

ویرایش هشتم سال ۲۰۰۸

مبانی فیزیک

جلد سوم: شار هـا، موجها، مبانی نور و فیزیک جدید

دیوید هالیدی - رابرت رزنیـک - جـرل واکر





ویرایش هشتم سال ۲۰۰۸

مبانی فیزیک

جلد سوم: شارها، موجها، مبانی نور و فیزیک جدید

نویسندگان

دیوید هالیدی - رابرت رزنیک - جرل واکر

مترجمان

محمدرضا جلیلیان نصرتی - محمد عابدینی

- نخستین بخش در هر فصل موضوع فصل را با این پرسش که «فیزیک چیست؟» آغاز می‌کند که پاسخ آن به فیزیک آن فصل بستگی دارد.

- فصلهای ۹ و ۱۰ ویرایش ششم طوری ترکیب شده‌اند که فصل ۹ فعلی بحث کاملی از اندازه حرکت و پایداری اندازه حرکت را هم برای انفجارها و هم برخوردها می‌پوشاند.

- فصل مربوط به اندازه حرکت زاویه‌ای (فصل ۱۱) اکنون فیزیک ژئروسکوب را نیز شامل می‌شود.

- فصل مربوط به موجها (فصل ۳۲) استخراج معادله موج را در بر دارد.

- فصل مربوط به مدارهای AC (فصل ۳۱) پیش از معادله‌های ماکسول و مواد مغناطیسی (فصل ۳۲) ارائه شده است.

- فصل ۳۹ (در چاپ گسترش یافته کتاب) یافتن الگوی بور در اتم هیدروژن را نیز شامل می‌شود.

ویژگیهای فصلها

معما گونه‌های آغازین. هر فصل با معما گونه شگفت انگیزی آغاز و در خلال فصل توضیح داده می‌شود تا دانشجو را برای مطالعه فصل ترغیب کند. این قسمتها که مشخصه مبانی فیزیک هستند، مبتنی بر پژوهشهای جاری است که در مجله‌های علمی، مهندسی، پزشکی و حقوقی گزارش شده‌اند.

فیزیک چیست؟ توصیفی از هر فصل است که با این پرسش و با پاسخی مرتبط با موضوع فصل آغاز می‌شود.

یک وقت لوله کشی از جرل واکر پرسید «برای زندگی چه می‌کنید؟» واکر پاسخ داد «فیزیک آموزش می‌دهم.» لوله کش چند دقیقه فکر کرد و سپس پرسید «فیزیک چیست؟» حرفه لوله کش کاملاً مبتنی بر فیزیک است ولی او درباره فیزیک چیزی نمی‌داند. بسیاری از دانشجویان در فیزیک مقدماتی نمی‌دانند فیزیک چیست و تصور می‌کنند که به حرفه انتخابی آنها ربطی ندارد.

نکته‌های واریسی نقطه‌های توفقی هستند که به طور اثر گذاری از دانشجو می‌پرسند که «آیا این پرسش را با دلایل مبتنی بر توصیف یا مسئله نمونه‌ای که خواننده‌ای می‌توانی پاسخ دهی؟» (اگر نه بهتر است دانشجو پیش از اینکه در فصل جلوتر برود به مطالب قبلی بر گردد. برای مثال نکته واریسی ۲ در فصل ۴ و نکته بازینی ۲ در فصل ۱۱ را ببینید. پاسخ تمام نکته‌های واریسی در پایان کتاب داده شده‌اند.

مسئله‌های نمونه جهت کمک به دانشجو انتخاب شده‌اند تا مفاهیم اصلی را ساماندهی کنند و مهارتهای حل مسئله را بالا ببرند. اینها انتخاب شده‌اند تا نشان داده شود که چگونه می‌توان مسئله‌ها را به جای عدد گذاری سریع در معادله و بدون توجه به معانی معادله، به طور استدلالی حل کرد.

نکته‌های کلیدی در مسئله‌های نمونه دانشجو را بر مفاهیم اصلی و ریشه‌ای پاسخ به مسئله‌ای متمرکز می‌کند. در اصل این نکته‌های کلیدی می‌گویند «پاسخ خود را با استفاده از این مفهوم اصلی شروع می‌کنیم، روشی که ما را برای حل بسیاری از مسائل دیگر آماده می‌کند. با روشی که در آن با عدد گذاری

هدف اصلی مبانی فیزیک، ویرایش هفتم، همان هدفی است که در ۴۰ سال پیش در نخستین ویرایش آن توسط دیوید هالیدی و رابرت رزنیگ به این صورت بیان شده بود: برای در اختیار قرار دادن ابزاری که مدرسان بتوانند دانشجویانی را آموزش دهند تا قادر باشند به نحو مؤثری مطالب علمی را بخوانند، مفاهیم اساسی را بشناسند، در مورد پرسشهای علمی استدلال و مسئله‌های کمی را حل کنند.

این فرایند برای دانشجویان یا مدرسان آسان نیست. در واقع درسی که به این کتاب مربوط می‌شود یکی از پرتقاضاترین درسهای است که دانشجو انتخاب می‌کند. در عین حال این درس یکی از ارزشمندترین درسهاست، چون نظم بنیادین گیتی را آشکار می‌سازد که تمامی کاربردهای علمی و مهندسی از آن سرچشمه می‌گیرند.

چرا ویرایش جدید؟

بعضی می‌پرسند: «چون مبانی فیزیک به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته و به خوبی مورد پذیرش قرار گرفته است، چرا ویرایش جدید آن نوشته شده است؟» دو دلیل اصلی برای نوشتن ویرایش هفتم وجود دارد:

۱- بسیاری از استفاده‌کنندگان ویرایش ششم (هم مدرسان و هم دانشجویان) نکته‌ها و پیشنهادهایی جهت اصلاح کتاب ارسال کرده‌اند. این اصلاحها اکنون در متن و مسئله‌ها در سراسر کتاب اعمال شده‌اند. ما (مؤلف جدید جرال واکر و انتشارات جان وایلی و پسران) این کتاب را به عنوان طرحی رو به پیشرفت تلقی می‌کنیم و به مواردی که از سوی استفاده‌کنندگان آن دریافت می‌شود دلگرم می‌شویم. می‌توانید پیشنهادها، تصحیحات، نظرات مثبت یا منفی خود را به انتشارات جان وایلی

(<http://www.wiley.com/college/halliday>) یا

جرل واکر (email:physics@wiley.com) ارسال کنید. ممکن است نتوان به همه پیشنهادها پاسخ داد ولی همه آنها را مطالعه و حفظ می‌کنیم.

۲- جرال واکر به هنگام تدریس کتاب مبانی فیزیک تجربه‌های دست اولی به دست آورده است. پس از هر درس و آزمون آن او نکته‌هایی را درباره مفاهیم و روشهای کار شده با دانشجویان و (چیزی که برای تألیف کتاب خیلی مهم است) مواردی را که موجب ابهاماتی در دانشجویان بوده است به دقت یادداشت کرده که اصلاحها مبتنی بر این یادداشتها اکنون در سراسر این کتاب اعمال شده است. هدف او این بوده است که نشان دهد که دانشجویان می‌توانند از مفاهیم اصلی فیزیک به طور مستدل به نتیجه گیریهای معتبر برسند.

موارد تغییر یافته مهم

- صدها مسئله پایان فصل به دلیل کار آمد کردن ارائه و پاسخ دوباره نوشته شده‌اند.

- تمام موارد معما گونه آغاز فصل، مثالهای فیزیک کاربردی که برای ترغیب خواننده طراحی شده‌اند جدید بوده و از مجله‌های پژوهشی در زمینه‌های مختلف گرفته شده‌اند.

سریع در معادله‌ای همراه است شروع نمی‌کنیم، این روشی است که چیزی در پی ندارد.»

تدبیرهای حل مسئله شامل راهکارهای مفیدی جهت راهنمایی دانشجویان مبتدی فیزیک است که چگونگی حل مسئله‌ها و پرهیز از خطاهای متداول را می‌آموزد.

بازنگری و خلاصه خلاصه‌ای از محتوای هر فصل را ترسیم می‌کند که حاوی مفاهیم اساسی است ولی نمی‌تواند جایگزین مطالعه فصل شود.

پرسشها شبیه به نکته‌های واریسی‌اند و به جای محاسبه مستلزم تعقل و درک هستند. **پاسخ پرسشهای فرد در پایان کتاب داده شده است.**

مسئله‌ها در زیر عنوانهای بخش به ترتیب سخت بودن طبقه بندی شده‌اند. **پاسخ مسئله‌های فرد در پایان کتاب آمده است.**

علامتهایی جهت کمک بیشتر. وقتی پاسخهایی به صورت چاپی یا الکترونیکی جهت مسئله‌های فرد به دست داده شد، مطالبی درباره این مسائل وجود دارد که با این علامتها محل پاسخها به دانشجو و مدرس نشان داده می‌شوند. راهنمای علامت در آغاز هر مجموعه‌ای از مسایل به صورت زیر داده شده است:

SSM: پاسخ در کتاب حل مسئله‌ها داده شده است.

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday>

داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

مسئله‌های اضافی

این مسئله‌ها به صورت معینی ترتیب نیافته‌اند به طوری که دانشجو باید مشخص کند کدام بخشها از فصل به آنها مربوط‌اند.

مسئله‌های شبیه سازی وصل - خط^۱ تقریباً کلیه فصلها مسئله‌هایی وصل - خط دارند که فیزیک را در آن فصل شبیه سازی می‌کنند. در این فصلها علامتی در انتهای هر مسئله قرار داده شده است.

ویژگیهای اضافی

استدلال به جای عدد گذاری^۲ نخستین هدف این کتاب آموزش استدلال همراه با موقعیتهای چالش برانگیز به دانشجویان از طریق اصول بنیادی در یک راه حل است. هر چند که در برخی مسئله‌های این کتاب عدد گذاری لازم است ولی (هدف اصلی) در اغلب مسئله‌ها بر استدلال تأکید دارد.

فصلها با حجمی منطقی. برای جلوگیری از بیشتر شدن قطر کتاب که می‌تواند باعث توقف گلوله‌ای شود (و همین‌طور دانشجو) حجم فصلها را معقول در نظر گرفته‌ایم. مطالب به اندازه‌ای توضیح داده شده است که دانشجو حرکت را آغاز کند ولی نه به اندازه‌ای که دانشجو نتواند دیدگاهها را تحلیل و به هم پیوند دهد. سخن آخر اینکه دانشجو پس از مطالعه این کتاب و گذراندن درس مربوط به آن نیاز به مهارت تحلیل و پیوند دیدگاهها را پیدا خواهد کرد.

استفاده از ماشین حسابهای با قابلیت برداری. وقتی محاسبه‌های برداری در مسئله نمونه‌ای به طور مستقیم در نمایشگر ماشین

حساب با قابلیت برداری انجام شد، پاسخ مسئله نمونه آن واقعیت را مشخص می‌کند ولی هنوز جای تحلیل به شیوه سنتی مؤلفه‌ای وجود دارد. هرگاه محاسبه‌های برداری به طور مستقیم روی نمایشگر انجام نگیرند، علت آن از طریق راه حل معلوم می‌شود.

نمودارها به عنوان برانگیزنده اندیشه. اینها مسئله‌هایی هستند که نمودار دارند و در مورد نتیجه‌ای سؤال می‌کنند که مستلزم اطلاعات خیلی بیشتری از مطالعه مربوط به اطلاعات یک نقطه از نمودار است. در اینجا، راه حل مستلزم درکی از وضعیت فیزیکی در مسئله و اصولی است که در پس معادله‌های مربوطه وجود دارند. این مسئله‌ها خیلی شبیه به معماهای شرلوک هلمز^۳ هستند چون یک دانشجو حتماً باید تصمیم بگیرد که کدام اطلاعات مهم هستند. به عنوان مثال، مسئله ۳۸ در فصل ۴، مسئله ۸ در فصل ۱ و مسئله ۲۱ در فصل ۹ را ببینید.

مسئله‌های فیزیک کاربردی بر اساس پژوهشهای منتشر شده آورده شده‌اند که در آغاز معماگونه فصل، در یک مسئله نمونه یا در مسئله تکلیفی قرار داده شده‌اند. به عنوان مثال آغاز فصل ۹، مسئله نمونه ۲ تا ۸ در فصل ۲ و مسئله تکلیفی ۳۰ در فصل ۹ از این نمونه‌ها هستند. در مورد مثالی از مسئله‌ها که داستان ادامه داری را تشکیل می‌دهد به مسئله‌های ۴، ۳۵ و ۵۳ در فصل ۶ نگاه کنید.

مسئله‌های داستانی

مسئله ۵۷ در فصل ۵ که مربوط به تمام شدن سوخت پرواز شماره ۱۴۳ هواپیمایی کانادا در ارتفاع ۷/۹ km است و بی توجهی خدمه به یکای سوخت را نشان می‌دهد یکی از صدها داستان واقعی از این قبیل است (درس بزرگی برای دانشجویانی که یکاها را در نظر نمی‌گیرند).

مکملهای دانشجویان

پایگاه اینترنت دانشجویی. این پایگاه عبارت است از <http://www.wiley.com/college/halliday> که برای مبانی فیزیک ویرایش هفتم طراحی شده و دانشجویان را در مطالعه فیزیک کمک می‌کند.

راهنمای حل مسئله که به وسیله مترجمان تهیه شده و به دانشجو در حل مسئله‌ها کمک می‌کند.

1- on-line simulation

2- reasoning versus plug-and-chug

هماهنگی مطالب کتاب را عهده‌دار بوده است کمال امتنان و قدردانی به عمل می‌آید. از پرسنل حروفچینی معرفت که زحمات زیادی را در حروفچینی و صفحه‌آرایی کتاب متقبل شده‌اند قدردانی می‌شود که بدون این زحمات کتاب به سرانجام نمی‌رسید. از کلیه همکاران و کسانی که بدون دخالت آنان امکان چاپ این کتاب فراهم نمی‌شد تشکر می‌شود.

نظرها و پیشنهادهای خوانندگان گرامی، استادان و دانشجویان و افرادی که به طور مستقیم این کتاب را مورد استفاده قرار می‌دهند، تأثیرگذارترین عامل در بهبود این ترجمه به شمار می‌رود. انعکاس مواردی که در ترجمه متن، شکلها، فرمولها و غیره از نظر دور مانده است می‌تواند موجب اصلاحات در چاپهای بعدی شود. انعکاس این موارد به ناشر این کتاب موجب ارتقای کیفیت ترجمه و انتشار آن در چاپهای بعدی خواهد شد که بدین وسیله پیشاپیش قدردان و سپاسگزار این گرامیان خواهیم بود. نظرهای خود را به آدرس ناشر یا به پست الکترونیکی info@andazehnegasht.com ارسال کنید تا مورد استفاده قرار گیرد.

فصل ۳۰

۱۳	شماره‌ها
۱۴	۱-۳۰ فیزیک چیست؟
۱۴	۲-۳۰ شماره چیست؟
۱۴	۳-۳۰ چگالی و فشار
۱۶	۴-۳۰ شماره‌های ساکن
۱۸	۵-۳۰ اندازه‌گیری فشار
۱۹	۶-۳۰ اصل پاسکال
۲۰	۷-۳۰ اصل ارشمیدس
۲۴	۸-۳۰ شماره‌های آرمانی در حال حرکت
۲۵	۹-۳۰ معادله پیوستگی
۲۷	۱۰-۳۰ معادله برنولی
۳۰	بازنگری و خلاصه درس
۳۱	پرسشها
۳۲	مسئله‌ها

فصل ۳۱

۴۳	نوسانها
۴۴	۱-۳۱ فیزیک چیست؟
۴۴	۲-۳۱ حرکت هماهنگ ساده
۴۶	۳-۳۱ قانون نیرو برای حرکت هماهنگ ساده
۴۹	۴-۳۱ انرژی در حرکت هماهنگ ساده
۵۰	۵-۳۱ نوسانگر هماهنگ ساده زاویه‌ای
۵۱	۶-۳۱ آونگها
۵۵	۷-۳۱ حرکت هماهنگ ساده و حرکت دایره‌ای یکنواخت
۵۶	۸-۳۱ حرکت هماهنگ ساده میرا
۵۸	۹-۳۱ نوسانهای واداشته و تشدید
۵۹	بازنگری و خلاصه درس
۶۰	پرسشها
۶۲	مسئله‌ها

فصل ۳۲

۷۳	موجها - I
۷۴	۱-۳۲ فیزیک چیست؟
۷۴	۲-۳۲ انواع موجها
۷۴	۳-۳۲ موجهای عرضی و طولی
۷۶	۴-۳۲ طول موج و بسامد
۷۸	۵-۳۲ تندی موج پیشرونده
۸۱	۶-۳۲ تندی موج در یک ریسمان کشیده شده
۸۲	۷-۳۲ انرژی و توان موج پیشرونده در طول ریسمان
۸۴	۸-۳۲ معادله موج
۸۵	۹-۳۲ اصل برهم‌نهی برای موجها
۸۶	۱۰-۳۲ تداخل موجها
۸۸	۱۱-۳۲ بردارهای فاز

۸۹	۱۲-۳۲ موجهای ایستاده
۹۱	۱۳-۳۲ موجهای ایستاده و تشدید
۹۴	بازنگری و خلاصه درس
۹۵	پرسشها
۹۷	مسئله‌ها

فصل ۳۳

۱۰۷	موجها - II
۱۰۸	۱-۳۳ فیزیک چیست؟
۱۰۸	۲-۳۳ موجهای صوتی
۱۰۹	۳-۳۳ تندی صوت
۱۱۱	۴-۳۳ موجهای صوتی پیشرونده
۱۱۳	۵-۳۳ تداخل
۱۱۴	۶-۳۳ شدت و تراز صوت
۱۱۷	۷-۳۳ چشمه‌های صوتی در موسیقی
۱۲۰	۸-۳۳ زنش
۱۲۱	۹-۳۳ اثر دوپلر
۱۲۵	۱۰-۳۳ تندیهای فراصوتی، موجهای ضربه‌ای
۱۲۶	بازنگری و خلاصه درس
۱۲۷	پرسشها
۱۲۸	مسئله‌ها

فصل ۳۴

۱۴۱	تصویرها
۱۴۲	۱-۳۴ فیزیک چیست؟
۱۴۲	۲-۳۴ دو نوع تصویر
۱۴۳	۳-۳۴ آینه‌های تخت
۱۴۵	۴-۳۴ آینه‌های کروی
۱۴۷	۵-۳۴ تصویر در آینه‌های کروی
۱۴۹	۶-۳۴ سطحهای شکننده کروی
۱۵۱	۷-۳۴ عدسیهای نازک
۱۵۶	۸-۳۴ ابزارهای نوری
۱۵۹	۹-۳۴ اثبات سه فرمول
۱۶۱	بازنگری و خلاصه درس
۱۶۲	پرسشها
۱۶۳	مسئله‌ها

فصل ۳۵

۱۷۵	تداخل
۱۷۶	۱-۳۵ فیزیک چیست؟
۱۷۶	۲-۳۵ نور به عنوان یک موج
۱۸۰	۳-۳۵ پراش
۱۸۱	۴-۳۵ آزمایش تداخلی ینگ
۱۸۴	۵-۳۵ همدوسی
۱۸۵	۶-۳۵ شدت در تداخل دو شکاف

۲۸۴	۵-۳۸ نور به عنوان موج احتمال
۲۸۶	۶-۳۸ موجهای الکترونها و ماده
۲۸۹	۷-۳۸ معادله شرودینگر
۲۹۰	۸-۳۸ اصل عدم قطعیت هایزنبرگ
۲۹۱	۹-۳۸ تونل زنی در سد
۲۹۴	بازنگری و خلاصه درس
۲۹۵	پرسشها
۲۹۶	مسئلهها

فصل ۳۹

۳۰۳	باز هم درباره موجهای ماده
۳۰۴	۱-۳۹ فیزیک چیست؟
۳۰۴	۲-۳۹ موجهای ریزمان و موجهای ماده
۳۰۴	۳-۳۹ انرژیهای الکترون به تله افتاده
۳۰۸	۴-۳۹ تابعهای موج الکترون به تله افتاده
۳۱۱	۵-۳۹ الکترون در یک چاه متناهی
۳۱۳	۶-۳۹ تلههای الکترونی بیشتر
۳۱۴	۷-۳۹ تلههای دو و سه بعدی
۳۱۶	۸-۳۹ مدل بور اتم هیدروژن
۳۱۸	۹-۳۹ معادله شرودینگر و اتم هیدروژن
۳۲۳	بازنگری و خلاصه درس
۳۲۵	پرسشها
۳۲۶	مسئلهها

فصل ۴۰

۳۳۱	همه چیز درباره اتمها
۳۳۲	۱-۴۰ فیزیک چیست؟
۳۳۲	۲-۴۰ برخی از ویژگیهای اتمها
۳۳۴	۳-۴۰ اسپین الکترون
۳۴۰	۴-۴۰ اندازه حرکتهای زاویهای و گشتاورهای دوقطبی
۳۳۵	مغناطیسی
۳۳۷	۵-۴۰ آزمایش اشترن-گرلاخ
۳۳۹	۶-۴۰ تشدید مغناطیسی
۳۴۱	۷-۴۰ اصل طرد پاولی
۳۴۱	۸-۴۰ الکترونها و چندگانه در تلههای مستطیلی
۳۴۴	۹-۴۰ بناکردن جدول تناوبی
۳۴۵	۱۰-۴۰ پرتوهای x و ترتیب عنصرها
۳۴۹	۱۱-۴۰ لیزرها و نور لیزر
۳۵۰	۱۲-۴۰ لیزرها چگونه کار می کنند
۳۵۲	بازنگری و خلاصه درس
۳۵۴	پرسشها
۳۵۵	مسئلهها

فصل ۴۱

۳۶۳	رسانش الکتریسته در جامدها
۳۶۴	۱-۴۱ فیزیک چیست؟

۱۸۷	۷-۳۵ تداخل در لایههای نازک
۱۹۴	۸-۳۵ تداخل سنج مایکلسون
۱۹۵	بازنگری و خلاصه درس
۱۹۵	پرسشها
۱۹۷	مسئلهها

فصل ۳۶

۲۰۹	پراش
۲۱۰	۱-۳۶ فیزیک چیست؟
۲۱۰	۲-۳۶ پراش و نظریه موجی نور
۲۱۱	۳-۳۶ پراش توسط یک شکاف: محل کمینهها
۲۱۴	۴-۳۶ شدت پراش تک شکاف، به طور کیفی
۲۱۵	۵-۳۶ شدت در پراش تک شکاف، به طور کمی
۲۱۷	۶-۳۶ پراش توسط یک روزنه دایره ای
۲۲۰	۷-۳۶ پراش با دو شکاف
۲۲۲	۸-۳۶ توریهای پراش
۲۲۶	۹-۳۶ توریها: پاشندگی و توان تفکیک
۲۲۸	۱۰-۳۶ پراش توسط لایههای منظم
۲۳۰	بازنگری و خلاصه درس
۲۳۱	پرسشها
۲۳۲	مسئلهها

فصل ۳۷

۲۴۳	نسبیت
۲۴۴	۱-۳۷ فیزیک چیست؟
۲۴۴	۲-۳۷ اصلهای موضوع
۲۴۵	۳-۳۷ اندازه گیری یک رویداد
۲۴۷	۴-۳۷ نسبیت همزمانی
۲۴۸	۵-۳۷ نسبیت زمان
۲۵۱	۶-۳۷ نسبیت طول
۲۵۴	۷-۳۷ تبدیل لورنتس
۲۵۵	۸-۳۷ برخی پیامدهای معادلههای لورنتس
۲۵۷	۹-۳۷ نسبیت سرعتها
۲۵۷	۱۰-۳۷ اثر دوپلر برای نور
۲۶۱	۱۱-۳۷ نگاهی نو به اندازه حرکت
۲۶۱	۱۲-۳۷ نگاهی نو به انرژی
۲۶۵	بازنگری و خلاصه درس
۲۶۶	پرسشها
۲۶۸	مسئلهها

فصل ۳۸

۲۷۷	فوتونها و موجهای ماده
۲۷۸	۱-۳۸ فیزیک چیست؟
۲۷۸	۲-۳۸ فوتون، کوانتوم نور
۲۷۹	۳-۳۸ اثر فوتوالکتریک
۲۸۲	۴-۳۸ فوتونها اندازه حرکت دارند

۴۳۳	۸-۴۳ گداخت گرما هسته‌ای کنترل شده
۴۳۵	بازنگری و خلاصه درس
۴۳۶	پرسشها
۴۳۶	مسئله‌ها

فصل ۴۴

۴۴۱	کوارکها، لپتونها، و مهبانگ
۴۴۲	۱-۴۴ فیزیک چیست؟
۴۴۲	۲-۴۴ ذره‌ها، ذره‌ها، ذره‌ها
۴۴۵	۳-۴۴ میان گفتار
۴۴۸	۴-۴۴ لپتونها
۴۴۹	۵-۴۴ هادرونها
۴۵۱	۶-۴۴ باز هم قانون پایستگی دیگر
۴۵۱	۷-۴۴ راه هشتگانه
۴۵۳	۸-۴۴ مدل کوارگی
۴۵۵	۹-۴۴ نیروهای اصلی و ذره‌های پیام رسان
۴۵۷	۱۰-۴۴ درنگی برای اندیشه
۴۵۸	۱۱-۴۴ عالم در حال انبساط است
۴۵۹	۱۲-۴۴ تابش زمینه کیهانی
۴۵۹	۱۳-۴۴ ماده تاریک
۴۶۰	۱۴-۴۴ مهبانگ
۴۶۲	۱۵-۴۴ جمع بندی
۴۶۳	بازنگری و خلاصه درس
۴۶۳	پرسشها
۴۶۴	مسئله‌ها

پیوستها

۴۷۱	پیوست الف: دستگاه بین المللی یکاها (SI)
۴۷۳	پیوست ب: چند ثابت بنیادی فیزیک
۴۷۴	پیوست پ: برخی داده‌های نجومی
۴۷۶	پیوست ت: ضریبهای تبدیل
۴۸۱	پیوست ث: فرمولهای ریاضی
۴۸۴	پیوست ج: خواص عناصرها
۴۸۸	پیوست ج: جدول تناوبی عناصرها
۴۸۹	پیوست ح: برندگان جایزه نوبل در فیزیک
۴۹۶	پاسخ نکته‌های واری، پرسشها و مسئله‌های فرد
۵۰۵	واژه‌نامه
۵۰۹	نمایه

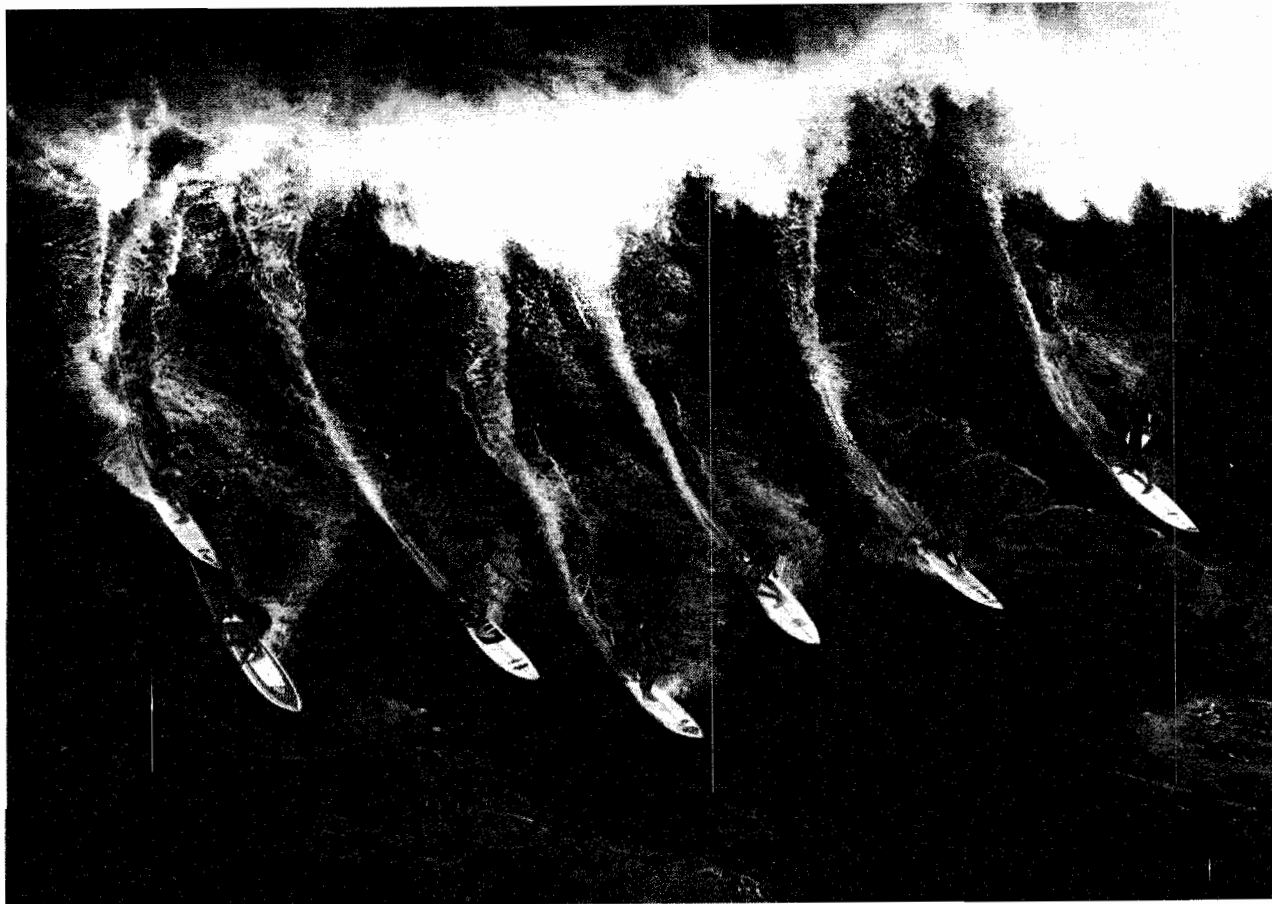
۳۶۴	۲-۴۱ ویژگیهای الکتریکی جامدها
۳۶۵	۳-۴۱ ترازهای انرژی در جامد بلورین
۳۶۶	۴-۴۱ عایقها
۳۶۷	۵-۴۱ فلزها
۳۷۱	۶-۴۱ نیمرساناها
۳۷۲	۷-۴۱ نیمرساناهای آلاییده
۳۷۵	۸-۴۱ پیوندگاه p-n
۳۷۷	۹-۴۱ یکسوساز پیوندی
۳۷۸	۱۰-۴۱ دیود نور-گسیل (LED)
۳۸۰	۱۱-۴۱ ترانزیستور
۳۸۲	بازنگری و خلاصه درس
۳۸۳	پرسشها
۳۸۴	مسئله‌ها

فصل ۴۲

۳۸۹	فیزیک هسته‌ای
۳۹۰	۱-۴۲ فیزیک چیست؟
۳۹۰	۲-۴۲ کشف هسته
۳۹۲	۳-۴۲ برخی از خواص هسته‌ای
۳۹۶	۴-۴۲ واپاشی پرتوزا
۳۹۹	۵-۴۲ واپاشی آلفا
۴۰۱	۶-۴۲ واپاشی بتا
۴۰۳	۷-۴۲ عمرسنجی پرتوزا
۴۰۴	۸-۴۲ اندازه‌گیری دز تابشی
۴۰۶	۹-۴۲ مدل‌های هسته‌ای
۴۰۸	بازنگری و خلاصه درس
۴۰۹	پرسشها
۴۱۰	مسئله‌ها

فصل ۴۳

۴۱۹	انرژی هسته‌ای
۴۲۰	۱-۴۳ فیزیک چیست؟
۴۲۰	۲-۴۳ شکافت هسته‌ای: فرایند اصلی
۴۲۲	۳-۴۳ مدلی برای شکافت هسته‌ای
۴۲۴	۴-۴۳ راکتور هسته‌ای
۴۲۷	۵-۴۳ یک راکتور هسته‌ای طبیعی
۴۲۹	۶-۴۳ گداخت گرما-هسته‌ای: فرایند اصلی
۴۳۳	۷-۴۳ گداخت گرما-هسته‌ای در خورشید و ستارگان
۴۳۱	دیگر



موج سوار برای رسیدن به موج بزرگ بعدی به آرامی زانوی خود را روی تخته موج سواری خم می‌کند. وقتی او در هنگام جلو رفتن موج بلندی را در نظر می‌گیرد، به سرعت به طرف ساحل حرکت می‌کند به طوری که او تقریباً با همان سرعتی که موج در زیر پای او در جریان است حرکت می‌کند. سپس او روی تخته می‌ایستد و به آرامی تعادل خود را حفظ می‌کند. او چگونه می‌تواند موج سواری را ادامه دهد؟ از طرفی دیگر او چگونه می‌تواند در جلو موج به بالا و پایین حرکت کند؟

خلاصه موج سوار چگونه موج سواری می‌کند؟ پاسخ در همین فصل.

۳۰-۱ فیزیک چیست؟

بگویید) آب به همان اندازه با بخار تفاوت دارد که با یخ متفاوت است. در واقع چنین نیست. اتمهای سازنده یخ مانند سایر جامدهای بلورین، در یک آرایه سه بعدی نسبتاً سخت به نام شبکه بلوری آرایش یافته‌اند. ولی نه در بخار و نه در آب یک چنین آرایش منظم برد بلندی وجود ندارد.

۳۰-۳ چگالی و فشار

هرگاه درباره اجسام صلب بحث می‌کنیم، منظور تکه‌های خاصی از ماده مانند قطعه‌های چوب، توپ بیسبال یا میله‌های فلزی است. کمیت‌های فیزیکی که مفید تشخیص داده می‌شوند و برحسب آنها می‌توان قانونهای نیوتون را بیان کرد عبارت‌اند از جرم و نیرو. به عنوان مثال می‌گوییم بر قطعه‌ای به جرم $3/6 \text{ kg}$ نیروی 25 N وارد شده است.

در مورد شاره‌ها بیشتر به ماده گسترده و خواصی علاقه‌مندیم که می‌توانند در ماده از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر تغییر کنند. بهتر است که به جای جرم و نیرو، از چگالی و فشار صحبت کنیم.

چگالی

برای یافتن چگالی ρ شاره در هر نقطه، عنصر حجمی کوچک ΔV را در اطراف آن نقطه در نظر می‌گیریم و جرم Δm شاره موجود در این عنصر را اندازه می‌گیریم. بنابراین، چگالی عبارت است از

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1-30)$$

به لحاظ نظری، چگالی در هر نقطه از یک شاره عبارت است از حد این نسبت هنگامی که عنصر حجم ΔV در آن نقطه کوچک و کوچکتر شود. در عمل، فرض می‌کنیم که نمونه شاره در مقایسه با ابعاد اتمی بزرگ و بنابراین، نسبت به اتمها به جای «تکه تکه» بودن یکدست «با چگالی یکنواخت» است.

فیزیک شاره‌ها اساس مهندسی هیدرولیک است، شاخه‌ای از مهندسی که در بسیاری از شاخه‌ها کاربرد دارد. مهندس هسته‌ای جریان شاره را در دستگاه هیدرولیکی یک راکتور هسته‌ای مطالعه می‌کند در حالی که مهندس پزشکی جریان خون را در سرخرگ بیمار مطالعه می‌کند. مهندس محیط زیست به چگونگی زهکشی از زمینهای بایر یا آبیاری مزارع علاقه‌مند است. مهندس دریانوردی ممکن است به خطراتی که غواصها در عمق دریا با آنها مواجه‌اند یا به امکان فرار خدمه از زیر دریایی غرق شده علاقه‌مند باشد. مهندس هوانوردی ممکن است دستگاههایی هیدرولیکی را طراحی کند که زبانه‌های بالهای هواپیما را در موقع فرود کنترل کند.

قبل از اینکه بتوانیم چنین کاربردهایی را در فیزیک شاره‌ها مطالعه کنیم، باید ابتدا به این پرسش پاسخ دهیم که «شاره چیست»؟

۳۰-۲ شاره چیست؟

شاره، بر خلاف جامد، ماده‌ای است که می‌تواند جریان یابد. شاره‌ها شکل ظرفی را به خود می‌گیرند که در آنها ریخته می‌شوند. این رفتار به این دلیل است که آنها نمی‌توانند نیرویی را که به طور مماسی بر سطح آنها وارد می‌شود تحمل کنند. (بر اساس مفاهیم بخش ۷-۱۲، شاره ماده‌ای است که چون نمی‌تواند تنش برشی را تحمل کند جریان می‌یابد. ولی می‌تواند نیرویی را در جهت عمود بر سطح خود وارد کند.) برخی مواد، مانند قیر، برای گرفتن شکل ظرف خود به زمان زیادی نیاز دارند، ولی سرانجام به آن وضعیت می‌رسند، بنابراین، آنها را نیز شاره به حساب می‌آوریم.

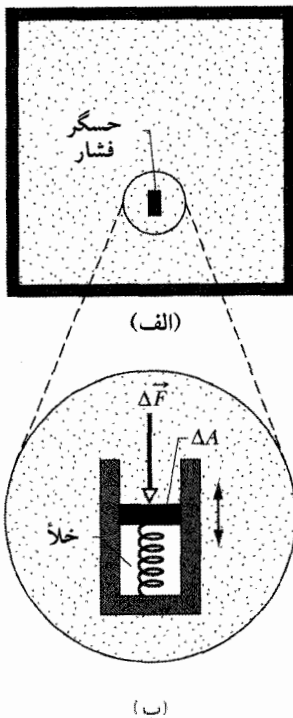
ممکن است تعجب کنید که چرا مایعها و گازها را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را شاره می‌نامیم. غیر از این (ممکن است

جدول ۳۰-۱ برخی از چگالیها

ماده یا جسم	چگالی (kg/m^3)	ماده یا جسم	چگالی (kg/m^3)
فضای بین ستاره‌ای	10^{-10}	آهن	$7/9 \times 10^3$
بهترین خلاء آزمایشگاهی	10^{-17}	جیوه	$13/6 \times 10^3$
هوا: 20°C و 1 atm	$1/21$	زمین: متوسط	$5/5 \times 10^3$
20°C و 5 atm	$60/5$	هسته	$9/5 \times 10^3$
استایروفوم	1×10^2	- پوسته	$2/8 \times 10^3$
یخ	$0/917 \times 10^3$	خورشید: متوسط	$1/4 \times 10^3$
آب: 20°C و 1 atm	$0/998 \times 10^3$	هسته	$1/6 \times 10^3$
20°C و 5 atm	$1/000 \times 10^3$	ستاره کوتوله سفید (هسته)	10^{10}
آب دریا: 20°C و 1 atm	$1/024 \times 10^3$	هسته اورانیوم	3×10^{17}
خون	$1/060 \times 10^3$	ستاره نوترونی (هسته)	10^{18}

معادله ۳۰-۴ فقط شامل بزرگی آن نیرو است که یک کمیت نرده‌ای است.

یکای SI فشار نیوتون بر متر مکعب است که پاسکال (Pa) نام دارد.



شکل ۳۰-۱ (الف) ظرف پر از شاره حاوی یک حسگر کوچک فشار که در شکل (ب) نشان داده شده است. فشار به کمک موقعیت نسبی پیستون متحرک در حسگر اندازه‌گیری می‌شود.

در کشورهای متریک، سنج‌های فشار لاستیک اتومبیل برحسب کیلو پاسکال مدرج شده‌اند. پاسکال به برخی یکاهای فشار معمولی (غیر SI) به صورت زیر مربوط می‌شود

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ torr} = 14.7 \text{ lb/in}^2$$

/اتمسفر (atm)، همانطور که از اسم آن پیدا است، فشار متوسط و تقریبی جو در سطح دریاست. تور (از نام ایوانجلیستا توریچلی^۱، کسی که فشارسنج جیوه‌ای را در سال ۱۶۷۴/۱۰۵۳ اختراع کرد) بیشتر میلی‌متر جیوه (mm Hg) نامیده می‌شد. پوند بر اینچ مربع اغلب به اختصار psi نوشته می‌شود. جدول ۳۰-۲ برخی از فشارها را نشان می‌دهد.

این فرض امکان می‌دهد تا معادله ۳۰-۱ را به صورت زیر بنویسیم

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (۳۰-۲) \quad (\text{چگالی یکنواخت})$$

که در آن m و V جرم و حجم نمونه‌اند.

چگالی یک خاصیت نرده‌ای و یکای SI آن کیلوگرم بر متر مکعب است. جدول ۳۰-۱ چگالیهای برخی از مواد و چگالیهای متوسط چند جسم را نشان می‌دهد. توجه کنید که چگالی گاز (به هوا در جدول نگاه کنید) به طور قابل ملاحظه‌ای با فشار تغییر می‌کند، ولی چگالی مایع (به آب نگاه کنید) این طور نیست. یعنی گازها به آسانی تراکم پذیرند ولی مایعها این طور نیستند.

فشار

همانند شکل ۳۰-۱ الف یک وسیله کوچک حس کننده فشار را در نظر می‌گیریم که داخل یک ظرف پر شده از شاره آویزان است. این حسگر (شکل ۳۰-۱ ب) از پیستونی به مساحت ΔA تشکیل شده که در استوانه‌ای کاملاً چسبیده به آن واقع است و روی فنری قرار دارد. یک وسیله قرائت، تعیین مقدار تراکم فنر (مدرج شده) توسط شاره اطراف را امکان‌پذیر می‌کند، و بزرگی ΔF نیرویی را که بر پیستون وارد می‌شود نشان می‌دهد. فشار وارد از شاره بر پیستون را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (۳۰-۳)$$

از لحاظ نظری، فشار در هر نقطه از شاره عبارت است از حد این نسبت هنگامی که مساحت ΔA پیستون واقع در آن نقطه کوچک و کوچکتر شود. ولی اگر در سراسر سطح تحت A نیرو یکنواخت باشد، معادله ۳۰-۳ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$p = \frac{F}{A} \quad (۳۰-۴) \quad (\text{فشار نیروی یکنواخت روی سطح تخت})$$

که در آن F بزرگی نیروی عمودی وارد بر سطح A است. (هرگاه درباره نیروی یکنواخت در یک سطح صحبت می‌کنیم، منظور این است که نیرو در هر نقطه از سطح به طور یکسان توزیع شده است.)

با آزمایش معلوم می‌شود که در هر نقطه معین از شاره ساکن، فشار p تعریف شده با معادله ۳۰-۴ مقدار یکسانی دارد و سنجگیری حسگر فشار اهمیتی ندارد. فشار یک کمیت نرده‌ای است، که هیچ خاصیت مربوط به جهت ندارد. این درست است که نیروی وارد بر پیستون حسگر فشار یک بردار است، ولی

فشار (Pa)	فشار (Pa)	فشار (Pa)	فشار (Pa)
2×10^5	چرخ اتومبیل	2×10^{16}	مرکز خورشید
10^5	جو در سطح دریا	4×10^{11}	مرکز زمین
$1/6 \times 10^4$	فشار خون متعارف ^۲	$1/5 \times 10^{10}$	بیشترین فشار آزمایشگاهی قابل دوام
10^{-12}	بهترین خلاء آزمایشگاهی	$1/1 \times 10^8$	عمیقترین گودال اقیانوس (کف)
		1×10^6	پاشنه کفش خیلی باریک بر کف اتاق

۱- فشار بیشتر از فشار جو

۲- معادل ۱۲۰ torr در سنجۀ فشار پزشکی

مسئله نمونه ۱-۳۰

ابعاد یک اتاق نشیمن $3/5 \text{ m}$ و $4/2 \text{ m}$ و ارتفاع آن $2/4 \text{ m}$ است. (الف) وزن هوای درون اتاق وقتی فشار هوا $1/0 \text{ atm}$ باشد، چقدر است؟

نکته کلیدی (۱) وزن هوا برابر mg است که در آن m جرم هواست. (۲) جرم m بنابر معادله $2-30$ $(\rho = m/V)$ به چگالی هوا ρ و حجم هوا V مربوط است.

محاسبه: با به کار بردن همزمان این دو نکته و در نظر گرفتن چگالی هوا در فشار 1 atm ، از جدول ۱-۳۰ خواهیم داشت

$$mg = (\rho V)g = (1/21 \text{ kg/m}^3)(3/5 \text{ m} \times 4/2 \text{ m} \times 2/4 \text{ m})(9/8 \text{ m/s}^2) = 418 \text{ N} \approx 420 \text{ N}$$

(پاسخ)

این تقریباً وزن ۱۱۰ قوطی نوشابه است.

(ب) بزرگی نیروی وارد از جو روی سر یک انسان با مساحت $0/40 \text{ m}^2$ چقدر است؟

نکته کلیدی وقتی فشار شاره p وارد بر سطح به مساحت A یکنواخت باشد، نیروی شاره وارد بر سطح را می توان از معادله $3-40$ $(p = F/A)$ به دست آورد.

محاسبه: اگرچه فشار هوا به طور روزانه تغییر می کند، می توان به طور تقریبی $p = 1 \text{ atm}$ در نظر گرفت بنابراین معادله $3-40$ به دست می دهد:

$$F = pA = (1/0 \text{ atm}) \left(\frac{1/01 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{1/0 \text{ atm}} \right) (0/40 \text{ m}^2) = 4000 \text{ N}$$

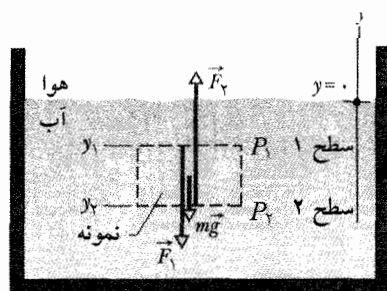
(پاسخ)

این نیروی بسیار بزرگ عبارت است از وزن ستونی از هوا که بالای سر انسان را می پوشاند و تا بالای جو ادامه دارد.

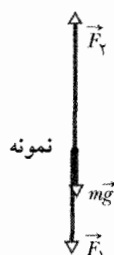
۳-۴ شاره های ساکن

شکل ۲-۳۰ الف مخزن روبازی از آب- یا مایع دیگری- را نشان می دهد. همانطور که هر شناگری می داند، فشار با عمق در زیر فصل مشترک هوا- آب افزایش می یابد. در واقع سنجۀ

عمق سنج شناگر شباهت زیادی به حسگر فشاری دارد که نمونه آن در شکل ۱-۳۰ ب نشان داده شده است. همانطور که هر کوهنوردی می داند به هنگام بالا رفتن از کوه فشار با ارتفاع کاهش می یابد. فشاری که شناگر یا کوهنورد با آن مواجه است معمولاً فشار هیدروستاتیک نامیده می شود، زیرا این فشارها ناشی از شاره هایی هستند که در حالت استاتیکی (در حال سکون) قرار دارند. در اینجا می خواهیم عبارتی برای فشار هیدروستاتیکی برحسب تابعی از عمق یا ارتفاع به دست آوریم. نخست افزایش فشار را برحسب عمق در زیر سطح آب در نظر می گیریم. محور قائم y در مخزن را رو به بالا مثبت در نظر می گیریم و فرض می کنیم مبدأ آن در فصل مشترک هوا- آب باشد. سپس نمونه آبی را اختیار می کنیم که در یک استوانه فرضی قائم با مقطع دایره ای با مساحت قاعده افقی A قرار دارد، به طوری که عمق سطح بالایی و سطح پایینی استوانه به ترتیب y_1 و y_2 (که هر دو منفی^۱) باشند.



(الف)



شکل ۲-۳۰ الف) یک مخزن آب که در آن نمونه ای از آب در یک استوانه فرضی با قاعده افقی به مساحت A قرار دارد. نیروی F_1 بر سطح بالایی استوانه و نیروی F_2 بر سطح زیرین استوانه وارد می شود. نیروی گرانشی وارد بر آب در استوانه با mg نشان داده شده است. (ب) نمودار جسم آزاد آب نمونه.

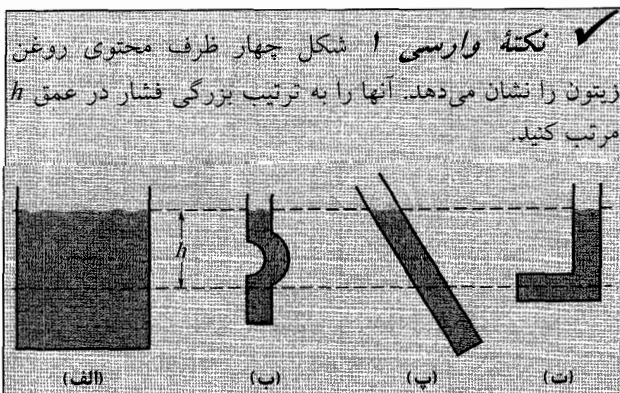
بنابراین، معادله ۳۰-۸ بدون توجه به شکل ظرف همواره برقرار است. اگر سطح زیرین ظرف در عمق h باشد، آنگاه معادله ۳۰-۸ فشار را در آنجا به دست می‌دهد.

در معادله ۳۰-۸، p را فشار کل یا فشار مطلق در سطح ۲ می‌گویند. برای اینکه علت را بدانید، توجه کنید که در شکل ۳۰-۳ فشار p در سطح ۲ شامل دو جزء است: (۱) p_0 فشار ناشی از جو که به طرف پایین بر مایع وارد می‌شود و (۲) ρgh ، فشار ناشی از مایع در بالای سطح ۲ که به طرف پایین و بر سطح ۲ وارد می‌شود. به طور کلی، اختلاف بین فشار مطلق و فشار جوی را فشار پیمانه‌ای می‌نامند. (انتخاب این نام به خاطر این است که پیمانه برای اندازه‌گیری این اختلاف فشار به کار می‌رود). برای وضعیت شکل ۳۰-۳، ρgh فشار پیمانه‌ای است. معادله ۳۰-۷ برای بالای سطح مایع نیز برقرار است: این معادله فشار جوی را در هر فاصله معین بالاتر از سطح ۱ برحسب فشار جوی p_1 در سطح ۱ به دست می‌دهد (با فرض اینکه چگالی جو در آن فاصله یکنواخت باشد). برای مثال، برای به دست آوردن فشار جو در فاصله d بالای سطح ۱ در شکل ۳۰-۳ قرار می‌دهیم

$$y_1 = 0, \quad p_1 = p_0, \quad y_2 = d, \quad p_2 = p$$

و سپس به ازای $\rho = \rho_{\text{هو}}$ خواهیم داشت

$$p = p_0 - \rho_{\text{هو}} g d$$



مسئله نمونه ۳۰-۳

یک غواص تازه کار با ماسک اکسیژن که در استخر تمرین می‌کند قبل از رها کردن کپسول در عمق L با نفس کشیدن هوای کافی را از کپسول به ریه‌های خود منتقل می‌کند و سپس شناکان به سطح می‌آید. او دستوره‌های مربوط به شنا را رعایت نمی‌کند و موقع بالا آمدن هوا را تیرون نمی‌دهد. وقتی به سطح می‌رسد، اختلاف بین فشار خارجی روی او و فشار هوا در ریه‌های او برابر $9/3 \text{ kPa}$ است. او از چه عمقی شروع کرده است؟ او با چه خطر مرگبار بالقوه‌ای رو به رو می‌شود؟

نکته کلیدی فشار در عمق h در مایعی با چگالی ρ با معادله ۳۰-۴ $(p = p_0 + \rho gh)$ داده می‌شود، که در آن ρgh به فشار جوی p_0 افزوده شده است.

شکل ۳۰-۲ نمودار جسم آزاد را برای آب درون استوانه نشان می‌دهد. آب در حالت تعادل استاتیکی قرار دارد؛ یعنی در حال سکون است و نیروهای وارد بر آن موازنه دارند. سه نیرو به طور قائم بر آب وارد می‌شوند: نیروی \vec{F}_1 بر سطح بالای استوانه وارد می‌شود و ناشی از آب بالای استوانه است. به همین ترتیب، نیروی \vec{F}_2 بر سطح زیرین استوانه وارد می‌شود و ناشی از آب زیر استوانه است. نیروی گرانشی وارد بر آب داخل استوانه با $m\vec{g}$ نشان داده شده است که m جرم آب داخل استوانه است. موازنه این نیروها به صورت زیر نوشته می‌شود

$$F_2 = F_1 + mg \quad (30-5)$$

می‌خواهیم معادله ۳۰-۵ را به معادله‌ای تبدیل کنیم که شامل فشارها باشد. از معادله ۳۰-۴ می‌دانیم که

$$F_1 = p_1 A \quad \text{و} \quad F_2 = p_2 A \quad (30-6)$$

از معادله ۳۰-۲ جرم m آب داخل استوانه برابر $m = \rho V$ است که در آن V حجم استوانه از حاصلضرب مساحت سطح A آن در ارتفاعش $y_2 - y_1$ به دست می‌آید. بنابراین، m برابر $\rho A(y_2 - y_1)$ است. با قرار دادن این و معادله ۳۰-۶ در معادله ۳۰-۵ داریم

$$p_2 A = p_1 A + \rho A g (y_2 - y_1)$$

یا

$$p_2 = p_1 + \rho g (y_2 - y_1) \quad (30-7)$$

این معادله را می‌توان برای یافتن فشار هم در مایع (برحسب تابعی از عمق) و هم فشار در جو (برحسب ارتفاع) به کار برد. برای اولی، فرض کنید می‌خواهیم فشار p را در عمق h زیر سطح مایع به دست آوریم. در این صورت فرض می‌کنیم سطح ۱ در سطح مایع و سطح ۲ در فاصله h زیر سطح مایع (مانند شکل ۳۰-۳) و p_0 بیانگر فشار جو روی سطح باشد. حال مقدارهای

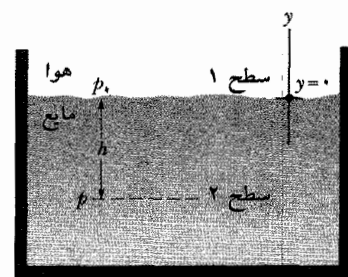
$$y_1 = 0, \quad p_1 = p_0, \quad y_2 = -h, \quad p_2 = p$$

را در معادله ۳۰-۷ قرار می‌دهیم، داریم

$$p = p_0 + \rho gh \quad (\text{فشار در عمق } h) \quad (30-8)$$

توجه کنید که فشار در یک عمق معین در مایع به آن عمق بستگی دارد نه به ابعاد افقی.

فشار در نقطه‌ای داخل یک مایع در حالت تعادل استاتیکی
به عمق آن نقطه بستگی دارد و به اندازه افقی یا ظرف آن بستگی ندارد.



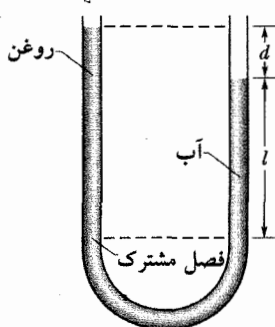
شکل ۳۰-۳ فشار p در عمق h زیر سطح مایع بنابر معادله ۳۰-۸ افزایش می‌یابد.

$$p_{\text{int}} = p_0 + \rho_x g(l+d) \quad (\text{شاخه چپ})$$

با مساوی قرار دادن این دو عبارت و از حل آن برای چگالی نامعلوم خواهیم داشت

$$\rho_x = \rho_w \frac{l}{l+d} = (998 \text{ kg/m}^3) \frac{135 \text{ mm}}{135 \text{ mm} + 12/3 \text{ mm}} = 915 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{پاسخ})$$

توجه کنید که پاسخ به فشار جو p_0 یا به شتاب سقوط آزاد g بستگی ندارد.



شکل ۳۰-۴ روغن در شاخه چپ بالاتر از آب در شاخه راست قرار دارد چون چگالی روغن از چگالی آب کمتر است. هر دو ستون مایع فشار یکسان p_{int} را در تراز فصل مشترک ایجاد می‌کنند.

۳۰-۵ اندازه‌گیری فشار

جوسنج جیوه‌ای (بارومتر)

شکل ۳۰-۵ الف اساس یک جوسنج جیوه‌ای را نشان می‌دهد که برای اندازه‌گیری فشار جو به کار می‌رود. لوله شیشه‌ای بلندی که با جیوه پر شده است، و همانطور که شکل نشان می‌دهد انتهای باز آن به طور وارونه در ظرفی محتوی جیوه قرار داده می‌شود. فضای بالای ستون جیوه فقط دارای بخار جیوه است و فشار آن در دماهای معمولی به اندازه‌ای کوچک است که می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد.

از معادله ۳۰-۷ می‌توان برای یافتن فشار جوی p_0 بر حسب ارتفاع h ستون جیوه استفاده کرد. سطح ۱ شکل ۳۰-۲ را فصل مشترک هوا-جیوه و سطح ۲ را بالای ستون جیوه به ترتیبی که در شکل ۳۰-۵ الف نشان داده شده است در نظر می‌گیریم. سپس مقدارهای

$$y_1 = 0, \quad p_1 = p_0, \quad y_2 = h, \quad p_2 = 0$$

را در معادله ۳۰-۷ قرار می‌دهیم، خواهیم داشت

$$p_0 = \rho g h \quad (۳۰-۹)$$

که در آن ρ چگالی جیوه است.

به ازای یک فشار معین، ارتفاع h ستون جیوه به مساحت مقطع لوله قائم بستگی ندارد. جوسنج جیوه‌ای خیالی شکل ۳۰-۵ ب نیز همان مقدار اندازه‌گیری شده شکل ۳۰-۵ الف را نشان می‌دهد؛ فاصله قائم بین سطحهای جیوه در هر دو جوسنج برابر h است.

محاسبه‌ها: در اینجا وقتی غواص در عمق L ریه‌هایش را پر می‌کند، فشار خارجی روی او (و در نتیجه فشار هوای داخل ریه‌هایش) از حالت عادی بیشتر است و با معادله ۳۰-۸ داده می‌شود

$$P = P_0 + \rho g L$$

که در آن p_0 فشار جوی و ρ چگالی آب (998 kg/m^3) از جدول ۳۰-۱ است. وقتی او بالا می‌رود، فشار خارجی روی او کم می‌شود تا اینکه در سطح به فشار جوی p_0 می‌رسد. فشار خون او نیز تا حد عادی کاهش می‌یابد. ولی، چون او عمل بازدم را انجام نمی‌دهد، فشار هوا روی ریه‌هایش همان فشاری که در عمق L داشته است باقی می‌ماند. در سطح، اختلاف فشار بین بیشترین فشار در ریه‌های او و کمترین فشار روی سینه او برابر است با

$$\Delta p = p - p_0 = \rho g L$$

که از آن خواهیم داشت

$$L = \frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{9300 \text{ Pa}}{(998 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)} = 0.95 \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

این عمق زیادی نیست! ولی این اختلاف فشار 9.3 kPa (تقریباً ۹٪ فشار جو) برای از هم گسیختن ریه‌های غواص و راندن هوا از آنها به طرف خون با فشار کمتر کافی است که باعث راندن هوا به قلب و مرگ غواص شود. اگر غواص از دستوره‌های لازم پیروی کند و به هنگام بالا رفتن بتدریج هوا را بیرون دهد، فشار در ریه‌های او با فشار خارجی برابر می‌شود و هیچ خطری او را تهدید نمی‌کند.

مسئله نمونه ۳۰-۳

لوله U شکل در شکل ۳۰-۴ محتوی دو مایع در حالت تعادل استاتیکی است: آب با چگالی $\rho_w (= 998 \text{ kg/m}^3)$ در شاخه راست و روغن با چگالی نامعلوم ρ_x در شاخه سمت چپ. با اندازه‌گیری $l = 135 \text{ mm}$ و $d = 12/3 \text{ mm}$ ، چگالی روغن چقدر است؟

نکته کلیدی (۱) فشار p_{int} در فصل مشترک روغن-آب در شاخه چپ بستگی به چگالی ρ_x و ارتفاع روغن بالای فصل مشترک دارد. (۲) آب در شاخه سمت راست در همان سطح باید در فشار یکسان با p_{int} باشد. علت آن این است که چون آب در حالت تعادل استاتیکی است، فشار در نقطه‌های هم سطح داخل آب باید در فشار یکسانی باشند، حتی اگر این نقطه‌ها به طور افقی از هم فاصله داشته باشند.

محاسبه‌ها: در شاخه راست، فصل مشترک به اندازه l زیر سطح آزاد آب است، و از معادله ۳۰-۸ داریم

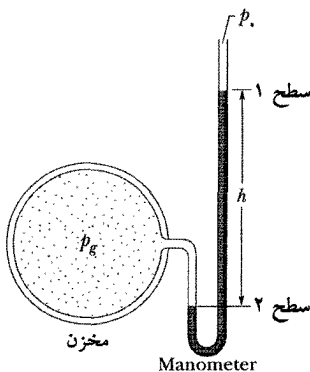
$$p_{\text{int}} = p_0 + \rho_w g l \quad (\text{شاخه راست})$$

در شاخه چپ، فصل مشترک در فاصله $l+d$ در زیر سطح آزاد روغن است و دوباره از معادله ۳۰-۸ داریم

۳۰-۶ اصل پاسکال

وقتی طرف انتهایی لوله خمیر دندان را فشار دهید اصل پاسکال را در حین عمل مشاهده می‌کنید. این اصل همچنین اساس تمهیدی به نام هیم‌لیک^۱ است که در آن فشار فزاینده تندی که به طور مناسب به شکم وارد شود به گلو منتقل شده و غذای جا گرفته در آن را با شدت خارج می‌کند. این اصل، نخستین بار در سال ۱۶۵۲/۱۰۳۱ به وسیله بلیز پاسکال^۲ (که یکای فشار به نام اوست) به روشنی بیان شده است:

هر تغییری که در فشار اعمال شده بر یک شاره تراکم ناپذیر محبوس انجام گیرد، بدون کاهش به هر بخش از شاره و به دیواره‌های ظرف انتقال می‌یابد.



شکل ۳۰-۶ فشارسنج با لوله باز به صورتی متصل شده است که فشار پیمانه‌ای گاز در مخزن سمت چپ را اندازه می‌گیرد. شاخه راست لوله U به جو باز می‌شود.

اثبات اصل پاسکال

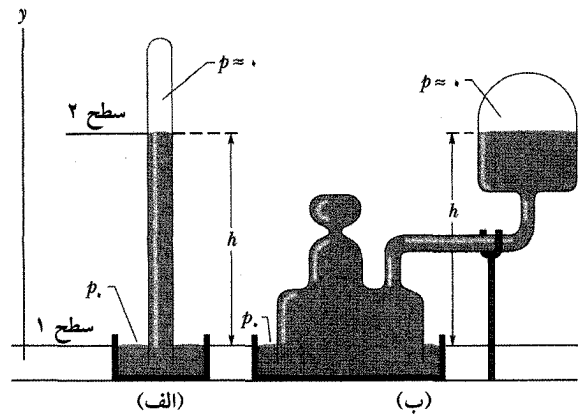
موردی را در نظر می‌گیریم که در آن مانند شکل ۳۰-۷ شاره یک مایع تراکم ناپذیر است که در استوانه بلندی قرار دارد. روی پیستونی که به این استوانه کاملاً چسبیده است ظرفی پر از گلوله‌های سربی قرار دارد. جو، ظرف و گلوله‌ها فشار p_{ext} را بر پیستون و در نتیجه بر مایع وارد می‌کنند. پس فشار p در هر نقطه P در مایع عبارت است از

$$p = p_{ext} + \rho gh \quad (۱۱-۳۰)$$

برای افزایش p_{ext} به اندازه Δp_{ext} گلوله‌های بیشتری به ظرف اضافه می‌کنیم. کمیت‌های g ، ρ و h در معادله ۱۱-۳۰ بدون تغییرند، پس تغییر فشار در P عبارت است از

$$\Delta p = \Delta p_{ext} \quad (۱۲-۳۰)$$

این تغییر فشار مستقل از h است، بنابراین، همانطور که اصل پاسکال بیان می‌کند، باید در مورد تمام نقطه‌های درون مایع برقرار باشد.



شکل ۳۰-۵ (الف) جوسنج جیوه‌ای. (ب) جوسنج جیوه‌ای دیگر. فاصله h در هر دو مورد یکسان است.

به ازای یک فشار معین، معادله ۳۰-۹ نشان می‌دهد که ارتفاع ستون جیوه به مقدار g در محل جوسنج و چگالی جیوه بستگی دارد که با دما تغییر می‌کند. ارتفاع ستون (برحسب میلی‌متر) به طور عددی با فشار (برحسب torr) در صورتی برابر است که جوسنج در جایی باشد که در آنجا g دارای مقدار استاندارد پذیرفته شده 9.80665 m/s^2 بوده و دمای جیوه 0°C باشد. اگر این شرایط برقرار نباشد (که به ندرت برقرار است)، پیش از تبدیل ارتفاع ستون جیوه به فشار، تصحیحات کوچکی باید انجام گیرد.

فشارسنج (مانومتر) با لوله باز

فشارسنج با لوله باز (شکل ۳۰-۶) فشار پیمانه‌ای p_g یک گاز را اندازه می‌گیرد. این دستگاه از یک لوله U شکل تشکیل شده که دارای یک مایع است و یک انتهای آن به ظرفی که فشار پیمانه‌ای آن را می‌خواهیم اندازه‌گیری کنیم متصل است و انتهای دیگر آن به جو راه دارد. از معادله ۳۰-۷ برای پیدا کردن فشار پیمانه‌ای برحسب ارتفاع h که در شکل ۳۰-۶ نشان داده شده است می‌توان استفاده کرد. فرض کنید سطح‌های ۱ و ۲ را به ترتیب شکل ۳۰-۶ در نظر بگیریم. مقدارهای

$$y_1 = 0, \quad p_1 = p_0, \quad y_2 = -h, \quad p_2 = p$$

را در معادله ۳۰-۷ قرار می‌دهیم، داریم

$$p_g = p - p_0 = \rho gh$$

که در آن ρ چگالی مایع در لوله است. فشار پیمانه‌ای p_g با h نسبت مستقیم دارد.

بسته به اینکه $p > p_0$ یا $p < p_0$ ، فشار پیمانه‌ای می‌تواند مثبت یا منفی باشد. در چرخهای باد شده یا دستگاه گردش خون انسان، فشار (مطلق) از فشار جو بیشتر است، به طوری که فشار پیمانه‌ای یک کمیت مثبت است که گاهی پرفشار نامیده می‌شود. اگر برای کشیدن مایعی از نی استفاده کنید، فشار (مطلق) در ریه‌های شما در واقع کمتر از فشار جو است. پس فشار پیمانه‌ای در ریه‌های شما یک کمیت منفی است.

معادله ۳۰-۱۳ نشان می‌دهد که اگر $A_o > A_i$ باشد، مانند مورد شکل ۳۰-۸، نیروی خروجی F_o وارد بر بار باید بزرگتر از نیروی ورودی F_i باشد.

اگر پیستون ورودی به اندازه d_i به طرف پایین حرکت کند، پیستون خروجی به اندازه مسافت d_o به طرف بالا حرکت می‌کند، به طوری که حجم یکسان V از مایع تراکم‌ناپذیر در هر دو پیستون جابه‌جا می‌شود. پس

$$V = A_i d_i = A_o d_o$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$d_o = d_i \frac{A_i}{A_o} \quad (۳۰-۱۴)$$

این نشان می‌دهد که اگر (مانند شکل ۳۰-۸) $A_o > A_i$ باشد، پیستون خروجی نسبت به پیستون ورودی فاصله کمتری حرکت می‌کند.

از معادله‌های ۳۰-۱۳ و ۳۰-۱۴ می‌توان کار خروجی را به صورت زیر نوشت

$$W = F_o d_o = \left(F_i \frac{A_o}{A_i} \right) \left(d_i \frac{A_i}{A_o} \right) = F_i d_i \quad (۳۰-۱۵)$$

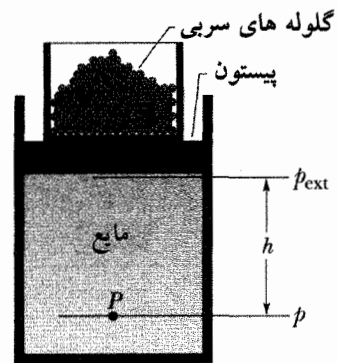
که نشان می‌دهد کار W انجام شده روی پیستون ورودی به وسیله نیروی اعمال شده برابر با کار W انجام شده به وسیله پیستون خروجی به هنگام بلند کردن بار واقع روی آن است. مزیت اهرم هیدرولیکی در این است که:

با اهرم هیدرولیکی، نیروی معینی که در یک فاصله معین وارد می‌شود می‌تواند به نیروی بزرگتری که در یک فاصله کمتر عمل می‌کند تبدیل شود.

ضرب نیرو در فاصله بدون تغییر می‌ماند به طوری که کار انجام شده یکسان است. ولی، وارد کردن یک نیروی بزرگتر اغلب امتیاز بسیار بزرگی به حساب می‌آید. برای مثال، بیشتر ما نمی‌توانیم یک اتومبیل را بلند کنیم و در نتیجه برای این کار از یک جک هیدرولیکی استفاده می‌کنیم، اگر چه مجبوریم با دسته آن بیشتر از مقداری که اتومبیل بالا می‌رود تلمبه بزنیم. در این وسیله، جابه‌جایی d_i نه در یک ضربه بلکه طی چند ضربه کوچک انجام می‌شود.

۳۰-۷ اصل ارشمیدس

شکل ۳۰-۹ دانشجویی را نشان می‌دهد که به هنگام شنا در یک استخر، یک کیسه بسیار نازک پلاستیکی (با جرم ناچیز) را که با آب پر شده است با مهارت جابه‌جا می‌کند. او در می‌یابد که کیسه و آب داخل آن در حالت تعادل استاتیکی هستند و تمایلی به بالا یا پایین رفتن ندارند. نیروی گرانشی رو به پایین \vec{F}_g

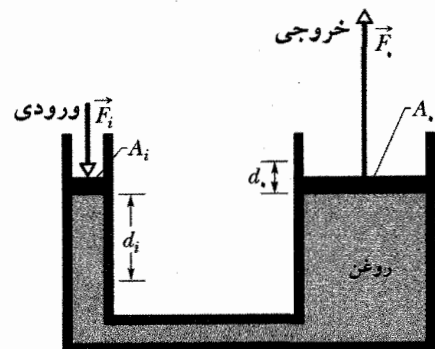


شکل ۳۰-۷ گلوله‌های کوچک سربی که روی پیستون بار شده‌اند در بالای مایع (تراکم‌ناپذیر) محبوس فشار p_{ext} را ایجاد می‌کنند. اگر با افزودن گلوله‌های سربی بیشتر p_{ext} افزایش یابد، فشار به همان مقدار در کلیه نقطه‌های درون مایع افزایش می‌یابد.

اصل پاسکال و اهرم هیدرولیکی

شکل ۳۰-۸ نشان می‌دهد که اصل پاسکال چگونه اساس اهرم هیدرولیکی را تشکیل می‌دهد. در عمل، بزرگی نیروی خارجی را که به طرف پایین بر سمت چپ پیستون (یا ورودی) وارد می‌شود F_i و مساحت پیستون را A_i در نظر می‌گیریم. در نتیجه مایع تراکم‌ناپذیر درون این وسیله، نیروی رو به بالایی به بزرگی F_o بر پیستون سمت راست (یا خروجی) که مساحت آن A_o است وارد می‌کند. برای اینکه دستگاه در تعادل باقی بماند، باید از طرف یک بار خارجی (نشان داده نشده است) نیرویی به بزرگی F_o و رو به پایین به پیستون خروجی وارد شود. نیروی \vec{F}_i اعمال شده در سمت چپ و نیروی رو به پایین \vec{F}_o که به وسیله بار بر سمت راست وارد می‌شود، تغییر Δp را در فشار مایع ایجاد می‌کنند که با رابطه زیر داده می‌شود

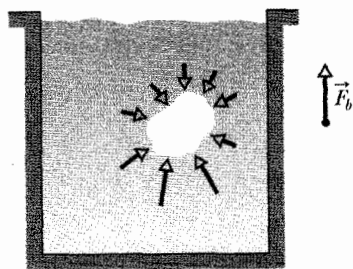
$$\Delta p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o}$$



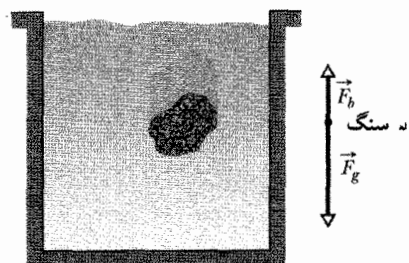
شکل ۳۰-۸ آرایشی هیدرولیکی که برای بزرگ کردن نیروی F_i به کار می‌رود. کار انجام شده به وسیله \vec{F}_i بزرگ نمی‌شود و برای هر دو یکسان است.

پس

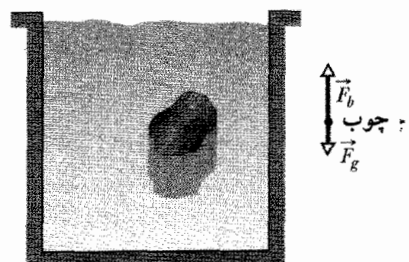
$$F_o = F_i \frac{A_o}{A_i} \quad (۳۰-۱۳)$$



(الف)



(ب)



(پ)

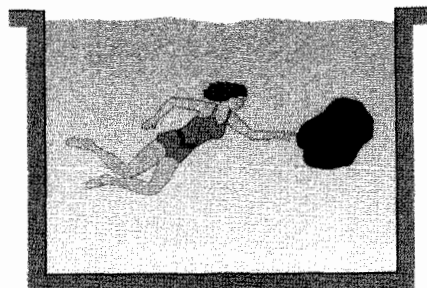
شکل ۱۰-۳۰ (الف) آب اطراف جای خالی در آب یک نیروی خالص شناوری رو به بالا را بر آنچه که آن را پر می‌کند وارد می‌کند. (ب) برای سنگی با همان حجم جای خالی، نیروی گرانشی بزرگتر از نیروی شناوری است. (پ) در مورد یک تکه چوب با همان حجم، نیروی گرانشی کوچکتر از نیروی شناوری است.

برخلاف کیسه پر از آب، سنگ در تعادل استاتیکی نیست. همانطور که در نمودار جسم آزاد در شکل ۱۰-۳۰ ب نشان داده شده است، نیروی گرانشی F_g رو به پایین روی سنگ بزرگتر از بزرگی نیروی شناوری رو به بالاست. بنابراین، سنگ شتاب می‌گیرد و به ته استخر می‌رود.

حال فرض کنید که در جای خالی شکل ۱۰-۳۰ الف دقیقاً یک قطعه چوب سبک وزن مطابق شکل ۱۰-۳۰ پ قرار دهیم باز، هیچ تغییری در مورد نیروهای وارد بر سطح حفره رخ نداده، در نتیجه بزرگی F_b نیروی شناوری باز هم با mfg ، وزن آب جابه‌جا شده، برابر است. همانند سنگ، قطعه در تعادل استاتیکی نیست. اما، این بار نیروی گرانشی F_g از نظر بزرگی کوچکتر از نیروی شناوری است. (که در سمت راست استخر نشان داده شده است)، بنابراین، قطعه به سمت بالا شتاب می‌گیرد تا اینکه به سطح آب می‌رسد.

نتیجه‌های ما با کیسه، سنگ و قطعه برای تمام شماره‌ها برقرارند و به عنوان اصل ارشمیدس خلاصه می‌شوند:

روی آب کیسه باید با نیروی خالص رو به بالایی از طرف آب اطراف آن خنثی شده باشد.



شکل ۹-۳۰ یک کیسه نازک پلاستیکی در آب استخر در حالت تعادل استاتیکی است. نیروی گرانشی روی کیسه باید با نیروی خالص رو به بالای وارد بر کیسه از طرف آب اطراف آن خنثی شود.

این نیروی خالص رو به بالا نیروی شناوری F_b است. دلیل وجود این نیرو این است که فشار در آب اطراف با عمق آب زیر سطح افزایش می‌یابد. بنابراین، فشار نزدیک ته کیسه بزرگتر از فشار در نزدیکی بالای آن است و این بدان معنی است که نیروهای روی کیسه به خاطر این فشار از نظر بزرگی نزدیک ته کیسه بزرگتر از نزدیک بالای آن هستند. برخی از نیروها در شکل ۱۰-۳۰ الف نشان داده شده‌اند، و در آن فضای اشغال شده توسط کیسه خالی مانده است. توجه کنید که بردارهای نیروی ترسیم شده نزدیک ته آن فضا (با جهت به سمت بالا) نسبت به بردارهای ترسیم شده نزدیک بالای کیسه طول بزرگتری دارند (با جهت به سمت پایین). اگر نیروهای وارد بر کیسه از طرف آب را جمع برداری کنیم، مؤلفه‌های افقی خنثی شده و مؤلفه‌های عمودی منجر به یک نیروی شناوری به طرف بالای F_b روی کیسه می‌شوند. (نیروی F_b در شکل ۱۰-۳۰ الف در سمت راست استخر نشان داده شده است.)

چون کیسه آب در حالت تعادل استاتیکی است، بزرگی F_b برابر بزرگی mfg نیروی گرانشی F_g روی کیسه آب است: $F_b = mfg$. (زیر نویس f برای شماره است که در اینجا آب است.) به عبارت دیگر، بزرگی نیروی شناوری برابر وزن آب داخل کیسه است.

در شکل ۱۰-۳۰ ب، به جای کیسه آب سنگی را که دقیقاً حفره در شکل ۱۰-۳۰ الف را پر می‌کند قرار داده‌ایم، می‌گویند سنگ آب را جابه‌جا می‌کند، یعنی اینکه سنگ فضایی را که با آب پر شده بود اشغال می‌کند. هیچ تغییری در شکل حفره نداده‌ایم، لذا نیروهای وارد بر سطح حفره باید با وقتی که کیسه پر از آب را قرار می‌دهیم یکسان باشد؛ بنابراین، همان نیروی شناوری روی به بالایی که بر کیسه پر آب وارد می‌شد اکنون روی سنگ اعمال می‌شود، یعنی بزرگی F_b نیروی شناوری برابر با mfg یعنی وزن آب جابه‌جا شده با سنگ است.

(بزرگی نیروی شناوری) - (وزن واقعی) = وزن ظاهری
که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$F_b - \text{وزن} = \text{وزن app} \quad (19-30) \quad (\text{وزن ظاهری})$$

اگر در یک زورآزمایی، مجبور شوید سنگ سنگینی را بلند کنید، می‌توانید این کار را خیلی راحت‌تر با سنگی در زیر آب انجام دهید. در این صورت نیرویی که به کار می‌برید کافی است که کمی زیاده‌تر از وزن ظاهری سنگ باشد و لازم نیست بزرگتر از وزن واقعی باشد، زیرا نیروی شناوری رو به بالا به بلند کردن سنگ کمک می‌کند.

بزرگی نیروی شناوری روی جسم شناور برابر وزن جسم است. بنابراین، معادله ۱۹-۳۰ حاکی از آن است که وزن ظاهری جسم شناور صفر است، ترازو عدد صفر را برای جسم نشان می‌دهد. (وقتی فضانوردان آماده می‌شوند که عملیات سخت و پیچیده‌ای در فضا انجام دهند، آنها این عملیات را با شناور شدن در زیر آب انجام می‌دهند، جایی که همانند فضا وزن ظاهری در آنجا صفر است.)

✓ **نکته واریسی ۲** پنگوئن نخست در شاره‌ای با چگالی ρ ، سپس در شاره‌ای با چگالی $\rho/95$ و بعد از آن در شاره‌ای با چگالی $\rho/1$ شناور می‌شود. (الف) چگالیه‌ها را به ترتیب بزرگی نیروی شناوری وارد بر پنگوئن مرتب کنید. (ب) چگالیه‌ها را به ترتیب بزرگی مقدار شاره جابه‌جا شده توسط پنگوئن مرتب کنید.

مسئله نمونه ۳۰-۳۱

در شکل ۱۱-۳۰، الف، در نقطه‌ای که مماس بر موج دارای شیب $\theta = 30^\circ$ است. موج سواری در قسمت جلو موج حرکت می‌کند. مجموع جرم موج سوار و تخته موج سواری $m = 83.0 \text{ kg}$ و حجم در آب فرو رفته تخته ساحل حرکت می‌کند، موج سوار موقعیت خود را روی موج حفظ می‌کند. بزرگی و جهت (نسبت به جهت مثبت محور x در شکل ۱۱-۳۰) نیروی کششی وارد بر تخته از طرف آب چقدر است؟

نکته کلیدی (۱) بزرگی نیروی شناوری وارد بر موج سوار F_b برابر با وزن آب جابه‌جا شده توسط حجم فرو رفته تخته است. جهت نیرو در محل موج سوار بر سطح عمود است. (۲) بنابر قانون دوم نیوتون، چون موج سوار به طرف ساحل با سرعت ثابتی حرکت می‌کند، مجموع (بردار) نیروی شناوری \vec{F}_b ، نیروی گرانشی \vec{F}_g و نیروی کششی \vec{F}_d باید صفر باشد. **محاسبه‌ها:** نیروها و مؤلفه‌های آنها در نمودار جسم آزاد شکل ۱۱-۳۰ ب نشان داده شده‌اند. نیروی گرانشی F_g به طرف پایین و (همانطور که در فصل ۵ دیدیم) دارای مؤلفه $mg \sin \theta$ رو به پایین شیب و مؤلفه $mg \cos \theta$ عمود بر شیب است.

وقتی جسمی به طور کامل یا جزئی در شاره‌ای غوطه‌ور باشد، یک نیروی شناوری \vec{F}_b از شاره اطراف روی جسم وارد می‌شود. این نیرو به سمت بالا وارد می‌شود و بزرگی آن با وزن $m_f g$ شاره که توسط جسم جابه‌جا شده، برابر است.

نیروی شناوری روی جسم در یک شاره دارای بزرگی زیر است
(نیروی شناوری) $F_b = m_f g$ (۱۶-۳۰)
که در آن m_f جرم شاره جابه‌جا شده توسط جسم است.

شناوری

وقتی قطعه چوب سبک وزنی را روی سطح آب استخری رها کنیم، قطعه به داخل آب فرو می‌رود چون نیروی گرانشی وارد بر آن قطعه را به سمت پایین می‌کشد. وقتی قطعه، آب بیشتر و بیشتری را جابه‌جا کند، بزرگی F_b نیروی شناوری رو به بالا که بر آن وارد می‌شود افزایش می‌یابد. سرانجام، F_b آنقدر بزرگ می‌شود تا با بزرگی F_g نیروی گرانشی رو به پایین وارد به قطعه مساوی شود، و قطعه به حال سکون در می‌آید. پس از آن قطعه به حالت تعادل استاتیکی در می‌آید و می‌گویند که قطعه در آب شناور است. به طور کلی:

وقتی جسمی در شاره شناور است، بزرگی F_b نیروی شناوری روی جسم برابر با بزرگی F_g نیروی گرانشی روی جسم است.

این عبارت را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$F_b = F_g \quad (\text{شناوری}) \quad (17-30)$$

از معادله ۱۶-۳۰، می‌دانیم که $F_b = m_f g$. بنابراین،

وقتی جسمی در شاره شناور است، بزرگی F_g نیروی گرانشی روی جسم برابر با وزن $m_f g$ شاره‌ای است که توسط جسم جابه‌جا شده است.

این عبارت را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$F_g = m_f g \quad (\text{شناوری}) \quad (18-30)$$

به عبارت دیگر، جسم شناور هم وزن خودش شاره را جابه‌جا می‌کند.

وزن ظاهری در شاره

اگر سنگی را روی ترازویی که برای اندازه‌گیری وزن کالیبره شده قرار دهیم، آنگاه عددی را که روی ترازو می‌خوانیم، وزن سنگ است. ولی، اگر این عمل را زیر آب انجام دهیم، نیروی شناوری رو به بالای وارد بر سنگ از طرف آب موجب می‌شود که ترازو عدد کوچکتری را نشان دهد. این عدد بیانگر وزن ظاهری است. به طور کلی، **وزن ظاهری** بنابر رابطه زیر به وزن واقعی جسم و نیروی شناوری وارد بر جسم مربوط است.

زاویه تمایل θ سطح موج کاهش می یابد و بنابراین مؤلفه نیروی گرانشی $mg \sin \theta$ موج سوار را به طرف پایین شیب می راند. بنابراین موج سوار می تواند تخته را برای برقراری تعادل مجدد تنظیم کند، ولی اکنون به طرف پایین موج. همچنین با کج کردن تخته اندکی به عقب، موج سوار نیروی کششی را افزایش می دهد و به بالای سطح موج حرکت می کند. اگر موج سوار هنوز در قسمت پایین موج باشد، آنگاه هم θ و هم $mg \sin \theta$ افزایش می یابد و دوباره موج سوار نیروها را کنترل می کند و تعادل مجدداً برقرار می شود.

مسئله نمونه ۳۰-۵

از شکل ۱۲-۳۰ سطح پایین قطعه ای با چگالی $\rho_f = 1200 \text{ kg/m}^3$ در شاره ای با چگالی $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ شناور شده است. بلندی قطعه $H = 60 \text{ cm}$ است. (الف) تا چه عمق h قطعه در آب فرو می رود؟

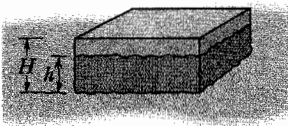
نکته کلیدی (۱) برای شناوری لازم است که نیروی شناوری رو به بالای وارد بر قطعه با نیروی گرانشی رو به پایین وارد بر آن خنثی شود. (۲) نیروی شناوری برابر با وزن $m_f g$ شاره جابه جا شده توسط قسمت فرو رفته در آب است.

محاسبه ها: از معادله ۱۶-۳۰، می دانیم که نیروی شناوری دارای بزرگی $F_b = m_f g$ است که در آن m_f جرم شاره جابه جا شده توسط حجم قطعه فرو رفته در آب V_f است. از معادله ۲-۳۰ $(\rho = m/V)$ ، می دانیم که جرم شاره جابه جا شده $m_f = \rho_f V_f$ است. V_f را نمی دانیم، ولی اگر طول وجه قطعه را با L و عرض آن را W بنامیم، از معادله ۱۲-۳۰ می بینیم که حجم فرو رفته باید $V_f = LWh$ باشد. اگر اکنون سه عبارت خود را ترکیب کنیم، در می یابیم که بزرگی نیروی روبه بالای شناوری عبارت است از

$$F_b = m_f g = \rho_f V_f g = \rho_f LWhg \quad (20-30)$$

همچنین، بزرگی F_g نیروی گرانشی وارد بر قطعه را می توانیم بنویسیم، ابتدا برحسب جرم m قطعه سپس برحسب چگالی ρ قطعه و حجم (کامل) V ، و سپس برحسب ابعاد H و W ، L (ارتفاع کامل):

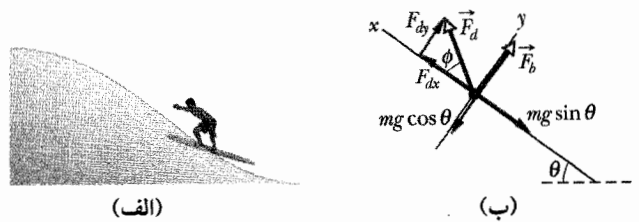
$$F_g = mg = \rho Vg = \rho_f LWHg \quad (21-30)$$



شکل ۱۲-۳۰ قطعه به ارتفاع H در عمق h در شاره شناور است

قطعه شناور در حالت سکون است. بنابراین، با نوشتن قانون دوم نیوتون در مورد مؤلفه ها در راستای محور y خواهیم داشت

$$F_b - F_g = m(0)$$



شکل ۱۱-۳۰ (الف) موج سوار. (ب) نمودار جسم آزاد که نیروهای وارد بر دستگاه موج سوار-تخته را نشان می دهد.

نیروی کششی F_d از طرف آب بر تخته وارد می شود چون آب به طور پیوسته با تداوم حرکت موج به طرف ساحل به بالای موج رانده می شود. این نیرو با زاویه θ نسبت محور x به طرف بالا و به پشت بر تخته وارد می شود. نیروی شناوری F_b بر سطح آب عمود است؛ بزرگی آن به جرم m_f آب جابه جا شده توسط تخته بستگی دارد، به طوری که با معادله ۱۶-۳۰ $(F_b = m_f g)$ داده شده است. از معادله ۲-۳۰ $(\rho = m/V)$ ، جرم را برحسب چگالی آب ρ_w و حجم فرو رفته V تخته می توان نوشت: $m_f = \rho_w V$. از جدول ۱-۳۰، چگالی آب برابر با 1000 kg/m^3 است. بنابراین، بزرگ نیروی شناوری عبارت است از

$$\begin{aligned} F_b &= m_f g = \rho_w V_g \\ &= (1000 \text{ kg/m}^3)(2/50 \times 10^{-2} \text{ m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2) \\ &= 392 \text{ N} \end{aligned}$$

پس، قانون دوم نیوتون در راستای محور y

$$F_{dy} + F_b - mg \cos \theta = m(0)$$

خواهد شد

$$F_{dy} + 392 \text{ N} - (80 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \cos 30^\circ = 0$$

که به دست می دهد

$$F_{dy} = 153.5 \text{ N}$$

همچنین، قانون دوم نیوتون $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ در راستای محور x ها عبارت است از

$$F_{dx} - mg \sin \theta = m(0)$$

که به دست می دهد

$$\begin{aligned} F_{dx} &= 406.7 \text{ N} \\ \text{با ترکیب دو مؤلفه نیروی کششی بزرگی نیرو به دست می آید} \\ F_d &= \sqrt{(406.7 \text{ N})^2 + (153.5 \text{ N})^2} \\ &= 438 \text{ N} \end{aligned}$$

(پاسخ)

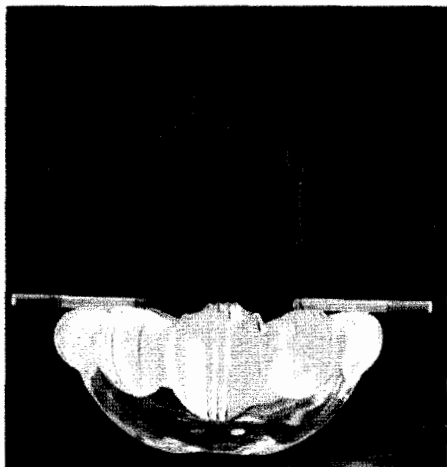
و زاویه برابر است با

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{153.5 \text{ N}}{406.7 \text{ N}} \right) = 21.1^\circ$$

(پاسخ)

اجتناب از کننده شدن: اگر موج سوار اندکی تخته را به جلو کج کند، بزرگی نیروی کششی کاهش می یابد و زاویه ϕ تغییر می کند. نتیجه این می شود که نیروی خالص دیگر صفر نمی شود و موج سوار به پایین سطح موج می رود. پایین رفتن تا حدودی توسط وی تنظیم می شود چون وقتی موج سوار پایین می رود،

نظر تراکم ناپذیر است، یعنی چگالی آن ثابت است و مقدار یکنواختی دارد.



شکل ۳۰-۱۳ در یک نقطه معین شارش بالا رونده دود سیگار و گاز گرم از حالت پایا به حالت آشفته تبدیل می‌شود.

۳- شارش ناچسبناک. به بیان تقریبی، چسبندگی

(گرانروی) یک شاره معیاری از چگونگی مقاومت شاره برای شارش است. برای مثال، عسل برای جاری شدن نسبت به آب خیلی مقاوم است، بنابراین، گفته می‌شود که عسل خیلی چسبناکتر از آب است. چسبندگی شاره‌ها مشابه اصطکاک بین جامدهاست، در هر دو سازوکار انرژی جنبشی جسمهای در حال حرکت به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. در نبود اصطکاک، یک جسم می‌تواند با تندی ثابت روی یک سطح افقی بلغزد. به همین ترتیب به جسمی که در یک شاره ناچسبناک حرکت می‌کند هیچ نیروی کششی چسبندگی - یعنی هیچ نیروی مقاومی ناشی از چسبندگی - وارد نمی‌شود و جسم می‌تواند با تندی ثابت در شاره حرکت کند. دانشمند انگلیسی لرد ریلی^۱ خاطر نشان کرده است که در یک شاره آرمانی پروانه کشتی کار نمی‌کند و یک کشتی وقتی به حرکت افتاده باشد نیازی به پروانه ندارد!

۴- شارش بی چرخش. اگرچه به بحث فعلی زیاد مربوط

نمی‌شود ولی می‌توان فرض کرد که جریان بی چرخش است. برای بررسی این خاصیت، فرض کنید دانه خیلی ریزی از غبار با شاره حرکت می‌کند. اگرچه این جسم آزمون ممکن است در مسیری دایره‌ای حرکت کند (یا نکند)، در شارش بی چرخش جسم آزمون نسبت به محوری که از مرکز جرمش می‌گذرد نمی‌چرخد. با تشابه کم می‌توان گفت که حرکت چرخ و فلک چرخشی است ولی حرکت مسافری آن بی چرخش است.

یا از معادله‌های ۲۰-۳۰ و ۲۱-۳۰

$$\rho_f L W h g - \rho L W H g = 0$$

که از آن به دست می‌آید

$$h = \frac{\rho}{\rho_f} H = \frac{800 \text{ kg/m}^3}{1200 \text{ kg/m}^3} (6/0 \text{ cm}) = 4/0 \text{ cm}$$

(پاسخ)

(ب) اگر قطعه به طور کامل فرو برده و سپس آزاد شود، بزرگی شتاب آن چقدر است؟

محاسبه‌ها: نیروی گرانشی وارد بر قطعه همان است ولی اکنون، با قطعه کاملاً فرو برده شده، حجم جابه‌جا شده آب $V = LWH$ است. (از ارتفاع کامل قطعه استفاده شده است). این بدان معناست که مقدار F_b اکنون بیشتر است و قطعه در حالت سکون نیست و رو به بالا شتاب می‌گیرد، از قانون دوم نیوتون خواهیم داشت

$$F_b - F_g = ma$$

$$\rho_f L W H g - \rho L W H g = \rho L W H a$$

یا که در اینجا به جای جرم m قطعه مقدار $\rho L W H$ را قرار داده‌ایم. از حل آن بر حسب a خواهیم داشت

$$a = \left(\frac{\rho_f}{\rho} - 1 \right) g = \left(\frac{1200 \text{ kg/m}^3}{800 \text{ kg/m}^3} - 1 \right) (9/8 \text{ m/s}^2) = 4/9 \text{ m/s}^2$$

(پاسخ)

۳۰-۸ شاره‌های آرمانی در حال حرکت

حرکت شاره‌های واقعی خیلی پیچیده است و هنوز به طور کامل بررسی نشده‌اند. در عوض، درباره حرکت یک شاره آرمانی بحث خواهیم کرد که از نظر ریاضی ساده‌تر است و نتیجه‌های مفیدی را به دست می‌دهد. در اینجا چهار فرض وجود دارند که درباره شاره آرمانی به کار می‌روند و همه آنها به شارش شاره مربوط‌اند.

۱- شارش پایا. در شارش پایا (یا لایه‌ای) بزرگی و جهت

سرعت شاره در حال حرکت در هر نقطه ثابت نسبت به زمان تغییر نمی‌کند. شارش آرام آب در نزدیکی مرکز جریان آهسته پایاست ولی در شرشره این طور نیست. شکل ۳۰-۱۳ انتقال از شارش پایا به شارش ناپایا (غیر لایه‌ای یا آشفته) را در جریان بالا رونده دود سیگار نشان می‌دهد. سرعت ذره‌های دود با بالا رفتن آنها افزایش می‌یابد و در سرعت بحرانی معینی شارش از پایا به ناپایا تغییر می‌کند.

۲- شارش تراکم ناپذیر. همانطور که در مورد شاره‌های در

حال سکون دیدیم، فرض می‌کنیم که شاره آرمانی مورد

چپ دارای مساحت مقطع A_1 و در سمت راست دارای مساحت مقطع A_2 است. فرض کنید که در بازه زمانی Δt حجم ΔV از شار به سمت چپ وارد قطعه لوله شود. در شکل ۱۶-۳۰ این حجم با سایه نشان داده شده است. سپس، چون شار تراکم‌ناپذیر است، همین حجم ΔV باید از انتهای سمت راست قطعه خارج شود. در شکل ۱۶-۳۰ با سایه کم‌رنگ نشان داده شده است.

از این حجم مشترک ΔV می‌توانیم رابطه میان تندیه‌ها و سطحها را به دست آوریم. برای انجام این امر، ابتدا شکل ۱۷-۳۰ را در نظر می‌گیریم که لوله با مساحت مقطع یکنواخت A را از پهلوی نشان می‌دهد. در شکل ۱۷-۳۰ الف، عنصر شار e تقریباً در حال عبور از خط چین رسم شده در پهنای لوله است. تندی عنصر برابر v است، بنابراین، در حین بازه زمانی Δt ، عنصر در امتداد لوله مسافت $\Delta x = v\Delta t$ را طی می‌کند. حجم ΔV شار که در بازه زمانی Δt از خط چین عبور می‌کند برابر است با

$$\Delta V = A\Delta x = Av\Delta t \quad (22-30)$$

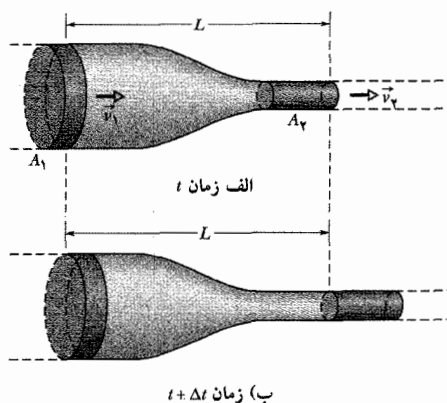
با به کار بردن معادله ۲۲-۳۰ هم برای انتهای چپ و هم برای انتهای راست قطعه لوله در شکل ۱۶-۳۰، داریم

$$\Delta V = A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$$

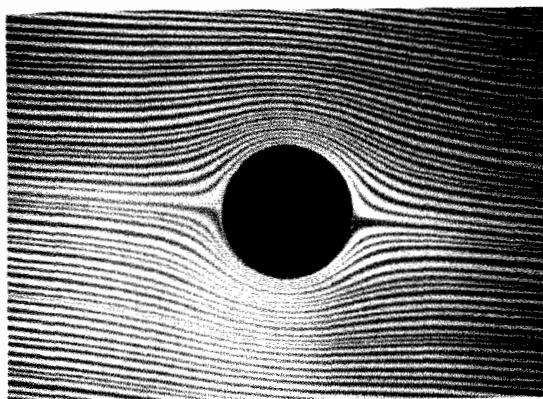
یا

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (\text{معادله پیوستگی}) \quad (23-30)$$

این رابطه بین تندی و مساحت مقطع را معادله پیوستگی برای شارش یک شار آرمانی می‌گویند. این رابطه حاکی از آن است که وقتی مساحت مقطعی که شار به آن شارش دارد کاهش یابد، تندی شارش افزایش می‌یابد (همانند وقتی که با انگشت شست شیلنگ آب را به طور جزئی مسدود می‌کنیم).



شکل ۱۶-۳۰ شارش شار به سمت راست با آهنگ پایانی در قطعه لوله‌ای به طول L صورت می‌گیرد. تندی شار به سمت چپ برابر v_1 و در سمت راست برابر v_2 است. مساحت مقطع لوله در سمت چپ برابر A_1 و در سمت راست برابر A_2 است. از زمان t تا زمان $t + \Delta t$ در (ب) مقدار شار ورودی به سمت چپ با مقدار شار خروجی از سمت راست برابر است.

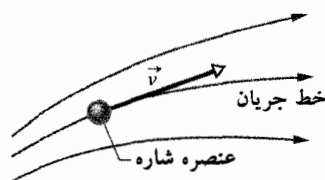


شکل ۱۴-۳۰ شارش پایای یک شار به اطراف یک استوانه که به وسیله یک ردیاب رنگی ایجاد شده است.

می‌توانیم با افزودن ردیاب، شارش شار را ببینیم. این کار را می‌توان با تزریق رنگ در نقطه‌های زیادی در سرتاسر شارش مایع انجام داد (شکل ۱۴-۳۰) یا ذره‌های دود را به شارش گاز افزود (شکل ۱۳-۳۰). هر ذره ردیاب یک خط جریان را دنبال می‌کند که همان مسیر طی شده عنصر کوچکی از شار به سمت چپ شارش آن است. از فصل ۴ یادآوری می‌کنیم که سرعت ذره همواره بر مسیر طی شده توسط ذره مماس است. در اینجا ذره، یک عنصر شار است و سرعت \vec{v} آن همواره بر خط جریان مماس است (شکل ۱۵-۳۰). به این دلیل، دو خط جریان نمی‌توانند یکدیگر را قطع کنند؛ اگر قطع کنند، آنگاه عنصری که به تقاطع می‌رسد به طور همزمان دارای دو سرعت متفاوت خواهد بود، که ناممکن است.

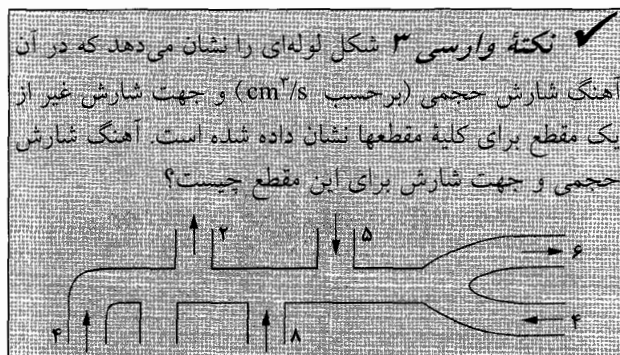
۹-۳۰ معادله پیوستگی

ممکن است توجه کرده باشید که با بستن قسمتی از شیلنگ آب به وسیله انگشتان می‌توانید موجب افزایش تندی آب خروجی از شیلنگ آب شوید. تندی v آب آشکارا به مساحت A سطح مقطعی که آب از آن می‌گذرد بستگی دارد.



شکل ۱۵-۳۰ یک عنصر شار به هنگام حرکت یک خط جریان را تشکیل می‌دهد. بردار سرعت عنصر در هر نقطه بر خط جریان مماس است.

در اینجا می‌خواهیم رابطه میان v و A را برای شارش پایای یک شار آرمانی که مانند شکل ۱۶-۳۰ از میان لوله‌ای با سطح مقطع متغیر می‌گذرد به دست آوریم. شارش به سمت راست است و قطعه لوله نشان داده شده (قسمتی از یک لوله درازتر) دارای طول L است. شار به انتهای سمت چپ دارای تندی v_1 و در انتهای سمت راست دارای تندی v_2 است. لوله در سمت



مسئله نمونه ۳۰-۶

شکل ۳۰-۱۹ نشان می‌دهد که چگونه جریان آب خروجی از یک شیر به هنگام پایین ریختن "باریک" می‌شود. مساحت مقطعهای نشان داده شده، عبارت‌اند از $A_0 = 1/2 \text{ cm}^2$ و $A = 0/35 \text{ cm}^2$. دو سطح به فاصله قائم $h = 45 \text{ mm}$ در نظر گرفته شده‌اند. با چه آهنگی آب از شیر جریان می‌یابد؟

نکته کلیدی: آهنگ شارش حجمی از مقطع بالاتر باید با مقطع پایتتر یکسان باشد.

محاسبه‌ها: از معادله ۳۰-۲۴ داریم

$$A_0 v_0 = A v \quad (26-30)$$

که در آن v_0 و v تندی آب در سطحهای مربوط به A_0 و A هستند. همچنین چون آب به طور آزاد سقوط می‌کند از معادله ۳۰-۱۶ می‌توان نوشت

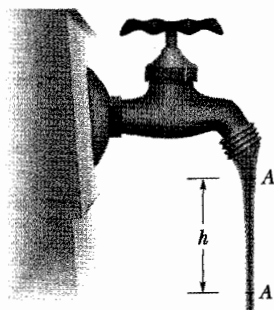
$$v^2 = v_0^2 + 2gh \quad (27-30)$$

با حذف v بین معادله‌های ۳۰-۲۶ و ۳۰-۲۷ و حل آن برای v_0 داریم

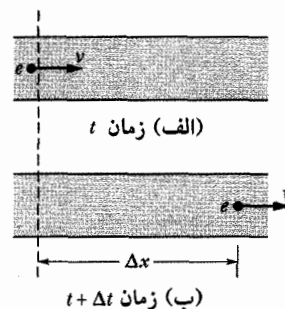
$$v_0 = \sqrt{\frac{2ghA^2}{A_0^2 - A^2}} = \sqrt{\frac{(2)(9/8 \text{ m/s}^2)(0/045 \text{ m})(0/35 \text{ cm}^2)^2}{(1/2 \text{ cm}^2)^2 - (0/35 \text{ cm}^2)^2}} = 0/286 \text{ m/s} = 28/6 \text{ cm/s}$$

بنابراین، از معادله ۳۰-۲۴ آهنگ شارش حجمی عبارت است از

$$R = A_0 v_0 = (1/2 \text{ cm}^2)(28/6 \text{ cm/s}) = 34 \text{ cm}^3/\text{s} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۳۰-۱۹ وقتی آب از شیر فرو بریزد، تندی آن افزایش می‌یابد. چون آهنگ شارش حجمی باید در کلیه مقطعهای افقی جریان یکسان باشد، جریان باید باریک شود.



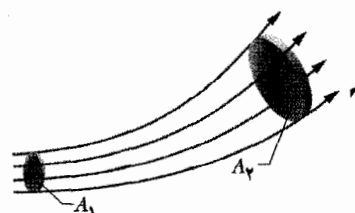
شکل ۳۰-۱۷ شارش شاره با تندی ثابت v در لوله. (الف) در زمان t ، عنصر شاره e نزدیک عبور از خط چین است. (ب) در زمان $t + \Delta t$ ، عنصر شاره e در فاصله $\Delta x = v \Delta t$ از خط چین قرار دارد.

معادله ۳۰-۲۳ نه تنها برای لوله واقعی بلکه برای هر لوله فرضی که مرزهایش شامل خطهای جریان باشد، به نام لوله شارش، به کار می‌رود. چنین لوله‌ای همانند لوله واقعی عمل می‌کند چون هیچ عنصر شارشی نمی‌تواند از خط جریان عبور کند؛ بنابراین، تمام شاره داخل لوله شارش باید داخل مرز آن باقی بماند. شکل ۳۰-۱۸ یک لوله شارش را نشان می‌دهد که در آن در امتداد جهت شارش مساحت مقطع از A_1 به A_2 افزایش می‌یابد. از معادله ۳۰-۲۳ در می‌یابیم که با افزایش مساحت، همانطور که با جدایی بیشتر بین خطهای جریان در سمت راست شکل ۳۰-۱۸ نشان داده شده است، تندی باید کاهش یابد. به همین ترتیب، می‌توانید در شکل ۳۰-۱۴ ملاحظه کنید که تندی شارش درست در بالا و درست در پایین استوانه بیشترین مقدار را دارد.

معادله ۳۰-۲۳ را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

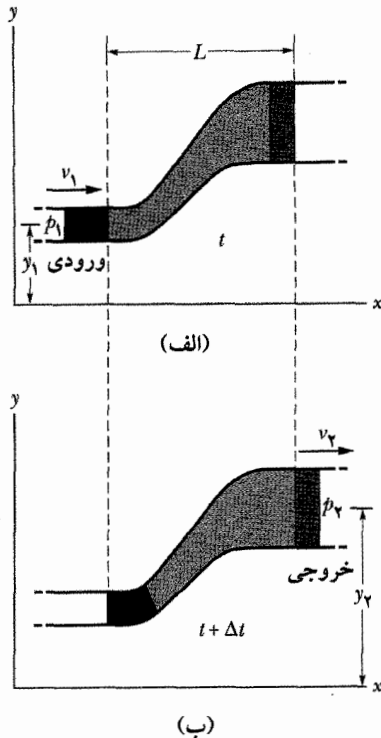
$$R_V = A v = a \quad (\text{آهنگ شارش حجمی، معادله پیوستگی}) \quad \text{ثابت } R_V = A v = a$$

که در آن R_V آهنگ شارش حجمی شاره است (حجمی که از نقطه داده شده در یکای زمان عبور می‌کند). یکای SI آن مترمکعب بر ثانیه است (m^3/s). اگر چگالی ρ شاره یکنواخت باشد، می‌توانیم معادله ۳۰-۲۴ را در این چگالی ضرب کنیم تا آهنگ شارش جرمی R_m (جرم بر یکای زمان) را به دست آوریم $R_m = \rho R_V = \rho A v = a$ ثابت (آهنگ شارش جرمی) یکای SI آهنگ شارش جرمی برابر کیلوگرم بر ثانیه (kg/s) است. معادله ۳۰-۲۵ بیانگر این مطلب است که جرمی که در شکل ۳۰-۱۶ در هر ثانیه به داخل قطعه‌ای از لوله شارش می‌یابد باید مساوی جرمی باشد که در هر ثانیه از آن خارج می‌شود.



شکل ۳۰-۱۸ یک لوله شارش با خط جریانهایی که مرز آن را تشکیل می‌دهند تعریف می‌شود. آهنگ شارش حجمی باید برای کلیه مقطعهای لوله شارش یکسان باشد.

۳۰-۱۰ معادله برنولی



شکل ۳۰-۲۰ شار با آهنگ پایایی از طول L لوله از ابتدای ورودی در سمت چپ وارد و از انتهای خروجی در سمت راست خارج می‌شود. از زمان t در (الف) تا زمان $t + \Delta t$ در (ب) مقدار شار تیره نشان داده شده از سمت چپ لوله وارد ابتدای ورودی و همان مقدار به صورت روشن از سمت راست از انتهای خروجی خارج می‌شود.

اگر تندی یک عنصر شار به هنگام حرکت در راستای یک خط جریان افقی افزایش یابد، فشار شار کاهش می‌یابد و برعکس.

به بیان دیگر، در جایی که خط جریانها به یکدیگر نزدیک باشند (یعنی جایی که سرعت نسبتاً زیاد باشد) فشار کم است و برعکس.

اگر یک عنصر ذره را در نظر بگیریم، ارتباط بین تغییر در تندی و تغییر در فشار محسوس خواهد شد. وقتی عنصر به ناحیه باریک نزدیک شود، فشار زیادتر پشت سرش آن را شتابدار می‌کند به طوری که پس از آن دارای تندی بیشتری در ناحیه باریک است. وقتی عنصر به ناحیه پهن نزدیک شود، فشار بیشتر جلو شتاب آن را کم می‌کند به طوری که پس از آن تندی آن در ناحیه پهن کمتر می‌شود.

معادله برنولی به طور مؤکد فقط در مورد شارهای که آرمانی باشد اعتبار دارد. اگر نیروهای چسبندگی وجود داشته باشند، انرژی گرمایی وجود خواهد داشت. این را در اثبات بعدی به حساب نمی‌آوریم.

شکل ۳۰-۲۰ لوله‌ای را نشان می‌دهد که یک شار آرمانی با آهنگ پایایی در آن جریان دارد. در بازه زمانی Δt ، فرض کنید که حجم ΔV شار در شکل ۳۰-۲۰ الف از سمت چپ لوله (یا ورودی) وارد و حجم مشابهی در شکل ۳۰-۲۰ ب از سمت راست لوله (یا خروجی) خارج می‌شود. حجم خارج شده باید با حجم وارد شده برابر باشد زیرا شار تراکم‌ناپذیر است و چگالی ρ آن ثابت فرض می‌شود.

v_1 ، p_1 و y_1 را ارتفاع، تندی و فشار شار ورودی در سمت چپ و v_2 ، p_2 و y_2 را همان کمیتها در شار خروجی در سمت راست در نظر می‌گیریم. با استفاده از اصل پایستگی انرژی برای شار، نشان خواهیم داد که این کمیتها با رابطه زیر به هم مربوط‌اند

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad (30-28)$$

به طور کلی، جمله $\frac{1}{2}\rho v^2$ چگالی انرژی جنبشی نامیده می‌شود (انرژی جنبشی در یکان حجم). معادله ۳۰-۲۸ را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{ثابت} \quad (30-29) \quad (\text{معادله برنولی})$$

معادله‌های ۳۰-۲۸ و ۳۰-۲۹ شکلهای هم ارزی از معادله برنولی هستند. دانیل برنولی^۱ کسی است که جریان شار را در سالهای ۱۷۰۰ مطالعه کرد، و این قانون به نام او نامیده شده است.^۲ مانند معادله پیوستگی (معادله ۳۰-۲۴)، معادله برنولی یک اصل جدید نیست بلکه به طور ساده فرمولبندی دوباره یک اصل در شکلی مناسبتر برای مکانیک شارهاست. برای بررسی، معادله برنولی را به ازای $v_1 = v_2 = 0$ در معادله ۳۰-۲۸ در مورد شارهای در حال سکون به کار می‌بریم. نتیجه عبارت است از

$$p_2 = p_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

که معادله ۳۰-۷ است.

اگر y را ثابت در نظر بگیریم (مثلاً $y = 0$) به طوری که شار در ضمن جریان تغییر ارتفاع نداشته باشد، آنگاه معادله ۳۰-۲۸ به صورت زیر در می‌آید

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (30-30)$$

که می‌گوید:

۱. Daniel Bernoulli

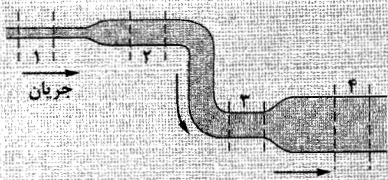
۲. در مورد شارش بی‌چرخش (که فرض بر این است) ثابت معادله ۳۰-۲۹ در کلیه نقطه‌های داخل لوله شارش مقدار یکسانی دارد: لازم نیست این نقطه‌ها در امتداد یک خط جریان قرار داشته باشند. همچنین نقطه‌های ۱ و ۲ در معادله ۳۰-۲۸ می‌توانند در هر جا داخل لوله شارش واقع باشند.

اثبات معادله برنولی

$$-\rho g \Delta V(y_2 - y_1) - \Delta V(p_2 - p_1) = \frac{1}{2} \rho \Delta V(v_2^2 - v_1^2)$$

پس از اندکی جابه‌جایی این همان معادله ۳۰-۲۸ است که می‌خواستیم ثابت کنیم.

✓ **نکته واریسی ۴** در شکل نشان داده شده، آب به طور آرام از طریق مجرایی در فرایند رو به پایین جاری می‌شود. مقطعی‌های شماره‌گذاری شده روی مجرا را به ترتیب بزرگی (الف) آهنگ شارش حجمی R_V که از آنها می‌گذرد، (ب) تندی شارش v که از آنها می‌گذرد و (پ) فشار آب p داخل آنها، مرتب کنید.



مسئله نمونه ۳۰-۷

اتانول با چگالی $\rho = 791 \text{ kg/m}^3$ به طور آرام از طریق مجرای افقی (مانند شکل ۳۰-۱۶) که مساحت سطح مقطع آن از $A_1 = 1/20 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ به $A_2 = \frac{A_1}{4}$ باریک می‌شود جریان می‌یابد. اختلاف فشار بین مقطعی‌های پهن و باریک مجرا 4120 Pa است. آهنگ شارش حجمی R_V اتانول چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) چون تمام شارهای که از مقطع پهن می‌گذرد باید از مقطع باریک بگذرد، پس آهنگ شارش حجمی R_V باید در دو مقطع یکسان باشد. بنابراین، از معادله ۳۰-۲۴ داریم

$$R_V = v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (35-30)$$

ولی با دو تندی نامعلوم نمی‌توانیم این معادله را برای R_V حل کنیم. (۲) چون شارش آرام است می‌توانیم معادله برنولی را به کار ببریم. از معادله ۳۰-۲۸ می‌توان نوشت

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad (36-30)$$

که در آن زیر نویسه‌های ۱ و ۲ به ترتیب بیانگر مقطع پهن و باریک مجرا هستند و y ارتفاع مشترک آنهاست. به نظر می‌رسد که این معادله به سختی بتواند کمکی باشد چون شامل R_V مورد نیاز نیست بلکه شامل دو تندی نامعلوم v_1 و v_2 است.

محاسبه‌ها: اما راه مدبرانه‌ای وجود دارد که می‌تواند کارساز باشد: ابتدا، می‌توان معادله ۳۰-۳۵ را به کار برد و همچنین می‌توان از این واقعیت که $A_2 = A_1/2$ استفاده کرد و نوشت

$$v_1 = \frac{R_V}{A_1} \text{ و } v_2 = \frac{R_V}{A_2} = \frac{2R_V}{A_1} \quad (37-30)$$

سپس می‌توان این عبارتها را در معادله ۳۰-۳۶ قرار داد و تندیهای نامعلوم را حذف کرد و رابطه‌ای برای آهنگ شارش حجمی مورد نیاز به دست آورد. انجام این عمل و حل رابطه برای R_V ، به دست می‌دهد

دستگاه مورد نظر را کل حجم شار (آرمانی) نشان داده شده در شکل ۳۰-۲۰ اختیار می‌کنیم. اصل پایستگی انرژی را برای این دستگاه وقتی از حالت اولیه (شکل ۳۰-۲۰ الف) به حالت نهایی (شکل ۳۰-۲۰ ب) حرکت می‌کند به کار می‌بریم. شار در بین دو صفحه قائم به فاصله L در شکل ۳۰-۲۰ قرار دارد و خواص آن در ضمن این فرایند تغییر نمی‌کند، فقط لازم است تغییرات رخ داده در دو انتهای ورودی و خروجی در نظر گرفته شوند. ابتدا، قضیه کار-انرژی جنبشی را به کار می‌بریم، یعنی

$$W = \Delta K \quad (31-30)$$

که بیان می‌کند تغییر در انرژی جنبشی دستگاه باید با کار خالص انجام شده روی دستگاه برابر باشد. تغییر در انرژی جنبشی از تغییر در تندی بین دو طرف لوله حاصل می‌شود و برابر است با

$$\begin{aligned} \Delta K &= \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2) \end{aligned} \quad (32-30)$$

که در آن $\Delta m (= \rho \Delta V)$ جرم شارهای است که در بازه زمانی کوچک Δt از ورودی وارد و از خروجی خارج می‌شود.

کار انجام شده روی دستگاه از دو منبع حاصل می‌شود. کار W_g انجام شده به وسیله نیروی گرانشی ($\Delta m g$) روی جرم Δm در ضمن بالا رفتن عمودی این جرم از سطح ورودی تا سطح خروجی عبارت است از

$$\begin{aligned} W_g &= -\Delta m g (y_2 - y_1) \\ &= -\rho g \Delta V (y_2 - y_1) \end{aligned} \quad (33-30)$$

این کار منفی است چون جابه‌جایی رو به بالا و نیروی گرانشی رو به پایین در دو جهت مخالف‌اند.

همچنین باید روی دستگاه (در طرف ورودی) برای راندن شار و ورودی به داخل لوله و به وسیله دستگاه (در طرف خروجی) برای جلو راندن شار و خروجی کار انجام گیرد. به طور کلی، کار انجام شده به وسیله نیرویی به بزرگی F ، که به نمونه شار واقع در لوله به مساحت A برای حرکت شار در مسافت Δx وارد می‌شود عبارت است از

$$F \Delta x = (pA)(\Delta x) = p(A \Delta x) = p \Delta V$$

بنابراین، کار انجام شده روی دستگاه $p_1 \Delta V$ و کار انجام شده به وسیله دستگاه $-p_2 \Delta V$ است. مجموع W_p آنها برابر است با

$$\begin{aligned} W_p &= -p_2 \Delta V + p_1 \Delta V \\ &= -(p_2 - p_1) \Delta V \end{aligned} \quad (34-30)$$

اکنون قضیه کار-انرژی جنبشی معادله ۳۰-۳۱ به صورت زیر در می‌آید

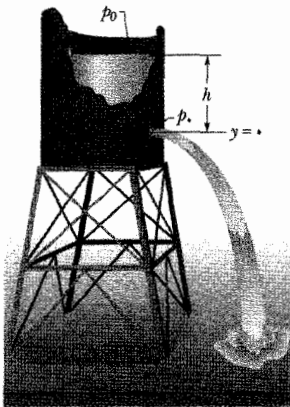
$$W = W_g + W_p = \Delta K$$

با قرار دادن از معادله‌های ۳۰-۳۲ و ۳۰-۳۳ و ۳۰-۳۴ خواهیم داشت

در اینجا بالای مخزن با طرف چپ معادله و سوراخ با طرف راست معادله مشخص شده است. صفر در طرف راست نشان می‌دهد که سوراخ سطح مرجع است. (پیش از حل معادله ۳۰-۳۹ برای v ، برای ساده کردن آن از $v_0 \ll v$ استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم که v_0^2 و در نتیجه جمله $\frac{1}{2}\rho v_0^2$ در معادله ۳۰-۳۹ نسبت به سایر جمله‌ها قابل چشم‌پوشی است و آن را حذف می‌کنیم. حل معادله به جا مانده برای v به دست می‌دهد

$$v = \sqrt{2gh} \quad (\text{پاسخ})$$

این همان تندیی است که جسم از حالت سکون از ارتفاع h به طور آزاد سقوط می‌کند.



شکل ۳۰-۲۱ آب از طریق سوراخی در یک مخزن از فاصله h زیر سطح آب بیرون می‌ریزد. فشار آب در سطح آب و در سوراخ برابر با فشار جو است.

مسئله نمونه ۳۰-۹ مهارت خود را تقویت کنید

بسیاری از ماشین‌های مسابقه‌ای برای فشرده شدن به سطح مسیر به بالابری منفی (یا نیروی رو به پایین) وابسته هستند تا بدون لغزش به بیرون از مسیر به سرعت دور بزنند. بخشی از بالابری منفی نیروی زمینی و آن نیرویی است که ناشی از جریان هوا در زیر ماشین است. وقتی یک اتومبیل مسابقه با تندیی $27/25 \text{ m/s}$ به سمت جلو حرکت می‌کند، در شکل ۳۰-۲۲ الف هوا از بالا و پایین اتومبیل با فشار شارش می‌یابد (شکل ۳۰-۲۲ الف). هوایی که به زیر اتومبیل رانده می‌شود با سطح مقطعی عمودی با مساحت $A_0 = 0.33 \text{ m}^2$ در جلوی اتومبیل مواجه می‌شود (شکل ۳۰-۲۲ ب) و سپس هوای شارش یافته به زیر اتومبیل با سطح مقطع عمودی با مساحت $A_1 = 0.31 \text{ m}^2$ مواجه می‌شود. این شارش را به عنوان شارش پایا از طریق مجرای افقی ساکن در نظر بگیرید که مساحت سطح مقطع آن از A_0 به A_1 کاهش می‌یابد، (شکل ۳۰-۲۲ ب).

(الف) در لحظه‌ای که اتومبیل از A_0 می‌گذرد، هوا در فشار جوی p_0 است. وقتی هوا از A_1 حرکت می‌کند تحت چه فشار p_1 قرار دارد؟

$$R_V = A_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0)}{3\rho}} \quad (30-38)$$

هنوز هم لازم است تصمیمی اتخاذ کنیم: می‌دانیم که اختلاف فشار بین دو بخش برابر با 4120 Pa است، اما آیا این بدان معنی است که $p_1 - p_0$ برابر 4120 Pa است یا 4120 Pa ؟ باید حدس بزنیم که اولی درست است، در غیر این صورت جذر مربع در معادله ۳۰-۳۸ یک عدد موهومی به دست خواهد داد. ولی به جای حدس زدن سعی می‌کنیم دلیلی ارائه دهیم. از معادله ۳۰-۳۵ می‌بینیم که تندیی v_0 در بخش باریک (A_1 کوچک) باید بیشتر از تندیی v_1 در بخش پهن (A_0 بزرگتر) باشد. یادآوری می‌کنیم که وقتی شاره در امتداد مسیر افقی حرکت می‌کند اگر تندیی شاره افزایش یابد (مانند اینجا)، فشار شاره باید کاهش یابد. بنابراین، p_1 بزرگتر از p_0 است و داریم $p_1 - p_0 = 4120 \text{ Pa}$. قرار دادن این مقدار و داده‌های مسئله در معادله ۳۰-۳۸، به دست می‌دهد

$$R_V = 1/20 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \sqrt{\frac{(2)(4120 \text{ Pa})}{(3)(791 \text{ kg/m}^3)}} \\ = 2/24 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \quad (\text{پاسخ})$$

مسئله نمونه ۳۰-۸

در غرب قدیم، یک هفت‌تیرکش گلوله‌ای به مخزن آب روبازی (شکل ۳۰-۲۱) شلیک می‌کند که سوراخی در فاصله h در زیر سطح آب به وجود می‌آید. تندیی v آب خروجی از مخزن چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) این وضعیت در اساس مانند حرکت (به طرف پایین) آب با تندیی v_0 از طریق مجرای گشاد (مخزن) با مقطعی به مساحت A است که پس از آن با تندیی v از طریق یک مجرای باریک (سوراخ) با مقطعی به مساحت a (به طور افقی) حرکت می‌کند. (۲) چون آبی که از مجرای گشاد جاری می‌شود باید به طور کامل از مجرای باریک بگذرد، آهنگ شارش حجمی R_V از دو «مجرأ» باید یکسان باشد.

محاسبه‌ها: (۳) از طریق معادله برنولی (معادله ۳۰-۲۸) را به v_0 (و به h) می‌توان ارتباط داد. از معادله ۳۰-۲۴ داریم

$$R_V = av = Av_0.$$

و در نتیجه

$$v_0 = \frac{a}{A} v$$

چون $a \ll A$ ، می‌بینیم که $v_0 \ll v$. از طریق معادله برنولی سطح سوراخ را به عنوان سطح مرجع اندازه‌گیری ارتفاعها (و در نتیجه انرژی پتانسیل گرانشی) در نظر می‌گیریم. با توجه به اینکه فشار در بالای مخزن و در سوراخ گلوله برابر با فشار جوی p_0 است (چون هر دو مکان به جو باز می‌شوند)، می‌توان معادله ۳۰-۲۸ را به صورت زیر نوشت

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho gh = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g(0) \quad (30-39)$$

نکته‌های کلیدی (۱) چون شارش پایاست، می‌توانیم معادله برنولی (معادله ۲۸-۳۰) را برای شارش به کار ببریم. برای هم‌آهنگی با زیرنویسهای داده شده، معادله را به صورت زیر می‌نویسیم

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho gy = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy \quad (۳۰-۴۰)$$

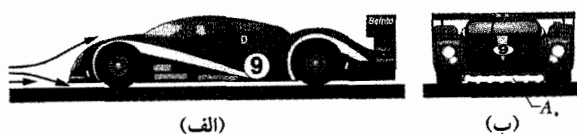
که در آن ρ چگالی هوا و y فاصله هوای در حال شارش از زمین است. (۲) چون تمام هوایی که به سطح مقطع A_0 وارد می‌شود از سطح مقطع A_1 شارش می‌یابد، آهنگ شارش حجمی R_V از دو سطح باید یکسان باشد.

محاسبه‌ها: از معادله ۲۴-۳۰ داریم

$$A_0 v_0 = A_1 v_1$$

یا

$$v_1 = v_0 \frac{A_0}{A_1} \quad (۳۰-۴۱)$$



(الف)

(ب)



(پ)

شکل ۲۲-۳۰ (الف) هوا از بالا و زیر اتومبیل مسابقه شارش می‌یابد. (ب) شارش از زیر اتومبیل از سطح مقطع عمودی A_0 می‌گذرد. (پ) شارش سپس مانند یک لوله محدود شده است که به سطح مقطع عمودی با مساحت A_1 باریک می‌شود.

با قراردادن معادله ۳۰-۴۱ در معادله ۳۰-۴۰ و مرتب کردن رابطه، خواهیم داشت

$$p_1 = p_0 - \frac{1}{2}\rho v_0^2 \left(\frac{A_0^2}{A_1^2} - 1 \right) \quad (۳۰-۴۲)$$

تندی هوا وقتی وارد A_0 در جلوی اتومبیل می‌شود برابر $27/25 \text{ m/s}$ است که تندی اتومبیل در موقع حرکت از میان هوا به سمت جلو است. با قرار دادن این تندی، چگالی هوا $\rho = 1/21 \text{ kg/m}^3$ و مقادیرهای مربوط به A_0 و A_1 در معادله ۳۰-۴۲، خواهیم داشت

$$p_1 = p_0 - \frac{1}{2}(1/21 \text{ kg/m}^3)(27/25 \text{ m/s})^2 \left(\frac{(0/0330 \text{ m}^2)^2}{(0/0310 \text{ m}^2)^2} - 1 \right)$$

$$= p_0 - 59/838 \text{ Pa} \approx p_0 - 59/8 \text{ Pa} \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، فشار هوا در زیر اتومبیل برابر $59/8 \text{ Pa}$ و کمتر از فشار جو است.

(ب) اگر مساحت سطح مقطع افقی اتومبیل $A_h = 4/86 \text{ m}^2$ باشد، بزرگی نیروی عمودی خالص $F_{\text{net},y}$ روی اتومبیل بر اثر فشار هوا در بالا و در پایین اتومبیل، چقدر است؟

نکته کلیدی فشار روی سطح، همانطور که در معادله ۳۰-۴۲

$(p = F/A)$ داده شده است، برابر با نیرو بر یکای سطح است. **محاسبه‌ها:** در اینجا توجه ما به سطح رویی و زیری اتومبیل است، که فرض می‌کنیم هر دو سطح دارای مساحت A_h هستند. بالای اتومبیل فشار در فشار جوی p_0 است که اتومبیل را با مؤلفه عمودی زیر به سمت پایین می‌فشارد

$$F_{y,\text{above}} = -p_0 A_h$$

در زیر اتومبیل، هوا در فشار $p = p_0 - 59/838 \text{ Pa}$ است که اتومبیل را با مؤلفه عمودی زیر به سمت بالا می‌فشارد

$$F_{y,\text{below}} = (p_0 - 59/838 \text{ Pa}) A_h$$

بنابراین، نیروی خالص عمودی برابر است با

$$F_{\text{net},y} = F_{y,\text{below}} + F_{y,\text{above}}$$

$$= (p_0 - 59/838 \text{ Pa}) A_h - p_0 A_h$$

$$= -(59/838 \text{ Pa})(4/86 \text{ m}^2) = -291 \text{ N} \quad (\text{پاسخ})$$

خطر هواکشی این نیروی خالص به سمت پایین که به خاطر کاهش فشار هوا در زیر اتومبیل است، اثر زمین است که روی اتومبیل وارد می‌شود. این نیرو تقریباً ۳۰٪ کل نیروی منفی در مقابل بلند کردن اتومبیل است که کمک می‌کند اتومبیل روی مسیر باقی بماند. بدون این نیروی منفی، اتومبیل باید موقع دور زدن تندی‌اش را خیلی کاهش دهد، در غیر این صورت به سمت دیواره مسیر سُر می‌خورد. در مسابقه، راننده می‌تواند مقاومت هوا روی اتومبیل را با حرکت نزدیک در پشت اتومبیل جلویی کاهش دهد، روشی که به هواکشی معروف است. با این وجود، ماشین جلویی جریان یکنواخت هوا در زیر اتومبیل عقبی را بر هم زده و موجب حذف اثر زمین روی اتومبیل عقبی می‌شود. اگر راننده عقبی این حذف کردن را نادیده بگیرد و به تناسب تندی‌اش را کاهش ندهد امکان دارد سر خوردن به سمت دیواره غیر قابل اجتناب باشد.

بازنگری و خلاصه درس

چگالی چگالی ρ هر ماده به صورت جرم آن تقسیم بر یکای حجم تعریف می‌شود

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (۳۰-۱)$$

معمولاً، هرگاه نمونه ماده در مقایسه با ابعاد اتمی خیلی بزرگ باشد، می‌توانیم معادله ۳۰-۱ را به صورت زیر بنویسیم

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (۳۰-۲)$$

فشار شاره شاره ماده‌ای است که می‌تواند شارش یابد، این ماده با مرزهای ظرف خود مشخص می‌شود چون نمی‌تواند تنش برشی را تحمل کند. ولی، می‌تواند بر سطح خود نیروی عمودی وارد کند. این نیرو برحسب فشار p توصیف می‌شود

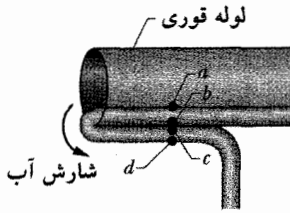
$$p = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (۳۰-۳)$$

معادله برنولی استفاده از اصل پایداری انرژی مکانیکی برای شارش یک شاره آرمانی منجر به معادله برنولی در امتداد هر لوله شارش می‌شود

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy = \text{ثابت}$$

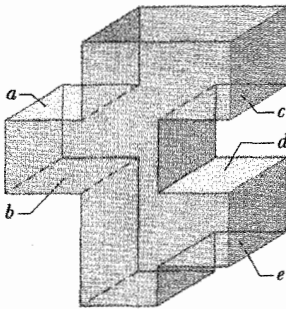
پرسشها

۱- اثر قوری: آبی که به آرامی از لوله قوری ریخته می‌شود می‌تواند پیش از جدا شدن و فرو ریختن با فاصله قابل توجهی به لوله قوری بازگردد. (لایه آب به کمک فشار جو در زیر لوله قوری نگه داشته می‌شود). در شکل ۲۳-۳۰، در یک لایه آب داخل لوله قوری، نقطه a در بالای لایه و نقطه b در زیر لایه است؛ در لایه آب خارج از لوله قوری، نقطه c در بالای لایه و نقطه d در زیر لایه است. این چهار نقطه را به ترتیب بزرگی فشار پیمانه‌ای در آب آنجا مرتب کنید.



شکل ۲۳-۳۰ پرسش ۱

۲- شکل ۲۴-۳۰ مخزن پر از آبی را نشان می‌دهد. پنج کف و سقف افقی مشخص شده‌اند، مساحت همه آنها یکسان است و در فاصله‌های L یا $2L$ یا $3L$ از بالای مخزن قرار دارند. کفها و سقفها را به ترتیب بزرگی نیروی وارد بر آنها از طرف آب مرتب کنید.



شکل ۲۴-۳۰ پرسش ۲

۳- یک جسم ۳ کیلوگرمی نامنظم را به طور کامل در شاره‌ای فرو می‌بریم. شاره‌ای که می‌توانست فضای اشغال شده فعلی توسط جسم را پر کند دارای جرم 2kg است. (الف) اگر جسم را رها کنیم، آیا به طرف بالا حرکت می‌کند یا پایین یا در جای خود می‌ماند؟ (ب) اگر دوباره این جسم را به طور کامل در شاره‌ای کم چگالت‌تر فرو ببریم و رها کنیم، چه می‌شود؟

که در آن ΔF نیرویی است که روی عنصر سطح به مساحت ΔA وارد می‌شود. اگر نیرو روی یک سطح صاف یکنواخت باشد، معادله ۳۰-۳ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$p = \frac{F}{A} \quad (۳۰-۴)$$

نیرویی که از فشار شاره در یک نقطه معین شاره نتیجه می‌شود در کلیه جهتها بزرگی یکسانی دارد. فشار پیمانه‌ای عبارت است از اختلاف بین فشار واقعی (یا فشار مطلق) در یک نقطه و فشار جو.

تغییر فشار با ارتفاع و عمق فشار در یک شاره ساکن با وضعیت قائم y تغییر می‌کند. اگر y به سمت بالا مثبت باشد

$$p_2 = p_1 + \rho g(y_1 - y_2) \quad (۳۰-۷)$$

برای تمامی نقطه‌هایی که در یک سطح واقع‌اند فشار یکسان است. اگر h عمقی یک نمونه شاره در زیر یک سطح مرجع باشد که در آن فشار P_0 است، معادله ۳۰-۷ به صورت زیر در می‌آید

$$p = p_0 + \rho gh \quad (۳۰-۸)$$

که در آن p فشار در نمونه است.

اصل پاسکال تغییر در فشار وارد شده به یک شاره محبوس بدون تغییر به هر بخشی از شاره و به دیواره‌های ظرف آن انتقال می‌یابد.

اصل ارشمیدس وقتی جسمی به طور کامل یا بخشی از آن در شاره غوطه‌ور باشد نیروی شناوری \vec{F}_b از طرف شاره اطراف به جسم وارد می‌شود. نیرو به سمت بالا و دارای بزرگی زیر است

$$F_b = m_f g \quad (۳۰-۱۶)$$

که در آن m_f جرم شاره‌ای است که به وسیله جسم جابه‌جا شده است (یعنی، شاره‌ای که به وسیله جسم به سمت بیرون رانده شده است).

وقتی جسمی در شاره‌ای غوطه‌ور است، بزرگی F_b (به سمت بالا) نیروی شناوری روی جسم با بزرگی F_g (به سمت پایین) نیروی گرانشی روی جسم یکسان است. وزن ظاهری جسمی که نیروی شناوری به آن وارد می‌شود با رابطه زیر به وزن واقعی مربوط است

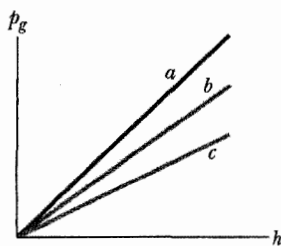
$$\text{وزن} - F_b = \text{وزن}_{app} \quad (۳۰-۱۹)$$

شارش شاره‌های آرمانی یک شاره آرمانی تراکم‌ناپذیر و بدون چسبندگی است و به طور پایا و بی چرخش شارش می‌یابد. خط جریان مسیری است که توسط یک ذره شاره منفرد طی می‌شود. لوله شارش دسته‌ای از خط جریانهاست. شارش داخل هر لوله شارش از معادله پیوستگی پیروی می‌کند

$$R_V = Av = \text{ثابت} \quad (۳۰-۲۴)$$

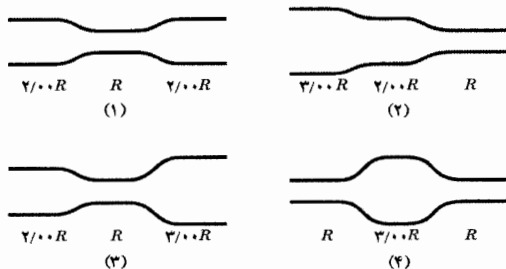
که در آن R_V آهنگ شارش حجمی، A سطح مقطع لوله شارش در هر نقطه و v تندی شاره در آن نقطه است. آهنگ شارش جرمی R_m برابر است با

$$R_m = \rho R_V = \rho Av = \text{ثابت} \quad (۳۰-۲۵)$$



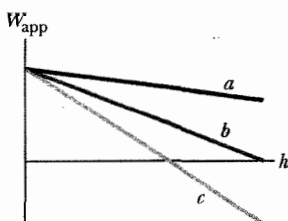
شکل ۲۸-۳۰ پرسش ۸

۹- شکل ۲۹-۳۰ چهار آرایش لوله‌هایی را نشان می‌دهد که آب از داخل آنها به آرامی به سمت راست در شارش است. شعاع قسمتهای مختلف لوله مشخص شده است. در کدام آرایش کار خالص انجام شده بر یکای حجم آبی که از قسمت کاملاً سمت چپ به قسمت کاملاً سمت راست حرکت می‌کند (الف) صفر، (ب) مثبت و (پ) منفی است؟



شکل ۲۹-۳۰ پرسش ۹

۱۰- وجه یک قطعه مستطیل شکل را به نوبت به داخل سه مایع می‌فشاریم. نمودار وزن ظاهری W_{app} قطعه بر حسب عمق h در سه مایع در شکل ۲۶-۳۰ رسم شده است. مایعها را به ترتیب بزرگی وزن بر یکای حجم مرتب کنید.



شکل ۳۰-۳۰ پرسش ۱۰

مسئله‌ها

● مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس).

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

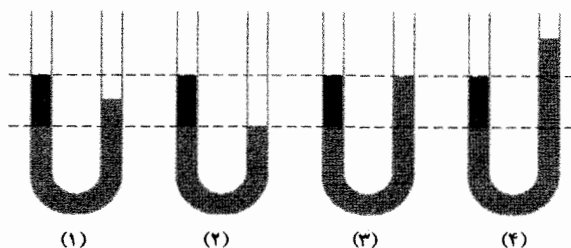
<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

● تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در

flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

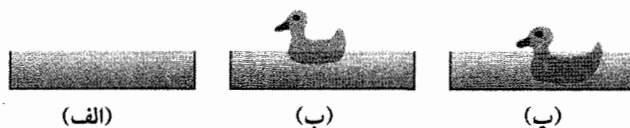
۴- شکل ۲۵-۳۰ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آن دو نوع مایع تیره رنگ و خاکستری در یک لوله U شکل قرار دارند. در یک وضعیت دو مایع نمی‌توانند در حالت تعادل استاتیکی باشند. (الف) این وضعیت کدام است؟ (ب) در مورد سه وضعیت دیگر فرض کنید تعادل استاتیکی برقرار است. در مورد هر یک، آیا چگالی مایع تیره از چگالی مایع خاکستری بزرگتر است یا کوچکتر یا مساوی با آن است؟



شکل ۲۵-۳۰ پرسش ۴

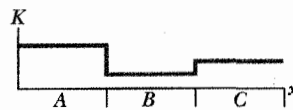
۵- قایقی با یک لنگر در استخر شنایی که قدری از قایق بهتر است شناور است. اگر لنگر (الف) به درون آب انداخته شود یا (ب) به محیط اطراف انداخته شود، آیا سطح آب استخر بالا می‌رود یا پایین یا بدون تغییر می‌ماند؟ (پ) اگر در عوض، قطعه‌ای چوب پنبه از قایق به آب انداخته شود، آیا سطح آب در استخر رو به بالا حرکت می‌کند یا رو به پایین یا بدون تغییر می‌ماند؟

۶- شکل ۲۶-۳۰ سه ظرف مشابه رو باز را نشان می‌دهد که تا لبه با آب پر شده‌اند و اردکهای اسباب‌بازی روی دوتا از آنها شناورند. ظرفها و محتوای آنها را به ترتیب بزرگی وزن آنها مرتب کنید.



شکل ۲۶-۳۰ پرسش ۶

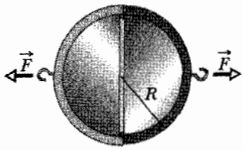
۷- آب به آرامی در یک لوله افقی جریان می‌یابد. شکل ۲۷-۳۰ انرژی جنبشی K یک عنصر آب را موقع حرکت در امتداد محور x که در راستای لوله است نشان می‌دهد. سه قسمت مشخص شده در لوله را به ترتیب بزرگی شعاع لوله مرتب کنید.



شکل ۲۷-۳۰ پرسش ۷

۸- در شکل ۲۸-۳۰ فشار پیمانه‌ای p_g بر حسب عمق h برای سه مایع رسم شده است. برای یک دانه پلاستیکی صلب که کاملاً در هر مایع غوطه‌ور است، نمودارها را بر حسب بزرگی نیروی شناوری روی دانه مرتب کنید.

۰/۱۰ atm و فشار خارج برابر ۱/۰۰ atm باشد، بزرگی نیرویی که دو گروه اسب برای جدا کردن نیمکره‌ها بر یکدیگر وارد می‌کنند چقدر است؟ (پ) توضیح دهید که چرا با یک گروه از اسبها و با بستن نیمکره‌ها به یک دیوار محکم می‌توان نکته مورد نظر را اثبات کرد؟ SSM



شکل ۳۰-۳۱ مسئله ۷

بخش ۳۰-۴ شارهای ساکن

۸۰- اختلاف هیدروستاتیکی در فشار خون بین مغز و پای شخصی به ارتفاع ۱/۸۳ m را محاسبه کنید. چگالی خون برابر $106 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ است.

۹۰- عمق ۱۰/۹ km در اقیانوس آرام، عمیقترین نقطه در هر یک از اقیانوسها است. در سال ۱۹۶۰/۱۳۳۹، دونالد والش^۲ و ژاک پیکارد^۳ به این عمق با کمک زیر دریایی علمی تریست دست یافتند. فرض کنید آب دریا دارای چگالی یکنواخت 1024 kg/m^3 باشد، فشار هیدروستاتیکی برحسب اتمسفر را که تریست باید تحمل کند با تقریب مشخص کنید.

۱۰۰- بیشینه عمق d_{max} که یک غواص می‌تواند با لوله تنفس زیر آب برود بستگی به چگالی آب و این واقعیت دارد که ریه‌های انسان می‌تواند بیشینه اختلاف فشار (بین داخل و خارج قفسه سینه) 0.05 atm را تحمل کند. اختلاف در d_{max} برای آب شیرین و آب بحر المیت^۴ (شورترین آب طبیعی در جهان با چگالی $105 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) چقدر است؟

۱۱۰- خدمه یک زیر دریایی صدمه دیده می‌خواهند در عمق ۱۰۰ m از آن فرار کنند. چه نیرویی را آنها باید بر دریچه‌ای به ابعاد ۱/۲ m در ۰/۶ m در آن عمق وارد کنند تا باز شود؟ فرض کنید چگالی آب اقیانوس 1024 kg/m^3 و فشار هوای داخلی ۱/۰۰ atm است. SSM

۱۲۰- لوله پلاستیکی در شکل ۳۰-۳۲ دارای سطح مقطعی به مساحت 500 cm^2 است. لوله تا وقتی پر آب می‌شود که بازوی کوتاه (به طول $d = 0.800 \text{ m}$) پر از آب گردد. سپس لوله کوتاه مسدود و آب بیشتری بتدریج به داخل بازوی بلند ریخته می‌شود. اگر وقتی که نیروی روی سرپوش مسدود کننده از $9/80 \text{ N}$ بیشتر شود، سرپوش کنده شود، ارتفاع کلی آب در بازوی بلند چقدر باید باشد تا سرپوش در مرز کنده شدن قرار گیرد؟



شکل ۳۰-۳۲ مسئله‌های ۱۲ و ۷۵

بخش ۳۰-۳ چگالی و فشار

۱۰- هنگامی که پرستاری نیروی ۴۲ N را بر پیستون دایره‌ای سرنگی به شعاع ۱/۱ cm وارد می‌کند، افزایش فشار در شاره آن را پیدا کنید. SSM

۲۰- سه مایع را که با یکدیگر مخلوط نمی‌شوند به داخل یک ظرف استوانه‌ای می‌ریزیم. حجمها و چگالیهای مایعها عبارت‌اند از 0.50 L ، $2/6 \text{ g/cm}^3$ ؛ 0.25 L ، 0.80 g/cm^3 ؛ و 0.40 L ، 0.80 g/cm^3 . نیروی وارد بر کف ظرف از طرف این مایعها چقدر است؟ $1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3$ = یک لیتر. (از سهم جو چشم‌پوشی کنید.)

۳۰- ابعاد یک پنجره ۳/۴ m در ۲/۱ m است. بر اثر عبور توفان، فشار هوای بیرون به 0.96 atm کاهش می‌یابد ولی فشار داخل در 1.0 atm نگهداشته می‌شود. چه نیروی خالصی پنجره را به بیرون می‌فشارد؟ SSM

۴۰- چرخهای جلو ماشین خود را تا ۲۸ psi باد کرده‌اید. سپس فشار خون خود را اندازه می‌گیرید و مثلاً عدد ۱۲۰/۸۰ به دست آمده است که این عددها برحسب mm Hg هستند. در کشورهای متریک (که باید گفت بیشتر کشورهای دنیا) این فشارها معمولاً برحسب کیلوپاسکال (kPa) بیان می‌شوند. برحسب کیلوپاسکال (الف) فشار چرخها و (ب) فشار خون شما چقدر است؟

۵۰- ماهی با تنظیم کردن هوای موجود در منفذ استخوان یا کیسه هوا، چگالی میانگین خود را با آب یکسان می‌کند و خود را در عمقی از آب تازه نگه می‌دارد. فرض کنید که با کیسه خالی چگالی ماهی 108 g/cm^3 باشد. تا چه کسری از حجم بدن منبسط شده، ماهی باید هوا وارد کیسه کند تا چگالی خود را تا چگالی آب کاهش دهد. ILW

۶۰- یک ظرف هوابندی شده که دارای درپوشی به مساحت 77 m^2 و جرم قابل چشم‌پوشی است، به طور جزئی تخلیه شده است. اگر نیروی ۴۸۰ N برای برداشتن درپوش مورد نیاز باشد و فشار جو $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ در نظر گرفته شود، فشار هوا در ظرف قبل باز کردن آن چقدر است؟

۷۰۰- در سال ۱۶۵۴/۱۰۳۳ اتو فون گوریکه^۱ مخترع پمپ هوا، پیش بزرگان امپراطوری رم نمایشی ارائه کرد که در آن دو گروه هشت‌تایی اسب دو نیمکره برنجی خلأ را نمی‌توانستند از هم جدا کنند. (الف) با فرض اینکه نیمکره‌ها دارای جداره نازک (قوی) باشند به طوری که R در شکل ۳۰-۳۱ را می‌توان هم شعاع داخلی و هم شعاع خارجی در نظر گرفت، نشان دهید که نیروی F مورد نیاز برای جدا کردن دو نیمکره دارای بزرگی $F = \pi R^2 \Delta P$ است، که در آن ΔP اختلاف بین فشارهای داخل و خارج کره است. (ب) اگر R برابر با ۳۰ cm، فشار داخل

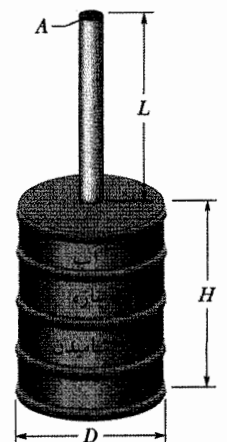
۱۳۰- یک ماشین مکنده باید چه فشار پیمانه‌ای را اعمال کند تا اینکه گرد و غباری با چگالی 1800 kg/m^3 را در لوله‌ای تا ارتفاع $1/5 \text{ m}$ بالا بکشد؟

۱۴۰- اختلال در ضمن پرواز. به کسی که غواصی می‌کند توصیه می‌شود به مدت ۲۴ ساعت بعد از آن پرواز نکند، چون هوای مخلوط در غواصی می‌تواند به شریان‌های خونی نیتروژن وارد کند. اگر نیتروژن به آرامی از آنها خارج نشود، هر نوع کاهش ناگهانی فشار هوا (مانند حالتی که هواپیما اوج می‌گیرد) می‌تواند در نیتروژن موجب به وجود آمدن حباب‌هایی در خون و اختلال در گردش آن شود، که خیلی دردآور و حتی موجب مرگ می‌شود. نیروهای ویژه عملیات نظامی به خصوص در مرض خطر هستند. چه تغییر فشاری در چنین نیروهای ویژه عملیاتی که در یک روز باید در عمق 20 m در آب دریا غواصی کنند و در روز بعد از ارتفاع $7/6 \text{ km}$ با چتر نجات فرود آیند ایجاد می‌شود؟

۱۵۰- خم شدن زرافه برای نوشیدن. سر زرافه $2/0 \text{ m}$ بالاتر از قلب آن و قلب آن $2/0 \text{ m}$ بالاتر از پاهایش است. فشار پیمانه‌ای (هیدروستاتیک) خون در قلب زرافه 250 torr است. فرض کنید که زرافه در حالت ایستاده است و چگالی خون 1060 kg/m^3 است. برحسب torr (یا mm Hg)، فشار خون (پیمانه‌ای) (الف) در مغز (فشار برای رساندن خون به مغز کافی است و مانع از افتادن زرافه می‌شود) و (ب) در پاها (فشار با پوست محکمی برخورد می‌کند که مانند یک مخزن فشار عمل می‌کند)، را پیدا کنید. (پ) اگر زرافه برای نوشیدن از برکه‌ای بدون بازکردن پاهای خود و حرکت آهسته سر خود را پایین آورد، فشار خون در مغز چقدر افزایش می‌یابد؟ (چنین عملی ممکن است مرگ‌آور باشد).

۱۶۰- در شکل ۳۳-۳۰ یک لوله سر باز به طول $L = 1/8 \text{ m}$ و سطح مقطعی به مساحت $A = 4/6 \text{ cm}^2$ به بالای یک بشکه استوانه‌ای به قطر $D = 1/2 \text{ m}$ و ارتفاع $H = 1/8 \text{ m}$ محکم شده است. بشکه و لوله پر از آب (تا بالای لوله) هستند. نسبت

نیروی هیدروستاتیکی وارد به ته بشکه به نیروی گرانشی روی آب موجود در بشکه را به دست آورید. چرا این نسبت برابر $1/5$ نیست؟ (نیازی به در نظر گرفتن فشار جو ندارید).

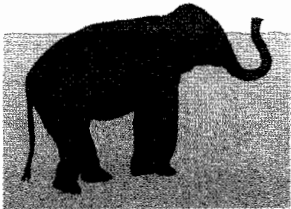


شکل ۳۳-۳۰ مسئله ۱۶

۱۷۰- فشار خون در سوسمارهای غول‌آسا. (الف) اگر سر این سوسمار گیاه‌خوار غول‌آسا با گردن دراز 21 m و قلب او $0/9 \text{ m}$ بالای زمین باشد، فشار پیمانه‌ای (هیدروستاتیکی) لازم در خون قلب باید چقدر باشد تا فشار خون در سر 80 torr باشد (فشار لازم برای جاری شدن خون به مغز)؟ فرض کنید که چگالی خون 1060 kg/m^3 است. (ب) فشار خون در پاها (برحسب torr یا mm Hg) چقدر است؟

۱۸۰- تنفس زیرآبی توسط انسان و فیل. وقتی شخصی در زیر آب تنفس می‌کند، ریه‌ها به طور مستقیم از طریق لوله تنفسی با جو ارتباط پیدا می‌کند و در نتیجه در فشار جوی قرار دارند. اگر طول لوله تنفسی (الف) 20 cm (وضعیت استاندارد) و (ب) $4/0 \text{ m}$ (احتمالاً وضعیت مرگ) باشد، برحسب اتمسفر، اختلاف Δp بین فشار هوای داخلی و فشار آب وارد بر بدن چقدر است؟ در مورد اخیر، اختلاف فشار باعث پاره شدن مویرگ‌ها در دیواره ریه‌ها و جاری شدن خون در آنها می‌شود. همان‌طور که در شکل ۳۰-۳۴ نشان داده شده است، فیل از طریق خرطوم خود در هنگام شنا کردن با ریه‌هایی در فاصله $4/0 \text{ m}$ زیر سطح آب به طور ایمن تنفس می‌کند چون غشای اطراف ریه‌ها دارای

بافت‌های متصل به هم هستند که مویرگ‌های خونی را نگه می‌دارند و مانع از پارگی آنها می‌شوند.

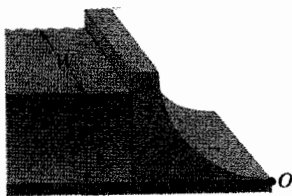


شکل ۳۰-۳۴ مسئله ۱۸

۱۹۰۰- دو ظرف استوانه‌ای مشابه که قاعده‌های آنها در یک سطح قرار دارند هر یک حاوی مایعی با چگالی 1300 kg/m^3 هستند. مساحت هر قاعده برابر 400 cm^2 است، ولی ارتفاع آب در یکی از ظرفها $0/854 \text{ m}$ و در دیگری $0/56 \text{ m}$ است. وقتی دو ظرف به هم متصل شوند کار انجام شده به وسیله نیروی گرانشی را برای هم سطح کردن آنها پیدا کنید. SSM ILW

۲۰۰۰- سیاهی رفتن چشم در نبرد هوایی. وقتی خلبانی در سرعت بالا با یک هواپیمای جنگنده مدرن دور می‌زند، فشار خون در سطح مغز کاهش می‌یابد، خون به مغز نمی‌رسد و از خون خالی می‌شود. اگر در هنگامی که خلبان شتاب مرکزگرایی افقی $4g$ قرار دارد، قلب فشار پیمانه‌ای (هیدروستاتیکی) را در شریان‌ها 120 torr (یا mm Hg) نگهدارد، فشار خون (برحسب torr) در مغز و در فاصله شعاعی 30 cm از قلب چقدر است؟ رسیدن خون به مغز به اندازه‌ای کم است که چشم سیاه و سفید می‌بیند و دید باریک می‌شود و خلبان هوشیاریش را از دست می‌دهد. چگالی خون 1060 kg/m^3 است.

پیمانه‌ای آب وارد می‌شود و (ب) گشتاور نیروی خالص ناشی از فشار پیمانه‌ای حول خطی را که از O موازی با پهنای سد می‌گذرد، پیدا کنید. (پ) بازوی این گشتاور نیرو را پیدا کنید. ۶۶



شکل ۳۰-۳۷ مسئله ۲۴

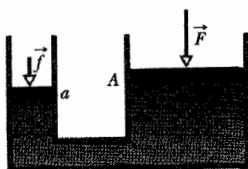
بخش ۳۰-۵ اندازه‌گیری فشار

۲۵• در مشاهده‌ای، ستون جیوه در فشارسنجی (همان‌طور که در شکل ۳۰-۱۵ نشان داده شده است) ارتفاع h برابر با $740/35 \text{ mm}$ را نشان می‌دهد. دما $5/0^\circ \text{C}$ است، در این دما چگالی جیوه p برابر با $1/3608 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$ است. شتاب سقوط آزاد گرانش g در این محل برابر $9/7835 \text{ m/s}^2$ است. فشار جو در این محل برحسب پاسکال و برحسب torr (که برای قرائت فشارسنج یکای متداولی است) چقدر است؟

۲۶• برای مکیدن نوشابه‌ای با چگالی 1000 kg/m^3 با نی تا ارتفاع بیشینه $4/0 \text{ cm}$ ، کمترین فشار پیمانه‌ای (برحسب اتمسفر) که باید به وسیله ریه‌های خود ایجاد کنیم چقدر است؟ ۲۷• اگر چگالی هوا (الف) ثابت و (ب) برحسب ارتفاع به طور خطی به صفر برسد، ارتفاع جو چقدر باید باشد؟ فرض کنید که در سطح دریا فشار $1/0 \text{ atm}$ و چگالی هوا $1/3 \text{ kg/m}^3$ است. SSM.

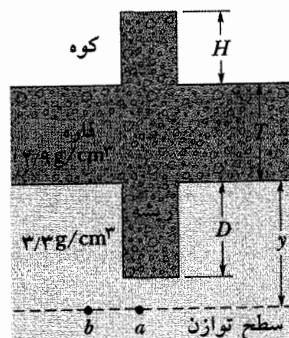
بخش ۳۰-۱۶ اصل پاسکال

۲۸• پیستونی با سطح مقطعی به مساحت a در یک منگنه آبی برای اعمال نیروی کوچک به بزرگی F بر شارهٔ محبوسی به کار می‌رود. لولهٔ رابط به یک پیستون بزرگتر با سطح مقطعی به مساحت A وصل است (شکل ۳۰-۳۸). (الف) بزرگی نیروی F که پیستون بزرگتر بدون حرکت کردن تحمل می‌کند چقدر است؟ (ب) اگر قطر پیستونها $3/80 \text{ cm}$ و $53/0 \text{ cm}$ باشند، بزرگی نیروی وارد بر پیستون کوچک که با نیروی $20/0 \text{ kN}$ وارد بر پیستون بزرگ در تعادل باشد چقدر است؟



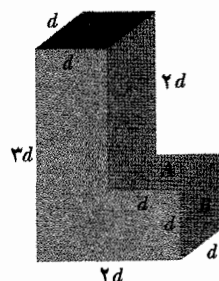
شکل ۳۰-۳۸ مسئله ۲۸

۲۱• در تحلیل بعضی ویژگیهای زمین‌شناختی، معمولاً فرض می‌شود که فشار در یک سطح توازن افقی، در اعماق زمین، در ناحیهٔ بزرگی یکسان و برابر با فشاری است که به وسیلهٔ نیروی گرانشی روی مواد بالای این تراز وارد می‌شود. بنابراین، فشار روی سطح توازن با فرمول‌های فشار شاره داده می‌شود. برای مثال این مدل مستلزم آن است که کوهها دارای ریشه‌هایی از صخره‌های قاره‌ای هستند که به نواحی گوشتهٔ چگالتر ادامه یافته‌اند (شکل ۳۰-۳۵). کوهی به ارتفاع $H = 6/0 \text{ km}$ را در نظر بگیرید که روی قاره‌ای به ضخامت $T = 32 \text{ km}$ واقع است. چگالی صخرهٔ قاره‌ای $2/9 \text{ g/cm}^3$ و زیر این صخره گوشته‌ای با چگالی $3/3 \text{ g/cm}^3$ قرار دارد. عمق D این ریشه را محاسبه کنید. (راهنمایی: فشار نقطه‌های a و b را یکسان در نظر بگیرید؛ عمق y سطح توازن حذف می‌شود).



شکل ۳۰-۳۵ مسئله ۲۱

۲۲• مخزن L شکل نشان داده شده در شکل ۳۰-۳۶ از آب پر شده و بالای آن باز است. اگر $d = 5/0 \text{ m}$ باشد، نیروی وارد از آب (الف) بر وجه A و (ب) بر وجه B ، چقدر است؟



شکل ۳۰-۳۶ مسئله ۲۲

۲۳• یک آکواریوم بزرگ با ارتفاع $5/0 \text{ m}$ تا عمق $2/00 \text{ m}$ با آب تازه پر شده است. یک دیوارهٔ آکواریوم پلاستیکی ضخیم و به پهنای $8/00 \text{ m}$ است. اگر آکواریوم تا عمق $4/00 \text{ m}$ پر از آب شود، نیروی کل روی دیوار چقدر افزایش می‌یابد؟ ۶۶ ۲۴• در شکل ۳۰-۳۷، آب تا عمق $D = 35/0 \text{ m}$ پشت سطح قائم یک سد با پهنای $W = 314 \text{ m}$ جمع شده است. (الف) نیروی افقی خالصی را که بر سطح سد از طرف فشار

چند کنده درخت مورد نیاز است تا کلک در آب تازه شناور گردد؟ فرض کنید چگالی کنده درخت 800 kg/m^3 باشد.

۳۴• یک جسم 500 kg در حالی که کاملاً در مایعی فرو رفته است از حالت سکون رها می‌شود. جرم مایع جابه‌جا شده به وسیله جسم 300 kg است. با فرض اینکه جسم آزادانه حرکت می‌کند و نیروی مقاومت روی جسم از طرف مایع قابل چشم‌پوشی باشد، جسم در مدت $2/0 \text{ s}$ چقدر و در چه جهتی حرکت می‌کند؟

۳۵• دو سوم حجم V یک قطعه چوبی شناور در آب تازه در آن فرو رفته است و در روغن $0/90 V$ در آن فرو می‌رود.

چگالی (الف) چوب و (ب) روغن، را پیدا کنید. SSM

۳۶• یک وسیله شناور به شکل استوانه قائم با ارتفاع $0/500 \text{ m}$ و مساحت قاعده $4/00 \text{ m}^2$ و چگالی $0/400$ برابر چگالی آب تازه است. در ابتدا آن را در آب کاملاً فرو می‌بریم به‌طوری که قاعده بالای آن هم سطح آب باشد. سپس اجازه می‌دهیم که بتدریج بالا آمده تا وقتی به صورت شناور درآید. نیروی شناوری در حین بالا آمدن این وسیله چقدر کار روی آن انجام می‌دهد؟

۳۷• یک کره توخالی به شعاع داخلی $8/0 \text{ cm}$ و شعاع خارجی $9/0 \text{ cm}$ تا نیمه در مایعی با چگالی 800 kg/m^3 فرو رفته شده است. (الف) جرم کره چقدر است؟ (ب) چگالی ماده‌ای را که کره از آن ساخته شده است محاسبه کنید. SSM

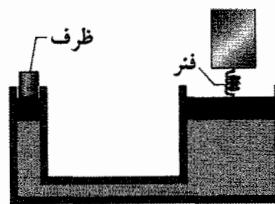
۳۸• کمین کردن تمساح‌ها. تمام تمساح‌ها با شناور کردن خود تا روی سر منتظر صید می‌مانند به طوری که صید نمی‌تواند به آسانی آنها را ببیند. یک روش که تمساح می‌تواند میزان فرو رفتن را تنظیم کند کنترل اندازه ریه خود است. روش دیگر بلعیدن سنگ‌هایی است که در معده جمع می‌شوند. شکل ۳۰-۴۱ مدل خیلی ساده شده‌ای (دهان لوزی) به جرم 130 kg را نشان می‌دهد که با پیدا بودن جزئی سرخود گردش می‌کند. مساحت بالای سر $0/20 \text{ m}^2$ است. اگر تمساح تمام سنگ‌هایی را که بلعیده است به اندازه 10% جرم بدنش باشد (مقدار نوعی)، چقدر فرو می‌رود؟



شکل ۳۰-۴۱ مسئله ۳۸

۳۹• چه کسری از حجم کوه یخی (با چگالی 917 kg/m^3) دیده خواهد شد هرگاه کوه یخی (الف) در اقیانوس (آب شور با چگالی 1024 kg/m^3) و (ب) در رودخانه (آب شیرین با چگالی 1000 kg/m^3) شناور شود؟ (وقتی آب شور یخ می‌زند، نمک جدا می‌شود. بنابراین یک کوه یخی آب شیرین برای جامعه تامین می‌کند.)

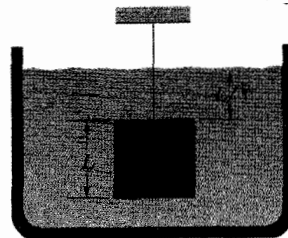
۲۹• در شکل ۳۰-۳۹ فنی با ثابت فنر $3/00 \times 10^4 \text{ N/m}$ بین یک تیر صلب و پیستون خروجی یک اهرم هیدرولیکی قرار دارد. یک ظرف خالی با جرم ناچیز روی پیستون ورودی قرار داده شده است. پیستون ورودی دارای مساحت A_1 و پیستون خروجی دارای مساحت A_2 است. فنر در آغاز در حال تعادل است. چند کیلوگرم شن باید (به آهستگی) به داخل ظرف ریخت تا فنر را به مقدار $5/00 \text{ cm}$ فشرده کند؟



شکل ۳۰-۳۹ مسئله ۲۹

بخش ۳۰-۷ اصل ارشمیدس

۳۰• در شکل ۳۰-۴۰، جسمی مکعبی شکل به ضلع $L = 0/600 \text{ m}$ و جرم 450 kg با طناب در داخل مخزن روبازی حاوی مایعی با چگالی 1030 kg/m^3 ، آویزان است. (الف) بزرگی نیروی کل رو به پائینی که به وسیله مایع و جو بر قسمت بالای جسم وارد می‌شود چقدر است؟ فرض کنید فشار جو برابر $1/00 \text{ atm}$ است. (ب) بزرگی نیروی کل رو به بالایی که بر قسمت پایین جسم وارد می‌شود چقدر است؟ (پ) کشش طناب را پیدا کنید. (ت) بزرگی نیروی شناوری وارد بر جسم را با استفاده از اصل ارشمیدس محاسبه کنید. چه رابطه‌ای بین تمام این کمیتها وجود دارد؟



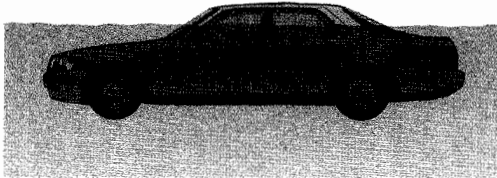
شکل ۳۰-۴۰ مسئله ۳۰

۳۱• یک لنگر آهنی با چگالی 7870 kg/m^3 در آب 200 N سبکتر از مقدار آن در هوا به نظر می‌آید. (الف) حجم لنگر چقدر است؟ (ب) وزن آن در هوا چقدر است؟ SSM

۳۲• یک قایق شناور در آب تازه $35/6 \text{ kN}$ آب را جابه‌جا می‌کند. (الف) اگر این قایق در آب شور با چگالی $1/10 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ شناور شود، چه وزنی از آب را جابه‌جا می‌کند؟ (ب) اختلاف حجم آب تازه جابه‌جا شده و حجم آب شور جابه‌جا شده چقدر است؟

۳۳• سه بچه هر یک به وزن 356 N از بهم بستن کنده‌های درخت به قطر $0/30 \text{ m}$ و طول $1/80 \text{ m}$ یک کلک می‌سازند.

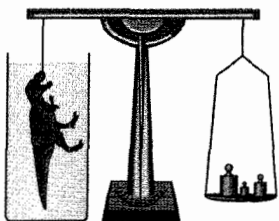
هیچ آبی به قسمت سر نشینان نفوذ نمی کند. چند متر مکعب آن، وقتی اتومبیل غوطه ور است، در زیر سطح آب قرار دارد (شکل ۳۰-۴۴)؟ (ب) با ورود آرام آب، اتومبیل غرق می شود. وقتی که ماشین در زیر سطح آب ناپدید شود، چند متر مکعب آب در اتومبیل وارد شده است؟ (اتومبیل، با بار سنگین در صندوق عقب، افقی می ماند.)



شکل ۳۰-۴۴ مسئله ۲۵

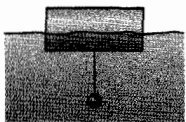
۴۶۰۰- یک قطعه چوبی دارای جرم $3/67 \text{ kg}$ و چگالی 600 kg/m^3 است. می خواهیم به آن سرب ($1/31 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$) اضافه کنیم تا اینکه $0/90$ حجم آن در آب فرو رود. (الف) اگر سرب بالای چوب قرار داده شود و (ب) اگر سرب زیر آن بسته شود، جرم سرب چقدر باید باشد؟

۴۷۰۰- وقتی پژوهشگران فسیل کامل دایناسوری را پیدا کنند، آنها می توانند جرم و وزن دایناسور زنده را با مقیاس مدل پلاستیکی آن که بر پایه ابعاد استخوانهای فسیل است، به دست آورند. اندازه مدل $1/20$ است؛ یعنی، طولها $1/20$ طول، مساحتها $(1/20)^2$ مساحت و حجمها $(1/20)^3$ حجم واقعی اند. ابتدا، مدل را از یک بازوی ترازوی عقربه ای آویزان می کنند و وزنه ها را در بازوی دیگر قرار می دهند تا تعادل برقرار گردد. سپس مدل را کاملاً در آب فرو می برند و بقدر کافی وزنه از بازوی دیگر بر می دارند تا دوباره تعادل برقرار شود (شکل ۳۰-۴۵). برای یک مدل مشخص، فسیل $T.rex$ ، باید $637/76 \text{ g}$ وزنه برداشته شود تا دوباره تعادل برقرار شود. حجم (الف) مدل و (ب) فسیل $T.rex$ واقعی چقدر است؟ (پ) اگر چگالی $T.rex$ تقریباً برابر چگالی آب باشد، جرم آن چقدر است؟



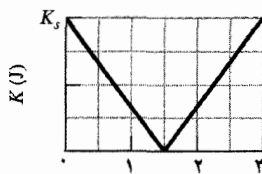
شکل ۳۰-۴۵ مسئله ۴۷

۴۸۰۰۰- شکل ۳۰-۴۶ یک گلوله آهنی را نشان می دهد که به وسیله نخ‌ای که جرم آن قابل چشم پوشی است از استوانه ای که به طور عمود قرار دارد و قسمتی از آن در آب فرو رفته، آویزان است. استوانه دارای ارتفاع $6/00 \text{ cm}$ و مساحت قاعده آن در بالا و پایین برابر $12/0 \text{ cm}^2$ و چگالی آن $0/30 \text{ g/cm}^3$ و $2/00 \text{ cm}$ از ارتفاع آن بالای سطح آب است. شعاع گلوله آهنی چقدر است؟



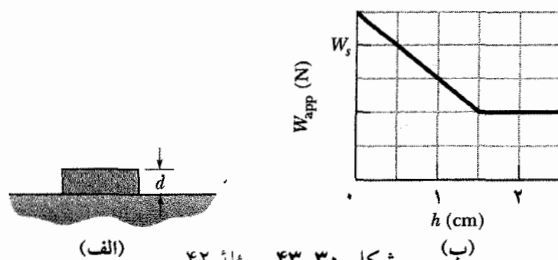
شکل ۳۰-۴۶ مسئله ۴۸

۴۰۰۰- گلوله صلب کوچکی در حالی که کاملاً در مایعی فرو رفته از حالت سکون رها می شود و سپس وقتی که گلوله $4/0 \text{ cm}$ حرکت کرد انرژی جنبشی آن اندازه گیری می شود. شکل ۳۰-۴۲ نتیجه ها را پس از به کار بردن چند مایع مختلف به دست می دهد. انرژی جنبشی K بر حسب چگالی مایع ρ_{liq} رسم شده و $K_s = 1/60 \text{ J}$ مقیاس محور عمودی است. (الف) چگالی و (ب) حجم گلوله چقدر است؟



شکل ۳۰-۴۲ مسئله ۴۰

۴۱۰۰- یک پوسته کروی توخالی از آهن تقریباً به طور کامل در آب غوطه ور است. قطر خارجی آن $60/0 \text{ cm}$ و چگالی آهن $7/87 \text{ g/cm}^3$ است. قطر داخلی چقدر است؟ ILW ۴۲۰۰- در شکل ۳۰-۴۳ الف، یک قطعه مکعبی از وجه پایین آن بتدریج به داخل مایعی فشرده می شود. قطعه دارای ارتفاع d ؛ مساحت وجه پایین و بالا برابر $A = 5/67 \text{ cm}^2$ است. شکل ۳۰-۴۳ ب وزن ظاهری W_{app} قطعه را به صورت تابعی از عمق h از وجه پایین، به دست می دهد. مقیاس محور عمودی با $W_s = 0/20 \text{ N}$ مشخص شده است. چگالی مایع چقدر است؟



شکل ۳۰-۴۳ مسئله ۴۲

۴۳۰۰- چدن که شامل تعدادی حفره است در هوا 6000 N و در آب 4000 N وزن دارد. کل حجم حفره های این چدن چقدر است؟ چگالی آهن (یعنی نمونه بدون حفره) برابر $7/87 \text{ g/cm}^3$ است.

۴۴۰۰- فرض کنید که شما گلوله کوچکی را از حالت سکون از عمق $6/00 \text{ m}$ زیر سطح آب استخری رها می کنید. اگر چگالی گلوله برابر $0/300$ چگالی آب و نیروی مقاومت روی توپ از طرف آب قابل چشم پوشی باشد، گلوله پس از خروج از آب تا چه ارتفاعی از سطح آب پرتاب می شود؟ (هرگونه انتقال انرژی به خاطر پاشیدن آب و موجهای تولید شده به وسیله گلوله در حین خروج از آب، قابل چشم پوشی است.)

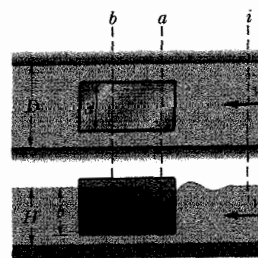
۴۵۰۰- حجم هوا در قسمت سر نشینان اتومبیلی به جرم 1800 kg برابر $5/00 \text{ m}^3$ است. حجم موتور و چرخهای جلو $0/750 \text{ m}^3$ و حجم چرخهای عقب، مخزن بنزین و صندوق عقب برابر $0/800 \text{ m}^3$ است؛ آب نمی تواند به این دو ناحیه نفوذ کند. اتومبیل به داخل دریاچه ای می افتد. (الف) در آغاز،

بخش ۳۰-۹ معادله پیوستگی

۴۹۰- یک شیلنگ باغبانی با قطر داخلی $1/9\text{ cm}$ به یک آب افشان (در حالت ساکن) با 24 سوراخ، هر یک به قطر $0/13\text{ cm}$ متصل است. اگر تندی آب در شیلنگ $0/91\text{ m/s}$ باشد، با چه تندی آب از سوراخهای آب افشان بیرون می‌آید؟ SSM

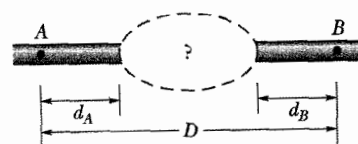
۵۰۰- دو نهر آب به هم می‌رسند و تشکیل رودخانه را می‌دهند. یک نهر دارای پهنای $8/2\text{ m}$ ، عمق $3/4\text{ m}$ و تندی جریان $2/3\text{ m/s}$ است. نهر دیگر دارای پهنای $6/8\text{ m}$ و عمق $3/2\text{ m}$ و با تندی $2/6\text{ m/s}$ در جریان است. اگر رودخانه دارای پهنای $10/5\text{ m}$ و تندی $2/9\text{ m/s}$ باشد، عمق آن چقدر است؟

۵۱۰- اثر کانال. شکل ۳۰-۴۷ یک قایق باری را نشان می‌دهد که با عرض $d = 3.0\text{ m}$ و در داخل آب به فاصله $b = 12\text{ m}$ لنگر انداخته است. عرض کانال $D = 55\text{ m}$ و عمق آب $H = 14\text{ m}$ و آب با سرعت ثابت $1/5\text{ m/s}$ جریان دارد. فرض کنید که جریان در اطراف قایق یکنواخت است. موقع عبور آب از سینه قایق سطح آب سراشیبی زیادی پیدا می‌کند که اثر کانال دارد. اگر عمق سراشیبی $h = 0/80\text{ m}$ باشد، سرعت آب در کنار قایق که از بخش‌های عمودی در (الف) نقطه a و (ب) نقطه b ، می‌گذرد چقدر است؟ فرسایش ناشی از افزایش سرعت موضوع مهندسی هیدرولیک است.



شکل ۳۰-۴۷ مسئله ۵۱

۵۲۰- شکل ۳۰-۴۸ دو قسمت یک لوله کهنه دستگامی را نشان می‌دهد که از تپه‌ای با مسافتهای $d_A = d_B = 3.0\text{ m}$ می‌گذرند. در هر طرف تپه، شعاع لوله $D = 11.0\text{ cm}$ است. ولی شعاع لوله در داخل تپه معلوم نیست. برای محاسبه آن، مهندسی ابتدا آب را با جریان $2/50\text{ m/s}$ در قسمت‌های سمت چپ و راست جاری می‌کند. سپس یک ماده رنگی را در داخل آب در نقطه A رها می‌کند و در می‌یابد که $88/8\text{ s}$ طول می‌کشد تا به نقطه B برسد. شعاع متوسط لوله در داخل تپه چقدر است؟



شکل ۳۰-۴۸ مسئله ۵۲

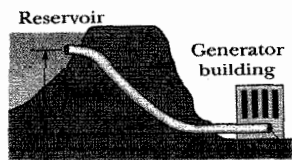
۵۳۰۰- آب به طور پایا از زیر زمین با تندی $5/0\text{ m/s}$ از طریق شیلنگ یکنواختی به شعاع $1/0\text{ cm}$ پمپ می‌شود. شیلنگ از پنجره‌ای که $3/0\text{ m}$ بالاتر از خط آب است می‌گذرد. توان پمپ چقدر است؟ SSM

۵۴۰۰- آبی که در یک لوله $1/9\text{ cm}$ (قطر داخلی) جریان دارد از طریق سه لوله $1/3\text{ cm}$ به خارج جاری می‌شود. (الف) اگر آهنگ جریان در سه لوله کوچکتر 26 ، 19 و 11 L/min باشد، آهنگ جریان در لوله $1/9\text{ cm}$ چقدر است؟ (ب) نسبت تندی آب در لوله $1/9\text{ cm}$ به تندی آن در لوله حامل 26 L/min چقدر است؟

بخش ۳۰-۱۰ معادله برنولی

۵۵۰- آب با تندی $5/0\text{ m/s}$ در لوله‌ای با مساحت مقطع $4/0\text{ cm}^2$ در جریان است. با زیاد شدن مساحت مقطع تا $8/0\text{ cm}^2$ آب بتدریج 10 m پایین می‌آید. (الف) تندی آب در سطح پایینی چقدر است؟ (ب) اگر فشار در سطح بالایی $1/5 \times 10^5\text{ Pa}$ باشد، فشار در سطح پایینی چقدر است؟ SSM

۵۶۰- لوله ورودی در شکل ۳۰-۴۹ دارای مساحت مقطع $0/74\text{ cm}^2$ است و آب با تندی $0/40\text{ m/s}$ در آن جریان دارد. در خروجی، به فاصله $D = 180\text{ m}$ پایین لوله ورودی، مساحت مقطع لوله خروجی کوچکتر از لوله ورودی است و آب با تندی $9/5\text{ m/s}$ به سمت خارج جریان دارد. اختلاف فشار بین نقطه‌های ورودی و خروجی چقدر است؟

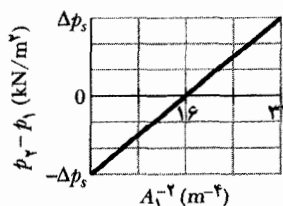


شکل ۳۰-۴۹ مسئله ۵۶

۵۷۰- یک لوله آب که دارای قطر داخلی $2/5\text{ cm}$ است آب را با تندی $0/90\text{ m/s}$ و فشار 170 kPa به زیرزمین خانه‌ای می‌برد. اگر این لوله به لوله‌ای با قطر $1/2\text{ cm}$ متصل شود و به طبقه دوم که $7/6\text{ m}$ بالاتر از نقطه ورودی است برده شود، (الف) تندی و (ب) فشار آب در طبقه دوم چقدر است؟

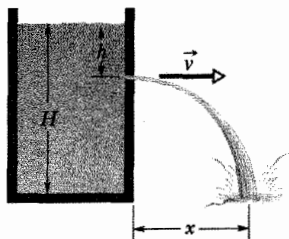
۵۸۰- گاهی مدل اژدرافکنها در یک لوله افقی که آب از آن می‌گذرد، مانند یک تونل باد که برای آزمون مدل هواپیما به کار می‌رود، آزمایش می‌شوند. یک لوله دایره‌ای به قطر داخلی $25/0\text{ cm}$ و یک مدل اژدرافکن را که در امتداد محور لوله قرار داده شده است، در نظر می‌گیریم. این مدل $5/00\text{ cm}$ قطر دارد و می‌خواهیم اژدرافکن را در آبی با جریان $2/5\text{ m/s}$ آزمایش کنیم. (الف) تندی جریان آب در قسمتی از لوله که مجاور اژدرافکن نیست باید چقدر باشد؟ (ب) اختلاف فشار بین قسمت در برگیرنده اژدرافکن و قسمت‌های دیگر لوله چقدر است؟

۶۴۰۰- آب شیرین به طور افقی از بخش ۱ لوله ای با مساحت مقطع A_1 به بخش ۲ لوله با مساحت مقطع A_2 جریان دارد. شکل ۳۰-۵۲ نمودار اختلاف فشار $p_2 - p_1$ را بر حسب عکس مجذور مساحت A_1^{-2} نشان می دهد که اگر جریان آب در همه شرایط لایه ای باشد، می توان آن را برای آهنگ شارش حجمی مربوط به یک مقدار معین در نظر گرفت. مقیاس محور عمودی با $\Delta p_s = 300 \text{ kN/m}^2$ مشخص شده است. با توجه به شکل، مقدار (الف) A_2 و (ب) آهنگ شارش حجمی آب چقدر است؟



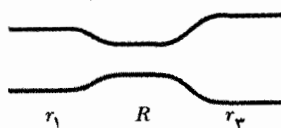
شکل ۳۰-۵۲ مسئله ۶۴

۶۵۰۰- شکل ۳۰-۵۳ جریان آبی را نشان می دهد که از سوراخی در یکی از دیواره ها در عمق h مخزنی که تا ارتفاع H از آب پر شده، جریان دارد. (الف) در چه فاصله x جریان آب به زمین برخورد می کند؟ (ب) در چه عمقی باید سوراخ دومی را ایجاد کرد که همین مقدار x را به دست دهد؟ (پ) در چه عمقی باید سوراخی



شکل ۳۰-۵۳ مسئله ۶۵

ایجاد کرد تا x بیشینه شود؟ ۶۶۰۰- در شکل ۳۰-۵۴، آب به طور یکنواخت از بخش سمت چپ لوله (با شعاع $r_1 = 200 \text{ mm}$) به داخل بخش میانی (با شعاع R) و سپس به بخش سمت راست (با شعاع $r_2 = 300 \text{ mm}$) جریان دارد. تندی آب در بخش میانی برابر 0.5 m/s است. آب وقتی از سمت چپ به سمت راست حرکت می کند چقدر کار خالص روی 0.4 m^3 آب انجام می گیرد؟



شکل ۳۰-۵۴ مسئله ۶۶

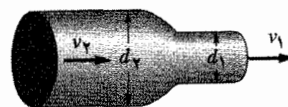
۶۷۰۰- سنج و نتوری برای اندازه گیری تندی جریان شارهای در یک لوله به کار می رود. این سنجه بین دو بخش از لوله متصل است (شکل ۳۰-۵۵)؛ مساحت A سطح مقطع ورودی و خروجی سنجه با مساحت مقطع لوله هماهنگ می شود. بین ورودی و خروجی، شار به تندی V در لوله جریان می یابد و سپس از «گلگاه» باریکی به مساحت مقطع a با تندی v

۵۹۰۰- یک مخزن استوانه ای با قطر بزرگ تا عمق $D = 0.3 \text{ m}$ با آب پر شده است. از سوراخی با مساحت مقطع $A = 6.5 \text{ cm}^2$ در ته مخزن، آب خارج می شود. (الف) آهنگ خروج آب بر حسب مترمکعب بر ثانیه چقدر است؟ (ب) در چه فاصله ای از ته مخزن مساحت مقطع جریان آب برابر با یک دوم مساحت سوراخ است؟

۶۰۰۰- دو مخزن ۱ و ۲ را که با دهانه های بزرگ در بالا محتوی دو مایع متفاوت اند در نظر بگیرید. سوراخ کوچکی در بدنه هر مخزن در فاصله h در زیر سطح مایع ایجاد می شود ولی سطح مقطع سوراخ در مخزن ۱ نصف مساحت سوراخ در مخزن ۲ است. (الف) اگر آهنگ شارش جرم برای هر دو سوراخ یکسان باشد، نسبت ρ_1 / ρ_2 چگالی های این دو مایع چقدر است؟ (ب) نسبت R_{V1} / R_{V2} آهنگ های شارش حجمی از دو مخزن چقدر است؟ (پ) برای یک لحظه، مایع در مخزن ۱، 12 cm بالاتر از سوراخ است. اگر مخزن ها دارای آهنگ های شارش حجمی یکسان باشند، درست در همان لحظه ارتفاع مایع در مخزن ۲ چقدر بالاتر از سوراخ است؟

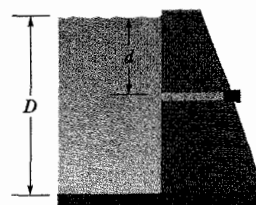
۶۱۰۰- اگر اختلاف فشار در دو انتهای لوله ای به قطر داخلی 13 mm برابر با 1 atm باشد، برای بردن $1/4 \text{ m}^3$ آب از این لوله چقدر کار توسط فشار باید انجام شود؟

۶۲۰۰- در شکل ۳۰-۵۰، آب در یک لوله افقی جریان می یابد و سپس با تندی $v_1 = 15 \text{ m/s}$ به بیرون می ریزد. قطر طرف های چپ و راست لوله به ترتیب 5 cm و 3 cm است. (الف) چه حجمی از آب در 10 min به بیرون می ریزد؟ (ب) تندی v_2 و (پ) فشار پیمانه ای در طرف چپ لوله چقدر است؟



شکل ۳۰-۵۰ مسئله ۶۲

۶۳۰۰- در شکل ۳۰-۵۱، عمق آب پشت مخزن یک سد $D = 15 \text{ m}$ است. یک لوله افقی به قطر 4 cm در فاصله 6 m از زیر سطح آب گذشته است. درپوشی دهانه لوله را بسته است. (الف) بزرگی نیروی اصطکاک بین درپوش و دیواره لوله را پیدا کنید. (ب) درپوش را بر می داریم. در مدت 3 h چه حجمی از آب از لوله خارج می شود؟

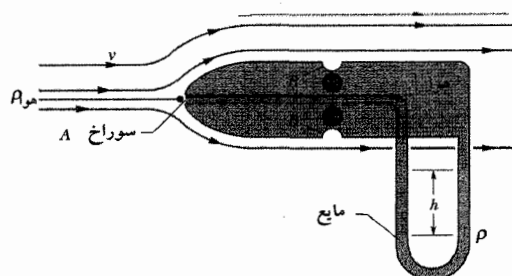


شکل ۳۰-۵۱ مسئله ۶۳

●●۷۰- لوله پیتو^۱ (شکل ۳۰-۵۶) برای تعیین تندی جریان هوا در هواپیما به کار می‌رود. این وسیله دارای یک لوله خارجی با تعدادی سوراخ کوچک B است (چهار تا از آنها نشان داده شده است) که هوا را به داخل لوله‌ای که به یک شاخه لوله U شکل متصل است، هدایت می‌کنند. شاخه دیگر U شکل به سوراخ A در جلو وسیله که در جهت حرکت هواپیما قرار دارد متصل می‌شود. در A هوا راکد می‌ماند به طوری که $v_A = 0$ است. ولی در B تندی هوا به احتمال قوی برابر با تندی هوای v در کنار هواپیماست. (الف) با استفاده از معادله برنولی نشان دهید که

$$v = \sqrt{\frac{2\rho gh}{\rho_{\text{air}}}}$$

که در آن ρ چگالی مایع در لوله U شکل است. (ب) فرض کنید که لوله محتوی الکل بوده و اختلاف سطح h برابر با ۲۶/۰ cm است. تندی هواپیما نسبت به هوا چقدر است؟ چگالی هوا $1/3 \text{ kg/m}^3$ و چگالی الکل 810 kg/m^3 است.



شکل ۳۰-۵۶ مسئله‌های ۷۰ و ۷۱

●●۷۱- یک لوله پیتو (به مسئله ۷۰ نگاه کنید) در یک هواپیما در ارتفاع زیاد اختلاف فشار 180 Pa را اندازه‌گیری می‌کند. اگر چگالی هوا $1/3 \text{ kg/m}^3$ باشد، تندی هوای مجاور هواپیما چقدر است؟

●●۷۲- یک نمودار ساده از دستگاه ناودان باران برای منزل در شکل ۳۰-۵۷ نشان داده شده است. باران روی بام شیب‌داری می‌بارد و دور لبه‌های بام جمع می‌شود؛ سپس از میان لوله‌های ناودان به سمت پایین (که فقط یکی از آنها نشان داده شده) به لوله M اصلی ناودان زیر کف می‌ریزد که این لوله آب را به لوله بزرگتری در زیر خیابان جاری می‌سازد. در شکل ۳۰-۵۷، راه آب کف زیر زمین نیز به لوله M ناودان متصل است. مقدارهای زیر را در نظر بگیرید:

۱- لوله‌های ناودانی دارای ارتفاع $h_1 = 11 \text{ m}$ هستند.

۲- ارتفاع راه آب کف برابر $h_2 = 1/2 \text{ m}$ است.

۳- شعاع لوله M برابر $3/0 \text{ cm}$ است.

۴- منزل دارای ضلعی به پهنای $W = 3/0 \text{ m}$ و طول $L = 6/0 \text{ m}$ است.

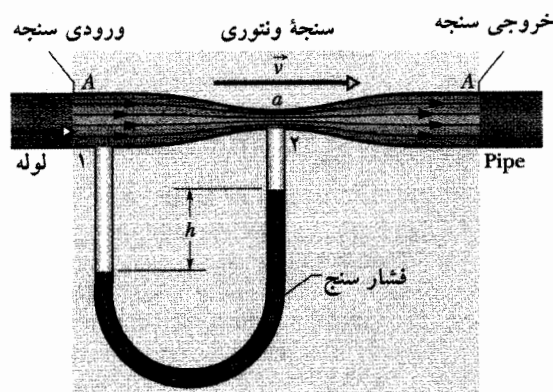
۵- تمام آبی که روی سقف می‌ریزد از لوله M می‌گذرد.

۶- تندی اولیه آب در لوله‌های ناودان قابل چشم‌پوشی است.

می‌گذرد. فشارسنجی بخش گشاد سنج را به بخش باریک متصل می‌کند. تغییر در تندی شاره با تغییر Δp در فشار شاره همراه است که موجب ایجاد اختلاف ارتفاع h شاره در دو شاخه فشارسنج می‌شود. (در اینجا Δp به معنی فشار در گلوگاه منهای فشار در لوله است.) (الف) با به کار بردن معادله برنولی و معادله پیوستگی در نقطه‌های ۱ و ۲ در شکل ۳۰-۵۵، نشان دهید که

$$V = \sqrt{\frac{2a^2 \Delta p}{\rho(a^2 - A^2)}}$$

که در آن ρ چگالی شاره است. (ب) فرض کنید که شاره آب تازه است، و مساحت A سطح مقطعه در لوله برابر 64 cm^2 و در گلوگاه 32 cm^2 و فشار در لوله 55 kPa و در گلوگاه 41 kPa است. آهنگ جریان آب برحسب متر مربع بر ثانیه چقدر است؟ SSM WWW



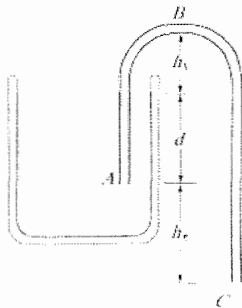
شکل ۳۰-۵۵ مسئله‌های ۶۷ و ۶۸

●●۶۸- لوله ونتوری مسئله ۶۷ و شکل ۳۰-۵۵ را بدون فشارسنج در نظر بگیرید. A را برابر $5a$ اختیار کنید. فرض کنید که فشار p_1 در A برابر با $2/0 \text{ atm}$ باشد. مقدار (الف) تندی V را در A و (ب) تندی v در a که به ازای آنها فشار p_2 در a صفر می‌شود محاسبه کنید. (پ) اگر در A قطر برابر با $5/0 \text{ cm}$ باشد آهنگ شارش حجمی مربوط را محاسبه کنید. پدیده‌ای که وقتی p_2 در a به نزدیکی صفر افت می‌کند رخ می‌دهد حفره سازی نامیده می‌شود. در این شرایط آب به صورت حبابهای کوچکی بخار می‌شود.

●●۶۹- مایعی با چگالی 900 kg/m^3 از یک لوله افقی که مساحت مقطع آن در ناحیه A برابر $1/90 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ است، جریان دارد و مساحت مقطع در ناحیه B برابر $9/50 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ است. اختلاف فشار بین دو ناحیه برابر با $7/20 \times 10^3 \text{ Pa}$ است. (الف) آهنگ شارش حجمی و (ب) آهنگ شارش جرمی چقدر است؟

درصد نیروی گرانشی وارد بر اسکی باز به وسیله نیروی شناوری از طرف برف خنثی می شود؟ ~~شکل ۷۷~~

۷۷- شکل ۳۰-۵۸ یک سیفون را نشان می دهد که وسیله ای برای خارج کردن مایع از یک ظرف است. لوله ABC باید در ابتدا پر شود ولی وقتی این کار انجام شد، مایع از طریق لوله جریان می یابد تا اینکه سطح مایع در ظرف به سطح لوله در قسمت باز A برسد. مایع دارای چگالی 1000 kg/m^3 و چسبندگی آن قابل چشم پوشی است. فاصله های نشان داده شده عبارتند از $h_1 = 25 \text{ cm}$ ، $d = 12 \text{ cm}$ و $h_2 = 40 \text{ cm}$. (الف) با چه تندی مایع از لوله در نقطه C خارج می شود؟ (ب) اگر فشار جو برابر $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ باشد، فشار مایع در بالاترین نقطه B چقدر است؟ (پ) از لحاظ نظری بیشترین h_1 ممکن که سیفون می تواند آب را بالا ببرد چقدر است؟



شکل ۳۰-۵۸ مسئله ۷۷

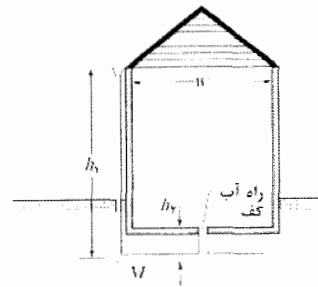
۷۸- فرض کنید چگالی بدن شما یکنواخت و 0.95 چگالی آب است. (الف) اگر در یک استخر شنا غوطه ور شوید، چه کسری از حجم بدن شما بالاتر از سطح آب قرار می گیرد؟ ماسه بادی شاره ای است که با نفوذ کردن آب در شن ایجاد می شود و دانه های شن روان از هم جدا می شوند. از این رو، بر اثر اصطکاک شن ها به هم نمی چسبند. دریاچه های ماسه بادی وقتی تشکیل می شوند که آب از تپه ها به دره هایی که توده های شن در آن قرار دارند نفوذ کند. (ب) اگر به دریاچه ای عمیق از ماسه بادی با چگالی $1/6$ برابر چگالی آب پا بگذارید چه کسری از حجم بدن شما بالای سطح ماسه بادی قرار می گیرد. (پ) به ویژه، آیا آنقدر فرو می روید تا دیگر قادر به تنفس نباشید؟

~~شکل ۷۹~~ ۷۹- اگر حباب در آب در حال جوشیدن با آهنگ 0.225 m/s^2 به سمت بالا شتاب گیرد و دارای شعاع 0.500 mm باشد، جرم آن چقدر است؟ فرض کنید نیروی مقاومت روی حباب قابل چشم پوشی است.

۸۰- اگر نسبت چگالی هوای بیرون یک بالون با هوای گرم به چگالی هوای درون آن 1.39 باشد، شتاب بلند شدن این بالون چقدر است؟ از جرم بالون و سبد چشم پوشی کنید.

۷- تندی باد قابل چشم پوشی است.

آهنگ ریزش باران بر حسب سانتی متر بر ساعت باید چقدر باشد تا آب از لوله M راه آب کف بالا آمده و در زیر زمین سیلاب جاری شود؟



شکل ۳۰-۵۷ مسئله ۷۲

مسئله های اضافی

۷۳- یک گلوله شیشه ای به شعاع 2.00 cm در ته ظرفی از شیر با چگالی 1.3 g/cm^3 قرار دارد. بزرگی نیروی عمودی روی گلوله از طرف سطح زیرین ظرف برابر $9.48 \times 10^{-2} \text{ N}$ است. جرم گلوله چقدر است؟

۷۴- وقتی سرفه می کنید، هوا را با تندی زیاد از میان نای و نایژه های بالایی به بیرون می دهید به طوری که هوا ترشح اضافی خلط را به سمت بیرون می راند. شما با این کار هوایی با تندی زیاد ایجاد می کنید: شما مقدار زیادی هوا را تنفس کرده و با بستن دهانه نای (دهانه کوچکی در حنجره) هوا را در سینه حبس می کنید و سپس هوا را با فشار از نای و نایژه های بالایی به سمت مسیر باریکی می رانید و با باز شدن ناگهانی حنجره هوا را به سمت خارج می رانید. فرض کنید که در حین این عمل آهنگ شارش حجمی هوا $7.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ باشد. اگر قطر نای (الف) در مقدار معمول خود 14 mm باقی بماند و (ب) به قطر $15/2 \text{ mm}$ افزایش یابد، تندی هوا در نای چند برابر تندی صوت $v_s (= 343 \text{ m/s})$ است؟ ~~شکل ۷۵~~

۷۵- شکل ۳۰-۳۲ یک لوله اصلاح شده U شکل را نشان می دهد. شاخه سمت راست کوتاه تر از شاخه سمت چپ است. دهانه باز شاخه سمت راست به ارتفاع $d = 10.0 \text{ cm}$ بالاتر از میز آزمایشگاه قرار دارد. شعاع لوله در سرتاسر برابر $1/50 \text{ cm}$ است. آب را بتدریج در دهانه باز سمت چپ می ریزیم تا وقتی که آب از شاخه سمت راست سرریز کند. سپس مایعی با چگالی 0.80 g/cm^3 را بتدریج به شاخه سمت چپ اضافه می کنیم تا وقتی که ارتفاع مایع در آن شاخه به 8.0 cm برسد (مایع با آب مخلوط نمی شود). چقدر آب از شاخه سمت راست بیرون می ریزد؟ SSM

۷۶- اسکی بازی که در بهمن گیر افتاده است کاملاً در برف با چگالی 96 kg/m^3 فرو رفته است. فرض کنید، چگالی متوسط اسکی باز، لباس و وسایل اسکی بازی 1020 kg/m^3 باشد. چند

۸۱- حجم یک قوطی نازک ۱۲۰۰ cm^3 و جرم آن ۱۳۰ g است. چند گرم گلوله سربی با چگالی $۱۱/۴\text{ g/cm}^3$ را می‌توان روی آن قرار داد بدون اینکه در آب فرو رود؟

۸۲- یک لوله U شکل باز ساده شامل جیوه است. وقتی $۱۱/۲\text{ cm}$ آب در شاخه سمت راست ریخته شود، جیوه نسبت به سطح اولیه‌اش در سمت چپ چقدر بالا خواهد رفت؟

۸۳- جسمی از یک ترازوی فنری آویزان است. این ترازو در هوا ۳۰ N ، در آب ۲۰ N و در یک مایع دیگر با چگالی مجهول ۲۴ N را نشان می‌دهد. چگالی مایع دیگر چقدر است؟

۸۴- در آزمایشی، یک قطعه مکعب مستطیل به ارتفاع h را در چهار مایع متفاوت شناور می‌کنیم. در اولین مایع که آب است، قطعه کاملاً غوطه‌ور می‌شود. در مایعهای A ، B و C قطعه به ترتیب تا ارتفاع $h/۲$ ، $۲h/۳$ و $h/۴$ بالای سطح مایع شناور می‌شود. چگالهای نسبی (نسبت به چگالی آب) (الف) A ، (ب) B و (پ) C چقدرند؟

۸۵- تقریباً یک سوم بدن شناگری در بحرالمیت بالای سطح آب است. فرض کنید چگالی بدن انسان $۰/۹۸\text{ g/cm}^3$ باشد، چگالی آب در بحرالمیت را پیدا کنید. (چرا خیلی بزرگتر از $۱/۰\text{ g/cm}^3$ است؟)



اگر ساختمان بلندی به آرامی بر اثر برخورد باد به لرزش درآید، ساکنین آن حتی متوجه این حرکت نمی‌شوند، اما اگر این لرزش‌ها دره‌رثانیه بیش از ۱۰ بار تکرار شود، ناراحت‌کننده است و حتی می‌تواند موجب بیماری شود. یک دلیل آن این است که وقتی شخصی ایستاده است سر او بیش از پاهایش تمایل به این لرزش دارد، که حسگرهای حرکتی را در ناحیه تعادل گوش داخلی در حالت قطع قرار می‌دهد. سازوکارهای متعددی برای کاهش لرزش یک ساختمان در نظر گرفته می‌شود. مثلاً، گلوله عظیمی را ($5/4 \times 10^5 \text{ kg}$) که در این تصویر دیده می‌شود در طبقه ۹۲ یکی از ساختمانهای بلند دنیا آویزان کرده‌اند.

چگونه این گلوله با لرزش ساختمان مقابله می‌کند؟

پاسخ در همین فصل.

۳۱-۱ فیزیک چیست؟

دنیای ما پر از نوسانهاست و در آن اجسام به طور مکرر به این طرف و آن طرف حرکت می‌کنند. خیلی از نوسانها صرفاً سرگرم کننده‌اند یا موجب ناراحتی می‌شوند، اما خیلی از نوسانهای دیگر از نظر مالی مهم یا خطرناک‌اند. در اینجا به چند مثال اشاره می‌کنیم؛ وقتی چوب بیسبال به توپ ضربه می‌زند، چوب ممکن است به قدر کافی نوسان کند به طوری که دست بازیکن را به درد آورد یا حتی چوب بشکند. وقتی باد بر خط فشار قوی می‌وزد، خط ممکن است به طوری نوسان کند (در اصطلاح مهندسی برق «ارتعاش شلّاقی») که خط پاره شده و برق به مصرف‌کنندگان نرسد. وقتی هواپیما در حال پرواز است، تلاطم هوایی که از کنار بالها می‌گذرد موجب نوسان آنها می‌شود، که ممکن است منجر به فرسودگی فلز یا حتی خرابی آن شود. وقتی قطار در پیچی حرکت می‌کند، چرخها وقتی وادار می‌شوند در جهت جدیدی بچرخند (در اصطلاح مهندسی مکانیک «حرکت متزلزل»)، نوسان می‌کنند. (می‌توانید نوسانها را بشنوید.)

وقتی نزدیک شهری زمین لرزه رخ می‌دهد، احتمال دارد که ساختمانها آنچنان نوسان کنند که موجب خرابی ساختمان شود. وقتی تیری از کمان رها می‌شود، پرهایی که در انتهای آن قرار دارند به دور تیر پیچ و تاب می‌خورند بدون آنکه به آن برخورد کنند چون تیر نوسان می‌کند. وقتی سکه‌ای به روی فلزی رها شود مانند حلقه‌ای که چنین برخوردی دارد، نوسان می‌کند و سکه را از صدایش می‌توان تشخیص داد. وقتی گاوچرانی روی گاوی سوار است به نوسان درمی‌آید چون گاو، بالا و پایین می‌پرد (حداقل انتظار گاوچران این است که به نوسان درآید).
مطالعه و کنترل نوسانها دو هدف اولیه فیزیکدانان و مهندسان است. در این فصل یک نوع بنیادی نوسان را که حرکت هماهنگ ساده نامیده می‌شود بررسی می‌کنیم.

۳۱-۲ حرکت هماهنگ ساده

شکل ۳۱-۱ توالی «عکس‌های فوری» از یک دستگاه نوسانی ساده را نشان می‌دهد که در آن ذره‌ای به طور مکرر نسبت به مبدأ روی محور x به چپ و راست حرکت می‌کند. در این بخش به طور ساده این حرکت را توصیف می‌کنیم. سپس درباره چگونگی رسیدن به چنین حرکتی بحث می‌کنیم.

یک خاصیت مهم حرکت نوسانی **بسامد** آن یا تعداد نوسان‌هایی است که در هر ثانیه انجام می‌گیرد. نماد بسامد f و یکای SI آن **هرتز** (با علامت Hz) است، به طوری که

$$(۳۱-۱) \quad 1 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ نوسان در ثانیه} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ هرتز}$$

دوره تناوب T حرکت به بسامد وابسته است و زمان یک نوسان کامل (یا چرخه) است؛ یعنی

$$(۳۱-۲) \quad T = \frac{1}{f}$$

هر حرکتی که در بازه‌های منظمی تکرار شود **حرکت تناوبی** یا **حرکت هماهنگ** نامیده می‌شود. در اینجا حرکتی را در نظر می‌گیریم که مانند شکل ۳۱-۱ الف به روش خاصی تکرار می‌شود. برای چنین حرکتی جابه‌جایی x ذره از مبدأ به صورت تابعی از زمان به صورت زیر داده می‌شود.

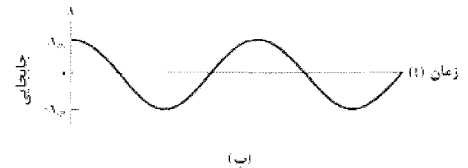
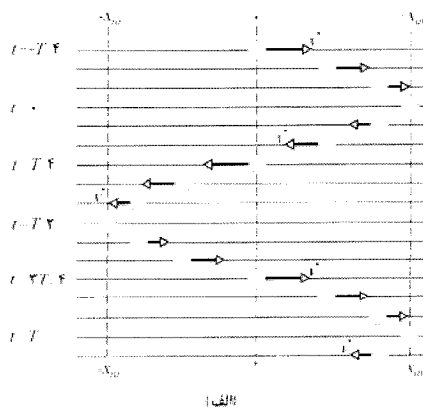
$$(۳۱-۳) \quad x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{جابه‌جایی})$$

که در آن ϕ, ω, x_m ثابت‌اند. این حرکت، **حرکت هماهنگ ساده** (SHM) نامیده می‌شود که به این مفهوم است که حرکت تناوبی تابع سینوسی از زمان است. معادله ۳۱-۳، که در آن تابع سینوسی به صورت تابع کسینوسی است در شکل ۳۱-۱ ب رسم شده است. (می‌توانید با چرخاندن شکل ۳۱-۱ الف به اندازه 90° به طور پادساعتگرد و سپس با وصل کردن متوالی مکان ذره‌ها با یک منحنی این نمودار را به دست آورید.)

کمیت‌هایی که شکل نمودار را مشخص می‌کنند همراه با نامشان در شکل ۳۱-۲ نشان داده شده‌اند. حال این کمیتها را تعریف می‌کنیم.

شکل ۳۱-۱ (الف) توالی «عکسهای فوری»

(در بازه‌های زمانی مساوی گرفته شده‌اند)
وضعیت ذره را به هنگام چپ و راست رفتن آن نسبت به مبدأ در راستای محور x بین حدود $+x_m$ و $-x_m$ نشان می‌دهد. بزرگی پیکانهای سرعت، تندی ذره را نشان می‌دهد. تندی در هنگامی که ذره در مبدأ است بیشینه و هنگامی که در $\pm x_m$ قرار دارد، صفر است. اگر هنگامی که ذره در $\pm x_m$ است زمان t صفر گرفته می‌شود، آنگاه در $t=T$ ذره به $\pm x_m$ برمی‌گردد، که در آن دوره تناوب حرکت است. سپس حرکت تکرار می‌شود. (ب) نمودار x بر حسب تابعی از زمان برای حرکت قسمت (الف).



یا

$$\omega T = 2\pi$$

بنابراین، از معادله ۳۱-۲، بسامد زاویه‌ای برابر است با

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (۵-۳۱)$$

یکای SI بسامد زاویه‌ای رادیان بر ثانیه است. (پس، برای هماهنگی، ϕ باید برحسب رادیان باشد). شکل ۳۱-۳، $x(t)$ را در مورد دو حرکت هماهنگ ساده که در دامنه، دوره تناوب (و در نتیجه بسامد و بسامد زاویه‌ای) یا فاز ثابت با یکدیگر تفاوت دارند مقایسه می‌کند.

نکته واریسی! ذره‌ای که در نوسان هماهنگ ساده با تناوب T (مانند شکل ۳۱-۱) است در زمان $t=0$ در $-x_m$ قرار دارد. هرگاه (الف) $t=2/5 T$ ، (ب) $T=3/5 T$ و (پ) $t=5/25 T$ باشد، آیا ذره در $-x_m$ ، در $+x_m$ ، در 0 ، بین $-x_m$ و 0 یا بین $+x_m$ خواهد بود؟

سرعت در حرکت هماهنگ ساده (SMH)

با مشتق‌گیری از معادله ۳۱-۳، می‌توان عبارتی را برای سرعت ذره‌ای که دارای حرکت هماهنگ ساده است پیدا کرد. یعنی

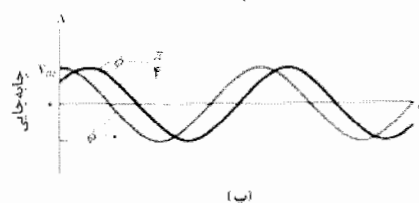
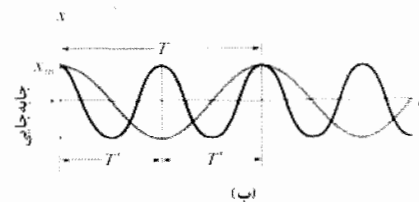
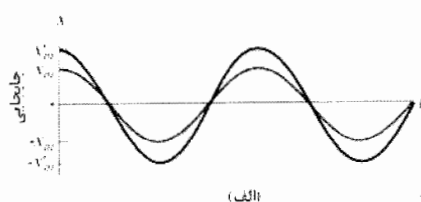
$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[x_m \cos(\omega t + \phi)]$$

یا

$$v(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi) \quad (\text{سرعت}) \quad (۶-۳۱)$$

شکل ۳۱-۴ الف نمودار معادله ۳۱-۳ به ازای $\phi=0$ است. شکل ۳۱-۴ ب معادله ۳۱-۶ را به ازای $\phi=0$ نشان می‌دهد. در مقایسه با دامنه x_m در معادله ۳۱-۳، کمیت مثبت ωx_m در معادله ۳۱-۵ دامنه سرعت v_m نامیده می‌شود. همانطور که در شکل ۳۱-۴ ب می‌توان دید سرعت یک ذره در حال نوسان بین حدود $\pm v_m = \pm \omega x_m$ تغییر می‌کند. همچنین توجه کنید که در این شکل منحنی $v(t)$ نسبت به منحنی $x(t)$ به اندازه یک چهارم دوره تناوب جابه‌جا شده است. (به سمت چپ)؛ هرگاه

شکل ۳۱-۳ در هر سه مورد منحنی کمرنگ به ازای $\phi=0$ از معادله ۳۱-۳ به دست می‌آید. (الف) تفاوت منحنی پررنگ با منحنی کمرنگ فقط در این است که دامنه آن، x'_m ، بزرگتر است. (حدود جابه‌جایی فرین منحنی پررنگ بالاتر و پایینتر است). (ب) تفاوت منحنی پررنگ با منحنی کمرنگ فقط در این است که دوره تناوب آن، $T'=T/2$ است (منحنی پررنگ به طور افقی فشرده شده است). (پ) تفاوت منحنی پررنگ با منحنی کمرنگ فقط در این است که برای منحنی پررنگ ϕ به جای صفر برابر $\pi/4$ - است. (مقدار منفی ϕ منحنی پررنگ را به سمت راست جابه‌جا کرده است).



کمیت x_m دامنه حرکت نامیده می‌شود و یک ثابت مثبت است که مقدار آن به چگونگی شروع حرکت بستگی دارد. زیرنویس m بیانگر بیشینه است چون دامنه عبارت است از بزرگی جابه‌جایی بیشینه ذره در هریک از دو جهت. تابع کسینوسی در معادله ۳۱-۳ بین حدود ± 1 تغییر می‌کند، پس جابه‌جایی $x(t)$ بین حدود $\pm x_m$ ، تغییر می‌کند.

جابه‌جایی در زمان

فاز

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

دامنه
بسامد
زاویه‌ای
ثابت فاز
یا زاویه فاز

شکل ۳۱-۲ یک مرجع مفید برای کمیت‌های معادله ۳۱-۳ در حرکت هماهنگ ساده.

کمیت متغیر زمانی $(\omega t + \phi)$ در معادله ۳۱-۳ فاز حرکت و ثابت ϕ ثابت فاز (یا زاویه فاز) نامیده می‌شود. مقدار ϕ به جابه‌جایی و سرعت ذره در $t=0$ بستگی دارد. در مورد نمودارهای $x(t)$ شکل ۳۱-۳ الف، ثابت فاز ϕ صفر است. برای تفسیر ω ، که بسامد زاویه‌ای حرکت نامیده می‌شود، ابتدا باید توجه کنیم که جابه‌جایی $x(t)$ پس از دوره حرکت T باید به مقدار اولیه خود برگردد؛ یعنی، $x(t)$ به ازای همه t ها باید برابر با $x(t+T)$ باشد. برای ساده کردن تحلیل خود، در معادله ۳۱-۳، $\phi=0$ را قرار می‌دهیم. از این معادله می‌توان نوشت

$$\omega(t+T) = \omega t + 2\pi \quad (۴-۳۱)$$

هرگاه شناسه (فاز) تابع کسینوس به اندازه $2\pi \text{ rad}$ تغییر کند، تابع تکرار می‌شود؛ بنابراین، معادله ۳۱-۴ به دست می‌دهد.

$$\omega(t+T) = \omega t + 2\pi$$

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: زاویه‌های فاز

به اثر زاویه فاز در نمودار $x(t)$ توجه کنید. هرگاه $\phi = 0$ باشد، شکل $x(t)$ یک منحنی کسینوسی نوعی به صورت شکل ۳۱-۴ الف است. با افزایش ϕ منحنی در امتداد محور x به چپ منتقل می‌شود. (می‌توانید این مطلب را با نماد $\leftarrow \phi$ به‌خاطر بسپارید که در آن پیکان به سمت بالا بیانگر افزایش ϕ و پیکان به سمت چپ بیانگر انتقال حاصل در منحنی است.) کاهش ϕ مانند شکل ۳۱-۳ پ برای $\phi = -\pi/4$ منحنی را به طرف راست انتقال می‌دهد.

گفته می‌شود که دو نمودار حرکت هماهنگ ساده با زاویه‌های فاز مختلف / اختلاف فاز دارند، یا گفته می‌شود که یکی نسبت به دیگری انتقال فاز پیدا کرده‌است، یا نسبت به یکدیگر ناهم‌فاز هستند. برای مثال، منحنیهای شکل ۳۱-۳ پ با یکدیگر اختلاف فاز $\pi/4 \text{ rad}$ دارند.

چون حرکت هماهنگ ساده پس از هر دوره تناوب T و تابع کسینوسی پس از هر $2\pi \text{ rad}$ را نمایش می‌دهد. در شکل ۳۱-۴، $x(t)$ نسبت به $v(t)$ به اندازه یک‌چهارم تناوب یا $-\pi/4 \text{ rad}$ به‌راست انتقال فاز یافته‌است؛ و نسبت به $a(t)$ به اندازه یک‌دوم دوره تناوب یا $-\pi \text{ rad}$ به‌راست منتقل شده‌است. انتقال فاز $2\pi \text{ rad}$ باعث می‌شود که منحنی حرکت هماهنگ ساده برخوردش منطبق شود، یعنی بدون تغییر به نظر برسد.

۳-۳۱ قانون نیرو برای حرکت هماهنگ ساده

ساده

وقتی معلوم شد که شتاب یک ذره چگونه با زمان تغییر می‌کند، با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان فهمید که چه نیرویی باید بر آن وارد شود تا آن شتاب به‌دست آید. اگر قانون دوم نیوتون و معادله ۳۱-۸ را ترکیب کنیم، برای حرکت هماهنگ ساده خواهیم داشت

$$F = ma = -(m\omega^2)x \quad (۹-۳۱)$$

این نتیجه که نیروی بازگرداننده متناسب با جابه‌جایی با علامت مخالف است، نتیجه‌ای آشناست. این قانون هوک است

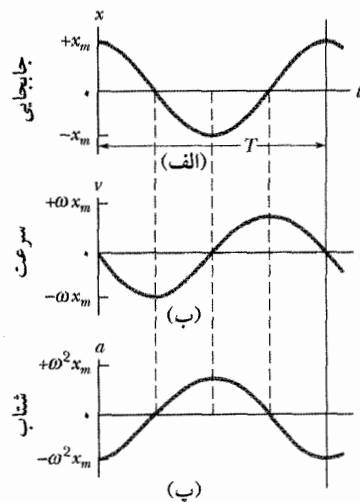
$$F = -kx \quad (۱۰-۳۱)$$

برای فنر، ثابت فنر در اینجا عبارت است از

$$k = m\omega^2 \quad (۱۱-۳۱)$$

درواقع، معادله ۳۱-۱۰ را می‌توان به‌عنوان تعریف دیگر حرکت هماهنگ ساده در نظر گرفت. این می‌گوید:

بزرگی جابه‌جایی بیشترین مقدار را داشته باشد. (یعنی؛ $x(t) = x_m$)، بزرگی سرعت کمترین مقدار را دارد (یعنی $v(t) = 0$). هرگاه بزرگی جابه‌جایی کمترین مقدار را داشته باشد (یعنی؛ صفر)، بزرگی سرعت بیشترین مقدار را دارد (یعنی، $v_m = \omega x_m$).



شکل ۳۱-۴ (الف) جابه‌جایی $x(t)$ ذره‌ای با حرکت هماهنگ ساده که با زاویه فاز ϕ برابر صفر در حال نوسان است. دوره تناوب T نشانه یک نوسان کامل است. (ب) سرعت $v(t)$ ذره. (پ) شتاب $a(t)$

شتاب SHM

با معلوم بودن سرعت $v(t)$ برای یک حرکت هماهنگ ساده، با یک‌بار دیگر مشتق‌گیری عبارتی برای شتاب ذره در حال نوسان به‌دست می‌آید. بنابراین، از معادله ۳۱-۶، داریم

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[-\omega x_m \sin(\omega t + \phi)]$$

یا

$$a(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{شتاب}) \quad (۷-۳۱)$$

شکل ۳۱-۴ پ نمودار معادله ۷-۳۱ به ازای $\phi = 0$ است. کمیت مثبت $\omega^2 x_m$ در معادله ۷-۳۱، دامنه شتاب a_m نامیده می‌شود؛ یعنی شتاب ذره بین حدود $\pm a_m = \pm \omega^2 x_m$ ، مطابق شکل ۳۱-۴ پ، تغییر می‌کند. توجه کنید که منحنی $a(t)$ نیز نسبت به منحنی $v(t)$ به اندازه یک چهارم دوره تناوب (به چپ) منتقل شده‌است.

از ترکیب معادله ۳۱-۳ و ۷-۳۱ خواهیم داشت

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad (۸-۳۱)$$

که نشانه بارز حرکت هماهنگ ساده‌است.

در حرکت هماهنگ ساده، شتاب متناسب است با جابه‌جایی ولی با علامت مخالف، و این دو کمیت با مربع بسامد زاویه‌ای به هم مربوط‌اند. پس، همانطور که شکل ۳۱-۴ نشان می‌دهد، هرگاه جابه‌جایی دارای بیشترین مقدار مثبت باشد، شتاب دارای بیشترین مقدار منفی است و برعکس. هرگاه جابه‌جایی صفر باشد شتاب نیز صفر است.

وضعیت تعادل خود در $x=0$ روی سطح بدون اصطکاک کشیده و در $t=0$ از حالت سکون رها می‌شود. الف) بسامد زاویه‌ای، بسامد و دوره تناوب حرکت حاصل چقدر است؟

نکته کلیدی دستگاه قطعه- فنر یک نوسانگر ساده خطی را تشکیل می‌دهند و قطعه حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت. پس بسامد زاویه‌ای از معادله ۳۱-۱۲ داده می‌شود.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{65 \text{ N/m}}{0.68 \text{ kg}}} = 9.78 \text{ rad/s} \quad (\text{پاسخ})$$

بسامد از معادله ۳۱-۵ پیروی می‌کند که به دست می‌دهد

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9.78 \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad}} = 1.56 \text{ Hz} \approx 1.6 \text{ Hz} \quad (\text{پاسخ})$$

دوره تناوب از معادله ۳۱-۲ پیروی می‌کند که به دست می‌دهد

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1.56 \text{ Hz}} = 0.64 \text{ s} = 640 \text{ ms} \quad (\text{پاسخ})$$

ب) دامنه نوسان چقدر است؟

نکته کلیدی در نبود اصطکاک، انرژی مکانیکی دستگاه قطعه- فنر پایسته است.

استدلال: قطعه از حالت سکون و از فاصله ۱۱ cm از نقطه تعادل رها می‌شود، انرژی جنبشی آن صفر و انرژی پتانسیل کشسانی دستگاه بیشینه است. بنابراین، هر وقت قطعه دوباره در فاصله ۱۱ cm از نقطه تعادل باشد انرژی جنبشی آن صفر است، این بدان معنی است که قطعه هرگز فراتر از ۱۱ cm از نقطه تعادل نخواهد رفت. بیشترین جابه‌جایی آن ۱۱ cm است.

$$x_m = 11 \text{ cm} \quad (\text{پاسخ})$$

پ) بیشینه تندی قطعه نوسان‌کننده چقدر است و وقتی دارای این تندی است قطعه در کجا قرار دارد؟

نکته کلیدی بیشینه تندی v_m برابر دامنه سرعت ωx_m در معادله ۳۱-۶ است؛

محاسبه: بنابراین داریم:

$$v_m = \omega x_m = (9.78 \text{ rad/s})(0.11 \text{ m}) = 1.08 \text{ m/s} \quad (\text{پاسخ})$$

این بیشینه تندی زمانی به دست می‌آید که قطعه نوسان‌کننده از مبدأ می‌گذرد، شکل‌های ۳۱-۴ الف و ۳۱-۴ ب را مقایسه و ملاحظه کنید که هر وقت $x=0$ باشد تندی بیشینه است.

ت) بزرگی a_m بیشینه شتاب قطعه چقدر است؟

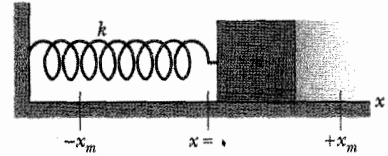
نکته کلیدی بزرگی a_m بیشینه شتاب برابر دامنه شتاب $\omega^2 x_m$ در معادله ۳۱-۷ است.

محاسبه: پس داریم:

$$a_m = \omega^2 x_m = (9.78 \text{ rad/s})^2 (0.11 \text{ m}) = 1.08 \text{ m/s}^2 \quad (\text{پاسخ})$$

این بیشینه شتاب وقتی حاصل می‌شود که قطعه در دو انتهای مسیرش باشد. در این نقطه‌ها، نیروی وارد بر قطعه مقدار بیشینه

حرکت هماهنگ ساده حرکتی است که به وسیله ذره‌ای به جرم m که تحت تأثیر نیرویی متناسب با جابه‌جایی با علامت مخالف قرار گرفته است، انجام می‌گیرد.



شکل ۳۱-۵ یک نوسانگر هماهنگ ساده خطی. سطح بدون اصطکاک است. مانند ذره شکل ۳۱-۱، وقتی قطعه از وضعیت $x=0$ فشرده یا کشیده شده و سپس رها شود، با حرکت هماهنگ ساده حرکت می‌کنند. آنگاه جابه‌جایی آن با معادله ۳۱-۳ داده می‌شود.

دستگاه قطعه- فنر در شکل ۳۱-۵ یک نوسانگر هماهنگ ساده خطی (یا به طور کوتاه، نوسانگر خطی) را تشکیل می‌دهد، که در آن "خطی" بدان معناست که F به جای توانهای دیگر x با x متناسب است. بسامد زاویه‌ای ω حرکت هماهنگ ساده قطعه به وسیله معادله ۳۱-۱۱ به ثابت فنر k و جرم m قطعه مربوط است، داریم

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{بسامد زاویه‌ای}) \quad (31-12)$$

با ترکیب معادله‌های ۳۱-۵ و ۳۱-۱۲ برای دوره تناوب نوسانگر خطی شکل ۳۱-۵ می‌توان نوشت

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{دوره تناوب}) \quad (31-13)$$

معادله‌های ۳۱-۱۲ و ۳۱-۱۳ گویای آن است که بسامد زاویه‌ای بزرگ (و در نتیجه دوره تناوب کوچک) به سختی فنر (k بزرگ) و سبکی قطعه (m کوچک) بستگی دارد.

هر دستگاه نوسان‌کننده، مانند تخته شیرجه یا سیم ویولن دارای عنصری از "فنریت" و عنصری از "لختی" یا جرم است، و بنابراین به یک نوسانگر خطی شباهت دارد. در نوسانگر خطی شکل ۳۱-۵، این عنصرها در بخشهای مختلف دستگاه واقع‌اند: فنریت تماماً در قطعه است که فرض می‌کنیم صلب است. البته در سیم ویولن، به صورتی که در فصل ۳۲ خواهیم دید، این دو عنصر هردو در خود سیم هستند.

نکته واریسی ۲ کدامیک از رابطه‌های بین نیروی F وارد بر یک ذره و مکان x ذره بر نوسان هماهنگ ساده دلالت دارد:

الف) $F = -5x$ (ب) $F = -400x^2$ (پ) $F = 10x$

ت) $F = 3x^3$

مسئله نمونه ۱-۳۱

قطعه‌ای که جرم m آن 680 g است به فنری بسته شده که ثابت فنر k آن برابر 65 N/m است. این قطعه به اندازه $x = 11 \text{ cm}$ از

$$\omega = \sqrt{-\frac{a(\phi)}{x(\phi)}} = \sqrt{-\frac{47/10 \text{ m/s}^2}{-0/1085 \text{ m}}} \quad (\text{پاسخ})$$

$$= 23/5 \text{ rad/s}$$

(ب) ثابت فاز ϕ و دامنه x_m چقدرند؟

محاسبه‌ها: در اینجا ω را داریم و می‌خواهیم x_m و ϕ را به دست آوریم. اگر معادله ۳۱-۱۶ را بر معادله ۳۱-۱۵ تقسیم کنیم، داریم:

$$\frac{v(\phi)}{x(\phi)} = \frac{-\omega x_m \sin \phi}{x_m \cos \phi} = -\omega \tan \phi$$

با حل این برای ϕ ، داریم

$$\tan \phi = -\frac{v(\phi)}{\omega x(\phi)} = -\frac{-0/92 \text{ m/s}}{(23/5 \text{ rad/s})(-0/1085 \text{ m})}$$

$$= -0/461$$

این معادله دارای دو جواب است

$$\phi = -25^\circ \text{ و } \phi = 180^\circ + (-25^\circ) = 155^\circ$$

(معمولاً ماشین حساب در اینجا فقط اولین حل را نشان می‌دهد.) برای انتخاب حل مناسب آنها را برای محاسبه مقادارهای دامنه x_m امتحان می‌کنیم. از معادله ۳۱-۱۵ درمی‌یابیم که اگر $\phi = 155^\circ$ باشد، $x_m = 0/94$ خواهد بود. چون دامنه حرکت هماهنگ ساده باید ثابتی مثبت باشد، در اینجا ثابت فاز و دامنه دولت عبارت‌اند از

$$x_m = 0/094 \text{ m} = 9/4 \text{ cm}, \quad \phi = 155^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۲: شناسایی حرکت هماهنگ ساده

در یک حرکت هماهنگ ساده خطی، شتاب a و جابه‌جایی x دستگاه با رابطه زیر به هم مربوط‌اند

$$a = -(x \text{ ثابت مثبت})$$

که بر آن دلالت دارد که شتاب با جابه‌جایی از وضعت تعادل متناسب ولی در جهت مخالف آن است. هرگاه چنین عبارتی را برای یک دستگاه نوسانی پیدا کردید، می‌توانید آن را بی‌درنگ با معادله ۳۱-۸ مقایسه، و در نتیجه ثابت مثبت را که برابر با ω^2 است شناسایی کنید و فوراً عبارتی برای بسامد زاویه‌ای حرکت به دست آورید. سپس از معادله ۳۱-۵ می‌توانید دوره تناوب T و بسامد f را پیدا کنید.

در برخی از مسئله‌ها می‌توان عبارتی برای نیروی f بر حسب تابعی از جابه‌جایی x به دست آورد. اگر حرکت یک حرکت هماهنگ ساده خطی باشد، نیرو و جابه‌جایی با رابطه زیر به هم مربوط‌اند.

$$F = -(x \text{ ثابت مثبت})$$

را دارد، شکل‌های ۳۱-۴ الف و ۳۱-۴ پ را مقایسه و ملاحظه کنید که بزرگی‌های جابه‌جایی و شتاب در همین زمانها بیشینه است.

(ث) ثابت فاز ϕ برای حرکت چقدر است؟

محاسبه‌ها: معادله ۳۱-۳ جابه‌جایی قطعه را به صورت تابعی از زمان به دست می‌دهد. می‌دانیم که در زمان $t=0$ ، قطعه در $x = x_m$ قرار دارد. با قراردادن این به اصطلاح شرایط اولیه در معادله ۳۱-۳ و حذف x_m خواهیم داشت

$$1 = \cos \phi \quad (31-14)$$

پس کسینوس وارون به دست می‌دهد

$$\phi = 0 \text{ rad} \quad (\text{پاسخ})$$

(هر زاویه‌ای که مضرب صحیح از 2π باشد نیز در معادله ۳۱-۱۴ صدق می‌کند. ما کوچکترین زاویه را انتخاب می‌کنیم.)

(ج) تابع جابه‌جایی $x(t)$ برای دستگاه قطعه-فنر چیست؟ **محاسبه:** تابع $x(t)$ به صورت کلی در معادله ۳۱-۳ داده شده است. قراردادن کمیت‌های معلوم در این معادله به دست می‌دهد.

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$= (0/1 \text{ m}) \cos[(9/8 \text{ rad/s})t + 0] \quad (\text{پاسخ})$$

$$= 0/1 \cos(9/8 t)$$

که x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است.

مسئله نمونه ۳۱-۲

در لحظه $t=0$ جابه‌جایی $x(0)$ قطعه‌ای در یک نوسانگر خطی مانند شکل ۳۱-۵ برابر با $-8/5 \text{ cm}$ است. آنگاه، سرعت قطعه $v(0)$ برابر با $-0/92 \text{ m/s}$ و شتاب آن $a(0)$ برابر با $47/10 \text{ m/s}^2$ است.

(الف) بسامد زاویه‌ای ω این دستگاه چقدر است؟

نکته کلیدی وقتی قطعه دارای حرکت هماهنگ ساده است، معادله‌های ۳۱-۳، ۳۱-۶ و ۳۱-۷ به ترتیب جابه‌جایی، سرعت و شتاب ذره را به دست می‌دهند که هریک شامل ω هستند.

محاسبه‌ها: با قراردادن $t=0$ در هریک از اینها بررسی می‌کنیم که کدامیک را برای ω می‌توان حل کرد. درمی‌یابیم که

$$x(0) = x_m \cos \phi \quad (31-15)$$

$$v(0) = -\omega x_m \sin \phi \quad (31-16)$$

$$a(0) = -\omega^2 x_m \cos \phi \quad (31-17)$$

در معادله ۳۱-۱۵، ω وجود ندارد. در معادله‌های ۳۱-۱۶ و

۳۱-۱۷ مقادارهای سمت چپ معلوم، ولی x_m و ϕ نامعلوم‌اند. ولی اگر معادله ۳۱-۱۷ را بر معادله ۳۱-۱۵ تقسیم کنیم به سادگی x_m و ϕ حذف می‌شوند و می‌توانیم ω را به دست آوریم.

انرژی جنبشی دستگاه شکل ۳۱-۵ تماماً به قطعه وابسته است. مقدار آن به میزان تند بودن حرکت قطعه، یعنی به $v(t)$ بستگی دارد. معادله ۳۱-۶ به دست می‌دهد.

$$K(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x_m^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (۳۱-۱۹)$$

اگر از معادله ۳۱-۱۲ به جای ω^2 مقدار k/m را قرار دهیم، می‌توان معادله ۳۱-۱۹ را به صورت زیر نوشت

$$K(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\omega^2 x_m^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (۳۱-۲۰)$$

انرژی مکانیکی از معادله‌های ۳۱-۱۸ و ۳۱-۲۰ حاصل می‌شود و عبارت است از

$$E = U + K$$

$$= \frac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2}kx_m^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$= \frac{1}{2}kx_m^2 [\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)]$$

به ازای هر زاویه α داریم

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

پس کمیت داخل کروشه بالا یک است و داریم

$$E = U + K = \frac{1}{2}kx_m^2 \quad (۳۱-۲۱)$$

درواقع انرژی مکانیکی یک نوسانگر خطی ثابت و مستقل از زمان است. انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر خطی برحسب تابعی از زمان در شکل ۳۱-۶ الف و برحسب تابعی از جابه‌جایی در شکل ۳۱-۶ ب نشان داده شده‌اند.

حال باید متوجه شده‌باشید که چرا یک دستگاه نوسان‌کننده به طور معمول شامل یک عنصر فنری و یک عنصر لختی است: اولی انرژی پتانسیل و دومی انرژی جنبشی دستگاه را ذخیره می‌کند.

نکته واریسی ۳ در شکل ۳۱-۵ وقتی قطعه در $x = \pm 2/5 \text{ cm}$ قرار دارد، انرژی جنبشی قطعه ۲ J و انرژی پتانسیل کشسانی فنر ۲ J است. (الف) در $x = 0$ انرژی جنبشی قطعه چقدر است؟ انرژی پتانسیل کشسانی در (ب) $x = -5/2 \text{ cm}$ و (ب) $x = -x_m$ چقدر است؟

مسئله نمونه ۳۱-۳

گلوله عظیمی که در تصویر آغاز این فصل دیدیم، موقعی که ساختمان در باد می‌لرزد از طریق چهار کابل آویزان شده، مانند یک آونگ نوسان می‌کند. وقتی ساختمان مثلاً به طرف شرق حرکت می‌کند، آونگ سنگین نیز با اندکی تأخیر به طرف شرق حرکت می‌کند، که ساختمان در آن زمان به طرف غرب حرکت می‌کند. بنابراین حرکت آونگ که تمایل دارد با آن مقابله کند، همگام با حرکت ساختمان نیست.

بسیاری از ساختمان‌های دیگر انواع دیگر میراکننده‌های جرمی را دارند که وسایل ضدلرزش نامیده می‌شوند. بعضی مانند

که می‌گویند نیرو با جابه‌جایی متناسب و در جهت مخالف آن است. وقتی چنین عبارتی را پیدا کردید، می‌توانید بی‌درنگ آن را با معادله ۳۱-۱۰ مقایسه کنید و ثابت مثبت k را به دست آورید. اگر جرم به کاررفته معلوم باشد می‌توان با استفاده از معادله‌های ۳۱-۱۲ و ۳۱-۱۳ و ۳۱-۵ بسامد زاویه‌ای ω ، دوره تناوب T و بسامد f را به دست آورد.

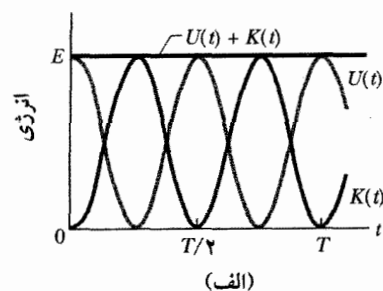
۳۱-۴ انرژی در حرکت هماهنگ ساده

در فصل ۸ (جلد اول) دیدیم که انرژی یک نوسانگر خطی بین انرژی جنبشی و پتانسیل در تغییر است، درحالی که مجموع آنها - انرژی مکانیکی E نوسانگر - ثابت می‌ماند. این وضعیت را به طور کمی بررسی می‌کنیم.

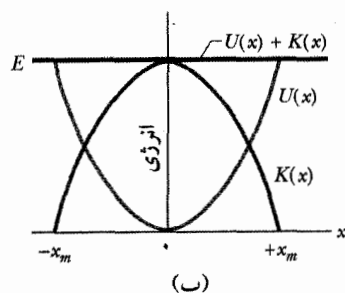
انرژی پتانسیل یک نوسانگر خطی مانند شکل ۳۱-۵ تماماً به فنر وابسته است. مقدار آن به میزان کشیدگی یا تراکم فنر یعنی به $x(t)$ بستگی دارد. از معادله‌های ۸-۱۱ (جلد اول) و ۳۱-۳ برای پیدا کردن عبارت زیر استفاده می‌کنیم.

$$U(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad (۳۱-۱۸)$$

دقت کنید: تابعی که به شکل $\cos^2 A$ نوشته شده (مثل اینجا) بیانگر $(\cos A)^2$ است ولی مانند $\cos A^2$ یعنی به معنای $\cos(A^2)$ نیست.



