه‌گری یافتم و توفیق وابسته به عنایت خداست.

[راه‌های رمزگشایی]

پس می‌گوییم که: حرف‌های به رمز نگاشته یا نسبتی عددی‌اند، یعنی شعرند[1] یا چنین نیستند. آنچه شعر نباشد، راه دریافتش یا نخست از روی چندی (کمیت) یا در درجهٔ دوم از چونی (کیفیت) است.

راهکار از جهت چندی، شناخت این است که کدام حرف‌ها -از زبانی که می‌خواهیم کتاب‌های رمزنگاری شدهٔ آن را دریابیم- کاربرد بیشتری در آن زبان دارند. پس می‌گوییم که: هر گاه حرف‌های آوایی همانند نهاد هر زبانی باشند، و آن‌هایی که آوایی نیستند، همانند صورت هر زبانی باشند، و صورت‌های انبوه پی در پی بر نهاد یگانه درآیند، همچون زر که نهاد زیورها و ظرف‌های بسیاری است، زیرا که زر گاهی تاج و جقّه است و گاهی دست‌برنجن و جام و ساغر و زیورها و ظرف‌های دیگر است که بنابراین، زر در ظرف‌های زرین بیشتر از همهٔ صورت‌هایی است که پی در پی بر آن در می‌آیند، و همچنانند حرف‌های آوایی که نهاد هر نوعی از کتاب‌هایند و خود در هر زبانی از آن‌هایی که آوایی نیستند، بیشترند. منظورم از حرف‌های آوایی: الف، و یاء، و واو[2]

۱. زیرا شعر به حکم وزنش، حرف‌های محدودی دارد.
۲. و در آن‌ها جزء‌های آوایی هم درمی‌آیند که عبارتند از حرکت‌های: فتحه/ زبر، و ضمّه/ پیش، و کسره/ زیر.

است و بنابراین آوایی‌ها، به ناگزیر، بیشترین حرف‌های موجود در هر زبانی هستند[۱].

گاهی در زبان‌ها رخ می‌دهد که برخی از آوایی‌ها بیشتر از بقیهٔ آوایی‌ها باشند، ولی حرف‌هایی که آوایی نیستند، گاهی کاربردشان در زبان‌ها بیشتر یا کمتر است، مانند سین که در زبان رومی پرکاربرد است.

از چیزهایی که آن‌ها را راهکار دریافت کتاب رمزنگاری شده قرار می‌دهیم این است که پی ببریم آن کتاب به کدام زبان است و نوشته‌ای از آن زبان پیدا شود که به اندازه‌ای باشد که در یک جلد یا مانند آن قرار گیرد. پس [تعداد] هر یک از حرف‌های موجود در آن را می‌شماریم و روی بیشترین آن‌ها شمارهٔ یکم را می‌نویسیم و روی حرفی که پس از آن قرار می‌گیرد، می‌نویسیم: دوم، و بر روی آن که در فراوانی در پی آن است، می‌نویسیم: سوم، و به همین گونه تا به همهٔ حرف‌ها برسیم. سپس در کتابی می‌نگریم که می‌خواهیم به رمزش پی ببریم، پس همهٔ گونه‌های صورت‌هایش (=حروفش) را دسته‌بندی می‌کنیم و به بیشترینشان در شماره می‌نگریم، پس آن را به عنوان حرف نخستین نشانه‌گذاری می‌کنیم و آن را که فراوانی‌اش در پی آن است به عنوان حرف دوم نشانه‌گذاری می‌کنیم و حرفی را که در فراوانی بعد از آن است به عنوان حرف سوم نشانه‌گذاری می‌کنیم و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم تا همهٔ حرف‌های کتاب رمزنگاری شده که می‌خواهیم رمزگشایی‌اش کنیم، به پایان برسد.

چون گاهی [حجم مطلب] رمزنگاری شده اندک است و فراگیر نیست یعنی در آن همهٔ صورت‌های حرف‌ها به کار نمی‌روند، به سبب کوتاهی آن [متن]، بسیاری و اندکی در آن راست در نمی‌آید؛ زیرا بسیاری و اندکی در حرف‌ها تنها در سخنی راست در می‌آید که بسیار باشد تا برابری در موضع‌هایی در آن در بسیاری و اندکی باشد؛ زیرا اگر در موضعی از کتاب گونه‌ای از حرف‌ها اندک باشند و از درجهٔ خود در شمار کوتاه آیند، در موضع دیگری بسیارند.

هر گاه نوشته کوتاه باشد، برابری در آن اندک است و درجه‌های حرف‌ها راست در نمی‌آید. پس برای فهمیدن حرف‌ها باید راهکار دومین از چونی به کار گرفته شود. یعنی در زبانی که مطلب در آن رمزنگاری شده است حرف‌های الفت گیرنده با هم و حرف‌های الفت ناگیرنده با هم شناخته شود. پس باید به بسیاری و کمی جفت حرف‌ها نگریسته شود و این که آیا آن دو، از حرف‌هایی هستند که در آن زبان با هم الفت می‌گیرند یا از آن‌ها نیستند. پس اگر از آن‌هایی باشند که با هم الفت می‌گیرند، هر کدام از آن‌ها در جاهای دیگر نیز جسته می‌شود و به آن چه با هر کدام آن‌ها از پیش و از پس مقارن می‌گردد، نگریسته می‌شود و در آن‌ها نیز فهمیدن درجه‌های حرف‌ها به کار گرفته می‌شود. سپس نگریسته می‌شود که آیا آن‌ها از حرف‌هایی هستند که مقارن با آن حرف می‌شوند یا

۱. ابن دُنَیْنیر این موضوع را در رسالهٔ خود: مقاصد الفصول المترجمة عن حلّ الترجمة، نسخهٔ شمارهٔ ۵۳۵۹ فاتح، کتابخانهٔ سلیمانیه (استانبول)، گ۵۵ پ و ۵۶ ر به تفصیل آورده است.

نیستند؟ اگر همگی از حرف‌هایی باشند که با آن حرف مقارن می‌شوند، بـه حـرف‌هـایی نگریسـته می‌شود که با حرف دوم از پیش و پس مقارن می‌شوند. اگر از حرف‌هایی باشـند کـه بـا آن مقـارن می‌شوند، پس آن‌ها از حرف‌های گمان رفته‌اند و اگر با آن مخالف باشند، پس آن‌ها از حرف‌هـای گمان رفته نیستند. اگر گمان بر این قرار گرفت که آن‌ها از حرف‌های گمان رفته‌ای هستند که مقارن شدن حرف‌ها و تباینشان و درجه‌هایشان در بسیاری و کمی بدان‌ها رهنمون شـده‌انـد، بـر لفـظ‌هـا عرضه می‌شوند تا با آن کار لفظی آشکار شود. سپس جستن در موضعی دیگر از کتاب همین گونه به کار گرفته می‌شود. پس اگر لفظی آشکار شـد، در جـایی دیگـر از کتـاب همـین گونـه جسـتجو می‌شود تا این که به توفیق خدا همگی آشکار شوند.

در پژوهش در هر زبانی از حرف‌هایی گواه آورده می‌شود که مقارن شدنشـان بسـیار واقـع مـی‌شـود مانند آن چه در زبان عربی هست از قبیل چسبیدن الـف بـه لام و لام بـه الـف در واژۀ: (إلّا)، و در واژۀ: (الکتب)؛ و مانند میم و الف در: (ما)؛ و مثل میم و لام در: (لم)؛ و مثل نون و میم در: (من)؛ و مثل عین و نون در: (عن)؛ و مثل الف و واو در: (أو)؛ و مثل لام و واو در: (لو)؛ و مثل ثاء و میم در: (ثـمّ)؛ و مثـل کاف و میم در: (کم)؛ و مثل عین و لام در: (عل)؛ و مثل سین و میم در: (سم)؛ و مثـل لام و عـین و یـاء در: (علی)؛ و مثل کاف و میم و الف در: (کما) و مانند این‌ها. زیرا به کار بردن این چیزها بـه خـوبی در فهمیدن حرف‌ها کمک می‌کنند با به کار بردن همین دو اصل کـه عبارتنـد از: درجـه‌هـای حـرف‌هـا در فراوانی و اندکی؛ و آن چه از میان آن‌ها با هم الفت می‌گیرند و آن چه با هم الفت نمی‌گیرند.

از جملۀ چیزهایی هم که در رهنمود کمک می‌کنند، این است که در هر زبانی چیزهایی شناخته شوند که اهل آن زبان در مقدّمه‌ها می‌آورند از قبیل تمجید که بدان حرف‌ها در همۀ کتاب می‌توان گواه آورد، همانند: بسم الله الرحمن الـرحیم، در کتـاب‌هـای عربـی، و ایـن گـواهی کـه در آغـاز کتاب‌هاست، در هر کتابی متداول نیست، زیرا بسیار می‌شود که کتاب از آن‌ها تهی باشد، همچون تهی بودن شعر در زبان عربی از بسم الله الرحمن الرحیم [آغازین]. پس گواهی‌هایی کـه از آغـاز کتاب‌ها یادشان کردیم گاهی وجود دارند و گاهی وجود ندارند. ولی اگر وجود داشته باشند در یافتن چگونگی ثبت حرف‌ها، استوارتر و نیرومندتر خواهد بود.

گاهی گمان می‌رود که هر گاه هر یک از حرف‌ها شناخته شود، فهمیدنشان آسان می‌گـردد و آن از این رو است که هر گاه حرف آوایی به هر کدام از حرف‌هایی که آوایی نیستند، مقارن شود و نیز هر کدام از آن‌هایی که آوایی نیستند، به چیزهای نزدیک بدان از همۀ آوایی‌ها، مقارن شود و آن همه با هم ترکیب شوند، لفظ‌ها آشکار و فهمیدنشان آسان شود.

این راهکاری است که در آن حرف‌های رمز شده –خواه شعر و خواه جز آن– فهمیده می‌شوند و آن بدین گونه است که بیت‌ها اگر رمزنگاری شده باشند به کمک قافیه‌هایشان جداسازی می‌شوند.