(الف)



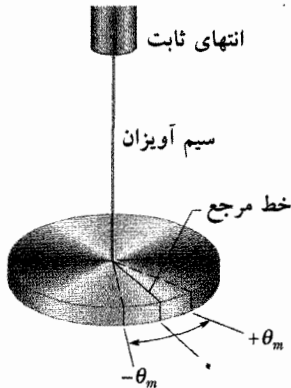
(ب)

شکل ۳۱-۶ (الف) انرژی پتانسیل $U(t)$ ، انرژی جنبشی $K(t)$ و انرژی مکانیکی E برحسب تابعی از زمان t برای یک نوسانگر هماهنگ خطی. توجه کنید که تمام انرژیها مثبت‌اند و انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی در طی هر دوره تناوب دو قله دارند. (ب) انرژی پتانسیل $U(t)$ ، انرژی جنبشی $K(x)$ و انرژی مکانیکی E برحسب تابعی از مکان برای یک نوسانگر هماهنگ خطی با دامنه x_m به ازای $x=0$ انرژی تماماً جنبشی و به ازای $x = \pm x_m$ تماماً پتانسیل است.

اگر قرص شکل ۳۱-۷ از وضعیت در حال سکون خود (که در آن خط مرجع در $\theta = 0$ است) به اندازه جابه‌جایی زاویه‌ای θ چرخانده و سپس رهاشود، قرص حول آن وضعیت به صورت حرکت هماهنگ ساده زاویه‌ای نوسان می‌کند. با چرخش قرص به اندازه θ در هر جهت یک گشتاور نیروی بازگرداننده‌ای که با رابطه زیر داده می‌شود به وجود می‌آید.

$$\tau = -k\theta \quad (۳۱-۲۲)$$

در اینجا k (با تلفظ یونانی کاپا) ثابت است و ثابت پیچش نامیده می‌شود که به طول فنر، قطر و جنس سیم آویز بستگی دارد.



شکل ۳۱-۷ آونگ پیچشی یک نوسانگر هماهنگ ساده زاویه‌ای است. قرص در صفحه‌ای افقی نوسان می‌کند؛ خط مرجع با دامنه زاویه‌ای θ_m نوسان می‌کند. پیچش در سیم آویز مانند فنر انرژی پتانسیل را ذخیره و یک گشتاور نیروی بازگرداننده ایجاد می‌کند.

مقایسه معادله ۳۱-۲۲ با معادله ۳۱-۱۰ نشان می‌دهد که معادله ۳۱-۲۲ شکل زاویه‌ای قانون هوک است و می‌توان معادله ۳۱-۱۳ را که دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده خطی را نشان می‌دهد به معادله‌ای برای دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده زاویه‌ای تغییر شکل داد. به جای ثابت فنر k در معادله ۳۱-۱۳، معادله‌اش ثابت k را از معادله ۳۱-۲۲ و به جای m در معادله ۳۱-۱۳ معادله‌اش لختی چرخشی I قرص در حال نوسان را قرار می‌دهیم. این جایگزینی‌ها به رابطه زیر می‌انجامد.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} \quad (\text{آونگ پیچشی}) \quad (۳۱-۲۳)$$

که معادله درستی برای دوره تناوب نوسانگر هماهنگ ساده زاویه‌ای یا آونگ پیچشی است.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۳: شناسایی حرکت هماهنگ ساده زاویه‌ای

وقتی دستگاهی حرکت هماهنگ ساده زاویه‌ای انجام دهد، شتاب زاویه‌ای α و جابه‌جایی زاویه‌ای θ آن با رابطه زیر به هم مربوط‌اند.

$$\alpha = -\theta \quad (\text{یک ثابت مثبت})$$

ساختمان جان هانکوک در بوستون، قطعه نوسان‌کننده بزرگی در انتهای فنری دارد که در مسیری روغن‌کاری‌شده واقع است. مبانی آن مانند آونگ است: حرکت نوسان‌کننده همگام با حرکت ساختمان نیست.

فرض کنید جرم قطعه $2/72 \times 10^5 \text{ kg}$ و برای نوسان با بسامد $f = 10/0 \text{ Hz}$ با دامنه $x_m = 20/0 \text{ m}$ طراحی شده است.

الف) انرژی مکانیکی کل E دستگاه فنر-قطعه چقدر است؟

نکته کلیدی انرژی مکانیکی E (مجموع انرژی جنبشی

$k = 1/2(mv)^2$ قطعه و انرژی پتانسیل $U = 1/2(kx)^2$ فنر) در

سراسر حرکت نوسان‌کننده ثابت است. پس، E را در هر نقطه

در ضمن حرکت می‌توان محاسبه کرد.

محاسبه‌ها: چون دامنه x_m نوسانها را داریم، E را وقتی قطعه در

مکان $x = x_m$ است محاسبه می‌کنیم که سرعت آن $v = 0$ است.

پس برای محاسبه v در این نقطه، ابتدا نیاز داریم ثابت فنر را

پیدا کنیم. از معادله ۳۰-۱۲ ($\omega = \sqrt{k/m}$) و معادله ۳۰-۵ ($\omega = 2\pi f$) داریم:

$$\begin{aligned} k &= m\omega^2 = m(2\pi f)^2 \\ &= (2/72 \times 10^5 \text{ kg})(2\pi)^2 (10/0 \text{ Hz})^2 \\ &= 1/073 \times 10^9 \text{ N/m} \end{aligned}$$

اکنون E را به صورت زیر می‌توان محاسبه کرد

$$\begin{aligned} E &= K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \\ &= 0 + \frac{1}{2}(1/073 \times 10^9 \text{ N/m})(0/20 \text{ m})^2 \\ &= 2/147 \times 10^7 \text{ J} \approx 2/1 \times 10^7 \text{ J} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

ب) سرعت قطعه وقتی از نقطه تعادل می‌گذرد چقدر است؟

محاسبه‌ها: سرعت را در $x = 0$ می‌خواهیم که انرژی پتانسیل

$U = 1/2(kx)^2 = 0$ و انرژی مکانیکی تماماً انرژی جنبشی است.

پس می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} E &= K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \\ 2/147 \times 10^7 \text{ J} &= \frac{1}{2}(2/72 \times 10^5 \text{ kg})v^2 + 0 \end{aligned}$$

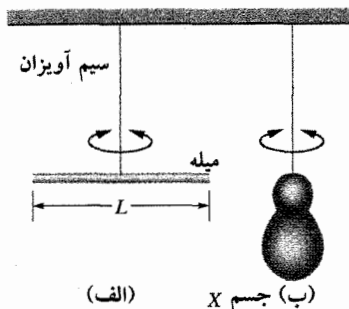
یا

$$v = 12/6 \text{ m/s} \quad (\text{پاسخ})$$

چون E تماماً انرژی جنبشی است، این بیشینه سرعت v_m است.

۳۱-۵ نوسانگر هماهنگ ساده زاویه‌ای

شکل ۳۱-۷ صورت زاویه‌ای یک نوسانگر هماهنگ ساده را نشان می‌دهد. عنصر فنریت یا کشسانی به جای کشش و تراکم یک فنر که قبلاً داشتیم به پیچ‌خوردگی یک سیم آویزان مربوط است. این وسیله آونگ پیچشی نامیده می‌شود که پیچش به پیچ‌خوردگی اشاره دارد.



شکل ۳۱-۸ دو آونگ پیچشی شامل (الف) سیم و میله و (ب) سیم مشابه و جسمی با شکل نامنظم.

$$I_b = I_a \frac{T_b^2}{T_a^2} = (1/73 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2) \frac{(4/76 \text{ s})^2}{(2/53 \text{ s})^2} = 6/12 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{پاسخ})$$

۳۱-۶ آونگ‌ها

حال به دسته‌ای از نوسانگرهای ساده برمی‌گردیم که در آنها فنریت به جای خواص کشسانی یک سیم پیچیده، یا کشیدگی یا فشردگی فنر به نیروی گرانشی وابسته است.

آونگ ساده

اگر سیمی را به انتهای نخ بلندی که یک سر آن در جایی محکم شده‌است آویزان کنیم و در یک فاصله کوچک سبب را به چپ و راست تاب دهیم، به آسانی می‌توان دید که حرکت سیم تناوبی است. درواقع، آیا این حرکت هماهنگ ساده‌است؟ اگر چنین است، دوره تناوب آن چقدر است؟ برای پاسخ دادن، یک آونگ ساده را در نظر می‌گیریم که از ذره‌ای به جرم m (به نام آویزه آونگ) که از نخ بی‌جرم و کش‌ناپذیر به طول L که در سردیگر ثابت شده، مانند شکل ۳۱-۹ آویزان است. آویزه می‌تواند در صفحه کاغذ به طور آزاد به چپ و راست یک خط عمودی که از نقطه آویز نخ می‌گذرد تاب بخورد.

نیروهای مؤثر بر آویزه که در شکل ۳۱-۹ نشان داده شده‌اند عبارت‌اند از نیروی \vec{T} از طرف نخ و نیروی گرانشی \vec{F}_g . نخ با قائم زاویه θ می‌سازد. \vec{F}_g را به مؤلفه مماسی یک گشتاور نیروی بازگرداننده نسبت به نقطه آویزی آونگ ایجاد می‌کند، زیرا این مؤلفه همیشه در جهت مخالف با جابه‌جایی وزنه عمل می‌کند، به طوری که می‌خواهد وزنه را به محل مرکزی آن برگرداند. این محل مکان تعادل ($\theta = 0$) نامیده می‌شود زیرا آونگ در آنجا در حال سکون و بدون تاب خوردن می‌ماند.

از معادله ۳۱-۱۰ ($\tau = r_{\perp} F$)، این گشتاور نیروی بازگرداننده

را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\tau = -L(F_g \sin \theta) \quad (31-24)$$

این معادله معادل زاویه‌ای معادله ۳۱-۸ ($a = -\omega^2 x$) است. این حاکی از آن است که شتاب زاویه‌ای α با جابه‌جایی زاویه‌ای θ از وضعیت تعادل متناسب و در جهت مخالف آن است. وقتی عبارتی به این شکل داشته باشیم، می‌توان ثابت مثبتی مانند، ω^2 را شناسایی و سپس ω ، f ، T را به دست آورد.

اگر عبارتی برای گشتاور نیروی τ بر حسب جابه‌جایی زاویه‌ای داشته باشیم می‌توان حرکت هماهنگ ساده زاویه‌ای را نیز شناسایی کرد، چون آن عبارت باید به شکل معادله ۳۱-۲۲ ($\tau = -k\theta$) یا به صورت زیر باشد.

$$\theta \text{ (یک ثابت مثبت)} = -\tau$$

این معادله معادل زاویه‌ای معادله ۳۱-۱۰ ($F = -kx$) است. این رابطه می‌گوید که گشتاور نیروی τ با جابه‌جایی زاویه‌ای θ از وضعیت تعادل متناسب است ولی می‌خواهد دستگاه را در جهت مخالف بچرخاند. وقتی عبارتی به این شکل داشته باشیم، می‌توان ثابت مثبتی مانند ثابت پیچش دستگاه k را شناسایی کرد. اگر لختی چرخشی I دستگاه معلوم باشد، در این صورت می‌توان T را به دست آورد.

مسئله نمونه ۳۱-۴

شکل ۳۱-۸ الف میله نازکی به طول L برابر $12/4 \text{ cm}$ و جرم m برابر 135 g را نشان می‌دهد، که از وسط خود از سیم درازی آویزان است. دوره تناوب T_a حرکت هماهنگ ساده زاویه‌ای $2/53 \text{ s}$ اندازه‌گیری شده‌است. سپس جسمی با شکل نامنظم را که آن را X می‌نامیم مانند شکل ۳۱-۸ ب از همان سیم آویزان می‌شود و دوره تناوب T_b آن برابر $4/76 \text{ s}$ به دست می‌آید. لختی چرخشی جسم X نسبت به محور آویز چقدر است؟

نکته کلیدی لختی چرخشی میله یا جسم X با معادله ۳۱-۲۳ به دوره تناوب اندازه‌گیری شده مربوط‌اند.

محاسبه‌ها: در جدول ۱۰-۲ (جلد اول) لختی چرخشی یک میله نازک نسبت به محوری عمود بر نقطه وسط داده شده و

برابر $\frac{1}{12} mL^2$ است. پس، برای میله شکل ۳۱-۸ الف، داریم:

$$I_a = \frac{1}{12} mL^2 = \left(\frac{1}{12} \right) (0/135 \text{ kg}) (0/124 \text{ m})^2$$

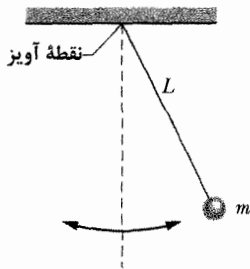
اکنون معادله ۳۱-۲۳ را دوبار، یک‌بار برای میله و بار دیگر برای جسم X می‌نویسیم.

$$T_a = 2\pi \sqrt{\frac{I_a}{k}}, \quad T_b = 2\pi \sqrt{\frac{I_b}{k}}$$

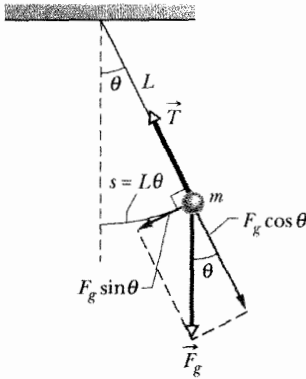
ثابت k که خاصیتی از سیم است، برای هر دو یکسان است:

فقط دوره‌های تناوب و لختیهای چرخشی با هم متفاوت‌اند.

هریک از این کمیتها را به توان ۲ می‌رسانیم و دومی را بر اولی تقسیم می‌کنیم و معادله حاصل را برای I_b حل می‌کنیم. نتیجه عبارت است از



(الف)

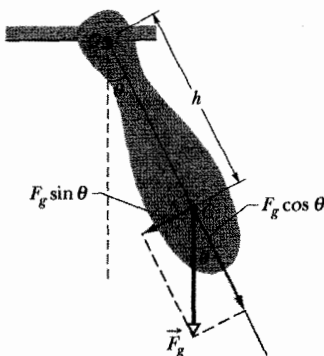


(ب)

شکل ۳۱-۹ (الف) یک آونگ ساده. (ب) نیروهای مؤثر بر آویزه عبارت‌اند از نیروی گرانشی \vec{F}_g و نیروی \vec{T} که کشش نخ است. مؤلفه مماسی $mg \sin \theta$ نیروی گرانشی نیروی بازگرداننده‌ای است که آونگ را به وضعیت مرکزی خود بر می‌گرداند.

آونگ فیزیکی

آونگ واقعی که معمولاً آونگ فیزیکی نامیده می‌شود می‌تواند توزیع پیچیده‌ای از جرم داشته‌باشد، که نسبت به آونگ ساده بسیار متفاوت است. آیا آونگ فیزیکی نیز می‌تواند حرکت هماهنگ ساده داشته‌باشد؟



شکل ۳۱-۱۰ یک آونگ فیزیکی. گشتاور نیروی بازگرداننده برابر با $hF_g \sin \theta$ است. هرگاه $\theta = 0$ باشد، مرکز جرم C به طور مستقیم از زیر نقطه آویز O آویزان است.

اگر چنین است، دوره تناوب آن چقدر است؟

شکل ۳۱-۱۰ یک آونگ فیزیکی دلخواه را نشان می‌دهد که به اندازه زاویه θ به یک سمت جابه‌جا شده‌است. نیروی

که در آن علامت منفی نشان‌دهنده این است که گشتاور نیرو در جهت کاهش θ عمل می‌کند و L بازوی مؤلفه نیروی $F_g \sin \theta$ نسبت به نقطه آویز است. با قراردادن معادله ۳۱-۲۴ در معادله ۳۱-۱۰ ($\tau = I\alpha$) و سپس قراردادن mg به عنوان بزرگی نیروی F_g ، داریم

$$-L(mg \sin \theta) = I\alpha \quad (۳۱-۲۵)$$

که در آن I لختی چرخشی آونگ نسبت به نقطه آویز و α شتاب زاویه‌ای آن نسبت به این نقطه است.

اگر فرض کنیم θ کوچک است و سپس با تقریب به جای $\theta, \sin \theta$ را (برحسب رادیان) قرار دهیم (برای مثال، هرگاه، $\sin \theta = 0.872$ باشد، $\theta = 5/50^\circ = 0.0873 \text{ rad}$ به اندازه 0.1% با یکدیگر تفاوت دارند) معادله ۳۱-۲۵ به صورت ساده‌تری درمی‌آید. با این تقریب و کمی بازنویسی، خواهیم داشت

$$\alpha = -\frac{mgL}{I}\theta \quad (۳۱-۲۶)$$

این معادل معادله ۳۱-۸؛ معادله مشخصه حرکت هماهنگ ساده است. این معادله می‌گوید که شتاب زاویه‌ای α آونگ با جابه‌جایی θ متناسب است ولی با علامت مخالف. بنابراین، وقتی آویزه آونگ مطابق شکل ۳۱-۹الف به سمت راست حرکت می‌کند، شتاب آن به طرف چپ افزایش می‌یابد تا اینکه آویزه متوقف شده و به سمت چپ شروع به حرکت کند. سپس، وقتی آویزه آونگ در سمت چپ وضعیت تعادل است، شتاب آن می‌خواهد آویزه را به سمت راست برگرداند به طوری که آویزه با حرکت نوسانی هماهنگ ساده به چپ و راست تاب می‌خورد و این فرایند ادامه می‌یابد. به عبارت دقیق‌تر، حرکت آونگ ساده‌ای که فقط با زاویه‌های کوچک تاب می‌خورد تقریباً حرکت هماهنگ ساده است. این محدودیت کوچک بودن زاویه را می‌توان به روش دیگری بیان کرد: دامنه زاویه‌ای θ_m حرکت (زاویه بیشینه تاب خوردن) باید کوچک باشد. با مقایسه معادله‌های ۳۱-۲۶ و ۳۱-۸ می‌بینیم که بسامد زاویه‌ای آونگ برابر $\omega = \sqrt{mgL/I}$ است. حال، اگر این عبارت را به جای ω در معادله ۳۱-۵ ($\omega = 2\pi/T$) قرار دهیم، می‌بینیم که دوره تناوب آونگ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}} \quad (۳۱-۲۷)$$

همه جرم آونگ ساده در جرم m آویزه ذره مانند متمرکز شده است که شعاع I فاصله آن از نقطه آویز است. بنابراین، می‌توان معادله ۳۱-۱۰ ($I = mr^2$) را به کاربرد و لختی چرخشی آونگ را به صورت $I = mL^2$ نوشت. با قراردادن این در معادله ۳۱-۲۷ و ساده‌سازی رابطه به دست می‌آید

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (\text{آونگ ساده، دامنه کوچک}) \quad (۳۱-۲۸)$$

در این فصل زاویه‌های تاب خوردن کوچک فرض می‌شود.

محورهای موازی، معادله ۱۰-۳۶ $(I = I_{\text{com}} + Mh^2)$ ، لختی چرخشی حول محور عمودی که از یک سر میله می‌گذرد برابر است با

$$I = I_{\text{com}} + Mh^2 = \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{1}{2}L\right)^2 = \frac{1}{3}mL^2 \quad (۳۰-۳۱)$$

اگر در معادله ۳۱-۲۹، $h = \frac{1}{2}L$ ، $I = \frac{1}{3}mL^2$ را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$g = \frac{\Delta\pi^2 L}{3T^2} \quad (۳۱-۳۱)$$

بنابراین، با اندازه‌گیری L و دوره تناوب T می‌توان مقدار g را در مکان آونگ به دست آورد. (اگر اندازه‌گیریهای دقیق مورد توجه باشد ظریف‌کاریهایی مانند نوسان آونگ در یک اتاق خلأ مورد نیاز است.)

نکته وارسی ۴ سه آونگ فیزیکی با جرمهای m_1, m_2, m_3 دارای شکل و اندازه یکسانی هستند و از یک نقطه آویزان شده‌اند. جرمها را به ترتیب بزرگی دوره تناوب آونگها مرتب کنید.

مسئله نمونه ۳۱-۵

در شکل ۳۱-۱۱ الف خط‌کشی، حول یک سرش در فاصله h از مرکز جرم خط‌کش، تاب می‌خورد.
(الف) دوره تناوب T نوسان چقدر است؟

نکته کلیدی خط‌کش یک آونگ ساده نیست زیرا جرم آن در آویزه‌ای در سردیگر خط‌کش نسبت به نقطه آویز قرار ندارد- در نتیجه خط‌کش یک آونگ فیزیکی است.

محاسبه‌ها: دوره تناوب آونگ فیزیکی با معادله ۳۱-۲۹ داده می‌شود که در این صورت لختی چرخشی I خط‌کش نسبت به نقطه آویز مورد نیاز است. خط‌کش را می‌توان یک میله یکنواخت به طول L و جرم m فرض کرد. حال معادله ۳۱-۳۰ حاکی از آن است که $I = \frac{1}{3}mL^2$ و فاصله h در معادله ۳۱-۲۹ برابر است با $\frac{1}{2}L$. با قراردادن این کمیتها در معادله ۳۱-۲۹، درمی‌یابیم که

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}mL^2}{mg\left(\frac{1}{2}L\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} \quad (۳۲-۳۱)$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{(2)(1/0.0m)}{(3)(9/8m/s^2)}} = 1/64s \quad (\text{پاسخ})$$

توجه کنید که نتیجه مستقل از جرم m آونگ است.

گرانشی \vec{F}_g بر مرکز جرم C که آن به فاصله h از نقطه آویز قرارداد وارد می‌شود. مقایسه شکل‌های ۳۱-۱۰ و ۳۱-۹ فقط یک اختلاف مهم بین آونگ فیزیکی و آونگ ساده را نشان می‌دهد. برای آونگ فیزیکی، مؤلفه بازگرداننده $F_g \sin \theta$ نیروی گرانشی به جای نخی به طول L دارای بازوی گشتاوری به فاصله h از نقطه آویز است. در تمام جنبه‌های دیگر، تحلیل آونگ فیزیکی همان تحلیل ما درباره آونگ ساده از معادله ۳۱-۲۷ خواهد بود. بازهم، (برای θ_m کوچک) درمی‌یابیم که حرکت تقریباً حرکت هماهنگ ساده‌است.

اگر در معادله ۳۱-۲۷، L را با h جایگزین می‌کنیم، می‌توانیم دوره تناوب را به صورت زیر بنویسیم

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (\text{آونگ فیزیکی، دامنه کوچک}) \quad (۲۹-۳۱)$$

همانند آونگ ساده، I لختی چرخشی آونگ نسبت به نقطه O است. ولی، در اینجا I به طور ساده mL^2 نیست (بلکه به شکل آونگ فیزیکی بستگی دارد) اما بازهم متناسب با m است. اگر آونگ فیزیکی را از مرکز جرم آن آویزان کنیم نوسان نخواهد کرد، این همانند قراردادن $h=0$ در معادله ۳۱-۲۹ است. این معادله پیش‌بینی می‌کند که در این صورت $T \rightarrow \infty$ بدان معناست که چنین آونگی هیچ‌وقت یک نوسان را کامل نخواهد کرد.

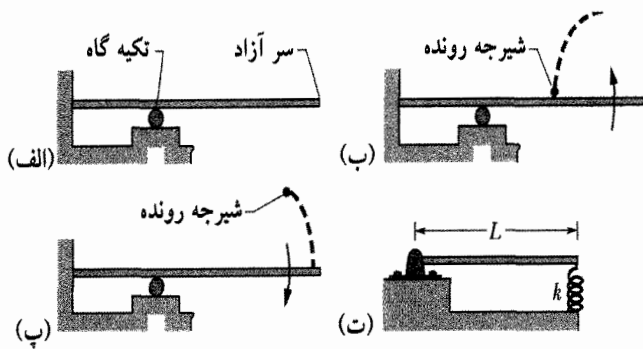
وابسته به هر آونگ فیزیکی که با دوره تناوب T نسبت به یک نقطه آویز O نوسان می‌کند می‌توان یک آونگ ساده را به طول L_0 با همان دوره تناوب T در نظر گرفت. از معادله ۳۱-۲۸ می‌توان L_0 را پیدا کرد. نقطه‌ای در راستای آونگ فیزیکی و در فاصله L_0 از نقطه O را مرکز نوسان آونگ فیزیکی برای نقطه آویز داده شده می‌نامند.

اندازه‌گیری g

از آونگ فیزیکی می‌توان برای اندازه‌گیری شتاب سقوط آزاد g در هر نقطه معین روی سطح زمین استفاده کرد. (اندازه‌گیریهای بی‌شماری از این قبیل در ضمن کاوشهای ژئوفیزیکی انجام شده‌است.)

برای تحلیل یک مورد ساده، آونگی را در نظر می‌گیریم که میله‌ای یکنواخت به طول L بوده و از یک طرف آن آویزان است. برای چنین آونگی، h در معادله ۳۱-۲۹ فاصله بین نقطه آویز و مرکز جرم و برابر با $\frac{1}{2}L_0$ است. از جدول ۱۰-۲ (جلداول) لختی چرخشی این آونگ حول محوری عمود که از مرکز جرم میله می‌گذرد برابر است با $\frac{1}{12}mL^2$. سپس از قضیه

آزاد تخته را می‌فشارد. اگر جرم میله $m = 20/0 \text{ kg}$ و پرش شیررونده به مدت $t_p = 0/620 \text{ s}$ طول بکشد، ثابت فنر k موردنیاز برای فرود مناسب، چقدر است؟



شکل ۳۱-۱۲ (الف) یک تخته شیرجه (ب) وقتی تخته نسبت به افق حرکت می‌کند، شیرجه رونده به بالا و به سمت جلو می‌پرد. (پ) شیرجه رونده پس از $2/5$ نوسان فرود می‌آید. (ت) مدل فترنوسانگر از یک تخته در حال نوسان.

نکته کلیدی اگر میله در حرکت هماهنگ ساده باشد، در این صورت شتاب و جابه‌جایی انتهای در حال نوسان میله باید با عبارتی به شکل معادله ۳۱-۸ $a = -\omega^2 x$ به هم ربط داشته باشند. اگر چنین باشد، می‌توان ω را به دست آورد و سپس از رابطه موجود k موردنظر را پیدا کرد.

گشتاور و نیرو: چون وقتی سرآزاد میله نوسان می‌کند میله حول لولا می‌چرخد، یک گشتاور نیروی $\vec{\tau}$ روی میله حول لولا وجود دارد. این گشتاور نیرو ناشی از نیروی \vec{F} است که از فنر به میله وارد می‌شود. چون \vec{F} با زمان تغییر می‌کند، $\vec{\tau}$ نیز باید با زمان تغییر کند. ولی در هر لحظه از زمان می‌توان بزرگی \vec{F} ، $\vec{\tau}$ را با معادله ۳۱-۱۰ $\tau = rF \sin \phi$ به هم مربوط کرد،

در اینجا داریم

$$\tau = LF \sin 90^\circ \quad (31-33)$$

که در آن L بازوی گشتاور نیروی \vec{F} ، 90° زاویه بین بازوی گشتاور و خط اثر نیرو است. با مقایسه معادله ۳۱-۳۳ با معادله ۳۱-۴۴ $\tau = I\alpha$ داریم

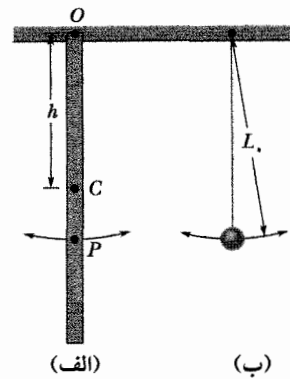
$$I\alpha = LF \quad (31-34)$$

که در آن I لختی چرخشی میله حول لولا و α شتاب زاویه‌ای نسبت به آن نقطه است. از معادله ۳۱-۳۰ لختی چرخشی میله I برابر $\frac{1}{3}mL^2$ است.

اکنون یک محور x قائم را تصور کنید که از انتهای راست میله در حال نوسان می‌گذرد و جهت بالا را مثبت در نظر بگیرید. در این صورت، نیروی وارد از طرف فنر بر انتهای راست میله برابر $F = -kx$ است که در آن x جابه‌جایی قائم انتهای راست میله است.

با قراردادن این عبارتها برای F ، I در معادله ۳۱-۳۴، داریم

$$\frac{mL^2 \alpha}{3} = -Lkx \quad (31-35)$$



شکل ۳۱-۱۱ (الف) خطکش آویزان از یک انتها به عنوان یک آونگ فیزیکی. (ب) یک آونگ ساده که طول آن L_0 است و طوری انتخاب شده‌است که دوره تناوب دو آونگ برابرند. نقطه P روی آونگ (الف) مرکز نوسان را مشخص می‌کند.

(ب) فاصله بین نقطه آویز O خطکش و مرکز نوسان خطکش چقدر است؟

محاسبه‌ها: L_0 طول آونگ ساده (در شکل ۳۱-۱۱ ب رسم شده‌است) موردنظر ماست که دارای دوره تناوب یکسانی با آونگ فیزیکی (خطکش) شکل ۳۱-۱۱ الف است. با مساوی قراردادن معادله ۳۱-۲۸ با ۳۱-۳۲، داریم

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L_0}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{YL}{3g}}$$

با کمی دقت درمی‌یابیم که

$$L_0 = \frac{2}{3}L = \left(\frac{2}{3}\right)(100 \text{ cm}) = 66.7 \text{ cm} \quad (\text{پاسخ})$$

در شکل ۳۱-۱۱ الف نقطه P این فاصله را از نقطه آویز O مشخص می‌کند. بنابراین، نقطه P مرکز نوسان خطکش برای نقطه آویز داده شده‌است.

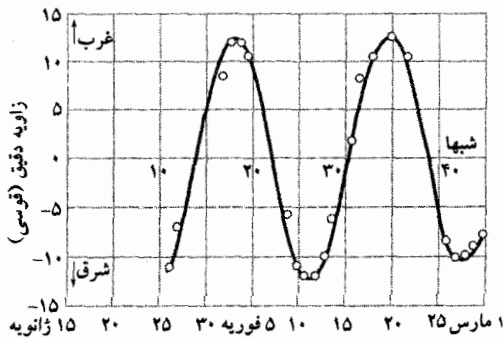
مسئله نمونه ۳۱-۶ مهارت خود را تقویت کنید

یک تخته شیرجه مسابقه تقریباً در یک سوم از سرتابش روی تکیه‌گاهی قرار دارد (شکل ۳۱-۱۲ الف). در یک شیرجه با دورخیز شیرجه رونده سه قدم سریع در امتداد تخته برمی‌دارد و موقع عبور از تکیه‌گاه موجب می‌شود که سرآزاد تخته به سمت پایین بچرخد. وقتی تخته نسبت به افق وامی‌جهد، شیرجه رونده به بالا و به سمت جلو، سرآزاد تخته، می‌پرد (شکل ۳۱-۱۲ ب). یک شیرجه رونده ماهر به گونه‌ای آموزش می‌بیند که پس از پریدن درست وقتی تخته $2/5$ نوسان کامل را انجام داد روی سر آزاد تخته فرود آید. با این تنظیم زمان، وقتی سرآزاد تخته را به طور قابل ملاحظه‌ای پایین می‌برد و با واجهیدن شیرجه رونده را به سمت بالا در هوا پرتاب می‌کند.

شکل ۳۱-۱۲ ات یک مدل ساده ولی واقع‌گرایانه از یک تخته مسابقه را نشان می‌دهد. قسمت جلویی تخته نسبت به تکیه‌گاه مانند میله‌ای سخت به طول L که می‌تواند حول لولایی در تکیه‌گاه بچرخد رفتار می‌کند و یک فنر (خیالی) واقع در سر

صورت آنچه که امروز حرکت هماهنگ ساده می‌نامیم به عقب و جلو حرکت می‌کند، قرص سیاره در وسط حرکت بود. مشاهده‌های ثبت شده گالیله که با دست خود او نوشته شده هنوز قابل دسترس است. فرنچ^۱ از MIT داده‌های گالیله را برای تعیین وضعیت قمر گالیستو نسبت به مشتری به کاربرد. در نتایج نشان داده شده در شکل ۳۱-۱۳ دایره‌ها برپایه مشاهده‌های گالیله است و منحنی با این داده به خوبی همخوانی دارد. این منحنی، معادله ۳۱-۳ معنی جابه‌جایی برای حرکت هماهنگ ساده را کاملاً تأیید می‌کند. دوره تناوب تقریباً ۱۶/۸ روز را از این نمودار می‌توان اندازه گرفت.

در واقع گالیستو باتندی ثابت، اساساً در یک مدار دایره‌ای به دور مشتری حرکت می‌کند. حرکت واقعی آن، که از هماهنگ ساده به دور است، حرکت دایره‌ای یکنواخت است. آنچه که گالیله دید، و آنچه که می‌توانید با یک دوربین دوچشمی با اندکی شکیبایی ببینید، تصویری از این حرکت دایره‌ای روی خطی در صفحه حرکت است. آنچه که از مشاهده‌های قابل توجه گالیله نتیجه می‌گیریم این است که حرکت هماهنگ ساده یک حرکت دایره‌ای یکنواخت است که از پهلوی دیده شود. به بیان دیگر:



شکل ۳۱-۱۳ زاویه بین مشتری و قمر آن گالیستو به طوری که از زمین دیده می‌شود. دایره‌ها بر اندازه‌گیری‌های گالیله در سال ۱۶۱۰/۶۴۹ مبتنی‌اند. منحنی بهترین همخوانی را دارد و حرکت هماهنگ ساده را کاملاً تأیید می‌کند. در فاصله متوسط مشتری از زمین، ۱۰ دقیقه قوسی متناظر با تقریباً $2 \times 10^6 \text{ km}$ است. (اقتباس از A.P. French *Newtonian Mechanics*, W.W. Norton & Company, New York, 1971, p.288)

حرکت هماهنگ ساده عبارت است از تصویر حرکت دایره‌ای یکنواخت روی قطری از دایره که در آن حرکت دایره‌ای انجام می‌شود.

شکل ۳۱-۱۴ الف مثالی را نشان می‌دهد. این شکل فرجه مرجع P' را نشان می‌دهد که دارای حرکت دایره‌ای یکنواخت با تندی زاویه‌ای (ثابت) ω روی یک دایره مرجع است. شعاع x_m دایره بزرگی بردار مکان ذره است. در هر لحظه t مکان زاویه‌ای ذره $\phi + \omega t$ است که در آن ϕ مکان زاویه‌ای در $t=0$ است.

حرکت ترکیبی: اکنون ترکیبی از جابه‌جایی خطی x (به طور قائم) و شتاب چرخشی α (حول لولا) داریم. در معادله ۳۱-۳۵ می‌توان به جای α شتاب a (خطی) در امتداد محور x را از معادله ۱۰-۲۲ ($a_t = \alpha r$) به جای شتاب مماسی قرار داد. در اینجا شتاب مماسی برابر a و شعاع چرخش r برابر L است، پس $\alpha = a/L$. با این جایگزینی، معادله ۳۱-۳۵ به صورت زیر درمی‌آید.

$$\frac{mL^2 a}{3L} = -Lkx$$

که به دست می‌دهد

$$a = -\frac{3k}{m}x \quad (31-36)$$

در واقع، معادله ۳۱-۳۶ به همان شکل معادله ۳۱-۸ ($a = -\omega^2 x$) است. بنابراین، میله درواقع دارای حرکت هماهنگ ساده است و مقایسه ۳۱-۳۶ با ۳۱-۸ نشان می‌دهد که

$$\omega^2 = \frac{3k}{m}$$

با حل رابطه بالا برای k و جایگزینی ω از معادله ۳۱-۵ ($\omega = 2\pi/T$) خواهیم داشت

$$k = \frac{m}{3} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (31-37)$$

که در آن T دوره تناوب نوسان تخته است. می‌خواهیم زمان پرواز t_f به اندازه $2/5$ نوسان تخته طول بکشد و در نتیجه میله نیز $2/5$ نوسان داشته باشد. یعنی می‌خواهیم که $t_f = 2/5 T$ باشد. با قراردادن این داده‌ها در معادله ۳۱-۳۷ به رابطه زیر می‌رسیم.

$$\begin{aligned} k &= \frac{m}{3} \left(\frac{2\pi}{t_f} \right)^2 \quad (31-38) \\ &= \frac{(200 \text{ kg})}{3} \left(\frac{2\pi}{0.62 \text{ s}} \right)^2 \\ &= 4.28 \times 10^3 \text{ N/m} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

این ثابت فنر مؤثر k برای تخته شیرجه است.

مهارت‌های شیرجه رونده: از معادله ۳۱-۳۸، می‌بینیم که شیرجه رونده با زمان پرواز طولانی‌تر به ثابت فنر k کوچکتری نیاز دارد تا در لحظه مناسب در انتهای تخته فرود آید. مقدار k را می‌توان با حرکت دادن تکیه‌گاه به سمت انتهای آزاد افزایش یا با حرکت دادن در جهت مخالف کاهش داد. یک شیرجه رونده ماهر به گونه‌ای آموزش می‌بیند که با زمان پرواز t_f مناسبی جهش کند و می‌داند که محل تکیه‌گاه را چگونه با آن تنظیم کند.

۳۱-۷ حرکت هماهنگ ساده و حرکت دایره‌ای یکنواخت

در سال ۱۶۱۰/۶۴۹ گالیله با استفاده از تلسکوپ جدید ساخته شده خود، چهار قمر اصلی مشتری را کشف کرد. در طول هفته‌ها رصد کردن، به نظر می‌رسید که هر قمر نسبت به سیاره به

شکل ۳۱-۱۴ ب بردار سرعت \vec{v} ذره مرجع را نشان می‌دهد. از معادله ۱۰-۱۸ ($v = \omega r$)، بزرگی بردار سرعت برابر با ωx_m و تصویر آن روی محور x برابر است با

$$v(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi)$$

که دقیقاً معادله ۳۱-۶ است. وجود علامت منفی به این دلیل است که جهت مؤلفه سرعت P در شکل ۳۱-۱۴ به طرف چپ، در جهت منفی x است.

شکل ۳۱-۱۴ بزرگی بردار شتاب شعاعی \vec{a} ذره مرجع را نشان می‌دهد. از معادله ۱۰-۲۳ ($a_r = \omega^2 r$) بزرگی بردار شتاب شعاعی برابر با $\omega^2 x_m$ و تصویر آن روی محور x برابر است با

$$a(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi)$$

که دقیقاً معادله ۳۱-۷ است. بنابراین، چه جابه‌جایی، سرعت یا شتاب را در نظر بگیریم، تصویر حرکت دایره‌ای یکنواخت در واقع یک حرکت هماهنگ ساده است.

۳۱-۸ حرکت هماهنگ ساده میرا

آونگ در زیر آب فقط مختصری نوسان می‌کند، زیرا آب یک نیروی کندکننده بر آونگ وارد می‌کند و به سرعت حرکت را از بین می‌برد. آونگ در هوا بهتر نوسان می‌کند، ولی باز هم حرکت از بین می‌رود زیرا هوا نیز یک نیروی کندکننده بر آونگ وارد می‌کند (در نقطه آویز اصطکاک هم اثر می‌کند) که انرژی را از حرکت آونگ می‌گیرد.

وقتی حرکت نوسانگر توسط نیروی خارجی کاهش یابد، گفته می‌شود که نوسانگر و حرکت آن میرا می‌شوند. یک مثال آرمانی از یک نوسانگر میرا در شکل ۳۱-۱۵ نشان داده شده است که در آن قطعه‌ای به جرم m روی فنری با ثابت فنر k به طور قائم نوسان می‌کند. میله پره‌داری به جرم متصل است (هر دو بدون اصطکاک فرض می‌شوند) که در مایعی به طور غوطه‌ور قرار دارد. وقتی پره بالا و پایین می‌رود، مایع نیروی بازدارنده‌ای بر آن و در نتیجه بر کل دستگاه نوسان‌کننده وارد می‌کند. به مرور انرژی مکانیکی دستگاه قطعه- فنر کاهش می‌یابد و به انرژی گرمایی مایع و پره تبدیل می‌شود.

نگهدارنده صلب

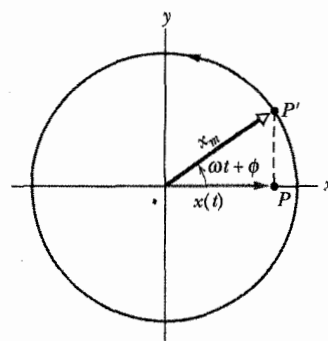
ثابت فنر k

جرم

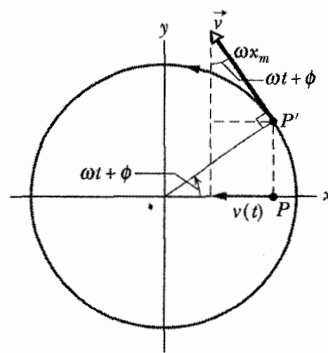
پره

میرایی b

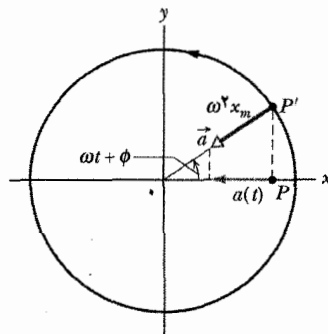
شکل ۳۱-۱۵ یک نوسانگر هماهنگ ساده میرای آرمانی. وقتی قطعه موازی محور x نوسان می‌کند پره غوطه‌ور در مایع نیروی میرایی بر قطعه وارد می‌کند.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۳۱-۱۴ (الف) ذره مرجع P' با حرکت دایره‌ای یکنواخت روی دایره مرجع به شعاع x_m حرکت می‌کند. تصویر آن روی محور x دارای حرکت هماهنگ ساده است. (ب) تصویر سرعت \vec{v} ذره مرجع عبارت است از سرعت حرکت هماهنگ ساده. (پ) تصویر شتاب \vec{a} ذره مرجع شتاب حرکت هماهنگ ساده است.

نقطه P تصویر ذره P' روی محور x است که آن را ذره دوم در نظر می‌گیریم. تصویر بردار مکان ذره P' روی محور x مکان $x(t)$ نقطه P را به دست می‌دهد. بنابراین، داریم

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

که دقیقاً معادله ۳۱-۳ است. نتیجه‌گیری ما درست است. اگر ذره مرجع P' در حرکت دایره‌ای یکنواخت باشد، تصویر آن روی قطر دایره دارای حرکت هماهنگ ساده خواهد بود.

ثابت است و با معادله ۳۱-۲۱ ($E = \frac{1}{2} kx_m^2$) داده می‌شود. اگر نوسانگر میرا باشد، انرژی مکانیکی ثابت نیست بلکه با زمان کاهش می‌یابد. اگر میرایی کوچک باشد، می‌توان $E(t)$ را با قراردادن $x_m e^{-bt/2m}$ در معادله ۳۱-۲۱ به جای x_m دامنه نوسانهای میرا، پیدا کرد. با انجام این کار خواهیم داشت

$$E(t) \approx \frac{1}{2} kx_m^2 e^{-bt/m} \quad (۳۱-۴۴)$$

که بیانگر این است که مانند دامنه انرژی مکانیکی نیز به طور نمایی با زمان تغییر می‌کند.

✓ نکته واریسی ۵ در اینجا سه مجموعه مقدار برای ثابت فنر، ثابت میرایی و جرم برای نوسانگر میرای شکل ۳۱-۱۵ نوشته شده‌اند. آنها را به ترتیب بزرگی زمان لازم برای کاهش انرژی مکانیکی به یک‌چهارم مقدار اولیه‌اش مرتب کنید.

مجموعه ۱	$2k_0$	b_0	m_0
مجموعه ۲	k_0	$6b_0$	$4m_0$
مجموعه ۳	$3k_0$	$3b_0$	m_0

مسئله نمونه ۳۱-۲

برای نوسانگر میرای شکل ۳۱-۱۵، $b = 7 \text{ g/s}$ و $m = 250 \text{ g}$ و $k = 85 \text{ N/m}$ است.

(الف) دوره تناوب این حرکت چقدر است؟

نکته کلیدی چون $b \ll \sqrt{km} = 4/6 \text{ kg/s}$ است دوره تناوب تقریباً برابر دوره تناوب نوسانگر نامیراست. در نتیجه از معادله ۳۱-۱۳ داریم

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0/250 \text{ kg}}{85 \text{ N/m}}} = 0/34 \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) چه مقدار طول می‌کشد تا دامنه نوسانهای میرا به نصف مقدار اولیه‌اش برسد؟

نکته کلیدی دامنه در لحظه t با معادله ۳۱-۴۲ به صورت

$$x_m e^{-bt/2m}$$

محاسبه‌ها: مقدار دامنه در لحظه $t = 0$ برابر با x_m است. بنابراین، باید مقدار t را به گونه‌ای پیدا کنیم که داشته باشیم

$$x_m e^{-bt/2m} = \frac{1}{2} x_m$$

پس از حذف x_m از معادله مانده لگاریتم طبیعی می‌گیریم، در

$$\ln \frac{1}{2} \text{ و در سمت چپ داریم}$$

$$\ln(e^{-bt/2m}) = -bt/2m$$

بنابراین،

$$t = \frac{-2m \ln \frac{1}{2} - (2)(0/250 \text{ kg}) \left(\ln \frac{1}{2} \right)}{0/07 \text{ kg/s}} \quad (\text{پاسخ})$$

$$= 5/0 \text{ s}$$

فرض می‌کنیم که مایع یک نیروی میرایی \vec{F}_d وارد می‌کند که با بزرگی سرعت \vec{v} پره و قطعه متناسب است (اگر پره آهسته حرکت کند فرض درستی است). بنابراین، برای مؤلفه‌های درامتداد محور x در شکل ۳۱-۱۵، داریم

$$F_d = -bv \quad (۳۱-۳۹)$$

که در آن b ثابت میرایی است که به مشخصه‌های پره و مایع بستگی دارد و یکای SI آن نیوتون بر متر بر ثانیه است. علامت منفی نشان می‌دهد که \vec{F}_d با حرکت مخالفت می‌کند.

نیرویی که از طرف فنر بر قطعه وارد می‌شود برابر با $F_s = -kx$ است. فرض می‌کنیم که نیروی گرانش وارد بر قطعه نسبت به F_s و F_d قابل چشم‌پوشی است. حال می‌توانیم قانون دوم نیوتون را برای مؤلفه‌های درامتداد محور x به صورت زیر بنویسیم

$$-bv - kx = ma \quad (۳۱-۴۰)$$

با قراردادن dx/dt به جای v و d^2x/dt^2 به جای a در رابطه و مرتب کردن آن، معادله دیفرانسیل زیر به دست می‌آید

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (۳۱-۴۱)$$

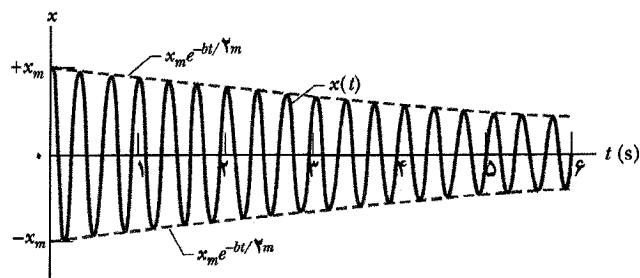
حل این معادله عبارت است از

$$x(t) = x_m e^{-bt/2m} \cos(\omega' t + \phi) \quad (۳۱-۴۲)$$

که در آن x_m دامنه و ω' بسامد زاویه‌ای نوسانگر میراست. این بسامد زاویه‌ای با رابطه زیر داده می‌شود.

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad (۳۱-۴۳)$$

اگر $b = 0$ باشد (بدون میرایی)، آنگاه معادله ۳۱-۴۳ به معادله ۳۱-۱۲ ($\omega = \sqrt{k/m}$) در مورد بسامد زاویه‌ای یک نوسانگر نامیرا و معادله ۳۱-۴۲ به معادله ۳۱-۳ در مورد جابه‌جایی یک نوسانگر نامیرا ساده می‌شود. اگر ثابت میرایی کوچک باشد ولی صفر نباشد (به طوری که $b \ll \sqrt{km}$)، آنگاه $\omega' = \omega$ خواهد بود.



شکل ۳۱-۱۶ تابع جابه‌جایی $x(t)$ برای نوسانگر میرای شکل ۳۱-۱۵، با مقدارهای داده‌شده در مسئله نمونه ۳۱-۷ دامنه که برابر $x_m e^{-bt/2m}$ است، به طور نمایی با زمان کاهش می‌یابد.

معادله ۳۱-۴۲ را می‌توان به صورت یک تابع کسینوسی با دامنه $x_m e^{-bt/2m}$ در نظر گرفت که مطابق شکل ۳۱-۱۶ بتدریج با زمان کاهش می‌یابد. در مورد یک نوسانگر نامیرا، انرژی مکانیکی

با توجه به $T = 0.34s$ ، این تقریباً ۱۵ دوره تناوب نوسان است. (پ) چقدر طول می کشد تا انرژی مکانیکی به نصف مقدار اولیه خود برسد؟

نکته کلیدی از معادله ۳۱-۴۴ انرژی مکانیکی در لحظه t برابر با $\frac{1}{2}kx_m^2 e^{-bt/m}$ است.

محاسبه ها: در لحظه $t=0$ مقدار آن $\frac{1}{2}kx_m^2 e^{-bt/m}$ است. پس باید مقدار t را به گونه ای پیدا کنیم که

$$\frac{1}{2}kx_m^2 e^{-bt/m} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}kx_m^2 \right)$$

اگر طرفین را بر $\frac{1}{2}kx_m^2$ تقسیم کرده و مانند قبل معادله را برای t حل کنیم، خواهیم داشت

$$t = \frac{-m \ln \frac{1}{2}}{b} = \frac{-(0.25 \text{ kg}) \left(\ln \frac{1}{2} \right)}{0.070 \text{ kg/s}} = 2.5 \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$

این دقیقاً نصف زمان محاسبه شده در قسمت (ب)، یا تقریباً ۷/۵ دوره تناوب نوسان است. شکل ۳۱-۱۶ این مسئله نمونه را نشان می دهد.

۳۱-۹ نوسانهای واداشته و تشدید

شخصی که تاب می خورد بدون اینکه کسی او را هل دهد مثالی از یک نوسان آزاد است. ولی، اگر شخصی تاب را به طور تناوبی هل بدهد، تاب دارای نوسانهای واداشته یا محرکه ای خواهد بود. دستگاهی که با نوسانهای محرکه ای حرکت کند، دارای دو بسامد زاویه ای است: (۱) بسامد زاویه ای طبیعی ω دستگاه، که اگر دستگاه به طور ناگهانی مختل شده و سپس به طور آزاد نوسان کند با این بسامد نوسان خواهد کرد و (۲) بسامد زاویه ای ω_d نیروی محرک خارجی که موجب نوسانهای محرکه ای می شود.

می توانیم شکل ۳۱-۱۵ را برای نمایش یک نوسان هماهنگ ساده واداشته آرمانی به کار ببریم در صورتی که ساختاری که با «نگهدارنده صلب» مشخص شده با بسامد زاویه ای متغیر ω_d به بالا و پایین حرکت کند. چنین نوسانگر واداشته ای با بسامد زاویه ای ω_d نیروی محرک نوسان می کند و جابه جایی $x(t)$ آن با رابطه زیر داده می شود

$$x(t) = x_m \cos(\omega_d t + \phi) \quad (31-45)$$

که در آن x_m دامنه نوسانهاست.

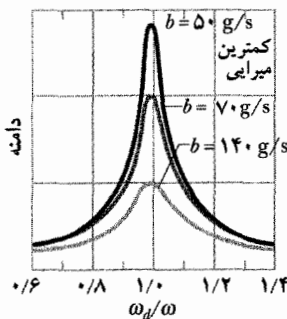
بزرگی دامنه جابه جایی x_m به تابع پیچیده ω_d و ω بستگی دارد. دامنه سرعت v_m نوسانها آسانتر قابل توصیف است: هرگاه رابطه زیر برقرار باشد مقدار آن بیشینه است

$$\omega_d = \omega \quad (\text{تشدید}) \quad (31-46)$$

که شرط تشدید نامیده می شود. معادله ۳۱-۴۶ همچنین یک شرط تقریبی است که در آن دامنه جابه جایی x_m نوسانها بیشینه است. بنابراین، اگر تاب را با بسامد طبیعی خود هل دهیم، دامنه های جابه جایی و سرعت به مقدارهای بزرگتری می رسند و این واقعیتی است که بچه ها با آزمایش و خطا به سرعت آن را یاد می گیرند. اگر تاب را با بسامدهای زاویه ای دیگری، بالاتر یا پایینتر، هل دهیم دامنه های جابه جایی و سرعت کوچکتر خواهند بود.

شکل ۳۱-۱۷ نشان می دهد که دامنه جابه جایی یک نوسانگر به ازای سه مقدار ضریب میرایی b چگونه به بسامد زاویه ای ω_d نیروی محرک بستگی دارد. توجه کنید که برای هر سه مقدار وقتی شرط $\omega_d/\omega \approx 1$ (شرط تشدید معادله ۳۱-۴۶) برقرار باشد دامنه تقریباً بیشترین مقدار را دارد. منحنیهای شکل ۳۱-۱۷ نشان می دهند که هرچه میرایی کوچکتر باشد قله تشدید بلندتر و باریکتر است.

تمام ساختارهای مکانیکی یک یا چند بسامد زاویه ای طبیعی دارند و اگر ساختاری تحت تأثیر یک نیروی محرک خارجی



شکل ۳۱-۱۷ دامنه جابه جایی x_m یک نوسانگر واداشته با بسامد زاویه ای ω_d نیروی محرک تغییر می کند. منحنیها مربوط به سه مقدار ثابت میرایی b هستند.

قوی قرار گیرد که با یکی از بسامدها جور باشد، نوسانهای حاصل در این ساختار ممکن است آنرا درهم شکنند. به این ترتیب، برای مثال طراحان هواپیما باید مطمئن شوند که هیچ یک از بسامدهای زاویه ای طبیعی که بال می تواند با آن ارتعاش کند با بسامد زاویه ای موتور در پرواز جور نباشد. روشن است که تکان تکان خوردن شدید بال هواپیما در تندیهای معینی از موتور خطرناک خواهد بود.

به نظرمی رسد که یک دلیل برای تخریب ساختمانهای شهر مکزیکو در سال ۱۹۸۵/۱۳۶۴ وقتی زلزله بزرگی (به بزرگی ۸/۱ در مقیاس ریشتر) در ساحل غربی مکزیک رخ داد، تشدید باشد. موجهای حاصل از زمین لرزه وقتی به مکزیکو در فاصله ۴۰۰ کیلومتری از مرکز زلزله رسیدند به قدری ضعیف بودند که نمی توانستند موجب چنین تخریب گسترده ای باشند. از طرفی بخش زیادی از مکزیکو روی بستر یک دریاچه قدیمی بنا شده، که خاک مخلوط با آب در آنجا نرم است. اگرچه دامنه موجهای

$$x = x_m \cos(\omega t + \phi) \quad (3-31) \quad (\text{جابه‌جایی})$$

که در آن x_m دامنه جابه‌جایی، کمیت $(\omega t + \phi)$ فاز حرکت و ϕ ثابت فاز است. بسامد زاویه‌ای ω با رابطه زیر با دوره تناوب و بسامد حرکت رابطه دارد

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (5-31) \quad (\text{بسامد زاویه‌ای})$$

با مشتق‌گیری از معادله ۳-۳۱ معادله‌های سرعت و شتاب ذره در حین حرکت هماهنگ ساده برحسب تابعی از زمان به دست می‌آید

$$v = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi) \quad (6-31) \quad (\text{سرعت})$$

$$a = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) \quad (7-31) \quad (\text{شتاب})$$

در معادله ۶-۳۱، کمیت مثبت ωx_m دامنه سرعت v_m حرکت است. در معادله ۷-۳۱، کمیت مثبت $\omega^2 x_m$ دامنه شتاب a_m حرکت است.

نوسانگر خطی ذره‌ای به جرم m که تحت تأثیر یک نیروی بازگرداننده قانون هوک $F = -kx$ قرار دارد، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد که

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (12-31) \quad (\text{بسامد زاویه‌ای})$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (13-31) \quad (\text{زمان تناوب})$$

چنین دستگاهی **نوسانگر هماهنگ ساده خطی** نامیده می‌شود.

انرژی انرژی جنبشی ذره‌ای در حرکت هماهنگ ساده در

هر لحظه $K = \frac{1}{2}mv^2$ و انرژی پتانسیل آن $U = \frac{1}{2}kx^2$ است.

اگر هیچ اصطکاکی نباشد، انرژی مکانیکی $E = K + U$ حتی اگر K و U تغییر کنند، ثابت می‌ماند.

آونگها مثالهایی از وسایلی که حرکت هماهنگ ساده انجام

می‌دهند عبارت‌اند از آونگ پیچشی شکل ۷-۳۱، آونگ ساده

شکل ۹-۳۱ و آونگ فیزیکی شکل ۱۰-۳۱. دوره تناوبهای

نوسان آنها به ازای نوسانهای کوچک به ترتیب عبارت‌اند از

$$T = 2\pi \sqrt{I/\kappa} \quad (23-31)$$

$$T = 2\pi \sqrt{L/g} \quad (28-31)$$

$$T = 2\pi \sqrt{I/mgh} \quad (29-31)$$

حرکت هماهنگ ساده و حرکت دایره‌ای یکنواخت

حرکت هماهنگ ساده عبارت است از تصویر حرکت دایره‌ای یکنواخت بر قطر دایره‌ای که این حرکت روی آن انجام می‌گیرد. شکل ۱۴-۳۱ نشان می‌دهد که همه عوامل حرکت دایره‌ای (مکان، سرعت و شتاب) به صورت مقادیرهای متناظر حرکت هماهنگ ساده تصویر می‌شوند.

حرکت هماهنگ میرا به علت نیروهای خارجی مانند

نیروی کششی، انرژی مکانیکی E در یک دستگاه واقعی نوسان کننده در ضمن نوسانها کاهش می‌یابد و انرژی مکانیکی به

زمین‌لرزه در زمین سخت‌تر مسیر به مکزیکو کوچک بود ولی دامنه آنها در خاک نرم شهر به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافتند. دامنه‌های شتاب موج دارای بزرگی $0.20g$ و بسامد زاویه‌ای (به طور شگفت‌آوری) حول 3 rad/s متمرکز بود. نه تنها زمین در آنجا به شدت نوسان کرد بلکه ساختمانهای نیمه‌بلند نیز دارای بسامد زاویه‌ای تشدیدی حدود 3 rad/s بودند. اغلب این ساختمانها در حین لرزش تخریب شدند (شکل ۱۸-۳۱) درحالی‌که ساختمانهای کوتاه‌تر (با بسامدهای زاویه‌ای تشدیدی بالاتر و ساختمانهای بلندتر با بسامدهای زاویه‌ای تشدیدی پایین‌تر) تخریب نشدند.



شکل ۱۸-۳۱ در سال ۱۹۸۵/۱۳۶۴ ساختمانهای نیمه‌بلند در شهر مکزیکو بر اثر زمین‌لرزه‌ای که در فاصله دور از شهر رخ داده، تخریب شدند. ساختمانهای بلندتر و کوتاه‌تر تخریب نشدند.

بازنگری و خلاصه درس

بسامد بسامد f یک حرکت تناوبی یا نوسانی برابر است با تعداد نوسانها بر ثانیه. در دستگاه SI بسامد برحسب هرتز اندازه‌گیری می‌شود

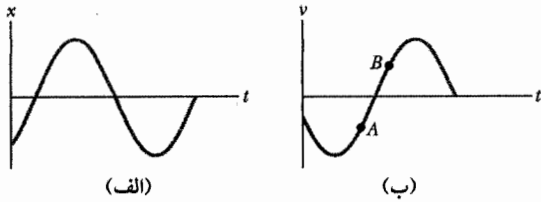
$$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1} \quad (1-31) \quad \text{نوسان در ثانیه}$$

دوره تناوب دوره تناوب T عبارت است از زمان لازم برای یک نوسان کامل یا چرخه. دوره تناوب با رابطه زیر به بسامد مربوط است

$$T = \frac{1}{f} \quad (2-31)$$

حرکت هماهنگ ساده در حرکت هماهنگ ساده (SHM)، جابه‌جایی $x(t)$ یک ذره از مکان تعادل خود با معادله زیر توصیف می‌شود

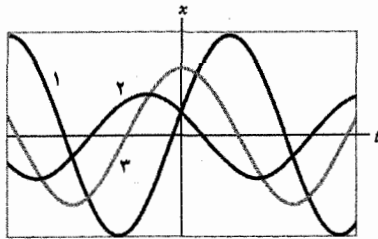
۳- کدامیک از موارد زیر، ϕ را برای حرکت هماهنگ ساده شکل ۳۱-۲۰ الف توصیف می‌کنند؟ (الف) $-\pi/2 < \phi < -\pi$ ، (ب) $\pi < \phi < 3\pi/2$ ، (پ) $-\pi < \phi < -3\pi/2$ ؟



شکل ۳۱-۲۰ پرسش ۳ و ۴

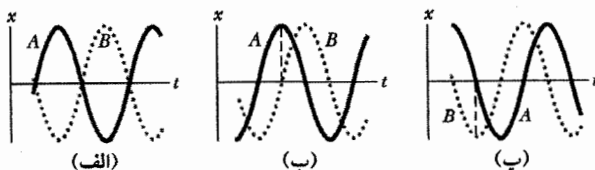
۴- سرعت $v(t)$ ذره‌ای که در حرکت هماهنگ ساده است در شکل ۳۱-۲۰ ب رسم شده است. آیا در (الف) نقطه A و (ب) نقطه B ، در شکل ذره به طور لحظه‌ای ساکن است یا در حرکت به سوی $-x_m$ یا به سوی $+x_m$ است؟ وقتی سرعت ذره در (پ) با نقطه A و (ت) با نقطه B نمایش داده شده، آیا ذره در $-x_m$ ، در $+x_m$ ، در 0 ، بین $-x_m$ و 0 یا بین 0 و $+x_m$ است؟ آیا تندی ذره در (ث) نقطه A و (ج) نقطه B در حال افزایش است یا کاهش؟

۵- شکل ۳۱-۲۱ منحنی $x(t)$ مربوط به دستگاه فنر-جعبه معینی را که در حرکت هماهنگ ساده است پس از انجام سه آزمایش نشان می‌دهد. منحنیها را به ترتیب بزرگی بنابر (الف) بسامد زاویه‌ای دستگاه، (ب) انرژی پتانسیل فنر در $t=0$ ، (پ) انرژی جنبشی جعبه در $t=0$ ، (ت) تندی جعبه در $t=0$ و (ث) انرژی جنبشی بیشینه جعبه، مرتب کنید.



شکل ۳۱-۲۱ پرسش ۵

۶- شکل ۳۱-۲۲ جابه‌جاییهای $x(t)$ یک جفت نوسانگر هماهنگ ساده (A و B) را برای سه وضعیت نشان می‌دهد که به غیر از فاز یکسان هستند. برای هر جفت چقدر تغییر فاز (برحسب رادیان و برحسب درجه) لازم است تا این که منحنی A بر منحنی B منطبق شود؟ از میان تعداد زیادی پاسخ قابل قبول، پاسخی را انتخاب کنید که در آن قدر مطلق بزرگی جابه‌جایی کمترین باشد.



شکل ۳۱-۲۲ پرسش ۶

انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. در این صورت یک نوسانگر واقعی داریم و حرکت آن میرا گفته می‌شود. اگر نیروی میرایی با رابطه $F_d = -bv$ داده شود، که در آن v سرعت نوسانگر و b ثابت میرایی است، آنگاه جابه‌جایی نوسانگر از رابطه زیر به دست می‌آید

$$x(t) = x_m e^{-bt/2m} \cos(\omega' t + \phi) \quad (31-42)$$

که در آن ω' بسامد زاویه‌ای نوسانگر میراست که با این رابطه داده می‌شود

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad (31-43)$$

اگر ثابت میرایی کوچکی باشد ($b \ll \sqrt{km}$) آنگاه $\omega' \approx \omega$ ، که در آن ω بسامد زاویه‌ای نوسانگر نامیراست. به ازای b کوچک، انرژی مکانیکی E نوسانگر عبارت است از

$$E(t) \approx \frac{1}{2} k x_m^2 e^{-bt/m} \quad (31-44)$$

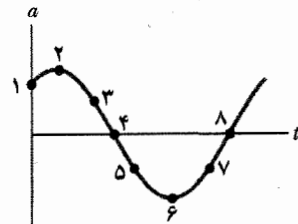
نوسانهای واداشته و تشدید اگر یک نیروی محرک خارجی با بسامد زاویه‌ای ω_d بر یک دستگاه نوسان کننده با بسامد زاویه‌ای طبیعی ω اثر کند، این دستگاه با بسامد زاویه‌ای ω_d نوسان می‌کند. دامنه سرعت v_m این دستگاه زمانی بیشترین مقدار را دارد که

$$\omega_d = \omega \quad (31-46)$$

باشد که شرط تشدید نامیده می‌شود. دامنه x_m این دستگاه در شرایط یکسان (تقریباً) بیشترین مقدار را دارد.

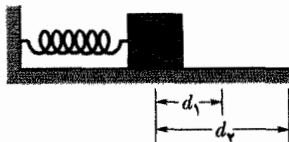
پرسشها

۱- شتاب $a(t)$ ذره‌ای که در حرکت هماهنگ ساده است در شکل ۳۱-۱۹ رسم شده است. (الف) کدام قسمت شماره‌گذاری شده مربوط به بودن ذره در $-x_m$ است؟ (ب) در نقطه ۴، آیا سرعت ذره مثبت، منفی یا صفر است؟ (پ) در نقطه ۵، آیا ذره در $-x_m$ ، در $+x_m$ ، در 0 ، بین $-x_m$ و 0 یا بین 0 و $+x_m$ است؟



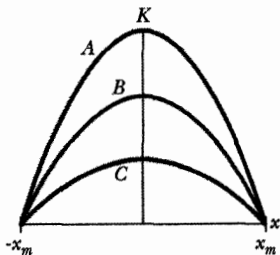
شکل ۳۱-۱۹ پرسش ۱

۲- کدامیک از رابطه‌های زیر بین شتاب a و جابه‌جایی x یک ذره مربوط به حرکت هماهنگ ساده است؟
(الف) $a = 0.5x$ ، (ب) $a = 400x^2$ ، (پ) $a = -20x$ ،
(ت) $a = -3x^2$.



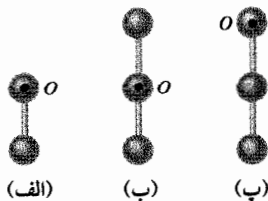
شکل ۳۱-۲۵ پرسش ۹

۱۰- شکل ۳۱-۲۶ نمودارهای انرژی جنبشی K را بر حسب x برای سه نوسانگر هماهنگ که دارای جرم یکسان هستند، نشان می‌دهد. نمودارها را به ترتیب بزرگی بنابر (الف) ثابت فنر مربوط و (ب) زمان تناوب نوسانگر مربوط، مرتب کنید.



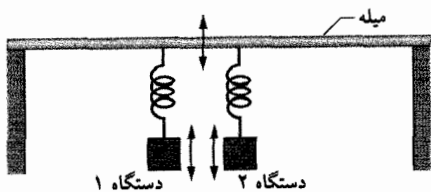
شکل ۳۱-۲۶ پرسش ۱۰

۱۱- شکل ۳۱-۲۷ سه آونگ فیزیکی را نشان می‌دهد که از کره‌های مشابه با جرمهای یکسانی تشکیل شده‌اند و محکم به میله‌هایی با جرم‌های قابل چشم‌پوشی متصل‌اند. هر آونگ به طور قائم قرار دارد و می‌تواند حول نقطه آویز O بچرخد. آونگها را به ترتیب بزرگی زمان تناوب نوسان مرتب کنید.



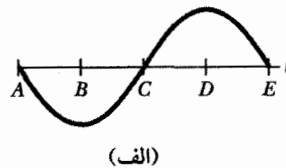
شکل ۳۱-۲۷ پرسش ۱۱

۱۲- از شما می‌خواهند یک وسیله انتقال نوسان مانند وسیله نشان داده شده در شکل ۳۱-۲۸ بسازید. این وسیله از دو دستگاه فنر-قطعه که از یک میله قابل انعطاف آویزان‌اند ساخته شده است. وقتی فنر دستگاه ۱ کشیده و رها شود، حرکت هماهنگ ساده حاصل در دستگاه ۱ میله را با بسامد f_1 به نوسان می‌اندازد. پس از آن میله یک نیروی محرک با همان بسامد بر دستگاه ۲ وارد می‌کند. می‌توانید از چهار فنر با ثابتهای فنری k برابر با ۱۴۰۰، ۱۵۰۰، ۱۶۰۰ و ۱۲۰۰ نیوتون بر متر و چهار قطعه به جرمهای m برابر با ۸۰۰، ۵۰۰، ۴۰۰ و ۲۰۰ کیلوگرم انتخاب کنید. به طور ذهنی، تعیین کنید که کدام فنر با کدام قطعه در هر یک از دو دستگاه باید به کار برده شود تا دامنه نوسانهای دستگاه ۲ بیشینه باشد؟

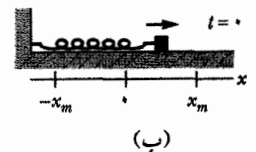


شکل ۳۱-۲۸ پرسش ۱۲

۷- شکل ۳۱-۲۳ الف را به گونه‌ای کامل کنید که بیانگر نمودار سرعت v بر حسب t در لحظه $t=0$ برای نوسانگر فنر-قطعه شکل ۳۱-۲۲ ب باشد. (الف) در شکل ۳۱-۲۳ الف، در کدام نقطه مشخص شده یا در چه ناحیه‌ای بین نقطه‌ها، محور v (قائم) محور t را قطع می‌کند؟ (برای مثال، آیا در نقطه A قطع می‌کند یا ممکن است در ناحیه بین نقطه‌های A و B قطع کند؟) (ب) اگر سرعت قطعه با رابطه $v = -v_m \sin(\omega t + \phi)$ داده شده باشد، مقدار ϕ چقدر است؟ در رابطه علامت مثبت را در نظر بگیرید و اگر نتوانستید مقداری (مانند $\pi/2 + \pi$ رادیان) را مشخص کنید آنگاه محدوده‌ای از مقادارها (مانند بین 0 و $\pi/2 + \pi$) را مشخص کنید.



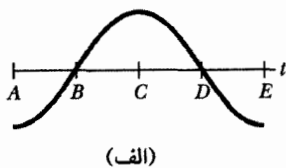
(الف)



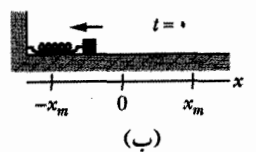
(ب)

شکل ۳۱-۲۳ پرسش ۷

۸- شکل ۳۱-۲۴ الف را به گونه‌ای کامل کنید که بیانگر نمودار شتاب a بر حسب t در لحظه $t=0$ برای نوسانگر فنر-قطعه شکل ۳۱-۲۴ ب باشد. (الف) در شکل ۳۱-۲۴ الف، در کدام نقطه مشخص شده یا در چه ناحیه‌ای بین نقطه‌ها، محور a (قائم) محور t را قطع می‌کند؟ (برای مثال، آیا در نقطه A قطع می‌کند یا ممکن است در ناحیه بین نقطه‌های A و B آن را قطع کند؟) (ب) اگر شتاب قطعه با رابطه $a = -a_m \cos(\omega t + \phi)$ داده شده باشد، مقدار ϕ چقدر است؟ در رابطه علامت مثبت را در نظر بگیرید و اگر نتوانستید مقداری (مانند $\pi/2 + \pi$ رادیان) را مشخص کنید آنگاه محدوده‌ای از مقادارها (مانند بین 0 و $\pi/2 + \pi$) را مشخص کنید.



(الف)



(ب)

شکل ۳۱-۲۴ پرسش ۸

۹- در شکل ۳۱-۲۵، یک دستگاه فنر-قطعه در دو آزمایش دارای حرکت هماهنگ ساده‌اند. در آزمایش اول، قطعه از وضعیت تعادلش به مقدار جابه‌جایی d_1 کشیده شده و سپس رها می‌شود. در آزمایش دوم، قطعه از وضعیت تعادلش به مقدار جابه‌جایی بیشتر d_2 کشیده شده و سپس رها می‌شود. آیا (الف) دامنه، (ب) دوره تناوب، (پ) بسامد، (ت) انرژی جنبشی بیشینه، و (ث) انرژی پتانسیل بیشینه، در آزمایش دوم نسبت به همینها در آزمایش اول بیشترند یا کمتر یا یکسان هستند؟

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

••••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرنده فیزیک و در

flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۳۱-۳ قانون نیرو برای حرکت هماهنگ ساده

۱- بیشینه شتاب سکویی که با دامنه $2/20\text{ cm}$ و بسامد $6/60\text{ Hz}$ نوسان می‌کند چقدر است؟

۲- ذره‌ای به جرم $1/00 \times 10^{-3}\text{ kg}$ با حرکت هماهنگ ساده با دوره تناوب $1/00 \times 10^{-5}\text{ s}$ و تندی بیشینه $1/00 \times 10^{-3}\text{ m/s}$ نوسان می‌کند. (الف) بسامد زاویه‌ای و (ب) جابه‌جایی بیشینه ذره چقدر است؟

۳- در ریش تراشهای برقی تیغه‌ها با بسامد 120 Hz به صورت حرکت هماهنگ ساده با فاصله $2/0\text{ mm}$ به عقب و جلو حرکت می‌کنند. مطلوب است (الف) دامنه، (ب) تندی بیشینه تیغه و (پ) بزرگی بیشینه شتاب تیغه. SSM

۴- یک جسم $0/12\text{ kg}$ دارای حرکت هماهنگ ساده با دامنه $8/5\text{ cm}$ و زمان تناوب $0/20\text{ s}$ است. (الف) بزرگی بیشینه نیروی وارد بر آن چقدر است؟ (ب) اگر نوسانها با فنی ایجاد شده باشد، ثابت فنر چقدر است؟

۵- $0/25\text{ s}$ طول می‌کشد تا جسمی با حرکت هماهنگ ساده از نقطه‌ای با سرعت صفر به نقطه مشابه دیگری حرکت کند. فاصله بین این دو نقطه 36 cm است. (الف) دوره تناوب، (ب) بسامد، و (پ) دامنه حرکت را محاسبه کنید.

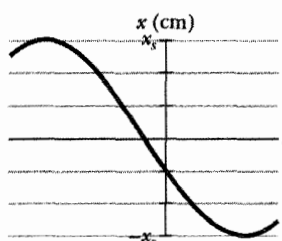
۶- تا جایی که نوسانهای قائم مورد توجه باشند می‌توان گفت که اتومبیل روی چهار فنر یکسان سوار است. فنرهای یک اتومبیل به صورتی تنظیم شده‌اند که نوسانها دارای بسامد $3/00\text{ Hz}$ هستند. (الف) اگر جرم اتومبیل 1450 kg و وزن آن روی فنرها به طور یکسان توزیع شده باشد، ثابت فنری هر فنر چقدر است؟ (ب) اگر پنج مسافر هر یک با جرم میانگین $73/0\text{ kg}$ بر اتومبیل سوار شوند و توزیع وزن آنها یکنواخت باشد، بسامد نوسان چقدر خواهد بود؟

۷- نوسانگری شامل یک قطعه به جرم $0/500\text{ kg}$ است که به فنی متصل است. وقتی این نوسانگر با دامنه $35/0\text{ cm}$ نوسان کند، دیده می‌شود که حرکت خود را در هر $5/00\text{ s}$ تکرار می‌کند. مطلوب است، (الف) دوره تناوب، (ب) بسامد، (پ) بسامد زاویه‌ای، (ت) ثابت فنر، (ث) تندی بیشینه و (ج) مقدار بیشینه نیروی وارد بر قطعه. SSM

۸- $0/75\text{ s}$ طول می‌کشد تا یک دستگاه قطعه- فنر در حال نوسان حرکت خود را تکرار کند. مطلوب است (الف) دوره تناوب، (ب) بسامد برحسب هرتز و (پ) بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه.

۹- بلندگویی با نوسان میان‌بندی که دامنه آن محدود به $1/00\text{ mm}$ است، موزیکی را ایجاد می‌کند. (الف) در چه بسامدی دامنه شتاب a میان‌بند برابر با g است؟ (ب) برای بسامدهای بزرگتر، آیا a بزرگتر از g است یا کوچکتر؟ SSM

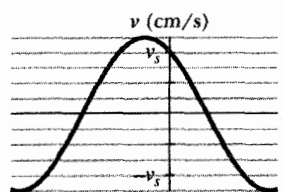
۱۰- برای یک نوسانگر هماهنگ با تابع مکان $x(t)$ داده شده در شکل ۳۱-۲۹ اگر تابع مکان به شکل $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ باشد، ثابت فاز چقدر است؟ مقیاس محور عمودی با $x_s = 6/0\text{ cm}$ مشخص شده است.



شکل ۳۱-۲۹ مسئله ۱۰

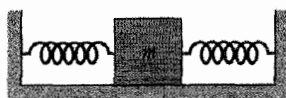
۱۱- جسمی با حرکت هماهنگ ساده بنابر این معادله نوسان می‌کند $x = (6/0\text{ m}) \cos[(3\pi\text{ rad/s})t + \pi/3\text{ rad}]$. در لحظه $t = 2/0\text{ s}$ ، (الف) جابه‌جایی، (ب) سرعت، (پ) شتاب و (ت) فاز حرکت، چقدر است؟ همچنین (ث) بسامد و (ج) دوره تناوب حرکت چقدر است؟

۱۲- برای یک نوسانگر هماهنگ با تابع سرعت $v(t)$ که در شکل ۳۱-۳۰ داده شده، اگر تابع مکان به صورت $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ باشد، ثابت فاز نوسانگر چقدر است؟ مقیاس محور عمودی با $v_s = 4/0\text{ m/s}$ مشخص شده است.



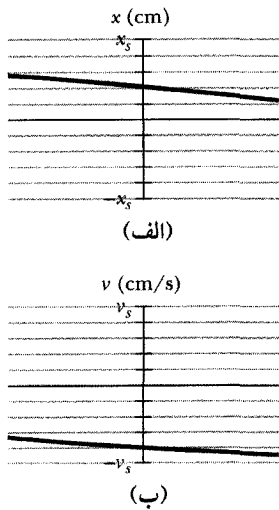
شکل ۳۱-۳۰ مسئله ۱۲

۱۳- در شکل ۳۱-۳۱، دو فنر یکسان با ثابت فنری 7580 N/m به قطعه‌ای به جرم $0/245\text{ kg}$ متصل‌اند. قطعه روی یک کف بدون اصطکاک نوسان می‌کند. بسامد نوسان چقدر است؟



شکل ۳۱-۳۱ مسئله‌های ۱۳ و ۲۳

۲۰۰۰- شکل ۳۱-۳۳ الف بخشی از نمودار تابع مکان $x(t)$ برای یک نوسانگر هماهنگ ساده با بسامد زاویه‌ای $1/20 \text{ rad/s}$ است؛ شکل ۳۱-۳۳ ب



بخشی از نمودار مربوط به تابع سرعت $v(t)$ آن است. مقیاس محور عمودی با $x_s = 5.0 \text{ cm}$ و $v_s = 5.0 \text{ m/s}$ مشخص شده است. اگر تابع مکان $x(t)$ به صورت $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ داده شده باشد، ثابت فاز حرکت هماهنگ ساده چقدر است؟

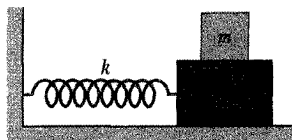
شکل ۳۱-۳۳ مسئله ۲۰

۲۱۰۰- قطعه‌ای روی پیستونی که به طور عمودی و با حرکت هماهنگ ساده حرکت می‌کند قرار دارد. (الف) اگر دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده $1/5 \text{ s}$ باشد، در چه دامنه‌ای از حرکت، قطعه و پیستون از هم جدا می‌شوند؟ (ب) اگر پیستون دارای دامنه 5.0 cm باشد، بیشینه بسامدی که قطعه و پیستون پیوسته در تماس خواهند بود چقدر است؟

۲۲۰۰- یک نوسانگر هماهنگ ساده شامل قطعه‌ای به جرم $2/00 \text{ kg}$ است که به یک فنر با ثابت فنری 100 N/m متصل است. وقتی $t = 1/00 \text{ s}$ است مکان و سرعت این قطعه عبارت‌اند از $x = 0.129 \text{ m}$ و $v = 3.415 \text{ m/s}$. (الف) دامنه نوسانها چقدر است؟ (ب) مکان، و (پ) سرعت قطعه در $t = 0$ چقدر است؟

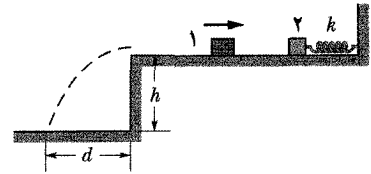
۲۳۰۰- در شکل ۳۱-۳۱، دو فنر به قطعه‌ای که می‌تواند روی یک کف بدون اصطکاک نوسان کند، متصل‌اند. اگر فنر سمت چپ برداشته شود قطعه با بسامد 30 Hz نوسان می‌کند. اگر به جای آن فنر سمت راست برداشته شود، قطعه با بسامد 45 Hz نوسان می‌کند. وقتی دو فنر وصل هستند قطعه با چه بسامدی نوسان می‌کند؟ ILW

۲۴۰۰۰- در شکل ۳۱-۳۴ دو قطعه ($M = 10 \text{ kg}$, $m = 1/0 \text{ kg}$) و یک فنر ($k = 200 \text{ N/m}$) روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. ضریب اصطکاک ایستایی بین دو قطعه 0.40 است. در چه دامنه‌ای در یک حرکت هماهنگ ساده دستگاه فنر-قطعه، قطعه کوچکتر در آستانه سر خوردن روی قطعه بزرگتر قرار می‌گیرد؟



شکل ۳۱-۳۴ مسئله ۲۴

۱۴۰۰- شکل ۳۱-۳۲ قطعه ۱ به جرم 0.200 kg را نشان می‌دهد که روی سطح بلند بدون اصطکاک با تندی $8/00 \text{ m/s}$ به سمت راست سر می‌خورد. این قطعه با قطعه ۲ که ساکن و به فنری با ثابت فنری $1208/5 \text{ N/m}$ متصل است، برخورد کسان می‌کند. (فرض کنید که فنر تأثیری در برخورد ندارد.) پس از برخورد، قطعه ۲ با دوره تناوب 0.14 s حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و قطعه ۱ در جهت مخالف پس زده شده و از سطح بلند و به فاصله d از پای این سطح و پس از سقوط به ارتفاع $h = 4/90 \text{ m}$ روی سطح زیرین فرود می‌آید. مقدار d چقدر است؟



شکل ۳۱-۳۲ مسئله ۱۴

۱۵۰۰- نوسانگری شامل قطعه‌ای است که به فنری ($k = 400 \text{ N/m}$) متصل است. در لحظه t ، مکان (که از محل تعادل دستگاه اندازه‌گیری می‌شود)، سرعت و شتاب قطعه برابرند با $a = -123 \text{ m/s}^2$, $v = -13/6 \text{ m/s}$, $x = 0.100 \text{ m}$. مطلوب است (الف) بسامد نوسان، (ب) جرم قطعه، و (پ) دامنه حرکت. ILW

۱۶۰۰- در یک بندر جزر و مد باعث بالا آمدن و پایین رفتن سطح اقیانوس به فاصله d (از بالاترین تا پایینترین ارتفاع) با یک حرکت هماهنگ ساده می‌شود، که دوره تناوب آن $12/5 \text{ h}$ است. چه مدت طول می‌کشد تا آب فاصله $0.25d$ از بالاترین ارتفاع آن پایین بیاید؟

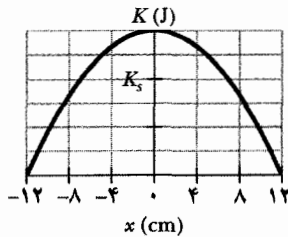
۱۷۰۰- قطعه‌ای روی یک سطح افقی (میز لرزان) قرار دارد که به طور افقی و با حرکت هماهنگ ساده با بسامد $2/0 \text{ Hz}$ حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک استاتیکی بین قطعه و سطح 0.50 است. اگر قطعه روی سطح نلغزد، دامنه حرکت هماهنگ ساده چقدر است؟ WWW SSM

۱۸۰۰- دو ذره با دامنه و بسامد یکسان در طول خطهایی موازی و نزدیک به هم حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهند. آنها هربار که جابه‌جایی آنها نصف دامنه باشد، در جهتهای مخالف از کنار یکدیگر می‌گذرند. اختلاف فاز آنها چقدر است؟

۱۹۰۰- دو ذره در راستای یک قطعه خط مستقیم مشترک به طول A به طور هماهنگ ساده نوسان می‌کنند. دوره تناوب هر ذره $1/5 \text{ s}$ ولی اختلاف فاز آنها $\pi/6 \text{ rad}$ است. (الف) پس از 0.50 s وقتی ذره عقبتر انتهای مسیر را ترک کرد دو ذره چقدر از هم فاصله دارند؟ (ب) آیا اینها در این موقع در یک جهت حرکت می‌کنند، به سمت هم حرکت می‌کنند یا از هم دور می‌شوند؟ ILW SSM

۳۱۰- جسمی به جرم $5/00 \text{ kg}$ روی سطح افقی بدون اصطکاک به فنری با ثابت فنری 1000 N/m متصل است. جسم از وضعیت تعادل به طور افقی $50/0 \text{ cm}$ جابه‌جا می‌شود و به آن سرعت اولیه $10/0 \text{ m/s}$ به طرف وضعیت تعادل داده می‌شود. (الف) بسامد حرکت، (ب) انرژی پتانسیل اولیه دستگاه قطعه-

فهر، (پ) انرژی جنبشی اولیه، و (ت) دامنه حرکت چقدرند؟
۳۲۰- شکل ۳۱-۳۸ انرژی جنبشی K یک نوسانگر هماهنگ ساده را بر حسب مکان x آن، نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $k_s = 4/0 \text{ J}$ مشخص شده است. ثابت فنر چقدر است؟

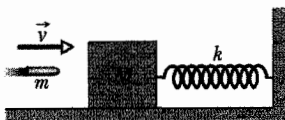


شکل ۳۱-۳۸ مسئله ۳۲

۳۳۰۰- ذره‌ای به جرم 10 g دارای حرکت هماهنگ ساده با دامنه $2/0 \text{ mm}$ ، بیشینه شتاب به بزرگی $8/0 \times 10^3 \text{ m/s}^2$ ، و ثابت فاز ϕ نامعلوم است. (الف) دوره تناوب حرکت، (ب) بیشینه تندی ذره، و (پ) انرژی مکانیکی کل نوسانگر چقدرند؟ وقتی ذره در (ت) بیشینه جابه‌جایی و (ث) نصف بیشینه جابه‌جایی قرار دارد، مقدار نیروی وارد بر آن چقدر است؟

۳۴۰۰- اگر زاویه فاز برای یک دستگاه قطعه-فهر در حرکت هماهنگ ساده برابر $\pi/6 \text{ rad}$ و مکان قطعه با رابطه $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ داده شده باشد، در لحظه $t = 0$ ، نسبت انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل چقدر است؟

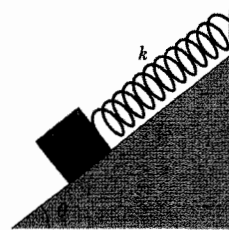
۳۵۰۰- قطعه‌ای به جرم $M = 5/4 \text{ kg}$ به حالت سکون روی یک میز افقی بدون اصطکاک با فنری با ثابت $k = 6000 \text{ N/m}$ به طور محکم به نقطه‌ای بسته شده است. گلوله‌ای به جرم $m = 9/5 \text{ g}$ و سرعت \vec{v} به بزرگی 630 m/s به قطعه برخورد می‌کند و در قطعه فرو می‌رود (شکل ۳۱-۳۵). با فرض اینکه موقع فرو رفتن گلوله فشردگی فنر ناچیز است، مطلوب است (الف) تندی قطعه درست پس از برخورد و (ب) دامنه حرکت هماهنگ ساده ایجاد شده.



شکل ۳۱-۳۹ مسئله ۳۵

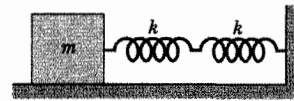
۳۶۰۰- در شکل ۳۱-۴۰، قطعه ۲ با جرم $2/0 \text{ kg}$ در انتهای فنر با حرکت هماهنگ ساده با دوره تناوب 20 ms نوسان می‌کند. مکان قطعه با رابطه $x = (1/0 \text{ cm}) \cos(\omega t + \pi/2)$ داده شده است. قطعه ۱ با جرم $4/0 \text{ kg}$ با سرعتی به بزرگی

۲۵۰۰۰- در شکل ۳۱-۳۵، قطعه‌ای به وزن $14/0 \text{ N}$ که می‌تواند بدون اصطکاک روی سطح شیبدار $\theta = 40/0^\circ$ بلغزد، به وسیله فنر بدون جرمی که طول بدون کشیدگی آن $0/450 \text{ m}$ و ثابت فنری آن 120 N/m است به بالای سطح شیبدار وصل است. (الف) نقطه تعادل این قطعه در چه فاصله‌ای از بالای سطح شیبدار واقع است؟ (ب) اگر قطعه اندکی به پایین کشیده و سپس رها شود، دوره تناوب نوسانهای حاصل چقدر است؟



شکل ۳۱-۳۵ مسئله ۲۵

۲۶۰۰۰- در شکل ۳۱-۳۶ دو فنر متصل به هم به قطعه‌ای با جرم $0/245 \text{ kg}$ که روی کف بدون اصطکاک نوسان می‌کند، وصل‌اند. فنرها دارای ثابت فنری $k = 6430 \text{ N/m}$ هستند. بسامد نوسان چقدر است؟

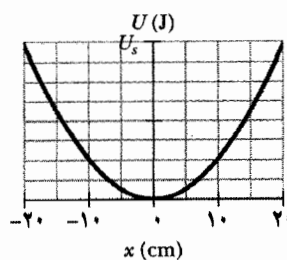


شکل ۳۱-۳۶ مسئله ۲۶

بخش ۳۱-۴ انرژی در حرکت هماهنگ ساده

۲۷۰- انرژی مکانیکی یک دستگاه قطعه-فهر را که دارای ثابت فنر $1/3 \text{ N/cm}$ و دامنه نوسان $2/4 \text{ cm}$ است به دست آورید. SSM
۲۸۰- یک دستگاه قطعه-فهر در حال نوسان دارای انرژی مکانیکی $1/00 \text{ J}$ ، دامنه $10/0 \text{ cm}$ ، و بیشینه تندی $1/20 \text{ m/s}$ است. مطلوب است (الف) ثابت فنر، (ب) جرم قطعه، و (پ) بسامد نوسان.
۲۹۰- وقتی جابه‌جایی در یک حرکت هماهنگ ساده نصف دامنه x_{cm} است، چه کسری از انرژی کل (الف) انرژی جنبشی، و (ب) انرژی پتانسیل است؟ (پ) در چه جابه‌جایی، بر حسب دامنه، انرژی دستگاه نصف انرژی جنبشی و نصف انرژی پتانسیل است؟ SSM

۳۰۰- شکل ۳۱-۳۷ چاه انرژی پتانسیل یک بعدی را برای یک ذره $2/0 \text{ kg}$ نشان می‌دهد (تابع $U(x)$ به صورت bx^2 و مقیاس محور عمودی با $v_s = 2/0 \text{ J}$ مشخص شده است). (الف) اگر ذره از مکان تعادل با سرعت 85 cm/s بگذرد، آیا قبل از رسیدن به $x = 15 \text{ cm}$ بر می‌گردد؟ (ب) اگر پاسخ مثبت است، در چه مکانی، و اگر پاسخ منفی است، تندی ذره در $x = 15 \text{ cm}$ چقدر است؟

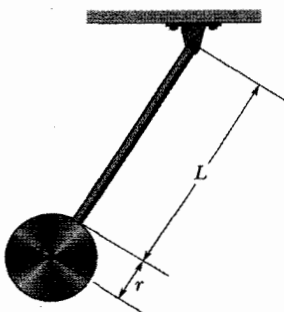


شکل ۳۱-۳۷ مسئله ۳۰

آیا اکنون دوره تناوب بیشتر از مقدار قبلی است یا کمتر، یا یکسان است؟

۴۲• در مسئله نمونه ۳۱-۵ دیدیم که مرکز نوسان یک آونگ فیزیکی در فاصله $2L/3$ از نقطه آویز آن قرار دارد. نشان دهید که فاصله بین نقطه‌های آویز و مرکز نوسان برای یک آونگ فیزیکی با هر شکلی برابر I/mh است که در آن h همان مفاهیم معادله ۳۱-۲۹ را دارند و m جرم آونگ است.

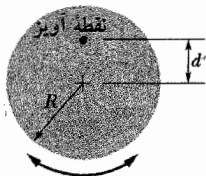
۴۳• در شکل ۳۱-۴۱، آونگی شامل قرص دایره‌ای یکنواختی با شعاع $r=10.0\text{ cm}$ و جرم 500 g است که به میله یکنواختی به طول 500 mm و جرم 270 g متصل شده است. (الف) لختی چرخشی آونگ را نسبت به نقطه آویز محاسبه کنید. (ب) فاصله بین نقطه آویز و مرکز جرم آونگ چقدر است؟ (پ) دوره تناوب نوسان را محاسبه کنید. SSM



شکل ۳۱-۴۱ مسئله ۴۳

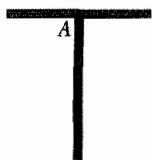
۴۴• یک آونگ فیزیکی شامل یک خط‌کش است که از سوراخ ایجاد شده در آن به فاصله d از نشانه 50 cm آویزان است. دوره تناوب نوسان $2/5\text{ s}$ است. فاصله d را پیدا کنید. ILW

۴۵• در شکل ۳۱-۴۲، یک آونگ فیزیکی از قرص توپر یکنواختی (به شعاع $R=2/35\text{ cm}$) تشکیل شده است که در صفحه قائم از نقطه‌ای به فاصله $d=1/75\text{ cm}$ از مرکز قرص آویزان است. قرص به اندازه زاویه کوچکی جابه‌جا و رها می‌شود. دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده حاصل چقدر است؟



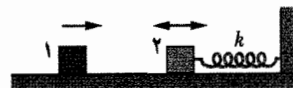
شکل ۳۱-۴۲ مسئله ۴۵

۴۶• یک آونگ فیزیکی از دو خط‌کش دراز تشکیل شده است که مانند شکل ۳۱-۴۳ به هم متصل‌اند. دوره تناوب نوسان آونگ حول نقطه آویز A که مرکز خط کش افقی است، چقدر است؟



شکل ۳۱-۴۳ مسئله ۴۶

6.0 m/s در امتداد طول فنر، به سمت قطعه ۲ سُر می‌خورد. در لحظه $t=5.0\text{ ms}$ دو قطعه به طور کاملاً ناکشسان برخورد می‌کنند. (مدت برخورد خیلی کمتر از دوره تناوب حرکت است.) پس از برخورد، دامنه حرکت هماهنگ ساده چقدر است؟



شکل ۳۱-۴۰ مسئله ۳۶

۳۷• فنر بدون جرمی که جسم کوچکی به انتهای پایین آن وصل است از سقفی آویزان است. این جسم در آغاز در مکان y_i ساکن است به طوری که فنر طول سکون خود را دارد. سپس جسم رها می‌شود و به بالا و پایین تا 10 cm زیر y_i که پایتترین نقطه است نوسان می‌کند. (الف) بسامد نوسان چقدر است؟ (ب) وقتی جسم 8.0 cm زیر مکان اولیه خود قرار دارد تندی آن چقدر است؟ (پ) جرمی به جرم 300 g به جسم اول وصل می‌شود و پس از آن دستگاه با نصف بسامد اولیه نوسان می‌کند. جرم جسم اول چقدر است؟ (ت) نسبت به y_i مکان تعادل جدید (سکون) در حالتی که هر دو جسم به فنر وصل باشند، کجاست؟

بخش ۳۱-۵ نوسانگر هماهنگ ساده زاویه‌ای

۳۸• کره توپری به جرم 95 kg و شعاع 15 cm از سیم قائمی آویزان است. گشتاور نیروی $0.20\text{ N}\cdot\text{m}$ مورد نیاز است تا کره را به اندازه زاویه 0.85 rad بچرخاند و آن را در همان جهت نگه دارد. هرگاه کره از این حالت رها شود دوره تناوب نوسان چقدر است؟

۳۹• رقاصک ساعتی با دامنه زاویه‌ای $\pi\text{ rad}$ و دوره تناوب 0.500 s نوسان می‌کند. مطلوب است (الف) تندی زاویه‌ای بیشینه رقاصک، (ب) تندی زاویه‌ای رقاصک در جابه‌جایی $\frac{\pi}{4}\text{ rad}$ ، و (پ) بزرگ شتاب زاویه‌ای در جابه‌جایی $\frac{\pi}{4}\text{ rad}$. WWW SSM

بخش ۳۱-۶ آونگ‌ها

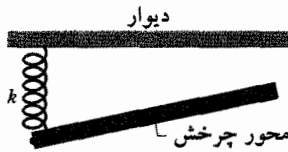
۴۰• فرض کنید که آونگی از یک گلوله کوچک 60% گرمی که به انتهای نخ با جرم ناچیز متصل است تشکیل شده است. اگر زاویه θ بین نخ و قائم با رابطه زیر داده شده باشد

$$\theta = (0.0800\text{ rad})\cos[(4/23\text{ rad/s})t + \phi]$$

مطلوب است (الف) طول آونگ و (ب) بیشینه انرژی جنبشی آن.

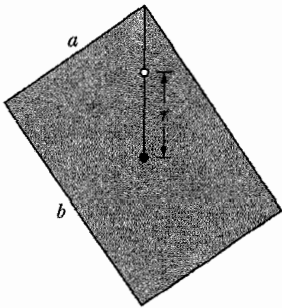
۴۱• (الف) اگر آونگ فیزیکی مسئله نمونه ۳۱-۵ وارونه و از نقطه P آویزان شود، دوره تناوب نوسان آن چقدر است؟ (ب)

موازی بادیوار قرار می گیرد. وقتی میله کمی چرخیده و سپس رها شود، دوره تناوب نوسانهای کوچک چقدر است؟ ILW SSM



شکل ۳۱-۴۶ مسئله ۵۱

۵۲۰۰- یک قطعه مستطیلی شکل با ضلعهای $a = 35\text{ cm}$ و $b = 45\text{ cm}$ از یک میله نازک افقی که از سوراخی در قطعه عبور می کند، آویزان است. سپس قطعه مانند یک آونگ حول میله با زاویه کوچکی به نوسان در می آید به طوری که حرکت آن هماهنگ ساده است. شکل ۳۱-۴۷ یک وضعیت ممکن از سوراخ را نشان می دهد که به فاصله r از مرکز قطعه و در امتداد خطی که مرکز قطعه را به گوشه آن وصل می کند، واقع است. (الف) دوره تناوب آونگ را برحسب r در امتداد این خط به گونه ای رسم کنید که کمینه منحنی در آن مشخص باشد. (ب) برای چه مقدار r ، کمینه رخ می دهد؟ در واقع خطی از نقطه ها دور مرکز قطعه وجود دارد که برای آن دوره تناوب تاب خوردن دارای مقدار کمینه یکسانی است. (پ) این خط چه شکلی را می سازد؟



شکل ۳۱-۴۷ مسئله ۵۲

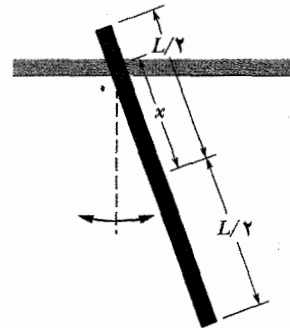
۵۳۰۰- زاویه آونگ شکل ۳۱-۹ ب با رابطه $\theta = \theta_m \cos[(4/44\text{ rad/s})t + \phi]$ داده شده است. اگر در $t = 0$ ، $\theta = 0.04\text{ rad}$ و $d\theta/dt = -0.200\text{ rad/s}$ باشند، مطلوب است (الف) ثابت فاز ϕ و (ب) بیشینه زاویه θ_m . (راهنمایی: آهنگ $d\theta/dt$ را که با آن θ تغییر می کند با ω در حرکت هماهنگ ساده اشتباه نکنید.)

۵۴۰۰- در شکل ۳۱-۴۸ الف یک صفحه فلزی روی محوری که از مرکز جرم آن می گذرد قرار دارد. فنری با $k = 2000\text{ N/m}$ ، نقطه ای روی لبه صفحه به فاصله $r = 2/5\text{ cm}$ از مرکز جرم را به دیوار وصل کرده است. در ابتدا، طول فنر در طول ساکن خود است. اگر صفحه 7° چرخانده و سپس رها شود، صفحه حول محور می چرخد و حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد که مکان زاویه ای آن با شکل ۳۱-۴۸ ب داده شده است. مقیاس محور افقی با

۴۷۰- بندبازی که روی تاب بند بازی نشسته است با دوره تناوب $8/85\text{ s}$ به عقب و جلو تاب می خورد. اگر او بایستد در این صورت مرکز جرم دستگاه تاب + بندباز به اندازه $35/0\text{ cm}$ بالا می رود. دوره تناوب جدید چقدر خواهد بود؟ تاب + بندباز را به عنوان یک آونگ ساده در نظر بگیرید.

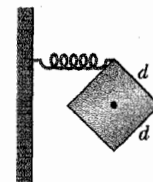
۴۸۰۰- یک میله یکنواخت باریک ($m = 0.50\text{ kg}$) حول محوری که از یک انتها می گذرد و عمود بر صفحه نوسان است، تاب می خورد. میله با دوره تناوب $1/5\text{ s}$ و دامنه زاویه ای 10° تاب می خورد. (الف) طول میله چقدر است؟ (ب) وقتی میله تاب می خورد، بیشینه انرژی جنبشی آن چقدر است؟

۴۹۰۰- در شکل ۳۱-۴۴ خط کشی به طول $L = 1/85\text{ m}$ مانند یک آونگ فیزیکی نوسان می کند. (الف) به ازای کدام مقدار از فاصله x ، بین مرکز جرم خط کش و نقطه آویز O ، کمترین مقدار دوره تناوب حاصل می شود؟ (ب) این کمترین دوره تناوب چقدر است؟



شکل ۳۱-۴۴ مسئله ۴۹

۵۰۰۰- مکعب $3/00$ کیلوگرمی در شکل ۳۱-۴۵ به ضلع $d = 6/00\text{ cm}$ روی محوری که از مرکز آن گذشته سوار شده است. فنری ($k = 1200\text{ N/m}$) گوشه بالای مکعب را به دیواری وصل می کند. در ابتدا، فنر در طول ساکن خود است. اگر مکعب 30° چرخانده و سپس رها شود، دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده حاصل چقدر است؟



شکل ۳۱-۴۵ مسئله ۵۰

۵۱۰۰- در دید از بالای شکل ۳۱-۴۶، میله یکنواخت درازی به جرم $0/600\text{ kg}$ در یک صفحه افقی نسبت به محور قائمی که از مرکزش می گذرد می تواند آزادانه بچرخد. فنری با ثابت نیروی $k = 1850\text{ N/m}$ به طور افقی بین یک انتهای میله و دیوار ثابت وصل شده است. وقتی میله در حالت تعادل باشد،

- ۵۸۰- در مسئله نمونه ۳۱-۷، در انتهای ۲۰ نوسان، نسبت دامنه نوسانهای میرا به دامنه اولیه چقدر است؟
- ۵۹۰- دامنه نوسانگری با میرایی کم در هر چرخه ۳/۰٪ کم می‌شود. در هر چرخه چه کسری از انرژی مکانیکی نوسانگر از بین می‌رود؟
- ۶۰۰- وقتی تنه یک اتومبیل به جرم 2000 kg روی دستگاه نگهدارنده قرار گیرد، دستگاه 10 cm «شکم می‌دهد». همچنین دامنه نوسان در هر نوسان کامل ۵۰٪ کاهش می‌یابد. مطلوب است برآورد مقادیرهای (الف) ثابت فنر k و (ب) ثابت میرایی b برای فنر و کمک فنر هر چرخ، با این فرض که هر چرخ 500 kg را تحمل می‌کند.

بخش ۳۱-۹ نوسانهای واداشته و تشدید

- ۶۱۰- در معادله ۳۱-۴۵، فرض کنید که دامنه x_m با رابطه زیر داده شده باشد

$$x_m = \frac{F_m}{[m^2(\omega_d^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega_d^2]^{\frac{1}{2}}}$$

که در آن F_m دامنه (ثابت) نیروی نوسان کننده خارجی است که به وسیله نگهدارنده صلب شکل ۳۱-۱۵ بر فنر وارد می‌شود. در تشدید (الف) دامنه و (ب) دامنه سرعت جسم نوسان کننده چقدر است؟

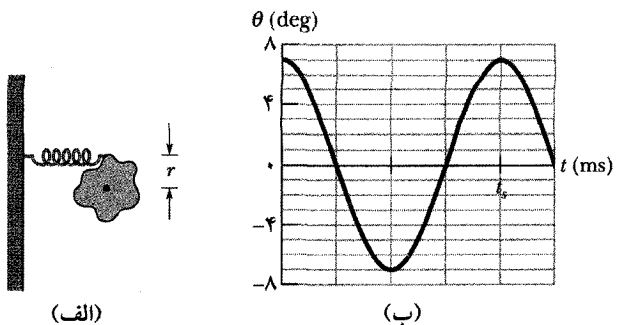
- ۶۲۰- نه آونگ ساده که از یک تیر افقی آویزان هستند طولهای: (الف) $0/10$ ، (ب) $0/30$ ، (پ) $0/40$ ، (ت) $0/80$ ، (ث) $1/2$ ، (ج) $2/8$ ، (چ) $3/5$ ، (ح) $5/0$ ، و (خ) $6/2 \text{ m}$ دارند. فرض کنید که تیر نوسانهای افقی با بسامدهای زاویه‌ای در ناحیه از 200 rad/s تا 400 rad/s دارد. کدام آونگ (به شدت) به حرکت می‌افتد؟

- ۶۳۰۰- اتومبیلی به جرم 1000 kg با چهار سرنشین هر یک به جرم 82 kg از روی دو قسمت ناصاف موجدار به فاصله 4 m از یکدیگر می‌گذرد. وقتی که تندی ماشین 16 km/h است دامنه پرشی ماشین بیشینه است. وقتی اتومبیل می‌ایستد و سرنشینها پیاده می‌شوند، بدنه اتومبیل روی فنر بندی چقدر بالا می‌آید؟

مسئله‌های اضافی

- ۶۴- قطعه‌ای متصل به انتهای یک فنر حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و معادله مکان با $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ داده شده است. اگر $\phi = \pi/5$ باشد، آنگاه در $t = 0$ ، انرژی پتانسیل چند درصد انرژی مکانیکی کل است؟
- ۶۵- شکل ۳۱-۵۰ مکان یک قطعه 20 گرمی را نشان می‌دهد که به انتهای یک فنر وصل است و حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. مطلوب است مقیاس محور افقی با $t_s = 40/0 \text{ ms}$ مشخص شده است. مطلوب است (الف) بیشینه انرژی جنبشی قطعه و (ب) تعداد دفعه‌ها بر ثانیه که بیشینه حاصل می‌شود؟

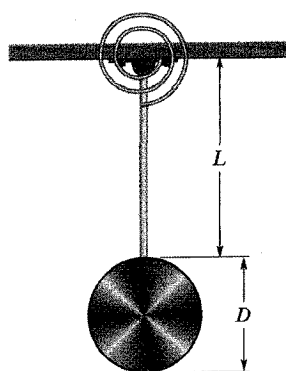
$t_s = 20 \text{ ms}$ مشخص شده است. لختی چرخشی صفحه حول مرکز جرم آن چقدر است؟



شکل ۳۱-۴۸ مسئله ۵۴

- ۵۵۰۰۰- آونگی از یک میله باریک دراز که حول نقطه آویزی روی میله حرکت می‌کند تشکیل شده است. در آزمایشهای متعددی دوره تناوب برحسب تابعی از فاصله d بین نقطه آویز و مرکز میله اندازه‌گیری می‌شود. (الف) اگر طول میله $L = 2/20 \text{ m}$ و جرم آن $m = 22/1 \text{ g}$ باشد، کمینه دوره تناوب چقدر است؟ (ب) اگر d طوری انتخاب شود که دوره تناوب کمینه شود و سپس L افزایش یابد، آیا دوره تناوب افزایش می‌یابد یا کاهش، یا یکسان باقی می‌ماند؟ (پ) اگر، در عوض، بدون افزایش L ، m افزایش یابد، آیا دوره تناوب افزایش می‌یابد یا کاهش، یا یکسان باقی می‌ماند؟

- ۵۶۰۰۰- در شکل ۳۱-۴۹، قرصی به جرم $2/50 \text{ kg}$ و قطر $D = 42/0 \text{ cm}$ توسط میله‌ای به طول $L = 76/0 \text{ cm}$ با جرم ناچیز از یک انتهای آن آویزان است. (الف) فنر پیچشی بدون جرم در آغاز متصل نشده است، دوره تناوب نوسان چقدر است؟ (ب) حال فنر پیچشی را متصل می‌کنیم به طوری که در حالت تعادل میله به طور قائم آویزان باشد. اگر دوره تناوب نوسان $0/500 \text{ s}$ کاهش یافته باشد، ثابت پیچشی فنر چقدر است؟

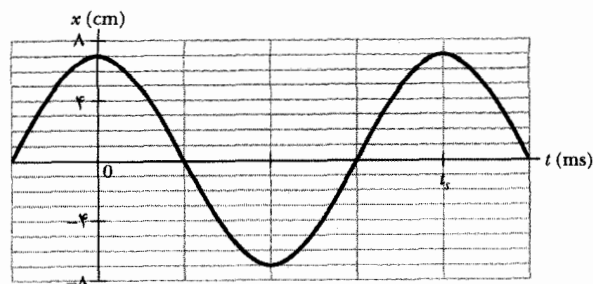


شکل ۳۱-۴۹ مسئله ۵۶

بخش ۳۱-۸ حرکت هماهنگ ساده میرا

- ۵۷۰- در شکل ۳۱-۱۵، قطعه دارای جرم $1/50 \text{ kg}$ و ثابت فنر برابر $8/00 \text{ N/m}$ است. نیروی میرایی با $-b(dx/dt)$ داده می‌شود که $b = 23/0 \text{ g/s}$ است. قطعه را $12/0 \text{ cm}$ پایین می‌کشیم و رها می‌کنیم. (الف) زمان لازم برای اینکه دامنه به یک سوم مقدار اولیه برسد چقدر است؟ (ب) در این مدت قطعه چند نوسان انجام می‌دهد؟

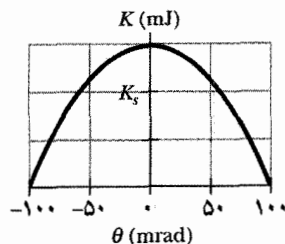
(ر/هنمایی: احتمالاً اندازه‌گیری شیب خیلی دقیق نیست. آیا می‌توانید به روش دیگری بیندیشید؟)



شکل ۳۱-۵۰ مسئله‌های ۶۵ و ۶۶

۶۶- شکل ۳۱-۵۰ مکان $x(t)$ قطعه‌ای را که به انتهای فنری وصل و در حرکت هماهنگ ساده است نشان می‌دهد. مطلوب است (الف) تندی و (ب) بزرگی شتاب شعاعی ذره‌ای که در حرکت دایره‌ای یکنواخت مربوطه است.

۶۷- شکل ۳۱-۵۱ انرژی جنبشی K یک آونگ ساده را برحسب زاویه θ نسبت به قائم، نشان می‌دهد. گلوله آونگ دارای جرم 0.200 kg است. طول آونگ چقدر است؟



شکل ۳۱-۵۱ مسئله ۶۷

۶۸- هر چند کالیفرنیا به خاطر زلزله‌هایش شهرت دارد، اما دارای نواحی بزرگی است که در آنها سنگهای در حال تعادل نامطمئنی قرار دارند که حتی بر اثر زمین لرزه خفیف فرو می‌افتند. شواهد نشان می‌دهد که این سنگها هزاران سال است که به همین شکل ایستاده‌اند و این بر آن دلالت دارد که در این مدت زمین لرزه بزرگی در این نواحی رخ نداده است. اگر زمین لرزه چنین سنگی را به نوسان سینوسی (موازی سطح زمین) با بسامد $2/2 \text{ Hz}$ و دامنه نوسان $1/0 \text{ cm}$ درآورد، باعث می‌شود که سنگ فرو افتد. بزرگی بیشینه شتاب نوسان برحسب g در این حالت چقدر است؟

۶۹- قطعه‌ای به جرم $4/0 \text{ kg}$ از فنری با $k = 500 \text{ N/m}$ آویزان است. یک گلوله 50 گرمی به طور مستقیم از زیر با تندی 150 m/s به قطعه شلیک می‌شود و در آن فرو می‌رود. (الف) دامنه حرکت هماهنگ ساده حاصل را پیدا کنید. (ب) چه درصدی از انرژی جنبشی اولیه گلوله به انرژی مکانیکی نوسانگر منتقل می‌شود؟

۷۰- قطعه‌ای به جرم $55/0 \text{ g}$ به انتهای فنری با ثابت $k = 1500 \text{ N/m}$ وصل است و با رابطه $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. چقدر طول می‌کشد تا

قطعه از مکان 0.800 mm به (الف) مکان 0.600 mm و (ب) مکان -0.800 mm ، حرکت کند؟

۷۱- میان بند بلندگویی با حرکت هماهنگ ساده با بسامد 440 Hz و جابه‌جایی بیشینه 0.75 mm نوسان می‌کند. مطلوب است (الف) بسامد زاویه‌ای، (ب) تندی بیشینه، و (پ) بزرگی شتاب بیشینه.

۷۲- دامنه انتهایی یکی از شاخه‌های دیپازونی که حرکت هماهنگ ساده با بسامد 1000 Hz انجام می‌دهد 0.40 mm است. برای این دیپازون مطلوب است (الف) شتاب بیشینه، (ب) تندی بیشینه، (پ) شتاب، و (ت) تندی انتهایی شاخه هرگاه جابه‌جایی آن 0.20 mm باشد.

۷۳- یک قرص دایره‌ای یکنواخت تخت دارای جرم $3/00 \text{ kg}$ و شعاع $70/0 \text{ cm}$ است. این قرص در یک صفحه افقی به کمک یک سیم قائم متصل به مرکز آن آویزان است. اگر این قرص $2/50 \text{ rad}$ حول سیم بچرخد، گشتاور نیروی $0.0600 \text{ N}\cdot\text{m}$ برای نگهداشتن قرص در این وضعیت لازم است. مطلوب است (الف) لختی چرخشی قرص حول سیم، (ب) ثابت پیچش و (پ) بسامد زاویه‌ای این آونگ پیچشی هرگاه به نوسان درآید.

۷۴- قرص دایره‌ای یکنواختی که شعاع R آن $12/5 \text{ cm}$ است به صورت یک آونگ فیزیکی از نقطه‌ای روی پیرامونش آویزان شده است. (الف) دوره تناوب آن چقدر است؟ (ب) در چه فاصله شعاعی $r < R$ ، نقطه آویزی وجود دارد که همین دوره تناوب را به دست دهد؟

۷۵- بسامد آونگ ساده‌ای به طول $2/0 \text{ m}$ (الف) داخل اتاق، (ب) داخل آسانسوری که با آهنگ $2/0 \text{ m/s}^2$ شتاب رو به بالا دارد، و (پ) در سقوط آزاد، چقدر است؟ SSM

۷۶- ذره‌ای با بسامد 0.25 Hz حول نقطه $x=0$ دارای حرکت هماهنگ ساده خطی است. ذره در $t=0$ ، دارای جابه‌جایی 0.37 cm و سرعت صفر است. برای این حرکت، مطلوب است (الف) دوره تناوب، (ب) بسامد زاویه‌ای، (پ) دامنه، (ت) جابه‌جایی $x(t)$ ، (ث) سرعت $v(t)$ ، (ج) تندی بیشینه، (چ) بزرگی شتاب بیشینه، (ح) جابه‌جایی در $t = 3/0 \text{ s}$ ، و (خ) تندی در $t = 3/0 \text{ s}$.

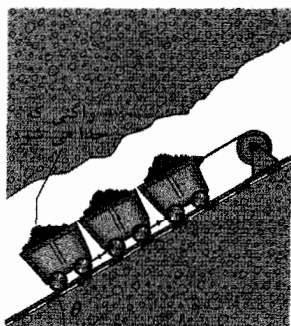
۷۷- سنگی به جرم $50/0 \text{ g}$ به انتهای یک فنر قائم متصل است و به ارتعاش در می‌آید. اگر تندی بیشینه سنگ $15/0 \text{ cm/s}$ و دوره تناوب آن 0.50 s باشد، مطلوب است (الف) ثابت فنری فنر، (ب) دامنه حرکت، و (پ) بسامد نوسان.

۷۸- قطعه‌ای به جرم $2/00 \text{ kg}$ از فنری آویزان است. یک جسم 300 گرمی از زیر قطعه آویزان شده و باعث کشیدگی بیشتر فنر به اندازه $2/00 \text{ cm}$ می‌شود. (الف) ثابت فنر چقدر است؟ (ب) اگر جسم 300 گرمی برداشته شود و قطعه به نوسان درآید، دوره تناوب حرکت را به دست آورید.

۸۵- درجه‌بندی یک ترازوی فنری که از ۰ تا ۱۵۰ kg را نشان می‌دهد ۱۲ cm طول دارد. مشاهده می‌شود که بسته‌ای که از این ترازو آویزان است با بسامد ۲۰۰ Hz به طور قائم نوسان می‌کند. (الف) ثابت فنر چقدر است؟ (ب) وزن بسته چقدر است؟

۸۶- یک فنر یکنواخت با $k = ۸۶۰۰ \text{ N/m}$ به دو قسمت ۱ و ۲ به طولهای کشیده نشده $L_1 = ۷ \text{ cm}$ و $L_2 = ۱۰ \text{ cm}$ بریده می‌شود. (الف) k_1 و (ب) k_2 چقدرند؟ قطعه‌ای که مطابق شکل ۳۱-۵ به فنر اولیه متصل است با بسامد ۲۰۰ Hz نوسان می‌کند. بسامد نوسان قطعه وقتی به (پ) قسمت ۱ و (ت) قسمت ۲ متصل باشد چقدر است؟

۸۷- در شکل ۳۱-۵۳، سه واگن با سنگ معدن هر یک به جرم ۱۰۰۰۰ kg روی یک سطح شیب‌دار ۳۰° در خط آهن معدن با استفاده از کابلی که موازی با سطح است به حالت سکون قرار دارند. درست پیش از اینکه اتصال بین دو واگن پایینی قطع و پایتترین واگن جدا شود مشاهده می‌کنیم که کابل ۱۵ cm کشیده شده است. با فرض اینکه کابل از قانون هوک پیروی می‌کند، مطلوب است (الف) بسامد و (ب) دامنه نوسانهای حاصل در دو واگن باقیمانده.



شکل ۳۱-۵۳ مسئله ۸۷

۸۸- آونگ ساده‌ای به طول ۲۰ cm و جرم ۵۰ g داخل یک اتومبیل مسابقه آویزان شده است، اتومبیل با تندی ثابت ۷۰ m/s دور دایره‌ای به شعاع ۵۰ m حرکت می‌کند. اگر آونگ در جهت شعاعی حول وضعیت تعادلش نوسانهای کوچکی داشته باشد، بسامد نوسان آن چقدر است؟ SSM

۸۹- وقتی به انتهای یک فنر قائم یک قطعه ۱/۳ kg آویزان کنیم فنر ۹/۶ cm کش می‌آید. (الف) ثابت فنر را محاسبه کنید. سپس این قطعه را ۵۰ cm بیشتر پایین می‌آوریم و از حال سکون رها می‌کنیم. مطلوب است (ب) دوره، (پ) بسامد، (ت) دامنه و (ث) بیشینه تندی SHM حاصل.

۹۰- قطعه‌ای به وزن ۲۰ N در یک انتهای فنر قائمی با $k = ۱۰۰ \text{ N/m}$ قرار دارد؛ انتهای دیگر فنر به سقف متصل است. در لحظه معینی فنر به اندازه ۰/۳۰ m بیش از طول در حال استراحت (طول فنر وقتی جسمی به آن متصل نیست) کشیده شده و سرعت قطعه صفر است. (الف) در این لحظه نیروی

۷۹- هرگاه قطعه‌ای به جرم m به انتهای فنری وصل شود، با دوره تناوب ۲/۰ s نوسان می‌کند. وقتی این جرم به ۲/۰ kg افزایش یابد، دوره تناوب ۳/۰ s می‌شود. جرم m را به دست آورید.

۸۰- قطعه‌ای به جرم ۰/۱۰ kg روی سطح افقی بدون اصطکاک در راستای یک خط مستقیم نوسان می‌کند. جابه‌جایی آن از مبدأ عبارت است از

$$x = (۱۰ \text{ cm}) \cos[۱۰ \text{ rad/s}]t + \pi/۲ \text{ rad}.$$

(الف) بسامد نوسان چقدر است؟ (ب) بیشینه تندی که قطعه به دست می‌آورد چقدر است؟ (پ) به ازای چه مقداری از x این تندی رخ می‌دهد؟ (ت) بزرگی شتاب بیشینه قطعه چقدر است؟ (ث) به ازای چه مقداری از x این شتاب رخ می‌دهد؟ (ج) چه نیرویی به وسیله فنر بر این قطعه باید وارد شود تا این نوسان حاصل شود.

۸۱- ذره‌ای به جرم ۳/۰ kg دارای حرکت هماهنگ ساده یک بعدی است و بنابر رابطه زیر حرکت می‌کند

$$x = (۵/۰ \text{ m}) \cos[\pi/۳ \text{ rad/s}]t - \pi/۴ \text{ rad}$$

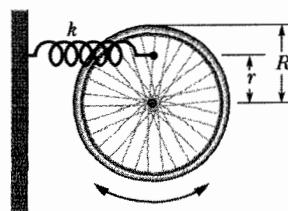
که در آن t در رابطه برحسب ثانیه است. (الف) به ازای چه مقدار از x انرژی پتانسیل ذره برابر با نصف انرژی کل آن است؟ (ب) چه مدت طول می‌کشد تا ذره از مکان تعادل خود به مکان x حرکت کند؟

۸۲- یک فنر بدون جرم با ثابت فنر ۱۹ N/m به طور قائم آویزان است. جسمی به جرم ۰/۲۰ kg به انتهای آزاد وصل شده و سپس رها می‌شود. فرض کنید قبل از اینکه قطعه رها شود فنر کشیدگی ندارد. مطلوب است (الف) فاصله‌ای که جسم نسبت به مکان اولیه خود پایین می‌رود و (ب) بسامد و (پ) دامنه حرکت هماهنگ ساده حاصل.

۸۳- طول ضربه پیستون (دو برابر دامنه) در سیلندر لوکوموتیوی ۰/۷۶ m است. اگر پیستون با حرکت هماهنگ ساده با بسامد

زاویه‌ای ۱۸۰ rev/min حرکت کند، تندی بیشینه آن چقدر است؟

۸۴- چرخ می‌تواند به طور آزاد حول محور ثابت آن بچرخد. مانند شکل ۳۱-۵۲ فنری در فاصله r از محور به یکی از پره‌های آن وصل شده است. (الف) با فرض اینکه چرخ حلقه‌ای به جرم m و شعاع R است، بسامد زاویه‌ای ω نوسانهای کوچک این دستگاه برحسب m ، R ، r و ثابت فنر k چقدر است؟ اگر (ب) $r = R$ و $r = ۰$ باشد، ω چقدر است؟

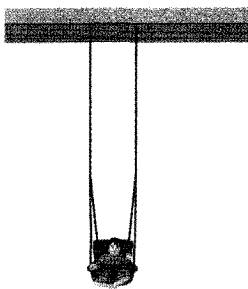


شکل ۳۱-۵۲ مسئله ۸۴

۹۶- وقتی یک قوطی به وزن 20 N از انتهای فنر قائمی آویزان شود موجب می‌شود که فنر 20 cm کشیده شود. (الف) ثابت فنر چقدر است؟ (ب) حال این فنر را به طور افقی روی یک میز بدون اصطکاک قرار می‌دهیم. یک انتهای آن را ثابت نگه می‌داریم، و یک قوطی به وزن 50 N به انتهای دیگر فنر وصل می‌کنیم. سپس قوطی را حرکت می‌دهیم (با کشیدن فنر) و پس از آن از حالت سکون رها می‌کنیم. دوره تناوب نوسان حاصل چقدر است؟

۹۷- یک قطعه 400 کیلوگرمی که از فنری آویزان است، نسبت به مکان کشیده شده‌اش 160 cm کشیده می‌شود. (الف) ثابت فنر چقدر است؟ (ب) قطعه از فنر جدا شده و یک جسم 500 کیلوگرمی به آن آویزان می‌شود. حال اگر فنر کشیده شده و پس از آن رها شود، دوره تناوب نوسان آن چقدر است؟ ۹۸- یک نوسانگر هماهنگ میرا شامل یک قطعه (200 kg) ، یک فنر $(k = 100\text{ N/m})$ و یک نیروی میرایی $(F = -bv)$ است. در ابتدا، قطعه با دامنه 250 cm نوسان می‌کند و به دلیل میرایی، پس از چهار نوسان کامل دامنه تا سه چهارم مقدار اولیه‌اش کم می‌شود. (الف) مقدار b چقدر است؟ (ب) در طی این چهار نوسان چقدر انرژی «تلف» شده است؟

۹۹- یک وسیله تفریحی معمول برای کودکان تاب است که می‌توان آن را با آویزان کردن از چارچوب با طنابهای کشسان برقرار کرد، (شکل ۳۱-۵۵). به رغم ترتیب واقعی نشان داده شده در شکل فرض کنید هر طرف تاب فقط یک طناب دارد. وقتی بچه‌ای روی تاب نشسته است، دو طناب به اندازه مسافت d_s پایین می‌آیند (آنها را مانند فنر در نظر بگیرید). سپس تاب به اندازه مسافت d_m دیگر به پایین کشیده شده و رها می‌شود، در نتیجه کودک به طور قائم مانند قطعه‌ای که به انتهای فنری متصل است، نوسان می‌کند. فرض کنید از نظر ایمنی شما سازنده این تاب هستید. برای جلوگیری از صدمه خوردن به گردن کودک، نمی‌خواهید که بزرگی شتاب بیشتر از $0.2g$ شود. اگر $d_m = 10\text{ cm}$ باشد، مقدار d_s مربوط به این بزرگی شتاب چقدر است؟



شکل ۳۱-۵۵ مسئله ۹۹

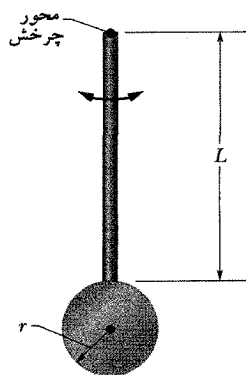
خالص وارد بر قطعه چقدر است؟ (ب) دامنه و (پ) دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده حاصل چقدرند؟ (ت) وقتی قطعه نوسان می‌کند انرژی جنبشی بیشینه آن چقدر است؟

۹۱- قطعه‌ای به جرم $1/2\text{ kg}$ را که به فنری افقی با $k = 480\text{ N/m}$ متصل است روی یک سطح بدون اصطکاک افقی سر می‌خورد. فرض کنید x جابه‌جایی قطعه از مکانی باشد که فنر کشیدگی ندارد. در $t = 0$ قطعه با تندی $5/2\text{ m/s}$ از $x = 0$ در جهت مثبت x می‌گذرد. (الف) بسامد و (ب) دامنه حرکت قطعه چقدرند؟ (پ) رابطه‌ای برای x به صورت تابعی از زمان به دست آورید. SSM

۹۲- یک نوسانگر هماهنگ ساده از قطعه‌ای به جرم 0.80 kg به یک فنر $(k = 200\text{ N/m})$ متصل است، تشکیل شده است. قطعه روی یک سطح بدون اصطکاک افقی با انرژی مکانیکی کل 40 J حول نقطه تعادل $x = 0$ ، سر می‌خورد. (الف) دامنه نوسان چقدر است؟ (ب) در 10 s قطعه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟ (پ) انرژی جنبشی بیشینه‌ای که قطعه به دست می‌آورد چقدر است؟ (ت) تندی قطعه در $x = 0.15\text{ m}$ چقدر است؟

۹۳- مهندسی جسمی نامنظم در اختیار دارد که جرم آن 10 kg است و می‌خواهد لختی چرخشی آن را حول محوری که از مرکز جرم آن می‌گذرد پیدا کند. جسم با سیمی در امتداد محور مورد نظر آویزان می‌شود. ثابت پیچشی سیم $\kappa = 0.50\text{ N}\cdot\text{m}$ است. اگر این آونگ پیچشی در 50 s تعداد 20 دور کامل نوسان کند، لختی چرخشی جسم چقدر است؟

۹۴- یک ساعت قدیمی دارای آونگی است که شامل یک قرص برنجی نازک به شعاع 1500 cm و جرم 1000 kg است که به یک میله باریک با جرم ناچیز متصل است. آونگ آزادانه حول محوری عمود بر میله که از انتهای دیگر آن می‌گذرد، مانند شکل ۳۱-۵۴، نوسان می‌کند. اگر در محلی که $g = 9.80\text{ m/s}^2$ است آونگ برای نوسانهای کوچک دارای دوره تناوب 2000 s باشد، طول L میله تا نزدیکترین دهم میلی‌متر چقدر است؟

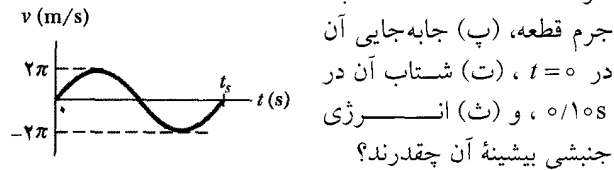


شکل ۳۱-۵۴ مسئله ۹۴

۹۵- قطعه‌ای به یک فنر افقی با ثابت فنر 600 N/m متصل است و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، سر می‌خورد. قطعه حول مکان تعادلش با دوره تناوب 0.40 s و دامنه 0.20 m دارای حرکت هماهنگ ساده است. وقتی قطعه از مکان تعادلش سر می‌خورد یک تکه خمیر به جرم 0.50 kg به طور قائم روی قطعه می‌افتد. اگر خمیر به قطعه بچسبد، مطلوب است (الف) دوره تناوب و (ب) دامنه جدید حرکت.

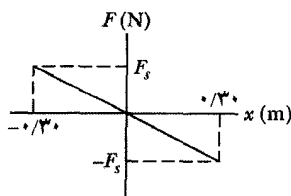
۱۰۳- برای یک آونگ ساده، دامنه زاویه‌ای θ_m را که در آن گشتاور نیروی بازگرداننده لازم برای اینکه حرکت هماهنگ ساده به اندازه ۱۰٪ از گشتاور نیروی واقعی انحراف داشته باشد را به دست آورید. (بسط‌های مثلثاتی در پیوست ت را ببینید.)

۱۰۴- یک نوسانگر هماهنگ ساده از قطعه‌ای که به فنری با $k = 200 \text{ N/m}$ متصل است تشکیل شده است. قطعه از حالت تعادل در $x = 0$ و دامنه 0.20 m روی سطح بدون اصطکاکی سُر می‌خورد. نمودار سرعت v قطعه بر حسب تابعی از زمان t در شکل ۳۱-۵۸ نشان داده شده است. (الف) دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده، (ب)



شکل ۳۱-۵۸ مسئله ۱۰۴

۱۰۵- یک نوسانگر هماهنگ ساده از قطعه‌ای به جرم 0.50 kg که به فنری متصل است، تشکیل شده است. قطعه نسبت به نقطه تعادل $x = 0$ روی سطح بدون اصطکاکی در امتداد خط مستقیمی به جلو و عقب حرکت می‌کند. در $t = 0$ ، قطعه در $x = 0$ است و در جهت مثبت x حرکت می‌کند. نمودار بزرگی نیروی خالص \vec{F} وارد بر قطعه بر حسب تابعی از مکان آن در شکل ۳۱-۵۹ نشان داده شده است. مقیاس عمودی با $F_s = 75.0 \text{ N}$ مشخص شده است. (الف) دامنه، (ب) دوره تناوب حرکت، (پ) بزرگی شتاب بیشینه، و (ت) بیشینه انرژی جنبشی، چقدرند؟



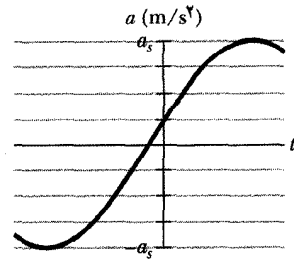
شکل ۳۱-۵۹ مسئله ۱۰۵

۱۰۶- در شکل ۳۱-۶۰، یک استوانه توپر که به یک فنر بدون جرم افقی ($k = 300 \text{ N/m}$) متصل شده است می‌تواند بدون لغزش در یک سطح افقی بغلتد. اگر این دستگاه از حالت سکون و در وضعیتی که فنر 0.25 m کشیده شده است رها شود، مطلوب است (الف) انرژی جنبشی انتقالی و (ب) انرژی جنبشی دورانی استوانه به هنگام عبور از وضعیت تعادل. (پ) نشان دهید که در این شرایط مرکز جرم استوانه حرکت هماهنگ ساده با دوره تناوب زیر انجام می‌دهد

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3M}{7k}}$$

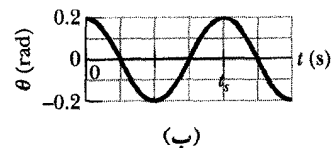
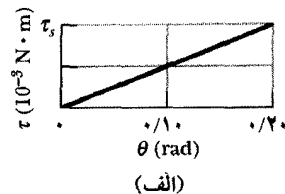
که در آن M جرم استوانه است. (راهنمایی: مشتق زمانی انرژی مکانیکی کل را پیدا کنید.)

۱۰۰- اگر تابع مکان یک نوسانگر هماهنگ به صورت $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$ و $a_s = 4.0 \text{ m/s}^2$ باشد، با توجه به تابع شتاب $a(t)$ آن که در شکل ۳۱-۵۶ داده شده ثابت فاز چقدر است؟



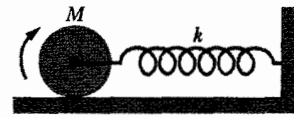
شکل ۳۱-۵۶ مسئله ۱۰۰

۱۰۱- یک آونگ پیچشی شامل یک قرص فلزی با سیمی است که از مرکز قرص می‌گذرد و در آنجا لحیم شده است. سیم به صورت قائم با گیره گرفته و کشیده شده است. شکل ۳۱-۵۷ الف بزرگی τ مورد نیاز برای چرخاندن قرص حول مرکزش (و در نتیجه پیچش سیم) را بر حسب زاویه چرخش θ نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $\tau_s = 4.0 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}$ مشخص شده است. قرص به مقدار $\theta = 0.20 \text{ rad}$ چرخانده و سپس رها می‌شود. شکل ۳۱-۵۷ ب نوسان حاصل بر حسب مکان زاویه‌ای را نسبت به زمان t نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با $t_s = 0.40 \text{ s}$ مشخص شده است. (الف) لختی چرخشی قرص حول مرکزش چقدر است؟ (ب) بیشینه تندى زاویه‌ای $d\theta/dt$ قرص چقدر است؟ (توجه: بسامد زاویه‌ای (ثابت) حرکت هماهنگ ساده را با تندى زاویه‌ای (متغیر) قرص در حال چرخش اشتباه نکنید، هر چند که آنها معمولاً دارای نماد یکسان ω هستند. راهنمایی: انرژی پتانسیل U آونگ پیچشی برابر با $\frac{1}{2} \kappa \theta^2$ ، متناظر با $\frac{1}{2} k x^2$ برای فنر است.)



شکل ۳۱-۵۷ مسئله ۱۰۱

۱۰۲- هرگاه مگسی در تار عنکبوتی گرفتار شده باشد، به علت حرکت مگس تارها نوسان می‌کنند و عنکبوت به دام افتادن مگس را تشخیص می‌دهد. عنکبوت حتی بزرگی مگس را با بسامد نوسان می‌تواند تعیین کند. فرض کنید که مگس گرفتار در تار مانند قطعه‌ای متصل به فنر نوسان کند. نسبت بسامد نوسان برای مگسی به جرم m به بسامد نوسان مگسی به جرم 2.5 m چقدر است؟



شکل ۳۱-۶۰ مسئله ۱۰۶

ورزشکاران آن را «نقطه خوشایند» می نامند) به هر جای دیگر چوب برخورد کند نوسانهای ناشی از برخورد، دستهای آنها را به درد می آورد. برای اثبات این خاصیت، خط کش شکل ۳۱-۱۱ الف را به عنوان چوب بیسبال در نظر بگیرید. فرض کنید که یک نیروی افقی \vec{F} (ناشی از برخورد با توپ) در نقطه P ، مرکز نوسان، به طرف راست اثر کند. فرض می شود که بازیکن از نقطه O ، نقطه آویز خط کش آن را گرفته باشد. (الف) در نتیجه نیروی \vec{F} نقطه O چه شتابی پیدا می کند؟ (ب) شتاب زاویه ای ایجاد شده به وسیله نیروی \vec{F} حول مرکز جرم خط کش چقدر است؟ (پ) در نتیجه شتاب زاویه ای قسمت (ب) شتاب خطی نقطه O چقدر است؟ (ت) با در نظر گرفتن بزرگیها و جهت شتابها در (الف) و (پ) خود را متقاعد کنید که نقطه P به راستی یک «نقطه خوشایند» است.

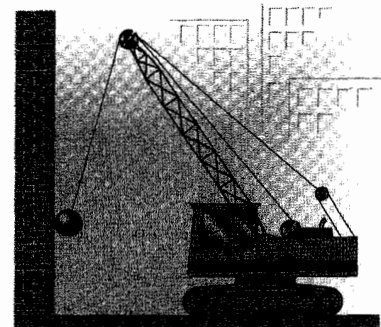
۱۱۲- قطعه ای به جرم $2/0 \text{ kg}$ به انتهای فنری با ثابت فنری 350 N/m متصل است و با اعمال نیروی $F = (15 \text{ N}) \sin(\omega_d t)$ به نوسان در می آید، که در آن $\omega_d = 35 \text{ rad/s}$ است. ثابت میرایی $b = 15 \text{ kg/s}$ است. در لحظه $t = 0$ ، قطعه در حالت سکون و فنر در حالت بدون کشیدگی است. (الف) از انتگرالگیری عددی استفاده کنید و جابه جایی قطعه را در $1/0 \text{ s}$ اول حرکت آن رسم کنید. از حرکت در نزدیکی انتهای بازه $1/0 \text{ s}$ استفاده کنید و دامنه، دوره تناوب و بسامد زاویه ای را محاسبه کنید. محاسبه را برای (ب) $\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m}}$ و (پ) $\omega_d = 20 \text{ rad/s}$ تکرار کنید.

۱۰۷- قطعه ای به وزن $10/0 \text{ N}$ به انتهای پایین یک فنر قائم $(k = 2/000 \text{ N/m})$ که انتهای دیگر آن به سقف متصل است، وصل شده است. قطعه به طور عمودی نوسان می کند و وقتی از نقطه ای که فنر کشیده نشده است می گذرد، انرژی جنبشی آن $2/0 \text{ J}$ است. (الف) دوره تناوب نوسان چقدر است؟ (ب) با استفاده از قانون پایستگی انرژی بیشینه فاصله ای را تعیین کنید که قطعه در بالا و در پایین نقطه ای که فنر کشیده نشده است حرکت می کند. (اینها لزوماً یکی نیستند) (پ) دامنه نوسان چقدر است؟ (ت) بیشینه انرژی جنبشی قطعه موقع نوسان چقدر است؟

۱۰۸- یک قطعه $2/0 \text{ kg}$ در حالی که به یک فنر افقی با ثابت فنر 200 N/m متصل است، دارای حرکت هماهنگ ساده است. وقتی قطعه روی یک سطح بدون اصطکاک افقی سر می خورد، تندی بیشینه آن $3/0 \text{ m/s}$ است. (الف) دامنه حرکت قطعه، (ب) بزرگی شتاب بیشینه آن، و (پ) بزرگی شتاب کمینه آن چقدرند؟ (ت) چه مدت طول می کشد تا قطعه $7/0$ دور کامل را طی کند؟

۱۰۹- بسامدهای ارتعاش اتمها در جامدها در دمای معمولی از مرتبه 10^{13} Hz هستند. تصور کنید، اتمها به وسیله فنرهایی به یکدیگر متصل اند. فرض کنید یک اتم نقره منفرد در جسم جامدی با این بسامد ارتعاش می کند و سایر اتمها ساکن هستند. ثابت فنر مؤثر را محاسبه کنید. یک مول از نقره $(6/02 \times 10^{23})$ اتم) دارای جرم 108 g است.

۱۱۰- در شکل ۳۱-۶۱، یک توپ تخریب به جرم 2500 kg به وسیله یک جرثقیل تاب می خورد. قسمت تاب خورنده کابل 17 m است. (الف) دوره تناوب را با فرض اینکه دستگاه یک آونگ ساده باشد پیدا کنید. (ب) آیا دوره تناوب به جرم توپ بستگی دارد؟



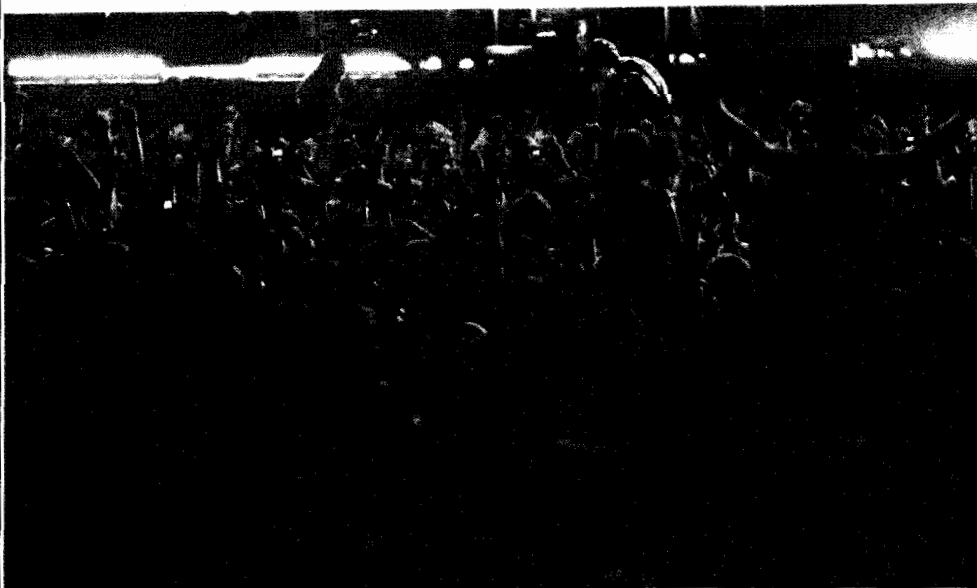
شکل ۳۱-۶۱ مسئله ۱۱۰

۱۱۱- مرکز نوسان یک آونگ فیزیکی این خاصیت جالب را دارد: اگر ضربه ای (فرض کنید به طور افقی و واقع در صفحه نوسان) بر مرکز نوسان اثر کند، هیچ نوسانهایی در نقطه آویز احساس نمی شود. بازیکنان بیسبال (و بسیاری از ورزشکاران رشته های دیگر) می دانند که اگر توپ به غیر از این نقطه (که

موجها - I



در سال ۲۰۰۱، پل زیبای
عابر پیاده روی رودخانه
تایمز در لندن افتتاح شد تا
گالری هنر مدرن را به
اطراف کلیسای جامع سن پل
به عنوان نشانه‌ای از هزاره
جدید وصل کند. ولی پس
از آنکه اولین موج عابران
پیاده شروع به راه رفتن
روی آن کردند، پل هزاره
که به این نام خوانده
می‌شود، چنان شروع به
نوسان کرد که بسیاری از
عابرین در حفظ تعادل خود
با اشکال مواجه شدند.
همین نوسانها می‌تواند در
محل اجرای موسیقی با کف
چوبی، بخصوص وقتی که
حضور پایکوبی کنند اتفاق
بیفتد.



چه چیزی موجب چنین
نوسان‌هایی می‌شود که
کابوسی برای مهندسان
ساختمان است؟

پاسخ در همین فصل

۳۲-۱ فیزیک چیست؟

یکی از موضوعهای اولیه فیزیک موجهاست. برای درک اهمیت موجها در دنیای امروز کافی است فقط صنعت موسیقی را در نظر بگیرید. هر قطعه موسیقی که می شنوید چه مربوط به گروه پانکها در فضای باز باشد یا مربوط به یک کنسرت، بستگی به نوازندگانی دارد که موجهایی را ایجاد می کنند و شما آن موجها را دریافت می کنید. در بین تولید و دریافت، اطلاعات توسط موجهایی حمل می شوند که لازم است انتقال بیابند (مانند اجرای یک کنسرت زنده) یا ضبط و سپس باز تولید شوند (مانند CD یا DVD) یا سایر وسایلی که امروزه در آزمایشگاههای مهندسی در سراسر دنیا توسعه یافته اند. اهمیت اقتصادی کنترل موجهای موسیقی مهوت کننده است و پاداش مهندسهایی که روشهای جدیدی جهت کنترل آن ابداع کنند بیرون از اندازه است.

در این فصل تأکید روی موجهایی است که در طول یک سیم کشیده شده نظیر سیم روی گیتار حرکت می کنند. در فصل بعد تکیه روی موجهای صوتی، مانند آنهایی است که توسط سیم گیتار در حال نواختن تولید می شوند. قبل از بحث در مورد اینها، اولین کار ما این است که همه این موجهای بی شمار در دنیای هر روزه را به انواع اصلی تقسیم بندی کنیم.

۳۲-۲ انواع موجها

موجها از سه نوع عمده اند:

۱- **موجهای مکانیکی.** این موجها آشنا ترین نوع هستند چون تقریباً همیشه با آنها سروکار داریم، موجهای آب، موجهای صوتی و موجهای زلزله نمونه های متداول آن هستند. تمام این موجها دو ویژگی اصلی دارند: آنها از قانونهای نیوتون پیروی می کنند و فقط می توانند در محیط مادی، مانند آب، هوا و سنگ وجود داشته باشند.

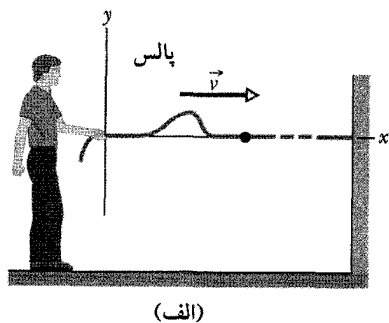
۲- **موجهای الکترومغناطیسی.** این موجها کمتر آشنا هستند ولی همواره از آنها استفاده می کنیم: نور مرئی و فرابنفش، موجهای رادیویی و تلویزیونی و میکروموجها، پرتوهای x و موجهای رادار از این قبیل اند. وجود این موجها به محیط مادی نیاز ندارد. برای مثال موجهای نوری ستارگان در فضای خلاء حرکت می کنند و به ما می رسند. همه موجهای الکترومغناطیسی با تندی یکسان $c = 299/792/458 \text{ m/s}$ در خلاء حرکت می کنند.

۳- **موجهای ماده.** اگرچه این موجها معمولاً در فناوری نوین به کار می روند، ولی احتمالاً این موجها خیلی آشنا نیستند. این موجها به الکترونها، پروتونها و سایر ذره های بنیادی و حتی به اتمها و مولکولها وابسته اند. چون اغلب این ذره ها را به صورت اجزای تشکیل دهنده ماده می شناسیم، این موجها را موجهای ماده می گویند.

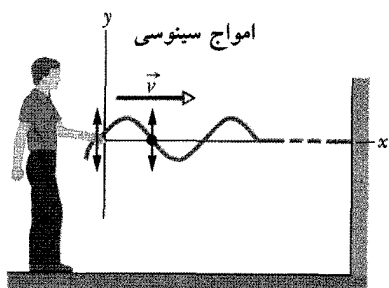
بیشتر آنچه که درباره آنها در این فصل بحث می کنیم در مورد همه انواع موج به کار می رود. ولی در مورد مثالهای خاص موجهای مکانیکی را مورد بحث قرار می دهیم.

۳۲-۳ موجهای عرضی و طولی

موجی که در راستای یک ریسمان کشیده شده سفت فرستاده می شود، ساده ترین موج مکانیکی است. اگر یک تکان بالا و پایین در یک انتهای ریسمانی کشیده شده ایجاد کنیم، مانند شکل ۳۲-۱ الف موجی به شکل تپ در راستای آن حرکت می کند.



(الف)



(ب)

شکل ۳۲-۱ (الف) ارسال یک تپ در راستای یک ریسمان کشیده. یک عنصر نوعی ریسمان (که با نقطه نمایش داده شده) در موقع عبور تپ از آن به بالا و سپس به پایین حرکت می کند. حرکت عنصر بر جهتی که موج حرکت می کند عمود است. بنابراین، تپ یک موج عرضی است. (ب) ارسال یک موج سینوسی در امتداد ریسمان، یک عنصر نوعی ریسمان در موقع عبور موج به طور مداوم به بالا و پایین حرکت می کند. این نیز یک موج عرضی است.

این تپ و حرکت آن به علت اینکه ریسمان تحت کشش است ایجاد می شود. وقتی بخش انتهایی ریسمان را به سمت بالا حرکت می دهید بخش مجاور در ریسمان نیز به دلیل کشش بین دو بخش به سمت بالا کشیده می شود. وقتی بخش مجاور به سمت بالا حرکت می کند این بخش، بخش بعدی را بالا می کشد و این ادامه می یابد. در ضمن وقتی انتهای ریسمان را به سمت پایین بکشید هر بخشی توسط بخشهایی که قبلاً به پایین رفته اند به طرف پایین کشیده می شود. نتیجه نهایی این است که تغییر شکلی در ریسمان (تپ) با سرعت v در راستای ریسمان حرکت می کند.

اگر مطابق شکل ۳۲-۲، پیستون را با حرکت هماهنگ ساده به جلو و عقب بکشیم یک موج سینوسی در طول حرکت می‌کند. چون حرکت عنصرهای هوا با جهت حرکت موج موازی است، این حرکت را طولی و موج را موج طولی می‌نامند. در این فصل موجهای عرضی به ویژه موجهای ریسمان را در نظر می‌گیریم، در فصل ۳۳ موجهای طولی و به ویژه موجهای صوتی را بررسی می‌کنیم.

هر دو موج عرضی و طولی را موجهای پیشرونده می‌گویند چون این موجها از نقطه‌ای به نقطه دیگر، مثلاً از یک سر ریسمان به سر دیگر ریسمان در شکل ۳۲-۱ و در شکل ۳۲-۲ از یک سر لوله به سر دیگر لوله، حرکت می‌کنند. توجه کنید که این موج است که بین دو نقطه حرکت می‌کند نه ماده‌ای (ریسمان یا هوا) که موج در آن حرکت می‌کند.

مسئله نمونه ۳۲-۱

موجهای زلزله موجهایی هستند که یا در داخل زمین یا در سطح آن حرکت می‌کنند. ایستگاههای زلزله‌نگاری اساساً برای ثبت موجهای تولید شده توسط زلزله برپا شده‌اند، اما آنها موجهای ایجاد شده بر اثر آزاد شدن انرژی زیاد مانند یک انفجار در نزدیکی سطح زمین را نیز ثبت می‌کنند. وقتی موجهای زلزله از ایستگاه می‌گذرند، آنها قلم دستگاه ثبات را به نوسان درمی‌آورند و قلم نموداری را رسم می‌کند. شکل ۳۲-۳ الف یکی از نمودارهای مربوط به موجهای زلزله حاصل از غرق اسرارآمیز زیردریایی روسی کورسک در آگوست سال ۲۰۰۰ است. اولین نوسانهای قلم با پیکان نمایش داده شده‌اند و دامنه کوچکی دارند. نوسانهای خیلی بزرگتر تقریباً از ۱۳۴s به بعد شروع شده‌اند.

با این اطلاعات، تحلیل‌گران نتیجه گرفتند که اولین موجهای زلزله مربوط به انفجاری در زیردریایی بوده است، احتمالاً یک اژدر که در موقع شلیک عمل نکرده است. این انفجار از قرار معلوم به بدنه زیردریایی صدمه زده و با شروع آتش‌سوزی زیردریایی غرق شده است. بعداً، پس از غرق زیردریایی احتمالاً آتش باعث شده است تا چند موشک قوی به طور همزمان در زیردریایی منفجر شوند و موجهای زلزله بسیار قویتری پدید آیند. این موجهای قویتر به صورت تپهایی با بازه زمانی Δt تقریباً برابر $0.1s$ به ایستگاه زلزله‌نگاری رسیده‌اند. زیردریایی در چه عمق D غرق شده است؟

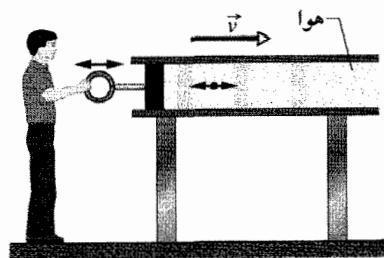
نکته کلیدی سرعت صوت برابر است با فاصله طی شده تقسیم بر زمان حرکت.

محاسنها: فرض کنید پس از اینکه کورسک روی کف اقیانوس (بستر دریا) قرار گرفت، انفجار قویتر رخ داده باشد. این انفجار یک تپ به داخل بستر دریا و یک تپ به سمت بالا از میان آب

اگر دست خود را به صورت حرکت هماهنگ ساده مداوم به بالا و پایین حرکت دهید، یک موج پیوسته با سرعت v در راستای ریسمان حرکت می‌کند. چون حرکت دست یک تابع سینوسی از زمان است، همانطور که در شکل ۳۲-۱ ب نشان داده شده است، این موج در هر لحظه یک شکل سینوسی دارد. یعنی شکل موج یک منحنی سینوسی یا یک منحنی کسینوسی است. در اینجا فقط یک ریسمان «آرمانی» را در نظر گرفتیم که در آن هیچ نیروی اصطکاکی که باعث میراشدن موج در راستای ریسمان شود وجود ندارد. افزون بر این، فرض می‌کنیم که ریسمان به قدری دراز است که نیازی به در نظر گرفتن برگشت موج از انتهای دیگر آن نداریم.

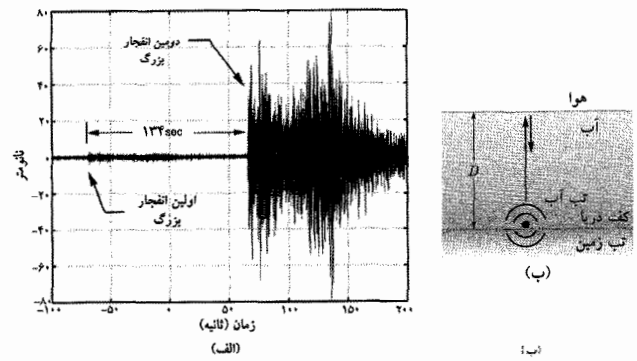
یک راه برای مطالعه موجهای شکل ۳۲-۱ عبارت است از در نظر گرفتن **شکلهای موج** وقتی که به سمت راست حرکت می‌کنند. راه دیگر این است که می‌توانیم حرکت عنصری از ریسمان را در وقتی که عنصر موقع عبور موج از آن به بالا و پایین نوسان می‌کند در نظر بگیریم. همانطور که در شکل ۳۲-۱ ب نشان داده شده است درمی‌یابیم که جابه‌جایی هر چنین عنصر نوسان‌کننده‌ای از ریسمان بر جهت حرکت موج عمود است. به این حرکت عرضی گفته می‌شود و موج آن را یک **موج عرضی** می‌نامند.

شکل ۳۲-۲ نشان می‌دهد که چگونه به وسیله پیستونی در یک لوله دراز محتوی هوا می‌توان یک موج صوتی ایجاد کرد. اگر به طور ناگهانی پیستون را به طرف راست و سپس به طرف چپ حرکت دهیم، می‌توان یک تپ صوتی را در طول لوله ارسال کرد. حرکت به سمت راست پیستون عنصرهای هوای مجاور را به طرف راست حرکت می‌دهد و این باعث تغییر فشار هوا در آنجا می‌شود. سپس فشار هوای افزایش یافته عنصرهای هوا را در طول لوله به مقدار بیشتری به سمت راست می‌راند. حرکت پیستون به سمت چپ فشار هوای مجاور آن را



شکل ۳۲-۲ با حرکت پیستونی به عقب و جلو در یک لوله پر شده از هوا یک موج صوتی ایجاد می‌شود. چون نوسانهای یک عنصر از هوا (که با نقطه سیاه نشان داده شده است) با جهتی که موج حرکت می‌کند موازی‌اند، موج را موج طولی می‌نامند.

کاهش می‌دهد. در نتیجه، ابتدا عنصرهای نزدیک پیستون و سپس عنصرهای دورتر به سمت چپ حرکت می‌کنند. بنابراین، حرکت هوا و تغییر در فشار هوا در طول لوله به صورت یک تپ به سمت راست حرکت می‌کند.



شکل ۳-۳۲ (ب) نمودار رسم شده به وسیله دستگاه ثابت، وقتی که موجهای زلزله حاصل از کورسک از دستگاه گذشته است. دامنه به طور قائم رسم شده و زمان به طرف راست افزایش می‌یابد. اولین انفجار کورسک موجهایی با دامنه کوچک ایجاد کرده که با پیکان نمایش داده شده است. انفجار بعدی کورسک موجهایی با دامنه بزرگتر ایجاد کرده است. (ب) وقتی زیردریایی در عمق D روی کف دریا قرار گرفته، انفجار بزرگ تپهایی را هم به داخل زمین و هم در بالا از میان آب ارسال کرده است.

ارسال کرده است. (شکل ۳-۳۲). تپی که در میان آب حرکت می‌کند چندین بار بین سطح آب و بستر دریا رفت و برگشت می‌کند. هر بار که تپ به بستر دریا می‌خورد، تپ دیگری را به داخل زمین می‌فرستد و ایستگاههای زلزله‌نگاری این تپهای زمینی را که یکی پس از دیگری به ایستگاه می‌رسند ثبت می‌کنند. بنابراین، زمان Δt بین هر دو تپ زمینی ثبت شده برابر زمان رفت و برگشت تپ درون آب است که به سطح آب رفته و سپس به بستر دریا برگشته است. از معادله ۲-۲ ($v_{avg} = \Delta x / \Delta t$) می‌توانیم تندی v تپ درون آب را با رابطه زیر به مسافت رفت و برگشت $2D$ و زمان رفت و برگشت Δt ، مربوط کنیم.

$$v = \frac{2D}{\Delta t}$$

یا

$$D = \frac{v \Delta t}{2} \quad (1-32)$$

موجها تقریباً با تندی 1500 m/s در آب حرکت می‌کنند. با قرار دادن این مقدار و $\Delta t = 0.11 \text{ s}$ در معادله ۱-۳۲ درمی‌یابیم که داده‌های زلزله‌نگاری پیش‌بینی کردند که کورسک تقریباً در عمق زیر غرق شده است.

$$D = \frac{(1500 \text{ m/s})(0.11 \text{ s})}{2} = 82.5 \text{ m} \approx 83 \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

درواقع، زیردریایی شکسته تقریباً در عمق ۱۱۵ متری به‌دست آمد.

۴-۳۲ طول موج و بسامد

برای توصیف کامل موج در یک ریسمان (و حرکت هر عنصر در طول آن) به تابعی نیاز داریم که شکل موج را به‌دست دهد.

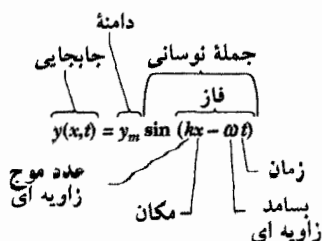
این بدان معناست که به رابطه‌ای به شکل $y = h(x, t)$ نیاز داریم که در آن y جابه‌جایی عرضی هر عنصر ریسمان به صورت تابع h از زمان t و مکان x این عنصر در طول ریسمان است. در حالت کلی، یک شکل سینوسی مانند موج شکل ۳۲-۱ ب را می‌توان با h توصیف کرد که ممکن است سینوسی یا کسینوسی باشد؛ هر دو تابع شکل یکسانی برای موج به‌دست می‌دهند. در این فصل از تابع سینوسی استفاده می‌کنیم.

تصور کنید که یک موج سینوسی مانند شکل ۳۲-۱ ب در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. وقتی موج از میان عنصرهای پی‌درپی (یعنی، قسمتهای خیلی کوچک) ریسمان عبور می‌کند، عنصرها موازی با محور y نوسان می‌کنند. در زمان t ، جابه‌جایی y عنصر واقع در مکان x را رابطه زیر داده می‌شود.

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (2-32)$$

چون این رابطه برحسب مکان x نوشته شده، می‌توان آن را برای به‌دست آوردن جابه‌جایی همه عنصرهای ریسمان برحسب تابعی از زمان به‌کار برد. بنابراین، رابطه می‌تواند شکل موج را در هر لحظه داده شده به‌دست دهد و چگونگی تغییر شکل آن را در حین حرکت در امتداد ریسمان، مشخص کند.

نام کمیت‌های معادله ۲-۳۲ روی شکل ۳۲-۴ نوشته شده‌اند و در زیر تعریف آنها خواهد آمد. ولی، پیش از بحث درباره آنها، شکل ۳۲-۵ که پنج «عکس فوری» از یک موج سینوسی را که در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند نشان می‌دهد، مورد بررسی قرار می‌دهیم. حرکت موج به وسیله پیکان کوچکی که به طرف راست پیشروی می‌کند و متوجه نقطه بالایی موج است مشخص شده است. از هر عکس فوری تا عکس فوری دیگر، پیکان کوچک با شکل موج به سمت راست حرکت می‌کند، اما ریسمان فقط موازی با محور y حرکت می‌کند. برای مشاهده این، حرکت یک عنصر تیره رنگ روی ریسمان را در $x = 0$ در نظر می‌گیریم. در اولین عکس فوری (شکل ۳۲-۵ الف)، این عنصر در جابه‌جایی $y = 0$ است. در عکس فوری بعدی، این عنصر در بیشترین جابه‌جایی به سمت پایین خود قرار دارد چون دره موج (یا پایتترین نقطه) از آن می‌گذرد. سپس عنصر به سمت بالا و به $y = 0$ برمی‌گردد. در چهارمین عکس فوری، عنصر در بیشترین جابه‌جایی به سمت بالای خود قرار دارد چون قله (یا بالاترین نقطه) از آن می‌گذرد. در پنجمین عکس فوری، عنصر دوباره در $y = 0$ قرار دارد و یک نوسان کامل را انجام داده است.



شکل ۳۲-۴ نام کمیت‌های معادله ۲-۳۲ برای یک موج سینوسی عرضی

طول موج و عدد موج زاویه‌ای

طول موج λ یک موج عبارت است از فاصله (موازی راستای حرکت موج) بین تکرارهای شکل موج. یک طول موج نوعی در شکل ۵-۳۲ الف که عکس فوری موج در زمان $t=0$ است، نشان داده شده است. در آن لحظه، معادله ۲-۳۲ شکل موج را چنین به دست می‌دهد.

$$y(x,0) = y_m \sin kx \quad (3-32)$$

بنابر تعریف، جابه‌جایی y در دو انتهای این طول موج، یعنی در $x = x_1$ و $x = x_1 + \lambda$ ، یکسان است. بنابراین، از معادله ۳-۳۲ داریم

$$y_m \sin kx_1 = y_m \sin k(x_1 + \lambda) \quad (4-32)$$

$$= y_m \sin(kx_1 + k\lambda)$$

تابع سینوسی وقتی زاویه‌اش (یا شناسه‌اش) به مقدار $2\pi \text{ rad}$ افزایش یابد، خودش را تکرار می‌کند. بنابراین، در معادله ۴-۳۲ باید داشته باشیم $k\lambda = 2\pi$ یا

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{عدد موج زاویه‌ای}) \quad (5-32)$$

K را عدد موج زاویه‌ای موج می‌نامیم؛ یکای آن SI آن رادیان بر متر یا عکس متر است. (توجه کنید که نماد k در اینجا مانند قبل ثابت فنر را نشان نمی‌دهد.)

توجه کنید که موج در شکل ۵-۳۲ به اندازه $\frac{1}{4}\lambda$ از یک عکس فوری به عکس فوری بعدی به سمت راست حرکت می‌کند. بنابراین، تا پنجمین عکس فوری، موج به اندازه λ به سمت راست حرکت کرده است.

دوره تناوب، بسامد زاویه‌ای و بسامد

شکل ۶-۳۲ نمودار جابه‌جایی y در معادله ۲-۳۲ را برحسب زمان t در مکان معین $x=0$ ، نشان می‌دهد. اگر ریسمان را مشاهده کنیم، می‌بینیم که یک عنصر ریسمان در این نقطه با حرکت هماهنگ ساده داده شده با معادله ۲-۳۲ به ازای $x=0$ بالا و پایین می‌رود.

$$y(0,t) = y_m \sin(-\omega t) \quad (6-32)$$

$$= -y_m \sin \omega t \quad (x=0)$$

در اینجا از این واقعیت استفاده کرده‌ایم که برای هر زاویه α داریم $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$. شکل ۶-۳۲ نمودار این معادله است ولی شکل موج را نشان نمی‌دهد.

دوره تناوب نوسان T یک موج عبارت از زمانی است که طول می‌کشد تا یک عنصر ریسمان یک نوسان کامل حرکت کند. یک دوره تناوب نوعی در نمودار شکل ۶-۳۲ نشان داده شده است. با استفاده از معادله ۶-۳۲ برای دو انتهای این بازه زمانی و برابر قرار دادن نتایج داریم

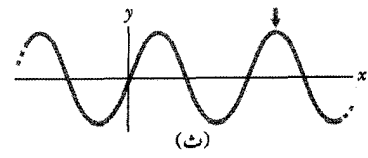
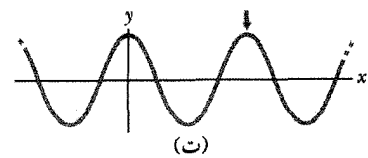
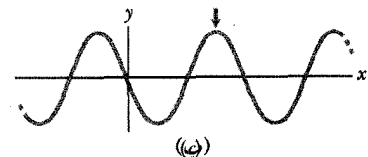
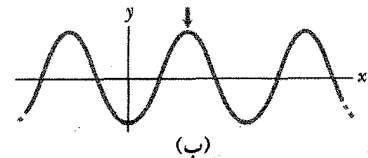
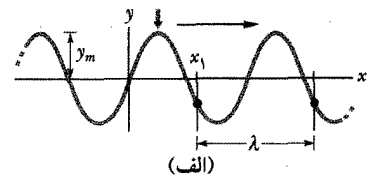
$$-y_m \sin \omega t_1 = -y_m \sin \omega(t_1 + T) \quad (7-32)$$

$$= -y_m \sin(\omega t_1 + \omega T)$$

دامنه و فاز

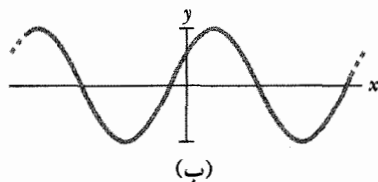
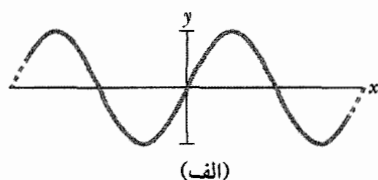
دامنه y_m یک موج، همانند آنچه در شکل ۵-۳۲ نشان داده شده است، بزرگی بیشینه جابه‌جایی عنصرها از وضعیت تعادلشان در هنگامی است که موج از آنها می‌گذرد. (زیرنویس m برای مشخص کردن بیشینه به کار رفته است.) چون y_m بزرگی را نشان می‌دهد، همیشه یک کمیت مثبت است، حتی اگر به جای به سمت بالا مانند شکل ۵-۳۲ الف به سمت پایین اندازه‌گیری شود.

فاز یک موج عبارت است از شناسه $kx - \omega t$ سینوس در معادله ۲-۳۲. وقتی موج از عنصر ریسمان در مکان معین x می‌گذرد،



شکل ۵-۳۲ پنج "عکس فوری" از یک موج در ریسمان که در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. دامنه y_m نشان داده شده است. یک طول موج نوعی λ از مکان اختیاری x نیز نشان داده شده است.

فاز به طور خطی با زمان t تغییر می‌کند. این بدان معنا است که سینوس نیز تغییر کرده و بین $+1$ و -1 نوسان می‌کند. مقدار مثبت حدی آن $(+1)$ مربوط به قله موجی است که از عنصر می‌گذرد؛ در این لحظه مقدار y در مکان x برابر y_m است. مقدار منفی حدی آن (-1) مربوط به دره موجی است که از عنصر می‌گذرد؛ در این لحظه مقدار y در مکان x برابر $-y_m$ است. بنابراین، تابع سینوسی و فاز وابسته به زمان موج مربوط به نوسان یک عنصر ریسمان، و دامنه موج، جابه‌جاییهای حدی عنصرها را معین می‌کند.



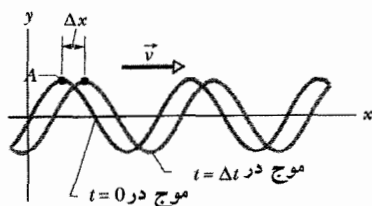
شکل ۷-۳۲ (یک موج سینوسی پیشرونده در $t=0$ با ثابت فاز ϕ (الف) و (ب) π/rad)

مقدار ϕ را می‌توان به گونه‌ای انتخاب کرد که تابع در $x=0$ وقتی $t=0$ است مقدارهای دیگری برای جابه‌جایی و شیب به دست دهد. برای مثال، با انتخاب $\phi = +\pi/2 \text{ rad}$ وقتی که $t=0$ است، جابه‌جایی و شیب نشان داده شده در شکل ۷-۳۲ ب به دست می‌آید. موج همچنان سینوسی با مقدارهای یکسان ω, k, y_m است ولی اکنون نسبت به چیزی که در شکل ۷-۳۲ الف (که در آن $\phi=0$) دیدید جابه‌جا شده است.

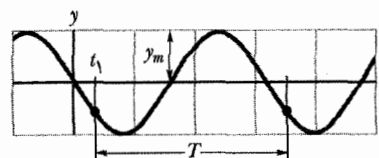
۵-۳۲ تندی موج پیشرونده

شکل ۸-۳۲ دو عکس فوری از موجی با معادله ۲-۳۲ را نشان می‌دهد که در یک بازه زمانی کوچک Δt گرفته شده‌اند. موج در جهت مثبت x (به سمت راست در شکل ۸-۳۲) حرکت می‌کند، تمام نقش موج در بازه زمانی Δt در این جهت مسافت Δx را طی می‌کند. نسبت $\Delta x/\Delta t$ (یا در حد دیفرانسیلی، dx/dt) **تندی موج** v نامیده می‌شود. مقدار آن را چگونه می‌توان پیدا کرد؟

وقتی موج در شکل ۸-۳۲ حرکت می‌کند، هر نقطه از شکل موج پیشرونده، مانند نقطه A که روی قله نشان داده شده است، مقدار جابه‌جایی y خود را حفظ می‌کند. (نقطه‌های روی ریسمان جابه‌جایی خود را حفظ نمی‌کنند، ولی نقطه‌های واقع بر شکل موج آن را حفظ می‌کنند.) اگر نقطه A در هنگام حرکت جابه‌جایی خود را حفظ کند، فاز معادله ۲-۳۲ که آن جابه‌جایی را به دست می‌دهد باید ثابت بماند.



شکل ۸-۳۲ دو عکس فوری از موج شکل ۵-۳۲ در زمان $t=0$ سپس در زمان $t=\Delta t$. وقتی موج با سرعت \vec{v} به سمت راست حرکت می‌کند، تمام منحنی در طی Δt به مسافت Δx انتقال می‌یابد. نقطه A "سوار" بر شکل موج حرکت می‌کند، اما عنصرهای ریسمان فقط به بالا و پایین حرکت می‌کنند.



شکل ۶-۳۲ نموداری که جابه‌جایی یک عنصر ریسمان را در $x=0$ برحسب تابعی از زمان به هنگام عبور موج سینوسی شکل ۵-۳۲ از آن عنصر نشان می‌دهد. دامنه y_m نشان داده شده است. یک تناوب نوعی T که از زمان اختیاری t_1 اندازه‌گیری شده نیز نشان داده شده است.

این فقط در صورتی درست است که $\omega T = 2\pi$ یا اگر

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{بسامد زاویه‌ای}) \quad (۸-۳۲)$$

ω **بسامد زاویه‌ای** موج نامیده می‌شود؛ یکای SI آن رادیان بر ثانیه است.

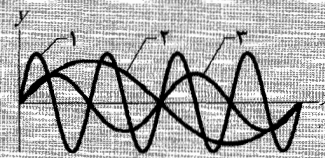
دوباره به پنج عکس فوری موج پیشرونده در شکل ۵-۳۲ نگاه کنید. فاصله زمانی بین دو عکس فوری برابر $\frac{1}{4}T$ است. بنابراین، با پنجمین عکس فوری، هر عنصر ریسمان یک نوسان کامل انجام داده است.

بسامد f موج به صورت $\frac{1}{T}$ تعریف می‌شود و با رابطه زیر به بسامد زاویه‌ای ω مربوط است.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (\text{بسامد}) \quad (۹-۳۲)$$

مانند بسامد حرکت هماهنگ ساده فصل ۳۱، این بسامد f عبارت است از تعداد نوسانها در یکای زمان، که در اینجا تعداد نوسانهای یک عنصر ریسمان به هنگام حرکت موج از آن است. نظیر فصل ۳۱، معمولاً برحسب هرتز یا مضربی از آن، نظیر کیلوهرتز، اندازه‌گیری می‌شود.

✓ **نکته وارسی** شکل ترکیبی از سه عکس فوری است، هر موج در طول ریسمان مشخصی حرکت می‌کند. فازهای این موجها به صورت (الف) $2x - 2t$ ، (ب) $2x - 4t$ و (پ) $2x - 6t$ داده شده‌اند. در شکل کدام فاز مربوط به کدام موج است؟



ثابت فاز

هنگامی که یک موج سینوسی پیشرونده با تابع موج معادله ۲-۳۲ داده شده باشد، موج نزدیک $x=0$ در $t=0$ ، مشابه شکل ۷-۳۲ الف به نظر می‌رسد. توجه کنید که در $x=0$ ، جابه‌جایی $y=0$ و شیب دارای بیشینه مقدار مثبت خود است. با قرار دادن ثابت فاز ϕ در تابع موج می‌توان معادله ۲-۳۷ را در حالت کلی زیر نوشت.

$$y = y_m \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (۱۰-۳۲)$$

است از نظر فیزیکی اندکی عجیب باشد) نشان می‌دهد. ولی از طرف دیگر، تابع به صورت $y(x, t) = \sin(ax^2 - bt)$ یک موج پیشرونده را نشان نمی‌دهد.

✓ **نکته واریسی ۲** در اینجا معادله سه موج داده شده‌اند:

$$y(x, t) = 2 \sin(2x - 2t) \quad (۱)$$

$$y(x, t) = \sin(3x - 4t) \quad (۲)$$

$$y(x, t) = 2 \sin(2x - 3t) \quad (۳)$$

این موجها را به ترتیب بزرگی (الف) تندی موج و (ب) بیشینه تندی عرضی موج مرتب کنید.

مسئله نمونه ۲-۳۲

یک موج که در طول ریسمانی حرکت می‌کند با رابطه زیر داده شده است.

$$y(x, t) = 0.0327 \sin(72/\lambda x - 2/\lambda t) \quad (۱۸-۳۲)$$

که در آن ثابتهای عددی برحسب یکاهای SI ($2/\lambda \text{ rad/s}$, $72/\lambda \text{ rad/m}$, 0.0327 m) هستند.

(الف) دامنه این موج چقدر است؟

نکته کلیدی معادله ۱۸-۳۲ همان شکل معادله ۲-۳۲ را دارد.

$$y = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (۱۹-۳۲)$$

پس یک موج سینوسی داریم. با مقایسه دو معادله، می‌توانیم دامنه را پیدا کنیم.

محاسبه: می‌بینیم که

$$y_m = 0.0327 \text{ m} = 3.27 \text{ mm} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) طول موج، دوره تناوب و بسامد این موج چقدر است؟

محاسبه‌ها: با مقایسه معادله‌های ۱۸-۳۲ و ۱۹-۳۲ می‌بینیم که

عدد موج زاویه‌ای و بسامد زاویه‌ای عبارت‌اند از

$$k = 72/\lambda \text{ rad/m} \quad \text{و} \quad \omega = 2/\lambda \text{ rad/s}$$

حال طول موج λ با معادله ۵-۳۲ به k مربوط است.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ rad}}{72/\lambda \text{ rad/m}} \quad (\text{پاسخ})$$

$$= 0.0871 \text{ m} = 8.71 \text{ cm}$$

T با معادله ۸-۳۲ به ω مربوط است.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2/\lambda \text{ rad/s}} = 2.31 \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$

و از معادله ۹-۳۲ داریم

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.31 \text{ s}} = 0.433 \text{ Hz} \quad (\text{پاسخ})$$

(پ) سرعت این موج چقدر است؟

محاسبه: تندی موج با رابطه ۱۳-۳۲ داده شده است.

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2/\lambda \text{ rad/s}}{72/\lambda \text{ rad/m}} = 0.0377 \text{ m/s} \quad (\text{پاسخ})$$

$$= 3.77 \text{ cm/s}$$

چون فاز در معادله ۱۸-۳۲ شامل متغیر مکان x است، موج در راستای محور x حرکت می‌کند. همچنین، چون معادله موج به

$$(۱۱-۳۲) \quad \text{ثابت} = kx - \omega t$$

توجه کنید که اگرچه این شناسه ثابت است، ولی هم x و هم t تغییر می‌کنند. در واقع، وقتی t افزایش می‌یابد، x نیز باید زیاد شود تا شناسه ثابت بماند. این مؤید آن است که نقش موج در جهت مثبت x حرکت می‌کند.

برای پیدا کردن تندی v موج، از معادله ۱۱-۳۲ مشتق می‌گیریم، داریم

$$k \frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

یا

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{\omega}{k} \quad (۱۲-۳۲)$$

با استفاده از معادله ۵-۳۲ ($k = 2\pi/\lambda$) و معادله ۸-۳۲

($\omega = 2\pi/T$)، می‌توان تندی موج را به صورت زیر نوشت

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (\text{تندی موج}) \quad (۱۳-۳۲)$$

از معادله $v = \lambda/T$ معلوم است که تندی موج عبارت است از یک طول موج بر دوره تناوب؛ موج مسافت یک طول موج را در یک دوره تناوب نوسان طی می‌کند.

معادله ۲-۳۲ موجی را توصیف می‌کند که در جهت مثبت محور x در حرکت است. می‌توان با قرار دادن $-t$ به جای t در معادله ۲-۳۲ معادله موجی را به دست آورد که در جهت مخالف حرکت می‌کند. این متناظر با شرط زیر است

$$(۱۴-۳۲) \quad \text{ثابت} = kx + \omega t$$

که (با ۱۱-۳۲ مقایسه کنید) مستلزم آن است که x با زمان کاهش یابد. بنابراین، موجی که در جهت منفی x حرکت می‌کند با معادله زیر توصیف می‌شود.

$$(۱۵-۳۲) \quad y(x, t) = y_m \sin(kx + \omega t)$$

اگر همانطور که برای موجی با معادله ۲-۳۲ انجام دادیم، موج معادله ۱۵-۳۲ را تحلیل کنید، سرعت آن به صورت زیر به دست می‌آید

$$(۱۶-۳۲) \quad \frac{dx}{dt} = -\frac{\omega}{k}$$

علامت منفی (با معادله ۱۲-۳۲ مقایسه کنید) حاکی از آن است که موج در واقع در جهت منفی x در حرکت است و تغییر علامت متغیر زمان را توجیه می‌کند.

اکنون موجی را با شکلی اختیاری که با رابطه زیر داده می‌شود در نظر می‌گیریم.

$$(۱۷-۳۲) \quad y = y(x, t) = h(kx \pm \omega t)$$

که در آن h بیانگر هر تابعی است که تابع سینوسی یکی از آنهاست. تحلیل قبلی ما نشان می‌دهد که تمام موجهایی که در آنها متغیرهای x ، t به صورت ترکیب $kx \pm \omega t$ وجود دارند موجهای پیشرونده هستند. افزون بر این، تمام موجهای در حال حرکت باید به شکل معادله ۱۷-۳۲ باشند. بنابراین، $y(x, t) = \sqrt{ax + bt}$ یک موج پیشرونده احتمالی را (که ممکن

نکته کلیدی شتاب عرضی a_y عبارت است از آهنگی که با آن سرعت عرضی عنصر تغییر می‌کند.

محاسبه‌ها: معادله ۳۲-۲۱ را در نظر می‌گیریم، دوباره x را ثابت و t را متغیر در نظر می‌گیریم، داریم

$$a_y = \frac{\partial u}{\partial t} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t)$$

از مقایسه با معادله ۳۲-۲۰ مشاهده می‌شود که می‌توان این رابطه را به صورت زیر نوشت

$$a_y = -\omega^2 y$$

می‌توان دید که شتاب عرضی یک عنصر نوسان‌کننده ریسمان با جابه‌جایی آن متناسب ولی با علامت مخالف است. این با عمل خود عنصر کاملاً سازگاری دارد- یعنی، با حرکت هماهنگ ساده به طور عرضی در حرکت است. با قرار دادن مقادیرهای عددی خواهیم داشت

$$a_y = -(2/72 \text{ rad/s})^2 (1/92 \text{ mm}) \quad (\text{پاسخ})$$

$$= -14/2 \text{ mm/s}^2$$

پس در $t = 18/9 \text{ s}$ ، عنصر ریسمان در $x = 22/5 \text{ cm}$ به مقدار $1/92 \text{ mm}$ نسبت به وضعیت تعادلش در جهت مثبت محور y جابه‌جا شده و دارای شتابی به بزرگی $14/2 \text{ mm/s}^2$ در جهت منفی y است.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: محاسبه فازهای بزرگ

گاهی، مانند مسئله نمونه ۳۲-۲، ت و ۳۲-۳ زاویه‌ای خیلی بزرگتر از $2\pi \text{ rad}$ (یا 360°) ظاهر می‌شود که می‌خواهیم سینوس یا کسینوس آن را حساب کنیم. جمع یا کم کردن مضرب صحیحی از $2\pi \text{ rad}$ به این زاویه مقدار هیچ یک از تابعهای مثلثاتی آن را تغییر نمی‌دهد. مثلاً در مسئله نمونه ۳۲-۲ ت زاویه $35/1855 \text{ rad}$ است. با افزودن $(6)(2\pi \text{ rad})$ به این زاویه خواهیم داشت

$$(-35/1855) \text{ rad} + (6)(2\pi \text{ rad}) = 2/51361 \text{ rad}$$

که زاویه‌ای کوچکتر از $2\pi \text{ rad}$ است و همان تابعهای مثلثاتی مانند $35/1855 \text{ rad}$ را دارد (شکل ۳۲-۹). به عنوان مثال، سینوس $2/51361 \text{ rad}$ برابر با سینوس $35/1855 \text{ rad}$ و برابر با $0/588$ است.

ماشین حساب چنین زاویه‌های بزرگی را به طور خودکار کاهش می‌دهد. توجه: اگر سینوس یا کسینوس زاویه‌های بزرگ را می‌خواهید حساب کنید آنها را گرد نکنید. در محاسبه سینوس زاویه خیلی بزرگ، قسمتی از آن زاویه را کنار می‌گذاریم و سینوس آنچه را که مانده است حساب می‌کنیم. مثلاً اگر $35/1855 \text{ rad}$ را به 35 rad گرد کنید (تغییری به اندازه $0/5\%$ که معقول است)، سینوس آن زاویه به اندازه 27%

شکل معادله ۳۲-۲ نوشته شده است، علامت منفی جلوی ωt بیانگر این است که موج در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. (توجه کنید که کمیت‌های محاسبه شده در (ب) و (پ) مستقل از دامنه موج هستند.)

(ت) جابه‌جایی y در $x = 22/5 \text{ cm}$ و $t = 18/9$ چقدر است؟ **محاسبه:** معادله ۳۲-۱۸ جابه‌جایی را برحسب تابعی از مکان x و زمان t به دست می‌دهد. با قرار دادن مقادیرهای داده شده در معادله، داریم

$$y = 0/00327 \sin(72/1 \times 0/225 - 2/72 \times 18/9) \quad (\text{پاسخ})$$

$$= (0/00327 \text{ m}) \sin(-35/185 \text{ rad})$$

$$= (0/00327 \text{ m})(0/588)$$

$$= 0/00192 \text{ m} = 1/92 \text{ mm}$$

بنابراین، جابه‌جایی مثبت است. (مطمئن باشید که قبل از محاسبه سینوس، ماشین حساب خود را در حالت رادیان قرار دهید.)

مسئله نمونه ۳۲-۳

در مسئله نمونه ۳۲-۲ ت نشان دادیم که جابه‌جایی عرضی y یک عنصر از ریسمان برای موجی به معادله ۳۲-۱۸ در $x = 0/225 \text{ m}$ و $t = 18/9 \text{ s}$ برابر $1/92 \text{ mm}$ است.

(الف) سرعت عرضی این عنصر از ریسمان در آن مکان و در آن زمان چقدر است؟ (این سرعت که به نوسان عرضی یک عنصر ریسمان مربوط است، در جهت y قرار دارد. این را با v ، تندی ثابتی که با آن شکل موج در راستای محور x حرکت می‌کند اشتباه نکنید.)

نکته کلیدی سرعت عرضی u عبارت است از آهنگی که با آن جابه‌جایی y عنصر تغییر می‌کند. به طور کلی، این جابه‌جایی با رابطه زیر داده می‌شود.

$$v(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (20-32)$$

برای یک عنصر در مکان معین x آهنگ تغییر y را با مشتق‌گیری از معادله ۳۲-۲۰ نسبت به t در حالی که x ثابت است، به دست می‌آوریم. مشتق‌گیری در حالتی که یک (یا چند) متغیر ثابت فرض شود را مشتق جزئی می‌نامند و با نماد $\partial/\partial x$ به جای d/dx نشان می‌دهند.

محاسبه‌ها: در اینجا داریم

$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t) \quad (21-32)$$

حال، با قرار دادن مقادیر عددی از مسئله نمونه ۳۲-۲، داریم (پاسخ)

$$u = -(2/72 \text{ rad/s})(3/27 \text{ mm}) \cos(-35/1855 \text{ rad})$$

$$= 7/20 \text{ mm/s}$$

پس در $t = 18/9 \text{ s}$ ، عنصر ریسمان در $x = 22/5 \text{ cm}$ با تندی $7/20 \text{ mm/s}$ در جهت مثبت y حرکت می‌کند.

(ب) شتاب عرضی a_y همین عنصر در این زمان چقدر است؟

نمی‌توانید موجی را در طول ریسمان بفرستید مگر آنکه ریسمان تحت کشش باشد، این بدان معناست که باید ریسمان را کشیده و در دو انتها با نیروهای محکم ببندیم. کشش τ در ریسمان با بزرگی این دو نیرو برابر است. وقتی موج در طول ریسمان حرکت کند، عنصرهای ریسمان را، به دلیل کشیدگی اضافی که بخشهای مجاور ریسمان به خاطر کشش به یکدیگر وارد می‌کنند، جابه‌جا می‌کند. پس می‌توانیم کشش در ریسمان را به کشیدگی (کشسانی) ریسمان مربوط کنیم. کشش و نیروهای کشیدگی ایجاد شده دارای بعد نیرو هستند- یعنی، MLT^{-2} (از $F=ma$).

هدف در اینجا این است که μ (با بعد ML^{-1}) و τ (با بعد MLT^{-2}) را طوری ترکیب کنیم که ν (با بعد LT^{-1}) حاصل شود. کمی دستکاری در ترکیبهای مختلف به دست می‌دهد.

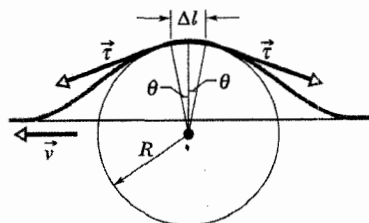
$$\nu = C \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \quad (22-32)$$

که در آن C ثابتی بدون بعد است که با تحلیل ابعادی نمی‌توان آن را به دست آورد. در رهیافت دوم برای تعیین تندی موج، خواهید دید که معادله ۲۲-۳۲ در واقع درست و $C=1$ است.

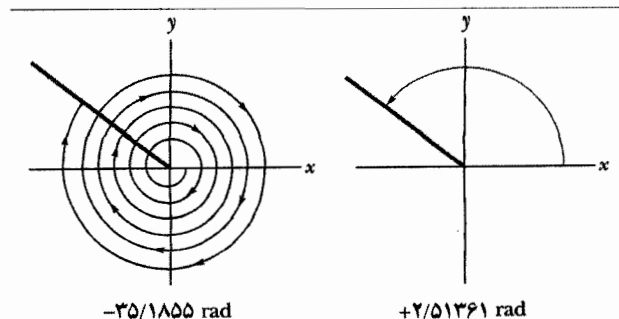
یافتن ν از قانون دوم نیوتون

به جای موج سینوسی شکل ۱-۳۲ ب، یک تپ متقارن تنها را مانند شکل ۱۰-۳۲ در نظر می‌گیریم که در طول ریسمان از راست به چپ با تندی ν حرکت می‌کند. برای سادگی، چارچوب مرجعی را در نظر می‌گیریم که در آن تپ ساکن بماند؛ یعنی، با تپ حرکت می‌کنیم به طوری که ثابت به نظر برسد. در این چارچوب، دیده می‌شود که ریسمان شکل ۱۰-۳۲ با تندی ν از راست به چپ از ما می‌گذرد.

یک عنصر کوچک ریسمان به طول Δl از تپ را در نظر بگیرید، عنصری که قوسی از دایره‌ای به شعاع R و دارای زاویه 2θ در مرکز دایره را تشکیل می‌دهد. نیروی $\vec{\tau}$ با بزرگی برابر با کشش در ریسمان به طور مماسی دو انتهای عنصر را می‌کشد. مؤلفه افقی این نیروها با یکدیگر را خشی می‌کنند، اما مؤلفه‌های



شکل ۱۰-۳۲ یک تپ متقارن، از دید یک چارچوب مرجع که در آن تپ ساکن است و به نظر می‌رسد که ریسمان با تندی ν از راست به چپ حرکت می‌کند. با استفاده از قانون دوم نیوتن برای یک عنصر ریسمان به طول Δl واقع در بالای تپ، تندی ν را پیدا کنیم.



شکل ۹-۳۲ این دو زاویه متفاوت‌اند ولی تمام تابعهای مثلثاتی آنها یکسان است.

تغییر می‌کند. همچنین، اگر یک زاویه بزرگ را از درجه به رادیان تغییر دهیم، باید مطمئن شویم که از ضریب تبدیل دقیق (مانند $180^\circ \approx \pi \text{ rad}$) به جای ضریب تبدیل تقریبی (مانند $1 \text{ rad} \approx 57/30^\circ$) استفاده کرده‌ایم.

۳۲-۶ تندی موج در یک ریسمان کشیده شده

تندی موج با معادله ۱۳-۳۲ به طول موج و بسامد مربوط است، ولی این تندی توسط ویژگیهای محیط به وجود آمده است. اگر موج در محیطی مانند آب، هوا، فولاد یا یک ریسمان کشیده حرکت کند، باید باعث شود که ذره‌های محیط موقع گذشتن موج نوسان کنند. برای اینکه این امر روی دهد، محیط باید هم دارای جرم باشد (به طوری که انرژی جنبشی بتواند وجود داشته باشد) و هم کشسانی داشته باشد (به طوری که انرژی پتانسیل بتواند وجود داشته باشد). بنابراین، ویژگیهای جرم و کشسانی محیط مشخص می‌کنند که یک موج با چه سرعتی می‌تواند در محیط حرکت کند. برعکس، باید این امکان وجود داشته باشد که تندی موج را در محیط برحسب این ویژگیها حساب کنیم. این کار را برای یک ریسمان کشیده شده به دو روش انجام می‌دهیم.

تحلیل ابعادی

در تحلیل ابعادی به دقت ابعاد تمام کمیت‌های فیزیکی را که به وضع داده شده مربوط‌اند بررسی می‌کنیم تا کمیت‌هایی را که آنها به دست می‌دهند معین شوند. در این مورد، جرم و کشسانی را برای یافتن تندی ν که دارای بعد طول تقسیم بر زمان یا LT^{-1} ، است در نظر می‌گیریم.

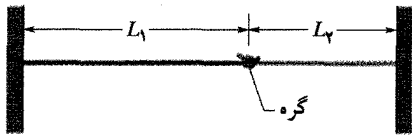
برای جرم، از جرم عنصر ریسمان که بیانگر جرم m ریسمان تقسیم بر طول l ریسمان است، استفاده می‌کنیم. این نسبت را چگالی خطی μ ریسمان می‌نامیم. پس بعد $\mu = m/l$ ، جرم تقسیم بر طول، ML^{-1} ، است.

مسئله نمونه ۳۲-۲

در شکل ۳۲-۱۱، دو ریسمان به هم گره زده شده و سپس به طور کشیده از دو طرف به تکیه‌گاههای ثابتی بسته شده‌اند. ریسمانها دارای چگالی خطی $\mu_1 = 1/4 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$ و $\mu_2 = 2/8 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$ هستند. طول آنها برابر $L_1 = 3/0 \text{ m}$ و $L_2 = 2/0 \text{ m}$ و تحت کشش 400 N قرار دارد. به طور همزمان، روی هر ریسمان تپی از تکیه‌گاه به سمت گره ارسال می‌شود. ابتدا کدام تپ به گره می‌رسد؟

نکته‌های کلیدی

۱. زمان t طی شده به وسیله تپ برای طی کردن طول L برابر است با $t = L/v$ ، که در آن v تندی ثابت تپ است.
۲. تندی تپ در ریسمان کشیده شده به کشش ریسمان τ و چگالی خطی μ بستگی دارد و با معادله ۳۲-۲۶ ($v = \sqrt{\tau/\mu}$) داده می‌شود.
۳. چون دو ریسمان به هم وصل‌اند، هر دوی آنها باید تحت یک کشش $\tau (= 400 \text{ N})$ واقع باشند.



شکل ۳۲-۱۱ دو ریسمان، به طولهای L_1 و L_2 به یکدیگر گره زده شده و بین دو تکیه‌گاه به صورت کشیده، بسته شده‌اند.

محاسبه‌ها: با در نظر گرفتن این سه نکته با هم، مدت زمانی که طول می‌کشد تا تپ در ریسمان ۱ به گره برسد به دست می‌آید،

$$t_1 = \frac{L_1}{v_1} = L_1 \sqrt{\frac{\mu_1}{\tau}} = (3/0 \text{ m}) \sqrt{\frac{1/4 \times 10^{-3} \text{ kg/m}}{400 \text{ N}}} = 1/77 \times 10^{-3} \text{ s}$$

به همین ترتیب، داده‌ها برای تپ در ریسمان ۲ به دست می‌دهد.

$$t_2 = L_2 \sqrt{\frac{\mu_2}{\tau}} = 1/67 \times 10^{-3} \text{ s}$$

بنابراین، ابتدا تپ روی ریسمان ۲ به گره می‌رسد.

حال به نکته کلیدی ۲ برمی‌گردیم. چگالی خطی ریسمان ۲ بیشتر از ریسمان ۱ است، در نتیجه تپ روی ریسمان ۲ باید آهسته‌تر از تپ روی ریسمان ۱ باشد. آیا می‌توانیم جواب را فقط از این واقعیت حدس بزنیم؟ خیر، چون از اولین نکته کلیدی می‌بینیم که فاصله طی شده به وسیله تپ نیز حائز اهمیت است.

۳۲-۷ انرژی و توان موج پیشرونده در طول ریسمان

وقتی در یک ریسمان کشیده شده موجی را به وجود می‌آوریم، باید برای حرکت ریسمان انرژی مصرف کنیم. هنگامی که موج از ما دور می‌شود، موج هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل کشسانی را با خود انتقال می‌دهد، هر یک را به ترتیب در نظر می‌گیریم.

قائم با هم جمع می‌شوند و نیروی بازگرداننده شعاعی \vec{F} را تشکیل می‌دهند. بزرگی F برابر است با

$$F = 2(\tau \sin \theta) \approx \tau(2\theta) = \tau \frac{\Delta l}{R} \quad (\text{نیرو}) \quad (32-23)$$

که در آن برای زاویه‌های کوچک θ در شکل ۳۲-۱۰ تقریب θ به جای $\sin \theta$ را به کار برده‌ایم. در این شکل همچنین از $2\theta = \Delta l/R$ استفاده شده است. جرم قطعه با رابطه زیر داده می‌شود.

$$\Delta m = \mu \Delta l \quad (\text{جرم}) \quad (32-24)$$

که در آن μ چگالی خطی ریسمان است.

در لحظه نشان داده شده در شکل ۳۲-۱۰، عنصر ریسمان Δl در قوسی از یک دایره حرکت می‌کند. پس شتاب رو به مرکز این دایره با رابطه زیر داده می‌شود.

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (\text{شتاب}) \quad (32-25)$$

معادله‌های ۳۲-۲۳، ۳۲-۲۴ و ۳۲-۲۵ شامل اجزای قانون دوم نیوتن هستند. با ترکیب آنها به شکل

$$\text{شتاب} \times \text{جرم} = \text{نیرو}$$

خواهیم داشت

$$\frac{\tau \Delta l}{R} = (\mu \Delta l) \frac{v^2}{R}$$

حل این معادله برای تندی v به دست می‌دهد.

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \quad (\text{تندی}) \quad (32-26)$$

که هرگاه C در آن معادله یک در نظر گرفته شود، دقیقاً با معادله ۳۲-۲۲ سازگار است. معادله ۳۲-۲۶ تندی تپ را در شکل ۳۲-۱۰ و تندی هر موج دیگر در همان ریسمان و با همان کشش را نشان می‌دهد.

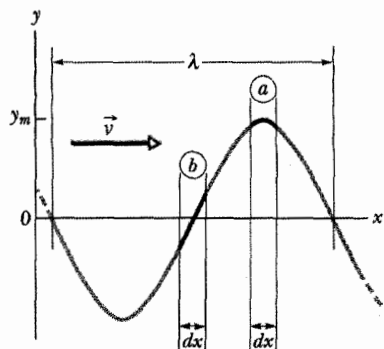
معادله ۳۲-۲۶ حاکی از آن است که:

تندی موج در طول یک ریسمان آرماتی کشیده شده فقط به کشش و چگالی خطی ریسمان بستگی دارد و به بسامد موج بستگی ندارد.

بسامد موج کاملاً به چیزی که موج را تولید می‌کند مربوط است (برای مثال، شخص در شکل ۳۲-۱ ب). پس، طول موج یک موج بنابر معادله ۳۲-۱۳ به صورت $\lambda = v/f$ است.

✓ **نکته وارسی ۳** با به نوسان در آوردن انتهای یک ریسمان، یک موج پیشرونده را در طول آن می‌فرستید. اگر بسامد نوسان را افزایش دهید، آیا (الف) تندی موج و (ب) طول موج افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان باقی می‌ماند؟ اگر در عوض، کشش را در ریسمان افزایش دهید آیا (ب) تندی موج و (ت) طول موج افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان باقی می‌ماند؟

جدید انتقال می‌یابد. بنابراین، می‌گوییم که موج انرژی را در طول ریسمان منتقل می‌کند.



شکل ۳۲-۱۲ یک عکس فوری از موج پیشرونده در ریسمان در لحظه $t=0$ عنصر a ریسمان دارای جابه‌جایی $y=y_m$ و عنصر b ریسمان دارای جابه‌جایی $y=0$ است. انرژی جنبشی عنصر ریسمان در هر نقطه به سرعت عرضی آن عنصر بستگی دارد. انرژی پتانسیل به میزان کشیدگی عنصر ریسمان به هنگام عبور از آن بستگی دارد.

آهنگ انتقال انرژی

انرژی جنبشی K مربوط به یک عنصر ریسمان به جرم dm با رابطه زیر داده می‌شود.

$$dK = \frac{1}{2} dm u^2 \quad (32-27)$$

که در آن u تندی عرضی عنصر نوسان‌کننده ریسمان است. برای یافتن u از معادله ۳۲-۲ در حالی که x را ثابت در نظر می‌گیریم نسبت به زمان مشتق می‌گیریم.

$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t) \quad (32-28)$$

با استفاده از این رابطه و با قرار دادن $dm = \mu dx$ ، معادله ۳۲-۲۷ را به صورت زیر می‌نویسیم.

$$dK = \frac{1}{2} (\mu dx) (-\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (32-29)$$

با تقسیم کردن معادله ۳۲-۲۹ بر dt آهنگی که با آن انرژی جنبشی از یک عنصر ریسمان می‌گذرد و در نتیجه آهنگی که با آن انرژی جنبشی به وسیله موج در طول ریسمان حمل می‌شود به دست می‌آید. نسبت dx/dt که در سمت راست معادله ۳۲-۲۹ ظاهر می‌شود، تندی موج v است. پس داریم

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (32-30)$$

آهنگ متوسط انتقال انرژی جنبشی عبارت است از

$$\left(\frac{dK}{dt} \right)_{avg} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 [\cos^2(kx - \omega t)]_{avg} \quad (32-31)$$

$$= \frac{1}{4} \mu v \omega^2 y_m^2$$

در اینجا متوسط روی تعداد درستی از طول موجها گرفته شده و از این واقعیت استفاده شده است که مقدار متوسط مجذور یک تابع کسینوسی روی تعداد درستی از دوره‌های تناوب برابر $\frac{1}{4}$ است.

انرژی جنبشی

عنصری از ریسمان به جرم dm که به هنگام عبور موج از آن به طور عرضی با حرکت هماهنگ ساده نوسان می‌کند، دارای انرژی جنبشی است که به سرعت عرضی آن بستگی دارد. هنگامی که این عنصر از نقطه $y=0$ می‌گذرد (عنصر b در شکل ۳۲-۱۲)، سرعت عرضی - و در نتیجه انرژی جنبشی آن بیشینه است. هنگامی که این عنصر از نقطه $y=0$ می‌گذرد (عنصر b در شکل ۳۲-۱۲)، سرعت عرضی - و در نتیجه انرژی جنبشی آن بیشینه است. هنگامی که این عنصر از نقطه حادی $y=y_m$ (مثل عنصر a) می‌گذرد، سرعت عرضی - و در نتیجه انرژی جنبشی آن - صفر است.

انرژی پتانسیل کشسانی

برای فرستادن یک موج سینوسی در طول ریسمان مستقیم قبلی، موج باید الزاماً ریسمان را بکشد. وقتی عنصری از ریسمان به طول dx به طور عرضی نوسان می‌کند، اگر این عنصر بخواهد موجی به شکل سینوسی داشته باشد طول آن باید به طور دوره‌ای افزایش یا کاهش یابد. درست نظیر یک فنر، به این تغییرات طول یک انرژی پتانسیل کشسانی وابسته است.

وقتی عنصری از ریسمان در مکان $y=y_m$ قرار دارد (عنصر a در شکل ۳۲-۱۲)، طول آن دارای مقدار آشفته نشده معمولی dx و بنابراین، انرژی پتانسیل کشسانی آن صفر است. ولی، وقتی این عنصر از مکان $y=0$ بگذرد، بیشینه کشیدگی را دارد و در نتیجه انرژی پتانسیل کشسانی آن بیشینه است.

انتقال انرژی

عنصر نوسان‌کننده ریسمان در $y=0$ هم دارای انرژی جنبشی بیشینه و هم دارای انرژی پتانسیل کشسانی بیشینه است. در عکس فوری شکل ۳۲-۱۲ ناحیه‌هایی از ریسمان که دارای جابه‌جایی بیشینه‌اند هیچ انرژی ندارند، و ناحیه‌هایی که دارای جابه‌جایی صفرند انرژی بیشینه دارند. وقتی موج در طول ریسمان حرکت می‌کند، نیروهای ناشی از کشش ریسمان به طور پیوسته برای انتقال انرژی از ناحیه‌های با انرژی به ناحیه‌های بدون انرژی کار انجام می‌دهند.

فرض کنید موجی را در ریسمان کشیده شده در راستای محور افقی x برقرار کنیم به طوری که معادله ۳۲-۲ جابه‌جایی آن را بیان می‌کند. با به نوسان درآوردن پیوسته یک انتهای ریسمان امکان دارد همانند شکل ۳۲-۱ ب موجی را در طول ریسمان ارسال کنیم. با انجام این کار باید به طور پیوسته برای حرکت و کشیدن ریسمان انرژی مصرف کنیم - هنگامی که قسمتهای ریسمان عمود بر محور x نوسان می‌کنند، آنها دارای انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کشسان هستند. وقتی موج به این قسمت‌ها که قبلاً ساکن بوده‌اند می‌رسد انرژی به این قسمتهای

شکل ۳۲-۱۳ الف یک عکس فوری از عنصری به جرم dm و طول l مربوط به یک ریسمان در وقتی را نشان می‌دهد که موج در طول ریسمان با چگالی خطی μ که در امتداد محور افقی x کشیده شده است حرکت می‌کند. فرض کنید که دامنه موج کوچک است به طوری که عنصر وقتی موج از آن می‌گذرد فقط می‌تواند کمی نسبت به محور x متمایل شود. بزرگی نیروی \vec{F}_y روی انتهای سمت راست عنصر برابر با کشش τ در ریسمان است و کمی به سمت بالا قرار دارد. بزرگی نیروی \vec{F}_l روی انتهای سمت چپ عنصر نیز برابر با کشش τ ولی کمی به سمت پایین است. به خاطر خمیدگی کم عنصر، این دو نیرو نیروی خالصی را ایجاد می‌کنند که موجب شتاب رو به بالای a_y عنصر می‌شود. با نوشتن قانون دوم نیوتون برای مؤلفه y ($F_{net,y} = ma_y$)، داریم.

$$F_{ly} - F_{ly} = dma_y \quad (32-34)$$

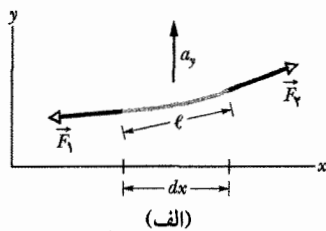
حال کمیت‌های مختلف در این معادله را تحلیل می‌کنیم. جرم، عنصر جرم dm را می‌توان برحسب چگالی خطی ریسمان μ و طول عنصر l به صورت $dm = \mu l$ نوشت. چون عنصر فقط کمی متمایل شده است پس $l \approx dx$ (شکل ۳۲-۱۳ الف) و تقریب زیر را داریم

$$dm = \mu dx \quad (32-35)$$

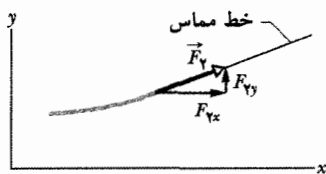
شتاب. شتاب a_y در معادله ۳۲-۳۴ مشتق دوم جابه‌جایی y نسبت به زمان است، در نتیجه

$$a_y = \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (32-36)$$

نیروها. شکل ۳۲-۱۳ ب نشان می‌دهد که \vec{F}_y در انتهای سمت راست عنصر بر ریسمان معاس است. بنابراین، می‌توانیم مؤلفه‌های نیرو را با رابطه زیر به شیب ریسمان S_y در انتهای سمت راست مربوط کنیم.



(الف)



(ب)

شکل ۳۲-۱۳ (الف) یک عنصر ریسمان وقتی یک موج عرضی سینوسی روی ریسمان کشیده شده حرکت می‌کند. نیروهای \vec{F}_l و \vec{F}_r در دو انتهای سمت چپ و راست اثر می‌کنند و شتاب \vec{a} را با مؤلفه قائم a_y ایجاد می‌کنند. (ب) نیرو در انتهای سمت راست عنصر در امتداد مماس بر سمت راست عنصر است.

انرژی پتانسیل کشسانی نیز با موج حمل می‌شود و همان آهنگ متوسط معادله ۳۲-۳۱ را دارد. اگرچه نمی‌خواهیم این مطلب را ثابت کنیم ولی باید به خاطر داشته باشید که در یک دستگاه نوسان‌کننده مانند آونگ یا دستگاه فنر-قطعه، انرژی جنبشی متوسط و انرژی پتانسیل متوسط یکسان هستند.

توان متوسط که آهنگ متوسطی است که با آن هر دو نوع انرژی به وسیله موج انتقال می‌یابند عبارت است از

$$P_{avg} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \quad (32-37)$$

یا، از معادله ۳۲-۳۱

$$P_{avg} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \quad (\text{توان متوسط}) \quad (32-38)$$

کمیت‌های μ ، v ، در این معادله به جنس ریسمان و کشش آن بستگی دارند. کمیت‌های y_m ، ω به فرایند تولید موج بستگی دارند. وابستگی توان متوسط یک موج به مجذور دامنه آن و نیز مجذور بسامد زاویه‌ای یک نتیجه کلی و در مورد تمام انواع موج درست است.

مسئله نمونه ۳۲-۵

یک ریسمان کشیده شده دارای چگالی خطی $\mu = 0.025 \text{ kg/m}$ است و تحت کشش $\tau = 45 \text{ N}$ قرار دارد. یک موج سینوسی با بسامد $f = 120 \text{ Hz}$ و دامنه $y_m = 8.0 \text{ mm}$ را در طول ریسمان ارسال می‌کنیم. موج با چه آهنگ متوسطی انرژی را منتقل می‌کند؟

نکته کلیدی بنابر معادله ۳۲-۳۳ آهنگ متوسط انتقال انرژی برابر است با توان متوسط P_{avg} .

محاسبه‌ها: برای استفاده از این معادله ابتدا باید بسامد زاویه‌ای ω و تندی موج v را حساب کنیم. از معادله ۳۲-۹ داریم

$$\omega = 2\pi f = (2\pi)(120 \text{ Hz}) = 754 \text{ rad/s}$$

از معادله ۳۲-۲۶ داریم

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{45 \text{ N}}{0.025 \text{ kg/m}}} = 9.26 \text{ m/s}$$

معادله ۳۲-۳۳ به دست می‌دهد.

$$P_{avg} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \quad (\text{پاسخ})$$

$$= \left(\frac{1}{2} \right) (0.025 \text{ kg/m}) (9.26 \text{ m/s}) (754 \text{ rad/s})^2 (0.0080 \text{ m})^2 \approx 100 \text{ W}$$

۳۲-۸ معادله موج

هنگامی که موجی از هر عنصر روی ریسمان کشیده شده می‌گذرد، عنصر به طور عمود نسبت به جهت پیشروی موج، حرکت می‌کند. با استفاده از قانون دوم نیوتون برای حرکت عنصر، می‌توانیم یک معادله دیفرانسیلی عمومی به دست آوریم که آن را معادله موج می‌نامند که بر حرکت هر نوع موج حاکم است.

۳۲-۹ اصل برهم نهی برای موجها

گاهی پیش می‌آید که دو یا تعداد بیشتری موج به طور همزمان از یک ناحیه می‌گذرند. برای مثال، وقتی به کنسرتی گوش می‌کنیم موجهای صوتی از سازهای مختلف به طور همزمان به پرده گوش ما می‌رسند. الکترونها در آنتنهای گیرنده‌های رادیو و تلویزیون به علت اثر خالص موجهای الکترومغناطیسی زیادی از مرکزهای فرستنده مختلف به حرکت می‌افتند. آب یک دریاچه یا بندرگاه ممکن است بر اثر موجهای ناشی از تعدادی قایق به شدت تکان بخورد.

فرض کنید که دو موج به طور همزمان در طول یک ریسمان کشیده شده حرکت می‌کنند. فرض کنیم $y_1(x, t)$ و $y_2(x, t)$ جابه‌جاییهای ریسمان ناشی از هر یک از موجها به تنهایی باشد. جابه‌جایی ریسمان وقتی که هر دو موج همپوشانی کنند برابر جمع جبری آنهاست.

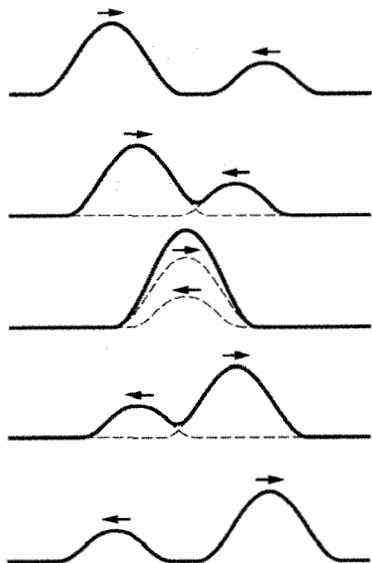
$$y'(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) \quad (۳۲-۴۶)$$

این جمع کردن جابه‌جاییها در طول ریسمان بدان معناست که

جمع جبری موجهای همپوشان یک موج برابند (یا موج خالص) ایجاد می‌کند.

این مثال دیگری از اصل برهم نهی است که می‌گوید هرگاه چندین اثر به طور همزمان روی دهند، اثر خالص آنها عبارت است از مجموع اثرهای تک تک آنها.

شکل ۳۲-۱۴ تعدادی از عکسهای فوری پی‌درپی از دو تپ را نشان می‌دهد که در جهت‌های مخالف در یک ریسمان کشیده شده حرکت می‌کنند. وقتی این تپها همپوشانی کنند، تپ برابند عبارت است از مجموع آنها. افزون بر این تپ به گونه‌ای از



شکل ۳۲-۱۴ دسته‌ای از عکسهای فوری که دو تپ متحرک را در جهت‌های مخالف در طول یک ریسمان کشیده شده نشان می‌دهند. اصل برهم نهی هنگامی که تپها به یکدیگر می‌رسند به کار می‌رود.

$$\frac{F_{yx}}{F_{yx}} = S_y \quad (۳۲-۳۷)$$

همچنین می‌توانیم بزرگی $F_T (= \tau)$ را به صورت زیر به مؤلفه‌ها مربوط کنیم.

$$F_T = \sqrt{F_{yx}^2 + F_{yy}^2}$$

یا

$$\tau = \sqrt{F_{yx}^2 + F_{yy}^2} \quad (۳۲-۳۸)$$

ولی چون فرض کردیم که عنصر فقط یک کمی متمایل شده است پس $F_{yx} \ll F_{yy}$ ، بنابراین معادله ۳۲-۳۸ را می‌توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم.

$$\tau = F_{yx} \quad (۳۲-۳۹)$$

با قرار دادن این در معادله ۳۲-۳۷ و حل آن برای F_{yy} داریم

$$F_{yy} = \tau S_y \quad (۳۲-۴۰)$$

تحلیل مشابهی برای انتهای سمت چپ عنصر ریسمان منجر به رابطه زیر می‌شود.

$$F_{yy} = \tau S_1 \quad (۳۲-۴۱)$$

حال می‌توانیم معادله‌های ۳۲-۳۵، ۳۲-۳۶، ۳۲-۴۰ و ۳۲-۴۱ را در معادله ۳۲-۳۴ قرار دهیم و بنویسیم

$$\tau S_y - \tau S_1 = (\mu dx) \left(\frac{d^2 y}{dt^2} \right)$$

یا

$$S_y - S_1 = \frac{\mu}{\tau} \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (۳۲-۴۲)$$

چون عنصر ریسمان کوتاه است، شبیهای S_1, S_y فقط به اندازه مقدار دیفرانسیلی dS تفاوت دارند، که در آن S شیب در هر نقطه و برابر است با

$$S = \frac{dy}{dx} \quad (۳۲-۴۳)$$

ابتدا در معادله ۳۲-۴۲، به جای $S_y - S_1$ مقدار dS را قرار می‌دهیم و سپس با استفاده از معادله ۳۲-۴۳، dy/dx را به جای S قرار می‌دهیم، در نتیجه داریم

$$\frac{dS}{dx} = \frac{\mu}{\tau} \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$\frac{d(dy/dx)}{dx} = \frac{\mu}{\tau} \frac{d^2 y}{dx^2}$$

و

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{\tau} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (۳۲-۴۴)$$

در آخرین مرحله، از نماد مشتقهای جزئی استفاده کرده‌ایم چون در سمت چپ مشتق فقط نسبت به x و در سمت راست مشتق فقط نسبت به t است. سرانجام، با قرار دادن از معادله ۳۲-۲۶

$$\text{داریم } (v = \sqrt{\tau/\mu})$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (\text{معادله موج}) \quad (۳۲-۴۵)$$

این رابطه معادله دیفرانسیلی عمومی است که بر حرکت هر نوع موج حاکم است.

میان دیگران می‌گذرد که گویی دیگران حضور ندارند:

موجهای همپوشانی کرده به هیچ وجه حرکت سایر موجها را تغییر نمی‌دهند.

۳۲-۱۰ تداخل موجها

موج زاویه‌ای k (و در نتیجه طول موج λ) و دامنه y_m آنها یکسان است. هر دو موج در جهت مثبت محور x با تندی v که با معادله ۳۲-۲۶ داده شده است، حرکت می‌کنند. این موجها فقط در زاویه ثابت ϕ یعنی ثابت فاز تفاوت دارند. گفته می‌شود که این موجها به اندازه ϕ ناهمفازند یا به اندازه ϕ اختلاف فاز دارند، یا یکی به اندازه ϕ نسبت به دیگری تغییر فاز دارد.

از اصل برهم‌نهی (معادله ۳۲-۴۶)، موج برآیند جمع جبری دو موج تداخل‌کننده است و جابه‌جایی آن برابر است با

$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \quad (۳۲-۴۹)$$

$$= y_m \sin(kx - \omega t) + y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$$

در پیوست ۳ می‌بینیم که می‌توانیم مجموع سینوسهای دو زاویه β, α را به صورت زیر بنویسیم.

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad (۳۲-۵۰)$$

با استفاده از این رابطه در معادله ۳۲-۴۹ خواهیم داشت

$$y'(x,t) = \left[2y_m \cos \frac{1}{2}\phi \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi \right) \quad (۳۲-۵۱)$$

همانطور که شکل ۳۲-۱۵ نشان می‌دهد، موج برآیند نیز یک موج سینوسی در حال حرکت در جهت افزایش x است. این تنها موجی است که در واقع روی ریسمان دیده می‌شود (دو موج تداخل‌کننده معادله‌های ۳۲-۴۷ و ۳۲-۴۸ دیده نمی‌شوند).

$$\underbrace{y'(x,t)}_{\text{جابه‌جایی}} = \underbrace{\left[2y_m \cos \frac{1}{2}\phi \right]}_{\substack{\text{جمله نوسانی} \\ \text{بزرگی دامنه} \\ \text{می‌دهد}}} \sin \left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi \right)$$

شکل ۳۲-۱۵ موج برآیند معادله ۳۲-۵۱، حاصل از تداخل دو موج عرضی سینوسی، نیز یک موج عرضی سینوسی است با دامنه و جمله نوسان‌کننده.

فرض کنید دو موج سینوسی با طول موج و دامنه یکسان را در یک جهت در طول ریسمان کشیده‌ای بفرستیم. اصل برهم‌نهی برقرار است. این اصل چه موج برآیندی را برای ریسمان پیش‌بینی می‌کند؟

موج برآیند به میزانی که موجها نسبت به یکدیگر همفازند (همگام‌اند) بستگی دارد، یعنی، به چه میزان یک شکل موج نسبت به شکل موج دیگر انتقال یافته است. اگر موجها دقیقاً همفاز باشند (به طوری که قله‌ها و دره‌های یکی دقیقاً بر قله‌ها و دره‌های دیگری منطبق باشد)، آنها ترکیب می‌شوند و جابه‌جایی هر موج وقتی به تنهایی اثر کند را دو برابر می‌کنند. اگر آنها دقیقاً ناهمفاز باشند (قله‌های یکی درست بر دره‌های دیگری منطبق باشد)، ترکیب آنها در هر جا یکدیگر را خنثی می‌کنند و ریسمان مستقیم می‌ماند. این پدیده ترکیب موجها را تداخل می‌نامیم، و می‌گوییم که موجها تداخل کرده‌اند. (این اصطلاحها فقط به جابه‌جاییهای موج اشاره دارند، حرکت موجها بی‌تأثیر می‌ماند).

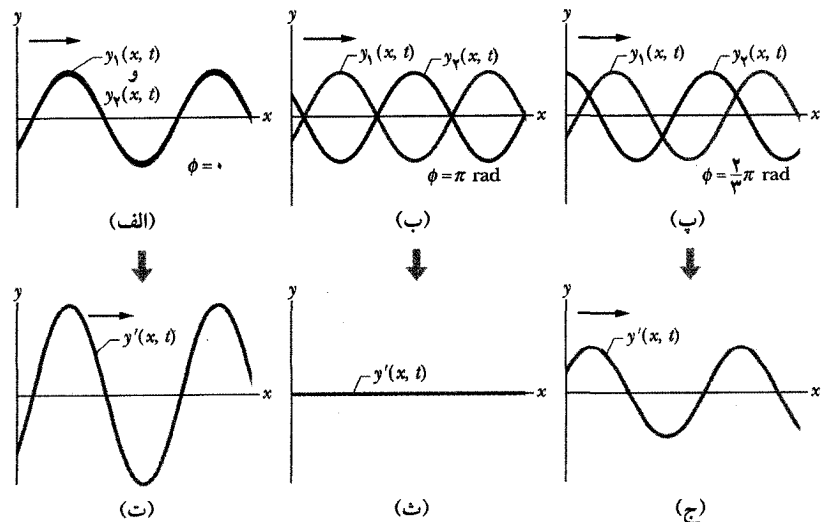
فرض کنید موج پیش‌رونده‌ای در طول ریسمان کشیده شده با رابطه زیر داده شده باشد.

$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (۳۲-۴۷)$$

و موج دیگری که نسبت به اولی انتقال یافته است با رابطه زیر داده شده باشد.

$$y_2(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (۳۲-۴۸)$$

بسامد زاویه‌ای ω این موجها (و در نتیجه بسامد f آنها)، عدد



شکل ۳۲-۱۶ دو موج مشابه سینوسی $y_1(x,t)$ و $y_2(x,t)$ در طول ریسمان در جهت مثبت محور x حرکت می‌کنند. آنها تداخل می‌کنند و موج برآیند $y'(x,t)$ را به دست می‌دهند. موج برآیند موجی است که در واقع روی ریسمان دیده می‌شود. اختلاف فاز ϕ بین دو موج تداخل‌کننده برابر است با: (الف) 0 rad یا 0° ، (ب) $\pi \text{ rad}$ یا 180° ، و (پ) $\frac{2}{3}\pi \text{ rad}$ یا 120° . موجهای برآیند مربوط در (ت)، (ث)، و (ج) نشان داده شده‌اند.

جدول ۱-۳۲

اختلاف فازها و انواع تداخل حاصل^۱

اختلاف فاز بر حسب

درجه	رادیان	طول موج	دامنه موج برآیند	نوع تداخل
۰	۰	۰	$2y_m$	کاملاً سازنده
۱۲۰	$2\pi/3$	$0/33$	y_m	میانه
۱۸۰	π	$0/5$	۰	کاملاً ویرانگر
۲۴۰	$4\pi/3$	$0/67$	y_m	میانه
۳۶۰	2π	$1/00$	$2y_m$	کاملاً سازنده
۸۶۵	$15/1$	$2/40$	$0/60 y_m$	میانه

و $2y_m$ است. برای مثال، از جدول ۱-۳۲، اگر موجهای تداخل کننده دارای اختلاف فاز 120°

$$(\phi = \frac{2}{3}\pi \text{ rad} = 0/33 \text{ طول موج})$$

باشد، در این صورت دامنه y_m موج برآیند برابر با دامنه موجهای تداخل کننده است. (به شکلهای ۱۶-۳۲ ب و ث نگاه کنید).

اگر اختلاف فاز دو موج با طول موج یکسان صفر یا عدد درستی از طول موج باشد، این دو موج همفازند. بنابراین، قسمت درست هر اختلاف فاز را که با طول موج بیان شده باشد می توان حذف کرد. برای مثال اختلاف فاز $0/40$ طول موج معادل $2/40$ طول موج است و در محاسبه ها می توان عدد ساده تر را به کار برد.

✓ **نکته واریسی ۴** در اینجا چهار اختلاف فاز ممکن دیگر بین دو موج مسئله بالا بر حسب طول موج داده شده است: $0/80, 0/60, 0/40, 0/20$ اینها را به ترتیب بزرگی دامنه موج برآیند مرتب کنید.

مسئله نمونه ۶-۳۲

دو موج سینوسی مشابه که در طول یک ریسمان کشیده شده در یک جهت حرکت می کنند، با یکدیگر تداخل می کنند. دامنه y_m هر موج $9/8 \text{ mm}$ و اختلاف فاز ϕ بین آنها 100° است. (الف) دامنه y'_m موج برآیند حاصل از تداخل این دو موج چقدر و نوع تداخل کدام است؟

نکته کلیدی اینها موجهای سینوسی مشابهی هستند که در طول ریسمان در یک جهت حرکت می کنند بنابراین، تداخل آنها یک موج در حال حرکت سینوسی ایجاد می کند. **محاسبه ها:** چون آنها مشابه اند دارای دامنه یکسان هستند. پس، دامنه y'_m موج برآیند با معادله ۵۲-۳۲ داده می شود.

۱. اختلاف فاز بین دو موج مشابه، با دامنه y_m که در یک جهت حرکت می کنند.

اگر دو موج سینوسی با دامنه و طول موج یکسان در طول ریسمان کشیده شده ای در یک جهت حرکت کنند، تداخل آنها یک موج سینوسی برآیند در حال حرکت در آن جهت ایجاد می کند.

موج برآیند از دو نظر با موجهای تداخل کننده تفاوت دارد: (۱) ثابت فاز آن برابر $\frac{1}{2}\phi$ است، و (۲) دامنه آن y'_m ، کمیت داخل کروشه در معادله ۵۱-۳۲ است.

$$y'_m = \left| 2y_m \cos \frac{1}{2}\phi \right| \quad (\text{دامنه}) \quad (52-32)$$

اگر $\phi = 0 \text{ rad}$ (یا 0°) باشد، همانطور که در شکل ۱۶-۳۲ الف دیده می شود دو موج تداخل کننده دقیقاً همفازند. آنگاه معادله ۵۱-۳۲ به صورت زیر درمی آید.

$$y'(x, t) = 2y_m \sin(kx - \omega t) \quad (\phi = 0) \quad (53-32)$$

این موج برآیند در شکل ۱۶-۳۲ ت رسم شده است. توجه کنید که از این شکل و هم از معادله ۵۳-۳۲ دیده می شود که دامنه موج برآیند دو برابر دامنه هر یک از موجهای تداخل کننده است. این بزرگترین دامنه ای است که موج برآیند می تواند داشته باشد، چون جمله کسینوس در معادله های ۵۱-۳۲ و ۵۲-۳۲ در $\phi = 0$ بیشترین مقدار (یک) را دارد. تداخلی که بیشترین دامنه ممکن را ایجاد می کند **تداخل کاملاً سازنده** نامیده می شود.

اگر $\phi = \pi \text{ rad}$ (یا 180°) باشد، موجهای تداخل کننده مطابق

شکل ۱۶-۳۲ ب، دقیقاً ناهمفازند. در این صورت $\cos \frac{1}{2}\phi$

برابر $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ و دامنه موج برآیند که با معادله ۵۱-۳۲ داده می شود برابر صفر است. بنابراین، برای همه مقادیرهای x, t داریم

$$y'(x, t) = 0 \quad (\phi = \pi \text{ rad}) \quad (54-32)$$

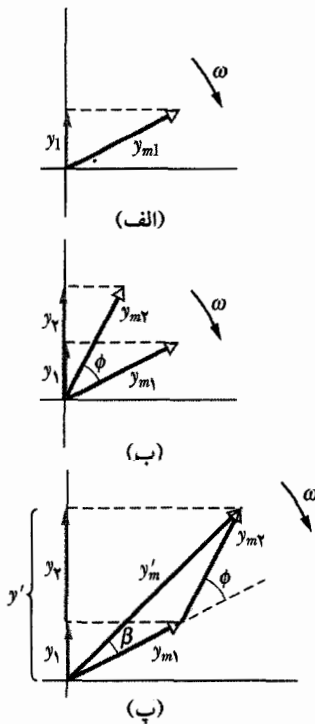
موج برآیند در شکل ۱۶-۳۲ ت رسم شده است. اگرچه ما دو موج را در طول ریسمان ارسال کرده ایم ولی هیچ حرکتی در ریسمان دیده نمی شود. این نوع تداخل را **تداخل کاملاً ویرانگر** می نامند.

چون موج سینوسی پس از هر $2\pi \text{ rad}$ شکل خود را تکرار می کند، اختلاف فاز $\phi = 2\pi \text{ rad}$ (یا 360°) مربوط به موجی است که نسبت به موج دیگر به فاصله ای برابر با یک طول موج جابه جا شده است. بنابراین، اختلاف فازها را می توان علاوه بر زاویه ها بر حسب طول موج نیز بیان کرد. برای مثال، در شکل ۱۶-۳۲ ب می توان گفت که موجها به اندازه $0/5$ طول موج ناهمفازند. جدول ۱-۳۲ مثالهای دیگری از اختلاف فاز و تداخلی را که می توانند ایجاد کنند نشان می دهد. توجه کنید که هرگاه تداخل نه کاملاً سازنده و نه کاملاً ویرانگر باشد، آن را **تداخل میانه** می گویند. در این صورت، دامنه موج برآیند بین ۰

هنگامی که دو موج در یک ریسمان در یک جهت حرکت می‌کنند، می‌توان این موجها و برایندها را با یک نمودار بردار فاز نمایش داد. بردار فاز در شکل ۳۲-۱۷ ب معادله موج ۳۲-۵۵ را نمایش می‌دهد و موج دیگر با رابطه زیر داده می‌شود.

$$y_2(x, t) = y_{m2} \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (۳۲-۵۶)$$

فاز این موج دوم به اندازه ثابت فاز ϕ نسبت به فاز موج اول تغییر کرده است. چون بردارهای فاز با تندی زاویه‌ای ω یکسانی می‌چرخند، زاویه بین دو بردار فاز همیشه ϕ است. اگر ϕ یک کمیت مثبت باشد در این صورت بردار فاز برای موج ۲، همانطور که در شکل ۳۲-۱۷ ب رسم شده، در حین چرخش از بردار فاز موج ۱ عقب می‌ماند. اگر ϕ یک کمیت منفی باشد، در این صورت بردار فاز موج ۲ از بردار فاز موج ۱ جلو می‌افتد.



شکل ۳۲-۱۷ (الف) یک بردار فاز با بزرگی y_{m1} که با تندی زاویه‌ای ω حول مبدأ می‌چرخد یک موج سینوسی را نمایش می‌دهد. تصویر y_1 بردار فاز روی محور قائم جابه‌جایی نقطه‌ای را نشان می‌دهد که موج از آن می‌گذرد. (ب) بردار فاز دوم، نیز با تندی زاویه‌ای ω اما بزرگی y_{m2} با زاویه ثابت ϕ نسبت به بردار فاز اول می‌چرخد، موج دیگری را با ثابت فاز ϕ نشان می‌دهد. (پ) موج برایندها با جمع برداری y'_m دو بردار فاز نشان داده شده است.

چون عدد موج زاویه‌ای k و بسامد زاویه‌ای ω موجهای y_1, y_2 یکسان است، از معادله‌های ۳۲-۵۱ و ۳۲-۵۲ می‌دانیم که برایندها آنها به شکل زیر است.

$$y'(x, t) = y'_m \sin(kx - \omega t + \beta) \quad (۳۲-۵۷)$$

$$y'_m = \left| 2y_m \cos \frac{1}{2}\phi \right| = |(2)(9/8\text{mm}) \cos(100^\circ/2)| \quad (\text{پاسخ})$$

$$= 13\text{mm}$$

به دو روش می‌توان گفت که تداخل میانه است. اختلاف فاز بین 180° است و متناظر با آن، دامنه y_m بین 0 و $2y_m (= 19/6\text{mm})$ است.

(ب) برای ایجاد موج برایندها با دامنه $4/9\text{mm}$ ، اختلاف فاز برحسب رادیان و برحسب طول موج باید چقدر باشد؟
محاسبه‌ها: اکنون y'_m داده شده است و باید ϕ را به دست آوریم. از معادله ۳۲-۵۲

$$y'_m = \left| 2y_m \cos \frac{1}{2}\phi \right|$$

حال داریم

$$4/9\text{mm} = (2)(9/8\text{mm}) \cos \frac{1}{2}\phi$$

که به دست می‌دهد (ماشین حساب را روی حالت رادیان قرار دهید)

$$\phi = 2 \cos^{-1} \frac{4/9\text{mm}}{(2)(9/8\text{mm})} \quad (\text{پاسخ})$$

$$= \pm 2/636\text{rad} \approx \pm 2/6\text{rad}$$

دو پاسخ وجود دارد چون همین موج برایندها را می‌توان با قرار دادن موج اول به صورت پیشرو (حرکت در جلو) یا پسرو (حرکت در عقب) نسبت به موج دوم به اندازه $2/6\text{rad}$ به دست آورد. برحسب طول موج، اختلاف فاز عبارت است از

$$\frac{\phi}{2\pi\text{rad}} = \frac{\pm 2/636\text{rad}}{2\pi\text{rad}} \quad (\text{پاسخ})$$

طول موج $2\pi\text{rad}$ / طول موج $2\pi\text{rad}$

$$= \pm 0/42$$

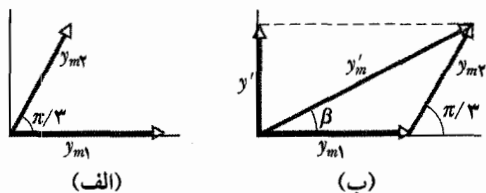
۳۲-۱۱ بردارهای فاز

یک موج ریسمان (یا هر نوع دیگری از موج) را می‌توان به طور برداری با یک بردار فاز نمایش داد. در اصل، بردار فاز برداری است که بزرگی آن برابر با دامنه موج است و حول یک مبدأ می‌چرخد؛ تندی زاویه‌ای بردار فاز برابر با بسامد زاویه‌ای ω موج است. برای مثال، موج

$$y_1(x, t) = y_{m1} \sin(kx - \omega t) \quad (۳۲-۵۵)$$

با بردار فاز نشان داده شده در شکل ۳۲-۱۷ الف نمایش داده شده است. بزرگی بردار فاز دامنه y_{m1} موج است. وقتی بردار فاز با تندی زاویه‌ای ω به دور مبدأ می‌چرخد، تصویر y_1 آن روی محور قائم به طور سینوسی از یک نقطه بیشینه y_{m1} تا یک کمینه $-y_{m1}$ تغییر می‌کند و سپس به y_{m1} برمی‌گردد. این تغییر متناظر با تغییر سینوسی در جابه‌جایی y_1 هر نقطه در طول ریسمان است که موج از آن نقطه می‌گذرد.

برای یافتن مقدار y_m, y'_m می‌توانیم مجموع بردارهای فاز ۱ و ۲ را مستقیماً با ماشین حساب با قابلیت برداری (با افزودن برداری با بزرگی $4/0$ و زاویه 0° rad به برداری با بزرگی $3/0$ و زاویه $\pi/3$ rad) به دست آورد یا اینکه بردارها را به صورت مؤلفه‌ای جمع کنیم. برای مؤلفه‌های افقی داریم



شکل ۳۲-۱۸ (الف) دو بردار فاز با بزرگیهای y_{m1} و y_{m2} و اختلاف فاز $\pi/3$ (ب) جمع برداری این بردارهای فاز در هر لحظه در ضمن چرخش آنها بزرگی y'_m را برای موج برابند به دست می‌دهد.

$$y'_{mh} = y_{m1} \cos 0 + y_{m2} \cos \pi/3$$

$$= 4/0 \text{ mm} + (3/0 \text{ mm}) \cos \pi/3 = 5/50 \text{ mm}$$

برای مؤلفه‌های قائم داریم

$$y'_{mv} = y_{m1} \sin 0 + y_{m2} \sin \pi/3$$

$$= 0 + (3/0 \text{ mm}) \sin \pi/3 = 2/60 \text{ mm}$$

بنابراین دامنه موج برابند برابر است با

$$y'_m = \sqrt{(5/50 \text{ mm})^2 + (2/60 \text{ mm})^2} \quad (\text{پاسخ})$$

$$= 6/1 \text{ mm}$$

و ثابت فاز برابر است با

$$\beta = \tan^{-1} \frac{2/60 \text{ mm}}{5/50 \text{ mm}} = 0/44 \text{ rad} \quad (\text{پاسخ})$$

از شکل ۳۲-۱۸، ب، ثابت فاز β یک زاویه مثبت نسبت به بردار فاز ۱ دارد. پس، موج برابند در ضمن حرکت به اندازه ثابت فاز $\beta = 0/44 \text{ rad}$ از موج ۱ عقب می‌ماند. از معادله ۳۲-۵۷، می‌توانیم موج برابند را به صورت زیر بنویسیم.

$$y'_m(x, t) = (6/1 \text{ mm}) \sin(kx - \omega t + 0/44 \text{ rad}) \quad (\text{پاسخ})$$

۳۲-۱۲ موجهای ایستاده

در بخش ۳۲-۱۰، در مورد دو موج سینوسی بحث کردیم که طول موج و دامنه آنها یکسان بود و در یک جهت در طول یک ریسمان کشیده شده حرکت می‌کردند. اگر اینها در دو جهت مخالف حرکت کنند چه می‌شود؟ موج برابند را دوباره می‌توان از اصل برهم‌نهی پیدا کرد.

شکل ۳۲-۱۹ این وضعیت را به طور نموداری نشان می‌دهد. این نمودار دو موج ترکیب شونده را نشان می‌دهد که یکی در شکل ۳۲-۱۹ الف به سمت چپ و دیگری در شکل ۳۲-۱۹ ب به سمت راست حرکت می‌کند. شکل ۳۲-۱۹ پ جمع آنها را نشان می‌دهد که با استفاده از اصل برهم‌نهی به طور نموداری به دست آمده است. ویژگی برجسته موج برابند این است که در

که در آن دامنه موج برابند و β ثابت فاز آن است. برای یافتن مقدارهای y'_m, y_m ، همانطور که برای به دست آوردن معادله ۳۲-۵۱ انجام دادیم، باید مجموع دو موج ترکیب شونده را به دست آوریم. برای انجام این کار روی نمودار بردار فاز، دو بردار فاز را در هر لحظه از چرخش آنها مانند شکل ۳۲-۱۷ پ که در آن بردار فاز y_{m2} از بردار فاز y_{m1} جلو افتاده است، به طور برداری جمع می‌کنیم. بزرگی جمع برداری برابر با دامنه y'_m در معادله ۳۲-۵۷ است. زاویه بین مجموع برداری و بردار فاز برای y_{m1} برابر ثابت فاز β در معادله ۳۲-۵۷ است.

توجه کنید که می‌توان از بردارهای فاز برای ترکیب موجها، حتی اگر دامنه‌های آنها متفاوت باشند، استفاده کرد.

مسئله نمونه ۳۲-۷

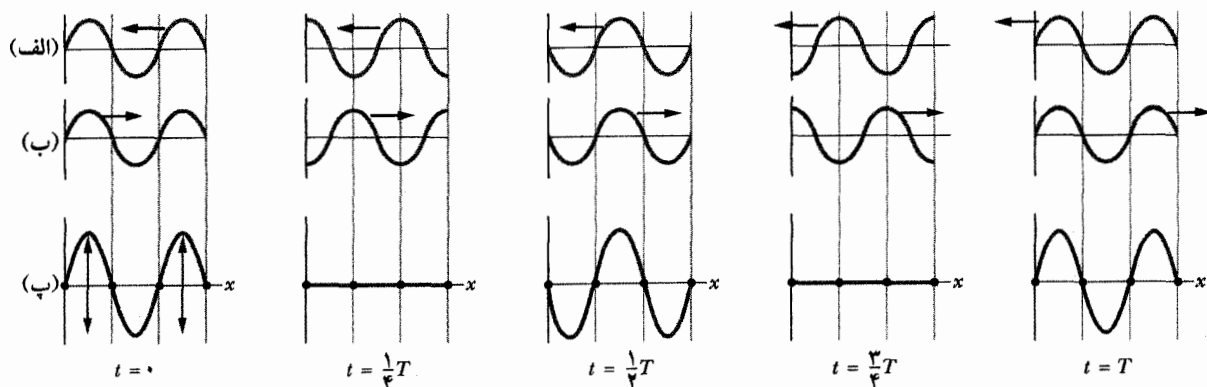
دو موج سینوسی $y_1(x, t), y_2(x, t)$ با طول موج یکسان با هم در طول یک ریسمان و در یک جهت حرکت می‌کنند. دامنه آنها به ترتیب $y_{m1} = 4/0 \text{ mm}$ و $y_{m2} = 4/0 \text{ mm}$ و ثابت فاز آنها 0 و $\pi/3 \text{ rad}$ است. دامنه y'_m و ثابت فاز β موج برابند چقدرند؟ موج برابند را به صورت معادله ۳۲-۵۷ بنویسید.

نکته کلیدی

(۱) دو موج ویژگیهای مشترکی دارند: چون آنها در طول یک ریسمان حرکت می‌کنند باید تندی v یکسانی داشته باشند که این تندی برحسب کشش و چگالی خطی ریسمان با معادله ۳۲-۲۶ داده می‌شود. با داشتن طول موج یکسان، آنها باید عدد موج زاویه‌ای $k (= 2\pi/\lambda)$ یکسانی داشته باشند. همچنین با داشتن عدد موج k و تندی v یکسان، آنها باید دارای بسامد زاویه‌ای $\omega (= kv)$ یکسانی باشند.

(۲) موجها (آنها را موج ۱ و ۲ می‌نامیم) را می‌توان با بردارهای فاز که دور مبدأ با تندی زاویه‌ای ω یکسانی می‌چرخند نمایش داد. چون ثابت فاز موج ۲ به اندازه $\pi/3$ بزرگتر از ثابت فاز موج ۱ است، بردار فاز ۲، همانطور که در شکل ۳۲-۱۸ الف نشان داده شده، در چرخش ساعتگرد به مقدار $\pi/3$ از بردار فاز ۱ عقب است. پس موج برابند حاصل از تداخل موج ۱ و ۲ را می‌توان با بردار فازی که مجموع برداری بردار فاز ۱ و ۲ است نشان داد.

محاسبه‌ها: برای ساده کردن جمع برداری، در شکل ۳۲-۱۸ الف بردارهای فاز ۱ و ۲ را در لحظه‌ای که بردار فاز ۱ در امتداد محور افقی قرار دارد رسم کرده‌ایم. سپس بردار فاز ۲ عقب افتاده را در زاویه مثبت $\pi/3 \text{ rad}$ رسم می‌کنیم. در شکل ۳۲-۱۸ ب بردار فاز ۲ را به گونه‌ای جابه‌جا می‌کنیم که انتهای آن در نوک بردار فاز ۱ قرار گیرد. سپس می‌توانیم بردار فاز y'_m موج برابند را از انتهای بردار فاز ۱ به نوک بردار فاز ۲ رسم کنیم. ثابت فاز β ، زاویه‌ای است که بردار فاز y'_m با بردار فاز ۱ می‌سازد.



شکل ۳۲-۱۹ (الف) پنج عکس فوری از یک موج که به سمت چپ حرکت می‌کند، در زمانهای t در زیر قسمت (پ) نشان داده شده‌اند. (ت) دوره تناوب نوسان است. (ب) پنج عکس فوری از یک موج مشابه با موج در قسمت (الف) در زمانهای مشابه t که به سمت راست حرکت می‌کنند. (پ) عکسهای فوری مربوط به برهم‌نهی دو موج روی ریسمان. در $t = 0$ و $1/2 T$ و T تداخل کاملاً سازنده رخ می‌دهد چون قله‌ها با قله‌ها و دره‌ها با دره‌ها بر هم منطبق‌اند. در $t = 1/4 T$ و $3/4 T$ تداخل کاملاً ویرانگر است چون قله‌ها بر دره‌ها منطبق‌اند. بعضی نقطه‌ها (گره‌ها با نقطه مشخص شده‌اند) هرگز نوسان نمی‌کنند؛ بعضی نقطه‌ها (شکمه‌ها) بیشترین نوسانها را دارند.

$\sin kx$ می‌تواند منفی باشد، مقدار مطلق کمیت $2y_m \sin kx$ را دامنه در x در نظر می‌گیریم.

$$\underbrace{y(x,t)}_{\text{جابه‌جایی}} = \underbrace{2y_m \sin kx}_{\text{دامنه در مکان}} \underbrace{\cos \omega t}_{\text{جمله نوسانی}}$$

شکل ۳۲-۲۰ موج برآیند معادله ۳۲-۶۰ یک موج ایستاده است و از تداخل دو موج سینوسی با دامنه و طول موج یکسان که در جهت مخالف حرکت می‌کنند حاصل می‌شود.

در یک موج سینوسی پیش‌رونده، دامنه موج برای تمام عنصرهای ریسمان یکسان است. این در مورد موج ایستاده‌ای که دامنه آن برحسب مکان تغییر می‌کند درست نیست. برای مثال، در موج ایستاده معادله ۳۲-۶۰، به ازای مقادیرهای kx که $\sin kx = 0$ است، دامنه صفر می‌شود. آن مقادیرها عبارت‌اند از

$$kx = n\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای} \quad (۳۲-۶۱)$$

با قرار دادن $k = 2\pi/\lambda$ در این معادله و ترتیب دوباره خواهیم داشت

$$x = n \frac{\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای} \quad (۳۲-۶۲)$$

که مکانهای دامنه صفر، گره‌ها، برای موج ایستاده معادله ۳۲-۶۰ هستند. توجه کنید که گره‌های مجاور به اندازه نیم طول موج یعنی، $\lambda/2$ از هم فاصله دارند.

بیشینه مقدار دامنه موج ایستاده معادله ۳۲-۶۰، برابر $2y_m$ است که به ازای مقدارهایی از kx که به ازای آنها $|\sin kx| = 1$ است به دست می‌آید. این مقادیرها عبارت‌اند از

$$kx = \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \dots \quad (۳۲-۶۳)$$

$$= \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای}$$

طول ریسمان مکانهایی وجود دارند که در آنجا ریسمان هرگز حرکت نمی‌کند، این مکانها را گره می‌نامند. چهار عدد از چنین گره‌هایی در شکل ۳۲-۱۹ پ با نقطه مشخص شده‌اند. وسط گره‌های مجاور را شکم می‌گویند، که دامنه موج برآیند در آنجا بیشینه است. نقشهای موج مانند شکل ۳۲-۱۹ پ موج ایستاده نامیده می‌شوند زیرا که نقشهای موج به طرف چپ یا راست حرکت نمی‌کنند؛ محل بیشینه‌ها و کمینه‌ها تغییر نمی‌کند.

اگر دو موج سینوسی با دامنه و طول موج یکسان در جهت مخالف در طول یک ریسمان کشیده شده حرکت کنند، تداخل آنها با یکدیگر یک موج ایستاده ایجاد می‌کند.

برای تحلیل یک موج ایستاده، دو موج ترکیب شونده را با معادله‌های زیر نمایش می‌دهیم

$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (۳۲-۵۸)$$

و

$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx + \omega t) \quad (۳۲-۵۹)$$

از اصل برهم نهی برای موج مرکب داریم

$$y'(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

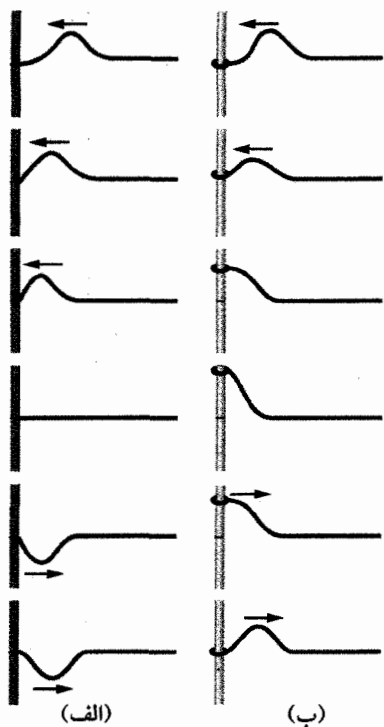
$$= y_m \sin(kx - \omega t) + y_m \sin(kx + \omega t)$$

با استفاده از رابطه مثلثاتی معادله ۳۲-۵۰ خواهیم داشت

$$y'(x, t) = [2y_m \sin kx] \cos \omega t \quad (۳۲-۶۰)$$

که در شکل ۳۲-۲۰ نمایش داده شده است. این معادله یک موج در حال حرکت را توصیف نمی‌کند چون به شکل معادله ۳۲-۱۷ نیست، بلکه یک موج ایستاده را توصیف می‌کند.

کمیت $2y_m \sin kx$ در داخل کروشه معادله ۳۲-۶۰ را می‌توان به عنوان دامنه نوسان عنصر ریسمان در نظر گرفت که در مکان x واقع است. ولی، چون دامنه همیشه مثبت است و



شکل ۲۱-۳۲ (الف) تپ فرودی از سمت راست در انتهای چپ ریسمان که به دیوار بسته شده است، بازتابیده می شود. توجه کنید که تپ بازتابیده نسبت به تپ فرودی وارون شده است. (ب) در اینجا انتهای چپ ریسمان به حلقه ای بسته شده است که می تواند بدون اصطکاک به بالا و پایین میله آزادانه بلغزد. حالا تپ بدون وارون شدن بازتابیده می شود.

۳۲-۱۳ موجهای ایستاده و تشدید

ریسمانی را مانند سیم گیتار در نظر بگیرید که بین دو گیره کشیده شده است. فرض کنید یک موج سینوسی پیوسته با بسامد معین را در طول سیم مثلاً به سمت راست ارسال کنید. وقتی موج به انتهای سمت راست می رسد، بازتاب می کند و به عقب و سمت چپ برمی گردد. وقتی که این موج به انتهای سمت چپ می رسد دوباره بازتاب می کند و این موج بازتابیده جدید به سمت راست حرکت می کند و با موجهایی که به سمت راست و به سمت چپ حرکت می کنند ترکیب می شود. به طور خلاصه، در مدت کوتاهی تعداد زیادی از موجهای حرکت کننده ترکیب می شوند و با یکدیگر تداخل می کنند.

به ازای بسامدهای معینی، تداخل یک نقش موج ایستاده (یا مد نوسان) با گره ها و شکمهایی بزرگ شبیه شکل ۳۲-۲۲ ایجاد می کند. گفته می شود که چنین موج ایستاده ای در وضعیت تشدید تشکیل شده و ریسمان در این بسامدهای معین که بسامدهای تشدید نامیده می شوند در حالت تشدید است. اگر ریسمان در بسامدی غیر از بسامد تشدید نوسان کند، موج ایستاده ایجاد نمی شود. در نتیجه تداخل موجی که به راست

با قرار دادن $k = 2\pi/\lambda$ در ۳۲-۶۳ و ترتیب دوباره خواهیم داشت

$$x = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{شکمها}) \quad (32-64)$$

که مکانهای دامنه بیشینه، شکمها، موج ایستاده در معادله ۳۲-۶۰ را به دست می دهند. شکمها از یکدیگر به اندازه نیم طول موج فاصله دارند و در وسط دو گره قرار دارند.

بازتاب موج در مرز

یک موج ایستاده در یک ریسمان کشیده شده را می توان با موج پیشرونده و بازتاب آن از انتهای دور سیمان به طوری که موج به عقب برگردد و از خودش بگذرد به وجود آورد. در این حالت موج فرودی (اولیه) و موج بازتابیده را می توان به ترتیب با معادله های ۳۲-۵۸ و ۳۲-۵۹ توصیف کرد و این موجها پس از ترکیب نقشی از موجهای ایستاده را تشکیل می دهند.

در شکل ۳۲-۲۱ از یک تپ برای نمایش چگونگی ایجاد بازتاب استفاده می کنیم. در شکل ۳۲-۲۱ الف یک ریسمان در انتهای چپ خود ثابت شده است. وقتی تپ به این انتها می رسد، نیرویی رو به بالا بر تکیه گاه (دیوار) وارد می کند. بنابر قانون سوم نیوتون، تکیه گاه نیز نیرویی برابر و در جهت مخالف بر ریسمان وارد می کند. این نیروی دوم در تکیه گاه تپی را ایجاد می کند که در جهت مخالف تپ فرودی در طول ریسمان به عقب حرکت می کند. در بازتاب «سخت» از این نوع، در نقطه تکیه گاه باید یک گره وجود داشته باشد چون ریسمان در آنجا ثابت شده است. تپهای بازتابیده و فرودی دارای علامتهای مخالفاند، پس اثر یکدیگر را در آن نقطه از بین می برند.

در شکل ۳۲-۲۱ ب؛ انتهای چپ ریسمان به حلقه سبکی بسته شده است که می تواند بدون اصطکاک در راستای میله به طور آزادانه بلغزد. وقتی تپ فرودی به آنجا برسد حلقه به بالای میله حرکت می کند. وقتی حلقه حرکت کند، ریسمان را می کشد و با کشیدن ریسمان یک تپ بازتابیده با همان علامت و دامنه مانند تپ فرودی ایجاد می کند. بنابراین، در چنین بازتاب «نرمی» تپهای فرودی و بازتابیده یکدیگر را تقویت می کنند و در انتهای ریسمان شکم ایجاد می شود؛ بیشینه جابه جایی حلقه دو برابر دامنه هر یک از تپهاست.

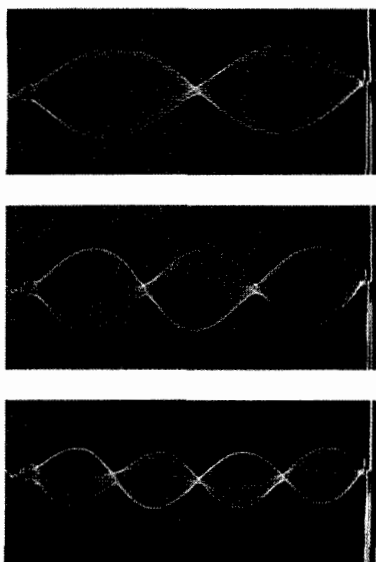
✓ نکته وارسی ۵ دو موج با دامنه و طول موج یکسان در سه وضعیت مختلف برای ایجاد موجهای برآیندی با معادله های زیر تداخل می کنند.

$$y'(x, t) = 4 \sin(5x - 4t) \quad (1)$$

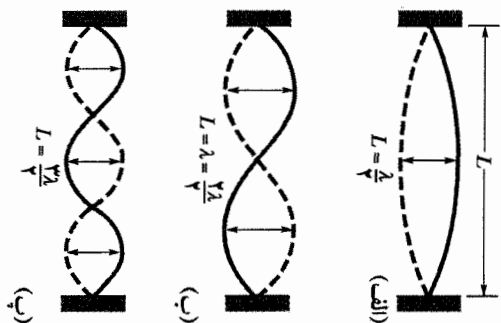
$$y'(x, t) = 4 \sin(5x) \cos(4t) \quad (2)$$

$$y'(x, t) = 4 \sin(5x + 4t) \quad (3)$$

در کدامیک از این وضعیتها دو موج ترکیب شوند (الف) در جهت مثبت x (ب) در جهت منفی x و (پ) در جهت مخالف حرکت می کنند؟



شکل ۲۲-۳۲ عکسهای استروبوسکوپی، نقشهای موج ایستاده (ناقص) را در ریسمانی که یک ارتعاش کننده در انتهای چپ آن را به نوسان واداشته است، آشکار می‌کند. این نقشها در بسامدهای معینی از نوسان پیش می‌آیند.



شکل ۲۳-۳۲ ریسمانی که بین دو گره کشیده شده در نقشهای موج ایستاده به نوسان انداخته شده است. (الف) ساده‌ترین نقش ممکن یک حلقه است که به شکل مرکب تشکیل شده توسط ریسمان در جابه‌جاییهای حادی خود اشاره دارد. (خط پر و خط چین). (ب) ساده‌ترین نقش بعدی دو حلقه دارد. (پ) نقش بعدی سه حلقه دارد.

در مورد یک ریسمان تحت کششی معین، هر بسامد تشدید متناظر با یک نقش تشدید خاص است. بنابراین اگر بسامد را گستره شنوایی باشد، می‌توانید شکل ریسمان را بشنوید.

پدیده تشدید می‌تواند در دو بعد (برای مثال، شکل ۲۴-۳۲ یک نقش موج ایستاده دوبعدی را روی پوسته نوسان‌کننده یک طبل نشان می‌دهد). یا در سه بعد (مانند لغزش ساختمان بلندی که بر اثر برخورد باد می‌لرزد رخ دهد).

می‌رود و موجی که به چپ می‌رود فقط منجر به نوسانهای کوچک (شاید غیر محسوس) می‌شود.

فرض کنید که یک ریسمان بین دو گیره به فاصله ثابت L کشیده شده است. برای یافتن رابطه‌ای برای بسامدهای تشدید ریسمان، توجه داریم که باید در هر انتها گره وجود داشته باشد، چون هر انتها ثابت است و نمی‌تواند نوسان کند. ساده‌ترین نقشی که این الزام را فراهم می‌کند در شکل ۲۳-۳۲ الف نشان داده شده است، که ریسمان را در دو وضعیت جابه‌جایی حادی نشان می‌دهد (یکی خط توپر و دیگری خط چین که با هم یک "حلقه" منفرد را تشکیل می‌دهند). فقط یک شکم وجود دارد که آن هم در مرکز ریسمان واقع است. توجه کنید که در طول L نصف یک طول موج وجود دارد که آن را طول ریسمان در نظر گرفته‌ایم. پس برای این نقش $L = \lambda/2$ است. این شرط بیانگر این است که اگر موجهایی که به سمت راست حرکت می‌کنند و موجهایی که به سمت چپ حرکت می‌کنند با تداخل خود این نقش را ایجاد کنند، طول موج آنها باید $\lambda = 2L$ باشد.

دومین نقش ساده دیگر که الزام گره‌ها را در دو سر ثابت برآورده می‌کند در شکل ۲۳-۳۲ ب نشان داده شده است. این نقش سه گره و دو شکم دارد و نقش دو-حلقه‌ای گفته می‌شود. برای اینکه موجهایی که به چپ و به راست می‌روند این وضع را ایجاد کنند طول موج آنها باید $\lambda = L$ باشد. نقش سوم در شکل ۲۳-۳۲ پ نشان داده شده است. این نقش چهار گره و سه شکم دارد و طول موج آن برابر است با $\lambda = \frac{2}{3}L$. می‌توان این کار را با نقشهای پیچیده بیشتری ادامه داد. در هر مرحله بعدی، هر نقش از مرحله قبل یک گره و یک شکم بیشتر دارد و یک $\lambda/2$ در فاصله L اضافه می‌شود.

بنابراین، با یک موج با طول موجی برابر یکی از مقدارهای زیر؛ می‌توان یک موج ایستاده را روی ریسمانی به طول L ایجاد کرد.

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad n=1,2,3,\dots \quad (۳۲-۶۵)$$

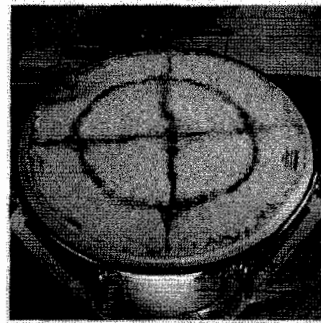
بسامدهای تشدیدی مربوط به این طول موجها از معادله ۳۲-۱۳ به دست می‌آیند.

$$f = \frac{v}{\lambda} = n \frac{v}{2L} \quad n=1,2,3,\dots \quad (۳۲-۶۶)$$

در اینجا v ، تندی موج پیش‌رونده روی ریسمان است.

معادله ۳۲-۶۶ حاکی از آن است که بسامدهای تشدیدی مضربهای درستی از پایتترین بسامد تشدید $f = v/2L$ هستند، که متناظر با $n=1$ است. مد نوسان با این پایتترین بسامد را مد اصلی یا هماهنگ اول می‌نامند. هماهنگ دوم مد نوسان با $n=2$ است، هماهنگ سوم با $n=3$ است و نظایر آن. آن بسامدهای مربوط به این مدها را با f_1, f_2, f_3 و نظایر آن نمایش می‌دهند. مجموعه‌ای از کلیه مدهای ممکن نوسان را سری هماهنگ می‌نامند و n شماره هماهنگ n امین هماهنگ نامیده می‌شود.

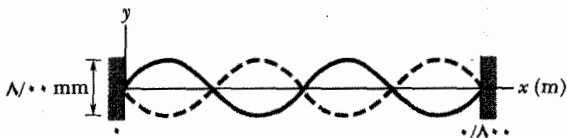
تحت کشش $\tau = 325/0 N$ است. طول موج λ موجهای عرضی ایجادکننده نقش موج ایستاده و عدد هماهنگ n چقدر است؟ بسامد f موجهای ایستاده و نوسانهای عنصرهای در حرکت ریسمان چقدر است؟ بزرگی بیشینه سرعت عرضی u_m عنصری که در مختصه $x = 0/180 m$ نوسان می کند چقدر است؟ (به محور x در شکل توجه کنید) در چه نقطه ای در حین نوسان عنصر سرعت عرضی بیشینه است؟



نکته های کلیدی

- (۱) موجهای عرضی که نقش موج ایستاده را ایجاد می کنند باید چنان طول موجی داشته باشد که عدد درست n و نصف طول موج در طول L ریسمان قرار بگیرد.
- (۲) بسامد این موجها و نوسانهای عنصرهای ریسمان با معادله $f = nv/2L$ داده می شود.
- (۳) جابه جایی یک عنصر ریسمان به صورت تابعی از مکان x و زمان t با معادله $32-60$ داده می شود.

$$y'(x, t) = [2y_m \sin kx] \cos \omega t \quad (32-67)$$



شکل ۳۲-۲۵ نوسان تشدید یک ریسمان تحت کشش

طول موج و عدد هماهنگ در شکل ۳۲-۲۵، خط توپر که در واقع عکس فوری نوسانهاست، نشان می دهد که ۲ طول موج گاهی در طول $L = 0/800 m$ ریسمان قرار می گیرد.

پس داریم

$$2\lambda = L \quad (32-68)$$

$$\lambda = \frac{L}{2} = \frac{0/800 m}{2} = 0/400 m \quad \text{یا} \quad \text{(پاسخ)}$$

با شمارش تعداد حلقه ها (یا نصف طول موجها) در شکل ۳۲-۲۵ ملاحظه می کنیم که عدد هماهنگ برابر است با $n = 4$ (پاسخ)

با مقایسه معادله های ۳۲-۶۸ و ۳۲-۶۵ ($\lambda = 2L/n$) به همین نتیجه می رسیدیم.

بسامد اگر ابتدا تندی f موجها را پیدا کنیم می توانیم بسامد موجهای عرضی را از معادله ۳۲-۱۳ ($v = \lambda f$) به دست آوریم. این تندی با معادله ۳۲-۲۶ داده می شود. ولی به جای چگالی خطی نامعلوم μ مقدار m/L را قرار دهیم. داریم

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{\tau}{m/L}} = \sqrt{\frac{\tau L}{m}} = \sqrt{\frac{(325 N)(0/800 m)}{2/50 \times 10^{-3} kg}} = 322/49 m/s$$

شکل ۳۲-۲۴ یکی از چندین نقش ممکن موج ایستاده روی پوسته یک طبل که به وسیله گرد سیاه پاشیده شده روی آن قابل دیدن شده است. وقتی که طبل توسط یک ارتعاشگر مکانیکی در سمت چپ در بالای شکل با تک بسامدی به نوسان درآید، گرد در گره ها جمع می شود که در این مثال دوبرعده دایره ها و خطهای راست هستند.

پل عابر پیاده و سالن کنسرت

وقتی پل هزاره روی رودخانه تایمز اولین بار به روی عابرین افتتاح شد، در آغاز پل نوسانی نداشت، اثر پای عابرین نیروهای عمودی و افقی روی پل ایجاد می کرد که هماهنگ دوم را روی پل به وجود می آورد. (که خیلی شبیه هارمونیک دوم در ریسمان بود)، ولی عابرین خیلی کم بودند و قدم های آنها ناهماهنگ بود. ولی، وقتی تعداد آنها از مقدار معینی بیشتر می شد به طور ناگهانی هارمونیک دوم قابل توجه و قدم زدن دشوار می شد. برای حفظ تعادل، بسیاری از عابرین گام های خود را با تاب خوردن پل همزمان می کردند، که خیلی بدتر می شد و موجب بسته شدن پل می گردید تا اینکه یک وسیله میراکننده به آن اضافه کردند. (مسئله نمونه ۳۱-۳ را ببینید). وقتی در یک ورزشگاه فوتبال، یا در یک سالن کنسرت حاضرین شروع به تاب خوردن یا پایکوبی به صورت هماهنگ کنند نوسانهای ساختاری مشابهی رخ می دهد. شاید بدترین وضع در یک سالن در حال پایکوبی در چراغ آویز سقف به وجود می آید. وقتی جمعیت هماهنگ با ضربه های موسیقی در حال پایکوبی هستند، در کف تشدید ایجاد می شود، که یک تشدید نوعی با بسامد ۲Hz است. این تشدید در وقتی که جمعیت هماهنگ کردن حرکت خود با نوسانها را بیشتر کنند به اندازه ای زیاد می شود که کف را می شکند و فرو می ریزد. برای اجتناب از این، ساختمانهای مدرن الزام دارند کف طوری ساخته شود که بسامدهای تشدید کمتر از ۵Hz نباشد.

نکته وارسی در دسته بسامدهای تشدید زیر یک بسامد (کمتر از ۴۰۰Hz) وجود ندارد: ۳۷۵، ۳۰۰، ۲۲۵، ۱۵۰ هرترتز. (الف) این بسامد کدام است؟ (ب) بسامد هماهنگ هفتم چقدر است؟

مسئله نمونه ۳۲-۸ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۳۲-۲۵ نقشی از نوسان تشدید یک ریسمان به جرم $m = 2/500 g$ و طول $L = 0/800 m$ را نشان می دهد که

ساده است و باید در مکان کاملاً بالا و مکان کاملاً پایین به طور لحظه‌ای متوقف شود. این عنصر موقع حرکت در نقطه وسط نوسان بیشترین تندی را خواهد داشت. درست مثل قطعه نوسانگر قطعه - فنر.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۲: هماهنگی روی ریسمان

وقتی بخواهیم اطلاعاتی دربارهٔ هماهنگ معینی در یک ریسمان کشیده شده به طول L به دست آوریم، نخست آن هماهنگ را رسم می‌کنیم. (مانند شکل ۳۲-۲۳). اگر برای مثال هماهنگ پنجم را بخواهیم باید پنج حلقه بین نقطه‌های ثابت تکیه‌گاه رسم کنیم. این بدان معناست که پنج حلقه هر کدام به طول $\lambda/2$ روی هم طول L ریسمان را دربر می‌گیرند. پس، $L = 5(\lambda/2)$ و $\lambda = 2L/5$ است. برای به دست آوردن بسامد این هماهنگ می‌توانیم از معادله ۳۲-۱۳ ($f = v/\lambda$) استفاده کنیم.

به خاطر بسپارید که طول موج یک هماهنگ فقط به طول L ریسمان بستگی دارد، ولی بسامد به تندی موج v نیز بستگی دارد، که به وسیله کشش و چگالی خطی ریسمان توسط معادله ۳۲-۲۶ به دست می‌آید.

بازنگری و خلاصه درس

موجهای عرضی و طولی موجهای مکانیکی فقط در محیطهای مادی وجود دارند و قانونهای نیوتون بر آنها حاکم است. موجهای مکانیکی **عرضی**، مانند موجها در یک ریسمان کشیده شده، موجهایی هستند که در آن ذره‌های محیط عمود بر جهت حرکت موج نوسان می‌کنند. موجهایی که در آن ذره‌های محیط موازی با جهت حرکت موج نوسان کنند موجهای **طولی** هستند.

موجهای سینوسی شکل ریاضی یک موج سینوسی که در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند به صورت زیر است.

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (۳۲-۲)$$

که در آن دامنهٔ موج، k عدد موج زاویه‌ای، ω بسامد زاویه‌ای و $kx - \omega t$ فاز است. طول موج λ با این رابطه به k مربوط می‌شود.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (۳۲-۵)$$

دوره تناوب T و بسامد f موج، با رابطه زیر به ω مربوطاند

$$\frac{\omega}{2\pi} = f = \frac{1}{T} \quad (۳۲-۹)$$

سرانجام تندی موج v با رابطه زیر به سایر عوامل مربوط می‌شود.

با مرتب کردن معادله ۳۲-۱۶ می‌نویسیم.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{322/49 \text{ m/s}}{0/400 \text{ m}} = 806/2 \text{ Hz} \approx 806 \text{ Hz} \quad (\text{پاسخ})$$

توجه کنید که با عددگذاری در معادله ۳۲-۶۶ همین نتیجه به دست می‌آید.

$$f = m \frac{v}{2L} = 4 \frac{322/49 \text{ m/s}}{2(0/800 \text{ m})} = 806 \text{ Hz}$$

توجه کنید که این 806 Hz نه فقط بسامد موجهایی است که هماهنگ چهارم را ایجاد می‌کنند بلکه بسامد عنصرهای ریسمان است که در شکل ۳۲-۲۵ به طور قائم نوسان می‌کنند. این همچنین بسامد صوتی است که از ریسمان شنیده می‌شود.

سرعت عرضی جابه‌جایی y' عنصر ریسمان واقع در مختصه x با معادله ۳۲-۶۷ به صورت تابعی از زمان t داده می‌شود. جمله $\cos \omega t$ بستگی زمانی دارد و بنابراین حرکت موج ایستاده را به دست می‌دهد. جمله $2y_m \sin kx$ میزان حرکت - یعنی دامنه را مشخص می‌کند. بیشترین دامنه در شکم ایجاد می‌شود که در آنجا $2y_m$ برابر $+1$ یا -1 است و بنابراین بیشترین دامنه $2y_m$ است. از شکل ۳۲-۲۵ می‌بینیم که $2y_m = 4/00 \text{ m}$ که از آنجا $y_m = 2/00 \text{ m}$ است.

می‌خواهیم سرعت عرضی را به دست آوریم - سرعت یک عنصر ریسمان موازی با محور y برای یافتن آن، از معادله ۳۲-۶۷ نسبت به زمان مشتق می‌گیریم.

$$u(x, t) = \frac{\partial y'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} [(2y_m \sin kx) \cos \omega t] \quad (۳۲-۶۹)$$

$$= [-2y_m \omega \sin kx] \sin \omega t$$

در این جمله $\sin \omega t$ تغییر با زمان و جمله $-2y_m \omega \sin kx$ میزان این تغییر را به دست می‌دهند. ما مقدار مطلق این میزان را می‌خواهیم

$$u_m = |-2y_m \omega \sin kx|$$

برای محاسبه این مقدار برای عنصر واقع در $x = 0/180 \text{ m}$ ابتدا توجه می‌کنیم که

$$k = 2\pi/\lambda = 2\pi/(0/400 \text{ m}), \quad y_m = 2/00 \text{ mm}$$

پس بیشینه تندی عنصر $\omega = 2\pi f = 2\pi(806/2 \text{ Hz})$ برابر است با $x = 0/180 \text{ m}$

$$u_m = |-2(2/00 \times 10^{-3} \text{ m})(2\pi)(806/2 \text{ Hz}) \times \sin\left(\frac{2\pi}{0/400 \text{ m}} \times 0/180 \text{ m}\right)| = 6/25 \text{ m/s} \quad (\text{پاسخ})$$

برای تعیین اینکه چه موقع عنصر ریسمان این تندی بیشینه را دارد، می‌توانیم معادله ۳۲-۶۹ را بررسی کنیم. ولی، کمی فکر می‌تواند از کار زیاد جلوگیری کند. عنصر در حرکت هماهنگ

موجهای ایستاده با نقطه‌های ثابت با جابه‌جایی صفر گره و نقطه‌های ثابت با بیشینه جابه‌جایی شکم نامیده می‌شوند.

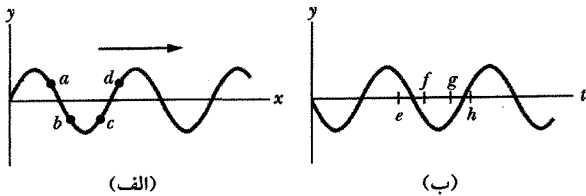
تشدید موجهای ایستاده در یک ریسمان را می‌توان با بازتاب موجهای پیشرونده از انتهای ریسمان ایجاد کرد. اگر یک سر ثابت باشد، این نقطه باید مکان گره باشد. این بسامدهایی را که موجهای ایستاده در یک ریسمان در آنها رخ می‌دهند محدود می‌کند. هر بسامد ممکن یک **بسامد تشدید** است و نقش موج ایستاده متناظر با آن یک **مد نوسان** است. در یک ریسمان کشیده شده به طول L با دو سر ثابت، بسامدهای تشدید عبارتند از

$$f = \frac{v}{\lambda} = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۳۲-۶۶)$$

مد نوسان مربوط به $n=1$ ، **مد اصلی** یا **همانگ اول** نامیده می‌شود. مد مربوط به $n=2$ ، **همانگ دوم** نام دارد و نظایر آن.

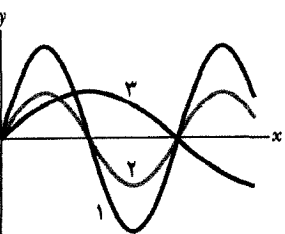
پرسشها

۱- شکل ۳۲-۲۶ الف یک عکس فوری از موجی را نشان می‌دهد که در جهت مثبت محور x در طول ریسمان تحت کششی حرکت می‌کند. چهار عنصر سیم با حروف در آن نقطه‌ها مشخص شده‌اند. برای هر یک از این عناصر معین کنید که آیا در لحظه عکسبرداری عنصر به بالا حرکت می‌کند یا پایین یا به طور لحظه‌ای ساکن است. (راهنمایی: موج را در لحظه عبور از چهار عنصر ریسمان در نظر بگیرید، مثل اینکه ویدئویی از موج را وقتی به طرف راست حرکت می‌کند تماشا می‌کنید).
شکل ۳۲-۲۶ ب جابه‌جایی عنصر ریسمان واقع در، برای مثال، $x=0$ را بر حسب تابعی از زمان به دست می‌دهد. در زمانهایی که با حروف نشان داده شده، آیا عنصر به بالا حرکت می‌کند یا به پایین یا به طور لحظه‌ای ساکن است؟



شکل ۳۲-۲۶ پرسش ۱

۲- شکل ۳۲-۲۷ سه موج را نشان می‌دهد که به طور جداگانه در طول ریسمانی که تحت کشش معینی در امتداد محور x قرار دارد، ارسال شده‌اند. موجها را به ترتیب بزرگی (الف) طول موج، (ب) تندی، و (پ) بسامد زاویه‌ای آنها مرتب کنید.



شکل ۳۲-۲۷ پرسش ۲

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (۳۲-۱۳)$$

معادله موج پیشرونده هر تابعی به شکل

$$y(x, t) = h(kx \pm \omega t) \quad (۳۲-۱۷)$$

می‌تواند یک **موج پیشرونده** را نشان دهد که تندی آن با معادله ۳۲-۱۳ داده می‌شود و شکل موج به شکل ریاضی h بستگی دارد. علامت مثبت نشانه حرکت موج در جهت منفی محور x و علامت منفی نشانه حرکت موج در جهت مثبت است.

تندی موج در ریسمان کشیده شده تندی موج در یک ریسمان کشیده شده با خواص ریسمان مشخص می‌شود. تندی در ریسمان با کشش τ و چگالی خطی μ عبارت است از

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \quad (۳۲-۲۶)$$

توان توان متوسط یا متوسط آهنگی که انرژی به وسیله یک موج سینوسی در ریسمان کشیده شده انتقال می‌یابد با رابطه زیر داده می‌شود.

$$P_{avg} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \quad (۳۲-۳۳)$$

برهم‌نهی موجها هرگاه دو یا چند موج از یک محیط بگذرند، جابه‌جایی هر ذره از این محیط عبارت است از جمع جابه‌جاییهایی که تک‌تک موجها در ذره ایجاد می‌کنند.

تداخل موجها دو موج سینوسی که در یک ریسمان **تداخل** می‌کنند، بنابر اصل برهم‌نهی با هم جمع می‌شوند یا یکدیگر را از بین می‌برند. اگر این دو در یک جهت حرکت کنند و دامنه y_m و بسامد (در نتیجه طول موج) آنها یکسان باشد، ولی به اندازه **ثابت فاز** ϕ اختلاف فاز داشته باشند، نتیجه عبارت است از یک موج تنها با همان بسامد.

$$y'(x, t) = \left[2y_m \cos \frac{1}{2}\phi \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi \right) \quad (۳۲-۵۱)$$

اگر $\phi = 0$ باشد، موجها دقیقاً همفازند و تداخل آنها کاملاً سازنده است؛ اگر $\phi = \pi \text{ rad}$ باشد، آنها دقیقاً ناهمفازند و تداخل آنها کاملاً ویرانگر است.

بردارهای فاز یک موج $y(x, t)$ را می‌توان با یک بردار فاز نمایش داد. بردار فاز برداری است که بزرگی آن برابر با دامنه y_m موج است و با تندی زاویه‌ای برابر با بسامد زاویه‌ای ω موج حول مبدأ می‌چرخد. تصویر بردار فاز چرخان روی یک محور قائم جابه‌جایی y نقطه را در طول حرکت موج به دست می‌دهد.

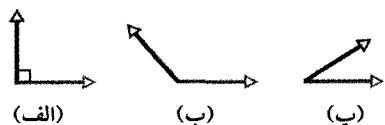
موجهای ایستاده تداخل دو موج سینوسی مشابه که در جهت‌های مخالف در حرکت‌اند موجهای ایستاده ایجاد می‌کند. موج ایستاده در یک ریسمان با دو سر بسته شده به صورت زیر داده می‌شود.

$$y'(x, t) = [2y_m \sin kx] \cos \omega t \quad (۳۲-۶۰)$$

۷- اگر با دو موج سینوسی با دامنه یکسان که به طور همفاز در یک ریسمان حرکت می‌کنند، شروع کنید و سپس یکی از آنها به طریقی تغییر فازی برابر $5/4$ طول موج پیدا کند، چه نوع تداخلی در ریسمان رخ می‌دهد؟

۸- اگر هماهنگ هفتم را در یک ریسمان ایجاد کنید، (الف) چند گره وجود دارند، (ب) آیا در نقطه وسط یک گره، شکم یا حالت میانه وجود دارد؟ اگر سپس هماهنگ ششم را ایجاد کنید، (پ) آیا طول موج تشدید از طول موج هماهنگ بلندتر است یا کوتاهتر، و (ت) آیا بسامد تشدید بیشتر است یا کمتر؟

۹- شکل ۳۲-۲۹ نمودارهای بردار فاز را برای سه وضعیت نشان می‌دهد که در آن دو موج در طول یک ریسمان حرکت می‌کنند. هر شش موج دامنه یکسانی دارند. وضعیتها را بنابر بزرگی دامنه موج برآیند در ریسمان مرتب کنید.



شکل ۳۲-۲۹ پرسش ۹

۱۰- (الف) اگر یک موج ایستاده در ریسمانی با رابطه زیر داده شده باشد

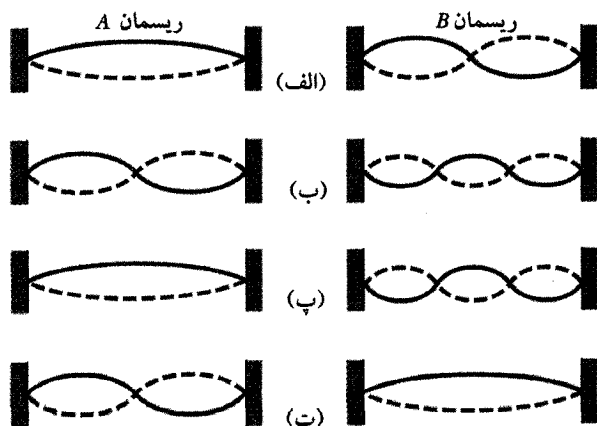
$$y'(t) = (3\text{mm})\sin(5x)\cos(4t)$$

در نوسانهای ریسمان در $x=0$ ، آیا گره وجود دارد یا شکم؟ (ب) اگر موج ایستاده با رابطه زیر داده شده باشد

$$y'(t) = (3\text{mm})\sin(5x + \pi/2)\cos(4t)$$

آیا در $x=0$ ، گره وجود دارد یا شکم؟

۱۱- طول و چگالی خطی ریسمانهای A و B یکسان است ولی ریسمان B تحت کشش بیشتری نسبت به A قرار دارد. شکل ۳۲-۳۰ چهار وضعیت (الف) تا (ت) را نشان می‌دهد که در آنها نقشهای موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. در کدام وضعیت این احتمال وجود دارد که ریسمانهای A و B در بسامد تشدید یکسانی نوسان کنند؟



شکل ۳۲-۳۰ پرسش ۱۱

۳- چهار موج زیر در طول ریسمانهایی با چگالی خطی مشابه حرکت می‌کنند (x برحسب متر و t برحسب ثانیه است). موجها را به ترتیب بزرگی (الف) تندی موج آنها، (ب) کشش در طول ریسمانهایی که در آنها حرکت می‌کنند مرتب کنید.

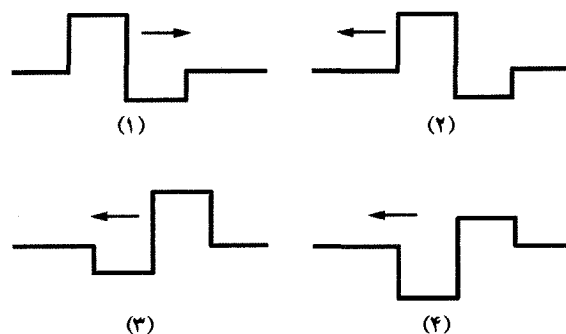
$$y_1 = (3\text{mm})\sin(x - 3t) \quad (۱)$$

$$y_2 = (6\text{mm})\sin(2x - t) \quad (۲)$$

$$y_3 = (1\text{mm})\sin(4x - t) \quad (۳)$$

$$y_4 = (2\text{mm})\sin(x - 2t) \quad (۴)$$

۴- در شکل ۳۲-۲۸، موج ۱ دارای یک قله مستطیلی به ارتفاع ۴ یکا و پهنای d و یک دره مستطیلی به عمق ۲ یکا و پهنای d است. موج در امتداد محور x به سمت راست حرکت می‌کند. گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ موجهای مشابهی هستند که در آنها ارتفاعها، عمقها و پهنای یکسان است و در امتداد همان محور به سمت چپ حرکت می‌کنند و از موج ۱ می‌گذرند. موج ۱ که به سمت راست حرکت می‌کند با یکی از موجهایی که به سمت چپ حرکت می‌کند موقع عبور از یکدیگر با هم تداخل می‌کنند. با کدام موجی که به سمت چپ می‌رود تداخل برای یک لحظه (الف) عمیقترین دره، (ب) خط مستقیم، (پ) قله تخت به پهنای $2d$ را به دست می‌دهد؟



شکل ۳۲-۲۸ پرسش ۴

۵- یک موج سینوسی در طول تختی که تحت کشش است ارسال می‌شود و با آهنگ متوسط $P_{avg,1}$ انرژی را منتقل می‌کند. سپس دو موج، مشابه با موج اول در طول نخ ارسال می‌شوند. به طوری که اختلاف فاز ϕ آنها یا $0/2$ طول موج یا $0/5$ طول موج است. (الف) فقط با محاسبه‌های ذهنی، این گزینه‌های ϕ را بنابر آهنگ متوسطی که موج انرژی را منتقل می‌کند به ترتیب بزرگی مرتب کنید. (ب) برای اولین انتخاب ϕ ، آهنگ متوسط برحسب $P_{avg,1}$ چقدر است؟

۶- دامنه و اختلاف فاز چهار جفت موج با طول موجهای یکسان عبارت‌اند از (الف) $6\text{mm}, 2\text{mm}, \pi\text{rad}$ ؛ (ب) $3\text{mm}, 5\text{mm}, \pi\text{rad}$ ؛ (پ) $7\text{mm}, 9\text{mm}, \pi\text{rad}$ ؛ (ت) $2\text{mm}, 2\text{mm}, \pi\text{rad}$. هر جفت در یک جهت و در طول یک ریسمان حرکت می‌کنند. بدون محاسبه، چهار جفت را به ترتیب بزرگی دامنه موج برآیند آنها مرتب کنید. (راهنمایی: از نمودارهای بردار فاز استفاده کنید.)

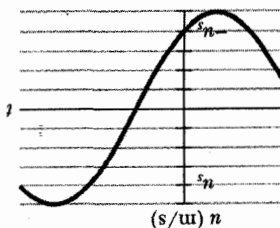
۴۰- موج انسانی در ضمن مسابقه‌های ورزشی در استادیوم بزرگ پراز جمعیت، تماشاگرها موجی (تپی) را در ورزشگاه می‌فرستند (شکل ۳۲-۳۲). وقتی این موج به گروهی از تماشاگرها می‌رسد، آنها با فریاد از روی صندلی‌ها بلند شده و سپس می‌نشینند. در هر لحظه، پهنای ۱۷ موج عبارت است از فاصله از لبه جلو (جمعیت در آنجا می‌خواهند بایستند) تا لبه عقب (جمعیت در آنجا می‌خواهند بنشینند). فرض کنید یک موج انسانی فاصله ۸۵۳ صندلی در یک استادیوم را در مدت ۳۹s بپیماید، که مستلزم این است که تماشاگرها در مدت زمان ۱/۸s به موج عبوری با ایستادن و سپس نشستن پاسخ دهند. (الف) سرعت موج ۷ (برحسب صندلی بر ثانیه) و (ب) پهنای (برحسب تعداد صندلی‌ها) چقدر است؟



شکل ۳۲-۳۲ مسئله ۴

۵۰- اگر معادله $y(x,t) = (6.0 \text{ mm}) \sin[kx + (600 \text{ rad/s})t + \phi]$ بیانگر یک موج پیشرونده در طول ریسمانی باشد، چه مدت طول می‌کشد تا نقطه‌ای روی ریسمان فاصله بین جابه‌جایی $y = +2.0 \text{ mm}$ و $y = -2.0 \text{ mm}$ را طی کند؟

۶۰۰- شکل ۳۲-۳۳ سرعت عرضی u را برحسب زمان t برای نقطه $x = 0$ روی ریسمانی که موج از آن عبور می‌کند، نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $u_s = 4.0 \text{ m/s}$ مشخص شده است. موج به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$ است. ϕ چقدر است؟ (توجه کنید: ماشین حساب همیشه پاسخ درستی را برای وارونه تابع مثلثاتی به دست نمی‌دهد لذا پاسخ خود را با جایگذاری آن و فرض یک مقدار دلخواه برای ω در $y(x,t)$ و سپس رسم تابع، بیازمایید.)



شکل ۳۲-۳۳ مسئله ۶

۷۰۰- تندی یک موج سینوسی با بسامد 500 Hz برابر 350 m/s است. (الف) اختلاف فاز دو نقطه در چه فاصله‌ای از یکدیگر برابر $\pi/3 \text{ rad}$ است؟ (ب) اختلاف فاز بین دو جابه‌جایی در نقطه‌ای معین در زمان $t = 1.0 \text{ ms}$ چقدر است؟

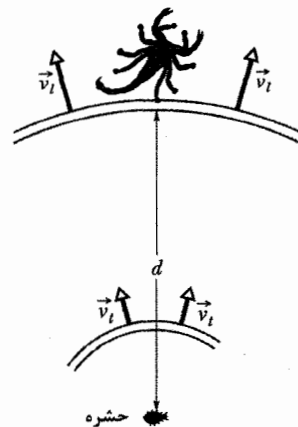
ILW

مسئله‌های آموزشی قابل دسترسی (در نسخه مدرس).
SSM. پاسخ قابل دسترسی در کتاب حل مسئله‌ها
WWW. پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
ILW. پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
••••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.
اطلاعات اضافی در سیرک پرونده فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترسی است.

بخش ۳۲-۵ تندی موج پیشرونده

۱۰- بسامد زاویه‌ای موجی 110 rad/s و طول موج آن $1/80 \text{ m}$ است. مطلوب است تعیین (الف) عدد موج زاویه‌ای و (ب) تندی موج.

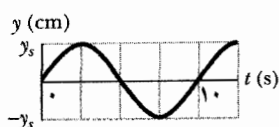
۲۰- عقرب صحرایی می‌تواند حرکت حشره نزدیک به خود (صید خود) را با ارسال موجی در راستای سطح ماسه‌ها آشکار کند (شکل ۳۲-۳۱). این موجها دو دسته‌اند: موجهای عرضی که با سرعت $v_t = 50 \text{ m/s}$ و موجهای طولی که با سرعت $v_l = 150 \text{ m/s}$ حرکت می‌کنند. اگر یک حرکت ناگهانی چنین موجهایی را ارسال کند، عقرب می‌تواند فاصله حشره را در فاصله زمانی Δt مدت زمانی که موجها از نزدیکترین پایش به حشره می‌رسند، تشخیص می‌دهد. اگر $\Delta t = 4.0 \text{ ms}$ باشد، فاصله حشره چقدر است؟



شکل ۳۱-۳۲ مسئله ۲

۳۰- یک موج سینوسی در طول ریسمانی حرکت می‌کند. زمان لازم برای اینکه یک نقطه خاص از بیشینه جابه‌جایی تا صفر حرکت کند، 0.17 s است. مطلوب است (الف) دوره تناوب و (ب) بسامد موج. (پ) طول موج $1/40 \text{ m}$ است، تندی موج چقدر است؟

۱۳۰۰- یک موج سینوسی عرضی با طول موج 20 cm در طول ریسمانی در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. جابه‌جایی y یک ذره از ریسمان در $x=0$ برحسب تابعی از زمان t در شکل ۳۲-۳۶ نشان داده شده است. مقیاس محور عمودی با $y_s = 4.0\text{ cm}$ مشخص شده است. اگر تابع موج به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t + \phi)$ باشد (الف) در $t=0$ ، نمودار y برحسب x به شکل تابع سینوسی مثبت است یا منفی؟ مطلوب است (ب) y_m ، (پ) k ، (ت) ω ، (ث) f ، (ج) علامت جلوی ω و (چ) تندی موج. (ح) وقتی $t=5.0\text{ s}$ است، سرعت عرضی ذره در $x=0$ چقدر است؟



شکل ۳۲-۳۶ مسئله ۱۳

بخش ۳۲-۶ تندی موج در ریسمان کشیده شده

۱۴۰- کشش سیمی را که بین دو مانع بسته شده است بدون تغییر محسوسی در طول آن دو برابر می‌کنیم. نسبت تندی موج جدید به قدیم برای موجهای عرضی پیشرونده در طول این سیم چقدر است؟

۱۵۰- تندی موج عرضی در طنابی به طول 2.00 m و جرم 60.0 g و تحت کشش با 500 N ، چقدر است؟ SSM

۱۶۰- چگالیهای خطی سنگیتترین و سبکتترین سیمها در یک ویولن 3.0 g/m و 0.29 g/m است. نسبت قطر سنگیتترین سیم به قطر سبکتترین سیم با فرض اینکه از یک جنس ساخته شده باشند، چقدر است؟

۱۷۰- جرم بر یکای طول یک ریسمان کشیده شده 50.0 g/cm و کشش آن 100 N است. دامنه یک موج سینوسی در این ریسمان 0.12 mm و بسامد آن 100 Hz است و در جهت منفی محور x حرکت می‌کند. اگر معادله موج به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد، مطلوب است (الف) y_m ، (ب) k ، (پ) ω ، (ت) علامت درست ω . SSM WWW

۱۸۰- هرگاه کشش ریسمانی 120 N باشد، تندی یک موج عرضی در ریسمان 170 m/s است. برای افزایش تندی موج تا 180 m/s ، کشش چقدر باید تغییر کند؟

۱۹۰- چگالی خطی ریسمانی $1/6 \times 10^{-4}\text{ kg/m}$ است. یک موج عرضی روی این ریسمان دارای معادله زیر است

$$y = (0.021\text{ m}) \sin[(2.0\text{ m}^{-1})x + (3.0\text{ s}^{-1})t]$$

(الف) تندی موج و (ب) کشش در ریسمان چقدر است؟

۲۰۰- معادله موج عرضی در ریسمانی عبارت است از

$$y = (2.0\text{ mm}) \sin[(2.0\text{ m}^{-1})x - (6.0\text{ s}^{-1})t]$$

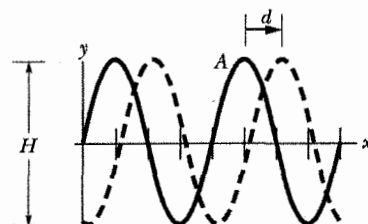
کشش در ریسمان 15 N است. (الف) تندی موج چقدر است؟ (ب) چگالی خطی این ریسمان را برحسب گرم بر متر به دست آورید.

۸۰۰- معادله یک موج عرضی که در طول ریسمان خیلی درازی حرکت می‌کند با معادله $y = 6.0 \sin(0.20\pi x + 4.0\pi t)$ داده می‌شود، که در آن x ، y برحسب سانتی‌متر و t برحسب ثانیه است. تعیین کنید، (الف) دامنه، (ب) طول موج، (پ) بسامد، (ت) تندی، (ث) جهت انتشار موج، و (ج) پیشینه تندی عرضی یک ذره در ریسمان. (خ) در $x = 3.0\text{ cm}$ و $t = 0.26\text{ s}$ جابه‌جایی عرضی چقدر است؟

۹۰۰- یک موج سینوسی عرضی با تندی 80 m/s در طول ریسمانی در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. در $t=0$ جابه‌جایی عرضی یک ذره از ریسمان در $x=0$ برابر 16 m/s است. (الف) بسامد موج چقدر است؟ (ب) طول موج چقدر است؟ اگر معادله موج به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t + \phi)$ باشد، (پ) y_m ، (ت) k ، (ث) ω ، و (ج) ϕ چقدرند؟ (چ) علامت درست برای ω کدام است؟

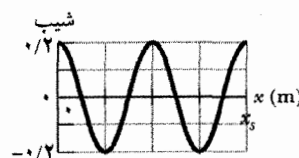
۱۰۰۰- تابع $y(x,t) = (15.0\text{ cm}) \cos(\pi x - 15\pi t)$ که در آن x برحسب متر و t برحسب ثانیه است، موجی را در ریسمان سفتی بیان می‌کند. تندی عرضی یک ذره از ریسمان در زمانی که ذره دارای جابه‌جایی $y = +12.0\text{ cm}$ است، چقدر است؟

۱۱۰۰- یک موج سینوسی که در طول ریسمانی حرکت می‌کند دو بار در شکل ۳۲-۳۴ نشان داده شده است، به طوری که قله A در زمان 4.0 ms مسافت $d = 6.0\text{ cm}$ را در جهت مثبت محور x طی می‌کند. فاصله بین خطهای رسم شده در امتداد محور برابر 10 cm و ارتفاع $H = 6.0\text{ mm}$ است. اگر معادله موج به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد، مطلوب است (الف) y_m ، (ب) k ، (پ) ω ، (ت) علامت درست برای ω .

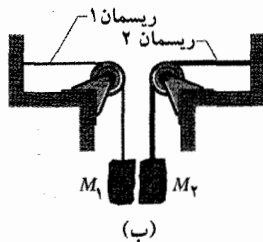
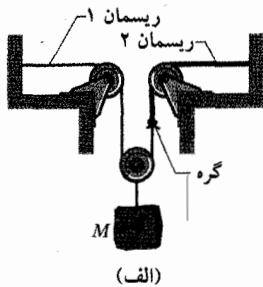


شکل ۳۲-۳۴ مسئله ۱۱

۱۲۰۰- یک موج سینوسی در طول ریسمانی تحت کشش حرکت می‌کند. شکل ۳۲-۳۵ شیب در طول ریسمان را در زمان $t=0$ نشان می‌دهد. مقیاس محور x با $x_s = 0.80\text{ m}$ مشخص شده است.



شکل ۳۲-۳۵ مسئله ۱۲



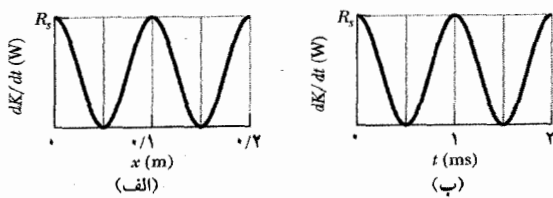
شکل ۳۲-۳۸ مسئله ۲۴

۲۵۰۰۰- طناب یکنواختی به جرم m و طول L از سقف آویزان است. (الف) نشان دهید که تندی یک موج عرضی در طناب تابعی از y یعنی فاصله از انتهای پایینی است و با رابطه $v = \sqrt{gy}$ داده می‌شود. (ب) نشان دهید که زمان لازم برای حرکت یک موج عرضی در طول طناب با رابطه $t = 2\sqrt{L/g}$ داده می‌شود.

بخش ۳۲-۷ انرژی و توان موج پیشرونده در ریسمان

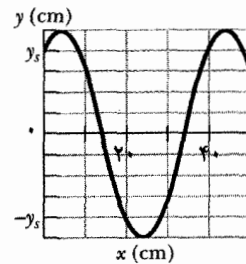
۲۶۰۰- طول ریسمانی که موجها می‌توانند در آن حرکت کنند $2/70$ و جرم آن $260g$ است. کشش در ریسمان $36/0N$ است. برای اینکه توان متوسط برابر $85/0W$ باشد، بسامد موجهای پیشرونده با دامنه $7/70mm$ باید چقدر باشد؟

۲۷۰۰- یک موج سینوسی در طول ریسمانی با چگالی خطی $2/0g/m$ فرستاده می‌شود. وقتی موج حرکت می‌کند، انرژیهای جنبشی عنصرهای جرم در طول ریسمان تغییر می‌کنند. شکل ۳۹-۳۲ الف که برحسب تابعی از مسافت x در طول ریسمان رسم شده، آهنگ dK/dt را که با آن انرژی جنبشی در لحظه معینی از عنصر ریسمان می‌گذرد نشان می‌دهد. شکل ۳۹-۳۲ ب مشابه آن است به جز اینکه این شکل برحسب تابعی از زمان t رسم شده و آهنگی را که با آن انرژی جنبشی از یک عنصر جرم معین (در مکان مشخص) عبور می‌کند به دست می‌دهد. در هر دو شکل، مقیاس روی محور عمودی (آهنگ) با $R_s = 10W$ مشخص شده است. دامنه موج چقدر است؟



شکل ۳۹-۳۲ مسئله ۲۷

۲۱۰۰- یک موج عرضی سینوسی در طول ریسمانی در جهت منفی محور x حرکت می‌کند. شکل ۳۲-۳۷ نمودار جابه‌جایی را برحسب تابعی از مکان در زمان $t=0$ نشان می‌دهد، مقیاس محور y با $y_s = 4/0cm$ مشخص شده است. کشش ریسمان برابر $3/6N$ و چگالی خطی آن $25g/m$ است. مطلوب است (الف) دامنه، (ب) طول موج، (پ) تندی موج، و (ت) دوره تناوب. (ث) بیشینه تندی عرضی ذره روی ریسمان. اگر موج به صورت $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t + \phi)$ باشد، مطلوب است (ج) k ، (چ) ω و (ح) ϕ . (خ) علامت درست $SSM ILW$.



شکل ۳۲-۳۷ مسئله ۲۱

۲۲۰۰- یک موج سینوسی با تندی $40cm/s$ در ریسمانی حرکت می‌کند. جابه‌جایی ذره‌های ریسمان در $x=10cm$ بنابر رابطه $y = (5/0cm) \sin[1/0 - (4/0s^{-1})t]$ با زمان تغییر می‌کند. چگالی خطی ریسمان $4/0g/m$ است. (الف) بسامد و (ب) طول موج این موج چقدر است؟ اگر معادله موج به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد، مطلوب است (پ) y_m ، (ت) k و (ث) ω . (ج) علامت درست ω . (چ) کشش در ریسمان.

۲۳۰۰- یک انتهای سیمی به جرم $100g$ گرم در $x=0$ و انتهای دیگرش در $x=10/0m$ است و تحت کشش $250N$ قرار دارد. در لحظه $t=0$ ، تپ ۱ از انتهای واقع در $x=10/0m$ در طول سیم فرستاده می‌شود. در لحظه $t=30/0ms$ ، تپ ۲ از انتهای دیگر، در $x=0$ ، در طول سیم فرستاده می‌شود. تپها در چه مکان x به هم می‌رسند؟ ILW

۲۴۰۰۰- در شکل ۳۲-۳۸ الف، چگالی خطی ریسمان ۱ برابر با $5/00g/m$ و چگالی خطی ریسمان ۲ برابر با $5/00g/m$ است. این ریسمانها تحت کشش ناشی از قطعه‌ای آویزان به جرم $M = 500g$ قرار دارند. تندی موج را در (الف) ریسمان ۱ و (ب) ریسمان ۲ حساب کنید. (راهنمایی: وقتی ریسمان نیمی به دور قرقره پیچیده است قرقره را با نیروی خالصی که دو برابر کشش در ریسمان است می‌کشد). سپس قطعه را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم $(M_1 + M_2 = M)$ و دستگاه را مطابق شکل ۳۲-۳۸ ب درمی‌آوریم. (پ) M_1 و (ت) M_2 را به گونه‌ای تعیین کنید که تندی در هر دو ریسمان یکسان باشد.

بخش ۳۲-۸ معادله موج

۲۸۰- با استفاده از معادله موج تندی موج زیر را به دست آورید.

۲۹۰۰- با استفاده از معادله موج تندی موج زیر را به دست آورید.

۳۰۰۰۰- با استفاده از معادله موج تندی موج را برحسب تابع عمومی $h(x, t)$ به دست آورید.

$$y(x, t) = (4/0 \text{ mm}) h[(3/0 \text{ m}^{-1})x + (6/0 \text{ s}^{-1})t]$$

بخش ۳۲-۱۰ تداخل موجها

۳۱۰- دو موج پیشرونده مشابه که در یک جهت حرکت می کنند دارای اختلاف فاز $\pi/2 \text{ rad}$ هستند. دامنه موج برآیند برحسب دامنه مشترک y_m دو موج ترکیب شونده چقدر است؟ SSM

۳۲۰- اختلاف فاز بین دو موج پیشرونده مشابه که در طول یک ریسمان کشیده شده در یک جهت حرکت می کنند و موج مرکبی با دامنه ۵۰ برابر دامنه هر یک از موجهای ترکیب شونده ایجاد می کنند، چقدر است؟ پاسخ خود را برحسب (الف) درجه، (ب) رادیان، و (پ) طول موج بیان کنید.

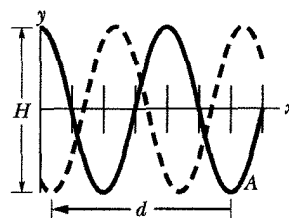
۳۳۰۰- دو موج سینوسی با دامنه یکسان $9/0 \text{ mm}$ و طول موج یکسان با هم در طول ریسمانی که در امتداد محور x کشیده شده است، حرکت می کنند. موج برآیند آنها در شکل ۳۲-۴۰ در دو حالت، وقتی ذره A در جهت منفی محور x در $8/0 \text{ ms}$ مسافت $d = 56/0 \text{ cm}$ را طی می کند نشان داده شده است. فاصله بین خطها در امتداد محور x بیانگر 10 cm است. فرض کنید معادله برای یک موج به صورت $y(x, t) = y_m \sin(kx \pm \omega t + \phi)$ باشد که در آن $\phi = 0$ است و علامت درست برای ω را نیز باید

شما تعیین کنید. برای

معادله موج دیگر مطلوب

است (الف) y_m ، (ب) k

(پ) ω ، (ت) ϕ ، و (ث) علامت ω .



شکل ۳۲-۴۰ مسئله ۳۳

۳۴۰۰۰- یک موج سینوسی با بسامد زاویه ای 1200 rad/s و دامنه $3/0 \text{ mm}$ در طول ریسمانی با چگالی خطی $2/0 \text{ g/m}$ و کشش 1200 N فرستاده می شود. (الف) آهنگ متوسطی که با آن انرژی توسط موج به انتهای دیگر ریسمان منتقل می شود، چقدر است؟ (ب) اگر، به طور همزمان، یک موج مشابه در طول ریسمان مشابهی در مجاورت ریسمان اول حرکت کند، آهنگ متوسط کل که با آن انرژی توسط موجها به انتهای دیگر دو ریسمان منتقل می شود، چقدر است؟ اگر، در عوض، این دو

موج به طور همزمان و در یک ریسمان فرستاده شوند، آهنگ متوسط کل انتقال انرژی توسط آنها وقتی که اختلاف فاز آنها (پ) 0 ، (ت) $0/4 \pi \text{ rad}$ ، و (ث) $\pi \text{ rad}$ است، چقدر است؟

بخش ۳۲-۱۱ بردارهای فاز

۳۵۰- دو موج سینوسی با بسامد یکسان در یک جهت در طول ریسمانی حرکت می کنند. اگر $y_{m1} = 3/0 \text{ cm}$ ، $y_{m2} = 4/0 \text{ cm}$ ، $\phi = 0$ و $\phi = \pi/2 \text{ rad}$ باشد، دامنه موج برآیند چقدر است؟ SSM

۳۶۰۰- دو موج سینوسی با بسامد یکسان در یک جهت در طول ریسمان محکم شده ای فرستاده شده اند. دامنه یکی از موجها $5/0 \text{ mm}$ و دامنه دیگری $8/0 \text{ mm}$ است. (الف) کدام اختلاف فاز ϕ بین دو موج منجر به کوچکترین دامنه در موج برآیند می شود؟ (ب) کوچکترین دامنه چقدر است؟ (پ) کدام اختلاف فاز ϕ منجر به بزرگترین دامنه در موج برآیند می شود؟ (ت) بزرگترین دامنه چقدر است؟ (ث) اگر اختلاف فاز برابر $(\phi_1 - \phi_2)/2$ باشد، دامنه موج برآیند چقدر است؟

۳۷۰۰- دو موج سینوسی با دوره تناوب یکسان با دامنه های $5/0$ و $7/0 \text{ mm}$ در یک جهت در طول یک ریسمان کشیده شده حرکت می کنند؛ آنها موج برآیندی با دامنه $9/0 \text{ mm}$ ایجاد می کنند. ثابت فاز موج $5/0 \text{ mm}$ برابر صفر است. ثابت فاز موج $7/0 \text{ mm}$ چقدر است؟

۳۸۰۰- چهار موج در طول یک ریسمان و در یک جهت فرستاده می شوند:

$$y_1(x, t) = (4/0 \text{ mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t)$$

$$y_2(x, t) = (4/0 \text{ mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t + 0/7\pi)$$

$$y_3(x, t) = (4/0 \text{ mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t + \pi)$$

$$y_4(x, t) = (4/0 \text{ mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t + 1/7\pi)$$

دامنه موج برآیند چقدر است؟

۳۹۰۰- دو موج زیر در طول یک ریسمان حرکت می کنند:

$$y_1(x, t) = (4/60 \text{ mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t)$$

$$y_2(x, t) = (5/60 \text{ mm}) \sin(2\pi x - 400\pi t + 0/80\pi \text{ rad})$$

(الف) دامنه و (ب) زاویه فاز (نسبت به موج ۱) موج برآیند چقدر است؟ (پ) اگر موج سومی با دامنه $5/0 \text{ mm}$ نیز در طول ریسمان در همان جهت دو موج اول فرستاده شود، زاویه فاز آن باید چقدر باشد تا دامنه موج برآیند جدید بیشینه باشد؟

بخش ۳۲-۱۳ موجهای ایستاده و تشدید

۴۰۰- ریسمانی به طول 125 cm دارای جرم $2/0 \text{ g}$ است. این ریسمان با کشش $7/0 \text{ N}$ بین دو تکیه گاه ثابت کشیده شده است. (الف) برای این ریسمان تندی موج چقدر است؟ (ب) پایینترین بسامد تشدید این ریسمان چقدر است؟

۴۱۰- (الف) کوچکترین بسامد، (ب) دومین کوچکترین بسامد، و (پ) سومین کوچکترین بسامد برای موجهای ایستاده روی سیمی که طول آن $10/0 \text{ m}$ ، جرم آن 100 g و تحت کشش 250 N قرار دارد، چقدر است؟ WWW SSM

هم نزدیک هستند که تقریباً هر تندی بادی می تواند مد تشدیدي بطور کافی نیرومندی ایجاد کند که دکلهای نگهدارنده را بپندازد یا موجب اتصال کوتاه خط با خط مجاور شود. اگر طول یک خط انتقال 347m ، چگالی خطی $3/35\text{kg/m}$ و کشش آن $65/2\text{MN}$ باشد، (الف) بسامد مد اصلی و (ب) اختلاف بسامد

بین مدهای متوالی چقدر است؟

۴۹۰- یکی از بسامدهای هماهنگ برای ریسمان معینی که تحت کشش قرار دارد برابر 325Hz است. بسامد هماهنگ بالاتر بعدی برابر 390Hz است. بسامد هماهنگ بعدی بالاتر از 195Hz کدام بسامد است؟

۵۰۰- طنابی که تحت کشش 200N قرار دارد و در دو انتهایش ثابت شده است در هماهنگ دوم موج ایستاده نوسان می کند. جابه جایی طناب با رابطه زیر داده می شود.

$$y = (0.10\text{m}) \sin(\pi x/2) \sin(12\pi t)$$

که در آن $x=0$ انتهای طناب، x برحسب متر و t برحسب ثانیه است. (الف) طول طناب، (ب) تندی موج در طناب، و (پ) جرم طناب چقدرند؟ اگر طناب در هماهنگ سوم موج ایستاده نوسان کند، دوره تناوب نوسان چقدر خواهد بود؟

۵۱۰۰- ریسمانی بنابر معادله زیر نوسان می کند

$$y' = (0.50\text{cm}) \sin\left[\left(\frac{\pi}{3}\text{cm}^{-1}\right)x\right] \cos[(40\pi\text{s}^{-1})t]$$

(الف) دامنه و (ب) تندی دو موجی (که غیر از جهت حرکت مشابه اند) را که برهم نهی آنها این نوسان را به دست می دهد، پیدا کنید. (پ) فاصله بین دو گره چقدر است؟ (ت) تندی

عرضی ذره ای از ریسمان واقع در $x=1/5\text{cm}$ در زمان $t=\frac{9}{8}\text{s}$ چقدر است؟

۵۲۰۰- نقش موج ایستاده در ریسمانی با رابطه زیر بیان شده است

$$y(x,t) = 0.40(\sin 5\pi x)(\cos 40\pi t)$$

که در آن x ، y برحسب متر و t برحسب ثانیه است. به ازای $x \geq 0$ ، مکان گره با (الف) کوچکترین، (ب) دومین کوچکترین، و (پ) سومین کوچکترین مقدار x در کجا واقع است؟ (ت) دوره تناوب حرکت نوسانی هر نقطه (به جز گره) چقدر است؟ (ث) تندی و (ج) دامنه دو موج پیشرونده ای که تداخل کرده و این موج را ایجاد می کنند چقدر است؟ به ازای $t \geq 0$ ، (ج) اولین، (ح) دومین، و (خ) سومین زمانی که تمام نقطه ها در ریسمان دارای سرعت عرضی صفرند کدام است؟

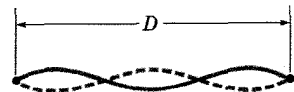
۵۳۰۰- دو موج در ریسمانی به طول $3/0\text{m}$ برقرار شده اند تا یک موج ایستاده سه حلقه ای را با دامنه $1/0\text{cm}$ ایجاد کنند. تندی موج 100m/s است. فرض کنید معادله برای یکی از موجها به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t)$ باشد. در معادله برای موج دیگر مطلوب است (الف) y_m ، (ب) k ، (پ) ω ، و (ت) علامت ω . SSM WWW

۴۲۰- ریسمان A بین دو گیره به فاصله L کشیده شده است. ریسمان B با همان چگالی خطی و تحت همان کشش ریسمان A بین دو گیره به فاصله $4L$ کشیده شده است. اولین هشت هماهنگ ریسمان B را در نظر بگیرید. برای کدامیک از هشت هماهنگ B (در صورت وجود) بسامد آن با بسامد (الف) هماهنگ اول A ، (ب) هماهنگ دوم A و (پ) هماهنگ سوم A مطابقت دارد؟

۴۳۰- جرم ریسمانی که دو انتهای آن در فاصله $8/40\text{m}$ ثابت شده 0.120kg است. این ریسمان تحت کشش $96/0\text{N}$ قرار دارد و در حال نوسان است. (الف) تندی موجها در ریسمان چقدر است؟ (ب) بلندترین طول موج ممکن برای ایجاد یک موج ایستاده چقدر است؟ (پ) بسامد این موج را به دست آورید. SSM

۴۴۰- دو موج سینوسی با طول موجها و دامنه های یکسان در جهتهای مخالف در طول ریسمانی با تندی 10cm/s حرکت می کنند. اگر بازه زمانی بین دو لحظه که ریسمان مستقیم است برابر با 0.50s باشد، طول موج این موجها چقدر است؟

۴۵۰- چگالی خطی یک تار نایلونی گیتار $7/2\text{g/m}$ است و تحت کشش 150N قرار دارد. فاصله دو تکیه گاه $D=90\text{cm}$ است. تار با نقش موج ایستاده نشان داده در شکل ۳۲-۴۱ نوسان می کند. (الف) تندی، (ب) طول موج و (پ) بسامد موجهای پیشرونده ای را که از برهم نهی آنها این موج ایستاده حاصل می شود، محاسبه کنید. ILW



شکل ۳۲-۴۱ مسئله ۴۵

۴۶۰- ریسمانی که تحت کشش τ_i است در هماهنگ سوم خود با بسامد f_r نوسان می کند، و موجهای روی ریسمان دارای طول موج λ_r هستند. اگر کشش تا $\tau_f = 4\tau_i$ افزایش یابد و ریسمان دوباره در هماهنگ سوم نوسان کند، در این صورت (الف) بسامد نوسان برحسب f_r و (ب) طول موج موجها برحسب λ_r چقدر است؟

۴۷۰- ریسمانی که بین دو تکیه گاه ثابت به فاصله $75/0\text{cm}$ کشیده شده است دارای بسامدهای تشدیدي 420 و 315Hz است و هیچ بسامد تشدیدي میان اینها وجود ندارد. مطلوب است (الف) پایینترین بسامد تشدیدي و (ب) تندی موج. SSM ILM

۴۸۰- اگر یک خط انتقالی در هوای سرد یخ را دور خود جمع کند، افزایش قطر در معرض وزش باد موجب تشکیل گردباد می شود. تغییرات فشار هوا در این گردبادها به خصوص اگر بسامد تغییرات با بسامد تشدیدي خط جور باشد، باعث نوسان خط می شود. در خطهای دراز، بسامدهای تشدیدي به قدری به

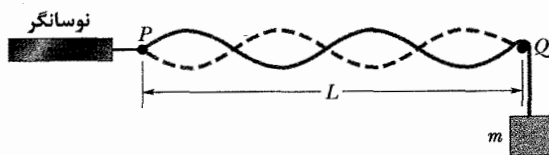
●●۵۷- برای تولید یک موج ایستاده در یک صفحه قائم، دو موج زیر در ریسمانی افقی در جهتهای مخالف فرستاده شده‌اند

$$y_1(x,t) = (6/0 \text{ mm}) \sin(4/0 \pi x - 400 \pi t)$$

$$y_2(x,t) = (6/0 \text{ mm}) \sin(4/0 \pi x - 400 \pi t)$$

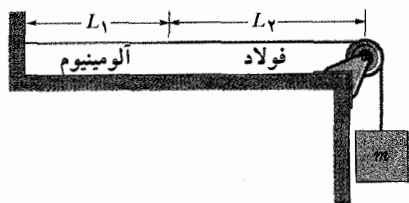
که در آن x برحسب متر و t برحسب ثانیه است. یک شکم نقطه A قرار دارد. در یک بازه زمانی که این نقطه از بیشینه جابه‌جایی به سمت بالا تا کمینه جابه‌جایی به سمت پایین را طی می‌کند، هر یک از موجها چه مسافتی را در ریسمان طی می‌کنند؟

●●۵۸- در شکل ۳۲-۴۴، ریسمانی به یک نوسانگر سینوسی در نقطه P بسته شده و از روی تکیه‌گاهی در نقطه Q عبور داده می‌شود و توسط قطعه‌ای به جرم m در حالت کشش قرار دارد. فاصله $L = 1/20 \text{ m}$ ، چگالی خطی $\mu = 1/6 \text{ g/m}$ و بسامد نوسانگر $f = 120 \text{ Hz}$ است. دامنه حرکت در نقطه P به اندازه‌ای کوچک است که آن نقطه را می‌توان یک گره در نظر گرفت. گره دیگری در نقطه Q وجود دارد. (الف) جرم m چقدر باید باشد تا نوسانگر پنجمین هماهنگ را در ریسمان تشکیل دهد؟ (ب) اگر $m = 100 \text{ kg}$ باشد، در صورت وجود، مد موج ایستاده چیست؟



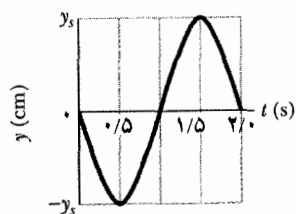
شکل ۳۲-۴۴ مسئله‌های ۵۸ و ۶۰

●●۵۹- در شکل ۳۲-۴۵، یک سیم آلومینیومی به طول $L_1 = 60/0 \text{ cm}$ ، مساحت مقطع $1/00 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$ و چگالی $2/60 \text{ g/cm}^3$ به یک سیم فولادی با چگالی $7/80 \text{ g/cm}^3$ و همان سطح مقطع متصل است. قطعه‌ای به جرم $m = 10/0 \text{ kg}$ به این سیم مرکب به صورتی بسته شده است که فاصله L_2 نقطه اتصال تا قرقره نگهدارنده $86/6 \text{ m}$ است. با استفاده از یک منبع خارجی موجهای عرضی با بسامد متغیر در سیم ایجاد می‌شود؛ گره‌ای در قرقره وجود دارد. (الف) پایتترین بسامدی را تعیین کنید که موج ایستاده‌ای را ایجاد کند که یکی از گره‌ها در نقطه اتصال باشد. (ب) چند گره در این بسامد مشاهده می‌شود؟



شکل ۳۲-۴۵ مسئله ۵۹

●●۵۴- برای موج ایستاده عرضی معینی در ریسمان، شکم در $x = 0$ و گره در $x = 0/10 \text{ m}$ قرار دارد. جابه‌جایی $y(t)$ ذره‌ای از ریسمان در $x = 0$ در شکل ۳۲-۴۲ نشان داده شده است که در آن مقیاس محور y با $y_s = 4/0 \text{ cm}$ مشخص شده است. وقتی $t = 0/50 \text{ s}$ است جابه‌جایی ذره‌ای از ریسمان در (الف) $x = 0/20 \text{ m}$ و (ب) $x = 0/30 \text{ m}$ چقدر است؟ در $x = 0/20 \text{ m}$ سرعت عرضی ذره ریسمان در (پ) $t = 0/50 \text{ s}$ و (ت) $t = 1/0 \text{ s}$ چقدر است؟



شکل ۳۲-۴۲ مسئله ۵۴

●●۵۵- مولدی در یک انتهای ریسمان خیلی دراز موج زیر را تولید می‌کند

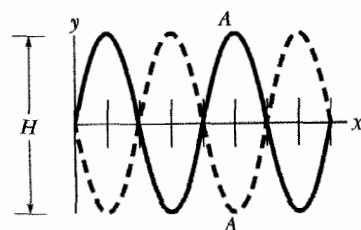
$$y = (6/0 \text{ cm}) \cos \frac{\pi}{2} [(2/00 \text{ m}^{-1})x + (8/00 \text{ s}^{-1})t]$$

و مولد دیگری در انتهای دیگر موج زیر را تولید می‌کند

$$y = (6/0 \text{ cm}) \cos \frac{\pi}{2} [(2/00 \text{ m}^{-1})x + (8/00 \text{ s}^{-1})t]$$

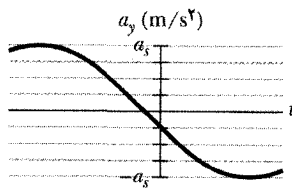
(الف) بسامد، (ب) طول موج، و (پ) تندی هر موج را حساب کنید. به ازای $x \geq 0$ ، محل گره‌ای که (ت) کوچکترین، (ث) دومین کوچکترین و (ج) سومین کوچکترین مقدار x را دارد در کجا واقع است؟ به ازای $x \geq 0$ ، محل شکمی که (چ) کوچکترین، (ح) دومین کوچکترین و (خ) سومین کوچکترین مقدار x را دارد در کجا واقع است؟

●●۵۶- دو موج سینوسی با دامنه و طول موج یکسان با هم در طول ریسمانی که در امتداد محور x کشیده است حرکت می‌کنند. موج برابند آنها که شکم A از حد نهایی جابه‌جایی به سمت بالا به حد نهایی جابه‌جایی به سمت پایین را در $6/0 \text{ ms}$ طی می‌کند در شکل ۳۲-۴۳ نشان داده شده است. خطهای عمودی به فاصله 10 cm از هم در امتداد محور مشخص شده‌اند. ارتفاع H برابر با $1/80 \text{ cm}$ است. فرض کنید معادله برای یکی از موجها به شکل $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$ داده شده باشد. در معادله برای موج دیگر مطلوب است (الف) y_m ، (ب) k (پ) ω ، و (ت) علامت ω .



شکل ۳۲-۴۳ مسئله ۵۶

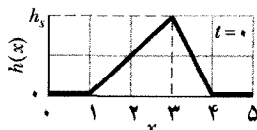
است. مقدار ϕ چقدر است؟ (توجه کنید: ماشین حساب همیشه جواب درستی از معکوس تابع مثلثاتی به دست نمی‌دهد لذا پاسخ خود را با قرار دادن آن و یک مقدار فرضی برای ω در $y(x,t)$ بیازمایید و سپس تابع را رسم کنید.)



شکل ۳۲-۴۷ مسئله ۶۴

۶۵- یک موج سینوسی پیشرونده در $t=0$ و در $x=0$ روی ریسمان درازی دارای بسامد 440 rad/s و جابه‌جایی $y = +4/5 \text{ mm}$ و سرعت عرضی $u = -0.75 \text{ m/s}$ است. اگر شکل کلی موج به صورت $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)$ باشد، ثابت فاز ϕ چقدر است؟

۶۶- یک تپ تنها که شکل موج آن با تابع $h(x-5/0t)$ داده شده، به ازای $t=0$ در شکل ۳۲-۴۸ نشان داده شده است. مقیاس محور عمودی با $h_s = 2$ مشخص شده است. در اینجا x برحسب سانتی‌متر و t برحسب ثانیه است. (الف) تندی و (ب) جهت حرکت تپ. (پ) به ازای $t=2 \text{ s}$ تابع $h(x-5t)$ را برحسب x رسم کنید. (ت) تابع $h(x-5t)$ را برحسب t به ازای $x=10 \text{ cm}$ رسم کنید.



شکل ۳۲-۴۸ مسئله ۶۶

۶۷- به وسیله میله‌ای که به فاصله $1/0 \text{ cm}$ بالا و پایین می‌رود در انتهای ریسمان دراز افقی موج سینوسی عرضی ایجاد می‌شود. حرکت پیوسته است و به طور مرتب هر ثانیه 120 مرتبه تکرار می‌شود. ریسمان دارای چگالی خطی 120 g/m است و تحت کشش $90/0 \text{ N}$ قرار دارد. مقدار بیشینه (الف) تندی عرضی u و (ب) مؤلفه عرضی کششی τ را به دست آورید.

(پ) نشان دهید که دو بیشینه محاسبه شده بالا در مقدارهای یکسان فاز برای موج رخ می‌دهند. جابه‌جایی عرضی y ریسمان در این مقدارهای فاز چقدر است؟ (ت) بیشینه آهنگ انتقال انرژی در طول ریسمان چقدر است؟ (ث) وقتی این بیشینه انتقال رخ می‌دهد جابه‌جایی عرضی y چقدر است؟ (ج) کمینه آهنگ انتقال انرژی در طول ریسمان چقدر است؟ (چ) وقتی این کمینه انتقال رخ می‌دهد جابه‌جایی عرضی y چقدر است؟

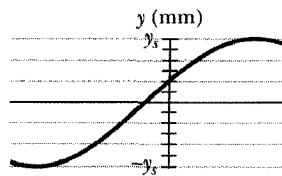
۶۰۰۰۰- در شکل ۳۲-۴۴، ریسمانی در نقطه p به یک نوسانگر سینوسی بسته شده و از روی تکیه‌گاهی در نقطه Q عبور داده شده و توسط قطعه‌ای به جرم m در حالت کشش قرار دارد. فاصله L بین نقطه P و نقطه Q ، $1/20 \text{ m}$ ، و بسامد f نوسانگر در 120 Hz ثابت شده است. دامنه حرکت در نقطه P به اندازه‌ای کوچک است که آن نقطه را می‌توان گره در نظر گرفت. یک گره دیگر نیز در نقطه Q وجود دارد. هرگاه جرم قطعه آویزان $286/1 \text{ g}$ یا $447/0 \text{ g}$ باشد، یک موج ایستاده تشکیل می‌شود، ولی در جرمهای میان این دو تشکیل نمی‌شود. چگالی خطی ریسمان چقدر است؟

مسئله‌های اضافی

۶۱- سه موج سینوسی با بسامد یکسان در طول ریسمانی در جهت مثبت محور x حرکت می‌کنند. دامنه‌های آنها به ترتیب $y_1/3, y_1/2, y_1$ و ثابتهای فاز آنها، $0, \pi/4, \pi$ است.

(الف) دامنه و (ب) ثابت فاز موج حاصل چقدر است؟ (پ) شکل موج حاصل را در $t=0$ رسم و درباره رفتار آن با افزایش t بحث کنید. SSM

۶۲- شکل ۳۲-۴۶ جابه‌جایی y برحسب زمان t نقطه‌ای در یک ریسمان را در $x=0$ وقتی که موج از آن نقطه می‌گذرد نشان می‌دهد. مقیاس محور y با $y_s = 6/0 \text{ mm}$ مشخص شده است. شکل موج عبارت است از $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$. مقدار ϕ چقدر است؟ (توجه کنید: ماشین حساب همیشه پاسخ درستی از معکوس تابع مثلثاتی به دست نمی‌دهد لذا پاسخ خود را با قرار دادن آن و یک مقدار فرضی برای ω در $y(x,t)$ بیازمایید و سپس تابع را رسم کنید.)



شکل ۳۲-۴۶ مسئله ۶۲

۶۳- دو موج سینوسی که غیر از فاز از هر جهت مشابه‌اند در طول ریسمانی در یک جهت حرکت می‌کنند و موج برابند $y'(x,t) = (3/0 \text{ mm}) \sin(20x - 4/0t + 0/820 \text{ rad})$ را ایجاد می‌کنند که x برحسب متر و t برحسب ثانیه است. (الف) طول موج λ دو موج، (ب) اختلاف فاز بین آنها و (پ) دامنه y_m آنها چقدر است؟

۶۴- در شکل ۳۲-۴۷ شتاب عرضی a_y برحسب زمان t نقطه‌ای در ریسمان را در $x=0$ وقتی که موجی به شکل کلی $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$ از آن نقطه می‌گذرد، نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $a_s = 400 \text{ m/s}^2$ مشخص شده

۷۵- ریسمانی به طول 120 cm بین دو تکیه ثابت کشیده است. اگر موجهای ایستاده برقرار شده باشند مطلوب است (الف) بلندترین، (ب) دومین بلندترین و (پ) سومین بلندترین طول موج برای موجهایی که در ریسمان حرکت می‌کنند. (ت) این موجهای ایستاده را رسم کنید.

۷۶- معادله یک موج عرضی که در طول ریسمانی در حرکت است عبارت است از $y = 0.15 \sin(0.79x - 13t)$ که در آن x و y برحسب متر و t برحسب ثانیه است. (الف) جابه‌جایی y در $x = 2/3\text{ m}$ و $t = 0.16\text{ s}$ چقدر است؟ موج دومی به موج اول اضافه می‌شود تا روی ریسمان موج ایستاده ایجاد شود. اگر معادله موج دوم به شکل $y(x, t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد مطلوب است (ب) y_m ، (پ) k و (ت) ω علامت درست ω برای این موج دوم. (ج) در $x = 2/3\text{ m}$ و $t = 0.16\text{ s}$ جابه‌جایی موج ایستاده حاصل چقدر است؟

۷۷- سیمی به طول $1/50\text{ m}$ دارای جرم $8/70\text{ g}$ است و تحت کشش 120 N قرار دارد. سیم در دو انتها محکم شده است و در آن نوسان برقرار می‌شود. (الف) تندی موجها در سیم چقدر است؟ طول موج موجهایی که (ب) یک حلقه و (پ) دو حلقه موج ایستاده ایجاد می‌کنند، چقدر است؟ بسامد موجهایی که (ت) یک حلقه و (ث) دو حلقه موج ایستاده ایجاد می‌کنند، چقدر است؟ SSM

۷۸- انرژی موجی با آهنگ P_1 و بسامد f_1 در ریسمانی که تحت کشش τ_1 است، انتقال می‌یابد. آهنگ انتقال انرژی جدید P_2 برحسب P_1 (الف) وقتی که کشش به $\tau_2 = 4\tau_1$ افزایش می‌یابد و (ب) وقتی که بسامد به $f_2 = f_1/2$ کاهش یابد، چقدر است؟

۷۹- معادله یک موج عرضی که در طول ریسمانی حرکت می‌کند عبارت است از

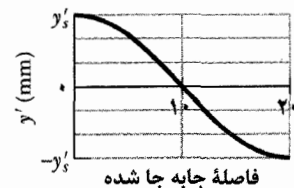
$$y = (2.0\text{ mm}) \sin[(2.0\text{ m}^{-1})x - (6.0\text{ s}^{-1})t]$$

(الف) دامنه، (ب) بسامد، (پ) سرعت (شامل علامت)، و (ت) طول موج این موج را به دست آورید. (ث) بیشینه تندی عرضی ذره در ریسمان چقدر است؟

۸۰- نوسان یک دیپازون 600 Hz موجهای ایستاده‌ای را در ریسمانی که به دو مانع بسته شده است ایجاد می‌کند. تندی موج در ریسمان 400 m/s است. موج ایستاده دارای چهار حلقه با دامنه 2.0 mm است. (الف) طول ریسمان چقدر است؟ (ب) معادله‌ای برای جابه‌جایی ریسمان برحسب تابعی از مکان و زمان بنویسید.

۸۱- در آزمایشی روی موجهای ایستاده، ریسمانی به طول 90 cm به شاخه یک دیپازون الکتریکی که عمود بر طول ریسمان با بسامد 60 Hz نوسان می‌کند، بسته شده است. جرم ریسمان 0.44 kg است. اگر بخواهیم ریسمان با چهار حلقه

۶۸- دو موج سینوسی 120 Hz با بسامد و دامنه یکسان در جهت مثبت محور x که در طول ریسمان تحت کشش قرار دارد، فرستاده می‌شوند. موجها را می‌توان به صورت همفاز یا ناهمفاز فرستاد. شکل ۳۲-۴۹ دامنه y' موج حاصل را برحسب فاصله جابه‌جایی (مقدار مسافتی که یک موج نسبت به موج دیگر جابه‌جا می‌شود) نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $y'_s = 6.0\text{ mm}$ مشخص شده است. اگر معادله‌های دو موج به شکل $y'(x, t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد مطلوب است (الف) y_m ، (ب) k (پ) ω ، و (ت) علامت درست برای ω .



شکل ۳۲-۴۹ مسئله ۶۸

۶۹- یک موج عرضی سینوسی با دامنه y_m و طول موج λ در طناب کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. (الف) نسبت بیشینه تندی ذره (تندی که یک ذره در طناب به طور عرضی نسبت به موج حرکت می‌کند) به تندی موج چقدر است؟ (ب) آیا این نسبت به جنس طناب بستگی دارد؟ SSM

۷۰- یک موج عرضی سینوسی که در جهت مثبت محور x در حرکت است دارای دامنه 2.0 cm ، طول موج 1.0 cm و بسامد 400 Hz است. اگر معادله موج به شکل $y(x, t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد، مطلوب است (الف) y_m ، (ب) k (پ) ω ، و (ت) علامت درست برای ω . (ث) بیشینه تندی عرضی یک نقطه روی طناب و (ج) تندی موج چقدر است؟

۷۱- یک موج عرضی سینوسی که در جهت منفی محور x در حرکت است دارای دامنه 1.0 cm ، بسامد 550 Hz و تندی 330 m/s است. اگر معادله موج به شکل $y(x, t) = y_m \sin(kx \pm \omega t)$ باشد، مطلوب است (الف) y_m ، (ب) ω ، (پ) k و (ت) علامت درست برای ω .

۷۲- دو موج سینوسی با طول موج یکسان در یک جهت در طول یک ریسمان کشیده شده حرکت می‌کنند. برای موج ۱، $y_m = 3.0\text{ mm}$ و $\phi = 0$ ؛ برای موج ۲، $y_m = 5.0\text{ mm}$ و $\phi = 70^\circ$ است. (الف) دامنه و (ب) ثابت فاز موج برآیند چقدر است؟

۷۳- موجی دارای تندی 240 m/s و طول موج $3/2\text{ m}$ است.

(الف) بسامد و (ب) دوره تناوب موج چقدر است؟

۷۴- هنگام نواختن سیم ویولن در حالت معینی، پایتترین بسامد تشدید سیم 440 Hz است. بسامد (الف) دومین و (ب) سومین هماهنگ سیم چقدر است؟

۸۳- تندترین موج عرضی که می‌تواند در طول یک سیم فولادی فرستاده شود چقدر است؟ به دلایل ایمنی، بیشینه تنش کششی که سیم فولادی می‌تواند تحمل کند برابر $7 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ است. چگالی فولاد 7800 kg/m^3 است. نشان دهید که پاسخ شما به قطر سیم بستگی ندارد.

۸۴- (الف) معادله‌ای بنویسید که یک موج عرضی سینوسی را توصیف کند. که روی طنابی در جهت مثبت محور y با عدد موج زاویه‌ای 6 cm^{-1} ، دوره تناوب 0.2 s و دامنه 3 mm حرکت می‌کند. جهت z را جهت عرضی در نظر بگیرید. (ب) بیشینه تندی عرضی ذره‌ای روی طناب، چقدر است؟

۸۵- موجی در ریسمان با رابطه $y(x,t) = 15 \sin(\pi x/8 - 4\pi t)$ بیان شده است، که در آن x و y برحسب سانتی‌متر و t برحسب ثانیه است. تندی عرضی نقطه‌ای واقع در $x = 6 \text{ cm}$ هنگامی که $t = 0.25 \text{ s}$ است چقدر است؟ (ب) بیشینه تندی عرضی هر نقطه در ریسمان چقدر است؟ (پ) بزرگی شتاب عرضی نقطه‌ای واقع در $x = 6 \text{ cm}$ هنگامی که $t = 0.25 \text{ s}$ است چقدر است؟ (ت) بزرگی شتاب عرضی بیشینه برای هر نقطه در ریسمان، چقدر است؟

۸۶- موج ایستاده‌ای از مجموع دو موج پیشرونده عرضی زیر حاصل شده است.

$$y_1 = 0.05 \cos(\pi x - 4\pi t)$$

و

$$y_2 = 0.05 \cos(\pi x + 4\pi t)$$

که در آن x, y_1, y_2 برحسب متر و t برحسب ثانیه است. (الف) کوچکترین مقدار مثبت x مربوط به یک گره چقدر است؟ با شروع از $t = 0$ ، مقدار (ب) اولین، (پ) دومین و (ت) سومین زمانی که ذره در $x = 0$ دارای سرعت صفر است، چقدر است؟

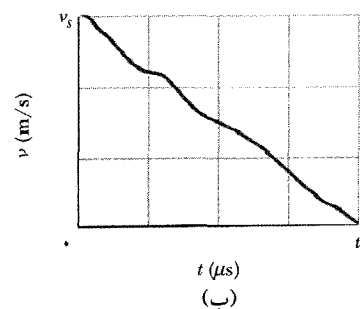
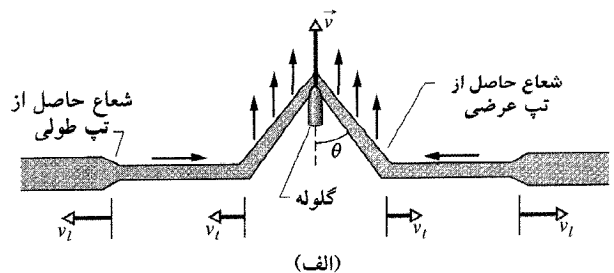
۸۷- در آزمایشی، یک طناب افقی $1/2$ کیلوگرمی که در دو انتهایش $(x = 2 \text{ m}, x = 0)$ ثابت شده است با بسامد 5 Hz به بالا و پایین در مد پایه‌اش به نوسان درمی‌آید. در $t = 0$ ، جابه‌جایی نقطه‌ای در $x = 0$ برابر صفر و در جهت مثبت محور y با سرعت عرضی 5 m/s به سمت بالا حرکت می‌کند.

(الف) دامنه حرکت آن نقطه و (ب) کشش در طناب چقدر است؟ (پ) معادله موج ایستاده را برای مد پایه بنویسید. SSM

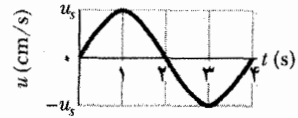
۸۸- یک موج سینوسی عرضی با طول موج 20 cm در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. سرعت عرضی ذره در $x = 0$ برحسب تابعی از زمان در شکل ۳۲-۵۱ نشان داده شده است که در آن مقیاس محور عمودی با $u_s = 5 \text{ cm/s}$ مشخص شده است. (الف) تندی، (ب) دامنه و (پ) بسامد موج چقدر است؟ منحنی موج را در $t = 2 \text{ s}$ ، بین $t = 0$ و $x = 20 \text{ cm}$ رسم کنید.

نوسان کند، ریسمان باید تحت چه کششی (وزنه‌هایی که به سر دیگر آن بسته شده است) قرار گیرد؟

۸۲- جلیقه ضد گلوله. هرگاه پرتابه‌ای مثل گلوله یا قطعه‌ای از بمب با تندی زیاد به جلیقه‌های جدید برخورد کند بافت اصلی جلیقه پرتابه را متوقف می‌کند و با گسترش سریع انرژی پرتابه در یک ناحیه وسیع مانع نفوذ آن می‌شود. این گسترش به وسیله تپهای طولی و عرضی که به سرعت از نقطه برخورد به طور شعاعی حرکت می‌کنند انجام می‌گیرد و پرتابه دندانهای مخروطی شکل ایجاد می‌کند. تپ طولی با تندی v_l در طول الیاف بافت و به جلوی دندان حرکت می‌کند و موجب نازک شدن و کشیدگی الیاف پارچه به سمت نوک دندان می‌شود. چنین الیاف شعاعی در شکل ۳۲-۵۰ الف نشان داده شده‌اند. قسمتی از انرژی پرتابه صرف این حرکت و کشیدگی می‌شود. تپش عرضی حاصل از دندانهای شدن با تندی آهسته‌تر v_t حرکت می‌کند. وقتی پرتابه عمق دندان را افزایش می‌دهد، شعاع دندان افزایش می‌یابد و ماده در الیاف در جهت پرتابه حرکت می‌کند. (عمود بر جهت حرکت تپ عرضی). بقیه انرژی پرتابه صرف این حرکت می‌شود. تمام انرژی که اساساً صرف تغییر شکل الیاف نمی‌شود به صورت انرژی گرمایی درمی‌آید. شکل ۳۲-۵۰ ب نموداری از تندی v برحسب زمان t برای گلوله‌ای به جرم 10 g است که از هفت تیر قطر 38 مستقیماً به جلیقه شلیک شده است. مقیاسهای محورهای عمودی و افقی با $v_s = 300 \text{ m/s}$ و $t_s = 40 \text{ ms}$ مشخص شده‌اند. فرض کنید $v_l = 2000 \text{ m/s}$ و θ نصف زاویه دندان برابر 60° است. در پایان برخورد شعاع (الف) ناحیه نازک شده و (ب) دندان چقدر است (فرض کنید که شخصی که جلیقه ضد گلوله را پوشیده است ساکن بماند).



شکل ۳۲-۵۰ مسئله ۸۲



شکل ۳۲-۵۱ مسئله ۸۸

طول موجهای نور مرئی از تقریباً 400mm در بنفش تا تقریباً 700mm در قرمز است. گستره بسامدهای این موجها چقدر است؟ (ب) گستره بسامد موجهای کوتاه رادیویی (برای مثال، FM و تلویزیونی VHF) برابر $1/5$ تا 300MHz است. گستره طول موج متناظر چقدر است؟ (پ) گستره طول موجهای پرتوهای x از تقریباً 50nm تا تقریباً 10^{-2}nm است. گستره بسامد پرتوهای x چقدر است؟

۹۳- یک موج پیشرونده در ریسمانی با معادله زیر بیان شده است.

$$y = 2.0 \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{0.40} + \frac{x}{1.0} \right) \right]$$

که در آن x ، y برحسب سانتی متر و t برحسب ثانیه است. (الف) به ازای $t=0$ ، y را برحسب تابعی از x برای $0 \leq x \leq 160\text{cm}$ رسم کنید. (ب) قسمت (الف) را به ازای $t=0.05\text{s}$ و $t=0.10\text{s}$ تکرار کنید. با استفاده از نمودارها (پ) تندی موج و (ت) جهتی را که موج حرکت می کند تعیین کنید.

۸۹- در تویهای بیسبال و گلف از نوعی نوار لاستیکی استفاده می شود که در گستره وسیعی از ازدیاد طول، نوار از قانون هوک پیروی می کند. طول قطعه ای از این ماده در حالت کشیده شده ℓ و جرم آن m است. وقتی نیروی F اعمال شود، نوار به اندازه طول اضافی $\Delta \ell$ کشیده می شود. (الف) تندی (برحسب m ، $\Delta \ell$ و ثابت فنر k) موجهای عرضی در این نوار لاستیکی کشیده شده چقدر است؟ (ب) با استفاده از پاسخ (الف)، نشان دهید که زمان لازم برای حرکت یک تپ عرضی در طول نوار لاستیکی اگر $\ell \gg \Delta \ell$ باشد، با $1/\sqrt{\Delta \ell}$ متناسب است و اگر $\Delta \ell \ll \ell$ باشد ثابت است. SSM

۹۰- دو موج

$$y_1 = (2.50\text{mm}) \sin[(25/\text{rad/m})x - (440\text{rad/s})t]$$

و

$$y_2 = (1.50\text{mm}) \sin[(25/\text{rad/m})x - (440\text{rad/s})t]$$

در طول ریسمان کشیده شده ای حرکت می کنند. (الف) موج برابند را برحسب تابع t برای $x=0$ ، $\lambda/8$ ، $\lambda/4$ ، $3\lambda/8$ و $\lambda/2$ رسم کنید که در آن λ طول موج است. نمودارها باید از $t=0$ تا کمی بیش یک دوره تناوب ادامه داشته باشند. (ب) موج برابند عبارت است از برهم نهی یک موج ایستاده و یک موج پیشرونده. موج پیشرونده در چه جهتی حرکت می کند؟ (پ) چگونه می توانید موجهای اولیه را طوری تغییر دهید که موج برابند از برهم نهی موجهای ایستاده و پیشرونده با دامنه های یکسان با موج قبلی باشد ولی موج پیشرونده در جهت مخالف حرکت کند؟ سپس، با استفاده از نمودارهای خود مکانی را به دست آورید که در آن دامنه نوسان (ت) بیشینه و (ث) کمینه باشد. (ج) رابطه دامنه بیشینه با دامنه های موجهای اولیه چگونه است؟ (چ) رابطه دامنه کمینه با دامنه های موجهای اولیه چگونه است؟

۹۱- دو موج با معادله های زیر بیان می شوند.

$$y_1 = 0.30 \sin[\pi(5x - 200t)]$$

و

$$y_2 = 0.30 \sin \left[\pi(5x - 200t) + \frac{\pi}{3} \right]$$

که در آن x ، y_1 ، y_2 برحسب متر و t برحسب ثانیه است. هرگاه این دو موج ترکیب شوند، یک موج پیشرونده ایجاد می شود. (الف) دامنه، (ب) تندی و (پ) طول موج این موج پیشرونده چقدر است؟

۹۲- تندی موجهای الکترومغناطیسی (شامل نور مرئی، رادیویی و پرتوهای x) در خلأ برابر $3 \times 10^8\text{m/s}$ است. (الف) گستره



پژواک در مکان‌های خاصی می‌تواند خوشایند باشد و در اتاق‌هایی که صحبت نامفهوم می‌شود ناخوشایند است، ولی آنها همیشه شبیه چشمه صوت هستند. برای مثال، صدای دست‌زدن به همان صورت صدای دست‌زدن بر می‌گردد. ولی پژواک در جلو این پله‌های هرمی شکل در خرابه‌های مایا در مکزیك به طور قابل توجهی متفاوت است، چون صدای دست به صورت یک نوت موسیقی بر می‌گردد که بسامد آن کاهش می‌یابد.

چه چیزی موجب این پژواک موسیقایی می‌شود که شبیه صدای پرندگان است؟

پاسخ در همین فصل.

۳۳-۱ فیزیک چیست؟

فیزیک موجهای صوتی پایه مطالعات بی‌شماری در مجله‌های پژوهشی در خیلی از زمینه‌هاست. در اینجا فقط چند نمونه را در نظر می‌گیریم. بعضی از فیزیولوژیستها علاقه‌مندند بدانند که سخن گفتن چگونه شکل می‌گیرد، چگونه می‌توان نقص در سخن گفتن را تصحیح کرد، چگونه کم شنوایی را تخفیف داد و حتی خرناس کشیدن چگونه ایجاد می‌شود. برخی از مهندسين آکوستیک علاقه‌مند به اصلاح آکوستیکی کلیساهای جامع، سالنهای تأثر و نیز کم کردن صدا در نزدیکی بزرگراهها، احداث جاده‌ها و باز تولید موسیقی در بلندگوها هستند. برخی مهندسين هوانوردی نگران موجهای شوکی هستند که به وسیله هواپیماهای مافوق صوت و معمولی در نواحی اطراف فرودگاهها ایجاد می‌شوند. برخی از پژوهشگران پزشکی می‌خواهند بدانند چگونه صداهای ایجاد شده به وسیله قلب و ریه‌ها می‌تواند نشانه‌ای از یک مشکل پزشکی در بیمار باشد. برخی باستانشناسان به این علاقه‌مندند که چگونه از فسیل دایناسورها می‌توان اطلاعاتی را راجع به مسائل آوایی آنها به دست آورد. برخی مهندسين نظامی به این علاقه‌مندند که چگونه صداهای آتشبارها می‌تواند به سربازان امکان مشخص کردن نقطه آتشباری را بدهد و از طرف دیگر، برخی از زیست‌شناسها علاقه‌مندند که بدانند گربه چگونه خرخر می‌کند.

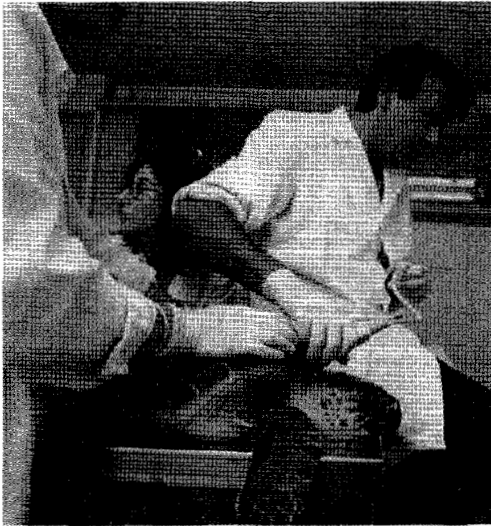
برای شروع بحث فیزیک صوت، ابتدا باید به این پرسش پاسخ دهیم که "موجهای صوتی چیست؟"

۳۳-۲ موجهای صوتی

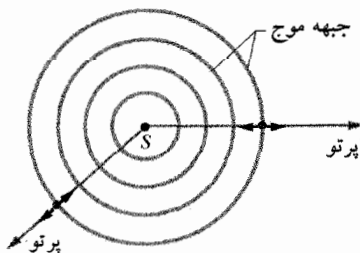
همانطور که در فصل ۳۲ دیدیم، موجهای مکانیکی موجهایی هستند که به وجود یک محیط مادی نیاز دارند. دو نوع موج مکانیکی وجود دارد: موجهای عرضی شامل نوسانهای عمود بر راستایی که موج حرکت می‌کند و موجهای طولی شامل نوسانهایی موازی با راستای حرکت موج.

در این کتاب، موج صوتی را می‌توان تقریباً یک موج طولی در نظر گرفت. گروههای پژوهشی لرزه‌نگاری، از چنین موجهایی برای جستجوی نفت در پوسته زمین استفاده می‌کنند. کشتیها از وسایل ناوبری و مسافت یابی صوتی (سونار) برای آشکار کردن موانع زیر آب بهره می‌گیرند. زیر دریاییها برای دنبال کردن زیر دریاییهای دیگر از موجهای صوتی استفاده می‌کنند که عمدتاً با شنیدن مشخصه نوفه‌ای حاصل از دستگاه پیشران آنها صورت می‌گیرد. شکل ۳۳-۱ نشان می‌دهد که چگونه موجهای صوتی برای شناسایی بافتهای نرم بدن حیوان یا انسان به کار می‌روند. در این فصل موجهای صوتی که در هوا حرکت می‌کنند و قابل شنیدن هستند را در نظر می‌گیریم.

شکل ۳۳-۲ نظراتی را نشان می‌دهد که در بحثهای خود به کار خواهیم برد. نقطه S نمایش یک چشمه صوتی کوچک به نام چشمه نقطه‌ای است که موجهای صوتی را در تمام جهتها گسیل می‌کند. جبهه‌های موج و پرتوها راستای حرکت و گسترش موجهای صوتی را نشان می‌دهند. جبهه‌های موج سطحهایی هستند که روی آنها نوسانهای هوای ناشی از موج صوتی مقدار یکسانی دارند: این سطوحها در یک نمودار دو



شکل ۳۳-۱ داخل سر یک لاک پشت آبی با دستگاه فراصوتی بررسی می‌شود (که بیشتر از بسامدی است که می‌شنویم)، تصویری از داخل آن روی صفحه نمایش در دست راست نشان داده می‌شود.



شکل ۳۳-۲ یک موج صوتی از چشمه نقطه‌ای S در محیطی سه بعدی حرکت می‌کند. جبهه‌های موج کره‌هایی به مرکز S را تشکیل می‌دهند، پرتوها نسبت به S شعاعی هستند. پیکانهای دوتایی کوتاه نشان می‌دهند که عنصرهای محیط موازی با پرتوها نوسان می‌کنند.

بعدی برای یک چشمه نقطه‌ای توسط تمام یا قسمتی از دایره‌ها نشان داده می‌شوند. پرتوها خطهایی عمود بر جبهه‌های موج هستند که جهت حرکت جبهه‌های موج را نشان می‌دهند. پیکانهای دوتایی کوتاه روی پرتوهای شکل ۳۳-۲ نشان می‌دهند که نوسانهای طولی هوا با پرتوها موازی‌اند.

در نزدیکی چشمه نقطه‌ای نظیر شکل ۳۳-۲ جبهه‌های موج کروی‌اند و در سه بعد گسترده می‌شوند، به این موجها کروی می‌گویند. وقتی جبهه‌های موج به طرف بیرون حرکت کنند و شعاع آنها بزرگتر شوند، انحنای آنها کاهش می‌یابد. دورتر از

جدول ۱-۳۳

تندی صوت^۱

تندی (m/s)	محیط
	گازها
۳۳۱	هوا (۰°C)
۳۴۳	هوا (۲۰°C)
۹۶۵	هلیوم
۱۲۸۴	هیدروژن
	مایعها
۱۴۰۲	آب (۰°C)
۱۴۸۲	آب (۲۰°C)
۱۵۲۲	آب دریا ^۲
	جامدها
۶۴۲۰	آلومینیوم
۵۹۴۱	فولاد
۶۰۰۰	گرانیت

۱- در ۰°C و فشار ۱ atm، به جز حالتی که غیر از آن ذکر شده باشد.

۲- در ۲۰°C و شوری ۳/۵٪.

چگالی آب تقریباً ۱۰۰۰ برابر چگالی هواست. اگر این تنها عامل مؤثر باشد، از معادله ۳۳-۳۰ انتظار می‌رود که تندی صوت در آب به طور قابل توجهی از تندی صوت در هوا کمتر باشد. ولی، جدول ۱-۳۳ نشان می‌دهد که عکس این مطلب درست است. (دوباره از معادله ۳۳-۱) نتیجه می‌گیریم که مدول کپه‌ای آب باید بیشتر از ۱۰۰۰ برابر هوا باشد. در واقع همین‌طور است. آب خیلی بیشتر از هوا تراکم ناپذیر است، (به معادله ۳۳-۲ نگاه کنید) و راه دیگر این است که گفته شود مدول کپه‌ای آن خیلی بزرگتر است.

اثبات معادله ۳۳-۳

اکنون معادله ۳۳-۳ را با کاربرد مستقیم قانونهای نیوتون به دست می‌آوریم. تپ تنهایی را در نظر می‌گیریم که در آن هوای فشرده شده (از راست به چپ) با تندی v در هوای داخل لوله درازی، مانند شکل ۳۲-۲، حرکت می‌کند. فرض کنید که در راستای تپ با همان تندی حرکت کنیم، در نتیجه به نظر می‌رسد که تپ در چارچوب مرجع ما ساکن است. شکل ۳۳-۳ الف وضعیت را از دید این چارچوب نشان می‌دهد. تپ ساکن است و هوا با تندی v از چپ به راست در این چارچوب حرکت می‌کند.

فشار آشفته نشده هوا را p و فشار داخل تپ را $p + \Delta p$ در نظر می‌گیریم، که در آن Δp به دلیل تراکم مثبت است. عنصری از هوا به ضخامت Δx و مساحت وجه A را در نظر می‌گیریم که با تندی v به طرف تپ حرکت می‌کند. وقتی این

چشمه، جبهه‌های موج را می‌توان تقریباً به صورت صفحه‌هایی (یا خطهایی در شکل‌های دو بعدی) نشان داد که به آنها موجهای تخت می‌گویند.

۳۳-۳ تندی صوت

تندی هر موج مکانیکی، عرضی یا طولی، هم به خاصیت لختی محیط (برای ذخیره انرژی جنبشی) و هم به خاصیت کشسانی محیط (برای ذخیره انرژی پتانسیل) بستگی دارد. بنابراین، می‌توان معادله ۳۲-۲۶ را که تندی یک موج عرضی را در طول یک ریسمان کشیده شده به دست می‌دهد به صورت کلی زیر نوشت

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{\text{خاصیت کشسانی}}{\text{خاصیت لختی}}} \quad (۱-۳۳)$$

که در آن (برای موجهای عرضی) τ کشش در ریسمان و μ چگالی خطی آن است. اگر محیط هوا و موج طولی باشد، می‌توان حدس زد که خاصیت لختی، که متناظر با μ است، چگالی حجمی ρ هواست. برای خاصیت کشسانی چه چیزی را باید در نظر گرفت؟

در یک ریسمان کشیده شده، انرژی پتانسیل به کشیده شدن متناوب عنصرهای ریسمان به هنگام عبور موج از آنها مربوط می‌شود. هنگامی که یک موج صوتی از هوا می‌گذرد، انرژی پتانسیل به تراکمها و انبساطهای متناوب عنصرهای حجمی کوچک هوا مربوط است. خاصیتی را که تعیین می‌کند تا چه میزان حجم یک عنصر از محیط با افزایش یا کاهش فشار وارده (نیرو بر یکای مساحت) تغییر می‌کند مدول کپه‌ای B می‌نامند می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود (از معادله ۱۲-۲۵ جلد اول)

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V} \quad (\text{تعریف مدول کپه‌ای}) \quad (۲-۳۳)$$

در اینجا $\Delta V/V$ تغییر نسبی در حجم ناشی از تغییر فشار Δp است. همانطور که در بخش ۳۰-۳ توضیح داده شد یکای SI فشار نیوتون بر متر مربع است، که به آن نام ویژه پاسکال (Pa) داده شده است. از معادله ۳۳-۲ می‌توان دید که یکای B نیز پاسکال است. علامت Δp همیشه مخالف با علامت ΔV است. هرگاه فشار روی یک عنصر افزایش یابد (Δp مثبت)، حجم آن کاهش می‌یابد (ΔV منفی). علامت منفی را در معادله ۳۳-۲ منظور می‌کنیم تا B همیشه یک کمیت مثبت باشد. اکنون با قرار دادن B به جای τ و ρ به جای μ در معادله ۳۳-۱ خواهیم داشت

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (\text{تندی صوت}) \quad (۳-۳۳)$$

که تندی صوت در محیطی با مدول کپه‌ای B و چگالی ρ است. جدول ۱-۳۳ تندی صوت را در چند محیط نشان می‌دهد.

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{A \Delta v \Delta t}{A v \Delta t} = \frac{\Delta v}{v} \quad (۹-۳۳)$$

با قرار دادن معادله ۹-۳۳ و پس از آن معادله ۲-۳۳ در معادله ۸-۳۳ داریم

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v/v} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V} = B$$

از حل آن برای v معادله ۳-۳۳ برای تندی هوا به سمت راست در شکل ۳-۳۳ و در نتیجه تندی واقعی تپ به سمت چپ به دست می‌آید.

مسئله نمونه ۱-۳۳

وقتی یک تپ صوتی، مثلاً از صدای دست، در پایین پله‌های هرم شکل نشان داده شده در تصویر آغاز فصل به وجود می‌آید، موج‌های صوتی از پله‌های متوالی، نزدیکترین (پایین‌ترین) در آغاز (در شکل ۱-۳۳ الف) و دورترین (بالا‌ترین) در پایان (شکل ۱-۳۳ ب) بازتابیده می‌شود. عمق و ارتفاع پله‌ها $d = 0.263 \text{ m}$ و سرعت صوت 343 m/s است. مسیرهای طی شده توسط موج‌های صوتی به طرف یا از پله‌های پایین تقریباً افقی است. مسیرهای مایل موج‌های صوتی به طرف یا از پله‌های نزدیک بالاترین تقریباً 45° نسبت به افق است. با چه بسامد f_{bot} تپ‌های پژواک از پله‌های پایین به شنونده می‌رسند؟ با چه بسامد f_{top} از پله‌های بالا در زمان کمی بعد می‌رسند؟

نکته‌های کلیدی (۱) بسامد f که در آن تپ‌ها به شنونده بر می‌گردند معکوس زمان Δt بین تپ‌های متوالی است. (۲) فاصله زمانی Δt لازم برای صوت که فاصله معین L را طی کند با رابطه $v = L/\Delta t$ به سرعت v مربوط است.

محاسبات: در شکل ۴-۳۳ الف در پایین پله‌ها با موج صوتی که از پله بالاتر بازتابیده می‌شود مسافت $L = 2d$ بیشتر از موج صوتی که از پله پایین‌تر بازتابیده می‌شود، می‌پیماید. (موج بالاتر باید دوبار عمق پله را به پیماید). بنابراین فاصله زمانی تپ‌های پژواک در شنونده عبارت است از:

$$\Delta t_{\text{bot}} = \frac{L}{v} = \frac{2d}{v} \quad (۱۰-۳۳)$$

$$= \frac{2(0.263 \text{ m})}{343 \text{ m/s}} = 1.533 \times 10^{-3} \text{ s}$$

بسامد f_{bot} تپ‌های رسیده به شنونده عبارت است از

$$f_{\text{bot}} = \frac{1}{\Delta t_{\text{bot}}} \quad (۱۱-۳۳)$$

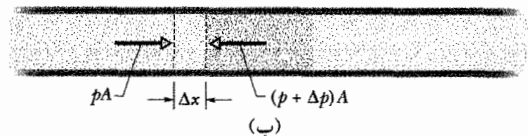
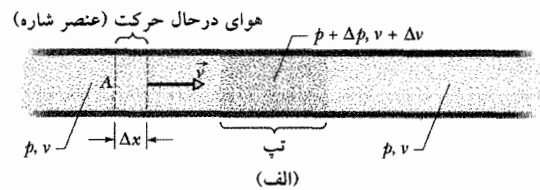
$$= \frac{1}{1.533 \times 10^{-3} \text{ s}} = 652 \text{ Hz} \quad (\text{پاسخ})$$

فاصله زمانی Δt_{bot} جهت تمیز دادن تک‌تک تپ‌ها برای شنونده خیلی کوتاه است. در واقع بسامد f_{top} با احساس است - شنونده یک نوت موسیقی را با بسامد 652 Hz می‌شنود.

در شکل ۴-۳۳ ب در بالای پله‌ها مسیر شیب‌دار رفت و برگشت موج‌ها بدان معناست که موج بازتابیده از پله بالاتر فاصله

عنصر وارد تپ می‌شود، وجه جلویی آن با ناحیه‌ای با فشار بالاتر روبه‌رو می‌شود، به طوری که تندی تپ را تا تندی $v + \Delta v$ کند می‌کند، که در آن Δv منفی است. این کند شدن زمانی که وجه عقبی عنصر به تپ می‌رسد کامل می‌شود، که فاصله زمانی زیر برای این کار لازم است

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \quad (۴-۳۳)$$



شکل ۳-۳۳ تپ تراکمی از راست به چپ در داخل یک لوله دراز پر از هوا فرستاده می‌شود. چارچوب مرجع این شکل به صورتی انتخاب شده است که تپ ساکن است و هوا از چپ به راست حرکت می‌کند. (الف) عنصری از هوا به پهنای Δx با تندی v به طرف تپ حرکت می‌کند. (ب) وجه جلویی این عنصر وارد تپ می‌شود. نیروهای وارد بر وجه جلویی و عقبی (ناشی از فشار هوا) نشان داده شده‌اند.

حال قانون دوم نیوتون را برای این عنصر به کار می‌بریم. در مدت Δt ، نیروی متوسط وارد بر وجه عقبی عنصر برابر pA به سمت راست، و نیروی متوسط وارد بر وجه جلویی برابر $(p + \Delta p)A$ و به سمت چپ است (شکل ۳-۳۳ ب). بنابراین، نیروی خالص متوسط وارد بر این عنصر در مدت Δt عبارت است از

$$F = pA - (p + \Delta p)A = -\Delta p A \quad (\text{نیروی خالص}) \quad (۵-۳۳)$$

علامت منفی نشان می‌دهد که نیروی خالص وارد بر عنصر هوا در شکل ۳-۳۳ ب به سمت چپ است. حجم این عنصر $A \Delta x$ است، پس به کمک معادله ۴-۳۳ می‌توان جرم آن را به صورت زیر نوشت

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho A \Delta x = \rho A v \Delta t \quad (\text{جرم}) \quad (۶-۳۳)$$

شتاب متوسط این عنصر در مدت Δt عبارت است از

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (\text{شتاب}) \quad (۷-۳۳)$$

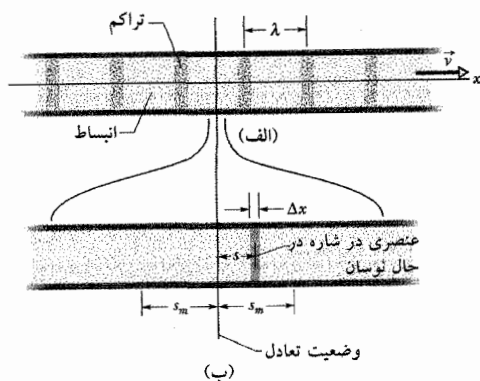
بنابراین، با استفاده از قانون دوم نیوتون ($F = ma$)، از معادله‌های ۵-۳۳، ۶-۳۳ و ۷-۳۳، داریم

$$-\Delta p A = (\rho A v \Delta t) \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v/v} \quad (۸-۳۳)$$

هوایی که خارج از تپ حجم $V (= A v \Delta t)$ را اشغال می‌کند به اندازه $\Delta V (= A \Delta v \Delta t)$ به هنگام ورود به تپ متراکم می‌شود، پس



(ب) وضعیت تعادل

شکل ۳۳-۵ (الف) یک موج صوتی که با تندی v در لوله دراز پراز هوا حرکت می‌کند، شامل یک نقش تناوبی در حال حرکت از تراکمها و انبساطهای هواست. موج در یک لحظه دلخواه نشان داده شده است. (ب) نمایی از قسمت کوچکی از لوله که در راستای افقی بزرگ شده است. وقتی موج عبور می‌کند، عنصری از هوا به ضخامت Δx نسبت به وضعیت تعادل آن با حرکت هماهنگ ساده به چپ و راست نوسان می‌کند. در لحظه نشان داده شده در (ب)، این عنصر به اندازه فاصله S به راست و وضعیت تعادل خود جابه‌جا شده است. بیشینه جابه‌جایی آن در راست یا چپ S_m است.

عنصرهای ریسمان موازی با محور y نوسان می‌کنند، معادله جابه‌جایی آنها را به صورت $y(x, t)$ می‌نویسیم. به همین ترتیب، چون عنصرهای هوا موازی با محور x نوسان می‌کنند، می‌توانیم معادله جابه‌جایی آنها را به شکل گسیج کننده $x(x, t)$ بنویسیم ولی به جای آن از $s(x, t)$ استفاده می‌کنیم. برای نشان دادن اینکه جابه‌جاییهای $s(x, t)$ تابعی سینوسی از x و t هستند، می‌توانیم تابع سینوس یا تابع کسینوس را به کار ببریم. در این فصل تابع کسینوسی را به کار می‌بریم، در نتیجه داریم

$$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t) \quad (۱۳-۳۳)$$

شکل ۳۳-۶ الف قسمتهای مختلف این معادله را مشخص کرده است. در آن، s_m دامنه جابه‌جایی- یعنی بیشینه جابه‌جایی عنصر هوا در دو طرف مکان تعادل خود است (به شکل ۳۳-۵ ب نگاه کنید). عدد موج زاویه‌ای k ، بسامد زاویه‌ای ω ، بسامد f ، طول موج λ ، تندی v و دوره تناوب T برای یک موج صوتی (طولی) تعریف شده‌اند و دقیقاً همان رابطه‌های موج عرضی را دارند، به غیر از اینکه در اینجا λ فاصله‌ای (دوباره در راستای جهت حرکت) است که در آن نقش تراکم و انبساط ناشی از موج شروع به تکرار خودش می‌کند. (به شکل ۳۳-۵ الف نگاه کنید). (فرض بر این است که s_m خیلی کمتر از λ است).

وقتی موج حرکت می‌کند، فشار هوا در هر نقطه x در شکل ۳۳-۵ الف به طور سینوسی تغییر می‌کند. برای توصیف این تغییر می‌توان نوشت

$$\Delta p(x, t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t) \quad (۱۴-۳۳)$$

شکل ۳۳-۶ ب قسمتهای مختلف این معادله را مشخص کرده است. مقدار منفی Δp در معادله ۳۳-۱۴ مربوط به انبساط هوا و مقدار مثبت مربوط به تراکم است. در اینجا Δp_m دامنه فشار است که بیشینه افزایش یا کاهش در فشار ناشی از موج است:

$L = 2\sqrt{2}d$ را بیشتر از موجی که از پله پایین‌تر بازتابیده می‌شود می‌پیماید. (مسیر در راستای وتر مثلث قائم‌الزاویه با ساق‌های مساوی به طول d دو برابر است). پس فاصله زمانی تپ‌های پژواک در شنونده عبارت است از

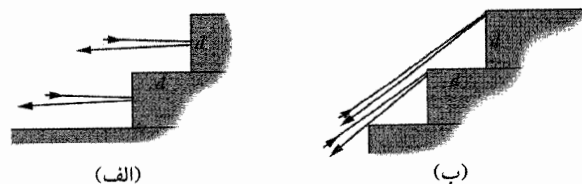
$$\Delta t_{\text{top}} = \frac{L}{v} = \frac{2\sqrt{2}d}{v} \quad (۱۲-۳۳)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}(0.263\text{m})}{343\text{m/s}} = 2.168 \times 10^{-3}\text{s}$$

و بسامد با احساس عبارت است از

$$f_{\text{top}} = \frac{1}{\Delta t_{\text{top}}} = \frac{1}{2.168 \times 10^{-3}\text{s}} = 461\text{ Hz} \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، دست‌زدن در جلوی پله‌ها پژواکی درست می‌کند که با بسامد شروع می‌شود و با بسامد پایان می‌پذیرد. می‌توانید چنین پژواک موسیقایی را از پله‌های دیگر یا حتی از نرده‌های یک حصار که در کنار آن ایستاده باشید، بشنوید.



(الف)

(ب)

شکل ۳۳-۴ موج‌های صوتی از (الف) پایین پله‌ها و (ب) از بالای پله‌های یک راه‌پله بلند بازتابیده می‌شوند.

۳۳-۴ موجهای صوتی پیشرونده

در اینجا تغییرات جابه‌جاییها و تغییرات فشار مربوط به یک موج سینوسی را که در هوا حرکت می‌کند بررسی می‌کنیم، شکل ۳۳-۵ الف چنین موج پیشرونده‌ای را نشان می‌دهد که در یک لوله دراز پراز هوا به طرف راست حرکت می‌کند. از فصل ۳۲ به خاطر بیاورید که با حرکت سینوسی پیستونی در انتهای چپ لوله (مانند شکل ۳۲-۲) می‌توان چنین موجی را ایجاد کرد. حرکت پیستون به طرف راست عنصر هوای مجاور پیستون را حرکت می‌دهد و آن را متراکم می‌کند؛ با حرکت پیستون به طرف چپ عنصر هوا به طرف چپ بر می‌گردد و فشار کاهش می‌یابد. وقتی هر عنصری از هوا به نوبت به عنصر بعدی فشار آورد، حرکت راست-چپ هوا و تغییر در فشار آن در طول لوله به صورت یک موج صوتی حرکت می‌کند.

عنصر باریکی از هوا به ضخامت Δx را مطابق شکل ۳۳-۵ ب در نظر می‌گیریم. وقتی موج از این قسمت لوله می‌گذرد، عنصر هوا نسبت به وضعیت تعادل خود با حرکت هماهنگ ساده به چپ و راست نوسان می‌کند. بنابراین، نوسانهای هر عنصر هوا به واسطه موج پیشرونده صوتی، مانند یک عنصر ریسمان به واسطه یک موج عرضی، نوسان می‌کند، با این تفاوت که عنصر هوا به جای عرضی، طولی نوسان می‌کند. چون

اثبات معادله‌های ۱۴-۳۳ و ۱۵-۳۳

شکل ۵-۳۳ ب عنصر نوسان کننده‌ای از هوا با مساحت سطح مقطع A و ضخامت Δx را نشان می‌دهد که از وضعیت تعادل خود به اندازه s جابه‌جا شده است. از معادله ۲-۳۳ برای تغییر فشار در عنصر جابه‌جا شده می‌توان نوشت

$$\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V} \quad (۱۶-۳۳)$$

کمیت V در معادله ۱۶-۳۳ حجم این عنصر است که با رابطه زیر داده می‌شود

$$V = A \Delta x \quad (۱۷-۳۳)$$

کمیت ΔV در معادله ۱۶-۳۳ تغییر در حجم است که وقتی عنصر جابه‌جا شود به وجود می‌آید. این تغییر حجم ناشی از این است که جابه‌جایی‌های دو وجه این عنصر کاملاً یکسان نیستند و به اندازه Δs با یکدیگر فرق دارند. بنابراین، می‌توان تغییر حجم را به صورت زیر نوشت

$$\Delta V = A \Delta s \quad (۱۸-۳۳)$$

با قرار دادن معادله‌های ۱۷-۳۳ و ۱۸-۳۳ در معادله ۱۶-۳۳ و استفاده از حد دیفرانسیلی خواهیم داشت

$$\Delta p = -B \frac{\Delta s}{\Delta x} = B \frac{\partial s}{\partial x} \quad (۱۹-۳۳)$$

نماد ∂ در معادله ۱۹-۳۳ نشان دهنده این است که مشتق در اینجا مشتق جزئی است و معنی آن این است که وقتی زمان ثابت است s چگونه نسبت به x تغییر می‌کند. پس از معادله ۱۳-۳۳ با ثابت در نظر گرفتن t خواهیم داشت

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [s_m \cos(kx - \omega t)] = -ks_m \sin(kx - \omega t)$$

با قرار دادن این مقدار به جای مشتق جزئی در معادله ۱۹-۳۳ خواهیم داشت

$$\Delta p = Bks_m \sin(kx - \omega t)$$

به ازای $\Delta p_m = Bks_m$ ، معادله ۱۴-۳۳ به دست می‌آید که می‌خواستیم ثابت کنیم. حال، با استفاده از معادله ۳-۳۳ می‌توان نوشت

$$\Delta p_m = (Bk)s_m = (\nu^2 \rho k)s_m$$

معادله ۱۵-۳۳، که می‌خواستیم آن را نیز اثبات کنیم، فوراً با قرار دادن ω/ν به جای k در معادله ۱۳-۳۲ به دست می‌آید.

مسئله نمونه ۲-۳۳

بیشینه دامنه فشار Δp_m که گوش انسان در صداهای بلند می‌تواند تحمل کند حدود 28 Pa است (که خیلی کمتر از فشار معمولی هوا یعنی تقریباً 10^5 Pa است). دامنه جابه‌جایی s_m برای چنین صوتی در هوایی با چگالی $\rho = 1/21 \text{ kg/m}^3$ و بسامد 1000 Hz و تندی 343 m/s چقدر است؟

نکته کلیدی دامنه جابه‌جایی s_m موج صوتی با معادله ۱۵-۳۳ به دامنه فشار Δp_m موج مربوط است.

وقتی هیچ موجی وجود ندارد، معمولاً Δp_m خیلی کمتر از فشار موجود p است. چنانکه اثبات خواهیم کرد، دامنه فشار Δp_m با معادله زیر به دامنه جابه‌جایی s_m معادله ۱۳-۳۳ مربوط است

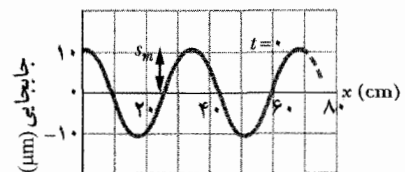
$$\Delta p_m = (\nu \rho \omega) s_m \quad (۱۵-۳۳)$$

	جابه‌جایی
(الف)	$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t)$
	جمله نوسانی
	دامنه جابه‌جایی
(ب)	$\Delta p(x, t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$
	دامنه فشار
	تغییر فشار

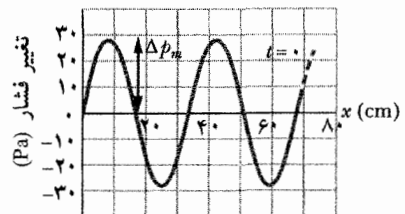
شکل ۶-۳۳ (الف) تابع جابه‌جایی و (ب) تابع تغییرات فشار یک موج صوتی پیشرونده شامل دامنه و یک جمله نوسانی است.

شکل ۷-۳۳ معادله‌های ۱۳-۳۳ و ۱۴-۳۳ را در $t=0$ نشان می‌دهد؛ دو منحنی با گذشت زمان در امتداد محور افقی به طرف راست حرکت می‌کنند. توجه کنید که تغییر جابه‌جایی و فشار به اندازه $\pi/2 \text{ rad}$ (یا 90°) با هم اختلاف فاز دارند. پس، برای مثال، تغییر فشار Δp در هر نقطه از موج به هنگامی که جابه‌جایی بیشینه باشد برابر با صفر است.

نکته وارسی ۱ وقتی که یک عنصر نوسان کننده هوا در شکل ۵-۳۳ ب از نقطه جابه‌جایی صفر به طرف راست حرکت کند، آیا فشار در عنصر در مقدار تعادل خود است، درست شروع به افزایش می‌کند یا درست شروع به کاهش؟



(الف)



(ب)

شکل ۷-۳۳ (الف) نمودار تابع جابه‌جایی (معادله ۱۳-۳۳) به ازای $t=0$. (ب) نمودار مشابهی از تابع تغییر فشار (معادله ۱۴-۳۳). هر دو نمودار برای موج صوتی 1000 Hz که دامنه فشار آن در آستانه درد است رسم شده‌اند؛ به مسئله نمونه ۷-۳۳ نگاه کنید.

بدین معناست که موجها در نقطه P همفاز نیستند. به بیان دیگر، اختلاف فاز ϕ آنها در نقطه P به اختلاف طول مسیر $\Delta L = |L_2 - L_1|$ آنها بستگی دارد.

برای مرتبط کردن اختلاف فاز ϕ به اختلاف طول مسیر ΔL ، یادآوری می‌کنیم (از بخش ۳۲-۴) که اختلاف فاز 2π متناظر با یک طول موج است. پس می‌توان تناسب زیر را نوشت

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda} \quad (۲۰-۳۳)$$

که از آن داریم

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi \quad (۲۱-۳۳)$$

تداخل کاملاً سازنده وقتی رخ می‌دهد که ϕ برابر با صفر، 2π یا مضرب درستی از 2π باشد. این شرط را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$\phi = m(2\pi) \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{(تداخل کاملاً سازنده) به ازای} \quad (۲۲-۳۳)$$

از معادله ۲۱-۳۳ این شرط وقتی برقرار است که نسبت $\Delta L / \lambda$ برابر باشد با

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0, 1, 2, \dots \quad \text{(تداخل کاملاً سازنده)} \quad (۲۳-۳۳)$$

برای مثال، اگر اختلاف طول مسیر $\Delta L = |L_2 - L_1|$ در شکل ۸-۳۳ برابر با 2λ باشد، آنگاه $\Delta L / \lambda = 2$ و در نقطه P موجها تداخل کاملاً سازنده خواهند داشت. تداخل کاملاً سازنده است زیرا موج ناشی از S_2 نسبت به موج ناشی از S_1 به اندازه 2λ انتقال فاز یافته است و دو موج در نقطه P دقیقاً همفاز هستند.

تداخل کاملاً ویرانگر در وقتی است که ϕ مضرب فردی از π باشد، شرط این تداخل را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\phi = (2m+1)\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{(تداخل کاملاً ویرانگر) به ازای} \quad (۲۴-۳۳)$$

از معادله ۲۱-۳۳ این شرط وقتی برقرار می‌شود که نسبت $\Delta L / \lambda$ برابر باشد با

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0.5, 1.5, 2.5, \dots \quad \text{(تداخل کاملاً ویرانگر)} \quad (۲۵-۳۳)$$

برای مثال، اگر اختلاف طول مسیر $\Delta L = |L_2 - L_1|$ در شکل ۸-۳۳ برابر با $2/5\lambda$ باشد، آنگاه $\Delta L / \lambda = 2/5$ و در نقطه P موجها در تداخل کاملاً ویرانگر خواهند بود. تداخل کاملاً ویرانگر است زیرا موج ناشی از S_2 نسبت به موج ناشی از S_1 به اندازه $2/5\lambda$ طول موج انتقال فاز دارد و دو موج در نقطه P دقیقاً در فاز مخالف‌اند.

البته، دو موج می‌توانند تداخل میانی ایجاد کنند، مثلاً وقتی که $\Delta L / \lambda = 1/2$ باشد. این حالت به تداخل کاملاً سازنده ($\Delta L / \lambda = 1/2$) نزدیکتر از حالت تداخل کاملاً ویرانگر ($\Delta L / \lambda = 1/5$) است.

محاسبه: با حل این معادله برای s_m داریم

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v\rho\omega} = \frac{\Delta p_m}{v\rho(2\pi f)}$$

با قرار دادن داده‌های مسئله، خواهیم داشت

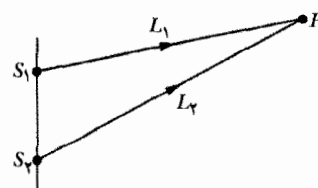
$$s_m = \frac{2\lambda \text{ Pa}}{(343 \text{ m/s})(1/21 \text{ kg/m}^3)(2\pi)(1000 \text{ Hz})} = 1/1 \times 10^{-5} \text{ m} = 11 \mu\text{m} \quad \text{(پاسخ)}$$

این تقریباً یک هفتم ضخامت ورق کتاب است. بدیهی است که دامنه جابه‌جایی حتی بلندترین صدایی که گوش می‌تواند تحمل کند خیلی کوچک است.

دامنه فشار Δp_m برای ضعیف‌ترین صدای قابل آشکارسازی در 1000 Hz برابر $2/8 \times 10^{-5} \text{ Pa}$ است. اگر مانند بالا عمل کنیم $s_m = 1/1 \times 10^{-11} \text{ m}$ یا 11 pm به دست می‌آید که تقریباً یک دهم شعاع یک اتم نوعی است. در واقع گوش یک آشکار ساز حساس برای موجهای صوتی است.

۳۳-۵ تداخل

موجهای صوتی مانند موجهای عرضی می‌توانند تداخل کنند. حالت ویژه‌ای را در نظر می‌گیریم، یعنی تداخل بین دو موج صوتی مشابه که در یک جهت حرکت می‌کنند. شکل ۸-۳۳ نشان می‌دهد که چگونه می‌توانیم این وضعیت را برقرار کنیم: دو چشمه نقطه‌ای S_1 و S_2 موجهای صوتی همفاز و با طول موج λ یکسان را گسیل می‌کنند. بنابراین، گفته می‌شود که خود دو چشمه همفازند؛ یعنی وقتی موجها از چشمه‌ها خارج شدند، جابه‌جایی آنها همواره یکسان است. موجهایی را در نظر می‌گیریم که از نقطه P در شکل ۸-۳۳ می‌گذرند. فرض می‌کنیم که فاصله چشمه‌ها تا نقطه P خیلی بزرگتر از فاصله بین چشمه‌هاست به طوری که می‌توان فرض کرد که موجها تا P در یک امتداد حرکت می‌کنند.



شکل ۸-۳۳ دو چشمه نقطه‌ای S_1 و S_2 موجهای صوتی کروی همفاز گسیل می‌دارند. پرتوها نشان می‌دهند که موجها از نقطه مشترک P می‌گذرند.

اگر موجها برای رسیدن به P مسیریابی با طول مساوی را طی کنند، در آنجا همفاز خواهند بود. همانطور که برای موجهای عرضی گفته شد، این بدان معناست که در آنجا یک تداخل کاملاً سازنده وجود خواهد داشت. ولی، در شکل ۸-۳۳ مسیر L_2 که موج ناشی از S_2 طی می‌کند از مسیر L_1 که موج ناشی از S_1 طی می‌کند درازتر است. اختلاف در طول مسیرها

مسئله نمونه ۳۳-۴ مهارت خود را تقویت کنید

در شکل ۳۳-۹ الف دو چشمه نقطه‌ای همفاز S_1 و S_2 که از یکدیگر $D = 1/5\lambda$ فاصله دارند، موجهای صوتی با طول موج λ گسیل می‌کنند.

(الف) اختلاف طول مسیر ناشی از S_1 و S_2 در نقطه P_1 که روی عمود منصف D در فاصله‌ای بزرگتر از D قرار دارد، چقدر است؟ چه نوع تداخلی در P_1 رخ می‌دهد؟

استدلال: چون موجها برای رسیدن به P_1 مسافت یکسانی را طی می‌کنند، پس اختلاف طول مسیر آنها برابر است با

$$\Delta L = 0 \quad (\text{پاسخ})$$

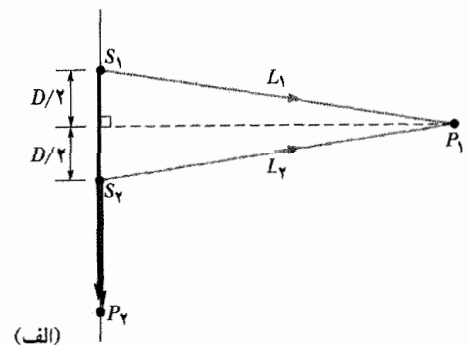
از معادله ۳۳-۲۳، این بدان معناست که در P_1 موجها در تداخل کاملاً سازنده قرار دارند.

(ب) اختلاف طول مسیر و نوع تداخل را در نقطه P_2 در شکل ۳۳-۹ الف به دست آورید.

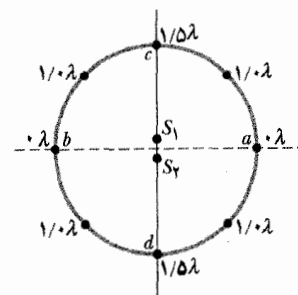
استدلال: موج ناشی از S_1 برای رسیدن به P_2 باید مسافت اضافی $D (= 1/5\lambda)$ را طی کند. بنابراین، اختلاف طول مسیر برابر است با

$$\Delta L = 1/5\lambda \quad (\text{پاسخ})$$

از معادله ۳۳-۲۵، این بدان معناست که موجها در P_2 دقیقاً ناهمفازند و در تداخل کاملاً ویرانگر قرار دارند.



(الف)



(ب)

(پ) شکل ۳۳-۹ ب دایره‌ای به شعاع خیلی بزرگتر از D را نشان می‌دهد که مرکز آن وسط چشمه‌های S_1 و S_2 قرار دارد. چند نقطه N پیرامون این دایره وجود دارد که در آنها تداخل کاملاً سازنده است؟

استدلال: فرض کنید که از نقطه a به نقطه d به صورت ساعتگرد روی دایره حرکت کنیم. وقتی به سمت d حرکت می‌کنیم، اختلاف طول مسیر ΔL افزایش می‌یابد و در نتیجه نوع تداخل تغییر می‌کند. از (الف) می‌دانیم که اختلاف طول مسیر در نقطه a برابر $\Delta L = 0\lambda$ است. از (ب) می‌دانیم که در نقطه d ، $\Delta L = 1/5\lambda$ است. بنابراین، باید همانطور که در شکل ۳۳-۹ ب نشان داده شده نقطه‌ای روی پیرامون دایره بین a و d وجود داشته باشد که در آن نقطه $\Delta L = \lambda$ باشد. از معادله ۳۳-۲۳، در آن نقطه تداخل کاملاً سازنده رخ می‌دهد. همچنین، بین نقطه a و نقطه d نقطه دیگری وجود ندارد که در آن تداخل کاملاً سازنده رخ دهد، چون به جزء عدد ۱ عدد درستی بین صفر و $1/5$ وجود ندارد.

برای مشخص کردن سایر نقطه‌ها روی بقیه پیرامون دایره که در آنها تداخل کاملاً سازنده رخ دهد از تقارن استفاده می‌کنیم. تقارن نسبت به خط cd نقطه b را به دست می‌دهد که در آن $\Delta L = \lambda$ است. سه نقطه دیگر نیز وجود دارند که در آنها $\Delta L = \lambda$ است. در مجموع داریم

$$N = 6 \quad (\text{پاسخ})$$

۳۳-۶ شدت و تراز صوت

اگر بخواهید در جایی بخواهید که صدای موسیقی در نزدیکی آنجا بلند است، متوجه می‌شوید که چیزی بیش از بسامد، طول موج و تندی برای صوت وجود دارد. در آنجا شدت نیز وجود دارد. شدت I یک موج صوتی در یک سطح عبارت است از آهنگ متوسط انرژی که به یکای سطح می‌رسد یا از آن عبور می‌کند. رابطه شدت به این صورت نوشته می‌شود

$$I = \frac{P}{A} \quad (۳۳-۲۶)$$

که در آن P آهنگ زمانی انتقال انرژی (توان) موج صوتی و A مساحت سطحی است که با صوت برخورد می‌کند. شدت I با رابطه زیر به جابه‌جایی s_m این موج صوتی مربوط می‌شود

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 s_m^2 \quad (۳۳-۲۷)$$

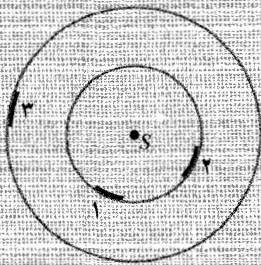
شکل ۳۳-۹ الف دو چشمه نقطه‌ای S_1 و S_2 به فاصله D از یکدیگر موجهای کروی همفاز گسیل می‌کنند. این موجها برای رسیدن به نقطه P_1 مسافتهای یکسانی را طی می‌کنند. نقطه P_2 روی امتداد خط واصل S_1 و S_2 قرار دارد. (ب) اختلاف طول مسیر (برحسب طول موج) بین موجهای ناشی از S_1 و S_2 در هشت نقطه روی یک دایره بزرگ در اطراف چشمه‌ها نشان داده شده است.

گسیل شده به وسیله چشمه باید از سطح کره بگذرد. بنابراین، آهنگی که انرژی موجهای صوتی با آن از سطح کره می‌گذرد باید آهنگی باشد که انرژی توسط چشمه گسیل می‌شود (یعنی توان P_s چشمه). از معادله ۲۶-۳۳ شدت I در کره باید به صورت زیر باشد

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} \quad (28-33)$$

که در آن $4\pi r^2$ مساحت کره است. از معادله ۲۸-۳۳ دیده می‌شود که شدت صوت از یک چشمه نقطه‌ای همسانگرد برحسب مربع فاصله r از چشمه کاهش می‌یابد.

✓ **نکته وارسی ۲** در شکل سه قطعه کوچک ۱، ۲، ۳ نشان داده شده‌اند که روی سطحهای دو کره فرضی قرار دارند؛ مرکز این کره‌ها روی چشمه صوتی همسانگرد و نقطه‌ای S قرار دارد. آهنگ انتقال انرژی که از این سه قطعه به وسیله موجهای صوتی می‌گذرد یکسان است. این قطعه‌ها را به ترتیب بزرگی (الف) شدت صوت در آنها و (ب) مساحت آنها مرتب کنید.



مقیاس دسی بل

در مسئله نمونه ۲۳-۲۴ دیدیم که دامنه جابه‌جایی در گوش انسان در گستره تقریباً 10^{-5} m در مورد بلندترین صوت قابل تحمل و 10^{-11} m در مورد ضعیف‌ترین صوت قابل آشکارسازی قرار دارد که نسبت آنها 10^{-6} m است. از معادله ۲۷-۳۳ می‌بینیم که شدت یک صوت به نسبت مربع دامنه آن تغییر می‌کند، پس نسبت شدتها در این دو حد برای دستگاه شنوایی انسان 10^{12} است. انسان گستره وسیعی از شدتها را می‌تواند بشنود.

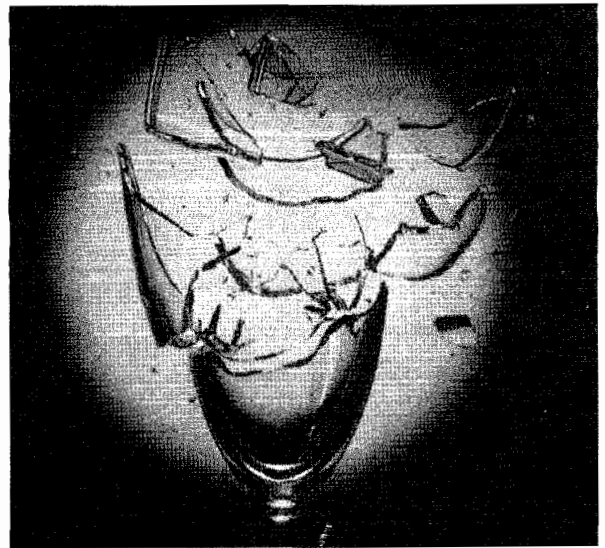
برای بحث در چنین گستره وسیعی از مقادارها از لگاریتم استفاده می‌کنیم. رابطه زیر را در نظر می‌گیریم

$$y = \log x$$

که در آن x و y متغیرند. خاصیت این معادله آن است که اگر x را در ۱۰ ضرب کنیم، y به اندازه ۱ افزایش می‌یابد. برای اینکه موضوع روشن شود می‌نویسیم

$$y' = \log(10x) = \log 10 + \log x = 1 + y$$

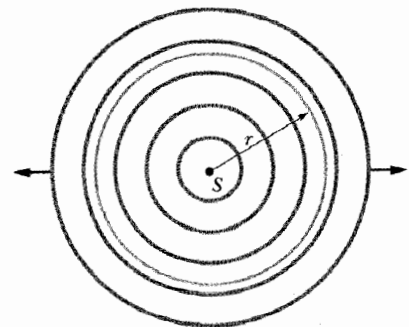
به همین ترتیب اگر x را در 10^{12} ضرب کنیم، y فقط به اندازه ۱۲ افزایش می‌یابد.



صوت می‌تواند موجب نوسان جداره یک لیوان شود. اگر صوت یک موج ایستاده ایجاد کند و اگر شدت صوت به اندازه کافی زیاد باشد، ممکن است لیوان بشکند.

تغییر شدت با فاصله

چگونگی تغییر شدت با فاصله از یک چشمه صوتی واقعی اغلب پیچیده است. بعضی چشمه‌های واقعی (مانند بلندگوها) ممکن است صدا را فقط در یک جهت ارسال کنند و محیط معمولاً پژواکهایی (موجهای صوتی بازتابیده) ایجاد می‌کند که با موجهای صوتی مستقیم همپوشانی می‌کنند. ولی در بعضی از وضعيتها می‌توان از پژواکها چشم پوشی و فرض کرد که چشمه صوتی یک چشمه نقطه‌ای است که صوت را به طور همسانگرد، یعنی با شدت یکسان در تمام جهتها، گسیل می‌کند. جبهه‌های موج گسترده شده از چنین چشمه نقطه‌ای همسانگردی در یک لحظه خاص در شکل ۱۰-۳۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۰-۳۳ یک چشمه نقطه‌ای S موجهای صوتی را به طور یکنواخت در تمام جهتها گسیل می‌کند. این موجها از یک کره فرضی به شعاع r که مرکز آن در چشمه واقع است، می‌گذرند.

فرض کنید که انرژی مکانیکی موجهای صوتی به هنگام گسترده شدن از این چشمه پایسته است. همچنین فرض کنید که مرکز دایره فرضی به شعاع r ، همانطور که در شکل ۱۰-۳۳ نشان داده شده، روی چشمه در نظر گرفته شود. همه انرژی

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \rho A v \omega^2 s_m^2 \sin^2(kx - \omega t) \quad (32-33)$$

آهنگ متوسط انتقال انرژی جنبشی عبارت است از

$$\left(\frac{dK}{dt} \right)_{\text{avg}} = \frac{1}{2} \rho A v \omega^2 s_m^2 [\sin^2(kx - \omega t)]_{\text{avg}} \\ = \frac{1}{4} \rho A v \omega^2 s_m^2 \quad (33-33)$$

برای به دست آوردن این معادله، از این واقعیت استفاده کرده‌ایم که مقدار متوسط مجذور یک تابع سینوسی (یا کسینوسی) در یک نوسان کامل برابر با $\frac{1}{2}$ است.

فرض می‌کنیم که انرژی پتانسیل نیز با همین آهنگ متوسط همراه با موج انتقال می‌یابد. شدت موج I که آهنگ متوسط بریکای مساحتی است که هر دو نوع انرژی به وسیله موج منتقل می‌شود، از معادله ۳۳-۳۳ عبارت است از

$$I = \frac{(dK/dt)_{\text{avg}}}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 s_m^2$$

که همان معادله ۳۳-۲۷ است که می‌خواستیم به دست آوریم.

مسئله نمونه ۴-۳۳

یک جرقه الکتریکی در راستای خط مستقیمی به طول $L = 1.0 \text{ m}$ می‌جهد و به طور شعاعی یک تب صوتی از جرقه گسیل می‌شود. (به جرقه چشمه خطی صوت گفته می‌شود.) توان گسیل شده $P_s = 1/6 \times 10^4 \text{ W}$ است. (الف) شدت I صوت هنگامی که به فاصله $r = 12 \text{ m}$ از جرقه می‌رسد چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) همانطور که در شکل ۳۳-۱۱ نشان داده

شده است، یک استوانه فرضی به شعاع $r = 12 \text{ m}$ و طول $L = 1.0 \text{ m}$ (در دو انتها باز است) را به دور جرقه در نظر می‌گیریم. پس شدت I در سطح استوانه برابر نسبت P/A است که در آن P آهنگ زمانی انتقال انرژی صوتی است که از سطح می‌گذرد و A مساحت سطح است. (۲) فرض کنیم اصل پایداری انرژی برای انرژی صوتی برقرار است. این بدان معناست که آهنگ P عبور انرژی از این استوانه باید با آهنگ P_s انرژی گسیل شده توسط چشمه برابر باشد.

محاسبه‌ها: با توجه به این مطالب و اینکه مساحت سطح استوانه برابر $A = 2\pi rL$ است، داریم

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P_s}{2\pi rL} \quad (34-33)$$

از این رابطه معلوم است که شدت صوت ناشی از یک چشمه خطی با فاصله r کاهش می‌یابد (نه با مجذور فاصله r نظیر یک چشمه نقطه‌ای). با قرار دادن داده‌های مسئله داریم

$$I = \frac{1/6 \times 10^4 \text{ W}}{2\pi (12 \text{ m})(1.0 \text{ m})} = 21/2 \text{ W/m}^2 \approx 21 \text{ W/m}^2 \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین به جای اینکه از شدت I یک موج صوتی سخن بگوییم، خیلی راحت‌تر است که تراز صوتی β را در نظر بگیریم که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \quad (29-33)$$

که در آن dB مخفف دسی بل، یکای تراز صوتی است که به افتخار الکساندر گراهام بل^۱ انتخاب شده است. I_0 در معادله ۳۳-۲۹ یک شدت مرجع استاندارد است (10^{-12} W/m^2) و دلیل انتخاب آن این است که نزدیک به حد پایین گستره شنوایی انسان است. به ازای $I = I_0$ ، از معادله ۳۳-۲۹، $\beta = 10 \log 1 = 0$ به دست می‌آید، پس تراز مرجع استاندارد متناظر با صفر دسی بل است. در این صورت هر وقت که شدت صوت یک مرتبه بزرگی (ضربیی از ۱۰) افزایش یابد β به اندازه ۱۰ dB افزایش می‌یابد. بنابراین، $\beta = 40$ متناظر با شدتی 10^4 برابر تراز مرجع استاندارد است. در جدول ۲-۳۳ ترازهای صوتی برای چند محیط مختلف آمده است.

جدول ۲-۳۳

چند تراز صوتی (dB)

۰	آستانه شنوایی
۱۰	صدای برگهای خشک
۶۰	صحبت کردن
۱۱۰	کنسرت راک
۱۲۰	آستانه درد
۱۳۰	موتور جت

اثبات معادله ۳۳-۲۷

در شکل ۳۳-۵ الف لایه نازکی از هوا را به ضخامت dx ، مساحت A و جرم dm در نظر می‌گیریم که هنگام عبور موج صوتی به معادله ۳۳-۱۳ از آن به عقب و جلو نوسان می‌کند. انرژی جنبشی dK این لایه هوا عبارت است از

$$dK = \frac{1}{2} dm v_s^2 \quad (30-33)$$

در اینجا v_s تندی موج نیست بلکه تندی عنصر نوسان کننده هواس است که به صورت زیر از معادله ۳۳-۱۳ به دست می‌آید

$$v_s = \frac{\partial s}{\partial t} = -\omega s_m \sin(kx - \omega t)$$

با استفاده از این رابطه و قرار دادن $dm = \rho A dx$ می‌توان معادله ۳۳-۳۰ را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$dK = \frac{1}{2} (\rho A dx) (-\omega s_m)^2 \sin^2(kx - \omega t) \quad (31-33)$$

از تقسیم معادله ۳۳-۳۱ بر dt آهنگ حرکت انرژی جنبشی به همراه موج به دست می‌آید. همانطور که در فصل ۳۲ در مورد موج عرضی دیدیم، dx/dt تندی v موج است، پس داریم

$$\beta_i = (10 \text{ dB}) \log \frac{I_i}{I_0}$$

اختلاف بین ترازهای صوتی عبارت است از

$$\beta_f - \beta_i = (10 \text{ dB}) \left(\log \frac{I_f}{I_0} - \log \frac{I_i}{I_0} \right) \quad (36-33)$$

با استفاده از اتحاد زیر

$$\log \frac{a}{b} - \log \frac{c}{d} = \log \frac{ad}{bc}$$

می توان معادله ۳۳-۳۶ را به صورت زیر نوشت

$$\beta_f - \beta_i = (10 \text{ dB}) \log \frac{I_f}{I_i} \quad (37-33)$$

با مرتب کردن دوباره رابطه و قرار دادن مقدار کاهش تراز

صوتی به صورت $\beta_f - \beta_i = -20 \text{ dB}$ ، در می یابیم که

$$\log \frac{I_f}{I_i} = \frac{\beta_f - \beta_i}{10 \text{ dB}} = \frac{-20 \text{ dB}}{10 \text{ dB}} = -2/0$$

سپس اگر از دو طرف رابطه آنتی لگاریتم بگیریم، خواهیم داشت

$$\frac{I_f}{I_i} = \log^{-1}(-2/0) = 0/010 \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، گوشه شدت موجها را تا ۰/۰۱۰ شدت اولیه کاهش

می دهد که کاهش با دو مرتبه بزرگی است



شکل ۳۳-۱۲ لارس اولریخ از گروه متال یکی از حامیان انجمن آموزش شنوایی و هشدار به نوازندگان موسیقی راک است که خطرات تراز صوتی بالا برای شنوایی را گوشزد می کند.

۳۳-۷ چشمه های صوتی در موسیقی

صوت های موسیقایی را می توان با تارهای نوسان کننده (گیتار، پیانو، ویولن)، غشاهای نوسان کننده (طبل، تمبک)، ستونهای هوای نوسان کننده (فلوت، قره نی، ارگ و کرنا، شکل ۳۳-۱۳)، تیغه های چوبی یا میله های فولادی (ماریمبا، گزیلوفون)، و

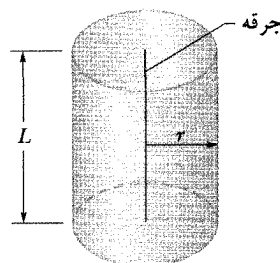
(ب) انرژی صوتی با چه آهنگ زمانی P_d با یک آشکارساز صوتی به مساحت $A_d = 2/0 \text{ cm}^2$ و به فاصله $r = 12 \text{ m}$ که به طرف جرقه است برخورد می کند؟

محاسبه ها: می دانیم که شدت صوت در آشکارساز برابر است با نسبت آهنگ P_d انتقال انرژی به مساحت آشکارساز A_d ،

$$I = \frac{P_d}{A_d} \quad (35-33)$$

می توان فرض کرد که آشکارساز روی سطح استوانه ای قسمت (الف) قرار دارد. در این صورت، شدت صوت در آشکارساز عبارت است از شدت $I = (21/2 \text{ W/m}^2)$ در سطح استوانه. با حل معادله ۳۳-۳۵ برای P_d ، داریم

$$P_d = (21/2 \text{ W/m}^2)(2/0 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 4/2 \text{ mW} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۳۳-۱۱ جرقه ای در راستای یک مسیر مستقیم به طول L موجهای صوتی را به طور شعاعی رو به بیرون گسیل می کند. این موجها از یک استوانه فرضی به شعاع r و طول L که به دور جرقه در نظر گرفته می شود می گذرند.

۳۳-۵ مسئله نمونه

خیلی از اعضای کنسرت های راک از آسیب دیدن شنوایی خود رنج می برند چون در طی سالها نوازندگی با ترازهای صوتی بالا در نزدیکی بلندگوها یا شنیدن موسیقی با گوشیه ها قرار دارند. بعضی از آنها مثل تد ناگنت کاملاً شنوایی خود را از دست می دهند. برخی دیگر مثل پیت تانزهند از گروه هو صدای زنگ دائمی را حس می کنند (وزوز گوش). اخیراً تعداد زیادی از نوازندگان راک مثل لارس اولریخ از گروه متال (شکل ۳۳-۱۲) شروع به استفاده از گوشیه های مخصوص کرده اند تا در حین اجرای کنسرت به گوش آنها صدمه وارد نشود. اگر گوشه تراز موجهای صوتی را 20 dB کاهش دهد، نسبت شدت I_f نهایی موجها به شدت I_i اولیه آنها چقدر خواهد بود؟

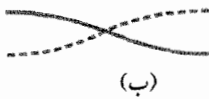
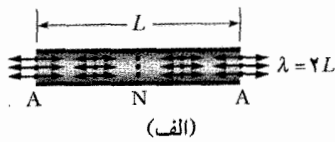
نکته کلیدی هم برای شدت نهایی و هم برای شدت اولیه، بنابر تعریف تراز صوتی در معادله ۳۳-۲۹، تراز صوتی β به شدت بستگی دارد

محاسبه ها: برای موجهای نهایی داریم

$$\beta_f = (10 \text{ dB}) \log \frac{I_f}{I_0}$$

و برای موجهای اولیه داریم

بسامد نوسانها در لوله را دارد گسیل می‌شود. این گسیل صوت برای نوازنده ارگ از اهمیت زیادی برخوردار است.



شکل ۳۳-۱۴ (الف) ساده‌ترین نقش جابه‌جایی موج ایستاده برای موجهای صوتی (طولی) در لوله‌ای که دو انتهای آن باز است دارای یک شکم (A) در هر انتها و یک گره (N) در وسط است. (جابه‌جاییهای طولی نشان داده شده با پیکانهای دو سر خیلی بزرگتر از اندازه واقعی رسم شده‌اند). (ب) نقش موج ایستاده متناظر برای موجهای (عرضی) روی ریسمان.

بسیاری از ویژگیهای دیگر نقشهای موج صوتی شبیه به ویژگیهای موجهای ایستاده در ریسمان است: انتهای بسته لوله مانند انتهای ثابت ریسمانی است که در آنجا باید یک گره (جابه‌جایی صفر) وجود داشته باشد. انتهای باز لوله مانند انتهای ریسمانی است که مطابق شکل ۳۲-۲۱ ب به حلقه‌ای وصل است که آزادانه حرکت می‌کند و در آنجا یک شکم به وجود می‌آید. (در واقع، شکم برای انتهای باز لوله اندکی دورتر از دهانه قرار دارد، ولی در اینجا به این جزئیات نمی‌پردازیم).

ساده‌ترین نقش موج ایستاده که می‌تواند در یک لوله با دو انتهای باز ایجاد شود در شکل ۳۳-۱۴ الف نشان داده شده است. همانطور که انتظار می‌رود یک شکم در هر انتهای لوله و یک گره نیز در وسط لوله قرار دارد. راه ساده تر برای نمایش موج صوتی طولی ایستاده- با ترسیم آن مانند یک موج عرضی ایستاده در ریسمان- در شکل ۳۳-۱۴ ب نشان داده شده است.

نقش موج ایستاده در شکل ۳۳-۱۴ الف مد اصلی یا هماهنگ اول نامیده می‌شود. برای اینکه این هماهنگ ایجاد شود، موجهای صوتی در لوله‌ای به طول L باید دارای طول موجی برابر با $L = \lambda/2$ باشند به طوری که $\lambda = 2L$. تعدادی از نقشهای موج صوتی ایستاده برای لوله‌ای با دو انتهای باز در شکل ۳۳-۱۵ الف با استفاده از نمایش موج روی ریسمان نشان داده شده است. برای ایجاد هماهنگ دوم موجهای صوتی باید دارای طول موج $\lambda = 2L/3$ باشند و برای هماهنگ سوم باید موجها دارای طول موج $\lambda = 2L/3$ باشند و نظایر آن.

در حالت کلی، بسامدهای تشدید برای لوله‌ای به طول L با دو انتهای باز متناظر با این طول موجها هستند

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad n=1,2,3,\dots \quad \text{به ازای} \quad (33-38)$$

که در آن n عدد هماهنگ نام دارد. در این صورت، بسامدهای تشدید با رابطه زیر داده می‌شوند

بسیاری از اجسام نوسان کننده دیگر ایجاد کرد. بیشتر این وسایل بیش از یک قسمت نوسان کننده دارند.

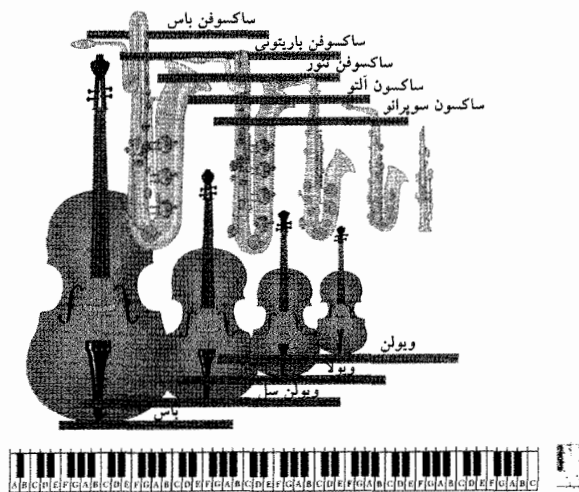


شکل ۳۳-۱۳ ستون هوای داخل کرنا هنگامی که ساز نواخته می‌شود، به نوسان در می‌آید.

از فصل ۳۲ بیاد آورید که موجهای ایستاده را می‌توان با بستن یک ریسمان کشیده شده که در دو انتها ثابت‌اند ایجاد کرد. این موجها به این دلیل به وجود می‌آیند که موجهای پیشرونده در طول ریسمان در هر انتها روی ریسمان باز تابیده می‌شوند. اگر طول موج موجهای ریسمان به طور مناسبی با طول ریسمان سازگار باشد، برهم‌نهی موجهای پیشرونده در جهت‌های مخالف، یک نقش موج ایستاده (یا مد نوسان) ایجاد می‌کند. طول موج مورد نیاز برای این سازگاری این است که متناظر با یک بسامد تشدید در ریسمان باشد. مزیت برقراری موجهای ایستاده این است که ریسمان پس از آن با یک دامنه بزرگ و پایدار که هوای محیط را به عقب و جلو می‌راند نوسان می‌کند و در نتیجه یک موج صوتی قابل ملاحظه با همان بسامد نوسانهای ریسمان به وجود می‌آورد. این ایجاد صدا مثلاً برای یک نوازنده گیتار اهمیت زیادی دارد.

به همین ترتیب می‌توان موجهای ایستاده صوتی را در لوله‌ای پر شده از هوا ایجاد کرد. وقتی موجهای صوتی در هوای درون لوله حرکت می‌کنند، از هر انتها بازتابیده می‌شوند و در لوله بر می‌گردند. (حتی اگر یک سر لوله باز باشد این بازتاب روی می‌دهد ولی بازتاب به کاملی وقتی که انتها بسته باشد نیست). اگر طول موج موجهای صوتی به طور مناسبی با طول لوله سازگار باشد، برهم‌نهی موجهای پیشرونده در دو جهت مخالف در لوله یک نقش موج ایستاده به وجود می‌آورد. طول موج مورد نیاز موجهای صوتی برای این سازگاری این است که متناظر با بسامد تشدید لوله باشد. مزیت چنین موج ایستاده‌ای این است که هوا در لوله با دامنه بزرگ و پایدار نوسان می‌کند و از هر انتهای باز یک موج صوتی که همان

طول یک وسیله موسیقی گستره بسامدهایی را که برای عملکرد آن طراحی شده است به دست می دهد و طول کوتاهتر بر بسامدهای بالاتر دلالت دارد. برای مثال شکل ۳۳-۱۶ خانواده ساکسوفن و ویولن را با گستره بسامدهای آنها در مقایسه با صفحه کلید پیانو، نشان می دهد. توجه کنید که برای هر وسیله، بسامدهای بالا و پایین با بسامدهای وسیله مجاور هم همپوشانی دارند.



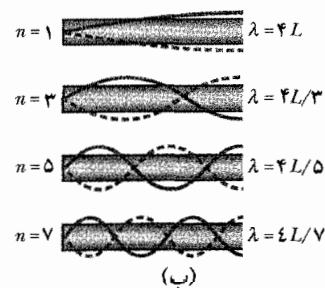
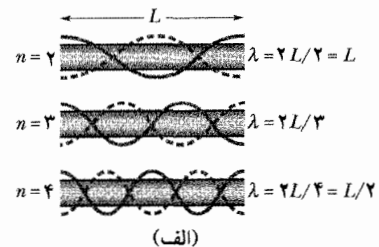
شکل ۳۳-۱۶ خانواده ساکسوفن و ویولن، که رابطه های بین طول این وسایل و گستره بسامدهای تولید شده را نشان می دهد. گستره بسامدی هر وسیله با یک نوار افقی در طول یک مقیاس بسامدی توسط صفحه کلیدهای پیانو نشان داده شده است. بسامد به سمت راست افزایش می یابد.

در هر دستگاه نوسان کننده که یک صوت موسیقی را ایجاد می کند، چه تار ویولن یا هوا در یک لوله ارگ، هماهنگهای اصلی با یک یا چند هماهنگ بالاتر معمولاً به طور همزمان ایجاد می شوند. بنابراین، همه را با هم - یعنی به صورت یک موج خالص حاصل از برهم نهی می شنویم. وقتی وسایل مختلف نت یکسانی را با هم می نوازند، بسامد اصلی ایجاد شده توسط آنها یکسان است اما شدت هماهنگهای بالاتر متفاوت است. برای مثال، هماهنگ چهارم نت میانی C ممکن است برای وسیله ای به نسبت شدید و برای وسیله دیگری به نسبت ضعیف باشد یا حتی شنیده نشود. بنابراین، چون وسایل مختلف موجهای خالص متفاوتی ایجاد می کنند در نتیجه وقتی حتی یک نت معینی نواخته شود، صدا به نحو متفاوتی شنیده می شود. برای دو موج خالص نشان داده شده در شکل ۳۳-۱۷ که نت یکسانی با دو وسیله مختلف نواخته شده اند همین موضوع برقرار است.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{به ازای} \quad (33-39)$$

که در آن v تندی صوت است.

شکل ۳۳-۱۵ ب (با استفاده از نمایش موج روی ریسمان) چند نقش موج صوتی را نشان می دهد که فقط در لوله با یک انتهای باز می تواند ایجاد شود. لازم است در انتهای باز یک شکم و در انتهای بسته یک گره وجود داشته باشد. ساده ترین نقش این است که موجهای صوتی دارای طول موجی باشند که با رابطه $L = \lambda/4$ داده می شود، یعنی $\lambda = 4L$. ساده ترین نقش بعدی این است که طول موج با رابطه $L = \frac{3}{4}\lambda$ داده شود، یعنی $L = \frac{4}{3}L$ و نظایر آن.



شکل ۳۳-۱۵ نقشهای موج ایستاده برای موجهای روی ریسمان روی لوله ها رسم شده اند تا نقشهای موج صوتی ایستاده در لوله ها را نمایش دهند. (الف) هر دو انتهای لوله باز است، هر هماهنگی می تواند در این لوله ایجاد شود. (ب) یک انتهای لوله باز است، فقط هماهنگهای فرد می توانند ایجاد شوند.

در حالت کلی، بسامدهای تشدید برای لوله ای به طول L فقط با یک انتهای باز به طول موجهای زیر مربوط است

$$\lambda = \frac{4L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{به ازای} \quad (33-40)$$

که در آن عدد هماهنگ n باید یک عدد فرد باشد. بنابراین، بسامدهای تشدید با رابطه زیر داده می شوند

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad \text{به ازای} \quad (33-41)$$

دوباره توجه کنید که فقط هماهنگهای فرد می توانند در لوله ای با یک انتهای باز وجود داشته باشند. برای مثال، هماهنگ دوم، $n=2$ ، نمی تواند در چنین لوله ای ایجاد شود. همچنین توجه کنید که برای چنین لوله ای صفت جمله "هماهنگ سوم" به عدد هماهنگ n اشاره دارد (نه به هماهنگ ممکن سوم).

✓ **نکته واریسی ۳** دو انتهای لوله A به طول L و لوله B به طول $2L$ باز است. چه هماهنگی از لوله B بسامد یکسانی با بسامد اصلی لوله A دارد؟

یکی را از دیگری تشخیص دهیم. ولی، اگر این صوتها به طور همزمان به گوش برسند، آنچه که می‌شنویم صوتی است که بسامد آن 558 Hz ، یعنی متوسط ترکیب این دو بسامد است. همچنین تغییر عمده‌ای نیز در شدت این صوت می‌شنویم - شدت با زنشهایی موجدار که با بسامد 12 Hz تکرار می‌شوند به آرامی زیاد و کم می‌شود و این اختلاف بین دو بسامد ترکیب شده است. شکل ۳۳-۱۸ این پدیده زنش را نشان می‌دهد.

فرض کنیم تغییرات وابسته به زمان جابه‌جاییهای ناشی از دو موج صوتی را در یک مکان معین به صورت زیر بنویسیم

$$s_1 = s_m \cos \omega_1 t \quad \text{و} \quad s_2 = s_m \cos \omega_2 t \quad (42-33)$$

که در آنها $\omega_1 > \omega_2$ است. برای سادگی، فرض کرده‌ایم که موجها دارای دامنه یکسانی هستند. بنابر اصل برهم‌نهی، برابند جابه‌جایی عبارت است از

$$s = s_1 + s_2 = s_m (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)$$

با استفاده از اتحاد مثلثاتی زیر (به پیوست نگاه کنید)

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta) \right] \cos \left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta) \right]$$

جابه‌جایی برابند را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$s = 2s_m \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t \right] \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t \right] \quad (43-33)$$

اگر بنویسیم

$$\omega' = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \quad \text{و} \quad \omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \quad (44-33)$$

در این صورت معادله ۳۳-۴۳ را می‌توانیم به این صورت بنویسیم

$$s(t) = [2s_m \cos \omega' t] \cos \omega t \quad (45-33)$$

حال فرض می‌کنیم که بسامدهای زاویه‌ای ω_1 و ω_2 موجهای ترکیب شونده تقریباً برابرند، به این معنا که در معادله ۳۳-۴۴، $\omega \gg \omega'$ است. در نتیجه می‌توان معادله ۳۳-۴۵ را به عنوان یک تابع کسینوسی در نظر گرفت که بسامد زاویه‌ای آن ω و دامنه آن قدر مطلق کمیت داخل کروشه است (که ثابت نیست و با بسامد ω' تغییر می‌کند).

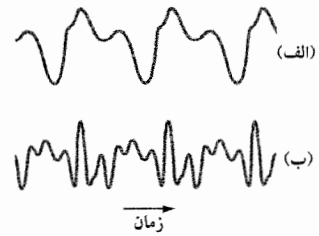
بیشینه دامنه زمانی رخ می‌دهد که $\cos \omega' t$ در معادله ۳۳-۴۵ دارای مقدار $+1$ و -1 باشد، و این در هر تکرار تابع کسینوس دوبار حاصل می‌شود. چون بسامد زاویه‌ای $\cos \omega' t$ برابر ω' است، بسامد زاویه‌ای زنش ω که در آن زنش رخ می‌دهد عبارت است از $\omega_{\text{زنش}} = 2\omega'$. بنابراین، به کمک معادله ۳۳-۴۴ می‌توان نوشت

$$\omega_{\text{زنش}} = 2\omega' = 2 \left(\frac{1}{2} \right) (\omega_1 - \omega_2) = \omega_1 - \omega_2$$

چون $\omega = 2\pi f$ است، می‌توان این را به صورت زیر نوشت

$$f_{\text{زنش}} = f_1 - f_2 \quad (\text{بسامد زنش}) \quad (46-33)$$

موسیقیدانان از پدیده زنش برای کوک کردن سازهای خود استفاده می‌کنند. اگر سازی را در برابر یک بسامد استاندارد بنوازیم (برای مثال، نت که "نت همسازی A" نامیده می‌شود و



شکل ۳۳-۱۷ شکلهای موج ایجاد شده به وسیله (الف) فلوت و (ب) قره‌نی هنگامی که نت یکسانی با بسامد هماهنگ اول یکسان نواخته می‌شود.

مسئله نمونه ۳۳-۶

نوفه‌های ضعیف زمینه موجود در یک اتاق، در یک لوله مقوایی به طول $L = 67.0 \text{ cm}$ با دو انتهای باز موج ایستاده اصلی را ایجاد می‌کند. فرض کنید که تندی صوت در هوای داخل لوله 343 m/s است.

(الف) چه بسامدی از لوله شنیده می‌شود؟

نکته کلیدی در لوله‌ای با دو انتهای باز، وضعیت مقارنی وجود دارد که در آن موج ایستاده در هر یک از دو انتها دارای شکم است. نقش موج ایستاده (شبه موج در ریسمان) همانی است که در شکل ۳۳-۱۴ ب نشان داده شده است.

محاسبه: بسامد برای مد اصلی به ازای $n=1$ با معادله ۳۳-۳۹ داده می‌شود

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{(1)(343 \text{ m/s})}{2(0.670 \text{ m})} = 256 \text{ Hz} \quad (\text{پاسخ})$$

اگر نوفه‌های زمینه هماهنگهای بالاتری مانند هماهنگ دوم را ایجاد کنند، بسامدهایی که مضرب صحیحی از ۲۵۶ هستند نیز شنیده خواهند شد.

(ب) اگر گوش خود را در یک انتهای لوله قرار دهید کدام بسامد اصلی را از لوله خواهید شنید؟

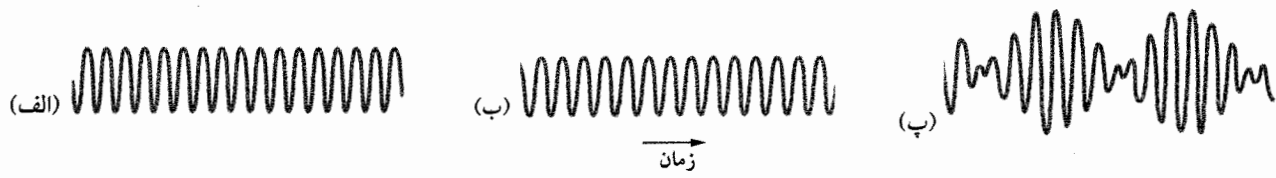
نکته کلیدی وقتی گوش خود را به قدر کافی به یک انتهای لوله نزدیک می‌کنید، وضعیت نامقارنی داریم - شکم هنوز در انتهای باز وجود دارد ولی در این حالت یک گره در انتهای دیگر (بسته) قرار دارد. نقش موج ایستاده مثل نقش بالایی در شکل ۳۳-۱۵ ب است. بسامد برای مد اصلی به ازای $n=1$ با معادله ۳۳-۴۱ داده می‌شود

$$f = \frac{nv}{4L} = \frac{(1)(343 \text{ m/s})}{4(0.670 \text{ m})} = 128 \text{ Hz} \quad (\text{پاسخ})$$

اگر نوفه‌های زمینه هر هماهنگ بالاتری را ایجاد کنند، آنها مضرب فردی از 128 Hz خواهند بود. این بدان معناست که بسامد 256 Hz (مضرب زوجی است) نمی‌تواند ایجاد شود.

۳۳-۸ زنش

اگر به فاصله چند دقیقه به دو صوت که بسامد آنها مثلاً 552 Hz و 564 Hz است گوش دهیم، بسیاری از ما نمی‌توانیم



شکل (۳۳-۱۸) (الف و ب) تغییرات فشار Δp دو موج صوتی به طور جداگانه نشان داده شده است. بسامدهای این موجها تقریباً برابرند. (پ) تغییر فشار برآیند اگر دو موج به طور همزمان آشکار شوند.

برای پنگوئن، هماهنگ دوم طرف A دارای بسامد $f_{A2} = 2f_{A1}$ و هماهنگ دوم طرف B دارای بسامد $f_{B2} = 2f_{B1}$ است. با استفاده از معادله ۳۳-۴۶ و بسامدهای f_{A2} و f_{B2} در می یابیم که بسامد زنش مربوط برابر است با

$$\begin{aligned} f_{\text{زنش}} &= f_{A2} - f_{B2} = 2f_{A1} - 2f_{B1} \\ &= 2(432 \text{ Hz}) - 2(371 \text{ Hz}) \\ &= 122 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

آزمایشها بیانگر این است که پنگوئنها می توانند به چنین بسامدهای زنش بالایی پی ببرند (انسان نمی تواند). بنابراین فریاد پنگوئنها پر از هماهنگهای متفاوت و بسامدهای زنش متفاوت است و امکان تشخیص صدا را حتی در میان صدای هزاران پنگوئنی که کاملاً به هم چسبیده اند فراهم می کند.

۳۳-۹ اثر دوپلر

اتومبیل پلیس که در کنار بزرگراه پارک کرده است آژیری را با بسامد 1000 Hz ایجاد می کند. اگر شما نیز اتومبیل خود را در کنار بزرگراه پارک کرده باشید همان بسامد را خواهید شنید. ولی اگر بین شما و ماشین پلیس حرکت نسبی وجود داشته باشد، چه به طرف یکدیگر حرکت کنید یا از یکدیگر فاصله بگیرید، بسامد متفاوتی را خواهید شنید. برای مثال، اگر با سرعت 120 km/h (تقریباً 75 mi/h) به طرف ماشین پلیس حرکت کنید، بسامد بالاتری (1096 Hz ، 96 Hz بیشتر) را خواهید شنید. اگر با همین تندی از اتومبیل پلیس دور شوید، بسامد پایینی (904 Hz ، 96 Hz کمتر) را خواهید شنید.

این تغییرهای بسامد وابسته به حرکت، مثالهایی از اثر دوپلر هستند. این اثر در سال $1842/1221$ به وسیله فیزیکدان اتریشی یوهان کریستین دوپلر^۱ پیشنهاد شد (هر چند تمام کار را وی انجام نداد). این اثر در سال $1845/1224$ به وسیله بایز بالوت^۲ در هلند^۳ با استفاده از لوکوموتیوی که ماشین روباز حامل چند ترومپنواز را می کشید^۴ به طور تجربی آزمایش شد.

اثر دوپلر نه تنها در مورد موجهای صوتی بلکه در مورد موجهای الکترومغناطیسی؛ از جمله میکروموجها، موجهای رادیویی و نور مرئی نیز برقرار است. ولی در اینجا فقط موجهای صوتی را بررسی می کنیم و چارچوب مرجع خود را

با قره‌نی اول ارکستر نواخته می شود) و تا محو شدن زنش کوک کنیم، آنگاه ساز با این استاندارد کوک شده است. در وین موسیقی نت $A (440 \text{ Hz})$ به صورت تلفنی در خدمت موسیقیدانان بسیار این شهر است.

مسئله نمونه ۳۳-۷

وقتی یک پنگوئن امپراتور از جستجوی غذا بر می گردد، چگونه می تواند از میان هزاران پنگوئن که برای گرم شدن در هوای زنده قطب جنوب کنار هم قرار گرفته اند جفت خود را پیدا کند. این با دیدن صورت نمی گیرد، زیرا پنگوئنها حتی برای یک پنگوئن شبیه هم به نظر می رسند. پاسخ در نحوه صدا در آوردن پنگوئنها قرار دارد.

اغلب پرندگان با استفاده از یک طرف عضو صوتی دو طرفه خود به نام سوتک آواز می خوانند. ولی پنگوئنهای امپراتور با استفاده همزمان از دو طرف، آواز می خوانند. هر طرف عضو صوتی موجهای ایستاده صوتی در گلو و دهان پرنده ایجاد می کند که خیلی شبیه موجهای ایجاد شده در لوله ای با دو انتهای باز است. فرض کنید که بسامد هماهنگ اول ایجاد شده به وسیله طرف A برابر با $f_{A1} = 432 \text{ Hz}$ و بسامد هماهنگ اول که به وسیله طرف B ایجاد می شود برابر با $f_{B1} = 371 \text{ Hz}$ باشد. بسامد زنش بین دو بسامد هماهنگ اول و بین دو بسامد هماهنگ دوم چقدر است؟

نکته های کلیدی بسامد زنش بین دو بسامد بنابر معادله ۳۳-۴۶ $(f_1 - f_2 = f_{\text{زنش}})$ ، برابر اختلاف آنهاست.

محاسبه: برای دو بسامد هماهنگ اول، f_{A1} و f_{B1} ، بسامد زنش برابر است با

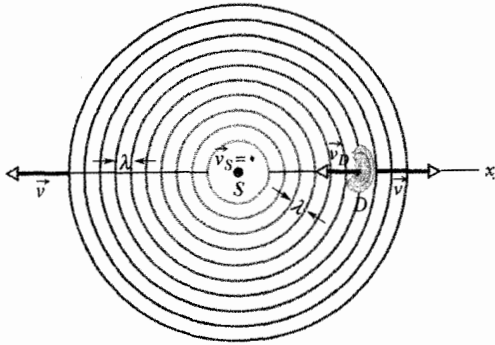
$$\begin{aligned} f_{\text{زنش}} &= f_{A1} - f_{B1} = 432 \text{ Hz} - 371 \text{ Hz} \\ &= 61 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

چون موجهای ایستاده در پنگوئن عملاً مشابه موجهای ایستاده در لوله ای با دو انتهای باز است، بسامدهای تشدید با معادله ۳۳-۳۹ $(f = nv/2L)$ داده می شود که در آن L طول (نامعلوم) مؤثر لوله است. بسامد هماهنگ اول برابر $f_1 = v/2L$ و بسامد هماهنگ دوم برابر با $f_2 = 2v/2L$ است. با مقایسه این دو بسامد، می بینیم که در کل داریم

$$f_2 = 2f_1$$

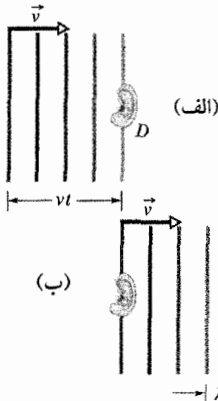
آشکار ساز متحرک، چشمه ساکن

در شکل ۳۳-۱۹، آشکار ساز D (که با گوش نشان داده شده است) با تندی v_D به طرف چشمه ساکن S حرکت می‌کند که جبهه‌های موج کروی با طول موج λ و بسامد f گسیل می‌کند که با تندی v صوت در هوا حرکت می‌کنند. فاصله جبهه‌های موج از یکدیگر یک طول موج است. بسامد آشکار شده به وسیله آشکار ساز D عبارت است از آهنگی که در آن آشکار ساز D جبهه‌های موج (یا تک تک طول موجها) را قطع می‌کند. اگر D ساکن باشد، این آهنگ f خواهد بود ولی چون D به داخل جبهه‌های موج حرکت می‌کند، آهنگ برخورد ها بیشتر می‌شود و در نتیجه بسامد آشکار سازی شده f' بیشتر از f خواهد بود.



شکل ۳۳-۱۹ چشمه صوتی ساکن S جبهه‌های موج کروی را با فاصله یک طول موج گسیل می‌کند که با تندی v به بیرون گسترش می‌یابند. آشکار ساز صوتی D که با علامت گوش نشان داده شده است، با سرعت v_D به طرف چشمه حرکت می‌کند. به علت حرکت خود آشکار ساز، آشکار ساز بسامد بالاتری را دریافت می‌کند.

حال وضعیتی را در نظر می‌گیریم که در آن D ساکن است (شکل ۳۳-۲۰). در زمان t ، جبهه‌های موج مسافت vt را به طرف راست طی می‌کنند. تعداد طول موجها در این فاصله vt برابر است با تعداد طول موجهای قطع شده به وسیله D در زمان t ، و این تعداد برابر است با vt/λ . آهنگی که D طول موجها را قطع می‌کند عبارت است از بسامد f آشکار شده به وسیله D ، یعنی



شکل ۳۳-۲۰ جبهه‌های موج شکل ۳۳-۱۹، که تحت فرض شده‌اند و (الف) به طرف آشکار ساز ساکن D حرکت می‌کنند و (ب) از آن می‌گذرند؛ این جبهه‌های موج در زمان t مسافت vt را به طرف راست طی می‌کنند.

قسمتی از هوا در نظر می‌گیریم که این موجها در آن حرکت می‌کنند. این بدان معناست که تندی چشمه S موجهای صوتی و آشکار ساز D این موجها را نسبت توده هوا اندازه می‌گیریم. (مگر آنکه توده هوا نسبت به زمین ساکن باشد و در نتیجه می‌توان تندیها را نسبت به زمین نیز اندازه گیری کرد.) فرض می‌کنیم که S و D با تندیهای کمتر از صوت به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند یا از یکدیگر دور می‌شوند.

اگر آشکار ساز یا چشمه یا هر دو در حرکت باشند، بسامد صوت گسیل شده f و بسامد آشکار ساز f' با رابطه زیر به هم مربوط اند

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} \quad (۳۳-۴۷) \quad (\text{اثر دوپلر کلی})$$

که در آن v تندی صورت در هوا، v_D تندی آشکار ساز نسبت به هوا و v_S تندی چشمه نسبت به هواست. انتخاب علامت مثبت یا منفی با قاعده زیر تعیین می‌شود:

وقتی حرکت آشکار ساز یا چشمه به سمت دیگری باشد علامت تندی باید بیانگر تغییر بسامد به سمت افزایش باشد. وقتی آشکار ساز یا چشمه از دیگری دور شود علامت تندی باید بیانگر تغییر بسامد به سمت کاهش باشد.

به طور خلاصه، نزدیک شدن به معنی افزایش و دور شدن به معنی کاهش بسامد است.

در اینجا مثالهایی از این قاعده را بیان می‌کنیم. اگر آشکار ساز به سمت چشمه حرکت کند در صورت کسر معادله ۳۳-۴۷ علامت مثبت را به کار می‌بریم تا بسامد افزایش یابد. اگر آشکار ساز از چشمه دور شود، علامت منفی را در صورت کسر به کار می‌بریم تا بسامد کاهش یابد. اگر آشکار ساز ساکن باشد v_D را برابر صفر در نظر می‌گیریم. اگر چشمه به سمت آشکار ساز حرکت کند، علامت منفی را در مخرج کسر معادله ۳۳-۴۷ به کار می‌بریم تا بسامد افزایش یابد. اگر چشمه از آشکار ساز دور شود، علامت مثبت را در مخرج به کار می‌بریم تا بسامد کاهش یابد. اگر چشمه ساکن باشد v_S را برابر صفر قرار می‌دهیم.

حال، برای دو وضعیت خاص معادله‌هایی را برای اثر دوپلر و سپس معادله ۳۳-۴۷ را برای حالت کلی به دست می‌آوریم.

۱. وقتی آشکار ساز نسبت به هوا حرکت می‌کند و چشمه نسبت به هوا ساکن است، حرکت بسامدی را که در آن آشکار ساز با جبهه‌های موج برخورد می‌کند تغییر می‌دهد و در نتیجه بسامدهای آشکار شده موج صوتی تغییر می‌کند.

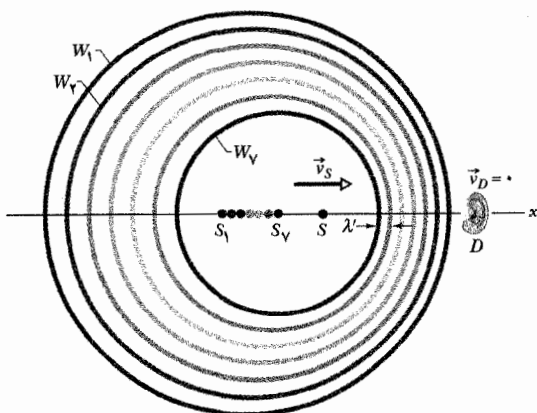
۲. وقتی چشمه نسبت به هوا حرکت می‌کند و آشکار ساز نسبت به هوا ساکن است، حرکت موجب تغییر طول موج موجهای صوتی می‌شود و در نتیجه بسامد آشکار شده تغییر می‌کند (پادآوری می‌شود که بسامد به طول موج وابسته است).

در معادله ۳۳-۵۱، f' باید کمتر از f باشد مگر اینکه $v_D = 0$ باشد. معادله‌های ۳۳-۵۰ و ۳۳-۵۱ را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v} \quad (۳۳-۵۲) \quad (\text{آشکارساز متحرک - چشمه ساکن})$$

چشمه متحرک، آشکارساز ساکن

فرض می‌کنیم آشکارساز D نسبت به هوا ساکن است و چشمه S با تندی v_S به طرف D حرکت می‌کند (شکل ۳۳-۲۲). حرکت S طول موج موجهای صوتی گسیل شده و در نتیجه بسامد آشکار شده به وسیله D را تغییر می‌دهد.



شکل ۳۳-۲۲ آشکارساز D ساکن است و چشمه S با تندی v_S به طرف آن حرکت می‌کند. وقتی چشمه در S_1 است جبهه موج W_1 و وقتی در S_2 است جبهه موج W_2 گسیل می‌شود. در لحظه نشان داده شده چشمه در S واقع است. آشکارساز بسامد بزرگتری دریافت می‌کند زیرا چشمه با دنبال کردن جبهه‌های موج خود، طول موج λ' کوچکتری در جهت حرکتش گسیل می‌کند.

برای مشاهده این تغییر، فرض می‌کنیم $T (= 1/f)$ زمان بین گسیل دو جبهه موج متوالی W_1 و W_2 باشد. در مدت T ، جبهه موج W_1 مسافت vt و چشمه مسافت $v_S T$ را طی می‌کنند در پایان T ، جبهه موج W_2 گسیل می‌شود. در جهتی که چشمه S حرکت می‌کند، فاصله میان W_1 و W_2 ، که طول موج λ' موجهایی است که در آن جهت حرکت می‌کنند، برابر با $vT - v_S T$ است. اگر D این موجها را آشکار کند، بسامد f' را آشکار می‌کند که با رابطه زیر داده می‌شود

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_S T} = \frac{v}{v/f - v_S/f} = f \frac{v}{v - v_S} \quad (۳۳-۵۳)$$

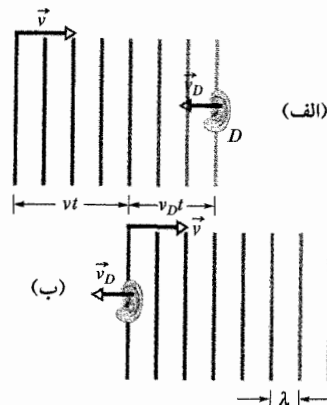
توجه کنید که f' باید بزرگتر از f باشد مگر اینکه $v_S = 0$ باشد. در جهتی مخالف با آنکه S حرکت کرده است، طول موج λ' موجها عبارت است از $vT + v_S T$. اگر D این موجها را آشکار کند، بسامد f' را آشکار می‌کند که با رابطه زیر داده می‌شود

$$f' = f \frac{v}{v + v_S} \quad (۳۳-۵۴)$$

$$f = \frac{vt/\lambda}{t} = \frac{v}{\lambda} \quad (۳۳-۴۸)$$

در این وضعیت، با D ساکن، هیچ اثر دوپلری وجود ندارد - بسامد آشکار شده به وسیله D همان بسامد گسیل شده به وسیله S است.

اکنون دوباره وضعیتی را در نظر می‌گیریم که در آن آشکارساز D در جهت مخالف جبهه‌های موج حرکت می‌کند (شکل ۳۳-۲۱). در زمان t ، مانند قبل جبهه‌های موج به اندازه مسافت vt به طرف راست حرکت می‌کنند، ولی حالا آشکارساز D مسافت $v_D t$ را به طرف چپ طی می‌کند. بنابراین، در زمان t ، مسافت طی شده به وسیله جبهه‌های موج نسبت به D برابر با $vt + v_D t$ است. تعداد طول موجها در این مسافت نسبی $vt + v_D t$ عبارت است از تعداد طول موجهای قطع شده به وسیله D در زمان t و برابر است با $(vt + v_D t)/\lambda$. آهنگی که آشکارساز D در این وضعیت طول موجها را قطع می‌کند برابر است با بسامد f' که با رابطه زیر داده می‌شود



شکل ۳۳-۲۱ جبهه‌های موج (الف) به آشکارساز D که در جهت مخالف جبهه‌های موج حرکت می‌کند نزدیک می‌شوند و (ب) از آن دور می‌شوند. در مدت t ، جبهه‌های موج مسافت vt را به طرف راست و آشکارساز D مسافت $v_D t$ را به طرف چپ می‌پیمایند.

$$f' = \frac{(vt + v_D t)/\lambda}{t} = \frac{v + v_D}{\lambda} \quad (۳۳-۴۹)$$

از معادله ۳۳-۴۸، داریم $\lambda = v/f$. پس معادله ۳۳-۴۹ به صورت زیر در می‌آید

$$f' = \frac{v + v_D}{v/f} = f \frac{v + v_D}{v} \quad (۳۳-۵۰)$$

توجه کنید که در معادله ۳۳-۵۰، f' باید بزرگتر از f باشد مگر اینکه $v_D = 0$ باشد (آشکارساز ساکن است).

به همین ترتیب اگر آشکارساز D از چشمه دور شود، بسامد آشکار شده توسط آن را می‌توان پیدا کرد. در این وضعیت، در زمان t جبهه‌های موج نسبت به D مسافت $vt - v_D t$ را طی می‌کنند و f' با رابطه زیر داده می‌شود

$$f' = f \frac{v - v_D}{v} \quad (۳۳-۵۱)$$

اثر کلی دوپلر بسامد جابه‌جا شده با معادله ۳۳-۴۷ داده می‌شود. حرکت به طرف هم بسامد را به بالا و حرکت از هم دیگر بسامد را به طرف پایین جابه‌جا می‌کند.

آشکارسازی توسط حشره

معادله کلی دوپلر عبارت است از

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_s} \quad (۳۳-۵۶)$$

در این جا، بسامد آشکار شده f' که می‌خواهیم پیدا کنیم بسامد آشکار شده f_{md} توسط حشره است در طرف راست معادله، بسامد f عبارت است از بسامد گسیل شده $f_{be} = ۸۲/۵۲ \text{ kHz}$ توسط خفاش، سرعت صوت $v = ۳۴۳ \text{ m/s}$ ، سرعت v_D آشکارساز عبارت است از سرعت حشره $v_m = ۸/۰۰ \text{ m/s}$ و سرعت v_s چشمه سرعت خفاش $v_b = ۹/۰۰ \text{ m/s}$ است.

جاگذاری دو معادله ۳۳-۵۶ به آسانی انجام می‌گیرد. ولی در تصمیم‌گیری درباره علامت مثبت و منفی باید دقت شود. درباره به طرف هم و از یکدیگر فکر کنید. سرعت حشره (آشکارساز) در صورت معادله ۳۳-۵۶ است. حشره از خفاش دور می‌شود که بسامد آشکار شده را کاهش می‌دهد. چون سرعت در صورت است، علامت منفی را در نظر می‌گیریم (صورت کوچک می‌شود). مرحله‌های استدلال در جدول ۳-۳۳ نوشته شده است.

سرعت خفاش در مخرج معادله ۳۳-۵۶ است. خفاش به طرف حشره حرکت می‌کند که بسامد آشکار شده را افزایش می‌دهد. چون سرعت در مخرج است، علامت منفی قرار می‌دهیم (مخرج کوچکتر می‌شود). با قرار دادن اینها داریم:

$$\begin{aligned} f_{md} &= f_{be} \frac{v - v_m}{v - v_b} \\ &= (۸۲/۵۲ \text{ kHz}) \frac{۳۴۳ \text{ m/s} - ۸/۰۰ \text{ m/s}}{۳۴۳ \text{ m/s} - ۹/۰۰ \text{ m/s}} \\ &= ۸۲/۷۶۷ \text{ kHz} \approx ۸۲/۸ \text{ kHz} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

آشکارسازی پژواک توسط خفاش

در مورد پژواک برگشتی به خفاش، حشره به صورت چشمه صوت عمل می‌کند که بسامد f_{md} گسیل می‌کند که حساب کردیم. پس اکنون حشره چشمه است (دور می‌شود) و خفاش آشکارساز است (نزدیک می‌شود). مرحله‌های استدلال در جدول ۳-۳۳ نوشته شده است. برای پیدا کردن بسامد f_{bd} آشکار شده توسط خفاش معادله ۳۳-۵۶ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} f_{bd} &= f_{md} \frac{v + v_b}{v + v_m} \\ &= (۸۲/۷۶۸ \text{ kHz}) \frac{۳۴۳ \text{ m/s} + ۹/۰۰ \text{ m/s}}{۳۴۳ \text{ m/s} + ۸/۰۰ \text{ m/s}} \\ &= ۸۳/۰۰ \text{ kHz} \approx ۸۳/۰ \text{ kHz} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

بعضی حشره‌ها با پارازیت دادن از سیستم آشکارسازی خفاش با صدای فراصوتی می‌گیرند

توجه کنید که f' باید کمتر از f باشد مگر اینکه $v_s = ۰$ باشد. معادله‌های ۳۳-۵۲ و ۳۳-۵۴ را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد

$$f' = f \frac{v}{v \pm v_s} \quad (\text{چشمه متحرک، آشکارساز ساکن}) \quad (۳۳-۵۵)$$

معادله کلی اثر دوپلر

اکنون می‌توانیم با جایگزین کردن f در معادله ۳۳-۵۵ (بسامد چشمه) با f' از معادله ۳۳-۵۲ (بسامد وابسته به حرکت آشکارساز) معادله کلی اثر دوپلر را به دست آوریم. نتیجه معادله ۳۳-۴۷ برای اثر کلی دوپلر است.

این معادله کلی نه تنها برای وقتی که هم آشکارساز و هم چشمه در حرکت اند برقرار است بلکه برای دو وضعیت خاصی که در بالا بحث کردیم نیز صادق است. برای وضعیتی که در آن آشکارساز حرکت می‌کند و چشمه ساکن است، مقدار $v_s = ۰$ را در معادله ۳۳-۴۷ قرار می‌دهیم. معادله ۳۳-۵۲ به دست می‌آید که قبلاً آن را به دست آوردیم. برای وضعیتی که چشمه حرکت می‌کند و آشکارساز ساکن است، مقدار $v_D = ۰$ را در معادله ۳۳-۴۷ قرار می‌دهیم، معادله ۳۳-۵۵ به دست می‌آید که قبلاً آن را به دست آوردیم. بنابراین، معادله ۳۳-۴۷ معادله‌ای کلی است که باید آن را به خاطر داشت.

نکته وارسی ۴ در شکل جهت حرکت یک چشمه صوتی و یک آشکارساز در شش وضعیت در هوای ساکن نشان داده شده است. برای هر وضعیت، آیا بسامد آشکار شده بزرگتر از بسامد گسیل شده است، یا کمتر یا نمی‌توان بدون اطلاعات بیشتر درباره تندیهای واقعی اظهار نظر کرد؟

آشکارساز	چشمه	آشکارساز	چشمه
←	(ت) ←	تندی صفر	→ (الف)
←	(ث) →	تندی صفر	← (ب)
→	(ج) ←	→	→ (پ)

مسئله نمونه ۳۳-۸ مهارت خود را تقویت کنید

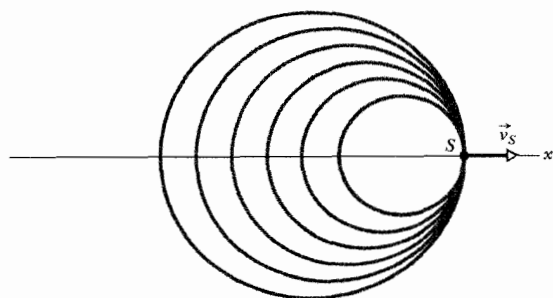
خفاش‌ها با گسیل و سپس آشکارسازی بازتاب‌های موج‌های فراصوتی که موج‌های صوتی با بسامدهای بزرگتر از بسامدهایی که انسان می‌تواند بشنود هستند، جهت‌یابی و صید خود را جستجو می‌کنند. فرض کنید خفاشی در تعقیب حشره‌ای که با سرعت $\vec{v}_m = (۸/۰۰ \text{ m/s})\hat{i}$ حرکت می‌کند با سرعت $\vec{v}_b = (۹/۰۰ \text{ m/s})\hat{i}$ پرواز می‌کند و موج فراصوتی با بسامد $f_{be} = ۸۲/۵۲ \text{ kHz}$ گسیل می‌کند. با چه بسامد f_{md} حشره آشکار می‌شود؟ با چه بسامد f_{bc} خفاش پژواک برگشتی از حشره را آشکار می‌کند؟

نکته‌های کلیدی بسامد یا حرکت نسبی خفاش و حشره جابه‌جا می‌شود. چون در راستای یک محور حرکت می‌کنند، در

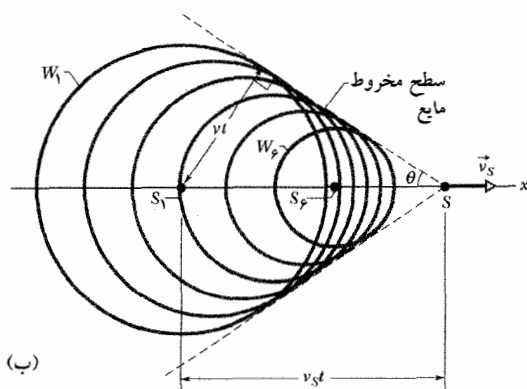
خفاش به حشره		پژواک برگشتی به خفاش	
آشکارساز	چشمه	آشکارساز	چشمه
حشره	خفاش	خفاش	حشره
سرعت $v_D - v_m$	سرعت $v_s - v_b$	سرعت $v_s - v_b$	سرعت $v_D - v_m$
دور می شوند	نزدیک می شوند	نزدیک می شوند	دور می شوند
جابه جایی به بالا	جابه جایی به بالا	جابه جایی به بالا	جابه جایی به بالا
پایین صورت	مخرج	مخرج	پایین صورت
منفی	مثبت	مثبت	منفی

۳۳-۱۰ تندیهای فراصوتی، موجهای ضربه ای

اگر چشمه با تندی صوت به طرف یک آشکارساز ساکن حرکت کند، یعنی اگر $v_s = v$ باشد معادله های ۳۳-۴۷ و ۳۳-۵۵ پیش بینی می کنند که بسامد آشکار شده f' بینهایت بزرگ خواهد بود. این بدان معناست که چشمه به اندازه ای سریع حرکت می کند که مانند شکل ۳۳-۲۳ الف با جبهه های موج کروی خود همگام می شود. وقتی که تندی چشمه از تندی صوت تجاوز کند چه رخ می دهد؟



(الف)



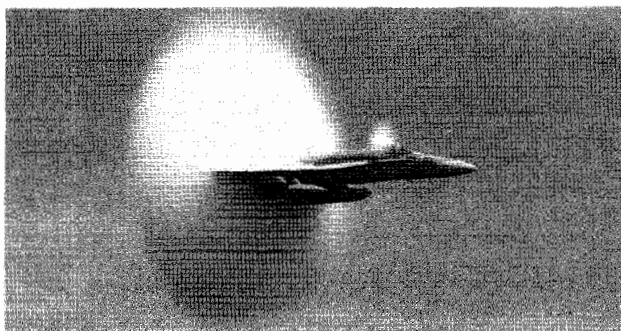
(ب)

شکل ۳۳-۲۳ (الف) چشمه صوتی S با تندی v_s برابر با تندی صوت و در نتیجه با همان سرعت جبهه های موج ایجاد شده حرکت می کند. **(ب)** چشمه صوتی S با تندی v_s بزرگتر از تندی صوت و در نتیجه سریعتر از جبهه های موج حرکت می کند. وقتی چشمه در مکان S_1 است جبهه موج W_1 و در مکان S_2 جبهه موج W_2 را ایجاد می کند. همه جبهه های موج کروی با تندی صوت v گسترش می یابند و درون یک سطح مخروطی شکل به نام مخروط مایع جمع می شوند و یک موج ضربه ای تشکیل می دهند. سطح جانبی مخروط دارای نیم زاویه θ است که بر تمام جبهه های موج مماس است.

برای چنین تندیهای فراصوتی، دیگر معادله های ۳۳-۴۷ و ۳۳-۵۵ به کار نمی روند. شکل ۳۳-۲۳ ب جبهه های موج کروی ایجاد شده در مکانهای مختلف چشمه را نشان می دهد. شعاع هر جبهه موج در این شکل vt است، که در آن v تندی صوت و t زمانی است که از گسیل آن جبهه موج توسط چشمه گذشته است. توجه کنید که تمام جبهه های موج در یک پوش V شکل در ترسیم دو بعدی در شکل ۳۳-۲۳ ب جمع شده اند. جبهه های موج در واقع در سه بعد گسترش می یابند و جمع شدن آنها عملاً مخروطی را تشکیل می دهد که به آن مخروط مایع می گویند. گفته می شود که یک موج ضربه ای در سطح جانبی این مخروط وجود دارد، چون جمع شدن جبهه های موج موجب بالا رفتن و پایین آمدن ناگهانی فشار هوا به هنگام عبور سطح از هر نقطه می شود. از شکل ۳۳-۲۳ ب می توان دید که نیم زاویه θ مخروط، به نام زاویه مخروط مایع با رابطه زیر داده می شود

$$\sin \theta = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s} \quad (\text{زاویه مخروط مایع}) \quad (۳۳-۵۷)$$

نسبت v/v_s را عدد مایع می نامند. وقتی می گوئیم که هواپیمایی با $2/3$ مایع پرواز می کند، این بدان معناست که تندی آن $2/3$ برابر تندی صوت در هوایی است که هواپیما در آن پرواز می کند. موجهای ضربه ای که به وسیله یک هواپیما (شکل ۳۳-۲۴) یا پرتابه فراصوتی ایجاد می شود، انفجاری از صدا به نام دیوار صوتی ایجاد می کند که در آن فشار هوا در ابتدا ناگهان افزایش و سپس پیش از برگشتن به حال عادی به طور ناگهان به زیر حالت عادی کاهش می یابد. بخشی از صدا که موقع شلیک گلوله به گوش می رسد دیوار صوتی است که به وسیله گلوله ایجاد می شود. دیوار صوتی را وقتی که شلاق بلندی به سرعت به حرکت در می آید نیز می توان شنید: نزدیک انتهای شلاق، حرکت سریعتر از صوت است و دیوار صوتی کوچکی ایجاد می کند- صدای شلاق.



شکل ۳۳-۲۴ موجهای ضربه ای که به وسیله بالهای یک هواپیمای جت FA 18 ایجاد شده است. موجهای ضربه ای قابل مشاهده اند چون کاهش ناگهانی در فشار هوا در آنها موجب متراکم شدن ملکولهای آب و تشکیل مه می شود.

بازنگری و خلاصه درس

موجهای صوتی موجهای صوتی موجهای مکانیکی طولی هستند که می‌توانند در جامدها، مایعها یا گازها حرکت کنند. تندی v یک موج صوتی در محیطی با مدول کپهای B و چگالی ρ با رابطه زیر داده می‌شود

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (\text{تندی صوت}) \quad (۳-۳۳)$$

در هوای ۲۰°C تندی صوت ۳۴۳ m/s است.

موج صوتی موجب یک جابه‌جایی طولی s در عنصر جرم از محیط می‌شود که با رابطه زیر داده می‌شود

$$s = s_m \cos(kx - \omega t) \quad (۱۳-۳۳)$$

که در آن s_m دامنه جابه‌جایی (بیشینه جابه‌جایی) از وضعیت تعادل، $k = 2\pi/\lambda$ و $\omega = 2\pi f$ و f به ترتیب طول موج و بسامد موج صوتی هستند. موج صوتی همچنین موجب تغییر فشار Δp محیط نسبت به فشار تعادل می‌شود

$$\Delta p = \Delta p_m \sin(kx - \omega t) \quad (۱۴-۳۳)$$

که در آن دامنه فشار عبارت است از

$$\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m \quad (۱۵-۳۳)$$

تداخل تداخل دو موج صوتی با طول موجهای یکسان که از یک نقطه مشترک می‌گذرند به اختلاف فاز ϕ در آنجا بستگی دارد. اگر موجهای صوتی به طور هم‌فاز گسیل شوند و تقریباً در یک جهت حرکت کنند، ϕ با رابطه زیر داده می‌شود

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi \quad (۲۱-۳۳)$$

که در آن ΔL اختلاف راه آنهاست (اختلاف در فاصله‌هایی که به وسیله موجها برای رسیدن به نقطه مشترک طی می‌شود). وقتی ϕ مضرب درستی از 2π باشد، تداخل کاملاً سازنده رخ می‌دهد

$$\phi = m(2\pi) \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای} \quad (۲۲-۳۳)$$

و هم ارز با آن، وقتی ΔL با این رابطه به λ مربوط باشد

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0, 1, 2, \dots \quad (۲۳-۳۳)$$

وقتی ϕ مضرب فردی از π باشد تداخل کاملاً ویرانگر رخ می‌دهد

$$\phi = (2m+1)\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای} \quad (۲۴-۳۳)$$

و هم ارز با آن، وقتی ΔL با رابطه زیر به λ مربوط باشد

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0.5, 1.5, 2.5, \dots \quad (۲۵-۳۳)$$

شدت صوت شدت I یک موج صوتی در یک سطح عبارت است از متوسط آهنگ بریکای مساحت که انرژی به وسیله موج به آن می‌رسد یا از آن انتقال می‌یابد

$$I = \frac{P}{A} \quad (۲۶-۳۳)$$

که در آن P آهنگ انتقال انرژی (توان) موج صوتی و A مساحت سطح قطع کننده صوت است. شدت I با رابطه زیر به دامنه جابه‌جایی s_m موج صوتی وابسته است

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 s_m^2 \quad (۲۷-۳۳)$$

شدت در فاصله r از یک چشمه نقطه‌ای که موجهای صوتی با توان P_s را گسیل می‌کند عبارت است از

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} \quad (۲۸-۳۳)$$

تراز صوتی برحسب دسی‌بل تراز صوتی برحسب دسی‌بل (dB) به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \quad (۲۹-۳۳)$$

که در آن $I_0 = (10^{-12} \text{ W/m}^2)$ تراز شدت مرجعی است که تمام شدتها با آن مقایسه می‌شوند. به ازای افزایش هر ضریب ۱۰ در شدت، ۱۰ dB به تراز صوتی افزوده می‌شود.

نقشهای موج ایستاده در لوله‌ها نقشهای موج صوتی ایستاده را می‌توان در لوله‌ها ایجاد کرد. یک لوله با دو انتهای باز در بسامدهای زیر در تشدید است

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (۳۹-۳۳)$$

که در آن v تندی صوت در هوای داخل لوله است. برای لوله‌ای که یک انتهای آن بسته و انتهای دیگرش باز است، بسامدهای تشدیدی عبارت‌اند از

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (۴۱-۳۳)$$

زنش زنش وقتی ایجاد می‌شود که دو موج با بسامدهای اندک متفاوت f_1 و f_2 با یکدیگر آشکارسازی شوند. بسامد زنش عبارت است از

$$f_{\text{زنش}} = f_1 - f_2 \quad (۴۶-۳۳)$$

اثر دوپلر اثر دوپلر عبارت است از تغییر در بسامد مشاهده شده یک موج هنگامی که چشمه یا آشکارساز نسبت به محیط انتقال (مثل هوا) حرکت می‌کند. در مورد صوت بسامد مشاهده شده f' برحسب بسامد چشمه f با رابطه زیر داده می‌شود

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} \quad (\text{اثر دوپلر کلی}) \quad (۴۷-۳۳)$$

که در آن v_D تندی آشکارساز نسبت به محیط، v_S تندی چشمه نسبت به محیط و v تندی صوت در محیط است. علامتها به صورتی انتخاب می‌شوند که f' برای نزدیک شدن بزرگتر و برای دور شدن کمتر باشد.

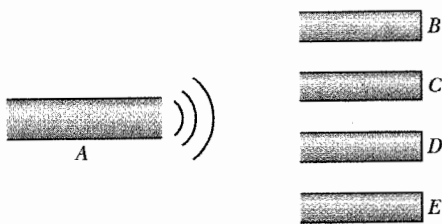
موج ضربه‌ای اگر تندی چشمه‌ای نسبت به محیط از تندی صوت در محیط تجاوز کند، دیگر معادله دوپلر برقرار نیست. در چنین مواردی، موجهای ضربه‌ای حاصل می‌شود. نیم زاویه θ مخروط ماخ با رابطه زیر داده می‌شود

$$\sin \theta = \frac{v}{v_S} \quad (\text{زاویه مخروط ماخ}) \quad (۵۷-۳۳)$$

۵- برای یک لوله معین، بسامد چهار هماهنگ از شش هماهنگ که کمتر از 1000 Hz هستند عبارت‌اند از: 300 ، 600 ، 750 و 900 هرتز. دو بسامد دیگر چقدرند؟

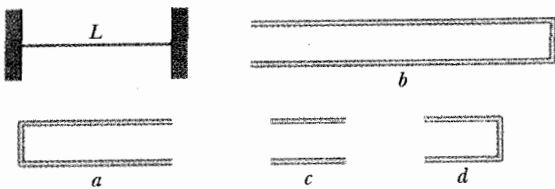
۶- هماهنگ ششم در لوله‌ای ایجاد شده است. (الف) این لوله چند انتهای باز دارد (دست کم یکی دارد)؟ (ب) در نقطه وسط آیا گره وجود دارد یا شکم یا یک حالت میانه؟

۷- در شکل ۲۷-۳۳، لوله A با یک چشمه صوتی داخلی کوچک در هماهنگ سوم خود نوسان می‌کند. صوت گسیل شده به انتهای راست در چهار لوله با یک انتهای باز (به مقیاس رسم نشده‌اند) که مجاور آن قرار دارند، تشدید ایجاد می‌کند. لوله B در پایینترین هماهنگ خود و لوله E در چهارمین پایینترین هماهنگ خود نوسان می‌کنند. بدون محاسبه، هر پنج لوله را به ترتیب بزرگی طول آنها مرتب کنید. (راهنمایی: موج ایستاده را به مقیاس و سپس لوله‌ها را به مقیاس رسم کنید).



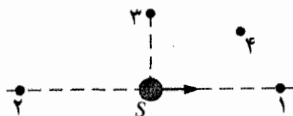
شکل ۲۷-۳۳ پرسش ۷

۸- شکل ۲۸-۳۳ ریسمان کشیده‌ای به طول L و لوله‌های a ، b ، c و d به ترتیب به طولهای L ، $2L$ ، $L/2$ و $L/2$ را نشان می‌دهد. کشش ریسمان چنان تنظیم می‌شود تا اینکه تندی موجها در ریسمان برابر با تندی موجهای صوتی در هوا شود. سپس مد اصلی نوسان در ریسمان ایجاد می‌شود. صوت ایجاد شده به وسیله ریسمان در کدام لوله موجب تشدید می‌شود و آن صوت چه مد نوسانی را ایجاد می‌کند؟



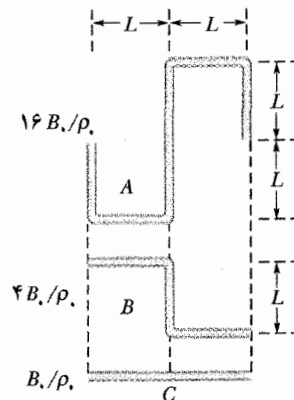
شکل ۲۸-۳۳ پرسش ۸

۹- شکل ۲۹-۳۳ یک چشمه صوتی S در حال حرکت که صوتی در بسامد معینی گسیل می‌کند و چهار آشکارساز صوتی ساکن را نشان می‌دهد. آشکارسازها را به ترتیب بزرگی بسامد صوتی که از چشمه آشکار می‌کنند مرتب کنید.



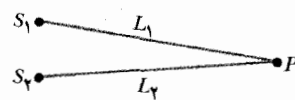
شکل ۲۹-۳۳ پرسش ۹

۱- در شکل ۳۳-۲۵، سه لوله دراز (A, B, C) در فشارهای متفاوت با سه گاز مختلف پر شده‌اند. نسبت مدول کپه‌ای نسبت به چگالی برای هر گاز برحسب مقدار پایه B_0/ρ_0 نشان داده شده است. در انتهای سمت چپ هر لوله یک پیستون قرار دارد که می‌تواند یک تپ صوتی را در لوله بفرستد (نظیر شکل ۳۲-۲). هر سه تپ به طور همزمان فرستاده می‌شوند. لوله‌ها را بنابر زمان رسیدن تپها به انتهای باز لوله به ترتیب زودتر رسیدن مرتب کنید.



شکل ۳۳-۲۵ پرسش ۱

۲- در شکل ۳۳-۲۶، دو چشمه نقطه‌ای S_1 و S_2 که همفازند موجهای صوتی مشابه با طول موج 2.0 m گسیل می‌کنند. برحسب طول موجها اختلاف فاز بین موجهایی که به نقطه P می‌رسند چقدر است، اگر (الف) $L_1 = 3.8\text{ m}$ و $L_2 = 3.4\text{ m}$ ، (ب) $L_1 = 3.9\text{ m}$ و $L_2 = 3.6\text{ m}$ باشد؟ (پ) با فرض اینکه فاصله چشمه‌ها خیلی کوچکتر از L_1 و L_2 باشد، چه نوع تداخلی در وضعیتهای (الف) و (ب) در P حاصل می‌شود؟



شکل ۳۳-۲۶ پرسش ۲

۳- در اولین آزمایش، یک موج صوتی سینوسی به داخل لوله بلندی پر از هوا فرستاده می‌شود، آهنگ متوسط انتقال انرژی $P_{avg,1}$ است. در دومین آزمایش، دو موج صوتی دیگر ولی یکسان با موج اول، با اختلاف فاز ϕ بین دو موج برابر با صفر، $0/2$ یا $0/5$ طول موج، به طور همزمان به داخل فرستاده می‌شوند. (الف) فقط با محاسبه ذهنی گزینه‌های ϕ را بنابر آهنگ متوسطی که در آن موجها انرژی را انتقال می‌دهند به ترتیب بزرگی مرتب کنید. (ب) برای گزینه اول ϕ ، آهنگ متوسط برحسب $P_{avg,1}$ چقدر است؟

۴- لوله A به طول L یک انتهای باز است. لوله B به طول $2L$ دو انتهای باز است. کدام هماهنگهای لوله B دارای بسامدی برابر با بسامد تشدید لوله A است؟

می‌رود سربازان عقب ستون با پای چپ به جلو می‌روند. طول تقریبی ستون سربازان چقدر است؟

۳۰- دو تماشاگر در یک بازی فوتبال در ورزشگاه توپی را که شوت شده است می‌بینند و لحظه‌ای بعد صدای آن را می‌شنوند. تأخیر زمانی برای تماشاگر A برابر 0.23 s و برای تماشاگر B برابر 0.12 s است. خطهای دید دو تماشاگر از بازیکن زننده شوت با هم زاویه 90° دارند. (الف) تماشاگر A و (ب) تماشاگر B از بازیکن چقدر فاصله دارند؟ (ب) فاصله تماشاگرها از یکدیگر چقدر است؟

۴۰- اگر 0.32 g اکسیژن $22/4\text{ L}$ فضا را اشغال کند و تندی صوت در اکسیژن برابر 317 m/s باشد، مدول کپه‌ای اکسیژن چقدر است؟

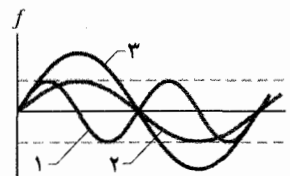
۵۰۰- سنگی به داخل چاهی انداخته می‌شود. صدای برخورد آن با ته چاه پس از $3/00\text{ m/s}$ شنیده می‌شود. عمق چاه چقدر است؟ SSM WWW

۶۰۰- اثر شکلات داغ. ضربه کوچکی به قاشق فلزی داخل یک لیوان آب بزنید و به بسامد f_i که می‌شنوید توجه کنید. سپس یک قاشق پر از پودر (مانند شکلات یا قهوه) به آن اضافه کنید و در حالی که پودر را هم می‌زنید دوباره ضربه کوچکی بزنید. بسامدی که می‌شنوید دارای مقدار بسامد f_s کمتر است چون حباب‌های کوچک هوا بر اثر تغییر پودر در آب آزاد می‌شوند. وقتی که حباب‌ها به سطح آب می‌رسند و ناپدید می‌شوند، بتدریج بسامد جابه‌جا می‌شود و به مقدار اولیه می‌رسد. در ضمن این عمل حباب‌ها به طور محسوس چگالی یا حجم آب یا طول موج صوت را تغییر نمی‌دهند. در عوض مقدار dV/dp یعنی تغییر دیفرانسیلی در حجم به واسطه تغییر دیفرانسیلی در فشار به علت موج‌های صوتی در آب تغییر می‌کند. اگر $f_s/f_i = 0.333$ باشد، نسبت $(dV/dp)_s/(dV/dp)_i$ چقدر است؟

۷۰۰- زمین لرزه در درون زمین موجهای صوتی ایجاد می‌کند. در زمین برخلاف گاز، موجهای صوتی عرضی (S) و طولی (P) می‌توانند وجود داشته باشند. معمولاً، تندی موجهای S حدود $4/5\text{ km/s}$ و تندی موجهای P حدود $8/0\text{ km/s}$ است. یک زلزله نگار موجهای P و S را از یک زلزله ثبت می‌کند. نخستین موجهای P سه دقیقه قبل از موجهای S دریافت می‌شوند. اگر موجها روی یک خط راست حرکت کنند، زمین لرزه در چه فاصله‌ای رخ داده است؟ SSM ILW

۸۰۰- شخصی با چکش به انتهای یک میله نازک ضربه‌ای می‌زند. تندی صوت در میله 15 برابر تندی صوت در هواست. فرد دیگری که گوشش را نزدیک به انتهای دیگر میله نگه داشته است دو صدا را با بازه زمانی 0.12 s می‌شنود: یکی از طریق میله می‌آید و دیگری از طریق هوای مجاور میله. اگر تندی صوت در هوا 343 m/s باشد، طول میله چقدر است؟

۱۰- شخصی به نوبت سوار بر سه چرخ و فلک سریع می‌شود در حالی که یک چشمه صوتی در اختیار دارد که بسامد معینی را به طور همسانگرد گسیل می‌کند. شما در فاصله دوری از هر چرخ و فلک ایستاده‌اید. بسامدی که از هر کدام از سه چرخ و فلک در چرخش می‌شنوید با هم متفاوت است. تغییرات بسامد برای سه حالت در سه منحنی شکل ۳۰-۳۳ داده شده‌اند. این منحنیها را به ترتیب بزرگی (الف) تندی خطی v چشمه صوتی، (ب) تندیهای زاویه‌ای ω چرخ و فلک‌ها و (پ) شعاعهای r چرخ و فلکها مرتب کنید.



شکل ۳۰-۳۳ پرسش ۱۰

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس) SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است. ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است. ●●●● تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد. اطلاعات اضافی در سیرک پرنده فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

هر جا در مسئله‌ها نیاز باشد از موارد زیر استفاده کنید، مگر اینکه مورد خاصی مشخص شود

$$343\text{ m/s} = 1125\text{ ft/s} = \text{تندی صوت در هوا}$$

و

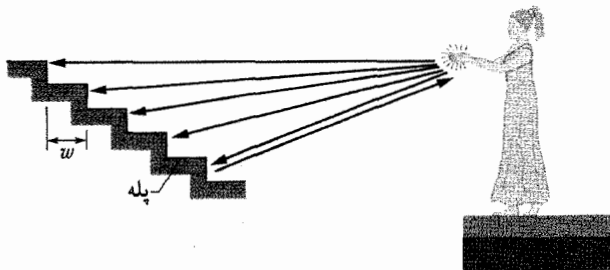
$$1/21\text{ kg/m}^3 = \text{چگالی هوا}$$

بخش ۳۰-۳۳ تندی صوت

۱۰- وقتی در کلیسایی بسته می‌شود فردی که درست داخل کلیسا قرار دارد آخرین پژواک را پس از 15 s می‌شنود. (الف) اگر پژواک به خاطر یک بازتاب منفرد از دیوار مقابل در باشد، فاصله دیوار از در چقدر است؟ (ب) اگر دیوار در فاصله $25/7$ متری قرار داشته باشد چند بازتاب (رفت و برگشت) به آخرین پژواک مربوط است؟

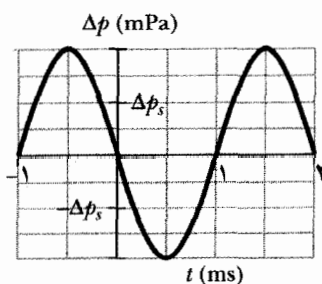
۲۰- ستونی از سربازان با 120 قدم در دقیقه رژه می‌روند و با ضربه‌های طبلی در ابتدای ستون هماهنگ هستند. مشاهده می‌شود که وقتی سربازی که طبل می‌زند با پای راست پیش

(یعنی، بسامد نه‌های دریافت شده) را به دست آورید. (ب) اگر پهنای پله‌ها کمتر می‌بود، بسامد بیشتر می‌شد یا کمتر؟



شکل ۳۳-۳۲ مسئله ۱۳

۱۴۰۰- شکل ۳۳-۳۳ خروجی از یک نشان‌دهنده فشار را نشان می‌دهد که در نقطه‌ای در مسیر گذر یک موج صوتی تک بسامد که در هوایی با چگالی یکنواخت $1/21 \text{ kg/m}^3$ و با تندی 343 m/s حرکت می‌کند، قرار دارد. مقیاس محور عمودی با $\Delta p = 16 \text{ mPa}$ مشخص شده است. اگر تابع جابه‌جایی موج به صورت $s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t)$ نوشته شده باشد، (الف) s_m ، (ب) k و (پ) ω چقدرند؟ سپس هوا را سرد می‌کنیم تا چگالی آن برابر $1/25 \text{ kg/m}^3$ و تندی موج صوتی در آن برابر 320 m/s باشد. چشمه صوتی دوباره یک موج صوتی را با همان بسامد و همان دامنه فشار گسیل می‌کند. اکنون (ت) s_m ، (ث) k و (ج) ω چقدرند.



شکل ۳۳-۳۳ مسئله ۱۴

۱۵۰۰- یک موج صوتی به شکل $s = s_m \cos(kx - \omega t + \phi)$ با تندی 343 m/s در هوای داخل یک لوله افقی دراز حرکت می‌کند. در یک لحظه، ملکول هوای A واقع در $x = 2/000 \text{ m}$ در بیشینه جابه‌جایی مثبت خودش، در $6/00 \text{ nm}$ و ملکول هوای B واقع در $x = 2/070 \text{ m}$ در بیشینه جابه‌جایی مثبت خودش، در $2/00 \text{ nm}$ قرار دارند. تمام مولکولهای بین A و B در جابه‌جاییهای میانی قرار دارند. بسامد موج چقدر است؟

بخش ۳۳-۵ تداخل

۱۶۰- دو موج صوتی از دو چشمه مختلف با بسامد یکسان 540 Hz و با تندی 330 m/s در یک جهت حرکت می‌کنند. چشمه‌ها هم‌فازند. در نقطه‌ای که $4/40 \text{ m}$ از یک چشمه و $4/00 \text{ m}$ از چشمه دیگر فاصله دارد، اختلاف فاز بین موجها چقدر است؟

بخش ۳۳-۴ موجهای صوتی پیشرونده

۹۰- از فراصوت با بسامد $4/50 \text{ MHz}$ برای بررسی تومور در بافت نرم استفاده می‌شود. (الف) طول موج چنین موج صوتی در هوا چقدر است؟ (ب) اگر تندی صوت در بافت 1500 m/s باشد، طول موج این موج در بافت چقدر است؟
۱۰۰- فشار در یک موج صوتی پیشرونده با معادله زیر داده می‌شود

$$\Delta p = (1/50 \text{ Pa}) \sin \pi [(0/900 \text{ m}^{-1})x - (3/5 \text{ s}^{-1})t]$$

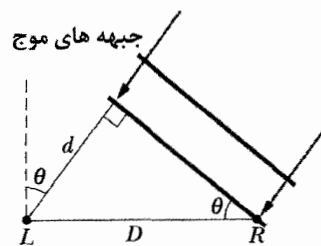
مطلوب است (الف) دامنه فشار، (ب) بسامد، (پ) طول موج و (ت) تندی موج.

۱۱۰- اگر شکل یک موج صوتی که در هوا حرکت می‌کند به صورت زیر باشد

$$s(x, t) = (6/0 \text{ nm}) \cos[kx + (3000 \text{ rad/s})t + \phi]$$

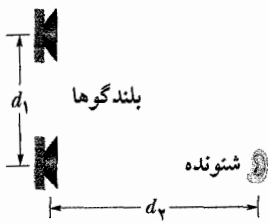
چه مدت طول می‌کشد تا اینکه مولکول معینی از هوا مسیری در امتداد بین جابه‌جایی $s = +2/0 \text{ nm}$ و $s = -2/0 \text{ nm}$ را طی کند؟

۱۲۰- تومر در زیر آب. راهنمای به کار رفته توسط مغز برای تعیین جهت یک چشمه صوتی عبارت است از تأخیر زمانی Δt بین رسیدن صوت به گوش نزدیکتر به چشمه و رسیدن آن به گوش دورتر. فرض کنید که چشمه به اندازه‌ای دور است که وقتی جبهه موج به گوش می‌رسد، می‌توان آن را مسطح در نظر گرفت، فاصله گوش‌ها را D در نظر بگیرید. (الف) اگر چشمه با زاویه θ در مقابل قرار داشته باشد (شکل ۳۳-۳۱)، Δt بر حسب D و سرعت صوت V در هوا چقدر است؟ (ب) اگر در آب فرو روید و چشمه صوتی مستقیماً در طرف راست باشد، Δt بر حسب D و سرعت صوت در آب v_w چقدر است؟ (پ) بر اساس راهنمای تأخیر زمانی، مغز مشاهده می‌کند که صوت داخل آب با زاویه θ از جهت مقابل می‌رسد. θ را در مورد آب شیرین در 20° محاسبه کنید.