سپس حرف‌هایی که در بیت هستند، شمرده می‌شوند و بر رکن‌های همهٔ وزن‌ها عرضه مـی‌گردنـد. منظورم از رکن‌ها همان تفاعیل در زبان عربی است. سپس حرف‌های آشکار شده با راهکارهایی که در پیش برای غیر شعر یاد کردیم بر تفاعیل آن وزن‌ها عرضه می‌شود. پس اگر آن‌ها را دیدی کـه بـه کار گرفته شده‌اند، گمان بر همان‌ها می‌رود و اگر آن‌ها را در میان حرف‌های آشکار شده ندیدی، به حرف‌هایی غیر از حرف نخست گردانیده و بر رکن‌ها عرضه می‌شوند و این کار پیاپی انجام می‌شود تا این که تفاعیل را در معنای عرضه شده ببینی.

این‌ها بخش‌های راهکارهای نخستین برای فهمیدن حرف‌های رمزنگاری شده‌انـد و گـاهی در هنگام پژوهیدن و اندیشیدن راهکارهای بسیاری به جز این به ذهن می‌رسند که از همین راهکارهـا نتیجه می‌شوند که از آن‌ها برای فهمیدن حرف‌های رمزنگاری شده کمک می‌گیریم.

برای آن که این مطلب در زبانمان آسان‌تر شود، در این کتـاب درجـه‌هـای حـرف‌هـای عربـی را در فراوانی و اندکی و آن چه را از آن‌ها به هـم مـی‌چسـبند و آن چـه را کـه نمـی‌چسـبند از پـیش و از پـس می‌نگاریم؛ زیرا این کار راه‌های یافتنشان را بر رهروان این راه نزدیک می‌سازد و توفیق از کمک خداست.

[گونه‌های مهّم رمزنگاری]

پیش از هر چیز می‌گوییم که رمزنگاری حرف‌ها چند گونهٔ مهّم دارد؟ می‌گوییم که آن نخسـت به دو گونهٔ نخستین تقسیم می‌شود: رمزنگاری ساده و رمزنگاری مرکّب.

رمزنگاری ساده به دو بخش نخستین تقسیم می‌شود: یا به ساده‌ای بخش می‌شود که بـا تبـدیل شکل‌های حرف‌هاست یا به ساده‌ای بخش می‌شود که بدون تبدیل شکل‌های حرف‌هاست.

آن که با تبدیل شکل‌های حرف‌هاست، نخست به دو بخش نخستین تقسیم می‌شود: یکیشـان دارای پیوند و بند است و دیگری پیونددار و بنددار نیست.

پیونددار و بنددار به دو بخش نخستین تقسیم می‌شود: یکیشان از نوع است و دیگری از جـنس است و هر کدام از این دو بخش یا این است که شکلی که بر حرف‌ها دلالت می‌کند، یکی است و یا این که چند تاست. منظورم از یکی همانند استدلالمان بر طاء به وسیلهٔ صورت یک پرنده باشد، همانند کبوتر و منظورم از چند تا همانند استدلالمان بر طاء به وسیلهٔ صورت هر پرنـده‌ای باشـد؛ زیرا هر پرندهٔ مطلق جنس است برای هر نوعی از پرنده و هر فردی از پرنده.

آن دیگر که پیونددار و بنددار نیست، پس آن به دو بخش نخسـتین تقسـیم مـی‌شـود: یکیشـان دگرگونی زیور شکل است و دیگری به دگرگونی زیور شکل نیست.

دگرگونی زیور شکل به دو بخش نخستین تقسیم می‌شود: یکیشان دگرگونی شکل‌های حرف‌هاست به این که شکل برخیشان برای برخی نهاده شود، همانند نهادن شکل الف به جای حرف باء و شکل باء بـه جای حرف الف و به همین گونه در دیگر حرف‌ها، و دیگری دگرگونی شکل‌های حرف‌هاست به این کـه

برایشان شکل‌هایی ابداعی نهاده شوند که هیچ نسبتی به هیچ یک از حرف‌ها ندارند.

این نوع به دو بخش تقسیم می‌شود: [یکی نهادن علامتی برای هر حرف است و دیگری][1] این است که شکل‌هایی وضع شوند برای حرف‌هایی که به بسیاری می‌چسبند، همانند: لا، و ما، و أو، و من، و أن، و عن، و فی، و هر آن چه مانند آن است، برای هر چسبنده‌ای از آن‌ها یک شکل و برای یک حرف دو شکل فراهم آمده با هم و هر یک از آن‌ها با دگرگونی حرف‌ها. یا این است که در همهٔ حرف‌ها فراگیر باشد یا در همهٔ چسبنده‌ها یا تنها در برخی از آن‌ها.

رمزنگاری بدون دگرگونی زیور شکل نیز به دو بخش نخستین تقسیم می‌شود: یکیشان با دگرگونی وضع و دیگری بدون دگرگونی وضع است.

دگرگونی وضع به دو بخش نخستین بخش می‌گردد: یکیشان نهادن حرف است در جایگاه حرفی دیگر، منظورم این است که به تقدیم و تأخیر باشد؛ و دیگری نهادن حرف است بر خلاف قرارگیریش، همچون وارونه نوشتنش یا از آخر به اوّل نوشتن آن و مانند این‌ها.

تقدیم قرارگیری حرف و تأخیر آن، یا به این [صورت] است که حرف‌های اسم را در جایگاهی دیگر بنهیم و آن چه در حرف‌های اسم هست باژگونه در پی هم بیاوریم، یا نخستین حرف اسم در جایگاه آخرین حرفش نهاده شود و دومین در جایگاه نخستین حرفش و سومین در پی حرف نخست بیاید و چهارمین در پی دومین بیاید و همین گونه تا این که حرف‌های اسم پایان یابند. یا این که آخرین حرف اسم در جایگاهش نهاده شود و دومین در جایگاهی دیگر از اسم [نهاده شود] و سومین در پی آخرین حرف اسم بیاید و چهارمین در پی حرف دوم اسم بیاید و همچنین همواره تا این که حرف‌های اسم پایان یابند. یا این که حرف نخست در جایگاهی دیگر از اسم نهاده شود و دومین در جایگاه آخرین حرف اسم [نهاده شود] و سومین در پی نخستین بیاید و چهارمین در پی دومین بیاید و همچنین حرف پایانی به سرآغازش تبدیل گردد. همچنین به یکی از دو طرف آغاز می‌کنند سپس دومین را چنان می‌گردانند که در پی‌اش بیاید و سومین در پی نخستین بیاید و چهارمین در پی دومین بیاید و همچنان همواره تا این که حرف‌های اسم‌ها پایان پذیرند و به مانند همین ترکیب به باژگونه نیز و همهٔ کارها با جابجایی [حروف] رخ می‌دهد.

رمزنگاری بدون دگرگونی جایگاه به دو بخش نخستین تقسیم می‌شود: یکیشان، فزونی شکل‌هایی بی‌نشانه[2] است که حرف‌هایی در آن‌ها به ازاء حرف‌های آوا[3] نیست؛ و دیگری بدون فزونی شکل‌هایی

---

۱. این عبارت در ترجمهٔ انگلیسی هست ولی در متن عربی تصحیح شده نیامده و احتمالاً افتادگی ناشی از خطای مصحح است. ـ م

۲. در کتاب لسان العرب، ذیل مادهٔ «غفل/بی‌نشانگی» آمده است: ابل اغفال، یعنی: شترانی که بی‌نشانه‌اند و در اینجا منظور از بی‌نشانه‌ها حرف هایی است که برای رمزنگاری در سخن افزوده می‌شوند و حلّ این گونه رمزنگاری به انداختن این حرف‌های بی‌نشانه است و بیان آن خواهد آمد.

۳. منظور کندی از این حرف‌ها حرف‌های آوایی است که عبارتند از: الف، و واو، و یاء.

بی‌نشانه است که در آن‌ها هیچ حرفی از حرف‌های آوا نیست و آن به این است که کاسته شود.[۱]

فزونی شکل‌هایی بی‌نشانه که هیچ کدامشان حرفی از حرف‌های آوا نیست، به دو بخش تقسیم می‌شوند: یا بی‌نشانه یکی است یا بی‌نشانه بسیار است.

سادهٔ دیگر که بدون دگرگونی شکل‌های حرف‌هاست، به دو بخش نخستین تقسیم می‌شود: یکیشان از جهت چندتایی و دیگری از جهت چگونگی است.

آن که از جهت چندتایی است نیز به دو بخش نخستین تقسیم می‌شود: یکی از آن‌ها این است که شکل حرف دوگانه یا سه‌گانه یا جز آن از چندگانی‌ها نهاده شود، مانند این که به جای الف دو الف یا سه الف یا به جز آن از چندگانی‌ها [نهاده شود] و آن به دو بخش بخش می‌شود: یا چندگانی‌های همهٔ حرف‌هاست و یا چندگانی‌های برخی از حرف‌هاست.

بخش دیگر از دو بخش چند تایی به این است که یک شکل نهاده شود که بر چند حرف دلالت می‌کند، مانند: باء، و تاء، و ثاء در خطّ عربی که بر همه با یک شکل دلالت می‌شود و آن به دو بخش تقسیم می‌شود: یا آن شکل همه را فرا می‌گیرد یا در برخی هست و در برخی نیست.

بخش دیگر که بدون دگرگونی شکل‌های حرف‌هاست[۲] که از جهت چگونگی است و آن هم به دو بخش، تقسیم می‌شود: یا حرف‌های جدا چسبانده می‌شوند یا چسبانده‌ها جدا می‌شوند و هر کدام از این دو یا در برخی از حرف‌هاست و در برخی نیست یا در همهٔ حرف‌هاست.

بخش مرکّب شده از یکی از دو بخش رمزنگاری حرف‌ها، می‌تواند از همهٔ این ساده‌ها باشد، هر گاه که از آن‌ها دو تا یا بیشتر به کار گرفته شود از آن چیزهایی که به‌کارگیریشان با هم شدنی باشد. پس پژوهش به کار گرفته در هر کدام از رمزنگاری‌های ساده همان پژوهش از مرکّب شده‌های آن‌هاست[۳] و برای آن که کتاب را چندان به درازا نکشانیم گرچه رمزنگاری مرکّب زیاد به کار می‌رود، نیازی به آوردن همهٔ صورت‌های رمزنگاری مرکّب نیست و تنها به پژوهش آنچه از این هنر بایسته است می‌پردازیم.