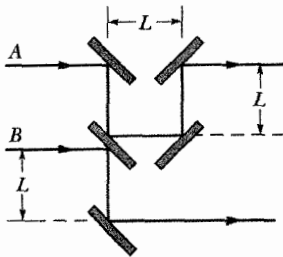
شکل ۳۳-۳۱ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- موجهای صوتی صدای دست زدن روی صفحه یک سالن نمایش از پله‌هایی به پهنای $w = 0/75 \text{ m}$ (شکل ۳۳-۳۲) پراکنده می‌شوند. صدا به صورت دسته‌ای تپ دوره‌ای، هر کدام از یک پله، به صفحه بر می‌گردند؛ اثر تپهای صوتی، مشابه نواختن یک نت است. (الف) فرض کنید که تمام پرتوها در شکل ۳۳-۳۲ افقی هستند، بسامدی که تپها با آن بر می‌گردند



شکل ۳۳-۳۰

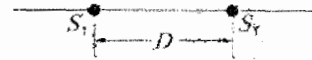
۲۰۰- در شکل ۳۳-۳۷، موجهای صوتی A و B هر دو با طول موج λ ، در ابتدا همفازند و همانطور که با دو پرتو نشان داده شده‌اند به سمت راست حرکت می‌کنند. موج A از چهار سطح بازتابیده می‌شود و سرانجام در همان جهت اولیه‌اش حرکت می‌کند. موج B پس از بازتاب از دو سطح در همان جهت حرکت می‌کند. فرض کنید فاصله L در شکل به صورت مضرب q از λ بیان شود: $L = q\lambda$. (الف) کوچکترین و (ب) دومین کوچکترین مقدار q باید چقدر باشد تا A و B پس از بازتاب کاملاً ناهمفاز باشند؟



شکل ۳۳-۳۷ مسئله ۲۰۰

۲۱۰۰- دو بلندگو به فاصله $3/35\text{m}$ از یکدیگر در صحنه‌ای در فضای آزاد واقع‌اند. شنونده‌ای به فاصله $18/3\text{m}$ از یکی و $19/5\text{m}$ از دیگری قرار دارد. در حین امتحان کردن صدا، یک مولد سیگنال دو بلندگو را به طور همفاز با دامنه و بسامد یکسان به کار می‌اندازد. بسامد انتقال یافته در محدوده شنوایی (20Hz تا 20kHz) تغییر می‌کند. (الف) پایبترین بسامد $f_{\min,1}$ که سیگنال کمینه را (تداخل ویرانگر) در محل شنونده به دست می‌دهد، چقدر است؟ $f_{\min,1}$ را باید در چه عددی ضرب کرد تا (ب) دومین پایبترین بسامد $f_{\min,2}$ که سیگنال کمینه را به دست می‌دهد و (پ) سومین پایبترین بسامد $f_{\min,3}$ که سیگنال کمینه را به دست می‌دهد حاصل شود؟ (ت) پایبترین بسامد $f_{\max,1}$ که سیگنال بیشینه (تداخل سازنده) را در محل شنونده به دست می‌دهد، چقدر است؟ $f_{\max,1}$ را باید در چه عددی ضرب کرد تا (ث) دومین پایین‌ترین بسامد $f_{\max,2}$ که سیگنال بیشینه را به دست می‌دهد، و (ج) سومین پایبترین بسامد $f_{\max,3}$ که سیگنال بیشینه را به دست می‌دهد، حاصل شود؟ ILW

۱۷۰۰- شکل ۳۳-۳۴ دو چشمه صوتی نقطه‌ای و همسانگرد S_1 و S_2 را نشان می‌دهد. چشمه‌ها موجهایی با طول موج $0/50\text{m}$ به طور همفاز گسیل می‌کنند؛ فاصله چشمه‌ها $D = 1/75\text{m}$ است. اگر یک آشکار ساز صوتی را روی دایره بزرگی که مرکز آن در وسط دو چشمه قرار دارد حرکت دهیم، در چند نقطه موجها (الف) دقیقاً همفاز و (ب) دقیقاً ناهمفاز به آشکار ساز می‌رسند؟



شکل ۳۳-۳۴ مسئله ۱۷۰۰

۱۸۰۰- در شکل ۳۳-۳۵، صوتی با طول موج $40/0\text{cm}$ از چشمه‌ای به سمت راست لوله‌ای که شامل یک قسمت مستقیم و یک نیم‌دایره است حرکت می‌کند. قسمتی از موج صوتی پس از عبور از قسمت نیم‌دایره به بقیه موج که مستقیماً از قسمت مستقیم می‌گذرد، می‌پیوندد. این بهم پیوستن منجر به تداخل می‌شود. کوچکترین شعاع r که باعث ایجاد کمینه شدت در آشکار ساز می‌شود، چقدر است؟



شکل ۳۳-۳۵ مسئله ۱۸۰۰

۱۹۰۰- در شکل ۳۳-۳۶، دو بلندگو که در فاصله $d_1 = 2/00\text{m}$ از یکدیگر قرار دارند، همفازند. فرض کنید که دامنه‌های موجهای صوتی حاصل از بلندگوها در مکان شنونده‌ای که در فاصله $d_2 = 3/75\text{m}$ به طور مستقیم در جلوی یکی از بلندگوها قرار دارد تقریباً یکسان است. گستره شنوایی، 20Hz تا 20kHz ، را برای یک شنوایی معمولی در نظر بگیرید. (الف) پایبترین بسامد $f_{\min,1}$ که سیگنال کمینه (تداخل ویرانگر) در گوش شنونده ایجاد می‌کند چقدر است؟ $f_{\min,1}$ باید در چه عددی ضرب شود تا (ب) دومین پایبترین بسامد $f_{\min,2}$ که سیگنال کمینه را به دست می‌دهد و (پ) سومین پایبترین بسامد $f_{\min,3}$ که سیگنال کمینه را به دست می‌دهد، حاصل شود؟ (ت) پایبترین بسامد $f_{\max,1}$ که سیگنال بیشینه (تداخل سازنده) را در گوش شنونده ایجاد می‌کند چقدر است؟ $f_{\max,1}$ باید در چه عددی ضرب شود تا (ث) دومین پایبترین بسامد $f_{\max,2}$ که سیگنال بیشینه را به دست دهد و (ج) سومین پایبترین بسامد $f_{\max,3}$ که سیگنال بیشینه را به دست می‌دهد، حاصل شود؟ SSM

۲۷•- شدت یک موج صوتی با بسامد 300 Hz برابر $1/00\text{ }\mu\text{W/m}^2$ است. دامنه نوسانهای هوا که به وسیله این موج ایجاد شده‌اند، چقدر است؟

۲۸•- یک چشمه موج صوتی دارای توان $1/00\text{ }\mu\text{W}$ است. اگر چشمه نقطه‌ای باشد (الف) در فاصله $3/00\text{ m}$ از چشمه شدت چقدر است؟ (ب) در همین فاصله تراز صوتی بر حسب دسی‌بل چقدر است؟

۲۹•- تراز صوتی یک چشمه صوتی معین تا 30 dB افزایش می‌یابد. با چه ضریبی (الف) شدت آن و (ب) دامنه فشار آن افزایش می‌یابد؟ SSM WWW

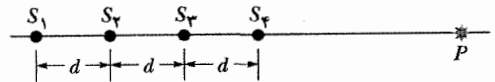
۳۰•- فرض کنید تراز صوتی صحبت دوفنر در ابتدا برابر 70 dB است و پس از آن به تراز آرامتر 50 dB کاهش می‌یابد. اگر بسامد صوت برابر 500 Hz باشد، مطلوب است تعیین شدت (الف) اولیه و (ب) نهایی و دامنه موج صوتی (پ) اولیه و (ت) نهایی.

۳۱•- نوعی قورباغه آمریکایی به خاطر صدای بلندی که با آن جفت خود را می‌خواند مشهور است. صدا نه از دهان قورباغه بلکه به وسیله پرده گوشه‌هایی که روی سرش قرار دارد، گسیل می‌شود. اگر صدای گسیل شده دارای بسامد 260 Hz و تراز صوتی 85 dB (نزدیک گوش) باشد، دامنه نوسان پرده گوش چقدر است؟ چگالی هوا $1/21\text{ kg/m}^3$ است.

۳۲•- تقریباً یک سوم مردم، با شنوایی معمولی دارای گوشه‌هایی هستند که به طور پیوسته صدایی با شدت پایین را از مجرای گوش گسیل می‌کنند. فردی با چنین گسیل خود به خودی و پیوسته صوت بندرت این صدا می‌شنود و از آن مطلع است مگر در یک محیط که در آن هیچ صدایی نباشد، اما گاهی این گسیل به قدر کافی بلند است و افراد نزدیک به او آن را می‌شنوند. در یکی از این مشاهدات، موج صوتی دارای بسامد 1665 Hz و دامنه فشار $1/13 \times 10^{-3}\text{ Pa}$ است. (الف) جابه‌جایی دامنه و (ب) شدت موج گسیل شده توسط گوش، چقدر است؟

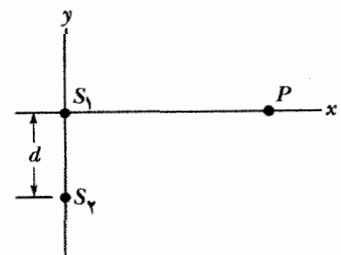
۳۳- وقتی بند انگشت خود را به صدا در می‌آورید به طور ناگهانی حفره بند انگشت را گشاد می‌کنید و حجم مایع مفصلی درون آن زیاد شده باعث می‌شود تا ناگهان حبابی در مایع پدید آید. ایجاد ناگهانی حباب را "حفره‌سازی" می‌نامند که تپی صوتی به وجود می‌آورد، صدای شکستن. فرض کنید که صدا به طور یکنواخت در تمام جهتها منتقل می‌شود و کاملاً از داخل بند به سمت خارج عبور می‌کند. اگر تپ دارای تراز صوتی 62 dB در گوش شما باشد تخمین بزنید که این حفره‌سازی با چه آهنگی انرژی ایجاد می‌کند؟

۲۲۰۰- شکل ۳۳-۳۸ چهار چشمه صوتی نقطه‌ای و همسانگرد را نشان می‌دهد که در فاصله‌های یکسان روی محور x قرار دارند. چشمه‌ها صوتی هم‌فاز با طول موج یکسان λ و دامنه یکسان S_m گسیل می‌کنند. نقطه P روی محور x نشان داده شده است. فرض کنید موجهای صوتی به سمت نقطه P حرکت می‌کنند و کاهش دامنه آنها قابل چشم‌پوشی است. اگر فاصله d در شکل برابر (الف) $\lambda/4$ ، (ب) $\lambda/2$ و (پ) λ باشد، دامنه موج خالص در نقطه P چه مضربی از S_m خواهد بود؟



شکل ۳۸-۳۳ مسئله ۲۲

۲۳۰۰- شکل ۳۳-۳۹ دو چشمه نقطه‌ای S_1 و S_2 را نشان می‌دهد که صوتی را با طول موج $\lambda = 2/00\text{ m}$ گسیل می‌کنند. گسیلها همسانگرد و هم‌فازند و فاصله بین دو چشمه برابر $d = 16/0\text{ m}$ است. در هر نقطه‌ای مانند P روی محور x ، موج از S_1 و موج از S_2 تداخل می‌کنند. وقتی P خیلی دور است ($x \approx \infty$) مطلوب است (الف) اختلاف فاز بین موجهایی که از S_1 و S_2 به P می‌رسند و (ب) نوع تداخلی که آنها ایجاد می‌کنند. حال نقطه P را در امتداد محور x به طرف S_1 حرکت می‌دهیم. (پ) آیا اختلاف فاز بین موجها افزایش می‌یابد یا کاهش؟ (ت) در چه فاصله x موجها دارای اختلاف فاز (ث) $0/50\pi$ ، (ج) $1/00\pi$ و (چ) $1/50\pi$ هستند؟



شکل ۳۹-۳۳ مسئله ۲۳

بخش ۳۳-۶ شدت صوت و تراز صوتی

۲۴•- یک چشمه نقطه‌ای $1/0\text{ W}$ به طور همسانگرد موجهای صوتی گسیل می‌کند. با فرض اینکه انرژی موجها پایسته است، شدت در فاصله (الف) $1/0\text{ m}$ از چشمه و (ب) $2/5\text{ m}$ از چشمه چقدر است؟

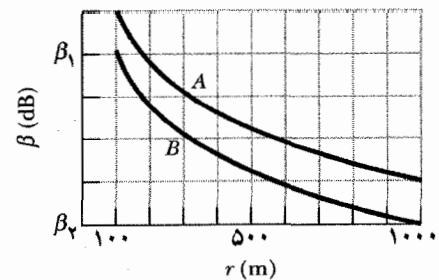
۲۵•- چشمه‌ای موجهای صوتی را به طور همسانگرد گسیل می‌کند. شدت موجها در فاصله $2/50\text{ m}$ از چشمه $1/9 \times 10^{-4}\text{ W/m}^2$ است. با فرض اینکه انرژی موجها پایسته است، توان چشمه چقدر است؟ SSM

۲۶•- اختلاف تراز دو صوت $1/00\text{ dB}$ است. نسبت شدت بیشتر به شدت کمتر چقدر است؟

۳۴۰۰- وقتی جمعیتی در جایی افزایش می‌یابد، برای اینکه شنونده حرف شما را بشنود باید بلندتر صحبت کنید تا بر نوفه زمینه افراد دیگر غلبه کنید. ولی وقتی به سطح فریاد برسید تنها راه برای اینکه صدای شما شنیده شود این است که به شنونده نزدیک شوید و وارد «فضای شخصی» او شوید. به جای خود یک چشمه همسانگرد نقطه‌ای با توان ثابت P و به جای شنونده خود نقطه‌ای قرار دهید که بخشی از موج‌های صوتی شما را جذب می‌کند. در ابتدا فاصله این دو نقطه را $r = 1/20\text{m}$ در نظر بگیرید. اگر نوفه زمینه به اندازه $\Delta\beta = 5\text{dB}$ افزایش یابد، تراز صوتی در شنونده شما نیز باید افزایش یابد. در این موقع چه فاصله r_f مورد نیاز است؟

۳۵۰۰- یک چشمه نقطه‌ای به طور همسانگرد صوتی با توان 300W گسیل می‌کند. یک میکروفون کوچک با مساحت مقطع مؤثر 0.75cm^2 در فاصله 20m از چشمه قرار دارد. مطلوب است (الف) شدت صوت در آنجا و (ب) توان دریافت شده به وسیله میکروفون.

۳۶۰۰- دو چشمه صوتی جوی A و B با توان ثابت، صوتی را به طور همسانگرد گسیل می‌کنند. ترازهای صوتی β که آنها گسیل می‌کنند در شکل ۳۳-۴۰ برحسب فاصله شعاعی r از چشمه‌ها رسم شده است. مقیاس محور عمودی با $\beta_1 = 85/0\text{dB}$ و $\beta_2 = 65/0\text{dB}$ مشخص شده است. (الف) تفاوت بین ترازهای صوتی آنها در $r = 10\text{m}$ و (ب) نسبت توان بیشتر به توان کمتر چقدر است؟



شکل ۳۳-۴۰ مسئله ۳۶

۳۷۰۰۰- یک چشمه صوتی یک موج صوتی سینوسی را با بسامد زاویه‌ای 3000rad/s و دامنه 120nm در لوله‌ای می‌فرستد. شعاع داخلی لوله 200cm است. (الف) آهنگ متوسطی که انرژی (مجموع انرژیهای جنبشی و پتانسیل) با آن به انتهای دیگر لوله منتقل می‌شود چقدر است؟ (ب) اگر، به طور همزمان، موج مشابهی در طول لوله مشابهی مجاور با آن حرکت کند، آهنگ متوسط کلی که انرژی موجها با آن به انتهای دیگر لوله‌ها منتقل می‌شود چقدر است؟ اگر این دو موج به طور همزمان در یک لوله ارسال شوند، آهنگ متوسط کل که آنها

بخش ۳۳-۷ چشمه‌های صوتی موسیقایی

۳۸۰- زائده روی مجسمه نوعی دایناسور شامل یک استخوان بینی دراز خمیده مشابه لوله‌ای با دو انتهای باز است. ممکن است که دایناسور از این استخوان برای تولید مد اصلی استفاده می‌کرده است. (الف) اگر مجرای بینی در فسیل این نوع دایناسور 20cm طول داشته باشد، بسامدی که ایجاد می‌کرده چقدر بوده است؟ (ب) اگر بتوان دایناسور را مجدداً به وجود آورد (مشابه فیلم پارک ژوراسیک) آیا شخصی با محدوده شنوایی 60Hz تا 20kHz قادر به شنیدن این مد اصلی خواهد بود و اگر چنین است، این صوت دارای بسامد زیاد است یا کم؟ فسیل نشان می‌دهد که مجرای بینی با بسامد کوچکتر متعلق دایناسور ماده است. (پ) آیا معلوم می‌شود که بسامد اصلی نوع ماده بیشتر از دایناسور نر است یا کمتر؟

۳۹۰- طول تار یک ویولن 150cm است که در دو انتها بسته شده و در مد $n=1$ خود نوسان می‌کند. تندی موجها در تار 250m/s و تندی صوت در هوا 348m/s است. (الف) بسامد و (ب) طول موج موج صوتی گسیل شده، چقدر است؟

۴۰۰- موجی صوتی در یک محیط شاره از مانعی باز می‌تابد به طوری که یک موج ایستاده تشکیل می‌شود. فاصله بین گره‌ها $3/8\text{cm}$ و تندی انتشار 1500m/s است. بسامد موج صوتی را پیدا کنید.

۴۱۰- در لوله A ، نسبت بسامد هماهنگ معینی به بسامد هماهنگ کمتر بعدی برابر $1/2$ است. در لوله B ، نسبت بسامد هماهنگ معینی به بسامد هماهنگ کمتر بعدی برابر $1/4$ است. چند انتهای باز در (الف) لوله A و (ب) لوله B وجود دارد؟

۴۲۰- لوله A ارگی، با دو سر باز، دارای بسامد اصلی 300Hz است. هماهنگ سوم لوله B ارگ، با یک انتهای باز، دارای بسامدی برابر با بسامد هماهنگ دوم لوله A است. طول (الف) لوله A و (ب) لوله B چقدر است؟

۴۳۰- (الف) اگر بسامد اصلی یک تار ویولن به جرم 800mg و طول 220cm برابر 920Hz باشد، تندی موجها را در آن پیدا کنید. (ب) کشش تار چقدر است؟ برای مد اصلی، طول موج (پ) موجهای تار و (ت) موجهای صوتی گسیل شده به وسیله تار، چقدر است؟ SSM ILW

۴۴۰- سطح آب در یک لوله شیشه‌ای قائم به طول 10m در هر نقطه می‌تواند تنظیم شود. یک دیاپازن که در 686Hz ارتعاش می‌کند درست بالای قسمت باز لوله نگهداشته می‌شود

ستون هوای داخل لوله در بسامد اصلی ستون هوا به نوسان در می‌آید. (الف) این بسامد و (ب) کشش در سیم را پیدا کنید. ۵۵

۴۹۰۰- در ته یک چاه آب با دیواره‌های قائم در $7/00\text{Hz}$ تشدید صورت می‌گیرد ولی در بسامدهای کمتر از آن تشدید ایجاد نمی‌شود. (هواي قسمت بالای چاه مشابه لوله‌ای است که یک انتهایش باز و انتهای دیگرش بسته است). چگالی هوا در چاه $1/10\text{kg/m}^3$ و مدول کپهای آن $1/33 \times 10^9\text{Pa}$ است. عمق چاه تا سطح آب چقدر است؟

۵۰۰۰- لوله A به طول $1/20\text{m}$ که دو انتهایش باز است با بسامد سومین هماهنگ خود نوسان می‌کند. لوله پر از هواست و تندی صوت در آن 343m/s است. لوله B که یک انتهایش بسته است، با بسامد دومین هماهنگ خود نوسان می‌کند. بسامد لوله B به طور اتفاقی با بسامد لوله A برابر است. محور x در طول لوله A قرار دارد و $x=0$ در یک انتهای آن واقع است. (الف) چند گره در امتداد این محور واقع‌اند؟ (ب) کمترین و (پ) دومین کمترین مقدار x واقع در آن گره‌ها چقدرند؟ ۵۵

(ت) بسامد اصلی B چقدر است؟

۵۱۰- سیم A ویولنی اندکی سفت کشیده شده است. وقتی سیم با دیاپازونی به صدا در آید که به طور دقیق 440Hz نوسان می‌کند، زنش با $4/00$ بر ثانیه شنیده می‌شود. دوره نوسان سیم ویولن چقدر است؟

بخش ۳۳-۸ زنش

۵۲۰- دیاپازونی با بسامد نامعلوم با یک دیاپازن استاندارد با بسامد 384Hz سه زنش در ثانیه به وجود می‌آورد. اگر بر یک شاخه دیاپازن اولی تکه موم کوچکی چسبانده شود، بسامد زنش کاهش می‌یابد. بسامد این دیاپازن چقدر است؟

۵۳۰۰- هرگاه دو سیم مشابه پیانو تحت کشش باشند بسامد اصلی آنها 600Hz است. هنگامی که هر دو سیم به طور همزمان نوسان کنند، چه کسری از افزایش در کشش یک سیم ۶ زنش در ثانیه به وجود می‌آورد؟ SSM

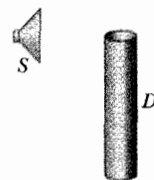
۵۴۰۰- پنج دیاپازن مشابه که در بسامدهای نزدیک به هم ولی متفاوت نوسان می‌کنند در دست است. با به صدا درآوردن دیاپازنها به صورت دو به دو (الف) بیشینه و (ب) کمینه تعداد بسامدهای زنش مختلفی که بسته به اختلاف بسامد می‌تواند ایجاد شود چند است؟

بخش ۳۳-۱۹ اثر دوپلر

۵۵۰- اتومبیل پلیس در امتداد جاده مستقیمی اتومبیلی را که با سرعت غیر مجاز در حرکت است تعقیب می‌کند؛ هر دو وسیله با تندی 160km/h در حرکت‌اند. آژیر پلیس صدایی را با بسامد 500Hz تولید می‌کند. جابه‌جایی دوپلری در بسامد که توسط اتومبیل خلافکار شنیده می‌شود چقدر است؟

تا در هوای قسمت بالای لوله موج ایستاده برقرار شود. (هواي قسمت بالای لوله مانند لوله‌ای عمل می‌کند که یک سر آن بسته و سر دیگر آن باز است). (الف) سطح آب در چند مکان متفاوت برای صوت حاصل از دیاپازن در قسمت پر از هوای لوله، که مانند لوله‌ای است که یک سر آن بسته (توسط آب) و انتهای دیگرش باز است تشدید ایجاد می‌کند؟ مطلوب است تعیین (الف) کمترین و (ب) دومین کمترین ارتفاع در لوله برای اینکه تشدید ایجاد شود.

۴۵۰- در شکل ۳۳-۴۱، S یک بلندگوی کوچک است که با یک نوسانگر صوتی با بسامد از 1000Hz تا 2000Hz کار می‌کند و D یک لوله استوانه‌ای به طول $45/7\text{cm}$ با دو انتهای باز است. تندی صوت در هوای داخل لوله 344m/s است. (الف) در چند بسامد صدای بلندگو در لوله تشدید ایجاد می‌کند؟ مطلوب است تعیین (الف) کمترین و (ب) دومین کمترین بسامدهایی که در آنها تشدید ایجاد می‌شود. SSM



شکل ۳۳-۴۱ مسئله ۴۵

۴۶۰۰- یکی از بسامدهای هماهنگ لوله A با دو انتهای باز برابر 325Hz است. بیشترین بسامد هماهنگ بعدی 390Hz است. کدام بسامد هماهنگ بیشترین بسامد بعدی پس از بسامد هماهنگ 195Hz است؟ (ب) عدد این بالاترین هماهنگ بعدی چند است؟ یکی از بسامدهای هماهنگ لوله B با فقط یک انتهای باز برابر 1080Hz است. بیشترین بسامد هماهنگ بعدی 1320Hz است. (پ) کدام بسامد هماهنگ بیشترین بسامد بعدی پس از بسامد هماهنگ 600Hz است؟ (ت) عدد این بالاترین هماهنگ بعدی چند است؟

۴۷۰۰- سیم ویلونی به طول $30/0\text{cm}$ و چگالی خطی $0/650\text{g/m}$ در نزدیکی بلندگوی قرار داده شده است که توسط یک نوسانگر صوتی با بسامد متغیر به صدا در می‌آید. معلوم شده است که وقتی بسامد نوسانگر در گستره $1500-500\text{Hz}$ تغییر کند سیم فقط در بسامدهای 880Hz و 1320Hz به نوسان در می‌آید. کشش در تار چقدر است؟ SSM

۴۸۰۰- یک انتهای لوله‌ای به طول $1/20\text{m}$ بسته است. سیم کشیده‌ای در نزدیکی انتهای باز قرار داده می‌شود. طول سیم $0/330\text{m}$ و جرم آن برابر با $9/6\text{g}$ است. سیم در دو انتها بسته شده و در مد اصلی خود نوسان می‌کند. به علت تشدید،

۶۲۰۰- آشکارساز ساکنی بسامد یک چشمه صوتی را اندازه‌گیری می‌کند که در ابتدا مستقیماً با سرعت ثابت به طرف آشکارساز حرکت می‌کند و سپس (پس از رد شدن از آشکارساز) مستقیماً با سرعت ثابت از آن دور می‌شود. بسامد گسیل شده f است. وقتی چشمه به آشکارساز نزدیک می‌شود بسامد برابر f_{app} و وقتی از آن دور می‌شود بسامد برابر f_{rec} است. اگر $(f_{app} - f_{rec})/f = 0.500$ باشد، نسبت v_s/v ، تندی چشمه به تندی صوت چقدر است؟

۶۳۰۰- خفاشی در یک غار با استفاده از علائم فراصوتی پرواز می‌کند. فرض کنید که بسامد صوت گسیل شده از خفاش 3900 Hz باشد. در یک حرکت سریع به طرف سطح یک دیوار صاف، خفاش با تندی 0.25 برابر تندی صوت در هوا حرکت می‌کند. خفاش موج صوتی بازتابیده از دیوار را با چه بسامدی دریافت می‌کند؟

۶۴۰۰- شکل ۳۳-۴۳ چهار لوله را با طولهای 1.0 m یا 2.0 m نشان می‌دهد که مطابق شکل یک یا دو انتهای هر یک از آنها باز است. هماهنگ سوم در هر یک از لوله‌ها برقرار می‌شود و قسمتی از صوت که از آنها خارج می‌شود به وسیله آشکارساز D که مستقیماً در حال دور شدن از لوله‌هاست، آشکار می‌شود. برحسب تند صوت v ، تندی آشکارساز باید چقدر باشد تا بسامدی که از (الف) لوله ۱ (ب) لوله ۲، (پ) لوله ۳ و (ت) لوله ۴ دریافت می‌کند برابر با بسامد اصلی لوله باشد؟



شکل ۳۳-۴۳ مسئله ۶۴

۶۵۰۰- شخصی در نزدیکی پنجره باز قطاری که با سرعت 10.0 m/s به طرف شرق حرکت می‌کند نشسته است. شخص دیگری در نزدیکی خط آهن ایستاده و دور شدن قطار را مشاهده می‌کند. لوکوموتیو سوت خود را با بسامد 500 Hz به صدا در می‌آورد. هوا آرام است. (الف) شخص بیرون چه بسامدی را می‌شنود؟ (ب) شخص درون قطار چه بسامدی را می‌شنود؟ (پ) اکنون شخص بیرون چه بسامدی را می‌شنود؟ (ت) شخصی درون قطار چه بسامدی را می‌شنود؟ SSM WWW

۶۶۰۰- دو قطار با سرعت 30.5 m/s نسبت به زمین به سوی یکدیگر حرکت می‌کنند. یکی از قطارها سوت خود را با بسامد 500 Hz به صدا در می‌آورد. (الف) در هوای آرام، صدای سوت با چه بسامدی در قطار دیگر شنیده می‌شود؟ (ب) اگر باد با 30.5 m/s به طرف سوت و در جهت دور شدن از

۵۶۰- آمبولانسی که در بسامد 1600 Hz آژیر می‌کشد از دوچرخه سواری با تندی 2.44 m/s سبقت می‌گیرد. پس از گذشتن آمبولانس، دوچرخه سوار بسامد 1590 Hz را می‌شنود. آمبولانس با چه سرعتی حرکت می‌کند؟

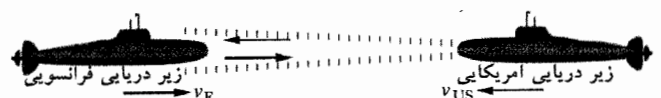
۵۷۰- سوتی با بسامد 540 Hz روی دایره‌ای به شعاع 60 cm با تندی زاویه‌ای 150 rad/s حرکت می‌کند. (الف) کمترین و (ب) بیشترین بسامدهایی که به وسیله شنونده‌ای در فاصله دور که نسبت به مرکز دایره در حال سکون قرار دارد شنیده می‌شود چقدر است؟ ILW

۵۸۰۰- یک آشکارساز در حال سکون موجهای صوتی با بسامد 0.150 MHz را به طرف کامیونی که با تندی 450 m/s نزدیک می‌شود می‌فرستد. بسامد موجهای بازتابیده به طرف آشکارساز چقدر است؟

۵۹۰۰- آژیر دزدگیر صوتی شامل چشمه‌ای است که موجهایی با بسامد 280 kHz گسیل می‌کند. بسامد زنش موجهای بازتابیده از شخصی که با تندی متوسط 950 m/s به طور مستقیم از آژیر دور می‌شود چقدر است؟ ILW

۶۰۰۰- چشمه صوتی A و سطح بازتاب دهنده B مستقیماً به طرف هم حرکت می‌کنند. نسبت به هوا، تندی A برابر $29/9\text{ m/s}$ ، تندی B برابر $65/8\text{ m/s}$ و تندی صوت برابر 329 m/s است. چشمه موجهایی گسیل می‌کند که بسامد دریافتی آنها در چارچوب چشمه برابر 1200 Hz است. در چارچوب بازتاب دهنده (الف) بسامد و (ب) طول موج موجهای صوتی دریافتی چقدرند؟ در چارچوب چشمه (پ) بسامد و (ت) طول موج موجهای صوتی بازتابیده به چشمه چقدرند؟

۶۱۰۰- در شکل ۳۳-۴۲ یک زیر دریایی فرانسوی و یک زیر دریایی آمریکایی در آب آرام در اقیانوس اطلس شمالی در ضمن یک رزمایش به طرف هم حرکت می‌کنند. تندی زیر دریایی فرانسوی $v_F = 500\text{ km/h}$ و تندی زیر دریایی آمریکایی $v_{US} = 700\text{ km/h}$ است. زیر دریایی فرانسوی یک سیگنال صوتی (موج صوتی در آب) با بسامد 1000 Hz می‌فرستد. تندی این موجها 5470 km/h است. (الف) بسامد سیگنالی که به وسیله زیر دریایی آمریکایی دریافت می‌شود، چقدر است؟ (ب) بسامد دریافت شده به وسیله زیر دریایی فرانسوی در بازتاب از زیر دریایی آمریکایی چقدر است؟ SSM



شکل ۳۳-۴۲ مسئله ۶۱

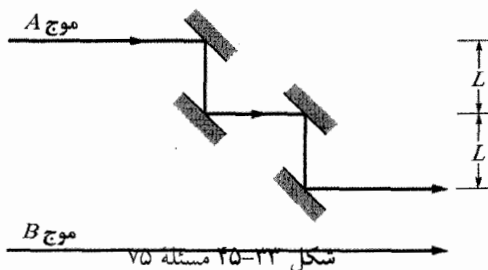
در طی دور شدن f'_{rec} است. اگر بسامدها با رابطه
 $(f'_{app} - f'_{rec})/f = 0.500$ به هم مربوط باشند، نسبت v_D/v ،
 تندی آشکارساز به تندی صوت، چقدر است؟

۷۳- دو موج صوتی با دامنه 12nm و طول موج 35cm داخل
 لوله درازی در یک جهت ولی با اختلاف فاز $\pi/3\text{rad}$
 حرکت می کنند. (الف) دامنه و (ب) طول موج موج صوتی
 خالص که از تداخل آنها حاصل می شود، چقدر است؟ حال اگر
 موجهای صوتی در لوله در جهت مخالف حرکت کنند، (ب)
 دامنه و (ت) طول موج موج خالص چقدر است؟

۷۴- یک موج صوتی سینوسی در هوا و در جهت مثبت محور
 x با تندی 343m/s حرکت می کند. در یک لحظه، وقتی
 مولکول B هوا ساکن است مولکول A هوا در بیشینه جابه جایی
 خود در جهت منفی محور x قرار دارد. فاصله بین این دو
 مولکول 15.0cm است و مولکولهای بین A و B در جابه جایی
 میانی در جهت منفی محور x واقع اند. (الف) بسامد موج صوتی
 چقدر است؟

در یک آرایه مشابه برای یک موج صوتی سینوسی دیگر،
 مولکول C هوا در بیشینه جابه جایی خود در جهت مثبت محور
 x است در حالی که مولکول D هوا در جابه جایی بیشینه خود
 در جهت منفی قرار دارد. فاصله بین مولکولها دوباره 15.0cm
 و مولکولهای بین C و D دارای جابه جایی میانی هستند. (ب)
 بسامد موج صوتی چقدر است؟

۷۵- در شکل ۳۳-۴۵، موجهای صوتی A و B هر دو با طول
 موج λ ، در ابتدا همفازند و همانطور که با دو پرتو نشان داده
 شده اند به سمت راست حرکت می کنند. موج A از چهار سطح
 بازتابیده می شود و سرانجام در همان جهت اولیه اش حرکت
 می کند. چه مضربی از طول موج λ برابر است با کوچکترین مقدار
 مسافت L در شکل تا A و B پس از بازتابها کاملاً ناهمفاز باشند؟



شکل ۳۳-۴۵ مسئله ۷۵

۷۶- یک نوازنده ترومپت روی واگن مسطح در حال حرکتی
 قرار دارد و نوازنده ترومپت دیگری کنار خط آهن ایستاده است
 و هر دو نت 440Hz را می نوازند. موجهای صوتی توسط ناظر
 ساکنی بین دو نوازنده با بسامد زنش ۴ زنش در ثانیه شنیده
 می شود. تندی واگن مسطح چقدر است؟

شنونده بوزد، چه بسامدی در قطار دیگر شنیده می شود؟ (پ)
 اگر جهت باد معکوس شود چه بسامدی شنیده می شود؟
 ۶۷۰۰۰- آژیری با بسامد 2000Hz و مأمور پدافند شهری هر
 دو نسبت به زمین ساکن هستند. مأمور چه بسامدی را می شود
 اگر بادی با تندی 12m/s (الف) از چشمه به مأمور و (ب) از
 مأمور به چشمه بوزد؟

بخش ۲۳-۱۰ تندیهای فراصوتی، موجهای ضربه ای

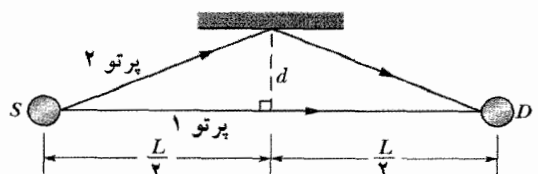
۶۸۰- موجهای ضربه ای که از کابین خلبان در شکل ۳۳-۲۴
 خارج می شوند دارای زاویه تقریباً 60° هستند. موقع
 عکسبرداری هواپیما با تندی 1350km/h در حرکت بوده
 است. تندی صوت در ارتفاع هواپیما تقریباً چقدر است؟

۶۹۰۰- یک هواپیما جت در ارتفاع 5000m با تندی $1/5$ ماخ
 از بالای سر شما عبور می کند. (الف) زاویه مخروط ماخ را به
 دست آورید. (ب) چه مدت پس از عبور هواپیما از بالای سر
 شما موج ضربه ای به شما می رسد؟ تندی صوت را 331m/s
 در نظر بگیرید. SSM

۷۰۰۰- هواپیمایی با $1/5$ برابر تندی صوت پرواز می کند. 10
 دقیقه پس از عبور هواپیما درست از بالای سر شخص روی
 زمین، دیوار صوتی به او می رسد. ارتفاع هواپیما چقدر است؟
 فرض کنید تندی صوت برابر 330m/s باشد.

مسئله های اضافی

۷۱- در شکل ۳۳-۴۴، چشمه نقطه ای S صوتی با طول موج
 0.850m را به طور همسانگرد گسیل می کند. پرتو صوتی ۱ به
 طور مستقیم به طرف آشکارساز D در فاصله $L=10.0\text{m}$
 انتشار می یابد. پرتو صوتی ۲ با بازتاب (عملاً "برگشتن") از یک
 سطح مسطح به طرف D انتشار می یابد. بازتاب روی عمود و
 منصف خط SD در فاصله d از خط، رخ می دهد. فرض کنید که
 بازتاب، موج صوتی را به مقدار 0.500λ انتقال می دهد. برای
 حداقل چه مقداری از d (به غیر از صفر) صوت مستقیم و
 صوت بازتابیده (الف) کاملاً ناهمفاز و (ب) کاملاً همفاز به D
 می رسند؟



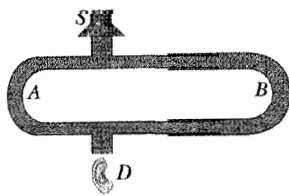
شکل ۳۳-۴۴ مسئله ۷۱

۷۲- آشکارسازی در ابتدا با سرعت ثابتی به طور مستقیم به
 طرف چشمه صوتی ساکنی حرکت می کند و سپس (پس از
 عبور از آن) به طور مستقیم از آن دور می شود. بسامد گسیل
 شده f است. در حین نزدیک شدن بسامد آشکار شده f'_{app} و

۸۵- (الف) اگر دو موج صوتی، یکی در هوا و دیگری در آب (شیرین) دارای شدت یکسان باشند، نسبت دامنه فشار موج در آب به دامنه فشار موج در هوا چقدر است؟ فرض کنید که هوا و آب در دمای 20°C هستند. (جدول ۳۰-۱ را ببینید) (ب) اگر بجای این حالت، دامنه‌های فشار یکسان باشند، نسبت شدت موجها چقدر است؟ SSM

۸۶- نسبتهای (بزرگتر به کوچکتر) (الف) شدت، (ب) دامنه فشار و (پ) دامنه جابه‌جایی ذره برای دو صوتی را که تراز صوتی آنها به مقدار 37 dB متفاوت است پیدا کنید.

۸۷- شکل ۳۳-۴۶ یک تداخل‌سنج صوتی را نشان می‌دهد که از هوا پر شده است و برای نشان دادن تداخل موجهای صوتی به کار می‌رود. چشمه صوتی S یک پرده نوسانی است؛ D آشکارساز صوتی، مثل گوش یا میکروفون است. طول مسیر SBD قابل تغییر است، اما مسیر SAD ثابت است. در D ، موجهایی که در امتداد مسیر SBD می‌آیند با موجهایی که در امتداد مسیر SAD می‌آیند تداخل می‌کنند. در یک آزمایش، شدت صوت در D دارای کمینه مقدار 100 واحد در مکانی از بازوی قابل حرکت است و وقتی بازو به اندازه $1/65\text{ cm}$ جابه‌جا شود به طور پیوسته به بیشینه مقدار 900 واحد افزایش می‌یابد. (الف) بسامد صوتی که به وسیله چشمه گسیل می‌شود چقدر است؟ (ب) نسبت دامنه موج SAD به دامنه موج SBD در D چقدر است؟ (پ) با در نظر گرفتن اینکه این موجها از یک چشمه گسیل می‌شوند، چطور ممکن است که این موجها دارای دامنه متفاوت باشند؟



شکل ۳۳-۴۶ مسئله ۸۷

۸۸- گلوله‌ای با تندی 685 m/s شلیک می‌شود. زاویه‌ای را که مخروط ضربه با خط حرکت گلوله می‌سازد به دست آورید.

۸۹- نهنگ (شکل ۳۳-۴۷) به وسیله ایجاد یک ردیف صدای تق تق حرف می‌زند. در واقع، نهنگ فقط یک صدا نزدیک جلوی سرش برای شروع این ردیف صدا تولید می‌کند. پس از آن قسمتی از این صدا از سر او وارد آب می‌شود تا اولین تق این ردیف صدا باشد. بقیه صدا به عقب می‌رود و از میان کیسه روغن سر نهنگ (جسمی از پیه) به یک کیسه در عقب (لایه‌ای از هوا) می‌رود و از آن بازتاب می‌کند و سپس از میان کیسه روغن سر نهنگ به طرف جلو حرکت می‌کند. وقتی به کیسه جلویی سر (لایه دیگری از هوا) می‌رسد قسمتی از صدا به داخل آب می‌رود و دومین تق را تشکیل می‌دهد و بقیه

۷۷- آثیری که صوتی با بسامد 1000 Hz گسیل می‌کند با تندی 10 m/s به طرف صخره‌ای از شما دور می‌شود. تندی صوت در هوا را برابر 330 m/s در نظر بگیرید. (الف) بسامد صوتی که مستقیماً از آثر می‌شنوید چقدر است؟ (ب) بسامد صوتی که پس از بازتاب از صخره می‌شنوید چقدر است؟ (پ) بسامد زنش بین این دو صوت چقدر است؟ آیا قابل احساس است؟ (باید کمتر از 20 Hz باشد تا احساس شود). SSM

۷۸- یک چشمه صوتی در امتداد محور x و بین دو آشکارساز A و B حرکت می‌کند. طول موجی صوتی که در A آشکار می‌شود 0.500 برابر طول موج صوت آشکار شده در B است.

نسبت v_s/v ، تندی چشمه به تندی صوت چقدر است؟

۷۹- بلندگویی صوتی با بسامد 2000 Hz و شدت 0.96 mW/m^2 را در فاصله $6/10\text{ m}$ به طور همسانگرد گسیل می‌کند. فرض کنید که بازتابی وجود ندارد. (الف) در $30/0\text{ m}$ شدت چقدر است؟ (ب) جابه‌جایی دامنه و (پ) دامنه فشار صوت چقدر است؟

۸۰- در نقطه معینی، دو موج تغییر فشاری ایجاد می‌کنند که با رابطه‌های $\Delta p_1 = \Delta p_m \sin(\omega t - \phi)$ و $\Delta p_2 = \Delta p_m \sin \omega t$ داده می‌شوند. در این نقطه، اگر ϕ برابر با (الف) 0 ، (ب) $\pi/2$ ، (پ) $\pi/3$ و (ت) $\pi/4$ باشد، نسبت $\Delta p_1/\Delta p_m$ که در آن Δp_r دامنه فشار موج برابند است، چقدر است؟

۸۱- در فاصله 10 m از چشمه نقطه‌ای همسانگرد صوت، شدت برابر 0.0080 W/m^2 است. (الف) توان چشمه چقدر است؟ (ب) در فاصله $5/0\text{ m}$ از چشمه شدت صوت چقدر است؟ (پ) در فاصله 10 m از چشمه تراز صوتی چقدر است؟ SSM

۸۲- چگالی متوسط پوسته زمین تا 10 km پایینتر از سطح زمین برابر $2/7\text{ g/cm}^3$ است. تندی موجهای طولی زلزله‌ای در آن عمق به وسیله محاسبه زمان رسیدن از زلزله‌های دور برابر $5/4\text{ km/s}$ است. با استفاده از این اطلاعات مدول کپهای پوسته زمین در آن عمق را به دست آورید. برای مقایسه، مدول کپهای فولاد تقریباً برابر $16 \times 10^{10}\text{ Pa}$ است.

۸۳- دو دیپازن مشابه می‌توانند در 440 Hz نوسان کنند. شخصی در مکانی بین خط واصل آنها قرار دارد. وقتی (الف) شخص ساکن و دیپازنها در یک جهت با تندی $3/00\text{ m/s}$ حرکت کنند و (ب) دیپازنها ساکن و شخص در امتداد خط با تندی $3/00\text{ m/s}$ حرکت کند، بسامد زنش که به وسیله او اندازه‌گیری می‌شود چقدر است؟

۸۴- شما می‌توانید فاصله خود را از یک آذرخش با شمارش ثانیه‌ها بین مشاهده برق زدن و شنیدن صدای رعد، حساب کنید. تعداد ثانیه‌ها را باید بر چه عدد صحیحی تقسیم کرد تا فاصله برحسب کیلومتر به دست آید؟

۹۳- لوله‌ای به طول 0.60 m که یک انتهایش بسته است با گاز نامعلومی پر شده است. سومین کمترین بسامد هماهنگ برای لوله برابر 750 Hz است. (الف) تندی صوت در این گاز چقدر است؟ (ب) وقتی لوله پراز گاز است بسامد اصلی آن چقدر است؟

۹۴- چهار موج صوتی در یک لوله و در یک جهت فرستاده می‌شوند:

$$s_1(x, t) = (9.00\text{ nm}) \cos(2\pi x - 700\pi t)$$

$$s_2(x, t) = (9.00\text{ nm}) \cos(2\pi x - 700\pi t + 0.7\pi)$$

$$s_3(x, t) = (9.00\text{ nm}) \cos(2\pi x - 700\pi t + \pi)$$

$$s_4(x, t) = (9.00\text{ nm}) \cos(2\pi x - 700\pi t + 1.7\pi)$$

دامنه موج برآیند چقدر است؟ (ر/نمائی: برای ساده سازی مسئله از نمودار فازنما استفاده کنید.)

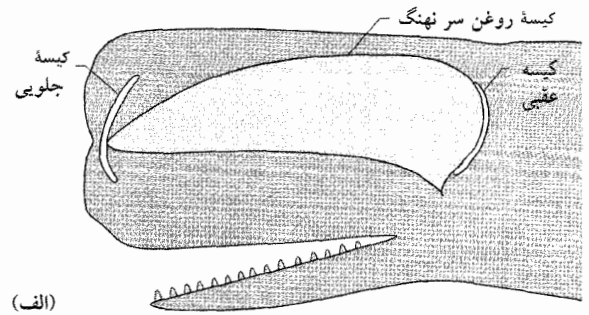
۹۵- خط مستقیم AB دو چشمه نقطه‌ای به فاصله 5.00 m از هم را که موجهای صوتی 300 Hz با دامنه یکسان و کاملاً ناهمفاز گسیل می‌کنند به هم متصل می‌کند (الف) کوتاهترین فاصله بین نقطه وسط AB و نقطه‌ای روی AB که تداخلش با موجها موجب نوسانهای بیشینه هوا می‌شود، چقدر است؟ (ب) دومین و (پ) سومین کوتاهترین فاصله چقدر است؟

۹۶- یک چشمه نقطه‌ای که روی محور x ساکن است یک موج صوتی سینوسی را با بسامد 686 Hz و تندی 343 m/s گسیل می‌کند. موج به صورت شعاعی به دور از چشمه حرکت می‌کند و موجب می‌شود که مولکولهای هوا به عقب و جلو به صورت شعاعی نوسان کنند. فرض کنید جبهه موج را به صورت خطی در نظر بگیریم که نقطه‌هایی را که مولکولهای هوا در آنجا بیشینه جابه‌جایی شعاعی به طرف بیرون را دارند به هم وصل می‌کنند، در هر لحظه معین، جبهه‌های موج دایره‌های هم مرکزی هستند که مرکز آنها روی چشمه واقع است. (الف) در امتداد x فاصله بین دو جبهه موج مجاور هم چقدر است؟ سپس، چشمه با تندی 110 m/s در امتداد محور x حرکت می‌کند. در امتداد x ، فاصله بین جبهه‌های موج در (ب) جلو و (پ) پشت چشمه چقدر است؟

۹۷- شما در فاصله D از یک چشمه نقطه‌ای همسانگرد صوتی قرار دارید. 50 m به طرف چشمه حرکت می‌کنید در می‌یابید که شدت صوت دو برابر شده است. فاصله D را حساب کنید.

۹۸- در دهم جولای ۱۹۹۶ یک قطعه گرانیات از دیواره دره یوزمیت^۱ جدا شد و شروع به لغزیدن به پایین دیواره کرد و شبیه پرتابه به حرکت در آمد. موجهای لرزه‌ای ایجاد شده از برخورد این قطعه با زمین لرزه‌نگارهایی را در فاصله 200 کیلومتری به کار انداختند. اندازه‌گیریهای بعدی نشان داد که

به طرف عقب بر می‌گردد و از میان کیسه روغن سر نهنگ عبور می‌کند (و به تقهای بعدی می‌انجامد).



(ب)

شکل ۳۳-۴۷ مسئله ۸۹

شکل ۳۳-۴۷ ب نمودار ثبت شده یک ردیف از تق تقها را که توسط یک میکروفون در زیر آب آشکار شده، نشان می‌دهد. یکای بازه زمانی $1/10\text{ ms}$ روی نمودار نشان داده شده است. فرض کنید که تندی صدا در کیسه روغن سر نهنگ برابر 1372 m/s باشد، طول کیسه روغن سر نهنگ را به دست آورید. از چنین محاسبه‌ای، دانشمندان علوم دریایی طول نهنگ را از ردیف تق تق آن، تخمین می‌زنند.

۹۰- یک موج طولی سینوسی پیوسته به داخل فتر بسیار درازی که یک سر آن به چشمه‌ای نوسانی متصل است فرستاده می‌شود. موج در جهت منفی محور x حرکت می‌کند؛ بسامد چشمه 25 Hz است؛ در هر لحظه فاصله بین نقطه‌های پی پی که دارای بیشینه انبساط هستند برابر 24 cm است؛ جابه‌جایی طولی بیشینه ذره‌ای از فتر برابر 0.30 cm است؛ و ذره در زمان $t=0$ $x=0$ بوده و جابه‌جایی آن برابر صفر است. اگر موج را به صورت $s(x, t) = s_m \cos(kx \pm \omega t)$ بنویسیم (الف) s_m ، (ب) k ، (پ) ω ، (ت) تندی موج و (ث) انتخاب علامت صحیح برای ω چیست؟

۹۱- فرض کنید که یک شیپور 100 Hz چشمه‌ای نقطه‌ای و همسانگرد باشد که در فاصله 10 km صدای آن به سختی شنیده می‌شود. در چه فاصله‌ای صدای آن آزاردهنده خواهد شد؟

۹۲- تندی صوت در یک فلز معین برابر v_m است. یک انتهای لوله درازی از این فلز به طول L باز است و از آن ضربه شدیدی وارد می‌شود. شنونده‌ای در انتهای دیگر دو صدا را می‌شنود، یکی موجی که از طریق دیواره فلزی لوله حرکت می‌کند و دیگری موجی که از طریق هوای داخل لوله حرکت می‌کند. (الف) اگر v تندی صوت در هوا باشد، بازه زمانی t بین دریافت دو صدا توسط گوش شنونده چقدر است؟ (ب) اگر $t = 1/10\text{ s}$ و فلز فولاد باشد، طول L چقدر است؟

بدن انسان مورد استفاده قرار گیرد. افزون بر این، با فراصوت می‌توان تندی جریان خون در بدن را اندازه‌گیری کرد؛ این عمل با مقایسهٔ بسامد فراصوت فرستاده شده به بدن با بسامد فراصوت بازتاب یافته توسط خون به سطح بدن انجام می‌گیرد. در حین تپهای خون این بسامد آشکار شده تغییر می‌کند.

فرض کنید که تصویر فراصوتی (شکل ۳۳-۴۹) از بازوی بیماری سرخرگی را نشان می‌دهد که با امتداد حرکت فراصوت زاویهٔ $\theta = 20^\circ$ می‌سازد. همچنین فرض کنید که بسامد فراصوتی بازتابیده از خون داخل شاهرگ به اندازهٔ بیشینه مقدار 5495 Hz نسبت به بسامد اصلی فراصوت یعنی 5000000 MHz افزایش یافته است. (الف) در شکل ۳۳-۴۹ جهت حرکت خون به طرف راست است یا به طرف چپ؟ (ب) تندی صوت در بازوی انسان 1540 m/s است. تندی بیشینهٔ خون چقدر است؟ (ر/هنمایی: مؤلفه سرعت خون در امتداد جهت حرکت فراصوت، موجب اثر دوپلر می‌شود). (پ) اگر زاویهٔ θ بزرگتر شود، بسامد بازتاب بیشتر می‌شود یا کمتر؟ SSM

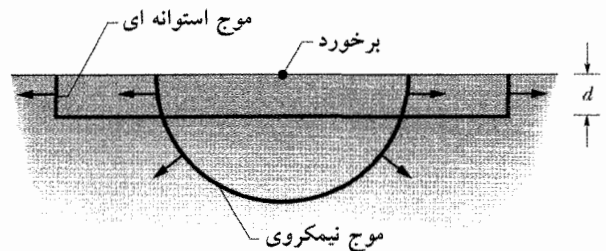


شکل ۳۳-۴۹ مسئله ۱۰۱

۱۰۲- لولهٔ A فقط یک انتهای باز دارد ولی لولهٔ B با طول چهار برابر طول A دو انتهایش باز است. از ۱۰ تا کمترین عددهای هماهنگ لولهٔ B کدامیک (الف) کمترین، (ب) دومین کمترین و (پ) سومین کمترین مقداری است که در آن بسامد هماهنگ B با یکی از بسامدهای هماهنگ A یکسان است؟

۱۰۳- آبشار/کوستیکی. تلاطم آب آبشار موجب می‌شود تا ناحیهٔ وسیعی از اطراف آن در گستره‌ای وسیع با بسامد کم به نوسان درآید. اگر آب به طور آزاد سقوط کند (به جای اینکه در حین سقوط با صخره‌ها برخورد کند)، در بسامد معین f_m ، نوسان با بزرگترین دامنه انجام می‌شود. این واقعیت بیانگر وجود تشدید آکوستیکی بوده و f_m بسامد اصلی است. جدول زیر مقدارهای اندازه‌گیری شده برای f_m و طول L سقوط آزاد آب را برای نه آبشار در آمریکا و کانادا به دست می‌دهد. مشخص کنید که چگونه با این داده‌ها می‌توان نموداری رسم کرد و تندی صوت را در آب آبشار به دست آورد. اگر تشدید آبشار مشابه تشدید در لوله‌ای باشد که (الف) دو سر آن باز است و (ب) فقط یک سر آن باز است، تندی صوت را از روی نمودار حساب کنید. تندی صوت در آب متلاطم پر از حباب می‌تواند ۲۵٪ کمتر از تندی 1400 m/s در آب آرام باشد. (پ)

جرم قطعه بین $7/3 \times 10^7 \text{ kg}$ و $7 \times 10^8 \text{ kg}$ بوده است و محل سقوط آن 500 m به طور قائم و 30 m به طور افقی از نقطهٔ پرتاب بوده است، (زاویهٔ پرتاب معلوم نیست). (الف) انرژی جنبشی قطعه را درست پیش از برخورد با زمین تخمین بزنید. دو نوع موج زلزله‌ای در نظر بگیرید که از محل برخورد گسترش می‌یابند، یک موج اصلی/نیمکروی که در زمین به شکل یک نیمکره حرکت می‌کند و گسترده می‌شود و یک موج سطحی استوانه‌ای که در امتداد زمین به صورت یک استوانهٔ قائم کم عمق حرکت می‌کند (شکل ۳۳-۴۸). فرض کنید برخورد به مدت $0/5 \text{ s}$ دوام داشته باشد و عمق d استوانهٔ قائم برابر $5/0 \text{ m}$ و هر نوع موج ۲۰٪ انرژی قطعه پیش از برخورد را در خود داشته باشد. فرض کنید هیچ انرژی مکانیکی در حین حرکت توسط موجها تلف نشده باشد، مطلوب است محاسبهٔ شدت (ب) موج اصلی و (پ) موج سطحی، وقتی که آنها از فاصلهٔ 200 km به لرزه‌نگار رسیده باشند. (ت) بر پایهٔ این نتایج، کدام موج در لرزه‌نگار واقع در فاصله دور ساده‌تر آشکار می‌شود؟



شکل ۳۳-۴۸ مسئله ۹۸

۹۹- فرو ریختن بهمن‌وار شن در برخی از صحراها از تپه‌های شنی موجب طنین صدایی می‌شود که بقدر کافی بلند است و از فاصلهٔ 10 km شنیده می‌شود. طنین صدا به وضوح نتیجهٔ ارتعاشهای تناوبی لایهٔ شنی است که سر می‌خورد- ضخامت لایه از هم باز و جمع می‌شود. اگر بسامد گسیل شده 90 Hz باشد (الف) دورهٔ تناوب نوسان ضخامت و (ب) طول موج صوت چقدر است؟

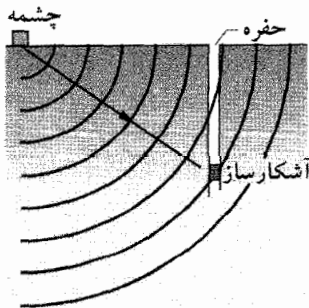
۱۰۰- مسافران اتومبیلی که با تندی $16/0 \text{ m/s}$ به طرف شرق حرکت می‌کند آژیر اتومبیل اورژانس را که از عقب با تندی $40/0 \text{ m/s}$ (نسبت به هوا و زمین) به آنها نزدیک می‌شود با بسامد 950 Hz می‌شنوند. تندی صوت در هوا برابر 340 m/s است. (الف) سرنشینان اتومبیل اورژانس آژیر را با چه بسامدی می‌شنود؟ (ب) سرنشینان اتومبیل پس از عبور اتومبیل اورژانس از آنها چه بسامدی را می‌شنوند؟

۱۰۱- فراصوت که شامل موجهای صوتی با بسامدی بالاتر از حد شنوایی انسان است می‌تواند برای تصویر برداری از داخل

در حفره‌هایی در زمین نصب شده‌اند آشکار می‌کنند. چشمه و یک میکروفون در شکل ۳۳-۵۰ نشان داده شده‌اند. اگر موج صوتی فاصله از چشمه تا میکروفون را مطابق شکل ۳۳-۵۰ فقط در صخره حرکت کند، موج با یک تندی مشخص V حرکت می‌کند و زمان مشخص T طول می‌کشد. ولی اگر موج در سر راهش از میان استخوان فسیلی بگذرد، کمی زمان بیشتری طول می‌کشد چون موج در استخوان خیلی آهسته‌تر از داخل صخره حرکت می‌کند. با اندازه‌گیری اختلاف Δt بین زمانهای قابل انتظار و اندازه‌گیری شده، می‌توان فاصله d طی شده در استخوان را معین کرد. پس از تکرار این روش برای مکانهای مختلف چشمه و میکروفونها رایانه می‌تواند فاصله‌های متعدد d اندازه‌گیری شده را به تصویری از فسیل تبدیل می‌کند. (الف) فرض کنید تندی صوت در استخوان فسیل $V - \Delta V$ باشد که در آن ΔV نسبت به V کوچک است. نشان دهید که فاصله d با رابطه زیر داده می‌شود

$$d \approx \frac{V^2 \Delta t}{\Delta V}$$

(ب) به ازای $V = 5000 \text{ m/s}$ و $\Delta V = 200 \text{ m/s}$ ، اگر صوت از قطر استخوان پای یک دایناسور بالغ بگذرد چه مقدار نوعی را برای Δt تخمین می‌زنید؟ (قطر استخوان را تخمین بزنید.)



شکل ۳۳-۵۰ مسئله ۱۰۹

۱۱۰- می‌توان با در نظر گرفتن ستاره‌ای که تپهای طولی شعاعی را در مد اصلی موج ایستاده انجام می‌دهد، یعنی شعاع ستاره به طور متناوب با زمان تغییر می‌کند و جابه‌جایی شکم روی سطح ستاره است، دوره تناوب تپهای متغیر یک ستاره را تخمین زد. (الف) آیا انتظار دارید مرکز ستاره جابه‌جایی گره یا شکم باشد؟ (ب) با مقایسه با لوله‌ای که یک انتهای آن باز است، نشان دهید که دوره تناوب تپ T با رابطه $T = 4R/v$ داده می‌شود، که در آن R شعاع تعادل ستاره و v تندی متوسط صوت در ماده ستاره است. (پ) ستاره‌های کوتوله سفید نوعی ترکیبی از ماده‌ای با مدول کپه‌ای $1.33 \times 10^{22} \text{ Pa}$ و چگالی 10^9 kg/m^3 دارند. شعاع آنها 9.0×10^{-3} برابر شعاع خورشیدی است. دوره تناوب تقریبی یک کوتوله سفید چقدر است؟

از پاسخهای (الف) و (ب) مشخص کنید که چند انتهای باز به طور مؤثر در تشدید آبشار وجود دارند.

آبشار	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
$f_m(\text{Hz})$	۵/۶	۳/۸	۸/۱۰	۶/۱۱	۸/۱۸	۶/۱۰	۱۹	۲۱	۴۰
$L(\text{m})$	۹۷	۷۱	۵۳	۴۹	۳۵	۲۴	۱۳	۱۱	۸

۱۰۴- شخصی در واگن قطار نئی با بسامد 440 Hz را باترومیت می‌نوازد. واگن با تندی 20 m/s به طرف دیواری حرکت می‌کند. بسامد (الف) صوتی را که به دیوار می‌رسد و (ب) صوت باز تابیده که به نوازنده می‌رسد، چقدر است؟

۱۰۵- اتومبیل پلیس اتومبیلی را که سرعت بالایی دارد تعقیب می‌کند. فرض کنید ماشین خلافکار دارای بیشینه تندی 80 m/s و اتومبیل پلیس 54 m/s باشد. در لحظه‌ای که دو اتومبیل به بیشینه تندی خود می‌رسند، اگر بسامد آژیر پلیس 440 Hz باشد، اتومبیل خلافکار چه بسامدی را خواهد شنید؟ فرض کنید تندی صوت در هوا 340 m/s است.

۱۰۶- یک موج صوتی به طور یکنواخت در همه جهتها از یک چشمه نقطه‌ای دور می‌شود. (الف) برای جابه‌جایی s یک محیط انتقال دهنده در فاصله r از چشمه رابطه زیر را ثابت کنید

$$s = \frac{b}{r} \sin k(r - vt)$$

که در آن b یک ثابت است. تندی، جهت انتشار، زمان تناوب و شتاب موج را در نظر بگیرید. (ب) ابعاد ثابت b چیست؟

۱۰۷- در شکل ۳۳-۳۴، S_1 و S_2 دو چشمه نقطه‌ای همسانگرد صوت هستند. آنها موجهایی همفاز با طول موج 0.5 m گسیل می‌کنند و فاصله دو چشمه $D = 1.6 \text{ m}$ است. اگر یک آشکار ساز صوتی را در امتداد دایره بزرگی که مرکز آن در وسط دو چشمه است حرکت دهیم، در چند نقطه موجها به طور (الف) کاملاً همفاز و (ب) کاملاً ناهمفاز به آشکار ساز می‌رسند؟

۱۰۸- فرض کنید یک بلندگوی کروی صدا را با توان 10 W به طور همسانگرد در اتاقی که دیوارها، سقف و کف آن عایق‌بندی صوتی شده است (محفظه بدون پژواک) گسیل می‌کند. (الف) در فاصله $d = 3 \text{ m}$ از مرکز چشمه شدت صوت چقدر است؟ (ب) نسبت دامنه موج در $d = 4 \text{ m}$ به $d = 3 \text{ m}$ چقدر است؟

۱۰۹- در جستجو برای یافتن فسیل دایناسور موجود در صخره‌ها، باستان شناسان می‌توانند از موجهای صوتی برای تولید تصویر رایانه‌ای دایناسور استفاده کنند. این تصویر به باستان شناسان برای خارج کردن فسیل از داخل صخره کمک می‌کند. نظر ابتدایی در روش آشکار سازی این است که یک تپ قوی صوتی از چشمه (تفنگ لرزه نگاری) در سطح زمین گسیل می‌شود سپس آن را توسط نوعی میکروفون که در عمق مساوی

۱۱۱- شنونده ساکنی (نسبت به هوا و زمین) از چشمه‌ای که با سرعت 15 m/s به او به طرف شرق نزدیک می‌شود، سیگنالی با بسامد f_1 را می‌شنود. اگر پس از آن شنونده با سرعت 25 m/s به طرف چشمه که به او نزدیک می‌شود به طرف غرب حرکت کند، او بسامد f_2 را می‌شنود که به مقدار 37 Hz با f_1 تفاوت دارد. بسامد چشمه چقدر است؟ (تندی صوت را در هوا برابر 340 m/s در نظر بگیرید.)

۱۱۲- یک نوازنده گیتار سیم گیتار را در بسامد اصلی 440 Hz کوک می‌کند. (الف) اگر او کشش سیم را 20% افزایش دهد، بسامد اصلی آن چقدر خواهد بود؟ (ب) اگر به جای این، او با لغزاندن انگشتش از کلید کوک تا یک سوم به پایین سیم به سمت پل واقع در انتها، طول سیم را که نوسان می‌کند کوتاه کند، بسامد اصلی چقدر خواهد بود؟



دید در زیر آب معمولاً دشوار است حتی اگر در بالای آب دید خوبی داشته باشید. دلیل آن به چگونگی تأثیر آب بر شکست نوری دارد که وارد چشم می‌شود. شکست ممکن است در هوا مناسب ولی در آب کاملاً نامناسب باشد. با وجود این، نوع خاصی ماهی موقع شنا کردن بخشی از چشم‌های خود را در سطح آب نگه می‌دارد که بدین وسیله به طور همزمان رو و زیر آب را می‌بیند.

چگونه چشم‌های این ماهی هم هوا و هم آب را می‌بیند؟

پاسخ در همین فصل.

۳۴-۱ فیزیک چیست؟

یکی از هدفهای فیزیک، کشف قانونهای بنیادی حاکم بر نور مانند قانون شکست است. هدف گسترده‌تر این است که این قانونها را شاید در مهمترین کاربرد آنها یعنی تولید تصویر به کار بریم. اولین تصویرهای عکاسی در سال ۱۸۲۴/۱۳۰۳ نوظهور بودند ولی امروزه دنیای ما با تصویر رشد بسیار یافته است. صنایع عظیمی بر تولید تصویرها در تلویزیون، رایانه و پرده سینماها مبتنی‌اند. تصویرهای ماهواره‌ای در زمان درگیری به تحلیل گران نظامی و در زمان بلایا به تحلیل گران محیط زیست کمک می‌کنند. دوربینهای نظارتی به امنیت خانه‌ها کمک می‌کنند. ضمن اینکه می‌توانند خلوت خصوصی شهروندان را نیز برهم بزنند. مهندسان پزشکی و زیست‌شناسان هنوز با این معما روبه‌رو هستند که تصویر چگونه در چشم انسان شکل می‌گیرد و مغز چه نقشی دارد، در عین حال توانسته‌اند تصویرهایی ذهنی در برخی از افراد نابینا با شبیه‌سازی الکتریکی قشر دیداری مغز به وجود آورند.

اولین قدم در این فصل تعریف و طبقه‌بندی تصویرهاست. سپس چند راه اصولی که تصویرها را ایجاد می‌کنند، بررسی خواهیم کرد.

۳۴-۲ دو نوع تصویر

برای اینکه بتوانید مثلاً یک پنگوئن را ببینید، پرتوهای نور پخش شده از پنگوئن باید به چشم شما برسند و سپس به شبکه در عقب چشم هدایت شوند. دستگاه بینایی شما، از شبکه تا قشر دیداری مغز در عقب مغز، به طور خودکار و نیم‌هشیار اطلاعات فراهم شده توسط نور را پردازش می‌کنند. این دستگاه گوشه‌ها، سمتگیرها، بافتها، شکلهای و رنگها را شناسایی می‌کند و سپس به طور سریع و با هشیاری تصویری را از پنگوئن به دست می‌دهد؛ (باز تولید آنچه را که از نور حاصل می‌شود) پنگوئن را در جهتی که پرتوهای نور از آنجا آمده است و در فاصله مناسبی درک می‌کنیم و تشخیص می‌دهیم.

دستگاه بینایی این پردازش و شناسایی را حتی اگر پرتوهای نور به طور مستقیم از پنگوئن نیامده باشند، مثلاً از آینه‌ای بازتابیده شده یا از طریق شکست در عدسیهای دوربین دو چشمی رسیده باشند انجام می‌دهد. با وجود این، پنگوئن را در جهتی خواهیم دید که پرتوهای نور پس از بازتاب یا شکست از آنجا می‌آیند و فاصله‌ای را که درک می‌کنیم ممکن است با فاصله واقعی پنگوئن کاملاً متفاوت باشد.

برای مثال، اگر پرتوهای نور از یک آینه تخت بازتابیده شده باشند، پنگوئن در پشت آینه دیده خواهد شد زیرا پرتوهای

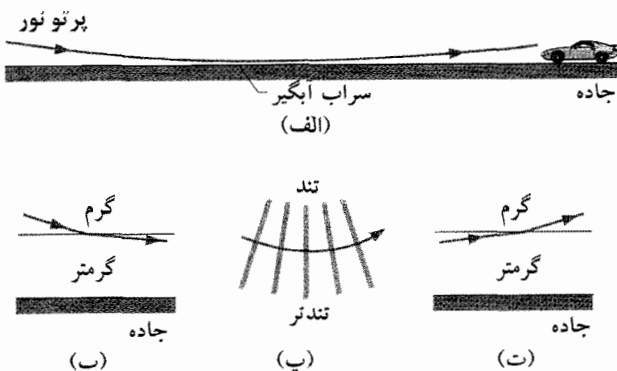
به ما می‌رسند از آن جهت می‌آیند. البته، پنگوئن در آن پشت نیست. این نوع تصویر، که تصویر مجازی نامیده می‌شود واقعاً فقط در مغز وجود دارد ولی با این همه گفته می‌شود که در محل درک شده قرار دارد.

تصویر حقیقی از این نظر که روی سطحی مانند مقوا یا پرده سینما تشکیل می‌شود با آن فرق دارد. تصویر حقیقی را می‌توان دید (در غیر این صورت سینماها خالی بودند)، ولی وجود تصویر به اینکه آن را می‌بینید بستگی ندارد، تصویر وجود دارد حتی اگر در آنجا نباشیم.

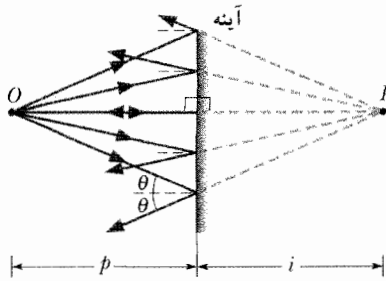
در این فصل به دنبال راههایی خواهیم بود که با آنها تصویرهای مجازی و حقیقی (مانند آینه‌ها) و شکست (مانند عدسیها) تشکیل می‌شود. همچنین تمایز بین این دو نوع تصویر را روشنتر می‌کنیم، ولی در اینجا نخست تصویر مجازی طبیعی را در نظر می‌گیریم.

سراب معمولی

یک مثال معمولی از تصویر مجازی آبیگری است که در یک روز آفتابی در فاصله‌ای در جاده دیده می‌شود ولی هرگز نمی‌توانید به آن برسید. این آبیگر یک سراب (نوعی تصویر توهمی) است که به وسیله پرتوهای نوری که از بخش پایینی آسمان در مقابل شما می‌آیند، تشکیل می‌شود (شکل ۳۴-۱ الف). وقتی این پرتوها به جاده می‌رسند، آنها بتدریج از هوای گرمتری که توسط جاده داغ شده و معمولاً نسبتاً گرم است می‌گذرند. با افزایش دمای هوا، چگالی هوا و در نتیجه ضریب



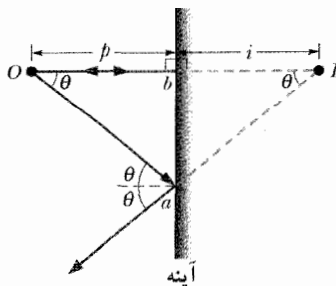
شکل ۳۴-۱ الف) پرتوی که از قسمت پایین آسمان می‌آید در هوایی که به وسیله جاده گرم شده است شکسته می‌شود (بدون اینکه به جاده برسد). ناظری که این نور را دریافت می‌کند تصور می‌کند که نور از آبیگری روی جاده آمده است. (ب) خمیدگی (که در آن اغراق شده) یک پرتو نور که موقع حرکت به سمت پایین از یک مرز فرضی میان هوای گرم و هوای گرمتر می‌گذرد. (پ) تغییر جبهه‌های موج و خمیدگی مربوط به آن، که به این دلیل پیش می‌آید که انتهای پایین جبهه‌های موج در هوای گرمتر تندتر حرکت می‌کنند. (ت) خمیدگی یک پرتو که در امتداد یک مرز فرضی از هوای گرمتر به هوای گرم بالا می‌رود.



شکل ۲-۳۴ یک چشمه نقطه‌ای نور O ، به نام شیء، در فاصله عمودی p در جلو یک آینه تخت قرار دارد. پرتوهای نور که از نقطه O به آینه می‌رسند از آینه بازتابیده می‌شوند. اگر تعدادی از پرتوهای بازتابیده به چشم برسند، چشمه نقطه‌ای نور I در پشت آینه در فاصله عمودی I دیده خواهد شد. چشمه دیده شده I تصویر مجازی شیء O است.

است و **تصویر نقطه‌ای** نامیده می‌شود، زیرا یک نقطه است و مجازی است چون پرتوها در واقع از آن عبور نمی‌کنند. (به طوری که خواهیم دید، این پرتوها در مورد تصویر حقیقی از نقطه تقاطع می‌گذرند.)

شکل ۳-۳۴ دو پرتو انتخاب شده از پرتوهای زیاد **شکل ۲-۳۴** را نشان می‌دهد. یکی از این پرتوها به طور عمودی به نقطه b برخورد می‌کند. پرتو دیگر با زاویه فرود θ به نقطه a از آینه برخورد می‌کند. امتداد دو پرتو بازتابیده نیز نشان داده شده است. مثلثهای قائم‌الزاویه aOb و aIb در یک ضلع مشترک‌اند و سه زاویه مساوی دارند، پس متشابه‌اند؛ بنابراین اضلاع افقی آنها برابر است، یعنی

$$Ib = Ob \quad (۱-۳۴)$$


شکل ۳-۳۴ دو پرتو انتخاب شده از **شکل ۲-۳۴**، پرتو Oa زاویه دلخواه θ را با عمود بر سطح آینه می‌سازد. پرتو Ob بر آینه عمود است.

که در آن Ib و Ob به ترتیب فاصله تصویر و شیء از آینه‌اند. از معادله ۱-۳۴ معلوم است که تصویر در فاصله‌ای در پشت آینه قرار دارد که جسم هم در همان فاصله در جلوی آینه واقع است. بنابر قرارداد (یعنی برای استفاده از معادله‌ها در حل مسئله‌ها) **فاصله‌های شیئی** p **کمتهای مثبت** و **فاصله‌های تصویری** i برای تصویر مجازی (مانند اینجا) کمتهای منفی در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین، معادله ۱-۳۴ را می‌توان به صورت $p = |i|$ یا به این صورت نوشت

شکست هوا اندکی کاهش می‌یابد. به این ترتیب با پایین آمدن پرتوها آنها با ضریب شکستهای کوچکتری روبه‌رو می‌شوند و به طور پیوسته به طرف افق خمیده می‌شوند، (**شکل ۱-۳۴**). هرگاه پرتو افقی باشد، تا اندازه‌ای بالاتر از سطح جاده، هنوز خمیدگی وجود دارد زیرا قسمت پایین هر جبهه موج مربوطه در هوای کمی گرمتری قرار دارد و کمی تندتر از بخش بالایی جبهه موج حرکت می‌کند، (**شکل ۱-۳۴**). این حرکت نایکخواخت جبهه‌های موج پرتوها را به طرف بالا خم می‌کند. وقتی پرتو بالا می‌رود به خم شدن خود به طرف بالا از طریق ضریب شکستهای بتدریج بزرگتر ادامه می‌دهد، (**شکل ۳-۳۴**).

اگر مقداری از این نور به ناظر برسد، دستگاه بینایی به طور خودکار نتیجه می‌گیرد که این نور از ادامه رو به عقب پرتوهایی که به او رسیده‌اند سرچشمه گرفته و احساس می‌کند که نور از سطح جاده آمده است. اگر نور آسمان اتفاقاً آبی باشد، سراب مانند آب به رنگ آبی دیده می‌شود. چون ممکن است که هوا به دلیل گرم شدن آشفته باشد، سراب مانند موجهای آب لرزان به نظر می‌رسد. رنگ مایل به آبی و لرزان بودن موجها خطای دید برای وجود یک آبگیر را افزایش می‌دهد ولی در واقع یک تصویر مجازی از بخش پایین آسمان است که دیده می‌شود.

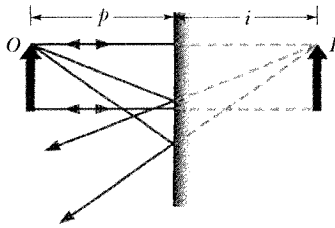
۳-۳۴ آینه‌های تخت

آینه سطحی است که می‌تواند باریکه نور را به جای پراکنده کردن در جهتهای مختلف یا جذب آن، در یک جهت بازتاب دهد. سطح یک فلز براق مانند یک آینه است در حالی که یک دیوار سیمانی این طور نیست. در این بخش تصویرهایی را در نظر می‌گیریم که یک **آینه تخت** (سطح بازتاب‌دهنده تخت) می‌تواند ایجاد کند.

شکل ۲-۳۴ یک چشمه نقطه‌ای نور O را نشان می‌دهد که آن را شیء می‌نامیم و در فاصله عمودی p در جلو یک آینه تخت قرار دارد. نوری که بر آینه می‌تابد با پرتوهایی که از O گسترده می‌شوند، نمایش داده شده است. بازتاب این نور با پرتوهای بازتابیده‌ای که از آینه گسترده می‌شوند نمایش داده شده است.

اگر پرتوهای بازتابیده را به طرف عقب (پشت آینه) امتداد دهیم، درمی‌یابیم که امتداد آنها در نقطه‌ای به فاصله عمودی i در پشت آینه یکدیگر را قطع می‌کنند.

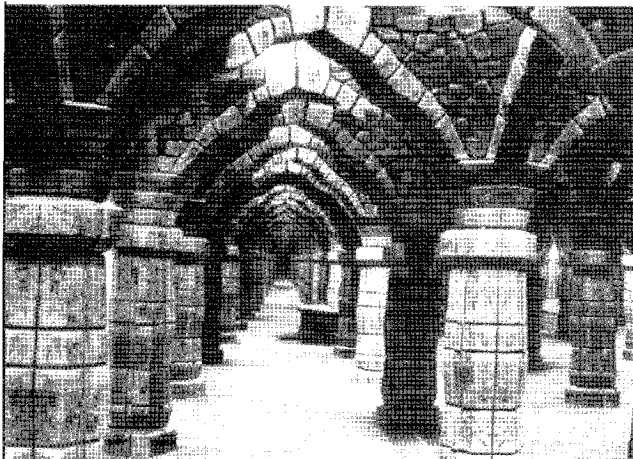
اگر به آینه **شکل ۲-۳۴** نگاه کنیم، چشم قسمتی از نورهای بازتابیده را دریافت می‌کند. برای احساس کردن آنچه که دیده می‌شود، یک چشمه نقطه‌ای نور واقع در نقطه تلاقی امتداد پرتوها دیده خواهد شد. این چشمه نقطه‌ای تصویر I شیء O



شکل ۳۴-۵ شیء گسترده O و تصویر مجازی آن I در یک آینه تخت.

هزارتوی آینه‌ای

در یک هزارتوی آینه‌ای (شکل ۳۴-۶)، هر دیواری از کف تا سقف با آینه پوشانده شده است. با قدم زدن در چنین هزارتویی آنچه دیده می‌شود ترکیب اغوا کننده بازتابهای نور در همه جهتهاست. ولی در هر جهتی تالاری دیده می‌شود که مسیری از هزارتو را نشان می‌دهد. با بررسی این تالارها درمی‌یابیم که پس از برخورد با آینه پس از آینه دیگر، تالارها به طور غیر واقعی بزرگ هستند.



شکل ۳۴-۶ هزارتوی آینه‌ها

شکل ۳۴-۷ الف دید از بالای یک هزارتوی آینه‌ای ساده است که در آن کف به صورت بخش‌هایی با مثلث متساوی الاضلاع (زاویه ۶۰) به صورتهای مختلف رنگ‌آمیزی و دیواره‌ها با آینه‌های قائم پوشانده شده‌اند. در حالی که در نقطه O وسط ورودی هزارتو ایستاده‌اید به داخل آن نگاه می‌کنید. ولی، در جهت پرتوی که در شکل ۳۴-۷ الف نشان داده شده است چیز عجیبی مشاهده می‌کنید. این پرتو وسط آینه B را ترک می‌کند و پس از بازتاب از وسط آینه A به سمت شما می‌آید. (بازتاب از قانون بازتاب پیروی می‌کند که در اینجا هر دو زاویه فرودی و بازتاب یکسان و برابر ۳۰° است).

برای پی بردن به منشأ پرتوی که به شما رسیده است، مغز به طور خودکار پرتو را به عقب امتداد می‌دهد. به نظر می‌رسد که پرتو از نقطه‌ای که در پشت آینه A قرار دارد سرچشمه گرفته است. یعنی شما تصویر B ، پشت A را در فاصله‌ای برابر با

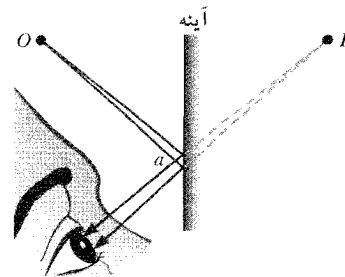
$$(۳۴-۲) \text{ (آینه تخت) } i = -p$$

فقط پرتوهایی که خیلی نزدیک به یکدیگرند می‌توانند پس از بازتاب از یک آینه وارد چشم شوند. برای موقعیت نشان داده شده در شکل ۳۴-۳، فقط بخش کوچکی از آینه در نزدیکی نقطه a (بخشی که کوچکتر از مردمک چشم است) در تشکیل تصویر مفید است. برای پیدا کردن این بخش، یک چشم را ببندید، به تصویر آینه‌ای یک شیء کوچک مانند نوک یک مداد نگاه کنید. سپس انگشت خود را در سطح آینه حرکت دهید تا اینکه تصویر دیده نشود. فقط آن بخش کوچک از آینه که در زیر انگشت قرار دارد تصویر را ایجاد کرده است.

اشیای گسترده

در شکل ۳۴-۵، شیء گسترده O ، که با پیکانی رو به بالا نشان داده شده است، در فاصله عمودی p در جلوی یک آینه تخت قرار دارد. هر بخش کوچکی از شیء که در مقابل آینه قرار گیرد مانند یک چشمه نقطه‌ای O شکل‌های ۳۴-۲ و ۳۴-۳ عمل می‌کند. اگر نور بازتابیده از آینه به ما برسد تصویر مجازی I مشاهده خواهد شد که ترکیبی از تصویرهای نقطه‌ای مجازی تمام نقطه‌های شیء است. به نظر می‌رسد که این تصویر مجازی در فاصله (منفی) I در پشت آینه قرار دارد. فاصله‌های i و p به وسیله معادله ۳۴-۲ به هم مربوط‌اند.

محل تصویر یک شیء گسترده را نیز می‌توان مانند یک شیء نقطه‌ای در شکل ۳۴-۲ تعیین کرد: چند پرتو از پرتوهایی که از بالای شیء به آینه می‌رسند و پرتوهای بازتابیده متناظر را رسم می‌کنیم و سپس این پرتوهای بازتابیده را در عقب آینه امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را قطع کنند و تصویر بالای شیء را



شکل ۳۴-۴ باریکه‌ای از پرتوهای فرودی از O پس از بازتاب از آینه وارد چشم می‌شوند. فقط بخش کوچکی از آینه در نزدیکی a در این بازتاب سهیم است. به نظر می‌رسد که نور از نقطه I در پشت آینه سرچشمه گرفته است.

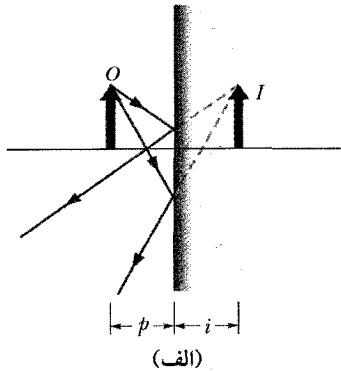
تشکیل دهند. سپس همین کار را برای پرتوهای پایین شیء انجام می‌دهیم. همانطور که در شکل ۳۴-۵ نشان داده شده است، معلوم می‌شود که تصویر مجازی I همان سمتگیری و ارتفاع (که موازی با آینه اندازه‌گیری می‌شود) شیء را دارد.

۳۴-۴ آینه‌های کروی

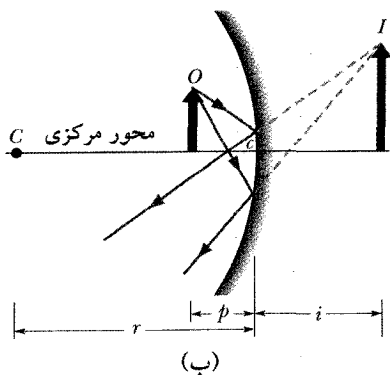
اکنون به جای تصویرهای ایجاد شده به وسیله آینه‌های تخت تصویرهای ایجاد شده به وسیله آینه‌هایی را که سطح خمیده دارند در نظر می‌گیریم. به ویژه، آینه‌های کروی را بررسی می‌کنیم که از نظر شکل بخش کوچکی از سطح یک کره هستند. آینه تخت در واقع یک آینه کروی با شعاع انحنا بی‌نهایت بزرگ است و بنابراین تقریباً یک سطح مسطح است.

ساخت آینه‌های کروی

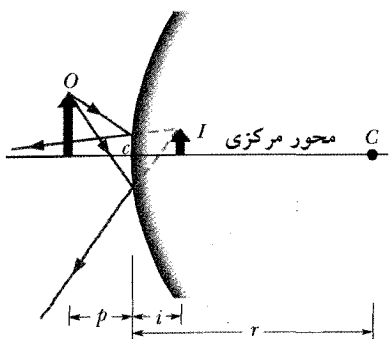
با آینه تخت شکل ۳۴-۸ الف شروع می‌کنیم که رو به طرف چپ به طرف شیء O است که در شکل نشان داده شده و ناظری که در شکل نشان داده نشده است. برای ساختن یک آینه کاو سطح آینه را خم می‌کنیم تا مانند شکل ۳۴-۸ ب به صورت کاو (گود شده به داخل) درآید. خم کردن سطح به این روش چند مشخصه آینه و تصویری را که از شیء ایجاد می‌کند تغییر می‌دهد:



(الف)

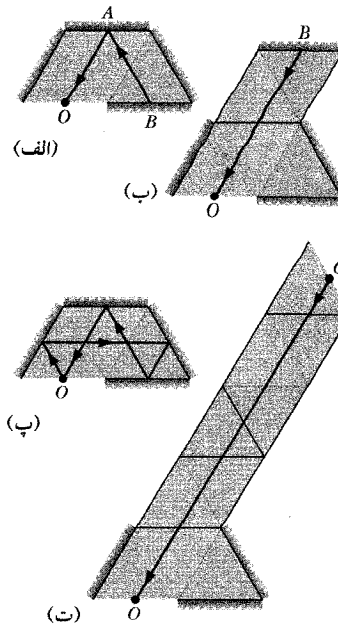


(ب)



شکل ۳۴-۸ (الف)

شیء O یک تصویر مجازی I در آینه تخت تشکیل می‌دهد. (ب) اگر آینه طوری خم شود که به صورت کاو درآید، تصویر دورتر می‌رود و اندازه تصویر بزرگتر می‌شود. (پ) اگر آینه تخت طوری خم شود که به صورت کوژ درآید، تصویر نزدیکتر می‌آید و اندازه آن کوچکتر می‌شود.

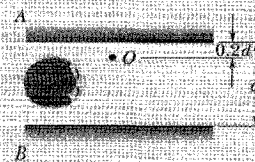


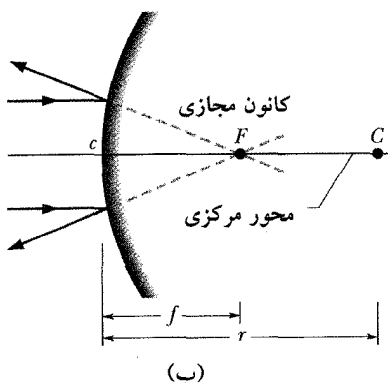
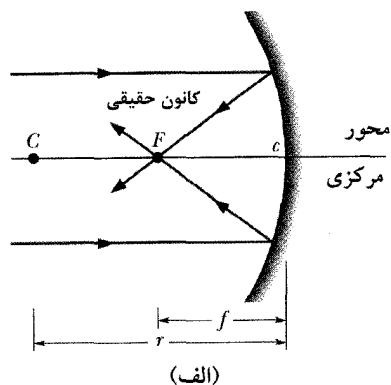
شکل ۳۴-۷ (الف) دید از بالای یک هزارتوی آینه‌ای. پرتوی از B پس از بازتاب از آینه A در O به شما می‌رسد. (ب) به نظر می‌رسد که آینه B در پشت آینه A قرار دارد. (پ) پرتوی از شما که به شما می‌رسد. (ت) تصویر مجازی خود را در انتهای مسی ظاهری می‌بینید.

فاصله واقعی بین A و B دریافت می‌کنید (شکل ۳۴-۷ ب). به این ترتیب، وقتی در این جهت در مقابل هزارتو قرار می‌گیرید. به نظر شما B در امتداد مسیر مستقیم ظاهری که شامل چهار قسمت مثلثی در کف است قرار دارد.

ولی این تمام داستان نیست، چون پرتوهایی که به شما می‌رسند از آینه B سرچشمه نگرفته‌اند- در آنجا فقط بازتاب کرده‌اند. برای یافتن منشأ، قانون بازتاب را به صورت بازتاب پس از بازتاب روی آینه‌ها به کار می‌بریم. پس از چهار بازتاب نشان داده شده در شکل ۳۴-۷ پ، سرانجام به منشأ پرتو می‌رسیم، یعنی خود شما! چیزی که در امتداد مسیر ظاهری می‌بینید تصویر مجازی خود شماست که در فاصله نه مثلث روی کف از شما قرار دارد، (۳۴-۷ ت). (مسیر ظاهری دیگری وجود دارد که از نقطه O ادامه یافته است. در کدام راه باید قرار گیرید تا در امتداد آن نگاه کنید؟)

✓ نکته وارسی I در این شکل شما در دستگاهی شامل دو آینه قائم و موازی A و B به فاصله d از یکدیگر، قرار دارید. شبی در نقطه O به فاصله $d/2$ از آینه A قرار دارید. هر آینه نخستین (در کمترین عمق) تصویر شیء را ایجاد می‌کند. سپس هر یک از آینه‌ها دومین تصویر را از شیء که نخستین تصویر در آینه دیگر بوده است تشکیل می‌دهد. سپس هر آینه سومین تصویر شیء را که دومین تصویر در آینه مقابل بوده است تشکیل می‌دهد- به همین ترتیب صدها تصویر را می‌توان دید. در چه عمقی پشت آینه A تصویرهای اول، دوم و سوم در آینه A قرار دارند؟





شکل ۳۴-۹ (الف) در آینه کاو پرتوهای فرودی نور موازی در کانون حقیقی F در همان طرفی از آینه که پرتوهای نور قرار دارند، متمرکز می‌شوند. **(ب)** در آینه کوژ، پرتوهای فرودی نور موازی به نظر می‌رسند که از کانون مجازی F واقع از طرفی از آینه که مقابل پرتوهای نور است واگرا می‌شوند.

این اگر چشم مقداری از نور بازتابیده را قطع کند، چنین به نظر می‌رسد که نور از نقطه‌ای در پشت آینه سرچشمه گرفته است. این چشمه در جایی دیده می‌شود که امتداد پرتوهای بازتابیده از آن نقطه مشترک می‌گذرند (F در شکل ۳۴-۹ ب). این نقطه برای آینه کوژ نقطه کانونی (یا کانون) F است و فاصله آن از سطح آینه فاصله کانونی f آینه نامیده می‌شود. اگر کاغذی را در این نقطه کانونی قرار دهیم، تصویر شیء O روی کاغذ تشکیل نمی‌شود، پس این نقطه کانونی مانند همان نقطه کانونی در یک آینه کاو نیست.

برای متمایز کردن نقطه کانونی واقعی یک آینه کاو از نقطه کانونی یک آینه کوژ، اولی را **نقطه کانونی حقیقی** و دومی را **نقطه کانونی مجازی** می‌نامند. افزون بر این، فاصله کانونی f آینه کاو یک کمیت مثبت و در مورد آینه کوژ یک کمیت منفی در نظر گرفته می‌شود. در مورد هر دوی این آینه‌ها، فاصله کانونی f با شعاع انحنای r آینه این رابطه را دارد

$$f = \frac{1}{2}r \quad (۳-۳۴) \text{ (آینه کروی)}$$

که سازگار با علامتها برای فاصله کانونی، r برای آینه کاو یک کمیت مثبت و برای آینه کوژ یک کمیت منفی است.

۱- مرکز انحنای C (مرکز کره که سطح آینه بخشی از آن است) که در فاصله بینهایت دور از آینه تخت قرار داشت، نزدیکتر آورده شده است ولی هنوز در جلوی آینه کاو قرار دارد.

۲- میدان دید- محدوده‌ای که به طرف ناظر بازتابیده می‌شود وسیع بود؛ ولی اکنون کوچکتر است.

۳- تصویر شیء که در جلوی آینه بود در همان فاصله پشت آینه قرار داشت؛ تصویر خیلی دورتر در پشت آینه کاو قرار دارد؛ یعنی، $|z|$ بزرگتر است.

۴- ارتفاع تصویر برابر با ارتفاع شیء بود ولی اکنون ارتفاع تصویر بزرگتر است. به علت همین ویژگی است که بسیاری از آینه‌های مورد استفاده در اصلاح و آرایش کاو ساخته می‌شوند- زیرا تصویر بزرگتری از صورت به دست می‌دهند.

آینه کوژ را می‌توان با خم کردن سطح آینه تحت مانند شکل ۳۴-۷ پ به صورت کوژ خم شده به خارج درآورد. خم کردن سطح به این روش (۱) مرکز انحنای C را به پشت آینه منتقل می‌کند و (۲) میدان دید را افزایش می‌دهد. هم‌چنین (۳) تصویر شیء به آینه نزدیکتر و (۴) اندازه آن کوچکتر می‌شود. آینه‌های نظارتی فروشگاهها برای استفاده از مزیت میدان دید بزرگتر، معمولاً کوژ هستند- تا فضای بیشتری از فروشگاه با یک آینه تنها دیده شود.

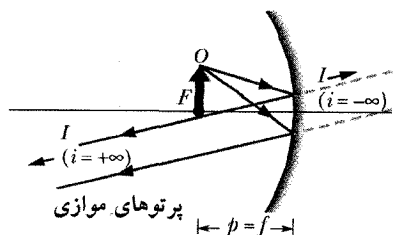
کانونهای آینه‌های کروی

برای آینه تخت، بزرگی فاصله تصویر I همیشه برابر با بزرگی فاصله شیء P است. پیش از اینکه ارتباط این دو فاصله را در آینه کروی به دست آوریم، بازتاب نور از شیء O را که در فاصله بینهایت دور در جلوی یک آینه کروی و روی محور مرکزی آینه قرار دارد بررسی می‌کنیم. این محور از مرکز انحنای C و مرکز آینه c می‌گذرد. به دلیل فاصله زیاد بین شیء و آینه، موجهای نوری گسترده شده از شیء به هنگام رسیدن به آینه در راستای این محور، موجهای تخت هستند. این بدان معناست که پرتوهای نشان‌دهنده موجهای نور به هنگام رسیدن به آینه همه موازی محور مرکزی‌اند.

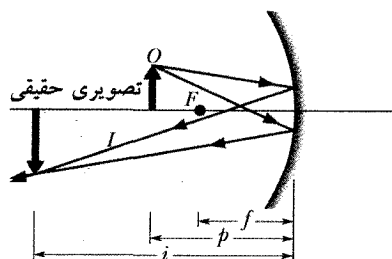
هنگامی که این پرتوهای موازی به یک آینه کاو، مانند آینه شکل ۳۴-۹ الف می‌رسند، آنهایی که به محور مرکزی نزدیک‌اند پس از بازتاب از نقطه مشترک F می‌گذرند؛ دو تا از این پرتوهای بازتابیده در شکل نشان داده شده‌اند. اگر در F کاغذی (کوچک) قرار دهیم، یک تصویر نقطه‌ای از شیء بینهایت دور روی کاغذ ظاهر می‌شود. (این برای هر شیء واقع در بینهایت دور رخ می‌دهد.) نقطه F **نقطه کانونی** (یا کانون) آینه نامیده می‌شود. فاصله این نقطه از مرکز آینه **فاصله کانونی** f است.

اگر به جای آینه کاو آینه کوژ به کار ببریم، درمی‌یابیم که پرتوهای موازی دیگر به طرف یک نقطه مشترک بازتابیده نمی‌شوند، بلکه همانند شکل ۳۴-۹ ب واگرا می‌شوند. با وجود

۳۴-۵ تصویر در آینه‌های کروی



(ب)



(پ)

شکل ۳۴-۱۰ (الف) شیء O در فاصله کانونی یک آینه کاو و تصویر مجازی آن I (ب) شیء در نقطه کانونی F (پ) شیء در خارج فاصله کانونی و تصویر حقیقی I .

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (۳۴-۴) \text{ (آینه کروی)}$$

ما در شکلهایی نظیر شکل ۳۴-۱۰ زاویه‌ها را چنین کوچک در نظر می‌گیریم، ولی برای روشنی پرتوها با زاویه‌هایی بزرگتر از اندازه واقعی رسم شده‌اند. با این فرض معادله ۳۴-۴ برای هر آینه کاو، کوژ یا تخت برقرار است. برای آینه کوژ یا تخت، بدون توجه به مکان شیء روی محور مرکزی، فقط تصویر مجازی تشکیل می‌شود. همانطور که در مثالی از آینه کاو در شکل ۳۴-۸ پ نشان داده شده، همواره تصویر در طرف مقابل آینه از شیء واقع است و همان سمتگیری شیء را دارد.

اندازه شیء یا تصویر که عمود بر محور مرکزی آینه در نظر گرفته می‌شود، ارتفاع شیء یا تصویر نامیده می‌شود. h را ارتفاع شیء و h' را ارتفاع تصویر در نظر می‌گیریم. نسبت h'/h را **بزرگنمایی خطی** m می‌نامند که به وسیله آینه ایجاد شده است. بنابر قرارداد، هرگاه سمتگیری تصویر مانند شیء باشد، علامت بزرگنمایی خطی همواره با علامت مثبت و هرگاه سمتگیری تصویر مخالف شیء باشد علامت آن منفی در نظر گرفته می‌شود. به این دلیل فرمول m را به این صورت می‌نویسیم

$$|m| = \frac{h'}{h} \quad (۳۴-۵) \text{ (بزرگنمایی خطی)}$$

به زودی اثبات می‌کنیم که بزرگنمایی خطی را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت

$$m = -\frac{i}{p} \quad (۳۴-۶) \text{ (بزرگنمایی خطی)}$$

برای آینه تخت که در آن $i = -p$ است، داریم $m = +1$. بزرگنمایی ۱ بدان معناست که تصویر همان بزرگی شیء را دارد. علامت مثبت بدان معناست که سمتگیری تصویر و شیء

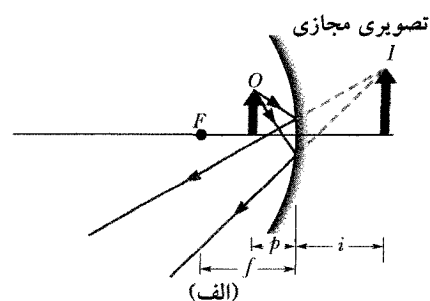
وقتی نقطه کانونی در آینه کروی تعریف شد، می‌توان رابطه بین فاصله تصویر i و فاصله شیء p را برای آینه‌های کاو و کوژ به دست آورد. با قرار دادن شیء O در فاصله کانونی آینه کاو یعنی بین آینه و نقطه کانونی F آن موضوع را شروع می‌کنیم (شکل ۳۴-۱۰ الف). در این صورت ناظر می‌تواند یک تصویر مجازی از O در آینه ببیند: تصویر در پشت آینه به نظر می‌رسد و همان سمتگیری شیء را دارد.

حالا اگر شیء را از آینه دور کنیم تا به نقطه کانونی برسد، تصویر در پشت آینه دورتر و دورتر می‌شود، و وقتی شیء به نقطه کانونی رسید، تصویر در بینهایت است، (شکل ۳۴-۱۰ ب). در این صورت تصویر مبهم و غیر قابل درک می‌شود چون نه پرتوهایی که از آینه بازتابیده شده‌اند و نه امتداد آنها در پشت آینه برای تشکیل تصویر O یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

حال اگر شیء به خارج از نقطه کانونی حرکت کند- یعنی دورتر از نقطه کانونی نسبت به آینه- پرتوهای بازتابیده همگرا می‌شوند و تصویر وارونه‌ای از شیء O (شکل ۳۴-۱۰ پ) در جلوی آینه تشکیل می‌شود. وقتی شیء از F دورتر شود، تصویر از بینهایت به داخل حرکت می‌کند. اگر کاغذی را در محل تصویر بگیریم، تصویر روی کاغذ نشان داده می‌شود- گفته می‌شود که تصویر به وسیله آینه روی کاغذ کانونی شده است. (فعل «کانونی شدن» که در اینجا به معنی ایجاد تصویر است با اسم «کانون» که اسم دیگری برای نقطه کانونی است تفاوت دارد). چون این تصویر در واقع روی یک سطح ظاهر می‌شود، یک تصویر حقیقی است- پرتوها در واقع بدون توجه به اینکه ناظری وجود دارد یا نه، برای ایجاد تصویر یکدیگر را قطع می‌کنند. فاصله تصویر i برای یک تصویر حقیقی بر خلاف یک تصویر مجازی، مثبت است. همچنین می‌توان دید:

تصویرهای حقیقی در همان طرفی از آینه که شیء وجود دارد و تصویرهای مجازی در طرف دیگر تشکیل می‌شوند.

همانطور که در بخش ۳۴-۹ اثبات خواهیم کرد، هرگاه پرتوهای نور که از شیء می‌آیند فقط زاویه‌های کوچکی با محور مرکزی یک آینه کروی بسازند، یک معادله ساده فاصله شیء p فاصله تصویر i و فاصله کانونی f را به هم ارتباط می‌دهد.



(الف)

یکسان است. در مورد آینه کاو شکل ۳۴-۱۰، $m = -1/5$ است.

معادله‌های ۳-۳۴ تا ۶-۳۴ برای تمام آینه‌های تخت، آینه‌های کروی کاو و آینه‌های کروی کوژ برقرار است. افزون بر این

جدول ۱-۳۴

ساماندهی آینه‌ها

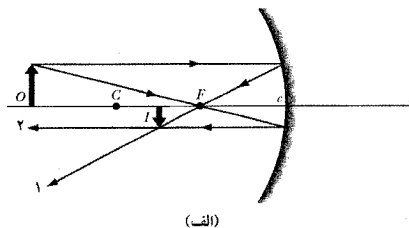
نوع آینه	محل شیء	تصویر	علامت
		محل. نوع. سمتگیری	f r m
تخت	در هر کجا		
کاو	داخل F		
	خارج F		
کوژ	در هر کجا		

معادله‌ها، برای کسب اطلاعات بیشتر درباره آینه‌ها می‌توانید جدول ۱-۳۴ را پر کنید. در مورد مکان تصویر توجه کنید که آیا تصویر و شیء در یک طرف آینه قرار دارند یا در دو طرف آینه‌اند. در مورد نوع تصویر، توجه کنید که آیا تصویر حقیقی است یا مجازی. در مورد سمتگیری تصویر، توجه کنید که آیا تصویر همان سمتگیری شیء را دارد یا وارونه است. در مورد علامت، علامت کمیت را بنویسید و اگر علامت کمیتی مبهم باشد علامت ± 1 را قرار دهید. برای حل مسائل و تمرین‌ها به این ساماندهی نیاز خواهید داشت.

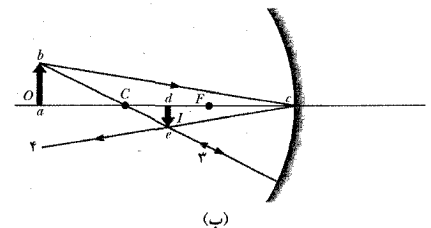
تعیین تصویر با استفاده از رسم پرتوها

شکلهای ۱۱-۳۴ الف و ب شیء O را در مقابل یک آینه کاو نشان می‌دهد. می‌توانیم به طور نموداری محل تصویر هر نقطه خارج از محور شیء را با رسم یک نمودار پرتوی با هر دو پرتو از چهار پرتو خاصی که از آن نقطه می‌گذرد، تعیین کنیم.

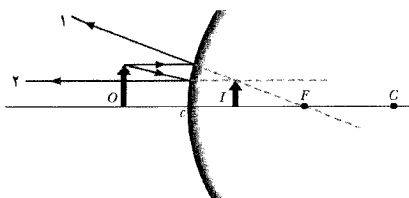
۱- پرتوی که در آغاز با محور مرکزی موازی باشد، پس از بازتاب از نقطه کانونی F می‌گذرد (پرتو ۱ در شکل



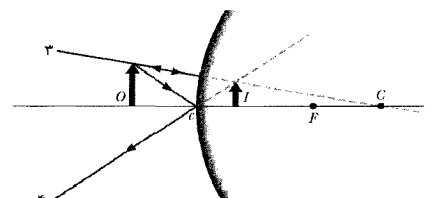
(الف)



(ب)



(ت)



(الف)

(ت)

۲- پرتوی که پس از گذشتن از نقطه کانونی از آینه بازتاب کند، موازی با محور مرکزی حرکت می‌کند (پرتو ۲ در شکل ۱۰-۳۴ الف).

۳- پرتوی که پس از گذشتن از مرکز انحنای C از آینه بازتاب کند، در راستای خود حرکت می‌کند (پرتو ۳ در شکل ۱۰-۳۴ ب).

۴- پرتوی که از نقطه برخوردش c با محور مرکزی از آینه بازتاب کند به طور متقارن نسبت به این محور بازتابیده می‌شود (پرتو ۴ در شکل ۱۱-۳۴ ب).

تصویر نقطه در محل تقاطع دو پرتو خاصی که انتخاب کرده‌ایم قرار دارد. بنابراین می‌توان تصویر شیء را با معین کردن تصویرهای دو یا چند نقطه خارج از محور پیدا کرد. برای اعمال این قاعده‌ها در مورد آینه‌های کوژ، مانند شکلهای ۱۱-۳۴ پ و ت، این توصیف‌ها نیاز به اندکی تغییر دارند.

اثبات معادله ۶-۳۴

اکنون در موقعیتی هستیم که می‌توانیم معادله ۶-۳۴ $(m = -i/p)$ ، عبارت مربوط به بزرگنمایی خطی شیء را که در آینه بازتابیده شده است به دست آوریم. پرتو ۴ را در شکل ۱۱-۳۴ ب در نظر می‌گیریم. این پرتو از نقطه c بازتابیده شده است به صورتی که پرتوهای فرودی و بازتابیده با محور آینه در این نقطه زاویه‌های مساوی می‌سازند.

دو مثلث قائم‌الزاویه abc ، edc در شکل متشابه‌اند (دارای زاویه‌های یکسان هستند)، پس می‌توان نوشت

$$\frac{de}{ab} = \frac{cd}{ca}$$

کمیت سمت چپ (بدون در نظر گرفتن علامت) بزرگنمایی خطی m حاصل از آینه است. چون تصویر وارونه با بزرگنمایی

شکل ۱۱-۳۴ (الف و ب) چهار پرتو که برای یافتن تصویر یک شیء در آینه کاو می‌توان از آنها استفاده کرد. برای محل نشان داده شده شیء، تصویر حقیقی، وارونه و کوچکتر از شیء است. (پ و ت) چهار پرتو مشابه برای یک آینه کوژ. در مورد آینه کوژ تصویر همیشه مجازی، هم‌جهت با شیء و کوچکتر از آن است. [در (ب) پرتو ۲ در ابتدا به طرف نقطه کانونی F است. در (ت) پرتو ۳ در ابتدا به سمت مرکز انحنای C است.]

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{p} = -\frac{1}{0/20p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{p}(-5+1)$$

که به دست دهد

$$f = -\frac{p}{4}$$

اکنون چون p مثبت است، f باید منفی باشد که بدین معنی است که آینه کوژ است و

$$f = -40 \text{ cm} \quad (\text{پاسخ})$$

۳۴-۶ سطحهای شکننده کروی

اکنون پس از تصویرهای تشکیل شده به وسیله بازتابها، به تصویرهای تشکیل شده به وسیله شکست از سطحهای مواد شفاف مانند شیشه می‌پردازیم. فقط سطحهای کروی به شعاع انحنای r و مرکز انحنای C را در نظر می‌گیریم. نور به وسیله یک شیء نقطه‌ای O در محیطی با ضریب شکست n_1 گسیل و از یک سطح کروی به داخل محیطی با ضریب شکست n_2 شکسته می‌شود.

به چگونگی تشکیل تصویر حقیقی (بدون نیاز به ناظر) یا تصویر مجازی (با فرض اینکه ناظر در مسیر پرتوها قرار دارد) پس از شکست پرتوهای نور در سطح خواهیم پرداخت. پاسخ به مقدارهای نسبی n_1 و n_2 و به هندسه وضعیت بستگی دارد. شش نتیجه ممکن در شکل ۳۴-۱۲ نشان داده شده است. در هر قسمت از شکل، محیطی که ضریب شکست بیشتری دارد با سایه نمایش داده شده است و شیء O همواره در محیط با ضریب شکست n_1 در سمت چپ سطح شکننده قرار دارد. در هر قسمت یک پرتو نماینده که در سطح شکسته می‌شود نشان داده شده است. (این پرتو و پرتوی که در راستای محور مرکزی می‌تابد برای تعیین محل تصویر در هر مورد کافی است.)

در نقطه شکست هر پرتو، عمود بر سطح شکننده یک خط شعاعی است که از مرکز انحنای C می‌گذرد. به دلیل شکست، اگر پرتو وارد محیطی با ضریب شکست بزرگتر شود به خط عمود نزدیک و اگر وارد محیطی با ضریب شکست کوچکتر شود از خط عمود دور می‌شود. اگر پرتو شکسته در راستای محور مرکزی باشد، این پرتو و پرتوهای دیگر (رسم نشده‌اند) روی این محور یک تصویر حقیقی تشکیل می‌دهند. اگر پرتو شکسته از محور مرکزی دور شود این پرتو نمی‌تواند یک تصویر حقیقی تشکیل دهد، ولی امتداد آن به عقب و پرتوهای شکسته دیگر می‌توانند یک تصویر مجازی تشکیل دهند، مشروط بر آنکه تعدادی از پرتوها (مانند آینه‌ها) به چشم ناظر برسند.

منفی مشخص می‌شود، این را با $-m$ نمایش می‌دهیم. ولی $ca = p$ و $cd = i$ پس خواهیم داشت

$$m = -\frac{i}{p} \quad (\text{بزرگنمایی})$$

که همان رابطه‌ای است که می‌خواستیم ثابت کنیم.

✓ نکته وارسی ۲. شبی که روی محور مرکزی یک آینه کروی قرار دارد دارای بزرگنمایی $m = -4$ است. آیا تصویر (الف) حقیقی است یا مجازی، (ب) مستقیم است یا وارونه و (پ) در همان طرفی است که شیء قرار دارد یا در پشت آینه است؟

مسئله نمونه ۳۴-۱

رتیلی به ارتفاع h به طور محتاطانه در مقابل یک آینه کروی که فاصله کانونی آن دارای مقدار مطلق $|f| = 40 \text{ cm}$ است قرار دارد. سمگیری تصویر ایجاد شده با رتیل یکی است و ارتفاع آن $h' = 0/20h$ است.

(الف) آیا تصویر حقیقی است یا مجازی و آیا در جلوی آینه قرار دارد یا در پشت آن؟ (ب) آیا آینه کاو است یا کوژ، فاصله کانونی f چقدر است و علامت آن چیست؟

استدلال: چون تصویر همان سمگیری رتیل (شیء) را دارد لذا باید مجازی و در پشت آینه باشد. (اگر جدول ۳۴-۱ را پر کرده باشید این را به آسانی می‌توانید ببینید.)
(ب) آیا آینه کاو است یا کوژ، فاصله کانونی f چقدر است و علامت آن چیست؟

نکته کلیدی از نوع تصویر نمی‌توانیم نوع آینه را مشخص کنیم چون هر دو نوع آینه می‌توانند تصویر مجازی ایجاد کنند. به همین ترتیب، از علامت فاصله کانونی f همانطور که از معادله‌های ۳۴-۳ و ۳۴-۴ به دست آمد نمی‌توانیم نوع آینه را مشخص کنیم چون اطلاعات کافی نداریم که از کدام معادله استفاده کنیم. با وجود این، می‌توانیم از اطلاعات مربوط به بزرگنمایی استفاده کنیم.

محاسبه‌ها: می‌دانیم که نسبت ارتفاع تصویر h' به ارتفاع شیء h برابر $0/20$ است. بنابراین، از معادله ۳۴-۵ داریم

$$|m| = \frac{h'}{h} = 0/20$$

چون شیء و تصویر یک سمگیری دارند، m باید مثبت باشد: $m = +0/20$. با قرار دادن این در معادله ۳۴-۶ و حل آن، مثلاً، برای i به دست می‌دهد.

$$i = -0/20p$$

که برای پیدا کردن f کمکی نمی‌کند. ولی اگر در معادله ۳۴-۴ قرار دهیم مفید خواهد بود. از این معادله داریم

وجود این، برای اینکه علامتها در معادله ۸-۳۴ درست باشند،
قاعده زیر را برای علامت شعاع انحنای r به کار می‌بریم:

هرگاه شیئی مقابل یک سطح شکست‌دهنده کوژ قرار گیرد، شعاع انحنای r مثبت است و هرگاه مقابل سطح کاو باشد، r منفی است.

توجه کنید: این درست عکس قرارداد علامتها برای آینه‌هاست.

نکته وارسی ۳ یک ریمور در مقابل یک سطح شکستنده کروی یک مجسمه شیشه‌ای پر می‌زند. (الف) کدامیک از وضعیتهای کلی شکل ۱۱-۳۴ مشابه این وضعیت است؟ (ب) آیا تصویر ایجاد شده به وسیله این سطح حقیقی است یا مجازی و آیا در همان طرف زنبور است یا در طرف مقابل آن؟

مسئله نمونه ۲-۳۴

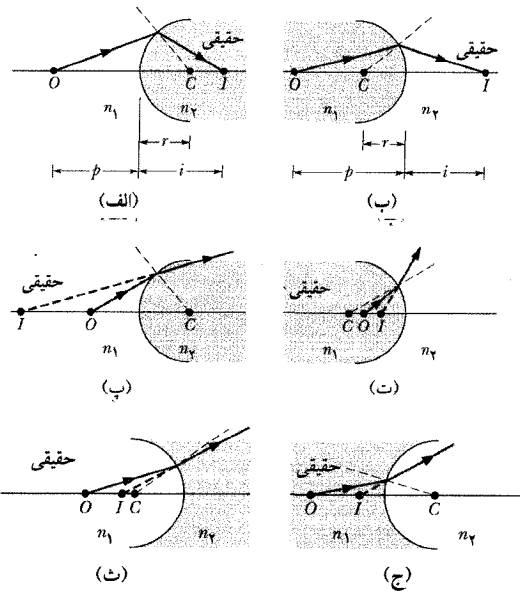
یک پشه مربوط به دوران ژوراسیک در تکه‌ای کهریا با ضریب شکست $1/6$ کشف شده است. یک سطح این کهریا کروی شکل و کوژ و شعاع انحنای آن $3/0 \text{ mm}$ است. (شکل ۳۴-۱۳). سر این پشه روی محور مرکزی آن سطح قرار دارد و وقتی در راستای این محور به آن نگاه شود به نظر می‌رسد که $5/0 \text{ mm}$ در کهریا فرو رفته است. سر پشه در چه فاصله‌ای واقع شده است؟

نکته کلیدی مشاهده می‌شود سر پشه $5/0 \text{ mm}$ در داخل کهریا قرار دارد چون پرتوهای نوری که مشاهده می‌شوند از سطح کوژ کهریا شکست یافته‌اند. فاصله تصویری I بنابر رابطه ۸-۳۴ با فاصله شیئی p تفاوت دارد. برای به کار بردن این معادله جهت به دست آوردن فاصله شیء، ابتدا به نکته‌های زیر توجه می‌کنیم:

۱- چون شیء (سر پشه) و تصویر آن در یک طرف سطح شکستنده قرار دارند، تصویر باید مجازی باشد و بنابراین

$$i = -5/0 \text{ mm}$$

۲- چون شیء همواره در محیط با ضریب شکست n_1 قرار دارد، باید داشته باشیم $n_1 = 1/6$ ، $n_2 = 1/0$



شکل ۱۲-۳۴ شش راه ممکن که در آن به وسیله شکست از یک سطح کروی به شعاع r و مرکز انحنای C تصویر تشکیل می‌شود. این سطح محیط با ضریب شکست n_1 را از محیط با ضریب شکست n_2 جدا می‌کند. شیء نقطه‌ای O همواره در محیط n_1 در سمت چپ سطح قرار دارد. ماده با ضریب شکست کمتر بدون سایه است (تصور کنید این ماده مانند هوا و ماده دیگر مانند شیشه باشد). در (الف) و (ب) تصویرهای حقیقی تشکیل می‌شود؛ در چهار وضعیت دیگر تصویرها مجازی‌اند.

در قسمت‌های (الف) و (ب) شکل ۱۲-۳۴ تصویرهای حقیقی I (در فاصله تصویری i) تشکیل شده‌اند که در آنها جهت شکست پرتوها به طرف محور مرکزی است. تصویرهای مجازی در قسمت‌های پ و ت تشکیل شده‌اند، که در آنها شکست پرتوها در جهت دور شدن از محور مرکزی است. توجه کنید که در این چهار قسمت، وقتی شیء از سطح شکست‌دهنده دور است، تصویر حقیقی تشکیل می‌شود و وقتی که شیء به سطح شکست‌دهنده نزدیکتر است، تصویر مجازی تشکیل می‌شود. در وضعیتهای آخر (شکل ۱۲-۳۴ ا و ج) پرتو شکسته همواره از محور مرکزی دور می‌شود و بدون توجه به فاصله شیء همواره تصویر مجازی تشکیل می‌شود.

به تفاوت مهم زیر از تصویرهای بازتابیده توجه کنید:

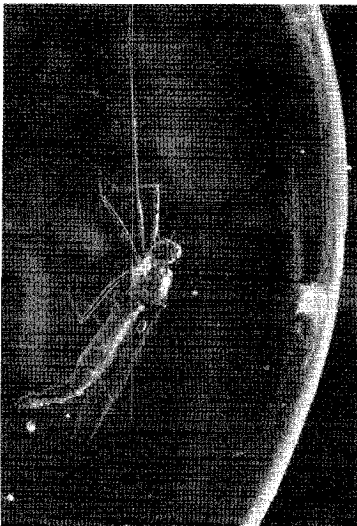
تصویرهای حقیقی در طرف مقابل با شیء در یک سطح شکست‌دهنده تشکیل می‌شوند ولی تصویرهای مجازی در همان طرف شیء تشکیل می‌شوند.

در بخش ۹-۳۴ (برای پرتوهای نوری که فقط زاویه‌های کوچک با محور مرکزی می‌سازند) نشان خواهیم داد که

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad (8-34)$$

درست مانند آینه‌ها، برای تصویر حقیقی فاصله شیئی p مثبت و فاصله تصویری i مثبت و برای تصویر مجازی منفی است. با

این حشره تقریباً ۲۵ میلیون سال در کهریا مدفون شده است. چون پشه را از میان یک سطح شکستنده خمیده می‌گیریم، تصویری که می‌بینیم بر حشره منطبق نیست، (شکل ۱۱-۳۴ ت).



$$i = \frac{1/335}{\frac{1/335 - 1/000}{0/00195} - \frac{1/000}{0/20}} = 8/00 \text{ mm}$$

(پاسخ)

با تکرار محاسبه ولی با استفاده از ضریب شکست $n_1 = 1/333$ برای آب داریم

$$i = \frac{1/335}{\frac{1/335 - 1/333}{0/00195} - \frac{1/333}{0/20}} = -0/237 \text{ m}$$

(پاسخ)



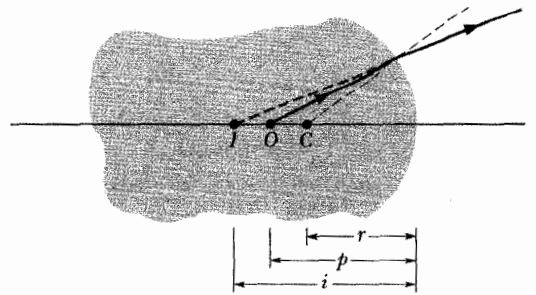
شکل ۱۴-۳۴ مقطع چشم این نوع ماهی

پس از اینکه نور از قرنیه شکست می‌یابد، سپس توسط یک عدسی شکسته می‌شود که تصویر حقیقی نهایی را روی شبکیه ایجاد می‌کند. (عملکرد عدسی در بخش بعدی بحث می‌شود). پاسخ اول ما مثبت است. (به طوری که نیاز است یک تصویر حقیقی را نشان می‌دهد) و تقریباً دو برابر قطر چشم است. پس نقش عدسی در کانونی کردن نور در شبکیه در تعدیل آن است چون شکست زیادی در قرنیه به وجود می‌آید. پاسخ دوم ما کاملاً متفاوت است؛ این منفی است (نشان‌دهنده یک تصویر مجازی) و خیلی بزرگتر. پس برای قرار دادن یک تصویر حقیقی روی شبکیه توسط عدسی کانونی کردن خیلی بیشتری مورد نیاز است. برای تعدیل کانونی کردن نور از هوا و کانونی کردن خیلی بیشتر نور از آب، عدسی چشم این ماهی شکل تخم مرغی دارد با انحنا بیشتر در نیمه پایینی نسبت به نیمه بالا.

۷-۳۴ عدسیهای نازک

عدسی جسم شفاف است با دو سطح شکست‌دهنده که محورهای آنها بر هم منطبق است. محور مرکزی مشترک، محور مرکزی عدسی است. هرگاه عدسی در هوا قرار داشته باشد، نور از هوا به درون عدسی می‌شکند و پس از عبور از آن دوباره به هوا شکسته می‌شود. هر شکست می‌تواند جهت حرکت نور را تغییر دهد.

یک عدسی که باعث شود پرتوهای نور موازی با محور مرکزی همگرا شوند (به طور معقول) **عدسی همگرا** نامیده می‌شود. ولی اگر عدسی موجب شود که این پرتوها واگرا شوند، عدسی را **عدسی واگرا** می‌گویند. هرگاه شیء در جلوی عدسی، از هر نوع آن، قرار گیرد، پرتوهای نور از شیء که



شکل ۱۳-۳۴ یک قطعه کهر با پشه‌ای از دوران ژوراسیک که سر آن در نقطه O قرار دارد. سطح شکست‌دهنده کروی در انتهای راست، با مرکز انحنا C، برای ناظری که پرتوهای ناشی از شیء در O را نگاه می‌کند تصویر I را تشکیل می‌دهد.

۳- چون شیء در مقابل یک سطح شکننده کوژ قرار دارد، شعاع انحنا r منفی است و در نتیجه $r = -3/0 \text{ mm}$ است.

محاسبه‌ها: با جایگزینی اینها در معادله ۸-۳۴ داریم

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

که به دست می‌دهد

$$\frac{1/6}{p} + \frac{1/0}{-5/0 \text{ mm}} = \frac{1/0 - 1/6}{-3/0 \text{ mm}}$$

و

$$p = 4/0 \text{ mm}$$

(پاسخ)

مسئله نمونه ۳-۳۴

شکل ۱۴-۳۴ برش عمودی از یک چشم نوعی ماهی را نشان می‌دهد که با یک نیمه چشم در داخل آب و نیمه دیگر چشم در بیرون، با یک نوار رنگدانه‌ای که دو نیمه را در سطح آب از هم جدا می‌کند، مشغول شناست. جلو چشم (قرنیه) یک سطح کروی کوژ شکست‌دهنده با شعاع $r = 1/95 \text{ mm}$ و ضریب شکست $n_2 = 1/335$ قرار دارد. شکست در قرنیه اولین مرحله در کانونی کردن چشم از تصویر حقیقی به پشت چشم (شبکیه) است، جایی که فرایند دیدن شروع می‌شود. اگر قرنیه با حشره‌ای (برای عصرانه) در فاصله شیئی $p = 0/20 \text{ m}$ روبه‌رو شود، فاصله تصویر i که شکست برای قرنیه در هوا ($n_1 = 1/000$) و در آب ($n_1 = 1/333$) اتفاق می‌افتد چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) چون شیء و تصویر آن در جهت‌های مخالف سطح شکست‌دهنده هستند و طرف کوژ به طرف شیء

است، وضعیت شبیه شکل ۱۲-۳۴ الف (در مورد تصویر حقیقی) یا شکل ۱۲-۳۴ پ (در مورد تصویر مجازی) است.

(۲) فاصله تصویر و شیء با رابطه ۸-۳۴ به هم مربوط‌اند.

محاسبه‌ها: حل معادله ۸-۳۴ برحسب i به دست می‌دهد،

$$i = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{r} - \frac{n_1}{p}}$$

قرار دادن مقادیر داده شده و با استفاده از ضریب شکست

$n_1 = 1/000$ برای هوا داریم:

عدسی به این دلیل تصویری از شیء ایجاد می‌کند که می‌تواند پرتوهای نور را خم کند، ولی در صورتی می‌تواند پرتوهای نور را خم کند که ضریب شکست آن با ضریب شکست محیط تفاوت داشته باشد.

شکل ۳۴-۱۵ الف یک عدسی نازک با سطحهای شکست‌دهنده کوژ را نشان می‌دهد. هرگاه پرتوهایی که موازی با محور مرکزی عدسی هستند از آن بگذرند، مانند شکل ۳۴-۱۵ ب که بزرگ شده عدسی است دو بار شکسته می‌شوند. این دو بار شکسته شدن موجب می‌شود که پرتوها همگرا شوند و از یک نقطه مشترک F_2 در فاصله کانونی f از مرکز عدسی بگذرند. از این‌رو این یک عدسی همگراست و افزون بر این یک نقطه کانونی حقیقی (یا کانون) در F_2 وجود دارد (چون پرتوها در واقع از این نقطه می‌گذرند) و فاصله کانونی مربوط به آن f است. هرگاه پرتوها موازی با محور مرکزی و از جهت مقابل به عدسی بتابند، نقطه کانونی دیگری در F_1 در طرف دیگر عدسی پیدا می‌کنیم. برای یک عدسی نازک، این دو نقطه کانونی در فاصله یکسانی از عدسی قرار دارند.

چون نقطه‌های کانونی یک عدسی همگرا حقیقی‌اند، درست مانند کانون حقیقی یک آینه کاو، فاصله‌های کانونی f مربوط به آن را مثبت در نظر می‌گیریم. ولی علامتها در نورشناسی ممکن است پیچیده باشد، پس بهتر این است که آن را در معادله ۳۴-۱۰ بررسی کنیم. طرف سمت چپ این معادله هرگاه f مثبت باشد، مثبت است؛ طرف راست چطور؟ جمله به جمله آن را بررسی می‌کنیم. چون ضریب شکست n شیشه یا هر ماده دیگر بزرگتر از ۱ است، جمله $(n-1)$ باید مثبت باشد. چون چشمه نور (که شیء است) در سمت چپ است و مقابل طرف کوژ سمت چپ عدسی قرار دارد، شعاع انحنای r_1 این طرف بنابر قاعده علامت سطحهای شکست‌دهنده باید مثبت باشد.



با متمرکز کردن نور خورشید به وسیله یک عدسی همگرای ساخته شده از یخ شفاف روی روزنامه آتش روشن می‌شود. عدسی با ذوب کردن دو طرف تکه‌ای یخ صاف در ظرف کم‌عمقی (که ته آن منحنی شکل است) به شکل کوژ ساخته می‌شود.

همچنین چون شیء در مقابل طرف کاو و سمت راست عدسی قرار دارد، شعاع r_2 این طرف بنابر آن قاعده باید منفی باشد.

توسط عدسی به داخل و به خارج آن شکسته می‌شوند می‌توانند تصویر شیء را به وجود آورند.

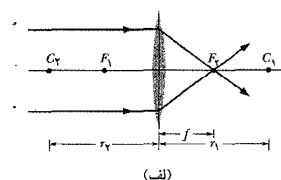
فقط مورد خاص **عدسی نازک** را بررسی خواهیم کرد- در این عدسی کلفت‌ترین قسمت در مقایسه با فاصله شیء p فاصله تصویر I و شعاع انحنای r_1 و r_2 دو سطح عدسی، نازک است. همچنین فقط پرتوهایی را در نظر می‌گیریم که با محور مرکزی زاویه کوچک می‌سازند (این زاویه‌ها در شکلها بزرگ نشان داده شده‌اند). در بخش ۳۴-۹، اثبات خواهیم کرد که فاصله کانونی عدسی نازک برای چنین پرتوهایی f است. افزون بر این، p ، I با رابطه زیر به یکدیگر مربوط‌اند.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{I} \quad (\text{عدسی نازک}) \quad (9-34)$$

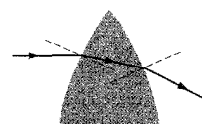
که شکل یکسانی با معادله آینه‌ها دارد. همچنین ثابت خواهیم کرد که هرگاه عدسی نازکی با ضریب شکست n در هوا قرار بگیرد، فاصله کانونی f با رابطه زیر داده می‌شود.

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (\text{عدسی نازک در هوا}) \quad (10-34)$$

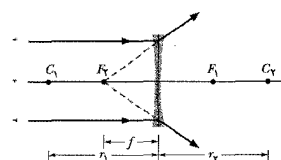
که اغلب معادله عدسی‌سازان نامیده می‌شود. در اینجا r_1 به شعاع انحنای سطح نزدیکتر عدسی به شیء و r_2 شعاع سطح دیگر است. علامت این شعاعها با قاعده‌های بخش ۳۴-۶ برای شعاعهای سطح شکست‌دهنده کروی به دست می‌آید. اگر عدسی در محیطی غیر از هوا قرار گیرد (مانند روغن ذرت) که ضریب شکست محیط n است، n را در معادله ۳۴-۱۰ با محیط n/n جایگزین می‌کنیم. اساس معادله‌های ۳۴-۹ و ۳۴-۱۰ را به خاطر بسپارید:



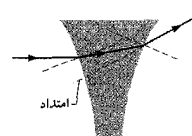
(الف)



(ب)

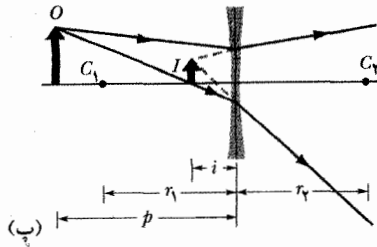


(پ)



(ت)

شکل ۳۴-۱۵ (الف) پرتوهای موازی با محور مرکزی یک عدسی همگرا در نقطه کانونی حقیقی F_2 توسط عدسی همگرا می‌شوند. عدسی نازکتر از چیزی است که رسم شده است، پهنای آن به صورت خط قائمی است که از آن می‌گذرد. همه پرتوهایی که در این خط مرکزی خم می‌شوند را در نظر می‌گیریم. (ب) بزرگ‌شده قسمت بالایی عدسی قسمت (الف)، عمود بر سطحها با خط‌چین نشان داده شده است. توجه کنید که هر دو شکست پرتو در سطحها، پرتو را به طرف پایین، به طرف محور مرکزی خم می‌کند. (پ) همان پرتوهای موازی توسط یک عدسی واگرا، واگرا می‌شوند. امتداد پرتوهای واگرا از نقطه کانونی مجازی F_2 می‌گذرند. (ت) بزرگ‌شده قسمت بالایی عدسی قسمت (پ). توجه کنید که هر دو شکست پرتو در سطحها، پرتو را به طرف بالا، دور از محور مرکزی خم می‌کند.



شکل ۱۶-۳۴ (الف) از شیء O که در خارج فاصله کانونی F_1 قرار دارد یک تصویر حقیقی و وارونه I به وسیله یک عدسی همگرا تشکیل شده است. (ب) هرگاه O داخل فاصله کانونی واقع باشد، تصویر I مجازی و سمتگیری آن با O یکسان است. (پ) عدسی واگرا تصویر مجازی I را با سمتگیری یکسان با شیء O تشکیل می‌دهد. چه O داخل یا خارج فاصله کانونی عدسی باشد.

شکل ۱۶-۳۴ پ شیء O را در جلوی یک عدسی واگرا نشان می‌دهد، بدون در نظر گرفتن فاصله شیء (صرفنظر از اینکه آیا O داخل یا خارج فاصله کانونی مجازی است)، این عدسی یک تصویر مجازی به دست می‌دهد که در همان طرف شیء نسبت به عدسی قرار دارد و همان سمتگیری را دارد.

مانند آینه‌ها، هرگاه تصویر حقیقی باشد فاصله تصویر I مثبت و هرگاه تصویر مجازی باشد این فاصله منفی در نظر گرفته می‌شود. ولی، محل تصویرهای حقیقی و مجازی در عدسیها برعکس آینه‌هاست:

تصویرهای حقیقی در طرفی از عدسی تشکیل می‌شوند که مخالف شیء است و تصویرهای مجازی در همان طرف شیء نسبت به عدسی تشکیل می‌شوند.

بزرگنمایی خطی m حاصل از عدسیهای همگرا و واگرا مانند آینه‌ها با معادله‌های ۵-۳۴ و ۶-۳۴ داده می‌شوند.

شما باید اطلاعات زیادی از این بخش به دست آورید و برای انجام این امر باید جدول ۲-۳۴ را برای عدسیهای متقارن (هر دو طرف کاو یا هر دو طرف کوژ) نازک پر کنید. در زیر محل تصویر توجه کنید که آیا تصویر در همان طرفی از عدسی که شیء قرار دارد واقع است یا در طرف مقابل. در زیر نوع تصویر توجه کنید که آیا تصویر حقیقی است یا مجازی. در زیر سمتگیری تصویر توجه کنید که آیا سمتگیری تصویر مانند شیء است یا وارونه است.

جدول ۲-۳۴

ساماندهی عدسیهای نازک

نوع	محل جسم	تصویر	علامت
عدسی		محل. نوع. سمتگیری	$m \ i \ f$
همگرا	داخل F'		
	خارج F'		
واگرا	در هر کجا		

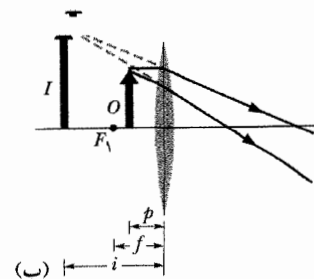
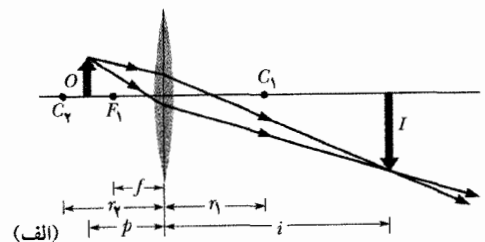
پس جمله $\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ مثبت و کل طرف راست معادله ۱۰-۳۴ مثبت است و همه علامتها سازگارند.

شکل ۱۵-۳۴ پ یک عدسی نازک را با طرفهای کاو نشان می‌دهد. وقتی پرتوهای موازی با محور مرکزی عدسی از این عدسی عبور کنند، همانطور که در شکل ۱۵-۳۴ ت بزرگ‌شده آن نشان داده شده است دو بار شکسته می‌شوند، این پرتوها واگرا می‌شوند و از هیچ نقطه مشترکی نمی‌گذرند و در نتیجه این یک عدسی واگراست. با وجود این، امتداد پرتوها از نقطه مشترک F_2 در فاصله f از مرکز عدسی می‌گذرند. از این رو عدسی دارای یک نقطه کانونی مجازی در F_2 است. (اگر این پرتوهای واگرا به چشم برسند یک لکه نورانی در F_2 مشاهده خواهد شد، و مانند این است که چشمه نور است). کانون مجازی دیگری در طرف مقابل عدسی در F_1 است و به طور متقارن از عدسی نازک قرار دارد. چون نقطه‌های کانونی یک عدسی نازک قرار دارد. چون نقطه‌های کانونی یک عدسی واگرا مجازی‌اند، فاصله کانونی f را منفی در نظر می‌گیریم.

تصویر در عدسیهای نازک

اکنون انواع تصویرهای تشکیل شده به وسیله عدسیهای همگرا و واگرا را بررسی می‌کنیم. شکل ۱۶-۳۴ الف شیء O را خارج از نقطه کانونی F_1 یک عدسی همگرا نشان می‌دهد. دو پرتو رسم شده در شکل نشان می‌دهند که عدسی یک تصویر حقیقی و وارونه I از شیء را در طرف مقابل شیء تشکیل می‌دهد.

هرگاه شیء، مانند شکل ۱۶-۳۴ ب، در فاصله کانونی F_1 واقع باشد، عدسی یک تصویر مجازی I در همان طرفی که شیء واقع است و با همان سمتگیری تشکیل می‌دهد. از این رو، عدسی همگرا بسته به اینکه شیء در خارج یا داخل فاصله کانونی باشد، به ترتیب یک تصویر حقیقی یا یک تصویر مجازی تشکیل می‌دهد.



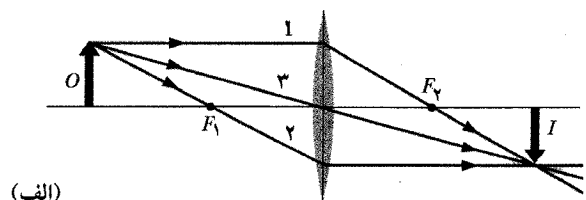
تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: علامتهای در دسرساز در آینه‌ها و عدسیها

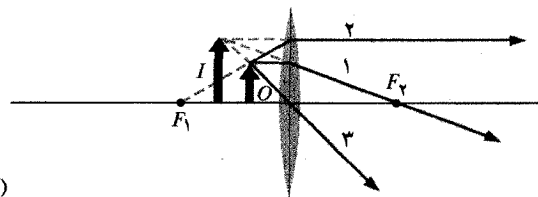
دقت کنید: فاصله کانونی f یک آینه با سطح کوژ منفی است، درست برعکس یک عدسی با سطحهای کوژ. همین‌طور فاصله کانونی f یک آینه با سطح کاو مثبت است، درست برعکس یک عدسی با سطحهای کاو و ویژگیهای گنج‌کننده عدسیها و آینه‌ها اغلب اشتباه می‌شوند که یک امر معمولی است.

تعیین محل تصویر شیء گسترده به وسیله رسم پرتوها

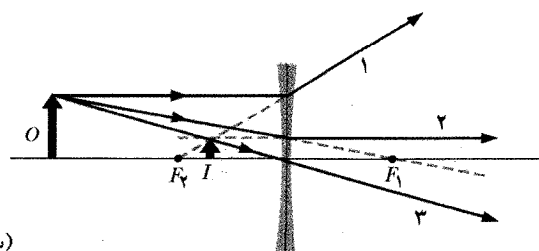
شکل ۱۷-۳۴ الف شیء O را در خارج از فاصله کانونی F_1 یک عدسی همگرا نشان می‌دهد. محل تصویر هر نقطه خارج از محور برای چنین شیئی (مانند نوک پیکان در شکل ۱۷-۳۴



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۱۷-۳۴ سه پرتو خاص برای تعیین محل تصویر تشکیل شده در یک عدسی نازک به کار می‌رود، بسته به اینکه شیء O (الف) خارج، یا (ب) داخل فاصله کانونی یک عدسی همگرا یا (ب) در هر جایی مقابل یک عدسی واگرا قرار گرفته باشد.

الف) را می‌توان با ترسیم یک نمودار پرتوی با هر یک از دو پرتو از سه پرتو خاصی که از آن نقطه می‌گذرند به دست آورد. این پرتوهای خاص، از میان کلیه پرتوهایی که برای تشکیل تصویر از عدسی می‌گذرند به صورت زیر انتخاب شده‌اند:

- ۱- یک پرتو که موازی با محور مرکزی عدسی باشد از نقطه کانونی F_2 می‌گذرد (پرتو ۱ در شکل ۱۷-۴۳ الف).
- ۲- یک پرتو که از نقطه کانونی F_1 بگذرد موازی با محور مرکزی از عدسی خارج می‌شود (پرتو ۲ در شکل ۱۷-۴۴ الف).

۳- یک پرتو که از مرکز عدسی بگذرد بدون هیچ تغییری جبهتی از آن عبور می‌کند (پرتو ۳ در شکل ۱۷-۳۴ الف). زیرا این پرتو با دو سطح عدسی برخورد می‌کند که تقریباً موازی‌اند. تصویر نقطه در جایی واقع است که پرتوها یکدیگر را در طرف دورتر عدسی قطع می‌کنند. تصویر شیء با تعیین تصویرهای دو یا چند نقطه از آن به دست می‌آید.

شکل ۱۷-۳۴ ب نشان می‌دهد که چگونه امتداد سه پرتو خاص برای تعیین محل تصویر شیء واقع در داخل فاصله کانونی F_1 یک عدسی همگرا به کار می‌رود. توجه کنید که توصیف پرتو ۲ اندکی به اصلاح نیاز دارد (این پرتوی است که امتدادش از نقطه F_1 می‌گذرد).

لازم است که توصیف پرتوهای ۱ و ۲ را اصلاح کنیم تا برای تعیین محل تصویر واقع در (هر جایی) جلوی یک عدسی واگرا مورد استفاده قرار گیرند. برای مثال در شکل ۱۷-۳۴ پ، نقطه‌ای را به دست می‌آوریم که پرتو ۳ امتداد به عقب پرتوهای ۱ و ۲ را قطع می‌کند.

دستگاه‌های دو عدسی

هرگاه شیء O در مقابل دستگاهی شامل دو عدسی که محور مرکزی آنها بر هم منطبق است قرار گیرد، می‌توان تصویر نهایی دستگاه (یعنی تصویر ایجاد شده به وسیله عدسی دورتر از شیء) را مرحله به مرحله تعیین کرد. عدسی نزدیک را عدسی ۱ و عدسی دور را عدسی ۲ در نظر می‌گیریم.

مرحله ۱- فرض کنیم p_1 فاصله شیء O از عدسی ۱ باشد. سپس فاصله i_1 تصویر ایجاد شده به وسیله عدسی ۱ را با استفاده از معادله ۹-۳۴ یا با ترسیم پرتوها پیدا می‌کنیم.

مرحله ۲- حال با نادیده گرفتن عدسی ۱، تصویر تشکیل شده در مرحله ۱ را به عنوان شیء جدید در پشت عدسی ۲ واقع شود، می‌گیریم. اگر این شیء جدید در پشت عدسی ۲ واقع شود، فاصله شیء p_2 برای عدسی ۲ منفی در نظر گرفته می‌شود. (توجه کنید که این نسبت به قاعده‌ای که می‌گوید فاصله شیء مثبت است یک استثناست، این استثنا از آنجا ناشی می‌شود که شیء در اینجا در طرف مخالف چشمه نور است.) در غیر این صورت p_2 مانند معمول مثبت گرفته می‌شود. پس از آن فاصله تصویر (نهایی) i_2 را که به وسیله عدسی ۲ حاصل شده است به کمک معادله ۹-۳۴ یا با رسم پرتوها پیدا می‌کنیم.

روش مرحله به مرحله مشابهی را می‌توان برای هر تعداد عدسی یا اگر آینه‌ای به جای عدسی ۲ وجود داشته باشد به کار برد. بزرگنمایی خطی کلی یا نهایی M که به وسیله دستگاه دو عدسی تشکیل می‌شود برابر است با حاصلضرب بزرگنمایی خطی m_1 و بزرگنمایی خطی m_2 که به وسیله دو عدسی حاصل شده است.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{50 \text{ cm}}$$

که از آن $f = 40 \text{ cm}$ به دست می‌آید. سپس از معادله ۱۰-۳۴ داریم

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (n-1) \left(\frac{1}{+r} - \frac{1}{-r} \right)$$

با قرار دادن مقادیر داده شده، داریم

$$\frac{1}{40 \text{ cm}} = (1/65 - 1) \frac{2}{r}$$

که به دست می‌دهد

$$r = (0/65)(2)(40 \text{ cm}) = 50/2 \text{ cm}$$

(پاسخ)

مسئله نمونه ۵-۳۴ مهارت خود را تقویت کنید

در شکل ۱۸-۳۴ الف شیء O_1 در مقابل دو عدسی نازک متقارن ۱ و ۲ به ترتیب با فاصله‌های کانونی $f_1 = +24 \text{ cm}$ و $f_2 = +90 \text{ cm}$ و به فاصله $L = 10 \text{ cm}$ از هم قرار دارد: فاصله شیء از عدسی ۱ برابر با 60 cm است. دستگاه دو عدسی تصویر شیء را در کجا ایجاد می‌کند؟

نکته کلیدی می‌توانستیم تصویر ایجاد شده با دستگاه دو عدسی را با دنبال کردن پرتوهای ناشی از شیء که از دو عدسی عبور می‌کنند به دست آوریم. ولی، برای محاسبه مکان تصویر در دستگاه می‌توانیم عدسی به عدسی جلو برویم. از عدسی نزدیکتر به شیء شروع می‌کنیم. تصویری که به دنبال آن هستیم تصویر نهایی است، یعنی تصویر I_2 که به وسیله عدسی ۲ ایجاد می‌شود.

عدسی ۱. عدسی ۲ را نادیده می‌گیریم و محل تصویری را که به وسیله عدسی ۱ ایجاد می‌شود با به کار بردن معادله ۹-۳۴ تنها برای عدسی ۱، به دست می‌آوریم

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{f_1}$$

شیء O_1 ، 60 cm از عدسی ۱ فاصله دارد؛ پس $p_1 = +60 \text{ cm}$ را جایگزین می‌کنیم. مقدار i_1 داده شده را نیز جایگزین می‌کنیم، داریم

$$\frac{1}{+60 \text{ cm}} + \frac{1}{i_1} = \frac{1}{+24 \text{ cm}}$$

که از این $i_1 = -80 \text{ cm}$ به دست می‌آید.

این بیانگر این است که فاصله تصویر I_1 از عدسی ۱ برابر با 80 cm و مجازی است. (می‌شد حدس زد که چون شیء داخل فاصله کانونی عدسی ۱ یعنی بین عدسی و کانون آن قرار دارد تصویر مجازی است.) چون I_1 مجازی است پس تصویر در همان طرفی از عدسی است که شیء O_1 قرار دارد و همانطور که در شکل ۱۸-۳۴ ب نشان داده شده همان سمتگیری شیء O_1 را دارد.

$$M = m_1 m_2$$

(۱۱-۳۴)

نکته وارسی ۴ یک عدسی متقارن نازک وقتی اثر انگشت نسبت به کانون عدسی 10 cm دورتر قرار داشته باشد، از آن تصویری با بزرگمایی $+0.2$ ایجاد می‌کند. نوع و سمتگیری تصویر و نیز نوع عدسی را پیدا کنید.

مسئله نمونه ۲-۳۴

شیئی روی محور مرکزی یک عدسی نازک متقارن به فاصله 20 cm از آن قرار دارد. بزرگمایی خطی $m = -0.25$ و ضریب شکست ماده عدسی $1/65$ است.

(الف) نوع تصویر ایجاد شده به وسیله عدسی و نوع عدسی را پیدا کنید. آیا این شیء داخل فاصله کانونی است یا خارج آن، تصویر در کدام طرف عدسی تشکیل می‌شود و آیا تصویر وارونه است؟

(استدلال) از مقدار داده شده m می‌توان به اطلاعات زیادی در مورد عدسی و تصویر دست پیدا کرد. با استفاده از آن و معادله ۶-۳۴ $(m = -i/p)$ ، می‌بینیم که

$$i = -mp = 0/25p$$

حتی بدون پایان دادن به محاسبه‌ها می‌توان به پرسشها پاسخ داد. چون p مثبت است، I در اینجا باید مثبت باشد. این نشان می‌دهد که تصویر حقیقی است و به معنی این است که عدسی همگرا داریم (تنها عدسی که می‌تواند تصویر حقیقی ایجاد کند). شیء باید خارج از فاصله کانونی باشد (تنها راهی که یک تصویر حقیقی می‌تواند تشکیل شود). همچنین تصویر وارونه است و در طرف مقابل شیء قرار دارد. (به این طریق است که عدسی همگرا تصویر حقیقی تشکیل می‌دهد.)

(ب) بزرگی دو شعاع انحنای عدسی چقدر است؟

نکته‌های کلیدی

۱- چون عدسی متقارن است، r_1 (برای سطح نزدیک شیء) و r_2 دارای بزرگی یکسان هستند.

۲- چون عدسی همگراست و جسم در مقابل سطح کوژ طرف نزدیک قرار دارد پس $r_1 = -r_2$. به همین ترتیب در مقابل سطح کاو طرف دور قرار دارد و در نتیجه $r_1 = -r_2$ است.

۳- این شعاعهای انحنای را می‌توان به وسیله معادله عدسی‌سازان یعنی معادله ۱۰-۳۴ (تنها معادله‌ای که شامل شعاعهای انحناست) به فاصله کانونی مرتبط دارد.

۴- با معادله ۹-۳۴ می‌توان فاصله کانونی f را به فاصله شیء p و فاصله تصویر i ربط داد.

محاسبه‌ها: مقدار p را می‌دانیم ولی i را نمی‌دانیم. بنابراین، نقطه شروع عبارت است از تمام کردن محاسبه‌ها برای I در قسمت (الف)؛ خواهیم داشت

$$i = (0/25)(20 \text{ cm}) = 50/2 \text{ cm}$$

حال معادله ۹-۳۴ به دست می‌دهد

$$\frac{1}{+18\text{cm}} + \frac{1}{i_p} = \frac{1}{9.0\text{cm}}$$

از این رو

$$i_p = +18\text{cm}$$

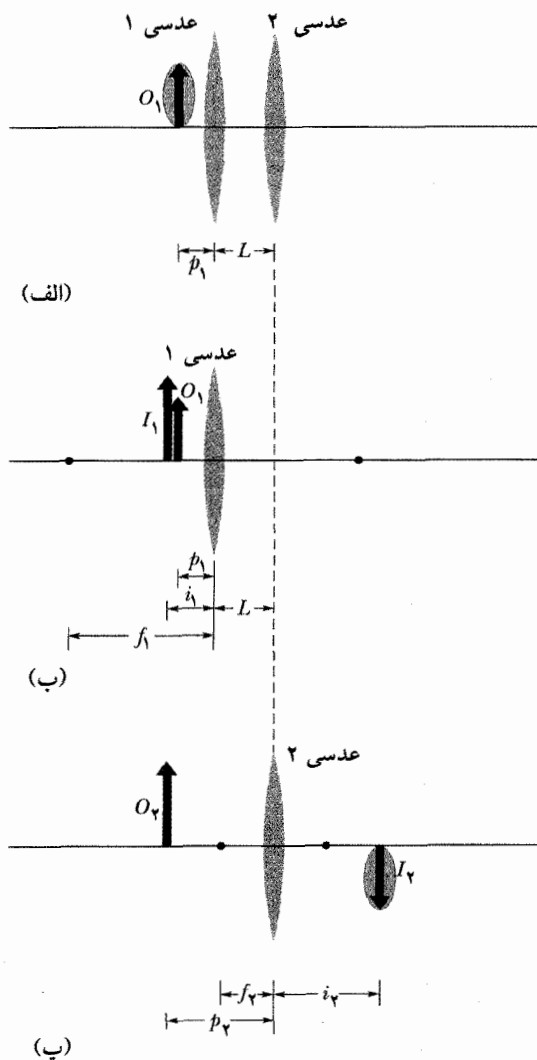
علامت مثبت حدس ما را تأیید می‌کند: تصویر I_p حاصل از عدسی ۲ حقیقی و وارونه است و همانطور که در شکل ۳۴-۱۸ پ نشان داده شده است در طرف مخالف O_p نسبت به عدسی ۲ قرار دارد.

۳۴-۸ ابزارهای نوری

چشم انسان عضو فوق‌العاده مؤثری است، ولی شعاع عمل آن را می‌توان به وسیله ابزارهای نوری مانند عینک، ذره‌بین، دستگاههای نمایش سینمایی، دوربینها (از جمله دوربینهای تلویزیونی)، میکروسکوپ و تلسکوپ به روشهای مختلفی گسترش داد. بسیاری از چنین دستگاههایی محدوده دید ما را به وراء نور مرئی گسترش می‌دهند؛ دوربینهای فروسرخ حمل شده با ماهواره و میکروسکوپیهای پرتو x تنها دو مثال از این قبیل‌اند. اغلب ابزارهای نوری پیشرفته می‌توان به کار برد. عدسیها در میکروسکوپیهای آزمایشگاهی نوعی به هیچ عنوان «نازک» نیستند. در بسیاری از ابزارهای نوری عدسیها مرکب هستند، یعنی از چندین جزء تشکیل شده‌اند و سطحهای مرزی به ندرت دقیقاً کروی‌اند. اکنون سه ابزار نوری را با فرض اینکه برای سهولت فرمولهای عدسی نازک را می‌توان به کار برد، شرح می‌دهیم.

ذره‌بین

اگر شیئی در هر جایی از بینهایت تا نقطه معینی به نام نقطه نزدیک p_n قرار داشته باشد چشم عادی انسان می‌تواند تصویر دقیقی از آن روی شبکیه (در انتهای چشم) تشکیل دهد. اگر شیء به چشم نزدیکتر شده و در فاصله‌ای کمتر از نقطه نزدیک قرار گیرد، تصویر شبکیه‌ای دریافت شده محو خواهد بود. محل نقطه نزدیک با بالا رفتن سن تغییر می‌کند. همه شنیده‌ایم افرادی مدعی‌اند که به عینک نیاز ندارند ولی روزنامه را در فاصله بازوی دست خود می‌خوانند؛ نقطه نزدیک آنها کاهش یافته است. برای پیدا کردن نقطه نزدیک، اگر عینک دارید آن را بردارید، یک چشم خود را ببندید و سپس این صفحه را به چشم باز خود نزدیک کنید تا ناواضح شود. در بحث زیر نقطه نزدیک را در ۲۵ سانتی‌متری چشم در نظر می‌گیریم که اندکی بیش از مقدار نوعی برای افراد ۲۰ ساله است.



شکل ۳۴-۱۸ (الف) شیء O_1 در فاصله p_1 از یک دستگاه دو عدسی که به اندازه L از هم فاصله دارند قرار دارد. پیکان برای مشخص کردن جهت شیء به کار رفته است. (ب) تصویر I_1 تنها به وسیله عدسی ۱ ایجاد شده است. (پ) تصویر I_1 تنها برای عدسی ۲ به عنوان شیء O_2 است که تصویر نهایی I_2 را ایجاد می‌کند.

عدسی ۲. در مرحله دوم حل مسئله، می‌توانیم تصویر I_1 را به عنوان شیء O_2 برای دومین عدسی به حساب آوریم و عدسی ۱ را نادیده بگیریم. ابتدا توجه داریم که این شیء O_2 خارج از نقطه کانونی عدسی ۲ قرار دارد. بنابراین، تصویر I_2 که به وسیله عدسی ۲ ایجاد می‌شود باید حقیقی، وارونه و در طرفی از عدسی واقع باشد که مقابل O_2 است. این را بررسی می‌کنیم. فاصله p_2 بین شیء O_2 و عدسی ۲ در شکل ۳۴-۱۸ پ برابر است با

$$p_2 = L + |i_1| = 10\text{cm} + 8.0\text{cm} = 18\text{cm}$$

سپس معادله ۳۴-۹ را برای عدسی ۲ می‌نویسیم که به دست می‌دهد

زاویه‌ای m_θ (با بزرگنمایی خطی m اشتباه نکنید) آنچه که دیده می‌شود عبارت است از

$$m_\theta = \theta' / \theta$$

به عبارتی، بزرگنمایی زاویه‌ای یک ذره بین عبارت است از مقایسه زاویه در بر گرفته شده به وسیله تصویری که عدسی ایجاد می‌کند و زاویه در بر گرفته شده به وسیله شیء در وقتی که به نقطه نزدیک ناظر حرکت کرده باشد.

از شکل ۱۹-۳۴ با فرض اینکه O در نقطه کانونی عدسی بوده و تقریب $\tan \theta = \theta$ و $\tan \theta' = \theta'$ برای زاویه‌های کوچک برقرار باشد، داریم

$$\theta \approx h / 25 \text{ cm}, \quad \theta' \approx h / f$$

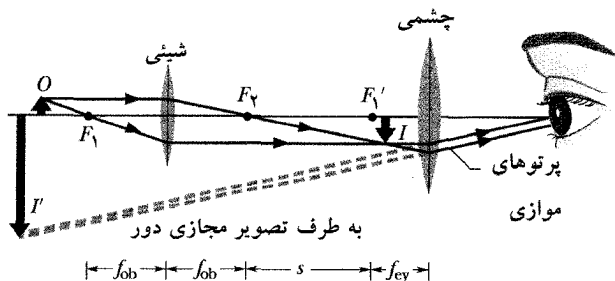
در نتیجه خواهیم داشت

$$m_\theta \approx \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (\text{ذره بین}) \quad (۱۲-۳۴)$$

میکروسکوپ مرکب

شکل ۲۰-۳۴ صورتی از یک میکروسکوپ مرکب با عدسی نازک را نشان می‌دهد. این ابزار شامل یک شیشی (عدسی جلو) به فاصله کانونی f_{ob} و یک چشمی (عدسی نزدیک چشم) به فاصله کانونی f_{ey} است. از این وسیله برای دیدن اشیای کوچکی که خیلی به شیء نزدیک باشند استفاده می‌شود.

شیء O که باید دیده شود درست خارج اولین نقطه کانونی f_1 شیشی، یعنی نزدیک به F_1 که فاصله آن از عدسی تقریباً p است و فاصله کانونی آن را f_{ob} در نظر می‌گیریم، قرار داده می‌شود. فاصله بین عدسیها به صورتی تنظیم می‌شود که تصویر حقیقی، بزرگ شده و وارونه ایجاد شده به وسیله چشمی درست داخل اولین نقطه کانونی F'_1 چشمی قرار گیرد. طول لوله s نشان داده شده در شکل ۲۰-۳۴ در واقع نسبت به f_{ob} بزرگ است و می‌توان فاصله I بین شیء و تصویر I را با طول s تقریباً برابر گرفت.

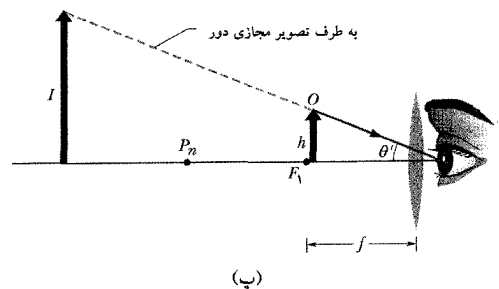
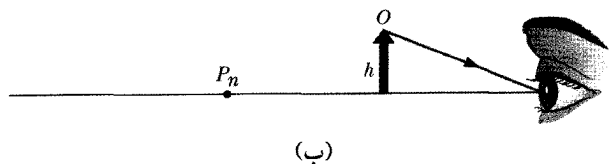
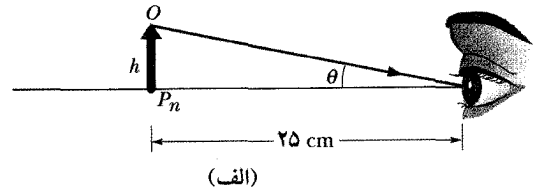


شکل ۲۰-۳۴ نمایشی از یک میکروسکوپ مرکب با عدسی نازک (که در مقیاس واقعی نیست). شیشی یک تصویر حقیقی I از شیء O درست داخل نقطه کانونی F'_1 چشمی تشکیل می‌دهد. سپس تصویر I برای چشمی به عنوان شیء عمل می‌کند و یک تصویر نهایی مجازی I' ایجاد می‌کند که توسط ناظر دیده می‌شود. فاصله کانونی شیشی f_{ob} و فاصله کانونی چشمی f_{ey} و s طول لوله است.

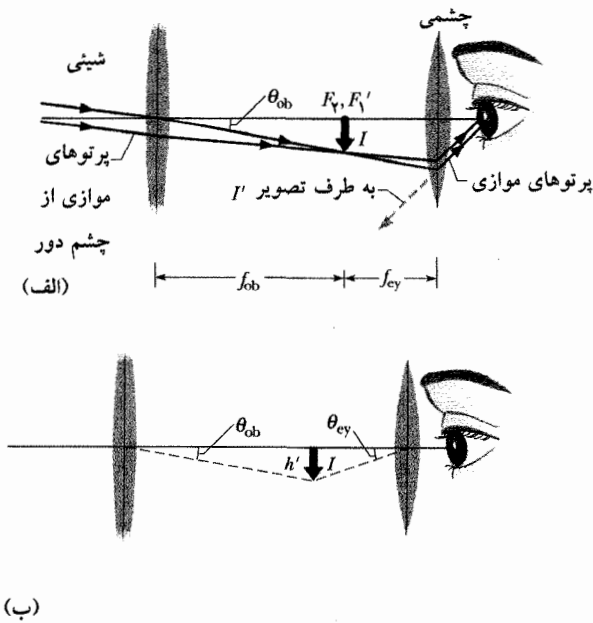
شکل ۱۹-۳۴ الف شیء O را واقع در نقطه نزدیک p_n یک چشم نشان می‌دهد. اندازه تصویر ایجاد شده روی شبکیه به زاویه θ که شیء میدان دید از چشم را در بر می‌گیرد بستگی دارد. با نزدیک کردن شیء به چشم، مانند ۱۹-۳۴ ب، می‌توان زاویه را افزایش داد، از این رو امکان تمیز دادن جزئیات شیء بیشتر می‌شود. ولی، چون شیء نزدیکتر از نقطه نزدیک است، دیگر میزان نیست، یعنی تصویر دیگر وضوح ندارد.

با نگاه کردن به نقطه O به وسیله یک عدسی همگرا به طوری که O درست داخل نقطه کانونی F_1 عدسی و در فاصله کانونی f قرار گیرد (شکل ۱۹-۳۴ پ) می‌توان وضوح را بهبود بخشید. آنچه که دیده می‌شود تصویر مجازی O است که به وسیله عدسی ایجاد شده است. این تصویر از نقطه نزدیک دورتر است، و بنابراین چشم آن را به وضوح می‌بیند.

افزون بر این، زاویه θ' در بر گرفته شده به وسیله تصویر مجازی، از بزرگترین زاویه θ که توسط شیء تنها می‌تواند در بر گرفته شود و هنوز واضح دیده شود بزرگتر است. بزرگنمایی



شکل ۱۹-۳۴ الف) شیء O به ارتفاع h در نقطه نزدیک چشم است و زاویه θ را در میدان دید در بر می‌گیرد. (ب) با نزدیک شدن شیء زاویه افزایش می‌یابد ولی حالا ناظر نمی‌تواند شیء را واضح ببیند. (پ) یک عدسی همگرا بین شیء و چشم قرار داده می‌شود به طوری که شیء درست داخل نقطه کانونی F_1 عدسی است. تصویر ایجاد شده به وسیله عدسی برای واضح دیده شدن خیلی دور است و تصویر زاویه بزرگتر θ' را نسبت به شیء O در (الف) در بر می‌گیرد.



از معادله ۳۴-۶ و با استفاده از تقریب به کار رفته برای p و I می‌توان بزرگنمایی خطی ایجاد شده به وسیلهٔ چشمی را به صورت زیر نوشت

$$m = -\frac{i}{p} = -\frac{s}{f_{ob}} \quad (۳۴-۱۳)$$

چون تصویر I درست داخل نقطهٔ کانونی F'_1 چشمی قرار دارد، چشمی همانند یک ذره‌بین عمل می‌کند و ناظر تصویر نهایی (مجازی، وارونه) I' را از آن می‌بیند. بزرگنمایی کلی این دستگاه عبارت است از حاصلضرب بزرگنمایی خطی m که به وسیلهٔ شیئی ایجاد شده است و با معادلهٔ ۳۴-۱۳ داده می‌شود، در بزرگنمایی زاویه‌ای m_θ که به وسیلهٔ چشمی ایجاد شده است و با معادلهٔ ۳۴-۱۲ داده می‌شود؛ یعنی

$$M = mm_\theta = -\frac{s}{f_{ob}} \frac{25\text{cm}}{f_{ey}} \quad (\text{میکروسکوپ}) \quad (۳۴-۱۴)$$

تلسکوپ شکستی

تلسکوپ در شکل‌های مختلفی وجود دارد. شکلی که در اینجا توصیف می‌کنیم تلسکوپ شکستی ساده است که شامل یک شیئی و یک چشمی است که هر دو در شکل ۳۴-۲۱ با عدسیهای ساده نشان داده شده‌اند، اگرچه در عمل، هر عدسی بیشتر میکروسکوپها در واقع یک دستگاه عدسی مرکب است.

آرایشهای عدسی در تلسکوپها و میکروسکوپها مشابه‌اند، ولی تلسکوپ را برای دیدن اجسام بزرگ مانند کهکشانها، ستارگان و سیاره‌ها در فاصله‌های دور طراحی می‌کنند در حالی که میکروسکوپها برای هدف مخالفی طراحی می‌شوند. این اختلاف مستلزم آن است که در تلسکوپ شکل ۳۴-۲۱ نقطهٔ کانونی دوم شیئی F_2 بر نقطهٔ کانونی اول چشمی F'_1 منطبق باشد، در حالی که در میکروسکوپ شکل ۳۴-۲۰ این نقطه‌ها به اندازهٔ طول s لوله از یکدیگر فاصله دارند.

در شکل ۳۴-۲۱ الف پرتوهای موازی از یک شیء دور به شیئی برخورد می‌کنند و زاویهٔ θ_{ob} را با محور تلسکوپ تشکیل می‌دهند به طوری که در نقطهٔ کانونی مشترک F_2 و F'_1 یک تصویر حقیقی وارونهٔ I تشکیل می‌شود. این تصویر I برای چشمی به عنوان شیء عمل می‌کند و ناظر تصویر دور و مجازی (هنوز وارونه) I' را از آن می‌بیند. پرتوهای ایجاد کنندهٔ تصویر با محور تلسکوپ زاویهٔ θ_{ey} می‌سازند.

بزرگنمایی زاویه‌ای m_θ تلسکوپ θ_{ey}/θ_{ob} است. از شکل ۳۴-۲۱ ب برای پرتوهای نزدیک محور مرکزی می‌توان نوشت $\theta_{ob} = h'/f_{ob}$ و $\theta_{ey} \approx h'/f_{ey}$ که به دست می‌دهد

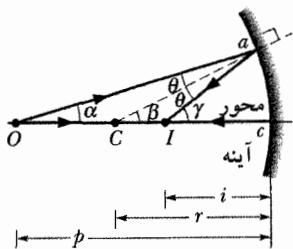
$$m_\theta = -\frac{f_{ob}}{f_{ey}} \quad (\text{تلسکوپ}) \quad (۳۴-۱۵)$$

شکل ۳۴-۲۱ (الف) نمایشی از یک تلسکوپ شکستی با عدسی نازک. شیئی یک تصویر حقیقی I از یک چشمهٔ نور دور (شیء)، با پرتوهای نوری تقریباً موازی، ایجاد می‌کند. (فرض می‌شود که یک انتهای شیء روی محور مرکزی قرار دارد.) تصویر I که در نقطه‌های کانونی مشترک F_2 و F'_1 تشکیل می‌شود. به عنوان شیء برای چشمی است که تصویر مجازی نهایی I' را در فاصلهٔ خیلی دور از ناظر ایجاد می‌کند. فاصلهٔ کانونی شیئی f_{ob} و فاصلهٔ کانونی چشمی f_{ey} است. (ب) ارتفاع تصویر I برابر h' است و نسبت به شیئی زاویهٔ θ_{ob} و نسبت به چشمی زاویهٔ θ_{ey} می‌سازد.

که در آن علامت منفی نشان می‌دهد که I' وارونه است. به عبارتی بزرگنمایی زاویه‌ای تلسکوپ مقایسه‌ای است بین زاویهٔ ایجاد شده به وسیلهٔ تصویر به وجود آمده به وسیلهٔ تلسکوپ و زاویهٔ ایجاد شده به وسیلهٔ تصویر به وجود آمده به وسیلهٔ تلسکوپ و زاویهٔ ایجاد شده به وسیلهٔ تصویر به وجود آمده به وسیلهٔ تلسکوپ دیده می‌شود.

بزرگنمایی فقط یکی از عوامل طراحی یک تلسکوپ نجومی است و در واقع به راحتی می‌توان به آن دست یافت. یک تلسکوپ خوب به توان جمع‌آوری نور نیاز دارد که میزان روشنی تصویر را نشان می‌دهد. این در مورد دیدن اجسام کم نور مانند کهکشانهای دور مهم است و این کار با ساخت شیئی با قطری تا حد امکان بزرگ انجام می‌شود. یک تلسکوپ همچنین به توان تفکیک نیاز دارد که عبارت است از توانایی برای تمیز دادن بین دو جسم دور (مانند ستارگان) که فاصلهٔ زاویه‌ای آنها کوچک باشد. میدان دید عامل مهم دیگری در طراحی است. تلسکوپ‌هایی که برای دیدن کهکشانها (که میدان دید خیلی کوچکی دارند) طراحی می‌شود با تلسکوپ‌هایی که برای ردیابی شهابها (که در میدان دید وسیعی حرکت می‌کنند) طراحی می‌شود تفاوت زیادی دارد.

۳۴-۱۶ و با استفاده از معادله ۳۴-۳ برای جایگذاری f به جای r و حذف ac ، دقیقاً به معادله ۳۴-۴ می‌رسیم، که می‌خواستیم اثبات کنیم.



شکل ۳۴-۲۲ آینه کروی کاو به وسیله بازتاب پرتوهای نور از یک شیء نقطه‌ای O تصویر نقطه‌ای و حقیقی I را تشکیل می‌دهد.

فرمول سطح شکننده (معادله ۳۴-۱)

پرتوی فرودی که از شیء نقطه‌ای O در شکل ۳۴-۲۳ به نقطه a از سطح شکننده کروی برخورد می‌کند، مطابق معادله ۲۹-۴۴ (جلد دوم) شکسته می‌شود

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r$$

اگر α کوچک باشد، θ_i و θ_r نیز کوچک خواهند بود و می‌توانیم خود این زاویه‌ها را به جای سینوس بنویسیم. بنابراین، معادله به صورت زیر درمی‌آید

$$n_i \theta_i \approx n_r \theta_r \quad (۳۴-۱۸)$$

دوباره از این واقعیت استفاده می‌کنیم که یک زاویه خارجی مثلث برابر با مجموع دو زاویه مجاور دیگر است. با استفاده از این در مثلث‌های COa و ICa خواهیم داشت

$$\theta_i = \alpha + \beta \quad \text{و} \quad \beta = \theta_r + \gamma \quad (۳۴-۱۹)$$

اگر از معادله‌های ۳۴-۱۹ برای حذف θ_i و θ_r در معادله ۳۴-۱۸ استفاده کنیم، خواهیم داشت

$$n_i \alpha + n_r \gamma = (n_r - n_i) \beta \quad (۳۴-۲۰)$$

زاویه‌های α ، β و γ برحسب رادیان به صورت زیرند:

$$\alpha \approx \frac{\widehat{ac}}{p}; \quad \beta \approx \frac{\widehat{ac}}{r}; \quad \gamma \approx \frac{\widehat{ac}}{i} \quad (۳۴-۲۱)$$

فقط معادله دوم دقیق است. دو معادله دیگر تقریبی‌اند زیرا I و O مرکز دایره‌هایی نیستند که قوس آنها ac باشد. با وجود این، به ازای α به قدر کافی کوچک (برای پرتوهای نزدیک به محور) عدم دقت معادله‌های ۳۴-۲۱ ناچیز است. قرار دادن معادله‌های ۳۴-۲۱ در معادله ۳۴-۲۰ به معادله ۳۴-۸ می‌انجامد که می‌خواستیم ثابت کنیم.

طراح تلسکوپ همچنین باید فرق بین عدسیهای واقعی و عدسیهای نازک آرمانی را که درباره آنها بحث کردیم در نظر بگیرد. یک عدسی واقعی با سطحهای کروی تصویرهای دقیقی تشکیل نمی‌دهد، این عیب را **ابیراهی کروی** می‌نامند. چون شکست در دو سطح یک عدسی واقعی به طول موج نیز بستگی دارد، یک عدسی واقعی نور با طول موجهای مختلف را در یک نقطه متمرکز نمی‌کند، این عیب را **ابیراهی رنگی** می‌نامند.

این بحث کوتاه عوامل مربوط به طراحی تلسکوپهای نجومی را تمام نمی‌کند - عوامل بسیار دیگری هم وجود دارند. در مورد هر ابزار نوری دیگر با کارایی بالا باید چنین مسائلی مورد توجه قرار گیرند.

۳۴-۹ اثبات سه فرمول

فرمول آینه کروی (معادله ۳۴-۴)

شکل ۳۴-۲۲ یک شیء نقطه‌ای O را واقع بر محور مرکزی آینه کروی کاو خارج از مرکز انحنای C نشان می‌دهد. پرتوی از O که با محور زاویه α می‌سازد، پس از بازتاب از آینه در نقطه a محور را در I قطع می‌کند. پرتوی نیز که از O در راستای محور می‌تابد پس از بازتاب از نقطه a در راستای خود بر می‌گردد و از نقطه I می‌گذرد. بنابراین، I تصویر O است، این یک تصویر حقیقی است زیرا نور در واقع از آنجا می‌گذرد. حال فاصله تصویری I را پیدا می‌کنیم.

از قضیه مثلثاتی مفیدی که بیان می‌کند زاویه خارجی در مثلث برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور استفاده می‌کنیم. با اعمال این قضیه بر مثلث‌های OaC و OaI در شکل ۳۴-۲۲ خواهیم داشت

$$\beta = \alpha + \theta \quad \text{و} \quad \gamma = \alpha + 2\theta$$

اگر زاویه θ را بین این دو معادله حذف کنیم، خواهیم داشت

$$\alpha + \gamma = 2\beta \quad (۳۴-۱۶)$$

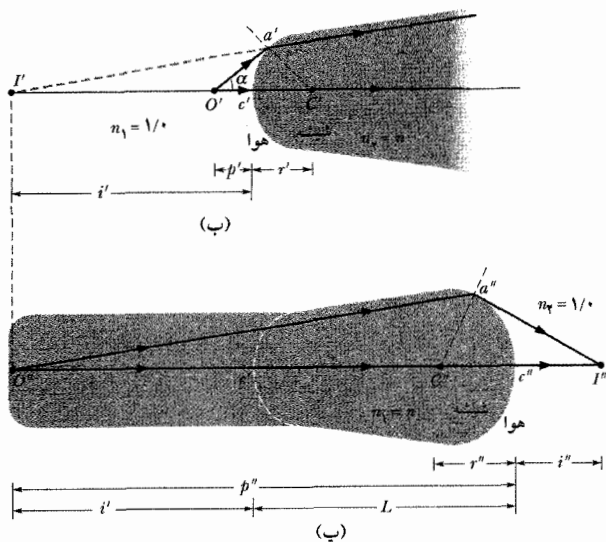
زاویه‌های α ، β و γ را می‌توان به صورت زیر برحسب رادیان نوشت

$$\alpha \approx \frac{\widehat{ac}}{cO} = \frac{\widehat{ac}}{p} \quad \text{و} \quad \beta = \frac{\widehat{ac}}{cC} = \frac{\widehat{ac}}{r}$$

و

$$\gamma \approx \frac{\widehat{ac}}{cI} = \frac{\widehat{ac}}{i} \quad (۳۴-۱۷)$$

نمادهای بالای حروف به معنی «قوس» است. تنها معادله مربوط به β دقیق است، زیرا مرکز انحنای \widehat{ac} در C قرار دارد. ولی معادله‌های مربوط به α و γ در صورتی تقریباً درست‌اند که این زاویه‌ها به قدر کافی کوچک باشند. (برای پرتوهای نزدیک به محور مرکزی). با قرار دادن معادله‌های ۳۴-۱۷ در معادله



شکل ۲۴-۳۴ (الف) دو پرتو تابیده از شیء نقطه‌ای O' پس از شکست از دو سطح کروی یک عدسی تصویر حقیقی I'' را تشکیل می‌دهند. شیء مقابل سطح کوژ عدسی در طرف چپ عدسی و یک سطح کاو در سمت راست قرار دارد. پرتوی که از نقطه‌های a'' و a' می‌گذرد در واقع نزدیک محور مرکزی عدسی است. (ب) طرف چپ و (پ) طرف راست عدسی در (الف) جداگانه نشان داده شده‌اند.

$$\frac{1}{p'} + \frac{n}{i'} = \frac{n-1}{r'} \quad (22-34)$$

در این معادله i' یک عدد مثبت است زیرا علامت منفی را متناسب با یک تصویر مجازی وارد کرده‌ایم.

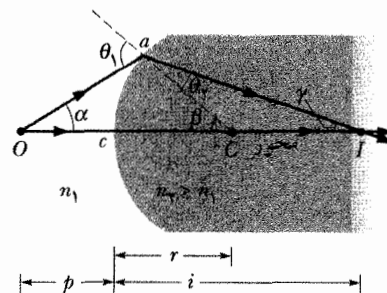
شکل ۲۴-۳۴ پ دوباره سطح دوم را نشان می‌دهد. به جز اینکه اگر ناظری در نقطه a'' از وجود سطح اول آگاه نباشد، او فکر خواهد کرد که نوری که به آن نقطه می‌خورد در شکل ۳۴-۲۴ ب از نقطه I' سرچشمه گرفته است و اینکه ناحیه چپ سطح به صورتی که نشان داده شده با شیشه پر شده است. بنابراین، تصویر (مجازی) I' تشکیل شده به وسیله سطح اول به صورت شیء واقعی O'' برای سطح دوم است. فاصله این جسم از سطح دوم عبارت است از

$$p'' = i' + L \quad (23-34)$$

برای به کار بردن معادله ۸-۳۴ بر سطح دوم، باید قرار دهیم $n_1 = n$ و $n_2 = 1$ ، زیرا شیء حالا عملاً داخل شیشه قرار دارد. اگر با معادله ۲۳-۳۴ جایگزین کنیم، معادله ۸-۳۴ به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{n}{i' + L} + \frac{1}{i''} = \frac{1-n}{r''} \quad (24-34)$$

اکنون فرض می‌کنیم که ضخامت L «عدسی» در شکل ۳۴-۲۲ الف در مقایسه با کمیتهای خطی دیگر (مانند p' ، i' ، p'' ، i'' ، r'') چنان کوچک است که می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. در همه جا از این تقریب عدسی نازک پیروی می‌کنیم. با قرار دادن $L=0$ در معادله ۲۴-۳۴ و ترتیب دوباره طرف راست خواهیم داشت



شکل ۲۳-۳۴ تصویر نقطه‌ای حقیقی I از شیء نقطه‌ای O به وسیله شکست در یک سطح کوژ کروی بین دو محیط تشکیل شده است.

فرمولهای عدسی نازک (معادله‌های ۹-۳۴ و ۱۰-۳۴)

قصد ما این است که هر سطح عدسی را به عنوان یک سطح شکننده مجزا در نظر بگیریم و تصویر تشکیل شده توسط سطح اول را به منزله شیء برای سطح دوم مورد استفاده قرار دهیم.

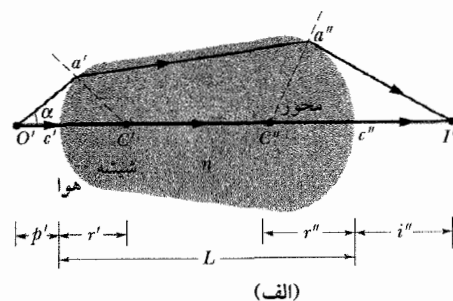
با یک «عدسی» شیشه‌ای کلفت به طول L در شکل ۲۲-۳۴ الف شروع می‌کنیم که سطحهای شکست‌دهنده چپ و راست آن دارای شعاعهای r' و r'' هستند. شیء نقطه‌ای O' مانند آنچه که نشان داده شده است در نزدیکی طرف چپ سطح قرار دارد. پرتوی که از O' در راستای محور مرکزی می‌تابد به هنگام ورود یا خروج از عدسی انحرافی پیدا نمی‌کند.

پرتو دوم که با زاویه α نسبت به محور مرکزی از O' می‌تابد در نقطه a' سطح طرف چپ را قطع می‌کند، شکسته می‌شود و سپس سطح دوم را (راست) در نقطه a'' قطع می‌کند. این پرتو دوباره شکسته می‌شود و محور را در I'' که محل تلاقی دو پرتو آمده از O' است قطع می‌کند که تصویر نقطه O' پس از شکست در دو سطح است.

شکل ۲۴-۳۴ ب نشان می‌دهد که سطح اول (چپ) نیز یک تصویر مجازی از O' در I' تشکیل می‌دهد. از معادله ۸-۳۴ برای یافتن محل I' استفاده می‌کنیم.

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

با قرار دادن $n_1 = 1$ برای هوا و $n_2 = n$ برای شیشه عدسی و با توجه به اینکه فاصله تصویر منفی است (یعنی در شکل ۲۴-۳۴ ب $i = -i'$ است)، خواهیم داشت



شکونده قرار دارد و r شعاع انحنای سطح است. هرگاه شیء در مقابل سطح شکونده کوژ قرار داشته باشد، شعاع r مثبت است. هرگاه در مقابل سطح کاو قرار بگیرد، r منفی است. تصویرهای حقیقی در طرفی از سطح شکونده تشکیل می‌شوند که در طرف مقابل شیء است و تصویرهای مجازی در همان طرف شیء تشکیل می‌شوند.

۳- عدسی نازک:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (۹-۳۴ \text{ و } ۱۰-۳۴)$$

که در آن f فاصله کانونی عدسی، n ضریب شکست عدسی و r_1 و r_2 شعاعهای انحنای دو طرف عدسی هستند، که سطحهای کروی‌اند. سطح کوژ عدسی که مقابل شیء باشد دارای شعاع انحنای مثبت، و سطح کاو عدسی که مقابل شیء باشد دارای شعاع انحنای منفی است. تصویرهای حقیقی در طرفی از عدسی تشکیل می‌شوند.

۳- عدسی نازک:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (۹-۳۴ \text{ و } ۱۰-۳۴)$$

که در آن f فاصله کانونی عدسی، n ضریب شکست عدسی و r_1 و r_2 شعاعهای انحنای دو طرف عدسی هستند، که سطحهای کروی‌اند. سطح کوژ عدسی که مقابل شیء باشد دارای شعاع انحنای مثبت، و سطح کاو عدسی که مقابل شیء باشد دارای شعاع انحنای منفی است. تصویرهای حقیقی در طرفی از عدسی تشکیل می‌شوند که طرف مقابل شیء است و تصویرهای مجازی در همان طرف شیء تشکیل می‌شوند.

بزرگنمایی خطی بزرگنمایی خطی m ایجاد شده توسط آینه کروی یا عدسی نازک عبارت است از

$$m = -\frac{i}{p} \quad (۶-۳۴)$$

بزرگی m با رابطه زیر داده می‌شود

$$|m| = \frac{h'}{h}$$

که در آن h و h' به ترتیب ارتفاع (عمود بر محور مرکزی) شیء و تصویر است.

ابزارهای نوری سه ابزار نوری که بینایی انسان را توسعه می‌دهند عبارت از:

۱- ذره‌بین که بزرگنمایی زاویه‌ای m_θ را ایجاد می‌کند و عبارت است از

$$m_\theta = \frac{25\text{cm}}{f} \quad (۱۲-۳۴)$$

که در آن f فاصله کانونی ذره‌بین است.

۲- میکروسکوپ مرکب که بزرگنمایی کلی M را ایجاد می‌کند و عبارت است از

$$M = mm_\theta = -\frac{s}{f_{ob}} \frac{25\text{cm}}{f_{ey}} \quad (۱۴-۳۴)$$

$$\frac{n}{i'} + \frac{1}{i''} = -\frac{n-1}{r''} \quad (۲۵-۳۴)$$

با جمع کردن معادله‌های ۲۲-۳۴ و ۲۵-۳۴ داریم

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{i''} = (n-1) \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right)$$

سرانجام اگر فاصله اولیه شیء را با p و فاصله نهایی تصویر را با I نمایش دهیم، خواهیم داشت

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = (n-1) \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right) \quad (۲۶-۳۴)$$

که با اندکی تغییر در نمادها همان معادله‌های ۹-۳۴ و ۱۰-۳۴ است که می‌خواستیم ثابت کنیم.

بازنگری و خلاصه درس

تصویرهای حقیقی و مجازی تصویر عبارت است از باز تولید یک شیء از طریق نور. اگر تصویر بتواند روی سطحی تشکیل شود، آن را تصویر حقیقی می‌گویند و حتی اگر ناظر وجود نداشته باشد این تصویر وجود دارد. اگر تصویر به دستگاه بینایی ناظر نیاز داشته باشد آن را تصویر مجازی می‌گویند.

تشکیل تصویر آینه‌های کروی، سطحهای شکونده کروی و عدسیهای نازک می‌توانند تصویرهایی را از یک چشمه نوری- یک شیء- با تغییر جهت دادن پرتوهای ناشی از چشمه تشکیل دهند. تصویر در جایی تشکیل می‌شود که پرتوهای تغییر جهت یافته یکدیگر را قطع می‌کنند. (که تصویر حقیقی تشکیل می‌شود) یا جایی که امتداد پرتوها رو به عقب یکدیگر را قطع می‌کنند (که تصویر مجازی تشکیل می‌شود). اگر پرتوها در آینه کروی، سطح شکونده یا عدسی نازک به اندازه کافی به محور مرکزی نزدیک باشند، بین فاصله جسم p (که مثبت است) و فاصله تصویر I (که برای تصویرهای حقیقی مثبت و برای تصویرهای مجازی منفی است) رابطه‌های زیر برقرار است:

۱- آینه کروی:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \quad (۳-۳۴ \text{ و } ۴-۳۴)$$

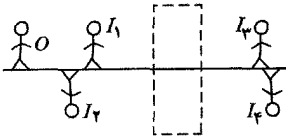
که در آن f فاصله کانونی آینه و r شعاع انحنای آن است. آینه تخت حالت خاصی است که در آن $r \rightarrow \infty$ ، به طوری که $p = -i$. تصویرهای حقیقی در طرفی از آینه که شیء در آنجا واقع است تشکیل می‌شود و تصویرهای مجازی در طرف مقابل تشکیل می‌شوند.

۲- سطح شکست‌دهنده کروی:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad (\text{یک سطح}) \quad (۸-۳۴)$$

که در آن n_1 ضریب شکست ماده‌ای است که شیء در آن واقع است، n_2 ضریب شکست ماده‌ای است که در طرف دیگر سطح

آینه می‌گذرد نشان داده شده است. چهار آدمک I_1 تا I_4 بیانگر محل کلی و سمتگیری برای تصویری است که ممکن است آینه ایجاد کند. (شکلها کلی رسم شده‌اند و ارتفاع و فاصله آنها از آینه بدون مقیاس است). (الف) کدام آدمک نمی‌تواند نمایش تصویر باشد؟ از تصویرهای ممکن (ب) کدامیک مربوط به یک آینه کاو است؟ (پ) کدامیک مربوط به یک آینه کوژ است؟ (ت) کدامیک مجازی است؟ و (ث) کدامیک دارای بزرگنمایی منفی است؟



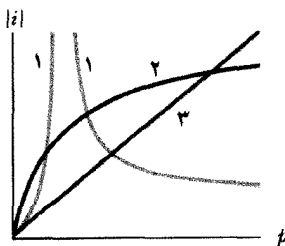
شکل ۳۴-۲۷ پرسش ۴ و ۸

۵- شکل ۳۴-۲۸ چهار عدسی نازک را نشان می‌دهد که همه از یک ماده ساخته شده‌اند و کناره آنها یا تخت است، یا دارای شعاع انحنایی به بزرگی ۱۰ cm هستند. بدون محاسبه عدسیها را به ترتیب بزرگی فاصله کانونی آنها مرتب کنید.



شکل ۳۴-۲۸ پرسش ۵

۶- جسمی که روی مرکز یک آینه کاو واقع است سپس روی محور مرکزی تا فاصله ۵/۰ m از آینه به آن نزدیک می‌شود. در حین حرکت، فاصله $|i|$ بین آینه و تصویر ایجاد شده، اندازه‌گیری می‌شود. سپس همین کار با یک آینه کوژ و آینه تخت تکرار می‌شود. شکل ۳۴-۲۹ نتایج را برحسب فاصله جسم p به دست می‌دهد. کدام منحنی مربوط به کدام آینه است؟ (منحنی ۱ دارای دو قسمت است.)



شکل ۳۴-۲۹ پرسش ۶ و ۱۰

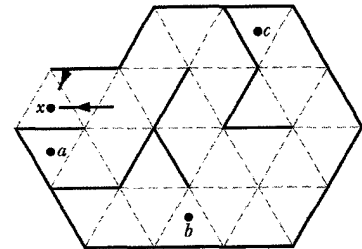
۷- وقتی که رکس در فیلم پارک ژوراسیک جیبی را تعقیب می‌کند یک تصویر بازتابیده از رکس را در آینه کناری می‌بینیم که در آن (از باب شوخی) نوشته شده است: «اجسام در آینه، نزدیکتر از موقعیتی هستند که دیده می‌شوند». آیا آینه تخت است یا کوژ یا کاو؟

که در آن m بزرگنمایی خطی ایجاد شده به وسیله شیء، m_θ بزرگنمایی زاویه‌ای ایجاد شده به وسیله چشمی، s طول لوله و f_{ob} و f_{ey} به ترتیب فاصله‌های کانونی شیئی و چشمی است. ۳- تلسکوپ شکستی که بزرگنمایی زاویه‌ای m_θ زیر را ایجاد می‌کند.

$$m_\theta = -\frac{f_{ob}}{f_{ey}} \quad (۳۴-۱۵)$$

پرسشها

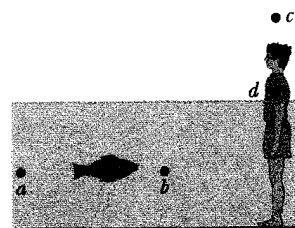
۱ شکل ۳۴-۲۵ دید از بالای یک هزارتوی آینه‌ای را نشان می‌دهد که بر پایه مثلثهایی متساوی الاضلاع روی کف تشکیل شده است. کلیه دیواره‌های هزارتو با آینه پوشانده شده‌اند. اگر در ورودی x بایستید (الف) کدامیک از اجسام a ، b و c که در هزارتو مخفی‌اند در امتداد دالانهای مجازی حاصل از ادامه ورودی x دیده می‌شوند؟ (ب) هر جسم چند بار در یک دالان دیده می‌شود؟ و (پ) در انتهای دور دالان چند بار؟



شکل ۳۴-۲۵ پرسش ۱

۲- پنگوئن در امتداد محور مرکزی یک آینه کاو از نقطه کانونی تا فاصله‌ای عملاً در بینهایت راه می‌رود. (الف) تصویر چگونه حرکت می‌کند؟ (ب) آیا ارتفاع تصویر به طور پیوسته زیاد می‌شود، به طور پیوسته کم می‌شود یا به روش پیچیده‌ای تغییر می‌کند؟

۳- شکل ۳۴-۲۶ یک ماهی و یک ماهیگیر را در آب نشان می‌دهد. (الف) آیا ماهیگیر ماهی را در نقطه a می‌بیند یا در نقطه b ؟ (ب) آیا ماهی چشمهای ماهیگیر را در نقطه c می‌بیند یا نقطه d ؟



شکل ۳۴-۲۶ پرسش ۳

۴- در شکل ۳۴-۲۷ آدمک O جلوی یک آینه کروی که در ناحیه مشخص شده قرار دارد، واقع است؛ محور مرکزی که از

مسئله‌ها

60 مسئله‌های آموزشی قابل دسترسی (در نسخه مدرس)

SSM پاسخ قابل دسترسی در کتاب حل مسئله‌ها

WWW پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در

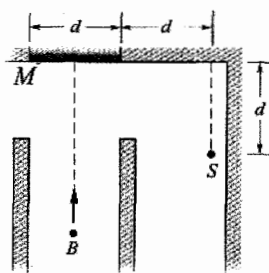
[flyingcircusofphysics.com](http://www.flyingcircusofphysics.com) قابل دسترسی است.

بخش ۳۴-۳ آینه تخت

۱۰- ذره‌ای تقریباً در سطح چشم در فاصله ۱۰ cm از یک آینه تخت قرار دارد، شما در پشت آن در فاصله ۳۰ cm از آینه قرار دارید. فاصله بین چشمهای شما و مکان ظاهری تصویر ذره در آینه چقدر است؟ ILW

۲۰- با دوربین عکاسی تصویر یک مرغ مگس خوار را در آینه تختی نگاه می‌کنیم. دوربین در فاصله ۴/۳۰ m در جلوی آینه قرار دارد. پرند در فاصله ۵/۰۰ m از سمت راست شما و ۳/۳۰ m از آینه و در سطح دوربین قرار دارد. فاصله بین دوربین و مکان ظاهری تصویر پرند در آینه چقدر است؟

۳۰۰- شکل ۳۱-۳۴ دید از بالای یک راهرو را نشان می‌دهد که در یک انتهای آن آینه تخت M قرار دارد. سارق B دزدکی در امتداد راهرو مستقیماً به طرف مرکز آینه حرکت می‌کند. اگر $d = ۳/۰$ m باشد، وقتی نگهبان S می‌تواند ابتدا سارق را در آینه ببیند، او در چه فاصله‌ای از آینه قرار دارد؟



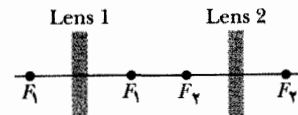
شکل ۳۱-۳۴ مسئله ۳

۴۰۰- در شکل ۳۲-۳۴، یک چشمه نقطه‌ای نور S در فاصله d در مقابل پرده مشاهده A قرار دارد و در نقطه P (هم سطح با S) شدت نور I_p است. سپس یک آینه تخت M را در فاصله d در پشت S قرار می‌دهیم. به خاطر وجود آینه، شدت I_p چند برابر می‌شود؟

شکل ۳۲-۳۴ مسئله ۴

۸- در شکل ۲۷-۳۴، آدامک O در مقابل یک عدسی مقارن نازک که در ناحیه نشان داده شده قرار دارد، واقع است؛ محور مرکزی که از عدسی عبور می‌کند، نشان داده شده است. چهار آدامک I_1 تا I_4 محل کلی و سمتگیری برای تصویری است که م ممکن است آینه ایجاد کند. (شکلها کلی رسم شده‌اند و ارتفاع و فاصله آنها از آینه بدون مقیاس است.) (الف) کدام آدامک نمی‌تواند نمایش تصویر باشد؟ از تصویرهای ممکن (ب) کدامیک مربوط به یک عدسی همگراست؟ (پ) کدامیک مربوط به یک عدسی واگراست؟ (ت) کدامیک مجازی است؟ و (ث) کدامیک دارای بزرگنمایی منفی است؟

۹- جدول زیر جزئیات شش تغییر در آرایش دو عدسی نازک است که در شکل ۳۰-۳۴ نشان داده شده‌اند. (F_1 و F_2 نقطه‌های کانونی عدسیهای ۱ و ۲ هستند.) مانند شکل ۱۶-۳۴ شیء در فاصله p_1 از طرف چپ عدسی ۱ قرار دارد. (الف) بدون محاسبه، برای کدام تغییر می‌توان گفت که تصویر نهایی (ناشی از عدسی ۲) در طرف چپ عدسی ۲ است یا طرف راست و آیا همان سمتگیری شیء را دارد یا نه؟ (ب) برای آن تغییرات «آسان» محل تصویر را به صورت «چپ» یا «راست» و سمتگیری را به صورت «همان» یا «وارونه» به دست دهید.



شکل ۳۰-۳۴ پرسش ۹

تغییر	عدسی ۱	عدسی ۲
۱	همگرا	همگرا
۲	همگرا	همگرا
۳	واگرا	واگرا
۴	واگرا	واگرا
۵	واگرا	واگرا
۶	واگرا	واگرا

۱۰- جسمی روی محور مرکزی یک عدسی همگرا واقع است و سپس در امتداد محور مرکزی حرکت می‌کند تا در فاصله ۵/۰ m از عدسی قرار گیرد. در حین حرکت، مسافت $|i|$ را بین عدسی و تصویری که ایجاد می‌کند اندازه می‌گیریم. این کار مجدداً برای یک عدسی واگرا تکرار می‌شود. کدام منحنی در شکل ۲۶-۳۴ بهترین نتیجه را برای $|i|$ برحسب مسافت جسم p برای این عدسیها به دست می‌دهد؟ (منحنی ۱ شامل دو قسمت است. منحنی ۳ خط مستقیم است.)

۹۰۰ تا ۱۶- آینه‌های کروی. شیء O روی محور مرکزی یک آینه کروی قرار دارد. برای این وضعیت، هر مسئله در جدول ۳-۳۴ فاصله شیء p_s (برحسب سانتی‌متر)، نوع آینه و سپس فاصله (برحسب سانتی‌متر) و بدون در نظر گرفتن علامت (درست) بین نقطه کانونی و آینه را به دست می‌دهد. مطلوب است محاسبه (الف) شعاع انحنای r (شامل علامت)، (ب) فاصله تصویر i ، و (پ) بزرگنمایی خطی m . همچنین، معین کنید که آیا تصویر (ت) حقیقی است (R) یا مجازی (V)، (ث) نسبت به شیء O، وارونه است (I) یا وارونه نیست (NI)، و (ج) در همان طرف آینه که شیء O واقع است قرار دارد یا در طرف مقابل است؟ SSM ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۰

جدول ۳-۳۴

مسئله‌های ۹ الی ۱۶: آینه‌های کروی: به فرض مسئله‌ها نگاه کنید.

مسئله	p	آینه	r	i	m	R/V	I/NI	طرف
۹	+۱۲	کاو،	۱۸					
۱۰	+۲۴	کاو،	۳۶					
۱۱	+۱۸	کاو،	۱۲					
۱۲	+۱۵	کاو،	۱۰					
۱۳	+۱۰	کوژ،	۸/۰					
۱۴	+۱۷	کوژ،	۱۴					
۱۵	+۸/۰	کوژ،	۱۰					
۱۶	+۲۲	کوژ،	۳۵					

۱۷۰۰- (الف) نقطه روشنی با تندی v_o به طرف یک آینه کروی با شعاع انحنای r و در امتداد محور مرکزی آینه حرکت می‌کند. نشان دهید که تصویر این نقطه با تندی زیر حرکت می‌کند

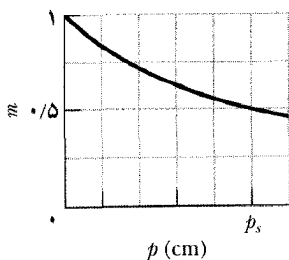
$$v_I = -\left(\frac{r}{2p-r}\right)^2 v_o$$

که در آن p فاصله نقطه روشن از آینه در یک لحظه معین است. اکنون فرض کنید که آینه کاو و $r=15\text{ cm}$ و $v_o=50\text{ cm/s}$ باشد. تندی تصویر v_I را وقتی که (ب) $p=30\text{ cm}$ (خیلی دور از نقطه کانونی)، (پ) $p=80\text{ cm}$ (درست نزدیک خارج از نقطه کانونی)، و (ت) $p=10\text{ cm}$ (خیلی نزدیک به آینه) باشد پیدا کنید.

۱۸۰۰- شکل ۳۴-۳۴ بزرگنمایی خطی m شبیهی را برحسب فاصله شیء p از یک آینه کروی وقتی که شیء در امتداد محور مرکزی آینه برای محدوده‌ای از مقادیر p نشان می‌دهد. مقیاس افقی با

$p_s = 100\text{ cm}$ مشخص

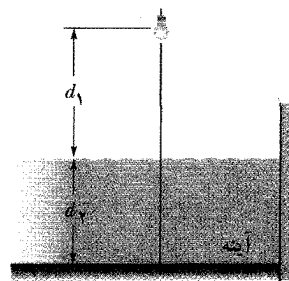
شده است. وقتی شیء در فاصله ۲۱ cm از آینه قرار دارد، بزرگنمایی آن چقدر است؟



شکل ۳۴-۳۶ مسئله ۱۸

۵۰۰۰- شکل ۳۴-۳۳ لامپ کوچکی را نشان می‌دهد که $d_1=250\text{ cm}$ بالاتر از سطح آب یک استخر شنا آویزان است و عمق استخر $d_2=200\text{ cm}$ است. یک آینه بزرگ در کف استخر قرار دارد. تصویر لامپ در چه فاصله‌ای از زیر سطح آینه قرار دارد؟ (راهنمایی: نموداری از دو پرتو مانند نمودار شکل ۳۴-۳۳ رسم کنید و خم شدن پرتوهای نور بر اثر شکست را در نظر بگیرید. فرض کنید که پرتوها به محور عمودی که از لامپ می‌گذرد

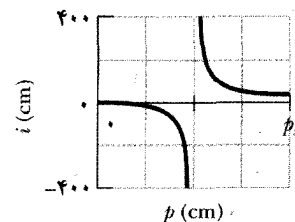
نزدیک است و بتوانید از تقریب زاویه کوچک $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ استفاده کنید.) SSM WWW



شکل ۳۴-۳۳ مسئله ۵

بخش ۳۴-۵ تصویر در آینه‌های کروی

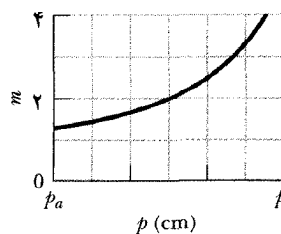
۶۰۰- شبیهی در مرکز آینه کروی قرار داده شده و سپس به اندازه 70 cm در امتداد محور مرکزی از آن دور می‌شود در حالی که فاصله تصویر i اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۳۴-۳۴ را برحسب فاصله شیء p تا $p_s=40\text{ cm}$ را به دست می‌دهد. وقتی شیء روی محور مرکزی است و 70 cm از آینه فاصله دارد، فاصله تصویر چقدر است؟



شکل ۳۴-۳۴ مسئله ۶

۷۰۰- شعاع انحنای یک آینه کاو ریش تراشی 350 cm است. این آینه به صورتی در دست گرفته شده است که تصویر (مستقیم) صورت شخص $2/50$ برابر بزرگتر دیده می‌شود. فاصله آینه از صورت چقدر است؟

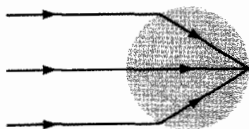
۸۰۰- شبیهی در امتداد محور مرکزی یک آینه کروی حرکت می‌کند در حالی که بزرگنمایی



خطی m آن اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۳۴-۳۵ را برحسب فاصله شیء p برای محدوده‌ای از $p_a=20\text{ cm}$ به دست $p_b=80\text{ cm}$ می‌دهد. وقتی شیء در فاصله 140 cm از آینه قرار دارد، بزرگنمایی آن چقدر است؟

شکل ۳۴-۳۵ مسئله ۸

۳۳۰- در شکل ۳۴-۳۸، باریکه‌ای از پرتوهای موازی از لیزری بر یک کره شفاف توپر با ضریب شکست n فرود می‌آید. (الف) اگر یک تصویر نقطه‌ای در پشت کره ایجاد شود، ضریب شکست کره چقدر است؟ (ب) در صورت وجود، چه ضریب شکستی یک تصویر نقطه‌ای در مرکز کره ایجاد می‌کند؟



شکل ۳۸-۳۴ مسئله ۳۳

۳۴۰ الی ۴۰- سطحهای شکست دهنده کروی. شیء O روی محور مرکزی یک سطح شکست دهنده کروی قرار دارد. برای این وضعیت، هر مسئله در جدول ۳۴-۵ مربوط است به ضریب شکست n_1 محیطی که شیء در آن قرار دارد. (الف) ضریب شکست n_2 در طرف دیگر سطح شکننده، (ب) فاصله شیء p ، (پ) شعاع انحنا r سطح، و (ت) فاصله تصویر i . (تمام فاصله‌ها بر حسب سانتی‌متر است.) اطلاعات داده نشده را تکمیل کنید، شامل اینکه آیا تصویر (ث) حقیقی است (R) یا مجازی (V) و (ج) در همان طرف سطح است که شیء O واقع است یا در طرف مقابل؟ SSM ۳۵، ۳۷، ۳۹

جدول ۵-۳۴

مسئله‌های ۳۴ الی ۴۰: سطحهای شکننده کروی. به فرضهای مسئله‌ها نگاه کنید.

مسئله	(الف) n_1	(ب) p	(پ) r	(ت) i	(ث) R/V	(ج) طرف
۳۴	۱/۵	۱/۵	۱/۵	+۳۰	+۶۰۰	
۳۵	۱/۵	۱/۵	۱/۵	+۱۰	-۱۳	
۳۶	۱/۵	۱/۵	۱/۵	+۱۰	+۳۰	
۳۷	۱/۵	۱/۵	۱/۵	+۷۰	+۳۰	
۳۸	۱/۵	۱/۵	۱/۵	+۱۰۰	-۳۰	+۶۰۰
۳۹	۱/۵	۱/۵	۱/۵	+۱۰	-۶/۵	
۴۰	۱/۵	۱/۵	۱/۵	-۳۰	-۷/۵	

بخش ۲-۳۴ عدسیهای نازک

۴۱۰- یک عدسی دو کوژ از شیشه‌ای با ضریب شکست $1/5$ ساخته شده است. شعاع انحنا یک طرف دو برابر شعاع انحنا یک طرف دیگر و فاصله کانونی آن 60 mm است. شعاع انحنا (الف) کوچکتر و (ب) بزرگتر چقدر است؟ SSM WWW

۴۲۰- شیئی در مرکز یک عدسی نازک قرار دارد و سپس در حالی که فاصله تصویر i اندازه‌گیری می‌شود، شیء در امتداد محور مرکزی از عدسی دور می‌شود. شکل ۳۴-۳۹، فاصله i را بر حسب فاصله شیء p تا $p_s = 60\text{ cm}$ به دست می‌دهد. وقتی $p = 100\text{ cm}$ است فاصله تصویر چقدر است؟

۱۹۰۰ الی ۳۱- بیشتر در مورد آینه‌ها. شیء O روی محور مرکزی یک آینه کروی یا تخت قرار دارد. برای این وضعیت، هر مسئله در جدول ۳۴-۴ مربوط است به (الف) نوع آینه، (ب) فاصله کانونی f ، (پ) شعاع انحنا r ، (ت) فاصله شیء p ، (ث) فاصله تصویر i ، و (ج) بزرگنمایی خطی m . (تمام فاصله‌ها بر حسب سانتی‌متر است.) همچنین هر مسئله به این اشاره دارد که آیا تصویر شیء O حقیقی (R) یا مجازی (V) است، (ح) نسبت به شیء وارونه (I) است یا وارونه نیست (NI)، و (خ) در همان طرف شیء O است یا در طرف مقابل است. جاهای خالی را در جدول پر کنید. جایی که فقط علامت ذکر نشده، پاسخ همراه با علامت ذکر شود. SSM ۲۷، ۲۹، ۳۰، ۳۱

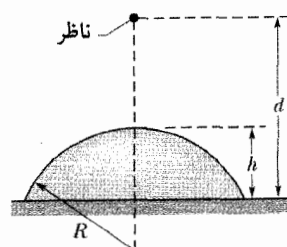
جدول ۴-۳۴

مسئله‌های ۱۹ الی ۳۱: بیشتر در مورد آینه‌ها. به فرضهای مسئله‌ها نگاه کنید.

مسئله	(الف) نوع	(ب) f	(پ) r	(ت) p	(ث) i	(ج) m	(چ) R/V	(خ) طرف
۱۹	کاو	۲۰		+۱۰				
۲۰				+۶۰	-۵/۵۰			
۲۱			-۴۰		-۱۰			
۲۲				+۱۰		+۱/۵		
۲۳			+۲۰					
۲۴				+۲۴		۵/۵۰	I	
۲۵		-۳۰			-۱۵			
۲۶		۲۰			+۱/۵			
۲۷	کوژ	۴۰			۴/۵			
۲۸				+۲۰	-۵/۷۰			
۲۹		۳۰			+۵/۲۰			
۳۰		۲۰		+۶۰			همان	
۳۱				+۳۰		۵/۴۰	I	

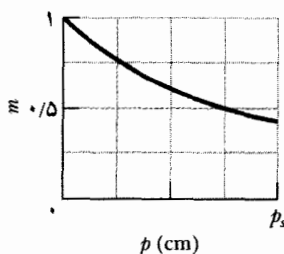
بخش ۶-۳۴ سطحهای شکست دهنده کروی

۳۲۰- کره‌ای شیشه‌ای دارای شعاع $R = 50\text{ cm}$ و ضریب شکست $1/6$ است. صفحه‌ای به فاصله 20 cm از مرکز کره آن را قطع می‌کند و در نتیجه $h = 30\text{ cm}$ باقی می‌ماند. قسمت باقیمانده را روی میزی قرار می‌دهیم و ناظری درست در بالای آن و به فاصله $d = 80\text{ cm}$ از میز به آن نگاه می‌کند (شکل ۳۴-۳۷). وقتی ناظر به میز نگاه کند آن را در چه فاصله‌ای می‌بیند؟



شکل ۳۷-۳۴ مسئله ۳۲

۴۸۰- شکل ۳۴-۴۲ بزرگنمایی خطی m شیئی را برحسب فاصله شیء p از عدسی وقتی که شیء در امتداد محور مرکزی در محدوده‌ای از مقدارهای p تا $p_s = 8/0 \text{ cm}$ حرکت می‌کند به دست می‌دهد. وقتی شیء در فاصله 35 cm از عدسی قرار دارد بزرگنمایی آن چقدر است؟



شکل ۳۴-۴۲ مسئله ۴۸

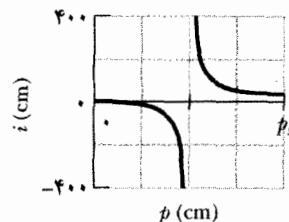
۴۹۰- یک عدسی از شیشه‌ای با ضریب شکست $1/5$ ساخته شده است. یک طرف عدسی تخت و طرف دیگر آن کوژ با شعاع انحنای 20 cm است. (الف) فاصله کانونی عدسی چقدر است؟ (ب) اگر شیء در فاصله 40 cm از عدسی قرار داشته باشد، تصویر در کجا تشکیل می‌شود؟

۵۰۰۰ الی ۵۷- عدسیهای نازک. شیء O روی محور مرکزی یک عدسی نازک متقارن قرار دارد. برای این وضعیت، هر مسئله در جدول ۳۴-۶ فاصله شیء p (برحسب سانتی‌متر)، نوع عدسی (حرف C را برای عدسی همگرا و حرف D را برای عدسی واگرا به کار ببرید)، و فاصله بین نقطه کانونی و عدسی را (برحسب سانتی‌متر و بدون در نظر گرفتن علامت مناسب) به دست می‌دهد. مطلوب است (الف) فاصله تصویر i ، (ب) بزرگنمایی خطی m شیء با ذکر علامت. همچنین، معین کنید که آیا تصویر (پ) حقیقی است (R) یا مجازی (V)، (ت) نسبت به شیء O ، وارونه (I) است یا وارونه نیست (NI)، و (ث) در همان طرف عدسی که شیء O واقع است قرار دارد یا در طرف مقابل؟ SSM ۵۱، ۵۵، ۵۷

جدول ۳۴-۶

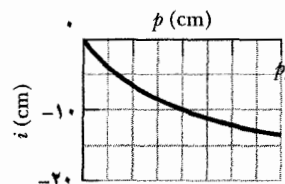
مسئله‌های ۵۰ الی ۵۷. عدسیهای نازک. به فرضهای مسئله‌ها نگاه کنید.

مسئله	p	عدسی	i	m	R/V	I/NI	طرف
۵۰	$+10$	D	$6/0$				(ث)
۵۱	$+8/0$	D	12				(ب)
۵۲	$+16$	C	$4/0$				(ب)
۵۳	$+12$	C	16				(ت)
۵۴	$+12$	D	31				(ث)
۵۵	$+45$	C	20				(ت)
۵۶	$+25$	C	35				(ت)
۵۷	$+22$	D	14				(ث)



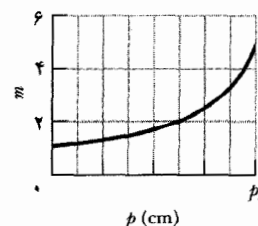
شکل ۳۴-۳۹ مسئله ۴۲

۴۳۰- با یک عدسی که فاصله کانونی آن $20/0 \text{ m}$ است تصویر خورشید را روی پرده ایجاد می‌کنیم. قطر تصویر چقدر است (برای داده‌های مورد نیاز درباره خورشید به پیوست پ نگاه کنید).
۴۴۰- شیئی روی مرکز یک عدسی نازک قرار دارد و سپس در حالی که فاصله تصویر i اندازه‌گیری می‌شود شیء در امتداد محور مرکزی تا فاصله 70 cm از عدسی دور می‌شود. شکل ۳۴-۴۰ فاصله i را برحسب فاصله شیء p تا $p_s = 40 \text{ cm}$ به دست می‌دهد. وقتی $p = 70 \text{ cm}$ است فاصله تصویر چقدر است؟



شکل ۳۴-۴۰ مسئله ۴۴

۴۵۰- یک دوربین فیلمبرداری با یک عدسی (تنها) به فاصله کانونی 75 mm از شخصی به بلندی 180 cm از فاصله 27 m عکس می‌گیرد. بلندی تصویر شخص در فیلم چقدر است؟
۴۶۰- شیئی در امتداد محور مرکزی یک عدسی حرکت می‌کند در حالی که بزرگنمایی خطی m آن اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۳۴-۴۱ مقدار m را برحسب فاصله شیء p تا $p_s = 8/0 \text{ cm}$ به دست می‌دهد. وقتی شیء در فاصله $14/0 \text{ cm}$ از عدسی قرار دارد، بزرگنمایی آن چقدر است؟



شکل ۳۴-۴۱ مسئله ۴۶

۴۷۰- یک اسلاید روشن شده در فاصله 44 cm از پرده قرار دارد. در چه فاصله‌ای از اسلاید باید یک عدسی به فاصله کانونی 11 cm را قرار داد (بین اسلاید و پرده) تا تصویر اسلاید روی پرده تشکیل شود؟ SSM

نسبت به شیء O وارونه (I) است یا وارونه نیست، (ج) در همان طرف عدسی که شیء O واقع است قرار دارد یا در طرف مقابل. جاهای خالی در جدول را پر کنید، شامل مقدار m وقتی که فقط نامساوی داده شده باشد. جایی که فقط علامت مشخص نشده، پاسخ با علامت باشد. SSM ۷۵، ۷۹ GO ۷۸

جدول ۳۴-۸

مسئله‌های ۶۹ الی ۷۹: بیشتر در مورد عدسیها. به فرضهای مسئله‌ها نگاه کنید.

مسئله نوع	(الف) (ب) (پ) (ت) (ث)	(ج) (چ) (ج) (ح)
	f p i m	R/V I/NI طرف
۶۹	+۱۶	+۱/۲۵
۷۰	+۱۶	-۰/۲۵
۷۱	+۸/۰ ۲۰	> ۱/۰
۷۲	+۸/۰ ۲۰	< ۱/۰
NI		
۷۳	+۵/۰ +۱۰	
۷۴	+۵/۰ ۱۰	> ۱/۰
۷۵	+۱۶	+۰/۲۵
۷۶	+۲۰ ۱۰ C	
۷۷	+۱۰	-۰/۵۰
NI		
۷۸	+۱۰	۰/۵۰
همان	+۵/۰ ۱۰	۰ < ۱/۰

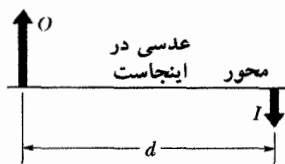
۸۰۰۰ الی ۸۷- دستگاه دو عدسی. در شکل ۳۴-۴۴ آدمک O (شیء) روی محور مرکزی مشترک یک دستگاه دو عدسی نازک متقارن که در ناحیه‌های مشخص شده واقع‌اند، قرار دارد. عدسی ۱ در ناحیه نزدیک به O قرار دارد که در فاصله شیء p_1 است. عدسی ۲ در ناحیه دورتر و در فاصله d قرار دارد. هر مسئله در جدول ۳۴-۹ بیانگر ترکیب متفاوت عدسیها و فاصله‌های مختلف است که برحسب سانتی‌متر داده شده‌اند. نوع عدسی با C برای عدسی همگرا و با D برای عدسی واگرا مشخص شده‌اند؛ عدد پس از C یا D فاصله بین عدسی و یکی از نقطه‌های کانونی آن است. (علامت درست فاصله کانونی داده نشده است).

مطلوب است (الف) فاصله تصویر i_2 برای تصویر ایجاد شده به وسیله عدسی ۲ (تصویر نهایی ایجاد شده به وسیله دستگاه) و (ب) بزرگنمایی خطی کلی M با ذکر علامت. همچنین، تعیین کنید که آیا تصویر نهایی (پ) حقیقی است (R) یا مجازی (V)، (ت) نسبت به شیء O، وارونه (I) است یا وارونه نیست (NI)، و (ث) در همان طرف عدسی ۲ قرار دارد که شیء O واقع است یا در طرف مقابل. SSM ۸۱ WWW



شکل ۳۴-۴۴ مسئله ۸۰ تا ۸۷

۵۸۰۰- در شکل ۳۴-۴۳، تصویر حقیقی و وارونه I از شیء O توسط یک عدسی معین (نشان داده نشده است) تشکیل شده است، فاصله تصویر تا شیء $d = 40.0 \text{ cm}$ است که در امتداد محور مرکزی عدسی اندازه‌گیری شده است. بزرگی تصویر نصف شیء است. (الف) چه نوع عدسی برای ایجاد تصویر به کار رفته است؟ (ب) فاصله شیء و عدسی چقدر است؟ (پ) فاصله کانونی عدسی چقدر است؟



شکل ۳۴-۴۳ مسئله ۵۸

۵۹۰۰ الی ۶۸- عدسیهایی با شعاعهای داده شده. شیء O روی محور مرکزی در مقابل یک عدسی نازک قرار دارد. برای این وضعیت، هر مسئله در جدول ۳۴-۷ فاصله شیء p ، ضریب شکست n عدسی، شعاع r_1 سطح نزدیکتر به عدسی و شعاع r_2 سطح دورتر به عدسی را به دست می‌دهد. (تمام فاصله‌ها بر حسب سانتی‌مترند.) مطلوب است (الف) فاصله تصویر i و (ب) بزرگنمایی خطی m شیء با ذکر علامت. همچنین معین کنید که آیا تصویر (پ) حقیقی است (R) یا مجازی (V)، (ت) نسبت به شیء O، وارونه (I) است یا وارونه نیست (NI)، و (ث) در همان طرفی از عدسی که شیء O واقع است، قرار دارد یا در طرف مقابل؟ SSM ۶۱ GO ۶۲

جدول ۳۴-۷

مسئله‌های ۵۹ الی ۶۸: عدسیهایی با شعاعهای داده شده. به فرضهای مسئله‌ها نگاه کنید.

مسئله	p	n	r_1	r_2	i	m	R/V	I/NI	طرف	(الف) (ب) (پ) (ت) (ث)
۵۹	+۳۵	۱/۷۰	+۴۲	+۳۳						
۶۰	+۲۹	۱/۶۵	+۳۵	∞						
۶۱	+۷۵	۱/۵۵	+۳۰	-۴۲						
۶۲	+۱۸	۱/۶۰	-۲۷	+۲۴						
۶۳	+۶۰	۱/۵۰	+۳۵	-۳۵						
۶۴	+۶/۰	۱/۷۰	+۱۰	-۱۲						
۶۵	+۲۴	۱/۵۰	-۱۵	-۲۵						
۶۸	+۱۰	۱/۵۰	-۳۰	-۶۰						
۶۷	+۱۰	۱/۵۰	-۳۰	+۳۰						
۶۶	+۱۰	۱/۵۰	+۳۰	-۳۰						

۶۹۰۰ الی ۷۹- بیشتر در مورد عدسیها. شیء O روی محور مرکزی یک عدسی نازک متقارن قرار دارد. برای این وضعیت، هر مسئله در جدول ۳۴-۸ بیانگر (الف) نوع عدسی، همگرا (C) یا واگرا (D) بودن، (ب) فاصله کانونی f، (پ) فاصله شیء p، (ت) فاصله تصویر i، و (ث) بزرگنمایی خطی m است (تمام فاصله‌ها بر حسب سانتی‌مترند.) همچنین این جدول بیانگر این است که آیا تصویر (ج) حقیقی است (R) یا مجازی (V)، (چ)

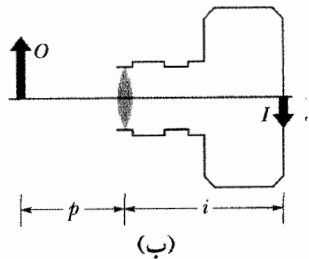
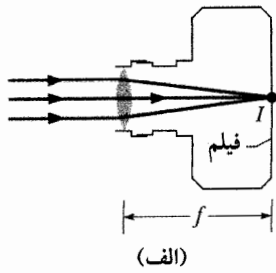
جدول ۳۴-۹

مسئله‌های ۸۰ الی ۸۷: دستگاه دو عدسی. به فرضهای مسئله‌ها نگاه کنید.

(الف) (ب) (پ) (ت) (ث)

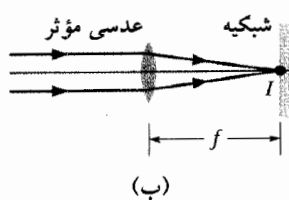
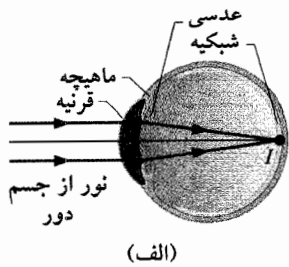
مسئله	p_1 عدسی ۱	d عدسی ۲	i_2	M	R/V	I/NI طرف
۸۰	$D, 6/0$	$+8/0$	12	$C, 6/0$		
۸۱	$C, 5/0$	$+20$	$8/0$	$C, 9/0$		
۸۲	$C, 6/0$	$+12$	32	$C, 8/0$		
۸۳	$D, 8/0$	$+12$	30	$C, 8/0$		
۸۴	$C, 8/0$	$+10$	10	$C, 15$		
۸۵	$D, 8/0$	$+20$	10	$D, 12$		
۸۶	$C, 10$	$+15$	67	$C, 12$		
۸۷	$D, 6/0$	$+4/0$	$8/0$	$C, 6/0$		

فاصله عدسی- فیلم به صورتی تنظیم می‌شود که یک تصویر حقیقی و وارونه روی فیلم تشکیل شود (شکل ۳۴-۳۴). (الف) اکنون فاصله عدسی- فیلم i چقدر است؟ (ب) فاصله عدسی- فیلم i چقدر تغییر کرده است؟

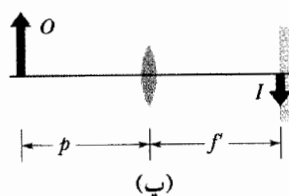


شکل ۳۴-۴۵ مسئله ۹۲

۹۳۰۰- شکل ۳۴-۴۶ الف ساختار اصلی چشم انسان را نشان می‌دهد. نور از قرنیه وارد و پس از شکسته شدن در چشم به وسیله یک عدسی که شکل آن (در نتیجه توانایی آن برای تمرکز نور) به وسیله ماهیچه‌ها کنترل می‌شود هدایت می‌گردد. می‌توان قرنیه و عدسی چشم را به عنوان یک عدسی نازک مؤثر تنها در نظر گرفت، (شکل ۳۴-۴۶). یک چشم «عادی» می‌تواند پرتوهای موازی نور از یک شیء دور O بر نقطه‌ای واقع در شبکیه در پشت چشم متمرکز کند، که در آنجا پردازش اطلاعات بینایی شروع می‌شود. وقتی شیء به چشم نزدیک شود، ماهیچه‌ها شکل عدسی را تغییر می‌دهند به طوری که پرتوها یک تصویر وارونه حقیقی روی شبکیه تشکیل می‌دهند (شکل ۳۴-۴۶). (الف) فرض کنید که برای پرتوهای موازی شکلهای ۳۴-۴۶ الف و ب، فاصله کانونی f عدسی نازک مؤثر چشم برابر $2/50\text{ cm}$ است.



چشم برابر $40/0\text{ cm}$ ، فاصله کانونی f' عدسی مؤثر چقدر باید باشد تا شیء واضح دیده شود؟ (ب) برای ایجاد فاصله کانونی f' آیا ماهیچه‌های چشم باید شعاعهای انحنای عدسی چشم را افزایش دهند یا کاهش؟ SSM



شکل ۳۴-۴۶ مسئله ۹۳

بخش ۳۴-۸ ابزارهای نوری

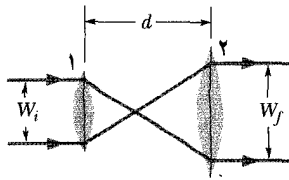
۸۸۰- اگر بزرگنمایی زاویه‌ای یک تلسکوپ نجومی ۳۶ و قطر شیئی آن 75 mm باشد، کمینه قطر چشمی مورد نیاز برای جمع‌آوری پرتوهای نوری که از یک چشمه نقطه‌ای دور واقع روی محور تلسکوپ وارد شیئی می‌شوند چقدر است؟

۸۹۰- در یک میکروسکوپ از نوع نشان داده شده در شکل ۳۴-۲۰، فاصله کانونی شیئی $4/00\text{ cm}$ و فاصله کانونی چشمی $8/00\text{ cm}$ است. فاصله بین عدسیها $25/0\text{ cm}$ است. (الف) طول لوله s چقدر است؟ (ب) اگر تصویر I در شکل ۳۴-۱۸ درست داخل نقطه کانونی F'_1 واقع باشد، فاصله شیء از شیئی چقدر است؟ سپس مطلوب است تعیین (پ) بزرگنمایی خطی m شیئی، (ت) بزرگنمایی زاویه‌ای چشمی m_θ ، و (ث) بزرگنمایی کلی M میکروسکوپ. SSM

۹۰۰۰- در میکروسکوپ معینی، فاصله شیء از شیئی $10/0\text{ mm}$ است. فاصله عدسیها 300 mm و فاصله تصویر میانی از چشمی $50/0\text{ mm}$ است. بزرگنمایی کلی ایجاد شده به وسیله دستگاه چقدر است؟

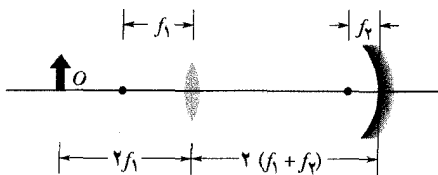
۹۱۰۰- شخصی با نقطه نزدیک P_n برابر 25 cm با ذره‌بین ساده‌ای با فاصله کانونی 10 cm که در نزدیکی چشم قرار دارد به جسمی نگاه می‌کند. وقتی جسم در جایی قرار دارد که تصویر آن (الف) در P_n و (ب) در بینهایت به نظر می‌رسد، بزرگنمایی زاویه‌ای آن چقدر است؟

۹۲۰۰- شکل ۳۴-۴۵ الف ساختار اصلی یک دوربین عکاسی را نشان می‌دهد. برای تشکیل تصویری روی فیلم واقع در پشت دوربین یک عدسی به عقب و جلو حرکت داده می‌شود. در یک دوربین معین، با فاصله i بین عدسی و فیلم برابر با $f = 5/0\text{ cm}$ ، پرتوهای موازی نور از یک شیء خیلی دور O در یک تصویر نقطه‌ای، همانطور که نشان داده شده، روی فیلم همگرا می‌شود. اکنون شیء به فاصله نزدیکتر $p = 100\text{ cm}$ آورده می‌شود و



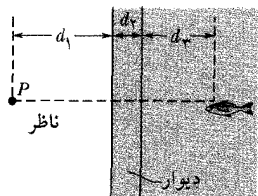
شکل ۳۴-۴۹ مسئله ۹۷

۹۸- در شکل ۳۴-۵۰، یک شیء در فاصله‌ای از یک عدسی همگرا واقع است که دو برابر فاصله کانونی f_1 عدسی است. در طرف دیگر عدسی آینه کاوی به فاصله کانونی f_2 قرار دارد که فاصله آن از عدسی $2(f_1 + f_2)$ است. نور از شیء به سمت راست می‌تابد و پس از عبور از عدسی به آینه می‌رسد و در آنجا بازتاب می‌کند و به طرف چپ می‌رود و پس از عبور از عدسی تصویر نهایی از شیء را تشکیل می‌دهد. (الف) فاصله بین عدسی و تصویر نهایی و (ب) بزرگنمایی خطی کلی M شیء چقدر است؟ آیا تصویر (پ) حقیقی است یا مجازی (اگر مجازی باشد لازم است شخصی از عدسی به آینه نگاه کند)، (ت) طرف چپ عدسی واقع است یا راست آن، و (ث) نسبت به شیء وارونه است یا وارونه نیست؟



شکل ۳۴-۵۰ مسئله ۹۸

۹۹- در شکل ۳۴-۵۱ ناظری در نقطه P از میان دیواره شیشه‌ای ظرف آب به یک ماهی نگاه می‌کند. ناظر و ماهی هم سطح هستند؛ ضریب شکست شیشه $8/5$ و ضریب شکست آب $4/3$ است. فاصله‌ها برابرند با $d_1 = 8/0\text{ cm}$ ، $d_2 = 3/0\text{ cm}$ و $d_3 = 6/8\text{ cm}$. (الف) برای ماهی، ناظر در چه فاصله‌ای به نظر می‌رسد؟ (راهنمایی: ناظر یک شیء است. نور از شیء از سطح بیرونی دیواره عبور می‌کند و این سطح مانند سطح شکننده عمل می‌کند. تصویر حاصل از این سطح را به دست آورید. سپس این تصویر را به عنوان شیء برای سطح داخلی دیواره که مانند سطح شکننده دیگری عمل می‌کند، در نظر بگیرید. تصویر حاصل از این سطح را به دست آورید، در نتیجه پاسخ به دست می‌آید.) (ب) برای ناظر ماهی در چه فاصله‌ای به نظر می‌رسد؟

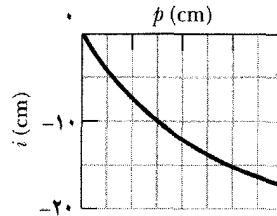


شکل ۳۴-۵۱ مسئله ۹۹

۱۰۰- شکل ۳۴-۵۲ الف نمای از بالای دو آینه تخت قائم را نشان می‌دهد که شیء O در بین آنها قرار دارد. اگر به آینه‌ها نگاه کنیم، چندین تصویر از O دیده می‌شود. با رسم بازتاب در هر آینه، مشابه کاری که در شکل ۳۴-۵۲ ب برای آینه طرف

مسئله‌های اضافی

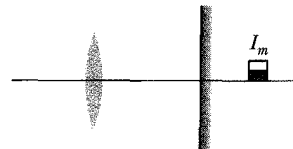
۹۴- شیئی روی مرکز یک آینه کروی قرار دارد و سپس در حالی که فاصله تصویر i را اندازه می‌گیریم 70 cm در امتداد محور مرکزی از آن دور می‌شود. شکل ۳۴-۴۷ مقدار i را بر حسب فاصله شیء p تا



شکل ۳۴-۴۷ مسئله ۹۴

$p_s = 40\text{ cm}$ به دست می‌دهد. وقتی شیء در 70 سانتی‌متری آینه است فاصله تصویر چقدر است؟

۹۵- در شکل ۳۴-۴۸ جعبه‌ای در سمت چپ روی محور مرکزی یک عدسی همگرا قرار دارد. تصویر I_m جعبه که در آینه تخت تشکیل می‌شود $4/00\text{ cm}$ «درون» آینه قرار دارد. فاصله بین عدسی و آینه $10/0\text{ cm}$ و فاصله کانونی عدسی $2/00\text{ cm}$ است. (الف) فاصله بین جعبه و عدسی چقدر است؟ نور بازتابیده از آینه به عقب برمی‌گردد و از عدسی می‌گذرد که تصویر نهایی جعبه را ایجاد می‌کند. (ب) فاصله بین عدسی و این تصویر نهایی چقدر است؟



شکل ۳۴-۴۸ مسئله ۹۵

۹۶- دو آینه تخت به طور موازی و به فاصله 40 cm از هم قرار دارند. یک شیء در فاصله 10 cm از یکی از آینه‌ها قرار داده می‌شود. مطلوب است تعیین (الف) کوچکترین، (ب) دومین کوچکترین، (پ) سومین کوچکترین (دو بار رخ می‌دهد)، و (ت) چهارمین کوچکترین فاصله بین شیء و تصویر آن.

۹۷- شکل ۳۴-۴۹ یک باریکه گستر را نشان می‌دهد که از دو عدسی هم محور همگرا با فاصله‌های کانونی f_1 و f_2 که در فاصله $f_1 + f_2$ از یکدیگر قرار دارند تشکیل شده است. این وسیله می‌تواند در حین اینکه پرتوهای نور لیزر را موازی محور مرکزی که از عدسیها می‌گذرد حفظ کند، قطر باریکه را افزایش دهد. فرض کنید یک باریکه لیزر یکنواخت به پهنای $W_i = 2/5\text{ mm}$ و شدت $I_i = 9/0\text{ kW/m}^2$ وارد یک باریکه گستر که در آن $f_1 = 12/5\text{ cm}$ و $f_2 = 30/0\text{ cm}$ است، می‌شود. (الف) W_f و (ب) I_f باریکه‌ای که از باریکه گستر خارج می‌شود چقدر است؟ (پ) اگر عدسی ۱ با یک عدسی واگرا با فاصله کانونی $f_1 = -26/0\text{ cm}$ جایگزین شود، مقدار d باریکه گستر چقدر باید باشد؟

۱۰۳- فرمول $\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$ را شکل گاوسی فرمول عدسی نازک می‌نامند. شکل دیگر این فرمول، به نام شکل نیوتونی، با در نظر گرفتن فاصله x شیء تا نقطه کانونی اول و فاصله x' تصویر از نقطه کانونی دوم به دست می‌آید. نشان دهید که شکل نیوتونی فرمول عدسی نازک به صورت زیر است

$$\text{SSM} \quad xx' = f^2$$

۱۰۴- نشان دهید که فاصله بین شیء و تصویر حقیقی آن که به وسیله یک عدسی همگرای نازک ایجاد می‌شود، همیشه بزرگتر یا مساوی چهار برابر فاصله کانونی عدسی است.

۱۰۵- دو عدسی نازک با فاصله‌های کانونی f_1 و f_2 با هم در تماس‌اند. نشان دهید که آنها معادل با یک عدسی نازک تنها هستند که فاصله کانونی آن برابر است با

$$\text{SSM} \quad f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

۱۰۶- فاصله یک شیء روشن و پرده‌ای مقدار ثابت D است. (الف) نشان دهید که یک عدسی همگرا با فاصله کانونی f واقع میان شیء و پرده، یک تصویر حقیقی برای دو مکان عدسی روی پرده تشکیل می‌دهد که فاصله بین دو مکان با رابطه زیر داده می‌شود

$$d = \sqrt{D(D-4f)}$$

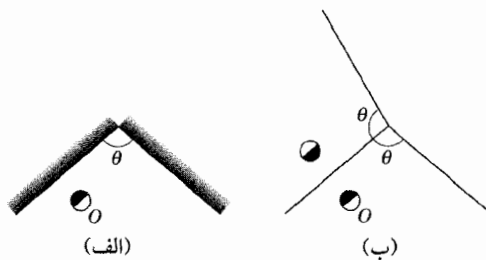
(ب) نشان دهید که نسبت بزرگیهای دو تصویر برای این دو مکان عدسی عبارت است از

$$\left(\frac{D-d}{D+d} \right)^2$$

۱۰۷- حشره‌ای به بلندی H در مقابل عدسی ۱ روی محور مرکزی آن می‌نشیند. عدسی تصویر حشره را در فاصله $d = 20 \text{ cm}$ تشکیل می‌دهد؛ سمتگیری تصویر مانند سمتگیری حشره و بلندی آن $H_I = 2/5 H$ است. (الف) فاصله کانونی f_1 عدسی و (ب) فاصله شیء p_1 حشره چقدر است؟ سپس حشره عدسی ۱ را ترک می‌کند و مقابل عدسی ۲ می‌نشیند که این بار هم تصویر در همان فاصله $d = 20 \text{ cm}$ تشکیل می‌شود و سمتگیری تصویر هم مانند سمتگیری حشره است ولی حالا $H_I = 5/5 H$ است. (پ) f_2 و (ت) p_2 چقدرند؟ SSM

۱۰۸- یک ماهی در یک ظرف کروی به شعاع R هم سطح با مرکز C ظرف و در فاصله $R/2$ از شیشه قرار دارد (شکل ۳۴-۵۴). برای شخصی که در امتداد خطی شامل ماهی و مرکز نگاه می‌کند و ماهی در طرف نزدیک مرکز است بزرگنمایی ماهی که به وسیله آب داخل ظرف حاصل می‌شود چقدر است؟ ضریب شکست آب $1/33$ است. از دیواره شیشه‌ای ظرف چشم‌پوشی کنید. فرض کنید که شخص با یک چشم نگاه می‌کند. (ر/هنمایی: معادله ۳۴-۵ برقرار است ولی معادله ۳۴-۶ برقرار نیست. لازم است که با نمودار پرتو برای این وضعیت کار کنید و فرض کنید که پرتوها به خط دید ناظر نزدیک‌اند، یعنی انحراف آنها از این خط ناچیز است.)