باید صورت‌های این بخش را با نمودار درختی نشان دهیم تا با هم تجسّم شوند، به خاطر فزون فهمی این هنر که در آن وجود دارد و به منظور آسان سازی راه رسیدن به آن‌ها، به توفیق و تأیید و یاری خوش خداوند و بر خدا توکّل می‌کنیم.

---

۱. منظورش این است که از حرف‌ها یک حرف یا بیشتر بکاهی، و خود کندی در نمودار درختی که در آن نوع‌های رمزنگاری را نشان داده بدان تصریح کرده است که به زودی خواهد آمد.

۲. کندی این تعبیر را هم در شرح و هم در نمودار درختی با وجود رخصتی که در به‌کارگیری دارد، تکرار خواهد کرد، از این رو ترجیح دادیم که آن را همان گونه که هست، ثبت کنیم.

۳. ابن دُنَیْنیر سخن را دربارهٔ گزارش‌های مرکّب و حلّشان در رساله‌اش: مقاصد الفصول به تفصیل در مجموع رمزنگاری آورده است (گ ۶۳ ر ـ ۶۴ پ) و بر کندی خرده گرفته است که وی بدان‌ها نپرداخته و دیگران هم که بدان‌ها پرداخته‌اند، ندانسته‌اند که در آن باره چه می‌گویند. او گفته است: «، ... و کندی بدین البتّه نپرداخته بلکه او در خلال گفتارش از مرکّب یاد کرده است و کسانی به غیر از کندی که بدان پرداخته‌اند، البتّه راه یافته‌اند ولیکن ندانسته‌اند که در آن باره چه می‌گویند، بلکه در سخن گفتن پیرامون آن دچار اشتباه شده‌اند، ولی من آن را در اینجا می‌آورم و چگونگی حل آن را یاد می‌کنم.»

رمزنگاری حرف‌ها به دو بخش، تقسیم می‌شود:

- ① ساده؛ و آن به دو بخش، تقسیم می‌شود.
  - ③ یکیشان به دگرگون‌سازی شکل‌های حرف‌هاست که خود به دو بخش تقسیم می‌شود.
    - ⑤ یکیشان دارای پیوند و بند است که خود دو گونه است.
      - ⑦ یکیشان از جنس است.
        - و گاهی از این گونه رمزنگاری غرض آن است و آن چیزی است که برخی از مردم به کار می‌گیرندش و آن این است که گرفته شود از هر شکلی که نگاشته شود یا نخستین حرفش و یا آخرین حرفش، یا دومین از آغاز و یا دومین از آخرینش.
      - ⑧ دیگری از نوع است.
        - و هر کدام از این‌ها یا این است که شکلش که دلالت بر حرف می‌کند ⑨ یکی باشد یا ⑩ بسیار باشد و منظورم از یکی بودن همانند استدلالمان است بر «طاء» به شکل یک پرنده (طیر) همچون کبوتر و منظورم از بسیار بودن همچون استدلالمان است بر «طاء» به شکل هر پرنده‌ای.
    - ⑥ و دیگری نه پیوند دارد و نه بند که خود به دو بخش، تقسیم می‌شود.
      - ⑪ یکیشان با دگرگون‌سازی زیور شکل است که خود به دو گونه است.
        - ⑬ یکیشان دگرگون‌سازی شکل‌های حرف‌ها با نهادن شکل برخیشان است برای برخی، همانند نهادن شکل الف که دلالت کند بر باء و شکل باء که دلالت کند بر الف، و همچنین در حرف‌های دیگر و آن یا در همهٔ حرف هاست یا در برخیشان.
        - ⑭ و دیگری دگرگون‌سازی شکل‌های حرف‌هاست بدین گونه که شکل‌هایی برایشان نهاده شوند که به حرف‌ها پیوندی ندارند و آن خود به دو گونه است.
          - ⑮ یکیشان این است که برای یک حرف یک شکل نهاده شود.
          - ⑯ و دیگر این است که شکل هایی نهاده شوند که بسیار می‌جسبند، مانند: لا، و الا، و ما، و او، و لم، و مانند این‌ها که برای هر جسبیده‌ای از آن‌ها یک شکل است و برای یک حرف دو شکل فراهم آمده با هم است.
      - ⑫ و دیگری بی دگرگون‌سازی زیور شکل است که خود دو گونه است.
        - ⑰ یکیشان با دگرگون‌سازی وضعیت است که خود به دو گونه تقسیم می‌شود.
          - ⑲ یکیشان نهادن حرف است در جایگاه حرفی دیگر، یعنی با تقدیم و تأخیر.
          - ⑳ و دیگری نصب کردن حرف است بر خلاف نصب شدنش همچون نهادن پایینش در جایگاه بالایش یا پشتش یا در آن چه چنان باشد.
        - ⑱ و دیگری بی دگرگون‌سازی وضعیت است و آن هم به دو گونه است.
          - ㉑ یکیشان فزونی شکل‌هایی تهی است که در آن‌ها هیچ چیزی از عرض‌های اوایی نیست و آن به دو گونه است.
            - ㉓ یا تهی یکی است
            - ㉔ یا تهی بسیار است.
          - ㉒ و دیگری بی نهادن فزونی شکل‌هایی تهی است که از حرف‌های اوایی هیچ در آن‌ها نیست و آن بدین است که از حرف‌ها یک حرف کاسته شود.
  - ④ دیگری به دگرگون‌سازی شکل‌های حرف‌ها نیست که آن هم به دو بخش، تقسیم می‌شود.
    - ㉕ یکیشان به جهت کمیت است که خود به دو بخش تقسیم می‌شود.
      - ㉗ یکیشان یا این است که شکل حرف‌های دوگانه یا سه گانه یا جز آن از چندگانی‌ها نهاده شود که خود به دو بخش تقسیم می‌شود.
        - ㉙ یا با چندگانی همهٔ حرف هاست.
        - ㉚ و یا به چندگانی برخی از حرف‌هاست.
      - ㉘ و دیگری یا این است که یک شکل نهاده شود که بر چند حرف دلالت کند همچون باء و تاء در خط عربی که یک شکل بر آن‌ها دلالت می‌کند و آن بر دو گونه است.
        - ㉛ یا این است که همگی آن‌ها را در بر گیرد.
        - ㉜ و یا در برخیشان هست و در برخی نیست.
    - ㉖ و دیگری به جهت کیفیت است که آن نیز بر دو بخش تقسیم می‌شود.
      - ㉝ یکیشان چسباندن حرف‌های جدا از هم است.
      - ㉞ و دیگری جداسازی حرف‌های چسبیده است.
- ② مرکّب؛ و ترکیب رخ می‌دهد بدین که از همهٔ این‌ها باشد، هر گاه دو تا یا بیشتر از آن‌ها که می‌شود به کار گرفته شوند با هم به کار گرفته شوند. پس پژوهش به کار گرفته شده در هر کداماشان همان پژوهش به کار گرفته شده در نامرکّب‌هایشان است.

[روش‌های رمزگشایی برخی از رمزنگاری‌ها]

پس از آن که تقسیم‌بندی رمزنگاری‌ها را رسم کردیم، اکنون در بارهٔ حلّ هر بخش آن باید بگوییم:

می‌گوییم که رمزنگاری‌ای که با دگرگونی شکل‌های حرف‌هایی است که نه پیوند دارند و نه سامان همان که به دگرگونی زیور شکل است که شکل‌هایی آن را دگرگون می‌سازد که منسوب به هیچ چیزی از حرف‌ها نمی‌باشند[1]. پس می‌شود که با نهادن یک شکل برای یک حرف رمز شود، و حلّ آن با راهکارهای نخستین است که آن‌ها را در پیش یاد کردیم[2]. و گاهی شکل‌هایی که بسیار متّصل می‌شوند، همانند: لا، و إن، و ما، و أو، و لم، و أن، و فی، و لو و مانندهایشان در زبان عربی به یک شکل نهاده می‌شوند.

راهکار فهمیدن آن چه از این گونه به رمز درآمده این است که راهکارهای نخستین به کار گرفته شوند تا این که چیزی از حرف‌ها آشکار شود و بدان وسیله برخی از سخن فهمیده شود. چون آن آشکار گردید به جایگاهی در آن می‌نگریم که برخی از حرف‌هایی هستند که آشکار نشده‌اند در میان چیزهایی از حرف‌ها که آشکار شده‌اند. پس بر حرف‌هایی که آشکار شده‌اند و بر هر یک از حرف‌هایی که بسیار متّصل می‌شوند، عرضه می‌گردند. اگر با آن، واژه سامان یافت، شکل مورد نظر همان دو حرف متّصلی است که به وسیله‌شان واژه سامان یافته است.

اگر چنین رخ دهد که به شکل آن حرف رمزنگاری شده دو یا سه یا جز آن از واژه‌ها متّصل گردند، چنان خواهد بود که در (قَدْ) رخ می‌دهد که چون میان (إنّه) و (ذَهَبَ) قرار گیرد، (إنه قَدْ ذَهَبَ) می‌شود و گاهی می‌شود که در جایگاه (قَدْ) در میانهٔ (إنّه) و (ذَهَبَ): (لَمْ) قرار بگیرد که می شود: (إنّه لم یَذْهَبَ). و می‌شود که در میانهٔ آن دو نیز (لن) قرار بگیرد که می‌شود: (إنّه لَنْ یَذْهَبَ).