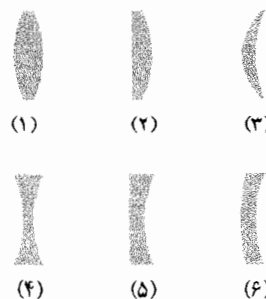
چپ صورت گرفته است، می‌توان تصویرها را در ناحیه زاویه‌ای بین آینه‌ها به دست آورد. سپس بازتاب هر بازتاب را رسم می‌کنیم. این کار را در آینه سمت چپ و سمت راست ادامه می‌دهیم تا بازتابها در پشت آینه‌ها تلاقی یا همپوشانی کنند. سپس می‌توانیم تعداد تصویرهای O را بشماریم. اگر θ برابر با (الف) 90° ، (ب) 45° ، و (پ) 60° باشد، چند تصویر O را می‌توانید ببینید؟ (ت) اگر $\theta = 120^\circ$ باشد، مطلوب است (ث) کمترین و (ج) بیشترین تعداد تصویری که با توجه به موقعیت مکانی خود و مکان O می‌توانید ببینید. (چ) در هر وضعیت، محل تصویرها و سمتگیری آنها را، همانند شکل ۳۴-۵۲، رسم کنید.



شکل ۳۴-۵۲ مسئله ۱۰۰

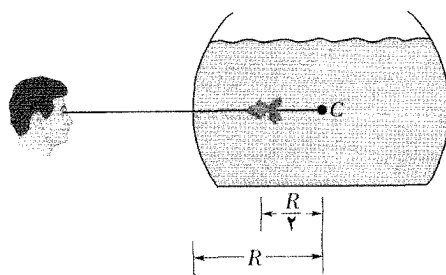
۱۰۱- یک شیء نقطه‌ای 10 cm از یک آینه تخت فاصله دارد و چشم ناظر (با قطر قرینه برابر $5/0 \text{ mm}$) در فاصله 20 cm قرار دارد. فرض کنید چشم و شیء روی یک خط عمود بر سطح آینه قرار دارند، در مشاهده بازتاب نقطه چه مساحتی از آینه به کار می‌رود، (شکل ۳۴-۴ را در نظر بگیرید.)

۱۰۲- از قرصهایی از شیشه تخت ($n = 1/5$) با استفاده از یک ماشین تراش که می‌تواند سطحها را با شعاع انحنا 40 cm یا 60 cm بتراشد، عدسیهای نشان داده شده در شکل ۳۴-۵۳ را می‌تراشیم. در یک عدسی که این یا آن شعاع مناسب باشد، شعاع 40 cm را انتخاب می‌کنیم. سپس هر عدسی را جلوی نور خورشید می‌گیریم تا تصویری از خورشید تشکیل شود. مطلوب است تعیین (الف) فاصله کانونی f و (ب) نوع تصویر (حقیقی یا مجازی) برای عدسی ۱ (دو کوژ)، (پ) f و (ت) نوع تصویر برای عدسی ۲ (کوژ - تخت)، (ث) f و (ج) نوع تصویر برای عدسی ۳ (کوژ هلالی)، (چ) f و (ح) نوع تصویر برای عدسی ۴ (دو کاو)، (خ) f و (د) نوع عدسی ۵ (کاو - تخت)، (ذ) f و (ر) نوع عدسی ۶ (کاو هلالی).



شکل ۳۴-۵۳ مسئله ۱۰۲

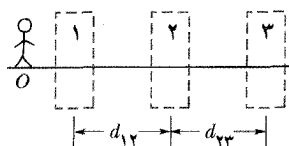
۱۱۲- شیئی به فاصله ۲۰ cm در سمت چپ یک عدسی همگرای نازک با فاصله کانونی ۳۰ cm قرار دارد. (الف) فاصله تصویر i چقدر است؟ (ب) نموداری با پرتوها رسم کنید که مکان تصویر را نشان دهد.



شکل ۳۴-۵۴ مسئله ۱۰۸

۱۱۳ تا ۱۱۸- دستگاه سه عدسی. در شکل ۳۴-۵۵ آدمک O (شیء) روی محور مرکزی مشترک سه عدسی نازک متقارن قرار دارد که عدسیها در سه ناحیه نشان داده شده واقع اند. عدسی ۱ در ناحیه نزدیک به O قرار دارد که در فاصله شیء p_1 واقع است. عدسی ۲ در ناحیه میانی در فاصله d_{12} از عدسی ۱ قرار دارد. عدسی ۳ در ناحیه دورتر در فاصله d_{23} از عدسی ۲ واقع است. هر مسئله در جدول ۳۴-۱۰ بیانگر ترکیب متفاوتی از عدسیها و در فاصلههای مختلف است که برحسب سانتی متر داده شده اند. نوع عدسی با C برای همگرا و با D برای واگرا نشان داده شده است؛ عددهایی که پس از C یا D قید شده اند بیانگر فاصله بین عدسی و هر کدام از نقطه های کانونی است (علامت مناسب فاصله کانونی مشخص نشده است).

مطلوب است (الف) فاصله تصویر i_3 برای تصویر (نهایی) حاصل از عدسی ۳ (تصویر نهایی که به وسیله دستگاه ایجاد شده است) و (ب) بزرگنمایی خطی کلی M برای دستگاه با ذکر علامت. همچنین تعیین کنید که آیا تصویر نهایی (پ) حقیقی (R) است یا مجازی (V)، (ت) نسبت به O وارونه (I) است یا وارونه نیست (NI)، و (ث) در همان طرف عدسی ۳ واقع است که جسم O قرار دارد یا در طرف مقابل؟ ۳۴-۵۵ مسئله های ۱۱۳ تا ۱۱۸



شکل ۳۴-۵۵ مسئله های ۱۱۳ تا ۱۱۸

۱۰۹- شیئی به بلندی ۱/۰ cm در مقابل یک دستگاه دو عدسی قرار داده شده است. عدسی ۱ (عدسی نزدیکتر به شیء) دارای فاصله کانونی $f_1 = -15$ cm، عدسی ۲ دارای $f_2 = 12$ cm و فاصله دو عدسی $d = 12$ cm است. برای تصویر حاصل از عدسی ۲، مطلوب است تعیین (الف) فاصله تصویر i_2 (با ذکر علامت)، (ب) ارتفاع تصویر، (پ) نوع تصویر (حقیقی یا مجازی)، و سمتگیری تصویر (نسبت به شیء وارونه است یا وارونه نیست).

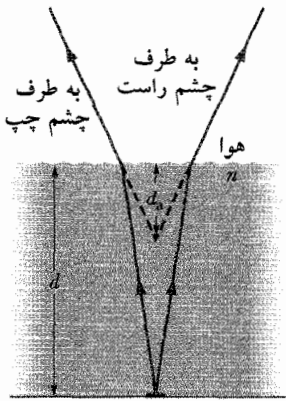
۱۱۰- شیئی در فاصله ۴۰ cm در مقابل یک دستگاه دو عدسی قرار داده شده است. عدسی ۱ (عدسی نزدیکتر به شیء) دارای فاصله کانونی $f_1 = +20$ cm، عدسی ۲ دارای $f_2 = -15$ cm و فاصله دو عدسی $d = 12$ cm است. برای تصویر حاصل از عدسی ۲، مطلوب است تعیین (الف) فاصله تصویر i_2 (با ذکر علامت)، (ب) سمتگیری تصویر (نسبت به شیء وارونه است یا وارونه نیست)، و (پ) نوع تصویر (حقیقی یا مجازی). (ت) بزرگنمایی خطی خالص چقدر است؟

۱۱۱- سکه ای در فاصله ۲۰ cm در مقابل یک دستگاه دو عدسی قرار داده شده است. عدسی ۱ (عدسی نزدیکتر به سکه) دارای فاصله کانونی $f_1 = +10$ cm، عدسی ۲ دارای $f_2 = 12/5$ cm و فاصله دو عدسی $d = 30$ cm است. برای تصویر حاصل از عدسی ۲، مطلوب است تعیین (الف) فاصله تصویر i_2 (با ذکر علامت)، (ب) بزرگنمایی خطی کلی، (پ) نوع تصویر (حقیقی یا مجازی)، و (ت) سمتگیری تصویر (نسبت به سکه وارونه است یا وارونه نیست).

جدول ۳۴-۱۰

مسئله های ۱۱۳ الی ۱۱۸: دستگاه سه - عدسی. به فرضهای مسئله ها نگاه کنید.

(الف)	(ب)	(پ)	(ت)	(ث)								
i_3	M	R/V	I/NI	طرف	عدسی ۳	d_{23}	عدسی ۲	d_{12}	عدسی ۱	p_1		
۱۱۳					C, ۶/۰	۸/۰	C, ۶۰	۲۸	C, ۸/۰	+۱۲		
۱۱۴					C, ۴/۰	۱۴	C, ۶۰	۹/۶	D, ۶/۰	+۴/۰		
۱۱۵					C, ۳/۰	۱۱	C, ۳۰	۱۵	C, ۶/۰	+۱۸		
۱۱۶					D, ۱۲	۵/۷	D, ۴/۰	۸/۰	C, ۶/۰	+۴/۰		
۱۱۷					C, ۸/۰	۵/۱	D, ۱۶	۸/۰	D, ۸/۰	+۸/۰		
۱۱۸					C, ۵/۰	۱۹	C, ۶۰	۱۵	C, ۶۰	+۲/۰		



شکل ۳۴-۵۷ مسئله ۱۲۲

۱۲۳- ثابت کنید که اگر آینه تختی به مقدار زاویه α بچرخد، پرتو بازتابیده به اندازه 2α خواهد چرخید. نشان دهید که این نتیجه برای $\alpha = 45^\circ$ منطقی است.

۱۲۴- شیئی در فاصله 30.0 cm از یک آینه کروی و روی محور مرکزی آینه قرار دارد. آینه تصویری وارونه با بزرگنمایی خطی قدر مطلق 0.500 ایجاد می‌کند. فاصله کانونی آینه چقدر است؟

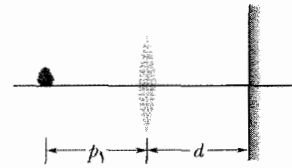
۱۲۵- یک آینه کاو دارای شعاع انحنای 24 cm است. اگر تصویر تشکیل شده (الف) مجازی و سه برابر بزرگی شیء باشد، (ب) حقیقی و سه برابر بزرگی شیء باشد و (پ) حقیقی و یک سوم بزرگی شیء باشد، شیء در چه فاصله‌ای از آینه قرار داشته است؟

۱۲۶- یک دانه لفل در مقابل یک عدسی قرار دارد. بزرگنمایی خطی دانه برابر $+0.300$ است. قدر مطلق فاصله کانونی عدسی برابر 40.0 cm است. تصویر در چه فاصله‌ای از عدسی قرار دارد؟

۱۲۷- اگر تصویر به وسیله پرتوهایی که فقط زاویه‌های کوچک

با محور مرکزی می‌سازند تشکیل شود، معادله $\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}$ برای آینه‌های کروی به طور تقریبی معتبر است. در واقع، بسیاری از زاویه‌ها بزرگ‌اند و این باعث محوشدن اندک تصویر می‌شود. میزان این را می‌توانید پیدا کنید. به شکل ۳۴-۲۲ نگاه کنید و پرتوی را در نظر بگیرید که از یک چشمه نقطه‌ای (شیء) روی محور مرکزی می‌آید و با محور زاویه α می‌سازد. نخست، نقطه تقاطع پرتو با آینه را پیدا کنید. اگر مختصات این نقطه x و y باشند و مبدأ در مرکز انحنای باشد، در این صورت $y = (x + p - r) \tan \alpha$ و $x^2 + y^2 = r^2$ ، که در آن p فاصله شیء و r شعاع انحنای آینه است. سپس، برای یافتن زاویه β در نقطه تقاطع از $\tan \beta = y/x$ استفاده کنید و پس از آن برای پیدا کردن مقدار γ از $\alpha + \gamma = 2\beta$ بهره بگیرید. سرانجام، برای پیدا کردن فاصله تصویر i از رابطه $\tan \gamma = y/(x + i - r)$ استفاده کنید.

۱۱۹- در شکل ۳۴-۵۶ یک میوه کاج در فاصله $p_1 = 1.0 \text{ m}$ در مقابل یک عدسی با فاصله کانونی $f_1 = 0.50 \text{ m}$ قرار دارد و یک آینه تخت در فاصله $d = 2.0 \text{ m}$ از آن و در پشت عدسی واقع است. نور از میوه کاج به طرف راست از عدسی می‌گذرد و به وسیله آینه بازتاب می‌کند و پس از عبور از عدسی به طرف چپ تصویر نهایی از میوه کاج را تشکیل می‌دهد. (الف) فاصله بین عدسی و این تصویر و (ب) بزرگنمایی خطی کلی میوه کاج چقدر است؟ آیا تصویر (پ) حقیقی است یا مجازی (اگر مجازی باشد لازم است شخصی از میان عدسی به آینه نگاه کند)، (ت) سمت چپ عدسی قرار دارد یا سمت راست، و (ث) نسبت به میوه کاج وارونه است یا وارونه نیست؟



شکل ۳۴-۵۶ مسئله ۱۱۹

۱۲۰- انتهای یک میله شیشه‌ای دراز ($n = 1.5$) به صورت سطح کوژ با شعاع 6.0 cm است. شیئی در هوا روی محور میله به فاصله 10 cm از انتهای کوژ واقع است. (الف) فاصله بین شیء و تصویری که به وسیله میله تشکیل می‌شود چقدر است؟ (ب) در چه محدوده‌ای از فاصله‌ها از انتهای میله باید شیء را قرار داد تا اینکه تصویر مجازی به دست آید؟

۱۲۱- یک شیء راست کوتاه به طول L روی محور مرکزی یک آینه کروی و به فاصله p از آینه قرار دارد. (الف) نشان دهید که تصویر آن در آینه دارای طول L' است که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$L' = L \left(\frac{f}{p - f} \right)^2$$

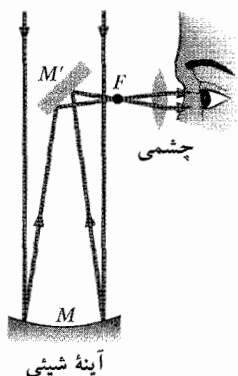
(راهنمایی: محل دو انتهای شیء را مشخص کنید.) (ب) نشان دهید که بزرگنمایی طولی $m' (= L'/L)$ برابر با m^2 است که در آن m بزرگنمایی خطی است.

۱۲۲- به سکه‌ای که در ته استخری از مایع با عمق d و ضریب شکست n قرار دارد نگاه می‌کنید (شکل ۳۴-۵۷). چون با دو چشم نگاه می‌کنید، کدام چشم پرتوهای نور مختلف از سکه را می‌بیند، سکه در جایی دیده می‌شود که امتداد پرتوها در عمق d_a به هم می‌رسند نه d . با فرض اینکه پرتوهای دیده شده در شکل ۳۴-۵۷ به محور قائمی که از سکه می‌گذرد نزدیک‌اند، نشان دهید که $d_a = d/n$. (راهنمایی: از تقریب زاویه کوچک $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ استفاده کنید.)

چشمی دیده می‌شود. (الف) نشان دهید که بزرگنمایی زاویه‌ای ازای هر مقدار α داده شده در زیر، موقعیت تصویر را پیدا کنید، یعنی، وضعیت نقطه‌ای را که پرتو بازتابیده محور مرکزی را قطع می‌کند: $0/500$ ، $0/100$ ، $0/100$ رادیان. نتیجه را با مقدار به دست آمده از معادله $\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}$ مقایسه کنید. (ب)

$$m_{\theta} = -f_{ob} / f_{ey}$$

که در آن f_{ob} فاصله کانونی آینه شیئی و f_{ey} فاصله کانونی چشمی است. (ب) آینه 200 اینچی در تلسکوپ بازتابی در کوه پالومار کالیفرنیا دارای فاصله کانونی $16/8m$ است. وقتی شیء یک خط‌کش و در فاصله 2 کیلومتری باشد بزرگی تصویر آن را که به وسیله این آینه ایجاد می‌شود حدس بزنید. پرتوهای فرودی را موازی در نظر بگیرید. (پ) آینه یک تلسکوپ بازتابی نجومی دیگر دارای شعاع انحنای مؤثر $10m$ است («مؤثر» از این نظر که چنین آینه‌هایی به جای کروی به صورت سهمی تراشیده می‌شوند تا عیب ابیراهی کروی از بین برود). فاصله کانونی چشمی باید چقدر باشد تا بزرگنمایی زاویه‌ای 200 به دست آید؟



شکل ۳۴-۵۸ مسئله ۱۳۲

۱۳۳- یک باریکه نازک پرتوهای نور از سمت چپ به کره‌ای شیشه‌ای و به سوی مرکز آن فرود می‌آید (کره یک عدسی است ولی به طور مسلم عدسی نازک نیست). با تقریب زاویه فرود را 0° در نظر بگیرید و فرض کنید که ضریب شکست شیشه $n < 2/0$ است. (الف) فاصله بین تصویر حاصل از کره و سمت راست کره بر حسب n و شعاع کره r چقدر است؟ (ب) آیا تصویر در سمت چپ آن طرف است یا راست آن؟ (راهنمایی: برای تعیین مکان تصویری که به وسیله شکست در سمت چپ کره حاصل می‌شود معادله $34-8$ را به کار ببرید و سپس این تصویر را به عنوان شیء برای شکست در سمت راست کره به کار ببرید و مکان نهایی تصویر را به دست آورید. در دومین شکست، آیا فاصله شیء p مثبت است یا منفی؟)

۱۳۴- بازتاب کننده گوشه‌ای، که در بسیاری کاربردهای نوری و میکروموجی و موارد دیگر به کار می‌رود شامل سه آینه تخت است که به هم متصل‌اند و تشکیل گوشه یک مکعب را می‌دهند. این وسیله دارای خاصیت زیر است: پرتو فرودی پس از سه بازتاب و درست در جهت معکوس برمی‌گردد. این نتیجه را ثابت کنید.

(الف) فرض کنید که $r = 12cm$ و $p = 20cm$ باشد. به ازای هر مقدار α داده شده در زیر، موقعیت تصویر را پیدا کنید، یعنی، وضعیت نقطه‌ای را که پرتو بازتابیده محور مرکزی را قطع می‌کند: $0/500$ ، $0/100$ ، $0/100$ رادیان. نتیجه را با مقدار به دست آمده از معادله $\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}$ مقایسه کنید. (ب) محاسبه‌ها را به ازای $p = 400cm$ تکرار کنید.

۱۲۸- یک فنجان کوچک چای سبز روی محور مرکزی یک آینه کروی قرار دارد. بزرگنمایی خطی فنجان برابر $0/250$ و فاصله بین آینه و نقطه کانونی آن برابر $200cm$ است. (الف) فاصله بین آینه و تصویری که ایجاد می‌کند چقدر است؟ (ب) آیا فاصله کانونی مثبت است یا منفی؟ (پ) تصویر حقیقی است یا مجازی؟

۱۲۹- لایه‌ای از آب ($n = 1/33$) به ضخامت $20mm$ روی لایه‌ای از کربن تتراکلراید ($n = 1/46$) به ضخامت $40mm$ در داخل مخزنی شناور است. سکه‌ای در ته مخزن قرار دارد. سکه در چه عمقی زیر سطح بالایی آب به نظر خواهد رسید؟ (راهنمایی: نتیجه و فرضهای مسئله ۱۲۲ را به کار ببرید و از نمودار پرتو برای این وضعیت استفاده کنید).

۱۳۰- یک هزارپا در $1/0$ متری جلوی سطح نزدیک یک کره شفاف به قطر $0/70m$ قرار دارد. (الف) تصویر هزارپا در چه فاصله‌ای از سطح به نظر می‌رسد؟ (ب) اگر بلندی هزارپا $20mm$ باشد، بلندی تصویر چقدر است؟ (پ) آیا تصویر وارونه است؟

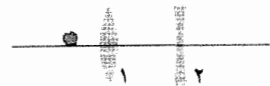
۱۳۱- (الف) نشان دهید که اگر شیء O در شکل ۳۴-۹ پ از نقطه کانونی F_1 به طرف چشم ناظر حرکت کند، تصویر از بینهایت حرکت می‌کند و زاویه θ' (و در نتیجه بزرگنمایی زاویه‌ای m_{θ}) افزایش می‌یابد. (ب) اگر این فرایند را ادامه دهید وقتی m_{θ} دارای بیشینه مقدار قابل استفاده باشد (می‌توانید باز هم θ_m را افزایش دهید ولی تصویر دیگر واضح نخواهد بود) تصویر در کجا قرار دارد؟ (پ) نشان دهید مقدار بیشینه قابل استفاده θ_m برابر $(25cm)/f + 1$ و نیز (ت) نشان دهید که در این وضعیت بزرگنمایی زاویه‌ای با بزرگنمایی خطی برابر است.

۱۳۲- ایزاک نیوتون اطمینان داشت (که معلوم شد اشتباه است) که ابیراهی رنگی یک خاصیت ذاتی برای تلسکوپهای شکستی است و تلسکوپ بازتابی را اختراع کرد که در شکل ۳۴-۵۸ نشان داده شده است. او دومین طرح تلسکوپ خود را با توان بزرگنمایی 38 به شورای سلطنتی انگلستان ارائه داد که هنوز هم در آنجا نگهداری می‌شود. در شکل ۳۴-۵۸ نور فرودی تقریباً موازی محور تلسکوپ روی آینه شیئی تلسکوپ M فرود می‌آید. پرتوها پس از بازتاب از یک آینه کوچک M' (شکل بدون مقیاس رسم شده است) یک تصویر حقیقی و وارونه را در صفحه کانونی (صفحه‌ای که عمود بر خط دید و در نقطه کانونی F قرار دارد) تشکیل می‌دهند. سپس این تصویر با

۱۳۵- شیئی در فاصله $4/00\text{ cm}$ در مقابل یک عدسی همگرا قرار دارد. بزرگنمایی شیء $2/00-$ است. فاصله کانونی عدسی چقدر است؟

۱۳۶- ملخی روی نقطه‌ای واقع بر محور اصلی یک آینه کروی می‌جهد. قدر مطلق بزرگی فاصله کانونی آینه برابر $40/0\text{ cm}$ ، و بزرگنمایی خطی تصویر حاصل شده از آینه برابر $+0/200$ است. (الف) آیا آینه کوژ است یا کاو؟ (ب) ملخ در چه فاصله‌ای از آینه قرار دارد؟

۱۳۷- در شکل ۳۴-۵۹ یک دانه شن در فاصله $3/00\text{ cm}$ از عدسی نازک ۱ روی محور مرکزی دو عدسی متقارن قرار دارد. فاصله دو عدسی از یکدیگر $8/00\text{ cm}$ و برای هر دو عدسی فاصله بین نقطه کانونی و عدسی برابر $4/00\text{ cm}$ است. (الف) فاصله بین عدسی ۲ و تصویری که از دانه شن تشکیل می‌دهد چقدر است؟ آیا این تصویر (ب) طرف چپ عدسی ۲ است یا طرف راست، (پ) حقیقی است یا مجازی و (ت) نسبت به دانه شن وارونه است یا وارونه نیست؟



شکل ۳۴-۵۹ مسئله ۱۳۷



دولتها در سراسر جهان اقداماتی امنیتی را برای جلوگیری از جعل اسکناس توسط کسانی که به طور سریع از آخرین فناوری استفاده می کنند به عمل می آورند. بعضی از معیارهای امنیتی که اکنون برای ناکام گذاشتن جعل اسکناس به کار می روند عبارت اند از نخ امنیتی و علامت چاپ در متن اسکناس (که هر دو اینها در مقابل نور دیده می شوند) و میکروچاپ (که نقطه های بسیار کوچکی هستند که با پویشگر دیده می شوند). قسمتی که جعل آن احتمالاً مشکل است تغییر ته رنگی است که از جابه جایی رنگ مرکبها حاصل می شود، مثلاً «۲۰» در گوشه پایین یک اسکناس ۲۰ دلاری رنگی جابه جا شونده دارد. اگر به طور مستقیم به پایین عدد نگاه کنید، قرمز یا قرمز مایل به زرد به نظر می رسد. اگر اسکناس را کج کنید و به طور مایل به آن نگاه کنید، رنگ تمایل به سبز پیدا می کند. ماشین کپی فقط از یک جهت می تواند کپی بگیرد و بنابراین، این جابه جایی در رنگ را که در موقع تغییر زاویه دید مشاهده می شود نمی تواند کپی کند.

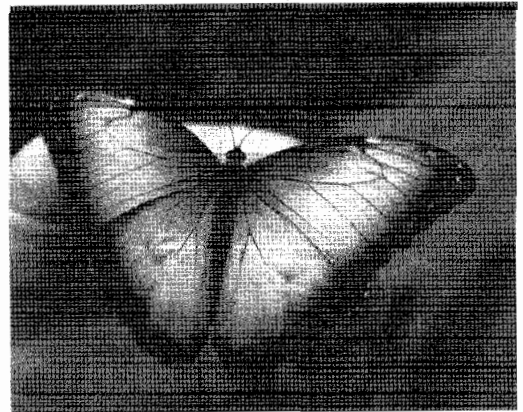
پاسخ در همین فصل.

۳۵-۱ فیزیک چیست؟

یکی از هدفهای عمده فیزیک درک طبیعت نور است. رسیدن به این هدف دشوار بوده است (و تاکنون به طور کامل حاصل نشده است) چون نور پیچیده است. با وجود این، پیچیدگی بدان معناست که نور کاربردهای زیادی دارد، و برخی از مهمترین کاربردهای آن با تداخل موجهای نوری - تداخل اپتیکی مرتبط است.

طبیعت تداخل نور را برای رنگ آمیزی بسیار به کار برده است. مثلاً بالهای پروانه مورفو^۱، قهوه‌ای کدر بی‌روحي است که می‌توان در سطح زیر بال آن را دید، ولی در سطح بالایی با ایجاد رنگ آبی به دلیل تداخل نور بازتابیده از سطح، رنگ قهوه‌ای محو می‌شود (شکل ۳۵-۱). افزون بر این، در سطح بالایی تغییر رنگ وجود دارد؛ و اگر زاویه دید را عوض کنیم یا اگر بال حرکت کند، رنگ تغییر می‌کند. همین تغییر رنگ در مرکبها، در بسیاری از اسکناسها برای مقابله با جعل‌کنندگان مورد استفاده قرار می‌گیرد. زیرا ماشینهای کپی آنها می‌تواند فقط از یک زاویه کپی بگیرد و در نتیجه نمی‌توانند از تغییر رنگ ایجاد شده با تغییر زاویه دید کپی بگیرند.

پیش از پرداختن به تغییر رنگ در بالهای پروانه و رنگهای اسکناس، نخست باید دربارهٔ اساس فیزیکی تداخل نور بحث کنیم. این بدان معناست که باید ساده‌سازی نور هندسی را کنار بگذاریم (که در آن نور را به صورت پرتو توصیف می‌کنیم) و به طبیعت موجی نور بپردازیم.



شکل ۳۵-۱ رنگ آبی در سطح بالایی بال پروانه مورفو به دلیل تداخل نور و تغییر در رنگ است که با تغییر زاویه دید حاصل می‌شود.

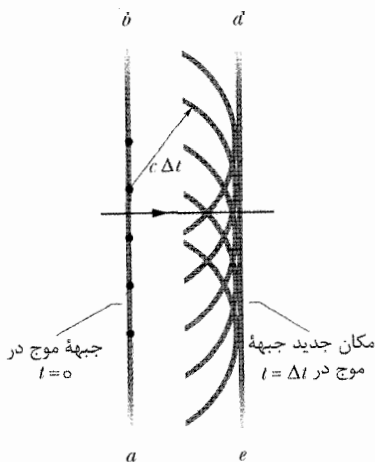
۳۵-۲ نور به عنوان یک موج

اولین شخصی که نظریه متقاعدکنندهٔ موجی بودن نور را توسعه داد فیزیکدان هلندی به نام کریستین هویگنس^۲ در سال ۱۶۷۸/۱۰۵۷ بود. این نظریه اگرچه نسبت به نظریهٔ

الکترومغناطیسی ماکسول خیلی جامع نبود، ولی نظریهٔ هویگنس از نظر ریاضی ساده‌تر بود و اکنون نیز مفید است. امتیاز بزرگ آن این است که قانونهای بازتاب و شکست را برحسب موجها در نظر گرفته و مفهوم فیزیکی به ضریب شکست داده است. نظریهٔ موجی هویگنس بر ساختاری هندسی استوار است که اگر وضعیت فعلی موج را بدانیم می‌توان گفت که در لحظهٔ معینی در آینده یک جبههٔ موج معین در کجا قرار دارد. این ساختار بر اصل هویگنس استوار است که عبارت است از:

تمام نقطه‌ها روی یک جبههٔ موج به عنوان یک چشمه نقطه‌ای موجکهای کروی بعدی عمل می‌کنند. پس از زمان t ، وضعیت جدید جبههٔ موج عبارت است از سطحی مماس بر این موجکهای بعدی.

مثال ساده‌ای وجود دارد. در سمت چپ شکل ۳۵-۲، مکان فعلی یک جبههٔ موج تخت که در خلأ به طرف راست حرکت می‌کند با صفحهٔ ab عمود بر صفحهٔ کاغذ نشان داده شده است. جبههٔ موج در لحظهٔ Δt پس از آن در کجاست؟ چندین نقطه در صفحهٔ ab (نقطه‌های سیاه) را در نظر می‌گیریم که به عنوان چشمه‌های موجکهای کروی بعدی خواهند بود که در $t=0$ گسیل شده‌اند. در لحظهٔ Δt ، شعاع تمام این موجکهای کروی به $c\Delta t$ خواهد رسید، که c تندی نور در خلأ است. صفحهٔ de را در لحظهٔ Δt مماس بر این موجکها رسم می‌کنیم. این صفحهٔ جبههٔ موج تخت را در لحظهٔ Δt نمایش می‌دهد؛ این با صفحهٔ ab موازی است و در فاصلهٔ عمودی $c\Delta t$ از آن قرار دارد.



شکل ۳۵-۲ انتشار یک موج تخت در خلأ به گونه‌ای که توسط اصل هویگنس توصیف شده است.

قانون شکست

اکنون با استفاده از اصل هویگنس قانون شکست، معادلهٔ ۲۹-۴۰ (قانون اسنل) را به دست می‌آوریم. شکل ۳۵-۳ سه مرحله را در شکست چندین جبههٔ موج در یک صفحهٔ تخت بین هوا (محیط ۱) و شیشه (محیط ۲) نشان می‌دهد. به طور اختیاری

برابر با λ_1/v_1 باشد. با مساوی قرار دادن این زمانهای حرکت خواهیم داشت

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (۱-۳۵)$$

که نشان می‌دهد طول موج نور در دو محیط با تندیهای نور در این محیطها متناسب است.

بنابر اصل هویگنس جبهه موج شکسته باید بر کمان به شعاع λ_2 به مرکز h مثلاً در نقطه g مماس باشد. جبهه موج شکسته هم‌چنین باید بر کمان به شعاع λ_1 به مرکز e مثلاً در c مماس باشد. بنابراین، جبهه موج شکسته باید در جهت نشان داده شده در شکل باشد. توجه کنید که θ_2 ، زاویه بین جبهه موج شکسته و سطح جدایی است که در واقع زاویه شکست است.

در مثلثهای قائم‌الزاویه hce و hcg در شکل ۳-۳۵ ب می‌توان نوشت

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda_1}{hc} \quad (\text{مثلث } hce)$$

و

$$\sin \theta_2 = \frac{\lambda_2}{hg} \quad (\text{مثلث } hcg)$$

با تقسیم این دو معادله بر یکدیگر و با استفاده از معادله ۱-۳۵ خواهیم داشت

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (۲-۳۵)$$

ضریب شکست n برای هر محیط را به صورت نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور v در آن محیط تعریف می‌کنیم.

پس

$$n = \frac{c}{v} \quad (\text{ضریب شکست}) \quad (۳-۳۵)$$

به خصوص، برای دو محیط مورد نظر داریم

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad \text{و} \quad n_2 = \frac{c}{v_2} \quad (۴-۳۵)$$

اگر معادله‌های ۲-۳۵ و ۴-۳۵ را ترکیب کنیم، خواهیم داشت

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (۵-۳۵)$$

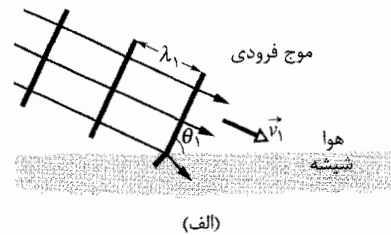
یا

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (\text{قانون شکست}) \quad (۶-۳۵)$$

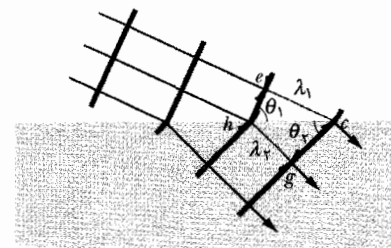
که در فصل ۲۹ (جلد ۲) تعریف شده بود.

جبهه‌های موجی را که با یکدیگر به اندازه λ_1 طول موج در محیط ۱ تفاوت دارند، در باریکه نور فرودی اختیار می‌کنیم. فرض می‌کنیم تندی نور در هوا v_1 و در شیشه v_2 باشد و نیز فرض می‌کنیم که $v_2 < v_1$ باشد که در واقع نیز چنین است.

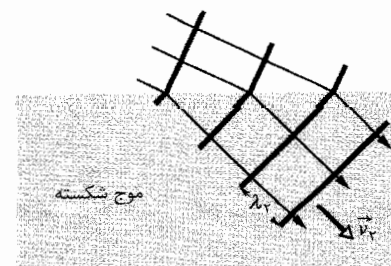
زاویه θ_1 در شکل ۳-۳۵ الف زاویه بین جبهه موج و سطح جدایی است؛ مقدار آن با زاویه بین عمود بر جبهه موج (یعنی پرتو فرودی) و عمود بر سطح جدایی برابر است. بنابراین θ_1 ، زاویه تابش است.



(الف)



(ب)

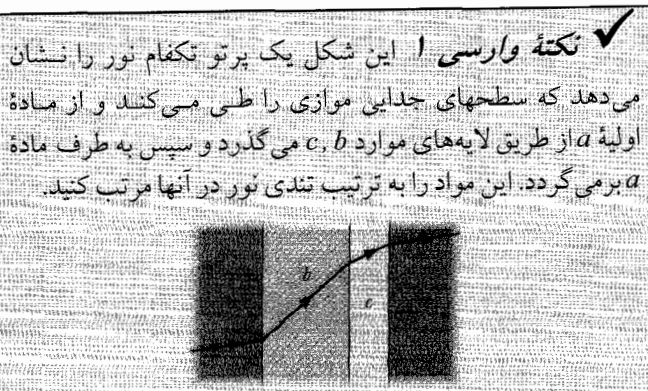


(پ)

شکل ۳-۳۵ شکست موج تخت در سطح جدایی هوا-شیشه، به گونه‌ای که اصل هویگنس تصویر می‌کند. طول موج در شیشه کوچکتر از مقدار آن در هواست. جهت ساده‌سازی موج شکسته نشان داده نشده است. شکل‌های (الف) تا (پ) سه مرحله متوالی شکست را نشان می‌دهند.

وقتی موج داخل شیشه می‌شود، یک موجک هویگنس در نقطه e در شکل ۳-۳۵ ب، تا نقطه c به فاصله λ_2 از نقطه e گسترش می‌یابد. فاصله زمانی مورد نیاز برای این گسترش عبارت است از این فاصله تقسیم بر تندی موجک یا λ_2/v_2 .

اکنون توجه می‌کنیم که در همین فاصله زمانی، یک موجک هویگنس از نقطه h تا نقطه g با تندی کمتر v_1 و با طول موج λ_1 گسترش خواهد یافت. بنابراین، این فاصله زمانی نیز باید



طول موج و ضریب شکست

به صورتی که به زودی بحث خواهیم کرد، این تغییر در اختلاف فاز می‌تواند تعیین کند که اگر موجهای نوری به نقطه مشترکی برسند آنها چگونه تداخل می‌کنند.

برای یافتن اختلاف فاز جدید آنها برحسب طول موجها، نخست تعداد طول موجهای N_1 را در طول مسیر L در محیط ۱ پیدا می‌کنیم. از معادله ۳۵-۸ طول موج در محیط ۱ عبارت است از $\lambda_{n_1} = \lambda/n_1$ ، پس

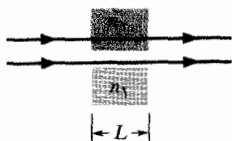
$$N_1 = \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda} \quad (9-35)$$

به همین ترتیب، تعداد طول موجهای N_2 را که در طول مسیر L در محیط ۲ وجود دارند پیدا می‌کنیم، که طول موج در آنجا λ_{n_2} است.

$$N_2 = \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda} \quad (10-35)$$

برای یافتن اختلاف فاز جدید بین موجها، مقدار کوچکتر N_1 و N_2 را از مقدار بزرگتر کم می‌کنیم. با فرض $n_2 > n_1$ ، خواهیم داشت

$$N_2 - N_1 = \frac{Ln_2}{\lambda} - \frac{Ln_1}{\lambda} = \frac{L}{\lambda} (n_2 - n_1) \quad (11-35)$$



شکل ۳۵-۴ دو پرتو نوری از دو محیط با ضریب شکستهای مختلف می‌گذرد.

فرض کنید از معادله ۳۵-۱۱ معلوم شود که موجها اکنون اختلاف فازی برابر با $45/6$ طول موج دارند. این معادل با این است که در آغاز موجها را همفاز در نظر بگیریم و یکی از آنها به اندازه $45/6$ طول موج جابه‌جا شود. ولی جابه‌جایی به اندازه یک عدد صحیح از طول موجها (مانند ۴۵) باعث همفازی موجها می‌شود؛ پس فقط کسر اعشاری (در اینجا $0/6$) است که مهم است. اختلاف فاز $45/6$ طول موج معادل با یک اختلاف فاز مؤثر به اندازه $0/6$ طول موج است.

اختلاف فاز $0/5$ طول موج، دو موج را دقیقاً در فاز مقابل قرار می‌دهد. اگر دامنه موجها با هم مساوی و در یک نقطه مشترک به هم برسند، این موجها تداخل کاملاً ویرانگر خواهند داشت که در آن نقطه تاریکی ایجاد می‌کنند. در عوض، با اختلاف فاز $0/5$ یا $1/5$ طول موج، موجها تداخل کاملاً سازنده ایجاد خواهند کرد که موجب روشن بودن در نقطه مشترک است. اختلاف فاز $0/6$ طول موج وضعیت میانه است ولی به تداخل سازنده نزدیک‌تر است، و موجها یک نقطه تقریباً روشن ایجاد خواهند کرد.

همانطور که قبلاً دیدیم، اختلاف فاز را برحسب رادیان یا درجه نیز می‌توان بیان کرد. اختلاف فاز یک طول موج معادل با اختلاف فاز $2\pi \text{ rad}$ یا 360° است.

تاکنون دیدیم که طول موج نور به هنگام تغییر تندی نور وقتی در سطح جدایی از یک محیط به محیط دیگر وارد شود، تغییر می‌کند. افزون بر این، تندی نور در هر محیطی بنابر معادله ۳۵-۳ به ضریب شکست محیط بستگی دارد. بنابراین، طول موج نور در هر محیطی به ضریب شکست محیط بستگی دارد. نور تکفام به طول موج λ و تندی c در خلأ و طول موج λ_n و تندی v در محیطی با ضریب شکست n را در نظر می‌گیریم. معادله ۳۵-۱ را اکنون می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\lambda_n = \lambda \frac{v}{c} \quad (7-35)$$

با استفاده از معادله ۳۵-۳ و قرار دادن $1/n$ به جای v/c ، خواهیم داشت

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} \quad (8-35)$$

این معادله طول موج نور را در هر محیطی به طول موج آن در خلأ ارتباط می‌دهد. این بدان معناست که هر قدر ضریب شکست محیطی بزرگتر باشد، طول موج نور در آن محیط کوچکتر است.

درباره بسامد نور چگونه است؟ بسامد نور در محیطی با ضریب شکست n را f_n در نظر می‌گیریم. بنابراین، از رابطه کلی معادله ۳۲-۱۳ $(v = \lambda f)$ می‌توان نوشت

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

با قرار دادن معادله‌های ۳۵-۳ و ۳۵-۸ خواهیم داشت

$$f_n \frac{c/n}{\lambda/n} = \frac{c}{\lambda} = f$$

که در آن f بسامد نور در خلأ است. بنابراین، اگرچه تندی و طول موج نور در محیط با مقدار آن در خلأ تفاوت دارد، ولی بسامد نور در آن محیط با مقدار آن در خلأ یکسان است.

این واقعیت که طول موج بنابر معادله ۳۵-۸ به ضریب شکست بستگی دارد در موقعیتهای معینی که مرتبط با تداخل موجهای نوری باشد اهمیت دارد. مثلاً، در شکل ۳۴-۴ موجهای پرتوها (یعنی موجهایی که با پرتوها نمایش داده می‌شوند) طول موج λ یکسان دارند و در هوا ($n \approx 1$) در آغاز همفازند. یکی از موجها در محیط ۱ با ضریب شکست n_1 طول L را طی می‌کند. موج دیگر در محیط ۲ با ضریب شکست n_2 همان طول L را طی می‌کند. وقتی این موجها از دو محیط می‌گذرند دارای طول موج یکسان- طول موج λ در هوا هستند. با وجود این، چون طول موجهای آنها در دو محیط متفاوت است، این دو موج دیگر همفاز نخواهند بود.

اگر دو موج نوری از دو محیط که ضریب شکستهای مختلفی دارند بگذرند، اختلاف فاز بین آنها تغییر می‌کند.

در شکل ۳۵-۴، دو موج نوری با پرتوهایی با طول موج 550 nm پیش از وارد شدن به محیط ۱ و ۲ نشان داده شده‌اند. دامنه آنها برابر و همفازند. محیط ۱ فقط هوا و محیط ۲ لایه پلاستیکی شفافی با ضریب شکست $1/600$ و ضخامت $2/600\text{ }\mu\text{m}$ است.

(الف) اختلاف فاز موجهای خارج شده برحسب طول موج، رادیان و درجه چقدر است؟ اختلاف فاز مؤثر آنها (برحسب طول موج) چقدر است؟

نکته کلیدی اگر دو موج نوری از دو محیط مختلف با ضریب شکستهای مختلف بگذرند، اختلاف فاز آنها تغییر می‌کند. دلیل آن این است که طول موجهای آنها در محیطهای مختلف متفاوت است. با شمارش تعداد طول موجهایی که در داخل هر محیط قرار می‌گیرند و سپس با کم کردن تعداد آنها تغییر در اختلاف فاز را می‌توان محاسبه کرد.

محاسبه‌ها: وقتی طول مسیر موجها در دو محیط یکسان باشند، معادله ۳۵-۱۱ نتیجه را به دست می‌دهد. در اینجا $n_1 = 1/000$ (برای هوا)، $n_2 = 1/600$ ، $L = 2/600\text{ }\mu\text{m}$ و $\lambda = 550\text{ nm}$ است. بنابراین، از معادله ۳۵-۱۱ خواهیم داشت

$$N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda} (n_2 - n_1) = \frac{2/600 \times 10^{-6} \text{ m}}{550 \times 10^{-9} \text{ m}} (1/600 - 1/000) = 2/84 \quad (\text{پاسخ})$$

پس، اختلاف فاز موجهای خارج شده $2/84$ طول موج است. چون یک طول موج معادل با $2\pi\text{ rad}$ یا 360° است، می‌توان نشان داد که این اختلاف فاز معادل است با

$$17/84\text{ rad} \approx 1020^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

اختلاف فاز مؤثر عبارت است از بخش اعشاری اختلاف واقعی که برحسب طول موج بیان می‌شود. بنابراین، داریم

(پاسخ) طول موج $0/84 =$ اختلاف فاز مؤثر می‌توان نشان داد که این معادل با $5/3\text{ rad}$ یعنی حدود 300° است. توجه: اختلاف فاز مؤثر را با در نظر گرفتن قسمت اعشاری اختلاف فاز واقعی که برحسب رادیان یا درجه بیان می‌شود پیدا نکردیم. مثلاً $0/84\text{ rad}$ را از اختلاف فاز واقعی $17/84\text{ rad}$ پیدا نمی‌کنیم.

(ب) اگر پرتوهای موجها اندکی زاویه پیدا کنند به طوری که موجها در صفحه مشاهده دور به یک نقطه برسند، موجها چه نوع تداخلی در این نقطه ایجاد می‌کنند؟

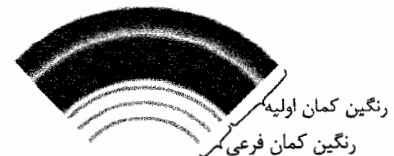
استدلال: نیاز داریم اختلاف فاز مؤثر موجها را با اختلاف فازهایی که انواع حدی تداخل به دست می‌دهند، مقایسه کنیم. در اینجا اختلاف فاز مؤثر $0/84$ طول موج است که بین $0/5$ طول موج (برای تداخل کاملاً ویرانگر یا تاریکترین نتیجه ممکن) و $1/0$ طول موج (برای تداخل کاملاً ویرانگر یا تاریکترین نتیجه ممکن) و $1/0$ طول موج (برای تداخل کاملاً

✓ **نکته فارسی ۲** موجهای نوری پرتوها در شکل ۳۵-۲ دارای طول موج و دامنه یکسان هستند و در ابتدا همفازند. (الف) اگر $2/60$ طول موج در طول ماده بالایی و $5/50$ طول موج در ماده پایینی جا گرفته باشد، کدام ماده دارای ضریب شکست بزرگتری است؟ (ب) اگر پرتوها اندکی زاویه پیدا کنند به طوری که به همان نقطه روی پرده دور برسند، آیا تداخل در آنجا بیشترین روشنی ممکن، روشنی میانه، روشنائی میانه تاریک یا تاریک را خواهد داشت؟

رنگین کمان و تداخل نوری

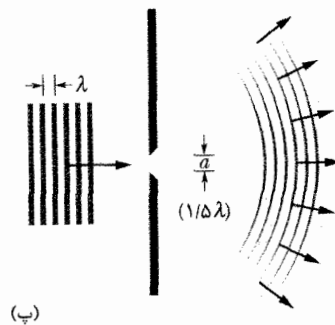
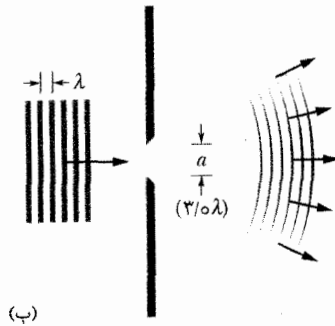
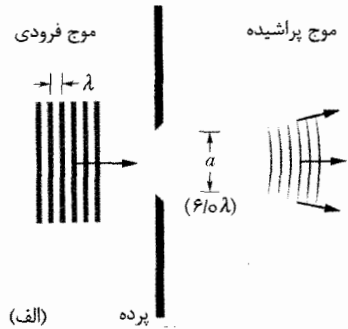
در بخش ۲۹-۸ (جلد دوم) درباره اینکه چگونه رنگهای نور خورشید به هنگام حرکت در قطره‌های باران در حال سقوط به رنگین کمان تفکیک می‌شوند بحث کردیم. وضعیت ساده‌شده‌ای را در نظر گرفتیم که در آن یک پرتو تنها از نور سفید وارد یک قطره باران می‌شود. در واقع، موجهای نوری در راستای وجهی که مقابل خورشید است از داخل قطره می‌گذرند. در اینجا درباره جریات اینکه این موجها چگونه از قطره می‌گذرند و سپس خارج می‌شوند بحث نمی‌کنیم ولی می‌توانیم ببینیم که بخشهای مختلف موج ورودی در داخل قطره مسیرهای مختلفی را می‌پیمایند. بنابراین، ملاحظه می‌کنیم که موجها از قطره با فازهای مختلفی خارج می‌شوند. پس، می‌توان دید که در زاویه‌هایی نور خروجی همفاز خواهد بود و تداخل سازنده حاصل خواهد شد. رنگین کمان نتیجه چنین تداخل سازنده‌ای است. برای مثال، رنگ قرمز از هر قطره باران در جهتی که آن قسمت رنگین کمان را می‌بینیم به طور همفاز خارج می‌شوند.

اگر بتوانیم به دقت زیر رنگین کمان اولیه را نگاه کنیم، می‌توانیم کمانهای رنگی محوتری را ملاحظه کنیم که رنگین کمان فرعی نامیده می‌شود (شکل ۳۵-۵). (آنها را شاید در تصویر اول فصل ۲۹ (جلد دوم) دیده باشید.) مانند کمانهای اصلی، رنگین کمان فرعی ناشی از موجهایی است که از هر قطره تقریباً به طور همفاز خارج می‌شوند و با یکدیگر تداخل سازنده ایجاد می‌کنند. اگر بتوانید به دقت بالای یک رنگین کمان فرعی را نگاه کنید حتی رنگین کمانهای فرعی بیشتری (اما محوتر) خواهید دید. به خاطر داشته باشید که دو نوع رنگین کمان و همه مجموعه رنگین کمانهای فرعی که به طور طبیعی اتفاق می‌افتند مثالهایی از تداخل نوری هستند و به طور طبیعی شواهدی هستند که نشان می‌دهند نور از موجهایی تشکیل شده است.



شکل ۳۵-۵ رنگین کمان اولیه و رنگین کمان فرعی زیر آن که ناشی از تداخل نوری هستند.

رشته‌ای از شکافهای باریک تلاش کنیم، پراش همیشه تلاش ما را با شکست روبه‌رو خواهد ساخت، زیرا پراش همواره موجب گسترده شدن نور می‌شود. در واقع، با باریکتر کردن شکافها (به امید ایجاد باریکه‌ای نازکتر)، گستردگی زیاده‌تر خواهد شد. بنابراین، نورشناسی هندسی فقط زمانی برقرار است که شکافها یا وسایل دیگری که ممکن است در مسیر نور قرار داده شوند ابعادی قابل مقایسه با طول موج نور یا کوچکتر از آن نداشته باشند.

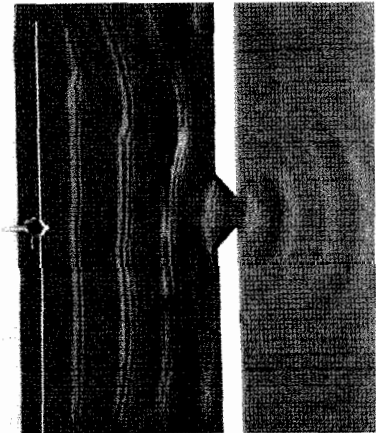


شکل ۷-۳۵ پراش به طور طرحوار نشان داده شده است. به ازای یک طول موج مشخص λ ، با کوچک شدن پهنای شکاف a پراش برجسته‌تر خواهد بود. این شکافها مواردی را برای (الف) پهنای شکاف $a = 6/5\lambda$ ، (ب) پهنای شکاف $a = 3/5\lambda$ و (پ) پهنای شکاف $a = 1/5\lambda$ نشان می‌دهند. در هر سه مورد پرده و طول شکاف به داخل و خارج صفحه کاغذ، عمود بر آن ادامه دارد.

سازنده یا روشترین نتیجه ممکن) ولی نزدیک به $1/5$ طول موج قرار دارد. بنابراین، کاملاً سازنده نزدیکتر است - اینها لکه نسبتاً روشنی ایجاد می‌کنند.

۳-۳۵ پراش

در بخش بعدی آزمایشی را توضیح خواهیم داد که نخست اثبات خواهد کرد که نور یک موج است. جهت آمادگی برای آن بحث، نظریه پراش موجها را معرفی می‌کنیم، پدیده‌ای که کاملتر آن را در فصل ۳۶ مورد بحث قرار خواهیم داد. اساس آن چنین است: اگر موجی به مانعی برخورد کند که دارای گشودگی از مرتبه بزرگی طول موج باشد، بخشی از موج که از این گشودگی می‌گذرد ناحیه‌ای خارج از مانع را روشن خواهد کرد (گسترده می‌شود) - پراشیده خواهد شد. این روشن شدن با گسترده شدن موجکها در ساختار هویگنس در شکل ۲-۳۵ مطابقت دارد. پراش نه فقط در مورد موجهای نوری بلکه در مورد همه انواع موج رخ می‌دهد؛ شکل ۶-۳۵ پراش موجهای آب را که در سطح آب در یک مخزن کم عمق حرکت می‌کنند نشان می‌دهد.



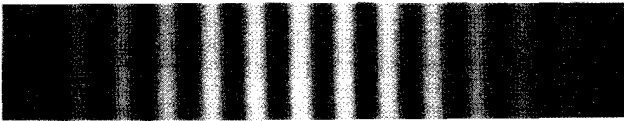
شکل ۶-۳۵ موجها توسط یک جسم نوسان کننده در سمت چپ ایجاد شده‌اند. وقتی اینها از چپ به راست حرکت کنند، با گذشتن از یک روزنه در مانعی در سطح آب گسترده می‌شوند.

شکل ۷-۳۵ الف وضعیت طرحواری را برای یک موج تخت فرودی با طول موج λ نشان می‌دهد که به شکافی به پهنای $a = 6/5\lambda$ برخورد می‌کند و در جهت داخل و بیرون صفحه کاغذ گسترده می‌شود. قسمتی از موج که از شکاف می‌گذرد به سمت دور پخش می‌شود. شکلهای ۷-۳۵ ب و ۷-۳۵ پ ($a = 3/5\lambda$) و ۷-۳۵ پ ($a = 1/5\lambda$) ویژگی اصلی پراش را نشان می‌دهند: هر چقدر شکاف باریکتر باشد، پراش بیشتر است.

پراش نورشناسی هندسی را که در آن موج الکترومغناطیسی با یک پرتو نمایش داده می‌شود، محدود می‌کند. اگر در واقع برای تشکیل یک پرتو با فرستادن نور به یک شکاف باریک یا

پرده B می‌فرستند، که در آنجا موجهای یک شکاف با موجهای شکاف دیگر تداخل می‌کنند.

«عکس فوری» شکل ۳۵-۸ تداخل موجهای همپوشانی‌کننده را نشان می‌دهد. البته، شاهدهی مبتنی بر تداخل وجود ندارد مگر اینکه پرده مشاهده C را که نور را قطع می‌کند قرار دهیم. در این صورت نقطه‌های تداخلی بیشینه ردیفهای روشن به نام نوارهای روشن یا فریزهای روشن، یا (به بیان ضعیفتر) بیشینه‌هایی - را تشکیل می‌دهند که در امتداد پرده (به داخل و بیرون صفحه کاغذ در شکل ۳۵-۸) امتداد دارند. ناحیه‌های تاریک - به نام نوارهای تاریک یا فریزهای تاریک، یا (به بیان ضعیفتر) کمینه‌ها - از تداخل کاملاً ویرانگر نتیجه می‌شوند و بین جفت فریزهای روشن مجاور دیده می‌شوند. (بیشینه‌ها و کمینه‌ها بیشتر به مرکز یک نوار اشاره دارند). نقش فریزهای روشن و تاریک روی پرده نقش تداخلی نامیده می‌شود. شکل ۳۵-۹ عکس بخشی از نقش تداخلی است که توسط ناظری که در سمت چپ پرده C در آرایش شکل ۳۵-۸ ایستاده باشد دیده می‌شود.

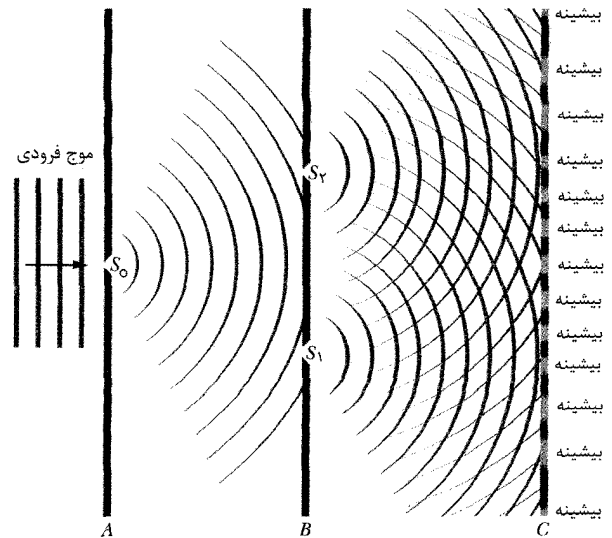


شکل ۳۵-۹ عکسی از نقش تداخلی به وجود آمده توسط آرایش نشان داده شده در شکل ۳۵-۸ (این عکس نمای جلویی بخشی از پرده C است). بیشینه‌ها و کمینه‌های متوالی فریز نامیده می‌شوند (چون اینها خطهای تزئینی را تداعی می‌کنند که گاه در لباس و قالیچه به کار می‌روند).

محل فریزها

موجهای نوری فریزهایی را در آزمایش تداخلی دو شکاف یانگ، که به این نام، نامیده می‌شود، ایجاد می‌کنند، ولی چگونه می‌توان محل این فریزها را به طور دقیق تعیین کرد؟ برای پاسخ به این، آرایش شکل ۳۵-۱۰ الف را در نظر می‌گیریم. در اینجا موج تختی از نور تکفام بر دو شکاف S_1 و S_2 روی پرده B می‌تابد؛ نور از شکافها پراشیده می‌شو و روی پرده C یک نقش پراش ایجاد می‌کند. محور مرکزی را از نقطه وسط بین شکافها تا C به عنوان مرجع رسم می‌کنیم. سپس برای بحث، نقطه اختیاری P را با زاویه θ نسبت به محور مرکزی روی پرده در نظر می‌گیریم. در این نقطه موج مربوط به پرتو r_1 از شکاف پایین و موج مربوط به پرتو r_2 از شکاف بالا یکدیگر را قطع می‌کنند.

این موجها وقتی که از دو شکاف می‌گذرند همفازند زیرا در آنجا اینها قسمتهایی از یک موج فرودی هستند. ولی، وقتی آنها از شکافها گذشتند، این دو موج باید مسیرهای متفاوتی را تا

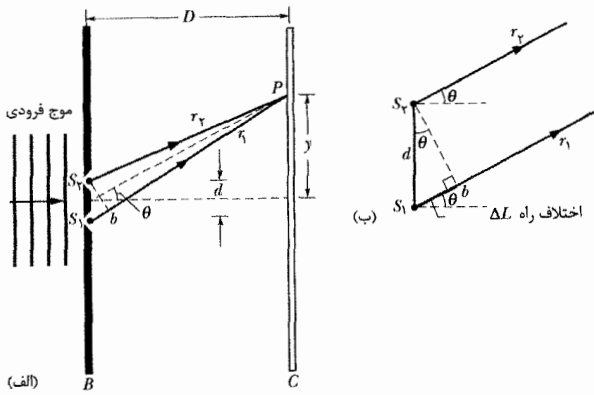


شکل ۳۵-۸ در آزمایش تداخل یانگ، نور تکفام فرودی توسط شکاف S پراشیده می‌شود، که پس از آن به عنوان یک چشمه نقطه‌ای نور عمل می‌کند و جبهه‌های موج به شکل نیم‌دایره را گسیل می‌دارد. وقتی این نور به پرده B می‌رسد، توسط شکافهای S_1 و S_2 پراشیده می‌شود که پس از آن به عنوان دو چشمه نوری نقطه‌ای عمل می‌کنند. موجهای نوری پس از عبور شکافهای S_1 و S_2 همپوشانی کرده و تداخل می‌کنند، که حاصل آن یک نقش بیشینه و کمینه تداخلی روی پرده مشاهده C است. این شکل مقطع آن است؛ پرده‌ها، شکافها و نقش تداخلی به داخل و بیرون صفحه کاغذ ادامه دارند. بین پرده‌های B ، C ، جبهه‌های موج نیم‌دایره‌ای به مرکز S_1 و S_2 موجهایی را نشان می‌دهند که گویی فقط S_1 باز بوده است. همچنین نیم‌دایره‌هایی که مرکز آنها S_2 است موجهایی را نشان می‌دهند که گویی فقط S_2 باز بوده است.

۳۵-۴ آزمایش تداخلی یانگ

در سال ۱۸۰۱/۱۸۰۲ توماس یانگ^۱، برخلاف نظر بیشتر دانشمندان دیگر در آن زمان ثابت کرد که نور یک موج است. او همچنین نشان داد که نور مانند موجهای روی آب، موجهای صوتی و همه انواع دیگر موجها تداخل می‌کند. افزون بر این، او توانست متوسط طول موج نور خورشید را اندازه بگیرد، این مقدار که برابر با 570 nm بود به مقدار مورد پذیرش جدید 555 nm خیلی نزدیک است. در اینجا آزمایش یانگ را به عنوان مثالی از تداخل موجهای نوری بررسی می‌کنیم.

شکل ۳۵-۸ آرایش اصلی آزمایش یانگ را نشان می‌دهد. نور از یک چشمه تکفام دور شکاف S_0 را روی پرده A روشن می‌کند. سپس نور خروجی از طریق پراش، دو شکاف S_1 و S_2 را روی پرده B روشن می‌کند. پراش نور به وسیله این دو شکاف، موجهای دایره‌ای همپوشانی کرده‌ای را به ناحیه بعد از



شکل ۳۵-۱۰ (الف) موجهای شکافهای S_1 و S_2 (که به داخل و خارج از صفحه کاغذ امتداد دارند) در نقطه اختیاری P روی پرده C در فاصله y از محور مرکزی ترکیب می‌شوند. زاویه θ موقعیت مناسبی را برای P به دست می‌دهد. (ب) به ازای $d \gg D$ ، پرتوهای r_1 و r_2 تقریباً موازی‌اند و با زاویه θ نسبت به محور مرکزی قرار دارند.

$$\Delta L = d \sin \theta = (\text{مضرب صحیح}) \lambda \quad (13-35)$$

یا به صورت

$$d \sin \theta = m \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \text{ به ازای (بیشینه) به ازای } \lambda \quad (14-35)$$

در مورد فریزهای تاریک، ΔL باید مضرب فردی از نصف طول موج باشد. دوباره با استفاده از معادله ۳۵-۱۲، می‌توان این الزام را به صورت زیر نوشت

$$\Delta L = d \sin \theta = \left(\frac{1}{2} \lambda\right) (\text{مضرب فرد}) \quad (15-35)$$

یا به صورت

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \text{ به ازای (کمینه) به ازای } \lambda \quad (16-35)$$

با معادله‌های ۳۵-۱۴ و ۳۵-۱۶ می‌توان زاویه θ تا هر فریز و در نتیجه مکان آن فریز را پیدا کرد؛ افزون بر این، می‌توان از مقدارهای m برای مشخص کردن فریزها استفاده کرد. در مورد مقدار $m=0$ ، معادله ۳۵-۱۴ حاکی از آن است که یک فریز روشن در $\theta=0$ و در نتیجه روی محور مرکزی قرار دارد. این بیشینه مرکزی نقطه‌ای است که در آن موجهای فرودی از دو شکاف اختلاف راه $\Delta L=0$ و در نتیجه اختلاف فاز صفر دارند. مثلاً به ازای $m=2$ ، فریزهای روشن در زاویه

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{2\lambda}{d} \right)$$

بالا و زیر محور مرکزی قرار دارند. موجها در این دو فریز با $\Delta L = 2\lambda$ و با اختلاف فاز دو طول موج از دو شکاف می‌رسند. گفته می‌شود این دو فریز، فریزهای روشن مرتبه دو (به معنای $m=2$) یا بیشینه دوم (بیشینه دوم در هر طرف بیشینه مرکزی) هستند، یا به عنوان فریزهای روشن دوم از بیشینه مرکزی توصیف می‌شوند.

به ازای $m=1$ معادله ۳۵-۱۶ حاکی از آن است که فریزهای تاریک با زاویه

رسیدن به P طی کنند. وضعیت مشابهی را در بخش ۳۳-۵ با موجهای صوتی دیدیم و نتیجه گرفتیم که

اگر دو موج مسیرهای یا طولهای متفاوتی را طی کنند، اختلاف فاز بین دو موج تغییر می‌کند.

تغییر در اختلاف فاز ناشی از اختلاف راه ΔL در مسیرهایی است که موجها طی می‌کنند. دو موج را که در آغاز دقیقاً همفازند در نظر می‌گیریم که مسیرهایی را با اختلاف راه ΔL طی می‌کنند، و سپس از یک نقطه مشترک می‌گذرند. اگر ΔL صفر یا مضرب صحیحی از طول موجها باشد، این موجها در نقطه مشترک دقیقاً به طور همفاز به هم می‌رسند و در آنجا به طور کامل تداخل سازنده می‌کنند. اگر این در مورد موجها با پرتوهای r_1 و r_2 در شکل ۳۵-۱۰ صحیح باشد، در این صورت نقطه P بخشی از یک فریز روشن است. ولی اگر ΔL مضرب فردی از نصف یک طول موج باشد، این موجها دقیقاً به طور ناهمفاز به نقطه مشترک می‌رسند و در آنجا به طور کامل تداخل ویرانگر می‌کنند. اگر این در مورد موجها با پرتوهای r_1 و r_2 صحیح باشد، آنگاه نقطه P بخشی از یک فریز تاریک خواهد بود. (البته وضعیتهای میانه‌ای از تداخل خواهیم داشت، پس در نقطه P روشنایی میانه هم وجود خواهد داشت).

بنابراین،

آنچه که در یک آزمایش دو شکاف تداخلی یانگ در نقطه‌ای روی پرده مشاهده دیده می‌شود با اختلاف راه ΔL پرتوهایی که به آن نقطه می‌رسند تعیین می‌شود.

موقعیت هر فریز روشن و فریز تاریک را با زاویه θ نسبت به محور مرکزی آن فریز می‌توان مشخص کرد. برای یافتن θ ، باید رابطه آن را با ΔL پیدا کنیم. این کار را با پیدا کردن نقطه b در امتداد پرتو r_1 در شکل ۳۵-۱۰ الف شروع می‌کنیم به طوری که طول مسیر از P تا b با طول مسیر از S_2 تا P مساوی باشد. آنگاه اختلاف راه ΔL بین دو پرتو عبارت است از فاصله S_1 تا b رابطه بین فاصله S_1 تا b و زاویه θ پیچیده است، ولی اگر فاصله D شکافها تا پرده خیلی بزرگتر از فاصله d شکافها باشد، این رابطه به طور قابل ملاحظه‌ای ساده می‌شود. آنگاه می‌توان پرتوهای r_1 و r_2 را موازی با یکدیگر و زاویه آنها را نسبت به محور مرکزی θ در نظر گرفت (شکل ۳۵-۱۰ ب). هم‌چنین می‌توان مثلث حاصل از S_1 ، S_2 و b را یک مثلث قائم‌الزاویه در نظر گرفت و زاویه داخل این مثلث در S_2 را تقریباً θ فرض کرد. بنابراین، در این مثلث $\sin \theta = \Delta L / d$ و در نتیجه

$$\Delta L = d \sin \theta \quad (\text{اختلاف راه}) \quad (12-35)$$

برای فریز روشن دیدیم که ΔL باید صفر یا مضرب صحیحی از طول موجها باشد. با استفاده از معادله ۳۵-۱۲ این الزام را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$y_m = \frac{m\lambda D}{d} \quad (18-35)$$

در مورد بیشینه بعدی وقتی از مرکز نقش فاصله بگیریم، داریم

$$y_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda D}{d} \quad (18-36)$$

فاصله بین این بیشینه‌های مجاور با کم کردن معادله ۳۵-۱۷ از معادله ۳۵-۱۸ به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \Delta y = y_{m+1} - y_m &= \frac{\lambda D}{d} \\ &= \frac{(546 \times 10^{-9} \text{ m})(55 \times 10^{-2} \text{ m})}{0.12 \times 10^{-2} \text{ m}} \\ &= 2.50 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 2.5 \text{ mm} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

تا جایی که d و θ در شکل ۳۵-۱۰ الف کوچک باشند، فاصله فریزهای تداخلی مستقل از m است؛ یعنی فاصله فریزها از یکدیگر مساوی‌اند.

مسئله نمونه ۳۵-۳

مانند شکل ۳۵-۱۰، نقش تداخلی حاصل از دو شکاف روی صفحه‌ای ایجاد می‌شود؛ نور تکفام و طول موج 600 nm است. نواری از پلاستیک شفاف با ضریب شکست $n=1.50$ روی یکی از شکافها قرار داده می‌شود. وجود این نوار تداخل بین موجهای نوری از دو شکاف را تغییر می‌دهد و موجب می‌شود نقش تداخلی روی صفحه نسبت به نقش اولیه جابه‌جا شود.

شکل ۳۵-۱۱ الف مکانهای اولیه فریز روشن مرکزی ($m=0$) و اولین فریز روشن ($m=1$) بالا و پایین فریز مرکزی را نشان می‌دهد. اثر پلاستیک جابه‌جا کردن نقش به طرف بالاست به طوری که فریز روشن $m=1$ به پایین مرکز نقش جابه‌جا می‌شود. آیا پلاستیک باید روی شکاف بالایی (که به طور اختیاری در شکل ۳۵-۱۱ ب کشیده شده است) گذاشته شود یا شکاف پایینی و چه ضخامتی باید داشته باشد؟

نکته کلیدی تداخل در نقطه‌ای روی پرده به اختلاف فاز پرتوهای نوری که از دو شکاف آمده‌اند، بستگی دارد. پرتوهای نوری در شکافها همفازند، ولی فاز نسبی آنها در ضمن راه تا پرده به دلیل (۱) اختلاف در طول مسیری که طی می‌کنند و (۲) اختلاف در تعداد طول موجهای داخلی آنها n در موادی که از آن می‌گذرند، تغییر می‌کند. هر دو احتمال را بررسی می‌کنیم.

اختلاف طول مسیر: شکل ۳۵-۱۱ الف پرتوهای r_1 و r_2 را در امتدادی نشان می‌دهد که موجها از دو شکاف برای رسیدن به فریز روشن $m=1$ پایین طی می‌کنند. این موجها به طور همفاز از شکافها شروع می‌کنند ولی به فریز با اختلاف فاز دقیقاً یک طول موج می‌رسند. برای به خاطر داشتن این مشخصه اصلی فریز، آن را فریز 1λ می‌نامیم. اختلاف فاز یک طول موج ناشی از اختلاف راه یک طول موج بین پرتوهای است که به فریز می‌رسند؛ یعنی در امتداد پرتو r_1 نسبت به امتداد پرتو r_2 فقط یک طول موج بیشتر است.

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1.5\lambda}{d}\right)$$

بالا و زیر محور مرکزی قرار دارند. موجها در این دو فریز با $\Delta L = 1.5\lambda$ و با اختلاف فاز 1.5 طول موج از دو شکاف می‌رسند. این فریزها را فریزهای تاریک مرتبه دوم یا کمینه دوم می‌نامند. چون اینها فریز تاریک دوم نسبت به محور مرکزی هستند. (فریزهای تاریک اول، یا کمینه اول، در محل‌هایی هستند که در آنجا در معادله ۳۵-۱۶، $m=0$ است.)

معادله‌های ۳۵-۱۴ و ۳۵-۱۶ را برای وضعیت $D \gg d$ به دست آوردیم. ولی، اگر یک عدسی همگرا بین شکافها به طرف کانون عدسی حرکت دهیم نیز این معادله‌ها برقرارند. (در این صورت گفته می‌شود که صفحه مشاهده در صفحه کانونی عدسی؛ یعنی در صفحه عمود بر محور مرکزی در کانون است.) یک خاصیت عدسی همگرا این است که تمام پرتوهای را که با هم موازی هستند در یک نقطه در صفحه کانونی خود متمرکز می‌کند. بنابراین، پرتوهای که حالا به هر نقطه صفحه (در صفحه کانونی) می‌رسند، وقتی شکافها را ترک می‌کنند دقیقاً (نه تقریباً) موازی هستند. اینها شبیه پرتوهای موازی اولیه در شکل ۳۴-۱۵ الف هستند که توسط عدسی به یک نقطه (کانون) متوجه می‌شوند.

✓ **نکته وارسی ۳** در شکل ۳۵-۱۰ الف، ΔL (برحسب متری از طول موج) و اختلاف فاز (برحسب طول موج) برای دو پرتو چقدر است در صورتی که نقطه P (الف) یک بیشینه سوم و (ب) یک کمینه سوم باشد؟

مسئله نمونه ۳۵-۲

در شکل ۳۵-۱۰ الف فاصله بین بیشینه‌های مجاور در نزدیک مرکز نقش تداخلی روی پرده C چقدر است؟ طول موج λ نور برابر با 546 nm ، فاصله d شکافها برابر با 0.12 mm و فاصله D شکاف تا صفحه مشاهده برابر با 55 cm است. فرض کنید که θ در شکل ۳۵-۱۰ به اندازه‌ای کوچک است که تقریب $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ را می‌توان نوشت که در آن θ برحسب رادیان است.

نکته‌های کلیدی

(۱) ابتدا یک بیشینه با مقدار کم m را در نظر می‌گیریم تا تضمین شود که در نزدیکی مرکز نقش قرار دارد. بنابراین، از هندسه شکل ۳۵-۱۰ الف، بیشینه فاصله عمودی y_m از مرکز این نقش با این رابطه به زاویه θ از محور مرکزی مرتبط است

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{y_m}{D} \quad (2)$$

از معادله ۳۵-۱۴، این زاویه به ازای m امین بیشینه با رابطه زیر داده می‌شود

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{m\lambda}{d}$$

اگر این دو عبارت را برای زاویه θ مساوی یکدیگر قرار دهیم و برحسب y_m حل کنیم خواهیم داشت

۳۵-۵ همدوسی

در مورد نقش تداخلی که روی صفحه مشاهده C در شکل ۸-۳۵ ظاهر می‌شود، موجهای نوری که به هر نقطه P روی صفحه می‌رسند باید دارای اختلاف فازی باشند که نسبت به زمان تغییر نکند. این در مورد شکل ۸-۳۵ برقرار است، چون موجهایی که از شکافهای S_1 و S_2 می‌گذرند بخشهایی از یک موج نوری منفردند که شکافها را روشن می‌کند. چون اختلاف فاز ثابت می‌ماند، گفته می‌شود نور شکافهای S_1 و S_2 کاملاً همدوس هستند.

نور مستقیم خورشید به طور جزئی همدوس است؛ یعنی موجهای نور خورشید فقط در صورتی با اختلاف فاز ثابتی به دو نقطه می‌رسند که این دو نقطه به هم خیلی نزدیک باشند. اگر خیلی نزدیک به ناخن خود به نور خورشید نگاه کنید، نقش تداخلی ضعیفی به نام *خالداری* خواهید دید که به نظر می‌آید ناخن با خالهایی پوشیده شده است. به این دلیل این اثر را می‌بینید که موجهای نوری که از نقطه‌های خیلی نزدیک در ناخن پراکنده می‌شود به قدر کافی همدوس هستند و در چشم شما با یکدیگر تداخل می‌کنند. با این وجود در آزمایش دو شکاف، شکافها به اندازه کافی به یکدیگر نزدیک نیستند و در نور مستقیم خورشید، نور در شکافها ناهمدوس است. برای اینکه نور همدوس باشد، باید نور خورشید مانند شکل ۸-۳۵ از یک شکاف تنها بگذرد، چون این شکاف کوچک است، نوری که از آن می‌گذرد همدوس است. افزون بر این، کوچک بودن شکاف موجب می‌شود تا نور همدوس بر اثر پراش گسترده شود و هر دو شکاف را روشن کند.

اگر به جای دو شکاف دو چشمه نوری مشابه ولی مستقل تکفام، مانند دو سیم ملتهب ظریف را قرار دهیم، اختلاف فاز بین موجهای گسیل شده توسط چشمه‌ها خیلی سریع و کاتوره‌ای تغییر می‌کند. (این بدان علت است که نوری که به وسیله تعداد خیلی زیادی اتم در سیمها گسیل می‌شود، در زمان فوق‌العاده کوتاهی - از مرتبه نانو ثانیه - به طور کاتوره‌ای و مستقل عمل می‌کند.) در نتیجه، در هر نقطه معین روی صفحه مشاهده، تداخل بین موجهای دو چشمه بین حالت کاملاً سازنده و کاملاً ویرانگر سریع و کاتوره‌ای تغییر می‌کند. چشم (و اغلب آشکار سازهای نوری) نمی‌توانند چنین تغییرهایی را دنبال کنند، و هیچ نقش تداخلی دیده نمی‌شود. فریزها ناپدید می‌شوند و صفحه به طور یکنواخت روشن دیده می‌شود.

لینزر با چشمه‌های نور معمولی از این نظر فرق دارد که اتمها به صورت گروهی نور گسیل می‌کنند و در نتیجه نور همدوس ایجاد می‌شود. افزون بر این، این نور که عملاً تکفام است، در یک باریکه نازک با واگرایی کم گسیل می‌شود و می‌تواند در پهنایی کانونی شود که تقریباً با طول موج نور مطابقت دارد.

شکل ۱۱-۳۵ ب فریز λ را نشان می‌دهد که با نوار پلاستیکی روی شکاف بالایی تا مرکز نقش جابه‌جا شده است (هنوز نمی‌دانیم که پلاستیک روی شکاف بالایی بوده یا روی شکاف پایینی). شکل هم‌چنین سمتگیری جدید پرتوهای r_1 و r_2 را برای رسیدن به آن فریز نشان می‌دهد. باز هم باید در امتداد r_2 نسبت به امتداد r_1 یک طول موج بیشتر وجود داشته باشد (چون هنوز هم فریز λ را ایجاد می‌کنند)، ولی اکنون اختلاف راه بین این پرتوها صفر است، که از روی هندسه شکل ۱۱-۳۵ ب نیز می‌توان به آن پی برد. ولی حالا r_2 از پلاستیک عبور کرده است.

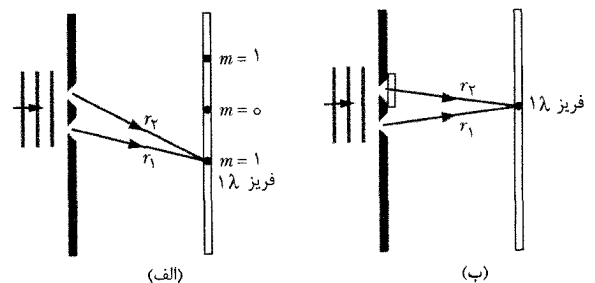
طول موج داخلی: همانطور که با معادله ۸-۳۵ ($\lambda_n = \lambda/n$) داده شده است، طول موج λ_n نور در یک ماده با ضریب شکست n از طول موج آن در خلأ کوچکتر است. در اینجا، این بدان معناست که طول موج نور در پلاستیک کوچکتر از مقدار آن در هواست. بنابراین، پرتوی که از پلاستیک می‌گذرد در این امتداد نسبت به پرتوی که فقط از هوا می‌گذرد طول موج بیشتری دارد. پس با گذاشتن پلاستیک روی شکاف بالایی، همانطور که در شکل ۱۱-۳۵ ب رسم شده است، در امتداد پرتو r_2 به یک طول موج اضافی نیاز داریم.

ضخامت: برای تعیین ضخامت لازم L برای پلاستیک، از روش به کار رفته در مسئله نمونه ۱-۳۵ الف استفاده می‌کنیم. مانند آنجا، در اینجا موجهای هم‌فاز اولیه فاصله مساوی L را در مواد مختلف (پلاستیک و هوا) می‌پیمایند. ولی، در اینجا اختلاف فاز و L لازم را می‌دانیم؛ پس دوباره از معادله ۱۱-۳۵ استفاده می‌کنیم.

$$N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda} (n_2 - n_1) \quad (11-35)$$

می‌دانیم $N_2 - N_1$ برای اختلاف فاز یک طول موج برابر با ۱، ضریب شکست n_2 برای پلاستیک جلوی شکاف بالایی برابر ۱/۵۰، ضریب شکست n_1 برای هوای جلوی شکاف پایینی برابر ۱ و طول موج λ برابر با $600 \times 10^{-9} \text{ m}$ است. با حل معادله ۱۱-۳۵ برای L و قرار دادن مقادیر عددی خواهیم داشت

$$L = \frac{\lambda(N_2 - N_1)}{n_2 - n_1} = \frac{(600 \times 10^{-9} \text{ m})(1)}{1/50 - 1/100} = 1/2 \times 10^{-6} \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۱۱-۳۵ (الف) آرایش تداخل از دو شکاف (بدون مقیاس). مکانهای سه فریز روشن (یا بیشینه) نشان داده شده است. (ب) نواری از پلاستیک شکاف بالایی را پوشانده است. می‌خواهیم فریز λ در مرکز نقش باشد.

مطالعه معادله ۳۵-۲۲ نشان می‌دهد که شدت بیشینه زمانی رخ می‌دهد که

$$\frac{1}{2}\phi = m\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (24-35)$$

اگر این نتیجه را در معادله ۳۵-۲۳ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$2m\pi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (25-35)$$

یا

$$d \sin \theta = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (26-35)$$

که دقیقاً معادله ۳۵-۱۴ است که قبلاً برای مکانهای بیشینه به دست آورده بودیم.

کمینه‌ها در نقش فریزها زمانی رخ می‌دهند که

$$\frac{1}{2}\phi = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (27-35)$$

اگر این رابطه را با معادله ۳۵-۲۳ ترکیب کنیم به معادله زیر می‌رسیم.

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (28-35)$$

که درست معادله ۳۵-۱۶ است، عبارتی که قبلاً برای مکانهای فریز کمینه به دست آورده بودیم.

شکل ۳۵-۱۲، که نمودار معادله ۳۵-۲۲ است، شدت نقش تداخلی دو شکاف را برحسب تابعی از اختلاف فاز ϕ بین موجها در صفحه نشان می‌دهد. خط توپر افقی I_0 ، شدت (یکنواخت) روی صفحه است در وقتی که یکی از شکافها پوشیده باشد. توجه کنید که در معادله ۳۵-۲۲ و نمودار، شدت I از صفر در کمینه‌های فریز تا $4I_0$ در بیشینه‌های فریز تغییر می‌کند.

اگر موجهای دو چشمه (شکافها) ناهمدوس باشند، به طوری که هیچ رابطه فازی پایداری بین آنها وجود نداشته باشد، هیچ نقش فریزی وجود ندارد و شدت دارای مقدار یکنواخت $2I_0$ برای همه نقطه‌های روی صفحه است؛ خط چین افقی در شکل ۳۵-۱۲ این مقدار یکنواخت را نشان می‌دهد.

۳۵-۶ شدت در تداخل دو شکاف

معادله‌های ۳۵-۱۴ و ۳۵-۱۶ چگونگی تعیین مکان بیشینه‌ها و کمینه‌های نقش تداخلی دو شکاف روی صفحه مشاهده C شکل ۳۵-۱۰ را برحسب تابعی از زاویه θ بیان می‌کنند. در اینجا می‌خواهیم عبارتی را برای شدت I این فریزها برحسب تابعی از θ به دست آوریم.

نوری که شکافها را ترک می‌کند همفاز است. با وجود این، می‌توان فرض کرد که موجهای نوری که از دو شکاف به نقطه P می‌رسند همفاز نیستند. مؤلفه‌های میدان الکتریکی این موجها در نقطه P همفاز نیستند و به صورت زیر با زمان تغییر می‌کنند.

$$E_1 = E_0 \sin \omega t \quad (29-35)$$

و

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi) \quad (30-35)$$

که در آن ω بسامد زاویه‌ای موجها و ϕ ثابت فاز موج E_2 است. توجه کنید که دو موج دارای دامنه یکسان E_0 و اختلاف فاز ϕ هستند. چون این اختلاف فاز تغییر نمی‌کند، این موجها همدوس هستند. نشان دهیم که این دو موج در نقطه P ترکیب می‌شوند و شدت I را ایجاد می‌کنند و داریم

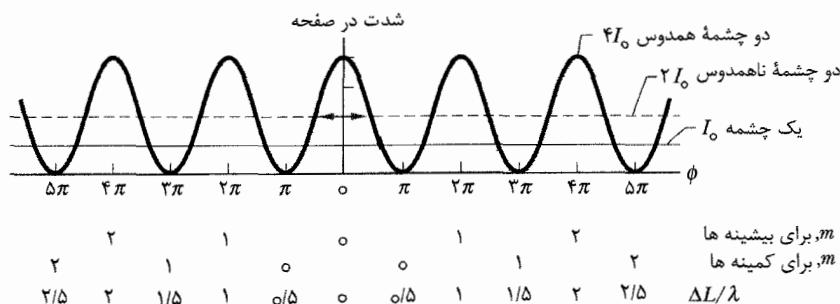
$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{2}\phi \quad (31-35)$$

که در آن

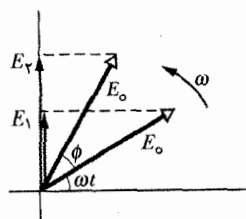
$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad (32-35)$$

در معادله ۳۵-۲۲، I_0 شدت نوری است که هرگاه یک شکاف به طور موقت پوشیده باشد از شکاف دیگر به صفحه می‌رسد. فرض می‌کنیم که شکافها در مقایسه با طول موج بقدری باریک‌اند که شدت تک شکاف در سراسر ناحیه‌ای از صفحه که می‌خواهیم فریزها را تعیین کنیم اساساً یکنواخت است.

معادله‌های ۳۵-۲۲ و ۳۵-۲۳ که با هم چگونگی تغییر شدت I نقش فریزها با زاویه θ در شکل ۳۵-۱۰ را نشان می‌دهند، لزوماً حاوی اطلاعاتی درباره محل بیشینه‌ها و کمینه‌ها هستند. حال ببینیم آیا می‌توانیم از این اطلاعات استفاده کنیم تا معادله‌هایی را درباره محل فریزها به دست آوریم.

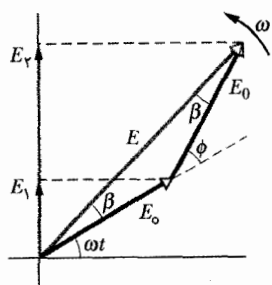


شکل ۳۵-۱۲ نمودار معادله ۳۵-۲۲، که شدت نقش تداخلی دو شکاف را برحسب تابعی از اختلاف فاز بین موجها نشان می‌دهد که از دو شکاف می‌رسند. I_0 شدتی (یکنواخت) است که در صورت پوشیده بودن یکی از شکافها روی صفحه ظاهر می‌شود. متوسط شدت نقش فریز $2I_0$ و شدت بیشینه (برای نور همدوس) $4I_0$ است.



(الف)

شکل ۱۳-۳۵ (الف) فازنماهای نشان‌دهنده مؤلفه‌های میدان الکتریکی توسط معادله‌های ۲۰-۳۵ و ۲۱-۳۵ در لحظه t بزرگی هر دو فازنما E_0 است و با تندی زاویه‌ای ω می‌چرخند. اختلاف فاز آنها ϕ است. (ب) مجموع برداری دو فازنما، فازنمای نمایش‌دهنده موج برآیند را با بزرگی E و ثابت فاز β به دست می‌دهد.



(ب)

با قرار دادن معادله ۲۹-۳۵ در این معادله و ترتیب دوباره آن خواهیم داشت

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

که همان معادله ۲۲-۳۵ است که می‌خواستیم ثابت کنیم. معادله ۲۳-۳۵ را نیز باید ثابت کنیم که اختلاف فاز ϕ بین موجهایی را به هم ارتباط می‌دهد که به هر نقطه P روی صفحه مشاهده شکل ۱۰-۳۵ با زاویه θ که این محل را مشخص می‌کند، به هم می‌رسند.

اختلاف فاز ϕ در معادله ۲۱-۳۵ به اختلاف راه S_b در شکل ۱۰-۳۵ ب مربوط است. اگر S_b برابر با $\frac{1}{4}\lambda$ باشد، آنگاه ϕ برابر با π است؛ اگر S_b برابر با λ باشد، آنگاه ϕ برابر با 2π است و غیره. این حاکی از آن است که

$$(30-35) \quad (\text{اختلاف راه}) = \frac{2\pi}{\lambda} (\text{اختلاف فاز})$$

اختلاف راه S_b در شکل ۱۰-۳۵ ب عبارت است از $d \sin \theta$ ، به طوری که معادله ۳۰-۳۵ در مورد اختلاف فاز بین دو موجی که در نقطه P به صفحه مشاهده می‌رسند عبارت است از

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

که معادله ۲۳-۳۵ است، معادله دیگری که با اثبات آن ϕ به زاویه θ در مکانهای P ارتباط پیدا می‌کند.

ترکیب بیش از دو موج

در یک حالت کلی‌تر، می‌خواهیم برآیند بیش از دو موج متغیر سینوسی را در یک نقطه پیدا کنیم. صرف‌نظر از تعداد موجها، راهکار کلی چنین است:

تداخل نمی‌تواند انرژی را ایجاد کند یا از بین ببرد ولی آن را فقط روی صفحه به طور دیگری توزیع می‌کند. بنابراین، شدت متوسط بدون در نظر گرفتن اینکه چشمه‌ها همدوس باشند یا نه، باید همان $2I_0$ باشد. این فوراً از معادله ۲۲-۳۵ حاصل می‌شود؛ اگر مقدار متوسط تابع مربع کسینوس را $\frac{1}{2}$ قرار دهیم، این معادله به $I_{avg} = 2I_0$ تبدیل می‌شود.

اثبات معادله‌های ۲۲-۳۵ و ۲۳-۳۵

مؤلفه‌های میدان الکتریکی E_1 و E_2 را که به ترتیب با معادله‌های ۲۰-۳۵ و ۲۱-۳۵ داده شده‌اند، با روش فازنما که در بخش ۱۱-۳۲ بحث شد ترکیب می‌کنیم. در شکل ۱۳-۳۵ الف، موجها با مؤلفه‌های E_1 و E_2 با فازنمایی به بزرگی E_0 نمایش داده شده‌اند که حول مبدأ با تندی زاویه‌ای ω می‌چرخند. مقدارهای E_1 و E_2 در هر لحظه تصویرهای فازنماهای مربوط روی محور قائم هستند. شکل ۱۳-۳۶ الف فازنماها و تصویرهای آنها را در یک لحظه اختیاری t نشان می‌دهد. در مطابقت با معادله‌های ۲۰-۳۵ و ۲۱-۳۵، فازنما برای E_1 دارای زاویه چرخش ωt و فازنما برای E_2 دارای زاویه چرخش $\omega t + \phi$ است.

برای ترکیب مؤلفه‌های میدان E_1 و E_2 در نقطه P در شکل ۱۰-۳۵، مانند شکل ۱۳-۳۵ ب فازنماهای آنها را به طور برداری با هم جمع می‌کنیم. بزرگی مجموع برداری عبارت است از بزرگی E موج برآیند در نقطه P ، موجی که ثابت فاز آن β است. برای یافتن بزرگی E در شکل ۱۳-۳۵ ب، ابتدا توجه می‌کنیم که دو زاویه β به دلیل مثلث متساوی‌الساقین مساوی هستند. از این قضیه (درباره مثلثها) که زاویه خارجی (به طوری که در شکل ۱۳-۳۵ ب نشان داده شده است، در اینجا ϕ) برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور (در اینجا مجموع $\beta + \beta$)

(است)، می‌توان دید که $\beta = \frac{1}{2}\phi$ بنابراین، خواهیم داشت

$$(28-35) \quad E = 2(E_0 \cos \beta)$$

$$= 2E_0 \cos \frac{\phi}{2}$$

اگر دو طرف این رابطه را به توان دو برسانیم، خواهیم داشت

$$(29-35) \quad E^2 = 4E_0^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

اکنون از معادله ۲۹-۳۵ (جلد دوم) می‌دانیم که شدت یک موج الکترومغناطیسی با مربع بزرگی آن متناسب است. بنابراین، موجهایی که در شکل ۱۳-۳۵ ب می‌خواهیم ترکیب کنیم بزرگی هر یک E_0 ، شدت هر یک I_0 که متناسب با E_0^2 است، و موج برآیند با دامنه E دارای شدت I است که متناسب با E^2 است. بنابراین،

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2}$$

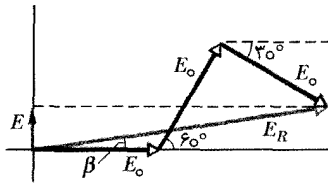
و زاویه فاز β مربوط به فازنمای نمایش دهنده E_1 عبارت است از

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{0.366 E_0}{2.37 E_0} \right) = 8.8^\circ$$

اکنون برای موج برآیند $E(t)$ می توان نوشت

$$E = E_R \sin(\omega t + \beta) \\ = 2.4 E_0 \sin(\omega t + 8.8^\circ) \quad (\text{پاسخ})$$

در مورد توجیه درست زاویه β به شکل ۳۵-۱۴ دقت کنید: این زاویه ثابت بین E_R و بردار فاز نشان دهنده E_1 است به طوری که چهار بردار فاز به صورت مجموعه واحدی حول مبدأ می چرخند. زاویه بین E_R و محور افقی در شکل ۳۵-۱۴ مساوی β نمی ماند.



شکل ۳۵-۱۴ سه فازنما، که نمایش دهنده موجها با دامنه های مساوی E_0 و ثابت فاز 0° و 60° و -30° هستند در لحظه $t = 0$ نشان داده شده اند. این فازنماها با هم ترکیب می شوند و فازنمای برآیند با بزرگی E_R را با زاویه β به دست می دهند.

۳۵-۷ تداخل در لایه های نازک

رنگهایی را که موقع تابیدن نور خورشید به یک حباب صابون یا لکه نفت می بینیم ناشی از تداخل موجهای نور بازتابیده از سطحهای جلویی و عقبی یک لایه شفاف نازک است. ضخامت لایه صابون یا نفت نوعاً از مرتبه بزرگی طول موج نور (مرئی) است. (ضخامتهای بزرگتر همدوسی نور مورد نیاز برای ایجاد رنگها به وسیله تداخل را مختل می کنند.)

شکل ۳۵-۱۵ یک لایه نازک شفاف با ضخامت یکنواخت L و ضریب شکست n_2 را نشان می دهد که به وسیله نور با طول موج λ از یک چشمه نقطه ای دور روشن شده است. فعلاً فرض می کنیم که دو طرف این لایه هوا قرار دارد و در نتیجه در شکل ۳۵-۱۵، $n_1 = n_2$ است. برای سادگی همچنین فرض می کنیم که پرتوهای نور تقریباً بر لایه عمودند ($\theta \approx 0$). می خواهیم بینیم برای ناظری که لایه را تقریباً عمودی نگاه کند لایه روشن است یا تاریک. (چون لایه با نور زیادی روشن شده است، چطور ممکن است تاریک دیده شود؟ این را خواهیم دید.)

نور فرودی، نمایش داده شده با پرتو t ، سطح جلویی (چپ) لایه را در نقطه a قطع می کند و در آنجا هم بازتابیده و هم شکسته می شود. پرتو بازتابیده r_1 به چشم ناظر می رسد. نور شکسته لایه را تا نقطه b در سطح عقبی طی می کند، جایی که

۱- دسته ای از فازنماهای نمایش دهنده موجهایی را که باید ترکیب شوند در نظر می گیریم. آنها را انتها به انتها رسم می کنیم، به طوری که رابطه های فازی بین فازنماهای مجاور حفظ شود.

۲- مجموع برداری این آرایه را به دست می آوریم. طول این جمع برداری دامنه فازنمای برآیند را به دست می دهد. زاویه بین جمع برداری و فازنمای اول عبارت است از فاز برآیند نسبت به این فازنمای اول. تصویر فازنمای جمع برداری روی محور قائم تغییر زمانی موج برآیند را به دست می دهد.

✓ نکته وارسی ۴ هر یک از چهار زوج موج نوری به نقطه معینی روی یک صفحه می رسند. موجها طول موج یکسانی دارند. در نقطه ای که می رسند، دامنه ها و اختلاف فازها عبارت اند از (الف) $2E_0$ و $6\pi \text{ rad}$ ، (ب) $2E_0$ و $5\pi \text{ rad}$ ، (پ) $4E_0$ و $9\pi \text{ rad}$ ، (ت) $2E_0$ و $2\pi \text{ rad}$. این چهار زوج را به ترتیب بزرگی شدت نور در نقطه ای که می رسند مرتب کنید. (راهنمایی: فازنماها را رسم کنید.)

مسئله نمونه ۳۵-۲

مؤلفه های میدان الکتریکی سه موج نوری که در نقطه معینی ترکیب می شوند عبارت اند از

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + 60^\circ)$$

$$E_3 = E_0 \sin(\omega t - 30^\circ)$$

مؤلفه برآیند $E(t)$ آنها را در آن نقطه پیدا کنید.

نکته کلیدی موج برآیند عبارت است از

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) + E_3(t)$$

می توان روش فازنما را برای پیدا کردن این مجموع به کار برد، و برای محاسبه فازنماها در هر لحظه t آزاد هستیم.

محاسبه ها: برای ساده سازی حل، $t = 0$ را انتخاب می کنیم، که برای آن فازنماهایی که سه موج را نشان می دهند در شکل ۳۵-۱۴ نشان داده شده اند. این سه فازنما را می توان هم با ماشین حساب با قابلیت جمع برداری یا به طور مؤلفه ای با هم جمع کرد. در روش مؤلفه ای، ابتدا مجموع مؤلفه های افقی آنها را به صورت زیر می نویسیم.

$$\sum E_h = E_0 \cos 0 + E_0 \cos 60^\circ + E_0 \cos(-30^\circ) = 2.37 E_0$$

مجموع مؤلفه های عمودی آنها که مقدار E را در $t = 0$ به دست می دهد عبارت است از

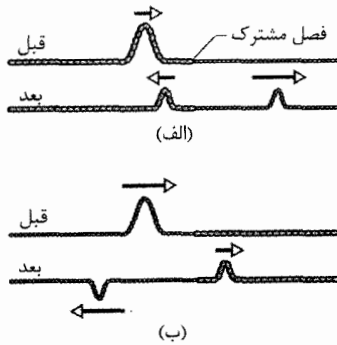
$$\sum E_v = E_0 \sin 0 + E_0 \sin 60^\circ + E_0 \sin(-30^\circ) = 0.366 E_0$$

E_R دامنه موج برآیند $E(t)$ عبارت است از

$$E_R = \sqrt{(2.37 E_0)^2 + (0.366 E_0)^2} = 2.4 E_0$$

تغییر فاز در بازتاب

شکست در یک سطح جدایی هرگز باعث تغییر فاز نمی‌شود ولی بسته به ضریب شکستهای دو طرف سطح جدایی بازتاب می‌تواند باعث این کار شود. شکل ۳۵-۱۶ به عنوان مثال با استفاده از تپها در یک ریسمان چگالتز (که در امتداد آن تپ نسبتاً آرام حرکت می‌کند) و یک ریسمان سبکتر (که در امتداد آن تپ نسبتاً تند حرکت می‌کند)، آنچه را که به هنگام ایجاد تغییر فاز رخ می‌دهد نشان می‌دهد.

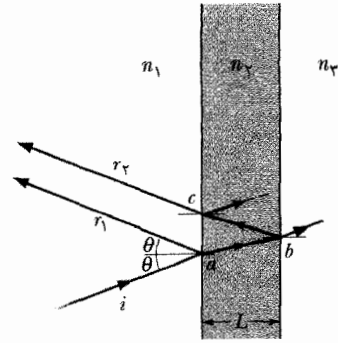


شکل ۳۵-۱۶ تغییرات فاز وقتی تپی در فصل مشترک بین دو ریسمان کشیده شده با چگالیهای خطی مختلف بازتابیده می‌شود. تندی موج در ریسمان سبکتر بیشتر است. (الف) تپ فرودی در ریسمان چگالتز. (ب) تپ فرودی در ریسمان سبکتر. فقط در اینجا یک تغییر فاز و فقط در موج بازتابیده وجود دارد.

هرگاه تپی که نسبتاً آرام در امتداد ریسمان چگالتز در شکل ۳۵-۱۶ الف حرکت می‌کند به فصل مشترک با ریسمان سبکتر برسد، مقداری از تپ عبور می‌کند و مقداری بدون تغییر در سمتگیری آن بازتابیده می‌شود. در مورد نور این امر متناظر با یک موج فرودی است که در محیط با ضریب شکست بزرگتر n حرکت می‌کند (به یاد بیاورید که n بیشتر به معنای سرعت کمتر است). در این مورد، موج بازتابیده در فصل مشترک تغییر فاز نمی‌یابد؛ یعنی تغییر فاز در بازتاب آن صفر است.

وقتی تپی که خیلی تند در امتداد ریسمان سبکتر در شکل ۳۵-۱۶ ب حرکت می‌کند به فصل مشترک با ریسمان چگالتز برسد، دوباره مقداری از این تپ عبور می‌کند و مقداری باز می‌تابد. تپ عبور کرده همان سمتگیری تپ فرودی را دارد، ولی تپ بازتابیده وارونه می‌شود. در مورد یک موج سینوسی، وضعیت حاکی از تغییر فاز π rad، یا نصف طول موج است. در مورد نور، این وضعیت متناظر با یک موج فرودی است که در محیط با ضریب شکست کمتر (با سرعت بیشتر) حرکت می‌کند. در این مورد، موجی که از فصل مشترک بازتابیده می‌شود، یک تغییر فاز π rad، یا نصف طول موج پیدا می‌کند.

این نتیجه‌ها را در مورد نور برحسب ضریب شکست محیط بازتاب‌دهنده نور خلاصه می‌کنیم.



شکل ۳۵-۱۵ موجهای نوری که با پرتو نمایش داده شده‌اند بر یک لایه نازک به ضخامت L و ضریب شکست n_2 می‌تابند. پرتوهای r_1 و r_2 موجهای نوری را نشان می‌دهند که به ترتیب به وسیله سطح جلویی و عقبی لایه بازتابیده شده‌اند. (هر سه پرتو در واقع بر لایه عمودند). تداخل موجهای r_1 و r_2 با یکدیگر به اختلاف فاز آنها بستگی دارد. ضریب شکست n_1 محیط سمت چپ می‌تواند با ضریب شکست n_2 محیط سمت راست فرق داشته باشد، ولی مثلاً فرض می‌کنیم که هر دو محیط هوا با $n_1 = n_2 = 1.0$ باشند، که کمتر از n_2 است.

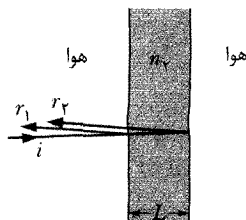
هم بازتابیده و هم شکسته می‌شود. نور بازتابیده در b در لایه تا نقطه c برمی‌گردد و در آنجا هم بازتابیده و هم شکسته می‌شود. نور شکسته در c که با پرتو r_2 نمایش داده شده است، به چشم ناظر می‌رسد.

اگر موجهای نوری پرتوهای r_1 و r_2 در چشم دقیقاً هم‌فاز باشند، تداخل بیشینه ایجاد می‌کنند و ناحیه ac روی لایه روشن به نظر می‌رسد. اگر آنها دقیقاً ناهم‌فاز باشند، تداخل کمینه ایجاد می‌کنند و ناحیه ac تاریک به نظر می‌رسد، حتی اگر به آن نور تابیده باشد. اگر اختلاف فاز میانه‌ای وجود داشته باشد، تداخل میانه و روشنایی میانه وجود خواهد داشت.

بنابراین، کلید آنچه که ناظر می‌بیند عبارت است از اختلاف فاز موجهای پرتوهای r_1 و r_2 هر دو پرتو از یک پرتو I ناشی شده‌اند، ولی راهی که r_2 طی می‌کند مربوط به نوری است که دو بار عرض لایه (a تا b و b تا c) را می‌پیماید، در حالی که راهی که r_1 طی می‌کند در لایه حرکت نکرده است. چون θ تقریباً صفر است، اختلاف راه بین موجهای r_1 و r_2 تقریباً $2L$ است. ولی، برای پیدا کردن اختلاف فیز بین این موجها، نمی‌توان فقط تعداد طول موجهای λ را که معادل با اختلاف راه $2L$ باشد پیدا کرد. این رویکرد ساده به دو دلیل ناممکن است: (۱) اختلاف راه در محیطی غیر از هوا رخ می‌دهد و (۲) بازتاب وجود دارد که می‌تواند فاز را تغییر دهد.

اگر یک یا هر دو موج بازتابیده شوند، اختلاف فاز بین آنها می‌تواند تغییر کند.

پیش از ادامه بحث تداخل در لایه‌های نازک، باید درباره تغییر فاز ایجاد شده توسط بازتابها بحث کنیم.



شکل ۳۵-۱۷ بازتاب از یک لایه نازک در هوا

اکنون باید اختلاف راه $2L$ را در نظر بگیریم که به علت دوبار عبور پرتو r_2 از لایه به وجود می‌آید، (این اختلاف $2L$ در خط دوم جدول ۳۵-۱ نشان داده شده است.) اگر موجهای r_1 و r_2 دقیقاً همفاز باشند به طوری که تداخل کاملاً سازنده ایجاد کنند، باید طول راه $2L$ یک اختلاف فاز اضافی $0/5, 1/5, 2/5$ ، طول موج را موجب شود. در این صورت فقط اختلاف فاز خالص مضرب صحیحی از طول موجها خواهد بود. بنابراین، برای یک لایه روشن، باید داشته باشیم

(۳۱-۳۵) $2L = \frac{\text{مضرب فرد}}{2} \times \text{طول موج (موجهای همفاز)}$
 طول موج مورد نیاز در اینجا عبارت است از طول موج λ_{m2} در محیطی که طول راه $2L$ را دارد- یعنی، در محیطی با ضریب شکست n_2 ، بنابراین، معادله ۳۱-۳۵ را می‌توان به صورت زیر نوشت.

(۳۲-۳۵) $2L = \frac{\text{مضرب فرد}}{2} \times \lambda_{m2}$ (موجهای همفاز)
 حال اگر بخواهیم موجها دقیقاً ناهمفاز باشند به طوری که تداخل کاملاً ویرانگر وجود داشته باشد، طول راه $2L$ یا نباید موجب اختلاف فاز اضافی شود یا اختلاف فاز ۱، ۲، ۳، طول موج وجود داشته باشد بنابراین، اختلاف فاز خالص مضرب فردی از نیم طول موجها خواهد بود. در مورد یک لایه تاریک باید داشته باشیم

(۳۳-۳۵) $2L = \text{طول موج} \times \text{مضرب صحیح}$
 که در آن دوباره طول موج عبارت است از طول موج λ_{m2} در محیطی که طول راه $2L$ را دارد. پس در اینجا خواهیم داشت
 (۳۴-۳۵) $2L = \text{موجهای ناهمفاز} \times \lambda_{m2} \times \text{مضرب صحیح}$
 اینک برای نوشتن طول موج پرتو r_2 در داخل لایه می‌توان معادله ۳۵-۸ ($\lambda_n = \lambda/n$) را به صورت زیر نوشت

$$\lambda_{m2} = \frac{\lambda}{n_2} \quad (35-35)$$

که در آن λ طول موج نور فرودی در خلأ (و همچنین تقریباً در هوا) است. با قرار دادن معادله ۳۵-۳۵ در معادله ۳۲-۳۵ و قرار

دادن «۲/ مضرب فرد» با $\left(m + \frac{1}{2}\right)$ خواهیم داشت

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای}$$

(۳۶-۳۵) (پیشینه‌ها - لایه روشن در هوا)

بازتاب	تغییر فاز در بازتاب
از ضریب شکست کمتر	۰
از ضریب شکست بیشتر	۰/۵ طول موج

این را می‌توان به صورت «بیشتر به معنی نصف» به خاطر سپرد.

معادله‌های تداخل در لایه نازک

در این فصل تاکنون سه روش را دیده‌ایم که در آن اختلاف فاز بین دو موج می‌تواند تغییر کند:

- ۱- با بازتاب
- ۲- با حرکت موجها در امتداد مسیرهایی با طولهای متفاوت
- ۳- با حرکت موجها در محیط‌هایی با ضریب شکستهای متفاوت

هرگاه نور از یک لایه نازک بازتابیده شود، و موجهایی از پرتوهای r_1 و r_2 نشان داده شده در شکل ۳۵-۱۲ حاصل شوند، هر سه مورد بالا وجود دارند. هر یک را جداگانه بررسی می‌کنیم.

نخست دو بازتاب شکل ۳۵-۱۵ را دوباره بررسی می‌کنیم. در نقطه a در سطح جدایی جلویی، موج فرودی (در هوا) از محیطی که ضریب شکست بزرگتری دارد بازتابیده می‌شود؛ بنابراین، موج بازتابیده پرتو r_1 دارای تغییر فاز $0/5$ طول موج است. در نقطه b در سطح جدایی عقبی، موج فرودی از محیطی (هوا) که دارای ضریب شکست کمتری است بازتابیده می‌شود، بنابراین، موج بازتابیده بر اثر بازتاب تغییر فاز پیدا نمی‌کند و در نتیجه برای قسمتی از موج که به صورت پرتو r_1 از لایه خارج می‌شود نیز تغییر فازی وجود ندارد. این اطلاعات در خط اول جدول ۳۵-۱ آمده است، که به طرح ساده شده شکل ۳۵-۱۷ برای یک لایه نازک در هوا اشاره دارد. تا اینجا به عنوان نتیجه تغییر فاز در بازتاب، موجهای r_1 و r_2 اختلاف فاز $0/5$ طول موج دارند و بنابراین دقیقاً ناهمفازند.

جدول ۳۵-۱

ساماندهی جدول برای تداخل لایه نازک در هوا (شکل ۳۵-۱۷)^۱

تغییر فاز در بازتاب	r_1	r_2
	۰/۵	۰
اختلاف راه	$2L$	
ضریب شکستی که در آن اختلاف راه به وجود می‌آید	n_2	
همفاز:	$2L = \frac{\lambda}{n_2} \times \frac{1}{2}$	
ناهمفاز:	$2L = \text{مضرب صحیح} \times \frac{\lambda}{n_2}$	

۱. به ازای $n_2 > n_1$ و $n_2 > n_3$ معتبر است.

به همین ترتیب با قرار دادن m به جای «مضرب صحیح»، از معادله ۳۵-۳۴ خواهیم داشت

$$2L = m \frac{\lambda}{n_1} \quad m = 0, 1, 2, \dots \text{ به ازای } (35-37)$$

شکل ۳۵-۱۸ یک لایه صابون عمودی را نشان می‌دهد که ضخامت آن از بالا به پایین افزایش می‌یابد، چون گرانش باعث کشیدگی آن می‌شود. نور سفید لایه را روشن می‌کند. ولی، قسمت بالایی آن به اندازه‌ای نازک است که تاریک است. در وسط (که قدری ضخیم‌تر است) فریزها یا نوارهایی می‌بینیم که رنگ آنها عمدتاً به طول موجی بستگی دارد که در آن نور بازتابیده برای یک ضخامت خاص، در تداخل کاملاً سازنده قرار دارد. در پایین لایه (ضخیم‌ترین) فریزها بتدریج باریکتر می‌شوند و رنگها همپوشانی می‌کنند و محو می‌شوند.

تغییر رنگ توسط پروانه‌ها، مرکبها و رنگها

سطحی که رنگهای ناشی از تداخل لایه نازک را نشان می‌دهد رنگ به رنگ نامیده می‌شود چون درجه رنگها وقتی زاویه دید نسبت به سطح تغییر کند، تغییر خواهد کرد. رنگ به رنگ شدن سطح بالایی بال پروانه مورفو ناشی از تداخل نور در لایه نازکی است که از مواد پوسته‌ای و پلکانی شکل روی بال بازتابیده می‌شود (شکل ۳۵-۱۹). این پله‌ها، مانند شاخه‌های پهن و تخت روی ساختار درختی شکلی که عمود بر بال گسترده‌اند قرار گرفته‌اند.

فرض کنید وقتی که نور سفید به طور مستقیم بال را روشن می‌کند به این پله‌ها نگاه کنید. آنگاه نورهای بازتابیده از پله‌ها به طرف شما در ناحیه آبی - سبز طیف مرئی تداخل کاملاً سازنده به وجود می‌آورند. نور در ناحیه‌های زرد و قرمز، در انتهای مقابل طیف ضعیف‌تر است، چون فقط تداخل میانی پیدا می‌کند. بنابراین، سطح بالایی بال آبی - سبز به نظر می‌رسد.

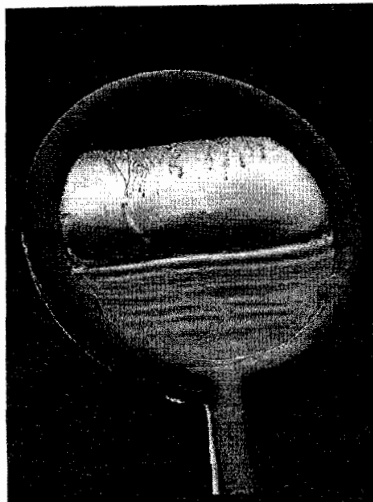
اگر نوری که از بال در جهت دیگری بازتابیده می‌شود به چشم برسد، نور به طور مایل نسبت به پله‌ها حرکت می‌کند. در نتیجه تداخل کاملاً سازنده در طول موجی رخ می‌دهد که با طول موج نوری که به طور مستقیم رو به بالا بازتابیده است قدری فرق دارد. بنابراین، اگر بال در جهت دید شما حرکت کند به طوری که زاویه دید تغییر کند، روشنترین رنگ قدری تغییر می‌کند و رنگ به رنگ شدن بال را به وجود می‌آورد.

تغییر رنگ در مرکب به کار رفته در کاغذ اسکناس تقریباً مانند تغییر رنگ بال یک پروانه مورفو عمل می‌کند. شکل ۳۵-۲۰ الف مقطع لایه مرکب به کار رفته در اسکناس را نشان می‌دهد. رنگ به دلیل پوسته‌های چند لایه‌ای معلق در مرکب تغییر می‌کند. شکل ۳۵-۲۰ ب مقطع یکی از پوسته‌ها را نشان می‌دهد. نوری که به مرکب بالای پوسته نفوذ می‌کند از لایه‌های نازک کروم (Cr)، منیزیوم فلوراید (MgF₂)، و آلومینیوم (Al) می‌گذرد. لایه‌های Cr مانند آینه‌های ضعیفی عمل می‌کنند. لایه Al مانند آینه بهتری عمل می‌کند و لایه‌های MgF₂ مانند لایه‌های صابون عمل می‌کنند. نتیجه این است که نور بازتابیده به بالا از مرز بین لایه‌ها از مرکب می‌گذرد و سپس در چشم ناظر تداخل می‌کند. اینکه کدام رنگ به طور کامل تداخل

در مورد یک لایه با ضخامت L ، از معادله‌های ۳۵-۳۶ و ۳۷-۳۵ پیاداست که طول موجهایی که برای آنها لایه به ترتیب روشن و تاریک به نظر می‌رسد، یک طول موج به ازای هر مقدار m است. طول موجهای میانی، روشناییهای میانی را به دست می‌دهند. برای یک طول موج معین λ ، از معادله‌های ۳۵-۳۶ و ۳۷-۳۵ پیاداست که ضخامت لایه‌هایی که برای آنها نور به ترتیب روشن و تاریک به نظر می‌رسد، یک ضخامت به ازای هر مقدار m است. ضخامت‌های میانی، روشناییهای میانی را به دست می‌دهند.

ضخامت لایه خیلی کمتر از λ

وضعیت خاص زمانی حاصل می‌شود که یک لایه به اندازه‌ای نازک باشد که L خیلی کمتر از λ باشد، مثلاً $L < 0.1\lambda$. در این صورت اختلاف راه $2L$ ناچیز و اختلاف فاز بین r_1 و r_2 فقط به واسطه تغییر فاز در بازتاب است. اگر لایه شکل ۳۵-۱۷، که در آن بازتابها موجب یک تغییر فاز 0.5 طول موج می‌شوند، دارای ضخامت $L < 0.1\lambda$ باشد، آنگاه r_1 و r_2 دقیقاً ناهمفازند، و در نتیجه بدون توجه به طول موج و حتی شدت نوری که آن را روشن کرده است، لایه تاریک دیده می‌شود. این وضعیت خاص به $m=0$ در معادله ۳۵-۳۷ مربوط است. هر ضخامت $L < 0.1\lambda$ را می‌توان به عنوان کمترین ضخامت مشخص شده توسط معادله ۳۵-۳۷ در نظر گرفت که لایه شکل ۳۵-۱۷ تاریک است. (هر ضخامت مانند این متناظر با $m=0$ است). ضخامت بزرگتر بعدی که لایه را تاریک می‌سازد متناظر با $m=1$ است.



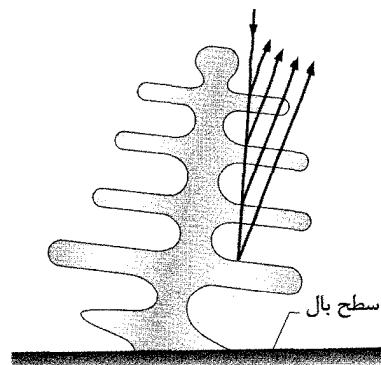
شکل ۳۵-۱۸ بازتاب نور از یک لایه آب صابون که در یک حلقه عمودی باز شده است. قسمت بالایی به اندازه‌ای نازک است که نور بازتابیده در آنجا در تداخل ویرانگر قرار دارد، که آن قسمت را تاریک می‌کند. فریزهای تداخلی رنگی یا نوارها بقیه لایه را آراسته‌اند، ولی با جمع شدن مایع درون لایه وقتی که مایع بتدریج توسط گرانش رو به پایین کشیده می‌شود، از بین می‌روند.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: معادله‌های لایه نازک

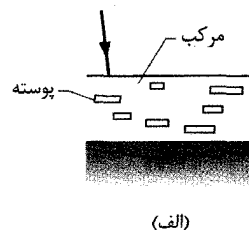
برخی از دانشجویان بر این باورند که برای کلیه وضعیتهای لایه نازک معادله ۳۵-۳۶ بیشینه‌ها و معادله ۳۵-۳۷ کمینه‌ها را به دست می‌دهند. این درست نیست. این رابطه‌ها فقط برای وضعیتی که در شکل ۳۵-۱۲، $n_2 > n_1$ و $n_2 > n_3$ و برای وضعیت شکل ۳۵-۱۷ که در آن یک لایه نازک در هوا قرار دارد به دست آمده‌اند.

معادله‌های مناسب برای مقدارهای نسبی دیگر ضریب شکستها را می‌توان با توجه به استدلال این بخش و ایجاد صورت جدیدی از جدول ۳۵-۱ به دست آورد. در هر مورد به معادله‌های ۳۵-۳۶ و ۳۷-۳۵ می‌رسیم ولی بعضی مواقع معادله ۳۵-۳۶ کمینه‌ها و معادله ۳۵-۳۷ بیشینه‌ها را به دست می‌دهد. عکس چیزی که در اینجا به دست آوردیم. اینکه کدام معادله کدام وضعیت را به دست می‌دهد به این بستگی دارد که آیا بازتابهای روی دو سطح جدایی تغییر فاز بازتابی یکسانی به دست می‌دهند یا نه.

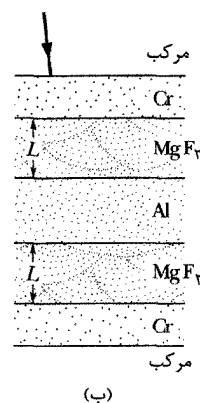


شکل ۳۵-۱۹ ساختار بازتاب‌کننده از بال یک پروانه مورفو به بالا گسترده شده است. بازتاب از سطوح بالایی «پلکان‌های» شفاف بر بال یک تداخل رنگی به دست می‌دهد.

سازنده دارد به ضخامت L لایه‌های MgF_2 بستگی دارد. در آمریکا اسکناسها را با مرکبهای تغییردهنده رنگ چاپ می‌کنند و مقدار L طوری طراحی می‌شود که در مورد نور قرمز یا قرمز-زرد به هنگام مشاهده مستقیم اسکناس تداخل کاملاً سازنده

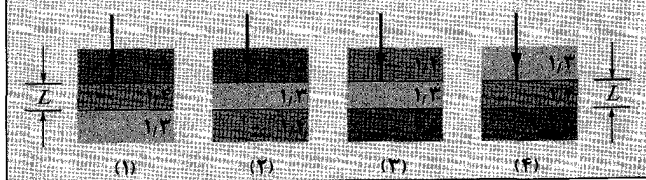


(الف)



(ب)

✓ نکته بررسی شکل چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آن نور به طور عمود از یک لایه نازک به ضخامت L با ضریب شکستهای داده شده باز می‌تابد. (الف) برای کدام وضعیتهای بازتاب در سطحهای جدایی لایه موجب یک اختلاف فاز صفر برای دو پرتو بازتابیده می‌شود؟ (ب) اگر اختلاف راه $2L$ موجب یک اختلاف فاز 0.5 طول موج شود، در چه وضعیتهایی لایه تاریک خواهد بود؟



مسئله نمونه ۳۵-۵

نور سفید، با شدت یکنواخت در گستره طول موجهای مرئی از 400 nm تا 690 nm به طور عمود بر لایه آب با ضریب شکست $n_2 = 1/33$ و ضخامت $L = 320\text{ nm}$ می‌تابد که در هوا قرار دارد. در چه طول موج λ نور بازتابیده توسط لایه روشنترین وضع را برای ناظر دارد؟

نکته کلیدی نور بازتابیده از لایه در طول موجهایی، λ روشنترین است که برای آنها پرتوهای بازتابیده با یکدیگر همفاز باشند. معادله‌ای که این طول موجهای λ را به ضخامت L و ضریب شکست n_2 مربوط می‌سازد، بسته به تغییر فاز در

شکل ۳۵-۲۰ (الف) مرکب تغییردهنده رنگ روی کاغذ اسکناس شامل چندین لایه نازک پوسته‌ای معلق در مرکب است. (ب) مقطع یکی از پوسته‌ها. نور از پنج لایه نفوذ می‌کند و روی هر مرز بازتاب پیدا می‌کند. رنگی که از تداخل این موجهای نوری بازتابیده ناشی می‌شود با ضخامت L لایه‌های منیزیم فلوراید، تعیین می‌شود.

انجام می‌گیرد. وقتی ناظر اسکناس و در نتیجه پوسته‌ها را کج کند، نوری که از پوسته‌ها به ناظر می‌رسد در نور سبز تداخل سازنده می‌کند. بنابراین، با تغییر زاویه دید، ناظر می‌تواند رنگ را تغییر دهد. کشورهای دیگر طرحهای دیگری از پوسته‌های لایه نازک می‌سازند که به تغییرهای مختلفی در رنگهای اسکناس آنها می‌انجامد.

تغییر کرده‌اند). در سطح جدایی دوم، نور فرودی در MgF_2 است که ضریب شکست کمتری از شیشه در طرف دیگر سطح جدایی دارد. بنابراین، در جدول ۵/۰ طول موج را زیر r_2 قرار می‌دهیم.

چون هر دو بازتاب تغییر فاز یکسانی را موجب می‌شوند، r_1 و r_2 تمایل دارند. که همفاز باشند. چون می‌خواهیم این موجها ناهمفاز باشند، اختلاف راه $2L$ باید مضرب فردی از نیم طول موج باشد.

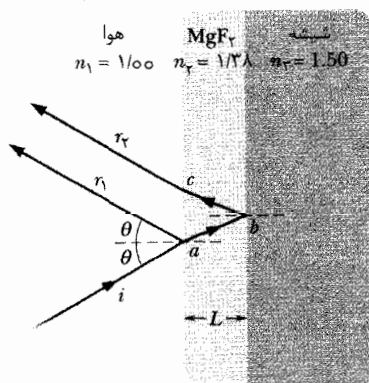
$$2L = \frac{\lambda}{n_2} \times \text{مضرب فرد}$$

این به معادله ۳۵-۳۶ می‌انجامد. حل این معادله برحسب L ضخامت لایه‌ای که بازتاب را از عدسی و لایه حذف می‌کند به دست می‌دهد

$$L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2} \quad \text{به ازای } m = 0, 1, 2, \dots \quad (35-38)$$

کمترین ضخامت لایه یعنی کوچکترین مقدار برای L مورد نظر است. پس $m = 0$ را انتخاب می‌کنیم که کمترین مقدار ممکن m است. با قرار دادن این و مقدارهای معلوم در معادله ۳۵-۳۸ خواهیم داشت

$$L = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{550 \text{ nm}}{4(1/38)} = 99/6 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$



شکل ۳۵-۲۱ بازتابهای ناخواسته از شیشه را می‌توان با پوشش دادن شیشه با یک لایه نازک شفاف منیزیم فلوراید با ضخامت انتخابی مناسب (در یک طول موج انتخابی) حذف کرد.

مسئله نمونه ۳۵-۷ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۳۵-۲۲ الف یک قطعه پلاستیکی شفاف با یک گوه هوا در سمت راست را نشان می‌دهد. (در شکل در ضخامت گوه اغراق شده است). نور قرمز با طول موج $\lambda = 632/8 \text{ nm}$ از بالای قطعه به طور مستقیم رو به پایین (با زاویه فرودی 5°) بر آن می‌تابد. مقداری از نور که وارد پلاستیک می‌شود از سطحهای بالا و پایین گوه به طرف بالا باز می‌تابد، که به عنوان یک لایه نازک (هوا) با ضخامتی که بتدریج و به طور یکنواخت از L_L در انتهای سمت چپ تا L_R در انتهای سمت راست تغییر می‌کند، عمل می‌کنند. (لایه‌های پلاستیکی بالایی و پایینی گوه

بازتاب برای این لایه خاص معادله ۳۵-۳۶ یا معادله ۳۵-۳۷ است.

محاسبه‌ها: برای تعیین اینکه کدام معادله مورد نیاز است، باید جدولی مانند ۳۵-۱ تشکیل دهیم. البته، چون در دو طرف لایه آب، هوا وجود دارد، وضعیت دقیقاً مانند شکل ۳۵-۱۷ و بنابراین، جدول دقیقاً همان جدول ۳۵-۱ است. حال از جدول ۳۵-۱، می‌توان دید که پرتوهای بازتابیده وقتی همفازند (و بنابراین، فیلم روشن خواهد بود) که

$$2L = \frac{\lambda}{n_2} \times \text{مضرب فرد}$$

باشد، که به معادله ۳۵-۳۶ می‌انجامد

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2}$$

با حل آن برحسب λ و قرار دادن L و n_2 خواهیم داشت

$$\lambda = \frac{2n_2 L}{m + \frac{1}{2}} = \frac{(2)(1/38)(99/6 \text{ nm})}{m + \frac{1}{2}} = \frac{85/1 \text{ nm}}{m + \frac{1}{2}}$$

به ازای $m = 0$ ، $\lambda = 1700 \text{ nm}$ به دست می‌آید، که در ناحیه فروسرخ است. به ازای $m = 1$ ، $\lambda = 567 \text{ nm}$ به دست می‌آید که نور زرد-سبز است که در وسط طیف مرئی قرار دارد. به ازای $m = 2$ ، $\lambda = 340 \text{ nm}$ به دست می‌آید، که در ناحیه فرابنفش است. بنابراین، طول موجی که در آن نور توسط ناظر روشنتر دیده خواهد شد عبارت است از

$$\lambda = 567 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

مسئله نمونه ۳۵-۶

در شکل ۳۵-۲۱ یک طرف یک عدسی شیشه‌ای با لایه نازکی از منیزیم فلوراید (MgF_2) پوشش داده شده است تا بازتاب از سطح عدسی کاهش یابد. ضریب شکست MgF_2 برابر با $1/38$ و ضریب شکست شیشه $1/50$ است. کمترین ضخامت پوششی که لازم است تا (از طریق تداخل) بازتابها در وسط طیف مرئی ($\lambda = 550 \text{ nm}$) حذف شوند چقدر است؟ فرض کنید که نور تقریباً بر سطح عدسی عمود است.

نکته کلیدی اگر ضخامت L لایه به گونه‌ای باشد که موجهای بازتابیده از سطح جدایی دو لایه دقیقاً ناهمفاز باشند، بازتاب از بین می‌رود. معادله‌ای که L را به طول موج معین λ و ضریب شکست n_2 لایه نازک مربوط می‌کند بسته به تغییر فاز در سطح جدایی می‌تواند معادله ۳۵-۳۶ یا معادله ۳۵-۳۷ باشد.

محاسبه‌ها: برای تعیین اینکه کدام معادله مورد نیاز است، جدولی مانند ۳۵-۱ را تشکیل می‌دهیم. در سطح جدایی اول، نور فرودی در هوا قرار دارد که ضریب شکست آن کمتر از ضریب شکست MgF_2 (لایه نازک) است. بنابراین، در جدول ۵/۰ طول موج را زیر r_1 قرار می‌دهیم (این بدان معناست که موجهای مربوط به پرتو r_1 در سطح جدایی به اندازه $0/5\lambda$

بازتابها در سمت چپ: چون موجها در انتهای چپ گوه هوا ناهمفاز هستند، اختلاف راه $2L$ در آن انتهای گوه باید با رابطه زیر داده شود

$$2L = \frac{\lambda}{n_f} \times \text{مضرب صحیح}$$

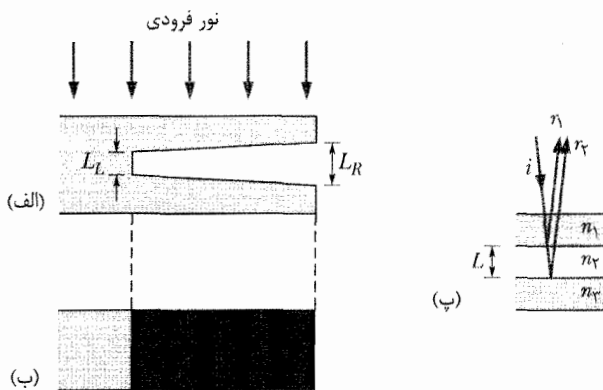
که به معادله ۳۵-۳۷ می انجامد

$$2L = m \frac{\lambda}{n_f} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (35-39)$$

بازتابها در سمت راست: معادله ۳۵-۳۹ نه تنها برای انتهای چپ گوه برقرار است بلکه برای هر نقطه در طول گوه که فریز تاریک مشاهده شود از جمله انتهای راست، با مقدار عدد صحیح متفاوت m برای هر فریز برقرار است. کمترین مقدار m به کمترین ضخامت گوه که در آنجا یک فریز تاریک مشاهده می شود مربوط است. زیاد شدن تدریجی مقدار m به زیاد شدن تدریجی ضخامت گوه مربوط است که فریز تاریک مشاهده می شود. فرض کنیم m_L مقدار m در انتهای چپ باشد. آنگاه، مقدار m در انتهای راست باید $m_L + 5$ باشد، چون از معادله ۳۵-۲۱، انتهای راست در پنجمین نوار تاریک از انتهای چپ واقع است.

اختلاف ضخامت: می خواهیم تغییر ΔL در ضخامت را از انتهای چپ تا انتهای راست گوه پیدا کنیم. برای یافتن آن، ابتدا معادله ۳۵-۲۹ را دو بار حل می کنیم، یک بار برای ضخامت L_L در انتهای چپ و یک بار برای ضخامت L_R در انتهای راست

$$L_L = (m_L) \frac{\lambda}{2n_f}, \quad L_R = (m_L + 5) \frac{\lambda}{2n_f} \quad (35-40)$$



شکل ۳۵-۲۲ (الف) نور قرمز بر گوه نازکی از هوا در یک طرف قطعه پلاستیکی شفاف می تابد. ضخامت گوه در انتهای چپ L_L و در انتهای L_R است. (ب) نمای از بالای قطعه: نقش تداخلی مرکب از شش فریز تاریک و پنج فریز روشن قرمز در ناحیه رویی گوه قرار دارد. (پ) نمایشی از پرتو فرودی i ، پرتوهای بازتابیده r_1 و r_2 و ضخامت L گوه در هر جایی در طول گوه.

برای یافتن تغییر در ضخامت ΔL ، L_L را از L_R کم می کنیم و مقدارهای معلوم را قرار می دهیم، از جمله $n_f = 1/00$ برای هوای درون گوه.

هوا بقدری ضخیم اند که به صورت لایه های نازک عمل می کنند. ناظری که رو به پایین به قطعه نگاه می کند نقش تداخلی را که شامل شش فریز تاریک و پنج فریز قرمز روشن در امتداد گوه است می بیند. تغییر در ضخامت $\Delta L (= L_R - L_L)$ در امتداد گوه چقدر است؟

نکته کلیدی

(۱) روشنایی در هر نقطه در طول از چپ به راست گوه هوا به علت تداخل موجهای بازتابیده در سطحهای جدایی بالا و پایین گوه است.

(۲) تغییر در روشنایی نقش فریزهای روشن و تاریک به علت تغییر در ضخامت گوه است. در برخی ناحیه ها، این ضخامت موجهای بازتابیده را همفاز می کند و در نتیجه یک بازتاب روشن ایجاد می کند (فریز قرمز روشن). در ناحیه های دیگر، این ضخامت موجهای بازتابیده را ناهمفاز می کند و در نتیجه هیچ بازتابی ایجاد نمی شود (فریز تاریک).

سازماندهی بازتابها: چون ناظر فریز تاریک بیشتری نسبت به فریز روشن می بیند، می توان فرض کرد که در انتهای چپ و راست گوه فریز تاریک ایجاد می شود. بنابراین، نقش تداخلی همان است که در شکل ۳۵-۲۲ ب نشان داده شده است، و برای تعیین تغییر در ضخامت ΔL گوه می توان از آن استفاده کرد.

می توان بازتاب نور در سطحهای جدایی بالا و پایین گوه را، در هر نقطه ای در طول آن، با شکل ۳۵-۲۲ پ، که در آن L ضخامت در آن نقطه است نمایش داد. این شکل را برای انتهای چپ گوه به کار می بریم که در آنجا بازتابها یک فریز تاریک به دست می دهند.

در مورد فریز تاریک می دانیم که موجهای پرتوهای r_1 و r_2 در شکل ۳۵-۲۲ پ باید ناهمفاز باشند. هم چنین می دانیم که معادله ای که ضخامت L لایه را به طول موج λ نور و ضریب شکست n_2 لایه مربوط می کند بسته به تغییر فاز در بازتاب معادله ۳۵-۳۶ یا معادله ۳۵-۳۷ است. برای تعیین اینکه کدام معادله فریز تاریک در سمت چپ گوه را به دست می دهد، جدولی مانند جدول ۳۵-۱ را تشکیل می دهیم.

در سطح جدایی بالایی گوه، نور فرودی در پلاستیک است که ضریب شکست آن بزرگتر از ضریب شکست هوای زیر آن سطح جدایی است. بنابراین، زیر r_1 در جدول ۵ را قرار می دهیم. در سطح جدایی پایینی گوه نور فرودی در هوا قرار دارد، که ضریب شکست آن کوچکتر از ضریب شکست پلاستیک زیر آن سطح جدایی است. از این رو، زیر r_2 در جدول ۵/۵ طول موج را قرار می دهیم. بنابراین، بازتابها به تنهایی تمایل دارند تا موجهای r_1 و r_2 را ناهمفاز کنند.

تعداد طول موجها در همین ضخامت $2L$ پیش از قرار دادن ماده عبارت است از

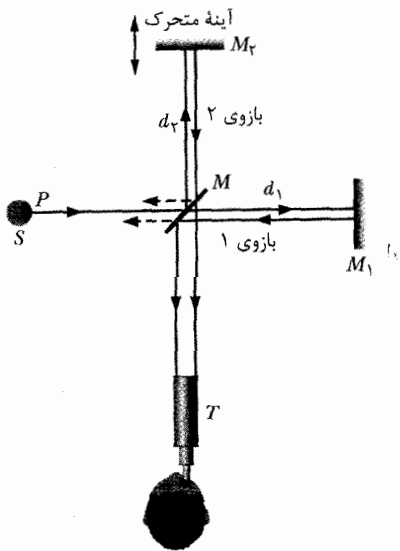
$$N_a = \frac{2L}{\lambda} \quad (42-35)$$

هرگاه ماده قرار داده شود، نوری که از آینه M_1 برمی گردد تغییر فاز (برحسب طول موج) زیر را پیدا می کند.

$$N_m - N_a = \frac{2Ln}{\lambda} - \frac{2L}{\lambda} = \frac{2L}{\lambda}(n-1) \quad (43-35)$$

به ازای تغییر فاز برابر با یک طول موج، نقش فریز به اندازه یک فریز جابه جا می شود. بنابراین، با شمارش تعداد فریزهایی که ماده سبب شده است تا نقش تغییر کند و با قرار دادن این تعداد به جای $N_m - N_a$ در معادله $43-35$ ، ضخامت L ماده را برحسب λ می توان تعیین کرد.

با چنین روشهایی طول اجسام را برحسب طول موج نور می توان تعیین کرد. در زمان مایکلسون، استاندارد طول، متر، با توافق بین المللی فاصله بین دو خراش ظریف روی یک میله فلزی معین بود که در موزه سور^۲ در نزدیکی پاریس نگهداری می شد. مایکلسون با استفاده از تداخل سنج خود توانست نشان دهد که متر استاندارد معادل با $1553163/5$ طول موج نور



شکل ۳۵-۲۳ تداخل سنج مایکلسون، که مسیر نور تابیده از نقطه P یک چشمه گسترده S را نشان می دهد. آینه M نور را به دو باریکه تقسیم می کند، که از آینه های M_1 و M_2 بازتابیده شده و به طرف M سپس به دوربین T برمی گردند. در دوربین ناظر نقش فریزهای تداخلی را می بیند.

قرمز تکفام گسیل شده از یک چشمه حاوی کادمیوم است. برای این اندازه گیری دقیق، مایکلسون در سال $1907/1286$ جایزه نوبل در فیزیک را دریافت کرد. کار او شالوده اصلاحیه بعدی (در سال 1961) میله متر به عنوان استاندارد طول و تعریف دوباره متر برحسب طول موج نور بود. تا سال $1983/1362$

$$\begin{aligned} \Delta L &= L_R - L_L = \frac{(m_L + 0.5)\lambda}{2n_r} - \frac{m_L \lambda}{2n_r} = \frac{0.5 \lambda}{2 n_r} \\ &= \frac{0.5 \times 632.8 \times 10^{-9} \text{ m}}{2 \times 1.00} \\ &= 1.58 \times 10^{-6} \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

۳۵-۸ تداخل سنج مایکلسون

تداخل سنج وسیله ای است برای اندازه گیری طول یا تغییر طول به کمک فریزهای تداخلی که با درستی خیلی زیادی به کار می رود. شکل اولیه آن را که در سال $1881/1260$ توسط مایکلسون^۱ طراحی و ساخته شد شرح می دهیم.

نوری را در نظر بگیرید که نقطه P را در چشمه گسترده S در شکل ۳۵-۲۳ ترک می کند و به باریکه شکاف M می تابد. باریکه شکاف آینه ای است که نصف نور فرودی را عبور و نصف دیگر را بازتاب می دهد. در شکل فرض کرده ایم که برای ساده شدن ضخامت آینه ناچیز است. بنابراین، در نقطه M نور به دو موج تقسیم می شود. یک موج با عبور به طرف آینه M_1 در انتهای یکی از بازوهای وسیله پیش می رود؛ موج دیگر با بازتاب به طرف آینه M_2 در انتهای بازوی دیگر پیش می رود. این موجها به طور کامل از این آینه ها بازتابیده و در امتداد جهت های فرود بر می گردند و سرانجام وارد دوربین T می شوند. آنچه که ناظر می بیند یک نقش تداخلی از فریزهای خمیده یا تقریباً مستقیم است که مورد اخیر شبیه نوارهای روی یک گورخر است.

اختلاف راه دو موج وقتی دوباره در دوربین با هم ترکیب می شوند برابر است با $2d_2 - 2d_1$ ، و هر چیزی که این اختلاف راه را تغییر دهد موجب تغییر در فاز بین این دو موج در چشم می شود. به عنوان مثال، اگر آینه M_2 به اندازه $\frac{1}{4}\lambda$ حرکت کند، اختلاف راه به اندازه λ تغییر می کند و نقش فریز به اندازه یک فریز جابه جا می شود (مثل اینکه هر نوار تاریک روی گورخر به جای نوار تاریک مجاور حرکت کرده است). به همین ترتیب، با حرکت آینه M_2 به اندازه $\frac{1}{4}\lambda$ جابه جایی به اندازه نصف فریز صورت می گیرد (هر نوار تیره در گورخر به جای نوار روشن مجاور جابه جا می شود).

هم چنین جابه جایی در نقش فریزها را می توان با قرار دادن یک ماده شفاف نازک در مسیر نوری یکی از آینه ها - مثلاً M_1 انجام داد. اگر ضخامت ماده L و ضریب شکست آن n باشد، آنگاه تعداد طول موجهای موجود در طول مسیر رفت و برگشت از ماده از معادله $35-9$ عبارت است از

$$N_m = \frac{2L}{\lambda_n} = \frac{2Ln}{\lambda} \quad (41-35)$$

همدوس باشند. هرگاه دو موج همدوس به یک نقطه برسند، شدت حاصل با استفاده از فازنماها به دست می‌آید. شدت در تداخل دو شکاف در آزمایش یانگ، دو موج، هر یک با شدت I_0 روی صفحه مشاهده موج برآیند با شدت I را به وجود می‌آورند که

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \text{ و } \phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad (۲۲-۳۵ \text{ و } ۲۳-۳۵)$$

معادله‌های ۱۴-۳۵ و ۱۶-۳۵ که موقعیت فریزهای بیشینه و کمینه را تعیین می‌کنند در این رابطه منظور شده‌اند.

تداخل لایه نازک هرگاه نور بر یک لایه شفاف نازک بتابد، موجهای نور بازتابیده از سطوحهای جلو و عقب تداخل می‌کنند. در مورد تابش تقریباً عمود شرایط طول موج برای شدت بیشینه و کمینه نور بازتابیده از یک لایه در هوا عبارت است از

$$2L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_f} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای } (۳۶-۳۵) \text{ (بیشینه‌ها - لایه روشن در هوا)}$$

$$2L = m \frac{\lambda}{n_f} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای } (۳۷-۳۵) \text{ (کمینه‌ها - لایه تاریک در هوا)}$$

که n_f ضریب شکست لایه، L ضخامت آن و λ طول موج نور در هواست.

اگر نور فرودی در سطح جدایی بین محیطهایی با ضریب شکستهای مختلف در محیطی با ضریب شکست کوچکتر باشد، بازتاب موجب تغییر فاز $\pi \text{ rad}$ یا نصف طول موج در موج بازتابیده می‌شود. در غیر این صورت تغییر فاز ناشی از بازتاب وجود ندارد. شکست در فصل مشترک موجب تغییر فاز نمی‌شود.

تداخل سنج مایکلسون در تداخل سنج مایکلسون یک موج نوری به دو باریکه تقسیم می‌شود که پس از طی مسیریایی با طولهای مختلف، با یکدیگر ترکیب می‌شوند به طوری که پس از تداخل یک نقش فریز تشکیل می‌دهند. با تغییر طول مسیر یکی از باریکه‌ها، با شمارش تعداد فریزهایی که در نقش فریزها تغییر می‌کنند، می‌توان فاصله‌ها را با درستی زیاد برحسب طول موج نور بیان کرد.

پرسشها

۱- شکل ۲۴-۳۵ دو پرتو نوری را نشان می‌دهد که در آغاز دقیقاً همفازند و از چند صفحه شیشه‌ای بازتاب می‌کنند. از انحراف اندک مسیر نور در آرایش دوم چشم‌پوشی کنید. (الف) اختلاف راه این پرتوها چقدر است؟ (ب) اگر پرتوها در هنگام خروج دقیقاً ناهمفاز باشند، برحسب طول موج λ ، اختلاف راه چقدر است؟ و (پ) کمترین مقدار d چقدر باید باشد تا این اختلاف فاز نهایی ایجاد شود؟

حتی این استاندارد طول موج نور بود. تا سال ۱۹۸۳/۱۳۶۲ این استاندارد طول موج برای برآورده کردن الزامات رو به افزایش علم و فناوری به اندازه کافی دقیق نبود و جای خود را به استاندارد جدیدی مبتنی بر مقدار تعریف شده برحسب تندی نور داد.

بازنگری و خلاصه درس

اصل هویگنس گسیل سه‌بعدی موجها، از جمله نور، می‌تواند به وسیله اصل هویگنس پیش‌بینی شود، و حاکی از آن است که تمام نقطه‌ها روی یک چشمه موج، به عنوان چشمه‌های نقطه‌ای موجکهای کروی ثانوی عمل می‌کنند. بعد از زمان t ، مکان جدید جبهه موج سطحی مماس بر این موجکهای ثانویه است.

قانون شکست را با فرض اینکه ضریب شکست هر محیط $n = c/v$ است می‌توان از اصل هویگنس به دست آورد، که در آن v سرعت نور در محیط و c سرعت نور در خلأ است.

طول موج و ضریب شکست طول موج λ_n نور در یک محیط به ضریب شکست n آن محیط بستگی دارد.

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} \quad (۸-۳۵)$$

که در آن λ طول موج نور در خلأ است. به دلیل این وابستگی، اختلاف فاز بین دو موج هرگاه از مواد مختلفی با ضریب شکستهای مختلف عبور کنند، می‌تواند تغییر کند.

آزمایش یانگ در آزمایش تداخل یانگ نوری که از یک تک شکاف می‌گذرد روی دو شکاف در یک پرده می‌افتد. نوری که از این شکافها عبور می‌کند (توسط پراش) گسترده می‌شود و در ناحیه پشت پرده تداخل رخ می‌دهد. نقش فریز ناشی از تداخل روی صفحه مشاهده تشکیل می‌شود.

شدت نور در هر نقطه روی صفحه مشاهده به اختلاف راه از شکافها تا آن نقطه بستگی دارد. اگر این اختلاف مضرب صحیحی از طول موج باشد، تداخل موجها سازنده است و شدت بیشینه حاصل می‌شود. اگر اختلاف راه مضرب فردی از نصف طول موج باشد، تداخل ویرانگر است و شدت کمینه رخ خواهد داد. شرایط شدت بیشینه و کمینه عبارت‌اند از

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای } (۱۴-۳۵) \text{ (بیشینه‌ها - فریزهای روشن)}$$

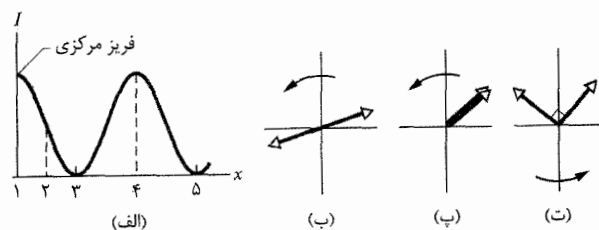
$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{به ازای } (۱۶-۳۵) \text{ (کمینه‌ها - فریزهای تاریک)}$$

که در آن θ زاویه بین مسیر نور با محور مرکزی و d فاصله شکافهاست.

همدوسی اگر دو موج نوری که در یک نقطه به هم می‌رسند بخواهند به طور محسوسی تداخل کنند، اختلاف فاز بین آنها نسبت به زمان باید ثابت بماند؛ یعنی موجها باید

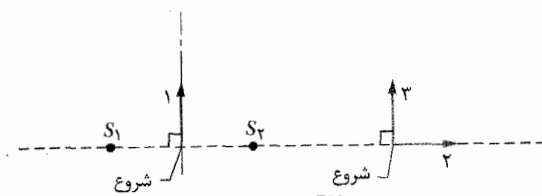
۷- اگر اختلاف راه دو پرتو (الف) $2/2\lambda$ ، (ب) $3/5\lambda$ ، (پ) $1/8\lambda$ و (ت) $1/5\lambda$ باشد، آیا در نقطه P شکل ۳۵-۱۰ تداخل بیشینه، یا کمینه یا تداخل حالت میانه نزدیک به بیشینه یا حالت میانه نزدیک به کمینه وجود دارد؟ برای هر وضعیت مقدار m مربوط به بیشینه یا کمینه را معلوم کنید.

۸- شکل ۳۵-۲۷ الف شدت I را برحسب مکان x روی صفحه مشاهده برای قسمت مرکزی نقش تداخل دو شکاف نشان می دهد. قسمتهای دیگر شکل نمودار فازنمای مؤلفه های میدان الکتریکی موجهایی را نشان می دهد که از دو شکاف به صفحه می رسند (مانند شکل ۳۵-۱۳ الف). کدام نقطه های شماره گذاری شده بهترین انطباق را با کدام نمودار دارند؟



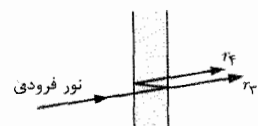
شکل ۳۵-۲۷ پرسش ۸

۹- شکل ۳۵-۲۸ دو چشمه S_1 و S_2 را نشان می دهد که موجهایی رادیویی با طول موج λ را در تمام جهتها گسیل می کنند. چشمه ها دقیقاً همفازند و فاصله آنها $1/5\lambda$ است. خط چین عمودی بر وسط فاصله بین این چشمه ها عمود است. (الف) اگر از نقطه شروع نشان داده شده آغاز کنیم و در طول مسیر ۱ حرکت کنیم، آیا تداخل یک بیشینه در تمام طول مسیر ایجاد می کند یا یک کمینه در تمام طول مسیر، یا بیشینه ها و کمینه های دیگری ایجاد می شوند؟ این موضوع را برای (ب) مسیر ۲ و (پ) مسیر ۳ تکرار کنید.

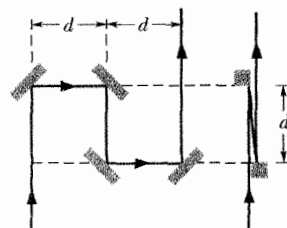


شکل ۳۵-۲۸ پرسش ۹

۱۰- شکل ۳۵-۲۹ عبور نور از یک لایه نازک در هوا را توسط باریکه عمودی (که اندکی به خاطر وضوح در شکل کج نشان داده شده است) نشان می دهد. (الف) آیا پرتو r_2 به دلیل بازتاب تغییر فاز یافته است؟ (ب) تغییر فاز پرتو r_2 در بازتاب برحسب طول موج چقدر است؟ (پ) اگر ضخامت لایه L باشد، اختلاف راه بین پرتوهای r_1 و r_2 چقدر است؟

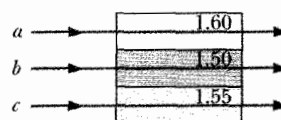


شکل ۳۵-۲۹ پرسش ۱۰



شکل ۳۵-۲۴ پرسش ۱

۲- در شکل ۳۵-۲۵، سه تپ نوری a ، b و c با طول موج یکسان از لایه های پلاستیکی با ضریب شکستهای داده شده عبور می کنند. این تپها را به ترتیب بزرگی زمان عبور آنها از پلاستیک مرتب کنید.



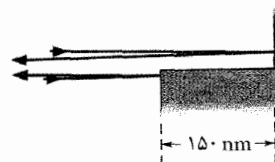
شکل ۳۵-۲۵ پرسش ۲

۳- نور در یک ساختار نانو به طول 1500 nm حرکت می کند. هرگاه قله موج در یک انتهای ساختار نانو باشد، اگر طول موج (الف) 500 nm و (ب) 1000 nm باشد، آیا در انتهای دیگر قله وجود دارد یا دره؟

۴- اگر در نقش تداخلی دو شکاف از یک فریز روشن به فریز روشن بعدی حرکت کنید، (الف) آیا اختلاف راه ΔL افزایش می یابد یا کاهش و (ب) برحسب طول موج چقدر تغییر می کند؟

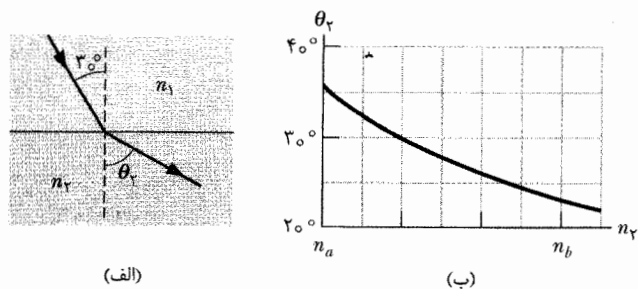
۵- اگر (الف) فاصله دو شکاف افزایش یابد، (ب) رنگ نور از قرمز به آبی تغییر کند و (پ) کل دستگاه در روغن مایع آشپزی قرار داده شود، آیا فاصله فریزها در نقش تداخلی دو شکاف افزایش می یابد یا کاهش یا بدون تغییر می ماند؟ (ت) اگر شکافها با نور سفید روشن شوند، در این صورت در هر طرف بیشینه، آیا قله مؤلفه آبی به بیشینه مرکزی نزدیک است یا قله مؤلفه قرمز؟

۶- شکل ۳۵-۲۶ دو پرتو نوری با طول موج 600 nm را نشان می دهد که از سطحهای شیشه ای به فاصله 150 nm بازتابیده شده اند. پرتوها در آغاز همفازند. (الف) اختلاف راه پرتوها چقدر است؟ (ب) وقتی این پرتوها ناحیه بازتاب را روشن کنند، آیا این پرتوها دقیقاً همفازند، دقیقاً ناهمفازند یا حالت میانه ای دارند؟



شکل ۳۵-۲۶ پرسش ۶

شکست آن بستگی دارد. شکل ۳۵-۳۲ ب زاویه شکست θ_r را برحسب n_r به ازای گستره‌ای از مقادیرهای n_r از $n_a = 1/30$ تا $n_b = 1/90$ به دست می‌دهد. تندی نور در ماده ۱ چقدر است؟



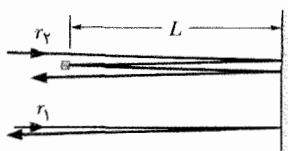
شکل ۳۵-۳۲ مسئله ۲

۳۰- نور در یاقوت برحسب متر بر ثانیه چقدر تندتر از الماس حرکت می‌کند؟ به جدول ۲۹-۱ (جلد دوم) نگاه کنید.

۴۰- طول موج نور زرد سدیم در هوا 589 nm است. (الف) بسامد آن چقدر است؟ طول موج آن در شیشه‌ای با ضریب شکست $1/52$ چقدر است؟ (پ) از نتایج (الف) و (ب) تندی آن را در شیشه پیدا کنید.

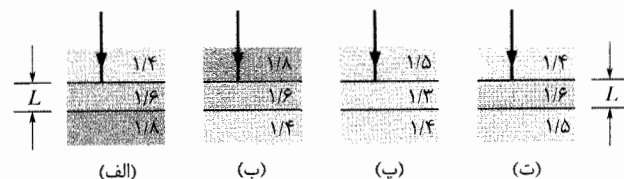
۵۰- در شکل ۳۵-۴ فرض کنید که دو موج نوری در هوا با طول موج 400 nm در آغاز همفازند. یکی از آنها از یک لایه شیشه‌ای با ضریب شکست $n_1 = 1/60$ و ضخامت L عبور می‌کند. دیگری از یک لایه پلاستیکی با همان ضخامت و ضریب شکست $n_2 = 1/50$ عبور می‌کند. (الف) اگر این دو موج در هنگام خروج با اختلاف $5/65 \text{ rad}$ عبور کنند، کمترین مقدار L چقدر باید باشد؟ (ب) اگر این دو موج به نقطه‌ای با دامنه یکسان برسند، آیا تداخل آنها کاملاً سازنده است یا کاملاً ویرانگر، میانی ولی نزدیک به کاملاً سازنده است، یا میانی نزدیک به کاملاً ویرانگر؟ SSM

۶۰- در شکل ۳۵-۳۳ یک موج نوری در امتداد پرتو r_1 یک بار از یک آینه و یک موج نوری در امتداد پرتو r_2 دو بار از همان آینه و یک بار از آینه کوچکی به فاصله L از آینه بزرگتر بازتاب می‌کند. (از انحراف اندک پرتوها چشم‌پوشی کنید.) طول موج λ و در آغاز دقیقاً ناهمفازند. (الف) کمترین، (ب) دومین مقدار کمتر و (پ) سومین مقدار کمتر L/λ که باعث می‌شود تا موجهای نهایی دقیقاً همفاز باشند چقدر است؟



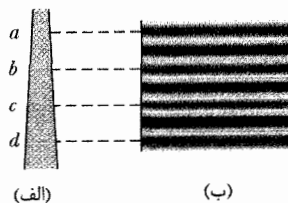
شکل ۳۵-۳۳ مسئله‌های ۶ و ۷

۱۱- شکل ۳۵-۳۰ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها نور به طور عمود از یک لایه نازک به ضخامت L قرار داده شده بین مواد خیلی ضخیمتری بازتاب می‌کند. ضریب شکستها داده شده‌اند. در کدام وضعيتها معادله ۳۵-۳۶ مطابق با بازتابایی است که بیشینه‌ها را به دست می‌دهند (یعنی یک لایه روشن)؟



شکل ۳۵-۳۰ پرسش ۱۱

۱۲- شکل ۳۵-۳۱ الف مقطع یک لایه نازک قائم را نشان می‌دهد که پهنای آن به طرف پایین به خاطر گرانش افزایش می‌یابد. شکل ۳۵-۳۱ ب نمای لایه از وجه آن است که چهار فریز (قرمز) تداخلی روشن را نشان می‌دهد که وقتی لایه با نور قرمز به طور عمودی روشن شود حاصل می‌شود. نقطه‌ها روی مقطع مطابق با فریزهای روشن علامت گذاری شده‌اند. برحسب طول موج نور داخل لایه، اختلاف در ضخامت لایه بین (الف) نقطه‌های a و b و (ب) نقطه‌های b و d چقدر است؟



شکل ۳۵-۳۱ پرسش ۱۲

مسئله‌ها

GO مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس).
SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها
WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
••• تعداد نقطه‌ها درجه دشواری بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.
اطلاعات اضافی در سیرک پرورده فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://www.flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است.

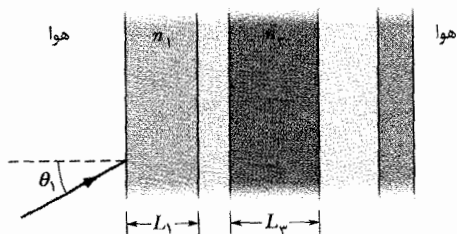
بخش ۳۵-۲ نور به عنوان موج

۱۰- تندی نور زرد (از یک لامپ سدیم) در مایع خاصی $1/92 \times 10^8 \text{ m/s}$ به دست آمده است. ضریب شکست این مایع برای این نور چقدر است؟

۲۰- در شکل ۳۵-۳۲ الف، باریکه‌ای از نور در ماده ۱ بر مرزی با زاویه 30° می‌تابد. میزان شکست نور در ماده ۲ به ضریب

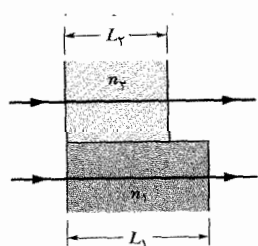
ضریب شکستهای محیطها عبارتاند از $n_1 = 1/45$ ، $n_2 = 1/65$. مطلوب است (الف) کمترین و (ب) دومین مقدار کمتر L را که می توان قرار داد تا موجها موقع یک بار عبور از دو محیط دقیقاً همفاز باشند؟

۱۲۰۰- در شکل ۳۵-۳۶، یک پرتو نوری با زاویه $\theta_1 = 50^\circ$ بر دسته‌ای شامل پنج لایه شفاف با سطحهای موازی می تابند. در لایه‌های ۱ و ۳، $L_1 = 20 \mu m$ ، $L_3 = 25 \mu m$ ، $n_1 = 1/6$ و $n_3 = 1/45$ است. (الف) در چه زاویه‌ای نور در طرف راست وارد هوا می شود؟ (ب) چقدر طول می کشد تا نور لایه ۳ را طی کند؟



شکل ۳۶-۳۵ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- دو موج نوری در هوا با طول موج $\lambda = 600 \text{ nm}$ در آغاز همفازند. سپس این دو موج از لایه‌های پلاستیکی نشان داده شده در شکل ۳۵-۳۷ با $L_1 = 400 \mu m$ ، $L_2 = 350 \mu m$ ، $n_1 = 1/40$ و $n_2 = 1/60$ عبور می کنند. (الف) وقتی هر دو از لایه‌ها گذشتند چند طول موج اختلاف فاز دارند؟ (ب) اگر بعداً



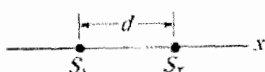
شکل ۳۷-۳۵ مسئله ۱۳

این موجها با دامنه یکسان به نقطه مشترکی برسند، آیا تداخل آنها کاملاً سازنده است یا کاملاً ویرانگر، میانه ولی نزدیک به کاملاً سازنده یا میانه نزدیک به کاملاً ویرانگر؟ ILW

بخش ۳۵-۴ آزمایش تداخل یانگ

۱۴۰- نور سبز تکفام به طول موج 550 nm دو شکاف موازی باریک به فاصله $7/70 \mu m$ را روشن می کند. انحراف زاویه‌ای θ (در شکل ۳۵-۱۰) مرتبه سوم (به ازای $m=3$) فریز روشن را (الف) برحسب رادیان و (ب) برحسب درجه محاسبه کنید.

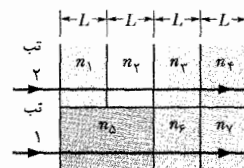
۱۵۰- در شکل ۳۵-۳۸ دو چشمه نقطه‌ای با بسامد رادیویی S_1 و S_2 به فاصله $d = 2/0 \text{ m}$ از هم با $\lambda = 0/50 \text{ m}$ به طور همفاز تابش می کنند. آشکارسازی روی مسیر دایره‌ای بزرگی در صفحه شامل این دو دور این چشمه‌ها حرکت می کند. آشکارساز چند بیشینه را می تواند آشکار کند؟ SSM



شکل ۳۸-۳۵ مسئله‌های ۱۵ و ۲۴

۷۰- در شکل ۳۵-۳۳، یک موج نوری در امتداد پرتو r_1 یک بار از یک آینه و یک موج نوری در امتداد r_2 دو بار از همان آینه و یک بار از آینه کوچکی واقع در فاصله L از آینه بزرگتر بازتاب می کند. (از انحراف اندک پرتوها چشم‌پوشی کنید.) طول موج موجها 620 nm و در آغاز همفازند. (الف) کوچکترین مقدار L چقدر باید باشد تا موجهای نوری نهایی دقیقاً ناهمفاز باشند؟ (ب) آینه کوچک به فاصله اولیه L ، چقدر باید از آینه بزرگتر دور شود تا موجهای نهایی دوباره ناهمفاز شوند؟

۸۰- در شکل ۳۴-۳۵، دو تپ نوری به صورتی که نشان داده شده است از لایه‌های پلاستیکی به ضخامتهای L یا $2L$ و ضریب شکستهای $n_1 = 1/55$ ، $n_2 = 1/70$ ، $n_3 = 1/60$ ، $n_4 = 1/45$ ، $n_5 = 1/59$ و $n_6 = 1/65$ می گذرند. (الف) کدام تپ در زمان کمتری از پلاستیک می گذرد؟ (ب) چه مضربی از L/c اختلاف در زمانهای عبور تپها را به دست می دهد؟

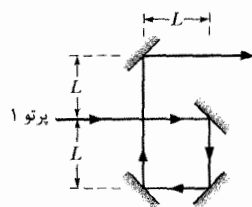


شکل ۳۴-۳۵ مسئله ۸

۹۰۰- فرض کنید که دو موج نوری در شکل ۳۵-۴ دارای طول موج $\lambda = 500 \text{ nm}$ در هوا هستند. اگر (الف) $n_1 = 1/50$ ، $n_2 = 1/60$ و $L = 8/50 \mu m$ ؛ (ب) $n_1 = 1/62$ ، $n_2 = 1/72$ و $L = 3/25 \mu m$ ؛ (پ) $n_1 = 1/59$ ، $n_2 = 1/79$ و $L = 8/50 \mu m$ باشند، اختلاف فاز آنها پس از عبور برحسب طول موج چقدر است؟ (ت) فرض کنید که در هر یک از این سه وضعیت موجها (با دامنه یکسان) به یک نقطه مشترک می رسند. این وضعیتهای را به ترتیب بزرگی روشنایی که موجها در آن نقطه مشترک به وجود می آورند مرتب کنید.

۱۰۰۰- در شکل ۳۵-۳۵ دو پرتو نوری با بازتاب از سطحهای مختلف تخت نشان داده شده مسیرهای مختلفی را می پیمایند.

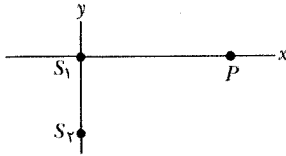
طول موج موجها 420 nm است و در آغاز همفازند. (الف) کمترین و (ب) دومین کمترین مقدار L که به ازای آنها موجها به هنگام خروج از این ناحیه کاملاً ناهمفاز باشند چقدر است؟



شکل ۳۵-۳۵ مسئله‌های ۱۰ و ۹۴

۱۱۰۰- در شکل ۳۵-۴، فرض کنید که دو موج نوری با طول موج 620 nm در هوا به اندازه $\pi \text{ rad}$ در آغاز ناهمفازند.

به طور همفاز در طول موج 900 nm و با دامنه یکسان موجهایی گسیل می کنند. آشکار ساز نوری دیگری روی محور x در نقطه P در x_P قرار دارد. بیشترین مقدار x_P که در آن نور آشکار شده، به علت تداخل ویرانگر کمینه است، چقدر است؟

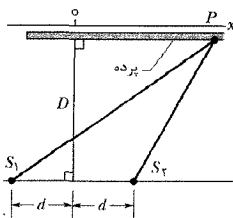


شکل ۳۵-۴۰ مسئله های ۲۳ و ۲۸ و ۱۲۲

۲۴۰۰- در شکل ۳۵-۳۸ دو چشمه نقطه ای همسانگرد S_1 و S_2 موجهای نوری مشابهی به طور همفاز با طول موج λ گسیل می کنند. این چشمه در فاصله d روی محور x قرار دارد و یک آشکار ساز نوری روی دایره ای به شعاع زیاد دور نقطه وسط آنها می چرخد. این آشکار ساز 30° نقطه را با شدت صفر آشکار می کند که دو نقطه آن روی محور x ، یکی در سمت چپ و دیگری در سمت راست چشمه قرار دارند. مقدار d/λ چقدر است؟

۲۵۰۰- در آزمایش دو شکاف فاصله بین شکافها 5.0 mm و فاصله شکافها از صفحه مشاهده 1.0 m است. دو نقش تداخلی روی پرده دیده می شود: یکی ناشی از نور با طول موج 600 nm و دیگری ناشی از نور با طول موج 480 nm . بین فریزهای روشن مرتبه سوم ($m=3$) دو نقش تداخلی روی صفحه مشاهده چقدر است؟ SSM

۲۶۰۰- در شکل ۳۵-۴۱ دو چشمه همسانگرد نقطه ای S_1 و S_2 با طول موج λ و دامنه یکسان نور همفاز گسیل می کنند. فاصله چشمه ها $d = 6.00\lambda$ است. چشمه ها روی محوری که موازی با محور x است قرار دارند و می توانند در امتداد پرده مشاهده واقع در فاصله $D = 20.0\lambda$ حرکت کنند. مبدأ در بین چشمه ها روی عمود منصف آنها قرار دارد. شکل دو پرتوی را نشان می دهد که به نقطه P روی صفحه مشاهده در x_P می رسند. (الف) به ازای چه مقداری از x_P ، پرتوها کمینه اختلاف فاز ممکن را خواهند داشت؟ (ب) چه مضربی از λ این اختلاف فاز کمینه را به دست می دهد؟ (پ) به ازای چه مقداری از x_P پرتوها اختلاف فاز بیشینه ممکن را خواهند داشت؟ چه مضربی از λ (ت) این اختلاف فاز بیشینه است و (ج) وقتی $x_P = 6.00\lambda$ باشد، آیا شدت در نقطه P بیشینه است یا کمینه. میانی نزدیک به بیشینه یا میانی نزدیک به کمینه؟



شکل ۳۵-۴۱ مسئله ۲۶

۱۶۰- در آرایش دو شکاف فاصله شکافها 1.00 برابر طول موج نوری است که از آنها می گذرد. (الف) جدایی زاویه ای برحسب رادیان بین بیشینه مرکزی و بیشینه مجاور چقدر است؟ (ب) فاصله بین این بیشینه ها روی صفحه ای به فاصله 50.0 cm از شکافها چقدر است؟

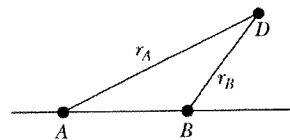
۱۷۰- یک آرایش دو شکاف فریزهای تداخلی برای نور سدیم ($\lambda = 589\text{ nm}$) ایجاد می کند که جدایی زاویه ای آنها $3.50 \times 10^{-3}\text{ rad}$ است. به ازای چه طول موجی جدایی زاویه ای 10.0% درصد بیشتر می شود؟ SSM

۱۸۰- در آرایش دو شکاف فریزهایی تداخلی برای نور سدیم ($\lambda = 589\text{ nm}$) ایجاد می شود که فاصله زاویه ای آنها 0.20° است. اگر کل آرایش در آب ($n=1.33$) فرو برده شود، فاصله زاویه ای فریزها چقدر است؟

۱۹۰- فرض کنید که آزمایش یانگ با نور آبی-سبز با طول موج 500 nm انجام شود. فاصله شکافها 1.20 mm و صفحه مشاهده در فاصله 5.40 m از شکافها قرار دارد. فریزهای روشن نزدیک مرکز نقش تداخلی چقدر فاصله دارند؟ SSM ILW

۲۰۰- در آزمایش دو شکاف شکل ۳۵-۱۰ زاویه θ را 20.0° ، فاصله شکافها را $4.24\text{ }\mu\text{m}$ و طول موج را $\lambda = 500\text{ nm}$ در نظر بگیرید. (الف) وقتی موجهای پرتوهای r_1 و r_2 به نقطه P روی صفحه دوری برسند، چند طول موج اختلاف فاز دارند؟ (ب) اختلاف فاز برحسب رادیان چقدر است؟ (پ) محل نقطه P را روی نقش تداخلی چنان تعیین کنید که بیشینه یا کمینه یا نقطه ای بین آنها را به دست دهد.

۲۱۰۰- در شکل ۳۵-۳۹، چشمه های A و B موجهای رادیویی برد بلند با طول موج 400 m گسیل می کنند که فاز گسیل شده از چشمه A از چشمه B به اندازه 90° جلوتر است. فاصله r_A چشمه A تا آشکار ساز D به اندازه 100 m بیشتر از فاصله متناظر r_B است. اختلاف فاز موجها در D چقدر است؟



شکل ۳۵-۳۹ مسئله ۲۱

۲۲۰۰- در آزمایش تداخل دو شکاف از نور خورشید استفاده می شود. بیشینه مرتبه چهارم به ازای طول موج 450 nm در زاویه $\theta = 90^\circ$ رخ می دهد. بنابراین، در شرف حذف شدن از نقش قرار دارد زیرا θ در معادله $35-14$ نمی تواند از 90° بیشتر شود. (الف) چه گستره ای از طول موجهای نور مرئی (از 400 nm تا 700 nm) در بیشینه مرتبه سوم وجود ندارند؟ برای حذف همه نور مرئی در بیشینه مرتبه چهارم (ب) آیا فاصله شکافها باید افزایش یابد یا کاهش و (پ) کمترین تغییر مورد نیاز در فاصله چقدر است؟

۲۳۰۰- در شکل ۳۵-۴۰، دو چشمه نقطه ای همسانگرد نور (S_1, S_2) به فاصله $2.70\text{ }\mu\text{m}$ در امتداد محور y قرار دارند و

نقطه P را در نقش تداخلی برای بیشینه‌ها و کمینه‌ها و میان بیشینه‌ها و کمینه‌ها تعیین کنید. در یک نمودار بردار فاز میدان الکتریکی (ت) با چه آهنگی بردارهای فاز نسبت به مبدأ می‌چرخند و (ج) زاویه بین بردارهای فاز چقدر است؟

۳۳۰۰- با استفاده از روش بردارهای فاز کمیتهای $y_1 = 10 \sin \omega t$ و $y_2 = 15 \sin(\omega t + 30^\circ)$ را جمع کنید.

۳۴۰۰- در آزمایش دو شکاف شکل ۳۵-۱۰، صفحه مشاهده در فاصله $D = 4.00 \text{ m}$ ، نقطه P در فاصله $y = 2.0/5 \text{ cm}$ از مرکز نقش قرار دارند و فاصله دو شکاف $d = 4/50 \mu\text{m}$ و طول موج $\lambda = 580 \mu\text{m}$ است. (الف) محل نقطه P را در نقش تداخلی برای بیشینه‌ها یا کمینه‌ها و میان این بیشینه و کمینه‌ها مشخص کنید. (ب) نسبت شدت I_P در نقطه P به شدت I_{cen} در مرکز نقش چقدر است؟

بخش ۳۵-۷ تداخل در لایه‌های نازک

۳۵۰- الماس بدل در جواهرهای بدلی، شیشه‌ای با ضریب شکست $1/50$ است. برای اینکه نور زیادی از آنها بازتابیده شود آنها را اغلب با لایه‌ای از سیلیسیوم مونواکسید با ضریب شکست $2/00$ پوشش می‌دهند. کمینه ضخامت پوشش مورد نیاز باید چقدر باشد تا اطمینان یابیم نوری با طول موج 560 nm که با تابش عمود از دو سطح پوشش بازتابیده می‌شوند، تداخل کاملاً سازنده دارند؟

۳۶۰- نور سفید رو به پایین بر یک لایه نازک افقی که بین دو ماده قرار گرفته تابانده می‌شود. ضریب شکست ماده بالایی $1/80$ و لایه نازک $1/70$ و ماده پایینی $1/50$ است. ضخامت لایه $5.00 \times 10^{-7} \text{ m}$ است. از طول موجهای مرئی $(400 \mu\text{m})$ تا $(700 \mu\text{m})$ که در نگاه ناظری در بالای لایه به تداخل کاملاً سازنده می‌انجامد، کدامیک (الف) طول موج بلندتر و (ب) طول موج کوتاهتر است؟ سپس ماده و لایه گرم می‌شوند تا اینکه ضخامت لایه زیاد شود. (پ) آیا نوری که به تداخل کاملاً سازنده می‌انجامد به طرف طول موجهای بلندتر جابه‌جا می‌شود یا کوتاهتر؟

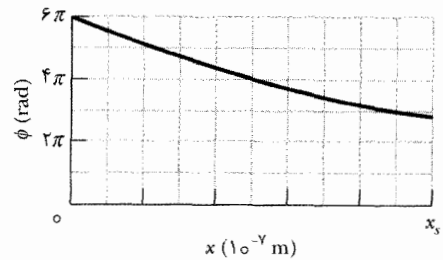
۳۷۰- نوری با طول موج 624 nm به طور عمود بر یک لایه صابون $(n = 1/33)$ که در هوا معلق است می‌تابد. (الف) کمترین و (ب) دومین کمترین ضخامت لایه که در آنها بازتابا از لایه تداخل کاملاً سازنده می‌کنند چقدر است؟ ILW

۳۸۰- یک لایه صابون به ضخامت 600 nm $(n = 1/40)$ در هوا با نور سفید به طور عمود بر لایه روشن شده است. در گستره 300 nm تا 700 nm برای چند طول موج مختلف (الف) تداخل کاملاً سازنده و (ب) تداخل کاملاً ویرانگر در نور باز تابیده، وجود دارد؟

۳۹۰- می‌خواهیم شیشه تختی $(n = 1/50)$ را با ماده شفاف $(n = 1/25)$ پوشش دهیم به طوری که بازتاب نور با طول موج $\lambda = 600 \text{ nm}$ در تداخل حذف شود. کمترین ضخامت پوشش برای این کار چقدر است؟ SSM

۲۷۰۰۰- پوسته نازکی از میکا $(n = 1/58)$ برای پوشاندن یکی از شکافهای آرایش تداخل دو شکاف به کار رفته است. نقطه مرکزی روی صفحه مشاهده توسط هفتمین $(m = 7)$ فریز روشن قبلی اشغال می‌شود. اگر $\lambda = 550 \text{ nm}$ باشد، ضخامت میکا چقدر است؟

۲۸۰۰۰- شکل ۳۵-۳۵ دو چشمه همسانگرد نقطه‌ای (S_1, S_2) را نشان می‌دهد که به طور هم‌فاز نوری با طول موج 400 nm و دامنه یکسان گسیل می‌کنند. نقطه آشکارسازی P نشان داده شده روی محور x از چشمه S_1 امتداد یافته است. اختلاف فاز ϕ بین نوری که از دو چشمه به نقطه P می‌رسد، وقتی P در امتداد محور x از $x = 0$ تا $x = +\infty$ حرکت می‌کند اندازه‌گیری می‌شود. نتیجه به دست آمده تا $x_s = 10 \times 10^{-7} \text{ m}$ در شکل ۳۵-۴۲ داده شده است. تا $+\infty$ بیشترین مقدار x چقدر باید باشد تا نوری که از S_1 به P می‌رسد و نوری که از S_2 به P می‌رسد دقیقاً ناهم‌فاز باشند؟



شکل ۳۵-۴۲ مسئله ۲۸

بخش ۳۵-۶ شدت در تداخل دو شکاف

۲۹۰- دامنه‌های دو موج با بسامد یکسان عبارت‌اند از $1/00$ و $2/00$. در نقطه‌ای که اختلاف فاز آنها $60/0^\circ$ است این دو موج تداخل می‌کنند. دامنه برایند چقدر است؟ SSM

۳۰۰- مجموع y کمیتهای زیر را پیدا کنید

$$y_1 = 10 \sin \omega t \quad \text{و} \quad y_2 = 8/0 \sin(\omega t + 30^\circ)$$

۳۱۰۰- سه موج الکترومغناطیسی از نقطه معین P در امتداد محور x می‌گذرند. اینها با تغییراتی در دامنه‌هایشان به صورت زیر موازی با محور y قطبیده شده‌اند. برایند آنها را در P پیدا کنید.

$$E_1 = (10/0 \mu\text{V/m}) \sin[(2/0 \times 10^{14} \text{ rad/s})t]$$

$$E_2 = (5/00 \mu\text{V/m}) \sin[(2/0 \times 10^{14} \text{ rad/s})t + 45/0^\circ]$$

$$E_3 = (5/00 \mu\text{V/m}) \sin[(2/0 \times 10^{14} \text{ rad/s})t - 45/0^\circ]$$

۳۲۰۰- در آزمایش دو شکاف شکل ۳۵-۱۰، میدانهای الکتریکی موجهایی که به نقطه P می‌رسند با رابطه‌های زیر داده شده‌اند

$$E_1 = (2/00 \mu\text{V/m}) \sin[(1/26 \times 10^{15})t]$$

$$E_2 = (2/00 \mu\text{V/m}) \sin[(1/26 \times 10^{15})t + 39/6 \text{ rad}]$$

که زمان t برحسب ثانیه است. (الف) دامنه میدان الکتریکی برایند در نقطه P چقدر است؟ (ب) نسبت شدت I_P در نقطه P به شدت I_{cen} در مرکز نقش تداخل چقدر است؟ (پ) محل

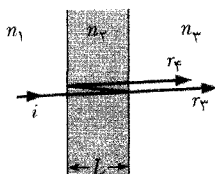
سر شماست از هواپیما به طور مستقیم به ناحیه لکه‌ای که ضخامت آن 460 nm است نگاه کنید، کدام طول موج (های) نور مرئی به علت تداخل سازنده روشترین بازتاب را دارد؟ (ب) اگر غواصی باشید که درست در زیر این لکه قرار دارید، کدام طول موج (های) نور مرئی با شدیدترین شدت عبور می‌کند؟ SSM WWW

۵۴۰۰- یک لایه نازک با ضخامت 272.7 nm که دو طرف آن هوا قرار دارد با باریکه‌ای از نور سفید روشن شده است. باریکه عمود بر لایه و مرکب از گستره کامل طول موجهای طیف مرئی است. در نور بازتابیده از لایه، نور با طول موج 600 nm تداخل کاملاً سازنده می‌کند. در چه طول موجی نور بازتابیده تداخل کاملاً ویرانگر می‌کند؟ (راهنمایی: فرض معقولی را در مورد ضریب شکست در نظر بگیرید.)

۵۵۰۰- بازتاب عمودی نور سفید فرودی بر یک لایه صابون در هوا بیشینه تداخلی در 600 nm و کمینه‌ای در 450 nm دارد و کمینه‌ای بین آنها وجود ندارد. اگر برای لایه $n = 1/33$ باشد، و یکنواخت فرض شود، ضخامت لایه چقدر است؟

۵۶۰۰- موج تختی از نور تکفام به طور عمود بر لایه نازک یکنواختی از روغن که یک صفحه شیشه‌ای را پوشانده است می‌تابد. طول موج چشمه را می‌توان به طور پیوسته تغییر داد. تداخل کاملاً ویرانگر در نور بازتابیده در طول موجهای 500 nm و 700 nm مشاهده می‌شود ولی بین آنها طول موجی وجود ندارد. اگر ضریب شکستهای روغن و شیشه به ترتیب $1/35$ و $1/50$ باشد، ضخامت لایه روغن را پیدا کنید.

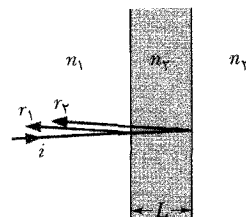
۵۷۰۰ تا ۶۸- عبور از لایه‌های نازک. در شکل ۳۵-۴۴، نور به طور عمود بر لایه نازکی از ماده ۲ که بین ماده (ضخیم) ۱ و ۲ قرار دارد می‌تابد. (برای روشنی پرتوها اندکی انحراف داده شده‌اند.) بخشی از نور به صورت پرتو r_1 (نور نمی‌تواند در داخل بازتاب داشته باشد) و پرتو r_2 (نور در ماده ۲ دو بار بازتاب دارد) وارد ماده ۳ می‌شود. موجهای مربوط به r_1 و r_2 تداخل می‌کنند، و نوعی از تداخل را در نظر می‌گیریم که بیشینه (max) یا کمینه (min) باشد. برای این وضعیت، هر یک از مسئله‌های جدول ۳۵-۳ به ضریب شکستهای n_1 ، n_2 و n_3 ، نوع تداخل، ضخامت لایه نازک L برحسب نانومتر و طول موج λ برحسب نانومتر که در هوا اندازه‌گیری می‌شود اشاره دارد. کدام طول موج λ در گستره مرئی محو می‌شود؟ کمترین ضخامت دوم یا سوم L که طول موج محو می‌شود کدام است؟ SSM ۶۳ و ۶۱ GO



شکل ۳۵-۴۴ مسئله‌های ۵۷ تا ۶۸

۴۰۰۰- یک لایه نازک از استون ($n = 1/25$) صفحه شیشه‌ای ضخیمی را ($n = 1/50$) پوشانده است. نور سفید به طور عمود بر لایه می‌تابد. در بازتاب طول موج 600 nm در تداخل کاملاً ویرانگر و طول موج 700 nm در تداخل کاملاً سازنده است. ضخامت لایه استون را محاسبه کنید.

۴۱۰۰ تا ۵۲- بازتاب توسط لایه‌های نازک. در شکل ۳۵-۴۳، نور به طور عمود بر لایه نازک ماده ۲ که بین ماده‌های (ضخیم) ۱ و ۲ قرار گرفته است می‌تابد. (برای روشنی پرتوها اندکی کج نشان داده شده‌اند.) موجهای مربوط به پرتوهای r_1 و r_2 تداخل می‌کنند، و در اینجا نوعی از تداخل را در نظر می‌گیریم که یا بیشینه (max) یا کمینه (min) باشد. برای این موقعیت، هر مسئله در جدول ۳۵-۲ به ضریبهای شکست n_1 ، n_2 و n_3 ، نوع تداخل، ضخامت لایه نازک L برحسب نانومتر و طول موج λ نور برحسب نانومتر در هوا اشاره دارد. کدام طول موج λ در گستره مرئی محو می‌شود؟ برای دومین ضخامت کم یا سومین ضخامت کم L به گونه‌ای که نشان داده شده است، کدام طول موج محو می‌شود؟ ۴۱، ۴۳، ۴۷، ۵۱



شکل ۳۵-۴۳ مسئله‌های ۴۱ تا ۵۲

جدول ۳۵-۲

مسئله‌های ۴۱ تا ۵۲: شکست توسط لایه‌های نازک. برای حل مسئله‌ها به جدول نگاه کنید.

λ	L	نوع	n_1	n_2	n_3
	۳۸۰	min	۱/۵۰	۱/۳۴	۱/۴۲
	۳۲۵	max	۱/۳۲	۱/۷۵	۱/۳۹
۶۱۲	سوم	max	۱/۵۵	۱/۶۰	۱/۳۳
	۲۸۵	max	۱/۵۵	۱/۶۰	۱/۳۳
	۲۰۰	min	۱/۶۰	۱/۴۰	۱/۸۰
۴۸۲	دوم	min	۱/۴۰	۱/۴۶	۱/۷۵
	۲۱۰	min	۱/۴۰	۱/۴۶	۱/۷۵
۵۸۷	دوم	max	۱/۵۰	۱/۳۴	۱/۴۲
۳۴۲	دوم	min	۱/۶۸	۱/۵۹	۱/۵۰
	۴۱۵	min	۱/۶۸	۱/۵۹	۱/۵۰
	۳۸۲	سوم	۱/۳۲	۱/۷۵	۱/۳۹
۶۳۲	دوم	max	۱/۶۰	۱/۴۰	۱/۸۰

۵۳۰۰- فرسودگی مخزنی باعث نشت نفت ($n = 1/20$) به داخل آب خلیج فارس می‌شود که لکه‌ای را روی آب ($n = 1/30$) ایجاد می‌کند. (الف) اگر وقتی خورشید در بالای

جدول ۳-۳۵

مسئله‌های ۵۷ تا ۶۸: عبور از لایه‌های نازک. برای حل مسئله‌ها به جدول نگاه کنید.

λ	L	نوع	n_1	n_2	n_3
۵۸۷	دوم	min	۱/۵۰	۱/۳۴	۱/۴۲
۳۴۲	دوم	max	۱/۶۸	۱/۵۹	۱/۵۰
۴۸۲	دوم	max	۱/۴۰	۱/۴۶	۱/۷۵
۳۸۲	سوم	min	۱/۳۲	۱/۷۵	۱/۳۹
۶۳۲	دوم	min	۱/۶۰	۱/۴۰	۱/۸۰
۶۱۲	سوم	min	۱/۵۵	۱/۶۰	۱/۳۳
۴۱۵		max	۱/۶۸	۱/۵۹	۱/۵۰
۳۸۰		max	۱/۵۰	۱/۳۴	۱/۴۲
۳۲۵		min	۱/۳۲	۱/۷۵	۱/۳۹
۲۱۰		max	۱/۴۰	۱/۴۶	۱/۷۵
۲۸۵		min	۱/۵۵	۱/۶۰	۱/۳۳
۲۰۰		max	۱/۶۰	۱/۴۰	۱/۸۰

۷۱۰۰- در شکل ۳۵-۴۶ نور گسترده‌ای با طول موج 683 nm به طور مستقیم رو به پایین بر صفحه بالایی یک جفت صفحه شیشه‌ای می‌تابد. طول صفحه‌ها 120 mm است و در انتهای سمت چپ به هم وصل شده‌اند و در سمت راست $48/0\text{ }\mu\text{m}$ از هم فاصله دارند. هوای بین این صفحه‌ها به عنوان یک لایه نازک عمل می‌کند. توسط ناظری که رو به پایین نگاه می‌کند چند فریز روشن دیده می‌شود؟ SSM

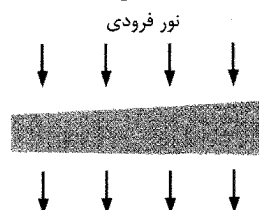
۷۲۰۰- در شکل ۳۵-۴۶، نور گسترده‌ای با طول موج 620 nm به طور مستقیم رو به پایین از صفحه بالایی جفت صفحه شیشه‌ای که در سمت چپ به هم چسبیده‌اند می‌تابد. هوای بین صفحه‌ها به عنوان یک لایه نازک عمل می‌کند و نقش تداخلی از بالای صفحه‌ها دیده می‌شود. در آغاز، یک فریز تاریک در انتهای چپ، یک فریز روشن در انتهای راست و نه فریز تاریک بین دو فریز انتهایی قرار دارند. سپس صفحه‌ها بتدریج با آهنگ یکسان به یکدیگر نزدیک و زاویه بین آنها کم می‌شود. در نتیجه، فریز سمت راست در هر $15/0\text{ s}$ بین فریز روشن و فریز تاریک تغییر می‌کند. (الف) با چه آهنگی فاصله بین صفحه‌ها در سمت راست تغییر می‌کند؟ (ب) وقتی در دو انتهای چپ و راست یک فریز تاریک و پنج فریز تاریک بین آنها قرار دارد، فاصله بین آنها چقدر تغییر می‌کند؟

۷۳۰۰- در شکل ۳۵-۴۶ دو شیشه از یک طرف به هم وصل‌اند و در طرف دیگر از یکدیگر فاصله دارند. هرگاه نور با طول موج 500 nm به طور عمود بر شیشه‌ها بتابد، ناظر نقش تداخلی را روی شیشه‌ها می‌بیند که فاصله فریزهای تاریک آن $1/2\text{ mm}$ است. زاویه بین شیشه‌ها چقدر است؟

۷۴۰۰- در شکل ۳۵-۴۶، نور گسترده تکفامی به طور عمود بر دو صفحه شیشه‌ای که در یک انتها روی هم قرار دارند و گوه‌ای از هوا را ایجاد کرده‌اند می‌تابد. ناظری که به نور بازتابیده از گوه هوا، که به صورت یک لایه نازک عمل می‌کند، نگاه می‌کند 4001 فریز تاریک در طول گوه می‌بیند. هرگاه هوای بین صفحه‌ها تخلیه شود، فقط 4000 فریز تاریک دیده می‌شود. تا شش رقم با معنی ضریب شکست هوا را از اطلاعات داده شده به دست آورید.

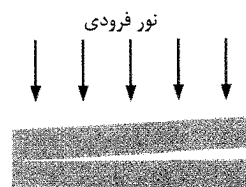
۷۵۰۰- شکل ۳۵-۴۷ الف یک عدسی با شعاع R را نشان می‌دهد که روی یک صفحه شیشه‌ای تخت قرار دارد و توسط نور از بالای آن با طول موج λ روشن شده است. شکل ۳۵-۴۷ ب (عکس از بالای عدسی گرفته شده است) نشان می‌دهد که فریزهای تداخلی دایره‌ای شکل (به نام حلقه‌های نیوتون) مربوط به ضخامت متغیر d لایه هوای بین عدسی و صفحه، تشکیل می‌شود. شعاعهای r بیشینه‌های تداخل را با فرض $r/R \ll 1$ پیدا کنید. ILW SSM

۶۹۰۰- در شکل ۳۵-۴۵ نور گسترده‌ای با طول موج 630 nm با زاویه 90° بر یک لایه نازک گوه‌ای شکل با ضریب شکست $1/50$ می‌تابد. شخصی که نور عبور کرده از لایه را نگاه می‌کند ۱۰ فریز روشن و ۹ فریز تاریک در طول لایه می‌بیند. در این طول ضخامت لایه چقدر تغییر می‌کند؟ ۶۵

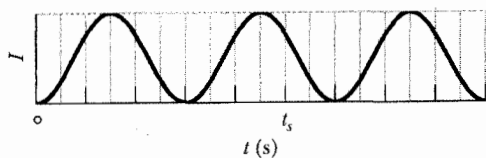


شکل ۳۵-۴۵ مسئله ۶۹

۷۰۰۰- دو صفحه شیشه‌ای مستطیل شکل ($n=1/60$) در طول یکی از ضلعها به هم وصل‌اند و در طرف دیگر از یکدیگر فاصله دارند (شکل ۳۵-۴۶). نوری با طول موج 600 nm به طور عمود بر صفحه بالایی می‌تابد. هوای بین صفحه‌ها به صورت یک لایه نازک عمل می‌کند. نه فریز تاریک و هشت فریز روشن از بالای صفحه دیده می‌شود. اگر فاصله بین دو صفحه در قسمت ضلعهای فاصله‌دار به 600 nm برسد، چند فریز تاریک در طول صفحه بالایی دیده می‌شود؟



شکل ۳۵-۴۶ مسئله‌های ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۱۰۶، ۱۰۷ و ۱۱۳



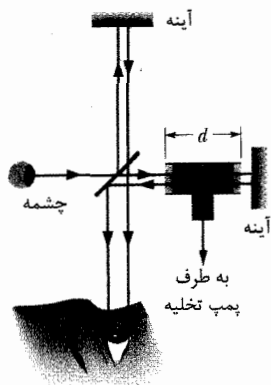
شکل ۳۵-۴۸ مسئله ۷۸

بخش ۳۵-۸ تداخل سنج مایکلسون

۷۹•- اگر آینه M_2 در تداخل سنج مایکلسون (شکل ۳۵-۲۳) به اندازه 0.233 mm حرکت کند، ۷۹۲ فریز روشن به وجود می‌آید. طول موج نوری که نقش فریز را ایجاد می‌کند چقدر است؟ SSM

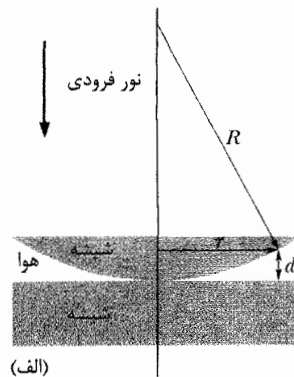
۸۰•- یک لایه نازک با ضریب شکست $n = 1/40$ در یکی از بازوهای تداخل سنج مایکلسون عمود بر راه نوری قرار داده شده است. اگر این موجب جابه‌جایی $7/0$ فریز روشن در نقش ایجاد شده توسط نور با طول موج 589 nm شود، ضخامت لایه چقدر است؟

۸۱•• در شکل ۳۵-۴۹، اتاقک هواپندی شده‌ای به طول $d = 5.0\text{ cm}$ در یک بازوی تداخل سنج مایکلسون قرار داده شده است. (ضخامت پنجره شیشه‌ای در دو انتهای اتاقک ناچیز است.) نور با طول موج $\lambda = 500\text{ nm}$ به کار رفته است. تخلیه هوا از اتاقک موجب جابه‌جایی ۶۰ فریز روشن می‌شود. از این اطلاعات ضریب شکست هوا در فشار اتمسفر را با ۶ رقم با معنی به دست آورید. WWW SSM

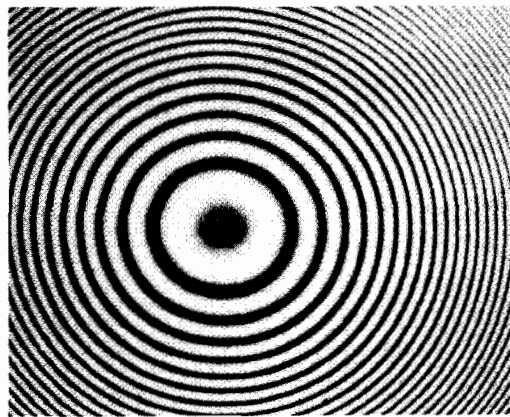


شکل ۳۵-۴۹ مسئله ۸۱

۸۲•• عنصر سدیم می‌تواند نور را در دو طول موج $\lambda_1 = 589.10\text{ nm}$ و $\lambda_2 = 589.59\text{ nm}$ گسیل کند. نور سدیم در تداخل سنج مایکلسون مورد استفاده قرار می‌گیرد (شکل ۳۵-۲۳). اگر جابه‌جایی در نقش فریز برای یک طول موج $1/00$ فریز بیشتر از جابه‌جایی در نقش فریز برای طول موج دیگر باشد، آینه M_2 چقدر باید حرکت داده شود؟



(الف)



(ب)

شکل ۳۵-۴۷ مسئله‌های ۷۵ و ۷۷

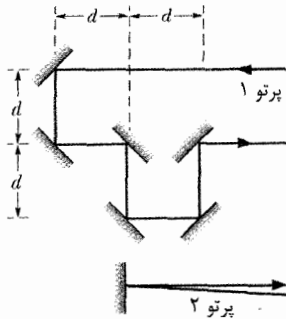
۷۶•• در آزمایش حلقه‌های نیوتون (به مسئله ۷۵ نگاه کنید) شعاع انحنای R عدسی برابر با 5.0 m و قطر عدسی 20 mm است. (الف) چند حلقه روشن ایجاد شده است؟ فرض کنید که $\lambda = 589\text{ nm}$ است. (ب) اگر این آرایش در آب ($n = 1/33$) فرو برده شود، چند حلقه روشن ایجاد می‌شود؟

۷۷•• دستگاه حلقه‌های نیوتون برای تعیین شعاع انحنای یک عدسی به کار برده می‌شود. (به شکل ۳۵-۴۷ و مسئله ۷۵ نگاه کنید.) شعاعهای n ام و $(n+20)$ ام حلقه روشن در نور با طول موج 546 nm اندازه‌گیری شده و به ترتیب 0.162 cm و 0.368 cm به دست آمده است. شعاع سطح پایین عدسی را محاسبه کنید.

۷۸••• لایه نازکی از مایع در یک حلقه دایره‌ای افقی که در دو طرف آن هوا قرار دارد نگهداشته شده است. باریکه‌ای از نور با طول موج 550 nm در جهت عمود بر لایه می‌تابد و شدت I نور بازتابیده را در نظر می‌گیریم. شکل ۳۵-۴۸ شدت I را برحسب تابعی از زمان t به دست می‌دهد. مقیاس افقی با $t_s = 20/0\text{ s}$ مشخص شده است. به علت تبخیر از دو طرف لایه شدت تغییر می‌کند. فرض کنید که لایه تخت است و ضلعهایی موازی به شعاع $1/80\text{ cm}$ دارد و ضریب شکست $1/40$ است. هم‌چنین فرض کنید که حجم لایه با آهنگ ثابتی کاهش می‌یابد. این آهنگ را پیدا کنید.

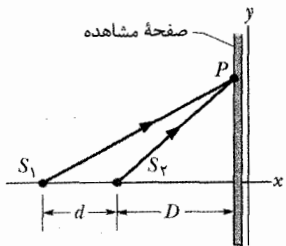
مسئله‌های اضافی

(از انحراف اندک پرتو ۲ چشم‌پوشی کنید.) (ب) با فرض اینکه تمام وسیله در یک محلول پروتئینی با ضریب شکست $1/38$ فرو برده شود، مسئله را تکرار کنید.



شکل ۳۵-۵۲ مسئله ۸۵

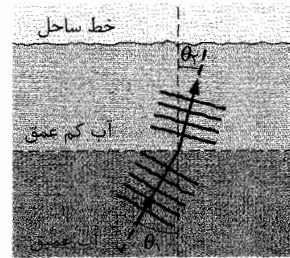
۸۶- در شکل ۳۵-۵۳ دو چشمه همسانگرد نقطه‌ای S_1 و S_2 ، با طول موج λ و دامنه یکسان نوری همفاز گسیل می‌کنند. فاصله این چشمه‌ها روی محور x برابر با $d = 6/0 \lambda$ است. فاصله صفحه مشاهده تا S_2 برابر $D = 20/0 \lambda$ است و موازی با محور y قرار دارد. شکل دو پرتوی را نشان می‌دهد که به نقطه P با ارتفاع y_P به صفحه می‌رسند. (الف) در چه مقدار y_P اختلاف فاز پرتوها کمینه خواهد بود؟ (ب) چه مضربی از λ اختلاف فاز کمینه را به دست می‌دهد؟ (پ) در چه مقدار y_P اختلاف فاز پرتوها بیشینه خواهد بود؟ چه مضربی از λ (ت) اختلاف فاز بیشینه و (ث) اختلاف فاز را در موقعی که $y_P = d$ است به دست می‌دهد؟ (ج) وقتی $y_d = d$ باشد، آیا شدت برآیند در نقطه P بیشینه است یا کمینه، یا میانه ولی نزدیک به بیشینه یا میانه ولی نزدیک به کمینه؟



شکل ۳۵-۵۳ مسئله ۸۶

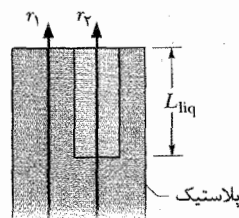
۸۷- در شکل ۳۵-۵۴، یک فرستنده میکروموج در ارتفاع a بالاتر از سطح آب یک دریاچه بزرگ، میکروموجهایی با طول موج λ را به طرف گیرنده‌ای واقع در ساحل مقابل در فاصله x بالای سطح آب ارسال می‌کند. میکروموجهای بازتابیده از سطح آب با میکروموجهایی که مستقیماً از فرستنده می‌رسند تداخل می‌کنند. با فرض اینکه پهنای D دریاچه از a و x خیلی بزرگتر و $\lambda \geq a$ است، عبارتی را پیدا کنید که مقدارهای x سیگنالی به دست دهد که در گیرنده بیشینه است. (راهنمایی: آیا بازتاب موجب تغییر فاز می‌شود؟) SSM

۸۳- همانطور که از بالای شکل ۳۵-۵۰ دیده می‌شود، موجهای اقیانوس با تندی $4/0 \text{ m/s}$ با زاویه $\theta_1 = 30^\circ$ نسبت به عمود به ساحل نزدیک می‌شوند. فرض کنید که عمق آب در فاصله معینی از ساحل به طور ناگهانی تغییر و تندی موج به $3/0 \text{ m/s}$ افت کند. (الف) در نزدیکی ساحل، زاویه θ_2 بین امتداد حرکت موج و عمود چقدر است؟ (فرض کنید که همان قانون شکست نور برقرار است.) (ب) توضیح دهید که چرا بیشتر موجها عمود بر ساحل حرکت می‌کنند حتی اگر در فاصله‌های بیشتر با زاویه‌های مختلفی حرکت کرده باشند؟

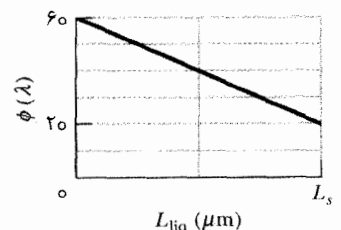


شکل ۳۵-۵۰ مسئله ۸۳

۸۴- شکل ۳۵-۵۲ الف دو پرتو نوری با طول موج 400 nm در هوا را نشان می‌دهد که در آغاز وقتی از یک قطعه پلاستیکی به طرف بالا حرکت می‌کنند، همفازند. پرتو r_1 به طور مستقیم به هوا وارد می‌شود. ولی، پیش از اینکه پرتو r_2 وارد هوا شود، از مایعی واقع در یک استوانه توخالی در پلاستیک می‌گذرد. در آغاز L_{liq} ارتفاع مایع برابر با $40/0 \mu\text{m}$ است، ولی سپس مایع شروع به تبخیر می‌کند. فرض کنید ϕ اختلاف فاز بین پرتوهای r_1 و r_2 موقع وارد شدن به هوا باشد. شکل ۳۵-۵۱ ب ϕ را برحسب ارتفاع مایع L_{liq} تا ناپدید شدن نشان می‌دهد که ϕ برحسب طول موج و محور افقی با $L_s = 40/0 \mu\text{m}$ مشخص شده است. (الف) ضریب شکست پلاستیک و (ب) ضریب شکست مایع چقدر است؟



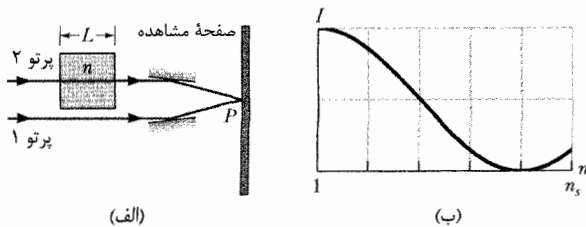
(الف)



(ب)

شکل ۳۵-۵۱ مسئله ۸۴

۸۵- دو پرتو نوری، در آغاز همفازند و با طول موج 500 nm ، با بازتاب از آینه‌های مختلف نشان داده شده در شکل ۳۵-۵۲، مسیرهای مختلفی را طی می‌کنند. (چنین بازتابی تغییر فاز ایجاد نمی‌کند.) (الف) کمترین مقدار فاصله d باید چقدر باشد تا پرتوها موقع خروج از آن ناحیه دقیقاً در فاز مقابل قرار گیرند؟



شکل ۳۵-۵۶ مسئله‌های ۹۰ و ۹۷

۹۱- در نمودار بردار فاز موجها در نقطه‌ای روی صفحه مشاهده آزمایش دو شکاف در شکل ۳۵-۱۰، در مدت $2/50 \times 10^{-16}$ s فازنمای موج برآیند 60° می‌چرخد. طول موج نور چقدر است؟

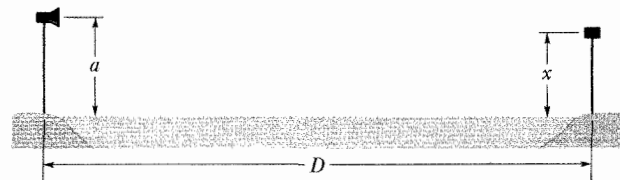
۹۲- نور با طول موج 700 nm در امتداد مسیری به طول 2000 nm فرستاده می‌شود. این مسیر با ماده‌ای با ضریب شکست $1/400$ پر می‌شود. این ماده برحسب درجه چقدر تغییر فاز در نور ایجاد می‌کند؟ (الف) تغییر کامل و (ب) تغییر معادلی را که مقدار آن کمتر از 360° باشد ارائه دهید.

۹۳- دو شکاف موازی با نور تکفام با طول موج 500 nm روشن می‌شود. یک نقش تداخلی روی صفحه مشاهده در فاصله‌ای از شکافها تشکیل می‌شود، و نوار تاریک چهارم در فاصله $1/68 \text{ cm}$ از نوار روشن مرکزی روی صفحه واقع است. (الف) اختلاف راه مربوط به نوار تاریک چهارم چقدر است؟ (ب) روی صفحه مشاهده فاصله بین نوار روشن مرکزی و نوار روشن اول در هر طرف نوار مرکزی چقدر است؟ (راهنمایی: زاویه نوار چهارم تاریک و زاویه نوار روشن اول به اندازه‌ای کوچک‌اند که $\tan \theta \approx \sin \theta$) SSM

۹۴- در دو آزمایش، نور با بازتاب از سطوحی تخت مختلف در امتداد دو مسیر نشان داده شده در شکل ۳۵-۳۵ فرستاده می‌شوند. در آزمایش اول، پرتوهای ۱ و ۲ در آغاز همفازند و طول موج آنها 620 nm است. در آزمایش دوم، پرتوهای ۱ و ۲ در آغاز همفازند و طول موج آنها 496 nm است. کمترین فاصله L باید چقدر باشد تا موجهای 620 nm موقع خروج دقیقاً همفاز و موجهای 496 nm موقع خروج دقیقاً ناهمفاز باشند؟

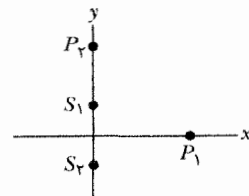
۹۵- فاصله شکافهای یک آرایش دو شکافی را پیدا کنید که فریزهای تداخلی به فاصله $0/18 \text{ rad}$ از یکدیگر روی صفحه‌ای دور و با نور با طول موج 589 nm ایجاد می‌کنند.

۹۶- لایه نازکی با ضخامت $0/410 \text{ nm}$ در هوا معلق است و با نور سفیدی که به طور عمود بر آن می‌تابد روشن شده است. ضریب شکست لایه $1/50$ است. در چه طول موجی نور مرئی که از دو سطح لایه بازتابیده می‌شود تداخل کاملاً سازنده پیدا می‌کند؟



شکل ۳۵-۵۴ مسئله ۸۷

۸۸- در شکل ۳۵-۵۵ دو چشمه همسانگرد نقطه‌ای S_1 و S_2 نوری با طول موج $\lambda = 400 \text{ nm}$ گسیل می‌کنند. چشمه S_1 در $y = 640 \text{ nm}$ و چشمه S_2 در $y = -640 \text{ nm}$ قرار دارند. موجی از S_2 جلوتر از موجی از S_1 با اختلاف فاز $0/600\pi \text{ rad}$ به نقطه P (در $x = 720 \text{ nm}$) می‌رسد. (الف) چه مضربی از λ اختلاف فاز بین موجهای حاصل از دو چشمه را وقتی که موجها به نقطه P که در $y = 720 \text{ nm}$ واقع است می‌رسند به دست می‌دهد؟ (شکل در مقیاس معینی ترسیم نشده است) (ب) اگر موجها با دامنه‌های مساوی به P برسند، آیا تداخل کاملاً سازنده، کاملاً ویرانگر، میانه ولی به کاملاً سازنده نزدیکتر یا میانه ولی به کاملاً ویرانگر نزدیکتر است؟



شکل ۳۵-۵۵ مسئله ۸۸

۸۹- یک آرایش دو شکاف فریزهای تداخلی برای نور سدیم (با طول موج 589 nm) ایجاد می‌کند که فاصله زاویه‌ای آنها در نزدیکی مرکز نقش $0/30^\circ$ است. اگر کل آرایش در آب فرو برده شود که ضریب شکست آن $1/33$ است، فاصله زاویه‌ای فریزها چقدر خواهد بود؟ SSM

۹۰- در شکل ۳۵-۵۶، موجها در امتداد پرتوهای ۱ و ۲ با طول موج λ در هوا، در آغاز همفازند. پرتو P_1 از ماده‌ای به طول L و ضریب شکست n می‌گذرد. سپس پرتوها توسط آینه‌هایی به نقطه مشترک P روی صفحه‌ای بازتابیده می‌شوند. فرض کنید که n بتواند از $n = 1/5$ تا $n = 2/5$ تغییر کند. هم‌چنین فرض کنید از $n = 1/5$ تا $n = 1/5$ شدت I نور در نقطه P مانند شکل ۳۵-۵۶ ب با n تغییر کند. در چه مقدارهایی از n بزرگتر $1/4$ شدت I (الف) بیشینه و (ب) صفر است؟ (پ) چه مضربی از λ اختلاف فاز بین پرتوها در نقطه P را وقتی $n = 2/5$ باشد به دست می‌دهد؟

۱۰۳- نوری با طول موج λ در یک تداخل سنج مایکلسون به کار رفته است. مکان آینه متحرک را در نظر می گیریم، وقتی بازوها طولهای مساوی $d_1 = d_2$ دارند، $x=0$ است. عبارتی برای شدت نور مشاهده شده بر حسب تابعی از x بنویسید، I_m را شدت بیشینه در نظر بگیرید. SSM

۱۰۴- ورقه‌ای از شیشه با ضریب شکست $1/40$ با لایه‌ای از ماده با ضریب شکست $1/55$ پوشانده شده است تا اینکه نور سبز با طول موج 525 nm (در هوا) ترجیحاً با تداخل سازنده عبور کند. (الف) ضخامت کمینه لایه‌ای که این نتیجه را به دست دهد چقدر است؟ (ب) چرا قسمتهای دیگر طیف مرئی عبور نمی کنند؟ (پ) آیا عبور رنگهای دیگری شدیداً کاهش می یابد؟ اگر چنین است، کدام رنگها؟

۱۰۵- یکی از شکافهای آرایش دو شکاف با تیغه شیشه‌ای نازکی با ضریب شکست $1/4$ و شکاف دیگر با تیغه شیشه‌ای با ضریب شکست $1/7$ پوشانده شده است. نقطه روی صفحه مشاهده که پیش از قراردادن تیغه شیشه‌ای بیشینه مرکزی بود اکنون با فریز روشن $m=5$ اشغال شده است. با فرض اینکه $\lambda = 480\text{ nm}$ و ضخامت تیغهها t است t را پیدا کنید.

۱۰۶- در شکل ۳۵-۴۶، دو تیغه شیشه‌ای در یک انتها به یکدیگر وصل‌اند و گوه‌ای از هوا تشکیل می‌دهند که به عنوان یک لایه نازک عمل می‌کند. نور گسترده‌ای با طول موج 480 nm به طور مستقیم عمود بر تیغه اول می‌تابد. ناظری نور بازتابیده از تیغه‌ها را روی به صورت یک نقش تداخلی که ناشی از گوه هواست، می‌بیند. در فریز روشن شانزدهم، گوه چقدر از فریز روشن ششم، با شمارش از جایی که تیغه‌ها به هم تماس دارند، ضخیم‌تر است؟

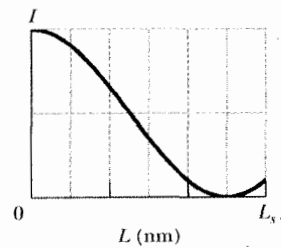
۱۰۷- نور گسترده‌ای با طول موج 600 nm به طور مستقیم به طرف پایین به تیغه شیشه‌ای ($n=1/50$) در شکل ۳۵-۴۶ فرستاده می‌شود. این تیغه و تیغه پلاستیکی ($n=1/20$) گوه نازکی از هوا تشکیل می‌دهند که به صورت یک لایه نازک عمل می‌کند. ناظری که از تیغه بالایی رو به پایین نگاه می‌کند نقش تداخلی نشان داده شده در شکل ۳۵-۵۸ را می‌بیند که در دو طرف انتهایی فریزهای تاریک قرار دارند. (الف) ضخامت گوه در سمت راست چقدر است؟ (ب) اگر به جای هوای بین تیغه‌های گوه آب ($n=1/33$) قرار داده شود، از نظر ناظر چند فریز تاریک جابه‌جا می‌شود؟



شکل ۳۵-۵۸ مسئله ۱۰۷

۱۰۸- نور سدیم ($\lambda = 589\text{ nm}$) دو شکاف به فاصله $d = 2/0\text{ mm}$ را روشن می‌کند. فاصله شکاف تا صفحه مشاهده $D = 4/0\text{ mm}$ است. درصد خطای ایجاد شده بر اثر استفاده از

۹۷- در شکل ۳۵-۵۶، الف، موجهایی که در امتداد پرتوهای r_1 و r_2 هستند در آغاز با طول موج یکسان λ در هوا، همفازند. پرتو ۲ از ماده‌ای به طول L و ضریب شکست n می‌گذرد. سپس پرتوها توسط آینه‌هایی به نقطه مشترک P روی یک صفحه بازتاب می‌کنند. فرض کنید که L بتواند از ۰ تا 2400 nm تغییر کند. هم چنین فرض کنید که از $L=0$ تا $L_s = 900\text{ nm}$ ، شدت I نور در نقطه P بر حسب L به صورت شکل ۳۵-۵۷ تغییر می‌کند. در چه مقدارهایی از L بزرگتر از 900 nm شدت I (الف) بیشینه و (ب) صفر است؟ (پ) چه مضربی از λ اختلاف فاز بین پرتوها را در نقطه P در وقتی که $L = 1200\text{ nm}$ باشد به دست می‌دهد؟ SSM



شکل ۳۵-۵۷ مسئله ۹۷

۹۸- عدسی یک دوربین عکاسی با ضریب شکست بزرگتر از $1/30$ با لایه شفاف نازکی با ضریب شکست $1/25$ پوشش داده شده است تا با تداخل، بازتاب نور در طول موج λ که به طور عمود بر عدسی می‌تابد حذف شود. چه مضربی از λ کمینه ضخامت لایه مورد نیاز را به دست می‌دهد؟

۹۹- اگر فاصله بین کمینه‌های اول و دهم یک نقش تداخلی در دو شکاف $18/0\text{ mm}$ و فاصله شکافها از یکدیگر $0/15\text{ mm}$ و از صفحه مشاهده $50/0\text{ cm}$ باشد، طول موج نور به کار رفته چقدر است؟ SSM

۱۰۰- تندی نور با طول موج 550 nm در کوآرتز چقدر است؟ (به شکل ۲۹-۱۸، جلد دوم نگاه کنید.)

۱۰۱- در مسئله نمونه ۳۵-۶ فرض کنید که پوشش دادن، بازتاب نور با طول موج 550 nm را در تابش عمود از بین می‌برد. چه درصدی از بازتاب با پوشش دادن در (الف) 450 nm و (ب) 650 nm از بین می‌رود؟

۱۰۲- نور لیزر با طول موج $632/8\text{ nm}$ از آرایش دو شکاف که در جلوی یک کلاس درس قرار دارد عبور می‌کند، سپس از آینه واقع در فاصله $20/0\text{ cm}$ در عقب کلاس بازتابیده شده و روی صفحه‌ای در جلوی کلاس نقش تداخلی تشکیل می‌دهد. فاصله بین فریزهای روشن مجاور $10/0\text{ cm}$ است. (الف) فاصله شکافها چقدر است؟ (ب) وقتی استاد ورقه سلوفان نازکی را روی یک شکاف قرار دهد و به این وسیله $2/5$ طول موج طول مسیری را که از سلوفان می‌گذرد افزایش دهد، مرکز نقش در کجا قرار می‌گیرد؟

فاصله آنها 580nm است. نوری با طول موج 580nm (در هوا) بر مجموعه می تابد و ناظری نور برگشته به طرف بالا را می بیند. (الف) در انتهای چپ و (ب) در انتهای راست نوار تاریک است یا روشن؟ (پ) چند نوار تاریک در طول صفحه ها وجود دارد؟

۱۱۴- لایه نازکی ($n=1/25$) روی یک تیغه شیشه ای ($n=1/40$) نشانده شده و با نور با طول موج 550nm (اندازه گیری شده در هوا) روشن می شود. نور بر صفحه عمود است. کمینه (غیر صفر) ضخامت لایه ای که (الف) بیشینه عبور و (ب) بیشینه بازتاب را به نور می دهد چقدر است؟

۱۱۵- یک باریکه نوری با طول موج 600nm در هوا از لایه ۱ ($n_1=1/2$) با ضخامت $1/5\mu\text{m}$ ، سپس از لایه ۲ (هوا) با ضخامت $1/5\mu\text{m}$ و سرانجام از لایه ۳ ($n_3=1/8$) با ضخامت $1/5\mu\text{m}$ می گذرد. باریکه به طور عمود بر سطحهای لایه، که موازی با یکدیگرند می تابد: (الف) کدام لایه نور را در کمترین زمان عبور می دهد و (ب) این کمترین زمان چقدر است؟ (پ) تعداد کل طول موجها (در هر لحظه) که از هر سه لایه عبور می کنند چقدر است؟

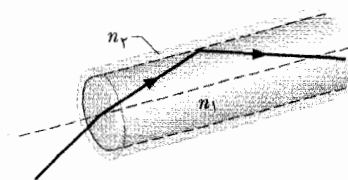
۱۱۶- دو پرتو نوری که در آغاز هم فاز و دارای طول موج $\lambda = 600 \times 10^{-9}\text{m}$ هستند، از لایه های پلاستیکی مختلف با ضخامت یکسان $700 \times 10^{-6}\text{m}$ می گذرند. ضریب شکست برای یک لایه $1/65$ و برای لایه دیگر $1/49$ است. (الف) کمترین مضرب λ که اختلاف فاز بین پرتوها را به هنگام خروج به دست می دهد چقدر است؟ (ب) اگر سپس این دو پرتو با دامنه یکسان به نقطه مشترکی برسند، آیا تداخل به تاریکی کامل، روشنایی بیشینه، روشنایی میانه ولی نزدیک به روشنایی کامل، یا روشنایی میانه ولی نزدیک به روشنایی بیشینه می انجامد؟ اگر در عوض این دو پرتو در آغاز کاملاً ناهم فاز باشند، پاسخها به (پ) قسمت (الف)، و (ت) قسمت (ب) چه خواهد بود؟

۱۱۷- در آزمایش تداخل دو شکاف، فاصله شکافها $2/00\mu\text{m}$ ، طول موج نور 500nm و فاصله بین شکافها و صفحه مشاهده $4/00\text{m}$ است. (الف) زاویه بین فریز مرکزی و فریز سوم روشن چقدر است؟ اگر بسامد نور ۹۰٪ درصد کاهش یابد، (ب) آیا سومین فریز روشن به طرف مرکز نقش تداخلی حرکت می کند یا از مرکز نقش دور می شود و (پ) چقدر حرکت می کند؟

۱۱۸- یک موج تخت تکفام در هوا به طور عمود بر لایه نازک روغن که یک صفحه شیشه ای را پوشانده است می تابد. طول موج چشمه به طور پیوسته می تواند تغییر کند. برای طول موجهای 500nm و 700nm در نور بازتابیده تداخل کاملاً ویرانگر تشکیل می شود و در بین آنها هیچ طول موجی وجود ندارد. ضریب شکست شیشه $1/50$ است. نشان دهید که ضریب شکست روغن باید کمتر از $1/50$ باشد.

معادله ۳۵-۱۴ برای قرار گرفتن فریز روشن $m=10$ روی صفحه به جای استفاده از اختلاف راه دقیق چقدر است؟

۱۰۹- شکل ۳۵-۵۹ یک تار نوری را نشان می دهد که مغز پلاستیکی در مرکز آن با ضریب شکست $n_1=1/58$ با یک پوشش پلاستیکی با ضریب شکست $n_2=1/53$ احاطه شده است. نور در امتداد مسیرهای مختلفی در داخل مغز مرکزی می تواند حرکت کند که منجر به زمانهای پیمایش مختلفی در تار می شود. این در آغاز موجب می شود که یک تپ کوتاه نور به هنگام عبور در امتداد تار پراکنده شود که به اتلاف اطلاعات می انجامد. نوری را در نظر بگیرید که به طور مستقیم در امتداد محور مرکزی تار حرکت می کند و نوری که مکرر با زاویه حد در سطح جدایی مغز- غلاف بازتابیده می شود به هنگام حرکت در مغز مرکزی از طرفی به طرف دیگر بازتاب می کند. اگر طول تار 300m باشد، اختلاف در زمانهای حرکت در طول این دو مسیر چقدر است؟



شکل ۳۵-۵۹ مسئله ۱۰۹

۱۱۰- وقتی الکترونی با تندی بیش از تندی نور در محیطی از آن محیط بگذرد، این الکترون انرژی الکترومغناطیسی تابش می کند (اثر چرنکوف). کمینه تندی که الکترون در مایعی با ضریب شکست $1/54$ باید داشته باشد تا بتواند تابش کند چقدر است؟

۱۱۱- چشمه های نقطه ای S_1 و S_2 در طول موج 400nm و دانه یکسان تابش می کنند. چشمه ها روی محور x به ترتیب در $x = 6/5\mu\text{m}$ و $x = -6/5\mu\text{m}$ واقع شده اند. (الف) در ناحیه بین تابش از S_1 و تابش از S_2 اختلاف فاز را (برحسب رادیان) تعیین کنید. (ب) فرض کنید تیغه ای از یک ماده شفاف با ضخامت $1/5\mu\text{m}$ و ضریب شکست $n=1/5$ بین $x=0$ و $x=1/5\mu\text{m}$ قرار داده می شود. در این صورت بین تابش از S_1 و تابش از S_2 اختلاف فاز در مبدأ (برحسب رادیان) چقدر است؟

۱۱۲- نوار تاریک دوم در یک نقش تداخلی دو شکاف $1/2\text{cm}$ از بیشینه مرکزی نقش فاصله دارد. فاصله دو شکاف برابر با 800 طول موج نور تکفام فرودی (به طور عمود) بر شکافها است. فاصله بین صفحه شکافها از صفحه مشاهده چقدر است؟

۱۱۳- در شکل ۳۵-۴۶ دو تیغه شیشه ای ($n=1/60$) گوه ای را تشکیل می دهند و فضای گوه با مایعی ($n=1/50$) پر می شود. در انتهای چپ دو تیغه به هم متصل اند و در انتهای راست

اختلاف فاز بین موجهای حاصل از S_1 و S_2 افزایش می‌یابد یا کاهش؟ (ت) - (س) جدول ۳۵-۴ را در مورد اختلاف فاز معین با تعیین نوع تداخل و مختصه x که تداخل رخ می‌دهد پر کنید.

جدول ۳۵-۴

مسئله ۱۲۲: قسمت‌های (ت) تا (س)

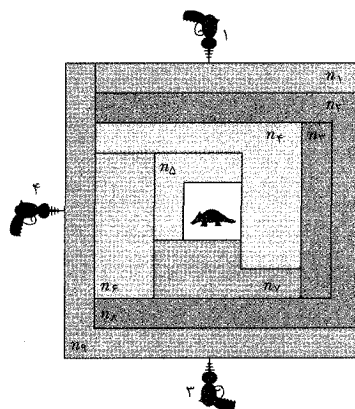
مکان x	نوع	اختلاف فاز
(ث)	(ت)	۰
(ج)	(ج)	0.500λ
(خ)	(ح)	1.00λ
(ذ)	(د)	1.50λ
(ز)	(ر)	2.00λ
(س)	(ژ)	2.50λ

۱۲۳- (الف) از نتیجه مسئله ۷۵ استفاده کنید و نشان دهید که در آزمایش حلقه‌های نیوتون، اختلاف در شعاع بین حلقه‌های روشن مجاور (بیشینه‌ها) با فرض $m \gg 1$ با رابطه

$$\Delta r = r_{m+1} - r_m \approx \frac{1}{2} \sqrt{\lambda R / m}$$

داده می‌شود. (ب) اکنون نشان دهید که مساحت بین حلقه‌های روشن مجاور با فرض $m \gg 1$ با $A = \pi \lambda R$ داده می‌شود. توجه کنید که این مساحت مستقل از m است.

۱۱۹- شکل ۳۵-۶۰ طرحی از یک بازی را نشان می‌دهد. چهار تفنگ لیزری به طرف مرکز آرایه‌ای از لایه‌های پلاستیکی که جانوری در وسط هدف است نشانه‌روی کرده‌اند. ضریب شکست لایه‌ها عبارت‌اند از $n_1 = 1.55$ ، $n_2 = 1.70$ ، $n_3 = 1.45$ ، $n_4 = 1.60$ ، $n_5 = 1.45$ ، $n_6 = 1.61$ ، $n_7 = 1.45$ ، $n_8 = 1.70$ و $n_9 = 1.59$. ضخامت لایه‌ها به ترتیب شکل 2.00 mm یا 4.00 mm است. زمان حرکت لیزر



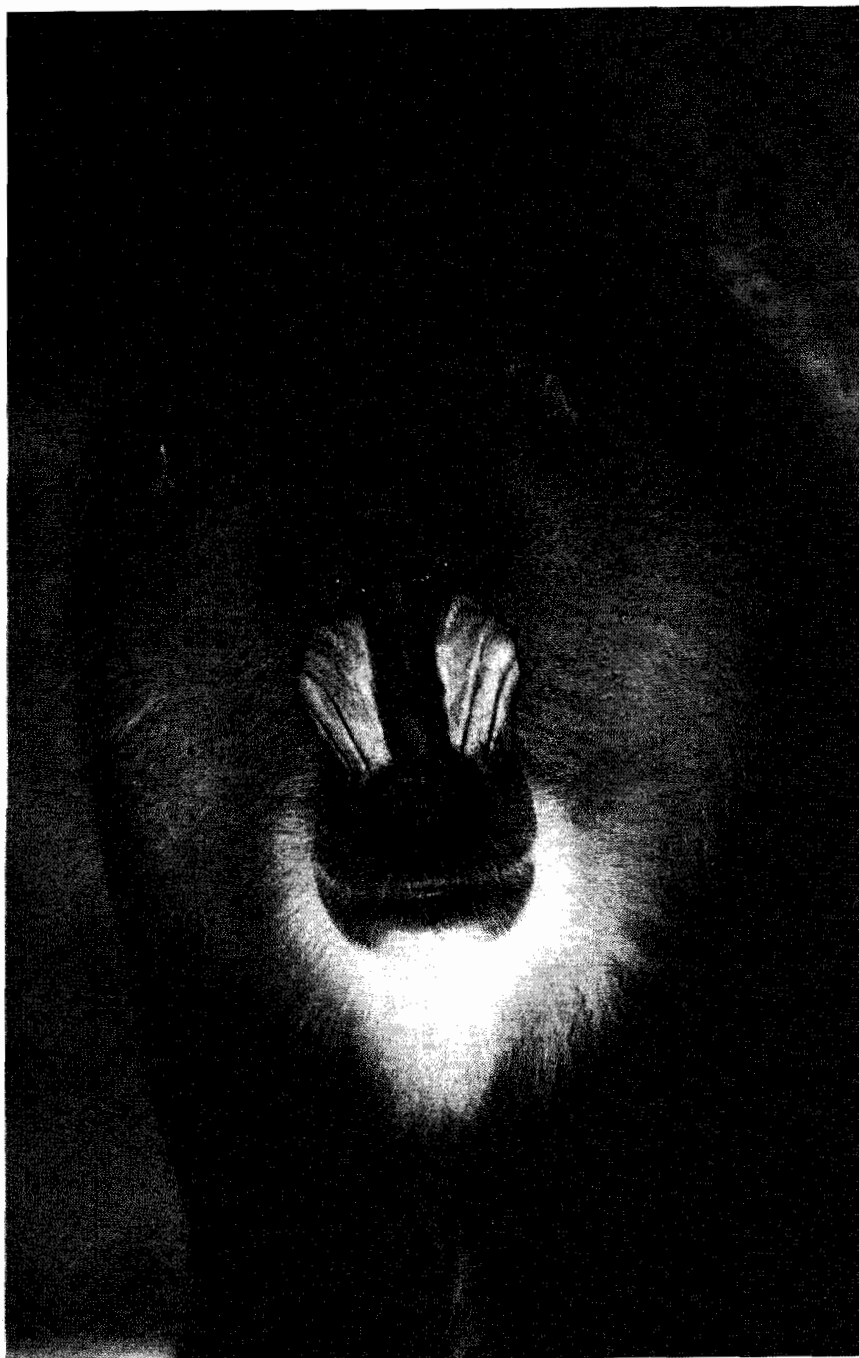
شکل ۳۵-۶۰ مسئله ۱۱۹

در لایه‌ها از (الف) تفنگ ۱، (ب) تفنگ ۲، (پ) تفنگ ۳ و (ت) تفنگ ۴ چقدر است؟ (ث) اگر تفنگها به طور همزمان شلیک کنند، کدام لیزر اول به هدف می‌خورد؟

۱۲۰- در شکل ۳۵-۱۰، زاویه θ بین دو پرتو 2.00° ، فاصله شکافها d برابر با $58.00\text{ }\mu\text{m}$ و طول موج λ برابر با 500.9 nm است. (الف) چه مضربی از λ اختلاف فاز دو پرتو را وقتی به نقطه مشترکی روی صفحه دوری می‌رسند، به دست می‌دهد؟ (ب) آیا تداخل به تاریکی کامل، روشنایی بیشینه، روشنایی میانه نزدیک به تاریکی کامل یا روشنایی میانه نزدیک به روشنایی بیشینه می‌انجامد؟

۱۲۱- شکافهایی با پهنای نامساوی برای ایجاد نقش تداخلی روی صفحه‌ای دور در آرایش دو شکاف به کار رفته‌اند. اگر فقط شکاف باریک ۱ روشن شود (شکاف پهنتر ۲ پوشیده باشد)، نوری که به مرکز نقش می‌رسد دارای دامنه E_0 و شدت I_0 است. اگر فقط شکاف ۲ روشن شود، دامنه نوری که به مرکز نقش می‌رسد $2E_0$ است. وقتی هر دو شکاف روشن شوند و نقش تداخلی دو شکاف روی صفحه تشکیل شود، شدت $I(\theta)$ در نقش برحسب تابعی از زاویه θ چقدر است؟ از معادله‌های ۳۵-۲۲ و ۳۵-۲۳ استفاده کنید.

۱۲۲- شکل ۳۵-۴۰ دو چشمه نقطه‌ای S_1 و S_2 را نشان می‌دهد که نوری با طول موج $\lambda = 500\text{ nm}$ و دامنه یکسان گسیل می‌کنند. این گسیلها همسانگرد و همفازند و فاصله بین چشمه‌ها $d = 2.00\text{ }\mu\text{m}$ است. در نقطه P روی محور x ، موج حاصل از S_1 و موج حاصل از S_2 تداخل می‌کنند. وقتی P در فاصله خیلی دوری ($x \approx \infty$) قرار دارد، (الف) اختلاف فاز بین موجهای حاصل از S_1 و S_2 و (ب) نوع تداخلی را که ایجاد می‌کنند (تقریباً سازنده کامل یا ویرانگر کامل) چگونه است؟ (پ) وقتی P در امتداد محور x به طرف S_1 حرکت کند، آیا



بسیاری از سطحها (مانند سطح پیراهن و شلوار) دارای رنگ هستند زیرا مولکولهای رنگی نور مرئی در طول موجهای معینی را جذب می‌کنند. بقیه نور را بازتاب می‌دهند. بعضی سطحها (مانند بالهای پروانه رنگ به رنگ شده) دارای رنگ هستند زیرا تداخل در لایه نازک طول موجهای معینی را حذف و بقیه نورها را بازتابیده می‌کند. ولی پوست آبی و جذاب این میمون نه به علت مولکولهای رنگی است و نه لایه‌های نازک.

چرا صورت این میمون آبی به نظر می‌رسد؟

پاسخ در همین فصل.

۳۶-۱ فیزیک چیست؟

یکی از هدفهای فیزیک در مطالعه نور عبارت است از درک و استفاده از پراش نور وقتی که نور از یک شکاف باریک یا (همانطور که بحث خواهیم کرد) از یک مانع باریک یا لبه‌ای عبور می‌کند. با این پدیده در فصل ۳۵ وقتی گسترده شدن - پراش - نور را از شکافهای آزمایش یانگ بررسی می‌کردیم مواجه شدیم. ولی پراش از یک شکاف معین خیلی پیچیده‌تر از گسترده شدن ساده است، چون نور با خودش تداخل می‌کند و نقش تداخلی به وجود می‌آورد. به دلیل همین پیچیدگی است که نور از موقعیتهای خوبی برای استفادهٔ برابر برخوردار است. اگرچه پراش نور وقتی که از یک شکاف یا مانعی می‌گذرد خیلی علمی به نظر می‌رسد، ولی مهندسان و دانشمندان زیادی از این فیزیک استفاده می‌کنند، و احتمالاً قابلیت کاربردهای جهانی پراش خارج از اندازه است.

پیش از بحث دربارهٔ بعضی از این کاربردها، ابتدا باید دربارهٔ اینکه چرا پراش ناشی از طبیعت موجی نور است بحث کنیم.

۳۶-۲ پراش و نظریهٔ موجی نور

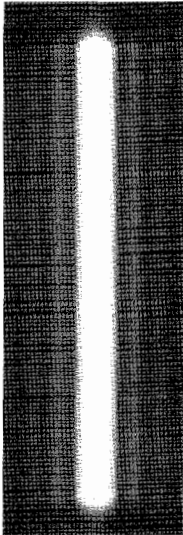
در فصل ۳۵ پراش را تقریباً به عنوان پهن شدن نور وقتی که از یک شکاف باریک خارج می‌شود تعریف کردیم. ولی چیزی بیش از پهن شدن رخ می‌دهد، چون نور یک نقش تداخلی به نام نقش پراش ایجاد می‌کند. برای مثال، وقتی نور تکفام یک چشمهٔ دور (یا یک لیزر) از شکاف باریکی عبور کند و سپس به صفحهٔ مشاهده‌ای برسد، این نور روی صفحه یک نقش پراش شبیه به شکل ۳۶-۱ را ایجاد می‌کند. این نقش شامل یک بیشینهٔ مرکزی پهن و خیلی روشن و تعدادی بیشینه با شدت کمتر و باریکتر (به نام بیشینه‌های ثانوی یا کناری) در دو طرف است. در میان بیشینه‌ها کمینه‌ها قرار دارند.

چنین نقشی از نظر نورشناسی هندسی کاملاً غیر قابل انتظار است. اگر نور روی خط راستی به صورت پرتو حرکت کند، آنگاه شکاف فقط به تعدادی از این پرتوها برای تشکیل تصویر دقیقی از شکاف روی صفحهٔ مشاهده اجازهٔ عبور می‌دهد. مانند فصل ۳۵، باید نتیجه گرفت که نورشناسی هندسی فقط یک تقریب به حساب می‌آید.

پراش نور فقط به موقعیتهای عبور نور از یک گشودگی باریک (مانند یک شکاف یا روزنه) محدود نمی‌شود. پراش به هنگام عبور نور از یک لبه مانند لبهٔ تیغ در شکل ۳۶-۲ نیز رخ می‌دهد. توجه کنید که خطهای بیشینه و کمینه که تقریباً موازی با لبه‌ها هستند، هم درون تیغ و هم در خارج آن قرار دارند. وقتی نور مثلاً از لبهٔ قائم سمت چپ عبور می‌کند، به چپ و

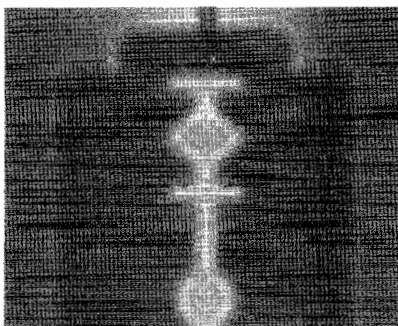
راست گسترده می‌شود و تداخل صورت می‌گیرد و در امتداد لبهٔ چپ نقشی ایجاد می‌کند. بیشترین قسمت این نقش در واقع در داخل سایهٔ تیغ یعنی جایی که اگر نورشناسی هندسی حاکم بود، سایه می‌بود قرار می‌گیرد.