چون شماری از واژگان بیرون آیند چنان که در پیش آوردیم، حرف‌هایی که در نخست آشکار شده‌اند، در جایگاه‌هایی دیگر جسته می‌شوند که در میانشان همان حرف مورد نظر است. سپس همگی برهمنشین‌ها عرضه می‌گردند. اگر با یکی، آشکار شدن واژه‌ای درست، ممکن شود، پس همان، حرفِ جسته شده است و اگر پس از آن از میان آن‌ها واژگانی سامان یابند مانند کار نخست، همواره کار می‌شود تا بدان وسیله یک کلمه سامان یابد، نه جز آن. سپس همان در یک جایگاه یا در دو جایگاه کتاب آزموده می‌شود. پس هر گاه در همهٔ جایگاه‌ها آن چه در آن از لفظ آشکار می‌گردد، فراگیری یابد، معلوم می‌شود که آن شکل همان دو حرف متّصل است که به وسیلهٔ آن‌ها آن لفظ فراگیری یافته است و از جملهٔ دلیل‌های نیرومند بر آن در این زمینه کاربرد بیشتر و کمتر در این حرف‌هایی است که متّصل می‌شوند که خود در این باب پردلالت است.

---

۱. در نمودار درختی بالا بدان شمارهٔ ۱۴ داده‌ایم و دو بخش آن که سخن درباره‌شان خواهد آمد در شماره‌های ۱۵ و ۱۶ همان نمودارند.
۲. یعنی در ضمن گفتارش در بارهٔ روش‌های حلّ کمّی و کیفی رمزنگاری.

مرتبه‌های بیشی و کمی این حرف‌های همنشین در زبان عربی را در زمانی که مرتبه‌های حرف‌ها را می‌نگاریم خواهیم آورد.

گاهی هم این گونه رمزنگاری می‌شود که برای یک حرف دو شکل همنشین نهاده می‌شود. هرگاه گمان شود که کتاب بدین گونه رمزنگاری شده است -یعنی به این که یک حرف دارای دو شکل همنشین باشد، باید شکل‌های حرف‌های کتاب شمرده شوند. اگر بیشتر از شکل‌های حرف‌های آن زبان باشند و اندازهٔ فزونیشان بر حرف‌های زبان با شمارش همنشین‌ها بر اندازهٔ آن باشد، گمان می‌رود که برخی از حرف‌ها دو شکل همنشین داشته باشند.

اگر رمزنگاری با دگرگون‌سازی شکل بی پیوند و با دگرگونی زیور شکل با نهادن برخی از شکل‌های حرف‌ها برای برخی باشد، همانند نهادن الف، دلیل بر باء است و نهادن شکل باء دلیل بر الف است و به همان گونه است در جز آن دو از حرف‌ها[1].

از چیزهایی که بدان‌ها راه یافته می‌شود بدین که رمزنگاری بدان صورت گرفته است، دگرگونی حرف‌ها و تباهی فرمان‌پذیری در لفظ است. پس هر گاه گمان برود که حرف‌ها دگرگون شده‌اند، هر لفظی که فرمان نپذیرد -از میان آن چه در بین حرف‌هایی قرار گرفته که لفظ بدان‌ها فرمان می‌پذیرد- بر تمام حرف‌هایی، عرضه می‌شود که آشکار نشده‌اند همانند کاوش در حرف‌هایی که شکلشان با شکل‌های ابداع شده‌ای دگرگونی یافته است که هیچ گونه پیوندی با هیچ یک از حرف‌ها ندارد. پس شکل‌های دگرگون شده در صورتی آشکار می‌شوند که دگرگون شده‌ها برخی از آن‌ها باشند و اگر دگرگون شده‌ها همگیشان باشند، پس آن‌ها در جایگاه شکل‌های ابداعی قرار می‌گیرند که کاوششان به کمک راهکارهای نخستین است که پیشتر از آن‌ها یاد کردیم.

از چیزهایی که بدان‌ها راه یافته می‌شود بدین که شکل‌ها همه‌شان دگرگون شدهٔ به یکدیگر می‌باشند، این است که هیچ لفظی با آن‌ها فرمان نمی‌پذیرد و اگر با آن‌ها فرمان بپذیرد، پس چیزی است که در یک جای نوشته به طور منفرد است که شأن این است که با آن هیچ چیزی در جایی دیگر از آن فرمان نمی‌پذیرد، پس نوشته با آن دگرگون می‌شود.

رمزی که با دگرگون کردن شکل‌های حرف‌ها بدون پیوند و بدون تغییر یافتن زیور شکل، بلکه با دگرگون کردن جایگاه‌های آن‌ها، یعنی شکل‌ها، ساخته می‌شود[2]، پس همهٔ گونه‌های آن یکجا کاویده می‌شوند و آن این است که همهٔ حرف‌ها بر گونه‌های پیش افکندن و پس آوردن، عرضه می‌گردند، یعنی همان‌ها که پیشتر در هنگام تقسیم‌بندی رمزنگاری‌ها، یاد کردیم.

---

۱. این قسم همان است که در نمودار درختی به شمارهٔ ۱۳ آمده است.
۲. شماره‌اش در نمودار درختی پیشین ۱۷ است.

فهمیدن رمزنگاری با دگرگون کردن شکل‌های حرف‌ها بدون پیوند و بـدون تغییـر یـافتنِ زیـور شکل، بر خلاف جهتش، همچون: نهادن پایینش در جایگاه بالایش یا در جلویش یا در پشتش یـا هر چه چنین باشد، آسان است[۱] و البتّه دانسته می‌شود که حرف‌ها با دگرگـونی جهـت، رمزنگـاری شده‌اند، در صورتی که شمار شکل‌ها همچون شمار حرف‌های زبان باشد و شکل‌ها یکی باشـند، جز این که جهت آن‌ها دگرگون شده باشد، و چون آشکار شود، شکل به هر جهتی که ممکن باشد، چرخانده می‌شود. پس زمانی که جهتی پیدا شد که با آن حرفی از حرف‌های دانسته شدهٔ آن زبـان آشکار شود، پس آن شکل، راهنمای همان حرف است.

دگرگون سازی شکل‌های حرف‌ها بدون پیوند و بدون شرح و بدون تغییر زیـور شـکل و بـدون تغییر جایگاه و با افزودن شکل‌هایی بی‌نشانه که در هیچ یک از آن‌هـا هـیچ حرفـی از حـرف‌هـای صوت نیست، به این راه یافته می‌شود که شکل‌ها شمرده شوند. اگر بیشتر از حرف‌های زبـان بـوده باشند، برخی از حرف‌های نوشته با راهکارهای نخستین که پیشتر یادشان کردیم، یافته می‌شـوند و حرف‌هایی دیده می‌شود که آشکار نمی‌شوند، پس همانندشان در میان حرف‌هایی جسته می‌شود که آشکار شده‌اند، و حرف‌هایی که آشکار شده‌اند بر لفظ با الغای همان حرف‌ها در چند جای نوشته، عرضه می‌شوند. پس در صورتی که لفظ در آن چند جایِ نوشته سامان بیابد، آنگاه همان حرف‌هایی که الغا شده‌اند، همگی بی نشانه‌اند.

اگر چنان شرط شده باشد که پیشتر آوردیم یعنی از راه تبدیل شکل‌های حرف‌ها، بدون سامانی و بدون تغییر زیور شکل‌هایشان و بدون تغییر جایگاه‌های آن‌ها و جهتشان و بدون فزونی حرف‌هایی بی‌نشانه، بلکه با کاستن حرفی یا حرف‌هایی از نوشته[۲]، پس راهیابی بدان با یافتن شکل‌هایی است که در آن زبان از حرف‌های معجم (=نقطه‌دار) کمتر باشند، که راهکار در آن گونه، همـان راهکـار نخستین است که پیشتر یاد کردیم.

هر گاه از نوشته چند حرفی آشکار شـود و در میـان همانندشـان -زمـانی کـه در جـایی دیگـر خوانده شود- نقصی در سخن بیابی، همانند آن نقصی که در: (عبدالله) با نقص دال پدید می‌آیـد که (عب الله) خوانده می‌شود -حرفی نیز از آن چه در میانشان آشکار شده است یـا بـدان از یـک طرفش چسبیده است، جسته شود، پس هر گاه لفظ بیرون آید در حالی کـه همـان حـرف را در دو جا یا سه جا از نوشته کم داشته باشد، دانسته خواهد شد که حرفی از آن نوشته الغـا شـده اسـت. پس جای آن حرف بر همهٔ حرف‌های معجم در همهٔ جـای‌هـایی کـه در آن‌هـا، نقصـان حـرف‌هـا آشکار شده است، عرضه می‌شود. در صورتی که کلمـه‌هـا، همگـی در آن بـر یـک حـرف سـامان

---

۱. شماره‌اش در نمودار درختی ۲۰ است.
۲. شماره‌اش در نمودار درختی، ۲۲ است.

یافتند، پس همان، حرفی است کـه انداختـه شـده اسـت و بـه همـین گونـه عمـل مـی‌شـود، اگـر حرف‌های انداخته شده بیشتر از یکی باشند.

تبدیل شکل‌های حرف‌ها با پیوندی و شرحی از جهت گونه، به دو بخش تقسـیم مـی‌شـود: یـا شکلی که بر حرف دلالت می‌کند، یکی است[۱] یـا بسـیار اسـت[۲]. منظـورم از یکـی، همچـون راه یافتنمان به طاء با تصویر یک پرنده است، همچون یـک کبـوتر، و منظـورم از بسـیار، همچـون راه یافتنمان به طاء با تصویر هر پرنده‌ای است، و این نیز در تبدیل شکل‌های حـرف‌هـا بـا سـامانی و شرحی از جهت جنس عرضه می‌شود.

تفاوت میان رمزنگاری با نوع -خواه با یک تصویر یا با چند تصویر- و با جنس، این است کـه رمزنگاری تنها با یک تصویر از جنس یافت شود. در صورتی کـه معلـوم شـود کـه آن از کـدامیک است، نخستین حرف‌های جنس‌ها گرفته می‌شود، پس اگر لفظ با آن‌ها سامان یافت که هیچ، وگرنه جنس‌ها و نوع‌ها به جای شکل‌های تغییر یافتهٔ ابداع شده نهاده می‌شوند که در پیوند با هیچ یک از حرف‌ها نیستند و در آن‌ها همان روشی به کار گرفته می‌شود که پیشتر ذکر کردیم[۳].