وقتی به آسمان صاف آبی نگاه می‌کنیم و نقطه‌هایی ظریف و ساختارهایی شبیه مو را که در دید شناورند می‌بینیم با نمونه‌ای عمومی از پراش روبه‌رو هستیم. این شکلهای مواج وقتی ایجاد می‌شوند که نور از لبهٔ خرده‌های ظریف مایع زجاجیهٔ چشم، ماده شفاف که بیشتر کرهٔ چشم را پر می‌کند، بگذرد. آنچه شما به هنگام قرار گرفتن یک مواج در میدان دید خود می‌بینید پراش ایجاد شده روی شبکه توسط یکی از این

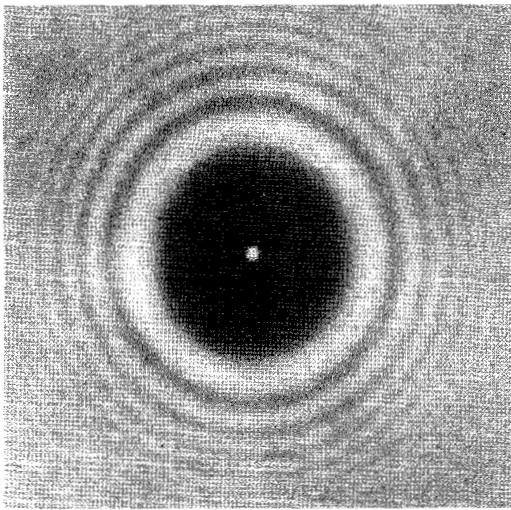


شکل ۳۶-۱ این نقش پراش به هنگام عبور نور از یک شکاف باریک افقی و با رسیدن آن به صفحهٔ مشاهده، روی آن ظاهر می‌شود. پراش موجب می‌شود که نور به طور عمود بر کناره‌های دراز شکاف پهن شود. این پهن شدن یک نقش تداخلی ایجاد می‌کند که شامل یک بیشینهٔ مرکزی پهن و بیشینه‌ها و کمینه‌های ثانوی (یا کناری) باریک با شدت کمتر در بین آنهاست.

خرده‌هاست. اگر از روزنهٔ کوچکی در یک ورقه نگاه کنید به طوری که نور وارد شده به چشم شما تقریباً یک موج تخت باشد، بیشینه‌ها و کمینه‌ها را در نقشها تمیز خواهید داد.



شکل ۳۶-۲ نقش پراش ایجاد شده توسط یک تیغ با نور تکفام. به خطهای یک در میان بیشینه و کمینه شدت توجه کنید.



شکل ۳۶-۳ عکسی از نقش پراش یک قرص. به حلقه‌های پراش هم‌مرکز و لکه روشن فرنل در مرکز نقش توجه کنید. این آزمایش با آزمایشی که کمیته آزمایش کننده نظریه فرنل ترتیب داده بود اساساً یکسان است، چون کره‌ای که آنها به کار برده بودند و قرصی که در اینجا به کار رفته دارای مقطعی با لبه دایره‌ای است.

۳۶-۳ پراش توسط یک شکاف: محل کمینه‌ها

اکنون نقش پراش موجهای نوری تخت با طول موج λ را در نظر می‌گیریم که توسط یک شکاف باریک بلند با پهنای a در صفحه کدر B ، که مقطع آن در شکل ۳۶-۴ نشان داده شده است، پراشیده می‌شوند. (در این شکل طول شکاف به داخل و بیرون صفحه کاغذ گسترده شده و جبهه‌های موج نزدیک شونده موازی با صفحه B هستند.) وقتی نور پراشیده به صفحه مشاهده C می‌رسد، موجها از نقطه‌های مختلف داخل شکاف تداخل می‌کنند و یک نقش پراش از فریزهای روشن و تاریک (پیشینه‌ها و کمینه‌های تداخل) روی صفحه به وجود می‌آورند. برای یافتن محل فریزها، باید راهکاری مشابه با راهکار به کار رفته برای پیدا کردن محل فریزها در نقش تداخلی دو شکاف به کار ببریم. البته، پراش از نظر ریاضی خیلی پیچیده‌تر است و در اینجا باید بتوانیم معادله‌هایی فقط برای فریزهای تاریک پیدا کنیم.

پیش از انجام این کار، با توجه به اینکه موجهای حاصل از تمام نقطه‌های شکاف فاصله یکسانی را تا مرکز نقش طی می‌کنند و بنابراین، در آنجا هم‌فازند، می‌توان فریز روشن مرکزی را که در شکل ۳۶-۱ دیده می‌شود توجه کرد. در مورد فریزهای روشن دیگر، فقط می‌توان گفت که اینها تقریباً در وسط فریزهای تاریک مجاور قرار دارند.

پراش یک اثر موجی است. یعنی این به علت اینکه نور یک موج است رخ می‌دهد و هم‌چنین با انواع دیگر موج نیز رخ می‌دهد. برای مثال، ممکن است پراش را در عملکرد یک بازی فوتبال دیده باشید. وقتی سردسته تشویق کننده‌ها در کنار زمین بازی با صدای هرچه بیشتر در میان طرفداران پرسروصدا فریاد می‌زنند، این فریاد به سختی شنیده می‌شود، چون موجهای صوتی به هنگام عبور از گشودگی کوچک دهان تشویق کننده پراشیده می‌شوند. با این پهن شدگی صوتی تعداد کمی از موجهایی که به طرف جلو تشویق کننده حرکت می‌کنند به طرفداران می‌رسد. برای از بین بردن پراش، تشویق کننده از طریق بلندگو تشویق می‌کند. در این صورت موجهای صوتی از گشودگی بزرگتری در انتهای بلندگو خارج می‌شوند. به این ترتیب پهن شدگی کاهش می‌یابد، و صدای بیشتری به جلو تشویق کننده و به طرفداران می‌رسد.

لکه روشن فرنل

پراش توجیه ساده‌ای در نظریه موجی نور دارد. هرچند، این نظریه در اصل در سالهای ۱۶۰۰ توسط هویگنس تکامل یافت و ۱۲۳ سال بعد توسط یانگ برای توضیح تداخل در شکاف به کار رفت، ولی بیشتر به دلیل نظریه نیوتون که مبتنی بر جریانی از ذره‌ها بود، خیلی کند مورد پذیرش قرار گرفت.

دیدگاه نیوتون در مراکز علمی فرانسه در اواخر قرن نوزدهم یک نظریه غالب بود و در این موقع اگوستین فرنل^۱ یک مهندس نظامی جوان بود. فرنل، که به نظریه موجی نور معتقد بود، مقاله‌ای به آکادمی علوم فرانسه فرستاد که آزمایشها و توضیحهایی درباره نظریه موجی او را توصیف می‌کرد.

در سال ۱۸۱۹/۱۱۹۸، در آکادمی علوم که حامیان نیوتون در اکثریت بودند و فکر می‌کردند که با دیدگاه موجی باید مبارزه کنند، جایزه‌ای برای مقاله‌ای درباره پراش در نظر گرفتند که فرنل برنده آن شد. با وجود این، نظریه پردازان نیوتونی نه نظر خود را عوض کردند و نه سکوت کردند. یکی از این افراد پواسون^۲ بود که «نتیجه شگفتی» را خاطرنشان کرد که بنابر آن اگر نظریه‌های فرنل صحیح باشد، در این صورت باید موجهای نوری با عبور از لبه یک کره در ناحیه سایه آن پهن شوند و یک لکه نورانی در مرکز این سایه به وجود آید. کمیته جایزه آزمایشی از پیش‌بینی پواسون ترتیب داد و معلوم شد که لکه روشن فرنل که امروزه به این نام معروف است، واقعاً در آنجا وجود دارد (شکل ۳۶-۳). هیچ چیز به اندازه تأیید تجربی یکی از پیش‌بینیهای غیرمنتظره و غیرشهودی موجب اطمینان در مورد یک نظریه نخواهد شد.

مانند شکل ۳۶-۴، هرگاه صفحه مشاهده C نزدیک صفحه B باشد، از نظر ریاضی توصیف نقش پراش روی C دشوار است. با وجود این، اگر D فاصله صفحه مشاهده نسبت به پهنای شکاف خیلی بزرگتر باشد، عملیات ریاضی خیلی ساده خواهد شد. در این صورت، پرتوهای r_1 و r_2 را می‌توان تقریباً موازی و زاویه نسبت به محور را θ در نظر گرفت (شکل ۳۶-۵). همچنین مثلث ایجاد شده توسط نقطه b ، نقطه بالای شکاف، و نقطه مرکز شکاف را می‌توان تقریباً قائم‌الزاویه در نظر گرفت که θ یکی از زاویه‌های داخلی آن است. اختلاف راه بین پرتوهای r_1 و r_2 (که بازهم فاصله مرکز شکاف تا نقطه b است) برابر با $(a/2)\sin\theta$ خواهد بود.

این تحلیل را برای هر جفت پرتو واقع در نقطه‌های متناظر در دو ناحیه (مثلاً در وسط دو ناحیه) که تا نقطه P_1 ادامه دارد می‌توان تکرار کرد. هر جفت پرتو دارای اختلاف راه یکسان $(a/2)\sin\theta$ خواهد بود. با قراردادن این اختلاف راه مشترک برابر با $\lambda/2$ (شرط برای فریز تاریک اول)، خواهیم داشت

$$\frac{a}{2}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$$

که به دست می‌دهد

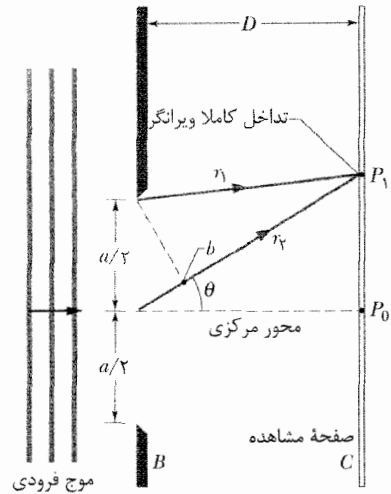
$$a\sin\theta = \lambda \quad (۳۶-۱) \quad (\text{کمینه اول})$$

با معلوم بودن پهنای a و طول موج λ ، از معادله ۳۶-۱ زاویه θ فریز تاریک اول در بالا (و بنا به تقارن) در پایین محور مرکزی معلوم می‌شود.

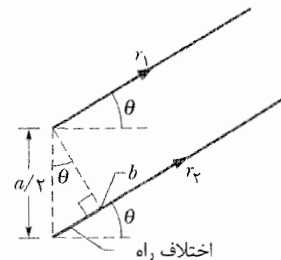
توجه کنید که اگر از $a > \lambda$ شروع کنیم و سپس در حالی که طول موج ثابت است شکاف را باریک کنیم، زاویه‌ای که با آن فریز تاریک اول دیده می‌شود افزایش می‌یابد؛ یعنی با شکاف باریکتر پراش بیشتر (بیشترشدن پهن شدگی و پهنای نقش) است. وقتی پهنای شکاف را تا طول موج کاهش دهیم (یعنی $a = \lambda$)، زاویه فریزهای تاریک اول 90° می‌شود. چون فریزهای تاریک اول دو لبه فریز روشن مرکزی را نشان می‌دهد، این فریز روشن باید تمام صفحه مشاهده را بپوشاند.

فریزهای تاریک دوم بالا و پایین محور مرکزی را به همان روش فریزهای تاریک اول پیدا می‌کنیم، ولی در این حالت شکاف را به چهار ناحیه با پهنای مساوی $a/4$ ، همانطور که در شکل ۳۶-۶ الف نشان داده شده است، تقسیم می‌کنیم. حال پرتوهای r_1 ، r_2 ، r_3 و r_4 را از نقطه‌های بالایی این ناحیه‌ها تا نقطه P_4 محل فریز تاریک دوم بالای محور مرکزی امتداد می‌دهیم. برای ایجاد این فریز، اختلاف راه بین r_1 و r_2 ، بین r_2 و r_3 و بین r_3 و r_4 همه باید برابر با $\lambda/2$ باشد.

برای $D \gg a$ ، این چهار پرتو را با زاویه θ نسبت به محور مرکزی تقریباً می‌توان موازی در نظر گرفت. برای نمایش اختلاف راه آنها، همانطور که در شکل ۳۶-۶ ب نشان داده شده است، خط عمودی برای جفت پرتو مجاور رسم می‌کنیم تا مثلثهای قائم‌الزاویه‌ای حاصل شوند که یکی از ضلعهای آنها این



شکل ۳۶-۴ موجهای حاصل از نقطه‌های بالایی از دو ناحیه به پهنای $a/2$ در نقطه P_1 روی صفحه مشاهده C تداخل ویرانگر دارند.



شکل ۳۶-۵ به ازای $D \gg a$ پرتوهای r_1 و r_2 با زاویه θ نسبت به محور مرکزی را می‌توان تقریباً موازی در نظر گرفت.

برای یافتن محل فریزهای تاریک، از روشی هوشمندانه (برای ساده‌سازی) استفاده می‌کنیم و آن اینکه تمام پرتوها را به صورت جفت در نظر می‌گیریم که از شکاف می‌آیند و سپس شرایطی را پیدا می‌کنیم که موجب می‌شود موجکهای پرتوها در هر جفت یکدیگر را از بین ببرند. این روش را در شکل ۳۶-۴ الف برای پیدا کردن مکان اولین فریز تاریک در نقطه P_1 به کار می‌بریم. ابتدا شکاف را به دو ناحیه فرضی با پهنای $a/2$ تقسیم می‌کنیم. سپس پرتو نوری r_1 را از نقطه بالایی ناحیه بالا و پرتو نوری r_2 را از نقطه بالایی ناحیه پایین به نقطه P_1 وصل می‌کنیم. یک محور مرکزی از مرکز شکاف تا صفحه مشاهده C رسم شده و P_1 نسبت به این محور در زاویه θ قرار دارد.

موجکهای جفت پرتو r_1 و r_2 در شکاف همگازند، چون از یک جبهه موج که از شکاف در پهنای آن می‌گذرد سرچشمه می‌گیرند. ولی، برای ایجاد فریز تاریک اول اینها وقتی به P_1 می‌رسند باید به اندازه $\lambda/2$ ناهمگاز باشند؛ این اختلاف فاز به علت اختلاف راهی است که موجک r_2 برای رسیدن به P_1 بیشتر از موجک r_1 می‌پیماید. برای نشان دادن این اختلاف راه، نقطه b را روی پرتو r_1 طوری در نظر می‌گیریم که طول راه از b تا P_1 با طول راه پرتو r_2 برابر باشد. پس اختلاف راه بین دو پرتو عبارت است از فاصله از مرکز شکاف تا b .

حال با تقسیم شکاف به ناحیه‌های بیشتر با پهنای مساوی می‌توان یافتن محل فریزهای تاریک را در نقش پراش ادامه داد. همیشه می‌توان جفت ناحیه‌هایی را پیدا کرد که این ناحیه‌ها (و موجهای آنها) مانند قبل با هم جفت باشند. می‌توان دریافت که فریزهای تاریک بالا و پایین محور مرکزی در مکانهایی واقع‌اند که با معادله عمومی زیر داده می‌شوند

$$a \sin \theta = m\lambda, m = 1, 2, 3, \dots \quad (3-36)$$

یادآوری می‌شود که این نتیجه به روش زیر نیز به دست می‌آید. مثلی مانند یکی از مثلثهای شکل ۳۶-۴ ب رسم کنید که یک ضلع آن پهنای شکاف a باشد، توجه کنید که اختلاف راه بین پرتوهای بالا و پایین برابر با $a \sin \theta$ است. پس از معادله ۳-۳۶ خواهیم داشت

در آزمایش پراش یک شکاف، هرگاه اختلاف راه $(a \sin \theta)$ بین پرتوهای بالا و پایین برابر با λ ، 2λ ، 3λ و ... باشد، فریزهای تاریک ایجاد می‌شوند.

این ممکن است نادرست به نظر آید، چون موجهای این دو پرتو خاص وقتی اختلاف راه آنها مضرب صحیحی از طول موج باشد، با یکدیگر دقیقاً همفازند. ولی، اینها هنوز بخشی از یک جفت موجی هستند که با یکدیگر دقیقاً ناهمفاز هستند؛ بنابراین، هر موج توسط موج دیگر حذف می‌شود که به تاریک بودن می‌انجامد.

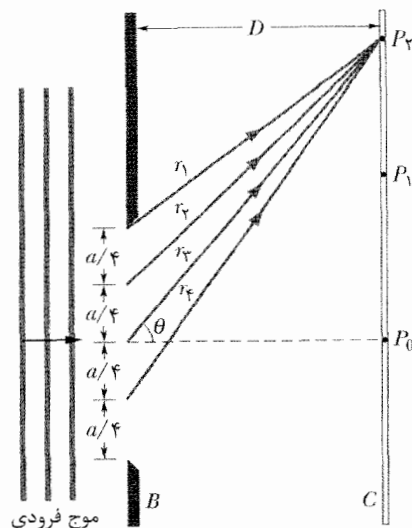
معادله‌های ۱-۳۶ و ۲-۳۶ را با فرض $D \gg a$ به دست آورديم. ولی، اگر عدسی همگرایی بین شکاف و صفحه مشاهده قرار دهیم و سپس صفحه را به محل صفحه کانونی عدسی منتقل کنیم، باز هم این معادله‌ها برقرارند. عدسی تضمین می‌کند که پرتوهایی که اکنون از شکاف به هر نقطه‌ای از صفحه می‌رسند دقیقاً (به جای تقریباً) موازی هستند. اینها شبیه پرتوهای در آغاز موازی شکل ۳۴-۱۵ الف هستند که با یک عدسی همگرا به سمت نقطه کانونی هدایت می‌شوند.

نکته واریسی ۱ با استفاده از یک شکاف باریک بلند که توسط نور آبی روشن می‌شود نقش پراشی ایجاد می‌کنیم. اگر (الف) نور زرد باشد یا (ب) پهنای شکاف کاهش یابد، آیا نقش از مرکز روشن گسترده می‌شود (بیشینه‌ها و کمینه‌ها از مرکز دور می‌شوند) یا به طرف آن متراکم می‌شود؟

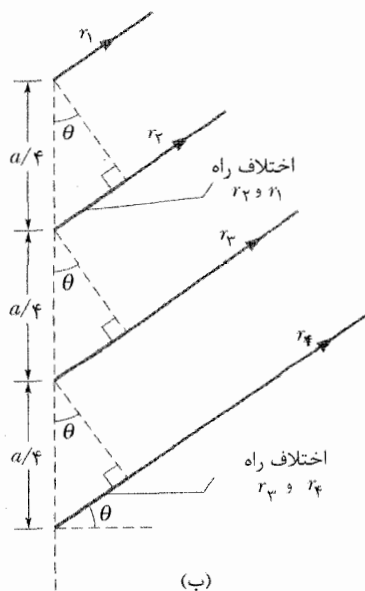
مسئله نمونه ۳۶-۱

شکافی با پهنای a با نور سفید روشن شده است. (الف) به ازای چه مقداری از a اولین کمینه برای نور قرمز با طول موج $\lambda = 650 \text{ nm}$ در زاویه $\theta = 15^\circ$ تشکیل خواهد شد؟

اختلاف راه است. از مثلث قائم الزاویه بالا می‌توان دید که اختلاف راه بین r_1 و r_2 برابر $(a/4) \sin \theta$ است. به همین ترتیب از مثلث پایینی، اختلاف راه بین r_2 و r_3 نیز $(a/4) \sin \theta$ است. در واقع اختلاف راه برای هر دو پرتوی که



(الف)



(ب)

شکل ۳۶-۶ (الف) موجهای حاصل از نقطه‌های بالایی چهار ناحیه با پهنای $a/4$ در نقطه P_2 تداخل ویرانگر دارند. (ب) برای $D \gg a$ ، با زاویه θ نسبت به محور مرکزی، پرتوهای r_1 ، r_2 ، r_3 ، و r_4 را تقریباً می‌توان موازی در نظر گرفت.

از نقطه‌های متناظر در دو ناحیه مجاور سرچشمه می‌گیرند عبارت است از $(a/4) \sin \theta$. چون در هر مورد اختلاف راه برابر است با $\lambda/2$ ، خواهیم داشت

$$\frac{a}{4} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

که به دست می‌دهد

$$a \sin \theta = 2\lambda \quad (3-37) \quad (\text{کمینه دوم})$$

برای انجام این کار، شکاف شکل ۳۶-۴ را به N ناحیه با پهنای مساوی Δx آنچنان کوچک تقسیم می‌کنیم که بتوان هر ناحیه را به صورتی فرض کرد که مانند یک چشمه موجکهای هویگنس عمل کند. می‌خواهیم موجکهایی را که به هر نقطه P روی صفحه مشاهده با زاویه θ نسبت به محور مرکزی می‌رسند برهم نهیم تا بتوان دامنه E_θ مؤلفه الکتریکی موج برآیند در P را تعیین کرد. در این صورت، شدت نور در P متناسب با مربع این دامنه خواهد بود.

برای پیدا کردن E_θ ، به رابطه‌های فازی میان موجکهایی که به آن نقطه می‌رسند نیاز داریم. اختلاف فاز بین موجکهای ناحیه‌های مجاور با رابطه زیر داده می‌شود

$$(\text{اختلاف فاز}) = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (\text{اختلاف راه})$$

برای نقطه P با زاویه θ ، اختلاف راه بین موجکهای حاصل از ناحیه‌های مجاور $\Delta x \sin \theta$ است؛ پس، اختلاف فاز $\Delta \phi$ بین موجکهای حاصل از ناحیه‌های مجاور عبارت است از

$$\Delta \phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (\Delta x \sin \theta) \quad (4-36)$$

فرض می‌کنیم که موجکهایی که به P می‌رسند همه دارای دامنه یکسان ΔE باشند. برای یافتن دامنه E_θ موج برآیند در P ، دامنه‌های ΔE فازنماها را با هم جمع می‌کنیم. برای این کار، نموداری از N فازنما رسم می‌کنیم که هر یک متناظر با موجکی است که از یک ناحیه در شکاف حاصل شده است.

در مورد نقطه P_0 در $\theta = 0$ روی محور مرکزی شکل ۳۶-۴، از معادله ۳۶-۴ معلوم است که اختلاف فاز $\Delta \phi$ بین موجکها صفر است؛ یعنی تمام موجکها هم‌فاز به آن نقطه می‌رسند. شکل ۳۶-۷ الف مربوط به نمودار فازنماست؛ فازنماهای مجاور، موجکهای حاصل از ناحیه‌های مجاور را نمایش می‌دهند که به صورت اتصال نوک یکی به مبداء دیگری ترتیب یافته‌اند. چون بین موجکها اختلاف فاز صفر است، زاویه بین هر جفت از فازنماهای مجاور صفر است. دامنه E_θ موج خالص در P_0 عبارت است از جمع برداری این فازنماها. این ترتیب فازنماها بیشترین مقدار را برای دامنه E_θ به دست می‌دهد. این مقدار را E_m می‌نامیم، یعنی E_m مقدار E_θ به‌ازای $\theta = 0$ است.

سپس نقطه P را در نظر می‌گیریم که در زاویه کوچک θ نسبت به محور مرکزی قرار دارد. از معادله ۳۶-۴ پیداست که اختلاف فاز $\Delta \phi$ بین موجکهای حاصل از ناحیه‌های مجاور دیگر صفر نیست. شکل ۳۶-۷ ب نمودار بردار فاز مربوط را نشان می‌دهد؛ مانند قبل، بردارهای فاز به صورت اتصال انتهای آنها به مبداء دیگری ترتیب یافته‌اند، ولی این بار بین بردارهای فاز مجاور اختلاف فاز $\Delta \phi$ وجود دارد. دامنه E_θ در این نقطه جدید هنوز هم عبارت است از جمع برداری فازنماها، ولی کوچکتر از مورد شکل ۳۶-۷ الف است، و این بدان معناست که شدت نور در این نقطه جدید P کمتر از مقدار آن در نقطه P_0 است.

نکته کلیدی پراش به طور جداگانه برای هر طول موج در گستره طول موجهایی که از شکاف می‌گذرند رخ می‌دهد، که مکان کمینه‌ها برای هر طول موج با معادله ۳۶-۳ ($a \sin \theta = m\lambda$) داده می‌شود.

محاسبه‌ها: وقتی $m=1$ قرار داده شود (در مورد اولین کمینه) و مقدارهای معلوم θ و λ جاگذاری شوند، از معادله ۳۶-۳ خواهیم داشت

$$a = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{(1)(650 \text{ nm})}{\sin 15^\circ} = 2511 \text{ nm} \approx 2.5 \mu\text{m} \quad (\text{پاسخ})$$

برای اینکه نور فرودی بیشتر پهن شود ($\pm 15^\circ$) برای اولین کمینه (شکاف باید خیلی ظریف - در این مورد، فقط چهار برابر طول موج باشد. جهت مقایسه، توجه کنید که قطر موی انسان تقریباً $100 \mu\text{m}$ است.

(ب) طول موج λ' نوری که اولین بیشینه کناری پراش آن در زاویه 15° ، یعنی بر کمینه اول نور قرمز منطبق باشد، چقدر است؟

نکته کلیدی برای هر طول موجی اولین بیشینه کناری تقریباً وسط اولین و دومین کمینه برای آن طول موج قرار دارد.

محاسبه‌ها: مکان اولین و دومین کمینه با قرار دادن به ترتیب $m=1$ و $m=2$ در معادله ۳۶-۳ معلوم می‌شود. بنابراین، مکان اولین بیشینه کناری تقریباً با قرار دادن $m=1/5$ به دست می‌آید. پس معادله ۳۶-۳ خواهد شد

$$a \sin \theta = 1/5 \lambda'$$

از حل آن برحسب λ' و قرار دادن داده‌های معلوم خواهیم داشت

$$\lambda' = \frac{a \sin \theta}{1/5} = \frac{(2511 \text{ nm})(\sin 15^\circ)}{1/5} = 430 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

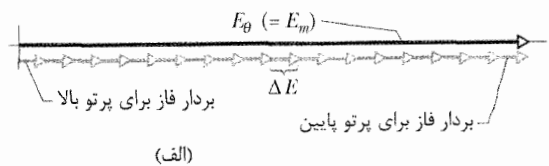
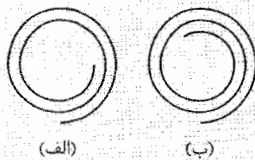
نور با این طول موج بنفش است. اولین بیشینه کناری برای نور با طول موج 430 nm صرفنظر از پهنای شکاف همیشه بر اولین کمینه برای نور با طول موج 650 nm منطبق است. البته، زاویه θ که این همپوشانی برای آن رخ می‌دهد به پهنای شکاف بستگی دارد. اگر شکاف نسبتاً باریک باشد، زاویه نسبتاً بزرگ خواهد بود و برعکس.

۳۶-۴ شدت پراش تک شکاف، به طور کیفی

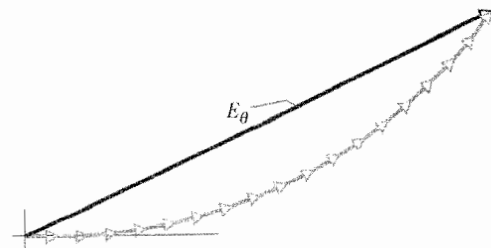
در بخش ۳۶-۳ دیدیم که چگونه می‌توان محل کمینه‌ها و بیشینه‌ها را در نقش پراش تک شکاف به دست آورد. اکنون موضوع کلیتری را مطرح می‌کنیم: می‌خواهیم عبارتی را برای شدت I نقش پراش برحسب تابعی از θ ، زاویه محل یک نقطه روی صفحه مشاهده به دست آوریم.

این روش کیفی را برای تعیین بیشینه‌ها و کمینه‌های نقش پراش می‌توان ادامه داد. اکنون به یک روش کمی برمی‌گردیم.

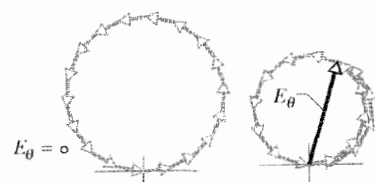
✓ **نکته واریسی ۲۱** این شکلها نمودارهای بردار فاز را به صورت هموارتری از شکل ۳۶-۶ (با بردارهای فاز بیشتر) نشان می‌دهد، که نمودارهای بردار فاز برای نقطه‌هایی در دو طرف یک بیشینه معین پراش است. (الف) این کدام بیشینه است؟ (ب) مقدار تقریبی m (در معادله ۳۶-۳) مربوط به این بیشینه چند است؟



(الف)



(ب)



(پ)

(ت)

۳۶-۵ شدت در پراش تک شکاف، به طور کمی

معادله ۳۶-۳ نشان می‌دهد که چگونه می‌توان کمینه‌های نقش پراش تک شکاف را روی صفحه مشاهده C شکل ۳۶-۴ بر حسب تابعی از زاویه θ در این شکل مشخص کرد. در اینجا می‌خواهیم عبارتی را برای شدت $I(\theta)$ این نقش بر حسب تابعی از θ به دست آوریم. در زیر ثابت خواهیم کرد که شدت با رابطه زیر داده می‌شود

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (۵-۳۶)$$

که

$$\alpha = \frac{1}{2} \phi = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad (۶-۳۶)$$

نماد α فقط برای ارتباط مناسب بین زاویه θ که محل نقطه را روی صفحه مشاهده مشخص می‌کند و شدت نور $I(\theta)$ در آن نقطه است. I_m بیشترین مقدار شدت $I(\theta)$ در نقش است و در بیشینه مرکزی (که برای آن $\theta = 0$ است) رخ می‌دهد، و اختلاف فاز (بر حسب رادیان) بین پرتوهای بالایی و پایینی از شکاف با پهنای a است.

مطالعه معادله ۳۶-۵ نشان می‌دهد که کمینه‌های شدت وقتی پیش می‌آیند که داشته باشیم

$$\alpha = m\pi, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (۷-۳۶)$$

اگر این نتیجه را در معادله ۳۶-۶ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$m\pi = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

یا

$$a \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (۸-۳۶)$$

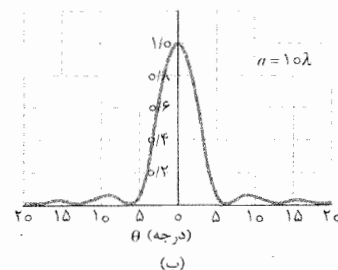
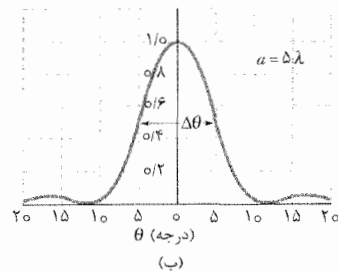
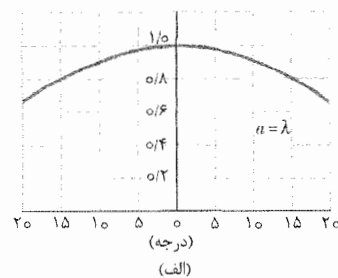
شکل ۳۶-۷ نمودار بردار فاز برای $N=18$ بردار فاز، متناظر با تقسیم یک شکاف به ۱۸ ناحیه. دامنه‌های برآیند E_θ برای (الف) بیشینه مرکزی در $\theta = 0$ ، (ب) نقطه‌ای واقع روی صفحه که با زاویه کوچک θ نسبت به محور مرکزی قرار دارد، (پ) اولین کمینه و (ت) اولین بیشینه کناری.

اگر به افزایش θ ادامه دهیم، زاویه $\Delta\phi$ بین فازنماهای مجاور افزایش می‌یابد، و سرانجام زنجیره فازنماها به طور کامل دور می‌زند به طوری که انتهای فازنمای آخر درست به ابتدای فازنمای اول می‌رسد (شکل ۳۶-۷ پ). بزرگی دامنه E_θ اکنون صفر است، که بدان معناست که شدت نور نیز صفر است. یعنی به اولین کمینه یا فریز تاریک در نقش پراش رسیده‌ایم. اختلاف فاز اولین فازنما و آخرین فازنما $2\pi \text{ rad}$ است، و این بدان معناست که اختلاف راه بین پرتوهای بالا و پایین که از شکاف می‌گذرند برابر با یک طول موج است. به خاطر بیاورید که این وضعیتی است که برای اولین کمینه پراش به دست آوردیم.

اگر هم‌چنان به افزایش θ ادامه دهیم، زاویه $\Delta\phi$ بین فازنماهای مجاور افزایش می‌یابد، و زنجیره فازنماها شروع به پیچیدن به دور خود می‌کند، و حلقه حاصل کوچک می‌شود. اکنون دامنه E_θ افزایش می‌یابد تا اینکه به یک مقدار بیشینه در آرایش نشان داده شده در شکل ۳۶-۷ ت برسد. این آرایش با اولین بیشینه کناری در نقش پراش متناظر است.

اگر θ را اندکی بیشتر افزایش دهیم، کوچک شدن حلقه، E_θ را کاهش می‌دهد، که بدان معناست که شدت نیز کاهش می‌یابد. وقتی θ به اندازه کافی افزایش یابد، انتهای آخرین بردار فاز دوباره به ابتدای اولین بردار فاز می‌رسد. در این موقع به دومین کمینه رسیده‌ایم.

که دقیقاً معادله ۳-۳۶ است، همان عبارتی که برای مکان کمینه‌ها قبلاً به دست آوردیم.



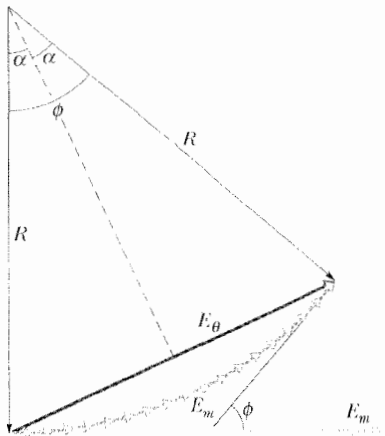
شکل ۸-۳۶ شدت نسبی در پراش تک شکاف به ازای سه مقدار برای نسبت a/λ . بهتر شدن شکاف باعث باریک شدن بیشینه پراش مرکزی می‌شود.

شکل ۸-۳۶ نمودارهای شدت نقش پراش تک شکاف را نشان می‌دهد که به کمک معادله‌های ۵-۳۶ و ۶-۳۶ به ازای سه پهنای شکاف $a = \lambda$ ، $a = 5\lambda$ و $a = 10\lambda$ محاسبه شده‌اند. توجه کنید که با افزایش پهنای شکاف (نسبت به طول موج)، پهنای بیشینه مرکزی پراش (ناحیه مرکزی تپه‌ای شکل نمودارها) کاهش می‌یابد؛ یعنی نور توسط شکاف کمتر پخش می‌شود. بیشینه‌های دوم نیز با افزایش پهنای شکاف کاهش می‌یابند (و ضعیف می‌شوند). در حدی که پهنای شکاف a خیلی بزرگتر از λ باشد، بیشینه‌های دوم ناشی از شکاف محو می‌شوند؛ آنگاه دیگر پراش تک شکافی نخواهیم داشت (ولی هنوز پراش ناشی از لبه‌های شکاف پهن وجود دارند، که مانند پراشی است که به وسیله لبه‌های تیغ در شکل ۲-۳۶ ایجاد شده است).

اثبات معادله‌های ۵-۳۶ و ۶-۳۶

قوس بردارهای فاز شکل ۹-۳۶ موجک‌هایی را نشان می‌دهد که به یک نقطه اختیاری P روی صفحه مشاهده شکل ۴-۳۶ می‌رسند، که متناظر با یک زاویه مشخص کوچک θ است.

دامنه E_θ موج برآیند در P جمع برداری این بردارهای فاز است. اگر شکاف شکل ۴-۳۶ را به ناحیه‌هایی بینهایت کوچک با پهنای Δx تقسیم کنیم، قوس بردارهای فاز شکل ۹-۳۶ به قوسی از دایره نزدیک می‌شود، همانطور که در شکل نشان داده شده است شعاع را با R نشان داده‌ایم. طول قوس باید E_m باشد، که دامنه در مرکز نقش پراش است، زیرا اگر قوس را به صورت خط راست در بیاوریم آرایش بردارهای فاز شکل ۷-۳۶ الف به دست می‌آید (در شکل ۹-۳۶ به صورت کمرنگ نشان داده شده است).



شکل ۹-۳۶ ساختار مورد استفاده برای محاسبه شدت در پراش تک شکاف. وضعیت نشان داده شده مطابق با شکل ۷-۳۶ ب است.

زاویه ϕ در قسمت پایین شکل ۹-۳۶ اختلاف فاز بین بردارهای بینهایت کوچک در دو انتهای چپ و راست قوس E_m است. از هندسه شکل معلوم است که ϕ زاویه بین دو شعاع R در شکل ۸-۳۶ است. خط‌چین در این شکل ϕ را نصف می‌کند، بنابراین دو مثلث متساوی‌الساقین درست می‌شود. از هر کدام از مثلث‌ها می‌توان نوشت

$$\sin \frac{1}{2}\phi = \frac{E_\theta}{2R} \quad (۹-۳۶)$$

ϕ برحسب رادیان (با در نظر گرفتن E_m به صورت قوس دایره) عبارت است از

$$\phi = \frac{E_m}{R}$$

با حل این معادله برحسب R و قراردادن در معادله ۹-۳۶ خواهیم داشت

$$E_\theta = \frac{E_m}{2} \sin \frac{1}{2}\phi \quad (۱۰-۳۶)$$

در بخش ۵-۲۹ (جلد دوم) دیدیم که شدت یک موج الکترومغناطیسی با مربع دامنه میدان الکتریکی آن متناسب است. در اینجا این بدان معناست که شدت I_m (که در مرکز نقش پراش پیش می‌آید) با E_m^2 و شدت $I(\theta)$ در زاویه θ با E_θ^2 متناسب است. بنابراین، می‌توان نوشت

محاسبه‌ها: بنابراین، مقدارهای تقریبی α در مورد بیشینه ثانوی را در معادله ۳۶-۵ قرار می‌دهیم تا شدت نسبی در این بیشینه‌ها به دست آید. خواهیم داشت

$$\frac{I}{I_m} = \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 = \left(\frac{\sin \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi}{\left(m + \frac{1}{2} \right) \pi} \right)^2, m=1, 2, 3, \dots$$

به ازای $m=1, 2, 3, \dots$

اولین بیشینه ثانوی به ازای $m=1$ رخ می‌دهد، و شدت نسبی آن عبارت است از

$$\frac{I_1}{I_m} = \left(\frac{\sin \left(1 + \frac{1}{2} \right) \pi}{\left(1 + \frac{1}{2} \right) \pi} \right)^2 = \left(\frac{\sin 1.5\pi}{1.5\pi} \right)^2$$

(پاسخ) $\approx 4.5\% \approx 4.5 \times 10^{-2}$

به ازای $m=2$ و $m=3$ خواهیم داشت

$$\frac{I_2}{I_m} = 1.6\% \quad \text{و} \quad \frac{I_3}{I_m} = 0.83\% \quad (\text{پاسخ})$$

بیشینه‌های ثانوی متوالی برحسب شدت به سرعت کاهش می‌یابند. شکل ۳۶-۱ با نوردهی زیاد نمایان شده است.

۳۶-۶ پراش توسط یک روزنه دایره‌ای

در اینجا پراش توسط یک روزنه دایره‌ای - یعنی یک گشودگی دایره‌ای، مانند یک عدسی - را در نظر می‌گیریم که نور می‌تواند از آن عبور کند. شکل ۳۶-۱۰ تصویر تشکیل شده از یک چشمه نور نقطه‌ای دور (مثلاً یک ستاره) را روی یک فیلم عکاسی واقع در صفحه کانونی یک عدسی همگرا نشان می‌دهد. این تصویر مانند آنچه که در نورشناسی هندسی در نظر گرفته می‌شود، یک نقطه نیست، بلکه یک قرص دایره‌ای است که با حلقه‌های ثانوی بتدریج ضعیفتر متوالی احاطه شده است. مقایسه با شکل ۳۶-۱ اندک تردیدی باقی نمی‌گذارد که با یک پدیده پراش رو به رو هستیم. ولی در اینجا روزنه به جای یک شکاف مستطیل شکل، دایره‌ای به قطر d است.

تحلیل (پیچیده) چنین نقشه‌هایی نشان می‌دهد که اولین کمینه‌ها برای نقش پراش یک روزنه دایره‌ای به قطر d در جایی واقع است که با این رابطه داده می‌شود

$$\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{d} \quad (12-36) \quad (\text{اولین کمینه، روزنه دایره‌ای})$$

زاویه θ در اینجا زاویه از محور مرکزی تا نقطه‌ای روی آن کمینه (دایره‌ای) است. با مقایسه با معادله ۳۶-۱،

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{a} \quad (13-36) \quad (\text{تک شکاف، اولین کمینه})$$

$$\frac{I(\theta)}{I_m} = \frac{E_{\theta}^2}{E_m^2} \quad (11-36)$$

با قراردادن E_{θ} با معادله ۳۶-۱۰ و سپس با قراردادن $\phi = \frac{1}{2}\alpha$ ، در معادله شدت برحسب تابعی از θ به عبارت زیر می‌رسیم

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

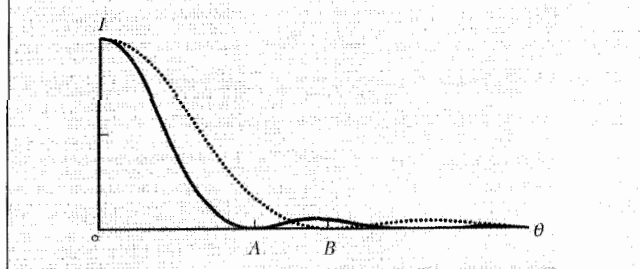
این دقیقاً معادله ۳۶-۵ است، یکی از دو معادله‌ای که می‌خواستیم ثابت کنیم.

معادله دومی که می‌خواهیم ثابت کنیم α را به θ مرتبط می‌کند. اختلاف فاز ϕ بین پرتوهای حاصل از بالا و پایین کل شکاف را می‌توان با معادله ۳۶-۴ به اختلاف راه مرتبط کرد؛ داریم

$$\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (a \sin \theta)$$

که a مجموع پهنای Δx ناحیه‌های بینهایت کوچک است. ولی، $\phi = 2\alpha$ ، پس این معادله به معادله ۳۶-۶ تبدیل می‌شود.

✓ **نکته و ارسسی ۳** دو طول موج 650 nm و 430 nm به طور جداگانه در آزمایش پراش تک شکاف به کار برده شده‌اند. این شکل نتایج را به صورت نمودار شدت I برحسب زاویه θ برای دو نقش پراش نشان می‌دهد. اگر این دو طول موج به طور همزمان مورد استفاده قرار گیرند، چه رنگی در نقش مرکب پراش در (الف) زاویه A و (ب) زاویه B دیده می‌شود؟



مسئله نمونه ۳۶-۲

شدتهای نخستین سه بیشینه ثانوی (بیشینه‌های کناری) را برحسب شدت بیشینه مرکزی در نقش پراش تک شکاف شکل ۳۶-۱ پیدا کنید.

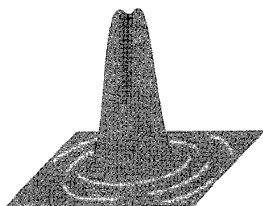
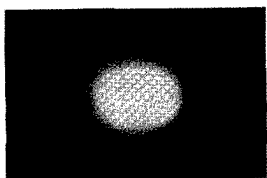
نکته کلیدی بیشینه‌های ثانوی تقریباً در وسط کمینه‌ها قرار دارند که وضعیت زاویه‌ای آنها با معادله ۳۶-۷ ($\alpha = m\pi$) داده می‌شود. پس مکان بیشینه‌های ثانوی (تقریباً) با این رابطه داده می‌شود

$$\alpha = \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi, \quad m=1, 2, 3, \dots$$

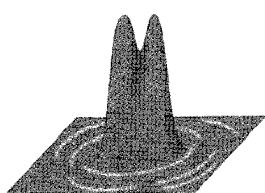
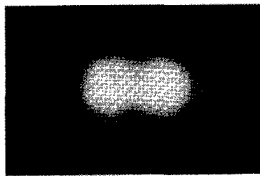
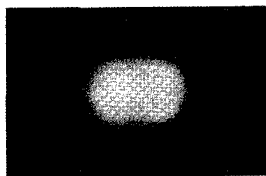
به ازای $m=1, 2, 3, \dots$

که α برحسب رادیان است. می‌توانیم شدت I در هر نقطه در نقش پراش را از طریق معادله ۳۶-۵ به شدت I_m بیشینه مرکزی ارتباط دهیم.

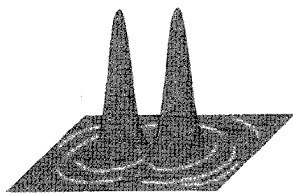
مانند روشنایی نسبی چشمه‌ها و اطراف آنها، آشفته‌گی هوای بین چشمه‌ها و ناظر و عملکرد دستگاه بینایی ناظر بستگی دارد.



(الف)

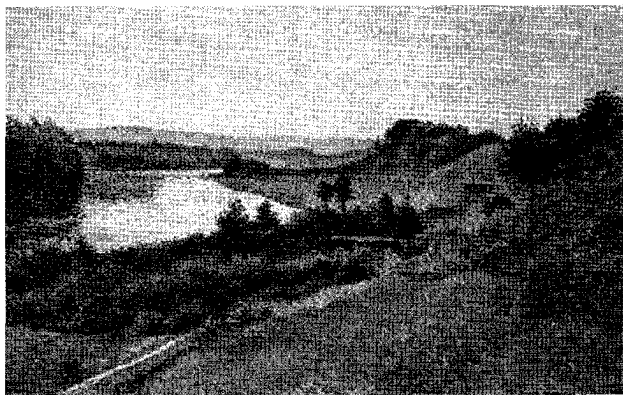


(ب)



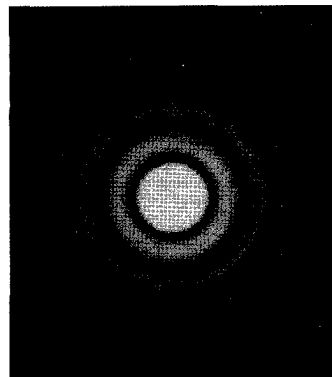
(پ)

شکل ۳۶-۱۱ در بالا، تصویرهای دو چشمه نقطه‌ای (ستارگان) که توسط یک عدسی همگرا تشکیل شده است. در زیر، نمایشی از شدت‌های تصویر. در (الف) فاصله زاویه‌ای چشمه‌ها به اندازه‌ای کوچک است که قابل تمایز نیستند، در (ب) اینها به طور جزئی قابل تمیزند و در (پ) اینها به وضوح متمایز شده‌اند. معیار ریلی در (ب) از انطباق بیشینه مرکزی یک نقش پراش بر اولین کمینه نقش دیگر حاصل شده است.



شکل ۳۶-۱۲ این نقاشی نقطه به نقطه که کاری از ماکسیمیلیان لوس است مرکب از هزاران نقطه رنگی است. با نزدیک بودن بیننده به نقاشی، نقطه‌ها و رنگهای واقعی آنها قابل دیدن هستند. در فاصله‌های عادی دید، این نقطه‌ها غیر قابل تفکیک و بنابراین مخلوط‌اند.

که محل کمینه اول را برای یک شکاف باریک دراز با پهنای a به دست می‌دهد. اختلاف اصلی ضریب $1/22$ است که به علت شکل دایره‌ای روزنه وارد می‌شود.



شکل ۳۶-۱۰ نقش پراش یک روزنه دایره‌ای. به بیشینه مرکزی و بیشینه‌های دایره‌ای ثانوی توجه کنید. در این شکل بیشینه‌های ثانوی که شدت آنها خیلی کمتر از بیشینه مرکزی است با نوردهی زیاد نمایان شده‌اند.

تفکیک پذیری

این واقعیت که تصویرهای عدسی نقشهای پراش هستند زمانی اهمیت پیدا می‌کند که بخواهیم دو جسم نقطه‌ای دور را که فاصله زاویه‌ای آنها کوچک است از یکدیگر تفکیک (تمایز) کنیم. شکل ۳۶-۱۱، ظاهر دیداری و نقش شدت متناظر دو جسم نقطه‌ای دور (مانند ستاره‌ها) را با فاصله زاویه‌ای کوچک، در سه حالت مختلف نشان می‌دهد. در شکل ۳۶-۱۱ الف این اجسام به علت پراش تفکیک نشده‌اند؛ یعنی نقشهای پراش آنها (به طور عمده بیشینه مرکزی آنها) چنان همپوشانی کرده‌اند که دو جسم از یک جسم نقطه‌ای تنها نمی‌تواند متمایز شود. در شکل ۳۶-۱۱ ب این اجسام به زحمت از یکدیگر تفکیک شده‌اند و در شکل ۳۶-۱۱ پ آنها کاملاً از هم تفکیک شده‌اند.

در شکل ۳۶-۱۱ ب فاصله زاویه‌ای دو چشمه نقطه‌ای به صورتی است که بیشینه مرکزی نقش پراش یک چشمه روی اولین کمینه نقش پراش دیگری قرار گرفته است، این شرط را **معیار ریلی** برای تفکیک‌پذیری می‌گویند. از معادله ۳۶-۱۲، دو جسمی که توسط این معیار به زحمت تفکیک‌پذیرند باید دارای فاصله زاویه‌ای θ_R زیر باشند

$$\theta_R = \sin^{-1} \frac{1/22\lambda}{d}$$

چون زاویه‌ها کوچک‌اند، به جای $\sin \theta_R$ ، می‌توان θ_R را بر حسب رادیان قرار داد.

$$\theta_R = 1/22 \frac{\lambda}{d} \quad (۳۶-۱۴) \quad (\text{معیار ریلی})$$

اعمال معیار ریلی برای تفکیک‌پذیری برای دید انسان فقط یک تقریب است. چون تفکیک‌پذیری دیداری به عوامل زیادی

میانگین مرکز به مرکز نقطه‌ها $D = 2/0 \text{ mm}$ باشد. هم‌چنین فرض کنید که قطر مردمک چشم $d = 1/5 \text{ mm}$ و حداقل فاصله زاویه‌ای بین نقطه‌ها که بتوان آنها را تمیز داد فقط با معیار ریلی داده می‌شود. کمترین فاصله از نقطه‌ها باید چقدر باشد تا بتوان نقطه‌های روی نقاشی را از هم تمیز داد؟ ~~❌~~

نکته‌های کلیدی هر دو نقطه مجاور را در نظر می‌گیریم که وقتی نزدیک به نقاشی هستیم بتوان آنها را تمیز داد. وقتی از نقاشی دور می‌شویم، تمایز نقطه‌ها ادامه پیدا می‌کند تا اینکه فاصله زاویه‌ای θ (از نظر دید) به زاویه‌ای کاهش یابد که با معیار ریلی داده می‌شود:

$$\theta_R = 1/22 \frac{\lambda}{d} \quad (15-36)$$

محاسبه‌ها: شکل ۱۳-۳۶ ب، فاصله زاویه‌ای θ نقطه‌ها، فاصله مرکز تا مرکز آنها D و فاصله از آنها L را نشان می‌دهد. چون D/L کوچک است، زاویه θ نیز کوچک است و با تقریب می‌توانیم بنویسیم:

$$\theta = \frac{D}{L} \quad (16-36)$$

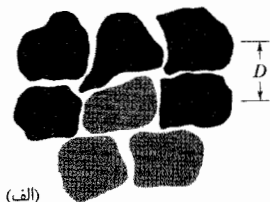
با قرار دادن θ از معادله ۱۶-۳۶ برابر با θ_R از معادله ۱۵-۳۶ و حل آن برحسب L خواهیم داشت

$$L = \frac{Dd}{1/22\lambda} \quad (17-36)$$

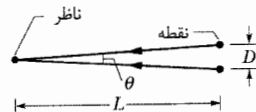
معادله ۱۷-۳۶، نشان می‌دهد که L برای λ کوچکتر بزرگتر می‌شود. بنابراین، وقتی از نقاشی دور می‌شویم، نقطه‌های قرمز مجاور (طول موجهای بلند) غیر متمایز می‌شوند پیش از آنکه نقطه‌های مجاور آبی غیر متمایز شوند. برای پیدا کردن کمترین فاصله L که نقطه‌های رنگی قابل تمیز نباشند، $\lambda = 400 \text{ nm}$ (نور آبی یا بنفش) را در معادله ۱۷-۳۶ قرار می‌دهیم، داریم

$$L = \frac{(2/0 \times 10^{-3} \text{ m})(1/5 \times 10^{-3} \text{ m})}{(1/22)(400 \times 10^{-9} \text{ m})} = 6/1 \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

در این فاصله یا بیشتر، رنگی که در هر نقطه روی نقاشی به نظر می‌رسد رنگ مخلوطی است که در واقع ممکن است در آنجا وجود نداشته باشد.



(الف)



(ب)

شکل ۱۳-۳۶ (الف) نمایشی از چند نقطه روی یک نقاشی نقطه به نقطه، که فاصله متوسط مرکز تا مرکز D را نشان می‌دهد. (ب) آرایش فاصله D بین دو نقطه، فاصله زاویه‌ای آنها θ و فاصله دید L .

مسئله نمونه ۴-۳۶

یک عدسی همگرای دایره‌ای به قطر $d = 32 \text{ mm}$ و فاصله کانونی $f = 24 \text{ cm}$ ، تصویرهایی از اجسام نقطه ای دوردست در صفحه کانونی عدسی تشکیل می‌دهد. طول موج $\lambda = 550 \text{ nm}$ است.

نتایج تجربی نشان می‌دهند که حداقل فاصله زاویه‌ای که توسط انسان به واقع می‌تواند تفکیک شود معمولاً قدری بیشتر از مقداری است که با معادله ۱۴-۳۶ داده می‌شود. با وجود این، جهت محاسبه در اینجا، معادله ۱۴-۳۶ را یک معیار دقیق در نظر خواهیم گرفت. اگر فاصله زاویه‌ای θ بین چشمه‌ها بیشتر از θ_R باشد، چشمه‌ها را می‌توانیم از نظر دیداری تفکیک کنیم؛ اگر کمتر باشد نمی‌توانیم.

معیار ریلی می‌تواند توهمنهای مربوط به رنگ در نقاشی به سبک نقطه به نقطه را توضیح دهد (شکل ۱۲-۳۶). در این سبک، نقاشی نه با ضربه‌های قلم‌مو به روش معمول بلکه با تعداد بی‌شماری از نقطه‌های رنگی کوچک ایجاد می‌شود. یک جنبه مجذوب کننده نقاشی نقطه به نقطه این است که هرگاه فاصله خود را نسبت به آن تغییر دهید، رنگها به طرزی ماهرانه و تقریباً ناخودآگاه جابه‌جا می‌شوند. این جابه‌جایی رنگ بسته به اینکه تا چه اندازه بتوانید نقطه‌های رنگی را تفکیک کنید صورت می‌پذیرد. وقتی به اندازه کافی نزدیک نقاشی بایستید، فاصله‌های زاویه‌ای θ نقطه‌های نزدیک بیشتر از θ_R هستند و در نتیجه نقطه‌ها به طور انفرادی دیده می‌شوند. رنگهای اینها رنگهای واقعی هستند که در نقاشی به کار رفته است. ولی، وقتی در فاصله به اندازه کافی دور از نقاشی بایستید، فاصله‌های زاویه‌ای کمتر از θ_R هستند و نقطه‌ها به طور انفرادی نمی‌توانند دیده شوند. رنگهای مخلوط شده نهایی از گروهی از نقطه‌ها به چشمان شما می‌رسند که موجب می‌شود مغز شما یک رنگ - رنگی را که ممکن است در واقع در گروه وجود نداشته باشد برای آن گروه «بسازد». با این روش، نقاش نقطه به نقطه دستگاه بینایی شما را به کار می‌گیرد تا رنگهایی هنری به وجود آورد. ~~❌~~

وقتی بخواهیم از عدسی به جای دستگاه بینایی برای تفکیک اجسام با فاصله زاویه‌ای کوچک استفاده کنیم، بهتر این است که نقش پراش را تا حد امکان کوچک کنیم. بنابر معادله ۱۴-۳۶، با افزایش قطر عدسی یا با استفاده از نور با طول موج کوتاهتر می‌توان این کار را انجام داد. به این دلیل اغلب از نور فرابنفش در میکروسکوپها استفاده می‌شود؛ زیرا به علت کوتاه بودن طول موج آن، امکان بررسی جزئیات ظریفتر با آن نسبت به میکروسکوپی که با نور مرئی کار می‌کند بیشتر است.

نکته وارسی ۴ فرض کنید که به علت پراش توسط مردمک چشم خود دو نقطه قرمز را به زحمت بتوانید تفکیک کنید. اگر روشنایی عادی اطراف شما افزایش یابد به طوری که قطر مردمک چشم شما کم شود، آیا تفکیک پذیری نقطه‌ها بهبود می‌یابد یا بدتر می‌شود؟ فقط پراش را در نظر بگیرید. (برای امتحان پاسخ خود آزمایش کنید).

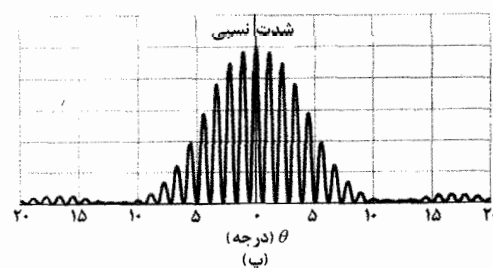
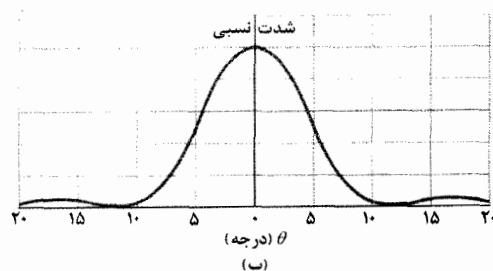
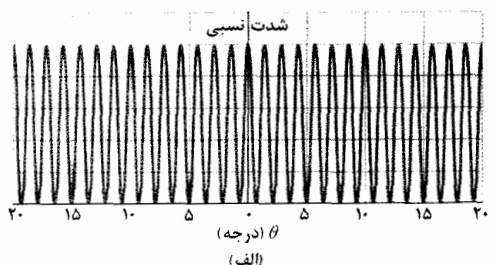
مسئله نمونه ۳-۳۶

شکل ۱۳-۳۶ (الف) نمایشی از نقطه‌های رنگی روی نقاشی به روش نقطه به نقطه را نشان می‌دهد. فرض کنید که فاصله

۷-۳۶ پراش با دو شکاف

در آزمایشهای دو شکاف فصل ۳۵، به طور ساده فرض کردیم که شکافها در مقایسه با طول موج نوری که آنها را روشن می‌کند باریک است؛ یعنی $a \ll \lambda$. برای چنین شکافهای باریکی، بیشینه مرکزی نقش پراش هر شکاف تمام صفحه مشاهده را می‌پوشاند. افزون بر این، تداخل نور از دو شکاف فریزهای روشنی ایجاد می‌کند که همگی تقریباً دارای شدت یکسانی هستند. (شکل ۳۵-۱۲).

البته در عمل با نور مرئی شرط $a \ll \lambda$ اغلب برقرار نیست. در مورد شکافهای نسبتاً پهن، تداخل نور از دو شکاف فریزهای



شکل ۳۶-۱۵ (الف) نمودار شدت مورد انتظار در آزمایش تداخل با دو شکاف با شکافهای خیلی باریک. **(ب)** نمودار شدت برای پراش توسط یک شکاف با پهنای a (خیلی باریک نیست). **(پ)** نمودار شدت مورد انتظار برای دو شکاف با پهنای a . منحنی **(ب)** به عنوان پوشی عمل می‌کند که محدود کننده شدت فریزهای دو شکاف در **(الف)** است. توجه کنید که اولین کمینه‌های نقش پراش **(ب)** فریزهای دو شکاف را که در نزدیکی 12° در **(پ)** رخ می‌دهند از بین می‌برد.

روشنی ایجاد می‌کند که همگی آنها دارای شدت یکسانی نیستند. یعنی، شدت فریزهای ایجاد شده توسط تداخل دو شکاف (همانطور که در فصل ۳۵ بحث شد) توسط پراش نوری که از هر شکاف می‌گذرد (همانطور که در این فصل بحث شد) تغییر می‌کند.

(الف) با در نظر گرفتن پراش توسط عدسی، فاصله زاویه‌ای دو جسم نقطه‌ای دور برای برقراری معیار ریلی چقدر است؟

نکته‌های کلیدی شکل ۳۶-۱۴ دو جسم نقطه‌ای دور P_1 و P_2 ، عدسی و صفحه مشاهده واقع در صفحه کانونی عدسی را نشان می‌دهد. در سمت راست، نمودارهای شدت نور I برحسب محل روی صفحه برای بیشینه مرکزی تصویرهای تشکیل شده به وسیله عدسی نیز نشان داده شده است. توجه کنید که فاصله زاویه‌ای θ_0 اجسام با فاصله زاویه‌ای θ_i تصویرها برابر است. بنابراین، اگر تصویرها در معیار ریلی برای تفکیک پذیری صدق کنند، فاصله‌های زاویه‌ای در دو طرف عدسی باید با معادله ۳۶-۱۴ (با فرض کوچک بودن زاویه‌ها) داده شوند.

محاسبه‌ها: از معادله ۳۶-۱۴ به دست می‌آوریم

$$\theta_0 = \theta_i = \theta_R = 1/22 \frac{\lambda}{d}$$

$$= \frac{(1/22)(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{32 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2/1 \times 10^{-5} \text{ rad} \quad (\text{پاسخ})$$

در این فاصله زاویه‌ای، هر بیشینه مرکزی در دو منحنی شدت شکل ۳۶-۱۴ روی اولیه کمینه منحنی دیگر قرار می‌گیرد.

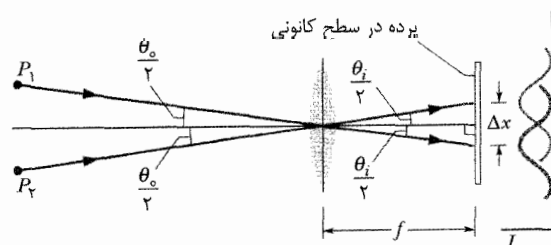
(ب) فاصله Δx مرکز تصویرها در صفحه کانونی چقدر است؟ (یعنی فاصله قله‌های مرکزی در دو منحنی شدت برحسب مکان چقدر است؟)

محاسبه‌ها: از مثلث بین عدسی و پرده در شکل ۳۶-۱۴،

می‌توان دید که $\tan \theta_i / 2 = \Delta x / 2f$. با ترتیب دوباره این معادله

و تقریب $\tan \theta \approx \theta$ خواهیم داشت

$$\Delta x = f \theta_i \quad (36-18)$$



شکل ۳۶-۱۴ نور حاصل از دو جسم نقطه‌ای دور دست P_1 و P_2 از یک عدسی همگرا عبور می‌کنند و تصویرهایی روی پرده مشاهده در صفحه کانونی عدسی تشکیل می‌دهند. فقط یک پرتو نمونه از هر جسم نشان داده شده است. این تصویرها نقطه نیستند بلکه نقشهای پراش هستند با شدتهایی که تقریباً در سمت راست رسم شده‌اند. فاصله زاویه‌ای اجسام θ_0 و فاصله زاویه‌ای تصویرها θ_i است؛ فاصله بیشینه‌های مرکزی تصویرها Δx است.

که θ_i برحسب رادیان است. با قراردادن داده‌های معلوم خواهیم داشت

$$\Delta x = (0/22 \text{ m})(2/1 \times 10^{-5} \text{ rad}) = 5/0 \mu \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

معادله ۳۶-۱۹ به معادله توصیف کننده نقش تداخل برای یک جفت شکاف خیلی باریک با فاصله d تبدیل می شود که چنین نیز باید باشد. به همین ترتیب با قراردادن $d=0$ در معادله ۳۶-۲۰ از نظر فیزیکی معادل با این است که دو شکاف به یک شکاف با پهنای a تبدیل شود. پس از معادله ۳۶-۲۰ خواهیم داشت $\beta=0$ و $\cos^2 \beta=1$. در این حالت معادله ۳۶-۱۹، همانطور که انتظار می رود، به معادله ای تبدیل می شود که نقش پراش را برای یک شکاف به پهنای a توصیف می کند.

نقش دو شکاف که با معادله ۳۶-۱۹ توصیف می شود و در شکل ۳۶-۱۶ الف نشان داده شده است تداخل و پراش را با یک روش مفهومی ترکیب می کند. هر دو آثار برهم نهی اند، از این نظر که از ترکیب موجها با اختلاف فازهای مختلف در یک نقطه معین حاصل می شوند. اگر موجهای ترکیب شده از تعداد کمی از چشمه های همدوس حاصل شده باشند، مانند آزمایش دو شکاف با $\lambda \ll a$ ، فرایند را *تداخل* می نامند. اگر موجهای ترکیب شده از یک جبهه موج تنها حاصل شده باشد، مانند آزمایش یک شکاف، فرایند را *پراش* می نامند. این تمایز بین تداخل و پراش (که قدری اختیاری است و همیشه بر آن توافق نیست) تمایزی قراردادی است، ولی نباید فراموش کرد که هر دو اثرهای برهم نهی اند و معمولاً هر دو به طور همزمان وجود دارند (مانند شکل ۳۶-۱۶ الف).

مسئله نمونه ۳۶-۵

در یک آزمایش دو شکاف، طول موج λ چشمه نوری 405 nm و فاصله d شکافها برابر با $19/44 \mu\text{m}$ و پهنای a شکاف $4/050 \mu\text{m}$ است. تداخل نور از دو شکاف و هم چنین پراش نور از هر شکاف را در نظر بگیرید (الف) چند فریز تداخلی روشن داخل قله مرکزی پوش پراش وجود دارد؟

نکته های کلیدی ابتدا دو ساز و کار اصلی مسئول در نقش پراش ایجاد شده در آزمایش را تحلیل می کنیم:

۱. *پراش یک شکاف*: حدود قله مرکزی عبارت اند از اولین کمینه ها در نقش پراش ناشی از هر یک از شکافها (به شکل ۳۶-۱۵ نگاه کنید). مکان زاویه ای این کمینه ها با معادله ۳۶-۳ $a \sin \theta = m\lambda$ داده می شود. در اینجا این معادله را به صورت $a \sin \theta = m_1 \lambda$ می نویسیم، که زیرنویس ۱ به معنای یک شکاف است. در مورد اولین کمینه، در نقش پراش، $m_1 = 1$ قرار می دهیم و به دست می آوریم $a \sin \theta = \lambda$ (۳۶-۲۲)

۲. *تداخل دو شکاف*: مکان زاویه ای فریزهای روشن دو شکاف در نقش تداخل با معادله ۳۵-۱۴ داده می شوند، که می توان آن را به صورت زیر نوشت

$$d \sin \theta = m_2 \lambda, \quad m_2 = 0, 1, 2, \dots \quad (۳۶-۲۳)$$

در اینجا زیرنویس ۲ به تداخل دو شکاف اشاره دارد.

به عنوان مثال، شدت شکل ۳۶-۱۵ الف بر آن دلالت دارد که نقش فریزهای دو شکاف وقتی حاصل می شود که شکافها بینهایت باریک باشند (و بنابراین، $\lambda \ll a$)؛ تمام فریزهای روشن تداخلی دارای یک شدت هستند. نمودار شدت شکل ۳۶-۱۵ ب مربوط به یک شکاف واقعی است؛ نقش پراش دارای بیشینه مرکزی گسترده و بیشینه های ثانوی ضعیفتر در $\pm 17^\circ$ است. نمودار شکل ۳۶-۱۵ پ نقش تداخلی حاصل را برای دو شکاف واقعی نشان می دهد. این نمودار با استفاده از منحنی شکل ۳۶-۱۵ ب به عنوان پوشی برای نمودار شدت در شکل ۳۶-۱۵ الف حاصل شده است. مکان فریزها تغییر نکرده اند؛ فقط شدت تأثیر پذیرفته است.

شکل ۳۶-۱۶ الف نقش واقعی را نشان می دهد که در آن تداخل دو شکاف و پراش دیده می شوند. اگر یکی از شکافها پوشانده شود، نقش پراش یک شکاف شکل ۳۶-۱۶ ب حاصل می شود. به ارتباط بین شکل های ۳۶-۱۶ الف و ۳۶-۱۵ پ و بین شکل های ۳۶-۱۶ ب و ۳۶-۱۵ ب توجه کنید. به هنگام مقایسه این شکلها توجه داشته باشید که شکل ۳۶-۱۶ برای نشان دادن بیشینه های ثانوی ضعیف با نوردهی بیشتری نشان داده شده است و دو بیشینه ثانوی (به جای یک بیشینه) نشان داده شده اند. با در نظر گرفتن آثار پراش، شدت نقش تداخلی دو شکاف با رابطه زیر داده می شود

$$I(\theta) = I_m (\cos^2 \beta) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (\text{دو شکاف}) \quad (۳۶-۱۹)$$

که در آن

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad (۳۶-۲۰)$$

و

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad (۳۶-۲۱)$$

در اینجا d فاصله بین مرکزهای شکافها و a پهنای شکاف است. به دقت توجه کنید که طرف راست معادله ۳۶-۱۹ حاصل ضرب I_m و دو عامل دیگر است. (۱) *عامل تداخل* $\cos^2 \beta$ که ناشی از تداخل بین دو شکاف به فاصله d است (که با معادله های ۳۵-۲۲ و ۳۵-۲۳ داده شده است). (۲) *عامل پراش* $[\sin \alpha / \alpha]^2$ که ناشی از پراش به وسیله یک شکاف با پهنای a است (که با معادله های ۳۶-۵ و ۳۶-۶ داده شده است).



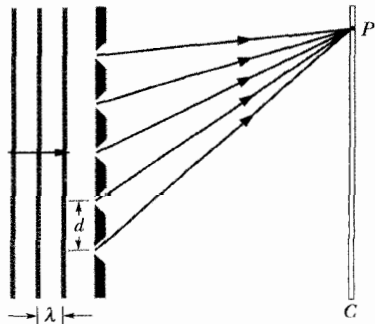
شکل ۳۶-۱۶ (الف) فریزهای تداخلی برای دستگاه دو شکاف؛ با شکل ۳۶-۱۵ پ مقایسه کنید. **(ب)** نقش پراش یک شکاف؛ با شکل ۳۶-۱۵ ب مقایسه کنید.

این دو عامل را بررسی می کنیم. اگر در معادله ۳۶-۲۱، قرار دهیم $a \rightarrow 0$ ، آنگاه وقتی $\alpha \rightarrow 0$ ، $(\sin \alpha) / \alpha \rightarrow 1$. بنابراین،

۳۶-۸ توریهای پراش

یکی از وسایل بسیار مفید در مطالعه نور و اجسامی که نور گسیل و جذب می‌کنند توری پراش است. این وسیله تا اندازه‌ای مانند آرایش دو شکاف شکل ۳۵-۱۰ است ولی تعداد زیادتر N شکاف دارد که اغلب شیار نامیده می‌شوند که شاید تعداد آنها تا چند هزار شیار در میلی‌متر باشد. یک توری آرمانی که فقط پنج شکاف دارد در شکل ۳۶-۱۸ نمایش داده شده است. هرگاه نور تکفام به شکافها بتابد، فریزهای تداخلی باریکی تشکیل می‌شود که می‌تواند برای تعیین طول موج نور مورد استفاده قرار گیرد. (توریهای پراش را می‌توان سطحهای کدوری در نظر گرفت که روی آنها شیارهای موازی نازکی شبیه شکافهای شکل ۳۶-۱۸ آرایش یافته‌اند. بنابراین نور از شیارها پراکنده و برمی‌گردد و به جای عبور از شکافهای باز فریزهای تداخلی تشکیل می‌شود.)

با نور تکفام فرودی بر یک توری پراش، اگر بتدریج تعداد شکافها را از دو به تعداد زیاد N افزایش دهیم، نمودار شدت از نوع نمودار دو شکافی شکل ۳۶-۱۵ پ به یک نمودار خیلی پیچیده‌تر و سپس سرانجام به یک شکل ساده‌ای مانند آنچه که در شکل ۳۶-۱۹ الف نشان داده شده است تغییر می‌کند. نقشی



شکل ۳۶-۱۸ یک توری پراش آرمانی که فقط پنج شیار دارد، یک نقش تداخلی روی صفحه مشاهده دور C ایجاد می‌کند.

که روی صفحه مشاهده با استفاده از نور قرمز تکفام مثلاً از یک لیزر هلیوم-نئون دیده می‌شود در شکل ۳۶-۱۹ ب نشان داده شده است. بیشینه‌ها اکنون خیلی باریک‌اند (و به همین دلیل خط نیز نامیده می‌شوند)؛ آنها به وسیله ناحیه‌های تاریک نسبتاً پهنی از هم جدا شده‌اند.

می‌توان از روش آشنایی برای پیدا کردن محل فریزهای روشن روی صفحه مشاهده استفاده کرد. نخست فرض می‌کنیم که صفحه به اندازه کافی از توری دور باشد به طوری که پرتوهایی که به یک نقطه معین P روی صفحه می‌رسند به هنگام ترک توری موازی باشند (شکل ۳۶-۲۰). سپس از همان استدلال به کار رفته برای تداخل دو شکاف برای هر جفت خط مجاور استفاده می‌کنیم. فاصله d بین شیارها فاصله توری نامیده

محاسبه‌ها: با تقسیم معادله ۳۶-۲۳ بر معادله ۳۶-۲۲ و حل آن برحسب m می‌توانیم مکان اولین کمینه پراش را در داخل نقش فریز دو شکاف پیدا کنیم. با انجام این کار و قراردادن داده‌های معلوم، به دست می‌آوریم

$$m_r = \frac{d}{a} = \frac{19/44 \mu\text{m}}{4/050 \mu\text{m}} = 4/8$$

این نشان می‌دهد که فریز تداخلی روشن به ازای $m_r = 4$ با کمینه اول نقش پراش یک شکاف مطابقت دارد، ولی فریز $m_r = 5$ مطابقت ندارد. داخل قله مرکزی پراش فریز مرکزی روشن ($m_r = 0$) و چهار فریز روشن (تا $m_r = 4$) در هر طرف آن داریم. بنابراین، در کل نه فریز روشن نقش تداخلی دو شکاف در داخل قله مرکزی پوش پراش قرار دارند. فریزهای روشن تداخلی در یک طرف فریز مرکزی روشن پراش در شکل ۳۶-۱۶ نشان داده شده‌اند.

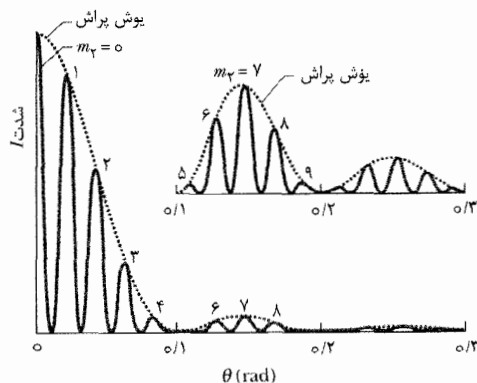
(ب) چند فریز روشن در داخل اولین قله‌های کناری پوش پراش وجود دارد؟

نکته‌های کلیدی حدود بیرونی اولین قله‌های کناری پراش دومین کمینه‌های پراش هستند، که هر یک از آنها در زاویه θ قرار دارند که با $a \sin \theta = m_r \lambda$ به ازای $m_r = 2$ داده می‌شوند (۳۶-۲۴)

از تقسیم معادله ۳۶-۲۳ بر معادله ۳۶-۲۴ خواهیم داشت

$$m_r = \frac{2d}{a} = \frac{(2)(19/44 \mu\text{m})}{4/050 \mu\text{m}} = 9/6$$

این حاکی از آن است که کمینه دوم پراش درست قبل از فریز روشن تداخل به ازای $m_r = 10$ در معادله ۳۶-۲۳ رخ می‌دهد. پس داخل اولین قله کناری پراش، فریزهایی از $m_r = 5$ تا $m_r = 9$ قرار دارند و در نتیجه در کل پنج فریز روشن نقش تداخل دو شکاف (در شکل کناری ۳۶-۱۶ نشان داده شده است) وجود دارد. ولی، اگر فریز روشن $m_r = 5$ که تقریباً با اولین کمینه پراش حذف می‌شود، خیلی تاریک در نظر گرفته شود، آنگاه فقط چهار فریز روشن در اولین قله پراش کناری وجود دارد.

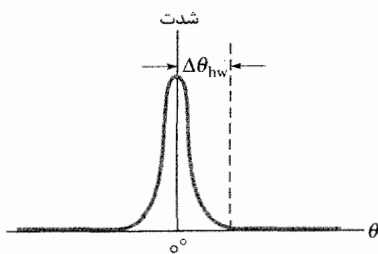


شکل ۳۶-۱۷ یک طرف نمودار شدت برای آزمایش تداخلی دو شکاف. قسمت کناری (که به طور قائم گسترده شده است) نمودار داخل اولین و دومین قله کناری پوش پراش را نشان می‌دهد.

تعیین طول موج استفاده کرد. حتی نور با چند طول موج نامعلوم را می‌توان متمایز و با این روش شناسایی کرد. این کار را نمی‌توان با آزمایش دو شکاف بخش ۳۵-۴ انجام داد، هر چند که همین معادله و وابستگی طول موج در آنجا نیز به کار رفته بود. در آزمایش دو شکاف، فریزهای روشن ناشی از طول موجهای مختلف با یکدیگر خیلی همپوشانی دارند و نمی‌توانند از یکدیگر تمیز داده شوند.

پهنای خطها

توانایی یک توری برای تفکیک (جداسازی) خطها با طول موجهای مختلف به پهنای خطها بستگی دارد. در اینجا عبارتی را برای نیم پهنای خط مرکزی (خطی که برای آن $m=0$ است) و سپس عبارتی برای نیم پهنای خطهای مرتبه‌های بالاتر به دست می‌آوریم. نیم پهنای خط مرکزی به صورت زاویه $\Delta\theta_{hw}$ از مرکز خط واقع در $\theta=0$ به بیرون تا جایی در نظر گرفته می‌شود که خط به طور مؤثر تمام شده و تاریکی با اولین کمینه شروع شده است (شکل ۳۶-۲۱). در چنین کمینه‌ای، N پرتو از N شکاف توری یکدیگر را حذف می‌کنند. (البته پهنای واقعی خط مرکزی $2(\Delta\theta_{hw})$ است، ولی پهنای خطها معمولاً از طریق نیم پهنای مقایسه می‌شوند.)



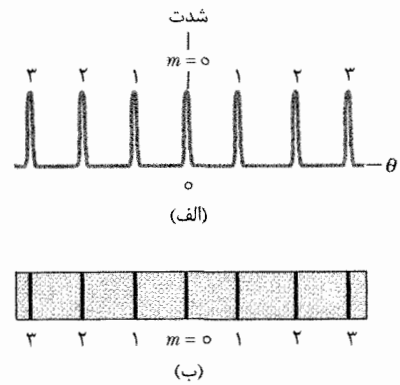
شکل ۳۶-۲۱ نیم پهنای $\Delta\theta_{hw}$ خط مرکزی از مرکز آن خط تا کمینه مجاور روی نمودار شدت بر حسب θ مانند شکل ۳۶-۱۹ الف اندازه‌گیری می‌شود.

در بخش ۳۶-۳ نیز با خنثی شدن پرتوهای خیلی زیادی روبه‌رو شدیم که در آنجا ناشی از پراش از یک تک شکاف بود. معادله ۳۶-۳ را به دست آوردیم، که به علت مشابهت دو وضعیت، در اینجا نیز برای پیدا کردن اولین کمینه می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. معلوم است که اولین کمینه در جایی رخ می‌دهد که اختلاف راه بین پرتوهای بالایی و پایینی برابر با λ باشد. در مورد پراش تک شکاف این اختلاف برابر با $a \sin \theta$ است. در مورد یک توری با N شیار، فاصله هر شیار از شیار بعدی d و فاصله بین شیارهای بالایی و پایینی Nd است (شکل ۳۶-۲۲). بنابراین، اختلاف راه بین پرتوهای بالایی و پایینی در اینجا عبارت است از $Nd \sin \Delta\theta_{hw}$. پس، اولین کمینه در جایی رخ می‌دهد که

$$Nd \sin \Delta\theta_{hw} = \lambda \quad (36-26)$$

چون $\Delta\theta_{hw}$ کوچک است، $\sin \Delta\theta_{hw} = \Delta\theta_{hw}$ (بر حسب رادیان). با قراردادن این در معادله ۳۶-۲۶، نیم پهنای خط مرکزی به صورت زیر به دست می‌آید

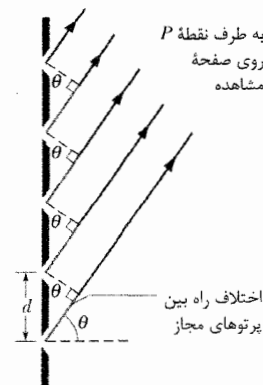
$$\Delta\theta_{hw} = \frac{\lambda}{Nd} \quad (36-27) \quad (\text{نیم پهنای خط مرکزی})$$



شکل ۳۶-۱۹ (الف) نمودار شدت حاصل شده از یک توری پراش با شیارهای خیلی زیاد شامل قله‌های باریکی است که با مرتبه m آنها نشان داده شده‌اند. (ب) فریزهای روشن متناظر روی صفحه مشاهده خط نامیده می‌شوند و در اینجا نیز با عددهای m نشانه‌گذاری شده‌اند.

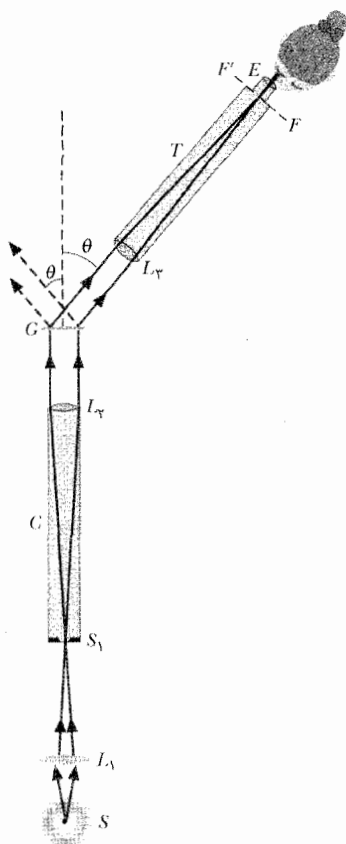
می‌شود. اگر N شیار در پهنای کل W وجود داشته باشد، آنگاه $d=W/N$. اختلاف راه پرتوهای مجاور نیز $d \sin \theta$ است (شکل ۳۶-۲۰)، که θ زاویه محور مرکزی توری (و نقش پراش) و امتداد تا نقطه P است. اگر اختلاف راه بین پرتوهای مجاور مضرب صحیحی از طول موج باشد، یعنی اگر داشته باشیم $d \sin \theta = m\lambda$ ، $m=0,1,2,\dots$ (بیشینه‌ها - خطها) به ازای $m=0,1,2,\dots$ یک خط در نقطه P خواهد بود، که λ طول موج نور است. هر عدد صحیح m یک خط را نشان می‌دهد؛ در نتیجه این عددهای صحیح را مانند شکل ۳۶-۱۹، می‌توان برای نشانه‌گذاری خطها به کار برد. این عددهای صحیح مرتبه نامیده می‌شوند، و خطها را خط مرتبه صفر (خط مرکزی با $m=0$)، خط مرتبه اول ($m=1$)، خط مرتبه دوم ($m=2$) و غیره می‌نامند.

اگر معادله ۳۶-۲۵ را به صورت $\theta = \sin^{-1}(m\lambda/d)$ بنویسیم، می‌توان دید که در مورد یک توری پراش معین، زاویه از محور مرکزی تا هر خط (مانند خط مرتبه سوم) به طول موج



شکل ۳۶-۲۰ پرتوهای حاصل از شیارهای یک توری پراش تا نقطه دور P تقریباً موازی‌اند. اختلاف راه بین هر دو پرتو مجاور $d \sin \theta$ است، که θ به صورتی که نشان داده شده است اندازه‌گیری می‌شود. (شیارها به سمت داخل و خارج صفحه کاغذ ادامه دارند.)

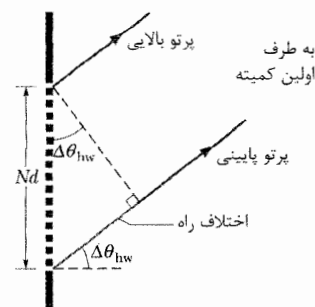
نور به کار رفته بستگی دارد. بنابراین، هرگاه نور با طول موج نامعلوم از یک توری پراش بگذرد، از اندازه‌گیری زاویه‌ها تا خطهای مرتبه بالای به کار رفته در معادله ۳۶-۲۵ می‌توان برای



شکل ۲۳-۳۶ یک نوع ساده طیف‌نما با توری که برای تحلیل طول موجهای نور گسیل شده به وسیله چشمه S به کار رفته است.

برای مثال، نور گسیل شده از لامپ هیدروژن، که محتوی گاز هیدروژن است، در گستره مرئی چهار طول موج گسسته دارد. اگر مستقیماً به این نور نگاه کنیم، سفید به نظر می‌رسد. ولی، اگر در طیف‌نمای با توری به آن نگاه کنیم، در چندین مرتبه چهار خط رنگی مربوط به این طول موجهای مرئی دیده می‌شوند. (چنین خطهایی خطهای گسیلی نام دارند.) در شکل ۲۴-۳۶ چهار مرتبه نشان داده شده است. در مرتبه مرکزی ($m=0$) خطهای متناظر با هر چهار طول موج برهم نهاده شده‌اند، که یک خط سفید تنها در $\theta=0$ حاصل می‌شود. رنگها در مرتبه‌های بالاتر تفکیک شده‌اند.

به خاطر روشنی بیشتر مرتبه سوم در شکل ۲۴-۳۶ نشان داده نشده است و در واقع با مرتبه‌های دوم و چهارم همپوشانی کرده‌اند. خط قرمز مرتبه چهارم از بین رفته است، زیرا توسط توری به کار رفته در اینجا تشکیل نشده است. یعنی، هرگاه بخواهیم معادله ۲۵-۳۶ را بر حسب زاویه θ وقتی که $m=4$ است برای طول موج قرمز حل کنیم، معلوم می‌شود که $\sin \theta$ بزرگتر از یک است و این ناممکن است. بنابراین، چهارمین مرتبه برای این توری ناقص گفته می‌شود، این برای یک توری با فاصله بزرگتر d ، که در آن پراشیدگی خطها کمتر از شکل ۲۴-۳۶ است ناقص نخواهد بود. شکل ۲۵-۳۶ تصویری از خطهای ایجاد شده به وسیله نور گسیل شده مرئی از کادمیوم است.



شکل ۲۲-۳۶ فاصله شیارهای بالایی و پایینی یک توری پراش با N شیار عبارت است از Nd . پرتوهای بالایی و پایینی که از این شیارها می‌گذرند دارای اختلاف راه $Nd \sin \Delta \theta_{hw}$ هستند (برای روشنی بیشتر زاویه خیلی بزرگتر نشان داده شده است).

بدون اثبات بیان می‌کنیم که نیم پهنای هر خط دیگر به مکان آن نسبت به محور مرکزی بستگی دارد و عبارت است از

$$\Delta \theta_{hw} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} \quad (\text{نیم پهنای خط در } \theta) \quad (28-36)$$

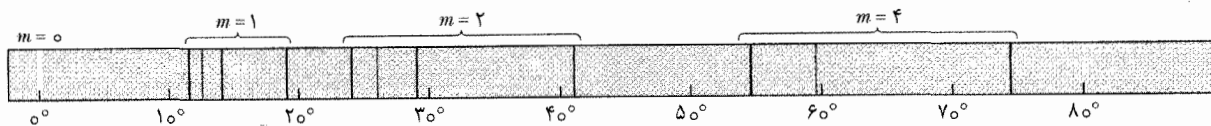
توجه کنید که برای نوری با طول موج معین λ و فاصله شیارهای d ، پهنای خطها با افزایش تعداد N شیارها کاهش می‌یابد. بنابراین، از دو توری پراش، آن توری که مقدار N بزرگتری دارد بهتر می‌تواند طول موجها را تفکیک کند چون خطهای پراش آن باریکترند و در نتیجه همپوشانی کمتری ایجاد می‌کنند.

طیف‌نما با توری

توری‌های پراش به طور وسیعی برای تعیین طول موجهایی که توسط چشمه‌های نوری از لامپها تا ستارگان گسیل می‌شوند به کار می‌روند. شکل ۲۳-۳۶ یک طیف‌نما با توری ساده را نشان می‌دهد که در آن یک توری پراش برای این منظور به کار رفته است. نور از چشمه S به وسیله عدسی L_1 روی شکاف S_1 واقع در صفحه کانونی عدسی L_1 متمرکز می‌شود. نور خارج شده از لوله C (به نام موازی ساز) یک موج تخت است و به طور عمود بر توری G می‌تابد، که پس از پراش از آن نقش پراش با مرتبه $m=0$ با زاویه $\theta=0$ ایجاد می‌شود.

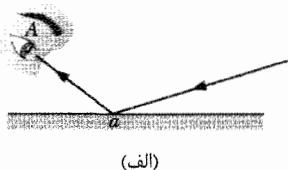
نقش پراشی که روی صفحه مشاهده با زاویه θ ظاهر می‌شود با چرخاندن دوربین T در شکل ۲۳-۳۶ به آن زاویه به آسانی دیده می‌شود. عدسی L_2 دوربین نور پراشیده با زاویه θ را (و با زاویه اندکی کمتر و اندکی بیشتر از آن) بر صفحه کانونی FF' در داخل دوربین متمرکز می‌کند. هرگاه از چشمی E نگاه کنیم، می‌توان تصویر بزرگ شده را دید.

با تغییر دادن زاویه θ دوربین، می‌توان تمام نقش پراش را بررسی کرد. برای هر مرتبه غیر از $m=0$ ، نور اولیه بسته به طول موج (یا رنگ) گسترده می‌شود به طوری که می‌توان با معادله ۲۵-۳۶ طول موجهای گسیل شده توسط چشمه را تعیین کرد. اگر چشمه طول موجهای گسسته‌ای گسیل کند، آنچه با چرخش افقی دوربین به اندازه زاویه متناظر با مرتبه m می‌بینیم عبارت از یک خط عمودی رنگی برای هر طول موج است. طول موج کوتاهتر با زاویه کوچکتر θ نسبت به طول موج بلندتر خط دیده می‌شود.

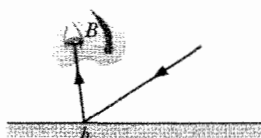


شکل ۲۴-۳۶ مرتبه‌های صفر، اول، دوم و چهارم خطهای مرئی گسیلی از هیدروژن. توجه کنید که این خطها در زاویه‌های بزرگتر فاصله بیشتری دارند. (اینها هم چنین کم‌رنگتر و بهترند هر چند که در اینجا نشان داده نشده‌اند.)

این توریها صدها و حتی هزاران مرتبه مختلف از خود خارج می‌کند. کسی که کارت را نگاه می‌کند تعدادی از این مرتبه‌ها را می‌بیند و نور ترکیب شده یک تصویر مجازی ایجاد می‌کند که بخشی از، مثلاً یک علامت روی کارت اعتباری است. برای مثال، در شکل ۲۷-۳۶ الف، توری واقع در نقطه a وقتی ناظر



(الف)



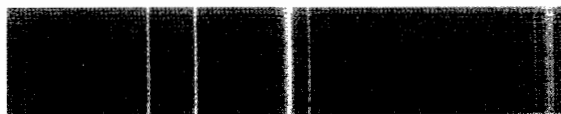
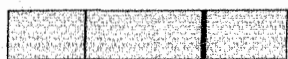
(ب)

شکل ۲۷-۳۶ الف) توری واقع در نقطه a روی سطح یک وسیله OVG به ناظری که در جهت A قرار دارد نور می‌فرستد و تصویر مجازی معینی تولید می‌شود. (ب) توری واقع در نقطه b به ناظری که در B قرار دارد نور می‌فرستد و تصویر مجازی متفاوتی ایجاد می‌شود.

در نقطه A است تصویر معینی ایجاد می‌کند، و در شکل ۲۷-۳۶ ب، توری واقع در نقطه b از نظر ناظری که در B قرار دارد تصویر دیگری را ایجاد می‌کند. این تصویرها روشن و واضح هستند چون توریها برای دیدن نور پخش شده طراحی شده‌اند.

طراحی OVG خیلی دشوار است. مهندسان برای یک کار گرافیکی مانند یک نشانه باید معکوس عمل کنند. مهندسان برای اینکه بتوانند تصویر معینی را از زاویه‌هایی و تصویر متفاوتی را از زاویه‌های دیگری ببینند باید خواص توری در سراسر OVG را مشخص کنند. چنین کاری مستلزم برنامه‌ریزی پیشرفته‌ای در رایانه‌هاست. وقتی این طراحی انجام گرفت ساختار OVG چنان پیچیده است که جعل کردن آن فوق العاده دشوار است.

✓ نکته واریسی ۵ این شکل خطهای مرتبه‌های مختلف ایجاد شده توسط یک توری پراش را در نور قرمز تکفام نشان می‌دهد. الف) آیا مرکز نقش در چپ است یا راست؟ (ب) با نور سبز تکفام، آیا نیم پهنای خطها در همین مرتبه‌ها بیشتر از نیم پهنای خطهای نشان داده شده است یا کمتر یا همین مقدار است؟

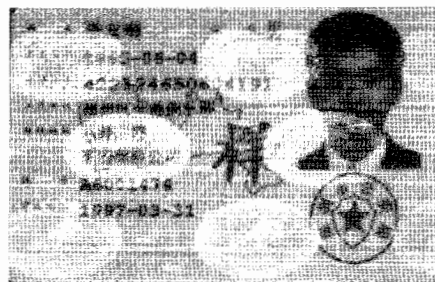


شکل ۲۵-۳۶ خطهای گسیلی مرئی کادمیوم که با یک طیف‌نمای با توری دیده می‌شود.

تصویرهای متغیر نوری

تمام نگارها^۱ با پراکنده شدن نور لیزر از یک جسم به درون یک لایه حساس ایجاد می‌شوند. وقتی تمام نگار را ظاهر کنیم با روشن کردن تمام نگار با همان نوع نور لیزر می‌توان تصویری از جسم را ایجاد کرد. این تصویرها خیلی جالب‌اند زیرا برخلاف عکسهای معمولی عمق دارند، و می‌توانیم نمای حاصل از جسم را با تغییر دادن زاویه‌ای که با آن به تمام نگار نگاه می‌کنیم، تغییر دهیم. تصور می‌شود که تمام نگارها یک معیار آرمانی ضد جعل برای کارتهای اعتباری و انواع دیگر کارتهای شخصی شود. با وجود این، اینها تعدادی نقص دارند. (۱) وقتی با نور لیزر که همدوس است و در یک جهت می‌تابد نگاه شود یک تصویر تمام نگاری واضحی به نظر می‌رسد. ولی وقتی در نور معمولی یک فروشگاه نگاه می‌شود تصویر تیره به نظر می‌رسد. (چنین نور پخش شده‌ای ناهمدوس است و از چند جهت می‌آید.) بنابراین بعید است که فروشنده کارت اعتباری را از خیلی نزدیک بررسی کند و قانونی بودن تمام نگار را ببیند. (۲) تمام نگار به آسانی می‌تواند جعل شود چون تصویری از یک جسم واقعی است. جاعل فقط مدلی از آن جسم را می‌سازد، سپس تمام نگار آن را تهیه می‌کند، و سپس آن را به یک کارت اعتباری جعلی می‌چسباند.

اغلب کارتهای اعتباری اکنون حامل تصویرهای متغیر/پتیکتی (OVG)^۲ هستند که تصویر را از طریق پراش نور پخش شده توسط توریهایی که در وسیله قرار داده شده‌اند ایجاد می‌کنند (شکل ۲۶-۳۶).



شکل ۲۶-۳۶ یک کارت شناسایی با OVG.

1. hologram
2. optically variable graphics (OVG)

۳۶-۹ توریها: پاشندگی و توان تفکیک

پاشندگی

توری باید بتواند خطهای پراش مربوط به طول موجهای مختلف را از هم جدا کند تا در تشخیص طول موجهایی که به هم نزدیکاند مفید باشد. (نظیر کاری که در طیف‌نما با توری انجام می‌گیرد.) این جداسازی که **پاشندگی** نامیده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \quad (30-36) \quad (\text{تعریف پاشندگی})$$

در اینجا $\Delta\theta$ فاصله زاویه‌ای دو خطی است که طول موج آنها به اندازه $\Delta\lambda$ با یکدیگر تفاوت دارد. D بزرگتر به معنای بزرگ بودن فاصله بین دو خط گسیل شده است که طول موج آنها با یکدیگر به اندازه $\Delta\lambda$ تفاوت دارد. در زیر نشان خواهیم داد که پاشندگی یک توری در زاویه θ با رابطه زیر داده می‌شود

$$D = \frac{m}{d \cos \theta} \quad (30-36) \quad (\text{پاشندگی توری})$$

بنابراین، برای رسیدن به پاشندگی بالاتر باید از توری با فاصله شیارهای d کم و در مرتبه‌های بالا استفاده کرد. توجه کنید که پاشندگی به تعداد شیارها بستگی ندارد. یکای SI پاشندگی درجه بر متر یا رادیان بر متر است.

توان تفکیک

برای تفکیک خطهایی که طول موجهای آنها به یکدیگر نزدیکاند (یعنی، برای متمایز کردن خطها)، تا جایی که ممکن است خط باید باریک شود. به بیان دیگر، توری باید دارای توان تفکیک R بالا باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$R = \frac{\lambda_{\text{avg}}}{\Delta\lambda} \quad (31-36) \quad (\text{تعریف توان تفکیک})$$

در اینجا λ_{avg} طول موج متوسط دو خط گسیلی است که به زحمت از هم تشخیص داده می‌شوند، و $\Delta\lambda$ اختلاف طول موج بین آنهاست. هرچه R بزرگتر باشد، دو خط گسیلی نزدیک به هم‌تری را می‌توان جدا کرد. در زیر نشان خواهیم داد که **توان تفکیک** یک توری با عبارت ساده زیر داده می‌شود

$$R = Nm \quad (32-36) \quad (\text{توان تفکیک یک توری})$$

برای رسیدن به توان تفکیک زیاد، باید تعداد شیارها زیاد باشند. (N زیاد).



شیارهای ظریف هر یک به پهنای $0.5 \mu\text{m}$ ، روی یک دیسک فشرده به عنوان یک توری پراش عمل می‌کنند. وقتی چشمه کوچکی از نور سفید بر این دیسک بتابد، نور پراشیده «مسیرهایی» رنگی را تشکیل می‌دهد که ترکیبی از نقشهای پراش از شیارهاست.

اثبات معادله ۳۶-۳۰

از معادله ۳۶-۲۵ شروع می‌کنیم، که عبارتی برای محل خطها در نقش پراش یک توری است

$$d \sin \theta = m\lambda$$

θ و λ را متغیر گرفته و از این معادله دیفرانسیل می‌گیریم، داریم

$$d(\cos \theta)d\theta = m d\lambda$$

برای زاویه‌های کوچک می‌توان این دیفرانسیلها را به صورت اختلافهای کوچک در نظر گرفت، پس

$$d(\cos \theta)\Delta\theta = m\Delta\lambda \quad (33-36)$$

یا

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}$$

نسبت سمت چپ همان D است (به معادله ۳۶-۲۹ نگاه کنید)، پس در واقع معادله ۳۶-۳۰ به دست آمده است.

اثبات معادله ۳۶-۳۲

با معادله ۳۶-۳۳ شروع کردیم، که از معادله ۳۶-۲۵، عبارتی مربوط به محل خطها در نقش پراش تشکیل شده به وسیله یک توری، به دست آمده بود. در اینجا $\Delta\lambda$ اختلاف طول موج کوچک بین دو موجی است که به وسیله توری پراشیده شده‌اند، و $\Delta\theta$ فاصله زاویه‌ای بین آنها در نقش پراش است. اگر $\Delta\theta$ کوچکترین زاویه‌ای باشد که تفکیک دو خط را امکان‌پذیر می‌کند، باید (بنا بر معیار ریلی) برابر با نیم پهنای خطی باشد که با معادله ۳۶-۲۸ داده می‌شود

$$\Delta\theta_{\text{hw}} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$$

اگر $\Delta\theta_{\text{hw}}$ داده شده در اینجا را در معادله ۳۶-۳۳ به جای $\Delta\theta$ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$\frac{\lambda}{N} = m\Delta\lambda$$

که از این رابطه زیر به راحتی به دست می‌آید

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

که همان معادله ۳۶-۳۲ است که می‌خواستیم ثابت کنیم.

مقایسه پاشندگی و توان تفکیک

توان تفکیک یک توری نباید با پاشندگی آن اشتباه شود. جدول ۳۶-۱ مشخصه‌های سه توری را نشان می‌دهد که همگی با توری با طول موج $\lambda = 589 \text{ nm}$ روشن شده‌اند، و نور پراشیده در مرتبه اول ($m = 1$ در معادله ۳۶-۲۵) دیده شده است. باید بررسی کنید که مقدارهای D و R داده شده در جدول به ترتیب می‌توانند از معادله‌های ۳۶-۳۰ و ۳۶-۳۲ محاسبه شوند. (در محاسبه D ، باید رادیان بر متر را به درجه بر میکرومتر تبدیل کنیم.)

محاسبه‌ها: فاصله d توری عبارت است از

$$d = \frac{w}{N} = \frac{25/4 \times 10^{-3} \text{ m}}{126 \times 10^4} = 2/016 \times 10^{-6} \text{ m} = 2016 \text{ nm}$$

بیشینه مرتبه اول متناظر با $m=1$ است. با قراردادن این مقادارها برای d و m در معادله ۳۶-۲۵ به معادله زیر می‌رسیم

$$\theta = \sin^{-1} \frac{m\lambda}{d} = \sin^{-1} \frac{(1)(589/00 \text{ nm})}{2016 \text{ nm}} = 16/99^\circ \approx 17/0^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) با استفاده از پاشندگی توری، فاصله زاویه‌ای بین دو خط را در مرتبه اول محاسبه کنید.

نکته‌های کلیدی (۱) فاصله زاویه‌ای $\Delta\theta$ بین دو خط در مرتبه اول مطابق با معادله ۳۶-۲۹ $(D = \Delta\theta / \Delta\lambda)$ به اختلاف طول موج آنها و پاشندگی D توری بستگی دارد. (۲) پاشندگی D به زاویه θ بستگی دارد که در آن محاسبه می‌شود.

محاسبه‌ها: می‌توان فرض کرد که، در مرتبه اول، دو خط سدیم جهت محاسبه D در زاویه $\theta = 16/99^\circ$ که در بند (الف) برای یکی از این خطها پیدا کردیم به قدر کافی نزدیک‌اند. بنابراین، از معادله ۳۶-۳۰ پاشندگی به صورت زیر به دست می‌آید

$$D = \frac{m}{d \cos \theta} = \frac{1}{(2016 \text{ nm})(\cos 16/99^\circ)}$$

$$= 5/187 \times 10^{-3} \text{ rad/nm}$$

از معادله ۳۶-۲۹ و با $\Delta\lambda$ بر حسب نانومتر، داریم

$$\Delta\theta = D\Delta\lambda = (5/187 \times 10^{-3} \text{ rad/nm})(589/09 - 589/00) = 3/06 \times 10^{-3} \text{ rad} = 0/0175^\circ \quad (\text{پاسخ})$$

می‌توانید نشان دهید که این نتیجه نه تنها به فاصله d توری بلکه به تعداد شیارهای موجود در توری بستگی دارد.

(پ) کمترین تعداد شیارهای یک توری باید چقدر باشد تا بتواند دوتایی سدیم را در مرتبه اول تفکیک کند؟

نکته‌های کلیدی (۱) توان تفکیک توری در هر مرتبه m از نظر فیزیکی با تعداد شیارهای N در توری مطابق با معادله ۳۶-۳۲ $(R = Nm)$ بستگی دارد. (۲) کوچکترین اختلاف طول موج $\Delta\lambda$ که می‌تواند تفکیک شود بنابر معادله ۳۶-۳۱ $(R = \lambda_{\text{avg}} / \Delta\lambda)$ به متوسط طول موج موجود و به توان تفکیک R توری بستگی دارد.

محاسبه‌ها: در مورد دوتایی سدیم که در حد تفکیک باشد، $\Delta\lambda$ باید اختلاف طول موج آنها $0/59 \text{ nm}$ و λ_{avg} باید متوسط طول موج آنها $589/30 \text{ nm}$ باشد.

بنابراین درمی‌یابیم که کمترین تعداد شیارها برای توری جهت تفکیک دوتایی سدیم عبارت است از

$$N = \frac{R}{m} = \frac{\lambda_{\text{avg}}}{m\Delta\lambda} = \frac{589/30 \text{ nm}}{(1)(0/59 \text{ nm})} = 999 \quad (\text{پاسخ})$$

جدول ۳۶-۱

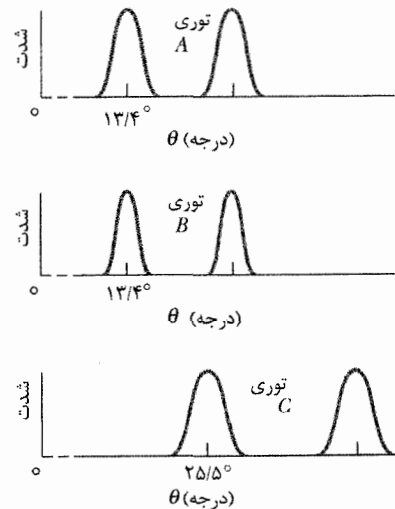
سه توری

توری	N	$d(\text{nm})$	θ	$D(^\circ/\mu\text{m})$	R
A	۱۰۰۰۰	۲۵۴۰	$13/4^\circ$	$23/2$	۱۰۰۰۰
B	۲۰۰۰۰	۲۵۴۰	$13/4^\circ$	$23/2$	۲۰۰۰۰
C	۱۰۰۰۰	۱۳۶۰	$25/5^\circ$	$46/3$	۱۰۰۰۰

۱. داده‌ها به ازای $\lambda = 589 \text{ nm}$ و $m = 1$ هستند.

در مورد شرایط گفته شده در جدول ۳۶-۱، توریهای A و B دارای پاشندگی یکسان D و A و C دارای توان تفکیک یکسان R هستند.

شکل ۳۶-۲۸ نقشه‌های شدت (به نام شکلهای خط) را نشان می‌دهد که به وسیله این توریها برای دو خط با طول موجهای λ_1 و λ_2 در نزدیکی $\lambda = 589 \text{ nm}$ ایجاد شده‌اند. توری B با توان تفکیک بالاتر خطهای باریکتری ایجاد می‌کند و در نتیجه می‌تواند خطهایی را که طول موجهای آنها از مقدار نشان داده شده در شکل به هم خیلی نزدیکتر است جدا کند. توری C با پاشندگی بالاتر فاصله زاویه‌ای بیشتری بین خطها ایجاد می‌کند.



شکل ۳۶-۲۸ نقشه‌های شدت برای نور با دو طول موج که از توریهای جدول ۳۶-۱ گذشته است. توری B بیشترین توان تفکیک و توری C بیشترین پاشندگی را دارد.

مسئله نمونه ۳۶-۶

یک توری پراش دارای $1/26 \times 10^4$ شیار است که به طور یکنواخت در پهنای $w = 25/4 \text{ mm}$ جا گرفته‌اند. این توری با تابش عمود توسط نور زرد یک لامپ بخار سدیم روشن شده است. این نور دارای دو خط گسیلی با فاصله نزدیک به هم (به نام دوتایی سدیم) با طول موجهای $589/00 \text{ nm}$ و $589/09 \text{ nm}$ است.

نکته‌های کلیدی بیشینه ایجاد شده توسط توری پراش با معادله ۳۶-۲۵ $(d \sin \theta = m\lambda)$ تعیین می‌شود.

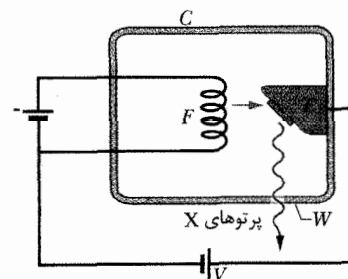
۳۶-۱۰ پراش توسط لایه‌های منظم

در اینجا دو مثال از تداخل نوری را به واسطه پراش نور توسط لایه‌های منظم بررسی می‌کنیم. ابتدا درباره پراش پرتو x توسط لایه‌های منظم اتمی بحث می‌کنیم که تقریباً ۱۰۰ لایه دارد. سپس درباره پراش نور مرئی توسط لایه‌های موجود در مواد آلی صحبت می‌کنیم که مشتمل بر پوست میمون‌هایی است که موضوع پژوهش است.

پرتوهای x تابش الکترومغناطیسی هستند که طول موج آنها از مرتبه $1\text{\AA} (= 10^{-10}\text{ m})$ است. این را با یک طول موج $550\text{ nm} (= 5/5 \times 10^{-7}\text{ m})$ در مرکز طیف مرئی مقایسه کنید. شکل ۳۶-۲۹ نشان می‌دهد که پرتوهای x هنگامی ایجاد می‌شوند که الکترون‌های حاصل از یک رشته گرم F به وسیله اختلاف پتانسیل V شتاب بگیرند و به هدف فلزی T برخورد کنند. یک توری پراش نوری استاندارد نمی‌تواند برای تشخیص طول موجهای مختلف در گستره طول موج پرتو x به کار برده شود. برای مثال به ازای $\lambda = 1\text{\AA} (= 0/1\text{ nm})$ و $d = 3000\text{ nm}$ ، معادله ۳۶-۲۵ نشان می‌دهد که بیشینه مرتبه اول در مقدار زیر رخ می‌دهد

$$\theta = \sin^{-1} \frac{m\lambda}{d} = \sin^{-1} \frac{(1)(0/1\text{ nm})}{3000\text{ nm}} = 0/0019^\circ$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{m\lambda}{d} = \sin^{-1} \frac{(1)(0/1\text{ nm})}{3000\text{ nm}} = 0/0019^\circ$$



شکل ۳۶-۲۹ پرتوهای x هنگامی ایجاد می‌شوند که الکترون‌های حاصل از رشته گرم F که با اختلاف پتانسیل V شتاب گرفته‌اند به هدف فلزی T برخورد کنند. «پنجره» W در اتاقک خلأ C برای پرتوهای x شفاف است.

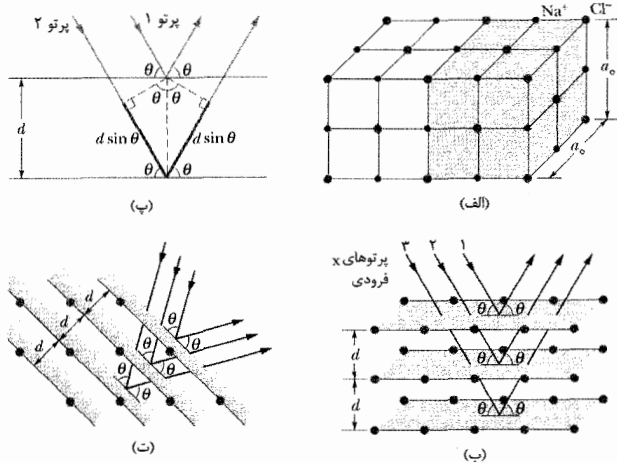
این به بیشینه مرکزی بیش از آنچه که عملی باشد نزدیک است. توری با $d \approx \lambda$ مطلوب است، ولی چون طول موجهای پرتو x تقریباً برابر قطر اتمی هستند، چنین توری‌هایی به طور مکانیکی نمی‌توانند ساخته شوند.

در سال ۱۹۱۲/۱۲۹۱، فیزیکدان آلمانی ماکس فون لاول^۱ متوجه شد که یک جامد بلوری که از آرایه منظمی از اتمها ساخته شده است، می‌تواند برای پرتوهای x یک «توری پراش» سه بعدی طبیعی تشکیل دهد. عقیده بر این است که در یک بلور مانند سدیم کلراید (NaCl)، واحد اصلی اتمها (به نام

یاخته یک) در سراسر این آرایه تکرار می‌شود. شکل ۳۶-۳۰ الف مقطعی از بلور NaCl را نشان می‌دهد و این واحد اصلی را مشخص می‌کند. این یاخته یک مکعبی به ضلع a_0 است.

وقتی یک باریکه پرتو x داخل بلوری مانند NaCl می‌شود، پرتوهای x پراکنده می‌شوند یعنی در تمام جهتها توسط ساختار بلوری تغییر جهت می‌دهند. در برخی جهتها موجهای پراکنده شده تداخل ویرانگر ایجاد می‌کنند، که به کمینه‌های شدت می‌انجامد؛ در جهتهای دیگر تداخل سازنده است، که به بیشینه‌های شدت منجر می‌شود. این فرایند پراکندگی و تداخل شکلی از پراش است، هر چند که شبیه پراش نور که از شکافی عبور می‌کند یا از کنار لبه‌ای می‌گذرد و قبلاً مورد بحث قرار گرفت نیست.

هرچند فرایند پراش پرتوهای x به وسیله یک بلور پیچیده است، ولی بیشینه‌ها در جهتهایی حاصل می‌شوند که گویی پرتوهای x به وسیله گروهی از صفحه‌های بازتاب دهنده موازی (یا صفحه‌های بلوری) بازتاب یافته‌اند، این صفحه‌ها که داخل بلور امتداد دارند، شامل آرایه‌های منظمی از اتمها هستند. (پرتوهای x در واقع بازتابیده نمی‌شوند؛ از این صفحه‌های فرضی برای ساده کردن تحلیل فرایندهای واقعی پراش استفاده می‌کنیم.)



شکل ۳۰-۳۶ الف) ساختار مکعبی NaCl ، که نشان دهنده یونهای سدیم و کلر و یاخته یک (سایه زده) است. (ب) پرتوهای x فرودی به وسیله ساختار الف) پراشیده می‌شود. مثل این است که پرتوهای پراشیده توسط دسته‌ای از صفحه‌های موازی، با زاویه بازتابی برابر با زاویه فرود که هر دو نسبت به این صفحه‌ها اندازه‌گیری می‌شوند (نه نسبت به عمود مانند نورشناسی) بازتابیده می‌شوند. (پ) اختلاف راه بین موجهایی که به طور مؤثر به وسیله دو صفحه مجاور بازتابیده شده‌اند $2d \sin \theta$ است. (ت) با سمبگیری متفاوت پرتوهای x فرودی نسبت به این ساختار، گروه دیگری از صفحه‌ها اکنون به طور مؤثر پرتوهای x را بازتاب می‌دهند.

شکل ۳۰-۳۶ ب) سه دسته صفحه‌های بازتاب دهنده (بخشی از یک دسته صفحه‌های موازی زیاد) با فاصله بین صفحه‌های d را

از صفحه‌ها نیاز دارد که فاصله بین صفحه‌های d و زاویه براگ θ آنها متفاوت است.

شکل ۳۶-۳۱ نشان می‌دهد که چگونه فاصله بین صفحه‌های d به ضلع یاخته یک‌گانه یعنی a_0 مربوط است. برای دسته‌ای از صفحه‌های نشان داده شده در آنجا از قضیه فیثاغورس داریم

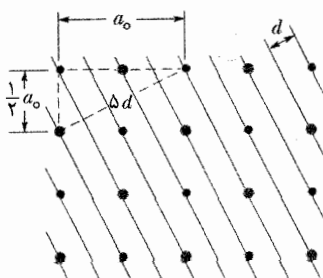
$$\Delta d = \sqrt{\frac{5}{4}} a_0$$

یا

$$d = \frac{a_0}{\sqrt{2}} = 0.707 a_0 \quad (36-35)$$

شکل ۳۶-۳۱ روشی را پیشنهاد می‌کند که چگونه می‌توان ابعاد یاخته یک‌گانه را از فاصله بین صفحه‌های که به وسیله پراش پرتو x اندازه‌گیری شده، پیدا کرد.

پراش پرتو x وسیله‌ای قدرتمند برای مطالعه طیف پرتو x و نیز آرایش اتمها در بلورهاست. برای مطالعه طیف، مجموعه خاصی از صفحه‌های بلوری که دارای فاصله d معلومی هستند انتخاب می‌شود. این صفحه‌ها به طور مؤثر طول موجهای مختلفی را در زاویه‌های مختلف بازتابیده می‌کنند. آشکارسازی که می‌تواند یک زاویه را از زاویه دیگر تمیز دهد برای تعیین



شکل ۳۶-۳۱ دسته‌ای از صفحه‌ها در ساختار شکل ۳۶-۳۰ الف و روشی برای ارتباط طول a_0 یک یاخته یک‌گانه به فاصله بین صفحه‌های d .

طول موج فرودی که به آن می‌رسد به کار می‌رود. خود بلور می‌تواند با یک باریکه تکفام پرتو x مطالعه شود، تا نه تنها فاصله صفحه‌های مختلف بلوری بلکه ساختار یاخته یک‌گانه نیز تعیین شود.

رنگین شدن ساختاری توسط پراش

شکل ۳۶-۳۲ الف ورقه لاستیکی شفاف را نشان می‌دهد که در آن کره‌های پلی‌استرن تقریباً به طور یکنواخت در آن قرار داده شده‌اند که صفحه‌هایی با فاصله d را تشکیل می‌دهند (شکل ۳۶-۳۲ پ)، وقتی نور مرئی در ورقه نفوذ می‌کند، توسط کره‌ها پراشیده می‌شود و بخشی از آن به سوی ما می‌آید ولی چون بین نوری که از هر دو صفحه به ما می‌رسد اختلاف فازی وجود دارد، در نور تداخل رخ می‌دهد. وقتی لاستیک کشیده نشده است، در طول موج‌های تقریباً 590 nm تداخل سازنده رخ می‌دهد، که نور قرمز می‌دهد. (شکل ۳۶-۳۲ الف). وقتی ورقه

نشان می‌دهد، که گفته می‌شود که پرتوهای فرودی نشان داده شده از آنها بازتاب پیدا می‌کنند. پرتوهای ۱ و ۲ و ۳ به ترتیب از اولین، دومین و سومین صفحه باز می‌تابند. در هر بازتاب زاویه فرود و زاویه بازتاب با θ نشان داده شده است. بر خلاف آنچه که در نورشناسی مرسوم است، این زاویه‌ها نسبت به سطح بازتاب دهنده اندازه‌گیری می‌شوند نه نسبت به عمود بر آنها. در مورد وضعیت شکل ۳۶-۳۰ ب، فاصله بین صفحه‌های برابر با ضلع یاخته یک‌گانه a_0 است.

شکل ۳۶-۳۰ پ نمای جانبی بازتاب از یک جفت صفحه مجاور را نشان می‌دهد. موجهای پرتوهای ۱ و ۲ به طور همفاز به بلور می‌رسند. آنها پس از بازتاب نیز باید دوباره همفاز باشند، زیرا بازتابها و صفحه‌های بازتاب دهنده فقط برای توضیح بیشینه‌های شدت در پراش پرتوهای x توسط یک بلور تعریف شده‌اند. بر خلاف پرتوهای نوری، پرتوهای x در ورود به بلور شکسته نمی‌شوند؛ افزون بر این، یک ضریب شکست برای این وضعیت نمی‌توان تعریف کرد. بنابراین فاز نسبی بین موجهای پرتوهای ۱ و ۲ هنگام ترک بلور فقط از اختلاف راه آنها ناشی می‌شود. برای اینکه این پرتوها همفاز باشند، اختلاف راه باید برابر با مضرب صحیحی از طول موج λ پرتوهای x باشد.

با رسم عمودهای خط‌چین در شکل ۳۶-۳۰ پ، درمی‌یابیم که اختلاف راه $2d \sin \theta$ است. در واقع، این رابطه برای هر جفت صفحه مجاور در دسته صفحه‌های نمایش داده شده در شکل ۳۶-۳۰ ب درست است. بنابراین به عنوان معیاری برای بیشینه‌های شدت پراش پرتو x داریم

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (36-34)$$

که در آن m عدد مربوط به مرتبه یک بیشینه شدت است. معادله ۳۶-۳۴ به افتخار فیزیکدان انگلیسی براگ^۱، کسی که اولین بار آن را به دست آورد، قانون براگ نام دارد. (او و پدرش جایزه نوبل سال ۱۹۱۵/۱۲۹۴ را به خاطر استفاده از پرتوهای x برای مطالعه ساختار بلورها نصیب خود کردند.) زاویه فرود و زاویه بازتاب در معادله ۳۶-۳۴ زاویه براگ نامیده می‌شود.

بدون توجه به زاویه‌ای که در آن پرتوهای x وارد یک بلور می‌شوند، همواره دسته‌ای از صفحه‌ها وجود دارند که این پرتوها از آنها طوری بازتابیده می‌شوند که می‌توان قانون براگ را به کار برد. در شکل ۳۶-۳۰ ت، قابل توجه این است که سمتگیری ساختار بلور مانند مورد شکل ۳۶-۳۰ الف است، ولی زاویه‌ای که در آن باریکه وارد ساختار می‌شود با مورد نشان داده شده در شکل ۳۶-۳۰ ب تفاوت دارد. این زاویه جدید برای توضیح پراش پرتوهای x با قانون براگ به دسته جدیدی

پراش تک شکاف موجهایی که از یک شکاف باریک دراز با پهنای a می‌گذرند، یک نقش پراش تک شکاف روی صفحه مشاهده ایجاد می‌کنند که شامل یک بیشینه مرکزی و بیشینه‌های دیگری است که با کمینه‌هایی واقع در زاویه θ نسبت به محور مرکزی که در رابطه زیر صدق می‌کند از هم جدا هستند

$$a \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \text{ (کمینه‌ها) به ازای } m = 1, 2, 3, \dots \text{ (۳-۳۶)}$$

شدت نقش پراش در هر زاویه معین θ عبارت است از

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \text{ (۵-۳۶, ۶-۳۶)}$$

که در آن I_m شدت در مرکز نقش است.

پراش روزنه دایره‌ای پراش توسط روزنه دایره‌ای یا یک عدسی به قطر d یک بیشینه مرکزی و بیشینه‌ها و کمینه‌های هم مرکزی ایجاد می‌کند که اولین کمینه در زاویه θ قرار دارد که با رابطه زیر داده می‌شود

$$\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{d} \text{ (اولین کمینه - روزنه دایره‌ای) (۱۲-۳۶)}$$

معیار ریلی معیار ریلی پیشنهاد می‌کند که اگر بیشینه پراش مرکزی یک جسم روی اولین کمینه جسم دیگر قرار گیرد، آنگاه این دو جسم در حد تفکیک‌پذیری قرار دارند. فاصله زاویه‌ای آنها باید به صورت زیر باشد

$$\theta_R = 1.22 \frac{\lambda}{d} \text{ (معیار ریلی) (۱۴-۳۶)}$$

که در آن d قطر روزنه‌ای است که نور از آن می‌گذرد.

پراش دو شکاف موجهایی که از دو شکاف هر یک به پهنای a و فاصله مرکز به مرکز d می‌گذرند، نقشهای پراشی ایجاد می‌کنند که شدت I آنها در زاویه θ عبارت است از

$$I(\theta) = I_m (\cos^2 \beta) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \text{ (دو شکاف) (۱۹-۳۶)}$$

که $\alpha = (\pi d / \lambda) \sin \theta$ و $\beta = (\pi a / \lambda) \sin \theta$ مانند مورد پراش یک شکاف است.

توریهای پراش توری پراش عبارت است از دسته‌ای از «شکافها» که برای جداکردن یک موج فرودی به مؤلفه‌های طول موجی خود و نمایش بیشینه‌های پراش آنها به کار می‌رود. توری با N (چند) شکاف به (خطهای) بیشینه در زاویه‌های θ می‌انجامد به طوری که

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \text{ (بیشینه‌ها) به ازای } m = 0, 1, 2, \dots \text{ (۲۵-۳۶)}$$

با نیم پهنای خطها که با

$$\Delta \theta_{hw} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} \text{ (نیم پهنای) (۲۸-۳۶)}$$

داده می‌شود.

پاشندگی D و توان تفکیک R عبارت‌اند از:

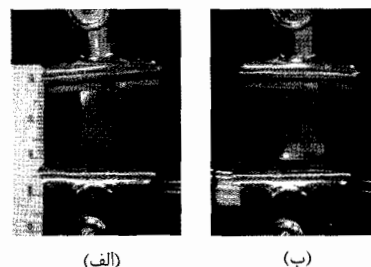
$$D = \frac{\Delta \theta}{\Delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \theta} \text{ (۲۹-۳۶, ۳۰-۳۶)}$$

$$R = \frac{\lambda_{avg}}{\Delta \lambda} = Nm \text{ (۳۱-۳۶, ۳۲-۳۶)}$$

کشیده می‌شود، نازک می‌شود و موجب می‌گردد تا فاصله بین صفحه‌ها به مقدار d' باریک شود (شکل ۳۶-۳۲) و در نتیجه طول موج‌های تشکیل دهنده تداخل سازنده کاهش می‌یابند.

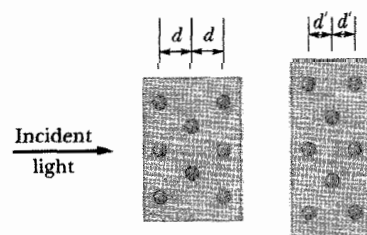
در شکل ۳۶-۳۲ ب ورقه تحت کشش نور سبز را در طول موج تقریبی 563 nm به ما می‌دهد. این وضعیت رنگی مثالی از رنگی شدن ساختاری است چون به دلیل تداخل نوری است که توسط آرایه‌بندی داخل یک ماده به وجود می‌آید.

رنگینی شدن ساختاری مشابهی در پوست خارجی بعضی میمون‌ها (و پوست برخی حیوانات دیگر) رخ می‌دهد. چون پراش در تارهای موازی رنگی زیر سطح پوست صورت می‌پذیرد، نور در پوست نفوذ می‌کند، از تارها پراش می‌یابد، و سپس از پوست خارج می‌شود. فاصله تارها موجب تداخل سازنده برای طول موجهای در حدود 460 nm می‌شود و پوست آبی به نظر می‌رسد. این رنگین‌کمان نیست. (مانند بالهای برخی از انواع پروانه‌ها) چون نظم موازی تارهای رنگی فقط در سطح میکروسکوپی یکنواخت است که به آن نیمه‌منظم می‌گویند.



(الف)

(ب)



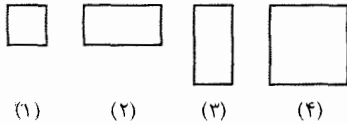
(پ)

(ت)

شکل ۳۶-۳۲ جابه‌جایی رنگی توسط یک ورقه لاستیکی که کره‌های پلی‌استیرن در آن قرار داده شده است. (الف) و (ب) بدون کشش، با کره‌هایی که صفحه‌هایی به فاصله d را تشکیل می‌دهند. (ب) و (ت) در حالت کشش، با کره‌هایی که صفحه‌هایی با فاصله کوچکتر d' را به وجود می‌آورند.

بازنگری و خلاصه درس

پراش هرگاه موجها با یک لبه، یک مانع، یا یک روزنه با اندازه قابل مقایسه با طول موج این موجها روبه‌رو شوند، این موجها از جهت حرکت خود گسترده‌تر می‌شوند و تداخل می‌کنند. این را پراش می‌نامند.



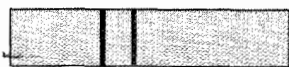
شکل ۳۶-۳۵ پراش ۳

۴- نوری با بسامد f با روشن کردن شکاف باریک درازی یک نقش پراش ایجاد می‌کند. (الف) اگر بسامد نور به $1/3f$ تغییر کند، آیا این نقش از مرکز به طرف بیرون گسترش می‌یابد یا به طرف آن جمع می‌شود؟ (ب) اگر این وسیله را در مایع شفافی غوطه‌ور کنیم، آیا این نقش گسترش می‌یابد یا جمع می‌شود؟

۵- آزمایش پراش تک شکاف را با طول موج λ انجام می‌دهیم. روی صفحه مشاهده دور، در نقطه‌ای که پرتوهای بالایی و پایینی از شکاف می‌گذرند و اختلاف راه برابر با 5λ (الف) 4λ (ب) هستند، چه دیده می‌شود؟

۶- در آزمایش پراش تک شکاف، پرتوهای بالایی و پایینی که از شکاف می‌گذرند با اختلاف راه $4/5$ طول موج، به نقطه معینی روی صفحه مشاهده می‌رسند. در نمایش با بردار فاز شکل ۳۶-۷ چند دایره همپوشانی زنجیره بردار فاز را تشکیل می‌دهند؟

۷- شکل ۳۶-۳۶ یک خط قرمز (راست) و یک خط سبز (چپ) از مرتبه یکسانی از نقش حاصل از یک توری پراش را نشان می‌دهد. اگر تعداد شیارهای توری را زیاد کنیم، مثلاً با حذف نواری که نصف خطها را پوشانده است، آیا (الف) نیم پهنای خطها و (ب) فاصله خطها افزایش می‌یابد یا کاهش یا ثابت می‌ماند؟ (پ) آیا خطها به طرف راست جابه‌جا می‌شوند یا به طرف چپ، یا در همان محل باقی می‌مانند؟



شکل ۳۶-۳۶ پراش ۷ و ۸

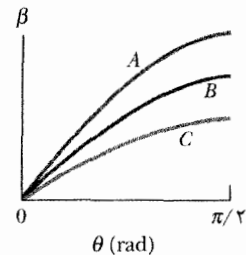
۸- در وضعیت پراش ۷ و شکل ۳۶-۳۶ اگر فاصله شیارهای توری افزایش یابد، آیا (الف) نیم پهنای خطها و (ب) فاصله خطها افزایش می‌یابد، یا کاهش یا بدون تغییر می‌ماند؟ (پ) آیا خطها به سمت راست جابه‌جا می‌شوند یا به سمت چپ یا در همان محل باقی می‌مانند؟

۹- در شب بسیاری از مردم حلقه‌هایی (به نام هاله‌های درون چشمی) را می‌بینند که اطراف لامپهای روشن خارج از خانه را در حصاری از تاریکی احاطه کرده‌اند. این حلقه‌ها اولین بیشینه‌های کناری در نقشهای پراش ایجاد شده توسط ساختاری است که فکر می‌کنند در داخل قرنیه (یا احتمالاً عدسی) چشم ناظر قرار دارند. (بیشینه‌های مرکزی چنین نقشهایی با لامپ همپوشانی می‌کنند). (الف) اگر نور لامپ از آبی به قرمز تبدیل شود آیا یک حلقه خاص کوچکتر می‌شود یا بزرگتر؟ (ب) اگر لامپ نور سفید گسیل کند در لبه بیرونی این حلقه آبی قرار دارد یا قرمز؟

پراش پرتو x آرایه منظمی از اتمهای یک بلور عبارت است از یک توری پراش سه بعدی برای موجهایی با طول موج کوتاه مانند پرتوهای x . به منظور تحلیل، می‌توان تصور کرد که اتمها در صفحه‌هایی ترتیب یافته‌اند که فاصله بین آنها d است. بیشینه‌های پراش (ناشی از تداخل سازنده) زمانی رخ می‌دهند که جهت تابش موج، که از سطح این صفحه اندازه‌گیری می‌شود، و طول موج λ تابش در قانون براگ صدق کنند (۳۶-۳۴) $2d \sin \theta = m\lambda$ ، $m = 1, 2, 3, \dots$ به ازای

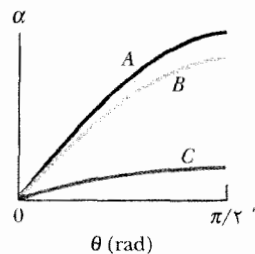
پرسشها

۱- شکل ۳۶-۳۳ برای سه آزمایش عامل β در معادله ۳۶-۲۰ را برحسب θ در تداخل دو شکاف با استفاده از نور با طول موج 500 nm به دست می‌دهد. فاصله شکافها در سه آزمایش متفاوت است. این آزمایشها را به ترتیب بزرگی (الف) فاصله شکافها و (ب) تعداد کل بیشینه‌های تداخل دو شکاف در نقش مرتب کنید.



شکل ۳۶-۳۳ پراش ۱

۲- شکل ۳۶-۳۴ برای سه آزمایش در پراش تک شکاف با استفاده از نور با طول موج 500 nm ، α را برحسب زاویه θ به دست می‌دهد. این آزمایشها را به ترتیب بزرگی (الف) پهنای شکاف و (ب) تعداد کل کمینه‌های پراش در نقش، مرتب کنید.



شکل ۳۶-۳۴ پراش ۲

۳- شکل ۳۵-۳۶ چهار گزینه را برای روزنه مستطیلی شکل در مقابل یک چشمه با موجهای صوتی یا موجهای نوری نشان می‌دهد. طول ضلعها L یا $2L$ برابر با سه برابر طول موج موجهاست. روزنه‌ها را به ترتیب بزرگی (الف) پهن‌شدگی چپ-راست، (ب) پهن‌شدگی بالا-پایین موجهای ناشی از پراش مرتب کنید.

بخش ۳۶-۳ پراش توسط تک شکاف: محل کمینه‌ها

۱- یک شکاف با نوری به طول موج λ_a و λ_b روشن شده است. طول موجها طوری انتخاب شده‌اند که اولین کمینه پراش مؤلفه λ_a منطبق است. (الف) اگر $\lambda_b = 350 \text{ nm}$ باشد، λ_a چقدر است؟ در چه مرتبه m_b (در صورت وجود) یک کمینه مؤلفه λ_b بر کمینه مؤلفه λ_a در مرتبه (ب) $m_a = 2$ و (پ) $m_a = 3$ منطبق است؟

۲- نور تکفام با طول موج 441 nm بر یک شکاف باریک می‌تابد. روی صفحه‌ای به فاصله 2.00 m ، فاصله بین دومین کمینه پراش و بیشینه مرکزی 1.50 cm است. (الف) زاویه پراش θ دومین کمینه را محاسبه کنید. (ب) پهنای شکاف را پیدا کنید.

۳- نوری با طول موج 633 nm بر شکاف باریکی می‌تابد. زاویه بین اولین کمینه پراش در یک طرف بیشینه مرکزی و اولین کمینه در طرف دیگر 1.20° است. پهنای شکاف چقدر است؟

۴- نسبت پهنای شکاف به طول موج برای تک شکاف برای اینکه اولین کمینه پراش در $\theta = 45.0^\circ$ رخ دهد چقدر است؟

۵- یک موج تخت با طول موج 590 nm بر شکافی با پهنای $a = 0.40 \text{ mm}$ فرود می‌آید. عدسی نازک همگرایی با فاصله کانونی 70 cm بین شکاف صفحه مشاهده قرار داده شده و نور را روی صفحه متمرکز می‌کند. (الف) فاصله صفحه مشاهده از عدسی چقدر است؟ (ب) فاصله مرکز نقش پراش تا اولین کمینه روی صفحه چقدر است؟

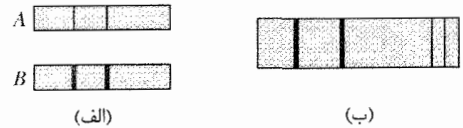
۶- در تلویزیون معمولی، سیگنالها از دکلهایی به گیرنده‌های خانگی ارسال می‌شوند. حتی وقتی که یک گیرنده به علت تپه‌ای یا ساختمانی در دید مستقیم دکل نباشد، در صورتی که سیگنال به قدر کافی اطراف مانع به داخل «ناحیه سایه» مانع پراشیده شود، هنوز سیگنال را می‌توان دریافت کرد. طول موج سیگنالهای متعارف تلویزیونی تقریباً 50 cm است، ولی طول موج بیشتر سیگنالهای دیجیتالی تلویزیون که از دکل باید ارسال شوند تقریباً 10 nm است. (الف) آیا به دلیل این تغییر در طول موج، پراش سیگنالها به داخل ناحیه‌های سایه موانع افزایش می‌یابد یا کاهش؟ فرض کنید که سیگنالی از یک روزنه با پهنای 5.0 nm بین دو ساختمان مجاور می‌گذرد. گسترش زاویه‌ای بیشینه پراش مرکزی (به طرف بیرون کمینه اول) برای طول موجهای (ب) 50 cm و (پ) 10 mm چقدر است؟

۷- فاصله بین اولین و پنجمین کمینه نقش پراش یک شکاف 35 mm است. فاصله پرده تا شکاف 40 cm و نوری با طول موج 550 nm به کار رفته است. (الف) پهنای شکاف را پیدا کنید. (ب) زاویه θ اولین کمینه پراش را محاسبه کنید.

۸- تولیدکنندگان سیم (و سایر اجسام با ابعاد کوچک) بعضی مواقع از لیزر برای نمایش مداوم وضعیت ضخامت محصول استفاده می‌کنند. از تلاقی باریکه لیزر با سیم نقش پراشی مانند

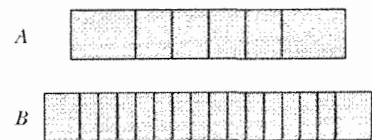
۱۰- (الف) برای یک توری پراش معین، آیا با افزایش طول موج، کمترین اختلاف $\Delta\lambda$ قابل تفکیک در دو طول موج افزایش می‌یابد یا کاهش یا ثابت می‌ماند؟ (ب) در مورد یک ناحیه طول موج معین (مثلاً اطراف 500 nm) آیا $\Delta\lambda$ در مرتبه اول بزرگتر است یا در مرتبه سوم؟

۱۱- (الف) شکل ۳۶-۳۷ الف خطهای ایجاد شده توسط توریهای پراش A ، B را با استفاده از نور با طول موج یکسان نشان می‌دهد؛ این خطها دارای مرتبه یکسان هستند و در زاویه یکسان θ ظاهر می‌شوند. کدام توری تعداد شیار بیشتری دارد؟ (ب) شکل ۳۶-۳۷ ب خطهای دو مرتبه را نشان می‌دهد که توسط یک توری پراش تنها با استفاده از نور با دو طول موج، هر دو در ناحیه قرمز طیف ایجاد شده‌اند. کدام خطها، دو تای سمت چپ یا دو تای سمت راست، دارای مرتبه بزرگتر m هستند؟ آیا مرکز نقش پراش در سمت چپ است یا سمت راست؟ (پ) در شکل ۳۶-۳۷ الف و (ت) در شکل ۳۶-۳۷ ب مرکز نقش پراش در طرف چپ قرار دارد یا طرف راست؟



شکل ۳۶-۳۷ پراش ۱۱

۱۲- شکل ۳۶-۳۸ فریزهای روشنی را نشان می‌دهد که در داخل پوش پراش مرکزی در آزمایشهای پراش دو شکاف با استفاده از یک طول موج یکسان نور قرار دارد. آیا (الف) پهنای شکاف a ، (ب) فاصله دو شکاف d و (پ) نسبت d/a در آزمایش B ، بیشتر از آزمایش A است یا کمتر یا همان اندازه است؟



شکل ۳۶-۳۸ پراشهای ۱۲

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

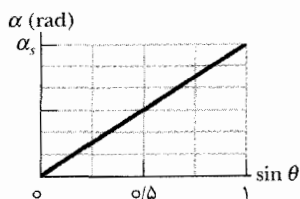
اطلاعات اضافی در سیرک پرنده فیزیک و در

flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

طرف بالا در صفحه مشاهده و مبدأ آن در مرکز نقش پراش قرار داشته باشد. هم چنین فرض کنید I_P شدت نور پراشیده در نقطه P واقع در $y = 15.0 \text{ cm}$ باشد. (الف) نسبت I_P به شدت I_m در مرکز نقش چقدر است؟ (ب) تعیین کنید که نقطه P در نقش پراش بین بیشینه و کمینه قرار دارد یا بین دو کمینه؟

۱۳- شکافی با پهنای 0.10 mm با نوری به طول موج 589 nm روشن می شود. نقطه P را روی یک صفحه مشاهده در نظر بگیرید که نقش پراش شکاف روی آن دیده می شود؛ این نقطه در زاویه 30° از محور مرکزی شکاف قرار دارد. اختلاف فاز بین موجکهای هویگنس که از بالا و وسط شکاف به نقطه P می رسند چقدر است؟ (راهنمایی: به معادله ۳۶-۴ نگاه کنید).

۱۴- شکل ۳۶-۴۱ مقدار α را برحسب $\sin \theta$ در آزمایش پراش تک شکاف با استفاده از نور با طول موج 610 nm نشان می دهد. مقیاس محور عمودی با $\alpha_s = 12 \text{ rad}$ مشخص شده است. (الف) پهنای شکاف، (ب) تعداد کل کمینه های پراش در نقش (تعداد آنها در دو طرف مرکز نقش پراش)، (پ) کمترین زاویه برای یک کمینه، و (ت) بیشترین زاویه برای یک کمینه، چقدر است؟



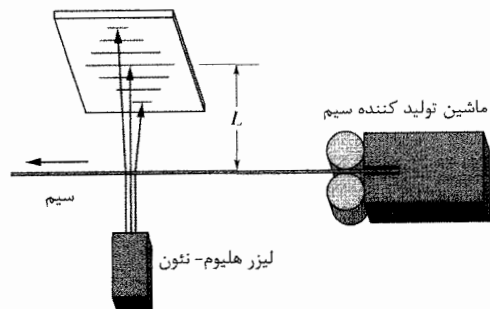
شکل ۳۶-۴۱ مسئله ۱۴

۱۵- (الف) نشان دهید که مقدارهای α که به ازای آنها بیشینه های شدت در پراش تک شکاف رخ می دهد دقیقاً با دایفرانسیل گیری از معادله ۳۶-۵ نسبت به α و با مساوی قرار دادن نتیجه برابر صفر و به دست آوردن شرط $\tan \alpha = \alpha$ به دست می آید. برای پیدا کردن مقدارهای α که در این رابطه صدق می کند، منحنی $y = \tan \alpha$ و خط راست $y = \alpha$ را رسم و سپس محل تلاقی آنها را پیدا کنید، یا از ماشین حساب برای پیدا کردن مقدارهای α به روش سعی و خطا استفاده کنید.

سپس به ازای $\alpha = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$ ، مقدارهای m مربوط به بیشینه ها در نقش تک شکاف را تعیین کنید. (این مقدارهای m عدد صحیح نیستند چون بیشینه های بعدی دقیقاً در وسط کمینه ها قرار ندارند). (ب) کوچکترین مقدار دوم α و (پ) m مربوط، (ت) کوچکترین مقدار دوم α و (ث) m مربوط، و (ج) کوچکترین مقدار سوم α و (چ) m مربوط چقدر است؟

۱۶- اصل باینه. باریکه تکفام نور موازی به روزنه ای به قطر $x \gg \lambda$ می تابد و به صورت موازی از آن می گذرد. نقطه P در ناحیه سایه هندسی روی یک صفحه دور قرار دارد (شکل ۳۶-۴۲ الف). دو مانع پراش دهنده نشان داده شده در شکل ۳۶-۴۲

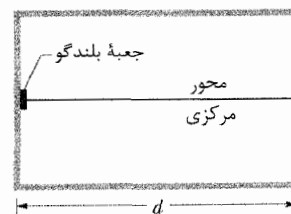
نقش پراش تک شکاف با پهنای برابر با قطر سیم ایجاد می شود (شکل ۳۶-۳۹). فرض کنید که لیزر هلیوم-نئون با طول موج 632.8 nm سیم را روشن می کند و نقش پراش روی صفحه ای در فاصله $L = 2.60 \text{ m}$ ظاهر می شود. اگر قطر سیم مورد نظر $1/37 \text{ mm}$ باشد، فاصله مشاهده شده بین دو کمینه مرتبه دهم (هر یک در یک طرف بیشینه مرکزی) چقدر است؟



شکل ۳۶-۳۹ مسئله ۸

۹- شکافی به پهنای $1/50 \text{ mm}$ با نوری به طول موج 589 nm روشن شده است. نقش پراش را روی صفحه ای به فاصله $3/00 \text{ m}$ از آن می بینیم. فاصله بین اولین دو کمینه پراش در یک طرف بیشینه مرکزی پراش چقدر است؟ SSM ILW

۱۰- موجهای صوتی با بسامد 3000 Hz و تندی 343 m/s از گشودگی مستطیلی شکل بلندگویی پراشیده شده و وارد سالنی به طول $d = 100 \text{ m}$ می شوند. این گشودگی که دارای پهنای افقی $30/5 \text{ cm}$ است از دیوار 100 m فاصله دارد (شکل ۳۶-۴۰). در طول دیوار، در چه فاصله ای از محور مرکزی شنونده در اولین کمینه پراش قرار دارد و در نتیجه مشکل شنیدن صوت خواهد داشت؟ (از بازتابها چشم پوشی کنید).



شکل ۳۶-۴۰ مسئله ۱۰

بخش ۳۶-۵ شدت در پراش تک شکاف، به طور کمی

۱۱- نور تکفام با طول موج 538 nm بر شکافی با پهنای $0/25 \text{ mm}$ می تابد. فاصله شکاف تا صفحه مشاهده $3/5 \text{ m}$ است. نقطه ای را روی صفحه به فاصله $1/8 \text{ cm}$ از بیشینه مرکزی در نظر بگیرید. (الف) θ را برای این نقطه، (ب) α و (پ) نسبت شدت در آن نقطه به شدت در بیشینه مرکزی را محاسبه کنید.

۱۲- در آزمایش پراش تک شکاف شکل ۳۶-۴، طول موج نور را 500 nm ، پهنای شکاف را $6/00 \mu\text{m}$ و فاصله صفحه مشاهده را $D = 3/00 \text{ m}$ در نظر بگیرید. فرض کنید محور y به

۲۰- فرض کنید که معیار ریلی محدودیت تفکیک پذیری چشم فضانوردی را به دست می دهد که از یک شاتل فضایی نوعی در ارتفاع 400 km به سطح زمین نگاه می کند. (الف) با این فرض آرمانی، کوچکترین پهنای خطی روی سطح زمین را که فضانورد می تواند تفکیک کند برآورد کنید. قطر مردمک فضانورد را 5 mm و طول موج نور مرئی را 550 nm در نظر بگیرید. (ب) آیا فضانورد می تواند دیوار بزرگ چین (شکل ۳۶-۴۳) را تفکیک کند که بیش از 3000 km طول، ۵ تا ۱۰ متر ضخامت در قاعده، 4 m ضخامت در بالا و 8 m ارتفاع دارد؟ (پ) آیا فضانورد می تواند هر علامت غیر قابل اشتباهی از زندگی موجودی روی سطح زمین را تفکیک کند؟



شکل ۳۶-۴۳ مسئله ۲۰ دیوار بزرگ چین

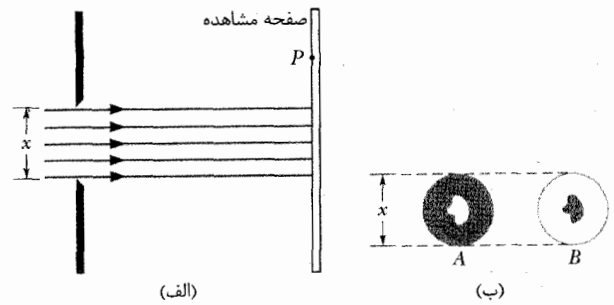
۲۱- فاصله دو چراغ اتومبیلی که در حال نزدیک شدن است $1/4\text{ m}$ است. در چه (الف) فاصله زاویه ای و (ب) مسافت بیشینه ای، چشم آنها را از هم تفکیک می کند؟ فرض کنید که قطر مردمک $5/0\text{ mm}$ و طول موج نور 550 nm است. هم چنین فرض کنید که آثار پراش به تنهایی محدود کننده توان تفکیک است به طوری که معیار ریلی را می توان اعمال کرد.

SSM

۲۲- هاله درون چشمی. اگر به یک لامپ روشن بیرون از خانه در محلی که در تاریکی قرار دارد نگاه کنیم، به نظر می رسد که لامپ با حلقه های روشن و تاریک (از این رو هاله) احاطه شده است که در واقع مانند شکل ۳۶-۹ یک نقش پراش دایره ای هستند، که بیشینه مرکزی با نور مستقیم از لامپ هم پوشانی می کند. این پراش توسط ساختارهایی در داخل قرنیه یا عدسی چشم ایجاد شده است (از این رو درون چشمی). اگر طول موج نور تکفام لامپ 550 nm و اولین حلقه تاریک در زاویه قطری $2/5^\circ$ از دید ناظر دیده شود، قطر (داخلی) ساختار ایجادکننده پراش چقدر است؟

۲۳- با فرض اینکه فاصله دو نقطه روی سطح ماه فقط توسط آثار پراش تعیین شود، فاصله این دو نقطه را که با استفاده از تلسکوپ $(5/1\text{ m}) (= 500\text{ cm})$ واقع در تپه پالومار تفکیک شود

ب، به نوبت روی روزنه قرار داده می شوند. جسم A دایره ای کدر با روزنه ای روی آن و B «عکس منفی» A است. با استفاده از مفاهیم برهم نهی، نشان دهید که شدت در P در مورد دو جسم پراش دهنده A و B یکسان است.



شکل ۳۶-۴۲ مسئله ۱۶

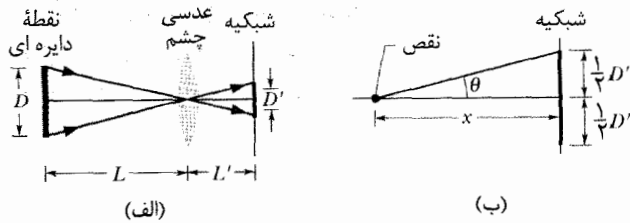
۱۷- پهنای کامل در نیم بیشینه یک بیشینه پراش مرکزی به صورت زاویه بین دو نقطه در نقش پراش تعریف می شود که در آن شدت نصف شدت در مرکز پراش است. (به شکل ۳۶-۸ نگاه کنید). (الف) نشان دهید که هرگاه $\alpha = \alpha^2/2 = \sin^2 \alpha$ باشد، شدت به نصف شدت بیشینه افت می کند. (ب) بررسی کنید که $\alpha = 1/39\text{ rad}$ (تقریباً 80°) جوابی برای معادله (الف) است. (پ) نشان دهید که پهنای کامل در نیم بیشینه عبارت است از $(a/0/443\lambda) \sin^{-1}(0/443\lambda/a)$ ، که در آن a پهنای شکاف است. پهنای کامل در نیم بیشینه مرکزی را به ازای پهنای شکاف (ت) $1/00\lambda$ ، (ث) $5/00\lambda$ و (ج) $10/00\lambda$ ، محاسبه کنید.

SSM WWW

بخش ۳۶-۶ پراش توسط یک روزنه دایره ای

۱۸- تلسکوپهای بعضی سفینه های نظارتی تجاری («تجسسی») می توانند اجسام زمینی به کوچکی 85 cm (google earth) را ببینند و تلسکوپهای سفینه های نظارتی نظامی می توانند اجسام به کوچکی 10 cm را تفکیک کنند. ابتدا فرض کنید که تفکیک پذیری جسم تماماً با معیار ریلی تعیین می شود و با تلاطمهای جوی کمتر نمی شود. هم چنین فرض کنید که سفینه ها در ارتفاع نوعی 400 km قرار دارند و طول موج نور مرئی 550 nm است. قطر دهانه مورد نیاز تلسکوپ برای (الف) تفکیک پذیری 85 cm و (ب) تفکیک پذیری 10 cm چقدر است؟ (پ) اکنون، با در نظر گرفتن اینکه تلاطم تفکیک پذیری را کاهش می دهد و با اینکه قطر دهانه تلسکوپ فضایی هابل $2/4\text{ m}$ است، درباره پاسخ بند (ب) و درباره تفکیک پذیریهای نظارتی نظامی که انجام می شود چه می توانید بگویید؟

۱۹- اگر شخص خارق العاده ای دارای دید پرتو x با طول موج $5/10\text{ nm}$ و قطر مردمک او $4/0\text{ mm}$ باشد، با فرض اینکه او بخواهد نقطه هایی با فاصله $5/0\text{ cm}$ را از هم تفکیک کند، بیشینه ارتفاعی که برای تمایز می تواند داشته باشد چقدر است؟



شکل ۳۶-۲۴ مسئله ۲۸

۲۹- یک رادار با موجهای میلی متری باریکه‌ای نازکتر از رادار میکرو موج معمولی ایجاد می‌کند، که آن را نسبت به بردار معمولی در برابر هدفهای ضد راداری کمتر آسیب پذیر می‌کند. (الف) پهنای زاویه‌ای 2θ بیشینه مرکزی، از اولین کمینه تا اولین کمینه را که به وسیله یک باریکه راداری 22.0 GHz از یک آنتن دایره‌ای به قطر 55.0 cm گسیل شده است محاسبه کنید. (بسامد چنان اختیار شده است که با یک «پنجره» جوی با جذب کم سازگار باشد). (ب) 2θ برای یک آنتن دایره‌ای معمولی که قطر آن $2/3\text{ m}$ و در طول موج $1/6\text{ cm}$ گسیل می‌کند چقدر است؟ SSM

۳۰- (الف) یک میان‌بند دایره‌ای به قطر 6.0 cm در بسامد 25 kHz به عنوان یک چشمه صوتی زیر آبی که از آن در آشکارسازی زیردریایی استفاده می‌شود، نوسان می‌کند. دور از چشمه، شدت صوت به صورت نقش پراش روزنه دایره‌ای که قطر آن برابر با قطر میان‌بند است توزیع شده است. تندی صوت در آب را 1450 m/s گرفته و زاویه بین عمود بر میان‌بند و خط واصل از میان‌بند به اولین کمینه را پیدا کنید. (ب) آیا چنین کمینه‌ای برای چشمه دارای بسامد (صوتی) $1/0\text{ kHz}$ وجود دارد؟

۳۱- لیزرهای پرتو x که به طور هسته‌ای پمپ می‌شوند می‌توانند تا برد 2000 km برای انهدام راکت‌های ICBM به عنوان جنگ‌افزار مورد استفاده قرار گیرند. یکی از محدودیتهای چنین جنگ افزایش پخش شدن باریکه ناشی از پراش است که باعث ضعیف شدن شدت باریکه می‌شود. لیزری را که در طول موج $1/40\text{ nm}$ کار می‌کند در نظر بگیرید. جسمی که نور را گسیل می‌کند عبارت است از سیمی با قطر 0.200 mm . (الف) قطر باریکه مرکزی را در هدفی به فاصله 2000 km از چشمه باریکه محاسبه کنید. (ب) با چه ضریبی شدت باریکه ضمن انتقال به هدف کاهش می‌یابد؟ (لیزر از فضا شلیک می‌شود به طوری که می‌توان از جذب جوی صرف‌نظر کرد). 60

۳۲- بال سوسکه‌ها (شکل ۳۶-۴۵) به دلیل تداخل ناشی از لایه‌های نازک پوستی رنگی دیده می‌شود. افزون بر این، این لایه‌ها به صورت تکه‌هایی به عرض 60 nm ترتیب یافته‌اند و رنگهای مختلفی ایجاد می‌کنند. رنگی که دیده می‌شود عبارت است از مخلوط نقطه نقطه‌ای از رنگهای ناشی از تداخل لایه نازک که با تغییر منظر تغییر می‌کند. بنابر معیار ریلی تقریباً از

پیدا کنید. فاصله زمین تا ماه $3/8 \times 10^5\text{ km}$ است. فرض کنید طول موج نور 550 nm است. ILW
۲۴- سامانه راداری یک رزمناو جنگی از یک آنتن دایره‌ای شکل به قطر $2/3\text{ m}$ در طول موج $1/6\text{ cm}$ موجهایی ارسال می‌کند. در برد $6/2\text{ km}$ ، کمترین فاصله دو قایق تندر و چقدر باید باشد تا بتوان آنها را به عنوان دو جسم جدا از هم به وسیله دستگاه رادار تفکیک کرد؟

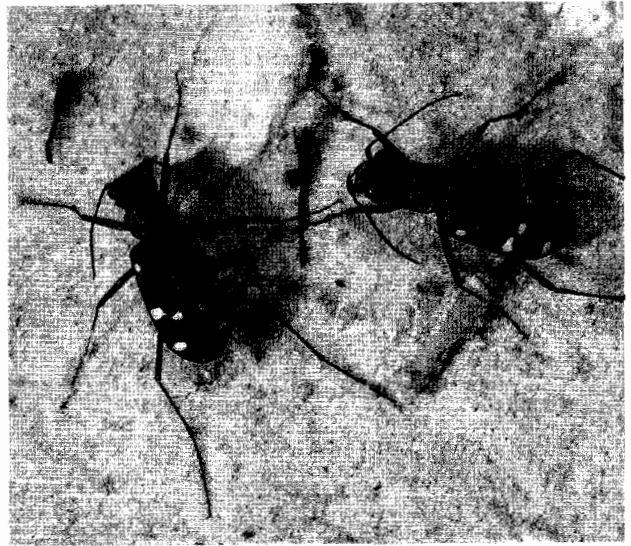
۲۵- فاصله خطی دو جسم واقع روی سیاره مریخ را که توسط ناظری روی زمین (الف) با استفاده از چشم غیر مسلح و (ب) با استفاده از تلسکوپ تپه پالومار $(5/1\text{ m})$ در شرایط آرمانی بتوان تفکیک کرد برآورد کنید. از داده‌های زیر استفاده کنید: فاصله زمین تا مریخ برابر $8/0 \times 10^7\text{ km}$ ، قطر مردمک برابر $5/0\text{ mm}$ و طول موج نور برابر 550 nm است. SSM ILW

۲۶- دیوار اتاق بزرگی با کاشی اکوستیکی پوشیده شده است که در آن حفره‌های کوچکی با فاصله مرکز تا مرکز $5/0\text{ mm}$ قرار دارد. با فرض شرایط آرمانی، قطر مردمک چشم ناظر برابر با $4/0\text{ mm}$ و طول موج نور اتاق برابر با 550 nm ، شخص در چه فاصله‌ای می‌تواند قرار گیرد تا حفره‌ها را جدا از هم تمیز دهد؟

۲۷- (الف) اگر قطر مردمک $1/5\text{ mm}$ ، شعاع دانه‌های کروی ماسه قرمز رنگ 50 nm و طول موج نور حاصل از دانه‌ها 650 nm باشد، در چه فاصله‌ای این دانه‌ها درست در حد تفکیک قرار دارند؟ (ب) اگر دانه‌ها آبی رنگ و نور حاصل از آن دارای طول موج 400 nm باشد، آیا پاسخ (الف) بزرگتر می‌شود یا کوچکتر؟

۲۸- شناورها، شناورهایی که موقع تماشای یک زمینه روشن ساده می‌بینید نقش‌های پراشی از نقائص موجود در زجاجیه است که بیشترین قسمت چشم را تشکیل می‌دهد. با نگرستن از یک روزنه کوچک، نقش پراش واضحتر می‌شود. هم‌چنین اگر به یک نقطه دایره‌ای کوچک نگاه کنید، می‌توانید بزرگی نقص را برآورد کنید. فرض کنید که نقصی نور را مانند روزنه دایره‌ای پراشیده می‌کند. فاصله نقطه L از چشم خود را (یا عدسی چشم) تنظیم کنید تا اینکه نقطه و دایره اولین بیشینه که در نقش پراش ظاهر می‌شود اندازه یکسانی در نگاه شما داشته باشد. یعنی، تا وقتی که اینها قطر یکسان D' روی شبکیه در فاصله $L = 2/0\text{ cm}$ از جلو چشم داشته باشند، همانطور که در شکل ۳۶-۴۴ الف دیده می‌شود، جایی که زاویه‌ها در دو طرف عدسی چشم برابر هستند. فرض کنید که طول موج نور مرئی 550 nm باشد. اگر قطر نقطه $D = 2/0\text{ mm}$ و فاصله $L = 45/0\text{ cm}$ از چشم و نقص از جلو شبکیه $x = 6/0\text{ mm}$ فاصله داشته باشد (شکل ۳۶-۴۴ ب)، قطر نقص چقدر است؟

چه فاصله‌ای باید نگاه کنیم تا رنگهای مختلف لایه‌ها در حد تفکیک شدن باشند؟ طول موج نور 550 nm و قطر مردمک را 3.0 mm در نظر بگیرید.

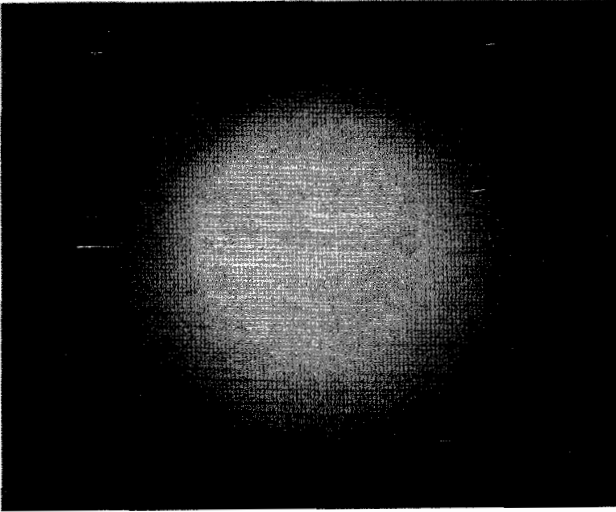


شکل ۳۶-۴۵ مسئله ۳۲ سوسکه‌ها به صورت آمیزه‌ای نقطه‌ای از رنگهای تداخلی لایه نازک، رنگی دیده می‌شوند.

۳۳- (الف) اگر تصویرهای دو ستاره به وسیله تلسکوپ شکستی تاو در رصدخانه آگنی در پیتسبورگ به زحمت تفکیک شوند، فاصله زاویه‌ای این دو ستاره چقدر است؟ قطر عدسی 76 cm و فاصله کانونی آن 14 m است. فرض کنید $\lambda = 550\text{ nm}$. (ب) اگر هر یک از این ستاره‌ها 10 سال نوری از زمین فاصله داشته باشند، فاصله بین آنها را وقتی در حد تفکیک باشند پیدا کنید. (پ) در مورد تصویر یک ستاره تنها در این تلسکوپ، قطر اولین حلقه تاریک در نقش پراش را، وقتی روی یک صفحه عکاسی واقع در صفحه کانونی عدسی تلسکوپ اندازه گیری شود، پیدا کنید. فرض کنید که ساختار تصویر به پراش در دهانه عدسی وابسته است نه به «خطاهای» عدسی.

۳۴- یک مانع دایره‌ای همان نقش پراشی را ایجاد می‌کند که یک روزنه دایره‌ای با قطر یکسان به وجود می‌آورد (به جز خیلی نزدیک $\theta = 0$). قطره‌های آب در هوا مثالهایی از چنین مانع‌هایی هستند. وقتی از میان قطره‌های معلق آب، مانند مه به ماه نگاه کنیم، نقش پراش حاصل از قطره‌های زیادی را رهگیری می‌کنیم. ترکیب بیشینه‌های مرکزی پراش این قطره‌ها یک ناحیه سفید در اطراف ماه تشکیل می‌دهد که ممکن است آن را ببوشاند. شکل ۳۶-۴۶ تصویری است که ماه پوشیده شده است. دو حلقه کم‌نور رنگی دور ماه وجود دارد (حلقه بزرگتر به قدر کم رنگ است که در این تصویر به زحمت دیده می‌شود). حلقه کوچکتر در لبه بیرونی بیشینه مرکزی از قطره‌ها قرار دارد؛ حلقه بزرگتر تقریباً در لبه بیرونی کوچکترین بیشینه‌های ثانوی قطره‌ها واقع است (به شکل ۳۶-۱۰ نگاه کنید). چون حلقه‌ها به کمینه‌های پراش (حلقه‌های تاریک) در

نقشه‌ها نزدیک‌اند، این رنگ مرئی است. (رنگها در بخشهای دیگر همپوشانی می‌کنند و به زحمت دیده می‌شوند). (الف) رنگ این حلقه‌ها در لبه‌های بیرونی بیشینه‌های پراش چیست؟ (ب) حلقه رنگی اطراف بیشینه مرکزی در شکل ۳۶-۴۶ دارای قطر زاویه‌ای است که $1/35$ برابر قطر زاویه‌ای ماه یعنی 0.50° است. فرض کنید که همه قطره‌ها دارای قطر تقریباً یکسانی هستند. این قطر تقریبی چقدر است؟



شکل ۳۶-۴۶ مسئله ۳۴ هاله اطراف ماه ترکیبی از نقشهای پراش قطره‌های آب در هواست

بخش ۳۶-۷ پراش با دو شکاف

۳۵- در آزمایش دو شکاف، فاصله شکافها d دو برابر پهنای آن w است. چند فریز تداخلی روشن در پوش مرکزی پراش وجود دارد؟

۳۶- باریکه‌ای از نور با یک طول موج، مانند شکل ۳۵-۱۰ بر آرایش دو شکاف به طور عمود می‌تابد. پهنای شکاف $46\text{ }\mu\text{m}$ و فاصله شکافها 0.30 mm است. بین دو کمینه مرتبه اول نقش پراش چند فریز روشن کامل ظاهر می‌شود؟

۳۷- فرض کنید که پوش مرکزی پراش یک نقش پراش دو شکافی دارای ۱۱ نوار روشن است و اولین کمینه‌های پراش فریزهای روشن را (که بر آن منطبق هستند) حذف می‌کنند. چند فریز روشن بین کمینه‌های اول و دوم پوش پراش قرار دارد؟

۳۸- دو شکاف با پهنای a و فاصله d به وسیله باریکه همدوس نوری با طول موج λ روشن شده‌اند. فاصله خطی فریزهای تداخلی روشن که روی صفحه‌ای به فاصله D مشاهده می‌شود چقدر است؟

۳۹- (الف) اگر $\lambda = 550\text{ nm}$ ، $d = 0.150\text{ mm}$ و $a = 30\text{ }\mu\text{m}$ باشد، چند فریز روشن بین اولین کمینه‌های پوش پراش در دو طرف بیشینه مرکزی در یک نقش دو شکافی وجود دارد؟ (ب) نسبت شدت سومین فریز روشن به شدت فریز مرکزی چقدر است؟ SSM WWW

بخش ۳۶-۸ توریهای پراش

۴۴- نور مرئی به طور عمود بر یک توری با $mm/۳۱۵$ شیار می‌تابد. بلندترین طول موجی که در مرتبه پنجم پراش دیده می‌شود چقدر است؟

۴۵- یک توری $mm/۴۰۰$ شیار دارد، علاوه بر مرتبه $m=۰$ ، چند مرتبه از تمام طیف مرئی (۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر) در آزمایش پراش ایجاد می‌شود؟ ILW SSM

۴۶- شاید جهت فریب انسان، برخی سوسکهای چرخنده استوایی (سوسکهای دورزن) توسط تداخل نوری رنگی هستند که ناشی از میزان جهتگیری پوسته‌های آنها و تشکیل یک توری پراش است (که به جای عبور دادن نور آن را پراکنده می‌کند). هرگاه پرتوهای نور تابشی به طور عمود بر توری بتابد، زاویه بین بیشینه‌های مرتبه اول (در دو طرف بیشینه مرتبه صفر) در نور با طول موج $۵۵۰nm$ تقریباً ۲۶° است، فاصله خطهای توری در سوسک چقدر است؟

۴۷- یک توری پراش با پهنای $mm/۲۰۰$ دارای ۶۰۰۰ شیار است. (الف) نور با طول موج $۵۸۹nm$ به طور عمود بر توری می‌تابد. (الف) بزرگترین مقدار، (ب) دومین مقدار بزرگ و (پ) سومین مقدار بزرگ θ که در آن بیشینه‌هایی روی پرده مشاهده ظاهر می‌شوند، چقدر است؟

۴۸- در یک نقش تداخلی دو شکاف خاص، ۱۰° فریز روشن داخل قله دوم کناری پوش پراش قرار دارد و کمینه‌های پراش بر بیشینه‌های تداخل دو شکاف منطبق‌اند. نسبت فاصله شکافها به پهنای شکاف چقدر است؟

۴۹- یک توری پراش که دارای $mm/۱۸۰$ شیار است با یک سیگنال نوری که فقط دو طول موج $\lambda_1 = 400nm$ و $\lambda_2 = 500nm$ دارد روشن می‌شود. این سیگنال به طور عمود بر توری فرود می‌آید. (الف) فاصله زاویه‌ای بین بیشینه‌های مرتبه دوم این دو طول موج چقدر است؟ (ب) کوچکترین زاویه‌ای که در آن دو بیشینه حاصل برهم نهاده شده‌اند چقدر است؟ (پ) بزرگترین مرتبه‌ای که برای آن بیشینه‌های دو طول موج در نقش پراش وجود دارند چقدر است؟

۵۰- یک توری پراش از شکافهایی با پهنای $300nm$ و فاصله $900nm$ ساخته شده است. این توری با موجهای تخت تکفام با طول موج $\lambda = 600nm$ با تابش عمود روشن شده است. (الف) چند بیشینه پراش در نقش کامل پراش وجود دارد؟ (ب) اگر توری 1000 شکاف داشته باشد، پهنای زاویه‌ای خط طیفی مشاهده شده در مرتبه اول چقدر است؟

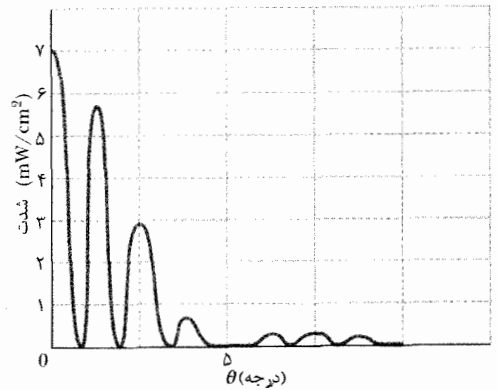
۵۱- نور با طول موج $600nm$ به طور عمود بر یک توری پراش می‌تابد. دو بیشینه مجاور در زاویه‌هایی رخ می‌دهند که با $\sin \theta = 0/3$ و $\sin \theta = 0/2$ داده می‌شوند. بیشینه‌های مرتبه چهارم محو شده‌اند. (الف) فاصله بین شکافهای مجاور چقدر است؟ (ب) کوچکترین پهنای شکافی که این توری می‌تواند

۴۰- (الف) در یک آزمایش دو شکاف، چه نسبتی از d به a باعث می‌شود که پراش فریز چهارم روشن کناری را حذف کند؟ (ب) کدام فریزهای روشن دیگر نیز حذف می‌شوند؟

۴۱- نوری با طول موج $440nm$ از دو شکاف می‌گذرد و نقش پراشی را که نمودار شدت I آن برحسب مکان زاویه‌ای θ در شکل ۳۶-۴۷ نشان داده شده است به دست می‌دهد.

(الف) پهنای شکاف و (ب) فاصله شکافها را محاسبه کنید.

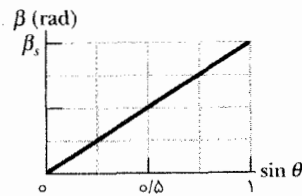
(پ) شدتهای نمایش داده شده $m=1$ و $m=2$ فریزهای تداخلی را بررسی کنید.



شکل ۳۶-۴۷ مسئله ۴۱

۴۲- شکل ۳۶-۴۸ عامل β در معادله ۳۶-۲۰ را برحسب سینوس زاویه θ در یک آزمایش تداخل دو شکاف با استفاده از نور با طول موج $435nm$ به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $\beta_s = 800 rad$ مشخص شده است.

(الف) فاصله شکافها، (ب) تعداد کل بیشینه‌های تداخلی (در دو طرف نقش مرکزی آنها را شمارش کنید)، (پ) کوچکترین زاویه برای یک بیشینه و (ت) بزرگترین زاویه برای یک کمینه، چقدر است؟ فرض کنید که هیچ‌یک از بیشینه‌های تداخلی توسط یک کمینه پراش به طور کامل حذف نمی‌شوند.



شکل ۳۶-۴۸ مسئله ۴۲

۴۳- در آزمایش تداخل دو شکاف شکل ۳۶-۱۰، پهنای شکافها هر یک $120 \mu m$ ، فاصله آنها $240 \mu m$ ، طول موج $600nm$ و صفحه مشاهده در فاصله $400m$ قرار دارد. I_p را شدت در نقطه P روی صفحه مشاهده در ارتفاع $y = 70cm$ در نظر می‌گیریم. (الف) نسبت I_p به شدت I_m در مرکز نقش چقدر است؟ (ب) در نقش تداخلی دو شکاف محل P را تعیین کنید، روی کدام بیشینه یا کمینه قرار دارد یا بین بیشینه و کمینه است؟ (پ) سپس، در نقش پراش ایجاد شده، محل P را تعیین کنید، روی یک کمینه قرار دارد یا بین دو کمینه؟

۵۹- نوری با طول موج 589nm از یک لامپ سدیم به طور عمود بر یک توری با 40000 شیار در پهنای 76nm می‌تابد. مرتبه اول (الف) پاشندگی D و (ب) توان تفکیک R مرتبه دوم (پ) D و (ت) R و مرتبه سوم (ث) D و (ج) R چقدر است؟
۶۰- (الف) برای تفکیک طول موجهای $415/496\text{nm}$ و $415/487\text{nm}$ در مرتبه دوم چند شیار باید در توری پراش با پهنای $4/00\text{cm}$ وجود داشته باشد؟ (ب) در چه زاویه‌ای بیشینه مرتبه دوم حاصل می‌شود؟

۶۱- چشمه‌ای که مخلوطی از اتمهای هیدروژن و دوتریون دارد در دو طول موج که متوسط آنها $659/3\text{nm}$ و فاصله آنها $0/180\text{nm}$ است نور قرمز گسیل می‌کند. کمینه شیارهای مورد نیاز در توری پراش که این خطها را در مرتبه اول تفکیک کند چقدر است؟ SSM ILW

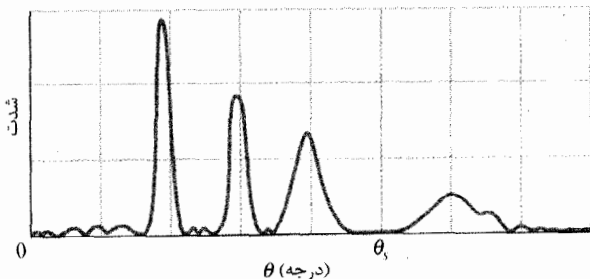
۶۲- یک توری دارای $600/\text{mm}$ شیار و پهنای آن $5/0\text{mm}$ است. (الف) کوچکترین بازه طول موجی که بتواند در مرتبه سوم در 500nm تفکیک شود چقدر است؟ (ب) چند بیشینه مرتبه بالاتر می‌تواند دیده شود؟

۶۳- با توری خاصی دوتایی سدیم (به مسئله نمونه ۳۶-۶ نگاه کنید). در زاویه 10° نسبت به عمود دیده می‌شود و در حد تفکیک شدن است. (الف) فاصله شیارهای توری و (ب) پهنای کل شیارها را پیدا کنید.

۶۴- یک توری پراش با نور تکفام عمود بر توری که خط معینی را در زاویه θ ایجاد می‌کند روشن شده است. (الف) حاصلضرب نیم پهنای خط و توان تفکیک توری چقدر است؟ (ب) این حاصلضرب برای مرتبه اول توری با فاصله شیارهای 900nm در نور با طول موج 600nm چقدر است؟

بخش ۳۶-۱۰ پراش توسط لایه‌های منظم

۶۵- شکل ۳۶-۲۹ نمودار شدت بر حسب مکان زاویه‌ای θ برای پراش یک باریکه پرتو x توسط یک بلور را نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با $\theta_s = 2/00^\circ$ مشخص شده است. این باریکه دارای دو طول موج و فاصله بین صفحه‌ای صفحه‌های بازتاب دهنده $0/94\text{nm}$ است. (الف) کوتاهترین و (ب) بلندترین طول موج در باریکه چقدر است؟



شکل ۳۶-۴۹ مسئله ۶۵

داشته باشد چقدر است؟ با این پهنای شکاف، (پ) بزرگترین مقدار، (ت) دومین مقدار بزرگ، و (ث) سومین مقدار بزرگ مرتبه m بیشینه‌های ایجاد شده توسط این توری چقدر است؟ SSM WWW
۵۲- با نوری حاصل از لامپ تخلیه گازی با تابش عمود بر یک توری با فاصله شکافهای $1/73\text{mm}$ ، بیشینه‌های تیزی از نور سبز به طور تجربی با زاویه‌های θ برابر با $17/6^\circ$ ، $37/3^\circ$ ، $37/1^\circ$ ، $65/2^\circ$ و $65/0^\circ$ به دست آمده است. طول موج نور سبز را که با این داده‌ها بهترین سازگاری را داشته باشد محاسبه کنید.

۵۳- فرض کنید که حدود طیف مرئی به طور اختیاری به صورت 430nm و 680nm انتخاب شده‌اند. تعداد خطها بر میلی‌متر یک توری را محاسبه کنید به طوری که طیف مرتبه اول را به اندازه زاویه $20/0^\circ$ پخش کند.

۵۴- باریکه‌ای از نور شامل طول موجهایی از $460/0\text{nm}$ تا $640/0\text{nm}$ به طور عمود بر یک توری پراش با 160mm خط می‌تابد. (الف) کمترین مرتبه‌ای که با مرتبه دیگر همپوشانی می‌کند چیست؟ (ب) بزرگترین مرتبه‌ای که برای آن کل گستره طول موج باریکه حضور دارد چیست؟ در این بزرگترین مرتبه، در چه زاویه‌ای نور در طول موج (پ) $460/0\text{nm}$ و (ت) $640/0\text{nm}$ ظاهر می‌شود؟ (ث) بزرگترین زاویه‌ای که در آن نور با طول موج $460/0\text{nm}$ ظاهر می‌شود چقدر است؟ SSM

۵۵- یک توری با 350mm خط با تابش عمودی با نور سفید روشن می‌شود. طیفی روی پرده مشاهده در فاصله $30/0\text{cm}$ از توری تشکیل شده است. اگر روزنه‌ای به اندازه $10/0\text{mm}$ در صفحه ایجاد شود به طوری که لبه داخلی آن از بیشینه مرکزی 50mm فاصله داشته و با آن موازی باشد، (الف) کوتاهترین و (ب) بلندترین طول موجهایی که می‌تواند از این روزنه بگذرد چقدر است؟

۵۶- این عبارت را برای نقش شدت یک «توری» با سه شکاف به دست آورید.

$$I = \frac{1}{9} I_m (1 + 4 \cos \phi + 4 \cos^2 \phi)$$

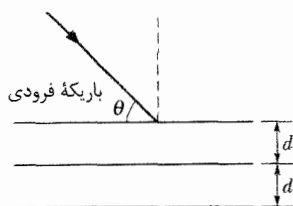
که در آن $\phi = (2\pi d \sin \theta) / \lambda$ و $a \ll \lambda$ SSM

بخش ۳۶-۹ توریها: پاشندگی و توان تفکیک

۵۷- یک توری پراش با پهنای $2/0\text{cm}$ دارای $1000/\text{cm}$ خط در این پهناست. با طول موج 6000nm ، کوچکترین اختلاف طول موجی که این توری در مرتبه دوم می‌تواند تفکیک کند چقدر است؟

۵۸- خط D در طیف سدیم یک دوتایی با طول موجهای $589/0\text{nm}$ و $589/6\text{nm}$ است. کمترین مقدار شیارهای مورد نیاز در توری که این دو تایی را در مرتبه دوم طیف تفکیک کند چقدر است؟ به مسئله نمونه ۳۶-۶ نگاه کنید.

بلور و دسته‌ای از صفحه‌های بازتاب دهنده می‌تابد. فاصله صفحه‌های بازتاب دهنده $d = 0.252 \text{ nm}$ است. بلور را به اندازه زاویه ϕ حول محوری عمود بر صفحه کاغذ می‌چرخانیم تا این صفحه‌های بازتاب دهنده بیشینه‌های پراش را به دست دهند. اگر بلور به طور ساعتگرد چرخیده باشد (الف) کوچکترین مقدار ϕ و (ب) بزرگترین مقدار ϕ چقدر است، و اگر به طور پادساعتگرد چرخیده باشد (پ) کوچکترین مقدار ϕ و (ت) بزرگترین مقدار ϕ چقدر است؟ SSM



شکل ۳۶-۵۱ مسئله‌های ۷۳ و ۷۴

۷۴- در شکل ۳۶-۵۱ یک باریکه پرتو x با طول موج از 95.0 pm تا 14.0 pm با زاویه $\theta = 45.0^\circ$ بر دسته‌ای از صفحه‌های بازتاب دهنده با فاصله $d = 275 \text{ pm}$ می‌تابد. (الف) بلندترین طول موج و (ب) مرتبه بزرگی m مربوط و (پ) کوتاهترین λ و (ت) m مربوط به بیشینه شدت در پراش باریکه، چقدرند؟

مسئله‌های اضافی

۷۵- در سال ۱۹۸۵/۱۳۶۴، یک باریکه لیزر از ایستگاه اپتیکی نیروی هوایی در مائویی هاوایی ارسال و از شاتل دیسکاورری که 354 km از آن فاصله داشت بازتابیده شد. قطر بیشینه مرکزی باریکه در محل شاتل $9/1 \text{ m}$ و طول موج باریکه 500 nm بود. قطر مؤثر دهانه لیزر در ایستگاه زمینی مائویی چقدر بوده است؟ (راهنمایی: فرض کنید باریکه لیزری فقط به دلیل پراش پخش می‌شود، و دهانه خروجی دایره‌ای است.)

۷۶- فضانوردی در یک شاتل فضایی مدعی است که می‌تواند دو چشمه نقطه‌ای روی سطح زمین را در فاصله 16.0 km پایین در حد تفکیک شدن ببیند. با فرض شرایط آرمانی (الف) فاصله زاویه‌ای و (ب) فاصله خطی را محاسبه کنید. $\lambda = 540 \text{ nm}$ و قطر مردمک چشم فضانورد را 5.0 mm در نظر بگیرید.

۷۷- نور مرئی به طور عمود بر یک توری پراش با 1 mm شیار 200 می‌تابد. (الف) بلندترین طول موج، (ب) دومین طول موج بلند و (پ) سومین طول موج بلند مربوط به بیشینه شدت در $\theta = 30.0^\circ$ چقدر است؟ SSM

۷۸- وقتی نور تکفام بر شکافی به پهنای 22.0 mm بتابد، اولین کمینه پراش در زاویه $1/80^\circ$ از امتداد نور فرودی مشاهده می‌شود. طول موج این نور چقدر است؟

۶۶- اگر بازتاب مرتبه اول در بلوری با زاویه براگ $3/4^\circ$ رخ دهد، در چه زاویه براگی از همین دسته صفحه‌های بازتاب دهنده بازتاب مرتبه دوم رخ می‌دهد؟

۶۷- معلوم شده است که پرتوهای x با طول موج 0.12 nm در زاویه براگ 28° از بلور لیتیوم فلوراید بازتاب مرتبه دوم می‌یابد. فاصله بین صفحه‌های بازتاب دهنده در این بلور چقدر است؟

۶۸- کوچکترین زاویه براگ برای پرتوهای x با طول موج 3.0 pm برای بازتاب از صفحه‌های بازتاب دهنده به فاصله 0.3 nm از یکدیگر در یک بلور کلسیت چقدر است؟

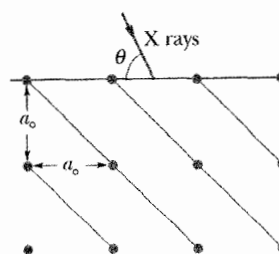
۶۹- یک باریکه پرتو x با طول موج A وقتی با زاویه تابش 23° با صفحه بلور بر آن فرود آید بازتاب مرتبه اول پیدا می‌کند و وقتی باریکه‌ای به طول موج 97 pm با زاویه 60° به آن صفحه فرود آید بازتاب مرتبه سوم می‌یابد. با فرض اینکه دو باریکه از دسته‌ای از صفحه‌های بازتاب دهنده یکسان بازتاب کنند، (الف) فاصله صفحه‌های داخلی و (ب) طول موج A چقدر است؟

۷۰- یک باریکه پرتو x با طول موج معین بر بلور NaCl با زاویه 30.0° بر دسته‌ای از صفحه‌های بازتاب دهنده با فاصله 39.8 pm می‌تابد. اگر بازتاب از این صفحه‌ها در مرتبه اول باشد، طول موج پرتو x چقدر است؟

۷۱- یک ساختار بلوری مربعی دوبعدی، مانند یک ضلع ساختار نشان داده شده در شکل ۳۶-۳۰ الف را در نظر بگیرید. بزرگترین فاصله بین صفحه‌های بازتاب دهنده برابر با ضلع a_0 یاخته یک است. (الف) بزرگترین فاصله بین صفحه‌ای دوم، (ب) سوم، (پ) چهارم، (ت) پنجم و (ث) ششم، را محاسبه و رسم کنید. (ج) نشان دهید که نتیجه‌های به دست آمده از (الف) تا (ث) با فرمول کلی زیر مطابقت دارد

$$d = \frac{a_0}{\sqrt{h^2 + k^2}}$$

۷۲- در شکل ۳۶-۵۰، بازتاب مرتبه اول از صفحه‌های بازتاب دهنده نشان داده شده وقتی که باریکه پرتو x با طول موج 0.26 nm ، زاویه $\theta = 63/8^\circ$ با صفحه بالایی بلور بسازد رخ می‌دهد. ضلع a_0 یاخته یک چقدر است؟



شکل ۳۶-۵۰ مسئله ۷۲

۷۳- در شکل ۳۶-۵۱ باریکه‌ای از پرتوهای x با طول موج 0.125 nm بر بلور NaCl با زاویه $\theta = 45.0^\circ$ و بر وجه بالایی

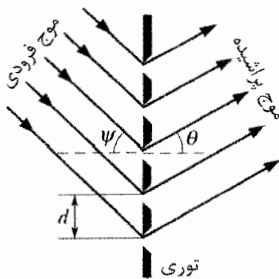
۸۹- یک سفینه تجسسی که در مداری 160 km بالاتر از سطح زمین می‌چرخد دارای عدسی با فاصله کانونی $3/6\text{ m}$ است و می‌تواند اجسام به کوچکی 3 cm روی زمین را تفکیک کند. برای مثال، این سفینه می‌تواند به آسانی اندازه بخش مکش هوای هواپیما را مشخص کند. قطر مؤثر عدسی با توجه به ملاحظات پراش چقدر است؟ فرض کنید $\lambda = 550\text{ nm}$

۹۰- قطر مردمک چشم انسان $5/0\text{ mm}$ است. بنابر معیار ریلی اگر تصویرهای دو جسم کوچک وقتی فاصله آنها از چشم 25 mm است در حد تفکیک شدن باشند فاصله آن دو جسم چقدر است؟ فرض کنید اینها با نوری با طول موج 500 nm روشن شده‌اند.

۹۱- همانطور که در شکل ۳۶-۵۲ نشان داده شده است، نور با زاویه ψ بر یک توری می‌تابد. نشان دهید که فریزهای روشن با زاویه θ که در معادله زیر صدق می‌کند تشکیل می‌شوند.

$$d(\sin\psi + \sin\theta) = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

به ازای $m = 0, 1, 2, \dots$ (این معادله را با معادله ۳۶-۲۵ مقایسه کنید.) در این فصل فقط حالت خاص $\psi = 0$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۳۶-۵۲ مسئله ۹۱

۹۲- یک توری با $d = 1/50\text{ mm}$ در زاویه‌های مختلفی از تابش نور با طول موج 600 nm روشن می‌شود. انحراف زاویه‌ای بیشینه مرتبه اول از جهت تابش را برحسب تابعی از زاویه فرود (0° تا 90°) رسم کنید. (به مسئله ۹۱ نگاه کنید.)

۹۳- اگر پهنای شکاف یک تک شکاف را دو برابر کنیم، شدت بیشینه مرکزی نقش پراش با ضریب ۴ افزایش می‌یابد، حتی اگر انرژی عبوری از شکاف فقط دو برابر شود. این را به طور کمی شرح دهید.

۹۴- در آزمایشی برای زیر نظر قرار گرفتن سطح ماه با یک باریکه نوری، تپ تابشی از یک لیزر یا قوت ($\lambda = 0/69\text{ mm}$) از طریق یک تلسکوپ بازتابی با آینه‌ای به شعاع $1/3\text{ m}$ به سمت ماه تابیده می‌شود. بازتاباننده واقع در ماه مانند یک آینه دایره‌ای تخت به شعاع 10 cm عمل می‌کند، و نور را مستقیماً به طرف تلسکوپ روی زمین باز می‌تاباند و سپس نور بازتابیده پس از متمرکز شدن با این تلسکوپ آشکار می‌شود. تقریباً چه کسری از انرژی نور اولیه توسط آشکار ساز دریافت می‌شود؟ فرض کنید که برای هر جهت حرکت تمام انرژی در قله پراش مرکزی قرار دارد.

۷۹- در یک آزمایش تک شکاف، یک کمینه شدت برای نور نارنجی ($\lambda = 600\text{ nm}$) و یک کمینه شدت برای نور آبی-سبز ($\lambda = 500\text{ nm}$) در زاویه یکسان $1/0\text{ mrad}$ وجود دارد. در چه کمینه پهنای شکافی این امر امکان‌پذیر است؟ SSM

۸۰- در نقش تداخلی دو شکاف، اگر 17 فریز روشن در داخل پوش مرکزی پراش وجود داشته و کمینه‌های پراش بر بیشینه‌های تداخل دو شکاف منطبق باشند، نسبت فاصله شکافها به پهنای شکاف چقدر است؟

۸۱- در تداخل دو شکاف، اگر فاصله شکافها 14 mm و پهنای شکافها هر یک $2/0\text{ mm}$ باشد، (الف) چند بیشینه دو شکاف در قله مرکزی پوش پراش وجود دارد و (ب) چند بیشینه دو شکاف در هر طرف اولین قله کناری پوش پراش وجود دارد؟ SSM

۸۲- یک آزمایش پراش تک شکاف با نور با طول موج 420 nm که به طور عمود بر شکاف با پهنای $5/10\text{ mm}$ می‌تابد انجام می‌شود. صفحه مشاهده در فاصله $3/20\text{ m}$ قرار دارد. روی صفحه، فاصله بین مرکز نقش پراش و دومین کمینه پراش چقدر است؟

۸۳- یک باریکه نور با گستره باریک طول موج به مرکز 450 nm به طور عمود بر توری پراشی با پهنای $1/80\text{ cm}$ و چگالی خط 1400 cm خط در این پهنای تابد. برای این نور، کوچکترین اختلاف طول موجی که این توری می‌تواند در مرتبه سوم تفکیک کند چقدر است؟

۸۴- اگر به اجسام در فاصله 40 m از خود نگاه کنید، کوچکترین طول (در امتداد خط عمود بر خط دید) که بنابر معیار ریلی می‌توانید تفکیک کنید چقدر است؟ فرض کنید که قطر مردمک چشم $4/0\text{ mm}$ و طول موج 500 nm است.

۸۵- دو گل زرد به فاصله 60 cm در امتداد خط عمود بر خط دید شما تا گلها قرار گرفته‌اند. این گلها وقتی در حد تفکیک‌پذیری بنابر معیار ریلی باشند، چقدر از شما فاصله دارند؟ فرض کنید طول موج نور حاصل از گلها 550 nm و قطر مردمک چشم $5/5\text{ mm}$ است.

۸۶- در آزمایش پراش تک شکاف، اگر کمینه‌های دوم پراش در زاویه $37/0^\circ$ از مرکز نقش پراش روی صفحه مشاهده رخ داده باشند، نسبت پهنای شکاف به طول موج چقدر است؟

۸۷- یک توری پراش به پهنای $3/00\text{ cm}$ مرتبه دوم را در $33/0^\circ$ با نور با طول موج 600 nm ایجاد می‌کند. تعداد کل شیارهای توری چقدر است؟

۸۸- یک باریکه نور، مرکب از دو طول موج $590/159\text{ nm}$ و $590/220\text{ nm}$ است که باید با یک توری پراش تفکیک شوند. اگر توری در پهنای $3/80\text{ cm}$ این شیارها را داشته باشد، کمترین تعداد شیارهای لازم برای تفکیک دو طول موج در مرتبه دوم چقدر است؟

محاسبه شده در (الف) و (ب) و نور با طول موج 600nm ، بزرگترین مرتبه بیشینه‌های ایجاد شده توسط توری چقدر است؟
 ۱۰۴- باریکه‌ای از پرتوهای x با طول موج از 0.12nm تا 0.70nm از دسته‌ای از صفحه‌های بازتاب دهنده یک بلور پراکنده می‌شود. فاصله صفحه‌های 0.25nm است. مشاهده می‌شود که باریکه‌های پراکنده شده برای 0.10nm و 0.75nm ایجاد شده‌اند. زاویه بین باریکه‌های فرودی و پراکنده شده چقدر است؟

۱۰۵- نشان دهید که در یک توری که از نوارهای متناوب شفاف و کدر با پهنای مساوی تشکیل شده است، همه مرتبه‌های زوج بیشینه‌ها (غیر از $m=0$) حذف می‌شوند.
 ۱۰۶- نوری با طول موج 500nm از شکافی با پهنای 2.00mm پراشیده شده و بر صفحه‌ای به فاصله 2.00m برخورد می‌کند. روی صفحه فاصله بین مرکز نقش پراش و سومین کمینه پراش چقدر است؟

۱۰۷- در نقش تداخلی دو شکاف اگر ۸ فریز روشن در اولین قله کناری پوش پراش وجود داشته باشند و کمینه‌های پراش بر بیشینه‌های تداخل دو شکاف منطبق باشند، در این صورت نسبت فاصله شکافها به پهنای شکاف چقدر است؟

۱۰۸- نور سفید (شامل طول موجهای از 400nm تا 700nm) بر یک توری به طور عمود می‌تابد. نشان دهید بدون توجه به فاصله‌های d توری، مرتبه دوم و مرتبه سوم همپوشانی می‌کنند.
 ۱۰۹- در شکل ۳۶-۵۳ اگر $d=a$ باشد، دو شکاف به یک شکاف با پهنای $2a$ تبدیل می‌شود. نشان دهید که معادله ۳۶-۱۹ به موقعیتی تبدیل می‌شود که نقش پراش برای چنین شکافی را به دست می‌دهد.



شکل ۳۶-۵۳ مسئله ۱۰۹

۱۱۰- معادله ۳۶-۲۸ یعنی عبارت نیم پهنای خطها در نقش پراش توری را به دست آورید.

۱۱۱- ثابت کنید که ممکن نیست هم طول موج پرتو فرودی و هم فاصله صفحه‌های بازتاب کننده در یک بلور را بنا اندازه‌گیری زاویه‌های براگ در چند مرتبه تعیین کرد.

۱۱۲- چند مرتبه از کل طیف مرئی (400nm تا 700nm) را می‌توان به وسیله یک توری با 1mm خط 500 ایجاد کرد؟

۹۵- توان تفکیک یک توری پراش $R = \lambda_{\text{avg}} / \Delta\lambda = Nm$ است. (الف) نشان دهید که گستره بسامد متناظر Δf را که می‌توان تفکیک کرد با رابطه $\Delta f = c / Nm\lambda$ داده می‌شود. (ب) از شکل ۳۶-۲۱، نشان دهید که اختلاف زمانهای لازم برای حرکت پرتو از زیر و بالای شکل با مقدار $\Delta t = (Nd/c) \sin \theta$ داده می‌شود. (پ) نشان دهید که $(\Delta f) / (\Delta t) = 1$ ، این رابطه مستقل از عوامل مختلف توری است. فرض کنید $SSM \cdot N \gg 1$.

۹۶- یک دستگاه دو شکاف با پهنای هر یک از شکافها برابر با 0.30mm و فاصله شکافها 0.18mm با نور 500nm در جهت عمود بر صفحه شکافها روشن می‌شود. تعداد کل فریزهای روشنی که بین دو کمینه مرتبه اول نقش پراش ظاهر می‌شود چقدر است؟ (فریزهایی را که بر کمینه‌های نقش پراش منطبق هستند به حساب نیاورید.)

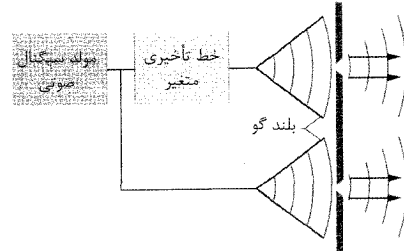
۹۷- یک توری پراش 8900 شکاف در پهنای $1/20\text{cm}$ دارد. اگر نور با طول موج 500nm از آن عبور کند، تعداد مرتبه‌های (بیشینه‌های) واقع در یک طرف بیشینه مرکزی چقدر است؟
 ۹۸- یک توری پراش با پهنای $1/100\text{cm}$ دارای 10000 شکاف موازی است. نور تکفامی که به طور عمود می‌تابد با زاویه 30° در مرتبه اول پراشیده می‌شود. طول موج نور چقدر است؟
 ۹۹- یک توری پراش دارای 200 خط $/\text{mm}$ است. نور شامل گستره پیوسته‌ای از طول موجهای بین 550nm و 700nm به طور عمود بر توری می‌تابد. (الف) پایستترین مرتبه‌ای که با مرتبه دیگر همپوشانی می‌کند چقدر است؟ (ب) بیشترین مرتبه‌ای که در آن طیف کامل وجود دارد چقدر است؟

۱۰۰- فرض کنید که فاصله دو نقطه $2/10\text{cm}$ است. اگر این نقطه‌ها با چشمی که قطر مردمک آن $5/10\text{mm}$ است دیده شوند، در چه فاصله‌ای از بیننده این نقطه‌ها در محدوده ریلی برای تفکیک‌پذیری واقع‌اند؟ فرض کنید طول موج نور 500nm است.

۱۰۱- نشان دهید که پاشندگی یک توری $D = (\tan \theta) / \lambda$ است.
 ۱۰۲- نور تفکام (450nm = طول موج) به طور عمود بر یک شکاف می‌تابد (0.40mm = پهنای). صفحه‌ای موازی با صفحه شکاف قرار دارد، و روی آن فاصله بین دو کمینه در هر طرف بیشینه مرکزی $1/8\text{mm}$ است. (الف) فاصله شکاف تا صفحه چقدر است؟ (راهنمایی: زاویه تا هر کمینه به قدری کوچک است که $\sin \theta \approx \tan \theta$). (ب) فاصله بین اولین کمینه و سومین کمینه در یک طرف بیشینه مرکزی روی پرده چقدر است؟

۱۰۳- نوری شامل آمیزه‌ای از دو طول موج 500nm و 600nm به طور عمود بر یک توری پراش می‌تابد. می‌خواهیم (۱) اولین و دومین بیشینه برای هر طول موج در $20^\circ \leq \theta$ ظاهر شود، (۲) پاشندگی تا جایی که ممکن است بیشتر باشد، و (۳) مرتبه سوم برای نور 600nm مرتبه محو باشد. (الف) فاصله شکافها باید چقدر باشد؟ (ب) کوچکترین پهنای شکافی که می‌تواند به کار رود چقدر است؟ (پ) برای مقدارهای

۱۱۳- یک دستگاه دو شکاف صوتی (با فاصله شکافهای d و پهنای شکاف a) با دو بلندگوی نشان داده شده در شکل ۳۶-۵۴ به کار انداخته شده است. با استفاده از یک خط تأخیری، فاز یکی از بلندگوها را نسبت به بلندگوی دیگر می‌توان تغییر داد. تغییرات ایجاد شده در نقش پراش دو شکاف را در فاصله‌های زیاد وقتی اختلاف فاز بین بلندگوها از صفر تا 2π تغییر کند بطور مفصل توصیف کنید. هم آثار تداخل و هم آثار پراش را در نظر بگیرید.



شکل ۳۶-۵۴ مسئله ۱۱۳



چگونه می‌توان
گفت چه هیولایی
در مرکز M۸۷
قرار دارد؟

فورانی به طول ۵۰۰۰ سال نوری از مرکز کهکشان M۸۷ (لکه نورانی در انتهای سمت چپ فواره) کشیده شده است، که 5×10^7 سال نوری با ما فاصله دارد. این فوران از الکترونیایی حاصل شده است که تقریباً با سرعت نور حرکت می‌کنند. برای خارج ساختن الکترونها از این کهکشان در چنین سرعت زیادی باید اتفاق عجیبی در مرکز M۸۷ افتاده باشد. آیا در آنجا هیولایی وجود دارد؟ متأسفانه M۸۷ آن چنان از ما دور است که بتوانیم چیزی را در مرکز آن ببینیم.

پاسخ در همین فصل.

۳۷-۱ فیزیک چیست؟

یک موضوع اساسی فیزیک نسبیت است، حوزه مطالعه‌ای که رویدادها (چیزهایی که رخ می‌دهند) را اندازه‌گیری می‌کند: کجا و کی رخ داده‌اند، و دو رویداد چقدر در فضا و زمان از هم فاصله دارند. افزون بر این، نسبیت به تبدیل چنین اندازه‌گیری‌هایی بین چارچوب‌های مرجعی که نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند مربوط می‌شود. (از این رو نسبیت نامیده می‌شود.)

تبدیلها و چارچوب‌های مرجع متحرک، مانند آنهایی که در بخشهای ۴-۸ و ۴-۹ (جلد اول) بحث کردیم در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴ به وسیله فیزیکدانان کاملاً درک شده و عادی بود. سپس آلبرت اینشتین^۱ (شکل ۳۷-۱) نظریه نسبیت خاص خود را منتشر کرد. صفت خاص بدان معناست که نظریه فقط به چارچوب‌های مرجع لخت، یعنی چارچوب‌هایی که قانونهای نیوتون در آنها معتبرند می‌پردازد. (نظریه نسبیت عام/اینشتین وضعیتهای خیلی مشکلتر را که در آنها چارچوب‌های مرجع شتابدار هستند بررسی می‌کند؛ در این فصل اصطلاح نسبیت فقط برای چارچوب‌های مرجع لخت به کار برده می‌شود.)



شکل ۳۷-۱ وضعیت قرار گرفتن اینشتین در عکس که شروعی برای نام آوری او شد.

اینشتین با شروع با دو فرضیه ساده و اغواگرانه، جهان علم را با نشان دادن اینکه عقاید قدیمی در مورد نسبیت نادرست است مبهوت کرد. هر چند که همه افراد چنان به آن عقاید عادت کرده بودند که به نظر آنها این عقاید ناشی از عقل سلیم و غیر قابل پرسش بود. ولی این عقل سلیم، فقط از آزمایش با چیزهایی که نسبتاً آهسته حرکت می‌کردند حاصل شده بود. نسبیت اینشتین، که بعدها مشخص شد برای تمام تندپها ممکن است درست باشد، اثرهای زیادی را که، در ابتدا باور نکردنی به نظر می‌رسیدند چون هیچ‌کس آنها را تجربه نکرده بود، پیش‌بینی می‌کرد.

به خصوص، اینشتین نشان داد که فضا و زمان در هم آمیخته‌اند؛ یعنی زمان بین دو رویداد به اینکه آنها چقدر از هم فاصله دارند بستگی دارد، و برعکس. هم چنین این در هم آمیختگی برای ناظرهای مختلفی که نسبت به یکدیگر در حرکت‌اند نیز متفاوت است. یک نتیجه این است که زمان با آهنگ ثابتی سپری نمی‌شود، یعنی مثل این است که گویی با تنظیم مکانیکی یک ساعت اصلی مرجع که جهان را کنترل می‌کند، مورد رسیدگی قرار می‌گیرد. به طور دقیقتر این آهنگ تنظیم‌پذیر است: حرکت نسبی می‌تواند آهنگی را که با آن زمان سپری می‌شود تغییر دهد. قبل از سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴، هیچ‌کس به جز تعدادی خیال پرداز به آن فکر نکرده بودند. امروزه مهندسان و دانشمندان آن را به عنوان یک فرض مسلم در نظر می‌گیرند چون تجربه آنها با نسبیت خاص عقل سلیم را تغییر شکل داده است. برای مثال، مهندسی که با سیستم مکان‌یابی جهانی^۲ سفینه‌های NAVSTAR سر و کار دارد باید به طور عادی از نسبیت برای تعیین آهنگی که با آن زمان در سفینه سپری می‌شود استفاده کند زیرا این آهنگ با آهنگ روی سطح زمین فرق می‌کند.

نسبیت خاص به مشکل بودن شهرت دارد. حداقل از نظر ریاضی، مشکل نیست، ولی، درباره اینکه باید دقت کرد چه کسی چه چیزی را درباره رویدادی اندازه می‌گیرد و اندازه‌گیری چگونه انجام می‌گیرد می‌تواند مشکل باشد- و می‌تواند مشکل باشد چون می‌تواند با تجربه عادی مغایرت داشته باشد.

۳۷-۲ اصلهای موضوع

اکنون دو اصل موضوع نسبیت را که نظریه اینشتین بر آنها استوار است بررسی می‌کنیم:

اصل موضوع نسبیت: قانونهای فیزیک برای ناظرها در همه چارچوب‌های مرجع لخت یکسان است. هیچ چارچوبی نسبت به چارچوب دیگر ارجحیت ندارد.

گاليله فرض کرده بود که قانونهای مکانیک در همه چارچوب‌های مرجع لخت یکسان می‌مانند. (قانون اول حرکت نیوتون یک پیامد مهم است.) اینشتین این عقیده را به همه قانونهای فیزیک مخصوصاً الکترومغناطیس و نورشناسی تعمیم داد. این اصل موضوع نمی‌گوید که مقدارهای اندازه‌گیری شده همه کمیتهای فیزیکی برای همه ناظرهای لخت یکسان است؛ اغلب آنها یکسان نیستند. این قانونهای فیزیک است که یکسان هستند و آن اندازه‌گیرها را به یکدیگر ربط می‌دهند.

توجه: تاکنون در این کتاب c را (بنا به اقتضا) تقریباً $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ گرفته‌ایم، ولی در این فصل غالباً مقدار دقیق را به کار خواهیم برد. می‌توانید این مقدار را در حافظه ماشین حساب خود ذخیره کنید (اگر قبلاً در آن نبوده باشد) و هر وقت بخواهید آن را بیاورید.

آزمودن اصل موضوع تندى نور

اگر تندى نور در تمام چارچوبهای لخت یکسان باشد، در این صورت تندى نور گسیل شده به وسیله چشمه‌ای متحرک نسبت به مثلاً، یک آزمایشگاه برابر با تندى نورى است که توسط چشمه‌ای در حالت سکون در آزمایشگاه گسیل می‌شود. این ادعا در یک آزمایش دقیق به طور مستقیم آزموده شده است. «چشمه نور» یک پیون ختشی (با نماد π^0) است، ذره‌ای ناپایدار با عمر کوتاه که می‌تواند به وسیله برخورد ذره‌ها در شتاب دهنده‌ها ایجاد شود. پیون طى فرایند زیر به پرتو گاما وا می‌پاشد (تبدیل می‌شود)

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (2-37)$$

پرتوهای γ بخشی از طیف الکترومغناطیسی هستند (در بسامدهای خیلی بالا) و بنابراین، درست مانند نور مرئی، از اصل موضوع تندى نور پیروی می‌کند. (در این فصل از اصطلاح نور در مورد همه نوع موج الکترومغناطیسی، مرئی یا نامرئی استفاده می‌کنیم.)

در سال ۱۹۶۴/۱۳۴۳ در سرن، آزمایشگاه اروپایی فیزیک ذره‌ها در نزدیکی ژنو فیزیکدانان باریکه‌ای از پیونهای متحرک با تندى $0.999\,75c$ را نسبت به آزمایشگاه ایجاد کردند. سپس آزمایش کننده‌ها تندى پرتوهای گاما را که از این چشمه‌های خیلی سریع متحرک گسیل می‌شدند اندازه‌گیری کردند. آنها دریافتند که تندى نور گسیل شده به وسیله پیونها درست برابر با تندى پیونهای است که اگر نسبت به آزمایشگاه ساکن می‌بودند، یعنی c ، گسیل می‌شد.

۳-۳۷ اندازه‌گیری یک رویداد

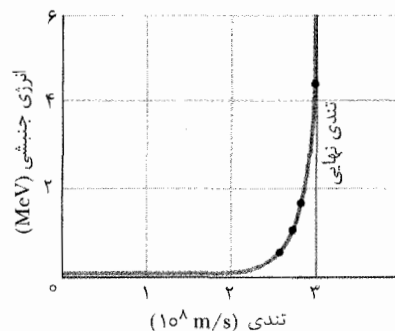
یک رویداد چیزی است که رخ می‌دهد، و هر رویدادی می‌تواند با سه مختصه فضایی و یک مختصه زمانی مشخص شود. از میان بسیاری رویدادهای ممکن برخی عبارت‌اند از (۱) روشن یا خاموش کردن یک چراغ کوچک، (۲) برخورد دو ذره، (۳) عبور یک تپ نورى از یک نقطه معین، (۴) یک انفجار، و (۵) قرار گرفتن عقربه ساعت روی یکی از علامتهای دور ساعت. ناظرى واقع در یک چارچوب مرجع لخت معین می‌تواند، برای مثال یک رویداد A را به مختصات داده شده در جدول ۳۷-۱ نسبت دهد. چون در نسبیت فضا و زمان در هم آمیخته‌اند، می‌توانیم مجموع این مختصه‌ها را در یک دستگاه مختصات فضا زمان بیان کنیم. خود دستگاه مختصات بخشی از چارچوب مرجع ناظر است.

تندى نور در خلأ در تمام جهتها و در تمام چارچوبهای مرجع لخت مقدار یکسان c را دارد.

هم چنین می‌توانیم این اصل موضوع را این گونه بیان کنیم که در طبیعت یک تندى نهایی c وجود دارد که در تمام جهتها و در تمام چارچوبهای مرجع لخت یکسان است. نور با این تندى نهایی حرکت می‌کند. ولی، تندى هر موجودی که انرژی یا اطلاعاتی را حمل می‌کند نمی‌تواند از این تندى بیشتر باشد. افزون بر این، هر ذره‌ای که جرمی دارد، صرف‌نظر از اینکه چه مقدار شتاب دارد و چه مدت شتابدار می‌ماند، نمی‌تواند به تندى c برسد. (حرکتهای تندتر از نور که در داستانهای تخیلی علمی دیده می‌شود امکان پذیر نیستند.) هر دو اصل موضوع به طور گسترده‌ای آزمایش شده‌اند و هیچ استثنایی در آنها دیده نشده است.

تندى نهایی

وجود حدى برای تندى الکترونهای شتابدار در سال ۱۹۶۴/۱۳۴۳ با آزمایشی توسط برتوزی^۱ نشان داده شد، او الکترونها را با روشی مستقل - تا تندىهای مختلفی شتاب داد و انرژیهای جنبشی آنها را اندازه گرفت. او دریافت که وقتی نیرویی که بر الکترون خیلی سریع وارد می‌شود افزایش یابد، انرژی جنبشی اندازه‌گیری شده الکترون به سمت مقدارهای بسیار زیاد افزایش می‌یابد اما تندى آن به مقدار محسوسی زیاد نمی‌شود (شکل ۳۷-۲). الکترونها در آزمایشگاهها حداقل تا $0.999\,999\,999\,95c$ برابر تندى نور - هر چه نزدیک‌تر به آن - شتاب داده شده‌اند ولی این تندى هنوز کمتر از تندى نهایی c است.



شکل ۳۷-۲ نقطه‌ها مقدارهای اندازه‌گیری شده انرژی جنبشی یک الکترون را که برحسب تندى اندازه‌گیری شده آن رسم شده است نشان می‌دهند. بدون توجه به اینکه چقدر انرژی به الکترون (یا به هر ذره دیگر جرم‌دار) داده شود، تندى آن هرگز نمی‌تواند برابر یا بیش از تندى حدى نهایی c شود (منحنی رسم شده از میان نقطه‌های نشان داده شده پیش‌بینی نظریه نسبیت خاص اینشتین را نشان می‌دهد).

این تندى نهایی دقیقاً به این صورت تعریف شده است

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \quad (1-37)$$

جدول ۳۷-۱

ثبت رویداد A

مختصه	مقدار
x	$3/58m$
y	$1/29m$
z	$0m$
t	$34/5s$

یک رویداد معین ممکن است به وسیله ناظرهای متعدد که هر یک در یک چارچوب مرجع لخت قرار دارند ثبت شود. به طور کلی ناظرهای مختلف مختصات فضا-زمان متفاوتی را به یک رویداد یکسان نسبت می‌دهند. توجه کنید که یک رویداد به یک چارچوب مرجع لخت خاصی «تعلق» ندارد. یک رویداد درست چیزی است که رخ می‌دهد و هر کس در هر چارچوب مرجع ممکن است آن را آشکار کند و به آن مختصات فضا-زمان نسبت دهد.

در مسائل عملی چنین نسبت دادن مختصه‌ای می‌تواند پیچیده باشد. برای مثال، فرض کنید بالونی در سمت راست شما در فاصله $1km$ آتش بگیرد در حالی که در همان زمان فرضاً ساعت $9:00AM$ در سمت چپ شما به فاصله $2km$ یک فشفشه آتش بازی منفجر شود. اما شما نمی‌توانید هر دو رویداد را دقیقاً در $9:00AM$ آشکار کنید، چون در این فاصله نور از رویدادها هنوز به شما نرسیده است. چون نور انفجار مسافت بیشتری را باید طی کند و بنابراین، دیرتر از بالون آتش گرفته به چشم شما می‌رسد و در نتیجه به نظر می‌رسد انفجار دیرتر از آتش سوزی رخ داده است. برای مشخص کردن ترتیب زمانهای واقعی و نسبت دادن $9:00AM$ به هر دو رویداد، شما باید زمانهای طی شده نور را محاسبه و سپس از زمانهای دریافتی کم کنید.

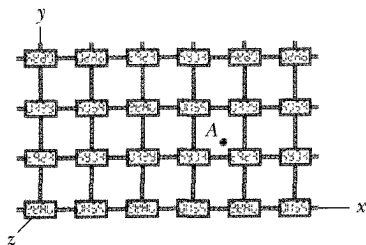
این شیوه برای وضعیتهای پیچیده‌تر می‌تواند خیلی در هم و برهم شود و ما به شیوه ساده‌تری نیاز داریم که به طور خودکار ارتباط زمان حرکت از یک رویداد تا ناظر را حذف کند. برای برقراری چنین شیوه‌ای، آرایه‌ای مجازی از میله‌ها و ساعت‌های اندازه‌گیری را در تمام نقطه‌های چارچوب لخت ناظر (آرایه به طور صلب با ناظر حرکت می‌کند) در نظر می‌گیریم. این امر ممکن است ساختگی به نظر برسد، اما مانع سردرگمی در محاسبه‌های می‌شود و به ما امکان می‌دهد تا مختصات فضا، مختصه زمان، و مختصات فضا-زمان را به صورت زیر به دست آوریم:

۱- مختصات فضا. فرض می‌کنیم دستگاه مختصات ناظر شامل آرایه‌ای سه بعدی از میله‌های اندازه‌گیری تنگ هم باشد که هر دسته از میله‌ها موازی با یکی از سه محور مختصات‌اند. این میله‌ها راهی را برای تعیین مختصه‌ها در امتداد محورها فراهم می‌کنند. بنابراین، اگر رویدادی، مثلاً روشن کردن یک چراغ کوچک رخ دهد، ناظر برای تعیین مکان این رویداد، فقط کافی است که سه مختصه فضایی را در محل چراغ بخواند.

۲- مختصه زمانی. در مورد مختصه زمانی، فرض می‌کنیم که در هر نقطه از محل تقاطع در آرایه میله‌های اندازه‌گیری، ساعت کوچکی قرار دارد که ناظر به علت اینکه ساعت با نور ایجاد شده توسط رویداد روشن می‌شود، می‌تواند آن را بخواند. شکل ۳۷-۳ سطحی از «انبوه» ساعت‌ها و میله‌های اندازه‌گیری را که توصیف کردیم نشان می‌دهد.

آرایه ساعت‌ها باید به طور کامل همزمان شوند. کافی نیست که دسته‌ای از ساعت‌های مشابه را فراهم آوریم و همه را در یک زمان قرار دهیم، و سپس آنها را به محل مقرر شده حرکت دهیم. برای مثال نمی‌دانیم آیا حرکت دادن ساعت‌ها آنها را تغییر می‌دهد یا خیر (که در واقع تغییر می‌دهد). بنابراین، باید ساعت‌ها را در محلشان قرار داد و سپس آنها را همزمان کرد.

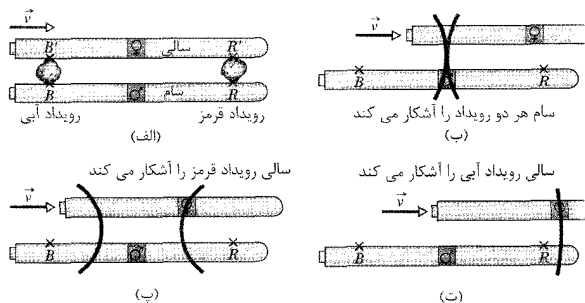
اگر روشی می‌داشتیم که انتقال سیگنال‌ها را با تندی نامتناهی انجام دهیم، همزمان کردن موضوع ساده‌ای می‌شد. ولی، هیچ سیگنالی چنین خاصیتی ندارد. بنابراین، نور را (که به تعبیری تمام طیف الکترومغناطیسی را شامل می‌شود) برای ارسال سیگنال همزمانی انتخاب می‌کنیم، چون در خلأ نور با بیشترین تندی ممکن، تندی حدی c ، حرکت می‌کند. در اینجا یکی از راههای گوناگونی را که می‌توان آرایه‌ای از ساعت‌ها را با کمک سیگنالهای نوری همزمان کرد بیان می‌کنیم. ناظر تعداد زیادی دستیار موقت، به تعداد ساعت‌ها در نظر می‌گیرد. سپس، ناظر در نقطه‌ای که به عنوان مبدأ انتخاب شده است می‌ایستد و وقتی که ساعت واقع در مبدأ $t=0$ را نشان می‌دهد یک تپ نوری را ارسال می‌کند. وقتی تپ نوری به هر یک از دستیاران رسید، آنها ساعت را روی $t=r/c$ قرار می‌دهند، که r فاصله بین دستیار و مبدأ است. در این صورت ساعت‌ها همزمان شده‌اند.



شکل ۳۷-۳ مقطعی از آرایه سه بعدی از ساعت‌ها و میله‌های اندازه‌گیری به گونه‌ای که ناظری بتواند به یک رویداد، مانند برق زدن نور در یک نقطه A ، مختصه‌های فضا-زمان نسبت دهد. مختصات فضایی رویداد تقریباً در $x=3/7$ برابر طول میله، $y=1/3$ برابر طول میله و $z=0$ قرار دارند. مختصه زمانی، زمانی است که نزدیکترین ساعت به A در موقع برق زدن نشان می‌دهد.

۳- مختصات فضا-زمان. اکنون ناظر به سادگی می‌تواند با ثبت زمانی روی نزدیکترین رویداد و موضع اندازه‌گیری شده روی نزدیکترین میله اندازه‌گیری، مختصات فضا-زمانی به رویداد نسبت دهد. اگر دو رویداد وجود داشته باشد،

روشنتر می‌کنیم. شکل ۳۷-۴ دو سفینه فضایی دراز را نشان می‌دهد (در یکی سالی و در دیگری سام قرار دارد)، که می‌توانند برای ناظرهای سالی و سام به عنوان چارچوب مرجع لخت در نظر گرفته شوند. هر دو ناظر در وسط سفینه‌هایشان قرار دارند. دو سفینه در امتداد یک محور مشترک x از هم جدا هستند، سرعت نسبی سالی نسبت به سام \vec{v} است. شکل ۳۷-۴ الف سفینه‌ها را نشان می‌دهد که به طور زودگذر دو ناظر در مقابل یکدیگر واقع هستند.



شکل ۳۷-۴ سفینه‌های فضایی سالی و سام و رخداد رویدادها از نظر سام. سفینه سالی با سرعت \vec{v} به سمت راست حرکت می‌کند. (الف) رویداد قرمز در وضعیتهای RR' و رویداد آبی وضعیتهای BB' رخ می‌دهند؛ هر رویداد موجی نوری به خارج می‌فرستد. (ب) سام به طور همزمان موجها را از رویداد قرمز و رویداد آبی آشکار می‌کند. (پ) سالی موج از رویداد قرمز را آشکار می‌کند. (ت) سالی موج از رویداد آبی را آشکار می‌کند.

دو شهابسنگ بزرگ به سفینه‌ها برخورد می‌کنند، یکی شعله قرمز (رویداد قرمز) و دیگری شعله آبی (رویداد آبی) ایجاد می‌کند ولی مهم نیست که همزمان باشند. هر رویداد یک علامت دائمی روی هر سفینه در وضعیت‌های RR' و BB' باقی می‌گذارد.

فرض می‌کنیم که جبهه‌های موج رو به گسترش از دو رویداد، همانطور که شکل ۳۷-۴ ب نشان می‌دهد در یک زمان به سام برسند. اضافه بر این فرض می‌کنیم که پس از این پیشامد، سام با اندازه‌گیری نشانه‌های روی سفینه، در می‌یابد که وقتی دو رویداد رخ می‌دهند او در واقع دقیقاً در میانه بین علامتهای B و R روی سفینه‌اش قرار دارد. او خواهد گفت:

سام نور از رویداد قرمز و نور از رویداد آبی در یک زمان به من می‌رسند. از علامتهای روی سفینه‌ام دریافت می‌کنم که من در میانه دو چشمه قرار داشته‌ام. بنابراین، رویداد قرمز و رویداد آبی همزمان رخ داده‌اند.

مطالعه شکل ۳۷-۴ نشان می‌دهد، سالی و جبهه موج رو به گسترش از رویداد قرمز به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند، در حالی که او و جبهه موج رو به گسترش از رویداد آبی در یک جهت یکسان حرکت می‌کنند. بنابراین، جبهه موج از رویداد قرمز پیش از رسیدن جبهه موج از رویداد آبی به سالی می‌رسد. او خواهد گفت:

ناظر جدایی زمان آنها را به وسیله اختلاف زمانها روی ساعت‌های نزدیک هر یک و جدایی فضایی آنها را از اختلاف مختصات روی میله‌های نزدیک هر یک، محاسبه می‌کند. بنابراین از مشکل عملی محاسبه زمانهای حرکت سیگنالها به ناظر از رویدادها پرهیز می‌شود.

۳۷-۴ نسبیت همزمانی

فرض کنید که یک ناظر (سام) متوجه می‌شود که دو رویداد مستقل (رویداد قرمز و رویداد آبی) در یک زمان رخ می‌دهند. هم‌چنین فرض کنید که ناظر دیگری (سالی) که با سرعت ثابت \vec{v} نسبت به سام حرکت می‌کند، نیز این دو رویداد را ثبت می‌کند. آیا سالی نیز درمی‌یابد که این رویدادها در یک زمان رخ می‌دهند؟ پاسخ این است که در حالت کلی این طور نیست:

اگر دو ناظر در حرکت نسبی باشند، در حالت کلی آنها در اینکه دو رویداد همزمان رخ داده‌اند توافق نخواهند داشت. اگر یک ناظر دریابد که آنها همزمان هستند ناظر دیگر در حالت کلی چنین دریافتی نخواهد داشت.

نمی‌توانیم بگوییم که یک ناظر درست می‌گوید و دیگری نادرست. مشاهده‌های آنها هر دو معتبر است، و هیچ دلیلی بر اینکه یکی بر دیگری ارجحیت دارد وجود ندارد.

تحقق اینکه دو عبارت متضاد در مورد یک رویداد طبیعی صحیح باشد به نظر عجیب می‌رسد و این حاصل نسبیت اینشتین است. البته، در فصل ۳۳ بدون رد کردن نتایج متضاد، روش دیگری را مورد بحث قرار دادیم که چگونه حرکت در اندازه‌گیری اثر دارد: در اثر دوپلر، بسامدی که ناظر در مورد یک موج صوتی اندازه می‌گیرد به حرکت نسبی ناظر و چشمه بستگی دارد. بنابراین دو ناظر که نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند برای یک موج بسامدهای متفاوتی اندازه می‌گیرند، و هر دو اندازه‌گیریها صحیح است.

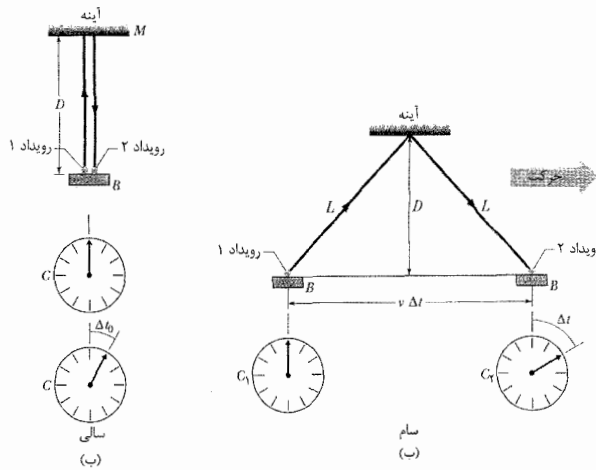
مراتب زیر را نتیجه می‌گیریم:

همزمانی یک مفهوم مطلق نیست بلکه یک مفهوم نسبی است و به حرکت ناظر بستگی دارد.

اگر تندی نسبی ناظرها خیلی کمتر از تندی نور باشد، آنگاه انحراف اندازه‌گیری شده از همزمانی آنقدر کوچک است که قابل ذکر نیست. در تمام تجربه‌های روزانه زندگی ما چنین حالتی برقرار است، به همین خاطر است که نسبیت همزمانی ناآشناست.

نگاهی دقیقتر به همزمانی

اکنون با مثالی مبتنی بر اصل موضوع نسبیت، که به طور مستقیم شامل ساعتها یا میله‌های اندازه‌گیری نباشد، نسبیت همزمانی را



شکل ۳۷-۵ (الف) سالی در قطار، بازه زمانی Δt_0 بین رویدادهای ۱ و ۲ را با استفاده از فقط یک ساعت C در قطار اندازه‌گیری می‌کند. این ساعت دوبار نشان داده شده است: ابتدا برای رویداد ۱ و سپس برای رویداد ۲. (ب) سام که از ایستگاه رخ دادن رویدادها را نگاه می‌کند، به دو ساعت همزمان احتیاج دارد، C_1 برای رویداد ۱ و C_2 برای رویداد ۲، تا بازه زمانی بین دو رویداد را اندازه‌گیری کند؛ بازه زمانی اندازه‌گیری شده توسط او Δt است.

اکنون بررسی می‌کنیم که این دو رویداد یکسان به وسیله سام که روی سکوی ایستگاه ایستاده و قطار از مقابلش می‌گذرد چگونه اندازه‌گیری می‌شود. چون وسایل در زمان حرکت نور با قطار حرکت می‌کنند، سام مسیر نور را مانند آنچه در شکل ۳۷-۵ ب نشان داده شده است می‌بیند. برای او، دو رویداد در چارچوب مرجعش در دو مکان مختلف رخ داده است، و بنابراین برای اندازه‌گیری بازه زمانی دو رویداد، سام باید در ساعت همزمان شده C_1 و C_2 ، هر کدام در یک رویداد را به کار گیرد. بنابر اصل موضوع تنیدی نور اینشتین، برای سالی و سام نور با تنیدی یکسان c حرکت می‌کند. ولی اکنون نور فاصله $2L$ بین دو رویداد ۱ و ۲ را طی می‌کند. بازه زمانی بین دو رویداد که به وسیله سام اندازه‌گیری می‌شود برابر است با

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (\text{سام}) \quad (۳۷-۴)$$

که در آن

$$L = \sqrt{\left(\frac{1}{2}v\Delta t\right)^2 + D^2} \quad (۳۷-۵)$$

از معادله ۳۷-۳ می‌توان این رابطه را به این صورت نوشت

$$L = \sqrt{\left(\frac{1}{2}v\Delta t\right)^2 + \left(\frac{1}{2}c\Delta t_0\right)^2} \quad (۳۷-۶)$$

اگر بین معادله‌های ۳۷-۴ و ۳۷-۶، L را حذف و آن را بر حسب Δt حل کنیم، داریم

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (۳۷-۷)$$

معادله ۳۷-۷ نشان می‌دهد که چگونه بازه زمانی اندازه‌گیری شده Δt بین رویدادها توسط سام با بازه زمانی سالی Δt_0

سالی نور از رویداد قرمز پیش از نور از رویداد آبی به من رسید. از علامتهای روی سفینه‌ام دریافتم که من نیز در میانه بین دو چشمه قرار داشته‌ام. بنابراین، دو رویداد همزمان نبوده‌اند؛ ابتدا رویداد قرمز و سپس رویداد آبی رخ داده است. این گزارشها توافق ندارند. با این وصف هر دو ناظر درست می‌گویند.

دقت کنید که فقط یک جبهه موج رو به گسترش از محل هر رویداد وجود دارد و این جبهه موج با تنیدی یکسان c در هر دو چارچوب مرجع، یعنی دقیقاً تنیدی مورد نیاز در اصل موضوع تنیدی نور، حرکت می‌کند.

ممکن است برخورد شهابسنگ به سفینه‌ها به گونه‌ای رخ داده باشد که به نظر سالی همزمان بوده‌اند. اگر این حالت باشد، آنگاه سام ادعا خواهد کرد که آنها همزمان نبوده‌اند.

۳۷-۵ نسبیت زمان

اگر دو ناظری که نسبت به هم حرکت می‌کنند بازه زمانی (یا جدایی زمانی) بین دو رویداد را اندازه‌گیری کنند، به طور کلی نتایج متفاوتی به دست می‌آورند. چرا؟ چون جدایی فضایی رویدادها می‌تواند بر بازه زمانی اندازه‌گیری شده ناظرها اثر بگذارد.

بازه زمانی بین دو رویداد به اینکه در چه فاصله‌ای از هم قرار دارند بستگی دارد: یعنی جدایی فضایی و جدایی زمانی آنها در هم آمیخته است.

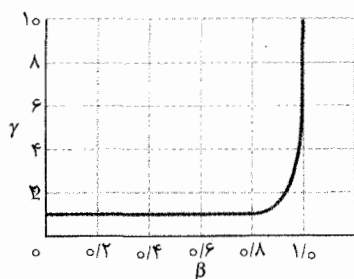
در این بخش با مثالی درباره درهم آمیختگی بحث می‌کنیم؛ ولی این مثال به روشی بسیار اساسی مفید است: برای یکی از دو ناظر، دو رویداد در یک محل رخ می‌دهند. تا بخش ۳۷-۷ به مثالهای کلیدی نخواهیم پرداخت.

شکل ۳۷-۵ الف اساس آزمایش انجام شده توسط سالی را نشان می‌دهد، او و وسایل اش، یک چشمه نوری، یک آینه و یک ساعت، سوار بر قطاری که با سرعت ثابت v نسبت به یک ایستگاه حرکت می‌کند قرار دارند. یک تپ نوری چشمه نوری B (رویداد ۱) را ترک می‌کند، به طور عمودی به سمت بالا می‌رود، به وسیله آینه‌ای به سمت پایین باز می‌تابد و سپس در چشمه آشکار می‌شود (رویداد ۲). سالی بازه زمانی معین Δt_0 بین دو رویداد مربوط به فاصله D از چشمه تا آینه را با این رابطه اندازه می‌گیرد

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c} \quad (\text{سالی}) \quad (۳۷-۳)$$

دو رویداد در چارچوب مرجع سالی در یک محل رخ می‌دهند و او در آن محل فقط به یک ساعت C برای اندازه‌گیری بازه زمانی نیاز دارد. ساعت C در شکل ۳۷-۵ الف دوبار، یکی در شروع دیگری در پایان بازه زمانی، نشان داده شده است.

چون از نظر او سام به رغم پافشاریش موفق به همزمان کردن ساعت‌های C_1 و C_7 خود نشده است. به یاد آورید که دو ناظری که نسبت به یکدیگر حرکت نسبی دارند به طور کلی در مورد همزمانی توافق ندارند. در اینجا، سام پافشاری می‌کند که دو ساعت او وقتی رویداد ۱ اتفاق می‌افتد به طور همزمان زمان یکسانی را نشان می‌دهند. ولی، برای سالی، ساعت C_7 به طور همزمان سام در فرایند همزمان سازی به مقدار زیادی جلو است. بنابراین، وقتی سام زمان رویداد ۲ را می‌خواند، برای سالی او زمان بسیار بزرگی را می‌خواند، و به همین دلیل بازه زمانی که سام بین دو رویداد اندازه می‌گیرد بیشتر از فاصله زمانی است که سالی اندازه می‌گیرد.



شکل ۳۷-۶ نمودار عامل لورنتس γ بر حسب تابعی از پارامتر تندی $\beta (=v/c)$.

دو آزمون از اتساع زمان

۱- ساعت‌های میکروسکوپی. ذره‌های زیر اتمی که موئون‌ها نامیده می‌شوند ناپایدارند؛ یعنی وقتی موئونی ایجاد می‌شود، پیش از واپاشی (تبدیل شدن به دو نوع ذره دیگر) فقط زمان کوتاهی دوام می‌آورد. طول عمر موئون عبارت است از بازه زمانی بین ایجاد (رویداد ۱) و واپاشی آن (رویداد ۲). وقتی موئون‌ها ساکن هستند و طول عمر آنها با ساعت‌های ساکن (مثلاً در آزمایشگاه) اندازه‌گیری می‌شوند، طول عمر متوسط آنها $2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ است. این بازه زمانی ویژه است، چون برای هر موئون، رویدادهای ۱ و ۲ در یک مکان در چارچوب مرجع موئون- یعنی در خود موئون رخ می‌دهند. این بازه زمانی ویژه را با Δt_0 می‌توان نشان داد؛ افزون بر این، چارچوب مرجعی را که در آن این زمان اندازه‌گیری می‌شود می‌توان چارچوب ساکن موئون نامید.

ولی، اگر موئون‌ها در حرکت باشند، مثلاً در میان آزمایشگاه، آنگاه اندازه‌گیری طول عمر آنها با ساعت‌های آزمایشگاه باید طول عمر متوسط بزرگتری را (طول عمر متوسط اتساع) به دست دهد. برای واری این نتیجه، طول عمر متوسط موئونی که با تندی $0.9994c$ نسبت به ساعت‌های اندازه‌گیری در حرکت بود اندازه‌گیری شد. از معادله ۳۷-۸، با $\beta = 0.9994$ ، عامل لورنتس برای این تندی عبارت است از

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0.9994)^2}} = 28/17$$

مقایسه می‌شود. چون γ باید کمتر از c باشد، مخرج معادله ۳۷-۷ باید کمتر از یک باشد. بنابراین، Δt باید بزرگتر از Δt_0 باشد: سام بازه زمانی بین دو رویداد را بیشتر از سالی اندازه می‌گیرد. سام و سالی بازه زمانی بین دو رویداد یکسان را اندازه می‌گیرند، ولی حرکت نسبی بین سام و سالی می‌تواند آهنگ گذشت زمان بین دو رویداد را تغییر دهد؛ کلید این پدیده این است که تندی نور برای همه ناظرها یکسان است. بین اندازه‌گیری‌های سام و سالی با اصطلاحهای زیر تمایز قایل می‌شویم:

هرگاه دو رویداد در یک مکان در یک چارچوب مرجع لخت رخ دهند، بازه زمانی بین آنها را که در آن چارچوب اندازه‌گیری می‌شود، بازه زمانی ویژه یا ویژه زمان می‌گویند. اندازه‌گیری‌های همین بازه زمانی در هر چارچوب مرجع لخت دیگر همیشه بزرگتر است.

بنابراین سالی یک بازه زمانی ویژه را اندازه می‌گیرد، و سام یک بازه زمانی بزرگتری را اندازه می‌گیرد. (اصطلاح ویژه متأسفانه این توهم را ایجاد می‌کند که سایر اندازه‌گیری‌ها ناویژه یا ناواقعی‌اند. در حالی که این درست نیست.) مقداری که بازه زمانی اندازه‌گیری شده از بازه زمانی ویژه متناظر بزرگتر است اتساع زمان نامیده می‌شود. (اتساع یافتن، منبسط یا کشیده شدن است؛ در اینجا بازه زمانی منبسط یا کشیده شده است.)

اغلب نسبت بدون بعد v/c را در معادله ۳۷-۷ با β جایگزین می‌کنند و آن را پارامتر تندی می‌نامند، و جذر وارون بدون بعد در معادله ۳۷-۷ را که با γ نشان می‌دهند، عامل لورنتس می‌نامند.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (۳۷-۸)$$

با قرار دادن اینها، می‌توان معادله ۳۷-۷ را به صورت زیر نوشت

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{اتساع زمان}) \quad (۳۷-۹)$$

پارامتر تندی β همیشه کمتر از یک است و مشروط بر اینکه v صفر نباشد، γ همیشه بزرگتر از یک است. ولی، اختلاف بین γ و ۱ چشمگیر نیست، مگر آنکه $v > 0.1c$ باشد. بنابراین، به طور کلی، «نسبیت قدیم» به خوبی برای $v > 0.1c$ برقرار است، اما برای مقادیرهای بزرگتر v باید نسبیت خاص را بکار برد. همانطور که شکل ۳۷-۶ نشان می‌دهد، بزرگی γ وقتی β به ۱ نزدیک می‌شود (وقتی v به c می‌رسد) به سرعت افزایش می‌یابد. بنابراین، هرچه تندی نسبی بین سالی و سام بیشتر شود، بازه زمانی اندازه‌گیری شده توسط سام بزرگتر خواهد شد، تا اینکه در تندی به قدر کافی بزرگ این بازه «در تمام مدت» برقرار خواهد بود.

ممکن است از آنچه که سالی در مورد بازه زمانی که توسط سام اندازه‌گیری شده و بزرگتر از بازه زمانی او است، می‌گوید تعجب کنید. اندازه‌گیری سام برای سالی شگفت‌آور نیست،

مسئله نمونه ۱-۳۷

اختیریمای شما با تندی نسبی $0.9990c$ از کنار زمین عبور می‌کند. پس از $10/0y$ سفر (با زمان شما)، در ایستگاه تجسمی LP۱۳ توقف می‌کنید و سپس با همان تندی نسبی به زمین بر می‌گردید. سفر برگشت $10/0y$ دیگر طول می‌کشد (با زمان شما). این رفت و برگشت بنابر اندازه‌گیری انجام شده در زمین چقدر طول می‌کشد؟ (از هر اثری به خاطر شتابهای موقع توقف و برگشت چشم‌پوشی کنید).

نکته‌های کلیدی با تحلیل سفر رفت شروع می‌کنیم:

- ۱- این مسئله شامل اندازه‌گیریهای انجام شده در دو چارچوب مرجع (لخت) یکی متصل به زمین و دیگری (چارچوب مرجع) متصل به سفینه (شما) است.
- ۲- سفر رفت شامل دو رویداد است: آغاز سفر از زمین و انتهای آن در LP۱۳.
- ۳- $10/0y$ اندازه‌گیری شده برای سفر رفت ویژه زمان Δt_0 بین این دو رویداد است، زیرا این رویدادها در همان مکان چارچوب مرجع شما یعنی در سفینه، رخ داده است.
- ۴- بنابر معادله ۹-۳۷ برای اتساع زمان ($\Delta t = \gamma \Delta t_0$) بازه زمانی سفر رفت در اندازه‌گیری چارچوب زمین باید بزرگتر از Δt_0 باشد.