گاهی در این نوع از رمزنگاری جنسی هدف است که همان چیزی است که آن را برخی از مردم به کار می‌برند و آن این است که از هر شکلی که رسم می‌شود، یا اوّلین حرفش یا آخرین حرف آن است، و یا دوّم از آغازش، یا دوّم از آخرش[۴]. و گاهی رخ می‌دهد -زمانی که اسم دو حرفی باشد- که هر گاه حرف دوّم گرفته شده از آغاز اسم حرف پایانی اسم باشد، یا حرف دوّم گرفته شده از آخر اسم، همان حرف نخست اسم باشد.

رمزگشایی این گونه رمز بسیار آسان است، به طوری که در آن نیاز به هیچ کاوشی نداریم؛ زیرا هر گاه رمز را در نگاه نخست بیازماییم، اوّلین حرف‌هایش یا آخرین‌ها را می‌گیریم، یا دوّمین‌های از آغاز یا آخر را می‌گیریم، و رمز در صورتی که چنین رمزنگاری شده باشد، آشکار می‌شود.

رمزنگاری ساده که بدون دگرگون سازی شکل‌های حرف‌ها، بلکه از جهـت کمّیـت، بـا نهـادن شکل حرف به گونهٔ دوتایی یا سه‌تایی یا جز آن از چند برابر سازی است[۵]. مانند این که الف دو الف و باء دو باء شود و آن در همهٔ حرف‌هاست یا در برخیشان[۶] و گمان بر این می‌رود که حرف در همه

۱. در نمودار درختی پیشین، شماره‌اش ۹ است.
۲. در نمودار درختی پیشین، شماره‌اش ۱۰ است.
۳. منظور این است که راه حل را به راه تغییر شکل‌های حرف‌ها با نهادن شکل‌هایی انتقال می‌دهیم که در پیونـد بـا هـیچ یـک از حـرف‌هـا نیستند و این روش همان شمارهٔ ۱۴ در نمودار درختی پیشین است.
۴. بنگرید به روش شمارهٔ ۷ در نمودار درختی پیشین.
۵. شمارهٔ آن در نمودار درختی پیشین ۲۷ است.
۶. آن دو روش همان‌هایند که دو شمارهٔ ۲۹ و ۳۰ را دارند.

جا دیده می‌شود که جز به طور مکرّر ظاهر نمی‌شود. بیرون آوردن این وضعیت نیز خیلی آسان است، زیرا هر گاه گمان رود که خط بدان گونه است، دو الف و سه الف و هر چه از چند برابر سازی باشد، به یک الف تبدیل می‌شود و با حرف‌های دیگر هم این چنین عمل می‌شود.

رمزنگاری ساده بدون دگرگون کردن شکل‌های حرف‌ها از جهت کمّیت با نهادن یک شکل است که بر چند حرف دلالت کند[۱]. مانند: باء و تاء و ثاء در خطّ عربی که یک شکل بر آن‌ها دلالت می‌کند و آن بدین است که یک جایگاه باشد و همهٔ حرف‌ها را فرا گیرد یا برخیشان را بدون برخی فرا گیرد و آن زمانی گمان می‌رود که شمارهٔ شکل‌ها کمتر از شمارهٔ حرف‌های زبان باشد، پس سزاوار است که در آن همان به کار گرفته شود بدون نظم نخستین تا این که لفظ در دو کلمه کاملاً نظام یابد. پس در بقیّهٔ نوشته هم چنین عمل می‌شود تا این که همگی بیرون آیند.

رمزنگاری حرف‌ها که با ترکیب است[۲]، با همهٔ نوع‌های مورد بحث است که پیشتر در همهٔ نوع‌ها یادش کردیم، زیرا انواع ترکیب بی پایان است، به خاطر بسیاری نوع‌هایی که از آن‌ها ترکیب می‌یابد که درباره‌اش نمی‌شود سخن گفت، به ویژه که قصدمان چکیدگی و فشرده‌گویی است.

راهکار در به وجود آوردن ترکیب همان به کار گیری همهٔ راه‌هاست که پیشتر یادشان کردیم، پس هر گاه مقصود با آن آشکار نشود، معلوم می‌شود که آن با ترکیب است، پس بر نوعی که مقصودمان است، عرضه می‌شود -منظورم همان چیزی است که برخیشان با آن آشکار شده است- که ترکیب آن نوع با انواع دیگر آن‌هاست تا رمز آشکار شود، هر چند ترکیب دشوارترین نوع‌های رمزنگاری، از لحاظ آشکار شدن است.

***

بسامد حرف‌ها و مرتبه‌های آن‌ها در زبان عربی

چون از آن آگاهی دادیم، اکنون باید مرتبه‌های حرف‌ها را در بسیاری و کمی در زبان عربی یاد کنیم، پس می‌گوییم:

الف از میان حرف‌ها در زبان عربی بیشترین کاربرد را دارد.

سپس ل، سپس م، سپس هـ، سپس و، سپس ی، سپس ن، سپس ر، سپس ع، سپس ف، سپس ت، سپس ب، سپس ک، همگی که هر دو یکسانند، سپس د، سپس س، سپس ق، سپس ح، سپس ج، سپس ذ، سپس ص، سپس ش، سپس ض، سپس خ، سپس ث، سپس ز، سپس ط، و غین که یکسانند، سپس ظ.

۱. آن روش همان است که در نمودار درختی پیشین دارای شمارهٔ ۲۸ است.
۲. این همان روش شمارهٔ ۲ در نمودار درختی است.

در این مورد در ۷ برگهٔ عربی مشاهده می‌کنیم که:

۶۰۰ الف	۴۳۷ لام	۳۲۰ میم	۲۷۳ هاء
۲۶۲ واو	۲۵۲ یاء	۲۲۱ نون	۱۵۵ راء
۱۳۱ عین	۱۲۲ فاء	۱۲۰ تاء	۱۱۲ باء
۱۱۲ کاف	۹۲ دال	۹۱ سین	۶۳ قاف
۵۷ حاء	۴۶ جیم	۳۵ ذال	۳۲ صاد
۲۰ خاء	۱۷ ثاء	۱۵ طاء	۱۵ غین، و ۸ ظاء[۱]

پیشتر گفته بودیم که: صدادارها به طبع در هر زبانی بیشترین حرف‌ها هستند[۲]، زیرا صدادارها وضع شده و عنصر حرف‌هایند که با بقیّهٔ حرف‌ها موجودند. در اینجا آشکار شد که لام در زبان عربی از یاء و واو و همچنین از هاء پرکاربردتر است و این در تناقض با چیزی نیست که پیشتر گفته‌ایم، زیرا صدادارها در زبان عربی تنها زمانی در خط آشکار می‌گردند که بزرگ [کشیده] باشند، و امّا کوچک‌هایشان[۳] [کوتاه‌ها] در خطّ عربی آشکار نمی‌شوند، مگر این که در اوّل کلمه یا صفت، یا تصریف یا در پایان آن باشند. مثلاً واو (مُحمّد) که در میان میم و حاء است در خطّ عربی آشکار نمی‌شود؛ زیرا کوچک (کوتاه) است و همچنین است الف مُحمّد که در میان حاء و میم دیگر است - که بین حاء و دال است- و الفش که بین میم و دال است که کوچک هستند و از آن رو، در خطّ عربی آشکار نمی‌شوند، چنان که در کتاب فی صناعة الشعر خودمان بیان کرده‌ایم[۴]. پس همهٔ صدادارهای کوچک در عربی می‌افتند و از آن رو، برخی از حرف‌های گنگ[5] [صامت] یافت می‌شوند -منظورم آن‌هایی هستند که صدادار [مصوّت] نیستند که در زبان عربی از برخی مصوّت‌ها بیشترند.

۱. از شمارش کندی در این جا سه حرف (ش، ض، ز) افتاده‌اند که بسامدشان در رسالهٔ پیش گفتهٔ ابن دنینیر گ ۵۸ پ، ۱۷، ...، ۹ و در رسالهٔ المؤلف للملک الاشرف فی حل التراجم ابن عدلان (در نسخهٔ ۵۳۵۹ فاتح، کتابخانهٔ سلیمانیهٔ استانبول)، ص ۲۷۵، به ترتیب اعداد ۲۸، ۲۳، ۱۶ است.

۲. به گفتارش در سر آغاز رساله بنگرید.

۳. منظور کندی از حرف‌های بزرگ صدادار حرف‌های کشیده است و منظورش از کوچک‌های آن‌ها حرکت‌ها می‌باشد و این یک توجّه برجسته از کندی است که در بررسی مصوّت‌ها با جدیدترین یافته‌های کاوش‌های صوتی آزمایشگاهی مطابق است و اشاره بدین نکته شایسته است که بسیاری از پیشینیان حرکت‌ها را بدین گونه وصف کرده‌اند که آن‌ها جزءهایی از حرف‌های مدّ و نظیرها و کوچک شده‌های آن‌هایند و ...، ابن سینا هم مانند کندی ضمّه و واو را واوهای کوچک و بزرگ، و فتحه و الف را الف‌های کوچک و بزرگ، و کسره و یاء را یاءهای کوچک و بزرگ نامیده است (بنگرید به اسباب حدوث الحروف، تصحیح محمد حسان الطّیان و یحیی میرعلم، دمشق، ۱۹۸۲ م، ص ۸۴-۸۵، ۱۲۶).

۴. ابن ندیم در الفهرست (چاپ رضا تجدد، تهران، ۱۹۷۳، ص ۳۱۷؛ ترجمهٔ فارسی، تهران، ۱۳۸۱، ص ۴۶۷) از این کتاب یاد کرده است ولی بروکلمان در کتاب تاریخ ادب عربی در شرح حال کندی آن را نیاورده است.

۵. در نزد بسیاری از نوپدیدان نام‌گذاری آن‌ها به حرف‌های صامت معمول شده است که خود یک نام‌گذاری کهن است و آن را ابن سینا در کتاب اسباب حدوث الحروف، ص ۱۲۴ به کار گرفته است.

***

همنشینی و ناهمنشینی حرف‌ها در زبان عربی

اکنون باید بگوییم که حرف‌هایی که در زبان عربی همنشین می‌شوند چه حرف‌هایی هستند و حرف‌هایی که در این زبان همنشین نمی‌شوند، کدامند.