محاسبه‌ها: با استفاده از معادله ۸-۳۷ برای قرار دادن γ در معادله ۹-۳۷، به دست می‌آوریم

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{10/0y}{\sqrt{1 - (0.9990c/c)^2}} = (22/37)(10/0y) = 224y$$

در سفر برگشت، همین وضعیت و همین داده‌ها را خواهیم داشت. بنابراین، رفت و برگشت $20y$ زمان شما را می‌گیرد ولی زمان زمینی خواهد شد

$$\Delta t = (2)(224y) = 448y \quad (\text{پاسخ})$$

به عبارت دیگر، در حالی که از عمر شما $20y$ گذشته از عمر زمین $448y$ گذشته است. اگر چه شما نمی‌توانید به گذشته سفر کنید (تا جایی که می‌دانیم)، اما با استفاده از حرکت نسبی با تندی زیاد برای تنظیم آهنگ سپری شدن زمان می‌توانید به آینده مثلاً زمین سفر کنید.

مسئله نمونه ۲-۳۷ مهارت خود را تقویت کنید

ذره بنیادی شناخته شده‌ای به نام کائون مثبت (K^+) وقتی ساکن است، به طور متوسط طول عمر آن $0.1237\mu s$ است، یعنی هنگامی که طول عمر در چارچوب ساکن کائون اندازه‌گیری شود. اگر تندی کائون مثبت، به هنگام تولید نسبت به یک چارچوب در مدت طول عمر خود مطابق با فیزیک کلاسیک (که تقریب معقولی برای تندیهایی خیلی کمتر از c

در این صورت از معادله ۹-۳۷ برای طول عمر اتساع متوسط خواهیم داشت

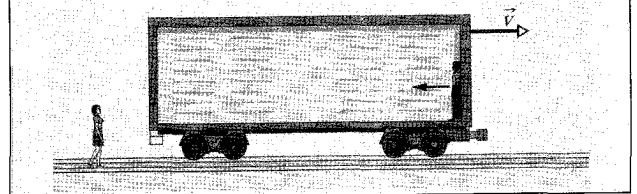
$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = (28/187)(2/200\mu s) = 63/51\mu s$$

مقدار اندازه‌گیری شده واقعی با این نتیجه با توجه به خطای تجربی، تطابق دارد.

۲- **ساعت‌های ماکروسکوپی.** در سال ۱۹۷۷/۱۳۵۶، ژوزف هافل^۱ و ریچارد کیتینگ^۲ آزمایشی انجام دادند که بسیار طاقت فرسا بود. آنها چهار ساعت اتمی قابل حمل را با هواپیماهای تجاری دوبار دور زمین، هر بار در یک جهت به گردش درآوردند. هدف آنها «آزمون نظریه نسبیت اینشتین با ساعت‌های ماکروسکوپی» بود. همانطور که هم اکنون دیدیم، اتساع زمانی که نظریه اینشتین پیش‌بینی می‌کرد در مقیاس میکروسکوپی تایید شده بود، ولی اگر به وسیله یک ساعت واقعی تایید می‌شد آرامش بیشتری حاصل می‌شد. چنین اندازه‌گیریهای ماکروسکوپی فقط به خاطر دقت بسیار زیاد ساعت‌های اتمی امروزی میسر گردیده است. هافل و کیتینگ پیش‌بینی نظریه را تا ۱۰٪ تایید کردند. (نظریه نسبیت عام که پیش‌بینی می‌کند گرانش بر آهنگ ساعت تأثیر می‌گذارد در این آزمایش نیز نقش دارد).

چند سال بعد، فیزیکدانان در دانشگاه مرلند آزمایش مشابهی را با دقت بیشتری انجام دادند. آنها یک ساعت اتمی را با پروازهایی که ۱۵h طول کشید به طور مرتب دور خلیج چسایک^۳ به گردش درآوردند و موفق شدند اتساع زمان پیش‌بینی شده را تا ۱٪ بهتر بیازمایند. امروزه، وقتی ساعت‌های اتمی که برای کالیبره کردن یا هر مقصود دیگری از یک نقطه به نقطه دیگر منتقل می‌شوند، اتساع زمانی را که به وسیله حرکت آنها ایجاد می‌شود همیشه به حساب می‌آورند.

✓ **نکته وارسی ۱** موقع ایستادن در کنار ریل راه‌آهن، ناگهان به وسیله یک واگن نسبیتی که مطابق شکل از مقابل ما می‌گذرد، از جا می‌پریم. داخل واگن دستگاهی مجهزی یک تب لیزری از جلو به سمت عقب واگن آتش می‌کند. (الف) آیا تندی تب که به وسیله ما اندازه‌گیری می‌شود، نسبت به تندی که مسافر اندازه‌گیری می‌کند بزرگتر است یا کوچکتر یا یکسان است. (ب) آیا اندازه‌گیری زمان حرکت تب توسط مسافر یک زمان ویژه است؟ (پ) آیا اندازه‌گیری زمان حرکت به وسیله ما و مسافر با معادله ۹-۳۷ به هم مربوط‌اند؟



مکان در چارچوب کائون- یعنی در خود کائون رخ داده‌اند. بنابراین، Δt_0 را بازه زمانی ویژه قرار می‌دهیم. آنگاه برای پیدا کردن بازه زمانی Δt از نظر اندازه‌گیری در چارچوب آزمایشگاه می‌توان از معادله ۳۷-۹ ($\Delta t = \gamma \Delta t_0$) برای اتساع زمان استفاده کرد. با استفاده از معادله ۳۷-۸ برای قرار دادن γ در معادله ۳۷-۹ خواهیم داشت

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{0/1237 \times 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1-(0/990c/c)^2}} = 8/769 \times 10^{-7} \text{ s}$$

این تقریباً هفت برابر بزرگتر از طول عمر ویژه کائون است. یعنی، طول عمر کائون در چارچوب آزمایشگاه تقریباً هفت برابر بیشتر از مقدار آن در چارچوب خودش است- طول عمر کائون زیاد شده است. برای مسافت پیموده شده d_{sr} در چارچوب آزمایشگاه، معادله ۳۷-۱۲ را به صورت زیر حل می‌کنیم

$$\begin{aligned} d_{sr} &= v \Delta t = (0/990c) \Delta t \\ &= (0/990)(299792458 \text{ m/s})(8/769 \times 10^{-7} \text{ s}) \\ &= 260 \text{ m} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

این تقریباً هفت برابر d_{cp} است. آزمایشهایی مانند آزمایشهای مطرح شده در اینجا، که نسبیت خاص را بررسی می‌کنند، در دهه‌های گذشته در آزمایشگاههای فیزیک به صورت امری عادی در آمده است. مهندسانی که تجهیزات علمی یا پزشکی را طراحی می‌کنند و می‌سازند باید نسبیت را در مورد ذره‌هایی که با تندی زیاد عمل می‌کنند به حساب آورند.

۳۷-۶ نسبیت طول

اگر بخواهید طول میله‌ای را که نسبت به شما ساکن است اندازه بگیرید، می‌توانید- در هنگام فراغت- آن را روی مقیاس ساکن درازی قرار دهید و به وضعیت دو انتهای آن روی مقیاس توجه کنید و آنها را بخوانید و از هم کم کنید. ولی اگر میله حرکت کند، باید به طور همزمان دو انتهای میله را در (چارچوب مرجع خود) قرار دهید وگرنه نمی‌توانید اندازه‌گیری خود را طول بنامید. شکل ۳۷-۷ مشکل اندازه‌گیری طول یک پنگوئن در حال حرکت را برای مشخص کردن جلو و عقب او در زمانهای مختلف نشان می‌دهد. چون همزمانی نسبی است و در اندازه‌گیری طول وارد می‌شود، بنابراین، طول نیز یک کمیت نسبی خواهد بود.

فرض کنیم L_0 طول میله‌ای باشد که در حالت ساکن می‌خواهید آن را اندازه‌گیری کنید (این بدان معناست که شما و میله در یک چارچوب مرجع، یعنی چارچوب ساکن میله قرار دارید). ولی اگر، یک حرکت نسبی با تندی v بین شما و میله در راستای طول میله وجود داشته باشد، در این صورت با

است) و مطابق با نسبیت خاص (که برای تمام تندیهایی ممکن فیزیکی درست است) چه مسافتی را می‌تواند طی کند؟

نکته‌های کلیدی

۱- این مسئله شامل اندازه‌گیریهایی است که در دو چارچوب مرجع (لخت)، یکی متصل به کائون و دیگری متصل به آزمایشگاه انجام می‌شود.

۲- این مسئله هم‌چنین شامل دو رویداد است: آغاز حرکت کائون (وقتی کائون ایجاد می‌شود) و انتهای حرکت آن (در انتهای طول عمر کائون).

۳- ارتباط مسافت پیموده شده توسط کائون بین این دو رویداد با تندی v آن و بازه زمانی حرکت، با رابطه زیر داده می‌شود.

$$v = \frac{\text{مسافت}}{\text{بازه زمانی}} \quad (10-37)$$

با این نکته‌ها، مسافت را اول با استفاده از فیزیک کلاسیک و سپس با استفاده از نسبیت خاص پیدا می‌کنیم.

فیزیک کلاسیک: در فیزیک کلاسیک، مسافت و بازه زمانی یکسانی را (در معادله ۳۷-۱۰) در چارچوب کائون یا در چارچوب آزمایشگاهی به دست می‌آوریم. بنابراین، مهم نیست که درباره چارچوبی که اندازه‌گیری در آن انجام می‌شود دقیق باشیم. برای پیدا کردن مسافت پیموده شده d_{cp} بنابر فیزیک کلاسیک، معادله ۳۷-۱۰ را دوباره به صورت زیر می‌نویسیم

$$d_{cp} = v \Delta t \quad (11-37)$$

که در آن Δt بازه زمانی بین دو رویداد در هر کدام از دو چارچوب است. سپس با قرار دادن $0/990c$ برای v و $0/1237 \mu\text{s}$ برای Δt در معادله ۳۷-۱۱، پیدا می‌کنیم

$$\begin{aligned} d_{cp} &= (0/990c) \Delta t \\ &= (0/990)(299792458 \text{ m/s})(0/1237 \times 10^{-6} \text{ s}) \\ &= 36/7 \text{ m} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

اگر فیزیک کلاسیک در تندیهایی نزدیک به c صحیح می‌بود، این میزان حرکت کائون خواهد بود.

نسبیت خاص: در نسبیت خاص باید هم در مورد مسافت و هم در مورد بازه زمانی در معادله ۳۷-۱۰ که در چارچوب مرجع یکسانی اندازه‌گیری می‌شوند دقت کنیم- به ویژه، مانند اینجا وقتی تندی به c نزدیک است. پس، برای پیدا کردن مسافت حرکت واقعی d_{sr} کائون از نظر چارچوب آزمایشگاهی بنابر نسبیت خاص، معادله ۳۷-۱۰ را به صورت زیر دوباره نویسی می‌کنیم

$$d_{sr} = v \Delta t \quad (12-37)$$

که در آن Δt بازه زمانی بین دو رویداد اندازه‌گیری شده در چارچوب آزمایشگاهی است.

قبل از محاسبه d_{sr} در معادله ۳۷-۱۲، باید Δt را پیدا کنیم: بازه زمانی $0/1237 \mu\text{s}$ ویژه زمان است زیرا دو رویداد در یک

اثبات معادله ۳۷-۱۳

انقباض طول پیامد مستقیم اتساع زمان است. یک بار دیگر دو ناظر را در نظر می‌گیریم. در یک زمان سالی در قطاری که از ایستگاه می‌گذرد نشسته است و سام نیز روی سکوی ایستگاه قرار دارد، هر دو می‌خواهند طول سکو را اندازه بگیرند. سام از یک متر نواری استفاده می‌کند و در می‌یابد که طول L_0 ، ویژه طول است چون سکو نسبت به او در حال سکون است. سام هم چنین توجه می‌کند که سالی، در داخل قطار این طول را در زمان $\Delta t = L_0 / v$ طی می‌کند، که v تندی قطار است یعنی،

$$L_0 = v \Delta t \quad (\text{سام}) \quad (۳۷-۱۴)$$

این بازه زمانی Δt یک بازه زمانی ویژه نیست چون دو رویدادی که آن را تعریف می‌کنند (سالی عقب سکو و سام جلو سکو را پشت سر می‌گذارند) در دو مکان متفاوت رخ می‌دهند، و بنابراین، سام باید از دو ساعت همزمان شده برای اندازه‌گیری بازه زمانی Δt استفاده کند.

ولی، از نظر سالی سکو در جهت پشت سر گذاشتن او حرکت می‌کند. او در می‌یابد که رویداد اندازه‌گیری شده توسط سام در چارچوب مرجع خود سالی در یک مکان رخ می‌دهند. سالی می‌تواند زمان را با یک ساعت ساکن اندازه بگیرد، و در نتیجه بازه Δt_0 که اندازه می‌گیرد بازه زمانی ویژه است. برای سالی، طول L سکو با رابطه زیر داده می‌شود

$$L = v \Delta t_0 \quad (\text{سالی}) \quad (۳۷-۱۵)$$

اگر معادله ۳۷-۱۵ را بر معادله ۳۷-۱۴ تقسیم کنیم و معادله اتساع زمان، معادله ۳۷-۹ را به کار ببریم، خواهیم داشت

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v \Delta t_0}{v \Delta t} = \frac{1}{\gamma}$$

یا

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad (۳۷-۱۶)$$

که معادله ۳۷-۱۳، معادله انقباض طول است.

مسئله نمونه ۳۷-۳

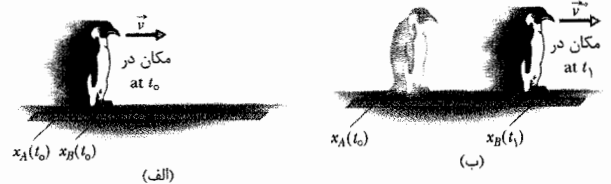
در شکل ۳۷-۸، سالی (در نقطه A) و سفینه سام (با ویژه طول $L_0 = 230 \text{ m}$) با تندی نسبی و ثابت v از مقابل هم می‌گذرند. سالی برای سفینه‌ای که از مقابلش می‌گذرد بازه زمانی $3/057 \mu\text{s}$ را اندازه می‌گیرد (از نقطه عبور B تا نقطه عبور C). برحسب C ، تندی نسبی v بین سالی و سفینه چقدر است؟

نکته‌های کلیدی فرض می‌کنیم که تندی v نزدیک به c است. **آنگاه**

۱- این مسئله شامل دو اندازه‌گیری است که در چارچوبهای مرجع (لخت) یکی متصل به سالی و دیگری متصل به سام و سفینه او انجام شده است.

اندازه‌گیریهای همزمان، طول L میله را به صورت زیر به دست می‌آورید

$$L = L_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{انقباض طول}) \quad (۳۷-۱۳)$$



شکل ۳۷-۷ اگر بخواهید طول از جلو تا عقب پنگوئن در حال حرکتی را اندازه‌گیری کنید، باید به طور همزمان (الف) وضعیتهای جلو و عقب پنگوئن را مانند (الف) (در چارچوب مرجع خودتان) مشخص کنید نه مانند (ب) در زمانهای مختلف.

چون عامل لورنتس γ همیشه بزرگتر از یک است، در صورت وجود حرکت نسبی، L کمتر از L_0 است. حرکت نسبی باعث انقباض طول و L طول منقبض شده نامیده می‌شود. چون γ با تندی v افزایش می‌یابد، انقباض طول نیز با v افزایش می‌یابد.

نکته طول L_0 جسمی که در چارچوب ساکن جسم اندازه‌گیری می‌شود ویژه طول یا طول ساکن جسم است. اندازه‌گیریهای طول در هر چارچوب مرجعی که در حرکت نسبی موازی با آن طول باشد همیشه کمتر از ویژه طول است.

دقت کنید: انقباض طول فقط در امتداد جهت حرکت نسبی رخ می‌دهد. هم چنین، طولی که اندازه‌گیری می‌شود الزامی ندارد مربوط به یک جسم مانند میله یا حلقه باشد، بلکه میتواند طول (یا فاصله) بین دو جسم در یک چارچوب ساکن باشد - برای مثال، خورشید و ستاره مجاورش (که حداقل نسبت به هم تقریباً ساکن هستند).

آیا جسم در حال حرکت واقعاً منقبض می‌شود؟ واقعیت بر پایه مشاهدات و اندازه‌گیری‌ها استوار است؛ اگر نتایج همیشه سازگار باشند و اگر خطایی را نتوان محاسبه کرد، آنگاه چیزی که مشاهده شده و اندازه‌گیری شده واقعی است. در این مفهوم، جسم واقعاً منقبض می‌شود. با وجود این، عبارت دقیقتر این است که انقباض جسم واقعاً اندازه‌گیری شده است - حرکت بر اندازه‌گیری و در نتیجه به واقعیت اثر می‌گذارد.

وقتی یک طول منقبض شده، مثلاً میله‌ای را اندازه‌گیری می‌کنید، ناظر در حال حرکت با میله در مورد اندازه‌گیری شما چه می‌گوید؟ برای این ناظر، دو سر میله را به طور همزمان نمی‌توانید پیدا کنید. (به یاد آورید که ناظرهای در حال حرکت نسبت به یکدیگر درباره همزمانی با یکدیگر توافق ندارند.) برای ناظر، شما ابتدا مکان جلو میله و سپس، کمی بعد از آن، مکان انتهای میله را پیدا می‌کنید و به همین خاطر است که طولی را که شما اندازه می‌گیرید کمتر از ویژه طول است.

است، مهم نیست. در شکل ۳۷-۸ سالی را ساکن در نظر گرفتیم، ولی به جای آن می‌توانستیم سفینه را ساکن بگیریم که سالی از مقابل آن به طرف چپ می‌گذرد. در نتایج ما تغییری حاصل نمی‌شود.

مسئله نمونه ۳۷-۴

با غافلگیری به چنگ ابرنواختری که در مجاورت شماسا درآمده‌اید، سفینه فضایی شما منفجر شده و شما با یک جریان تند به بیرون پرتاب شده‌اید و امید دارید که تندی این پرتاب چنان باشد تا موادی که به سمت شما پرتاب می‌شوند به شما نرسند. عامل لورنتس γ شما نسبت به چارچوب مرجع لخت ستاره‌های محلی $22/4$ است.

(الف) برای رسیدن به یک فاصله امن، در می‌یابید که باید $9/00 \times 10^{16}$ m را که در چارچوب مرجع ستاره‌های محلی اندازه‌گیری شده طی کنید. وقتی اندازه‌گیری در همان چارچوب انجام می‌شود، پرواز چقدر طول می‌کشد؟

نکته‌های کلیدی همانطور که در فصل ۲ (جلد اول) ملاحظه کردیم، زمان لازم برای پیمودن فاصله معینی با تندی ثابت را با تعریف تندی v می‌توان پیدا کرد:

$$v = \frac{\text{مسافت}}{\text{بازه زمانی}} \quad (37-19)$$

از شکل ۳۷-۶، چون عامل لورنتس شما γ نسبت به ستارگان $22/4$ (بزرگ) است، تندی v نسبی تقریباً c است - این قدر نزدیک است که تقریباً می‌توان آن را برابر c گرفت. آنگاه، برای تندی $v \approx c$ ، باید دقت کنیم که فاصله و بازه زمانی در معادله ۳۷-۱۹ در یک چارچوب مرجع اندازه گرفته می‌شوند.

محاسبه‌ها: مسافت داده شده ($9/00 \times 10^{16}$ m) برای طول مسافت طی شده شما در چارچوب مرجع ستارگان اندازه‌گیری می‌شود، و بازه زمانی مورد نظر Δt در همین چارچوب اندازه‌گیری می‌شود. پس، می‌توان نوشت

$$\text{فاصله نسبت به ستارگان} = \frac{c}{\gamma} (\text{بازه زمانی نسبت به ستارگان})$$

آنگاه با قرار دادن مسافت داده شده، در می‌یابیم که

$$\frac{9/00 \times 10^{16} \text{ m}}{299792458 \text{ m/s}} = (\text{بازه زمانی نسبت به ستارگان})$$

$$= 3/00 \times 10^8 \text{ s} = 9/51 \text{ y} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) این سفر از نظر شما (در چارچوب مرجع شما) چقدر طول می‌کشد؟

نکته‌های کلیدی

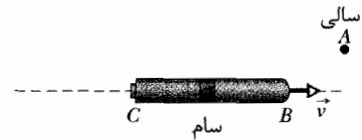
۱- اکنون بازه زمانی اندازه‌گیری شده در چارچوب مرجع مختلفی - یعنی در چارچوب شما را می‌خواهیم. بنابراین، نیاز داریم که داده‌های چارچوب مرجع ستارگان را به چارچوب شما تبدیل کنیم.

۲- این مسئله همچنین شامل دو رویداد است: یکی عبور نقطه B از سالی و دیگری عبور نقطه C از او.

۳- از هر چارچوب مرجعی، چارچوب مرجع دیگر با تندی v از آن می‌گذرد و فاصله معینی را در بازه زمانی بین دو رویداد حرکت می‌کند:

$$v = \frac{\text{فاصله}}{\text{بازه زمانی}} \quad (37-17)$$

چون فرض شده است که تندی v به تندی نور نزدیک است، باید دقت کنیم که فاصله و بازه زمانی در معادله ۳۷-۱۷ در یک چارچوب مرجع اندازه‌گیری شده‌اند.



شکل ۳۷-۸ سالی در نقطه A ، زمان عبور سفینه را که از آن می‌گذرد اندازه می‌گیرد.

محاسبه: برای استفاده از هر چارچوبی جهت اندازه‌گیری آزاد هستیم. چون می‌دانیم که بازه زمانی Δt بین دو رویداد اندازه‌گیری شده از نظر چارچوب سالی $3/57 \mu\text{s}$ است، همچنین از فاصله L بین دو رویداد اندازه‌گیری شده از چارچوب سالی استفاده می‌کنیم. بنابراین، معادله ۳۷-۱۷ چنین خواهد شد

$$v = \frac{L}{\Delta t} \quad (37-18)$$

L را نمی‌دانیم ولی می‌توانیم آن را به L_0 داده شده مرتبط کنیم. فاصله بین دو رویداد که در چارچوب سام اندازه‌گیری می‌شود عبارت است از ویژه طول سفینه L_0 . پس، فاصله L اندازه‌گیری شده از چارچوب سالی به صورتی که با معادله ۳۷-۱۴ ($L = L_0/\gamma$) برای انقباض طول داده می‌شود، باید کمتر از L_0 باشد. با قرار دادن L_0/γ به جای L در معادله ۳۷-۱۸ و سپس با قرار دادن ۳۷-۸ به جای γ ، داریم

$$v = \frac{L_0/\gamma}{\Delta t} = \frac{L_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}}{\Delta t}$$

با حل این معادله بر حسب v (توجه کنید که در سمت چپ است و همچنین در عامل لورنتس هم وجود دارد) به عبارت زیر می‌رسیم

$$v = \frac{L_0 c}{\sqrt{(c \Delta t)^2 + L_0^2}}$$

$$= \frac{(23 \cdot 0 \text{ m}) c}{\sqrt{(299792458 \text{ m/s})^2 (3/57 \times 10^{-6} \text{ s})^2 + (23 \cdot 0 \text{ m})^2}}$$

$$= 0/210 c \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، تندی نسبی بین سالی و سفینه ۲۱٪ تندی نور است. توجه کنید که در اینجا فقط حرکت نسبی سالی و سام اهمیت دارد؛ اینکه کدامیک نسبت به مثلاً یک ایستگاه فضایی ساکن

معادله‌های تبدیل گالیله‌ای

پیش از اینکه اینشتین مقاله نظریه نسبیت خاص خود را منتشر کند، فرض می‌شد که چهار مختصه مورد توجه بنابر معادله‌های تبدیل گالیله به هم مربوطاند

$$(۳۷-۲۰) \quad x' = x - vt \quad \text{(معادله‌های تبدیل گالیله: برای)}$$

$$x = t \quad \text{(تندیهای کم تقریباً معتبرند)}$$

(این معادله‌ها با این فرض نوشته شده‌اند که وقتی مبداهای S و S' بر هم منطبق‌اند، $t = t' = 0$) با استفاده از شکل ۳۷-۹ می‌توانید درستی معادله اول را تأیید کنید. معادله دوم به طور مؤثری ادعا می‌کند که گذر زمان برای دو ناظر در هر چارچوب مرجع آهنگ یکسانی دارد. واقعیت این مطلب برای فیزیکدانان پیش از اینشتین به قدری آشکار بود که حتی اشاره‌ای هم به آنها نمی‌شد. وقتی تندی v در مقایسه با c کوچک باشد، معادله‌های ۳۷-۲۰ در حالت کلی به خوبی برقرار است.

معادله‌های تبدیل لورنتس

بدون اثبات می‌پذیریم که معادله‌های تبدیل درستی را که برای همه تندیها تا تندی نور معتبرند، می‌توان از اصول موضوع نسبیت به دست آورد. این نتایج، که به نام معادله‌های تبدیل لورنتس^۱ یا بعضی مواقع (اندکی به طور خلاصه) فقط تبدیلیهای لورنتس نامیده می‌شوند، عبارت‌اند از

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$(۳۷-۲۱) \quad y' = y \quad \text{(معادله‌های تبدیل لورنتس، در همه)}$$

$$z' = z \quad \text{(تندیهای ممکن فیزیکی معتبرند)}$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

(این معادله‌ها با این فرض نوشته شده‌اند که وقتی مبداهای S و S' بر هم منطبق‌اند، $t = t' = 0$). توجه کنید که مقادیرهای فضایی x و مقادیرهای زمانی t در اولین و آخرین معادله به یکدیگر مربوط‌اند. این در هم آمیختن فضا و زمان پیام عمده نظریه اینشتین بود، پیامی که مدت‌ها به وسیله معاصرین او رد می‌شد.

این یک شرط رسمی معادله‌های نسبیتی است که اگر c به سمت بینهایت میل کند آنها باید به معادله‌های آشنای کلاسیکی تبدیل شوند. یعنی، اگر تندی نور به طور نامتناهی بزرگ باشد، همه تندیها «کم» و معادله‌های کلاسیکی هرگز شکست نمی‌خورند. اگر در معادله‌های ۳۷-۲۱، $c \rightarrow \infty$ در نتیجه $\gamma \rightarrow 1$ و معادله‌ها- همانطور که انتظار می‌رود- به معادله‌های

۲- طول مسیر داده شده $9/0 \times 10^{16} \text{ m}$ که در چارچوب مرجع ستارگان اندازه‌گیری شده است، یک ویژه طول L_0 است، زیرا در آن چارچوب دو انتهای مسیر در حالت سکون است. همانطور که از چارچوب مرجع شما مشاهده می‌شود، چارچوب مرجع ستارگان و این دو انتهای مسیر شما را با تندی نسبی $v \approx c$ پشت سر می‌گذارند.

۳- طول منقبض شده L_0/γ را که برای مسیر اندازه می‌گیرید، ویژه طول L_0 نیست.

محاسبه‌ها: ۳۷-۱۹ را می‌توان به این صورت نوشت

$$\text{فاصله نسبت به شما} = \frac{L_0/\gamma}{c} = \frac{L_0}{c} = (\text{بازه زمانی نسبت به شما})$$

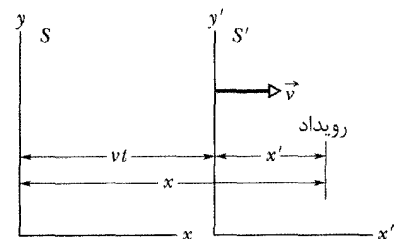
با قراردادن داده‌های معلوم، پیدا می‌کنیم

$$\begin{aligned} &= \frac{(9/0 \times 10^{16} \text{ m}) / 22/4}{299792458 \text{ m/s}} \\ &= 1/340 \times 10^6 \text{ s} = 0/425 \text{ y} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

در بند (الف) دریافتیم که در چارچوب مرجع ستارگان پرواز $9/51 \text{ y}$ طول می‌کشد. ولی، در اینجا دریافتیم که به علت حرکت نسبی و انقباض طول مسیر به دست آمده در چارچوب شما فقط $0/425 \text{ y}$ طول می‌کشد.

۳۷-۲ تبدیل لورنتس

شکل ۳۷-۹ چارچوب مرجع لخت S' را نشان می‌دهد که با تندی v نسبت به چارچوب S در جهت مثبت محور x (نشان داده شده با x و x') حرکت می‌کند. ناظری در S مختصات فضا زمان x, y, z, t را برای یک رویداد و ناظر واقع در S' مقادیرهای x', y', z', t' را برای همین رویداد گزارش می‌دهند. این دسته از عددها چگونه به هم ارتباط دارند؟



شکل ۳۷-۹ دو چارچوب مرجع لخت: چارچوب S' نسبت به چارچوب S با سرعت \vec{v} حرکت می‌کند.

بی‌درنگ می‌توان ادعا کرد (اگر چه نیاز به اثبات دارد) که مختصه‌های y و z که بر حرکت عمودند، تحت تأثیر حرکت قرار ندارند؛ یعنی $y = y'$ و $z = z'$. بنابراین، توجه ما به رابطه بین x و x' و بین t و t' معطوف خواهد شد.

۱. شاید متعجب شوید که چرا اینجا را معادله‌های تبدیل اینشتین نمی‌نامند (و چرا عامل اینشتین برای γ گفته نمی‌شود). لورنتس در واقع این معادله‌ها را پیش از اینشتین به دست آورد، ولی همانطور که فیزیکدان بزرگ آلمانی با بزرگواری تصدیق کرد، گام برجسته بیشتری جهت تغییر این معادله‌ها که توصیف کننده طبیعت واقعی فضا و زمان هستند بر نداشت. این تفسیر که اولین بار توسط اینشتین انجام شد، قلب نسبیت است.

جدول ۲-۳۷

معادله‌های تبدیل لورنتس برای دو رویداد

$$\begin{aligned} 1- \Delta x &= \gamma(\Delta x' + v\Delta t') & 1'- \Delta x' &= \gamma(\Delta x - v\Delta t) \\ 2- \Delta t &= \gamma(\Delta t + v\Delta x'/c^2) & 2'- \Delta t' &= \gamma(\Delta t - v\Delta x/c^2) \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

چارچوب S' با سرعت v نسبت به چارچوب S حرکت می‌کند.

۳۷-۸ برخی پیامدهای معادله‌های لورنتس

در اینجا برای اثبات برخی نتایجی که پیشتر با بحثی مستقیماً مبتنی بر اصول موضوع بیان شد، از معادله‌های جدول ۲-۳۷ استفاده می‌کنیم.

همزمانی

معادله ۲ جدول ۲-۳۷ را در نظر بگیرید

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2} \right) \quad (23-37)$$

اگر دو رویداد در مکانهای مختلف در چارچوب مرجع S' شکل ۳۷-۹ رخ دهند، آنگاه $\Delta x' \neq 0$ در این معادله صفر نیست. پیامد این امر این است که حتی اگر رویدادها در S' همزمان باشند (پس $\Delta t' = 0$)، آنها در چارچوب S همزمان نخواهند بود. (این با نتیجه‌گیری ما در بخش ۳۷-۴ مطابقت دارد.) بازه زمانی بین رویدادها در S عبارت خواهد بود از

$$\Delta t = \gamma \frac{v\Delta x'}{c^2} \quad (\text{رویدادهای همزمان در } S')$$

اتساع زمان

اکنون فرض کنید که دو رویداد در S' در یک مکان (پس $\Delta x' = 0$) ولی در زمانهای مختلف رخ دهند (پس $\Delta t' \neq 0$). آنگاه معادله ۲۳-۳۷ به صورت زیر در می‌آید:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (\text{رویدادها در یک مکان در } S')$$

این اتساع زمان بین چارچوبهای S و S' را تأیید می‌کند. افزون بر این، چون دو رویداد در یک مکان در S' رخ می‌دهند، بازه زمانی $\Delta t'$ بین آنها می‌تواند با یک ساعت واقع در آن محل اندازه‌گیری شود. در این شرایط، بازه اندازه‌گیری شده یک بازه زمانی ویژه است، و آن را با Δt_0 مشخص می‌کنیم، همانطور که قبلاً ویژه زمانها را مشخص می‌کردیم. بنابراین، معادله ۲۴-۳۷ خواهد شد

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{اتساع زمان})$$

که دقیقاً معادله ۳۷-۹، معادله اتساع زمان است.

گالیه‌ای (معادله‌های ۳۷-۲۰) تبدیل می‌شوند. می‌توانید این امر را بررسی کنید.

معادله‌های ۳۷-۲۱ را به شکلی نوشته‌اند که اگر x و t را داده باشند، و بخواهیم x' و t' را به دست آوریم، مفید خواهند بود. ولی می‌خواهیم راه دیگری را برویم. در این حالت معادله‌های ۳۷-۲۱ را برای x و t به سادگی حل می‌کنیم؛ داریم

$$x = \gamma(x' + vt') \quad \text{و} \quad t = \gamma(t' + vx'/c^2) \quad (22-37)$$

مقایسه نشان می‌دهد که با هر دسته از معادله‌های ۳۷-۲۱ یا ۳۷-۲۲ شروع کنیم، می‌توانیم با تعویض کمیت‌های پریم‌دار و بدون پریم و تغییر علامت سرعت نسبی v دسته دیگر را به دست آوریم.

معادله‌های ۳۷-۲۱ و ۳۷-۲۲ مختصات یک رویداد منفرد را که به وسیله دو ناظر مشاهده می‌شود به هم ربط می‌دهند. گاهی مختصات یک رویداد منفرد را نمی‌خواهیم بدانیم بلکه اختلاف بین مختصات دو رویداد را می‌خواهیم. یعنی اگر رویدادها را با علامتهای ۱ و ۲ مشخص کنیم، می‌خواهیم

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{و} \quad \Delta t = t_2 - t_1$$

را که به وسیله ناظری در S اندازه‌گیری می‌شود و

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 \quad \text{و} \quad \Delta t' = t'_2 - t'_1$$

را که به وسیله ناظری در S' اندازه‌گیری می‌شود به هم ربط دهیم.

جدول ۲-۳۷ معادله‌های لورنتس را در شکلهای مختلف به طرزی مناسب برای تحلیل دو رویداد نشان می‌دهد. معادله‌های جدول با قرار دادن ساده اختلافها (مانند Δx و $\Delta x'$) برای چهار متغیر در معادله‌های ۳۷-۲۱ و ۳۷-۲۲ به دست آمده‌اند.

دقت کنید: وقتی مقادارها را به جای این اختلافها قرار می‌دهید، باید سازگار باشند و مقادارهای مربوط به اولین رویداد با مقادارهای دومین رویداد در هم نیامیزند. هم‌چنین، اگر برای مثال، Δx یک کمیت منفی باشد، باید مطمئن شوید که علامت منها را در جایگذاری در نظر گرفته‌اید.

✓ **نکته وارسی ۲** در شکل ۳۷-۹ سرعت چارچوب S' نسبت به چارچوب S ، $0.90c$ است. ناظری در چارچوب S' دو رویداد را که در مختصه‌های فضا-زمان زیر رخ می‌دهند اندازه می‌گیرد: رویداد زرد در $(5.0\text{m}, 2.0\text{ns})$ و رویداد سبز در $(-2.0\text{m}, 45\text{ns})$. ناظر واقع در چارچوب S می‌خواهد بازه زمانی $\Delta t_{GY} = t_G - t_Y$ بین این رویدادها را پیدا کند. (الف) کدام معادله در جدول ۳۷-۲ باید به کار برده شود؟ (ب) آیا برای v در پراتنزه‌های سمت راست معادله و عامل لورنتس γ ؛ باید $+0.90c$ گذاشته شود یا $-0.90c$ ؟ چه مقداری باید در (پ) جمله اول پراتنر و (ت) جمله دوم پراتنر قرار داده شود؟

انقباض طول

معادله ۱' جدول ۳۷-۲ را در نظر می‌گیریم

$$\Delta x' = \gamma (\Delta x - v \Delta t) \quad (۳۷-۲۵)$$

اگر میله با محورهای x و x' شکل ۳۷-۹ موازی و در چارچوب مرجع S' ساکن باشد، ناظری در S' می‌تواند در موقع مناسب طول آن را اندازه بگیرد. یک راه برای انجام این کار کم کردن مختصه‌های دو نقطه انتهایی میله است. مقدار $\Delta x'$ که حاصل می‌شود ویژه طول L_0 میله خواهد بود، چون اندازه‌گیرها در چارچوبی انجام گرفته که در آن میله ساکن است.

حال فرض کنید میله در چارچوب S حرکت می‌کند. این بدان معناست که اگر مختصه‌های دو نقطه انتهایی میله به طور همزمان اندازه‌گیری شوند، در چارچوب S ، Δx می‌تواند به عنوان طول L میله در نظر گرفته شود- یعنی اگر $\Delta t = 0$ باشد. اگر در معادله ۳۷-۲۵ قرار دهیم $\Delta x' = L_0$ ، $\Delta x = L$ و $\Delta t = 0$ ، پیدا می‌کنیم

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{انقباض طول}) \quad (۳۷-۲۶)$$

که دقیقاً معادله ۳۷-۱۳، معادله انقباض طول است.

مسئله نمونه ۳۷-۵

یک سفینه زمینی برای واریسی یک پایگاه نظامی روی سیاره $P1407$ که ماه آن پناهگاه گروه‌های جنگی، اغلب مهاجمین متخاصم است، ارسال شده است. همین طور که سفینه مسیر خط مستقیمی را طی می‌کند و ابتدا از سیاره و سپس از ماه عبور می‌کند، یک موج شدید میکروموج با انرژی زیاد را در پایگاه مهاجمین در ماه ثبت می‌کند و پس از گذشت $1/10s$ ، انفجاری را در پایگاه نظامی در زمین ثبت می‌کند که وقتی از چارچوب مرجع سفینه اندازه‌گیری شود $4/00 \times 10^8 m$ از پایگاه مهاجمین فاصله دارد. واضح است که مهاجمین به پایگاه نظامی زمین حمله کرده‌اند؛ بنابراین سفینه خود را آماده رویارویی با آنها می‌کند.

(الف) تندی سفینه نسبت به سیاره و ماه آن $0/980c$ است. فاصله و بازه زمانی بین موج شدید و انفجار وقتی در چارچوب لخت سیاره-ماه (و در نتیجه بر اساس ایستگاههای اشغالگران) اندازه‌گیری شوند، چقدر است؟

نکته‌های کلیدی

۱- این مسئله شامل اندازه‌گیری‌هایی است که در دو چارچوب مرجع، چارچوب سیاره-ماه و چارچوب سفینه انجام شده است.

۲- این مسئله شامل دو رویداد است: موج شدید و انفجار.

۳- نیاز داریم که داده‌های معلوم درباره زمان و مسافت بین دو رویداد را که در چارچوب سفینه اندازه‌گیری شده‌اند به داده‌های متناظر در چارچوب سیاره-ماه تبدیل کنیم.

چارچوب سفینه: پیش از تبدیل، لازم است که نمادگذاری خود را به دقت انتخاب کنیم. با نمودار وضعیت نشان داده شده در شکل ۳۷-۱۰ شروع می‌کنیم. در اینجا، چارچوب مرجع سفینه S را ساکن و چارچوب سیاره-ماه S' را با سرعت مثبت (به سمت راست) متحرک در نظر می‌گیریم. (این یک انتخاب اختیاری است؛ می‌توانستیم چارچوب سیاره-ماه را ساکن بگیریم. بنابراین، در شکل ۳۷-۱۰، \vec{v} را وصل به چارچوب S دوباره رسم می‌کنیم که حرکت به سمت چپ را نشان می‌دهد؛ v اکنون کمیتی منفی است. نتایج یکسان خواهند بود.) زیرنویسهای e و b را به ترتیب برای نمایش انفجار و موج شدید قرار می‌دهیم. آنگاه داده‌های معلوم همه در چارچوب مرجع بدون پریم (سفینه) عبارت‌اند از

$$\Delta x = x_e - x_b = +4/00 \times 10^8 m$$

و

$$\Delta t = t_e - t_b = +1/10s$$

در اینجا Δx یک کمیت مثبت است چون در شکل ۳۷-۱۰، مختصه x_e برای انفجار بزرگتر از مختصه x_b برای موج شدید است؛ Δt نیز کمیت مثبتی است چون زمان t_e انفجار بزرگتر از زمان t_b موج شدید است.

چارچوب سیاره-ماه: در جستجوی $\Delta x'$ و $\Delta t'$ هستیم که آنها را با تبدیل داده‌های معلوم در چارچوب S به چارچوب سیاره-ماه S' به دست می‌آوریم. چون یک جفت رویداد را در نظر می‌گیریم، معادله‌های تبدیل از جدول ۳۷-۲ یعنی معادله‌های ۱' و ۲' را انتخاب می‌کنیم:

$$\Delta x' = \gamma (\Delta x - v \Delta t) \quad (۳۷-۲۷)$$

و

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{v \Delta x}{c^2} \right) \quad (۳۷-۲۸)$$

در اینجا $v = +0/980c$ و عامل لورنتس عبارت است از

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (+0/980c/c)^2}} = 5/0252$$

بنابراین، معادله ۳۷-۲۷ به دست می‌دهد

$$\Delta x' = (5/0252) [4/00 \times 10^8 m - (+0/980)(299792458 m/s)(1/10s)] = 3/86 \times 10^8 m \quad (\text{پاسخ})$$

و از معادله ۳۷-۲۸ داریم

$$\Delta t' = (5/0252) \left[(1/10s) - \frac{(+0/980)(299792458 m/s)(4/00 \times 10^8 m)}{(299792458 m/s)^2} \right] = -1/04s \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) معنی علامت منفی در مقدار $\Delta t'$ چیست؟

استدلال: از سازگاری با نماد گذاری قرار داده شده در بند (الف). به خاطر آورید که در آغاز بازه زمانی بین موج شدید و انفجار را به صورت $t_e - t_b = -1/10s$ تعریف کردیم. برای

$$\Delta x = \gamma (\Delta x' + v \Delta t')$$

$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v \Delta x'}{c^2} \right) \quad \text{و}$$

اگر معادله اول را بر معادله دوم تقسیم کنیم خواهیم داشت

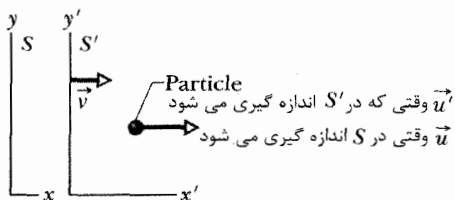
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v \Delta t'}{\Delta t' + v \Delta x' / c^2}$$

صورت و مخرج سمت راست را بر $\Delta t'$ تقسیم می‌کنیم، خواهیم داشت

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' / \Delta t' + v}{1 + v (\Delta x' / \Delta t') / c^2}$$

ولی، در حد دیفرانسیلی، $\Delta x / \Delta t$ عبارت است از u ، سرعت ذره وقتی در S اندازه‌گیری می‌شود، و $\Delta x' / \Delta t'$ عبارت است از u' ، سرعت ذره وقتی در S' اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین، سرانجام خواهیم داشت

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \quad (37-29) \quad (\text{تبدیل نسبیتی سرعت})$$



شکل ۳۷-۱۱ چارچوب مرجع S' با سرعت v نسبت به چارچوب S حرکت می‌کند. سرعت ذره نسبت به چارچوب مرجع S' برابر u' و نسبت به چارچوب مرجع S برابر u است.

که معادله تبدیل نسبیتی سرعت است. وقتی آزمون رسمی $c \rightarrow \infty$ را به کار ببریم، این معادله به معادله تبدیل سرعت کلاسیکی یا گالیله‌ای تبدیل می‌شود

$$u = u' + v \quad (37-30) \quad (\text{تبدیل سرعت کلاسیکی})$$

به عبارت دیگر، معادله ۳۷-۲۹ برای تمام تندیه‌های فیزیکی ممکن برقرار است ولی معادله ۳۷-۳۰ برای تندیه‌های خیلی کمتر از c تقریباً صحیح است.

۳۷-۱۰ اثر دوپلر برای نور

در بخش ۳۳-۹ درباره اثر دوپلر (جابه‌جایی در بسامد آشکار شده) در مورد موجهای صوتی که در هوا حرکت می‌کنند بحث کردیم. برای چنین موجهایی، اثر دوپلر به دو سرعت، یعنی سرعتهای چشمه و آشکارساز نسبت به هوا بستگی دارد. هوا محیطی است که موجها را انتقال می‌دهد.

برای موجهای نوری وضعیت اینگونه نیست، برای اینها (و سایر موجهای الکترومغناطیسی) به محیط نیازی نیست، و موجها می‌توانند حتی در خلأ حرکت کنند. اثر دوپلر در مورد موجهای نوری فقط به یک سرعت بستگی دارد، سرعت نسبی \vec{v} بین چشمه و آشکارساز وقتی در چارچوب مرجع هر یک

سازگاری با انتخاب نمادگذاری، تعریف ما از $\Delta t'$ باید به صورت $t'_b - t'_e$ باشد؛ پس، در می‌یابیم که

$$\Delta t' = t'_e - t'_b = -1/0.4s$$

علامت منفی در اینجا حاکی از آن است که $t'_b > t'_e$ ؛ یعنی، در چارچوب مرجع سیاره-ماه، موج شدید ۱/۰۴s پس از انفجار رخ می‌دهد، نه ۱/۱۰s پیش از انفجار آنطور که در چارچوب سفینه آشکار می‌شود.

(پ) آیا موج شدید باعث انفجار شده است یا برعکس؟

نکته‌های کلیدی توالی رویدادهای اندازه‌گیری شده در چارچوب مرجع سیاره-ماه عکس توالی رویدادهای اندازه‌گیری شده در چارچوب سفینه است. در هر وضعیت، اگر یک رابطه علی بین دو رویداد وجود داشته باشد، اطلاعات باید از محل یک رویداد به محل رویداد دیگر حرکت کند تا آن را به وجود آورد.

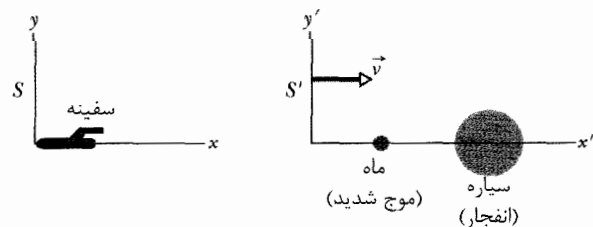
وارسی تند: تندی لازم برای این اطلاعات را بررسی می‌کنیم.

در چارچوب سفینه، تندی عبارت است از

حل:

$$v_{\text{info}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4/00 \times 10^8 \text{ m}}{1/10 \text{ s}} = 3/64 \times 10^8 \text{ m/s}$$

اما این تندی ناممکن است چون بیشتر از c است. در چارچوب سیاره-ماه، تندی $3/7 \times 10^8 \text{ m/s}$ به دست می‌آید، که این نیز ناممکن است. بنابراین، هیچ یک از رویدادها نمی‌تواند باعث رویداد دیگر شود؛ یعنی، آنها رویدادهای بدون ارتباط هستند. پس، سفینه نمی‌تواند با مهاجمین مقابله کند.



شکل ۳۷-۱۰ سیاره و ماه آن در چارچوب مرجع S' با تندی v نسبت به سفینه در چارچوب مرجع S به طرف راست حرکت می‌کند.

۳۷-۹ نسبیت سرعتها

در اینجا می‌خواهیم با به کار بردن معادله‌های تبدیل لورنتس سرعتهایی را که دو ناظر در چارچوبهای لخت متفاوت S و S' برای یک ذره متحرک اندازه می‌گیرند مقایسه کنیم. فرض می‌کنیم S' با سرعت v نسبت به S حرکت می‌کند.

فرض کنید که ذره‌ای با سرعت ثابت موازی با محورهای x و x' در شکل ۳۷-۱۱ حرکت می‌کند و در حین حرکت دو سیگنال ارسال می‌کند. هر ناظر بازه مکانی و بازه زمانی بین این دو رویداد را اندازه می‌گیرد. این چهار اندازه‌گیری با معادله‌های ۱ و ۲ جدول ۳۷-۲ به هم مربوطاند

طور مستقیم از ما دور شود، نور آشکار شده دارای بسامد f است که بنابر اثر دوپلر از f_0 جابه‌جا شده است. این جابه‌جایی دوپلری فقط ناشی از حرکت شعاعی ستاره (حرکت آن به طور مستقیم به طرف ما نزدیک شونده یا از ما دور شونده) است و تندی که با اندازه‌گیری این جابه‌جایی دوپلری می‌توان تعیین کرد فقط تندی شعاعی v ستاره، یعنی، فقط مؤلفه شعاعی سرعت ستاره نسبت به ماست.

فرض کنید ستاره‌ای (یا هر چشمه نوری دیگر) از ما دور می‌شود و تندی شعاعی v آن به اندازه‌ای برای ما کوچک است (β به اندازه کافی کوچک است) که می‌توان از جمله β^2 در معادله ۳۲-۳۷ چشم‌پوشی کرد. بنابراین، داریم

$$f = f_0(1 - \beta) \quad (33-37)$$

چون اندازه‌گیریهای نجومی با نور معمولاً به جای بسامد با طول موج انجام می‌شوند، به جای f ، c/λ و به جای f_0 ، c/λ_0 را قرار می‌دهیم، که λ طول موج اندازه‌گیری شده و λ_0 ویژه طول موج (طول موج مربوط به f_0) است. بنابراین، داریم

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0}(1 - \beta)$$

یا

$$\lambda = \lambda_0(1 - \beta)^{-1} \quad (34-37)$$

چون فرض کرده‌ایم که β کوچک است، $(1 - \beta)^{-1}$ را برحسب سری توانی بسط می‌دهیم. با انجام این کار و نگه داشتن فقط توان اول β ، خواهیم داشت

$$\lambda = \lambda_0(1 + \beta)$$

یا

$$\beta = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \quad (35-37)$$

با جایگذاری β با v/c و $\lambda - \lambda_0$ با $|\Delta\lambda|$ خواهیم داشت

$$v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} c \quad (36-37) \quad (v \ll c, \text{ تندی شعاعی چشمه نور})$$

اختلاف $\Delta\lambda$ جابه‌جایی دوپلری طول موج چشمه نور است. آن را با قدر مطلق نوشته‌ایم چون همیشه بزرگی این جابه‌جایی را داریم.

معادله ۳۶-۳۷ تقریبی است که فقط وقتی $v \ll c$ برقرار است. با این شرط، می‌توان معادله ۳۶-۳۷ را چه چشمه نور به ما نزدیک شود یا دور به کار برد. اگر چشمه از ما دور شود، آنگاه λ بزرگتر از λ_0 و $\Delta\lambda$ مثبت است، در این صورت جابه‌جایی دوپلر انتقال به سرخ نامیده می‌شود. (اصطلاح سرخ بدان معنا نیست که نور آشکار شده سرخ یا حتی مرئی است. بلکه به این معناست که نور سرخ با طول موج بلند در انتهای طیف مرئی است. بنابراین، λ بلندتر از λ_0 است.) اگر چشمه نوری به طرف ما حرکت کند، آنگاه λ کوتاه‌تر از λ_0 و $\Delta\lambda$ منفی است، و جابه‌جایی دوپلر انتقال به آبی نامیده می‌شود.

اندازه‌گیری شود. f_0 را ویژه بسامد چشمه قرار می‌دهیم، یعنی بسامدی که توسط ناظری در چارچوب ساکن چشمه اندازه‌گیری می‌شود. f را بسامد آشکار شده توسط ناظری که با سرعت v نسبت به چارچوب ساکن حرکت می‌کند در نظر می‌گیریم. بنابراین، وقتی v در جهت دور شدن از چشمه باشد، خواهیم داشت

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \quad (31-37) \quad (\text{چشمه و آشکارساز در حال دور شدن})$$

که در آن $\beta = v/c$. وقتی جهت v به طور مستقیم به طرف چشمه باشد، علامتهای جلو همه نمادهای β در معادله ۳۱-۳۷ را باید عوض کنیم.

اثر دوپلر در تندی پایین

در تندیهای پایین ($\beta \ll 1$)، می‌توان معادله ۳۱-۳۷ را به صورت یک سری توانی برحسب β بسط داد و تقریباً به صورت زیر در آورد

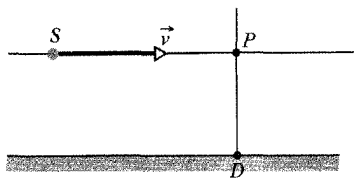
$$f = f_0 \left(1 - \beta + \frac{1}{2} \beta^2 \right) \quad (32-37) \quad (\text{چشمه و آشکارساز از هم دور می‌شوند})$$

معادله تندی پایین متناظر برای اثر دوپلر با موجهای صوتی (یا هر موج دیگر غیر از موجهای نوری) همین دو جمله اول را دارد ولی در جمله سوم ضریب دیگری دارد. بنابراین، اثر نسبیتی برای چشمه‌ها و آشکارسازهای نوری با تندی پایین فقط با جمله β^2 نشان داده می‌شود.

یگانهای رادار پلیس از اثر دوپلر با موجهای میکروموج برای اندازه‌گیری تندی v ماشینها استفاده می‌کنند. چشمه واقع در یگان رادار یک باریکه میکروموج در بسامد (ویژه) معین f_0 در طول جاده گسیل می‌کند. ماشینی که به طرف این یگان می‌آید با باریکه تلاقی می‌کند ولی در بسامدی که توسط اثر دوپلر به واسطه حرکت ماشین به طرف یگان رادار، به بالا جابه‌جا شده است. ماشین باریکه را به طرف یگان رادار بازتاب می‌دهد. چون ماشین به طرف یگان رادار حرکت می‌کند، آشکارساز یگان باریکه بازتابیده را در بسامدی که انتقال به بالای بیشتری یافته دریافت می‌کند. یگان بسامد آشکار شده را با f_0 مقایسه و تندی v ماشین را محاسبه می‌کند.

اثر دوپلر نجومی

در مشاهده‌های نجومی ستارگان، کهکشانه‌ها و دیگر چشمه‌های نوری، می‌توان سرعت حرکت آنها را هم وقتی به طور مستقیم از ما دور می‌شوند و هم وقتی به طور مستقیم به ما نزدیک می‌شوند، با اندازه‌گیری جابه‌جایی دوپلر نوری که از آنها به ما می‌رسد تعیین کرد. اگر ستاره معینی نسبت به ما ساکن باشد، نور حاصل از آن را با ویژه بسامد معین f_0 می‌توانیم آشکار کنیم. ولی، اگر ستاره به طور مستقیم به ما نزدیک شود یا به



شکل ۳۷-۱۲ یک چشمه نوری S با سرعت v حرکت می‌کند و از مقابل آشکارساز D می‌گذرد. وقتی چشمه از نقطه P می‌گذرد که در این صورت جهت حرکت بر امتداد خطی که از D می‌گذرد عمود باشد، نظریه نسبیت خاص یک اثر دوپلر عرضی را پیش‌بینی می‌کند. نظریه کلاسیکی چنین اثری را پیش‌بینی نمی‌کند.

هر انحرافی از این جهت‌گیری به نفع رانندگان است چون تندی اندازه‌گیری شده را کاهش می‌دهد.

اثر دوپلر عرضی در واقع آزمون دیگری از اتساع زمان است. اگر معادله ۳۷-۳۷ را به جای بسامد، برحسب دوره تناوب T نوسان موج نوری گسیل شده بازنویسی کنیم، چون $T = 1/f$ ، خواهیم داشت

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma T_0 \quad (37-39)$$

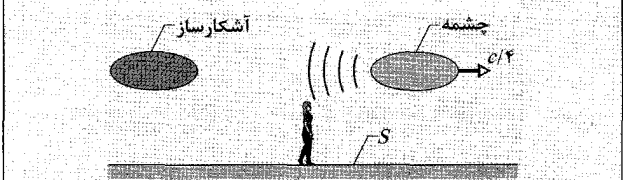
که در آن $T_0 (= 1/f_0)$ ویژه دوره تناوب چشمه است. وقتی با معادله ۳۷-۹ مقایسه شود، معلوم می‌شود که معادله ۳۷-۳۹ به طور ساده همان فرمول اتساع زمان است چون دوره تناوب یک بازه زمانی است.

سامانه هوانوردی NAVSTAR

هر ماهواره NAVSTAR در سامانه مکان‌یابی جهانی (GPS) به طور پیوسته سیگنالهای رادیویی را در بسامدی که توسط ساعت‌های دقیق اتمی تنظیم و کنترل می‌شود پخش و مکان خود را مشخص می‌کند. وقتی سیگنال توسط یک آشکارساز GPS مثلاً یک هواپیمای تجارتي دریافت شد، بسامد به دلیل حرکت نسبی ماهواره و آشکارساز جابه‌جایی دوپلری پیدا می‌کند. با آشکارسازی همزمان سیگنالها از چندین ماهواره NAVSTAR، آشکارساز می‌تواند جهت به طرف هر یک از آنها و جهت سرعت ماهواره را تعیین کند. آنگاه از جابه‌جایی دوپلری سیگنالها آشکارساز تندی هواپیما را تعیین می‌کند.

گرچه سهم نسبیت در جابه‌جایی دوپلری خیلی اندک است (تقریباً $4/5 \times 10^{-10}$ برابر جابه‌جایی ناشی از نسبیت در این فصل)، مهندسان برای دقیق نگه داشتن سامانه NAVSTAR باید آن را به حساب بیاورند. آنها هم‌چنین باید آثار نظریه عام نسبیت اینشتین را به دلیل متفاوت بودن شتاب گرانش در ارتفاع یک ماهواره از مقدار آن در ارتفاع یک آشکارساز مستقر در زمین به حساب آورند. نظریه‌های خاص و عام نسبیت اینشتین مدتی طولانی پس از آنکه منتشر شده بودند مورد توجه قرار نگرفتند. امروزه اینها در مکانیابی جهانی و هوانوردی دور برد امری حیاتی به حساب می‌آیند.

✓ **نکته واریسی ۳** شکل چشمه‌ای را نشان می‌دهد که موقع حرکت مستقیم به طرف راست با تندی $c/4$ که در چارچوب مرجع S اندازه‌گیری شده است نور با ویژه بسامد f_0 گسیل می‌کند. شکل هم‌چنین یک آشکارساز نوری را نشان می‌دهد که برای نور گسیل شده بسامد $f > f_0$ را اندازه می‌گیرد. (الف) آیا آشکارساز به سمت چپ حرکت می‌کند یا سمت راست؟ (ب) آیا تندی آشکارساز وقتی از چارچوب مرجع S اندازه‌گیری شود بیشتر از $c/4$ است یا کمتر از $c/4$ یا برابر با $c/4$ است؟



اثر دوپلر عرضی

تاکنون، در اینجا و در فصل ۳۳ درباره اثر دوپلر، فقط در موقعیتهایی که در آنها چشمه و آشکارساز به طور مستقیم به طرف هم حرکت می‌کنند یا از هم دور می‌شوند بحث کردیم. شکل ۳۷-۱۲ آرایش متفاوتی را نشان می‌دهد که در آن چشمه S با حرکت خود از آشکارساز D می‌گذرد. وقتی S به نقطه P می‌رسد، سرعت S عمود بر خط واصل P و D است و در آن لحظه S نه به طرف D حرکت می‌کند و نه از آن دور می‌شود. اگر چشمه موجهای صوتی با بسامد F_0 گسیل کند، این بسامد را (بدون اثر دوپلر) موقع رسیدن موجهایی که در نقطه P گسیل شده بودند، آشکار می‌کند. ولی، اگر چشمه موجهای نوری را گسیل کند، باز هم یک اثر دوپلر وجود دارد که به آن اثر دوپلر عرضی می‌گویند. در این وضعیت، بسامد آشکار شده نور گسیل شده وقتی که چشمه در نقطه P باشد عبارت است از

$$f = f_0 \sqrt{1-\beta^2} \quad (\text{اثر دوپلر عرضی}) \quad (37-37)$$

در تندیهای کم ($\beta \ll 1$)، معادله ۳۷-۳۷ را می‌توان به صورت سری توانی برحسب β بسط داد و با تقریب نوشت

$$f = f_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 \right) \quad (\text{تندیهای کم}) \quad (37-38)$$

در اینجا جمله اول همان چیزی است که برای موجهای صوتی انتظار داریم، و دوباره اثر نسبیتی برای چشمه‌های نور و آشکار سازهای با تندی کم با جمله β^2 ظاهر می‌شود.

در اصل، یگان رادار پلیس می‌تواند تندی ماشین را حتی وقتی که مسیر باریکه رادار عمود (عرضی) بر مسیر ماشین است، تعیین کند. ولی، از معادله ۳۷-۳۸ دیده می‌شود که چون β حتی برای یک ماشین سریع کوچک است، جمله نسبیتی $\beta^2/2$ در اثر دوپلر عرضی فوق العاده کوچک خواهد بود. بنابراین، $f \approx f_0$ و یگان رادار تندی را صفر محاسبه می‌کند. به این دلیل افسران پلیس همواره سعی می‌کنند باریکه رادار را به طور مستقیم در راستای مسیر ماشین بگیرند تا جابه‌جایی دوپلری تندی واقعی ماشین را به دست دهد.

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

۲- اگر عنصر گازی در یک مدار دایره‌ای دور هسته کهکشان بچرخد، آنگاه، این عنصر باید یک شتاب رو به مرکز به بزرگی $a = v^2/r$ ، در جهت هسته داشته باشد.

۳- قانون دوم نیوتون، که برای یک محور شعاعی از مرکز تا عنصر گاز نوشته می‌شود حاکی از آن است که $F = ma$.

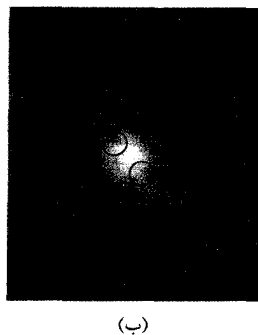
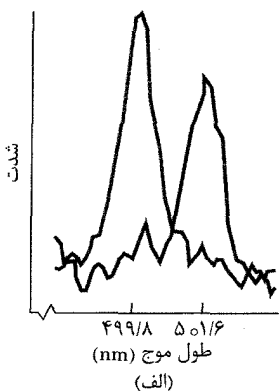
با قرار دادن این سه نکته با یکدیگر، خواهیم داشت

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

با حل این معادله برحسب M و قرار دادن داده‌های معلوم، پیدا می‌کنیم

$$M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{(5/39 \times 10^5 \text{ m/s})^2 (100 \text{ ly})(9/46 \times 10^{15} \text{ m/ly})}{6/67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2} = 4/12 \times 10^{39} \text{ kg} = (2/1 \times 10^9) M_{\odot} \quad (\text{پاسخ})$$

این نتیجه حاکی از آن است که جرمی معادل با دو میلیارد برابر جرم خورشید در هسته این کهکشان متراکم شده است، که قویاً یک ابرسیاهچاله را نشان می‌دهد که در هسته قرار گرفته است. **میولای M۸۷**: سیاهچاله M۸۷ تقریباً ۱۰۰۰ برابر بزرگتر از ابرسیاهچاله‌ای است که در مرکز کهکشان راه شیری، قرار دارد (مسئله نمونه ۱۳-۷ جلد اول) و بنابراین به واقع عظیم الجثه است. این سیاهچاله نسبت به محوری می‌چرخد و وقتی موادی (ستارگان و گازها) به درون آن می‌افتند، این مواد نیروهای قوی الکترومغناطیسی ایجاد می‌کنند که الکترون‌ها را از سیاهچاله، در امتداد محور دوران رو به بیرون و خارج M۸۷ پرتاب می‌کنند. پرتاب به قدری شدید است که الکترون‌ها تقریباً با تندی نور حرکت می‌کنند. تصویر آغاز این فصل فورانی را نشان می‌دهد که تقریباً به طرف ما سمتگیری کرده است؛ فوران در جهت مخالف را نمی‌توانیم ببینیم.



(ب)

شکل ۳۷-۱۳ (الف) نمودارهای شدت برحسب طول موج برای نور گسیل شده به وسیله گاز در دو طرف مقابل کهکشان M۸۷ و آشکار شده روی زمین. (ب) ناحیه مرکزی M۸۷. دایره‌ها مکانهای گازی را نشان می‌دهند که شدت آنها در (الف) داده شده است. هسته M۸۷ در وسط دایره‌ها قرار دارد.

شکل ۳۷-۱۳ الف منحنیهای شدت برحسب طول موج را برای نوری که از گاز میان سیاره‌ای واقع در دو طرف مقابل کهکشان M۸۷ (شکل ۳۷-۱۳ ب) به ما می‌رسد نشان می‌دهد. یک قله منحنی در $499/8 \text{ nm}$ و قله دیگر در $501/6 \text{ nm}$ قرار دارد. این گاز در شعاع $r = 100$ سال نوری دور هسته کهکشان می‌چرخد، از یک طرف هسته به ما نزدیک و از طرف مقابل آن از ما دور می‌شود.

(الف) کدام منحنی متناظر با گازی است که به طرف ما حرکت می‌کند؟ تندی گاز نسبت به ما (و نسبت به هسته کهکشان) چقدر است؟

نکته‌های کلیدی

۱- اگر گاز حرکت نمی‌کرد، نور حاصل از آن در طول موج معینی آشکار می‌شد.

۲- حرکت گاز طول موج آشکار شده را توسط اثر دوپلر تغییر می‌دهد، طول موج در مورد گازی که از ما دور می‌شود افزایش و در مورد گازی که به ما نزدیک می‌شود کاهش می‌یابد.

بنابراین قله منحنی واقع در $501/6 \text{ nm}$ متناظر با حرکت دور شونده از ما، و قله واقع در $499/8 \text{ nm}$ متناظر با حرکت نزدیک شونده به ماست.

محاسبه‌ها: اکنون فرض می‌کنیم که بزرگی افزایش و کاهش در طول موج به دلیل حرکت گاز یکسان باشد. بنابراین، طول موج جابه‌جا نشده، که می‌توان آن را به عنوان ویژه طول موج λ_0 در نظر گرفت، باید متوسط دو طول موج جابه‌جا شده باشد؛

$$\lambda_0 = \frac{501/6 \text{ nm} + 499/8 \text{ nm}}{2} = 500/7 \text{ nm}$$

جابه‌جایی دوپلری $\Delta\lambda$ نور حاصل از دور شدن گاز از ما عبارت است از

$$\Delta\lambda = |\lambda - \lambda_0| = 501/6 \text{ nm} - 500/7 \text{ nm} = 0/90 \text{ nm}$$

با قرار دادن این و $\lambda_0 = 500/7 \text{ nm}$ در معادله ۳۷-۳۶، در می‌یابیم که تندی گاز عبارت است از

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c = \frac{0/90 \text{ nm}}{500/7 \text{ nm}} 299792458 \text{ m/s} = 5/39 \times 10^5 \text{ m/s} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) به دلیل اینکه یک نیروی گرانشی ناشی از جرم M هسته بر گاز وارد می‌شود، گاز دور هسته کهکشان می‌چرخد. این جرم چند برابر جرم خورشید $M_{\odot} (= 1/99 \times 10^{30} \text{ kg})$ است؟

نکته‌های کلیدی

۱- از معادله ۱۳-۱ (جلد اول) بزرگی F نیروی گرانشی وارد بر یک عنصر گاز در حال چرخش به جرم m در مداری به شعاع r عبارت است از

تعریف معادله ۳۷-۴۱ را می‌توان به شکل برداری به صورت

زیر تعمیم داد

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad (\text{اندازه حرکت}) \quad (۳۷-۴۲)$$

این معادله تعریف صحیح اندازه حرکت را برای همهٔ تندیهایی ممکن فیزیکی به دست می‌دهد. در مورد تندی خیلی کمتر از c ، این معادله به تعریف کلاسیکی اندازه حرکت ($\vec{p} = m\vec{v}$) تبدیل می‌شود.

۳۷-۱۲ نگاهی نو به انرژی

انرژی جرم

علم شیمی در آغاز با این فرض توسعه یافت که در واکنشهای شیمیایی، انرژی و جرم به طور جداگانه پایسته‌اند. در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴، اینشتین نشان داد که به عنوان پیامدی از نظریه نسبیت خاص او، جرم می‌تواند شکل دیگری از انرژی در نظر گرفته شود. بنابراین، قانون پایستگی انرژی در واقع قانون پایستگی جرم-انرژی است.

در یک واکنش شیمیایی (فرایندی که در آن اتمها یا مولکولها بر هم کنش می‌کنند)، مقدار جرمی که به شکلهای دیگری از انرژی انتقال می‌یابد (یا برعکس) آنچنان کسر کوچکی از کل جرم داخل واکنش است که امید می‌باشد به اندازه‌گیری تغییر جرم حتی با بهترین ترازوهای آزمایشگاهی وجود ندارد. به نظر می‌رسد که جرم و انرژی به واقع به طور جداگانه پایسته باشند. ولی، در یک واکنش هسته‌ای (که در آن هسته‌ها یا ذره‌های بنیادی برهم کنش می‌کنند)، انرژی آزاد شده اغلب حدود یک میلیون برابر بزرگتر از انرژی آزاد شده در یک واکنش شیمیایی است، و تغییر در جرم به آسانی می‌تواند اندازه‌گیری شود. در نظر گرفتن انتقالهای جرم-انرژی در واکنشهای هسته‌ای مدتهاست که به کاری عادی تبدیل شده است.

جرم m یک جسم و انرژی معادل E_0 آن با رابطه زیر به هم مربوط‌اند

$$E_0 = mc^2 \quad (۳۷-۴۳)$$

که بدون زیر نویس \circ معادله علمی کاملاً شناخته شده‌ای در تمام زمانها بوده است. این انرژی که به جرم یک جسم مربوط است **انرژی جرم** یا **انرژی سکون** نام دارد. نام دوم پیشنهاد می‌کند که E_0 انرژی است که جسم حتی وقتی که ساکن است، به طور ساده به دلیل داشتن جرم آن را دارد. (اگر مطالعه فیزیک را به بیشتر از این کتاب ادامه دهید، بحثهای ظریفی از رابطه بین جرم و انرژی را خواهید دید. حتی با عدم توافقهایی دربارهٔ اینکه این رابطه چیست و چه معنی می‌دهد، رو به رو خواهید شد.) جدول ۳۷-۳ انرژی جرم (تقریبی)، یا انرژی سکون چند ماده را نشان می‌دهد. انرژی جرم مثلاً یک پنی فوق‌العاده زیاد، معادل مقدار انرژی الکتریکی بیش از چند میلیون دلار است. به

۳۷-۱۱ نگاهی نو به اندازه حرکت

فرض کنید تعدادی ناظر، هر یک در چارچوب مرجع لخت متفاوت، برخورد منزوی شدهٔ بین دو ذره را مشاهده می‌کنند. در مکانیک کلاسیکی، دیده‌ایم که - اگر چه ناظرها سرعتهای متفاوتی را برای ذره‌های برخورد کننده اندازه می‌گیرند - آنها همگی در می‌یابند که قانون پایستگی اندازه حرکت برقرار است. یعنی آنها در می‌یابند که اندازه حرکت کل دستگاهی از ذره‌ها پس از برخورد همان مقدار پیش از برخورد است.

این وضعیت چگونه تحت تأثیر نسبیت قرار می‌گیرد؟ اگر به تعریف اندازه حرکت \vec{p} ذره‌ای به صورت $m\vec{v}$ ، حاصلضرب جرم آن در سرعتش ادامه دهیم، در می‌یابیم که اندازه حرکت برای همهٔ ناظرهای لخت متفاوت پایستار نیست. دو انتخاب داریم: (۱) قانون پایستگی اندازه حرکت را رها کنیم یا (۲) ببینیم اگر بتوانیم اندازه حرکت ذره را به روش جدیدی دوباره تعریف کنیم به طوری که قانون پایستگی اندازه حرکت همچنان برقرار باشد. شیوه دوم را انتخاب می‌کنیم.

ذره‌ای را در نظر می‌گیریم که با تندی ثابت v در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. از نظر کلاسیکی بزرگی اندازه حرکت آن عبارت است از

$$p = mv = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\text{اندازه حرکت کلاسیکی}) \quad (۳۷-۴۰)$$

که در آن Δx مسافتی است که ذره در زمان Δt پیموده است. برای یافتن یک عبارت نسبیتی برای اندازه حرکت، با تعریف جدید زیر شروع می‌کنیم

$$p = m \frac{\Delta x}{\Delta t_0}$$

در اینجا مانند قبل، Δx مسافت پیموده شده توسط ذره متحرک از نظر ناظری است که آن ذره را نگاه می‌کند. ولی، Δt_0 زمان لازم برای پیمودن همان مسافت است ولی نه از نظر ناظری که به آن نگاه می‌کند بلکه از نظر ناظری که همراه ذره حرکت می‌کند. ذره نسبت به این ناظر دوم ساکن است؛ پس زمانی که اندازه می‌گیرد یک ویژه زمان است.

با استفاده از فرمول اتساع زمان، $\Delta t = \gamma \Delta t_0$ (معادله ۳۷-۹) می‌توان نوشت

$$p = m \frac{\Delta x}{\Delta t_0} = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \gamma$$

ولی، چون $\Delta x / \Delta t$ درست سرعت ذره v است، داریم

$$p = \gamma m v \quad (\text{اندازه حرکت}) \quad (۳۷-۴۱)$$

توجه کنید که این با تعریف کلاسیکی معادله ۳۷-۴۰ فقط در عامل لورنتس γ تفاوت دارد. ولی، این اختلاف مهم است: برخلاف اندازه حرکت کلاسیکی، اندازه حرکت نسبیتی با میل کردن v به طرف c به مقدار بینهایت میل می‌کند.

برای مثال، اگر انرژی جرم کل دو ذره برهم کنش کننده در یک دستگاه منزوی کاهش یابد، انواع دیگر انرژی در دستگاه باید افزایش یابد چون انرژی کل نمی تواند تغییر کند.

در دستگاهی که در آن یک واکنش شیمیایی یا هسته ای رخ می دهد، تغییر در انرژی جرم کل دستگاه ناشی از واکنش، اغلب با مقدار Q داده می شود. مقدار Q در مورد یک واکنش از رابطه زیر به دست می آید

$$Q = (E_{\text{انرژی جرم کل نهایی دستگاه}} - E_{\text{انرژی جرم کل اولیه دستگاه}}) \quad (۳۷-۴۹)$$

$$E_{oi} = E_{of} + Q \quad (۳۷-۴۹)$$

با استفاده از معادله ۳۷-۴۳، $(E_o = mc^2)$ ، این را برحسب جرم کل اولیه M_i و جرم کل نهایی M_f می توان به صورت زیر نوشت

$$M_i c^2 = M_f c^2 + Q$$

$$Q = M_i c^2 - M_f c^2 = -\Delta M c^2 \quad (۳۷-۵۰)$$

که در آن تغییر در جرم ناشی از واکنش $\Delta M = M_f - M_i$ است. اگر واکنشی به تبدیل انرژی از انرژی جرم به، مثلاً انرژی جنبشی محصولات واکنش بیانجامد، انرژی جرم کل دستگاه E_o (و جرم کل M) کاهش می یابد و Q مثبت است. ولی اگر واکنشی مستلزم این باشد که انرژی به انرژی جرم تبدیل شود، انرژی جرم کل دستگاه E_o (و جرم کل آن M) افزایش می یابد و Q منفی است.

برای مثال، فرض کنید دو هسته هیدروژن یک واکنش همجوشی انجام می دهند که در آن دو هسته برای تشکیل یک هسته تنها به یکدیگر می چسبند و دو ذره در این فرایند آزاد می کنند. انرژی جرم کل (و جرم کل) هسته حاصل و دو ذره آزاد شده کمتر از انرژی جرم کل (و جرم کل) هسته های هیدروژن اولیه است. بنابراین، Q واکنش همجوشی مثبت است، و گفته می شود انرژی به وسیله واکنش آزاد شده است (از انرژی جرم تبدیل شده است). این آزاد شدن برای ما مهم است زیرا همجوشی هسته های هیدروژن در خورشید بخشی از فرایندی است که به درخشش آفتاب روی زمین می انجامد و زندگی را در اینجا امکان پذیر می سازد.

انرژی جنبشی

در فصل ۷ (جلد اول) انرژی جنبشی K جسمی به جرم m را که با تندی v خیلی کمتر از c حرکت می کند به صورت زیر تعریف کردیم

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad (۳۷-۵۱)$$

البته این معادله کلاسیکی فقط تقریبی است و وقتی تندی خیلی کمتر از تندی نور باشد برقرار است.

اکنون عبارتی را برای انرژی جنبشی که برای کلیه تندیهایی ممکن فیزیکی، با در نظر گرفتن تندیهایی نزدیک به c ، صحیح باشد پیدا می کنیم. با حل معادله ۳۷-۴۷ برحسب K و سپس با قرار دادن به جای E از معادله ۳۷-۴۸ خواهیم داشت

عبارت دیگر، تولید کل انرژی الکتریکی سالانه آمریکا متناظر با جرم فقط چند صد کیلوگرم از ماده (سنگ، یا هر چیز دیگر) است. در عمل، یکاهای SI بندرت با معادله ۳۷-۴۳ به کار برده می شوند چون بیش از حد معمول بزرگ اند. جرمها معمولاً برحسب یکاهای اتمی جرم اندازه گیری می شوند، داریم

$$1u = 1/6605387 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (۳۷-۴۴)$$

انرژیها معمولاً برحسب الکترون ولت یا مضربهای آن اندازه گیری می شوند، که عبارت است از

$$1\text{eV} = 1/602176462 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (۳۷-۴۵)$$

در یکاهای معادله های ۳۷-۴۴ و ۳۷-۴۵، با ضرب c^2 مقدارهای زیر حاصل می شود

$$c^2 = 9/31494013 \times 10^8 \text{ eV/u} = 9/31494013 \times 10^5 \text{ keV/u} \\ = 931/494013 \text{ MeV/u} \quad (۳۷-۴۶)$$

جدول ۳-۳۷

معادلهای انرژی چند جسم

جسم	جرم (kg)	معادل انرژی
الکترون	$\approx 9/11 \times 10^{-31}$	$\approx 8/19 \times 10^{-14} \text{ J}$ $\approx 511 \text{ keV}$
پروتون	$\approx 1/67 \times 10^{-27}$	$\approx 1/50 \times 10^{-10} \text{ J}$ $\approx 938 \text{ MeV}$
اتم اورانیوم	$\approx 3/95 \times 10^{-25}$	$\approx 3/55 \times 10^{-8} \text{ J}$ $\approx 225 \text{ GeV}$
ذره غبار	$\approx 1 \times 10^{-13}$	$\approx 1 \times 10^4 \text{ J}$ $\approx 2 \text{ kcal}$
پنی آمریکا	$\approx 3/1 \times 10^{-3}$	$\approx 2/8 \times 10^{14} \text{ J}$ $\approx 78 \text{ GW.h}$

انرژی کل

در مورد هر جسمی، معادله ۳۷-۴۳ انرژی جرم E_o مربوط به جسم به جرم m را بدون توجه به اینکه جسم ساکن است یا متحرک به دست می دهد. اگر جسم در حال حرکت باشد، انرژی اضافی به شکل انرژی جنبشی K دارد. اگر فرض کنیم که انرژی پتانسیل جسم صفر است، آنگاه انرژی کل عبارت است از مجموع انرژی جرم و انرژی جنبشی آن

$$E = E_o + K = mc^2 + K \quad (۳۷-۴۷)$$

اگرچه آن را اثبات نمی کنیم، انرژی کل E به صورت زیر نیز نوشته می شود

$$E = \gamma mc^2 \quad (۳۷-۴۸)$$

که در آن γ عامل لورنتس برای حرکت جسم است.

از فصل ۷ (جلد اول)، در مورد مثالهای زیادی که شامل تغییرات در انرژی کل یک ذره یا دستگاهی از ذره ها بودند بحث کردیم. ولی، انرژی جرم را در این بحثها منظور نکردیم چون از تغییرات در انرژی جرم که صفر یا بسیار کوچک است چشم پوشی کردیم. قانون پایستگی انرژی کل وقتی تغییرات در انرژی جرم بارز باشد باز هم برقرار است. بنابراین، بدون توجه به آنچه که برای انرژی جرم رخ می دهد، گفته زیر از بخش ۸-۸ (جلد اول) هنوز درست است

انرژی کل E یک دستگاه منزوی نمی تواند تغییر کند.

شکل ۳۷-۱۴، کار لازم چندان زیاد نیست. ولی، اگر تغییر در تندی زیاد رخ دهد، در سمت راست شکل ۳۷-۱۴، کار لازم ممکن است خیلی زیاد باشد چون انرژی جنبشی K با افزایش در تندی v خیلی سریع افزایش می‌یابد. برای افزایش تندی جسمی تا c ، در اصل مقدار انرژی لازم بینهایت است، پس انجام این کار ناممکن است.

انرژی جنبشی الکترونها، پروتونها و ذره‌های دیگر اغلب با یکای الکترون ولت یا یکی از مضربهای آن بیان می‌شود. برای مثال، الکترونی با انرژی جنبشی 20 MeV به صورت الکترون 20 MeV بیان می‌شود.

اندازه حرکت و انرژی جنبشی

در مکانیک کلاسیکی، اندازه حرکت p یک ذره برابر mv و انرژی جنبشی آن K عبارت است از $\frac{1}{2}mv^2$. اگر v را بین این دو عبارت حذف کنیم، رابطه مستقیمی بین اندازه حرکت و انرژی جنبشی پیدا می‌کنیم

$$p^2 = 2Km \quad (\text{کلاسیکی}) \quad (37-53)$$

رابطه مشابهی را در نسبیت با حذف v بین تعریف نسبیتی اندازه حرکت (معادله ۳۷-۴۱) و تعریف نسبیتی انرژی جنبشی (معادله ۳۷-۵۲) پیدا می‌کنیم. با انجام چند عمل جبری به رابطه زیر می‌رسیم

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2 \quad (37-54)$$

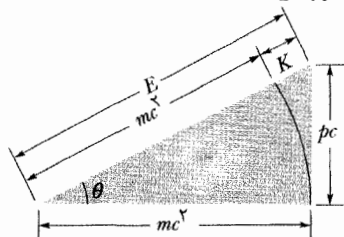
به کمک معادله ۳۷-۴۷ می‌توان معادله ۳۷-۵۴ را به رابطه بین اندازه حرکت p و انرژی کل E ذره تبدیل کرد

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (37-55)$$

مثلث قائم الزاویه شکل ۳۷-۱۵ به شما کمک می‌کند تا این رابطه‌های مفید را حفظ کنید. در این مثلث می‌توانید نشان دهید که

$$\sin \theta = \beta \quad \text{و} \quad \cos \theta = \frac{1}{\gamma} \quad (37-56)$$

با معادله ۳۷-۵۵ می‌توان دید که حاصلضرب pc باید یکای انرژی E را داشته باشد؛ پس یکای اندازه حرکت p را به صورت یکای انرژی بخش بر c می‌توان بیان کرد. در واقع در فیزیک ذره‌های بنیادی اندازه حرکت برحسب یکاهای MeV/c یا GeV/c داده می‌شود.



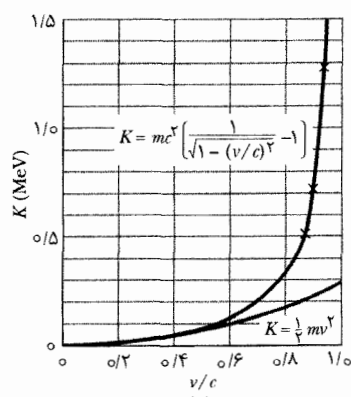
شکل ۳۷-۱۵ نمودار مفیدی برای حفظ کردن رابطه‌های نسبیتی انرژی کل E ، انرژی سکون یا انرژی جرم mc^2 ، انرژی جنبشی K و بزرگی اندازه حرکت p .

$$K = E - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 = mc^2(\gamma - 1) \quad (\text{انرژی جنبشی}) \quad (37-52)$$

که در آن $\gamma (= 1/\sqrt{1-(v/c)^2})$ عامل لورنتس برای حرکت جسم است.

شکل ۳۷-۱۴ نمودارهای انرژی جنبشی یک الکترون را وقتی با تعریف صحیح (معادله ۳۷-۵۲) و تقریب کلاسیکی (معادله ۳۷-۵۱) محاسبه شوند، هر دو برحسب تابعی از v/c نشان می‌دهد. توجه کنید که در سمت چپ نمودار دو نمودار بر هم منطبق‌اند؛ این بخشی از نمودار- در تندیهایی پایین‌تر- است که انرژیهای جنبشی را تاکنون در این کتابها (جلد اول و جلد دوم) محاسبه کرده‌ایم. این بخش از نمودار نشان می‌دهد که در محاسبه انرژی جنبشی با عبارت کلاسیکی معادله ۳۷-۵۱ درست عمل کرده‌ایم. ولی، در سمت راست نمودار- در تندیهایی نزدیک به c - اختلاف دو نمودار قابل ملاحظه است. وقتی v/c به $1/5$ نزدیک می‌شود، نمودار مربوط به تعریف کلاسیکی انرژی جنبشی به آرامی افزایش می‌یابد در حالی که نمودار مربوط به تعریف صحیح انرژی جنبشی شدیداً افزایش می‌یابد و در بینهایت وقتی v/c به $1/5$ برسد به بینهایت میل می‌کند. بنابراین، وقتی تندی v جسمی نزدیک به c باشد، باید از معادله ۳۷-۵۲ برای محاسبه انرژی جنبشی آن استفاده کنیم.

شکل ۳۷-۱۴ هم‌چنین حاکی از چیزهایی درباره کار است که باید روی جسمی انجام دهیم تا تندی آن را، مثلاً 1% افزایش دهد. کار لازم W برابر است با تغییر حاصل ΔK در انرژی جنبشی جسم. اگر تغییر در تندی پایین رخ دهد، در سمت چپ



شکل ۳۷-۱۴ معادله‌های نسبیتی (معادله ۳۷-۵۲) و کلاسیکی (معادله ۳۰-۵۱) انرژی جنبشی یک الکترون، برحسب تابعی از v/c ، که v تندی الکترون و c تندی نور است رسم شده است. توجه کنید که دو منحنی در تندیهایی پایین نزدیک به هم و در تندیهایی بالا به میزان زیادی از هم دور می‌شوند. داده‌های تجربی (در علامتهای \times) نشان می‌دهد که در تندیهایی بالا منحنی نسبیتی با تجربه توافق دارد ولی منحنی کلاسیکی توافق ندارد.

نکته‌های کلیدی (۱) عامل لورنتس γ پروتون انرژی کل E آن را از معادلهٔ ۳۷-۴۸ ($E = \gamma mc^2$) به انرژی جرم آن mc^2 مربوط می‌کند. (۲) انرژی کل پروتون عبارت است از مجموع انرژی جرم mc^2 و انرژی جنبشی (داده شده) آن K .

نسبیت خاص این است که این مختصات را وقتی توسط دو ناظری مشاهده می‌شوند که نسبت به هم دارای حرکت یکنواخت هستند به هم ربط دهد.

رویدادهای همزمان اگر دو ناظر در حرکت نسبی باشند، به طور کلی نمی‌توانند بر سر اینکه آیا دو رویداد همزمان هستند توافق داشته باشند. اگر یکی از ناظرها دریابد که دو رویداد در مکانهای متفاوت همزمان هستند، دیگری چنین برداشتی ندارد و برعکس. همزمانی یک مفهوم مطلق نیست بلکه امری نسبی است و به حرکت ناظر بستگی دارد. نسبیت همزمانی پیامد مستقیم تندی غایی و محدود c است.

اتساع زمان اگر دو رویداد پی در پی در یک مکان در چارچوب مرجع لختی رخ دهند، بازه زمانی Δt_0 بین آنها، که با یک ساعت در محلی که رخ می‌دهند اندازه‌گیری می‌شود، ویژه زمان بین رویدادها نامیده می‌شود. ناظرهایی که در چارچوبهای متحرک نسبت به آن چارچوب قرار دارند مقدار بزرگتری را برای این بازه اندازه‌گیری می‌کنند. در مورد ناظری که با تندی نسبی v حرکت می‌کند، بازه زمانی اندازه‌گیری شده عبارت است از

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{اتساع زمان}) \quad (9-37 \text{ تا } 7-37)$$

در اینجا $\beta = v/c$ پارامتر تندی و $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ عامل لورنتس است. یک نتیجه مهم اتساع زمان این است که ساعتهای متحرک وقتی توسط ناظر ساکن اندازه‌گیری شوند آهسته کار می‌کنند.

انقباض طول طول L_0 جسمی که توسط ناظری در چارچوب مرجع لختی که جسم در آن ساکن است اندازه‌گیری شود، ویژه طول نامیده می‌شود. ناظرهایی که در چارچوبهایی قرار دارند که نسبت به آن چارچوب و موازی با آن طول حرکت می‌کنند طول کوتاهتری را اندازه می‌گیرند. برای ناظری که با تندی نسبی v حرکت می‌کند، طول اندازه‌گیری شده برابر است با

$$L = L_0 \sqrt{1-\beta^2} = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{انقباض طول}) \quad (13-37)$$

تبدیل لورنتس معادله‌های تبدیل لورنتس مختصات فضازمان یک رویداد تنها را وقتی توسط ناظرهایی در دو چارچوب لخت K و K' مشاهده شوند به هم ربط می‌دهد، که K' نسبت به K با سرعت v در جهت مثبت x و x' حرکت می‌کند. چهار مختصه با رابطه‌های زیر به هم مربوط اند

$$x' = \gamma(x - vt) \quad (21-37)$$

$$y' = y$$

$$\Delta t = 9/8 \times 10^4 \text{ y} \quad (\text{پاسخ})$$

(پ) وقتی اندازه‌گیری در چارچوب ساکن پروتون انجام گیرد این حرکت چقدر طول می‌کشد؟

نکته‌های کلیدی

۱- این مسئله شامل اندازه‌گیریهای انجام شده در دو چارچوب مرجع (لخت) است: یکی در چارچوب زمین- راه شیری و دیگری متصل به پروتون.
۲- این مسئله هم‌چنین شامل دو رویداد است: رویداد اول عبارت است از وقتی که پروتون از یک انتهای قطر در امتداد کهکشان می‌گذرد، و دیگر وقتی است که از انتهای مقابل می‌گذرد.

۳- بازه زمانی بین این دو رویداد وقتی در چارچوب مرجع پروتون اندازه‌گیری شود بازه ویژه زمان Δt_0 است چون این رویدادها در یک مکان در آن چارچوب- یعنی در خود پروتون رخ می‌دهند.

۴- می‌توان بازه ویژه زمان Δt_0 را از بازه زمانی Δt اندازه‌گیری شده در چارچوب زمین- راه شیری با استفاده از معادله ۹-۳۷ ($\Delta t = \gamma \Delta t_0$) برای اتساع زمان پیدا کرد.

محاسبه: معادله ۹-۳۷ برای Δt_0 و قرار دادن γ از (الف) و Δt از (ب) پیدا می‌کنیم

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{9/8 \times 10^4 \text{ y}}{3/198 \times 10^{11}} \approx 3/06 \times 10^{-7} \text{ y} = 9/7 \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$

در چارچوب مرجع ما، سفر 98000 y طول می‌کشد. در چارچوب پروتون، سفر $9/7 \text{ s}$ طول می‌کشد! همانطور که در آغاز این فصل دیدیم، حرکت نسبی می‌تواند آهنگ گذشت زمان را تغییر دهد، و ما در اینجا مثالی فراتر از حد متعارف داریم.

بازنگری و خلاصه درس

اصول موضوع نظریه نسبیت خاص اینشتین بر دو اصل موضوع استوار است:

۱- قانونهای فیزیک برای همه ناظرها در همه چارچوبهای مرجع لخت یکسان هستند. هیچ چارچوبی بر چارچوب دیگر ارجحیت ندارد.

۲- تندی نور در خلأ در تمام جهتها و در همه چارچوبهای مرجع لخت دارای مقدار یکسان c است.

تندی نور c در خلأ یک تندی غایی است و تندی هیچ موجودی که انرژی یا اطلاعات حمل می‌کند نمی‌تواند از آن بیشتر شود.

مختصات یک رویداد سه مختصه فضایی و یک مختصه زمانی یک رویداد را مشخص می‌کنند. یک وظیفه

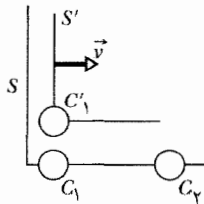
هرگاه واکنش شیمیایی یا هسته‌ای در سامانه‌ای از ذره‌ها رخ دهد، واکنش عبارت است از منفی تغییر در انرژی جرم کل سامانه

$$Q = M_i c^2 - M_f c^2 = -\Delta M c^2 \quad (۳۷-۵۰)$$

که M_i جرم کل دستگاه پیش از واکنش و M_f جرم کل آن پس از واکنش است.

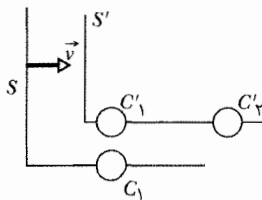
پرسشها

۱- شکل ۳۷-۱۶ دو ساعت در چارچوب ساکن S (در این چارچوب همزمان شده‌اند) و یک ساعت در چارچوب متحرک S' را نشان می‌دهد. وقتی ساعت‌های C_1 و C'_1 از مقابل هم می‌گذرند صفر را نشان می‌دهند. وقتی ساعت‌های C_2 و C'_1 از مقابل هم می‌گذرند، (الف) کدام ساعت عدد کوچکتري را نشان می‌دهد و (ب) کدام ساعت ویژه زمان را اندازه می‌گیرد؟



شکل ۳۷-۱۶ پرسش ۱

۲- شکل ۳۷-۱۷ دو ساعت در چارچوب ساکن S' (در این چارچوب همزمان شده‌اند) و یک ساعت در چارچوب متحرک S را نشان می‌دهد. وقتی ساعت‌های C_1 و C'_1 از مقابل هم می‌گذرند، صفر را نشان می‌دهند. وقتی ساعت‌های C_2 و C'_1 از مقابل یکدیگر می‌گذرند، (الف) کدام ساعت عدد کوچکتري را نشان می‌دهد و (ب) کدام ساعت ویژه زمان را اندازه می‌گیرد؟



شکل ۳۷-۱۷ پرسش ۲

۳- صفحه ساعت‌ها و میله‌های اندازه‌گیری در شکل ۳۷-۱۸ همانند ساعت‌ها و میله‌های شکل ۳۷-۳ هستند. فاصله ساعت‌ها امتداد محور x (مرکز تا مرکز) ۱ ثانیه نوری است، و ساعت‌ها در امتداد محور y در همین وضع قرار دارند و همه ساعت‌ها از طریق روشی که در بخش ۳۷-۳ توصیف شد همزمان شده‌اند. وقتی سیگنال همزمان کننده اولیه $t = 0$ از مبدأ به (الف) ساعت A ، (ب) ساعت B ، و (پ) ساعت C می‌رسد، زمان اولیه روی آن ساعت‌ها چیست؟ وقتی ساعت A زمان 10^8 را نشان می‌دهد رویدادی رخ می‌دهد. (ت) چه مدت طول می‌کشد تا سیگنال

$$z' = z$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

نسبیت سرعتها هرگاه ذره‌ای با تندی u' در جهت مثبت x' در یک چارچوب مرجع لخت S' حرکت کند که خود آن چارچوب با تندی v موازی با جهت x یک چارچوب لخت دیگر S حرکت می‌کند، تندی u ذره وقتی در S اندازه‌گیری شود عبارت است از

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \quad (\text{سرعت نسبیتی}) \quad (۳۷-۲۹)$$

اثر دوپلر نسبیتی اگر چشمه‌ای که موجهای نوری با بسامد f_0 گسیل می‌کند با تندی شعاعی نسبیتی v (و پارامتر تندی $\beta = v/c$) به طور مستقیم از آشکارساز دور شود، بسامد f اندازه‌گیری شده توسط آشکارساز عبارت است از

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \quad (۳۷-۳۱)$$

اگر چشمه به طور مستقیم به طرف آشکارساز حرکت کند، علامتها در معادله ۳۷-۳۱ معکوس می‌شوند.

در مشاهده‌های نجومی، اثر دوپلر برحسب طول موجها اندازه‌گیری می‌شود. در مورد تندیهایی کمتر از c ، از معادله ۳۷-۳۱ خواهیم داشت

$$v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} c \quad (۳۷-۳۶)$$

که $\Delta\lambda (= \lambda - \lambda_0)$ جابه‌جایی دوپلر در طول موج ناشی از حرکت است.

اثر دوپلر عرضی اگر حرکت نسبیتی چشمه نور بر خط واصل چشمه و آشکارساز عمود باشد، فرمول بسامد دوپلر عبارت است از

$$f = f_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad (۳۷-۳۷)$$

اثر دوپلر عرضی ناشی از اتساع زمان است.

اندازه حرکت و انرژی تعریفهای زیر از اندازه حرکت خطی \vec{p} ، انرژی جنبشی K ، و انرژی کل E برای ذره‌ای به جرم m در هر تندی ممکن فیزیکی معتبرند

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad (\text{اندازه حرکت}) \quad (۳۷-۴۲)$$

$$E = mc^2 + K = \gamma mc^2 \quad (\text{انرژی کل}) \quad (۳۷-۴۷ \text{ و } ۳۷-۴۸)$$

$$K = mc^2(\gamma - 1) \quad (\text{انرژی جنبشی}) \quad (۳۷-۵۲)$$

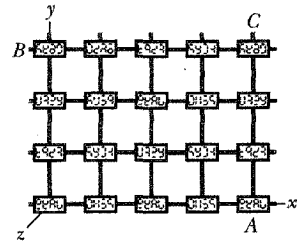
در اینجا، γ عامل لورنتس برای حرکت ذره و mc^2 انرژی جرم یا انرژی سکون، مربوط به جرم ذره است. این معادله‌ها به رابطه‌های زیر می‌انجامند

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2 \quad (۳۷-۵۴)$$

و

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (۳۷-۵۵)$$

۷- مانند شکل ۳۷-۹ چارچوب مرجع S' با تندی v در جهت مشترک محورهای x و x' نسبت به چارچوب مرجع S حرکت می‌کند. ناظری که با چارچوب S' حرکت می‌کند با ساعت مچی زمان $25s$ را اندازه می‌گیرد. بازه زمانی متناظری که توسط ناظری واقع در چارچوب S اندازه‌گیری می‌شود Δt است. کدامیک از منحنیهای شکل ۳۷-۱۹ بهترین نمودار Δt (محور قائم نمودار) برحسب پارامتر تندی β است؟



شکل ۳۷-۱۸ پرسش ۳

۸- در حالی که در اختریما هستید با سیگنالهایی از چهار سفینه روبه‌رو می‌شوید که یا به طور مستقیم به سوی شما حرکت می‌کنند یا به طور مستقیم از شما دور می‌شوند. ویژه بسامد سیگنالها مقدار یکسان f_0 است. تندی و جهت (هر دو نسبت به شما) سفینه‌ها عبارت‌اند از (الف) $0.3c$ از طرف شما، و (ت) $0.6c$ از طرف شما. سفینه‌ها را به ترتیب بزرگی بسامدهایی که دریافت می‌کنند مرتب کنید.

۹- شکل ۳۷-۲۱ یکی از چهار اختریما را که در حال مسابقه‌اند نشان می‌دهد. وقتی هر اختریما از خط شروع می‌گذرد، سفینه‌ای آن را ترک می‌کند و به سمت خط پایان می‌رود. شما که داور مسابقه‌اید نسبت به خط شروع و پایان ساکن هستید. تندیهای v_c اختریماها نسبت به شما و تندیهای v_s سفینه نسبت به اختریما به ترتیب عبارت‌اند از

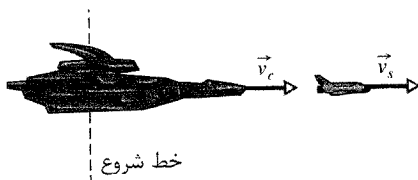
(۱) $0.40c, 0.70c$

(۲) $0.70c, 0.40c$

(۳) $0.20c, 0.90c$

(۴) $0.60c, 0.50c$

(الف) بدون محاسبه، سفینه‌ها را به ترتیب بزرگی تندیهایشان نسبت به شما مرتب کنید. (ب) باز هم بدون محاسبه سفینه‌ها را به ترتیب بزرگی فاصله‌هایی که خلبانهایشان از خط شروع تا خط پایان اندازه می‌گیرند مرتب کنید. (پ) هر اختریما سیگنالی را با بسامد معین f_0 به سفینه خود می‌فرستد که در اختریما اندازه‌گیری می‌شود. باز هم بدون محاسبه، سفینه‌ها را به ترتیب بزرگی بسامدهایی که آشکار می‌کنند مرتب کنید.



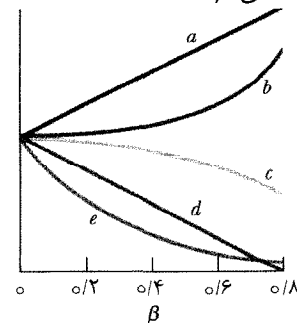
شکل ۳۷-۲۱ پرسش ۹

۱۰- انرژی سکون و انرژی کل سه ذره به ترتیب برحسب مقدار پایه A بیان شده‌اند که عبارت‌اند از (۱) A ، (۲) $2A$ ، (۳) $3A$ ، (۴) $4A$. بدون محاسبه، ذره‌ها را به ترتیب بزرگی (الف) جرم آنها، (ب) انرژی جنبشی آنها، (پ) عامل لورنتس آنها و (ت) تندیها مرتب کنید.

این رویداد به ناظری برسد که در مبدأ قرار گرفته است؟ (ث) چه زمانی را ناظر به این رویداد نسبت می‌دهد؟

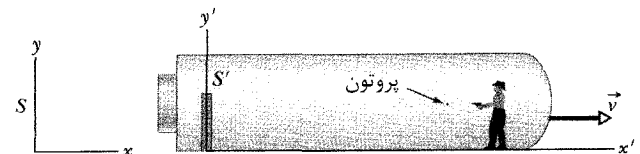
۴- سام در سفینه‌ای به سوی مریخ، ونوس را ترک می‌کند و با تندی نسبی $0.5c$ نسبت به سالی که روی زمین است حرکت می‌کند. (الف) هر دو زمان سفر ونوس-مریخ را اندازه می‌گیرند. کدامیک ویژه زمان را اندازه می‌گیرد، سام، سالی یا هیچ‌کدام؟ (ب) در بین راه سام یک تپ نوری به مریخ می‌فرستد. هر دو زمان حرکت این تپ را اندازه می‌گیرند. کدامیک ویژه زمان را اندازه می‌گیرد؟

۵- میله‌ای با تندی ثابت v در امتداد محور x چارچوب مرجع S با طول میله موازی با آن محور حرکت می‌کند. ناظری در چارچوب S با طول L میله را اندازه می‌گیرد. کدام منحنی در شکل ۳۷-۱۹ بهترین نمودار برای طول (محور قائم در نمودار) برحسب پارامتر تندی β است؟



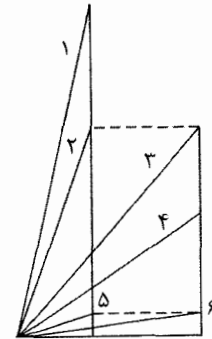
شکل ۳۷-۱۹ پرسش ۵ و ۷

۶- شکل ۳۷-۲۰ سفینه‌ای را (متصل به چارچوب مرجع S') نشان می‌دهد که از ما (ایستاده در چارچوب مرجع S) می‌گذرد. پروتونی از جلو به عقب سفینه، تقریباً با تندی نور در طول سفینه شلیک می‌شود. (الف) آیا فاصله فضایی $\Delta x'$ بین نقطه‌ای که پروتون شلیک شده و نقطه‌ای که به دیوار عقب سفینه اصابت می‌کند کمیتی مثبت است یا منفی؟ (ب) آیا فاصله زمانی $\Delta t'$ بین این رویداد کمیتی مثبت است یا منفی؟



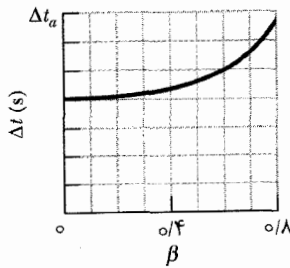
شکل ۳۷-۲۰ پرسش ۶ و مسئله ۶۴

۱۱- شکل ۳۷-۲۲ مثلث شکل ۳۷-۱۵ را برای شش ذره نشان می‌دهد؛ طول خطهای ۲ و ۴ با هم یکسان است. این ذره‌ها را به ترتیب بزرگی (الف) جرم، (ب) اندازه حرکت و (پ) عامل لورنتس، مرتب کنید. (ت) مشخص کنید که کدام دو ذره انرژی کل یکسانی دارند. (ث) سه ذره با کمترین جرم را به ترتیب بزرگی انرژی جنبشی آنها مرتب کنید.



شکل ۳۷-۲۲ پرسش ۱۱

۴۰۰- همانطور که شکل ۳۷-۹ نشان می‌دهد، چارچوب مرجع S' نسبت به چارچوب مرجع S با تندی v در امتداد جهت مشترک محورهای x و x' حرکت می‌کند. ناظری که با چارچوب S' حرکت می‌کند بازه زمانی Δt متناظر توسط ناظر واقع در خود ثبت می‌کند. بازه زمانی Δt متناظر توسط ناظر واقع در چارچوب S اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۳۷-۲۳، Δt را برحسب پارامتر تندی β برای گستره‌ای از مقادیرهای β نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $\Delta t_a = 14/05$ مشخص شده است. اگر $v = 0/98c$ باشد بازه Δt چقدر است؟



شکل ۳۷-۲۳ مسئله ۴

۵۰۰- داستان فیلم و کتاب سیاره میمون‌ها این است که فضانوردان در رویا به آینده دور زمین سفر می‌کنند، زمانی که به جای تمدن بشری تمدن میمون‌ها وجود دارد. با در نظر گرفتن فقط نسبیت خاص، تعیین کنید که اگر فضانوردان $120y$ در خواب باشند در حالی که نسبت به زمین با تندی $0/9990c$ ، ابتدا از زمین دور شوند و سپس دوباره به زمین برگردند، چقدر از آینده زمین در حرکت خواهند بود؟

۶۰۰- برگشت به آینده. فرض کنید که پدری $20/00y$ از دخترش بزرگتر باشد. او به مدت $2/00y$ از زمین دور شود و سپس به مدت $2/00y$ دیگر (دو اندازه‌گیری توسط او انجام می‌شود) به زمین برگردد به طوری که پس از آن او $20/00y$ از دخترش جوانتر است. پارامتر تندی β ثابت (نسبت به زمین) مورد نیاز برای این سفر چقدر است؟

۷۰۰- می‌خواهید با تندی ثابت در امتداد خط راستی به مدت دقیقاً ۶ ماه در سفینه‌ای از زمین سفر کنید و دوباره با همان تندی ثابت به زمین برگردید. مایلید در برگشت زمین را به گونه‌ای ببینید که دقیقاً ۱۰۰۰ سال در آینده باشد. (الف) با هشت رقم با معنا، با چه پارامتر تندی β باید حرکت کنید؟ (ب) آیا مهم است که در امتداد خط راست سفر کنید؟

بخش ۳۷-۶ نسبیت طول

۸۰- یک خط‌کش در چارچوب S' با محور x' زاویه 30° می‌سازد. اگر این چارچوب موازی با محور x چارچوب S با تندی $0/90c$ نسبت به S حرکت کند، طول خط‌کش در چارچوب S' چقدر است؟

مسئله‌ها

GO مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است

••••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد

اطلاعات اضافی در سیرک پرورنده فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://www.flyingcircusofphysics.com) قابل دسترس است

بخش ۳۷-۵ نسبیت زمان

۱۰- طول عمر متوسط موئونهای ساکن برابر با $2/2000 \mu s$ اندازه‌گیری شده است. طول عمر متوسط موئونهای با تندی زیاد در ظهور ناگهانی پرتوهای کیهانی که از زمین مشاهده شده است برابر با $16/000 \mu s$ اندازه‌گیری شده است. تا پنج رقم معنی‌دار، پارامتر تندی β این موئونهای پرتو کیهانی نسبت به زمین چقدر است؟ SSM

۲۰- اگر عامل لورنتس γ (الف) $1/01000000$ ، (ب) $10/000000$ ، (پ) $100/000000$ و (ت) $1000/000000$ باشد، با هشت رقم با معنا پارامتر تندی چقدر است؟

۳۰۰- ذره پر انرژی ناپایداری وارد یک آشکارساز می‌شود و پیش از واپاشی اثری به طول $1/05mm$ باقی می‌گذارد. تندی آن نسبت به آشکارساز به حالت سکون برسد چه مدت طول کشیده است؟ ILW

ساعاتی زمینی گذشته است؟ (ب) وقتی مسافر فضاپیما به وگا می‌رسد، ناظران زمینی چه مدت زمان بیشتری (وقتی از چارچوب مسافر فضاپیما اندازه‌گیری شود) نسبت به زمانی که مسافر از شروع سفر داشته است، محاسبه می‌کنند؟ ۵۵

بخش ۳۷-۸ برخی پیامدهای معادله‌های لورنتس

۱۶۰- چارچوب لخت S' با تندی $0.6c$ نسبت به چارچوب S (شکل ۳۷-۹) حرکت می‌کند. در $x = x' = 0$ ، $t = t' = 0$ دو رویداد ثبت شده‌اند. در چارچوب S رویداد ۱ در $t = 0$ در مبدأ و رویداد ۲ در $t = 4.0 \mu s$ روی محور x و در $x = 3.0 \text{ km}$ رخ داده‌اند. از نظر ناظر S' زمان (الف) رویداد ۱ و (ب) رویداد ۲ چیست؟ آیا دو ناظر این دو رویداد را با توالی یکسان می‌بینند یا با توالی معکوس؟

۱۷۰- آزمایشگری ترتیبی می‌دهد که دو لامپ فلاش به طور همزمان روشن شوند، تا درخشش بزرگی در مبدأ دستگاه مرجع او و درخشش کوچکی در $x = 3.0 \text{ km}$ حاصل شود. ناظری که با تندی $0.25c$ در جهت مثبت x حرکت می‌کند نیز این دو درخشش را می‌بیند. (الف) بازه زمانی بین آنها از نظر او چقدر است؟ (ب) از نظر این ناظر کدام درخشش اول رخ داده است؟ SSM

۱۸۰- ناظر S گزارش می‌دهد که رویدادی روی محور x در چارچوب مرجع خودش در $x = 3.00 \times 10^8 \text{ m}$ در زمان $t = 2.50 \text{ s}$ رخ داده است. ناظر S' و چارچوب او با تندی $0.40c$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کنند. به علاوه در $x = x' = 0$ ، $t = t' = 0$ است. (الف) مختصه فضایی و (ب) مختصه زمانی رویداد بنابر S' چقدر است؟ حال اگر S' در جهت منفی محور x حرکت کند، (پ) مختصه فضایی و (ت) مختصه زمانی رویداد از نظر S' چقدر است؟

۱۹۰- در شکل ۳۷-۹، در $t = t' = 0$ ، مبدأهای دو چارچوب بر یکدیگر منطبق‌اند و با تندی نسبی $0.95c$ حرکت می‌کنند. از نظر چارچوب S دو شهابسنگ کوچک در مختصات $x = 100 \text{ km}$ و $t = 200 \mu s$ با هم برخورد می‌کنند. (الف) مختصه فضایی و (ب) مختصه زمانی برخورد از نظر ناظر چارچوب S' چقدر است؟ SSM WWW

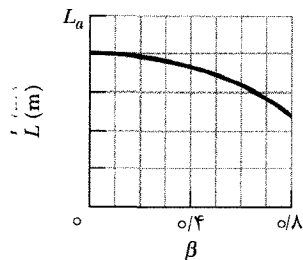
۲۰۰۰- شخصی در چارچوب مرجع S' در امتداد محورهای x و x' مانند شکل ۳۷-۹ از مقابل شما که در چارچوب مرجع S هستید عبور می‌کند. او حامل سه خط‌کش است: خط‌کش ۱ موازی با محور x' ، خط‌کش ۲ موازی با محور y' و خط‌کش ۳ موازی با محور z' او با ساعت مچی خود 15.0 s را می‌شمارد، که از نظر شما 30.0 s طول می‌کشد. دو رویداد در ضمن عبور او رخ می‌دهد. بنابر نظر شما رویداد ۱ در $x_1 = 33.0 \text{ m}$ و $t_1 = 22.0 \text{ ns}$ ، و رویداد ۲ در $x_2 = 53.0 \text{ m}$ و $t_2 = 62.0 \text{ ns}$ رخ داده‌اند. بنابر اندازه‌گیریهای شما، طول (الف) خط‌کش ۱، (ب) خط‌کش ۲ و (پ) خط‌کش ۳، چقدر است؟ بنابر نظر

۹۰- میله‌ای که موازی با محور x در چارچوب مرجع S قرار دارد، در امتداد این محور با تندی $0.63c$ حرکت می‌کند. طول در حال سکون آن 1.70 m است. طول آن در چارچوب S' چقدر است؟ SSM

۱۰۰- الکترونی با $\beta = 0.9999987$ در امتداد محور لامپ خلائنی که طول آن از نظر ناظر آزمایشگاهی S در حالت سکون نسبت به لامپ 3.0 m است حرکت می‌کند. ناظر S' که در حالت سکون نسبت به الکترون است مشاهده می‌کند که این لامپ با تندی $v (= \beta c)$ حرکت می‌کند. ناظر S' چه طولی را برای لامپ اندازه می‌گیرد؟

۱۱۰- سفینه‌ای با طول در حالت سکون 130 m با تندی $0.74c$ از یک ایستگاه زمان‌سنجی می‌گذرد. (الف) طول سفینه که به وسیله ایستگاه اندازه‌گیری می‌شود چقدر است؟ (ب) چه بازه زمانی بین عبور جلو و عقب سفینه در دستگاه ثبت می‌شود؟ SSM

۱۲۰۰- میله‌ای با تندی ثابت v در امتداد محور x به طور موازی با آن حرکت می‌کند. ناظر چارچوب S طول میله را برابر L اندازه می‌گیرد. شکل ۳۷-۲۴ طول L را برحسب پارامتر تندی β در گستره‌ای از مقادیرهای β نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $L_a = 1.00 \text{ m}$ مشخص شده است. اگر $v = 0.95c$ باشد، L چقدر است؟



شکل ۳۷-۲۴ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- مرکز کهکشان راه شیری تقریباً $23,000 \text{ ly}$ از ما فاصله دارد. (الف) با هشت رقم بامعنا، به چه پارامتر تندی نیاز دارید تا دقیقاً $23,000 \text{ ly}$ (از نظر چارچوب کهکشان) را در مدت دقیقاً 30 y (از نظر چارچوب خودتان) طی کنید؟ (ب) با اندازه‌گیری در چارچوب خودتان و برحسب سال نوری چه طولی از کهکشان در طی سفر از مقابل شما خواهد گذشت؟ ۵۵

۱۴۰۰- طول سفینه‌ای دقیقاً نصف طول آن در حالت سکون است. (الف) با سه رقم با معنی، پارامتر تندی β سفینه نسبت به چارچوب ناظر چقدر است؟ (ب) با چه ضربی ساعاتی این سفینه نسبت به ساعاتی چارچوب ناظر آهسته کار می‌کنند؟

۱۵۰۰- فضاپیمایی از زمین بلند می‌شود و با تندی $0.99c$ به طرف ستاره وگا که در فاصله 26 ly قرار دارد، حرکت می‌کند. (الف) وقتی فضاپیما به وگا می‌رسد و (ب) وقتی ناظران زمینی پیامی از رسیدن فضاپیما دریافت می‌کنند، چه مدت زمان توسط

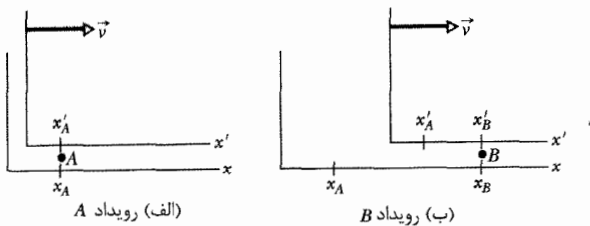
رویداد	بدون پریم	پریم دار
A	(x_A, t_A)	(x'_A, t'_A)
B	(x_B, t_B)	(x'_B, t'_B)

در چارچوب ما، رویداد A با فاصله زمانی $\Delta t = t_B - t_A = 1/10 \mu s$ و فاصله فضایی $\Delta x = x_B - x_A = 400 m$ پیش از رویداد B رخ می دهد. فرض کنید $\Delta t'$ فاصله زمانی رویدادها از نظر دانشجو باشد. (الف) عبارتی را برای $\Delta t'$ برحسب پارامتر تنیدی $\beta (=v/c)$ و داده های معلوم پیدا کنید. $\Delta t'$ را برحسب β برای دو گستره β در زیر رسم کنید:

(ب) ۰ تا ۰/۱ (از ۰ تا $0.01c$ کم است)

(پ) ۰/۱ تا ۱ (از $0.1c$ تا حد c زیاد است)

(ت) به ازای چه مقداری از β ، $\Delta t' = 0$ است؟ در چه گستره ای از β توالی رویدادهای A و B از نظر دانشجو (ث) با نظر ما یکسان می شود و (ج) عکس نظر ما می شود؟ (پ) آیا رویداد A می تواند رویداد B را باعث شود یا برعکس؟ توضیح دهید.



شکل ۳۷-۲۶ مسئله های ۲۶، ۲۷، ۲۸ و ۲۹

۲۶۰۰- موقع عبور چارچوبهای مرجع در شکل ۳۷-۲۶، رویدادهای A و B در مختصات فضا زمان زیر رخ می دهند: در چارچوب بدون پریم، (x_A, t_A) و (x_B, t_B) ؛ در چارچوب پریم دار، (x'_A, t'_A) و (x'_B, t'_B) . در چارچوب بدون پریم، $\Delta t = t_B - t_A = 1/10 \mu s$ و $\Delta x = x_B - x_A = 400 m$. (الف) عبارتی برای $\Delta x'$ برحسب پارامتر تنیدی β و داده های معلوم پیدا کنید. $\Delta x'$ را برحسب β در دو گستره β رسم کنید: (ب) ۰ تا ۰/۱ (پ) ۰/۱ تا ۱. (ت) به ازای چه مقداری از β ، $\Delta x' = 0$ است و (ث) مقدار این کمینه چقدر است؟

بخش ۳۷-۹ نسبیت سرعتها

۲۷۰- گزارش شده است که کهکشان A با تنیدی $0.35c$ از ما دور می شود. کهکشان B که دقیقاً در امتداد مقابل قرار دارد نیز با همین تنیدی از ما دور می شود. تنیدی دور شدن از نظر ناظری واقع در کهکشان A (الف) که در کهکشان ما محاسبه می شود و (ب) در کهکشان B محاسبه می شود، چه مضربی از c است؟

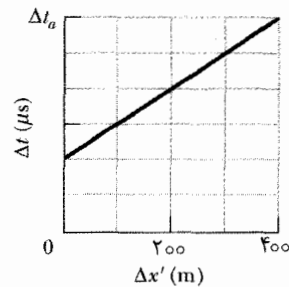
SSM

۲۸۰- دستگاه ستاره ای Q۱ با تنیدی $0.800c$ از ما دور می شود. دستگاه ستاره ای Q۲، که در همان امتداد در فضا ولی به ما نزدیکتر است، با تنیدی $0.400c$ از ما دور می شود. تنیدی Q۲ وقتی توسط ناظری در چارچوب مرجع Q۱ اندازه گیری شود چه مضربی از c است؟

شخص، (ت) فاصله فضایی و (ث) فاصله زمانی بین رویدادهای ۱ و ۲ چقدرند؟ و (ج) کدام رویداد اول رخ می دهد؟

۲۱۰۰- ساعتی در امتداد محور x با تنیدی $0.600c$ حرکت می کند و وقتی از مبدأ می گذرد صفر را نشان می دهد. (الف) عامل لورنتس ساعت را محاسبه کنید. (ب) در موقع عبور از $x = 180 m$ ساعت چه عددی را نشان می دهد؟ ILW

۲۲۰۰- مانند شکل ۳۷-۹، چارچوب مرجع S' با سرعت معینی از مقابل چارچوب مرجع S می گذرد. رویدادهای ۱ و ۲ بنابر S' دارای فاصله زمانی معین $\Delta t'$ هستند. ولی، فاصله فضایی $\Delta x'$ از نظر این ناظر هنوز مشخص نیست. شکل ۳۷-۲۵ فاصله زمانی Δt_a آنها را از نظر ناظر S



برحسب تابعی از $\Delta x'$ در گستره ای از مقادیرهای $\Delta x'$ به دست می دهد. مقیاس محور قائم با $\Delta t_a = 60 \mu s$ مشخص شده است. $\Delta t'$ چقدر است؟

شکل ۳۷-۲۵ مسئله ۲۲

۲۳۰۰- در شکل ۳۷-۹، ناظر S دو درخشش نوری را آشکار می کند. درخشش بزرگ در $x_1 = 1200 m$ و $x_1 = 500 \mu s$ و پس از آن، یک درخشش کوچک در $x_2 = 480 m$ رخ می دهد. از نظر ناظر S' این دو درخشش در یک مختصه نهایی x' رخ داده اند. (الف) پارامتر تنیدی S' چقدر است؟ و (ب) آیا S' در جهت مثبت محور x حرکت می کند یا در جهت منفی x؟ از نظر S' کدام درخشش اول رخ می دهد؟ و (ت) بازه زمانی بین این درخششها چقدر است؟

۲۴۰۰- در شکل ۳۷-۹، ناظر S دو درخشش نوری را آشکار می کند. درخشش بزرگ در $x_1 = 1200 m$ و اندکی بعد، یک درخشش کوچک در $x_2 = 480 m$ رخ می دهد. بازه زمانی این درخششها $\Delta t = t_2 - t_1$ است. کوچکترین مقدار Δt که ناظر S' تعیین می کند که دو درخشش در مختصه یکسان x' رخ داده اند چقدر است؟

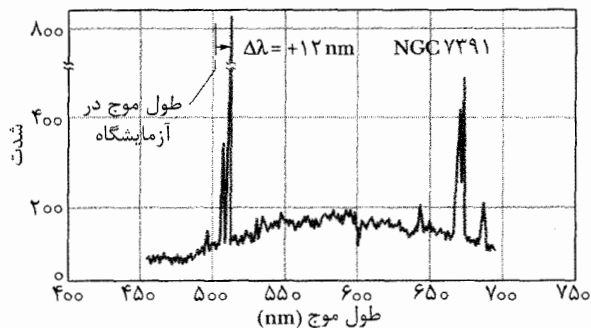
۲۵۰۰- معکوس نسبیتی رویدادها. شکلهای ۳۷-۲۶ الف و ب وضعیت (معمولی) را نشان می دهد که در آن چارچوب مرجع پریم دار در جهت مشترک مثبت محورهای x و x' با سرعتی نسبی با بزرگی ثابت v از مقابل چارچوب مرجع بدون پریم می گذرد. ما در چارچوب بدون پریم ساکن هستیم؛ دانشجوی باهوشی در نسبیت به رغم طبیعت پر جنب و جوش، در چارچوب پریم دار در حال سکون است. این شکل همچنین رویدادهای A و B را نشان می دهد که وقتی در چارچوب بدون پریم ما و در چارچوب پریم دار این دانشجو اندازه گیری می شوند، رخ می دهند:

موج نور متناظر از چشمه‌های زمینی است. (الف) تندی شعاعی این کهکشان نسبت به زمین چقدر است؟ (ب) آیا کهکشان به زمین نزدیک می‌شود یا از آن دور می‌شود؟

۳۵۰- با فرض اینکه معادله ۳۷-۳۶ صادق باشد، با چه سرعتی باید از نور قرمز بگذرید تا آن را سبز ببینید. طول موج نور قرمز را 620 nm و طول موج نور سبز را 540 nm در نظر بگیرید.

۳۶۰- شکل ۳۷-۲۸ نمودار شدت برحسب طول موج را برای نوری که از کهکشان NGC ۳۱۹ به زمین می‌رسد، نشان می‌دهد که تقریباً در فاصله 3×10^8 سال نوری قرار دارد. یک نور خیلی شدید توسط اکسیژن از NGC ۳۱۹ گسیل می‌شود. در آزمایشگاه طول موج این گسیل $\lambda = 513\text{ nm}$ است ولی نور حاصل از NGC ۳۱۹ به دلیل اثر دوپلر تا 525 nm جابه‌جا شده است (همه گسیلها از NGC ۳۱۹ جابه‌جا شده است).

(الف) تندی شعاعی NGC ۳۱۹ نسبت به زمین چقدر است؟ (ب) آیا حرکت نسبی به سمت سیاره ما است یا از آن دور می‌شود؟



شکل ۳۷-۲۸ مسئله ۳۶

۳۷۰- سفینه‌ای که با تندی $0.900c$ از زمین دور می‌شود، با ارسال در بسامد 100 MHz (در چارچوب سفینه اندازه‌گیری می‌شود) گزارش می‌دهد. گیرنده‌های زمینی در چه بسامدی باید تنظیم شوند تا گزارش را دریافت کنند؟ SSM

۳۸۰- یک چشمه نور سدیم در یک دایره افقی با تندی ثابت $0.100c$ در حالی که نور در ویژه طول موج $\lambda_0 = 589.0\text{ nm}$ گسیل می‌کند در حرکت است. طول موج λ توسط آشکارسازی متصل به مرکز دایره برای آن نور اندازه‌گیری می‌شود. جابه‌جایی طول موج $\lambda - \lambda_0$ چقدر است؟

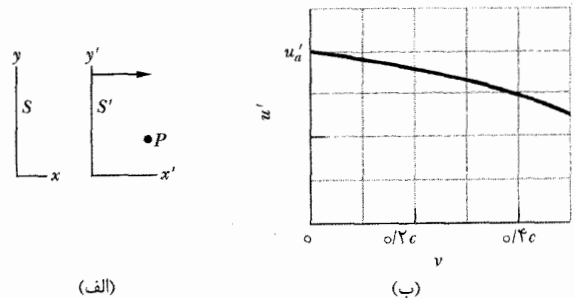
۳۹۰۰- سفینه‌ای با تندی $0.20c$ از زمین دور می‌شود. چشمه‌ای واقع در عقب سفینه با طول موج 450 nm نوری گسیل می‌کند که از نظر شخص واقع در سفینه اندازه‌گیری می‌شود. (الف) طول موج و (ب) رنگ (آبی، سبز، زرد یا قرمز) آشکار شده به وسیله شخصی واقع روی زمین که سفینه را نظارت می‌کند چقدر است؟ SSM

۲۹۰- ذره‌ای در امتداد محور x' در چارچوب S' با سرعت $0.40c$ حرکت می‌کند. چارچوب S' با سرعت $0.60c$ نسبت به چارچوب S حرکت می‌کند. سرعت ذره نسبت به چارچوب S چقدر است؟ SSM

۳۰۰- در شکل ۳۷-۱۱، چارچوب S' نسبت به چارچوب S با سرعت $0.62c$ حرکت می‌کند در حالی که ذره‌ای موازی با محورهای x' و x در حرکت است. از نظر ناظر واقع در چارچوب S' سرعت ذره $0.47c$ اندازه‌گیری می‌شود. برحسب c ، سرعت ذره از نظر ناظر واقع در چارچوب S بنابر تبدیل سرعت (الف) نسبیتی و (ب) کلاسیکی چقدر است؟ حال فرض کنید که S' سرعت ذره را $0.47c$ اندازه می‌گیرد. ناظر واقع در S چه سرعتی را بنابر تبدیل سرعت (پ) نسبیتی و (ت) کلاسیکی اندازه می‌گیرد؟

۳۱۰۰- ناوگانی جنگی از سفینه‌های فضایی به طول 100 ly (در چارچوب ساکن خودش) با تندی $0.800c$ نسبت به پایگاه زمینی S حرکت می‌کند. پیامی با تندی $0.950c$ نسبت به S از عقب ناوگان به جلو آن ارسال می‌شود. وقتی اندازه‌گیری (الف) در چارچوب ساکن ناوگان و (پ) به وسیله ناظر در چارچوب S انجام شود، این ارسال چقدر طول می‌کشد؟ SSM

۳۲۰۰- در شکل ۳۷-۲۷، ذره P با سرعت معینی نسبت به چارچوب S موازی با محورهای x و x' چارچوبهای مرجع S و S' حرکت می‌کند. چارچوب S' موازی با محور x چارچوب S با سرعت v حرکت می‌کند. شکل ۳۷-۲۷ ب سرعت u' ذره را نسبت به چارچوب S' در گستره مقادیر v به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $u'_a = 0.800c$ مشخص شده است. اگر (الف) $v = 0.90c$ و (ب) $v \rightarrow c$ ، مقدار u' چقدر است؟



شکل ۳۷-۲۷ مسئله ۳۲

۳۳۰۰- تندی سفینه‌ای که طول در حالت سکون آن 350 m است نسبت به چارچوب مرجع معینی $0.82c$ است. شهابسنگی که با همین تندی $0.82c$ در این چارچوب حرکت می‌کند، در جهت مخالف از سفینه می‌گذرد. چقدر طول می‌کشد که این جسم با اندازه‌گیری در سفینه از آن بگذرد؟ SSM ILW WWW

بخش ۳۷-۱۰ اثر دوپلر برای نور

۳۴۰- طول موجهای معینی که در نور حاصل از یک کهکشان در صورت فلکی سنبله مشاهده می‌شوند 0.4% بلندتر از طول

بخش ۳۷-۱۲ نگاه‌ی نوبه انرژی

۴۰۰- کمینه انرژی لازم برای شکستن هسته ^{12}C (به جرم $^{11}/99671\text{u}$) به سه هسته ^4He (هر کدام به جرم $4/00151\text{u}$) چقدر است؟

۴۱۰- چقدر کار باید برای افزایش تندی یک الکترون (الف) از $0/18c$ به $0/19c$ و (ب) از $0/98c$ به $0/99c$ ، انجام شود؟ توجه کنید که در هر دو مورد افزایش تندی $0/01c$ است.

۴۲۰- در واکنش $p + {}^1_0\text{F} \rightarrow \alpha + {}^{16}_8\text{O}$ ، جرمها عبارت‌اند از

$$m(p) = 1/007825\text{u} \quad m(\alpha) = 4/002603\text{u}$$

$$m(F) = 18/998405\text{u} \quad m(O) = 15/994915\text{u}$$

Q واکنش را از این داده‌ها محاسبه کنید.

۴۳۰- جرم الکترون $9/10938188 \times 10^{-31} \text{ kg}$ است. تا شش رقم بامعنا، (الف) γ و (ب) β را برای الکترونی با انرژی جنبشی $K = 100/000 \text{ MeV}$ پیدا کنید. SSM WWW

۴۴۰- چقدر کار باید برای افزایش تندی الکترونی از حالت سکون به (الف) $0/500c$ و (ب) $0/990c$ و (پ) $0/9990c$ انجام شود؟

۴۵۰۰- اندازه حرکت یک ذره به جرم m باید چقدر باشد به طوری که انرژی کل ذره $3/00$ برابر انرژی حالت سکون آن باشد؟ ILW

۴۶۰۰- جرم الکترون $9/10938188 \times 10^{-31} \text{ kg}$ است. تا هشت رقم بامعنا، موارد زیر را برای انرژی جنبشی الکترون داده شده پیدا کنید: (الف) γ و (ب) β برای $K = 1/0000000 \text{ KeV}$ ، (پ) γ و (ت) β برای $K = 1/0000000 \text{ MeV}$ و (ث) γ و (ج) β برای $K = 1/0000000 \text{ GeV}$.

۴۷۰۰- وقتی شما این صفحه را (روی کاغذ یا روی صفحه نمایشگر) می‌خوانید، یک پروتون پرتو کیهانی از چپ به راست از پهنای صفحه با تندی نسبی v و انرژی کل $14/24 \text{ nJ}$ عبور می‌کند. بنابر اندازه‌گیریهای شما، پهنای صفحه از چپ به راست $21/0 \text{ cm}$ است. (الف) این پهنای بنابر چارچوب مرجع پروتون چقدر است؟ این عبور در (ب) چارچوب شما و (پ) چارچوب پروتون چه مدت زمان طول می‌کشد؟

۴۸۰۰- (الف) انرژی آزاد شده در انفجار $1/00 \text{ mol}$ از TNT برابر با $3/40 \text{ MJ}$ است. جرم مولی TNT برابر با $0/227 \text{ kg/mol}$ است. چه وزنی از TNT برای انفجاری که $1/80 \times 10^{14} \text{ J}$ آزاد می‌کند لازم است؟ (ب) آیا این وزن را می‌توانید با پاکت حمل کنید یا کامیون یا قطار لازم است؟ (پ) فرض کنید که در یک انفجار بمب شکافت، $0/080\%$ جرم قابل شکافت به انرژی آزاد شده تبدیل شود. چه وزنی از ماده قابل شکافت برای انفجاری که $1/80 \times 10^{14} \text{ J}$ آزاد می‌کند لازم است؟ (ت) آیا این وزن را می‌توانید با پاکت حمل کنید یا کامیون یا قطار لازم است؟

۴۹۰۰- بزرگی اندازه حرکت ذره معینی به جرم m برابر با mc است. (الف) β ، (ب) γ و (پ) نسبت E/E_0 ، چقدر است؟ SSM

۵۰۰۰- برای ذره‌ای با (الف) $K = 2/00 E_0$ و (ب) $\beta K = 2/00 E_0$ چقدر است؟

۵۱۰۰- تصور این است که اختروشها هسته‌های فعال کهکشانی در مراحل اولیه تشکیل خود هستند. یک اختروش نوعی با آهنگ 10^{41} W تابش می‌کند. با چه آهنگی جرم این اختروش باید کاهش یابد تا این انرژی را تأمین کند؟ پاسخ خود را برحسب یکاهای جرم خورشیدی بر سال بیان کنید، که یک یکای جرم خورشیدی $(1 \text{ smu} = 2/0 \times 10^{30} \text{ kg})$ جرم خورشید ماست. SSM

۵۲۰۰- (الف) نشان دهید که

$$m = \frac{(pc)^2 - K^2}{2Kc^2}$$

که در آن m جرم ذره، p بزرگی اندازه حرکت و K انرژی جنبشی آن است. (ب) در حد ذره با تندی پایین، نشان دهید که طرف راست این معادله به m تبدیل می‌شود. (پ) اگر وقتی $p = 121 \text{ MeV}/c$ است $K = 55/0 \text{ MeV}$ باشد، نسبت m/m_e ، نسبت جرم آن به جرم الکترون چقدر است؟

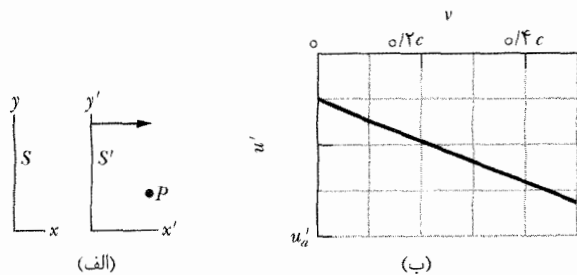
۵۳۰۰- جرم یک قرص آسپرین برابر با 320 mg است. انرژی معادل با این جرم تا چند کیلو متر انرژی لازم برای حرکت یک اتومبیل را تأمین می‌کند؟ برای گازوییل به کار رفته در اتومبیل فرض کنید که گرمای احتراق $3/65 \times 10^7 \text{ J/L}$ و مصرف $12/75 \text{ km/L}$ است. SSM

۵۴۰۰- با چهار رقم بامعنا موارد زیر را وقتی انرژی جنبشی $10/00 \text{ MeV}$ باشد پیدا کنید: (الف) γ و (ب) β برای یک الکترون ($E_0 = 0/510998 \text{ MeV}$)، (ب) γ و (پ) β برای یک پروتون ($E_0 = 938/272 \text{ MeV}$)، و (ت) γ و (ج) β برای یک ذره α ($E_0 = 3727/40 \text{ MeV}$).

۵۵۰۰- در بخش ۲۴-۶ (جلد دوم) نشان دادیم که وقتی سرعت \vec{v} ذره‌ای با بار q و جرم m بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} عمود باشد، ذره در مسیری دایره‌ای به شعاع $r = mv/|q|B$ حرکت خواهد کرد. هم‌چنین دیدیم که دوره تناوب T حرکت مستقل از تندی v است. این دو نتیجه در صورتی که $v \ll c$ باشد تقریباً صحیح هستند. در مورد تندیهای نسبیتی از معادله صحیحی برای شعاع باید استفاده کنیم:

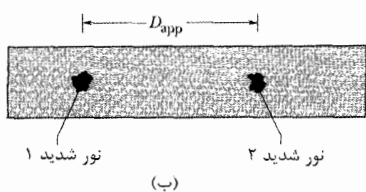
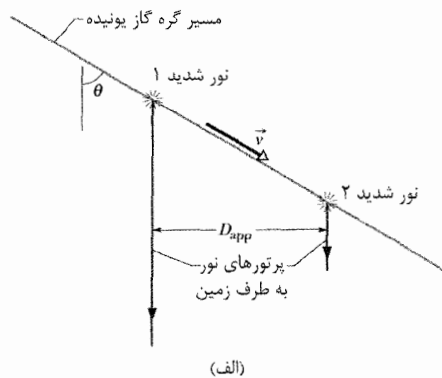
$$r = \frac{p}{|q|B} = \frac{\gamma mv}{|q|B}$$

۵۶۰۰- جرم موئون 207 برابر جرم الکترون است؛ طول عمر متوسط موئون در حالت سکون $2/20 \mu\text{s}$ است. در آزمایش معینی، طول عمر متوسط موئونها متحرک وقتی در آزمایشگاه اندازه‌گیری شود برابر با $6/90 \mu\text{s}$ است. در مورد موئونها متحرک، (الف) β ، (ب) K و (پ) p (برحسب MeV/c)، چقدر است؟



شکل ۳۷-۲۹ مسئله ۶۰

۶۱- جت‌های ابر درخشانده. شکل ۳۷-۳۰ الف مسیری را که توسط گره موجود در یک جت گاز یونیده که از کلهکشان بیرون آمده است نشان می‌دهد. گره با سرعت ثابت \vec{v} با زاویه θ از جهت زمین حرکت می‌کند. گره گاهگاهی نور شدیدی گسیل می‌کند، که سرانجام روی زمین آشکار می‌شود. دو وقتی در شدید در شکل ۳۷-۳۰ الف نشان داده شده‌اند، که وقتی در چارچوب ساکن نزدیک به این نورهای شدید اندازه‌گیری شود، فاصله زمانی بین آنها t است. شکل ۳۷-۳۰ ب این دو نور شدید را وقتی روی یک فیلم عکس‌برداری شده باشند نشان می‌دهد، ابتدا وقتی نور از موقعیت ۱ به زمین می‌رسد و سپس وقتی که نور از موقعیت ۲ می‌رسد. فاصله ظاهری D_{app} که توسط گره بین این دو نور شدید طی شده مسافت مسیر گره در عرض دید ناظر زمینی است. زمان ظاهری T_{app} بین این نورهای شدید عبارت است از اختلاف در زمان رسیدن نور از آنها. بنابراین تنیدی ظاهری گره عبارت است از $V_{app} = D_{app}/T_{app}$. برحسب v ، θ و t ، θ و $\theta = 30^\circ$ ، T_{app} چقدر است؟ (پ) به ازای $v = 0.980c$ و $\theta = 30^\circ$ ، V_{app} را محاسبه کنید. وقتی اولین ابر جتهای ابر درخشانده (سریع‌تر از نور) مشاهده شدند- حداقل تا زمانی که هندسه صحیح (شکل ۳۷-۳۰ الف) درک شد- چیزی در مقابل نسبیت خاص به نظر می‌رسید. 



شکل ۳۷-۳۰ مسئله ۶۱

۵۷۰۰- در یک برخورد پرنرژری بین یک ذره پرتو کیهانی و ذره‌ای در نزدیکی بالای جو زمین یعنی 120 km بالاتر از سطح دریا، یک پیون تولید می‌شود. انرژری کل E پیون $1.35 \times 10^5\text{ MeV}$ است و به طور قائم رو به بالا می‌رود. در چارچوب ساکن پیون، پیون 35 ns پس از تولید واپاشیده می‌شود. در چه ارتفاعی بالای سطح دریا، وقتی از چارچوب مرجع زمین اندازه‌گیری شود، واپاشی رخ می‌دهد؟ انرژری سکون پیون 139.6 MeV است؟

۵۸۰۰- قضیه دوجمله‌ای (پیوست ث) را در قسمت آخر معادله ۳۷-۵۲ در مورد انرژری جنبشی یک ذره به کار برید. (الف) با حفظ دو جمله اول بسط نشان دهید که انرژری جنبشی به شکل زیر است

$$K = (\text{جمله دوم}) + (\text{جمله اول})$$

جمله اول عبارت کلاسیکی برای انرژری جنبشی است. جمله دوم تصحیح مرتبه اول عبارت کلاسیکی است. فرض کنید که ذره یک الکترون است. اگر تندى v آن $c/2$ باشد، مقدار (ب) عبارت کلاسیکی و (پ) تصحیح مرتبه اول چقدر است؟ اگر تندى الکترون $0.8c$ باشد، مقدار (ت) عبارت کلاسیکی و (ث) تصحیح مرتبه اول چقدر است؟ (ج) در چه پارامتر تندى β تصحیح مرتبه اول 1% بزرگتر از عبارت کلاسیکی می‌شود؟ ۵۹۰۰۰- یک ذره آلفا با انرژری جنبشی 7.70 MeV با یک هسته ^{14}N ساکن برخورد می‌کند، و این دو به هسته ^{17}O و یک پروتون تبدیل می‌شوند. پروتون با زاویه 90° نسبت به جهت ذره آلفای فرودی گسیل می‌شود و انرژری جنبشی آن 4.44 MeV است. جرم ذره‌های مختلف عبارت‌اند از: ذره α ، 4.00260 u ، ^{14}N ، 14.00307 u ؛ پروتون، 1.007825 u ؛ و ^{17}O ، 16.99914 u . برحسب مگا الکترون ولت، (الف) انرژری جنبشی هسته اکسیژن و (ب) Q واکنش چقدر است؟ (راهنمایی: تندیهای ذره‌ها خیلی کمتر از c است.)

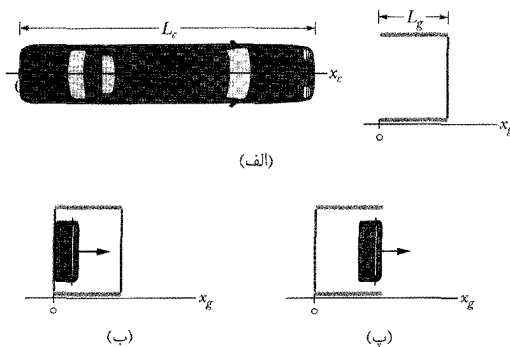
مسئله‌های اضافی

۶۰- در شکل ۳۷-۲۹ الف، ذره P موازی با محورهای x و x' در چارچوبهای مرجع S و S' با سرعت معینی نسبت به چارچوب S حرکت می‌کند. چارچوب S' با سرعت v موازی با محور x چارچوب S حرکت می‌کند. شکل ۳۷-۳۱ ب سرعت u' ذره را نسبت به چارچوب S' برای گستره‌ای از مقدارهای v به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $u'_a = -0.800c$ مشخص شده است. اگر (الف) $v = 0.800c$ و (ب) $v \rightarrow c$ باشد، u' چقدر خواهد بود؟

توقفگاه با $x_g = 0$ در درب جلویی (که اکنون باز است) در نظر می‌گیریم. سپس راننده لیموزین را با سرعت $0.998c$ به طور مستقیم به سمت درب جلویی می‌راند (که البته هر دو از نظر فنی و مالی غیر ممکن است). راننده در چارچوب مرجع xc و صاحب توقفگاه در چارچوب مرجع xg ساکن هستند.

دو رویداد را باید در نظر گرفت. رویداد ۱: وقتی سپر عقب از درب جلویی می‌گذرد، درب جلو بسته می‌شود. فرض کنید زمان این رویداد برای راننده و صاحب توقفگاه صفر باشد: $t_{g1} = t_{c1} = 0$. این رویداد در $x_c = x_g = 0$ رخ می‌دهد. شکل ۳۲-۳۷ ب رویداد را در چارچوب مرجع xg نشان می‌دهد. رویداد ۲: وقتی سپر جلو به درب عقب می‌رسد آن درب باز می‌شود. شکل ۳۲-۳۷ پ رویداد ۲ را در چارچوب مرجع xg نشان می‌دهد.

بنابر صاحب توقفگاه، (الف) طول لیموزین چقدر است و مختصات فضایی (ب) x_{g2} و (پ) t_{g2} رویداد ۲ چقدرند؟ (ت) برای چه مدتی لیموزین موقتاً در توقفگاه با دربهای بسته «می‌ماند»؟ اکنون وضعیت را در چارچوب مرجع xc بررسی می‌کنیم که توقفگاه با سرعت $0.998c$ - از مقابل لیموزین می‌گذرد. از نظر راننده (ث) طول توقفگاه در حال عبور چقدر است، مختصات فضا-زمان (ج) x_{c2} و (چ) t_{c2} رویداد ۲ چقدرند، (ح) آیا لیموزین هرگز در توقفگاه با دربهای بسته قرار دارد؟ و (خ) کدام رویداد اول رخ می‌دهد؟ (د) از نظر راننده رویدادهای ۱ و ۲ را رسم کنید. (ذ) آیا این رویدادها به طور علی به هم مربوط‌اند، یعنی یک علت دیگری است؟ (ر) سرانجام چه کسی برنده است؟



شکل ۳۱-۳۷ مسئله ۶۵

۶۶- مانند شکل ۳۷-۹، چارچوب مرجع S' با سرعت معینی از چارچوب مرجع S می‌گذرد. برای ناظر S' فاصله فضایی رویدادهای ۱ و ۲ برابر $\Delta x'$ است. ولی، فاصله زمانی $\Delta t'$ آنها برای آن ناظر هنوز معلوم نیست. شکل ۳۲-۳۷ فاصله فضایی Δx آنها را برای ناظر S برحسب تابعی از $\Delta t'$ در گستره‌ای از مقادیرهای $\Delta t'$ به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $\Delta x_a = 100\text{ m}$ مشخص شده است. $\Delta t'$ چقدر است؟

۶۲- فاصله زمانی بین دو رویداد. رویدادهای A و B با مختصات فضا-زمان زیر در چارچوبهای مرجع شکل ۳۷-۲۶ رخ می‌دهند: در چارچوب بدون پریم، (x_A, t_A) و (x_B, t_B) و در چارچوب پریم‌دار (x'_A, t'_A) و (x'_B, t'_B) . در چارچوب بدون پریم، $\Delta x = x_B - x_A = 240\text{ m}$ و $\Delta t = t_B - t_A = 100\text{ }\mu\text{s}$.

(الف) عبارتی برای $\Delta t'$ برحسب پارامتر تنیدی β و داده‌های معلوم پیدا کنید. نمودار $\Delta t'$ را برحسب β در دو گستره: (ب) 0 تا 0.1 و (پ) 0.1 تا 1 ، رسم کنید. به ازای چه مقداری از Δt β کمینه و (ث) این مقدار کمینه چقدر است؟ (ج) کدام رویداد علت رویداد دیگر است؟ توضیح دهید.

۶۳- فاصله فضایی بین دو رویداد. در عبور چارچوبهای مرجع شکل ۳۷-۲۶ رویدادهای A و B با مختصات فضا-زمان زیر رخ می‌دهند: در چارچوب، بدون پریم، (x_A, t_A) و (x_B, t_B) و در چارچوب پریم‌دار (x'_A, t'_A) و (x'_B, t'_B) . در چارچوب بدون پریم، $\Delta x = x_B - x_A = 240\text{ m}$ و $\Delta t = t_B - t_A = 100\text{ }\mu\text{s}$. (الف) عبارتی برای $\Delta x'$ برحسب پارامتر تنیدی β و داده‌های معلوم پیدا کنید. نمودار $\Delta x'$ را برحسب β در دو گستره: β : (ب) 0 تا 0.1 و (پ) 0.1 تا 1 ، رسم کنید. به ازای چه مقداری از β ، $\Delta x' = 0$ است؟

۶۴- شکل ۳۷-۲۰ سفینه‌ای (وصل به چارچوب مرجع S') را نشان می‌دهد که با سرعت $\vec{v} = 0.95c\vec{i}$ از ما (ایستاده در چارچوب S) عبور می‌کند. پروتونی با تنیدی $0.98c$ نسبت به سفینه از جلو به عقب آن شلیک می‌شود. ویژه طول سفینه 760 m است. فاصله زمانی بین زمان شلیک پروتون و زمان اصابت آن به دیوار عقب سفینه، بنابر (الف) مسافر داخل سفینه و (ب) ما، چقدر است؟ حال فرض کنید که پروتون از عقب به جلو سفینه شلیک شود. در این صورت فاصله زمانی بین زمان شلیک و زمان اصابت به دیوار جلو بنابر (پ) مسافر و (ت) ما، چقدر است؟

۶۵- مسئله اتومبیل در توقفگاه. راننده‌ای درازترین ماشین لیموزین را که ویژه طول آن $L_c = 30.5\text{ m}$ است خریداری می‌کند. در شکل ۳۲-۳۷ الف، ماشین در توقفگاهی با ویژه طول $L_g = 60\text{ m}$ پارک شده است. توقفگاه دارای یک درب جلو (که باز نشان داده شده) و یک درب عقب است (که بسته نشان داده شده). لیموزین به روشنی درازتر از توقفگاه است. صاحب توقفگاه که اطلاعات کمی در مورد انقباض طول نسبیتی دارد، با راننده شرط می‌بندد که لیموزین را در حالی که هر دو درب بسته‌اند در توقفگاه جا دهد. راننده که پیش از رسیدن به نسبت خاص درس فیزیک دانشگاهی خود را حذف کرده است، چنین چیزی را از اساس ناممکن می‌داند.

برای تحلیل دیدگاه صاحب توقفگاه، محور xc را متصل به لیموزین با $x_c = 0$ در سپر عقب، و محور xg را متصل به

۷۰- انرژی کل پروتونی که از یک وسیله آزمایشگاهی عبور می‌کند $10/61 \text{ nJ}$ است. پارامتر تندی β چقدر است؟ از جرم پروتون داده شده در پیوست ب در ستون «بهترین مقدار» استفاده کنید که عموماً عدد گرد شده نیست.

۷۱- اگر با الکترونی با انرژی کل 1533 MeV که از وگا (نسر واقع) که 26 ly از ما فاصله دارد می‌آید برخورد کنیم، از نظر چارچوب ساکن الکترون مسافت چند سال نوری طول کشیده است؟ SSM

۷۲- وقتی که یک ذره پرتو کیهانی پرنرژی به جو زمین می‌رسد با یک هسته اتمی برخورد می‌کند و در نزدیکی بالای جو پیونی ایجاد می‌شود. پیون ایجاد شده با تندی $0/99c$ رو به پایین به طرف زمین حرکت می‌کند. در یک چارچوب مرجع که در آن پیونها ساکن هستند، پیونها با طول عمر متوسط 26 ns واپاشی می‌کنند. وقتی در یک چارچوب ثابت نسبت زمین اندازه‌گیری شود، چنین پیونی (به طور متوسط) چقدر در جو زمین حرکت می‌کند تا واپاشیده شود؟

۷۳- اندازه حرکت الکترونی با انرژی جنبشی $2/00 \text{ MeV}$ ، برحسب MeV/c چقدر است؟ SSM

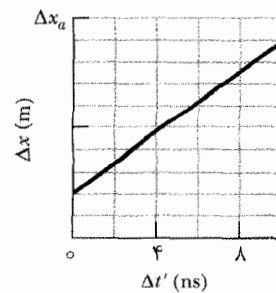
۷۴- پارامتر تندی ذره‌ای که برای حرکت مسافت $6/0 \text{ ly}$ ، $2/0 \text{ y}$ بیشتر از نور طول می‌کشد چقدر است؟

۷۵- چقدر کار لازم است تا پروتونی از تندی $0/9850c$ به تندی $0/9860c$ شتاب بگیرد؟ SSM

۷۶- هواپیمایی که طول در حال سکون آن $40/0 \text{ m}$ است با سرعت یکنواخت نسبت به زمین با تندی 630 m/s حرکت می‌کند. (الف) برای ناظر روی زمین با چه کسری طول در حال سکون هواپیما کوتاه می‌شود؟ (ب) چقدر طول می‌کشد تا از نظر ساعت روی زمین، ساعت هواپیما $1/00 \text{ s}$ عقب بماند؟ (نسبیت خاص را در محاسبات خود به کار ببرید).

۷۷- برای گردش در مدار پایین دور زمین، سفینه‌ای باید تندی تقریباً $2/7 \times 10^4 \text{ km/h}$ را داشته باشد. فرض کنید که دو سفینه در چنین مداری از زمین در جهتهای مخالف حرکت می‌کنند. (الف) بنابر معادله تبدیل سرعت کلاسیکی گالیله‌ای، تندی نسبی آنها وقتی از کنار هم عبور می‌کنند چقدر است؟ (ب) کسر خطای ایجاد شده در (الف) به دلیل عدم استفاده از معادله (صحیح) تبدیل نسبیتی چقدر است؟ SSM

۷۸- فرستنده راداری T در چارچوب مرجع S' که با تندی v نسبت به چارچوب مرجع S به سمت راست حرکت می‌کند ثابت است (شکل ۳۷-۳۴). یک زمانسنج مکانیکی (در اساس یک ساعت) در چارچوب S' که دارای دوره تناوب τ_0 (اندازه‌گیری شده در S') است باعث می‌شود که فرستنده T تپهای راداری مقرر را گسیل کند که با تندی نور حرکت می‌کند و توسط گیرنده R که در چارچوب S ثابت است دریافت می‌شوند. (الف) دوره تناوب τ زمانسنج وقتی توسط

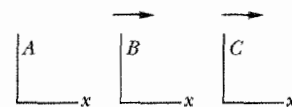


شکل ۳۷-۳۲ مسئله ۶۶

۶۷- رویکرد دیگر تبدیلهای سرعت. در شکل ۳۷-۳۳، چارچوبهای مرجع B و C در جهت مشترک محورهای x آنها از چارچوب مرجع A عبور می‌کنند. مؤلفه‌های x سرعتهای یک چارچوب نسبت به چارچوب دیگر را با دو زیرنویس نشان دهید. برای مثال v_{AB} مؤلفه x سرعت A نسبت به B را نشان می‌دهد. هم چنین پارامترهای تندی متناظر را با دو زیرنویس نشان دهید. برای مثال $\beta_{AB} (= v_{AB}/c)$ پارامتر تندی متناظر با v_{AB} است. (الف) نشان دهید که

$$\beta_{AC} = \frac{\beta_{AB} + \beta_{BC}}{1 + \beta_{AB}\beta_{BC}}$$

نسبت $(1 - \beta_{AB})/(1 + \beta_{AB})$ را با MAB و نسبتهای مشابه را با MBC و MAC نشان می‌دهیم. (ب) نشان دهید که رابطه زیر صحیح است و از معادله بند (الف) به دست می‌آید



شکل ۳۷-۳۳ مسئله‌های ۶۷، ۶۸ و ۶۹

۶۸- ادامه مسئله ۶۷. از نتیجه بند (ب) مسئله ۶۷ برای حرکت در امتداد یک محور منفرد در موقعیت زیر استفاده کنید. چارچوب A در شکل ۳۷-۳۳ به ذره‌ای متصل است که با سرعت $+0/500c$ از چارچوب B عبور می‌کند که این چارچوب با سرعت $+0/500c$ از چارچوب C عبور می‌کند. (الف) MAC ، (ب) β_{AC} و (پ) سرعت ذره نسبت به چارچوب C ، چقدر است؟

۶۹- ادامه مسئله ۶۷. فرض کنید که چارچوب مرجع C در شکل ۳۷-۳۳ از چارچوب مرجع D (نشان داده نشده) عبور می‌کند. (الف) نشان دهید که

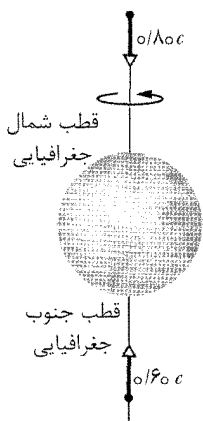
$$M_{AD} = M_{AB}M_{BC}M_{CD}$$

(ب) اکنون این نتیجه کلی را در نظر بگیرید: سه ذره موازی با یک محور که در آن ناظر ساکن است حرکت می‌کنند. علامتهای مثبت و منفی جهتهای حرکت را در امتداد آن محور نشان می‌دهند. ذره A با $\beta_{AB} = +0/20$ از ذره B عبور می‌کند. ذره B با $\beta_{BC} = -0/40$ از ذره C می‌گذرد. ذره C با $\beta_{CD} = +0/60$ از ناظر D عبور می‌کند. سرعت ذره A نسبت به ناظر D چقدر است؟ (روش حل در اینجا خیلی سریعتر از استفاده از معادله ۳۷-۲۹ است.)

۸۵- یک سفینه فضایی در حال سکون در یک چارچوب مرجع معین S افزایش تندی $0.50c$ پیدا می‌کند. نسبت به چارچوب ساکن جدید افزایش تندی بیشتر $0.50c$ را به دست می‌آورد. این فرایند ادامه می‌یابد تا اینکه تندی آن نسبت به چارچوب اولیه S به بیش از $0.999c$ می‌رسد. این فرایند به چند افزایش مرحله‌ای نیاز دارد؟

۸۶- یک قایق موتوری که به طور مستقیم به طرف یک کشتی دیدبانی حرکت می‌کند تله‌ای را به طرف کشتی دیدبانی می‌اندازد. تندی تله $0.980c$ و تندی قایق $0.900c$ است. تندی تله نسبت به قایق چقدر است؟

۸۷- یک ذره پرتو کیهانی در امتداد محور شمال-جنوب زمین با تندی $0.80c$ به قطب شمال جغرافیایی و ذره دیگری با تندی $0.60c$ به قطب جنوب جغرافیایی نزدیک می‌شوند (شکل ۳۷-۳۵). تندی نسبی شدن یک ذره نسبت به ذره دیگر چقدر است؟



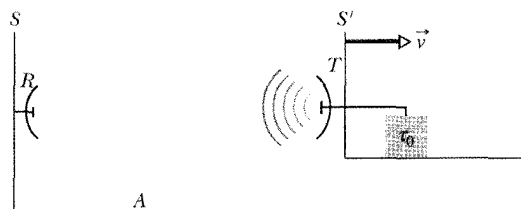
شکل ۳۷-۳۵ مسئله ۸۷

۸۸- (الف) در انفجار یک بمب شکافت که شامل $3/0 \text{ kg}$ ماده قابل شکافت است چقدر انرژی آزاد می‌شود؟ فرض کنید که 0.10% این جرم به انرژی آزاد شده تبدیل می‌شود. (ب) چه جرمی از TNT باید منفجر شود تا همین مقدار انرژی آزاد شود؟ فرض کنید که هر مول TNT در انفجار $3/4 \text{ MJ}$ انرژی آزاد می‌کند. جرم مولی TNT برابر با 0.227 kg/mol است. (پ) برای همین جرم ماده منفجره، نسبت انرژی آزاد شده در یک انفجار هسته‌ای به انرژی آزاد شده در یک انفجار TNT چقدر است؟

ناظر A که در چارچوب S ثابت است اندازه‌گیری شود، چقدر است؟ (ب) نشان دهید که در گیرنده R بازه زمانی بین تپهایی که از T می‌رسند نه τ است و نه τ_0 ، بلکه برابر است با

$$\tau_R = \tau_0 \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

(پ) توضیح دهید که چرا گیرنده R و ناظر A که هر دو در چارچوب مرجع یکسانی قرار دارند، دوره‌های تناوب متفاوتی را برای فرستنده اندازه می‌گیرند. (راهنمایی: ساعت و تپ رادار یک چیز نیستند.)



شکل ۳۷-۳۴ مسئله ۷۸

۷۹- تندی ذره‌ای به جرم m نسبت به چارچوب لخت S برابر با $c/2$ است. این ذره با ذره مشابهی که در حال سکون نسبت به چارچوب S است برخورد می‌کند. نسبت به چارچوب S' تندی چارچوب S' که در آن اندازه حرکت این ذره‌ها صفر است، چقدر است؟ این چارچوب را چارچوب مرکز اندازه حرکت می‌نامند.

۸۰- یک ذره بنیادی ایجاد شده در یک آزمایش آزمایشگاهی پیش از واپاشی (به ذره دیگری تبدیل می‌شود) با تندی نسبی $0.960c$ ، 0.230 mm در آزمایشگاه حرکت می‌کند. (الف) ویژه طول عمر ذره چقدر است؟ (ب) فاصله طی شده توسط ذره وقتی در چارچوب ساکن آن اندازه‌گیری شود چقدر است؟

۸۱- (الف) K ، (ب) E و (پ) p (برحسب GeV/c) برای پروتونی که با تندی $0.990c$ حرکت می‌کند، چقدر است؟ (ت) K ، (ث) E و (ج) p (برحسب MeV/c) برای الکترونی که با تندی $0.990c$ حرکت می‌کند چقدر است؟

۸۲- در انتقال به سرخ تابش از یک کهکشان دور، معلوم شده است که طول موج آن 434 nm است و وقتی در آزمایشگاه مشاهده شود، طول موج آن 462 nm است. (الف) تندی شعاعی کهکشان نسبت به زمین چقدر است؟ (ب) آیا این کهکشان به زمین نزدیک می‌شود یا دور؟

۸۳- (الف) از نظر فیزیک کلاسیکی چه اختلاف پتانسیلی یک الکترون را تا تندی c شتابدار می‌کند؟ (ب) با این اختلاف پتانسیل، الکترون به واقع به چه تندی می‌رسد؟

۸۴- شعاع زمین 6370 km و تندی مداری آن دور خورشید 30 km/s است. فرض کنید زمین با این تندی از ناظری عبور می‌کند. از نظر این ناظر، قطر زمین در جهت حرکت چقدر منقبض می‌شود؟

۳۸ فوتونها و موجهای ماده



کربن منو اکسید انسان شکل چسبناک ماندگاری است که از مولکولهای کربن منو اکسید چندتایی تشکیل شده است. شکل به طور چشمگیری یک کار هنری است که در آزمایشگاه به وسیله جابه جا کردن تک تک مولکولها به مکانشان روی سطح پلونیوم ایجاد شده است. حاصل آنقدر کوچک است که با هیچ میکروسکوپ اپتیکی قابل تفکیک نیست.

چگونه می توان مولکولها را تک به تک حرکت داد و سپس تصویر آنها را تشکیل داد.

پاسخ در همین فصل.

۳۸-۱ فیزیک چیست؟

یک تمرکز اصلی فیزیک عبارت است از نظریه نسبیت اینشتین، که نگاه آن به جهانی فراتر از تجربه عادی است - جهانی که در آن اجسام با تندیهایی نزدیک به تندی نور حرکت می‌کنند. در میان شگفتیهای دیگر، نظریه اینشتین پیش‌بینی می‌کند که آهنگی که ساعت کار می‌کند به میزان سرعت ساعت نسبت به ناظر بستگی دارد: حرکت سریعتر به معنای کندی کارکرد ساعت است. این پیش‌بینی و پیش‌بینیهای دیگر این نظریه تاکنون از هر آزمایش تجربی موفق بیرون آمده، و نظریه نسبیت ما را متوجه دید عمیقتر و قانع‌کننده‌تری از طبیعت فضا و زمان کرده است. اکنون در حال کشف جهان دیگری هستیم که خارج از تجربه عادی است - جهان زیر اتمی. با دسته جدیدی از شگفتیها روبه‌رو می‌شویم، که اگرچه عجیب به نظر می‌رسند، ولی فیزیکدانان را مرحله به مرحله به دید عمیقتری از واقعیت هدایت می‌کنند.

فیزیک کوانتومی که موضوع جدید ما به آن نامیده می‌شود، پاسخ چنین پرسشهایی را به دست می‌دهد: چرا ستارگان می‌درخشند؟ چرا عنصرهای جدول تناوبی چنین نظم آشکاری دارند؟ ترانزیستورها و قطعه‌های میکروالکترونیکی چگونه کار می‌کنند؟ چرا مس رسانای الکتریسیته است ولی شیشه نیست؟ زیرا فیزیک کوانتومی در همه شیمی از جمله بیوشیمی باید به حساب آورده شود. اگر بخواهیم خود زندگی را درک کنیم نیاز داریم آن را درک کنیم.

برخی از پیش‌بینیهای فیزیک کوانتومی حتی برای فیزیکدانان و فلاسفه، کسانی که بنیان آن را مطالعه می‌کنند عجیب به نظر می‌رسد. هنوز، آزمایش پس از آزمایش اثبات می‌کنند که این نظریه درست است و بسیاری حتی جنبه‌های عجیب نظریه را آشکار کرده‌اند. جهان کوانتومی پارکی تفریحی پر از دیدنیهای شگفت‌آوری است که می‌خواهند دنیای عقل سلیم ما را که از کودکی تکامل یافته است به لرزه درآورند. کاوش در این پارک کوانتومی را با فوتون شروع می‌کنیم.

۳۸-۲ فوتون، کوانتوم نور

فیزیک کوانتومی (که مکانیک کوانتومی و نظریه کوانتومی نیز گفته می‌شود) عمدتاً عبارت است از مطالعه وسیع جهان میکروسکوپی. در این جهان، بسیاری از کمیتهای فقط در مقادیرهای کمینه معینی (بنیادی)، یا مضرب صحیحی از مقادیرهای بنیادی یافت می‌شوند؛ گفته می‌شود که این کمیتهای کوانتیده‌اند. مقدار بنیادی که به چنین کمیتی مربوط می‌شود کوانتوم آن کمیت (در جمع کوانتا) نامیده می‌شود.

به بیان ضعیفتر، اسکناسهای آمریکا کوانتیده‌اند چون حداقل مقدار پول سکه یک پنی یا ۰/۰۱ دلار است و مقدار همه

سکه‌ها و پولهای دیگر به مضربهای صحیحی از این مقدار حداقل محدود می‌شود. به عبارت دیگر کوانتوم اسکناس ۰/۰۱ دلار است و همه مقادیرهای بزرگتر اسکناس $n \times 0.01$ دلار را تشکیل می‌دهند، که n همیشه مقدار مثبتی است. برای مثال، نمی‌توانید (۰/۰۱ دلار) $75/5 = 755/5$ دلار داشته باشید.

در سال ۱۹۰۵/۱۲۶۴ اینشتین پیشنهاد کرد که تابش الکترومغناطیسی (یا به طور ساده نور) کوانتیده است و در مقادیرهایی بنیادی (کوانتا) وجود دارد که اکنون فوتون نامیده می‌شود. این پیشنهاد ممکن است برای شما عجیب به نظر برسد چون تاکنون در چندین فصل درباره نظر کلاسیکی بحث کرده‌ایم که نور یک موج سینوسی، با طول موج λ ، بسامد f و تندی c است به طوری که

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (1-38)$$

افزون بر آن، در فصل ۲۹ (جلد دوم) بحث کردیم که موج نوری کلاسیکی ترکیب مستقلی از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی است که هر یک با بسامد f نوسان می‌کنند. این موج در میدانهای نوسان کننده چگونه می‌تواند از یک مقدار بنیادی از هر چیزی - کوانتوم نور - تشکیل شده باشد؟ فوتون چیست؟

معلوم شده است که مفهوم کوانتوم نور با فوتون، خیلی دقیقتر و مرموزتر از چیزی است که اینشتین تصور کرده بود. در واقع، هنوز هم درک ما از فوتون خیلی ضعیف است. در این کتاب، فقط درباره برخی از جنبه‌های اصلی مفهوم فوتون، تا حدی در امتداد خطهای پیشنهادی اینشتین بحث خواهیم کرد. بنابراین پیشنهاد، کوانتوم یک موج نوری با بسامد f دارای

$$E = hf \quad (\text{انرژی فوتون}) \quad (2-38)$$

است. اینجا h ثابت پلانک، ثابتی که است اولین بار در معادله ۲۸-۲۳ (جلد دوم) با آن مواجه شدیم و مقدار آن عبارت است از

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV.s} \quad (3-38)$$

کمترین مقدار انرژی که یک موج نوری با بسامد f می‌تواند داشته باشد hf ، انرژی یک فوتون تنها است. اگر موج انرژی بیشتری داشته باشد، انرژی کل آن باید مضرب صحیحی از hf باشد، درست مانند اسکناس مثال قبل که مضرب صحیحی از ۰/۰۱ دلار بود. نور نمی‌تواند انرژی مثلاً $0.16hf$ یا $75.5hf$ داشته باشد.

اینشتین هم چنین پیشنهاد کرد که هرگاه نور توسط جسمی (ماده‌ای) جذب یا گسیل شود، رویداد جذب یا گسیل در اتمهای ماده رخ می‌دهد. هرگاه نوری با بسامد f به وسیله اتمی جذب شود، انرژی hf یک فوتون از نور به اتم منتقل می‌شود. در این رویداد جذب، فوتون از بین می‌رود و اتم آن را جذب می‌کند. هرگاه نوری با بسامد f به وسیله اتمی گسیل شود،

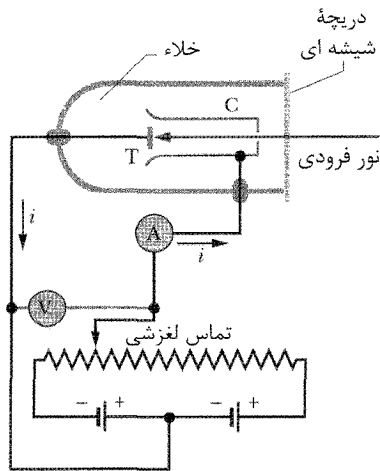
$$R = \frac{P_{\text{گیل}} \lambda}{hc}$$

$$= \frac{(100 \text{ W})(590 \times 10^{-9} \text{ m})}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2.998 \times 10^8 \text{ m/s})}$$

$$= 2.97 \times 10^{20} \text{ فوتون / s} \quad (\text{پاسخ})$$

۳۸-۳ اثر فوتوالکتریک

اگر باریکه‌ای از نور با طول موج بقدر کافی کوتاه را به سطح فلزی تمیزی بتابانید، این نور موجب می‌شود تا الکترون‌ها این سطح را ترک کنند (نور الکترون‌ها را از سطح می‌کند). این اثر فوتوالکتریک در بسیاری از وسایل از جمله دوربینهای تلویزیونی، دوربینهای ویدئویی و دوربینهای مرئی در شب به کار می‌رود. اینشتین از مفهوم فوتونی خود برای تشریح این اثر استفاده کرد ولی این اثر به سادگی و بدون فیزیک کوانتومی قابل درک نبود. دو آزمایش اساسی فوتوالکتریک را با استفاده از وسیله شکل ۳۸-۱ تحلیل می‌کنیم، که در آن نور با بسامد f به هدف T برخورد می‌کند و الکترون‌ها را از آن می‌کند. یک اختلاف پتانسیل V بین هدف T و ظرف C برای جمع‌آوری الکترون‌ها، که فوتو الکترون نامیده می‌شوند، برقرار است. این مجموعه یک جریان فوتوالکتریک i ایجاد می‌کند که با وسیله A اندازه‌گیری می‌شود.



شکل ۳۸-۱ وسیله به کار رفته برای مطالعه اثر فوتوالکتریک. نور فرودی به هدف T می‌تابد و الکترون‌ها را می‌کند که این الکترون‌ها توسط ظرف C جمع‌آوری می‌شوند. الکترون‌ها در مدار در جهت مخالف پیکان قراردادی جریان حرکت می‌کنند. باتریها و مقاومت متغیر برای ایجاد و تنظیم اختلاف پتانسیل الکتریکی بین T و C به کار می‌روند.

آزمایش فوتوالکتریک اول

اختلاف پتانسیل V را با حرکت دادن تماس لغزشی در شکل ۳۸-۱ تنظیم می‌کنیم به طوری که جمع‌کننده C نسبت به هدف T اندکی منفی باشد. این اختلاف پتانسیل جهت آهسته کردن الکترونهای کنده شده عمل می‌کند. سپس V را تا جایی تغییر

مقدار انرژی hf از اتم به نور منتقل می‌شود. در این رویداد گسیل، یک فوتون ناگهان ظاهر می‌شود و گفته می‌شود اتم آن را گسیل کرده است. بنابراین، می‌توانیم در اتمهای یک جسم جذب فوتون و گسیل فوتون داشته باشیم.

در مورد جسمی که از بسیاری اتم تشکیل شده است چندین جذب فوتونی (مانند عینک آفتابی) یا چندین گسیل فوتونی (مانند لامپ) می‌تواند وجود داشته باشد. ولی، هر رویداد جذب یا گسیل هنوز متضمن انتقال مقداری انرژی برابر با آن یک فوتون تنها از نور است.

وقتی درباره جذب یا گسیل نور در فصلهای گذشته بحث می‌کردیم، مثالهای موردنظر شامل چنان نور زیادی بودند که به فیزیک کوانتومی نیازی نبود، و با فیزیک کلاسیک با آنها برخورد کردیم. ولی، در انتهای قرن بیستم، فناوری چنان پیشرفته شد که آزمایشهای یک فوتونی انجام شدند و به صورت کاربردهای عملی درآمدند. از آن زمان فیزیک کوانتومی به صورت بخشی از عملیات استاندارد مهندسی، به ویژه در مهندسی اپتیک درآمد.

✓ **نکته واریسی ۱** تابشهای زیر را به ترتیب بزرگی انرژیهای مربوط به فوتون آنها مرتب کنید. (الف) نور زرد از یک لامپ بخار سدیم، (ب) پرتو گامای گسیل شده از هسته پرتوزا، (پ) موج رادیویی گسیل شده از یک ایستگاه رادیویی تجاری، (ت) باریکه میکروموج گسیل شده از رادار کنترل ترافیک فرودگاه.

مسئله نمونه ۳۸-۱

یک لامپ بخار سدیم در مرکز کره بزرگی قرار دارد که تمام نورهایی را که به آن می‌رسد جذب می‌کند. آهنگی که با آن لامپ انرژی گسیل می‌کند 100 W است؛ فرض کنید تمام این گسیل در طول موج 590 nm صورت می‌گیرد. با چه آهنگی فوتونها توسط کره جذب می‌شوند؟

نکته‌های کلیدی نور به صورت فوتون گسیل و جذب می‌شود. فرض می‌کنیم که همه نور گسیل شده توسط لامپ (و بنابراین جذب شده) به کره می‌رسند. بنابراین، آهنگ R که با آن فوتونها به وسیله کره جذب می‌شوند برابر با آهنگ $R_{\text{گیل}}$ است که با آن فوتونها توسط لامپ گسیل می‌شوند.

محاسبه‌ها: این آهنگ عبارت است از

$$R_{\text{گیل}} = \frac{P_{\text{گیل}}}{E} = \frac{\text{آهنگ گسیل انرژی}}{\text{انرژی هر فوتون گسیل شده}}$$

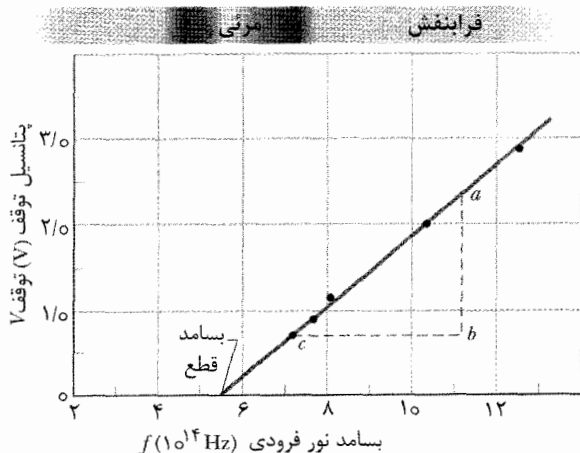
بنابراین، از معادله ۳۸-۲ ($E = hf$) خواهیم داشت

$$R = R_{\text{گیل}} = \frac{P_{\text{گیل}}}{hf}$$

با استفاده از معادله ۳۸-۱ ($f = c/\lambda$) با قرار دادن به جای f و سپس با وارد کردن مقدارهای معلوم، به دست می‌آوریم

آن چقدر پایین باشد، الکترونها همیشه باید بتوانند به وسیله نور کنده شوند. ولی این چیزی نیست که رخ می‌دهد. در مورد نور زیر بسامد قطع f_0 ، اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد، و مهم نیست که چشمه نور چقدر روشن باشد.

ولی، هرگاه انرژی از طریق فوتونها انتقال یابد، وجود یک بسامد قطع درست چیزی است که باید انتظار داشته باشیم. الکترونهای داخل هدف به واسطه نیروهای الکتریکی در آنجا نگهداشته شده‌اند. (اگر این نیروها وجود نداشتند، الکترونها به واسطه نیروی گرانشی وارد بر آنها از هدف بیرون می‌ریختند.) جهت فرار از هدف، یک انرژی کمینه معین Φ باید به الکترون داده شود، که Φ خاصیتی از ماده هدف است که تابع کار آن نامیده می‌شود. اگر انرژی hf انتقال یافته به یک الکترون توسط



شکل ۲-۳۸ پتانسیل توقف $V_{\text{توقف}}$ برحسب تابعی از بسامد f نور فرودی برای یک هدف سدیم T در وسیله شکل ۱-۳۸. (این داده‌ها توسط میلیکان در سال ۱۹۱۶/۱۲۹۵ گزارش شده‌اند.)

یک فوتون بیشتر از تابع کار ماده باشد (اگر $hf > \Phi$)، الکترون می‌تواند از هدف فرار کند. ولی در صورتی که انرژی انتقال یافته بیشتر از تابع کار نباشد (یعنی اگر $hf < \Phi$)، الکترون نمی‌تواند فرار کند. این همان چیزی است که شکل ۲-۳۸ نشان می‌دهد.

معادله فوتوالکتریک

اینشتین نتایج آزمایشهای فوتوالکتریک را در معادله زیر جمع کرد

$$hf = K_{\text{max}} + \Phi \quad (۵-۳۸) \quad (\text{معادله فوتوالکتریک})$$

این بیانی از پایداری انرژی برای جذب یک فوتون تنها توسط یک هدف با تابع کار Φ است. انرژی برابر با انرژی فوتون hf در ماده هدف به یک الکترون منتقل می‌شود. اگر الکترون بخواهد از هدف فرار کند، باید انرژی حداقل برابر با Φ گرفته باشد. هر انرژی اضافی $(hf - \Phi)$ که الکترون از فوتون به دست آورد به صورت انرژی جنبشی K الکترون ظاهر می‌شود. در مطلوب‌ترین شرایط، الکترون می‌تواند از سطح فرار کند

می‌دهیم که به مقدار معینی به نام پتانسیل توقف $V_{\text{توقف}}$ برسد، در این نقطه آمپرسنج A دقیقاً به صفر افت می‌کند. وقتی $V = V_{\text{توقف}}$ باشد، بسیاری از الکترونهای پرانرژی کند شده قبل از آنکه به جمع کننده برسند برمی‌گردند. بنابراین، K_{max} یعنی انرژی جنبشی این الکترونهای پرانرژی عبارت است از

$$K_{\text{max}} = eV_{\text{توقف}} \quad (۴-۳۸)$$

که در آن e بار بنیادی است.

اندازه‌گیرها نشان می‌دهند که برای نور با بسامد معین، K_{max} به شدت چشمه نور بستگی ندارد. اینکه چشمه روشنایی خیره کننده داشته باشد یا خیلی ضعیف باشد که به سختی بتوان آن را آشکار کرد (یا با روشنایی متوسط)، بیشینه انرژی جنبشی الکترونهای کنده شده همیشه مقدار یکسانی دارد.

این نتیجه تجربی برای فیزیک کلاسیک یک معماست. از نظر کلاسیک، نور فرودی یک موج الکترومغناطیسی نوسان کننده سینوسی است. یک الکترون درون هدف به علت نیروی الکتریکی نوسانی وارد بر آن از طرف میدان الکتریکی موج باید به طور سینوسی نوسان کند. اگر دامنه نوسان الکترون بقدر کافی بزرگ باشد، الکترون باید از سطح هدف آزاد شود - یعنی از هدف کنده شود. بنابراین، اگر دامنه موج و میدان الکتریکی نوسانی آن را بیشتر کنیم، باید به الکترون موقع کنده شدن با انرژی بیشتری «ضربه» وارد شده باشد. ولی، این چیزی نیست که رخ می‌دهد. به ازای یک بسامد معین، باریکه‌های نور شدید و باریکه‌های نور ضعیف هر دو دقیقاً بیشینه ضربه یکسانی به الکترونهای کنده شده وارد می‌کنند.

نتیجه واقعی به طور طبیعی وقتی به دست می‌آید که برحسب فوتونها فکر کنیم. اکنون انرژی که می‌تواند از نور فرودی به الکترونی در هدف انتقال یابد انرژی یک فوتون تنهاست. افزایش شدت نور تعداد فوتونهای نور را افزایش می‌دهد، ولی انرژی فوتون که با معادله ۲-۳۸ ($E = hf$) داده می‌شود بدون تغییر می‌ماند چون بسامد تغییر نکرده است. بنابراین، انرژی انتقال یافته به انرژی جنبشی یک الکترون نیز بدون تغییر می‌ماند.

آزمایش فوتوالکتریک دوم

حال بسامد f نور فرودی را تغییر می‌دهیم و پتانسیل توقف $V_{\text{توقف}}$ مربوط را اندازه می‌گیریم. شکل ۲-۳۸ نمودار توقف $V_{\text{توقف}}$ برحسب f است. توجه کنید که اگر بسامد کمتر از یک بسامد قطع f_0 معین باشد، یا به طور معادل، اگر طول موج بزرگتر از طول موج قطع متناظر $\lambda_0 = c/f_0$ باشد، اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. به همین دلیل است که مهم نیست که نور فرودی چقدر شدید باشد.

این معمای دیگر فیزیک کلاسیک است. اگر به نور از دید یک موج الکترومغناطیسی نگاه کنید، باید انتظار داشته باشید که اگر به آنها انرژی کافی بدهیم - یعنی از چشمه نوری که روشنایی کافی داشته باشد استفاده کنیم، - مهم نیست که بسامد

بود) انتقال یافته باشد. چه مدت طول می کشد تا ورقه انرژی لازم را برای کندن یک الکترون جذب کند؟ فرض کنید که ورقه تمام انرژی را که به آن می رسد جذب می کند و اینکه الکترونی که کنده می شود انرژی را از قسمت دایره ای ورقه به شعاع $5.0 \times 10^{-11} \text{ m}$ ، یعنی تقریباً شعاع یک اتم نوعی جذب می کند.

نکته های کلیدی

۱. بازه زمانی Δt مورد نیاز برای جذب انرژی ΔE توسط قسمت دایره ای به آهنگ P_{abs} بستگی دارد که با آن انرژی جذب می شود

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P_{\text{abs}}}$$

۲. اگر الکترون از ورقه کنده شود، کمترین مقدار انرژی ΔE که باید قسمت دایره ای از نور به دست آورد برابر با تابع کار Φ پتاسیم است. پس

$$\Delta t = \frac{\Phi}{P_{\text{abs}}}$$

۳. چون قسمت دایره ای جذب کننده کامل است، آهنگ جذب P_{abs} برابر با آهنگ P_{arr} است که با آن انرژی به قسمت دایره ای می رسد؛ یعنی

$$\Delta t = \frac{\Phi}{P_{\text{arr}}}$$

۴. با معادله ۲۹-۲۳ (جلد دوم) $[I = (\text{مساحت} / \text{توان})]$ ، می توان انرژی رسیده با آهنگ P_{arr} را به شدت I نور در قسمت دایره ای و مساحت A آن مرتبط ساخت

$$P_{\text{arr}} = IA$$

بنابراین،

$$\Delta t = \frac{\Phi}{IA}$$

۵. چون چشمه نور همسانگرد است، شدت نور I در فاصله r از چشمه به آهنگ گسیل P بستگی دارد که با آن انرژی بنابر معادله ۲۹-۲۷ (جلد دوم) به وسیله چشمه گسیل می شود

$$I = \frac{P_{\text{گسیل}}}{4\pi r^2}$$

محاسبه ها: بنابراین، سرانجام خواهیم داشت

$$\Delta t = \frac{4\pi r^2 \Phi}{P_{\text{گسیل}} A}$$

سطح آشکارسازی A عبارت است از

$$\pi(5.0 \times 10^{-11} \text{ m})^2 = 7.85 \times 10^{-21} \text{ m}^2$$

و تابع کار Φ عبارت است از $2.2 \text{ eV} = 3.5 \times 10^{-19} \text{ J}$ با قراردادن اینها و داده های دیگر خواهیم داشت

$$\Delta t = \frac{4\pi(3.5 \times 10^{-19} \text{ J})}{(1/5 \text{ W})(7.85 \times 10^{-21} \text{ m}^2)}$$

$$= 4580 \text{ s} \approx 1.3 \text{ h} \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، از فیزیک کلاسیک معلوم می شود که باید بیشتر از یک ساعت پس از روشن شدن چشمه نور برای فوتوالکترونی

بدون اینکه هیچ انرژی از این انرژی جنبشی را در این فرایند از دست بدهد؛ در این صورت الکترون با بیشترین انرژی جنبشی ممکن K_{max} در خارج هدف ظاهر می شود.

با قراردادن K_{max} از معادله ۳۸-۴ ($K_{\text{max}} = eV_{\text{توقف}}$) معادله ۳۸-۵ را بازنویسی می کنیم. پس از اندکی جابه جایی به دست می آوریم

$$V_{\text{توقف}} = \left(\frac{h}{e}\right)f - \frac{\Phi}{e} \quad (6-38)$$

نسبتهای h/e و Φ/e ثابت اند، و بنابراین، انتظار داریم که نمودار پتانسیل توقف $V_{\text{توقف}}$ که برحسب بسامد f نور اندازه گیری شده است مانند شکل ۳۸-۲ یک خط راست باشد. افزون بر این، شیب این خط راست باید h/e باشد. جهت بررسی، در شکل ۳۸-۲ ab و bc را اندازه گرفته و می نویسیم

$$\frac{h}{e} = \frac{ab}{bc} = \frac{2.35 \text{ V} - 0.72 \text{ V}}{(11/2 \times 10^{14} - 7/2 \times 10^{14}) \text{ Hz}} = 4.1 \times 10^{-15} \text{ V.s}$$

با ضرب این نتیجه در بار بنیادی e ، پیدا می کنیم

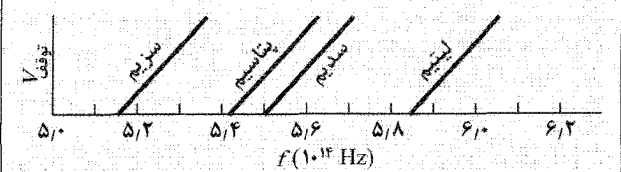
$$h = (4.1 \times 10^{-15} \text{ V.s})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

که با مقدارهای اندازه گیری شده با بسیاری از روشهای دیگر توافق دارد.

نکته: توصیف اثر فوتوالکتریک قطعاً مستلزم فیزیک کوانتومی است. به مدت چندین سال توصیف اینشتین استدلال مجاب کننده ای برای وجود فوتونها بود. ولی، در سال ۱۹۶۹/۱۳۴۸ توصیف دیگری برای این اثر به دست آمد که از فیزیک کوانتومی استفاده می کرد ولی به مفهوم فوتونها نیازی نداشت. نور در واقع به صورت فوتون کوانتیده است، ولی توصیف اینشتین از اثر فوتوالکتریک بهترین استدلال برای این وضعیت نیست.

نکته وارسی ۲ شکل داده هایی مشابه با داده های شکل

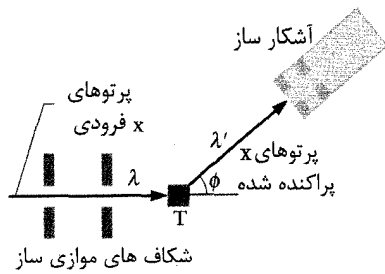
۳۸-۲ را برای هدفهای سزیم، پتاسیم، سدیم و لیتیم نشان می دهد. نمودارها موازی اند. (الف) این هدفها را به ترتیب بزرگی تابعهای کار آنها مرتب کنید. (ب) این نمودارها را به ترتیب بزرگی مقدار h که به دست می دهند مرتب کنید.



مسئله نمونه ۳۸-۲

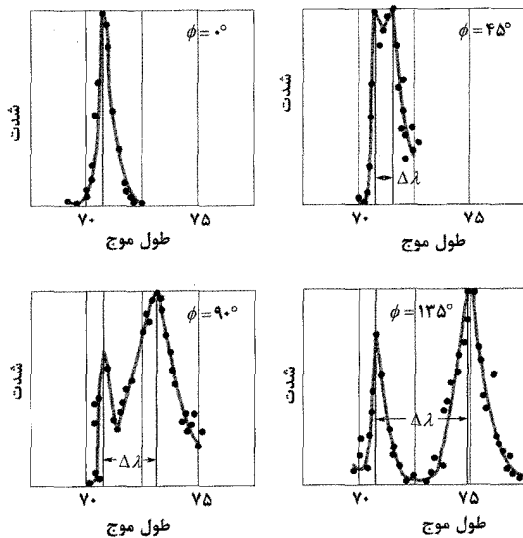
ورقه ای از پتاسیم در فاصله $r = 3.5 \text{ m}$ از یک چشمه نوری همسانگرد که انرژی را با آهنگ $P = 1/5 \text{ W}$ گسیل می کند قرار دارد. تابع کار Φ پتاسیم 2.2 eV است. فرض کنید که انرژی منتقل شده توسط نور فرودی به ورقه به طور پیوسته و هموار (یعنی اگر فیزیک کلاسیک به جای فیزیک کوانتومی حکم فرما

موج و شدت پرتوهای x را که در جهتهای مختلف از هدف کربن پراکنده می‌شدند اندازه‌گیری کرد.



شکل ۳-۳۸ وسیله کامپتون. باریکه‌ای از پرتوهای x با طول موج $\lambda = 71/1 \text{ pm}$ به هدف T از کربن می‌تابد. پرتوهای x که از این هدف پراکنده می‌شوند در زاویه‌های ϕ مختلف نسبت به باریکه فرودی دیده می‌شوند. آشکارساز هم شدت پرتوهای x و هم طول موج آنها را اندازه می‌گیرد.

شکل ۴-۳۸ نتایج او را نشان می‌دهد. اگرچه در باریکه پرتو x فرودی فقط یک طول موج تنها ($\lambda = 71/1 \text{ pm}$) وجود دارد، ولی می‌بینیم که پرتوهای x پراکنده شده شامل گستره‌ای از طول موجها با دو قله شدت قابل توجه است. یک قله در اطراف طول موج λ فرودی و قله دیگر در اطراف یک طول موج λ' است که از λ به اندازه $\Delta\lambda$ بیشتر است و جابه‌جایی کامپتون نامیده می‌شود. مقدار جابه‌جایی کامپتون به زاویه‌ای که در آن پرتوهای x پراکنده شده آشکار شده‌اند بستگی دارد.



شکل ۴-۳۸ نتایج کامپتون برای چهار مقدار زاویه پراکندگی ϕ . توجه کنید که جابه‌جایی کامپتون $\Delta\lambda$ وقتی زاویه پراکندگی بیشتر شود افزایش می‌یابد.

شکل ۴-۳۸ هم‌چنین معمای دیگری برای فیزیک کلاسیک است. به طور کلاسیکی باریکه پرتو x فرودی یک موج الکترومغناطیسی است که به طور سینوسی نوسان می‌کند. یک الکترون در هدف کربن به واسطه نیروی الکتریکی نوسانی وارد

که باید کنده شود منتظر بمانیم. زمان واقعی انتظار کمتر از 10^{-9} s است. بنابراین، روشن است که الکترون نمی‌تواند انرژی را بتدریج از نوری که وارد قسمت دایره‌ای شامل الکترون می‌شود جذب کند. بلکه یا، الکترون اصلاً انرژی جذب نمی‌کند یا کوانتوم انرژی را فوراً با گرفتن فوتون از نور جذب می‌کند.

مسئله نمونه ۳-۳۸

تابع کار Φ سدیم را از شکل ۳-۳۸ پیدا کنید.

نکته کلیدی می‌توانیم تابع کار Φ را از بسامد قطع f_0 پیدا کنیم (که روی نمودار می‌توان آن را اندازه گرفت). دلیل آن این است: در بسامد قطع انرژی جنبشی K_{max} در معادله ۵-۳۸ صفر است. بنابراین، همه انرژی hf که از یک فوتون به یک الکترون منتقل می‌شود صرف فرار کردن الکترون می‌شود، که مستلزم انرژی Φ است.

محاسبه‌ها: از معادله ۵-۳۸ با $f = f_0$ خواهیم داشت

$$hf_0 = 0 + \Phi = \Phi$$

در شکل ۳-۳۸، بسامد قطع f_0 بسامدی است که در آن خط رسم شده محور افقی بسامد را تقریباً در $5/5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ قطع می‌کند. در این صورت خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \Phi &= hf_0 = (6/63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(5/5 \times 10^{14} \text{ Hz}) \\ &= 3/6 \times 10^{-19} \text{ J} = 2/3 \text{ eV} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

۴-۳۸ فوتونها اندازه حرکت دارند

در سال ۱۹۱۶/۱۲۹۴ اینشتین با پیشنهاد اینکه کوانتوم نور دارای اندازه حرکت خطی است مفهوم خود از کوانتای نور (فوتونها) را گسترش داد. در مورد فوتونی با انرژی hf ، بزرگی این اندازه حرکت عبارت است از

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{اندازه حرکت فوتون}) \quad (7-38)$$

که در آن از معادله ۱-۳۸ ($f = c/\lambda$) قرار داده‌ایم. بنابراین، وقتی فوتون با ماده برهم‌کنش می‌کند، انرژی و اندازه حرکت انتقال می‌یابند، مانند اینکه بین فوتون و ماده در برداشت کلاسیکی برخوردی روی داده است (مانند آنچه که در فصل ۹ دیدیم، جلد اول).

در سال ۱۹۲۳/۱۳۰۱، آرتور کامپتون^۱ در دانشگاه واشینگتن در سنت لوئیس آزمایشی انجام داد که این نظریه را که اندازه حرکت و انرژی از طریق فوتونها انتقال می‌یابند تأیید می‌کرد. همانطور که در شکل ۳-۳۸ نشان داده شده است، او باریکه‌ای از پرتوهای x با طول موج λ را به یک هدف ساخته شده از کربن تاباند. پرتو x شکلی از تابش الکترومغناطیسی است که بسامدی بالا و بنابراین، طول موجی کوچک دارد. کامپتون طول

$$hf = hf' + K$$

که در آن hf انرژی فوتون پرتو x فرودی، hf' انرژی فوتون پرتو x پراکنده شده، و K انرژی جنبشی الکترون پس زده شده است. چون الکترون ممکن است با تندی قابل مقایسه‌ای با تندی نور پس زده شود، باید معادله نسبیتی ۳۷-۵۲ را برای انرژی جنبشی الکترون به کار ببریم

$$K = mc^2(\gamma - 1)$$

در اینجا m جرم الکترون و γ عامل لورنتس است

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

با قراردادن K در معادله پایستگی انرژی خواهیم داشت

$$hf = hf' + mc^2(\gamma - 1)$$

با قراردادن c/λ به جای f و c/λ' به جای f' به معادله جدید پایستگی انرژی می‌رسیم

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc(\gamma - 1) \quad (۳۸-۴)$$

حال قانون پایستگی اندازه حرکت را برای برخورد پرتو x - الکترون شکل ۳۸-۵ به کار می‌بریم. از معادله ۳۸-۷ ($p = h/\lambda$)، بزرگی اندازه حرکت فوتون فرودی h/λ و اندازه حرکت فوتون پراکنده شده h/λ' است. از معادله ۳۷-۴۱، بزرگی اندازه حرکت الکترون پس زده شده برابر $p = \gamma mv$ است. چون یک وضعیت دو بعدی داریم، معادله جداگانه‌ای برای پایستگی اندازه حرکت در امتداد محورهای x و y می‌نویسیم و به دست می‌آوریم

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \phi + \gamma mv \cos \theta \quad (\text{محور } x) \quad (۳۸-۹)$$

و

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \phi - \gamma mv \sin \theta \quad (\text{محور } y) \quad (۳۸-۱۰)$$

می‌خواهیم $\Delta\lambda (= \lambda' - \lambda)$ ، جابه‌جایی کامپتون پرتوهای x پراکنده شده را پیدا کنیم. از پنج متغیر برخورد $(\lambda, \lambda', v, \phi, \theta)$ که در معادله‌های ۳۸-۸ و ۳۸-۹ و ۳۸-۱۰ ظاهر شده‌اند، v و θ را حذف می‌کنیم که فقط مربوط به الکترون پس زده است. با انجام عملیات جبری (که قدری پیچیده است) معادله جابه‌جایی کامپتون برحسب تابعی از زاویه پراکندگی ϕ به صورت زیر به دست می‌آید

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \phi) \quad (\text{جابه‌جایی کامپتون}) \quad (۳۸-۱۱)$$

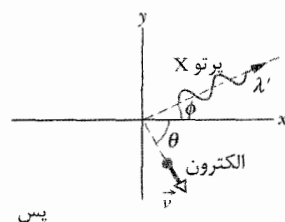
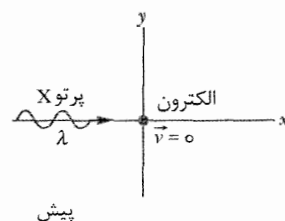
معادله ۳۸-۱۱ با نتایج تجربی کامپتون دقیقاً توافق دارد.

کمیت h/mc در معادله ۳۸-۱۱ ثابتی است که طول موج کامپتون نامیده می‌شود. مقدار آن به جرم m ذره‌ای که پرتو x از آن پراکنده شده است بستگی دارد. در اینجا این ذره یک الکترون مقید ضعیف است و بنابراین، جرم الکترون را به جای m قرار می‌دهیم و طول موج کامپتون را برای پراکندگی از الکترون به دست می‌آوریم.

بر آن از میدان الکتریکی موج، به طور سینوسی نوسان می‌کند. افزون بر این، الکترون باید با همان بسامد موج نوسان کند و موجها را با همین بسامد، مانند حالتی که در یک آنتن فرستنده کوچک وجود دارد، ارسال کند. بنابراین، پرتوهای x پراکنده شده توسط الکترون باید بسامد یکسان و طول موج یکسان مانند پرتوهای x در باریکه فرودی داشته باشند - ولی این طور نیست.

کامپتون پراکندگی پرتوهای x از کربن را برحسب انتقال انرژی و اندازه حرکت توسط فوتونها، بین باریکه فرودی x و الکترونها، مقید ضعیف در هدف کربن تفسیر کرد. نخست به طور مفهومی و سپس به طور کمی بررسی می‌کنیم که چگونه تفسیر فیزیک کوانتومی به درکی از نتایج کامپتون می‌انجامد.

فرض کنید یک فوتون تنها (با انرژی $E = hf$) به برهم‌کنش بین باریکه پرتو فرودی پرتو x و یک الکترون ساکن مربوط باشد. در حالت کلی، جهت حرکت پرتو x تغییر خواهد کرد (پرتو x پراکنده می‌شود) و الکترون پس خواهد زد، که بدان معناست که الکترون مقداری انرژی جنبشی به دست آورده است. انرژی در این برهم‌کنش منزوی پایسته است. بنابراین، انرژی فوتون پراکنده شده ($E' = hf'$) باید کمتر از فوتون فرودی باشد. پس، پرتوهای x پراکنده شده باید بسامدی کمتر از f' داشته باشند و از این رو طول موج λ' بلندتر از طول موج پرتوهای x فرودی است، درست مانند نتایج تجربی کامپتون که شکل ۳۸-۴ نشان می‌دهد.



شکل ۳۸-۵ پرتو x با طول موج λ با الکترون ساکن برهم‌کنش می‌کند. پرتو x با زاویه ϕ ، با طول موج افزایش یافته λ' پراکنده می‌شود. الکترون در زاویه θ با تندی v حرکت می‌کند.

برای قسمت کمی، اول قانون پایستگی انرژی را به کار می‌بریم. شکل ۳۸-۵ «برخوردی» بین پرتو x و الکترون آزاد ساکن در هدف را نشان می‌دهد. بر اثر برخورد، پرتو x با طول موج λ' در زاویه ϕ و الکترون با زاویه θ نشان داده شده حرکت می‌کند. بنابراین، پایستگی انرژی به دست می‌دهد

یک مطلب باقی مانده

$$\text{کسر} = \frac{\text{اتلاف انرژی}}{\text{انرژی اولیه}} = \frac{E - E'}{E}$$

محاسبه ها: از معادله ۳۸-۲ ($E = hf$)، انرژی اولیه E و انرژی آشکار شده E' پرتوهای x را برحسب بسامدها قرار می دهیم. بنابراین، از معادله ۳۸-۱ ($f = c/\lambda$)، می توانیم این بسامدها را برحسب طول موجها قرار دهیم. پیدا می کنیم

$$\text{کسر} = \frac{hf - hf'}{hf} = \frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c/\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda}$$

$$= \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} \quad (۳۸-۱۲)$$

با قراردادن داده های معلوم خواهیم داشت

$$\text{کسر} = \frac{۲/۲۱ \text{ pm}}{۲۲ \text{ pm} + ۲/۲۱ \text{ pm}} = ۰/۰۹۱ \text{ یا } ۹/۱\%$$

(پاسخ)

اگرچه جابه جایی کامپتون $\Delta\lambda$ مستقل از طول موج λ پرتوهای فرودی است (به معادله ۳۸-۱۱ نگاه کنید)، ولی کسر اتلاف انرژی پرتوهای x به λ بستگی دارد، و به طوری که معادله ۳۸-۱۲ نشان می دهد با کاهش طول موج تابش فرودی، افزایش می یابد.

۳۸-۵ نور به عنوان موج احتمال

یک راز اصلی در فیزیک این است که چگونه نور در فیزیک کلاسیک می تواند یک موج باشد (که در ناحیه ای گسترده می شود) ولی در فیزیک کوانتومی به صورت فوتونایی (که در نقطه هایی ایجاد و از بین می رود) گسیل یا جذب شود. آزمایش دو شکاف در بخش ۳۵-۴ در قلب این راز قرار دارد. درباره سه صورت آن آزمایش بحث می کنیم.

صورت استاندارد

شکل ۳۸-۶ نموداری از آزمایش اصلی انجام شده به وسیله توماس یانگ در سال ۱۸۰۱/۱۱۷۹ است (هم چنین به شکل ۳۵-۸ نگاه کنید). نور بر پرده B می تابد، که دو شکاف موازی باریک دارد. موجهای نوری که از دو شکاف بیرون می آیند به وسیله پراش پخش می شوند و روی صفحه مشاهده C به علت تداخل همپوشانی می کنند، و نقشی از بیشینه ها و کمینه های متناوب شدت را تشکیل می دهند. در بخش ۳۵-۴ وجود این فریزهای تداخلی را به عنوان دلیلی برای طبیعت موجی نور در نظر گرفتیم.

اکنون آشکارساز ظریف فوتون D را در نقطه ای در صفحه C قرار می دهیم. آشکارساز یک وسیله فوتوالکتریکی است که وقتی فوتونی را جذب کند صدا می کند. درمی یابیم که آشکارساز دسته ای از صداها را ایجاد می کند که از نظر زمانی کاتوره ای هستند و هر صدا به سیگنال انتقال انرژی از موج نوری به صفحه از طریق جذب یک فوتون مربوط است.

اگر آشکارساز را همانطور که در شکل ۳۸-۶ با پیکان سیاه نشان داده شده است، به آهستگی بالا یا پایین ببریم، درمی یابیم که با گذشتن از بیشینه ها و کمینه های متناوب که دقیقاً به

قله واقع در طول موج فرودی ($\lambda = ۷۱/۱ \text{ pm}$) در شکل ۳۸-۴ هنوز نیاز به توضیح دارد. این قله نه از برهم کنشهای بین پرتوهای x و الکترونهای خیلی سست در هدف بلکه از برهم کنشهای بین پرتوهای x و الکترونهایی که پیوند محکمی با اتمهای کربن تشکیل دهنده هدف دارند حاصل می شود. به طور مؤثر هر برخوردی از نوع اخیر بین پرتو x فرودی و تمام اتم کربن رخ می دهد. اگر m جرم یک اتم کربن (تقریباً ۲۲۰۰۰ برابر یک الکترون) را در معادله ۳۸-۱۱ قرار دهیم، می توان دید که $\Delta\lambda$ تقریباً ۲۲۰۰۰ برابر کوچکتر از جابه جایی کامپتون برای الکترون است - که به دلیل زیاد کوچک بودن آشکار نمی شود. بنابراین، پرتوهای x پراکنده شده در این برخوردها همان طول موج پرتوهای x فرودی را دارند.

نکته واریسی ۳ پراکندگی کامپتون را در مورد پرتوهای x ($\lambda \approx ۲۰ \text{ pm}$) با نور مرئی ($\lambda \approx ۵۰۰ \text{ nm}$) در یک زاویه معین پراکندگی مقایسه کنید. کدامیک بزرگتر است (الف) جابه جایی کامپتون، (ب) جابه جایی کسر طول موج، (پ) کسر اتلاف انرژی و (ت) انرژی منتقل شده به الکترون؟

مسئله نمونه ۳۸-۴

پرتوهای x با طول موج $\lambda = ۲۲ \text{ pm}$ ($۵۶ \text{ keV} = \text{انرژی فوتون}$) از یک هدف کربنی پراکنده و پرتوهای پراکنده شده در زاویه ۸۵° نسبت به باریکه فرودی آشکار می شوند.

(الف) جابه جایی کامپتون پرتوهای پراکنده شده چقدر است؟

نکته کلیدی جابه جایی کامپتون عبارت است از تغییر طول موج پرتوهای x به واسطه پراکندگی از الکترونهای دارای پیوند ضعیف در یک هدف. افزون بر این، این جابه جایی بنابر معادله ۳۸-۱۱ به زاویه ای که پرتوهای x پراکنده آشکار می شوند بستگی دارد.

محاسبه ها: با قراردادن ۸۵° برای این زاویه و $۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg}$ برای جرم الکترون (چون پراکندگی از الکترونهاست) در معادله ۳۸-۱۱، خواهیم داشت

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

$$= \frac{(۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴} \text{ J.s}) (1 - \cos ۸۵^\circ)}{(۹/۱۱ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg}) (۳/۰۵ \times ۱۰^۸ \text{ m/s})}$$

$$= ۲/۲۱ \times ۱۰^{-۱۲} \text{ m} \approx ۲/۲ \text{ pm} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) در چنین پراکندگی چه درصدی از انرژی فوتون پرتو x اولیه به الکترون انتقال می یابد؟

نکته کلیدی لازم است کسر اتلاف انرژی برای فوتونهایی که از الکترونها پراکنده می شوند را پیدا کنیم

صورت تک فوتون

صورت تک فوتون در آزمایش دو شکاف اولین بار به وسیله تیلور^۱ در سال ۱۹۰۹/۱۲/۸ انجام شد و تا کنون به دفعات زیادی تکرار شده است. این صورت با صورت استاندارد این فرق را دارد که در آزمایش تیلور چشمه نور آنچنان ضعیف است که در بازه‌های کاتوره‌ای در یک لحظه فقط یک فوتون گسیل می‌کند. در کمال شگفتی، اگر زمان آزمایش به اندازه کافی زیاد باشد (چند ماه برای آزمایش اولیه تیلور) باز هم فریزهای تداخلی روی صفحه C تشکیل خواهند شد.

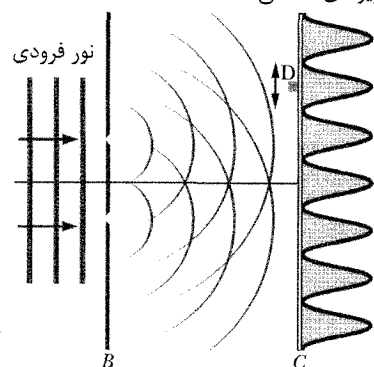
چه توصیفی برای نتیجه آزمایش دو شکاف تک فوتون می‌توان ارائه داد؟ پیش از آنکه حتی این نتیجه را بررسی کنیم، پرسش‌هایی مانند اینها مطرح است: اگر در یک لحظه یکی از فوتونها از وسیله عبور کنند، این فوتون معین از کدام دو شکاف در پرده B می‌گذرد؟ حتی این فوتون معین چگونه «می‌داند» که شکاف دیگری وجود دارد به گونه‌ای که تداخلی امکان‌پذیر گردد؟ و اینکه آیا یک تک فوتون می‌تواند به طریقی از هر دو شکاف بگذرد و با خودش تداخل کند؟

به خاطر داشته باشید که تنها چیزی که درباره فوتونها می‌دانیم موقع برهم‌کنش نور با ماده است — هیچ راهی برای آشکارسازی آنها بدون برهم‌کنش با ماده، مانند یک آشکارساز یا یک صفحه وجود ندارد. بنابراین، در آزمایش شکل ۳۸-۶، تمام آن چیزی که می‌دانیم این است که فوتونها از چشمه نوری سرچشمه گرفته‌اند و در صفحه محو می‌شوند. بین چشمه و صفحه، نمی‌دانیم فوتون چیست و چه می‌کند. چون سرانجام یک نقش تداخلی روی پرده تشکیل می‌شود، مسلم فرض می‌کنیم که هر فوتون فاصله چشمه تا صفحه را به صورت موجی طی می‌کند که فضای بین چشمه و صفحه را پر می‌کند و سپس با انتقال انرژی و اندازه حرکت به یک نقطه از صفحه، با جذب فوتون در آن نقطه محو می‌شود.

نمی‌توانیم پیش‌بینی کنیم که به ازای هر فوتون معین که از چشمه منشأ می‌گیرد این انتقال در کجا رخ خواهد داد (در کجا یک فوتون آشکار خواهد شد). ولی، می‌توانیم احتمالی را پیش‌بینی کنیم که یک انتقال در هر نقطه معین روی پرده رخ خواهد داد. انتقالها تمایل دارند در ناحیه‌هایی با فریزهای روشن در نقش تداخلی رخ دهند (و بنابراین، فوتونها تمایل دارند جذب شوند). انتقالها تمایل ندارند در ناحیه‌هایی با فریزهای تاریک در نقش تداخلی رخ دهند (و بنابراین، فوتونها تمایل ندارند جذب شوند). پس، می‌توانیم بگوییم موجی که از چشمه تا صفحه حرکت می‌کند یک موج/احتمال است که نقشی از «فریزهای احتمال» روی صفحه ایجاد می‌کند.

بیشینه‌ها و کمینه‌های فریزهای تداخلی مربوط می‌شوند آهنگ ایجاد صدا زیاد و کم می‌شود.

فریزهای تداخلی



شکل ۳۸-۶ نور بر پرده B ، که شامل دو شکاف موازی است می‌تابد. نور خارج شده از این شکافها به وسیله پراش به طرف بیرون پخش می‌شود. دو موج پراشیده روی صفحه مشاهده C همپوشانی می‌کنند و نقشی از فریزهای تداخلی را تشکیل می‌دهند. آشکارساز فوتونی کوچک D در صفحه C به ازای هر فوتونی که جذب می‌کند صدای واضحی ایجاد می‌کند.

نکته این آزمایش به صورت زیر است. نمی‌توانیم پیش‌بینی کنیم که فوتونها چه موقع در نقطه خاصی روی صفحه C آشکار می‌شوند: فوتونها در نقطه‌هایی منفرد در زمانهایی کاتوره‌ای آشکار می‌شوند. با این وجود، می‌توانیم پیش‌بینی کنیم که احتمال نسبی اینکه یک فوتون تنها در بازه زمانی معینی در نقطه‌ای خاص آشکار شود متناسب با شدت نور در آن نقطه است.

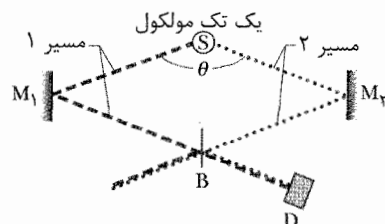
از معادله ۲۹-۲۶ ($I = E_{rms}^2 / c\mu_0$) در بخش ۲۹-۵ (جلد دوم) می‌دانیم که شدت I هر موج نوری در هر نقطه متناسب با مربع E_m ، دامنه بردار میدان الکتریکی نوسانی موج در آن نقطه است. بنابراین،

احتمال (در یکای بازه زمانی) اینکه فوتونی در حجم کوچکی واقع در نقطه معینی در یک موج توری آشکار شود متناسب با مربع دامنه بردار میدان الکتریکی موج در آن نقطه است.

حال به یک توصیف احتمالی از موج نوری و از این رو دید دیگری نسبت به نور می‌پردازیم. نور نه تنها یک موج الکترومغناطیسی است بلکه یک موج احتمال است. یعنی، به هر نقطه در یک موج نوری می‌توان یک احتمال عددی (در یکای بازه زمانی) نسبت داد که یک فوتون می‌تواند در حجم کوچک واقع در آن نقطه آشکار شود.

تک فوتون، صورت زاویه باز

در گذشته، فیزیکدانان سعی کردند آزمایش دو شکاف با تک فوتون را برحسب بسته‌های کوچک موجهای نوری کلاسیکی که به طور جداگانه به طرف شکافها فرستاده می‌شوند توصیف کنند. آنها این بسته‌های کوچک را فوتون نامیدند. ولی، آزمایشهای جدید این توضیح و تعریف را نامعتبر کردند. شکل ۷-۳۸ آرایشی از یکی از این آزمایشها را نشان می‌دهد که در سال ۱۹۹۲/۱۳۶۱ به وسیله مینگ لای^۱ و جین کلود دایلز^۲ از دانشگاه نیومکزیکو گزارش شده است. چشمه S مولکولهایی دارد که فوتونهایی را در زمانهای کاملاً مجزا گسیل می‌کند. آینه‌های M_1 و M_2 طوری قرار گرفته‌اند که نوری را که چشمه در امتداد دو مسیر مشخص ۱ و ۲ با فاصله زاویه‌ای θ نزدیک به 180° گسیل می‌کند، بازتاب می‌دهند. این آرایش با آزمایش دو شکاف استاندارد که در آن زاویه بین مسیرهای نوری که به دو شکاف می‌رسند خیلی کوچک است تفاوت دارد.



شکل ۷-۳۸ نور حاصل از گسیل تک فوتون در چشمه S روی دو مسیری حرکت می‌کند که با زاویه بازی از یکدیگر قرار دارند و پس از ترکیب دوباره توسط باریکه شکاف B در آشکارساز D با خودش تداخل می‌کند. (از مقاله

Ming Lai and Jean-Claude Diels, *Journal of the Optical Society of America B*, 9, 2290-2294, December 1992.)

موجهای نوری پس از بازتاب از آینه‌های M_1 و M_2 ، در امتداد مسیرهای ۱ و ۲ حرکت می‌کنند و در باریکه شکاف B به هم می‌رسند. (باریکه شکاف یک وسیله نوری است که نصف نور فرودی به آن را عبور و نصف دیگر را بازتاب می‌دهد.) در سمت راست باریکه شکاف در شکل ۷-۳۸، موج نوری در امتداد مسیر ۲ حرکت می‌کند و به وسیله B بازتابیده می‌شود و با موج نوری که در امتداد مسیر ۱ حرکت می‌کند و از B می‌گذرد ترکیب می‌شود. سپس این دو موج وقتی در آشکارساز D (یک لامپ تکثیر فوتون که تک فوتونها را می‌تواند آشکار کند) به یکدیگر می‌رسند با هم تداخل می‌کنند.

در خروجی آشکارساز دسته تپهای الکترونیکی با فاصله‌های کاتوره‌ای وجود دارد که مربوط به هر فوتون آشکار شده است. در این آزمایش، باریکه شکاف به آرامی در جهت افقی جابه‌جا (در آزمایش گزارش شده این جابه‌جایی حداکثر $50 \mu m$ بوده است)، و خروجی آشکارساز روی یک نمودار ثبات ثبت

می‌شود. با حرکت باریکه شکاف طول مسیرهای ۱ و ۲ تغییر می‌کند و این تغییر فازی بین موجهای نوری که به آشکارساز D می‌رسند ایجاد می‌کند. بیشینه‌ها و کمینه‌های تداخلی در سیگنال خروجی آشکارساز ظاهر می‌شوند.

درک این آزمایش با اصطلاحهای متعارف دشوار است. برای مثال، وقتی مولکولی در چشمه یک تک فوتون گسیل کند، آیا این فوتون در امتداد مسیر ۱ در شکل ۷-۳۸ حرکت می‌کند یا مسیر ۲ (یا در امتداد یک مسیر دیگر)؟ یا آیا می‌تواند در امتداد هر دو مسیر در یک لحظه حرکت کند؟ برای پاسخ به این، فرض می‌کنیم که هرگاه مولکولی یک فوتون گسیل کند، یک موج احتمال در تمام جهتها از آن تابش می‌شود. این آزمایش این موج را در دو جهت، که تقریباً در خلاف جهت یکدیگر انتخاب شده‌اند نشان می‌دهد.

می‌بینیم که اگر فرض کنیم که (۱) نور در چشمه به صورت فوتونها ایجاد می‌شود، (۲) نور در آشکارساز به صورت فوتونها جذب می‌شود، و (۳) نور بین چشمه و آشکارساز به صورت یک موج احتمال حرکت می‌کند، می‌توانیم هر سه صورت آزمایش دو شکاف را تفسیر کنیم.

۳۸-۶ موجهای الکترون و ماده

در سال ۱۹۲۴/۱۳۰۳ فیزیکدان فرانسوی لویی دوبروی^۳ برای تقارن این نظر را ارائه کرد: یک باریکه نور یک موج است، ولی انرژی و اندازه حرکت فقط از طریق فوتونها در نقطه‌هایی به ماده منتقل می‌شود. چرا باریکه‌ای از ذره‌ها نمی‌تواند خواص مشابهی داشته باشد؟ یعنی، چرا یک الکترون متحرک - یا هر ذره دیگر - را به صورت موج ماده که انرژی و اندازه حرکت را به ماده دیگر منتقل می‌کند تصور نکنیم؟

به خصوص دوبروی پیشنهاد کرد که معادله ۷-۳۸ $(p = h/\lambda)$ را نه تنها می‌توان برای فوتونها بلکه برای الکترونها نیز اعمال کرد. در بخش ۳۸-۴ از این معادله برای نسبت دادن اندازه حرکت p به یک فوتون نور با طول موج λ استفاده کردیم. اکنون آن را در شکل زیر

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (۳۸-۱۳) \quad (\text{طول موج دوبروی})$$

برای نسبت دادن طول موج به یک ذره با اندازه حرکت p به کار می‌بریم. طول موج محاسبه شده از معادله ۳۸-۱۳ طول موج دوبروی ذره متحرک نامیده می‌شود. پیش‌بینی دوبروی برای وجود موجهای ماده نخستین بار در ۱۹۲۷/۱۳۰۶ توسط دایسون^۴ و جرمر^۵ در آزمایشگاههای بل تلفن و توسط تامسون^۶ در دانشگاه آبردین در اسکاتلند به طور تجربی بررسی شد.

3. Louis de Broglie

4. C.J. Davisson

5. L.H. Genmer

6. C.J. Davisson

1. Ming Lai

2. Jean Claude Diels

حتی با فولرنهای (یا بوکی‌بالها) خیلی پیچیده C_{60} و C_{70} نشان داده شده است. (فولرنها مولکولهای اتمهای کربن هستند که در ساختاری شبیه به توپ 60 اتم کربن در C_{60} و 70 اتم کربن در C_{70} ، آرایش یافته‌اند.) *ظاهراً، چنین مواد کوچکی مانند الکترونها، پروتونها، اتمها و مولکولها به صورت موجهای ماده حرکت می‌کنند. ولی، وقتی اجسام بزرگتر و خیلی پیچیده‌تر را در نظر بگیریم، به این نکته می‌رسیم که بررسی طبیعت موجی یک جسم دیگر توجیه‌پذیر نخواهد بود. در این مورد، به جهان آشنای غیر کوانتومی خود یعنی فیزیک فصلهای آغازین این کتاب (جلد اول) برمی‌گردیم. سخن کوتاه اینکه یک الکترون یک موج ماده است و می‌تواند با خودش تداخل کند، ولی یک گربه موج ماده نیست و نمی‌تواند با خودش تداخل کند (که باید خاطر گربه‌ها از این نظر آسوده باشد!)

طبیعت موجی ذره‌ها و اتمها اکنون در حوزه‌های علمی و مهندسی امری پذیرفته شده است. برای مثال، پراش الکترون و نوترون برای مطالعه ساختارهای اتمی جامدها و مایعها مورد استفاده قرار می‌گیرد، و پراش الکترون برای مطالعه ویژگیهای اتمی سطح جامدها به کار برده می‌شود.

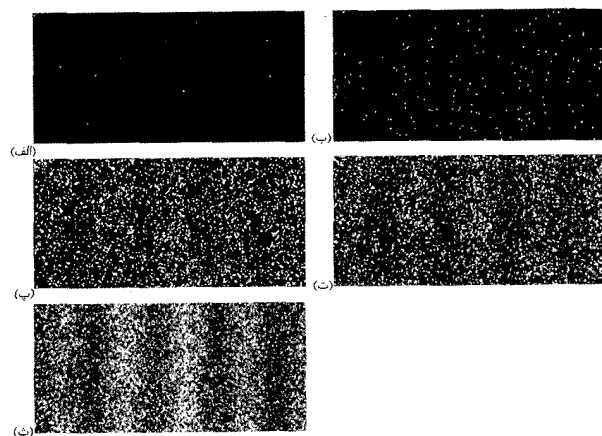
شکل ۳۸-۹ الف آرایشی را نشان می‌دهد که می‌تواند برای اثبات پراکندگی پرتوهای x یا الکترونها توسط بلورها به کار برده شود. باریکه‌ای از یکی یا از دیگری به هدفی مرکب از لایه‌ای از بلورهای آلومینیومی کوچک تابانده می‌شود. طول موج پرتوهای x مقدار معین λ است. الکترونها به اندازه‌ای انرژی به دست می‌آورند که طول موج دوبروی آنها یکسان با طول موج λ شود. پراکندگی پرتوهای x یا الکترونها به وسیله بلورها یک نقش تداخل دایره‌ای روی فیلم عکاسی ایجاد می‌کند. شکل ۳۸-۹ ب نقش پراکندگی پرتوهای x و شکل ۳۸-۹ پ نقش پراکندگی الکترونها را نشان می‌دهد. این نقشها یکسان هستند - هم پرتوهای x و هم الکترونها موج هستند.

موجها و ذره‌ها

شکلهای ۳۸-۸ و ۳۸-۹ شاهد متقاعد کننده‌ای از طبیعت موجی ماده‌اند، ولی آزمایشهای بی‌شماری وجود دارد که حاکی از طبیعت ذره‌ای آن است. برای مثال، شکل ۳۸-۱۰ ردهایی از ذره‌ها (به جای موجها) را نشان می‌دهد که در یک اتاقک حباب ایجاد شده‌اند. وقتی ذره باردار از هیدروژن مایع که چنین اتاقکی را پر کرده است عبور کند، این ذره موجب می‌شود که مایع در طول مسیر حرکت ذره تبخیر شود. بنابراین، تعدادی از این حبابها مسیر را مشخص می‌کنند، که به علت وجود یک میدان مغناطیسی عمود بر صفحه اتاقک معمولاً به شکل منحنی است.

شکل ۳۸-۸ تصویرهایی از اثبات وجود موجهای ماده را در آزمایشی که اخیراً انجام شده نشان می‌دهد. در این آزمایش وقتی الکترونها یک به یک به وسیله دو شکاف فرستاده شدند یک نقش تداخلی به وجود آمد. این وسیله مشابه وسیله‌ای است که قبلاً برای اثبات تداخل نوری به کار برده شده بود، ولی صفحه مشاهده آن شبیه به صفحه تلویزیون معمولی بود. وقتی الکترونی به صفحه برخورد کند، یک جرقه نوری را به وجود می‌آورد که مکان آن ثبت می‌شود.

چند الکترون اول (دو شکل بالا) چیز قابل توجهی نشان نمی‌دهد و به نظر می‌رسد در محل برخورد نقطه‌هایی به طور کاتوره‌ای روی صفحه وجود دارد. ولی، پس از اینکه هزاران الکترون به میان دستگاه فرستاده شدند، نقشی روی صفحه ایجاد می‌شود، در جاهایی که الکترونهای زیادی به صفحه برخورد کرده‌اند فریزهایی و در جاهایی که الکترونهای کمی به صفحه برخورد کرده‌اند فریزهایی روی صفحه ظاهر می‌شوند. این نقش دقیقاً همان چیزی است که برای تداخل موج انتظار داشتیم. بنابراین، هر الکترونی که از دستگاه می‌گذرد به عنوان موج ماده می‌گذرد - قسمتی از موج ماده که از یک شکاف می‌گذرد با قسمتی که از شکاف دیگر می‌گذرد تداخل می‌کند. بنابراین، این تداخل احتمالی را تعیین می‌کند که الکترون در نقطه معینی روی صفحه با برخورد با آن نقطه از صفحه خود را به صورت عینی نشان می‌دهد. الکترونهای زیاد که در ناحیه‌هایی صورت عینی پیدا کرده‌اند متناظر با فریزهای روشن در تداخل نوری هستند و الکترونهای اندک که در ناحیه‌هایی به صورت عینی خود را نشان داده‌اند متناظر با فریزهای تاریک‌اند.



شکل ۳۸-۸ تصویرهایی که تشکیل نقش تداخلی توسط باریکه‌ای از الکترونها را در یک آزمایش تداخل دو شکاف مانند شکل ۳۸-۶ نشان می‌دهد. موجهای ماده، مانند موجهای نوری، موجهای احتمال هستند. تعداد تقریبی الکترونها عبارت‌اند از (الف) ۷، (ب) ۱۰۰، (پ) ۳۰۰، (ت) ۲۰۰۰۰ و (ث) ۵۰۰۰.

تداخل مشابهی با پروتونها، نوترونها و اتمهای مختلف به نمایش گذاشته شده است. در سال ۱۹۹۴/۱۳۶۳ این تداخل با مولکولهای I_2 ، که 500000 برابر سنگینتر از الکترون ولی خیلی پیچیده‌ترند، به اثبات رسید. در سال ۱۹۹۹/۱۳۷۸ این امر

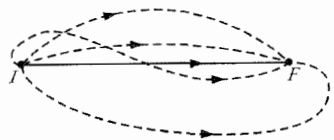
* فولرنها (fullerens) دسته‌ای از دگرشکلای کربن هستند که اخیراً کشف شده‌اند و شکلی شبیه توپ خالی یا بیضوی خالی یا لوله دارند. فولرنهای شبیه توپ بوکی بال (buckyball) و فولرنهای لوله‌ای شکل بوکی تیوب (buckytube) نامیده می‌شوند، م.



شکل ۳۸-۱۰ تصویر اتاقک حباب نشان می‌دهد که دو الکترون (مسیر طرف چپ) و یک پوزیترون (طرف راست) پس از اینکه یک پرتو گاما وارد اتاقک شده است، حرکت کرده‌اند.

برای ساده‌سازی وضعیت، میدان مغناطیسی را قطع می‌کنیم به طوری که رشته حبابها مستقیم باشد. هر حبابی را می‌توان به عنوان یک نقطه آشکارسازی برای الکترون در نظر گرفت. موجهای ماده بین نقطه‌های آشکارسازی شده مانند I و F در شکل ۳۸-۱۱ همه مسیرهای ممکن را طی می‌کنند که چندتایی از آنها نشان داده شده‌اند.

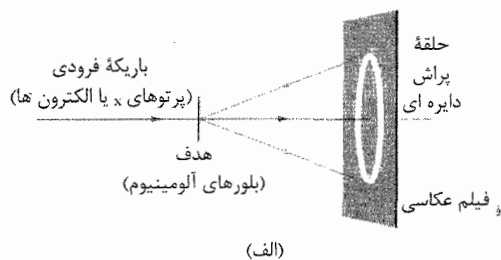
به طور کلی، برای هر مسیری که I و F را به هم متصل می‌کند (غیر از مسیر خط مستقیم)، مسیری در مجاور آن قرار دارد به طوری که موجهای ماده که دو مسیر را طی می‌کنند توسط تداخل یکدیگر را از بین می‌برند. ولی، این برای مسیر خط راستی که I و F را به هم متصل می‌کند درست نیست؛ در این حالت، موجهای ماده که همه مسیرهای مجاور هم را طی می‌کنند موجی را که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند تقویت می‌کنند. می‌توانید تصور کنید که حبابها دسته‌ای از نقطه‌های آشکارسازی شده‌ای را تشکیل داده‌اند که در آنها موج ماده تداخل سازنده کرده است.



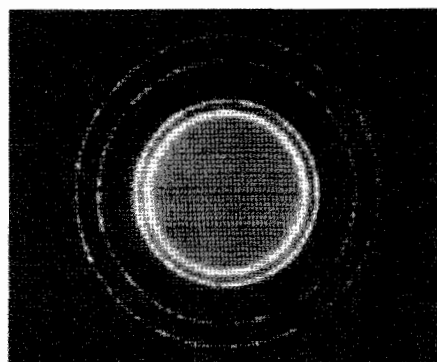
شکل ۳۸-۱۱ چندتایی از مسیرهای زیاد که دو نقطه I و F آشکارسازی شده توسط ذره‌ها را به هم وصل می‌کنند. فقط موجهای ماده که مسیرهای نزدیک به خط راست بین این نقطه‌ها را می‌پیمایند به طور سازنده تداخل می‌کنند. در مورد همه مسیرهای دیگر، موجهایی که زوجی از مسیرهای مجاور را طی می‌کنند به طور ویرانگر تداخل می‌کنند. بنابراین، موج ماده یک مسیر مستقیم را به جا می‌گذارد.

✓ **نکته وارسی ۴** در مورد الکترون و پروتونی که (الف) انرژی جنبشی، (ب) اندازه حرکت، یا (پ) تندی یکسان دارند، کدام ذره دارای طول موج دوبروی کوتاه‌تری است؟

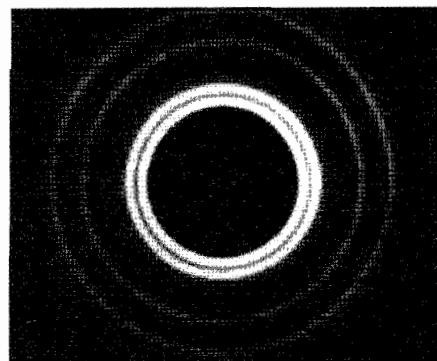
در شکل ۳۸-۱۰ یک پرتو گاما که از قسمت بالا وارد شده است ردی از خود نشان نمی‌دهد چون این پرتو از نظر الکتریکی خنثی است. ولی، وقتی با یکی از اتمهای هیدروژن برخورد و الکترونی را از اتم خارج کند؛ مسیر منحنی که الکترون در پایین تصویر طی می‌کند نشان داده شده است. همزمان با برخورد، پرتو گاما به یک الکترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود که پس از آن در مسیر مارپیچی تنگی (طرف



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۳۸-۹ (الف) یک آرایش تجربی که با استفاده از روشهای پراش، طبیعت موج گونه باریکه فرودی را نشان می‌دهد. تصویر نقشهای پراش وقتی باریکه فرودی (ب) یک باریکه پرتو x (موج نوری) و (پ) یک باریکه الکترون (موج ماده) است. توجه کنید که دو نقش از نظر هندسی مشابه یکدیگرند.

چپ برای الکترون و طرف راست برای پوزیترون) حرکت می‌کنند به طوری که بتدریج در برخوردهای تکراری با اتمهای هیدروژن انرژی خود را از دست می‌دهند. مطمئناً این ردها شواهدی از طبیعت مادی الکترون و پوزیترون است، ولی آیا شواهد دیگری از موجهای در شکل ۳۸-۱۰ وجود دارد؟

در تمام وضعیتهایی که در اینجا خواهید دید، متغیرهای فضایی و زمانی را می‌توان از هم جدا کرد و Ψ را به شکل زیر نوشت

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i\omega t} \quad (۱۴-۳۸)$$

که در آن $\omega (=2\pi f)$ بسامد زاویه‌ای موج ماده است. توجه کنید که ψ حرف کوچک یونانی پسای، فقط قسمت فضایی تابع موج وابسته به زمان Ψ را نشان می‌دهد. اغلب ما فقط با ψ سروکار خواهیم داشت. دو پرسش پیش می‌آید: مفهوم تابع موج چیست؟ چگونه می‌توان آن را پیدا کرد؟

تابع موج چه معنی می‌دهد؟ تابع موج به این واقعیت مربوط است که موج ماده، مانند موج نوری، یک موج احتمال است. فرض کنید که یک موج ماده به آشکارساز ذره که کوچک است برسد؛ آنگاه احتمال اینکه ذره در بازه زمانی خاصی آشکار شود با $|\psi|^2$ متناسب است، که $|\psi|^2$ قدر مطلق تابع موج در محل آشکارساز است. اگرچه ψ معمولاً یک کمیت مختلط است، ولی $|\psi|^2$ همیشه حقیقی و مثبت است. بنابراین، $|\psi|^2$ که چگالی احتمال نامیده می‌شود معنی فیزیکی دارد نه ψ . با مسامحه معنی آن این است

احتمال (در یکای زمان) آشکارسدن یک ذره در یک حجم متمرکز در نقطه معینی در موج ماده با مقدار $|\psi|^2$ در آن نقطه متناسب است.

چون ψ معمولاً یک کمیت مختلط است، با ضرب کردن ψ در ψ^* یعنی مزدوج مختلط ψ ، مربع مقدار مطلق آن به دست می‌آید. (برای یافتن ψ^* عدد مجازی i را در هر جایی که در ψ وجود دارد با $-i$ جایگزین می‌کنیم).

چگونه می‌توان تابع موج را پیدا کرد؟ موجهای صوتی و موجهای روی ریسمان به وسیله معادله‌های مکانیک نیوتونی و موجهای نوری به وسیله معادله‌های ماکسول توصیف می‌شوند ولی، موجهای ماده به وسیله معادله شرودینگر توصیف می‌شوند، که در سال ۱۹۲۶/۱۳۰۵ به وسیله فیزیکدان اتریشی اروین شرودینگر^۱ توسعه یافته است.

بسیاری از وضعیتهایی که بحث خواهیم کرد شامل ذره‌ای است که در جهت x در ناحیه‌ای حرکت می‌کند که در آنجا نیروهای وارد بر ذره موجب می‌شوند که ذره انرژی پتانسیل $U(x)$ به دست آورد. در این حالت خاص، معادله شرودینگر به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} [E - U(x)]\psi = 0 \quad (\text{معادله شرودینگر، حرکت یک بعدی}) \quad (۱۵-۳۸)$$

طول موج دوبروی الکترونی با انرژی جنبشی ۱۲۰ eV چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) اگر ابتدا بزرگی اندازه حرکت p را پیدا کنیم، می‌توانیم طول موج λ دوبروی الکترون را از معادله ۳۸-۱۳ ($\lambda = h/p$) به دست آوریم. (۲) p را می‌توان از انرژی جنبشی K داده شده الکترون پیدا کرد. این انرژی جنبشی خیلی کمتر از انرژی سکون یک الکترون است (از جدول ۳۷-۳، ۵۱۱ MeV) بنابراین، می‌توانیم از تقریب کلاسیکی اندازه حرکت $p (=mv)$ و انرژی جنبشی $K (= \frac{1}{2}mv^2)$ استفاده کنیم.

با حذف تندی v بین این معادله‌ها خواهیم داشت

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2mK} \\ &= \sqrt{(2)(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(120 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} \\ &= 5.91 \times 10^{-24} \text{ kg.m/s} \end{aligned}$$

پس از معادله ۳۸-۱۳، داریم

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{p} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{5.91 \times 10^{-24} \text{ kg.m/s}} \\ &= 1.12 \times 10^{-10} \text{ m} = 112 \text{ pm} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

این طول موج مربوط به الکترون تقریباً به اندازه یک اتم نوعی است. اگر انرژی جنبشی الکترون را بیشتر کنیم، طول موج حتی از این هم کوچکتر می‌شود.

۳۸-۷ معادله شرودینگر

یک موج پیشرونده ساده از هر نوع که باشد، موج روی ریسمان، موج صوتی یا موج نوری، برحسب کمیتی توصیف می‌شود که به صورتی موج گونه تغییر می‌کند. به عنوان مثال، در مورد موجهای نوری، این کمیت $E(x, y, z, t)$ ، مؤلفه میدان الکتریکی موج است. مقدار مشاهده شده آن در هر نقطه به مکان آن نقطه و زمانی که مشاهده انجام شده بستگی دارد.

چه کمیت متغیری را برای تفسیر موج ماده باید به کار ببریم؟ باید انتظار داشته باشیم که این کمیت که تابع موج $\Psi(x, y, z, t)$ نامیده می‌شود پیچیده‌تر از کمیت مربوط برای یک موج نوری باشد، چون موج ماده، افزون بر انرژی و اندازه حرکت، جرم و (اغلب) بار الکتریکی را نیز منتقل می‌کند. مرسوم است که Ψ ، حرف بزرگ یونانی پسای، معمولاً نمایش تابعی است که از لحاظ ریاضی مختلط است؛ یعنی همیشه می‌توان آن را به صورت $a + ib$ نوشت که در آن a و b عددهای حقیقی و $i^2 = -1$ است.