حرف‌هایی که ناهمنشین هستند، همان حرف‌های اصلی‌اند که برای برخی از آن‌ها رخ می‌دهد که برخی با برخی دیگر همنشینی نکند، نه با جلو قرار گرفتن و نه با عقب قرار گرفتن، و نه تنها با جلو قرار گرفتن، و نه فقط با عقب قرار گرفتن. امّا حرف‌های تغییر یابنده –منظورم آن‌هایی است که یک بار اصلی و یک بار زاید می‌شوند– پس ممتنع نیست که همهٔ حرف‌ها با جلو قرارگیری و عقب قرارگیری و تنها با جلو قرارگیری یا با عقب قرارگیری همنشینی کنند.

منظورم از اصلی چیزی است که از اسم یا از ساختار کلمه باشد. منظورم از اسم مانند واژهٔ «نُطْقٌ» است و از کلمه واژهٔ «ناطِقٌ» است. پس کلمه بر زمانی دلالت می‌کند و در قوّه‌اش این است که بر یک چیزی دلالت کند که ناطق بوده است و همچنان است (یَنْطِقُ) که دلالت دارد بر این که او در یک زمانی ناطق خواهد بود. جز این که «نَطَقَ» و «یَنْطِقُ» دو کلمه نیستند، بلکه هر کدام از آن دو، تصریف کلمه است، پس اسم به تنهایی همان است که حرف‌های ساختارش اصلی‌اند.

تصریف کلمه: حرف زاید در آن مانند یاء «یَنْطِقُ» است که بر زمانی در آینده دلالت می‌کند که در آن نطق چیزی به زودی نُطْق خواهد شد و همان گونه است الف کوچک –که میان نون (نَطَقَ) و طاء آن است– که آن هم زایدی است که بر زمانی در گذشته دلالت می‌کند که در آن نُطْق کسی که نُطْق کرده، بوده است.

همچنین است کلمه که عبارت از «ناطِق» است که الف بزرگش –که میان نونش و طائش است، زاید است و بدل واو کوچک «نُطْق» است.

پس زایدها همان‌هایی‌اند که به اسم با تصریفش در زمان‌ها، یا عددها، یا تذکیر، یا تأنیث، یا اضافه، یا تشبیه، یا علّت، یا نَسَق (=نظم و ترتیب)، یا چیزهایی از این قبیل می‌پیوندند.

حرف‌های اصلی همیشه همان‌هایی‌اند که تغییر نمی‌کنند و به هر وجه از وجوه زایدند و عبارتند از:

ثاء، جیم، حاء، خاء، دال، ذال، راء، زاء، شین، صاد، ضاد، طاء، ظاء، عین، غین، قاف.

اکنون باید نمودارشان را به طور ساده ترسیم کنیم که تصویری ثابت برای آن‌ها باشد:

ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر	ز	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ق

تغییریاب‌ها که گاهی زایدند و گاهی اصلی، این‌هایند:

الف، باء، تاء، سین، فاء، کاف، لام، میم، نون، هاء، واو، یاء.

این حرف‌ها را باید در جدولی رسم کنیم تا در دو سطر، هر کدام در یک سطر، دیده شوند. اصلی‌ها را که هرگز تغییر نمی‌کنند، در سطر نخستین رسم می‌کنیم و متغیّرها را که گاهی زاید و گاهی اصلی‌اند، در سطر دوم می‌نگاریم، زیرا اصلی‌ها در شمار بیشترند و برخیشان گاهی به برخی دیگر نمی‌چسبند که این رخداد یک عَرَض لازم برای آن‌هاست:

حرف‌های اصلی	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر	ز	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ق
حرف‌های متغیّر	أ	ب	ت	س	ف	ک	ل	م	ن	ه	و	ی				

بر متغیّرها عارض می‌شود که مقارن همهٔ حرف‌ها شوند به تقدیم و تأخیر به جز سین[1] که آن مقارن حرف‌های ثاء، ذال، صاد، ضاد، ظاء، نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

س مقارن نمی‌شود با	ث	ذ	ص	ض	ظ	
			ص	ط	ظ	س[2]

حرف‌های اصلی به طبیعتشان ‑منظورم آن‌هایی است که عارضشان نمی‌شود که همیشه زاید باشند‑ آن‌هایی‌اند که در نخستین سطر از دو سطر حرف‌هایی آمده‌اند که در جدول حرف‌ها هستند:

پس ثاء با ذال و زاء و صاد و ضاد و ظاء و سین مقارن نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر، و این نمودارش است:

ث مقارن نمی‌شود با	ذ	ز	ص	ض	ظ	س

ثاء نیز مقارن شین نمی‌شود، هر گاه ثاء مقدّم باشد بر آن و مقارن آن می‌شود هر گاه شین بر ثاء مقدّم شود و این نمودارش است:

ث مقارن نمی‌شود با	ش
ث ش	ششن[3]

همچنین ذال مقارن نمی‌شود با ثاء و زاء، و صاد، و ضاد، و طاء، و ظاء، و سین، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

ذال مقارن نمی‌شود با	ث	ز	ص	ض	ط	ظ	س

۱. استثنا کردن کندی سین را به تنهایی، دقیق نیست؛ زیرا کاف هم که از متغیّرهاست با قاف و با جیم مقارن نمی‌شود، به اجماع پیشگامان زبان و همچنین است هاء که با بقیّهٔ حرف‌های حلق مقارن نمی‌شود و مثل آن است همزه.

۲. در رساله چنین آمده است و از منظور کندی آگاه نشدیم که چرا حرف‌های چهارگانه را در سطر دوم آورده است و ملاحظه می‌شود که او زاء را هم در اینجا یاد نکرده است با این که آن هم با سین مقارن نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر، چنان که در چند سطر بعد خواهد آمد.

۳. شَثُنَ و شَثِنَ شثناً و شُثونَةً، یعنی درشت شد، و شَثن در انگشتان و کف و پا ... درشتی است.

ذال با شین و غین هر گاه بر آن دو مقدّم باشد، مقارن نمی‌شود و هر گاه آن دو بر آن مقدّم شوند، مقارنشان می‌شود و نمودارش این است:

ذ ش	ذ غ
شذر	غذا

همچنین زاء مقارن ثاء و ذال و صاد و ظاء و سین نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

ز مقارن نمی‌شود با	ث	ذ	ص	ظ	س

زاء با شین و ضاد مقارن نمی‌شود، هر گاه بر آن دو مقدّم شود و هر گاه آن دو بر آن مقدّم شوند، مقارنشان می‌شود و این نمودارش است:

ز ش	ز ض
شزن[۱]	ضوز[۲]

زاء با طاء مقارن نمی‌شود، هر گاه که طاء بر آن مقدّم شود و زاء با طاء مقارن می‌شود، هر گاه زاء بر طاء مقدّم شود و نمودارش، این است[۳]:

ط	ز
ز	ط

همچنین صاد مقارن ثاء، و ذال، و زاء، و ضاد، و طاء، و سین نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و این نمودارش است:

ص مقارن نمی‌شود با	ث	ذ	ز	ض	ط	ظ	س

صاد با جیم و شین مقارن نمی‌شود هر گاه بر آن دو مقدّم باشد و هر گاه آن دو بر آن مقدّم شوند، با آن دو مقارن می‌شود و نمودارش این است:

ص ج	ص ش
جص	شَصیبَة[۴]

۱. شَزُنَ المکان، یعنی درشتی یافت.
۲. در اصل چنین آمده است، وضَوْز به معنی خوردن با کراهت یا جویدن است و در این مثال واو میان دو حرف مؤتلف، فاصله شده است.
۳. کندی در اینجا برای اقتران دو حرف مثال نیاورده، چنان که پیشتر آورده و شاید مثال‌ها را پیدا نکرده است، زیرا تنها سه مورد وجـود دارد که عبارتند از: زطّ، زطن، عزط.
۴. شَصیبَة: ته چاه.

صاد با دال مقارن نمی‌شود، هر گاه دال بر آن مقدّم شود و مقارن آن می‌شود، هر گاه صاد بر آن مقدّم باشد و نمودارش این است:

د ص	ص د
	صدأ

همچنین ضاد مقارن ثاء، و ذال، و صاد، و طاء، و ظاء، و سین، و شین نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

ض مقارن نمی‌شود با	ث	ذ	ص	ط	ظ	س	ش	نه به تقدیم و نه به تأخیر	

ضاد مقارن قاف نمی‌شود، هر گاه پیش از قاف قرار گیرد و مقارن آن می‌شود هر گاه قاف پیش از آن قرار گیرد و نمودارش این است:

ض ق	ق ض
	قضأ[1]

ضاد مقارن دال و زاء نمی‌شود، هر گاه هر کدام از آن دو پیش از ضاد قرار بگیرند و با هر یک از آن دو مقارن می‌شود، هر گاه پیش از آن قرار بگیرند و نمودارش این است:

د ض	ز ض
ضد	ض ز

همچنین ظاء مقارن ثاء، و ذال، و زاء، و صاد، و ضاد، و طاء، و جیم، ودال، و سین نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

ظ مقارن نمی‌شود با	ث	ذ	ز	ص	ض	ط	ج	د	س	نه به تقدیم و نه به تأخیر

ظاء مقارن حاء، و قاف، و شین، و خاء نمی‌شود، هر گاه ظاء پیش از هر یک از این حرف‌ها قرار گیرد و مقارنشان می‌شود، هر گاه هر کدام از این حرف‌ها پیش از آن قرار گیرند و نمودارش این است:

ظ ح	ظ ق		ظ ش	ظ خ
ح ظ	قظ[2]		شظی[3]	خظا[4]

۱. قَضَأَ الطَّعامَ یعنی خوراک را خورد.
۲. وَقَظَهُ یَقِظُهُ وَقْظاً: وَقَذَهُ، و وَقَظَ عَلی الأمر یعنی دوام آورد و استوار ماند، و صیغهٔ امر آن قِظْ است.
۳. شَظیٰ استخوانکی است باریک، چسبیده به زانو یا چسبیده به ساق یا بازو.
۴. خَظاهُ الله و أَخْظاهُ یعنی درشت و بزرگش گردانید.

همچنین جیم مقارن نمی‌شود با طاء، و ظاء، و غین، و قاف، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

ج مقارن نمی‌شود با	ط	ظ	ق	غ	نه به تقدیم و نه به تأخیر

جیم با صاد مقارن نمی‌شود، هر گاه صاد پیش از جیم قرار گیرد و مقارن آن می‌شود، هر گاه جیم پیش از صاد قرار گیرد و نمودارش این است:

ص ج	ج ص
	جص

همچنین حاء مقارن خاء، و عین، و غین نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

ح مقارن نمی‌شود با	خ	ع	غ

حاء مقارن ظاء نمی‌شود، هر گاه ظاء پیش از حاء قرار گیرد و مقارن آن می‌شود، هر گاه پیش از ظاء قرار گیرد و نمودارش این است:

ظ ح	حظ

همچنین خاء مقارن حاء و عین نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و این صورت آن است:

خ مقارن نمی‌شود با	ح	غ	نه به تقدیم و نه به تأخیر

همچنین خاء مقارن عین، و ظاء نمی‌شود، هر گاه آن دو قبل از آن باشند و مقارنشان می‌شود، هر گاه پیش از هر یک از آن دو باشد. و نمودارش این است:

ع خ	ظ خ
نَخَعَ[1]	خَظا

[دال با زاء مقارن نمی‌شود] و با طاء، و صاد، و ضاد هم مقارن نمی‌شود، هر گاه پیش از هر کدام از این حرف‌ها باشد و مقارنشان می‌شود، هر گاه بعد از آن‌ها باشد و نمودارش این است:

د ز	د ط	د ص	د ض
الأزد	موطد[2]	صد	ضد

راء به همگی حرف‌ها متّصل می‌شود، با تقدیم و با تأخیر[3] و بدان عارض نمی‌شود آن چه به حرف‌های دیگر از حرف‌های اصلی عارض می‌شود که هرگز تغییر نمی‌پذیرند.

۱. نَخَعَ الشاةَ نَخْعاً یعنی نخاع گوسفند را برید.
۲. از وَطَدَ الشئ یَطِدُه یعنی چیزی را استوار گردانید.
۳. این حکم مخالف چیزی است که درفرهنگ‌ها آمده است و عبارت از این است که نون بر راء مقدّم نمی‌شود.

شین، مقارن ضاد نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است.

ش مقارن نمی‌شود با	ض

شین مقارن نمی‌شود با زاء، و سین، و صاد، و ثاء، و ذال، و ظاء، هر گاه هر یک از این حرف‌ها پیش از آن باشد و مقارن آن‌ها می‌شود، هر گاه بعد از آن باشند و نمودارش این است:

ز ش	س ش	ص ش	ث ش	ذ ش	ظ ش
شزب[1]	شسع[2]	شص[3]	شثن	شذب[4]	شَظیٰ

همچنین طاء مقارن صاد، و ضاد، و ذال، و ظاء، و جیم نمی‌شود، نه به تقدیم و نه بـه تـأخیر و نمودارش این است:

ط مقارن نمی‌شود با	ص	ض	ذ	ظ	ج	نه به تقدیم و نه به تأخیر

طاء مقارن زاء نمی‌شود، هر گاه طاء مقدّم بر زاء باشد و مقارن آن می‌شود، هر گاه زاء بر آن مقدّم باشد و نمودارش این است:

ط		ز
ز		ط

طاء مقارن دال نمی‌شود، هر گاه دال پیش از طاء باشد و مقارنش می‌شود، هر گاه طاء پـیش از آن باشد و نمودارش این است:

د	ط
موطد	

همچنین عین مقارن غین، و حاء نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

ع مقارن نمی‌شود با	غ	ح

عین مقارن خاء نمی‌شود، هر گاه عین پیش از خاء باشد و مقارنش می‌شود، هر گاه بعد از خاء باشد و نمودارش این است:

ع	خ
بخع[1]	

۱. شزب یعنی لاغر شد.
۲. شسع یعنی دور شد.
۳. شصّ یعنی دندان‌هایش را به شکیبایی به هم فشرد.
۴. شذب یعنی پوست کند.

همچنین غین مقارن حاء، و خاء، و عین، و جیم نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

غ مقارن نمی‌شود با	ح	خ	ع	ج

غین مقارن قاف و ذال نمی‌شود هر گاه آن دو پیش از غین باشند و مقارنشان می‌شود، هر گاه پیش از آن باشند، و نمودارش این است:

ذ غ	ق غ
غذا	نغق[2]

همچنین قاف مقارن جیم نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر و نمودارش این است:

ق مقارن نمی‌شود با	ج	نه به تقدیم و نه به تأخیر

قاف مقارن غین نمی‌شود، هر گاه پیش از غین باشد، و هر گاه پس از غین باشد، مقارنش می شود و نمودارش این است:

ق		غ
نغق		

قاف مقارن ضاد نمی‌شود، هر گاه قاف بعد از آن باشد و مقارن آن می‌شود، هر گاه قاف در جلوی ضاد باشد و نمودارش این است:

ض	ق
قضم	

این‌ها همهٔ چیزهایی‌اند که اقتران (=همنشینی) نمی‌یابند.

آن چه غیر از این‌هایند، برخیشان با برخی مقارن می‌شوند و برای این که سخن آشکار باشد، نمودار مقارن شونده‌ها را رسم می‌کنیم، همچنان که در هنگام یاد کردن هر حرفی مقارنش را بازگو کردیم از میان همان چیزهایی که در هنگام یاد کردن جز آن‌ها یادشان کردیم. و بدان کار بسنده کردیم تا با هر حرفی تنها چیزهایی بیایند که مقارنش می‌شوند.

اکنون می‌گوییم: پیشتر آوردیم که متغیّرها همه‌شان مقارن همهٔ حرف‌ها می‌شوند، به جز سین که چیزهایی را که با آن مقارن نمی‌شود تعیین کردیم. امّا حرف‌های اصلی آن‌هایی هستند که باید،

١. بَخَعَ نفسه یعنی خود را از اندوه کشت.

٢. نَغَقَ الغُرابُ یعنی کلاغ غار غار کرد.

مقارن‌هایشان را رسم کنیم، هر گاه برخیشان مقارن برخی نشوند و برخی مقارن برخی دیگر بشوند و با این حال، مقارن شدنشان را با حرف‌های متغیّر رسم می‌کنیم، به یاری خدای متعال که بخشایندهٔ خوبی‌ها و نگهدارنده از بدی‌هاست:

می‌گوییم که ث مقارن می‌شود با					أ	ب	ت	ج	ح	خ	د
ر	ع	غ	ف	ق	ک	ل	م	ن	ه	و	ی

با تقدیم و با تأخیر.

ش مقارن ثاء می‌شود، هر گاه پیش از آن باشد و بر خلاف آن، مقارنش نمی‌شود و مقارن ذال، و زاء، و صاد، و ضاد، و سین نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر، و نمودارش این است[1].

می‌گوییم که ج مقارن می‌شود با: أ، ب، ت، ث، ح، خ، د، ذ، ر، ز، ق، س، ش، ض، ع، ف، ک، ل، م، ن، ه، و، ی و با ص هم در صورتی مقارن می‌شود که پیش از ص قرار گیرد.

می‌گوییم ر مقارن می‌شود با: أ، ب، ت، ث، ج، ح، خ، د، ذ، ز، س، ش، ص، ض، ط، ع، غ، ف، ق، ک، ل، م، ن، ه، و، ی. به تقدیم و به تأخیر.

می‌گوییم ز به تقدیم و تأخیر مقارن می‌شود با: أ، ب، ت، ج، ح، خ، د، ر، ع، غ، ف، ق، ک، ل، م، ن، ه، و، ی. نیز مقارن ش و ض می‌شود هر گاه پیش از آن قرار گیرند و بر خلاف آن مقارنشان نمی‌شود. و مقارن ث، و ذ، و ص، و ظ، و س نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر.

می‌گوییم ش به تقدیم و به تأخیر، مقارن می‌شود با: أ، ب، ت، ج، ح، خ، د، ر، ط، ع، غ، ف، ق، ک، ل، م، ن، ه، و، ی. همچنین مقارن ث، ذ، ز، س، ص، ظ می‌شود، هر گاه پیش از هر یک از این حرف‌ها قرار گیرد و بر خلاف آن مقارنشان نمی‌شود.

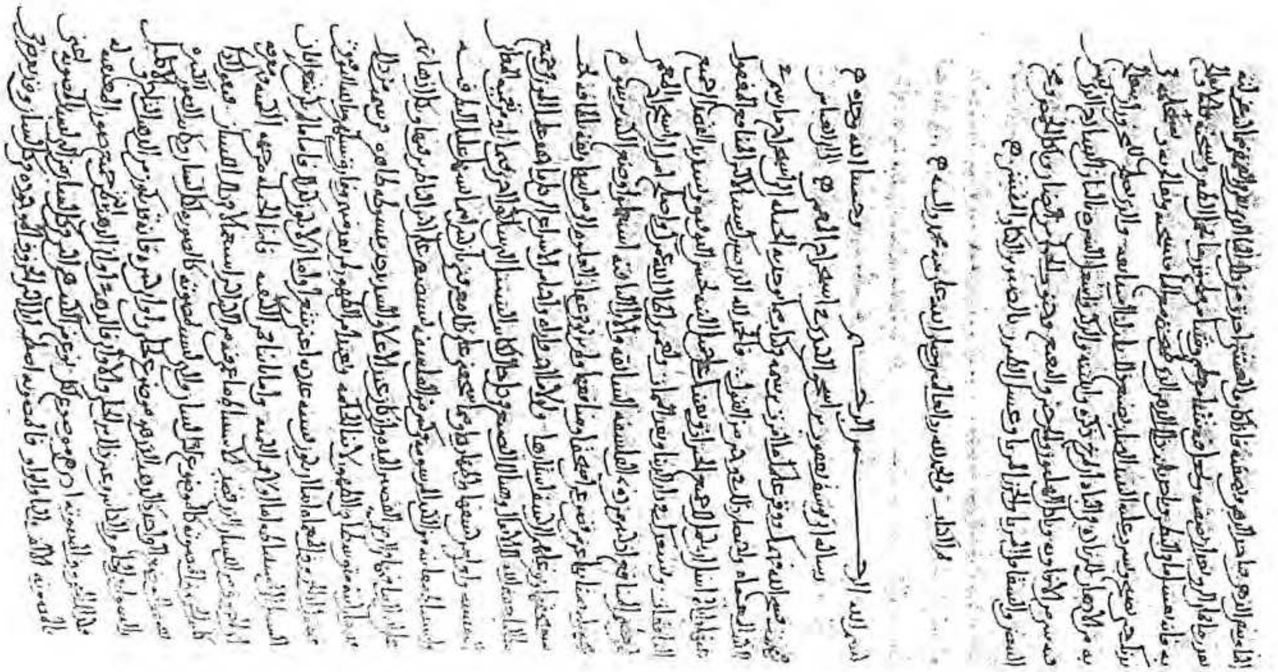
می‌گوییم ص به تقدیم و به تأخیر مقارن: أ، ب، ت، ح، خ، ر، ع، غ، ف، ق، ک، ل، م، ن، ه، و، ی می‌شود و مقارن ج و ش می‌شود، هر گاه آن دو بر آن مقدّم شوند و بر خلاف آن مقارنشان نمی‌شود و مقارن: ثاء، و ذال، و زاء، و سین، و ضاد، و طاء، و ظاء نمی‌شود، نه به تقدیم و نه به تأخیر[2].

توانمندی کامل از آن خدای متعال است که بخشندهٔ خوبی‌ها و نگهدارنده از بدی‌هاست.

کتاب کندی به ابی العبّاس احمد بن معتصم کامل شد در راهکار در رمزگشایی از کتاب‌ها.

ستایش ویژهٔ خدا، پروردگار جهانیان است و درود خدا بر پیامبرش، حضرت محمّد و بر همگی خاندانش باد.

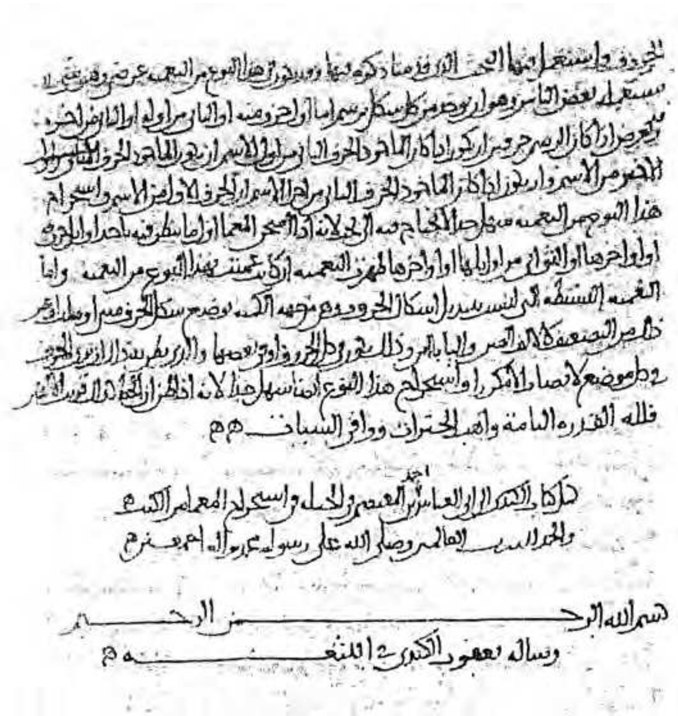
۱. کاتب در اینجا و در موارد بعدی متن کندی نمودار را رسم نکرده است و ما نیز مطلب را بر طبق اصل می‌آوریم.
۲. کاتب نسخه بخشی مندرج در یک برگ از میانهٔ فصل "روش‌های رمزگشایی برخی از رمزنگاری‌ها" (گ ۲۱۶ ر - گ ۲۱۶ پ) را در اینجا تکرار کرده است که در تصحیح متن عربی، این بخش مکرر و انجامهٔ نسخه حذف شده است. -م



صفحه نخست رساله کندی (نسخه ۴۸۳۲ ایاصوفیه، استانبول)

صفحهٔ چهارم رسالهٔ کندی (نسخهٔ ۴۸۳۲ ایاصوفیه، استانبول)

صفحهٔ هشتم رسالهٔ کندی (نسخهٔ ۴۸۳۲ ایاصوفیه، استانبول)



صفحهٔ آخر رسالهٔ کندی (نسخهٔ ۴۸۳۲ ایاصوفیه، استانبول)

فرم اشتراک سالانهٔ میراث علمی اسلام و ایران

علاقه‌مندان می‌توانند با توجه به شرایط زیر و تکمیل فرم، برای اشتراک اقدام کنند:

- اشتراک یک‌سالهٔ دو فصلنامهٔ میراث علمی اسلام و ایران (با احتساب دو شماره) ۴۰,۰۰۰ تومان (چهل هزار تومان).
- هزینهٔ ارسال بر عهدهٔ متقاضی است.

شمارهٔ حساب برای پرداخت در ایران:

حساب سپهر ۰۳۰۹۶۷۹۰۷۴۰۰۳ بانک صادرات شعبهٔ غرب انقلاب- شناسهٔ ۵۵۷، به نام مرکز نشر میراث مکتوب

- لطفاً فرم پر شده و اصل رسید واریز وجه را به نشانی زیر ارسال فرمایید:

تهران، خیابان انقلاب، بین خیابان ابوریحان و دانشگاه، ساختمان فروردین، شمارهٔ ۱۱۸۲، طبقهٔ دوم، مرکز پژوهشی میراث مکتوب، شناسهٔ پستی: ۱۳۱۵۶۹۳۵۱۹

تلفن: ۶۶۴۹۰۶۱۲-۲۱-۰۰۹۸

دورنگار: ۶۶۴۰۶۲۵۸-۲۱-۰۰۹۸

پست الکترونیکی: miraselmi@mirasmaktoob.ir

پایگاه اینترنتی: http://www.mirasmaktoob.ir

- در صورت بروز هرگونه مشکل در زمینهٔ اشتراک، با مرکز تماس بگیرید.
- رونوشت رسید بانکی را تا پایان اشتراک نزد خود نگه دارید.

✂..

نام .... نام خانوادگی ....

نام سازمان ....عنوان ....

نشانی ....

....

کدپستی .... تلفن ....

دورنگار ....پست الکترونیک ....

Abstracts of Persian Articles

The Roots of Code-Breaking in the Islamic World and al-Kindī's Innovations in this Field

Reza Kiani-Movahhed

This paper gives an account of coding and decoding messages and provides definitions of relevant technical terms. Different types of coding are mentioned and the appearance of coding techniques in the Islamic civilization is described. Then the achievements of al-Kindī (799-869 CE) the polymath Arab scholar in this field is explained. The paper ends with an account of the works by al-Kindī's successors, which preceded the works of Fermat (1607-1665 CE) and Pascal (1623-1662 CE) who were the pioneers of code-breaking in Europe.

Translations of Arabic and Persian Scientific Texts into Sanskrit

Maryam Zamani

It is well known that the Islamic period mathematics and astronomy was influenced by the Indian traditions, before the translation of Greek works into Arabic. In a later stage, a reverse process appeared and some Arabic and Persian scientific texts were translated into Sanskrit. This paper mentions nine mathematical and astronomical treatises which were translated into Sanskrit and provides information about their extant Sanskrit manuscripts and relevant publications. Some of these works were already translated from Greek into Arabic and/or Persian, directly or indirectly, such as Euclid's *Elements* and Ptolemy's *Almagest*. Others were original works composed by authors from the Islamic civilization. Deviations of the Sanskrit versions from the original versions are also surveyed.

An English editorial note with a list of contents and abstracts of Persian original papers in English are included in each issue (at the end of the pdf file) and those interested in more information may contact us by the e-mail address mentioned in the journal.

Mohammad Bagheri

Editorial

Having published 12 issues of the Persian journal *Miras-e Elmi*, during 6 years, it is now time to look back and to evaluate the achievements of the journal.

As we have declared in Editorial Note of the first issue, *Miras-e Elmi* is addressed to a relatively wider group of readers compared to the specialized journals in the field of history of science. Therefore our goal has been to introduce the findings of historians of science in an expository framework to all readers who can be among academics of different fields, university students, teachers, and brilliant high school students.

We have published original papers as well as translations (mainly from English) of papers which we found informative and good examples to follow from methodological point of view. We have also focused on general reports on the works done on the history of science in Iran in the context of the Islamic civilization (e.g., the Persian translation of historiographical works on the history of mathematics and astronomy by J. L. Berggren and David A. King, respectively).

On the whole, we have received an encouraging feedback which motivates us to continue in spite of difficulties which slow down our work.

We wished to publish materials relating to the history of different branches of science, but we have actually allocated more space to the history of mathematics and astronomy. The main reason was shortage of reliable works in other fields.

We invite the historians of all fields of science, especially life sciences, to send their works to us in order to provide their Persian versions to our readers.

Contents

Cover photo: Celestial sphere built in the late 13th century by Shams al-Dīn Muhammad ibn Muʿayyad al-Dīn al-ʿUrḍī, now preserved in Mathematisch-Physikalischer Salon in Dresden

Unit 9, Second floor, no. 1182, Farvardin building,
Between Daneshgah and Abu Rayhan St.,
Enghelab Eslami Ave., Tehran, Iran

post code: 13156-93519
Tel: +98-21-6649 0612
fax: +98-21-6640 6258

www.mirasmaktoob.ir
miraselmi@mirasmaktoob.ir
miraselmi90@gmail.com

ISSN: 2322-3669

Miras-e Elmi-ye
Eslam va Iran

Semiannual Journal on the Scientific Heritage
of
Islam and Iran

vol. 6, no. 2, Autumn 2017 & Winter 2018

Managing Director: **Akbar Irani**
Chief Editor: **Mohammad Bagheri**
Managing Editor: **Hamid Bohloul**
Publisher: **Written Heritage Research Institute**

Tehran, Iran