جمله اول در سمت راست معادله ۳۸-۱۸ بیانگر موجی است که در جهت افزایش x و جمله دوم بیانگر موجی است که در جهت منفی x حرکت می‌کند. ولی، فرض کرده‌ایم که ذره آزادی که بررسی می‌کنیم فقط در جهت مثبت x حرکت می‌کند. برای تبدیل جواب کلی (معادله ۳۸-۱۸) به حالت موردنظر خود، ثابت اختیاری B را در معادله‌های ۳۸-۱۸ و ۳۸-۱۷ صفر در نظر می‌گیریم. در عین حال ثابت A را با ψ_0 نشان می‌دهیم. پس معادله ۳۸-۱۷ خواهد شد

$$\psi(x) = \psi_0 e^{ikx} \quad (19-38)$$

برای محاسبه چگالی احتمال، مربع قدر مطلق $\psi(x)$ را حساب می‌کنیم. داریم

$$|\psi|^2 = |\psi_0 e^{ikx}|^2 = (\psi_0^2) |e^{ikx}|^2$$

اکنون چون

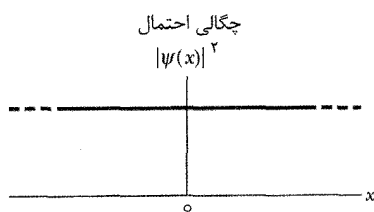
$$|e^{ikx}|^2 = (e^{ikx})(e^{ikx})^* = e^{ikx} e^{-ikx} = e^{ikx-ikx} = e^0 = 1$$

خواهیم داشت

$$|\psi|^2 = (\psi_0^2)(1)^2 = \psi_0^2 \quad (\text{یک ثابت})$$

شکل ۳۸-۱۲ نموداری از چگالی احتمال $|\psi|^2$ را برحسب x برای یک ذره آزاد خطی مستقیم موازی با محور x از $-\infty$ تا $+\infty$ نشان می‌دهد. می‌بینیم که چگالی احتمال $|\psi|^2$ به ازای تمام مقادیر x یکسان است، که بدان معناست که ذره احتمالاتی مساوی دارد که در امتداد محور x در هر جایی باشد. ویژگی مشخصی وجود ندارد که توسط آن بتوان محتملترین مکان ذره را پیش‌بینی کرد. یعنی همه مکانها احتمال یکسانی دارند.

در بخش بعدی خواهیم دید که این به چه معنی است.



شکل ۳۸-۱۲ نموداری از چگالی احتمال $|\psi|^2$ برای یک ذره آزاد که در جهت مثبت x حرکت می‌کند. چون $|\psi|^2$ به ازای تمام مقادیر x دارای مقدار ثابت یکسانی است، آشکارسازی ذره در تمام نقطه‌ها روی مسیرش احتمال یکسانی دارد.

۳۸-۸ اصل عدم قطعیت هایزنبرگ

عدم توانایی ما در پیش‌بینی مکان یک ذره آزاد، همانطور که به وسیله شکل ۳۸-۱۲ نشان داده شد، اولین مثال ما از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است که در سال ۱۹۲۷/۱۳۰۶ توسط فیزیکدان آلمانی ورنر هایزنبرگ^۱ ارائه شد. این اصل بیانگر آن

که در آن E انرژی مکانیکی کل (انرژی پتانسیل بعلاوه انرژی جنبشی) ذره متحرک است. (انرژی جرم را در این معادله غیر نسبی در نظر نمی‌گیریم). معادله شرودینگر را از اصول اساسی نمی‌توان به دست آورد، آن یک اصل اساسی است.

اگر $U(x)$ در معادله ۳۸-۱۵ صفر باشد، این معادله یک ذره آزاد- یعنی ذره‌ای که هیچ نیروی خالصی بر آن وارد نمی‌شود- را توصیف می‌کند. انرژی کل ذره در این حالت تماماً جنبشی است و بنابراین، E در معادله ۳۸-۱۵ برابر $\frac{1}{2}mv^2$ است.

آنگاه این معادله به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} \left(\frac{mv^2}{2} \right) \psi = 0$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \left(2\pi \frac{p}{h} \right)^2 \psi = 0$$

برای به دست آوردن این معادله به جای اندازه حرکت mv ، p را قرار داده‌ایم و جمله‌ها را بازنویسی کرده‌ایم.

از معادله ۳۸-۱۳، $(\lambda = h/p)$ ، p/h را به صورت $1/\lambda$ می‌نویسیم، که λ طول موج دوبروی ذره متحرک است. هم چنین $2\pi/\lambda$ عدد موج زاویه‌ای k است، که آن را در معادله ۳۲-۵ تعریف کردیم. با قراردادن اینها، معادله بالا خواهد شد

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad (\text{معادله شرودینگر، ذره آزاد}) \quad (16-38)$$

جواب کلی معادله ۳۸-۱۶ عبارت است از

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (17-38)$$

که در آن A و B ثابتهای اختیاری هستند. می‌توان نشان داد که این معادله با قراردادن $\psi(x)$ و مشتق دوم آن در معادله ۳۸-۱۶ و با توجه به اتحاد حاصل، به واقع جوابی برای آن معادله است. اگر معادله‌های ۳۸-۱۴ و ۳۸-۱۷ را ترکیب کنیم، برای تابع موج وابسته به زمان Ψ یک ذره آزاد که در جهت x حرکت می‌کند، پیدا می‌کنیم

$$\begin{aligned} \Psi(x,t) &= \psi(x)e^{-i\omega t} = (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{-i\omega t} \\ &= Ae^{i(kx-\omega t)} + Be^{-i(kx+\omega t)} \end{aligned} \quad (18-38)$$

یافتن چگالی احتمال $|\psi|^2$

در بخش ۳۲-۵، دیدیم که هر تابع F به شکل $F(kx \pm \omega t)$ یک موج پیشرونده را نمایش می‌دهد. این تابع برای تابعهای نمایی مانند تابعهای معادله ۳۸-۱۸ هم چنین برای تابعهای سینوسی که برای توصیف موجهای روی ریسمانها به کار بردیم نیز کاربرد دارد. در واقع، این دو نحوه نمایش تابعها به وسیله رابطه‌های زیر به هم مربوط‌اند

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad \text{و} \quad e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

که در آن θ هر زاویه‌ای است.

محاسبه ها: برای محاسبه عدم قطعیت Δp_x در اندازه حرکت، ابتدا باید مؤلفه p_x عدم قطعیت را محاسبه کنیم. چون تندی v_x الکترون خیلی کمتر از تندی نور c است، p_x را با عبارت کلاسیکی اندازه حرکت به جای استفاده از عبارت نسبیتی به کار می‌بریم. داریم

$$p_x = mv_x = (9/11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2/05 \times 10^6 \text{ m/s}) \\ = 1/87 \times 10^{-25} \text{ kg.m/s}$$

عدم قطعیت در تندی به صورت $0/50\%$ در تندی اندازه‌گیری شده داده شده است. چون p_x به طور مستقیم به تندی بستگی دارد، عدم قطعیت Δp_x در اندازه حرکت باید $0/50\%$ اندازه حرکت باشد

$$\Delta p_x = (0/0050)p_x \\ = (0/0050)(1/87 \times 10^{-25} \text{ kg.m/s}) \\ = 9/35 \times 10^{-28} \text{ kg.m/s}$$

بنابراین، از اصل عدم قطعیت به دست می‌آوریم

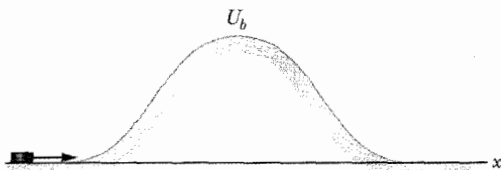
$$\Delta x = \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{(6/63 \times 10^{-34} \text{ J.s})/2\pi}{9/35 \times 10^{-28} \text{ kg.m/s}}$$

$$= 1/13 \times 10^{-8} \text{ m} \approx 11 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

که تقریباً 100 قطر اتمی است. با مقدار داده شده برای تندی الکترون، بی‌معنی است که بخواهیم مکان الکترون را با دقت بیشتری به دست آوریم.

۳۸-۹ تونل زنی در سد

فرض کنید قرصی را روی یخ بدون اصطکاکی به طرف یک تپه پوشیده از یخ سر می‌دهید (شکل ۳۸-۱۳). وقتی که این قرص روی تپه بالا رفت، انرژی جنبشی K آن به انرژی پتانسیل گرانشی U تبدیل می‌شود. اگر قرص به قله برسد، انرژی پتانسیل آن U_b است. بنابراین، اگر انرژی مکانیکی اولیه $E > U_b$ باشد، این قرص از قله خواهد گذشت. در غیر این صورت، قرص سرانجام از بالا رفتن متوقف می‌شود و در سمت چپ تپه بازمی‌ماند و به طرف چپ سر خواهد خورد. برای مثال، اگر $U_b = 20 \text{ J}$ و $E = 10 \text{ J}$ باشد، نمی‌توانید انتظار داشته باشید که قرص از تپه بگذرد. می‌گوییم این تپه به عنوان یک سد انرژی پتانسیل (یا به طور کوتاه یک سد پتانسیل) عمل می‌کند و در این مورد، ارتفاع سد برابر با $U_b = 20 \text{ J}$ است.



شکل ۳۸-۱۳ قرصی روی یخ بدون اصطکاکی به طرف تپه‌ای سر می‌خورد. پتانسیل گرانشی قرص در قله تپه U_b خواهد بود.

است که مقدارهای اندازه‌گیری شده با دقت نامحدود به طور همزمان نمی‌تواند به مکان \vec{r} و اندازه حرکت \vec{p} یک ذره نسبت داده شود.

در مورد مؤلفه‌های \vec{r} و \vec{p} ، اصل هایزنبرگ حدود را برحسب $\hbar = h/2\pi$ (به نام h بار) به دست می‌دهد

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar \quad (\text{اصل عدم قطعیت هایزنبرگ})$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$$

در اینجا Δx و Δp_x عدم قطعیت‌های ذاتی در اندازه‌گیری مؤلفه‌های x برای \vec{r} و \vec{p} و مؤلفه‌های مشابه برای y و z هستند. حتی با بهترین وسایل اندازه‌گیری که فناوری بتواند فراهم کند، هر حاصلضرب عدم قطعیت مکان و عدم قطعیت اندازه حرکت در معادله ۳۸-۲۰ بزرگتر از \hbar خواهد بود و هرگز نمی‌تواند از آن کمتر شود.

ذره‌ای که چگالی احتمال آن در شکل ۳۸-۱۲ رسم شده، یک ذره آزاد است؛ یعنی هیچ نیرویی بر آن اثر نمی‌کند، و بنابراین، اندازه حرکت \vec{p} آن باید ثابت باشد. قبلاً اشاره کردیم - بدون توجه خاص به آن - که می‌توانیم \vec{p} را با دقت مطلق تعیین کنیم؛ به عبارت دیگر، در معادله ۳۸-۲۰ فرض کردیم که $\Delta p_x = \Delta p_y = \Delta p_z = 0$. در این صورت این فرض مستلزم آن است که $\Delta x \rightarrow \infty$ ، $\Delta y \rightarrow \infty$ و $\Delta z \rightarrow \infty$. با چنین عدم قطعیت‌های بزرگ نامتناهی، مکان ذره کاملاً نامعین است.

فکر نکنید که ذره واقعاً دارای مکان کاملاً مشخص است که به دلایلی از نظر ما پنهان است. اگر اندازه حرکت آن را بتوان با دقت مطلق مشخص کرد، دیگر عبارت «مکان ذره» به سادگی معنی خود را از دست می‌دهد. ذره در شکل ۳۸-۱۲ می‌تواند با احتمال یکسان در هر جایی در امتداد محور x یافت شود.

مسئله نمونه ۳۸-۶

فرض کنید الکترونی در امتداد محور x حرکت می‌کند و شما تندی آن را برابر با $2/05 \times 10^6 \text{ m/s}$ با دقت $0/50\%$ اندازه می‌گیرید. کمترین عدم قطعیتی (که از اصل عدم قطعیت در نظریه کوانتومی به دست می‌آید) که با آن می‌توان به طور همزمان مکان الکترون را در امتداد محور x اندازه‌گیری کرد چقدر است؟

نکته کلیدی کمترین عدم قطعیتی که از نظریه کوانتومی به دست می‌آید با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ در معادله ۳۸-۲۰ داده می‌شود. نیاز داریم که مؤلفه‌ها را فقط در امتداد محور x در نظر بگیریم چون حرکت فقط در امتداد این محور است و می‌خواهیم عدم قطعیت Δx در مکان را در امتداد این محور به دست آوریم. چون کمترین مقدار عدم قطعیت را می‌خواهیم، به جای نامساوی، در بخش محور x معادله ۳۸-۲۰ تساوی را به کار می‌بریم

$$\Delta x \Delta p_x = \hbar$$

یکدیگر وصل شوند. سپس با مربع کردن مقدار مطلق $\psi(x)$ ، چگالی احتمال به دست می‌آید.

شکل ۳۸-۱۶ نموداری از این نتیجه را نشان می‌دهد. منحنی نوسانی در سمت چپ سد (به ازای $x < 0$) ترکیبی از موج ماده فرودی و موج ماده بازتابیده است (که دامنه کوچکتري نسبت به دامنه موج فرودی دارد). نوسانها به این دلیل رخ می‌دهند که این دو موج که در جهتهای متقابل حرکت می‌کنند، با یکدیگر تداخل می‌کنند و نقش موج ایستاده‌ای را به وجود می‌آورند. در داخل سد (به ازای $0 < x < L$) چگالی احتمال به طور نمایی با x کاهش می‌یابد. البته، مشروط بر اینکه L کوچک باشد، چگالی احتمال در $x = L$ کاملاً صفر نیست.

در سمت راست سد (به ازای $x > L$)، نمودار چگالی احتمال یک موج عبوری (از طریق سد) با دامنه ثابت ولی کوچک را توصیف می‌کند. بنابراین، الکترون در این ناحیه می‌تواند آشکار شود ولی احتمال آن نسبتاً کم است. (این بخش از شکل را با شکل ۳۸-۱۲ در مورد یک ذره آزاد مقایسه کنید.) یک ضریب عبور T به موج ماده فرودی و سد می‌توان نسبت داد. این ضریب احتمالی را به دست می‌دهد که با آن الکترون فرودی از میان سد عبور می‌کند - یعنی تونل زنی رخ می‌دهد. به عنوان مثال، اگر $T = 0.020$ باشد، آنگاه از هر ۱۰۰۰ الکترون شلیک شده به سد، (به طور متوسط) ۲۰ الکترون از تونل خواهد گذشت و ۹۸۰ الکترون بازتاب می‌کند.

ضریب عبور T تقریباً عبارت است از

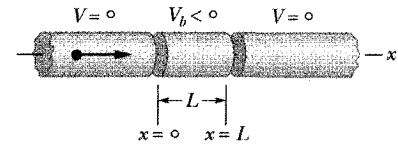
$$T \approx e^{-2bL} \quad (38-21)$$

که در آن

$$b = \sqrt{\frac{\Lambda \pi^2 m (U_b - E)}{h^2}} \quad (38-22)$$

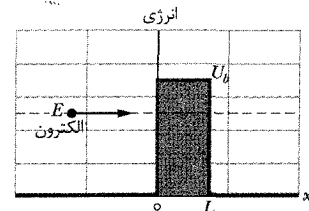
و e تابع نمایی است. به علت شکل نمایی معادله ۳۸-۲۱، مقدار T به سه متغیر وابسته به آن بسیار حساس است: جرم m ذره، ضخامت L سد و اختلاف انرژی $U_b - E$. (چون اثرهای نسبیتی را در اینجا در نظر نگرفته‌ایم، انرژی جرم در E وجود ندارد.) تونل زنی از سد کاربردهای زیادی در فناوری یافته است، از میان آنها به دیود تونلی می‌توان اشاره کرد که در آن جریانی از الکترون‌ها که از تونل زنی الکترون‌ها از وسیله حاصل شده‌اند می‌توانند با کنترل ارتفاع سد به سرعت قطع و وصل شوند. چون این می‌تواند خیلی سریع انجام گیرد (در مدت ۵۰ ps)، این وسیله برای کاربردهایی که به واکنش خیلی سریع نیاز دارند مناسب است. جایزه نوبل سال ۱۹۷۳/۱۳۵۲ در فیزیک به طور مشترک به سه «تونل کار»، لئو ایساکس^۱ (برای تونل زنی در غیر رساناها)، ایوار گایور^۲ (برای تونل زنی در ابر رساناها) و بریان جوزفسون^۳ (برای پیوند جوزفسون، کلید کوانتومی سریع، وسیله‌ای بر پایه تونل زنی)، اهدا شد. جایزه نوبل سال

شکل ۳۸-۱۴ سد پتانسیلی را برای یک الکترون غیر نسبیتی که در امتداد یک سیم آرمانی به ضخامت ناچیز حرکت می‌کند نشان می‌دهد. این الکترون، با انرژی مکانیکی E ، به ناحیه‌ای (سایه) می‌رسد که در آن پتانسیل الکتریکی V_b منفی است. چون بار آن منفی است، الکترون انرژی پتانسیل مثبت $U_b (= qV_b)$ در این ناحیه خواهد داشت (شکل ۳۸-۱۵). اگر $E > U_b$ باشد، انتظار داریم که الکترون از ناحیه سد بگذرد و



شکل ۳۸-۱۴ اجزای یک سیم نازک آرمانی که در آن الکترونی (نقطه سیاه) به پتانسیل الکتریکی منفی V_b در ناحیه $x \approx L$ تا $x = L$ نزدیک می‌شود.

به سمت راست $x = L$ در شکل ۳۸-۱۴ برسد. در اینجا چیزی عجیبی وجود ندارد. اگر $E < U_b$ باشد انتظار داریم که الکترون نتواند از ناحیه سد بگذرد. بلکه، حرکت آن به طرف چپ شروع می‌شود، مانند قرصی که در شکل ۳۸-۱۳ اگر دارای $E < U_b$ بود به عقب تپه سر می‌خورد.



شکل ۳۸-۱۵ نمودار انرژی شامل دو نمودار برای وضعیت شکل ۳۸-۱۳: (۱) انرژی مکانیکی الکترون E وقتی الکترون در هر مختصه $x < 0$ باشد رسم شده است. (۲) انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون U ، با فرض اینکه الکترون به هر مقداری از x برسد، برحسب تابعی از مکان x الکترون رسم شده است. قسمت غیر صفر نمودار (سد پتانسیل) دارای ارتفاع U_b و ضخامت L است.

ولی، وقتی $E < U_b$ باشد چیز عجیبی می‌تواند برای الکترون اتفاق بیفتد. چون الکترون یک موج ماده است، دارای یک احتمال متناهی نیست (یا به عبارت بهتر، تونل زنی) از طریق سد و تبدیل شدن به ماده در طرف دیگر است، انرژی E در طرف راست حرکت می‌کند گویی چیزی (عجیب یا چیز دیگر) در ناحیه $0 \leq x \leq L$ اتفاق نیفتاده است.

تابع موج $\psi(x)$ را که توصیف کننده الکترون است می‌توان با حل معادله شرودینگر (معادله ۳۸-۱۵) به طور جداگانه برای سه ناحیه در شکل ۳۸-۱۴: (۱) سمت چپ سد، (۲) داخل سد، و (۳) سمت راست سد، حل کرد. ثابتهای اختیاری که در جوابها ظاهر می‌شوند باید طوری انتخاب شوند که مقادیرهای $\psi(x)$ و مشتقهای آن نسبت به x در نقطه‌های $x = 0$ و $x = L$ به طور هموار (نه به صورت پرش، نه به صورت تابدار) به

کوارتز بلورین خاصیت جالبی به نام پیزوالکتریسته دارد: هرگاه یک اختلاف پتانسیل الکتریکی به دو سر نمونه‌ای از کوارتز بلورین اعمال شود، ابعاد نمونه اندکی تغییر می‌کند. این خاصیت برای تغییر دادن طول سه میله در شکل ۱۷-۳۸، به آرامی و مقدار کم، مورد استفاده قرار می‌گیرد به طوری که نوک بتواند در سراسر سطح به عقب و جلو روبش کند (در جهت‌های x و y) و هم‌چنین نسبت به سطح بالا یا پایین برود (در جهت z). فاصله بین سطح و نوک یک سد انرژی پتانسیل تشکیل می‌دهد که خیلی شبیه سد پتانسیل رسم شده در شکل ۱۵-۳۸ است. اگر نوک به حد کافی به سطح نزدیک باشد، الکترونهای نمونه می‌توانند از این سد از سطح به نوک تونل بزنند و یک جریان تونلی تشکیل دهند.

در عمل، یک آرایش پس خور الکترونیکی وضعیت عمودی نوک را تنظیم می‌کند تا اینکه وقتی نوک روی سطح روبش می‌کند، جریان تونلی ثابت بماند. این بدان معناست که فاصله نوک - سطح نیز در ضمن روبش ثابت می‌ماند. خروجی وسیله یک نمایش ویدئویی از موضع عمودی نوک در حال تغییر و از این رو سطح تراز برحسب تابعی از مکان نوک در صفحه xy است.

STM نه تنها می‌تواند از یک سطح ساکن تصویربرداری کند بلکه همچنین می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد تا اتمها و مولکولها را روی سطح دستکاری کند مانند حالتی که در تشکیل کربن مونواکسید انسان در شکل اول فصل انجام شد. در فرایندی که به دستکاری عرضی معروف شده است، کاوشگر STM ابتدا به نزدیکی مثلاً یک مولکول کربن منواکسید پایین آورده می‌شود، آنقدر نزدیک که بدون تماس با مولکول آنرا جذب کند. سپس کاوشگر به همراه مولکول روی سطح مورد نظر (مانند پلوتونیم) حرکت می‌کند تا اینکه مولکول را در جای مورد نظر قرار دهد. سپس کاوشگر با کاهش نیروی جاذبه و سپس حذف آن، مولکول را رها می‌کند و به عقب برمی‌گردد. هر چند این کار به کنترل بسیار ظریفی نیاز دارد ولی می‌توان با طراحی مناسب آنرا انجام داد.

مسئله نمونه ۲۷-۳۸

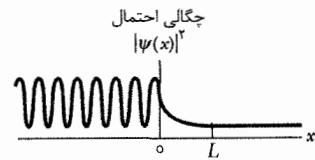
فرض کنید که الکترون در شکل ۱۵-۳۸ با انرژی کل E برابر با $5/1\text{ eV}$ به سدی با ارتفاع $U_b = 6/1\text{ eV}$ و ضخامت $L = 750\text{ pm}$ نزدیک شود.

(الف) احتمال تقریبی که الکترون از سد بگذرد و در طرف دیگر سد ظاهر (و آشکار) شود چقدر است؟

نکته‌های کلیدی احتمالی که در جستجوی آن هستیم ضریب عبور T است که با معادله ۲۱-۳۸ ($T \approx e^{-2bL}$) داده می‌شود، که در آن

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m (U_b - E)}{h^2}}$$

۱۹۸۶/۱۳۶۵ به گرد بینینگ^۱ و هانریش روهرر^۲ به خاطر تقدیر از آنها در توسعه میکروسکوپ تونل زنی روبشی اهدا شد.



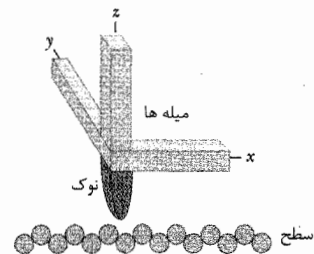
شکل ۱۶-۳۸ نموداری از چگالی احتمال $|\psi|^2$ موج ماده الکترون برای وضعیت شکل ۱۵-۳۸. مقدار $|\psi|^2$ در سمت راست سد پتانسیل غیر صفر است.

✓ **نکته وارسی ۵** آیا طول موج موج عبوری در شکل ۱۶-۳۸ بزرگتر از طول موج موج فرودی است یا کوچکتر یا مساوی با آن است؟

میکروسکوپ تونل زنی روبشی (STM)

بزرگی جزئیاتی که با یک میکروسکوپ اپتیکی می‌توان دید با طول موج نوری که در میکروسکوپ به کار می‌رود (تقریباً 300 nm در مورد نیور فرابنفش) محدود می‌شود. بزرگی جزئیاتی که در تصویر آغاز این فصل می‌توان دید خیلی کوچکتر است و بنابراین، مستلزم طول موجهای خیلی کوچکتري است. موجهای به کار رفته موجهای ماده الکترون هستند، ولی این موجها از سطح تحت بررسی به طریقی که موجها در میکروسکوپ نوری پراکنده می‌شوند، پراکنده نمی‌شوند. در اینجا، تصویرهایی که می‌بینیم به وسیله تونل زنی الکترونها از سدهای پتانسیل واقع در نوک یک میکروسکوپ تونل زنی روبشی (STM) ایجاد شده‌اند.

شکل ۱۷-۳۸ قلب یک میکروسکوپ تونل زنی روبشی را نشان می‌دهد. نوک فلزی ظریفی در محل تقاطع سه میله کوارتز که دوبه‌دو برهم عمودند سوار شده است و نزدیک سطح مورد بررسی قرار دارد. اختلاف پتانسیل کوچکی شاید فقط 10 mV بین نوک و سطح برقرار است.



شکل ۱۷-۳۸ اساس میکروسکوپ تونل زنی روبشی (STM). سه میله کوارتز برای روبش یک قطعه رسانای نوک تیز در سراسر سطح موردنظر و برای ثابت نگهداشتن فاصله بین نوک و سطح، به کار رفته‌اند. آنگاه نوک روی خط تراز سطح بالا و پایین می‌رود و نتیجه ثبت حرکت آن نقشه‌ای مانند تصویر آغاز این فصل است.

فلز خارج شود. اگر hf کمتر از Φ باشند، الکترونها گسیل نمی‌شوند.

جابه‌جایی کامپتون هرگاه پرتوهای x توسط الکترونهای با پیوند سست در هدف پراکنده شوند، برخی از پرتوهای x پراکنده شده طول موج بلندتری از پرتوهای x فرودی دارند. این جابه‌جایی کامپتون (بر حسب طول موج) با رابطه زیر داده می‌شود

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi) \quad (11-38)$$

که در آن ϕ زاویه‌ای است که پرتوهای x با آن پراکنده می‌شوند.

موجهای نوری و فوتونها وقتی نور با ماده برهم‌کنش کند، انرژی و اندازه حرکت توسط فوتونها منتقل می‌شود. ولی، وقتی نور عبور کند، موج نوری به صورت **موج احتمال** به ما می‌رسد، که در آن احتمالی که (در یکای زمان) یک فوتون می‌تواند آشکار شود متناسب با E_m^* است، که E_m دامنه میدان الکتریکی نوسانی موج نوری در آشکارساز است.

موجهای ماده یک ذره متحرک مانند الکترون یا پروتون به صورت **موج ماده** می‌تواند توصیف شود؛ طول موج آن (به نام **طول موج دوپروی**) با $\lambda = h/p$ داده می‌شود که p بزرگی اندازه حرکت ذره است.

تابع موج موج ماده با **تابع موج** $\Psi(x, y, z, t)$ توصیف می‌شود، که می‌تواند به یک قسمت فضایی $\psi(x, y, z)$ و یک قسمت زمانی $e^{-i\omega t}$ تفکیک شود. در مورد ذره‌ای به جرم m که با انرژی کل E در جهت x حرکت می‌کند و از ناحیه‌ای می‌گذرد که در آنجا انرژی پتانسیل $U(x)$ است، $\psi(x)$ با حل معادله شرودینگر ساده شده به دست می‌آید

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{\lambda\pi^2 m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0 \quad (15-38)$$

موج ماده، مانند موج نوری، یک موج احتمال است به این معنا که اگر یک آشکارساز ذره در داخل موج قرار داده شود، احتمالی که آشکارساز ذره‌ای را در طی هر بازه زمانی معین آشکار کند متناسب با $|\psi|^2$ است، این کمیت چگالی احتمال نامیده می‌شود.

در مورد ذره آزاد - یعنی ذره‌ای که برای آن $U(x) = 0$ است - و در جهت x حرکت می‌کند، $|\psi|^2$ برای تمام مکانها در امتداد محور x مقدار ثابتی دارد.

اصل عدم قطعیت هایزنبرگ

طبیعت احتمالی فیزیک کوانتومی محدودیت مهمی برای آشکارسازی مکان و اندازه حرکت ذره به وجود می‌آورد. یعنی، اندازه‌گیری مکان \bar{x} و اندازه حرکت \bar{p} یک ذره به طور

محاسبه‌ها: صورت کسر زیر رادیکال عبارت است از

$$\frac{(8\pi^2)(9/11 \times 10^{-31} \text{ kg})(6/18 \text{ eV} - 5/18 \text{ eV})}{(1/60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 1/956 \times 10^{-47} \text{ J.kg}$$

بنابراین،

$$b = \sqrt{\frac{1/956 \times 10^{-47} \text{ J.kg}}{(6/63 \times 10^{-34} \text{ J.s})^2}} = 6/67 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$$

پس کمیت (بدون بعد) $2bL$ عبارت است از

$$2bL = (2)(6/67 \times 10^9 \text{ m}^{-1})(750 \times 10^{-12} \text{ m}) = 10/0$$

و از معادله ۲۱-۳۸، ضریب عبور عبارت است از

$$T \approx e^{-2bL} = e^{-10/0} = 45 \times 10^{-6} \quad (\text{پاسخ})$$

پس، از هر میلیون الکترونی که به سد برخورد می‌کنند، تقریباً ۴۵ الکترون از سد تونل می‌زنند.

(ب) احتمال تقریبی که یک پروتون با انرژی کل یکسان ۵/۱۸ eV از میان سد عبور کند، و در طرف دیگر سد ظاهر (و آشکار) شود چقدر است؟

استدلال: ضریب عبور T (و بنابراین احتمال عبور) به جرم ذره بستگی دارد. در واقع، چون جرم m یکی از عوامل توان e در معادله T است، احتمال عبور به جرم ذره خیلی حساس است. در اینجا، جرم مربوط به پروتون $(1/67 \times 10^{-27} \text{ kg})$ است که خیلی بزرگتر از جرم الکترون در بند (الف) است. با قراردادن جرم پروتون به جای جرم در (الف) و ادامه به صورتی که در اینجا دیدیم، پیدا می‌کنیم $T \approx 10^{-186}$. پس اگرچه احتمال اینکه پروتون عبور کند کاملاً صفر نیست، مقدار آن به زحمت بیشتر از صفر است. در مورد ذره‌های خیلی سنگینتر با انرژی کل یکسان ۵/۱۸ eV، احتمال عبور به طور نمایی کم می‌شود.

بازنگری و خلاصه درس

کوانتومهای نور - فوتونها یک موج الکترومغناطیسی

(نور) کوانتیده است، و کوانتوم آن فوتون نامیده می‌شود. در مورد یک موج نوری با بسامد f و طول موج λ ، انرژی E و بزرگی اندازه حرکت p یک فوتون عبارت‌اند از

$$E = hf \quad (2-38) \quad (\text{انرژی فوتون})$$

و

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (7-38) \quad (\text{اندازه حرکت فوتون})$$

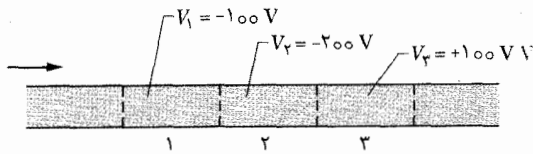
اثر فوتوالکتریک وقتی نوری با بسامد به اندازه کافی

زیاد بر سطح تمیز یک فلز بتابد، الکترونها با برهم‌کنشهای فوتون-الکترون داخل فلز از سطح گسیل می‌شوند. رابطه حاکم بر آن عبارت است از

$$hf = K_{\max} + \Phi \quad (5-38)$$

که در آن hf انرژی فوتون، K_{\max} انرژی جنبشی الکترونهای پراورزی گسیل شده، و Φ **تابع کار** ماده هدف است - یعنی، کمینه انرژی که یک الکترون باید داشته باشد تا بتواند از سطح

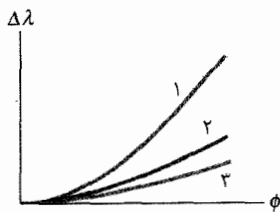
۶- شکل ۳۸-۱۹ الکترونی را نشان می‌دهد که از چه ناحیه می‌گذرد که در آنها پتانسیلهای الکتریکی یکنواخت V برقرار است. سه ناحیه را بنابر طول موج دوبروی الکترون در آنها- از بزرگترین مرتب کنید.



شکل ۳۸-۱۹ پرسش ۶

۷- (الف) اگر انرژی جنبشی یک ذره غیر نسبیتی را دو برابر کنیم، طول موج دوبروی آن چقدر تغییر می‌کند؟ (ب) اگر تندی ذره را دو برابر کنیم چه خواهد شد؟

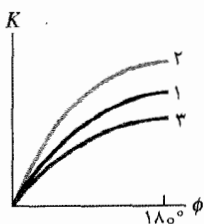
۸- پراکندگی کامپتون: شکل ۳۸-۲۰ انتقال $\Delta\lambda$ کامپتون را برحسب زاویه پراکندگی ϕ برای سه ذره هدف ساکن و متفاوت به دست می‌دهد. این ذره‌ها را به ترتیب جرم آنها- از بزرگترین- مرتب کنید.



شکل ۳۸-۲۰ پرسش ۸

۹- در آزمایش جابه‌جایی کامپتون، نور (در گستره پرتو x) در جهت جلو با زاویه $\phi = 0$ در شکل ۳۸-۳ پراکنده می‌شود. الکترون چقدر انرژی کسب می‌کند؟

۱۰- فرض کنید K انرژی جنبشی گرفته شده توسط یک الکترون آزاد ساکن در وقتی باشد که یک فوتون از آن پراکنده شده است. می‌توان K را برحسب زاویه ϕ که در آن فوتون پراکنده می‌شود رسم کرد، منحنی ۱ در شکل ۳۸-۲۱ را ببینید. اگر هدف پروتون آزاد ساکن باشد، آیا نقطه انتهایی نمودار جابه‌جا می‌شود (الف) به طرف بالا



شکل ۳۸-۲۱ پرسش ۱۰

مثال منحنی ۲، (ب) به طرف پایین
مثال منحنی ۳، یا (پ) یکسان می‌ماند؟

۱۱- انرژی جنبشی ذره‌های غیر نسبیتی زیر یکسان است. آنها را به ترتیب بزرگی طول موج دوبروی مرتب کنید: الکترون، ذره آلفا، نوترون.

۱۲- شکل ۳۸-۲۲ الکترونی را نشان می‌دهد که (الف) در جهت مخالف میدان الکتریکی، (ب) در جهتی یکسان با جهت میدان الکتریکی، (پ) در جهتی یکسان با جهت میدان مغناطیسی، (ت) عمود بر میدان مغناطیسی، حرکت می‌کند. در هر وضعیت، آیا طول موج الکترون افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان می‌ماند؟

همزمان با دقت نامحدود امکان ندارد. عدم قطعیت در مؤلفه‌های این کمیتها با رابطه‌های زیر داده می‌شوند

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar$$

(۳۸-۲۰)

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$$

تونل زنی از سد بنابر فیزیک کلاسیکی، یک ذره فرودی

به یک سد انرژی پتانسیل که ارتفاع آن بزرگتر از انرژی جنبشی ذره باشد بازتاب می‌کند. ولی، بنابر فیزیک کوانتومی، ذره احتمال محدودی برای تونل زدن از چنین سدی را دارد. احتمالی که ذره معینی با جرم m و انرژی E از سد به ارتفاع U_b و ضخامت L تونل بزند با ضریب عبور T داده می‌شود

$$T \approx e^{-\gamma L}$$

(۳۸-۲۱)

که

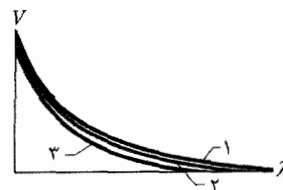
$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m (U_b - E)}{h^2}}$$

(۳۸-۲۲)

پرسشها

۱- بنابر شکل نکته واریسی ۲، برای یک بسامد معین نور فرودی آیا بیشینه انرژی جنبشی الکترونهاي کنده شده در هدف ساخته شده از سدیم بزرگتر است یا هدف ساخته شده از پتاسیم؟

۲- اثر فوتوالکتریک: شکل ۳۸-۱۸ ولتاژ قطع V برحسب طول موج λ نور را برای سه ماده مختلف به دست می‌دهد. این مواد را به ترتیب تابع کار آنها- از بزرگترین- مرتب کنید.



شکل ۳۸-۱۸ پرسش ۲

۳- یک صفحه فلزی با نوری با بسامد معینی روشن شده است: کدامیک از موارد زیر مشخص می‌کنند که الکترونها کنده شده‌اند یا نه: (الف) شدت نور، (ب) مدت قرار داشتن صفحه در معرض نور، (پ) رسانایی گرمایی صفحه، (ت) جنس صفحه که از آن ساخته شده است.

۴- در اثر فوتوالکتریک (برای یک هدف معین و یک بسامد معین از نور فرودی)، کدامیک از کمیتهای زیر، در صورت وجود، به شدت باریکه نور فرودی بستگی دارد: (الف) بیشینه انرژی جنبشی الکترونها، (ب) بیشینه جریان فوتوالکتریک، (پ) پتانسیل توقف، (ت) بسامد قطع؟

۵- انرژی فوتون A دو برابر انرژی فوتون B است. (الف) آیا اندازه حرکت A کمتر از B است یا بزرگتر یا با آن مساوی است؟ (ب) آیا طول موج A کمتر از B است یا بیشتر یا با آن مساوی است؟

بخش ۳۸-۲

۱۰- با چه آهنگی خورشید فوتون گسیل می‌کند؟ برای ساده شدن، فرض کنید که کل گسیل خورشید در طول موج منفرد 550 nm با آهنگ $3/9 \times 10^{26}\text{ W}$ انجام می‌شود.

۲۰- یک لیزر هلیوم-نئون نور قرمز در طول موج 633 nm به صورت باریکه‌ای به قطر $3/5\text{ mm}$ و با آهنگ گسیل انرژی برابر با 50 mW گسیل می‌کند. آشکارسازی در مسیر باریکه تمام باریکه را جذب می‌کند. با چه آهنگی بر یکای مساحت، آشکارساز فوتونها را جذب می‌کند؟

۳۰- متر یک بار به صورت $16507637/3$ برابر طول موج نور نارنجی گسیل شده به وسیله یک چشمه اتمهای کریپتون ۸۶ تعریف شد. انرژی فوتون این نور چقدر است؟

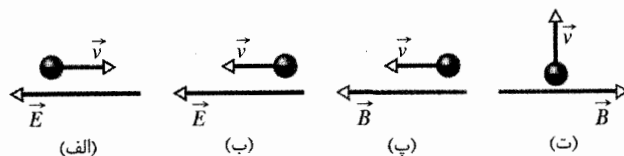
۴۰- نور زرد از لامپ سدیم بزرگراهی در طول موج 589 nm روسترین است. انرژی فوتون نور برای این طول موج چقدر است؟
۵۰- نور تکفام (یعنی نور با یک طول موج) به وسیله یک ورقه فیلم عکاسی جذب و در نتیجه روی ثبت می‌شود. اگر انرژی فوتون برابر با $0/6\text{ eV}$ یا بیشتر باشد جذب فوتون رخ می‌دهد، که کوچکترین انرژی مورد نیاز برای تجزیه یک مولکول AgBr در فیلم است. (الف) بزرگترین طول موجی از نور که به وسیله فیلم بتواند ثبت شود چقدر است؟ (ب) این طول موج در کدام ناحیه از طیف الکترومغناطیسی واقع است؟

۶۰- الکترون با چه سرعتی باید حرکت کند تا انرژی جنبشی آن برابر با انرژی جنبشی فوتون نور سدیم در طول موج 590 nm باشد؟

۷۰۰- یک لامپ فرابنفش نوری با طول موج 400 nm با آهنگ 400 W گسیل می‌کند. یک لامپ فرو سرخ نیز نوری با طول موج 700 nm با آهنگ 400 W گسیل می‌کند. (الف) کدام لامپ فوتونها را با آهنگ بیشتری گسیل می‌کند و (ب) مقدار این آهنگ بیشتر چقدر است؟ SSM WWW

۸۰۰- ماهواره‌ای در مدار زمین صفحه سلولهای خورشیدی به مساحت $2/60\text{ m}^2$ را عمود بر جهت پرتو نور خورشید نگه می‌دارد. شدت نور در این صفحه $1/39\text{ kW/m}^2$ است. (الف) با چه آهنگی انرژی خورشیدی به صفحه می‌رسد؟ (ب) با چه آهنگی فوتونهای خورشیدی توسط صفحه جذب می‌شوند؟ فرض کنید که تابش خورشیدی تکفام با طول موج 550 nm است و تمام تابش خورشیدی که به صفحه برخورد می‌کند جذب می‌شود. (پ) چه مدت طول می‌کشد تا یک «مول فوتون» توسط صفحه جذب شود؟

۹۰۰- نوع خاصی از چراغ نور تکفام با طول موج 630 nm گسیل می‌کند. انرژی الکتریکی با آهنگ 60 W به آن داده می‌شود و چراغ با بازده 93% این انرژی را به انرژی نوری تبدیل می‌کند. در طول عمر 730 h این چراغ چند فوتون توسط آن گسیل می‌شود؟

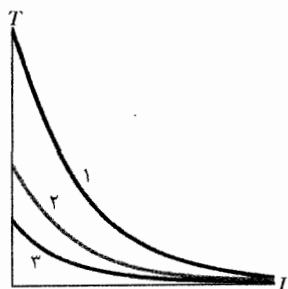


شکل ۳۸-۲۲ پرسش ۱۲

۱۳- جدول مقادارهای نسبی سه وضعیت را برای آزمایش تونل زنی شکلهای ۳۸-۱۴ و ۳۸-۱۵ به دست می‌دهد. این وضعیتها را به ترتیب بزرگی احتمال تونل زنی الکترون از سد مرتب کنید.

انرژی الکترون	ارتفاع سد	ضخامت سد
(الف) E	$5E$	L
(ب) E	$17E$	$L/2$
(پ) E	$2E$	$2L$

۱۴- شکل ۳۸-۲۳ ضریب عمود T را برای تونل زنی الکترون از سد پتانسیل برای سه آزمایش نشان می‌دهد که برحسب ضخامت سد L رسم شده‌اند. طول موجهای دوبروی الکترونها در سه آزمایش یکسان هستند. تنها تفاوت در تنظیم دستگاه، ارتفاع سد U_b است. سه آزمایش را به ترتیب U_b از بزرگترین مرتب کنید.



شکل ۳۸-۲۳ پرسش ۱۴

۱۵- در سمت چپ شکل ۳۸-۱۶، چرا کمینه‌ها در مقادارهای $|\psi|^2$ بزرگتر از صفرند؟

۱۶- یک الکترون و یک پروتون انرژی جنبشی یکسانی دارند. کدامیک طول موج دوبروی بزرگتری دارد؟

مسئله‌ها

GO مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

••••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در

flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۸-۱۳ اثر فوتوالکتریک

۱۵۰- تابع کار تنگستن $4/50\text{eV}$ است. وقتی نوری با انرژی فوتون $5/80\text{eV}$ بر سطح آن بتابد، تندی سریعترین الکترونهاى كنده شده از سطح تنگستن را محاسبه كنید.

۱۶۰- می‌خواهیم عنصری را برای یک فوتوسل انتخاب کنیم که با نور مرئی توسط اثر فوتوالکتریک کار کند. کدامیک از این عناصرها مناسب هستند (داخل پراوتزها تابعهای کار نوشته شده‌اند): تانتالیوم ($4/2\text{eV}$)، تنگستن ($4/5\text{eV}$)، آلومینیوم ($4/2\text{eV}$)، باریوم ($2/5\text{eV}$)، لیتیم ($2/3\text{eV}$)؟

۱۷۰- نور با برخورد با سطح سدیم موجب گسیل فوتوالکتریک می‌شود. پتانسیل توقف الکترونهاى كنده شده $5/0\text{V}$ و تابع کار سدیم $2/2\text{eV}$ است. طول موج نور فرودی چقدر است؟ SSM .

۱۸۰- اگر تابع کار ماده‌ای $2/3\text{eV}$ و بسامد تابش فرودی $3/0 \times 10^{15}\text{Hz}$ باشد، بیشینه انرژی جنبشی الکترونهاى كنده شده از این ماده را پیدا كنید.

۱۹۰۰- پتانسیل توقف الکترونهاى گسیل شده از یک سطح روشن شده با نور به طول موج 491nm برابر با $0/710\text{V}$ است. وقتی طول موج فرودی به مقدار جدیدی تغییر کند، پتانسیل توقف $1/43\text{V}$ می‌شود. (الف) طول موج جدید چقدر است؟ (ب) تابع کار سطح چقدر است؟

۲۰۰۰- طول موج مربوط به بسامد قطع نقره 325nm است. بیشینه انرژی جنبشی الکترونهاى كنده شده از سطح نقره به وسیله نور فرابنفش با طول موج 254nm چقدر است؟

۲۱۰۰- نوری با طول موج 200nm بر یک سطح آلومینیومی می‌تابد؛ برای كندن الكترون $4/20\text{eV}$ لازم است. انرژی جنبشی (الف) سریعترین و (ب) آهسته‌ترین الکترونها چقدر است؟ (پ) پتانسیل توقف برای این وضعیت چقدر است؟ (ت) طول موج قطع برای آلومینیوم چقدر است؟ SSM

۲۲۰۰- یک ماهواره در حال گردش وقتی که نور خورشید به وسیله اثر فوتوالکتریک الکترون را از سطح بیرونی آن خارج می‌کند، دارای بار می‌شود. ماهواره باید طوری طراحی شود که این باردار شدن به حداقل برسد. فرض کنید ماهواره با پلاتین، فلزی با تابع کار بسیار بالا ($\Phi = 5/32\text{eV}$) پوشانیده شده است. بلندترین طول موجی که نور خورشید فرودی می‌تواند یک الکترون را از سطح پلاتین خارج کند به دست آورید.

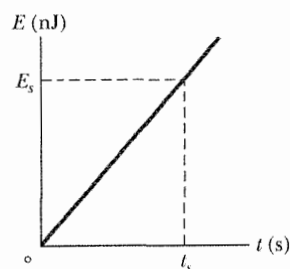
۲۳۰۰- (الف) اگر تابع کار فلز معینی $1/8\text{eV}$ باشد، پتانسیل توقف الکترونهاى كنده شده از فلز به هنگام تابیدن نور با طول موج 400nm بر آن چقدر است؟ (ب) بیشینه تندی الکترونهاى كنده شده چقدر است؟

۲۴۰۰- فرض کنید بازده کسری سطح سدیم (با تابع کار $1/80\text{eV}$) برابر با $1/0 \times 10^{-16}$ است؛ یعنی به طور متوسط یک الکترون به ازای هر 10^{16} فوتون كنده می‌شود و به سطح

۱۰۰۰- در شرایط آرمانی، اگر نور با طول موج 550nm توسط شبکیه چشم انسان با آهنگی به کمی 100 فوتون بر ثانیه جذب شود، دستگاه بینایی قادر به دیدن خواهد بود. آهنگ متناظری که با آن انرژی توسط شبکیه جذب می‌شود چقدر است؟

۱۱۰۰- یک لامپ سدیم ($\lambda = 589\text{nm}$) 100W انرژی را در تمام جهتها به طور یکنواخت تابش می‌کند. (الف) با چه آهنگی فوتونها توسط لامپ گسیل می‌شوند؟ (ب) در چه فاصله‌ای از لامپ یک صفحه جذب کننده کامل فوتونها را با آهنگ $1/00\text{ cm}^2 \cdot \text{s}$ فوتون جذب می‌کند؟ (پ) شار فوتونی (فوتون بر یکای مساحت بر یکای زمان) روی صفحه کوچکی به فاصله $2/00\text{m}$ از لامپ چقدر است؟

۱۲۰۰- یک آشکارساز نوری دارای سطح جذب با مساحت $2/00 \times 10^{-6}\text{m}^2$ است و 50% نور فرودی با طول موج 600nm را جذب می‌کند. آشکارساز در فاصله $12/0\text{m}$ از یک چشمه همسانگرد قرار دارد. منحنی تغییرات انرژی E گسیل شده از چشمه برحسب زمان t در شکل ۲۴-۳۸ داده شده است. $(E_s = 7/2\text{mJ}, t_s = 2/0\text{s})$. با چه آهنگی فوتونها جذب آشکارساز می‌شوند؟



شکل ۲۴-۳۸ مسئله ۱۲

۱۳۰۰- یک آشکارساز نوری (چشم شما) دارای مساحت $2/00 \times 10^{-6}\text{m}^2$ است و 80% نور فرودی با طول موج 500nm را جذب می‌کند. آشکارساز در فاصله $3/00\text{m}$ از یک چشمه همسانگرد قرار دارد. اگر آشکارساز فوتونها را با آهنگ $4/000\text{s}^{-1}$ جذب کند، گسیلنده نور با چه توانی نور گسیل می‌کند؟

۱۴۰۰- قطر d باریکه‌ای که از یک لیزر آرگون $1/5\text{W}$ ($\lambda = 515\text{nm}$) بیرون می‌آید، $3/0\text{mm}$ است. باریکه به وسیله یک دستگاه عدسی با فاصله کانونی مؤثر f_L برابر با $2/5\text{mm}$ متمرکز می‌شود. باریکه متمرکز شده به یک صفحه کاملاً جذب کننده برخورد می‌کند، که در آنجا نقش پراش دایره‌ای با قرص مرکزی به شعاع R برابر $1/22 f_L \lambda/d$ تشکیل می‌شود. می‌توان نشان داد که 84% انرژی فرودی در این قرص مرکزی قرار دارد. با چه آهنگی فوتونها توسط صفحه در قرص مرکزی نقش پراش جذب می‌شوند؟

می‌رسد. اگر چنین سطحی با نور 600nm از یک لیزر 20mW روشن شود و تمام الکترونهاى كنده شده در شارش بار شرکت کنند، جریان الکترونهاى كنده شده از این سطح چقدر است؟

۲۵۰۰- پرتوهای x با طول موج 71pm بر یک ورقه طلا برخورد کرده و الکترونهاى با پیوند محکم را از اتم طلا می‌کند. سپس الکترونهاى كنده شده در مسیری دایره‌ای به شعاع r در یک ناحیه میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} حرکت می‌کنند. در مورد الکترونهاى كنده شده سریع، ضرب Br برابر با $1.88 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{m}$ است. (الف) بیشینه انرژی جنبشی این الکترونها و (ب) کار انجام شده برای جدا شدن آنها از اتمهای طلا را پیدا کنید.

۲۶۰۰- در آزمایش فوتوالکتریک با استفاده از یک سطح سدیم، درمی‌یابیم که به ازای طول موج 300nm پتانسیل توقف 1.85V و به ازای طول موج 400nm پتانسیل توقف 0.82V است. از این داده‌ها (الف) مقدار ثابت پلانک را پیدا کنید، (ب) تابع کار Φ سدیم، و (پ) طول موج قطع λ_c سدیم را پیدا کنید.

بخش ۳۸-۴ فوتونها و اندازه حرکت

۲۷۰- (الف) بسامد، (ب) انرژی فوتون و (پ) بزرگی اندازه حرکت فوتون (برحسب KeV/c) مربوط به پرتوهای x با طول موج 350pm چقدر است؟

۲۸۰- (الف) برحسب MeV/c بزرگی اندازه حرکت مربوط به فوتونی که انرژی آن برابر با انرژی در حالت سکون الکترون باشد چقدر است؟ (ب) طول موج و (پ) بسامد تابش مربوط چقدر است؟

۲۹۰- نوری با طول موج 240pm بر هدفی شامل الکترونهاى آزاد می‌تابد. (الف) طول موج نور پراکنده در زاویه 30° از امتداد فرودی را پیدا کنید. (ب) آیا این مقدار با زاویه پراکندگی 120° یکسان است؟ SSM

۳۰۰۰- پرتوهای x با طول موج 0.100nm در جهت مثبت محور x بر هدفی شامل الکترونهاى با پیوند سست می‌تابد. در مورد پراکندگی کامپتون از یکی از این الکترونها، در زاویه 180° ، (الف) جابه‌جایی کامپتون، (ب) تغییر متناظر در انرژی فوتون، (پ) انرژی جنبشی الکترون پس زده شده و (ت) زاویه بین جهت مثبت محور x و جهت حرکت الکترونها، چقدر است؟

۳۱۰۰- درصد تغییر در انرژی فوتون را در ضمن برخوردی مانند شکل ۳۸-۵ به ازای $\phi = 90^\circ$ و برای تابش (الف) در گستره میکروموج با $\lambda = 3.0\text{cm}$ ، (ب) در گستره مرئی با $\lambda = 500\text{nm}$ ، (پ) در گستره پرتوهای x با $\lambda = 25\text{pm}$ و

(ت) در گستره پرتو گاما با انرژی فوتون گاما برابر با 1.0MeV را محاسبه کنید. (ث) نتیجه‌گیری شما درباره امکان آشکارسازی جابه‌جایی کامپتون در این ناحیه‌های مختلف از طیف الکترومغناطیسی، فقط بر اساس معیار اتلاف انرژی در برخورد یک فوتون- الکترون منفرد، چیست؟

۳۲۰۰- پرتوهای گاما با انرژی فوتون 0.511MeV بر یک هدف آلومینیومی می‌تابند و توسط الکترونهاى با پیوند سست در جهت‌های مختلف پراکنده می‌شوند. (الف) طول موج پرتوهای گامای فرودی چقدر است؟ (ب) طول موج پرتوهای گامای پراکنده شده در زاویه 90° نسبت به باریکه فرودی چقدر است؟ (پ) انرژی فوتون پرتوهای پراکنده شده در این جهت چقدر است؟

۳۳۰۰- طول موج کامپتون را برای (الف) الکترون و (ب) پروتون محاسبه کنید. انرژی فوتون برای یک موج الکترومغناطیسی با طول موج برابر با طول موج کامپتون (پ) الکترون و (ت) پروتون چقدر است؟ SSM

۳۴۰۰- نشان دهید که هرگاه فوتونی با انرژی E از یک الکترون آزاد در حالت سکون پراکنده شود، بیشینه انرژی جنبشی الکترون پس زده شده با رابطه زیر داده می‌شود

$$K_{\max} = \frac{E^2}{E + mc^2/2}$$

۳۵۰۰- (الف) جابه‌جایی کامپتون $\Delta\lambda$ ، (ب) کسر جابه‌جایی کامپتون $\Delta\lambda/\lambda$ و (پ) تغییر ΔE در انرژی فوتون نور با طول موج $\lambda = 590\text{nm}$ که از یک الکترون آزاد در حال سکون با زاویه پراکندگی 90° نسبت به جهت باریکه فرودی پراکنده می‌شود، چقدر است؟ (ت) $\Delta\lambda$ ، (ث) $\Delta\lambda/\lambda$ و (ج) ΔE به ازای پراکندگی 90° برای فوتونی با انرژی 50KeV (در گستره پرتو x) چقدر است؟

۳۶۰۰- بیشینه انرژی جنبشی الکترونهاى خارج شده از یک ورقه نازک مسی توسط پراکندگی کامپتون با یک باریکه فرودی پرتوهای x با انرژی 17.5keV چقدر است؟ تابع کار را ناچیز بگیرد.

۳۷۰۰- چند درصد افزایش در طول موج به 0.75% اتلاف انرژی فوتون در برخورد فوتون- الکترون آزاد می‌انجامد؟ SSM

۳۸۰۰- فوتونی با یک الکترون آزاد ساکن پراکندگی کامپتون پیدا می‌کند. فوتون 90° نسبت به جهت اولیه منحرف می‌شود؛ طول موج اولیه آن $3.0 \times 10^{-12} \text{ m}$ است. انرژی جنبشی الکترون چقدر است؟

۳۹۰۰- برخوردی بین یک فوتون پرتو x با انرژی اولیه 50keV و یک الکترون ساکن را در نظر بگیرید که در آن فوتون به طرف عقب و الکترون كنده شده به طرف جلو حرکت می‌کند. (الف) انرژی فوتون پراکنده شده به عقب چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی الکترون چقدر است؟

۴۹۰۰- طول موج خط زرد گسلی از سدیم 590 nm است. الکترون با چه انرژی جنبشی دارای طول موج دوبروی برابر با طول موج این خط خواهد بود؟

۵۰۰۰- الکترونی که تا انرژی 50 GeV شتاب گرفته‌اند دارای طول موج λ به حد کافی کوچک‌اند که برای بررسی ساختار داخل یک هسته هدف توسط پراکندگی از آنها استفاده می‌شود. فرض کنید که انرژی به قدری بزرگ است که رابطه نسبیتی $p = E/c$ بین بزرگی اندازه حرکت p و انرژی E برقرار است. (در این وضعیت انرژی جنبشی الکترون خیلی بیشتر از انرژی در حال سکون آن است.) (الف) λ چقدر است؟ (ب) اگر شعاع هسته هدف $R = 50\text{ fm}$ باشد، نسبت R/λ چقدر است؟

۵۱۰۰- یک ذره غیر نسبیتی سه برابر سریعتر از الکترون حرکت می‌کند. نسبت طول موج دوبروی ذره به طول موج الکترون $1/813 \times 10^{-4}$ است. با محاسبه جرم ذره، آن را شناسایی کنید.

SSM
۵۲۰۰- (الف) انرژی یک فوتون متناظر با طول موج 100 nm ، (ب) انرژی جنبشی یک الکترون با طول موج دوبروی 100 nm ، (پ) انرژی یک فوتون متناظر با طول موج 100 fm و (ت) انرژی جنبشی یک الکترون با طول موج دوبروی 100 fm چقدر است؟

۵۳۰۰- بالاترین توان تفکیک قابل حصول در یک میکروسکوپ فقط با طول موج به کار رفته محدود می‌شود؛ یعنی کوچکترین چیزی که می‌توان تشخیص داد دارای ابعادی تقریباً برابر با طول موج است. فرض کنید که می‌خواهیم داخل اتم را «بینیم». با فرض اینکه قطر اتم 100 pm باشد، این بدان معنی است که باید بتوان پهنایی مثلاً 100 pm را تفکیک کرد. (الف) اگر یک میکروسکوپ الکترونی مورد استفاده قرار گیرد، کمینه انرژی لازم الکترون چقدر است؟ (ب) اگر یک میکروسکوپ نوری به کار رود، کمینه انرژی لازم فوتون چقدر است؟ (پ) کدام میکروسکوپ عملی‌تر به نظر می‌رسد؟ چرا؟

۵۴۰۰- اگر میکروسکوپ الکترونی بخواهد همان حد نهایی توان تفکیک را که با به کار بردن پرتوهای گاما 100 keV به دست می‌آید داشته باشد، ولتاژ شتابدهنده الکترونها باید چقدر باشد؟ (به مسئله ۵۳ نگاه کنید و فرض کنید فیزیک کلاسیکی حاکم است.) SSM

۵۵۰۰- اگر طول موج دوبروی یک پروتون 100 fm باشد، (الف) تندی پروتون چقدر است و (ب) با چه پتانسیل الکتریکی پروتون برای کسب این تندی باید شتاب بگیرد؟

بخش ۳۸-۷ معادله شرودینگر

۵۶۰۰- (الف) تابع موج $\psi(x)$ نشان داده شده در معادله ۳۸-۱۹ را به صورت $\psi(x) = a + ib$ بنویسید، که در آن a و b کمتهای حقیقی‌اند. (فرض کنید که ψ_0 حقیقی است.) (ب)

۴۰۰۰- بیشینه جابه‌جایی طول موج برای برخورد کامپتون بین فوتون و پروتون آزاد چقدر است؟

۴۱۰۰- یک فوتون 200 keV توسط یک الکترون آزاد در چه زاویه‌ای باید پراکنده شود تا اینکه فوتون 10% انرژی خود را از دست بدهد؟

بخش ۳۸-۶ الکترونها و موجهای ماده

۴۲۰- طول موج دوبروی (الف) یک الکترون 100 keV ، (ب) یک پروتون 100 keV و (پ) یک نوترون 100 keV را محاسبه کنید.

۴۳۰- در تلوویزیونهای قدیمی، الکترونها از طریق یک اختلاف پتانسیل 250 keV شتاب می‌گرفتند. طول موج دوبروی چنین الکترونی چقدر است؟ (به نسبت نیازی نیست.) SSM

۴۴۰۰- جریانی از فوتونها، هر یک با تندی $0.9900c$ ، در آزمایش دو شکاف با فاصله شکافهای $4.00 \times 10^{-4}\text{ m}$ ، به آن می‌تابد. نقش تداخلی دو شکاف روی پرده مشاهده می‌شود. زاویه بین مرکز نقش و کمینه دوم (در هر طرف مرکز) چقدر است؟

۴۵۰۰- طول موج (الف) فوتونی با انرژی 100 eV ، (ب) الکترونی با انرژی 100 eV ، (پ) فوتونی با انرژی 100 eV و (ت) الکترونی با انرژی 100 eV چقدر است؟

۴۶۰۰- طول موج یک الکترون و یک فوتون 0.20 nm است. اندازه حرکت (برحسب $\text{kg} \cdot \text{m/s}$) (الف) الکترون و (ب) فوتون چقدر است؟ انرژی (برحسب eV) (پ) الکترون و (ت) فوتون چقدر است؟

۴۷۰۰- یونهای سدیم یک بار یونیده تا اختلاف پتانسیل 300 V شتاب می‌گیرند. (الف) چه اندازه حرکتی توسط چنین یونی کسب می‌شود؟ (ب) طول موج دوبروی آن چقدر است؟ SSM WWW

۴۸۰۰- هسته اتم در سال $1911/1299$ توسط ارنست راترفورد^۱ کشف شد، کسی که برخی آزمایشها را که با پراکندگی باریکه ذره آلفا از اتمهای ورقه نازک فلز طلا انجام داده بود به خوبی تفسیر کرد. (الف) اگر ذره‌های آلفا دارای انرژی جنبشی 7.5 MeV باشند، طول موج دوبروی آنها چقدر است؟ (ب) توضیح دهید که آیا طبیعت موجی ذره‌های آلفای فرودی در تفسیر این آزمایشها باید به حساب آورده شوند یا نه؟ جرم یک ذره آلفا 4.00 u (یکای جرم اتمی) و نزدیکترین فاصله نزدیک شدن به مرکز هسته در این آزمایشها تقریباً 30 fm بوده است (تا بیش از یک دهه پس از اینکه برای اولین بار این آزمایشهای قاطع انجام شد، طبیعت موجی ماده مسلم نشده بود).

بخش ۳۸-۸ اصل عدم قطعیت هایزنبرگ

۶۳۰- عدم قطعیت در مکان الکترونی که در امتداد محور x حرکت می‌کند برابر 50 pm داده شده که تقریباً برابر با شعاع اتم هیدروژن است. کمترین عدم قطعیت در اندازه‌گیری همزمان مؤلفه p_x اندازه حرکت این الکترون چقدر است؟

۶۴۰- در فصل ۳۹ خواهیم دید که الکترون‌ها نمی‌توانند در یک مدار معین داخل اتمها، مانند سیاره‌های منظومه شمسی حرکت کنند. برای یافتن علت این امر، سعی می‌کنیم برای «مشاهده» چنین الکترون در حال گردشی از یک میکروسکوپ نوری برای اندازه‌گیری مدار الکترون با دقت، مثلاً 10 pm (شعاع یک اتم نوعی تقریباً 100 pm)، استفاده کنیم. آنگاه طول موج نوری که در میکروسکوپ به کار برده می‌شود باید حدود 10 pm باشد. (الف) انرژی فوتون این نور چقدر است؟ (ب) چنین فوتونی در برخورد رودرو با یک الکترون چقدر انرژی به آن منتقل می‌کند؟ (پ) این نتایج درباره امکان «مشاهده» یک الکترون اتمی در دو نقطه یا بیشتر در امتداد مسیر مدار مفروض چه چیزی به دست می‌دهند؟ (ر) همنمایی الکترونهای بیرونی اتمها با انرژی فقط چند الکترون-ولت با اتم پیوند دارند.

۶۵۰- شکل ۱۲-۳۸ حالتی را نشان می‌دهد که در آن مؤلفه اندازه حرکت p_x یک ذره ثابت است به طوری که $\Delta p_x = 0$ ؛ آنگاه از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ (معادله ۳۸-۲۰)، مکان x ذره کاملاً نامعلوم است. از همین اصل نتیجه می‌شود که عکس این مطلب نیز درست است؛ یعنی اگر مکان ذره‌ای دقیقاً معلوم باشد ($\Delta x = 0$)، عدم قطعیت در اندازه حرکت آن نامتناهی است.

یک حالت میانی را در نظر بگیرید که در آن مکان ذره نه با دقت نامتناهی، بلکه در فاصله $\lambda/2\pi$ اندازه‌گیری می‌شود که در آن طول موج دوبروی ذره است. نشان دهید که عدم قطعیت در (اندازه‌گیری همزمان) مؤلفه اندازه حرکت برابر با خود آن مؤلفه است؛ یعنی $\Delta p_x = p$. در این شرایط، آیا اندازه‌گیری صفر برای اندازه حرکت موجب تعجب خواهد شد؟ در مورد اندازه حرکت اندازه‌گیری شده $0.5p$ ، p ، یا $1.2p$ چطور؟ SSM

بخش ۳۸-۹ تونل‌زنی از سد

۶۶۰- (الف) فرض کنید باریکه‌ای از پروتونهای 5.0 eV به سد انرژی پتانسیل به ارتفاع 6.0 eV و ضخامت 0.70 nm با آهنگی معادل با جریان 1000 A برخورد می‌کند. به طور متوسط چقدر باید منتظر بمانید تا یک پروتون از سد عبور کند؟ (ب) اگر این باریکه به جای پروتون شامل الکترون باشد، چقدر باید منتظر بمانید؟

۶۷۰- وضعیت تونل‌زنی از سد مسئله نمونه ۳۸-۷ را در نظر بگیرید. چند درصد تغییر در ضریب عبور T به ازای 1% تغییر

تابع موج وابسته به زمان $\Psi(x,t)$ را بنویسید که متناظر با $\psi(x)$ است.

۵۷۰۰- نشان دهید که معادله ۳۸-۱۷ با قرار دادن $\psi(x)$ و مشتق دوم آن در معادله ۳۸-۱۶ و به دست آوردن یک نتیجه اتحادی، در واقع جوابی برای معادله ۳۸-۱۶ است.

۵۸۰۰- (الف) $n = a + ib$ را یک عدد مختلط در نظر بگیرید که a و b اعداد حقیقی‌اند (مثبت یا منفی). نشان دهید که حاصلضرب mn^* همیشه یک عدد حقیقی مثبت است. (ب) $m = c + id$ را یک عدد مختلط دیگر در نظر بگیرید. نشان دهید که $|nm| = |n||m|$.

۵۹۰۰- نشان دهید که عدد موج زاویه‌ای k برای یک ذره آزاد غیر نسبیتی به جرم m می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$k = \frac{\sqrt{2mK}}{h}$$

که در آن K انرژی جنبشی ذره است. SSM

۶۰۰۰- فرض کنید در معادله ۳۸-۱۷، قرار دهیم $A = 0$ و B را با ψ_0 نشان دهیم. (الف) در این صورت تابع موج حاصل چگونه توصیف می‌شود؟ (ب) در صورت تغییر، شکل ۳۸-۱۲ چگونه تغییر می‌کند؟

۶۱۰۰- تابع موج $\psi(x)$ نشان داده شده در معادله ۳۸-۱۹ یک ذره آزاد را توصیف می‌کند که در معادله شرویدینگر (معادله ۳۸-۱۵) برای آن فرض کردیم $U(x) = 0$ است. اکنون فرض کنید که در آن معادله، ثابت $U(x) = U_0$ است. نشان دهید که معادله ۳۸-۱۹ هنوز جوابی برای معادله شرویدینگر است که در آن

$$k = \frac{\sqrt{2m(E - U_0)}}{h}$$

عدد موج زاویه‌ای ذره است. SSM

۶۲۰۰- در معادله ۳۸-۱۸ دو جمله را نگهدارید و قرار دهید $A = B = \psi_0$. آنگاه معادله به صورت برهم‌نهی دو موج ماده با دامنه مساوی توصیف می‌شود که در جهتهای مخالف حرکت می‌کنند. (به یاد آورید که این شرط برای یک موج ایستاده است). (الف) نشان دهید که $|\Psi(x,t)|^2$ به صورت زیر داده می‌شود.

$$|\Psi(x,t)|^2 = 2\psi_0^2 [1 + \cos 2kx]$$

(ب) این تابع را رسم کنید و نشان دهید که این مربع دامنه یک موج ایستاده را توصیف می‌کند. (پ) نشان دهید که گره‌های این موج ایستاده در مکانهای زیر واقع‌اند

$$x = (2\pi + 1) \left(\frac{1}{4} \lambda \right)$$

که در آن $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ و λ طول موج دوبروی است. (ت) عبارت مشابهی برای مکانهای خیلی محتمل این ذره بنویسید.

۷۵- خط طیفی گسیلی یک تابش الکترومغناطیسی است که در محدوده باریکی از طول موج گسیل می‌شود به طوری که می‌توان آن را به صورت تک طول موج در نظر گرفت. یک چنین خط گسیلی که در نجوم مهم است دارای طول موج 21cm است. انرژی فوتون در موج الکترومغناطیسی در این طول موج چقدر است؟

۷۶- با استفاده از معادله‌های کلاسیکی برای اندازه حرکت و انرژی جنبشی، نشان دهید که می‌توان طول موج دوبروی الکترون را برحسب نانومتر به صورت $\lambda = 1/226/\sqrt{K}$ نوشت، که در آن K انرژی جنبشی الکترون برحسب الکترون ولت است.

۷۷- گلوله‌ای به جرم 40g با تندی 1000m/s حرکت می‌کند. هر چند که گلوله خیلی بزرگ است و نمی‌توان آن را به صورت یک موج ماده در نظر گرفت، تعیین کنید که معادله $38-13$ برای طول موج دوبروی گلوله در این تندی چه پیش‌بینی می‌کند؟

۷۸- شکل $38-12$ نشان می‌دهد که به علت اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، تعیین مختصه x برای مکان الکترون امکان‌پذیر نیست. (الف) آیا می‌توانید مختصه y یا z را تعیین کنید؟ (راهنمایی: اندازه حرکت الکترون مؤلفه y یا z ندارد.) (ب) گستره یک موج ماده در سه بعد را توصیف کنید.

۷۹- بازی بیسبال را در جهانی (نه جهان ما) تصور کنید که در آنجا ثابت پلانک $0.60\text{J}\cdot\text{s}$ است. اگر قطعیت در تندی 10m/s باشد، عدم قطعیت در مکان توپ بیسبال به جرم $0.50\text{J}\cdot\text{s}$ که با تندی 20m/s در امتداد محوری حرکت می‌کند چقدر است؟

۸۰- اتمی میلی به جرم 1500kg که با تندی 20m/s حرکت می‌کند به تپه‌ای نزدیک می‌شود که ارتفاع آن 24m و طول آن 30m است. هر چند که اتمی میلی و تپه به قدری بزرگ‌اند که نمی‌توان آنها را به صورت موجهای ماده در نظر گرفت. تعیین کنید که معادله $38-21$ برای ضریب عبور اتمی میلی، مانند موج ماده که از میان تپه عبور کند، چه پیش‌بینی می‌کند؟ تپه را یک سد انرژی پتانسیل در نظر بگیرید که انرژی پتانسیل آن گرانشی است.

۸۱- نشان دهید که $|\Psi|^2 = |\psi|^2$ ، که Ψ و ψ مانند معادله $38-14$ به هم مرتبط‌اند. یعنی نشان دهید که چگالی احتمال به متغیر زمان بستگی ندارد.

۸۲- نشان دهید که $\Delta E/E$ ، کسر اتلاف انرژی یک فوتون در ضمن برخورد با ذره‌ای به جرم m با رابطه زیر داده می‌شود.

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{hf'}{mc^2}(1 - \cos \phi)$$

که E انرژی فوتون فرودی، f' بسامد فوتون پراکنده شده و ϕ به صورت شکل $38-5$ تعریف می‌شود.

در (الف) ارتفاع سد، (ب) ضخامت سد، و انرژی جنبشی الکترون فرودی، به وجود می‌آید؟ SSM WWW
۶۸۰۰- یک سد انرژی پتانسیل مانند شکل $38-15$ را در نظر بگیرید که ارتفاع آن U_b برابر با 6.0eV و ضخامت آن L برابر با 0.70nm است. انرژی یک الکترون فرودی که ضریب عبور آن 0.010 باشد چقدر است؟

۶۹۰۰- یک پروتون 3.0MeV بر سد انرژی پتانسیل به ضخامت 10fm و ارتفاع 10MeV می‌تابد. (الف) ضریب عبور T ، (ب) انرژی جنبشی K_t پروتون اگر از سد تونل بزند در طرف دیگر چقدر خواهد بود. و (پ) انرژی جنبشی K_r پروتون اگر از سد بازتاب کند، چقدر است؟ یک دوترون 3.0MeV (با همان بار ولی با جرم دو برابر جرم پروتون) به همان سد فرود می‌آید. (ت) T ، (ث) K_t و (ج) K_r ، چقدر است؟

مسئله‌های اضافی

۷۰- حدود سال $1916/1925$ ، میلیکان در آزمایشهای فوتوالکتریک خود داده‌های زیر را برای پتانسیل توقف لیتیم به دست آورد:

طول موج (nm)	۲۵۳/۵	۳۱۲/۵	۳۶۵/۰	۴۰۴/۷	۴۳۳/۹
پتانسیل توقف (V)	۲/۵۷	۱/۶۷	۱/۰۹	۰/۷۳	۰/۵۵

این داده‌ها را به کار برید و نموداری مانند شکل $38-2$ (که برای سدیم است) رسم کنید و سپس از این نمودار برای به دست آوردن (الف) ثابت پلانک و (ب) تابع کار لیتیم استفاده کنید.

۷۱- از معادله‌های $38-8$ ، $38-9$ و $38-10$ با حذف v و θ ، معادله $38-11$ ، معادله جابه‌جایی کامپتون را به دست آورید.

۷۲- انرژی جنبشی متوسط نوترونها در تعادل گرمایی با ماده برابر $(3/2)kT$ است، که k ثابت بولتزمن و T دمای محیط نوترونهاست که می‌توان آن را 300K در نظر گرفت. (الف) انرژی جنبشی متوسط چنین نوترونی چقدر است؟ (ب) طول موج دوبروی متناظر چقدر است؟

۷۳- بالنی پر از گاز هلیوم را در نظر بگیرید که در دمای اتاق و فشار جو قرار دارد. (الف) متوسط طول موج دوبروی اتمهای هلیوم و (ب) فاصله متوسط بین اتمها در این شرایط، را محاسبه کنید. انرژی جنبشی متوسط یک اتم برابر با $(3/2)kT$ است، که k ثابت بولتزمن است. (پ) آیا در این شرایط می‌توان اتمها را به صورت ذره در نظر گرفت؟ توضیح دهید.

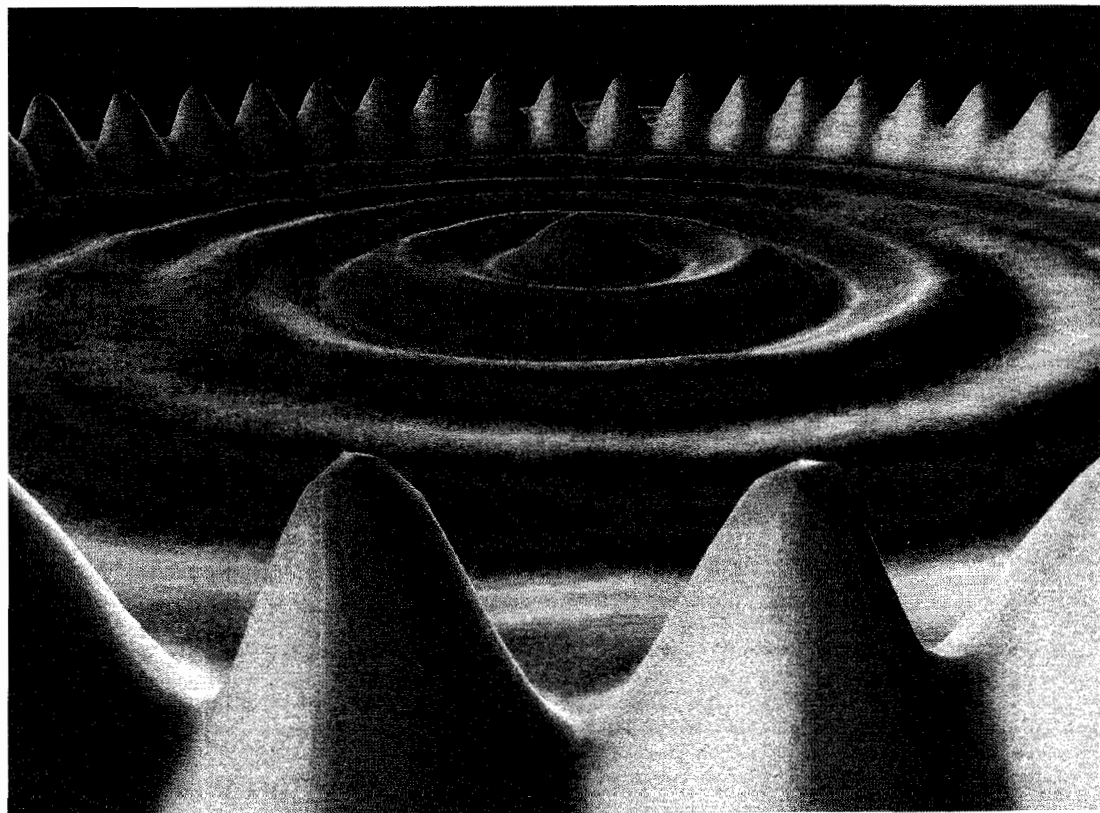
۷۴- (الف) کوچکترین مقدار انرژی مورد نیاز برای کندن الکترونی از سدیم فلزی 2.28eV است. آیا سدیم برای نور قرمز با طول موج $\lambda = 680\text{nm}$ اثر فوتوالکتریک نشان می‌دهد؟ (ب) طول موج قطع گسیل فوتوالکتریک از سدیم چقدر است؟ (پ) این طول موج به چه رنگی مربوط است؟

۸۳- با تحلیل برخورد بین یک فوتون و یک الکترون آزاد (با استفاده از مکانیک نسبیتی)، نشان دهید که برای فوتون امکان ندارد که تمام انرژی خود را به الکترون آزاد منتقل کند (و بنابراین فوتون از بین برود).

۸۴- الکترونی به جرم m و تندی v با یک فوتون پرتو گاما با انرژی اولیه hf_0 ، وقتی در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری شود، «برخورد» می‌کند. فوتون در جهت حرکت الکترون پراکنده می‌شود. بررسی کنید که انرژی فوتون پراکنده شده، وقتی در چارچوب آزمایشگاه اندازه‌گیری شود، عبارت است از

$$E = hf_0 \left(1 + \frac{v}{c} \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \right)^{-1}$$

بازهم دربارهٔ موجهای ماده



موجکهای داخل حصار
کوانتومی چه هستند؟

پاسخ در همین فصل.

وقتی این تصویر با میکروسکوپ تونل‌زنی روبشی به وسیلهٔ پژوهشگران در مرکز پژوهشهای آلمادن IBI در کالیفرنیا منتشر شد، بسیاری از دانشمندان و مهندسان را شگفت زده کرد. تصویر اتمهای آهن ۴۸ را نشان می‌دهد که پژوهشگران آنها را برای تشکیل دایره‌ای به قطر ۱۴nm روی یک سطح مسی که به طور خاصی تهیه شده است، قرار داده‌اند. این آرایش حصار کوانتومی نامیده می‌شود، چون مانند حصاری که در یک مزرعه چهار پایان را محصور می‌کند، این سد اتمهای آهن می‌تواند چیزهایی را محصور کند. این موجکها بر آن چیزها اشاره دارند.

۳۹-۱ فیزیک چیست؟

یکی از هدفهای درازمدت فیزیک درک طبیعت اتم‌هاست. اوایل قرن بیستم کسی نمی‌دانست که آرایش الکترون‌ها در اتم‌ها چگونه است، آنها چگونه حرکت می‌کنند، اتم‌ها چگونه نور را گسیل یا جذب می‌کنند، یا حتی چرا اتم‌ها پایدارند. بدون این اطلاعات ممکن نیست بفهمیم که چطور اتم‌ها برای تشکیل مولکول‌ها ترکیب می‌شوند یا برای تشکیل جامدها به هم می‌چسبند. در نتیجه، بنیان شیمی - از جمله بیوشیمی، که شالودهٔ ماهیت خود زندگی است - کم و بیش اسرارآمیز بود.

در سال ۱۹۲۶/۱۳۰۵ همهٔ این پرسش‌ها و خیلی از پرسشهای دیگر با پیشرفت فیزیک کوانتومی پاسخ داده شد. اساس قضیه این است که برای حرکت الکترون‌ها، پروتون‌ها یا هر نوع ذرهٔ دیگر بهترین دیدگاه موجهای ماده است و معادلهٔ شرودینگر حاکم بر حرکت آنهاست. اگرچه نظریهٔ کوانتومی برای ذره‌های سنگین نیز اعمال می‌شود، ولی دلیلی وجود ندارد که توپهای بیسبال، اتومبیل‌ها، سیاره‌ها و اجسام دیگر را با نظریهٔ کوانتومی بررسی کنیم. برای چنین اجسام سنگینی، اجسامی که آهسته حرکت می‌کنند، فیزیک نیوتونی و فیزیک کوانتومی نتیجهٔ یکسانی به دست می‌دهند.

پیش از آنکه فیزیک کوانتومی را برای مسئلهٔ ساختار اتم به کار ببریم، به توسعهٔ برخی دیدگاه‌ها با اعمال نظریهٔ کوانتومی در چند وضعیت ساده‌تر نیاز داریم. برخی از این وضعیت‌ها ممکن است ساده شده و غیر واقعی به نظر برسند، ولی با استفاده از آنها دربارهٔ اصول اساسی فیزیک کوانتومی اتم‌ها بحث خواهیم کرد بدون آنکه پیچیدگی عظیم اتم‌ها را در نظر بگیریم. افزون بر این، با پیشرفتهای فناوری نانو، وضعیت‌هایی که پیشتر فقط در کتابهای درسی وجود داشت اکنون در آزمایشگاه‌ها ایجاد می‌شوند و در علوم نوین الکترونیک و مواد کاربرد دارند. ما در آستانهٔ توانایی استفاده از حصارهای کوانتومی که در شروع این فصل دیدیم، بعلاوهٔ نوع دیگری از ترکیب به نام نقطه‌های کوانتومی قرار داریم، که «اتمهای طراحی شده» را به وجود می‌آورند که می‌توان خواص آنها را در آزمایشگاه دستکاری کرد. در مورد اتمهای طبیعی و آنهایی که ساختگی‌اند، نقطهٔ سرآغاز بحث ما طبیعت موجی الکترون است.

۳۹-۲ موجهای ریسمان و موجهای ماده

در فصل ۳۲ دیدیم که دو نوع موج در یک ریسمان کشیده شده می‌توانند ایجاد شوند. اگر ریسمان به قدر کافی دراز باشد که بتوانیم آن را نامتناهی در نظر بگیریم، می‌توانیم موج رونده‌ای را اساساً با هر بسامد ایجاد کنیم. ولی، اگر ریسمان کشیده شده دارای طول محدودی باشد، شاید به دلیل آنکه دو سر آن به

جایی بسته شده باشند، فقط می‌توانیم روی آن موجهای ایستاده ایجاد کنیم؛ علاوه بر آن، این موجهای ایستاده فقط می‌توانند بسامدهای گسسته‌ای داشته باشند. به عبارت دیگر، منحصر کردن موج به یک ناحیهٔ محدودی از فضا به کوانتیده کردن حرکت یعنی به وجود حالت‌های گسسته موج می‌انجامد که هر حالت بسامد کاملاً مشخصی دارد.

این مشاهدات برای تمام انواع موج‌ها از جمله موجهای ماده به کار می‌رود. ولی، برای موجهای ماده به جای کار کردن با بسامد f ، موج، خیلی راحت‌تر است که با انرژی E مربوط به ذره کار کنیم. در تمام مطالبی که در پی می‌آید توجه خود را روی موج ماده مربوط به یک الکترون معطوف می‌کنیم، ولی این نتایج برای هر موج ماده که محدود شده باشد می‌تواند به کار رود.

موج ماده مربوط به الکترون متحرک در جهت مثبت x را در نظر می‌گیریم که تحت تأثیر هیچ نیروی خالصی نیست - و به اصطلاح ذره آزاد نامیده می‌شود. انرژی چنین الکترونی هر مقدار قابل قبولی می‌تواند داشته باشد، درست همانطور که یک موج متحرک در امتداد ریسمان کشیده شده با طول نامتناهی می‌تواند هر بسامد قابل قبولی را داشته باشد.

سپس موج مادهٔ مربوط به یک الکترون اتمی، مثلاً الکترون ظرفیت (با پیوند سست) در اتم سدیم را بررسی می‌کنیم. چنین الکترونی - که تحت تأثیر نیروی جاذبهٔ کولنی بین آن و هسته با بار مثبت در اتم قرار دارد - یک ذره آزاد نیست. این الکترون فقط در حالت‌های گسسته‌ای که هر یک انرژی گسسته E دارد می‌تواند وجود داشته باشد. این خیلی شبیه به حالت‌های گسسته و بسامدهای کوانتیده‌ای است که در یک ریسمان کشیده شده با طول محدود می‌تواند وجود داشته باشد. بنابراین، در مورد موجهای ماده، مانند همهٔ انواع دیگر موج‌ها، می‌توان یک اصل محدودیت بیان کرد:

محدودیت موج منجر به کوانتیده شدن، یعنی وجود حالت‌های گسسته با انرژی‌های گسسته می‌انجامد. موج می‌تواند فقط این انرژی‌ها را داشته باشد.

۳۹-۳ انرژیهای الکترون به تله افتاده

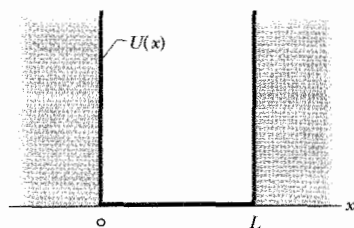
تله‌های یک بعدی

در اینجا موج مادهٔ مربوط به الکترون غیر نسبیتی محدود شده در یک ناحیه از فضا را بررسی می‌کنیم. این امر را با قیاس با موجهای ایستاده روی یک ریسمان با طول محدود که در امتداد محور x و بین دو نقطهٔ بسته شده کشیده شده است انجام می‌دهیم. چون نقطه‌های بسته شده محکم هستند، در دو انتهای ریسمان گره یا نقطه‌هایی قرار دارند که در آنها ریسمان همیشه

تله انداخت. برای مثال، در دانشگاه واشنگتن الکترون منفردی به مدت چند ماه در تله نگهداشته شد و دانشمندان توانستند اندازه‌گیریهای خیلی دقیقی روی خواص آن انجام دهند.

به دست آوردن انرژیهای کوانتیده

شکل ۲-۳۹ انرژی پتانسیل الکترون را بر حسب تابعی از مکان آن در امتداد محور x تله آرمانی شده شکل ۱-۳۹ نشان می‌دهد. وقتی الکترون در استوانه مرکزی قرار دارد، انرژی پتانسیل آن $U(=-eV)$ صفر است چون پتانسیل V در آنجا صفر است. اگر الکترون بیرون این ناحیه باشد، انرژی پتانسیل آن مثبت و مقدار آن بینهایت است چون در آنجا $V \rightarrow -\infty$ است. نقش انرژی پتانسیل شکل ۲-۳۹ را چاه انرژی پتانسیل نامتناهی عمیق، یا به طور کوتاه، چاه نامتناهی پتانسیل می‌نامیم. این یک «چاه» است چون الکترون واقع در استوانه مرکزی شکل ۱-۳۹



شکل ۲-۳۹ انرژی پتانسیل الکتریکی $U(x)$ الکترون محصور در استوانه مرکزی تله آرمانی شکل ۱-۳۹. می‌بینیم که به ازای $0 < x < L$ ، $U=0$ و به ازای $x < 0$ و $x > L$ ، $U \rightarrow \infty$.

نمی‌تواند از آن فرار کند. وقتی الکترون به هر یک از دو انتهای استوانه نزدیک می‌شود، نیرویی که اساساً مقدار آن بینهایت است جهت حرکت الکترون را معکوس می‌کند، بنابراین به تله می‌افتد. چون الکترون فقط در امتداد یک محور می‌تواند حرکت کند، این به تله افتادن را می‌توان چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی نامید.

درست مانند موج ایستاده در طول ریسمان کشیده شده، موج ماده توصیف کننده الکترون محصور در $x=0$ و $x=L$ باید گره‌هایی داشته باشد. افزون بر این، اگر λ را در معادله ۱-۳۹ به صورت طول موج دوبروی مربوط به الکترون متحرک تعبیر کنیم، این معادله را برای چنین موج ماده‌ای می‌توان به کار برد. طول موج دوبروی λ در معادله ۱۳-۳۸ به صورت $\lambda = h/p$ تعریف می‌شود، که p بزرگی اندازه حرکت الکترون است. چون الکترون غیر نسبیتی است، بزرگی اندازه حرکت p به انرژی جنبشی الکترون K با رابطه $p = \sqrt{2mK}$ مربوط می‌شود که m جرم الکترون است. در مورد الکترونی که داخل استوانه مرکزی شکل ۱-۳۹ حرکت می‌کند، جایی که $U=0$ است، انرژی کل (مکانیکی) E برابر با انرژی جنبشی است. از

در حالت سکون است. ممکن است گره‌های دیگری نیز در امتداد ریسمان وجود داشته باشند، ولی این دو نقطه، همانطور که شکل ۲۳-۳۲ نشان می‌دهد، باید همیشه وجود داشته باشند. حالتهای یا نقشهای گسسته موج ایستاده که در آن ریسمان می‌تواند نوسان کند، آنهایی هستند که برای آنها طول L ریسمان برابر با مضرب صحیحی از نصف طول است. یعنی ریسمان فقط می‌تواند آن حالتهایی را داشته باشد که رابطه زیر برقرار باشد

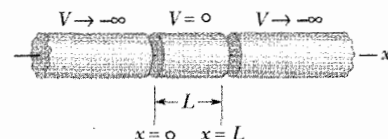
$$(1-39) \quad L = \frac{n\lambda}{2} \quad n=1,2,3,\dots \text{ به ازای}$$

هر مقدار n یک حالت ریسمان در حال نوسان را مشخص می‌کند؛ با به کار بردن زبان فیزیک کوانتومی، می‌توان عدد صحیح n را عدد کوانتومی نامید.

برای هر حالت ریسمان که بنابر معادله ۱-۳۹ مجاز است، جابه‌جایی عرضی ریسمان در هر مکان x در راستای ریسمان با رابطه زیر داده می‌شود

$$(2-39) \quad y_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad n=1,2,3,\dots \text{ به ازای}$$

که در آن عدد کوانتومی n نقش نوسان را مشخص می‌کند و A بستگی به زمانی دارد که ریسمان مورد بررسی قرار می‌گیرد. (معادله ۲-۳۹ صورت کوتاه شده معادله ۳۲-۶۰ است). همانطور که انتظار می‌رود می‌توان دید که برای تمام مقادیر n و در



شکل ۱-۳۹ اجزای یک «تله» آرمانی که برای محدود کردن الکترون در استوانه مرکزی طراحی شده است. استوانه‌ها را دراز نیم متناهی در نظر می‌گیریم که در یک پتانسیل منفی بزرگ کاملاً نامتناهی باشند و استوانه مرکزی در پتانسیل صفر است.

تمام مدت نقطه‌هایی با جابه‌جایی صفر (گره) در $x=0$ و $x=L$ وجود دارد. شکل ۲۲-۳۲ یک لحظه ثبت شده از چنین ریسمان کشیده شده‌ای را به ازای $n=2,3,4$ نشان می‌دهد.

اکنون توجه خود را به موج ماده معطوف می‌کنیم. اولین مسئله ما این است که به طور فیزیکی الکترونی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند محدود کنیم به طوری که داخل یک قسمت محدود از این محور باقی بماند. شکل ۱-۳۹ تله الکترون یک بعدی قابل تصور را نشان می‌دهد. این شامل دو استوانه دراز نیم متناهی است که پتانسیل الکتریکی هر یک از آنها به $-\infty$ میل می‌کند؛ بین آنها یک استوانه توخالی به طول L قرار دارد که پتانسیل الکتریکی آن صفر است. یک الکترون تنها را در استوانه مرکزی قرار می‌دهیم تا به تله افتد.

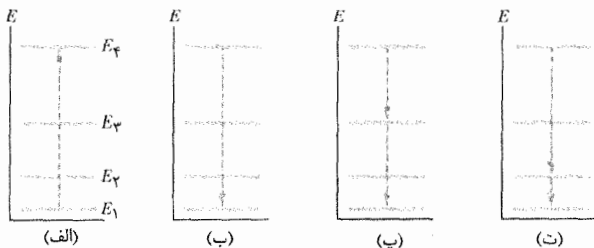
تله شکل ۱-۳۹ برای تحلیل آسان است ولی خیلی عملی نیست. ولی، تک الکترون‌ها را می‌توان در آزمایشگاه با تله‌هایی که طرح آنها خیلی پیچیده، ولی از نظر مفهوم یکسان است به

کوانتومی $n=2$ و بزرگتر) **حالت‌های برانگیخته** الکترون نامیده می‌شود. حالتی با تراز انرژی E_n ، با عدد کوانتومی $n=2$ ، اولین حالت برانگیخته نامیده می‌شود، چون اولین حالت برانگیخته به هنگام رفتن به بالای نمودار تراز انرژی است. هم چنین حالتی با تراز انرژی E_n دومین حالت برانگیخته نامیده می‌شود.

تغییرات انرژی

الکترون به تله افتاده تمایل دارد کمترین انرژی مجاز را داشته و بنابراین، در حالت پایه خود باشد. اگر یک منبع بیرونی انرژی اضافی لازم برای تغییر را فراهم کند به یک حالت برانگیخته (که در آن انرژی بیشتری دارد) می‌تواند تغییر کند. فرض کنیم E_{Low} انرژی اولیه الکترون و E_{high} انرژی بیشتر در حالتی که در نمودار تراز انرژی در بالاتر است باشد. بنابراین، مقدار انرژی لازم برای تغییر حالت الکترون عبارت است از

$$\Delta E = E_{high} - E_{Low} \quad (۵-۳۹)$$



شکل ۳۹-۴ (الف) برانگیختگی الکترون به تله افتاده از تراز انرژی حالت پایه به تراز حالت برانگیخته سوم. (ب) - (ت) سه طریق از چهار طریق که الکترون می‌تواند برای برگشت به تراز انرژی حالت پایه و انگیزه شود. (کدام طریق نشان داده نشده است؟)

الکترونی که چنین انرژی دریافت کند گفته می‌شود که یک **پرش کوانتومی** (یا **گذار**) یا **برانگیخته شدن** از حالت انرژی پایین به حالت انرژی بالا پیدا کرده است. شکل ۳۹-۴ الف یک پرش کوانتومی را از حالت پایه (با تراز انرژی E_1) به حالت برانگیخته سوم (با تراز انرژی E_4) نشان می‌دهد. همانطور که نشان داده شده است، این پرش باید از یک تراز انرژی به تراز دیگر باشد، ولی می‌تواند از یک یا چند تراز انرژی میانی بگذرد. یک روش که الکترونی بتواند به تراز انرژی بیشتر پرش کند، جذب یک فوتون است. ولی، این جذب و پرش کوانتومی فقط وقتی می‌تواند رخ دهد که شرط زیر برقرار باشد:

اگر الکترون محصور فوتونی جذب کند، انرژی hf فوتون باید با اختلاف انرژی ΔE بین تراز اولیه انرژی و تراز بالاتر برابر باشد.

بنابراین، برانگیختگی با جذب نور مستلزم آن است که

$$hf = \Delta E = E_{high} - E_{Low} \quad (۶-۳۹)$$

این رو، طول موج دوبروی این الکترون را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad (۳-۳۹)$$

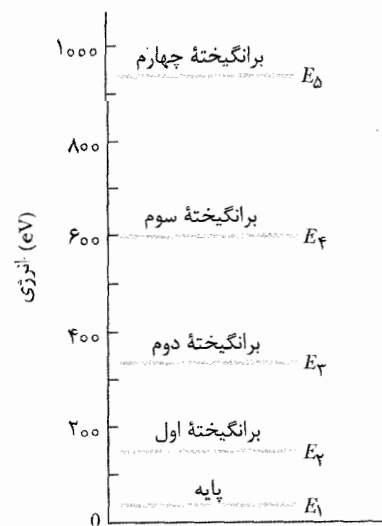
اگر معادله ۳-۳۹ را در معادله ۱-۳۹ قرار دهیم و بر حسب E حل کنیم، درمی‌یابیم که E مطابق با رابطه زیر به n بستگی دارد

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2 \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (۴-۳۹)$$

عدد صحیح مثبت n در اینجا عدد کوانتومی حالت کوانتومی الکترون در تله است.

معادله ۴-۳۹ چند نکته مهم دارد: چون الکترون در تله محصور شده است، فقط می‌تواند انرژی‌هایی داشته باشد که با این معادله داده می‌شوند. الکترون نمی‌تواند انرژی داشته باشد که، مثلاً، بین مقدارهای $n=1$ و $n=2$ باشد. چرا این محدودیت وجود دارد؟ چون الکترون یک موج ماده است. ولی اگر مثل فیزیک کلاسیکی ذره فرض شود، وقتی در تله محصور شود می‌تواند هر مقداری داشته باشد.

شکل ۳۹-۳ نموداری است که کمترین پنج مقدار انرژی مجاز را برای یک الکترون در یک چاه نامتناهی با $L=100\text{pm}$ (در حدود بزرگی یک اتم نوعی) نشان می‌دهد. این مقدارها **ترازهای انرژی** نامیده می‌شوند، و در شکل ۳۹-۳ به صورت تراز، یا پله‌های نردبانی، در **نمودار تراز انرژی** رسم شده‌اند. انرژی به طور قائم رسم شده و چیزی به طور افقی وجود ندارد.



شکل ۳۹-۳ چند انرژی مجاز داده شده به وسیله معادله ۳۹-۴ را برای الکترون محصور در چاه نامتناهی شکل ۳۹-۲ نشان می‌دهد. در اینجا $L=100\text{pm}$ است. چنین نموداری، **نمودار تراز انرژی** نامیده می‌شود.

حالت کوانتومی با کمترین تراز انرژی ممکن و مجاز E_1 از معادله ۴-۳۹، با عدد کوانتومی $n=1$ ، **حالت پایه** الکترون نامیده می‌شود. الکترون به بودن در پایین‌ترین حالت تمایل دارد. تمام حالت‌های کوانتومی با انرژی‌های بیشتر (متناظر با عددهای

پایستارترین تراز انرژی: در اینجا، مجموعه ثابت‌های جلو n^2 در معادله ۳۹-۴ عبارت است از

$$\frac{h^2}{8mL^2} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})^2}{8(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.00 \times 10^{-12} \text{ m}^2)} = 6.031 \times 10^{-18} \text{ J} \quad (7-39)$$

کمترین مقدار انرژی که یک الکترون می‌تواند داشته باشد مربوط به کمترین عدد کوانتومی برای حالت پایه الکترون یعنی $n=1$ است. بنابراین، از معادله‌های ۳۹-۴ و ۷-۳۹ داریم

$$E_1 = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2 = (6.031 \times 10^{-18} \text{ J})(1^2) \approx 6.03 \times 10^{-18} \text{ J} = 37 \text{ eV} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) اگر این الکترون یک پرش کوانتومی از حالت پایه به حالت برانگیخته دوم خود انجام دهد، چقدر انرژی باید به آن انتقال یابد؟

نکته کلیدی/بند: یک تذکر: توجه کنید که از شکل ۳۹-۳ دومین حالت برانگیخته متناظر با سومین تراز انرژی با عدد کوانتومی $n=3$ است. پس اگر الکترون از تراز $n=1$ به تراز $n=3$ پرش کند، تغییر لازم در انرژی آن از معادله ۳۹-۵ عبارت است از

$$\Delta E_{31} = E_3 - E_1 \quad (8-39)$$

پرش به بالا: بنابر معادله ۳۹-۴، انرژیهای E_1 و E_3 به عدد کوانتومی n بستگی دارند. بنابراین، با قراردادن این معادله در معادله ۳۹-۸ برای انرژیهای E_1 و E_3 و با استفاده از معادله ۳۹-۷ خواهیم داشت

$$\Delta E_{31} = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) (3^2) - \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) (1^2) = \frac{h^2}{8mL^2} (3^2 - 1^2) = (6.031 \times 10^{-18} \text{ J})(8) = 4.82 \times 10^{-17} \text{ J} = 30.2 \text{ eV} \quad (\text{پاسخ})$$

(پ) اگر الکترون با جذب نور برای پرش از تراز انرژی E_1 به تراز انرژی E_3 انرژی به دست آورد، طول موج نور باید چقدر باشد؟

نکته کلیدی (۱) اگر نور به الکترون انرژی انتقال دهد، این انتقال باید به صورت جذب فوتون باشد. (۲) انرژی فوتون بنابر معادله ۳۹-۶ $(hf = \Delta E)$ باید برابر با اختلاف انرژی ΔE بین تراز انرژی اولیه الکترون و یک تراز بالاتر باشد. در غیر این صورت، فوتون نمی‌تواند جذب شود.

طول موج: با قراردادن c/λ به جای f ، معادله ۳۹-۶ را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$

اختلاف انرژی ΔE_{31} را در (ب) پیدا کردیم. این معادله به دست می‌دهد

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{31}}$$

وقتی الکترونی به حالت برانگیخته برسد، در آن حالت نمی‌ماند و با کاهش انرژی به سرعت والنگیخته می‌شود. شکلهای ب تا ت چند پرش کوانتومی ممکن از تراز انرژی حالت برانگیخته سوم به پایین را نشان می‌دهد. الکترون می‌تواند با یک پرش کوانتومی مستقیم (شکل ۳۹-۴ ب) یا با پرشهای کوتاه‌تر به ترازهای میانی به تراز حالت پایه برسد (شکلهای ۳۹-۴ پ و ت).

یک راه برای آنکه الکترون انرژی خود را کاهش دهد گسیل یک فوتون است و این فقط در صورتی است که شرط زیر برقرار باشد:

اگر الکترون محصوری یک فوتون گسیل کند، انرژی hf آن فوتون باید با اختلاف انرژی ΔE بین تراز انرژی اولیه الکترون و تراز پایین برابر باشد.

بنابراین، معادله ۳۹-۶ هم برای جذب و هم برای گسیل نور توسط یک الکترون محصور به کار برده می‌شود. یعنی نور جذب شده یا گسیل شده فقط می‌تواند مقدارهای معینی از hf و بنابراین، فقط مقدارهای معینی از بسامد f و طول موج λ را داشته باشد.

نکته: اگرچه معادله ۳۹-۶ و آنچه را که درباره جذب و گسیل فوتون بحث کردیم می‌تواند برای تله‌های الکترون فیزیکی (واقعی) به کار رود، آنها در واقع نمی‌توانند برای تله‌های الکترون در یک بعد (غیر واقعی) به کار روند. دلیل آن مربوط به لزوم پایستگی اندازه حرکت زاویه‌ای در فرایندهای جذب یا گسیل فوتون است. در این کتاب، از این نیاز چشم‌پوشی می‌کنیم و معادله ۳۹-۶ را حتی برای تله‌های یک بعدی به کار می‌بریم.

نکته وارسی ۱ جفت حالت‌های کوانتومی برای الکترون محصور در یک چاه نامتناهی متناظر با اختلاف‌های انرژی بین این حالت‌ها را به ترتیب بزرگی مرتب کنید: (الف) $n=3$ تا $n=1$ ، (ب) $n=5$ تا $n=4$ ، (پ) $n=4$ تا $n=3$.

مسئله نمونه ۱-۳۹

الکترونی در یک چاه نامتناهی عمیق انرژی پتانسیل یک بعدی با پهنای $L = 100 \text{ pm}$ محصور شده است. (الف) کمترین مقدار انرژی که الکترون می‌تواند داشته باشد چقدر است؟

نکته کلیدی محصورسازی الکترون (یک موج ماده) در چاه به کوانتاش انرژی آن می‌انجامد. چون چاه بینهایت عمیق است. انرژیهای مجاز با معادله ۳۹-۴ $(E_n = (h^2/8mL^2)n^2)$ با عدد کوانتومی مثبت n داده می‌شوند.

۳-۴ تابعهای موج الکترون به تله افتاده

اگر معادله شرودینگر را برای الکترونی که در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به پهنای L به تله افتاده است حل کنیم، درمی یابیم که تابعهای موج در مورد الکترون به ازای $0 \leq x \leq L$ با رابطه زیر داده می شود

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad n=1, 2, 3, \dots \text{ به ازای (۱۰-۳۹)}$$

(در خارج از این گستره تابع موج صفر است). به زودی دامنه ثابت A را در این معادله محاسبه خواهیم کرد.

توجه کنید که شکل تابع موج $\psi_n(x)$ مانند شکل تابعهای جابه جایی $y_n(x)$ یک موج ساکن در یک ریسمان کشیده شده بین دو نقطه سفت است (به معادله ۲-۳۹ نگاه کنید). الکترون به تله افتاده در چاه پتانسیل یک بعدی بین دیوارهای نامتناهی را می توان مانند یک موج ماده ساکن در نظر گرفت.

احتمال آشکارسازی

تابع موج $\psi_n(x)$ را نمی توان آشکار کرد یا به طور مستقیم به هر طریقی اندازه گیری کرد- نمی توان برای دیدن موج به صورتی که بتوان آن را دید، مثل موجی که در یک وان آب قابل مشاهده است، به سادگی به داخل چاه نگاه کرد. کاری که می توان انجام داد این است که نوعی کاوه را برای آشکارسازی الکترون در آن قرار دهیم. در لحظه آشکارسازی، الکترون در نقطه آشکارسازی به صورت مادی، در مکانی در امتداد محور x داخل چاه آشکار خواهد شد.

اگر این شیوه آشکارسازی را در مکانهای زیادی در سراسر چاه انجام دهیم، درخواهیم یافت که احتمال آشکارساز شدن الکترون به مکان x کاوه در چاه بستگی دارد. در واقع آنها با چگالی/احتمال $\psi_n^2(x)$ به یکدیگر مربوط اند. از بخش ۲-۳۸ به یاد دارید که در حالت کلی احتمال آشکارساز شدن یک ذره در حجم بینهایت کوچک مشخصی متمرکز در نقطه مشخصی با $|\psi_n|^2$ متناسب است. در اینجا، با الکترون به تله افتاده در یک چاه یک بعدی، فقط با آشکارسازی الکترون در امتداد محور x سروکار داریم. بنابراین، چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ در اینجا عبارت است از احتمال بر یکای طول در امتداد محور x . (به علت اینکه $\psi_n(x)$ در معادله ۱۰-۳۹ یک کمیت حقیقی است نه مختلط، از علامت قدر مطلق می توان صرف نظر کرد.) احتمال آشکارساز شدن $p(x)$ یک الکترون در مکان x در داخل چاه عبارت است از

$$\left[\text{چگالی احتمال } \psi_n^2(x) \right] \left[\text{احتمال } p(x) \text{ آشکارساز شدن پهنای } dx \text{ در مکان } x \right]$$

یا

$$p(x) = \psi_n^2(x) dx \quad (۱۱-۳۹)$$

$$= \frac{(6/63 \times 10^{-34} \text{ J.s}) (2/998 \times 10^8 \text{ m/s})}{4/83 \times 10^{-17} \text{ J}}$$

$$= 4/12 \times 10^{-9} \text{ m}$$

(پاسخ)

(ت) هرگاه الکترون به حالت برانگیخته دوم برسد، هنگام وانیگشتگی چه طول موجهایی می تواند گسیل کند؟

نکته های کلیدی

۱- الکترون تمایل دارد به جای این که در حالت برانگیخته بماند به حالت پایه ($n=1$) وانیگشته شود.

۲- اگر الکترون وانیگشته شود، باید برای پرش به یک تراز انرژی کمتر انرژی کافی از دست بدهد.

۳- اگر الکترون با گسیل نور انرژی از دست دهد، انرژی از دست رفته باید توسط یک فوتون گسیل شود.

پرش های رو به پایین: با شروع از حالت برانگیخته دوم (در تراز $n=3$) الکترون می تواند هم با یک پرش کوانتومی به طور مستقیم به تراز انرژی حالت پایه (شکل ۵-۳۹ الف) و هم با دو پرش جداگانه از طریق تراز $n=2$ (شکلهای ۳۹-ب و پ) به حالت پایه برگردد.

پرش مستقیم متضمن همان اختلاف انرژی ΔE_{31} است که در (پ) پیدا کردیم. بنابراین، طول موج برابر با مقدار محاسبه شده در (پ) است - با این تفاوت که در آنجا طول موج برای نور گسیل شده بود نه جذب شده. پس الکترون با گسیل نور با طول موج زیر می تواند به طور مستقیم به حالت پایه پرش کند

$$\lambda = 4/12 \times 10^{-9} \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

با دنبال کردن روش بند (ب) می توان نشان داد که اختلافهای انرژی برای پرسشهای شکلهای ۳۹-ب و پ عبارت اند از

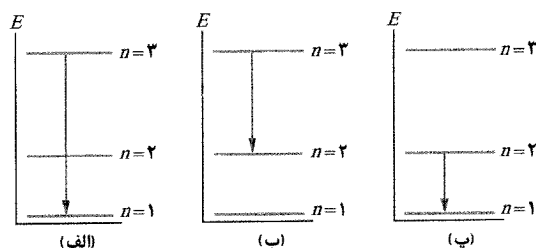
$$\Delta E_{32} = 3/016 \times 10^{-17} \text{ J}, \quad \Delta E_{21} = 1/809 \times 10^{-17} \text{ J}$$

پس از معادله ۳۹-۹ می توان دید که طول موج نور گسیل شده در اولین پرش (از $n=3$ تا $n=2$) عبارت است از

$$\lambda = 6/60 \times 10^{-9} \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

و طول موج نور گسیل شده در پرش دوم (از $n=2$ تا $n=1$) عبارت است از

$$\lambda = 1/10 \times 10^{-8} \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$



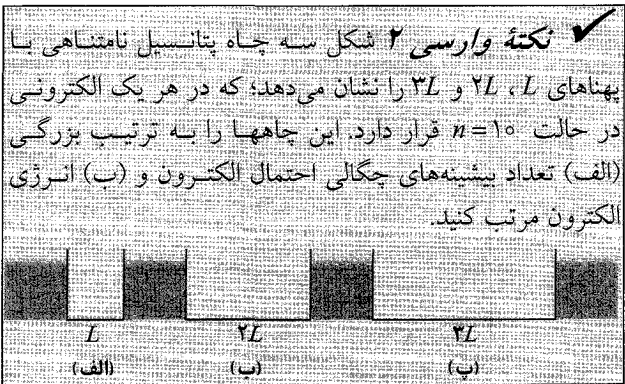
شکل ۵-۳۹ وانیگشتگی از حالت دوم برانگیخته به حالت پایه به طور مستقیم (الف) و از طریق حالت برانگیخته اول (ب، پ).

اگر فیزیک کلاسیکی برقرار باشد، باید انتظار داشته باشیم که الکترون به تله افتاده با احتمالهای مساوی در همه بخشهای چاه قابل آشکار شدن باشد. از شکل ۳۹-۶ می‌بینیم که این طور نیست. برای مثال، بررسی این شکل یا معادله ۳۹-۱۲ نشان می‌دهند که به ازای حالت با $n=2$ ، الکترون در نزدیکی $x=25\text{pm}$ و $x=75\text{pm}$ با احتمال زیادی آشکار می‌شود. احتمال آشکار شدن الکترون در نزدیکی $x=0$ و $x=50\text{pm}$ و $x=100\text{pm}$ نزدیک به صفر است.

حالت $n=15$ در شکل ۳۹-۶ بر آن دلالت دارد که وقتی n افزایش می‌یابد، احتمال آشکارسازی در سراسر چاه بیشتر و بیشتر یکنواخت می‌شود. این نتیجه صورتی از اصل کلی به نام اصل همخوانی است:

در عددهای کوانتومی به قدر کافی بزرگ، پیش‌بینیهای فیزیک کوانتومی بتدریج به پیش‌بینیهای فیزیک کلاسیکی نزدیک می‌شود.

این اصل، که نخست توسط فیزیکدان دانمارکی نیلز بور به



بهنجارش

ضرب $\psi_n^*(x)dx$ احتمال آشکار شدن الکترون را در یک چاه نامتناهی در بازه‌ای از محور x که بین x و $x+dx$ قرار دارد به دست می‌دهد. می‌دانیم که الکترون در این چاه نامتناهی باید در جایی باشد؛ پس باید داشته باشیم

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^*(x) dx = 1 \quad (۳۹-۱۴) \text{ (معادله بهنجارش)}$$

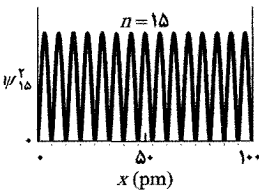
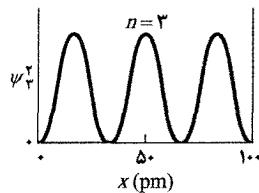
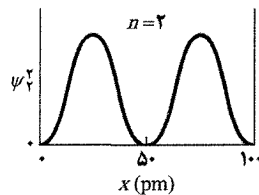
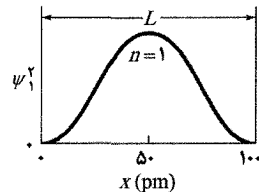
چون احتمال ۱ مطابق با قطعیت است. اگرچه انتگرال در کل محور x گرفته می‌شود، ولی فقط ناحیه از $x=0$ تا $x=L$ در این احتمال سهم دارد. انتگرال معادله ۳۹-۱۴ نشان دهنده مساحت زیر هر نمودار در شکل ۳۹-۶ است.

در مسئله نمونه ۳۹-۲ خواهیم دید که اگر $\psi_n^*(x)$ را از معادله ۳۹-۱۲ در معادله ۳۹-۱۴ قرار دهیم، تعیین مقدار مشخصی برای دامنه ثابت A که در معادله ۳۹-۱۲ ظاهر شده

از معادله ۳۹-۱۰ می‌بینیم که چگالی احتمال $\psi_n^*(x)$ برای الکترون به تله افتاده در گستره $0 \leq x \leq L$ عبارت است از

$$\psi_n^*(x) = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad n=1,2,3,\dots \quad (۳۹-۱۲)$$

به ازای $n=1,2,3,\dots$ چگالی احتمال در بیرون این گستره صفر است. شکل ۳۹-۶ را به ازای $n=1,2,3,15$ برای یک الکترون در چاه نامتناهی که پهنای L آن برابر با 100pm است نشان می‌دهد.



شکل ۳۹-۶ چگالی احتمال $\psi_n^*(x)$ برای چهار حالت یک الکترون به تله افتاده در یک چاه نامتناهی یک بعدی؛ عددهای کوانتومی آنها عبارت‌اند از $n=1,2,3,15$. به احتمال زیاد الکترون در جایی که $\psi_n^*(x)$ بزرگ است پیدا می‌شود و با احتمال کم در جایی که $\psi_n^*(x)$ کوچک است یافت می‌شود.

برای یافتن احتمال آشکار شدن الکترون در هر بخش متناهی از چاه، یعنی بین نقطه x_1 و نقطه x_2 ، باید از $p(x)$ بین این نقطه‌ها انتگرال بگیریم. بنابراین، از معادله‌های ۳۹-۱۱ و ۳۹-۱۲ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \left[\text{احتمال آشکار شدن} \right] &= \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx \quad (۳۹-۱۳) \end{aligned}$$

بین x_1 و x_2

(الف) به ازای چه مقداری از a اولین کمینه برای نور قرمز با طول موج $\lambda = 650 \text{ nm}$ در زاویه $\theta = 15^\circ$ تشکیل خواهد شد؟

نکته کلیدی تابعهای موج معادله ۳۹-۱۰ باید الزام بهنجارش

معادله ۳۹-۱۴ را برآورده کنند و این حاکی از آن است که احتمال اینکه الکترون بتواند در جایی در امتداد محور x آشکار شود ۱ است.

محاسبه ها: با قراردادن معادله ۳۹-۱۰ در معادله ۳۹-۱۴ و بیرون آوردن ثابت A از انتگرال خواهیم داشت

$$A^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx = 1 \quad (15-39)$$

ما حدود انتگرال از $-\infty$ تا $+\infty$ را به 0 و L تغییر داده ایم زیرا تابع موج بیرون این حدود جدید صفر است (بنابراین به انتگرالگیری بیرون این حدود نیازی نیست).

انتگرال نشان داده شده را با تغییر متغیر از x به متغیر بدون بعد y می توان ساده کرد، که در آن

$$y = \frac{n\pi}{L}x \quad (16-39)$$

از این رو

$$dx = \frac{L}{n\pi} dy$$

وقتی متغیر را تغییر می دهیم، حدود انتگرال را نیز باید (دوباره) تغییر دهیم. از معادله ۳۹-۱۶ معلوم است که وقتی $x=0$ است $y=0$ و وقتی $x=L$ است $y=n\pi$ ؛ بنابراین، 0 و $n\pi$ حدود جدید ما هستند. با قراردادن همه آنها، معادله ۳۹-۱۵ خواهد شد

$$A^2 \frac{L}{n\pi} \int_0^{n\pi} (\sin^2 y) dy = 1$$

می توان از انتگرال ۱۱ پیوست ث برای محاسبه این انتگرال استفاده کرد، که معادله زیر را به دست می دهد

$$\frac{A^2 L}{n\pi} \left[\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4} \right]_0^{n\pi} = 1$$

با محاسبه در این حدود خواهیم داشت

$$\frac{A^2 L}{n\pi} \frac{n\pi}{2} = 1$$

پس

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (17-39) \quad (\text{پاسخ})$$

این نتیجه حاکی از آن است که بعد A^2 و بنابراین، بعد $\psi_n^2(x)$ ، عکس طول است. همین طور هم باید باشد چون چگالی احتمال معادله ۳۹-۱۲ احتمال بر یکای طول است.

مسئله نمونه ۳۹-۳

یک الکترون حالت پایه در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی شکل ۳۹-۲ با پهنای $L = 100 \text{ pm}$ به تله افتاده است.

است، ممکن می شود: یعنی $A = \sqrt{2/L}$. این فرایند استفاده از معادله ۳۹-۱۴ برای محاسبه دامنه یک تابع موج، هنجارش تابع موج نامیده می شود. این فرایند برای تمام تابعهای موج یک بعدی برقرار است.

انرژی نقطه صفر

با قراردادن $n=1$ در معادله ۳۹-۴ حالت پایینترین انرژی برای یک الکترون واقع در یک چاه پتانسیل نامتناهی یعنی حالت پایه مشخص می شود. این حالتی است که الکترون محصور آن را اشغال خواهد کرد مگر اینکه برای بالابردن آن به یک حالت برانگیخته به آن انرژی داده شود.

این پرسش پیش می آید: چرا احتمالاتی فهرست شده برای n در معادله ۳۹-۴ شامل $n=0$ نمی شود؟ با قراردادن $n=0$ در این معادله در واقع به انرژی حالت پایه صفر می رسیم. ولی، با قراردادن $n=0$ در معادله ۳۹-۱۲ برای تمام x ها مقدار $\psi_n(x) = 0$ نیز به دست می آید، که تعبیر آن فقط به این معنی است که هیچ الکترونی در چاه وجود ندارد. در حالی که می دانیم وجود دارد؛ بنابراین، $n=0$ یک عدد کوانتومی احتمالی نیست.

این نتیجه مهمی از فیزیک کوانتومی است که دستگاههای محصور در حالتی با انرژی صفر وجود ندارند. این دستگاهها همیشه باید انرژی کمینه معینی به نام **انرژی نقطه صفر** داشته باشند.

انرژی نقطه صفر را با پهن کردن چاه نامتناهی - یعنی با افزایش L در معادله ۳۹-۴ به ازای $n=1$ می توان کوچکتر کرد. درحد وقتی $L \rightarrow \infty$ ، انرژی نقطه صفر E_1 به صفر میل می کند. ولی، در این حد، با چاهی با پهنای نامتناهی، الکترون یک ذره آزاد است، و در امتداد x دیگر محصور نیست. هم چنین، چون انرژی یک ذره آزاد کوانتیده نیست، انرژی می تواند هر مقداری از جمله صفر را داشته باشد. فقط یک ذره محصور باید انرژی متناهی نقطه صفر داشته باشد و هرگز نمی تواند ساکن باشد.

نکته وارسی ۳ ✓ هر یک از ذره های زیر در یک چاه نامتناهی محصور شده و پهنای هر چهار چاه یکسان است: (الف) یک الکترون، (ب) یک پروتون، (ج) یک دوترون و (د) یک ذره آلفا. به ترتیب بزرگی انرژیهای نقطه صفر آنها را مرتب کنید. ذره ها به ترتیب افزایش جرم نوشته شده اند.

مسئله نمونه ۳۹-۲

بزرگی ثابت A در معادله ۳۹-۱۰ را برای یک چاه پتانسیل نامتناهی از $x=0$ تا $x=L$ محاسبه کنید.

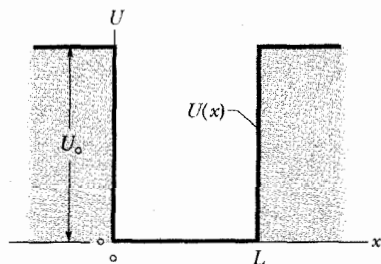
۳۹-۵ الکترون در یک چاه متناهی

یک چاه انرژی پتانسیل با عمق نامتناهی یک تصور آرمانی است. شکل ۷-۳۹ چاه انرژی پتانسیل تحقق پذیر را نشان می‌دهد - که در آن انرژی پتانسیل الکترون در بیرون چاه به طور نامحدودی بزرگ نیست بلکه مقدار مثبت محدود U_0 به نام عمق چاه را دارد. مقایسه بین موجها در یک ریسمان کشیده شده و موجهای ماده نظر ما را درباره چاههای با عمق محدود با شکست رویه‌رو می‌کند، چون دیگر اطمینان نداریم که گره‌های موج ماده در $x=0$ و $x=L$ قرار داشته باشند. (همانطور که خواهیم دید، قرار ندارند).

برای پیدا کردن تابعهای موج توصیف کننده حالت‌های کوانتومی الکترون در چاه متناهی شکل ۷-۳۹، باید به معادله شرودینگر، معادله اساسی فیزیک کوانتومی برگردیم. در بخش ۷-۳۸، برای حرکت در یک بعد، معادله شرودینگر را در شکل معادله ۷-۳۸ به کار بردیم:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{\pi^2 m}{h^2} [E - U(x)] \psi = 0 \quad (18-39)$$

به جای تلاش جهت حل این معادله برای چاه متناهی، به طور ساده نتایج مقدارهای عددی خاص U_0 و L را بیان می‌کنیم. شکل ۷-۳۹ این نتایج را به صورت نمودارهای $\psi_n(x)$ ، چگالی



شکل ۷-۳۹ چاه انرژی پتانسیل متناهی. عمق چاه U_0 و پهنای آن L است. مانند چاه پتانسیل نامتناهی شکل ۷-۳۹، حرکت الکترون به تله افتاده در امتداد x محدود شده است.

احتمال برای چاهی با $U_0 = 450 \text{ eV}$ و $L = 100 \text{ pm}$ نشان می‌دهد.

چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ برای هر نمودار در شکل ۷-۳۹ در معادله ۷-۳۹، معادله بهنجارش صدق می‌کند؛ می‌دانیم که مساحت‌های زیر هر سه نمودار چگالی احتمال به طور عددی برابر با ۱ است.

اگر معادله ۷-۳۹ در مورد چاه متناهی را با شکل ۷-۳۹ مورد چاه نامتناهی مقایسه کنیم، یک اختلاف برجسته دیده خواهد شد: در مورد چاه متناهی، موج ماده الکترون از دیواره‌های چاه، به داخل ناحیه‌ای که مکانیک نیوتونی می‌گوید الکترون نمی‌تواند در آنجا حضور داشته باشد، نفوذ می‌کند. این نفوذ کردن جای شگفتی ندارد چون در بخش ۷-۳۸ دیدیم که الکترون می‌تواند از طریق سد انرژی پتانسیل تونل بزند. «نشت»

(الف) احتمال اینکه الکترون بتواند در یک سوم سمت چپ چاه آشکار شود ($x=0$ تا $x=L/3$) چقدر است؟

نکته کلیدی (۱) اگر کاوه‌ای را در یک سوم سمت چپ چاه قرار دهیم، تضمینی وجود ندارد که الکترون را آشکار کنیم. ولی، می‌توانیم احتمال آشکار شدن الکترون را با انتگرالگیری از معادله ۷-۳۹ محاسبه کنیم. (۲) احتمال شدیداً به حالتی بستگی دارد که الکترون در آن قرار دارد، یعنی مقدار عدد کوانتومی n . **محاسبه‌ها:** چون در اینجا الکترون در حالت پایه است، در معادله ۷-۳۹، $n=1$ را قرار می‌دهیم. همچنین حدود انتگرال را مکانهای $x_1=0$ و $x_2=L/3$ قرار می‌دهیم، و از مسئله نمونه ۷-۳۹، دامنه ثابت A را $\sqrt{2/L}$ قرار می‌دهیم. بنابراین، داریم

$$\left[\text{احتمال آشکار شدن الکترون در یک سوم چپ} \right] = \int_0^{L/3} \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right) dx$$

این احتمال را با قراردادن $100 \times 10^{-12} \text{ m}$ به جای L و سپس با استفاده از ماشین حساب گرافیکی یا رایانه با بسته نرم افزاری ریاضی جهت محاسبه انتگرال پیدا می‌کنیم. به جای این مراحل مسئله نمونه ۷-۳۹ را دنبال می‌کنیم. از معادله ۷-۳۹، متغیر انتگرالگیری جدید y را به دست می‌آوریم

$$y = \frac{\pi}{L}x, \quad dx = \frac{L}{\pi} dy$$

از اولین این معادله‌ها، حدود جدید را برای $x_1=0$ به صورت $y_1=0$ و برای $x_2=L/3$ به صورت $y_2=\pi/3$ پیدا می‌کنیم. سپس خواهیم داشت

$$\text{احتمال} = \left(\frac{2}{L}\right)\left(\frac{L}{\pi}\right) \int_0^{\pi/3} (\sin^2 y) dy$$

با استفاده از انتگرال ۱۱ در پیوست ۳، داریم

$$\text{احتمال} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4} \right) \bigg|_0^{\pi/3} = 0.20$$

پس داریم

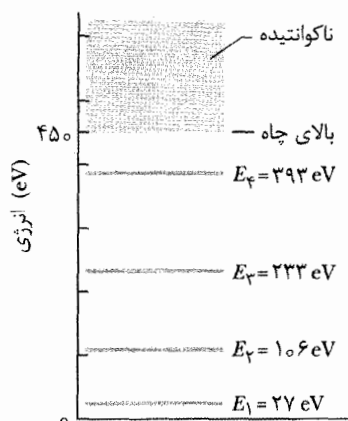
(پاسخ) $= 0.20$ (احتمال آشکار شدن در یک سوم سمت چپ) یعنی اگر به طور مکرر در یک سوم سمت چپ چاه کاوه‌ای را قرار دهیم، آنگاه می‌توانیم به طور متوسط الکترون را با ۲۰٪ کاوه‌ها آشکار کنیم.

(ب) احتمال اینکه الکترون بتواند در یک سوم وسط چاه (بین $x_1=L/3$ و $x_2=2L/3$) آشکار شود، چقدر است؟

استدلال: اکنون می‌دانیم که احتمال آشکار شدن در یک سوم سمت چپ چاه ۲۰٪ است. بنابر تقارن، احتمال آشکار شدن در یک سوم سمت راست چاه نیز ۲۰٪ است. چون الکترون قطعاً در داخل چاه است، احتمال آشکار شدن در کل چاه ۱ است. پس، احتمال آشکار شدن در یک سوم وسط چاه عبارت است از

$$\left[\text{احتمال آشکار شدن در یک سوم وسط چاه} \right] = 1 - 0.20 - 0.20 = 0.60 \quad (\text{پاسخ})$$

کافی انرژی کسب کند تا انرژی مکانیکی 450 eV یا بیشتر داشته باشد.



شکل ۳۹-۹ نمودار تراز انرژی مربوط به چگالیهای احتمال شکل ۳۹-۸. اگر الکترونی در چاه پتانسیل متناهی به تله افتد، فقط انرژیهای را خواهد داشت که متناظر با $n = 1, 2, 3$ باشد. اگر انرژی آن 450 eV یا بیشتر باشد به تله نمی افتد و انرژی آن کوانتیده نیست.

مسئله نمونه ۳۶-۱

فرض کنید یک چاه متناهی با $U_0 = 450\text{ eV}$ و $L = 100\text{ pm}$ الکترونی را در حالت پایه محصور کند.

(الف) اگر الکترون تک فوتونی از نور را جذب کند، طول موج نور مورد نیاز جهت آزاد شدن آن از چاه پتانسیل چقدر است؟

نکته کلیدی الکترونی که می خواهد از چاه پتانسیل فرار کند، باید به قدر کافی انرژی دریافت کند تا در ناحیه انرژی ناکوانتیده شکل ۳۹-۹ قرار گیرد. پس، باید حداقل انرژی $U_0 (= 450\text{ eV})$ را داشته باشد.

فرار به سختی: الکترون در آغاز در حالت پایه خود با انرژی $E_1 = 27\text{ eV}$ قرار دارد. بنابراین، جهت آزاد شدن، به مقدار انرژی زیر نیاز دارد

$$U_0 - E_1 = 450\text{ eV} - 27\text{ eV} = 423\text{ eV}$$

اگر این انرژی را از نور دریافت کند، آنگاه باید فوتونی را با این مقدار انرژی جذب کند. از معادله ۳۹-۶ $(hf = E_{\text{high}} - E_{\text{Low}})$ ، می توان نوشت

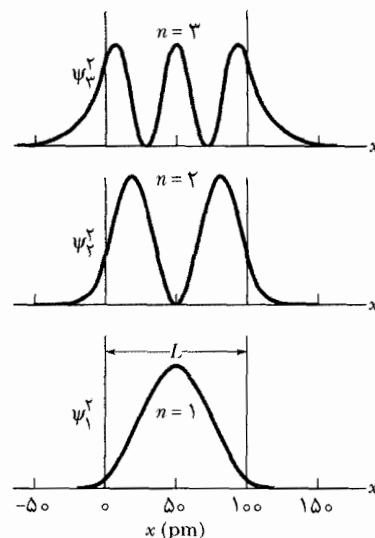
$$\frac{hc}{\lambda} = U_0 - E_1$$

که از آن داریم

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{U_0 - E_1} \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8\text{ m/s})}{(423\text{ eV})(1.60 \times 10^{-19}\text{ J/eV})} \\ &= 2.92 \times 10^{-9}\text{ m} = 2.92\text{ nm} \end{aligned}$$

(پاسخ)

بنابراین، اگر الکترون فوتونی را از نور با طول موج 2.92 nm جذب کند، از چاه پتانسیل فرار خواهد کرد.



شکل ۳۹-۸ اولین سه چگالی احتمال $\psi_n(x)$ برای الکترون محصور در چاه پتانسیل متناهی به عمق $U = 450\text{ eV}$ و پهنای $L = 100\text{ pm}$. تنها حالت های کوانتومی که الکترون در این چاه می تواند داشته باشد حالت هایی هستند که عدد های کوانتومی $n = 1, 2, 3$ دارند.

به داخل دیواره های چاه انرژی پتانسیل متناهی پدیده مشابهی است. از نمودار های ψ^2 در شکل ۳۹-۸، می بینیم که نشت به ازای مقدار های بزرگتر عدد کوانتومی n بیشتر است.

چون موج ماده به داخل دیواره های چاه متناهی نشت نمی کند، طول موج λ برای هر حالت کوانتومی معین وقتی الکترون در تله چاه متناهی افتاده است از مقدار آن در وقتی که الکترون در تله چاه نامتناهی قرار دارد بزرگتر است. پس معادله ۳۹-۳ $(\lambda = h/\sqrt{2mE})$ حاکی از آن است که انرژی E برای الکترون در هر حالت معین در چاه متناهی از چاه نامتناهی کمتر است.

این واقعیت به ما امکان می دهد تا نمودار تراز انرژی برای الکترون به تله افتاده در چاه متناهی را با تقریب پیدا کنیم. به عنوان مثال، نمودار چاه متناهی شکل ۳۹-۸ را که دارای پهنای $L = 100\text{ pm}$ و عمق $U_0 = 450\text{ eV}$ است، می توان با تقریب پیدا کرد. نمودار تراز انرژی برای چاه نامتناهی با این پهنای شکل ۳۹-۳ نشان داده شده است. ابتدا قسمت بالاتر از 450 eV را در شکل ۳۹-۳ برمی داریم. سپس سه تراز انرژی باقیمانده را با انتقال به تراز بیشتر $n = 3$ به پایین منتقل می کنیم چون به ازای $n = 3$ نشت موج به دیواره ها بیشترین مقدار را دارد. این نتیجه تقریباً نمودار تراز انرژی برای چاه متناهی است. نمودار واقعی شکل ۳۹-۸ است.

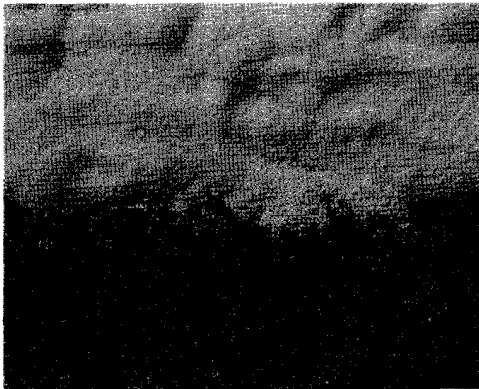
در این شکل، الکترون با انرژی بیشتر از $U_0 (= 450\text{ eV})$ دارای انرژی خیلی زیادی است و چاه متناهی نمی تواند آن را به تله اندازد. بنابراین، محصور نمی شود و انرژی آن کوانتیده نیست؛ یعنی، انرژی آن به مقدار های معینی محدود نمی شود. برای رسیدن به این بخش **ناکوانتیده** از نمودار تراز انرژی و بنابراین، برای آزاد بودن، الکترون به تله افتاده باید به اندازه

این نتایج کلی هم‌چنین در مورد چاه تشکیل شده توسط یک نانوبلورک نیز درست است. یک نانوبلورک می‌تواند فوتونهای با انرژی بالاتر از انرژی آستانه $E_f (= hf_f)$ و در نتیجه طول موجهای زیر طول موج آستانه مربوطه را جذب کند

$$\lambda_f = \frac{c}{f_f} = \frac{ch}{E_f} \quad (۳۹-۱۹)$$

نور با هر طول موج بلندتری از λ_f به جای آنکه جذب شود توسط نانوبلورک پراکنده می‌شود. بنابراین، رنگی که به نانو بلورک نسبت می‌دهیم با ترکیب طول موج نور پراکنده شده‌ای که می‌بینیم تعیین می‌شود.

اگر اندازه نانوبلورک را کاهش دهیم، مقدار E_f افزایش می‌یابد، مقدار λ_f کاهش می‌یابد، و ترکیب طول موج نوری که به طرف ما پراکنده می‌شود تغییر می‌کند. پس، رنگی که به نانو بلورک نسبت می‌دهیم تغییر می‌کند. به عنوان مثال، شکل ۳۹-۱۰ دو نمونه از نیم‌رسانای کادمیوم سلناید را نشان می‌دهد که هر یک شامل گردی از نانو بلورک‌هایی با اندازه یکنواخت است. نمونه پایینی نور را در انتهای قرمز طیف پراکنده می‌کند. نمونه بالایی با نمونه پایینی فقط در این فرق دارد که نمونه بالایی از نانوبلورک‌های کوچکتری تشکیل شده است. به این دلیل انرژی آستانه E_f آن بزرگتر، و از معادله ۳۹-۱۹، طول



شکل ۳۹-۱۰ دو نمونه از کادمیوم سلناید گرد شده، یک نیم‌رسانا، که فقط در بزرگی دانه‌هایشان تفاوت دارند. هر دانه مانند یک تله الکترونی عمل می‌کند. نمونه پایینی دارای دانه‌های بزرگتری است و در نتیجه فاصله کمتری بین ترازهای انرژی دارد و آستانه انرژی فوتون برای جذب نور کمتر است. نور جذب نشده پراکنده شده و باعث می‌شود که نمونه نور با طول موج بزرگتر را پراکنده کند و قرمز به نظر برسد. نمونه بالایی چون دانه‌های کوچکتر است و در نتیجه فاصله بیشتری بین ترازهای انرژی دارد، انرژی آستانه‌اش برای جذب بزرگتر است و زرد به نظر می‌رسد.

موج آستانه آن λ_f کوتاهتر و در گستره سبز نور مریی است. بنابراین، این نمونه حالا قرمز و زرد را پراکنده می‌کند. چون مؤلفه زرد روشنتر است، در رنگ نمونه زرد غلبه دارد. تمایز چشمگیر در رنگ بین دو نمونه مجاب کننده برای کوانتیدگی انرژی الکترونیهای به تله افتاده و وابستگی این انرژیها به بزرگی تله الکترونی است.

(ب) آیا الکترون که از آغاز واقع در حالت پایه است، می‌تواند نور با طول موج 2100nm را جذب کند؟ در این صورت، انرژی الکترون چقدر است؟

نکته کلیدی

۱- در (الف) دریافتیم که نور 2100nm الکترون را از چاه پتانسیل آزاد می‌کند.

۲- اکنون نوری با طول موج کوتاهتر از 2100nm و در نتیجه با انرژی بیشتر به ازای هر فوتون ($hf = hc/\lambda$) را بررسی می‌کنیم.

۳- بنابراین، الکترون می‌تواند یک فوتون از این نور را جذب کند. انرژی انتقال یافته نه تنها الکترون را آزاد می‌کند بلکه انرژی جنبشی خیلی زیادی به آن خواهد داد. افزون بر این، چون الکترون دیگر در تله نیست، انرژی آن کوانتیده نبوده و در نتیجه محدودیتی برای انرژی آن وجود ندارد.

بیشتر از فرار: انرژی انتقال یافته به الکترون انرژی فوتون است

$$hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{2100 \times 10^{-9} \text{ m}} = 9.95 \times 10^{-17} \text{ J} = 622 \text{ eV}$$

از (الف)، انرژی لازم برای آزاد شدن الکترون از چاه پتانسیل $(U_e - E_i) = (426 \text{ eV})$ است. باقیمانده 622 eV به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود. پس انرژی جنبشی الکترون آزاد شده عبارت است از

$$K = hf - (U_e - E_i) = 622 \text{ eV} - 426 \text{ eV} = 196 \text{ eV} \quad (\text{پاسخ})$$

۳۹-۶ تله‌های الکترونی بیشتر

در اینجا درباره سه نوع تله الکترونی ساختگی بحث می‌کنیم.

نانو بلورکها

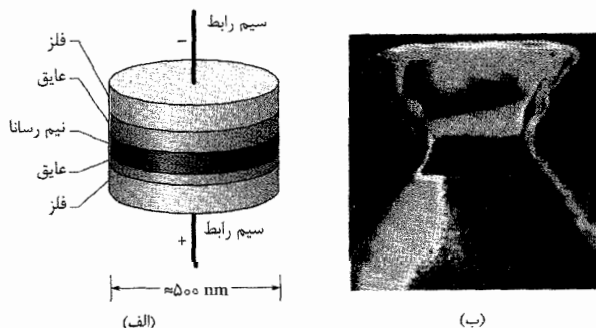
شاید بهترین راه برای ایجاد یک چاه انرژی پتانسیل در آزمایشگاه تهیه یک نمونه از ماده نیم‌رسانا به شکل گردی با دانه‌های کوچک، در گستره نانومتر، و اندازه یکنواخت باشد. هر کدام از دانه‌ها، هر نانوبلورک، مانند یک چاه پتانسیل برای الکترونیهای به تله افتاده داخل آن عمل می‌کند.

معادله ۳۹-۴ $E = (h^2 / 8mL^2) n^2$ نشان می‌دهد که مقدارهای تراز انرژی یک الکترون به تله افتاده در یک چاه نامتناهی را با کاهش پهنای L چاه می‌توان افزایش داد. این هم‌چنین انرژیهای فوتونی را که چاه می‌تواند جذب کند به مقدارهای بالاتر جابه‌جا می‌کند و بنابراین، طول موجهای متناظر به مقدارهای کوتاهتر جابه‌جا می‌شود.

نقطه‌های کوانتومی

روشهای خیلی پیشرفته‌ای که برای ساخت تراشه‌های رایانه‌ای به کار رفته است می‌تواند برای ساخت، اتم به اتم، چاههای انرژی پتانسیل منفرد مورد استفاده قرار گیرند که در بسیاری از موارد، مانند اتمهای ساختگی رفتار می‌کنند. این نقطه‌های کوانتومی، که معمولاً به این نام نامیده می‌شوند، کاربردهای نویدبخشی در اپتیک الکترونی و فناوری رایانه دارند.

در یک چنین آرایشی، «ساندویچی» ساخته می‌شود که در آن یک لایه نازک از یک ماده نیم‌رسانا، که در شکل ۱۱-۳۹ الف تیره نشان داده است، بین دو لایه عایق، که یکی از آنها خیلی از دیگری نازکتر است نشانده می‌شود. سرپوشهای فلزی با سیمهای رابط رسانا به دو انتها اضافه می‌شود. مواد انتخاب شده تضمین می‌کنند که انرژی پتانسیل الکترون در لایه مرکزی کمتر از انرژی پتانسیل در لایه عایق است، که موجب می‌شود لایه مرکزی به صورت یک چاه انرژی پتانسیل عمل کند. شکل ۱۱-۳۹ (ب) تصویری از یک نقطه کوانتومی واقعی را نشان می‌دهد؛ چاهی که در آن الکترونها منفرد به تله افتاده‌اند ناحیه تیره است که ارغوانی دیده می‌شود.



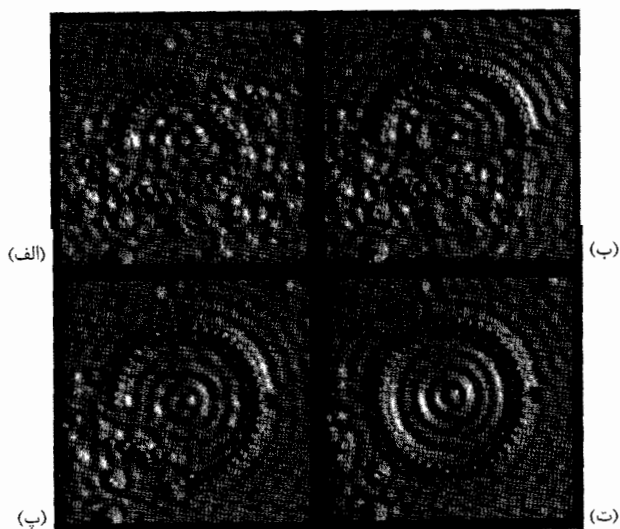
شکل ۱۱-۳۹ یک نقطه کوانتومی یا «اتم مصنوعی». (الف) لایه مرکزی نیم‌رسانا یک چاه انرژی پتانسیل تشکیل می‌دهد که در آن الکترونها به تله افتاده‌اند. لایه عایق پایینی به اندازه کافی نازک است تا اگر ولتاژ مناسبی بین دو سیم رابط اعمال شود الکترونها بتوانند با تونل زدن به لایه مرکزی اضافه شوند یا از آن برداشته شوند. (ب) تصویری از یک نقطه کوانتومی واقعی. نوار تیره مرکزی ناحیه محصور شده الکترون است.

لایه عایق پایینی (ولی نه بالایی) در شکل ۱۱-۳۹ الف به اندازه‌ای نازک است که اگر اختلاف پتانسیل مناسبی بین دو سیم رابط اعمال شود، الکترونها می‌توانند از آن تونل بزنند. با این روش، تعداد الکترونها محصور در چاه می‌تواند کنترل شود. این آرایش در واقع مانند یک اتم ساختگی با خاصیتی رفتار می‌کند که تعداد الکترونها آن بتوانند کنترل شوند. نقطه‌های کوانتومی می‌توانند به صورت آرایه‌هایی دو بعدی ساخته شوند که به خوبی پایه‌ای برای دستگاههای محاسباتی با سرعت و ظرفیت ذخیره بالا هستند.

حصارهای کوانتومی

وقتی یک میکروسکوپ تونل‌زنی روبشی (که در بخش ۳۸-۹ توصیف شد) عمل می‌کند، نوک آن نیروی کوچکی بر اتمهای منزوی وارد می‌کند که ممکن است در سطح صاف دیگری واقع باشند. با حرکت دقیق مکان نوک، اتمهای منزوی می‌توانند در سطح «کشیده» شده و در مکان دیگر نشانده شوند. با استفاده از این روش، دانشمندان در مرکز پژوهشی IBM آلمان اتمهای آهن را در یک سطح مسی با دقت آماده شده حرکت دادند، و با اتمها دایره‌ای را تشکیل دادند (شکل ۱۲-۳۹) که **حصار کوانتومی** نامیده می‌شود. این نتیجه در تصویر آغاز این فصل نشان داده شده است. هر اتم آهن روی دایره در فضایی خالی در سطح مسی، به فاصله مساوی از سه اتم مس مجاور قرار دارد. این حصار در دمای پایین (تقریباً ۴K) ایجاد می‌شود تا تمایل اتمهای آهن برای حرکت کاتوره‌ای بر اثر انرژی گرمایی روی سطح کمینه باشد.

موجکهای داخل حصار ناشی از موجهای ماده مربوط به الکترونها هستند که می‌توانند روی سطح مس حرکت کنند ولی در چاه پتانسیل حصار به تله افتاده‌اند. ابعاد این موجکها با پیش‌بینیهای نظریه کوانتومی توافق خیلی خوبی دارند.



شکل ۱۲-۳۹ یک حصار کوانتومی در ضمن چهار مرحله ساخت. به وجود موجکهای ناشی از الکترونها به تله افتاده در حصار وقتی حصار تقریباً کامل شده است توجه کنید.

۲-۳۹ تله‌های الکترونی دو و سه بعدی

در بخش بعدی درباره اتم هیدروژن به عنوان یک چاه پتانسیل سه بعدی متناهی بحث خواهیم کرد. تا به این کار برسیم، درباره چاههای پتانسیل دو و سه بعدی نامتناهی بیشتر بحث می‌کنیم.

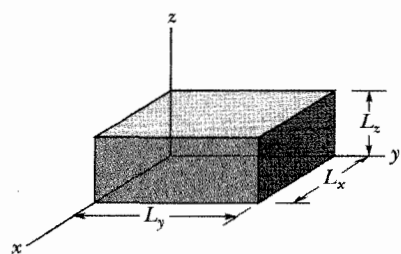
مختلف می توانند یک انرژی داشته باشند. به چنین حالت هایی (و تراز های انرژی آنها) واگن گفته می شود. حالت های واگن در چاه یک بعدی نمی توانند رخ دهند.

جعبه مستطیل شکل

الکترون هم چنین می تواند به تله یک چاه پتانسیل نامتناهی سه بعدی یعنی یک جعبه، بیفتد. اگر جعبه مانند شکل ۳۹-۱۴ مستطیل شکل باشد، آنگاه معادله شرودینگر نشان می دهد که انرژی الکترون را می توان به صورت زیر نوشت

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right) \quad (۳۹-۲۱)$$

در اینجا عدد کوانتومی سوم n_z برای تطبیق موج ماده با بعد L_z است.



شکل ۳۹-۱۴ یک جعبه مستطیل شکل نظیر سه بعدی چاه پتانسیل نامتناهی شکل ۳۹-۲، با ابعاد L_x ، L_y و L_z .

نکته وارسی ۴ برحسب نمادهای معادله ۳۹-۲۰، آیا $E_{1,1,1}$ ، $E_{1,1,2}$ ، $E_{1,2,1}$ یا $E_{2,1,1}$ انرژی حالت پایه الکترون در یک حصار مستطیل شکل (دو بعدی) است؟

مسئله نمونه ۳۹-۵

الکترونی در حصار مربعی یک چاه پتانسیل نامتناهی دو بعدی (شکل ۳۹-۱۳) با ابعاد $L_x = L_y$ ، به تله افتاده است. (الف) انرژی های پنج پایتترین تراز انرژی ممکن برای الکترونها در تله افتاده را پیدا و نمودار تراز انرژی متناظر را رسم کنید.

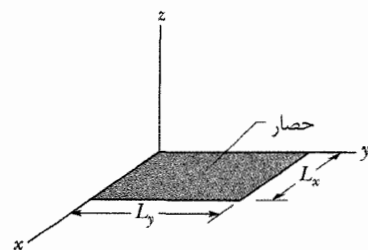
نکته کلیدی چون الکترون در یک چاه دو بعدی مستطیل شکل به تله افتاده است، انرژی آن بنابر معادله ۳۹-۲۰ به دو عدد کوانتومی n_x و n_y بستگی دارد. چون چاه مربعی است می توان نوشت $L_x = L_y = L$. پس معادله ۳۹-۲۰ به این معادله ساده می شود

$$E_{n_x, n_y} = \frac{h^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2) \quad (۳۹-۲۲)$$

پایتترین حالت های انرژی مربوط به مقادیر کم عددهای کوانتومی n_x و n_y هستند، که عبارت اند از عددهای صحیح مثبت ۱، ۲، ...، ∞ . با قراردادن این عددهای صحیح به جای n_x و n_y در معادله ۳۹-۲۲، با شروع از پایتترین مقدار ۱،

حصار مستطیلی

شکل ۳۹-۱۳ مساحت مستطیلی را نشان می دهد که مشابه با شکل ۳۹-۲ یعنی یک چاه پتانسیل نامتناهی دو بعدی با ابعاد L_x و L_y ، یک حصار مستطیلی را تشکیل می دهد، و الکترون می تواند در آن محصور شود. این حصار ممکن است روی سطح جسمی باشد که به ترتیبی نمی گذارد الکترون موازی با محور z حرکت کند و در نتیجه از ترک سطح جلوگیری می کند. باید تابع های انرژی پتانسیل نامتناهی در امتداد هر ضلع حصار را تصور کنید (مانند $U(x)$ در شکل ۳۹-۲) که الکترون را در داخل حصار نگه می دارد.



شکل ۳۹-۱۳ یک حصار مستطیلی، مشابه دو بعدی چاه پتانسیل نامتناهی شکل ۳۹-۲، با ابعاد L_x و L_y .

حل معادله شرودینگر برای حصار مستطیل شکل ۳۹-۱۳ نشان می دهد که برای اینکه الکترون به تله افتد، باید موج ماده آن جداگانه با هر یک از دو بعد مطابقت داشته باشد، درست همانطور که موج ماده الکترون به تله افتاده باید با چاه نامتناهی یک بعدی مطابقت داشته باشد. این بدان معناست که موج در بعد L_x و بعد L_y جداگانه کوانتیده است. فرض کنیم n_x عدد کوانتومی برای مطابقت موج ماده با بعد L_x و n_y عدد کوانتومی برای مطابقت موج ماده با بعد L_y باشد. مانند چاه پتانسیل یک بعدی، این عددهای کوانتومی فقط می توانند عددهای صحیح مثبت باشند.

انرژی الکترون به هر دو عدد کوانتومی بستگی دارد و عبارت از مجموع انرژی الکترون در وقتی است که به تنهایی در امتداد محور x و به تنهایی در امتداد محور y محصور شده باشد. از معادله ۳۹-۴، این جمع را می توان به صورت زیر نوشت

$$E_{n_x, n_y} = \left(\frac{h^2}{8mL_x^2} \right) n_x^2 + \left(\frac{h^2}{8mL_y^2} \right) n_y^2 = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right) \quad (۳۹-۲۰)$$

برانگیختگی الکترون توسط جذب فوتون و واانگیختگی توسط گسیل فوتون همان الزامات تله یک بعدی را دارد. تنها فرق عمده در مورد حصار کوانتومی دو بعدی این است که انرژی یک حالت معین به جای فقط یک عدد کوانتومی (n) به دو عدد کوانتومی (n_x, n_y) بستگی دارد. در حالت کلی، حالت های متفاوت (با جفت مقدار متفاوت برای n_x و n_y) انرژی های متفاوتی دارند. ولی، در برخی موقعیتهای، حالت های

۳۹-۸ مدل بور اتم هیدروژن

اکنون از تله‌های ساختگی و خیالی الکترون سراغ تله‌های طبیعی یعنی اتم‌ها، می‌رویم. در این بخش توجه خود را روی ساده‌ترین مثال یعنی اتم هیدروژن معطوف می‌کنیم. این اتم شامل یک الکترون است که به طور الکتریکی به یک پروتون مقید است، که تنها تشکیل دهنده هسته اتم در مرکز اتم است. در اینجا چیزی درباره هسته در نظر نمی‌گیریم. بلکه، به طور ساده از این واقعیت استفاده می‌کنیم که الکترون با بار منفی با نیروی کولنی توسط پروتون با بار مثبت جذب می‌شود. چون جرم پروتون خیلی بیشتر از جرم الکترون است، فرض می‌کنیم که پروتون در جای خود ثابت و الکترون در نزدیکی پروتون محصور شده است. یعنی الکترون به تله افتاده است.

تا کنون به تفصیل بحث کرده‌ایم که انحصار الکترون به معنی آن است که انرژی E الکترون و در نتیجه هر تغییر انرژی ΔE در انرژی آن کوانتیده است. در این بخش انرژیهای کوانتیده الکترون را در اتم هیدروژن محاسبه می‌کنیم. ولی، پیش از اعمال رویکرد موجی که در چاههای پتانسیل نامتناهی و متناهی به کار بردیم، اتم هیدروژن را در آغاز پیدایش فیزیک کوانتومی، وقتی که فیزیکدانان برای اولین بار کشف کردند که اتمها سامانه‌هایی کوانتیده‌اند، بررسی می‌کنیم.

در اوایل سالهای ۱۹۰۰/۱۲۸۰، دانشمندان متوجه شده بودند که ماده به صورت خرده‌های ریزی به نام اتم بوده و اتم هیدروژن در مرکز خود یک بار مثبت $+e$ و در بیرون از مرکز بار منفی $-e$ (یک الکترون) دارد. ولی، این امر فهمیده نشده بود که چرا جاذبه الکتریکی بین الکترون و بار مثبت موجب فرو ریختن این دو در یکدیگر نمی‌شود.

یک سر نخ، از این واقعیت به دست آمد که اتم هیدروژن نمی‌تواند همه طول موجهای نور مرئی را گسیل و جذب کند. بلکه، این اتم می‌تواند فقط چهار طول موج خاص از گستره مرئی را گسیل و جذب کند. از روی حدس، بالمر^۱ فرمولی را برای این طول موجها به دست داد:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, 6 \quad (39-23)$$

که در آن R یک ثابت است. ولی، نه بالمر و نه کس دیگری نمی‌دانست که چرا گسیل و جذب مرئی توسط اتم هیدروژن به چهار طول موجی که با این فرمول داده می‌شود محدود شده است. چرا اتم هیدروژن در هر طول موج مرئی نور گسیل و جذب نمی‌کند؟

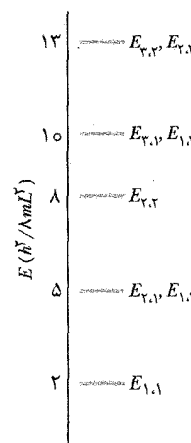
تا سال ۱۹۱۳/۱۲۹۲ کسی نمی‌دانست، تا اینکه بور معادله بالمر را دید و به سرعت پی برد که او می‌تواند به نتیجه دست یابد در صورتی که چند فرض جسورانه (کاملاً بدون توجیه) ارائه کند: (۱) الکترون در اتم هیدروژن روی دایره‌ای خیلی

انرژیهای نوشته شده در جدول ۳۹-۱ را می‌توان به دست آورد. در آنجا می‌توان دید که چند جفت عدد کوانتومی (n_x, n_y) ، یک مقدار انرژی به دست می‌دهد. برای مثال حالت‌های (۲ و ۱) و (۱ و ۲) هر دو انرژی یکسان $5(h^2/\lambda m L^2)$ دارند. همچنین جفتی به ترازهای انرژی واگن مربوط می‌شود. همچنین توجه کنید که، به طور شگفت انگیزی، حالت‌های (۴ و ۱) و (۴ و ۱) انرژی کمتری از حالت (۳ و ۳) دارند. از جدول ۳۹-۱ (مسیر ترازهای واگن را با دقت دنبال کنید) می‌توان نمودار تراز انرژی شکل ۳۹-۱۵ را رسم کرد.

جدول ۳۹-۱

ترازهای انرژی

n_x	n_y	انرژی*	n_x	n_y	انرژی*
۱	۳	۱۰	۲	۴	۲۰
۳	۱	۱۰	۴	۲	۲۰
۲	۲	۸	۳	۳	۱۸
۱	۲	۵	۱	۴	۱۷
۲	۱	۵	۴	۱	۱۷
۱	۱	۵	۲	۳	۱۳
			۳	۲	۱۳

* بر حسب ضرب $h^2/\lambda m L^2$ 

شکل ۳۹-۱۵ نمودار تراز انرژی الکترون در تله یک حصار مربعی.

(ب) بر حسب ضرب $h^2/\lambda m L^2$ ، اختلاف انرژی بین حالت پایه و حالت برانگیخته سوم الکترون چقدر است؟
اختلاف انرژی: از شکل ۳۹-۱۵، می‌بینیم که حالت پایه عبارت است از (۱،۱)، با انرژی $2(h^2/\lambda m L^2)$. همچنین می‌بینیم که حالت برانگیخته سوم (حالت سوم بالاتر از حالت پایه در نمودار تراز انرژی) واگن حالت‌های (۳ و ۱) و (۱ و ۳) با انرژی $10(h^2/\lambda m L^2)$ است. پس ΔE اختلاف بین این دو حالت عبارت است از

$$\Delta E = 10 \left(\frac{h^2}{\lambda m L^2} \right) - 2 \left(\frac{h^2}{\lambda m L^2} \right) = 8 \left(\frac{h^2}{\lambda m L^2} \right) \quad (\text{پاسخ})$$

با قراردادن این معادله در معادله ۳۹-۲۵ و با قراردادن \hbar به صورت $h/2\pi$ ، و مرتب کردن دوباره پیدا می‌کنیم

$$r = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} n^2 \quad n=1,2,3,\dots \quad (۳۹-۲۷)$$

این را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$r = a n^2 \quad n=1,2,3,\dots \quad (۳۹-۲۸)$$

که در آن

$$a = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} = 5/291772 \times 10^{-11} \text{ m} \approx 52/92 \text{ pm} \quad (۳۹-۲۹)$$

از سه معادله آخر معلوم است که، در مدل بور اتم هیدروژن، شعاع مداری الکترون r کوانتیده است و کوچکترین شعاع مدار ممکن (به ازای $n=1$) برابر a است، که شعاع بور نامیده می‌شود. بنابر مدل بور، الکترون نمی‌تواند بیش از شعاع مداری a به هسته نزدیک شود و علت آن است که جاذبه بین الکترون و هسته به سادگی موجب فرو افتادن آنها در یکدیگر نمی‌شود.

انرژی مداری کوانتیده است

اکنون انرژی اتم هیدروژن را بنابر مدل بور پیدا می‌کنیم. انرژی

جنبشی الکترون $K = \frac{1}{2} m v^2$ ، و انرژی پتانسیل سامانه الکترون - هسته $U = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r$ است (معادله ۲۰-۴۳ جلد دوم). دوباره q_1 را بار الکترون $-e$ و q_2 را بار هسته $+e$ قرار می‌دهیم. بنابراین، انرژی مکانیکی عبارت است از

$$E = K + U = \frac{1}{2} m v^2 + \left(-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right) \quad (۳۰-۳۹)$$

با حل معادله ۳۹-۲۵ بر حسب $m v^2$ و قراردادن نتیجه در معادله ۳۹-۳۰، خواهیم داشت

$$E = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (۳۱-۳۹)$$

سپس به جای r معادل آن را از معادله ۳۹-۲۷ قرار می‌دهیم، داریم

$$E_n = -\frac{m e^2}{8\epsilon_0 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (۳۲-۳۹)$$

که زیرنویس n در E نشان دهنده کوانتیده بودن انرژی است. با محاسبه ثابتها در معادله ۳۹-۳۲، داریم

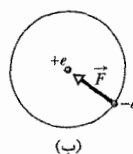
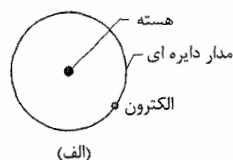
$$E_n = -\frac{2/18 \times 10^{-18} \text{ J}}{n^2} = -\frac{13/60 \text{ eV}}{n^2} \quad n=1,2,3,\dots \quad (۳۳-۳۹)$$

از این معادله معلوم است که انرژی E_n اتم هیدروژن کوانتیده است؛ یعنی، E_n با وابستگی آن به عدد کوانتومی n محدود می‌شود. چون، هسته در محل خود ثابت فرض می‌شود و فقط الکترون حرکت می‌کند، مقادیرهای انرژی معادله ۳۹-۳۳ را می‌توان یا به اتم به عنوان یک کل یا به تنهایی به الکترون نسبت داد.

شبه به مدارهای زمین دور خورشید به دور هسته می‌چرخد (شکل ۱۶-۳۹ الف). (۲) بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای \vec{L} الکترون در مدار خود به مقادیرهای زیر محدود می‌شود

$$L = n\hbar, \quad n=1,2,3,\dots \quad (۳۹-۲۴)$$

که در آن \hbar (بار $h/2\pi$) و n یک عدد کوانتومی است. اکنون نتایج حاصل از دو فرض بور را ملاحظه می‌کنیم.



شکل ۱۶-۳۹ الف) مدار دایره‌ای یک الکترون در مدل بور برای اتم هیدروژن. ب) نیروی کولنی \vec{F} وارد بر الکترون به طور شعاعی به طرف داخل به طرف هسته است.

شعاع مداری در مدل بور کوانتیده است

حرکت مداری الکترون در مدل بور را بررسی می‌کنیم. نیرویی که الکترون را در مداری به شعاع r نگه می‌دارد نیروی کولنی است. از معادله ۱۷-۱) می‌دانیم که بزرگی این نیرو عبارت است از

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

که در آن $k = 1/4\pi\epsilon_0$ است. در اینجا q_1 بار $-e$ الکترون و q_2 بار $+e$ هسته (پروتون) است. شتاب الکترون شتاب رو به مرکز با بزرگی $a = v^2/r$ است، که در آن v تندی الکترون است. هم نیروی \vec{F} و هم شتاب \vec{a} به طور شعاعی به داخل (جهت منفی در یک محور شعاعی)، به طرف هسته قرار دارند (شکل ۱۶-۳۹ ب). بنابراین، می‌توانیم قانون دوم نیوتون ($F = ma$) را برای یک محور شعاعی به صورت زیر بنویسیم

$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \left(-\frac{v^2}{r} \right) \quad (۲۵-۳۹)$$

که در آن m جرم الکترون است.

سپس با استفاده از فرض بور بیان شده در معادله ۳۹-۲۴ کوانتیدگی را وارد می‌کنیم. از معادله ۱۱-۱۹ (جلد اول)، بزرگی L اندازه حرکت زاویه‌ای ذره‌ای به جرم m که با تندی v در دایره‌ای به شعاع r حرکت می‌کند عبارت است از $L = r m v \sin \phi$ ، که ϕ (زاویه بین \vec{r} و \vec{v}) 90° است. با جایگذاری L در معادله ۳۹-۲۴ با $r m v \sin 90^\circ$ داریم

$$r m v = n\hbar$$

یا

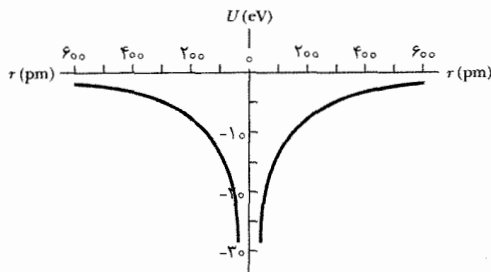
$$v = \frac{n\hbar}{rm} \quad (۲۶-۳۹)$$

تغییرات انرژی

دیواره‌های تعریف شده دقیقی ندارد. در عوض، دیواره‌های آن در عمق بر حسب فاصله شعاعی r تغییر می‌کند. شکل ۳۹-۱۷ بهترین کاری است که می‌توانیم در مورد ترسیم چاه پتانسیل هیدروژن انجام دهیم، ولی حتی این کار نیز برای تفسیر به تلاش زیادی نیاز دارد.

ترازهای انرژی و طیف اتم هیدروژن

اگرچه این کار را انجام نمی‌دهیم، ولی معادله شرودینگر را برای یک الکترون به تله افتاده در چاه پتانسیل که با معادله ۳۹-۳۶ داده شده است در نظر می‌گیریم. با این کار درخواهیم یافت که مقدارهای انرژی کوانتیده‌اند و جالب اینکه، این مقادارها درست مانند مدل (ناصحیح) بور با معادله ۳۹-۳۳ داده می‌شوند. بنابراین، تغییر ΔE در انرژی بر اثر گسیل یا جذب نور با معادله ۳۹-۳۴ داده می‌شود، و طول موجهای متناظر با ΔE با معادله ۳۹-۳۶ داده می‌شوند. این نتایج را بررسی می‌کنیم.



شکل ۳۹-۱۷ انرژی پتانسیل U اتم هیدروژن بر حسب تابعی از فاصله r بین الکترون و پروتون مرکزی. این نمودار دو بار نشان داده شده است (یکی در سمت چپ و یکی در سمت راست) تا تله متقارن کروی سه بعدی که الکترون در آن محصور شده است نشان داده شود.

شکل ۳۹-۱۸ ترازهای انرژی مربوط به مقدارهای مختلف n را در معادله ۳۹-۳۳ نشان می‌دهد. پایستترین تراز، به ازای $n=1$ ، حالت پایه هیدروژن است. ترازهای بالاتر مربوط به حالت‌های برانگیخته هستند که در تله‌های پتانسیل ساده خود دیدیم. ولی، به چند تفاوت توجه کنید. (۱) اکنون ترازهای انرژی به جای مقدارهای مثبتی که قبلاً در شکل‌های ۳۹-۳ و ۳۹-۹ انتخاب کردیم، منفی‌اند. (۲) حالا ترازها با حرکت به سمت ترازهای بالا به یکدیگر نزدیک می‌شوند. (۳) انرژی برای بیشترین مقدار n ، یعنی $n=\infty$ ، اکنون $E_\infty=0$ است. به ازای هر انرژی بیشتر از $E_\infty=0$ ، الکترون و پروتون به یکدیگر مقید نیستند (اتم هیدروژنی وجود ندارد)، و ناحیه $E>0$ در شکل ۳۹-۱۸ مانند ناحیه ناکوانتیده برای چاه متناهی شکل ۳۹-۹ است.

انرژی اتم هیدروژن (یا به طور معادل، انرژی الکترون آن) وقتی اتم نور گسیل یا جذب کند تغییر می‌کند. همانطور که چند بار از معادله ۳۹-۶ دیدیم، گسیل و جذب به ترتیب زیر دربردارنده یک کوانتوم نور است

$$hf = \Delta E = E_{\text{high}} - E_{\text{Low}} \quad (39-34)$$

سه تغییر در معادله ۳۹-۳۴ ایجاد می‌کنیم. در سمت چپ، c/λ را به جای f قرار می‌دهیم. در سمت راست، در معادله ۳۹-۳۲ دو بار برای قراردادن جمله‌های مربوط به انرژی استفاده می‌کنیم. بنابراین، با یک مرتب کردن ساده، خواهیم داشت

$$\frac{1}{\lambda} = -\frac{me^2}{\Lambda \epsilon_0^2 h^2 c} \left(\frac{1}{n_{\text{high}}^2} - \frac{1}{n_{\text{low}}^2} \right) \quad (39-35)$$

این فرمول را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{\text{low}}^2} - \frac{1}{n_{\text{high}}^2} \right) \quad (39-36)$$

که در آن

$$R = \frac{me^2}{\Lambda \epsilon_0^2 h^2 c} = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (39-37)$$

ثابت ریذبرگ نامیده می‌شود.

معادله ۳۹-۳۶ از مدل بور را با معادله ۳۹-۲۳ از کار بالمر مقایسه کنید. در معادله ۳۹-۳۶، اگر n_{Low} را ۲ قرار داده و سپس n_{high} را به ۳ و ۴ و ۵ و ۶ محدود کنیم، معادله بالمر را خواهیم داشت. این مطابقت یک پیروزی مهم برای بور و راهنمایی در فیزیک کوانتومی اتم‌هاست. با این وجود، این موفقیت عمر کوتاهی داشت، چون با اینکه مدل بور طول موجهای گسیل و جذب صحیحی برای اتم هیدروژن به دست می‌دهد، ولی مدل صحیحی نیست چون الکترون مانند سیاره‌ای که به دور خورشید می‌گردد به دور هسته نمی‌گردد. در واقع، پژوهشگران در تعمیم مدل بور به اتم‌های خیلی پیچیده‌تر از هیدروژن موفقیت کمی پیدا کردند. دلیل این عدم موفقیت این است که الکترونی که در اتم به تله افتاده یک موج ماده محصور در یک چاه پتانسیل است، و برای پیدا کردن مقدارهای انرژی کوانتیده حاصل باید معادله شرودینگر را برای الکترون به کار برد.

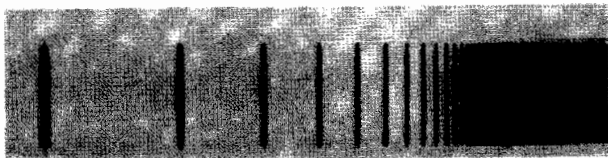
۳۹-۹ معادله شرودینگر و اتم هیدروژن

چاه پتانسیل اتم هیدروژن به تابع انرژی پتانسیل الکتریکی زیر بستگی دارد

$$U(r) = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (39-38)$$

چون این چاه سه بعدی است، این از چاههای یک بعدی و دو بعدی قبلی، پیچیده‌تر است. چون این چاه متناهی است، از چاه سه بعدی شکل ۳۹-۱۴ نیز پیچیده‌تر است. افزون بر این،

حد سری در یک سری خطی است که با پرش بین تراز پایه و بالاترین تراز انرژی ایجاد می شود، که تراز است با عدد کوانتومی $n = \infty$. بنابراین، حد سری عبارت است از کوتاهترین طول موج سری. شکل ۳۹-۱۹ تصویری از خطهای گسیلی بالمر است که با یک طیف نما (مانند شکل های ۳۶-۲۴ و ۳۶-۲۵) گرفته شده است. حد سری با مثلث کوچکی نشانه گذاری شده است.



شکل ۳۹-۱۹ طیف خطهای گسیلی سری بالمر اتم هیدروژن. در حالی که شکل ۳۹-۱۸ چهار گذار در این سری و حد سری را نشان می دهد، این شکل حدود دوازده خط سری را نشان می دهد؛ توجه کنید که خطها در نزدیکی حد سری به یکدیگر نزدیک می شوند، که با یک مثلث نشانه گذاری شده است.

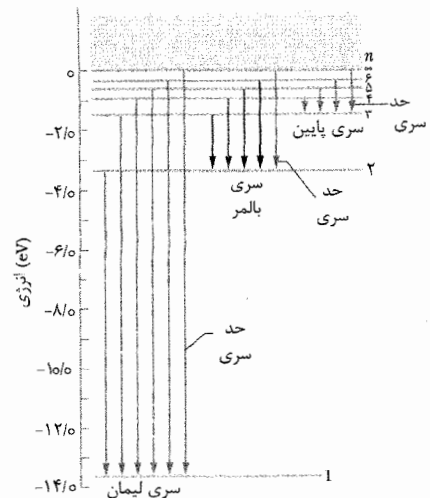
شکل ۳۹-۱۹ طیف خطهای گسیلی سری بالمر اتم هیدروژن. در حالی که شکل ۳۹-۱۸ چهار گذار در این سری و حد سری را نشان می دهد، این شکل حدود دوازده خط سری را نشان می دهد؛ توجه کنید که خطها در نزدیکی حد سری به یکدیگر نزدیک می شوند، که با یک مثلث نشانه گذاری شده است.

اگر یک پرش به طرف بالا به بخش ناکوانتیده شکل ۳۹-۱۸ باشد، انرژی الکترون دیگر با معادله ۳۹-۳۳ داده نمی شود چون الکترون دیگر در تله اتم نیست. یعنی اتم هیدروژن یونیده شده است به این معنی که الکترون به آنچنان فاصله دوری برده شده است که نیروی کولنی وارد بر آن از طرف هسته ناچیز است. اگر اتم طول موجی بزرگتر از حد سری را جذب کند می تواند یونیده شود. بنابراین، الکترون آزاد فقط انرژی جنبشی (با فرض وضعیت غیر نسبیتی، $K = \frac{1}{2}mv^2$) دارد.

عدهای کوانتومی برای اتم هیدروژن

اگرچه انرژیهای حالت های اتم هیدروژن با یک عدد کوانتومی n می تواند توصیف شود، تابعهای موج توصیف کننده این حالتها مستلزم سه عدد کوانتومی، متناظر با سه بعدی هستند که الکترون می تواند حرکت کند. این سه عدد کوانتومی، همراه با نام و مقدارهایی که می توانند داشته باشند در جدول ۳۹-۲ نشان داده شده اند.

هر مجموعه از عدهای کوانتومی (n, l, m_l) تابع موجی از یک حالت کوانتومی خاص را مشخص می کنند. عدد کوانتومی n ، به نام عدد کوانتومی اصلی، در معادله ۳۹-۳۳ برای انرژی حالت ظاهر می شود. عدد کوانتومی مداری l معیاری از بزرگی اندازه حرکت زاویه ای وابسته به آن حالت کوانتومی است. عدد کوانتومی مغناطیسی مداری m_l ، به سمتگیری فضایی این بردار اندازه حرکت زاویه ای مربوط است. محدودیت در مقدارهای عدهای کوانتومی اتم هیدروژن، به ترتیبی که در جدول ۳۹-۲



شکل ۳۹-۱۸ نموداری از شکل ۳۹-۳۳، که چند تراز انرژی اتم هیدروژن را نشان می دهد. این گذارها در سریهای دسته بندی و هر یک با نام شخصی نامگذاری شده اند.

اتم هیدروژن با گسیل یا جذب نور در طول موجهای داده شده با معادله ۳۹-۳۶ می تواند بین ترازهای انرژی پرش کند. هر یک از چنین طول موجهایی به دلیل روشی که با طیف نما آشکار می شوند خط نامیده می شوند؛ بنابراین، اتم هیدروژن خطهای جذبی و خطهای گسیلی دارد. مجموعه ای از چنین خطهایی، مانند آنچه که در گستره مرئی وجود دارد، طیف اتم هیدروژن نامیده می شود.

خطهای هیدروژن در سریهای، بنابر تراز است که در آن پرشها از بالا شروع و در پایین خاتمه می پذیرند دسته بندی می شوند. برای مثال، خطهای گسیل و جذب برای تمام پرشهای احتمالی رو به بالا از تراز $n=1$ و رو به پایین تراز $n=1$ سری لیمان گفته می شود، که نام شخصی است که اولین بار این خطها را مطالعه کرده است. افزون بر این، می توان گفت که سری لیمان دارای تراز اولیه $n=2$ ، و سری پاشن دارای تراز اولیه $n=3$ هستند.

تعدادی از پرشهای کوانتومی رو به پایین برای این سه سری در شکل ۳۹-۱۸ نشان داده شده است. چهار خط در سری بالمر در گستره نور مرئی اند و آنهایی هستند که توسط بالمر مطالعه شده اند. اینها در شکل ۳۹-۱۸ با پیکانهایی مربوط به رنگ آنها نمایش داده شده اند. کوتاهترین پیکانه نشان دهنده کوتاهترین پرش در سری از تراز $n=3$ به تراز $n=2$ است. بنابراین، این پرش در بردارنده کوچکترین تغییر در انرژی الکترون و کوچکترین مقدار انرژی فوتون گسیل شده برای این سری است. این نور گسیل شده قرمز است. پرش بعدی در این سری، از $n=4$ به $n=2$ بلندتر است و در نتیجه انرژی فوتون بیشتر، طول موج گسیل شده کوتاهتر و نور سبز است. پیکانهای سوم، چهارم و پنجم نشان دهنده پرشهای بلندتر و طول موجهای کوتاهتر است. در مورد پرش پنجم، نور گسیل شده در گستره فرابنفش است و بنابراین، مرئی نیست.

$r + dr$ را انتخاب کنیم. یعنی، عنصر حجم dV به صورت زیر باشد

$$dV = (4\pi r^2) dr \quad (39-41)$$

که در آن $4\pi r^2$ مساحت سطح پوسته داخلی و dr فاصله شعاعی بین دو پوسته است. حال، با ترکیب معادله‌های 39-39، 39-40 و 39-41 خواهیم داشت

$$\left[\begin{array}{c} \text{احتمال آشکارشدن} \\ \text{در حجم } dV \\ \text{شعاع } r \end{array} \right] = \psi^2(r) dV = \frac{4}{a^3} e^{-2r/a} r^2 dr \quad (39-42)$$

اگر با چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ به جای چگالی احتمال حجمی $\psi^2(r)$ کار کنیم، توصیف احتمال آشکارشدن الکترون آسانتر می‌شود. $P(r)$ یک چگالی احتمالی خطی است به طوری که

$$\left[\begin{array}{c} \text{چگالی احتمال حجمی} \\ \psi^2(r) \text{ در شعاع } r \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{پهنای شعاعی} \\ dr \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{چگالی احتمال شعاعی} \\ P(r) \text{ در شعاع } r \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{حجم } dV \end{array} \right]$$

$$P(r) dr = \psi^2(r) dV \quad (39-43)$$

با قراردادن $\psi^2(r) dV$ از معادله 39-42، به دست می‌آوریم

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a}$$

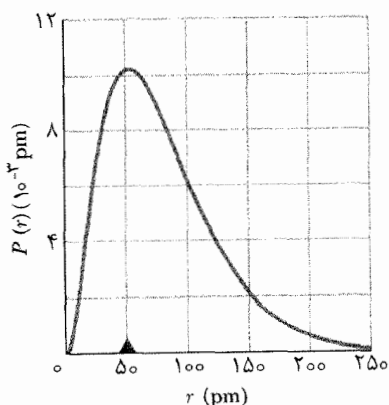
(39-44) (چگالی احتمال شعاعی، حالت پایه اتم هیدروژن)

شکل 39-20 نمودار معادله 39-44 است. مساحت زیر نمودار برابر یک است؛ یعنی

$$\int_0^\infty P(r) dr = 1 \quad (39-45)$$

این معادله بیان می‌کند که در اتم هیدروژن، الکترون باید یک جایی از فضای اطراف هسته وجود داشته باشد.

علامت مثلث روی محور افقی شکل 39-20 در فاصله یک شعاع بور از مبدأ واقع است. از این نمودار معلوم است که در حالت پایه اتم هیدروژن، الکترون با احتمال زیاد تقریباً در این فاصله از مرکز اتم یافت می‌شود.



شکل 39-20 نمودار چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ برای حالت پایه اتم هیدروژن. علامت مثلث در فاصله یک شعاع بور از مبدأ واقع است و مبدأ مرکز اتم را نشان می‌دهد.

آمده است، اختیاری نیست، بلکه از حل معادله شرودینگر به دست می‌آید. توجه کنید که در مورد حالت پایه ($n=1$)، این محدودیتها مستلزم آن است که $l=0$ و $m_l=0$ ، یعنی، اندازه حرکت زاویه‌ای اتم هیدروژن در حالت پایه خود صفر است، که در مدل بور توسط معادله 39-24 پیش‌بینی نشده بود.

نکته وارسی 5 (الف) گروهی از حالت‌های کوانتومی اتم هیدروژن دارای $n=5$ هستند. چند مقدار برای حالت‌های موجود در این گروه امکانپذیر است؟
(ب) یک زیر گروه اتم هیدروژن در گروه $n=5$ ، $l=3$ است. چند مقدار m_l برای حالت‌های این زیر گروه امکانپذیر است؟

جدول 39-2

عدهای کوانتومی برای اتم هیدروژن

نماد	نام	مقدارهای مجاز
n	عدد کوانتومی اصلی	$1, 2, 3, \dots$
l	عدد کوانتومی مداری	$0, 1, 2, 3, \dots, n-1$
m_l	عدد کوانتومی مغناطیسی مداری	$-l, -(l-1), \dots, +(l-1), +l$

تابع موج حالت پایه اتم هیدروژن

تابع موج برای حالت پایه اتم هیدروژن، که از حل معادله شرودینگر سه بعدی و بهنجارش نتیجه به دست می‌آید، عبارت است از

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi} a^{3/2}} e^{-r/a} \quad (39-39) \text{ (حالت پایه)}$$

که در آن a شعاع بور (معادله 39-29) است. این شعاع تقریباً شعاع مؤثر یک اتم هیدروژن در نظر گرفته می‌شود و معلوم شده است که یکای مناسبی از طول برای وضعیتهای دیگر موجود در ابعاد اتمی است.

مانند سایر تابعهای موج، $\psi(r)$ در معادله 39-39 معنی فیزیکی ندارد ولی $\psi^2(r)$ چگالی احتمال یعنی احتمال بر یکای حجم است که الکترون می‌تواند در آن آشکار شود. به ویژه، $\psi^2(r) dV$ احتمالی است که الکترون می‌تواند در عنصر حجم (بینهایت کوچک) dV واقع در شعاع r از مرکز اتم آشکار شود:

$$\left[\begin{array}{c} \text{احتمال آشکارشدن} \\ \text{در حجم } dV \\ \text{شعاع } r \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{چگالی احتمال} \\ \psi^2(r) \text{ در شعاع } r \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{حجم } dV \end{array} \right] \quad (39-40)$$

چون $\psi^2(r)$ فقط به r بستگی دارد، بهتر این است که برای حجم dV ، حجم بین دو پوسته کروی هم مرکز به شعاع r و

به فاصله‌های نزدیک به آن پیدا می‌شود، که بی‌معنی است. با اعمال شرایط مرزی از این جوابهای ناخواسته راحت می‌شویم، که در آن فقط بر جوابهایی از معادله شرودینگر توافق می‌کنیم که در آن وقتی $r \rightarrow \infty$ ، $\psi(r) \rightarrow 0$ ؛ یعنی توافق می‌کنیم که فقط الکترونهاى محصور را مورد بررسی قرار دهیم. با این محدودیت، جوابهای معادله شرودینگر مجموعه گسسته‌ای را با انرژیهای کوانتیده‌ای که با معادله ۳۹-۳۳ داده می‌شود، تشکیل می‌دهند.

مسئله نمونه ۳۹-۶

(الف) طول موج نور برای کمترین انرژی فوتون گسیل شده در سری لیمان خطهای طیف اتم هیدروژن چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) برای هر سری، گذاری که کمترین انرژی را ایجاد کند گذار بین تراز پایه است که سری و ترازهای بلافاصله بالای آن را معین می‌کند. (۲) در مورد سری لیمان، تراز پایه در $n=1$ است (شکل ۳۹-۱۸). بنابراین، گذاری که کمترین انرژی فوتون را ایجاد می‌کند عبارت است از گذار از تراز $n=2$ به تراز $n=1$.

محاسبه‌ها: از معادله ۳۹-۳۳ اختلاف انرژی عبارت است از

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -(13/60 \text{ eV}) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 10/20 \text{ eV}$$

بنابراین، از معادله ۳۹-۶ $(\Delta E = hf)$ با قراردادن f به جای c/λ خواهیم داشت

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6/63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3/00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(10/20 \text{ eV})(1/6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 1/22 \times 10^{-7} \text{ m} = 122 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

نور با این طول موج در گستره فرابنفش قرار دارد.

(ب) طول موج حد سری برای سری لیمان چقدر است؟

نکته کلیدی حد سری متناظر با پرش بین تراز پایه (برای سری لیمان $n=1$) و تراز واقع در حد $n=\infty$ است.

محاسبه‌ها: اکنون که مقدارهای n را برای گذار شناسایی کرده‌ایم، مانند (الف) طول موج متناظر با λ را پیدا می‌کنیم. ولی به جای آن از روش مستقیم‌تری استفاده می‌کنیم. از معادله ۳۹-۳۶ داریم

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{\text{Low}}^2} - \frac{1}{n_{\text{high}}^2} \right) = (1/097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)$$

که از آن به دست می‌آید

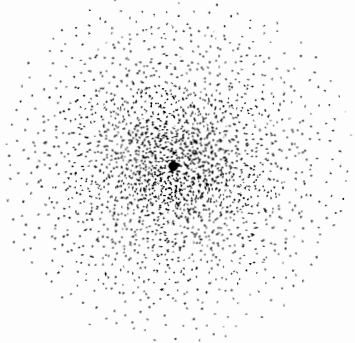
$$\lambda = 9/11 \times 10^{-8} \text{ m} = 91/1 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

نور با این طول موج نیز در گستره فرابنفش قرار دارد.

مسئله نمونه ۳۹-۷

نشان دهید که چگالی احتمال شعاعی حالت پایه اتم هیدروژن در $r=a$ یک بیشینه دارد.

شکل ۳۹-۲۰ با دیدگاه متداولی که الکترونها در اتمها مدارهای تعریف شده‌ای مانند مدار حرکت سیاره‌ها دور خورشید دارند شدیداً منافات دارد. این دیدگاه متداول، هر چند آشنا ولی نادرست است. شکل ۳۹-۲۰ تمام آنچه را که درباره مکان الکترون در حالت پایه اتم هیدروژن باید بدانیم به دست می‌دهد. پرسش مناسب این نیست که «چه وقت الکترون به فلان نقطه می‌رسد؟» بلکه این است که «چقدر شانس وجود دارد که الکترون در یک حجم کوچک متمرکز در چنین نقطه‌ای یافت شود؟» شکل ۳۹-۲۱، که آن را نمودار نقطه‌ای می‌توان نامید، طبیعت احتمال تابع موج را بیان می‌کند و مدل ذهنی مفیدی از اتم هیدروژن در حالت پایه آن را به دست می‌دهد. اتم را در این حالت گلوله‌ای مبهم با مرزی غیر مشخص و مداری نامعلوم تصور کنید.



شکل ۳۹-۲۱ «نمودار نقطه‌ای» که چگالی احتمال حجمی $\psi^2(r)$ ، نه چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ ، را برای حالت پایه اتم هیدروژن نشان می‌دهد. چگالی نقطه‌ها به طور نمایی با افزایش فاصله از هسته کم می‌شود که در اینجا با لکه‌ای نشان داده شده است. چنین نمودار نقطه‌ای تصویری ذهنی از «ابر الکترونی» یک اتم را به دست می‌دهد.

برای یک فرد مبتدی ساده نیست که ذره‌های زیر اتمی را به این صورت احتمالاتی تصور کند. مشکل مواجهه طبیعی ماست که الکترون را چیزی مانند یک دانه ژله‌ای ریز در نظر می‌گیریم که در مکانهای معینی در زمانهای واقعی واقع شده و از مسیر کاملاً معین پیروی می‌کند. الکترونها و ذره‌های زیر اتمی دیگر به این سادگی رفتار نمی‌کنند.

انرژی حالت پایه که با قراردادن $n=1$ در معادله ۳۹-۳۳ به دست می‌آید عبارت است از $E_1 = -13/60 \text{ eV}$. اگر معادله شرودینگر را با این مقدار انرژی حل کنیم، تابع موج معادله ۳۹-۳۹ حاصل می‌شود. در واقع، به ازای هر مقداری از انرژی، مثلاً $E = -11/6 \text{ eV}$ یا $E = -14/3 \text{ eV}$ ، می‌توانیم جوابی برای معادله شرودینگر پیدا کنیم. این ممکن است حاکی از آن باشد که حالت‌های اتم هیدروژن کوانتیده نیستند - ولی می‌دانیم که این طور نیست. معما زمانی حل شد که فیزیکدانان پی بردند که چنین جوابهایی برای معادله شرودینگر از نظر فیزیکی قابل قبول نیستند چون وقتی $r \rightarrow \infty$ میل می‌کند مقدارهای خیلی بزرگی را به دست می‌دهند. این «تابعهای موج» نشان می‌دهند که الکترون با احتمال زیاد در فاصله‌های خیلی دور از هسته نسبت

حالت‌های اتم هیدروژن با $n=2$

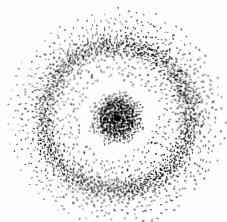
بنابر الزامات جدول ۳۹-۲، چهار حالت اتم هیدروژن با $n=2$ وجود دارد؛ این عددهای کوانتومی در جدول ۳۹-۳ نوشته شده‌اند. نخست حالت $n=2$ و $l=m=0$ را در نظر می‌گیریم؛ چگالی احتمال آن با نمودار نقطه‌ای شکل ۳۹-۲۲ نشان داده شده است. توجه کنید که این نمودار، مانند نمودار حالت پایه نشان داده شده در شکل ۳۹-۲۱، تقارن کروی دارد. یعنی در یک دستگاه مختصات کروی مانند شکل ۳۹-۲۳، چگالی احتمال تابعی از فقط مختصه شعاعی r است و از مختصه‌های زاویه‌ای θ و ϕ مستقل است.

جدول ۳۹-۳

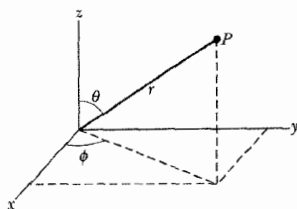
عددهای کوانتومی حالت‌های اتم هیدروژن با $n=2$

n	l	m_l
۲	۰	۰
۲	۱	+۱
۲	۱	۰
۲	۱	-۱

معلوم شده است که همه حالت‌های کوانتومی با $l=0$ دارای تابع‌های موج با تقارن کروی هستند. این منطقی است چون عدد کوانتومی l معیاری از اندازه حرکت زاویه‌ای مربوط به یک حالت معین است. اگر $l=0$ باشد، اندازه حرکت زاویه‌ای نیز صفر است، و این ایجاب می‌کند که چگالی احتمال نمایش دهنده حالت هیچ محور تقارن ترجیحی ندارد.



شکل ۳۹-۲۲ نمودار نقطه‌ای که چگالی احتمال حجمی $\psi^2(r)$ را برای اتم هیدروژن در حالت کوانتومی با $n=2$ ، $l=0$ و $m=0$ نشان می‌دهد. این نمودار دارای تقارن کروی نسبت به هسته مرکزی است. فاصله در مدل چگالی نقطه‌ای یک سطح کروی را مشخص می‌کند که در آن $\psi^2(r)=0$ است.



شکل ۳۹-۲۳ رابطه بین مختصه‌های x ، y و z دستگاه مختصات قائم و مختصه‌های r ، θ و ϕ دستگاه مختصات کروی. دستگاه اخیر برای تحلیل وضعیتهای شامل تقارن کروی، مانند اتم هیدروژن مناسبتر است.

نکته کلیدی (۱) چگالی احتمال شعاعی برای حالت پایه اتم

هیدروژن با معادله ۳۹-۴۴ داده می‌شود

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a}$$

(۲) برای پیدا کردن بیشینه (یا کمینه) از هر تابع، باید از تابع مشتق بگیریم و نتیجه را برابر با صفر قرار دهیم. اگر از $P(r)$ ، با استفاده از مشتق ۷ پیوست ۳ و قاعده زنجیره‌ای مؤلفه‌های مشتق، مشتق بگیریم خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dr} &= \frac{4}{a^3} r^2 \left(-\frac{2}{a} \right) e^{-2r/a} + \frac{4}{a^3} 2r e^{-2r/a} \\ &= \frac{8r}{a^3} e^{-2r/a} - \frac{8r^2}{a^4} e^{-2r/a} \\ &= \frac{8}{a^3} r(a-r) e^{-2r/a} \end{aligned}$$

اگر طرف راست را برابر با صفر قرار دهیم، معادله‌ای به دست می‌آوریم که به ازای $r=a$ صحیح است. به عبارت دیگر، $\frac{dP}{dr}$ وقتی $r=a$ باشد برابر با صفر است. (توجه کنید که در $r=0$ و $r=\infty$ نیز $\frac{dP}{dr}=0$ است. ولی، این شرایط همانطور که در شکل ۳۹-۲۰ می‌توان دید، متناظر با کمینه‌ای در $P(r)$ است.)

مسئله نمونه ۳۹-۸

می‌توان نشان داد که احتمال $P(r)$ که الکترونی در حالت پایه اتم هیدروژن در داخل کره‌ای به شعاع r آشکار شود با

$$P(r) = 1 - e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2)$$

داده می‌شود، که در آن x کمیت بدون بعدی برابر با r/a است. r را به ازای $P(r)=0.90$ پیدا کنید.

نکته کلیدی هیچ تضمینی وجود ندارد که الکترون بتواند در فاصله شعاعی r معینی از مرکز اتم هیدروژن آشکار شود. ولی، با تابع داده شده، احتمالی را می‌توان محاسبه کرد که الکترون در جایی از کره‌ای به شعاع r بتواند آشکار شود.

محاسبه‌ها: شعاع کره‌ای را پیدا می‌کنیم که به ازای آن $P(r)=0.90$ شود. با قراردادن این مقدار در عبارت $P(r)$ خواهیم داشت

$$0.90 = 1 - e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2)$$

یا

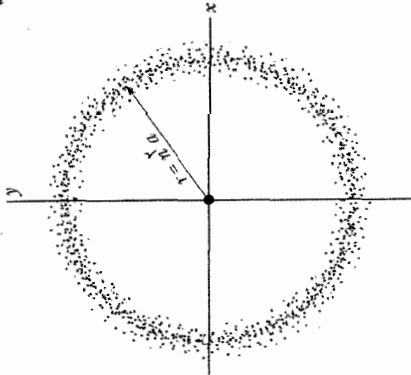
$$10e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2) = 1$$

باید مقداری را برای x پیدا کنیم که این تساوی برقرار باشد. حل صریح بر حسب x وجود ندارد، ولی با استفاده از یک ماشین حساب $x=2/66$ به دست می‌آید. این بدان معناست که شعاع کره‌ای که در داخل آن الکترون می‌تواند در ۹۰ درصد زمان آشکار شود برابر با $2/66a$ است. این مکان را روی محور افقی شکل ۳۹-۲۰ مشخص کنید، آیا این پاسخ منطقی است؟

حالت $n=2$ و $l=0$ ، که چگالی احتمال حجمی آن در شکل ۳۹-۲۲ نشان داده شده است، نیز در هر سه حالت شکل ۳۹-۲۴ انرژی یکسانی دارد. می‌توانیم تمام چهار حالت را که عددهای کوانتومی آنها در جدول ۳۹-۳ آمده است به عنوان تشکیل دهنده یک لایه متقارن کروی در نظر بگیریم که تنها با یک عدد کوانتومی n تعریف می‌شود. اهمیت لایه‌ها و زیر لایه‌ها در فصل ۴۰، که درباره اتمهایی با بیش از یک الکترون بحث می‌کنیم، روشن خواهد شد.

برای تکمیل تصویر خود از اتم هیدروژن، در شکل ۳۹-۲۵ یک نمودار نقطه‌ای از چگالی احتمال شعاعی برای حالتی از اتم هیدروژن با عدد کوانتومی نسبتاً بالا ($n=45$) و بالاترین عدد کوانتومی مداری که محدودیتهای جدول ۳۹-۲ اجازه می‌دهد ($l=n-1=44$) نشان داده شده است. چگالی احتمال حلقه‌ای را تشکیل می‌دهد که حول محور z متقارن است و خیلی نزدیک به صفحه xy قرار دارد. شعاع میانگین این حلقه na^0 است، که در آن a شعاع بور است. این شعاع میانگین ۲۰۰۰ برابر از شعاع مؤثر اتم هیدروژن در حالت پایه‌اش بیشتر است.

شکل ۳۹-۲۵ مدار الکترونی در فیزیک کلاسیکی را نشان می‌دهد. بنابراین، تصویر دیگری از اصل همخوانی بور را به دست می‌آوریم، یعنی در عددهای کوانتومی بزرگ پیش‌بینیهای مکانیک کوانتومی به آرامی به موارد فیزیک کلاسیکی تبدیل می‌شود. تصور کنید که یک نمودار نقطه‌ای مانند شکل ۳۹-۲۵ برای $n=1000$ و $l=999$ به چه



شکل ۳۹-۲۵ نمودار نقطه‌ای از چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ برای اتم هیدروژن در حالت کوانتومی نسبتاً بزرگ عدد کوانتومی اصلی، یعنی $n=45$ ، و عدد کوانتومی زاویه‌ای $l=n-1=44$. نقطه‌ها نزدیک به صفحه xy قرار دارند، حلقه نقطه‌های مدار کلاسیکی الکترون را نشان می‌دهد.

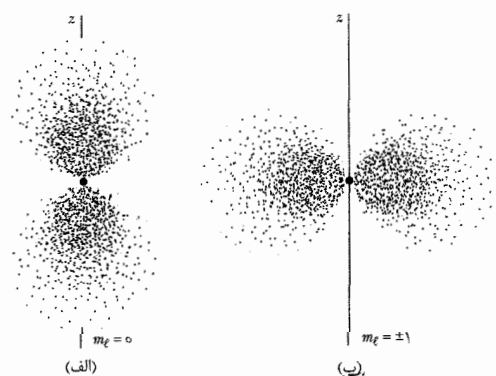
بازنگری و خلاصه درس

اصل انحصار اصل انحصار برای هر نوع موجی از جمله موجهای یک ریسمان و موجهای ماده در فیزیک کوانتومی اعمال می‌شود. این اصل حاکی از آن است که انحصار به کوانتیدگی، یعنی به وجود حالت‌های گسسته با انرژیهای معین، می‌انجامد. حالت‌های با مقدارهای میانی انرژی، مجاز نیستند.

نمودارهای نقطه‌ای ψ^2 برای سه حالت با $n=2$ و $l=1$ در شکل ۳۹-۲۴ نشان داده شده‌اند. چگالیهای احتمال برای حالت‌های با $m_l=+1$ و $m_l=-1$ یکسان هستند. اگرچه این نمودارها نسبت به محور z تقارن دارند، ولی تقارن کروی ندارند. یعنی، چگالیهای احتمال این سه حالت تابعی از r و مختصه زاویه‌ای θ هستند.

در اینجا معمایی وجود دارد: چه چیزی درباره اتم هیدروژن وجود دارد که محور تقارنی را در شکل ۳۹-۲۴ می‌سازد که چنین آشکار است؟ پاسخ: مطلقاً هیچ چیز.

پاسخ به این معما تقریباً زمانی به دست می‌آید که دریابیم هر سه حالت نشان داده شده در شکل ۳۹-۲۴ انرژی یکسانی دارند. به خاطر آورید که انرژی یک حالت داده شده با معادله ۳۹-۲۳، فقط به عدد کوانتومی اصلی n بستگی دارد و مستقل از l و m_l است. در واقع در مورد یک اتم هیدروژن منزوی روشی وجود ندارد که از نظر تجربی میان سه حالت شکل ۳۹-۲۴ اختلافی قائل شود.



شکل ۳۹-۲۴ نمودارهای نقطه‌ای چگالی احتمال حجمی $\psi^2(r, \theta)$ برای اتم هیدروژن در حالت با $n=2$ و $l=1$. (الف) نمودار برای $m_l=0$ که چگالی احتمال حول محور z متقارن است. (ب) نمودار برای $m_l=+1$ و $m_l=-1$. هر دو نمودار نشان می‌دهند که چگالی احتمال حول محور z متقارن است.

اگر چگالیهای احتمال حجمی را برای سه حالت که برای آنها $n=2$ و $l=1$ است جمع کنیم، معلوم می‌شود که چگالی احتمال مرکب دارای تقارن کروی است و محور منحصر به فردی وجود ندارد. بنابراین، می‌توان تصور کرد که الکترون یک سوم زمان خود را در هر یک از سه حالت شکل ۳۹-۲۴ می‌گذراند، و می‌توان جمع سنگینی سه تابع موج مستقل را به عنوان تعریف یک زیر لایه متقارن کروی در نظر گرفت که با عددهای کوانتومی $n=2$ و $l=1$ مشخص می‌شود. فقط اگر اتم هیدروژن را در یک میدان الکتریکی یا مغناطیسی خارجی قرار دهیم حالت‌های منفرد وجود جداگانه خود را نشان خواهند داد. بنابراین، سه حالت زیر لایه $n=2$ ، $l=1$ انرژیهای متفاوتی خواهند داشت، و جهت میدان محور تقارن لازم را ایجاد خواهد کرد.

الکترون در چاه پتانسیل نامتناهی

چاه پتانسیل نامتناهی وسیله‌ای برای محصور کردن الکترون است. از اصل انحصار انتظار داریم که موج ماده نمایش دهنده الکترون به تله افتاده می‌تواند فقط به صورت مجموعه‌ای از حالت‌های گسسته باشد. در مورد چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی، انرژی‌های وابسته به این حالت‌های کوانتومی عبارت‌اند از

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2, n=1,2,3,\dots \quad (39-4)$$

که در آن L پهنای چاه و n یک عدد کوانتومی است. اگر الکترون از یک حالت به حالت دیگر تغییر کند، انرژی آن باید به مقدار

$$\Delta E = E_{\text{high}} - E_{\text{Low}} \quad (39-5)$$

تغییر کند، که در آن E_{high} انرژی بالاتر و E_{Low} انرژی پایینتر است. اگر این تغییر توسط جذب یا گسیل فوتون انجام شود، انرژی فوتون عبارت است از

$$hf = \Delta E = E_{\text{high}} - E_{\text{Low}} \quad (39-6)$$

تابع‌های موج وابسته به حالت‌های کوانتومی عبارت‌اند از

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{و} \quad n=1,2,3,\dots \quad (39-10)$$

چگالی احتمال $\psi_n^2(x)$ برای یک حالت مجاز به این معنی است که $\psi_n^2(x)dx$ احتمالی است که الکترون در بازه بین x و $x+dx$ آشکار خواهد شد. در مورد الکترون در چاه نامتناهی، چگالی‌های احتمال عبارت‌اند از

$$\psi_n^2(x) = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad n=1,2,3,\dots \quad (39-12)$$

در عدد کوانتومی n بالا، الکترون به رفتار کلاسیکی میل می‌کند که در آن تمام بخش‌های چاه با احتمال برابر اشغال می‌شود. این واقعیت به اصل همخوانی می‌انجامد. در عددهای کوانتومی به اندازه کافی زیاد، پیش‌بینی فیزیک کوانتومی به آرامی به فیزیک کلاسیکی میل می‌کند.

بهنجارش و انرژی نقطه صفر دامنه A در معادله

۳۹-۱۲ را می‌توان از معادله بهنجارش زیر به دست آورد

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^2(x) dx = 1 \quad (39-14)$$

که بر این تأکید دارد که الکترون در داخل چاه باید در یک جایی باشد چون احتمال ۱ بر قطعیت دلالت دارد.

از معادله ۳۹-۴ می‌بینیم که کمترین انرژی مجاز برای الکترون صفر نیست بلکه انرژی است متناظر با $n=1$. این انرژی کمترین انرژی نقطه صفر سامانه الکترون - چاه نامیده می‌شود.

الکترون در چاه پتانسیل متناهی چاه پتانسیل متناهی

چاهی است که برای آن انرژی پتانسیل الکترون داخل آن به اندازه U_0 کمتر از مقدار آن در بیرون چاه است. تابع موج برای

الکترون به تله افتاده طوری است که چاه به طرف دیواره‌های آن گسترش یافته است.

تله‌های الکترونی دو و سه بعدی انرژی‌های کوانتیده

برای الکترون به تله افتاده در چاه پتانسیل نامتناهی دو بعدی که یک حصار کوانتومی تشکیل می‌دهد عبارت‌اند از

$$E_{n_x, n_y} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right) \quad (39-20)$$

که در آن n_x عدد کوانتومی است که به ازای آن موج ماده الکترون با بعد L_x چاه و n_y عدد کوانتومی است که به ازای آن موج ماده الکترون با بعد L_y چاه مطابقت دارد. هم‌چنین، انرژی‌های الکترون به تله افتاده در چاه پتانسیل نامتناهی سه بعدی که یک جعبه مستطیلی را تشکیل می‌دهد عبارت است از

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right) \quad (39-21)$$

در اینجا n_z عدد کوانتومی سومی است که به ازای آن موج ماده با بعد L_z چاه مطابقت دارد.

اتم هیدروژن هم مدل (نادرست) بور از اتم هیدروژن و

هم کاربرد (درست) معادله شرودینگر برای این اتم ترازهای انرژی کوانتیده اتم را به صورت زیر به دست می‌دهند

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad (39-32 \text{ و } 39-33)$$

به ازای $n=1,2,3,\dots$

از این درمی‌یابیم که اگر اتم گذاری بین هر دو تراز انرژی به دلیل گسیل یا جذب نور انجام دهد، طول موج نور با رابطه زیر داده می‌شود

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{\text{Low}}^2} - \frac{1}{n_{\text{high}}^2} \right) \quad (39-36)$$

که در آن

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 c} = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (39-37)$$

ثابت ریدبرگ است.

چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ برای حالتی از اتم هیدروژن

طوری تعریف می‌شود که $P(r)dr$ احتمالی است که الکترون یک جایی در فضای بین دو پوسته هم مرکز به شعاع‌های r و $r+dr$ به مرکز هسته اتم بتواند آشکار می‌شود. در مورد حالت پایه اتم هیدروژن،

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a} \quad (39-44)$$

که در آن a ، شعاع بور، یکای طول برابر با 52.9 pm است.

شکل ۳۹-۲۰ نمودار $P(r)$ برای حالت پایه است.

شکلهای ۳۹-۲۲ و ۳۹-۲۴ چگالی‌های احتمال حجمی (نه

چگالی‌های احتمال شعاعی) برای چهار حالت اتم هیدروژن با

$n=2$ را نشان می‌دهند. نمودار شکل ۳۹-۲۲

۶- الکترونی در چاه پتانسیل متناهی و به قدر کافی عمیقی به تله افتاده است که اجازه می‌دهد الکترون در حالت با $n=4$ وجود داشته باشد. موج ماده آن در داخل چاه چند نقطه (الف) با احتمال صفر و (ب) با احتمال بیشینه دارد؟

۷- یک پروتون و یک الکترون در تله چاههای پتانسیل نامتناهی مشابه یک بعدی افتاده‌اند؛ هر ذره در حالت پایه خود قرار دارد. در مرکز چاهها، آیا چگالی احتمال پروتون بیشتر از چگالی احتمال الکترون است یا کمتر یا با آن مساوی است؟

۸- آیا انرژی حالت پایه یک پروتون به تله افتاده در چاه پتانسیل یک بعدی از انرژی حالت پایه یک الکترون به تله افتاده در همان چاه پتانسیل بیشتر است یا کمتر یا مساوی آن است؟

۹- جدول (۴-۳۹) عددهای کوانتومی را برای پنج حالت اتم هیدروژن نشان می‌دهد. کدامیک امکانپذیر نیست؟

جدول ۴-۳۹

m	l	n	
۰	۲	۳	(الف)
۱	۳	۲	(ب)
-۴	۳	۴	(پ)
۰	۵	۵	(ت)
-۲	۳	۵	(ث)

۱۰- می‌خواهیم چاه پتانسیل متناهی شکل ۷-۳۹ را تغییر دهیم تا الکترون به تله افتاده در آن در بیش از سه حالت کوانتومی وجود داشته باشد. این کار با (الف) پهن کردن یا باریک کردن چاه انجام می‌شود یا (ب) با عمیق کردن یا کم عمق کردن آن؟

۱۱- با نگاهی به شکل ۸-۳۹ عددهای کوانتومی سه حالت کوانتومی مربوط به طول موج دوبروی الکترون را به ترتیب بزرگی بنویسید.

۱۲- الکترونی در چاه انرژی پتانسیل متناهی مانند چاه شکل ۷-۳۹، در حالت پایتترین انرژی خود به تله افتاده است. آیا (الف) طول موج دوبروی آن، (ب) بزرگی اندازه حرکت آن و (پ) انرژی آن، بزرگتر، مساوی یا کمتر از حالتی است که چاه پتانسیل مانند شکل ۲-۳۹ نامتناهی باشد؟

۱۳- الکترونی که در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به پهنای L به تله افتاده است از حالت پایه به حالت برانگیخته اول برانگیخته شده است. آیا برانگیختگی احتمال آشکارشدن الکترون در یک طول کوچک از محور x (الف) در مرکز چاه و (ب) نزدیک یکی از دیواره‌های چاه را افزایش می‌دهد یا کاهش یا اثری ندارد؟

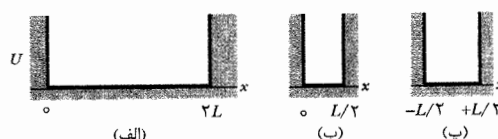
($n=2, l=0, m_l=0$) تقارن کروی دارد. نمودارهای شکل ۲۴-۳۹ حول محور z متقارن هستند ولی وقتی به هم اضافه شوند، نیز تقارن کروی خواهند داشت.

هر چهار حالت با $n=2$ انرژی یکسان دارند و در ساختار لایه‌ای که با لایه $n=2$ مشخص می‌شود مفید در نظر گرفته می‌شوند. سه حالت شکل ۲۴-۳۹، با هم زیر لایه $n=2$ ، $l=1$ را تشکیل می‌دهند. جداکردن چهار حالت $n=2$ به طور تجربی امکان‌پذیر نیست مگر اینکه اتم هیدروژن در یک میدان الکتریکی یا مغناطیسی قرار داده شود، که در این صورت محور تقارن مشخصی برقرار می‌شود.

پرسشها

۱- الکترونی در یک چاه پتانسیل در حالت $n=17$ به تله افتاده است. موج ماده آن (الف) چه تعداد احتمال صفر و (ب) چه تعداد احتمال بیشینه دارد؟

۲- شکل ۲۶-۳۹ سه چاه پتانسیل نامتناهی روی محور x را نشان می‌دهد. بدون محاسبه، تابع موج ψ را برای حالت پایه الکترون به تله افتاده در هر چاه را تعیین کنید.



شکل ۲۶-۳۹ پرسش ۲

۳- سه الکترون در سه چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی مختلف با پهنای (الف) ۵۰ pm، (ب) ۲۰۰ pm و (پ) ۱۰۰ pm به تله افتاده‌اند. این الکترونها را به ترتیب بزرگی انرژیهای حالت پایه آنها بنویسید.

۴- اگر پهنای یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی را دو برابر کنیم، (الف) انرژی حالت پایه الکترون به تله افتاده ضربدر ۴، ۲، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ می‌شود یا عدد دیگری؟ (ب) بسته به عدد کوانتومی آنها آیا انرژیهای حالتهای بالاتر انرژی در این عددها ضرب می‌شوند یا عدد دیگری؟

۵- اگر بخواهید تله آرمانی شکل ۱-۳۹ تله‌ای برای پوزیترون باشد، آیا (الف) هندسه تله، (ب) پتانسیل الکتریکی استوانه مرکزی یا (پ) پتانسیل الکتریکی دو استوانه نیم نامتناهی، تغییر می‌کند؟ (جرم پوزیترون برابر با جرم الکترون ولی بار آن مثبت است.)

۱۴- شکل ۲۷-۳۹ پایتترین تراز انرژی (بر حسب الکترون ولت) را برای پنج وضعیت نشان می‌دهد که در آن الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به تله افتاده است. در چاههای B ، C ، D و E ، الکترون در حالت پایه است. الکترون را در چاه A به حالت چهارم برانگیخته (در 25eV) برمی‌انگیزیم. سپس، الکترون با گسیل یک یا چند فوتون، با یک پرش بلند یا چند پرش کوتاه به حالت پایه وانیخته می‌شود. کدام انرژیهای گسیلی فوتون این وانیختگی با انرژی جذب یک فوتون (از حالت پایه) از چهار الکترون دیگر مطابقت دارد؟ مقادیرهای n را مشخص کنید.



شکل ۲۷-۳۹ پرش ۱۴

۱۵- اتم هیدروژنی در حالت برانگیخته سوم قرار دارد. تا چه حالتی (با عدد کوانتومی معین n) این اتم باید پرش کند تا (الف) گسیل نور با بیشترین طول موج ممکن، (ب) گسیل نور با کوتاهترین طول موج ممکن و (پ) جذب نور با بلندترین طول موج ممکن صورت گیرد؟

مسئله‌ها

● مسئله‌های آموزشی قابل دسترسی (در نسخه مدرس) SSM: پاسخ قابل دسترسی در کتاب حل مسئله‌ها WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است. ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است. ●●● تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد. اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترسی است.

۳۰- اگر الکترون به تله افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی در حالت $n=3$ دارای انرژی $4/7\text{eV}$ باشد، پهنای چاه باید چقدر باشد؟

۴۰- پروتونی در یک چاه پتانسیل یک بعدی با پهنای 100pm محصور شده است. انرژی حالت پایه آن چقدر است؟

۵۰- یک هسته اتمی را معادل با یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی با پهنای $L = 1/4 \times 10^{-14}\text{m}$ ، یعنی قطر یک هسته نوعی در نظر بگیرید. اگر الکترون در تله چنین چاه پتانسیلی افتاده باشد، انرژی حالت پایه آن چقدر است؟ (توجه: هسته‌ها الکترون ندارند.) SSM

۶۰- انرژی حالت پایه (الف) الکترون و (ب) پروتون وقتی هر کدام در تله یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی با پهنای 200pm افتاده باشند، چقدر است؟

۷۰- انرژی الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به طول L در حالت پایه E_1 است. طول به L' تغییر می‌کند به طوری که انرژی حالت پایه $E'_1 = 0.500E_1$ شود. نسبت L'/L چقدر است؟

۸۰۰- الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به تله افتاده است. به ازای چه (الف) عدد کوانتومی بزرگتر و (ب) عدد کوانتومی کوچکتر، اختلاف انرژی مربوط برابر با اختلاف ΔE_{34} بین ترازهای $n=3$ و $n=4$ می‌شود؟ (پ) نشان دهید که هیچ جفت تراز مجاوری اختلاف انرژی برابر با ΔE_{34} را ندارد.

۹۰- الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به تله افتاده است. به ازای چه (الف) عدد کوانتومی بزرگتر و (ب) عدد کوانتومی کوچکتر، اختلاف انرژی مربوط برابر با انرژی تراز $n=5$ است؟ (پ) نشان دهید که هیچ جفت تراز مجاوری اختلاف انرژی برابر با انرژی تراز $n=6$ را ندارد.

۱۰۰۰- الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی با پهنای 250pm و در حالت پایه خود به تله افتاده است. (الف) بلندترین طول موج، (ب) دومین طول موج بلند و (پ) سومین طول موج بلند نوری که می‌تواند الکترون را از طریق جذب یک فوتون تنها از حالت پایه آن برانگیخته کند چقدر است؟ ●●●

۱۱۰۰- فرض کنید که یک الکترون به تله افتاده در چاه نامتناهی یک بعدی با پهنای 250pm از حالت برانگیخته اول به حالت برانگیخته سوم برسد. (الف) در این پرش چه مقدار انرژی باید به الکترون داده شود؟ سپس الکترون با گسیل نور به حالت پایه وانیخته می‌شود. با راههای متعددی این کار انجام پذیر است، (ب) کوتاهترین طول موج، (پ) دومین طول موج کوتاه، (ت) بلندترین و (ث) دومین بلندترین طول موج که می‌تواند گسیل کند چقدر است؟ (ج) این راههای متعدد ممکن را روی نمودار تراز انرژی نشان دهید. اگر نور با طول موج $29/4\text{nm}$ گسیل شود، (چ) بلندترین طول موج و (ح) کوتاهترین طول موج که پس از آن می‌تواند گسیل کند چقدر است؟

بخش ۳۹-۳ انرژیهای الکترون به تله افتاده

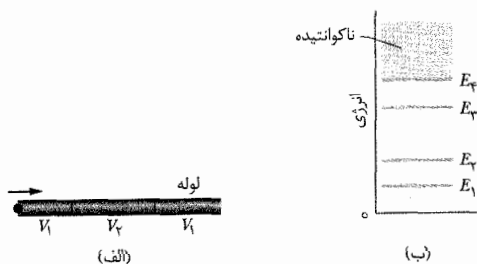
۱۰- انرژی حالت پایه یک الکترون به تله افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی $2/6\text{eV}$ است. اگر پهنای چاه پتانسیل دو برابر شود، این کمیت چقدر می‌شود؟

۲۰- الکترونی که در تله یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی با پهنای 2500pm افتاده است، در حالت پایه خود قرار دارد. اگر این الکترون به حالت $n=4$ پرش کند، چقدر انرژی باید جذب کند؟

۱۸۰۰- شکل ۳۹-۹ ترازهای انرژی یک الکترون به تله افتاده در یک چاه انرژی پتانسیل متناهی با عمق 450 eV را نشان می‌دهد. اگر الکترون در حالت $n=3$ باشد، انرژی جنبشی آن چقدر است؟

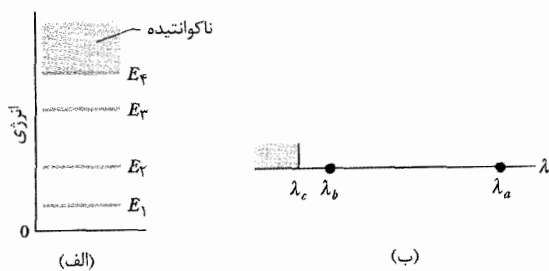
۱۹۰۰- (الف) نشان دهید که در ناحیه $x > L$ در چاه پتانسیل متناهی شکل ۳۹-۷، $\psi(x) = De^{ikx}$ جوابی برای معادله شرودینگر در شکل یک بعدی آن است، که در آن D ثابت و k مثبت است. (ب) بر چه اساسی این جواب ریاضی قابل قبول را پیدا می‌کنیم که از نظر فیزیکی غیر قابل قبول است؟

۲۰۰۰- شکل ۳۹-۲۹ الف یک لوله نازک را نشان می‌دهد که در آن یک تله پتانسیل متناهی با $V_F = 0\text{ V}$ برقرار است. الکترون نشان داده شده با انرژی جنبشی $2/00\text{ eV}$ مستقیم به سمت تله حرکت می‌کند و وارد ناحیه‌ای با $V_1 = -9/00\text{ V}$ می‌شود. وقتی الکترون وارد ناحیه تله می‌شود، اگر با گسیل یک فوتون به قدر کافی انرژی از دست بدهد می‌تواند در تله گیر بیفتد. ترازهای انرژی در تله عبارت‌اند از: $E_1 = 1/0$ ، $E_2 = 2/0$ ، $E_3 = 4/0\text{ eV}$ و همانطور که در نمودار ترازهای انرژی در شکل ۳۹-۲۹ نشان داده شده، ناحیه ناکوانتیده از $E_F = 9/0\text{ eV}$ شروع می‌شود. کمترین انرژی (eV) چنین فوتونی چقدر است؟



شکل ۳۹-۲۹ مسئله ۲۰.

۲۱۰۰- شکل ۳۹-۳۰ الف نمودار تراز انرژی را برای یک چاه انرژی یک بعدی متناهی نشان می‌دهد که شامل یک الکترون است. ناحیه ناکوانتیده از $E_F = 450/00\text{ eV}$ شروع می‌شود. شکل ۳۹-۳۰ ب طیف جذبی الکترون را وقتی در حالت پایه است، نشان می‌دهد. جذب در طول موجهای نشان داده شده کمتر از $\lambda_c = 2/9108\text{ nm}$ رخ می‌دهد. انرژی اولین حالت برانگیخته چقدر است؟



شکل ۳۹-۳۰ مسئله ۲۱

۱۲۰۰- الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی در حالت برانگیخته اول خود به تله افتاده است. شکل ۳۹-۲۸ پنج طول موج بزرگتر نور را که در گذار از این حالت اولیه با جذب یک فوتون تنها می‌تواند انجام گیرد نشان می‌دهد: پهنای چاه پتانسیل چقدر است؟

$$\lambda_a = 80/78\text{ nm}, \lambda_b = 33/66\text{ nm}, \lambda_c = 19/23\text{ nm}$$

$$\lambda_d = 12/62\text{ nm}, \lambda_e = 8/98\text{ nm}$$



شکل ۳۹-۲۸ مسئله ۱۲.

بخش ۳۹-۴ تابعهای موج الکترون به تله افتاده

۱۳- الکترونی در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی با پهنای 100 pm به تله افتاده است، الکترون در حالت پایه خود قرار دارد. احتمال اینکه بتوان این الکترون را در بازه‌ای به پهنای $x = 50\text{ pm}$ متمرکز در (الف) $x = 25\text{ pm}$ ، (ب) $x = 50\text{ pm}$ ، و (پ) $x = 90\text{ pm}$ آشکار کرد چقدر است؟ (راهنمایی: بازه Δx به اندازه‌ای باریک است که می‌توان چگالی احتمال را داخل آن ثابت در نظر گرفت.)

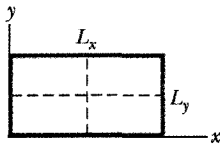
۱۴۰۰- ذره‌ای در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی شکل ۳۹-۲ محصور است. اگر این ذره در حالت پایه خود باشد، چگالی احتمال آن بین (الف) $x = 0$ و $x = 1/25L$ ، (ب) $x = 0/75L$ و $x = L$ و (پ) $x = 0/25L$ و $x = 0/75L$ چقدر است؟

۱۵۰۰- یک چاه پتانسیل یک بعدی به طول 200 pm شامل الکترونی است که در سومین حالت برانگیخته قرار دارد. یک کاوه آشکار کننده الکترون به پهنای $2/00\text{ pm}$ طوری قرار داده می‌شود که مرکز آن روی نقطه چگالی احتمال بیشینه باشد. (الف) احتمالی آشکارسازی به وسیله کاوه چقدر است؟ (ب) اگر کاوه به روشی که گفته شد 1000 بار قرار داده شود، چند بار انتظار داریم که الکترون روی انتهای کاوه شکل مادی بگیرد (و در نتیجه آشکار شود)؟

۱۶۰۰- الکترونی در حالت انرژی معینی در یک چاه پتانسیل یک بعدی نامتناهی از $x = 0$ تا $x = L = 200\text{ pm}$ قرار دارد. چگالی احتمال الکترون در $x = 0/300L$ و $x = 0/400L$ ، صفر است؛ ولی در مقادیرهای میانی x صفر نیست. سپس الکترون با گسیل نور به تراز انرژی پایینتر بعدی پرش می‌کند. تغییر انرژی الکترون چقدر است؟

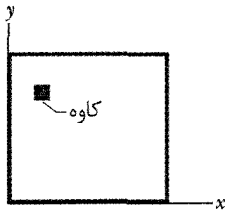
بخش ۳۹-۵ الکترون در چاه متناهی

۱۷۰۰- الکترونی در حالت $n=2$ در چاه پتانسیل متناهی شکل ۳۹-۷ انرژی برابر 400 eV را از یک منبع خارجی جذب می‌کند. با استفاده از نمودار تراز انرژی شکل ۳۹-۹، با فرض اینکه الکترون به مکانی که برای آن $x > L$ حرکت می‌کند، انرژی جنبشی آن را پس از این جذب تعیین کنید.



شکل ۳۹-۳۱ مسئله ۲۸

۲۹۰۰- حصار نامتناهی دو بعدی شکل ۳۹-۳۲ یک مربع با ضلع $L = 150 \text{ pm}$ است. یک کاوه مربعی در مختصات xy ($0/200L, 0/800L$) قرار داده می‌شود که پهنای x آن 500 pm و پهنای y آن 500 pm است. احتمال آشکارسازی الکترون وقتی در حالت انرژی $E_{1,3}$ قرار دارد، چقدر است؟



شکل ۳۹-۳۲ مسئله ۲۹

۳۰۰۰- الکترونی در حالت پایه در یک چاه پتانسیل دو بعدی مربع شکل به ضلع L قرار دارد. الکترون را در یک ناحیه مربعی به مساحت 400 pm^2 کاوش می‌کنیم که در $x = L/8$ و $y = L/8$ واقع است. احتمال آشکارسازی 0.450 به دست می‌آید. طول L ضلع چقدر است؟

۳۱۰- برای اتم هیدروژن در حالت پایه (الف) چگالی احتمال $\psi^2(r)$ و (ب) چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ به ازای $r = a$ را محاسبه کنید، که a شعاع بور است.

۳۲۰- چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ را برای اتم هیدروژن در حالت پایه خود در (الف) $r = 0$ ، (ب) $r = a$ و (پ) $r = 2a$ محاسبه کنید که در آن a شعاع بور است.

۳۳۰- نوترونی با انرژی جنبشی 6.0 eV با اتم هیدروژن که در حالت پایه خود ساکن است برخورد می‌کند. توضیح دهید که چرا برخورد باید کشسان باشد، یعنی چرا انرژی جنبشی باید پایسته بماند. (راهنمایی: نشان دهید که اتم هیدروژن در نتیجه برخورد نمی‌تواند برانگیخته شود.) SSM

۳۴۰- (الف) انرژی E الکترون اتم هیدروژن که چگالی احتمال آن در نمودار نقطه‌ای شکل ۳۹-۲۲ نشان داده شده چقدر است؟ (ب) کمینه انرژی مورد نیاز برای خارج کردن این الکترون از اتم چقدر است؟

۳۵۰- وقتی یک اتم هیدروژن گذاری از حالت $n = 3$ به حالت $n = 1$ پیدا کند (الف) انرژی، (ب) بزرگی اندازه حرکت و (پ) طول موج فوتون گسیل شده چقدر است؟

۳۶۰- اتمی (نه اتم هیدروژن) فوتونی جذب می‌کند که بسامد مربوط به آن $6.2 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است. انرژی اتم چقدر افزایش می‌یابد؟

بخش ۳۹-۷ تله‌های الکترونی دو و سه بعدی

۲۲۰- الکترونی در حصار مستطیلی شکل ۳۹-۱۳ با ابعاد $L_x = 800 \text{ pm}$ و $L_y = 1600 \text{ pm}$ محصور است. انرژی حالت پایه الکترون چقدر است؟

۲۳۰- الکترونی در جعبه مستطیلی شکل ۳۹-۱۴ با ابعاد $L_x = 800 \text{ pm}$ و $L_y = 1600 \text{ pm}$ و $L_z = 360 \text{ pm}$ محصور است. انرژی حالت پایه الکترون چقدر است؟

۲۴۰۰- یک حصار مستطیلی با ابعاد $L_x = L$ و $L_y = 2L$ شامل یک الکترون است. چه ضربی از $h^2/8mL^2$ (الف) انرژی حالت پایه الکترون، (ب) انرژی حالت برانگیخته اول، (پ) انرژی پایتترین حالت‌های واگن و (ت) اختلاف بین انرژی‌های حالت‌های برانگیخته دوم و سوم آن را به دست می‌دهد؟ جرم الکترون m است.

۲۵۰۰- الکترونی (با جرم m) در یک حصار مستطیلی با ابعاد $L_x = L$ و $L_y = 2L$ محصور است. (الف) اگر الکترون گذاری بین یک جفت پایتترین پنج تراز انرژی انجام دهد چند بسامد نوری مختلف می‌تواند گسیل یا جذب کند؟ چه ضربی از $h^2/8mL^2$ (ب) پایتترین بسامد، (پ) دومین بسامد پایین، (ت) سومین بسامد پایین، (ث) بالاترین بسامد، (ج) دومین بسامد بالا، و (چ) سومین بسامد بالا را به دست می‌دهد؟

WWW SSM

۲۶۰۰- جعبه مکعبی به ابعاد $L_x = L_y = L_z = L$ حاوی یک الکترون است. چه ضربی از $h^2/8mL^2$ (الف) انرژی حالت پایه الکترون، (ب) انرژی دومین حالت برانگیخته و (پ) اختلاف بین انرژی‌های حالت‌های برانگیخته اول و سوم را به دست می‌دهد؟ جرم الکترون است. انرژی (ت) حالت برانگیخته اول و (ث) حالت برانگیخته پنجم چند حالت واگن دارد؟

۲۷۰۰- الکترونی (با جرم m) در جعبه مکعبی با ابعاد $L_x = L_y = L_z$ محصور است. (الف) اگر الکترون گذاری بین یک جفت از پایتترین پنج تراز انرژی انجام دهد، چند بسامد مختلف نوری گسیل یا جذب می‌کند؟ چه ضربی از $h^2/8mL^2$ (ب) پایتترین بسامد، (پ) دومین بسامد پایین، (ت) سومین بسامد پایین، (ث) بالاترین بسامد، (ج) دومین بسامد بالا و (چ) سومین بسامد بالا را به دست می‌دهد؟

۲۸۰۰- شکل ۳۹-۳۱ یک چاه پتانسیل دو بعدی را نشان می‌دهد که در صفحه xy واقع بوده و شامل یک الکترون است. کاوه برای الکترون را در امتداد خطی که L_x را قطع می‌کند قرار می‌دهیم و سه نقطه پیدا می‌کنیم که در آنها احتمال آشکارسازی بیشینه است. این نقطه‌ها به فاصله 20 nm از هم قرار دارند. سپس وقتی کاوه را در امتداد خطی که L_y را قطع می‌کند می‌گذاریم پنج نقطه پیدا می‌کنیم که در آنها احتمال آشکارسازی بیشینه است. این نقطه‌ها به فاصله 30 nm از هم قرار دارند. انرژی الکترون چقدر است؟

$$\int_0^{\infty} P(r) dr = 1$$

درست است. SSM

۴۸۰۰- یک اتم هیدروژن در حالتی که دارای انرژی پیوندی (انرژی لازم برای برداشتن الکترون) 0.85 eV است گذاری به حالت با انرژی برانگیخته (اختلاف بین انرژی حالت و حالت پایه) 10.2 eV انجام می‌دهد. (الف) انرژی فوتون گسیل شده در نتیجه این گذار چقدر است؟ (ب) بزرگترین عدد کوانتومی و (پ) کوچکترین عدد کوانتومی گذاری که این گسیل را ایجاد می‌کند چقدر است؟

۴۹۰۰- تابعهای موج برای سه حالت با نمودارهای نقطه‌ای نشان داده شده در شکل ۳۹-۲۴، که برای آن $n=2$ ، $l=1$ و $m_l=0, +1, -1$ عبارت‌اند از

$$\psi_{210}(r, \theta) = \left(\frac{1}{4\sqrt{2/\pi}} \right) (a^{-3/2}) (r/a) e^{-r/2a} \cos \theta$$

$$\psi_{21-1}(r, \theta) = \left(\frac{1}{8\sqrt{1/\pi}} \right) (a^{-3/2}) (r/a) e^{-r/2a} (\sin \theta) e^{+i\phi}$$

$$\psi_{21+1}(r, \theta) = \left(\frac{1}{8\sqrt{1/\pi}} \right) (a^{-3/2}) (r/a) e^{-r/2a} (\sin \theta) e^{-i\phi}$$

که زیرنویسهای $\psi(r, \theta)$ مقدارهای عددی کوانتومی l, n ، m و زاویه θ و ϕ تعریف شده در معادله ۳۹-۲۳ را به دست می‌دهند. توجه کنید که تابع موج اول حقیقی و بقیه، که شامل عدد موهومی i هستند، مختلط‌اند. چگالی احتمال شعاعی $P(r)$ را برای (الف) ψ_{210} و (ب) ψ_{21+1} (یکسان با ψ_{21-1}) پیدا کنید. (پ) نشان دهید که هر $P(r)$ با نمودار نقطه‌ای متناظر در شکل ۳۹-۲۴ مطابقت دارد. (ت) چگالیهای احتمال شعاعی برای ψ_{210} ، ψ_{21-1} و ψ_{21+1} را اضافه کنید و سپس نشان دهید که مجموع دارای تقارن کروی است و فقط به r بستگی دارد. SSM

۵۰۰۰- احتمالی را که الکترون در اتم هیدروژن در حالت پایه، بین دو پوسته کروی با شعاعهای a و $2a$ یافت شود محاسبه کنید، که a شعاع بور است. (راهنمایی: به مسئله نمونه ۳۹-۸ نگاه کنید.)

۵۱۰۰- احتمال اینکه یک الکترون در حالت پایه اتم هیدروژن بین دو پوسته کروی با شعاعهای r و $r + \Delta r$ ، (الف) در صورتی که $r = 0.500a$ و $\Delta r = 0.010a$ و (ب) $r = 1.00a$ و $\Delta r = 0.010a$ ، یافت شود چقدر است؟ a شعاع بور است. (راهنمایی: Δr به اندازه‌ای کوچک است که چگالی احتمال شعاعی بین r و $r + \Delta r$ ثابت در نظر گرفته می‌شود.)

۵۲۰۰- نوری با طول موج 102.6 nm توسط اتم هیدروژن گسیل می‌شود. (الف) بزرگترین عدد کوانتومی و (ب) کوچکترین عدد کوانتومی گذاری که این گسیل را ایجاد می‌کند چقدر است؟ (پ) نام سری شامل این گذار چیست؟

۳۷۰۰- نسبت کوتاهترین طول موج سری بالمر به کوتاهترین طول موج سری لیمن چقدر است؟ SSM

بخش ۳۹-۹ معادله شرودینگر و اتم هیدروژن

۳۸۰۰- اتمی (نه اتم هیدروژن) فوتونی جذب می‌کند که طول موج آن 375 nm و بلافاصله فوتونی گسیل می‌کند که طول موج آن 580 nm است. انرژی خالص جذب شده توسط اتم در این فرایند چقدر است؟

۳۹۰۰- چقدر کار باید انجام گیرد تا الکترون و پروتونی را که اتم هیدروژنی را تشکیل داده‌اند از هم جدا کنیم، در صورتی که اتم ابتدا (الف) در حالت پایه، و (ب) در حالت $n=2$ باشد؟ SSM

۴۰۰۰- یک اتم هیدروژن از حالت پایه به حالت $n=4$ برانگیخته می‌شود. (الف) چقدر انرژی توسط اتم باید جذب شود؟ انرژیهای فوتونی را که توسط اتم بر اثر وائگیختگی به حالت پایه به روشهای ممکن مختلف می‌تواند گسیل کند در نظر بگیرید. (ب) چند انرژی مختلف امکانپذیر است؟ (پ) بالاترین انرژی، (ت) دومین انرژی بالا (ث) سومین انرژی بالا، (ج) پایینترین انرژی، (چ) دومین انرژی پایین، (ح) سومین انرژی پایین، چقدر است؟

۴۱۰۰- احتمال اینکه در حالت پایه اتم هیدروژن، الکترون در شعاعی بزرگتر شعاع بور یافت شود چقدر است؟ (راهنمایی: به مسئله نمونه ۳۹-۸ نگاه کنید.)

۴۲۰۰- نوری با طول موج 121.6 nm توسط اتم هیدروژن گسیل می‌شود. (الف) بزرگترین عدد کوانتومی و (ب) کوچکترین عدد کوانتومی گذاری که این گسیل را ایجاد می‌کند چقدر است؟ (پ) نام سری مربوط به این گذار چیست؟

۴۳۰۰- معادله شرودینگر در مورد حالت‌های اتم هیدروژن با عدد کوانتومی مداری l برابر با صفر عبارت است از

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) + \frac{\Lambda \pi^2 m}{h^2} [E - U(r)] \psi = 0$$

ثابت کنید که معادله ۳۹-۳۹، که حالت پایه اتم هیدروژن را توصیف می‌کند، جوابی برای این معادله است. WWW SSM

۴۴۰۰- (الف) گستره طول موج و (ب) گستره بسامد سری لیمن چقدر است؟ (پ) گستره طول موج و (ت) گستره بسامد سری بالمر چقدر است؟

۴۵۰۰- انرژی کل اتم هیدروژن در حالت پایه 13.6 eV است. اگر الکترون در یک شعاع بور از هسته مرکزی باشد (الف) انرژی جنبشی آن و (ب) انرژی پتانسیل آن چقدر است؟

۴۶۰۰- یک اتم هیدروژن که در آغاز در حالت کوانتومی $n=4$ قرار دارد با گذار به حالت پایه یک فوتون گسیل می‌کند. تندی پس‌زنی اتم هیدروژن چقدر است؟

۴۷۰۰- ثابت کنید که معادله ۳۹-۴۴، چگالی احتمال شعاعی حالت پایه اتم هیدروژن به‌نجار شده است. یعنی ثابت کنید که

می‌توان به دست آورد جوابی برای معادله شرودینگر در شکل یک بعدی آن است. (ب) عبارتی برای k به دست آورید که این امر درست باشد. SSM

۵۸- همانطور که شکل ۳۹-۸ پیشنهاد می‌کند، چگالی احتمال الکترون در ناحیه $0 < x < L$ برای چاه پتانسیل متناهی شکل ۳۹-۷ سینوسی است و با $\psi(x) = B \sin^2 kx$ داده می‌شود، که در آن B ثابت است. (الف) نشان دهید که تابع موج $\psi(x)$ که از این معادله می‌توان به دست آورد جوابی برای معادله شرودینگر در شکل یک بعدی آن است. (ب) عبارتی برای k به دست آورید که این امر درست باشد.

۵۹- (الف) به ازای یک مقدار معین از عدد کوانتومی اصلی n ، چند مقدار از عدد کوانتومی مداری l امکانپذیر است؟ (ب) به ازای مقدار معینی از l ، چند مقدار از عدد کوانتومی مغناطیسی مداری m_l امکانپذیر است؟ (پ) به ازای مقدار معین n ، چند مقدار از m_l امکانپذیر است؟

۶۰- فرض کنیم ΔE_{adj} اختلاف انرژی بین دو تراز انرژی مجاور برای یک الکترون به تله افتاده در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی باشد. E را انرژی هر یک از دو تراز در نظر بگیرید. (الف) نشان دهید که نسبت $\Delta E_{\text{adj}} / E$ در مقدارهای

بزرگ عدد کوانتومی n به مقدار $\frac{2}{n}$ میل می‌کند. وقتی $n \rightarrow \infty$ میل می‌کند، آیا (ب) ΔE_{adj} ، (پ) E ، یا (ت) $\Delta E_{\text{adj}} / E$ به صفر میل می‌کند؟ (ث) معنی این نتایج برحسب اصل همخوانی چیست؟

۶۱- الکترونی در یک چاه پتانسیل یک بعدی به تله افتاده است. نشان دهید که اختلاف انرژی ΔE بین ترازهای کوانتومی n و $n+2$ آن عبارت است از $(h^2/2mL^2)(n+1)$.

۶۲- ثابت کنید که مقدار مرکب ثابتهای ظاهر شده در معادله ۳۹-۲۲ برابر $13/6 \text{ eV}$ است.

۶۳- (الف) نشان دهید که جمله‌های معادله شرودینگر (معادله ۳۹-۱۸) دارای ابعاد یکسان هستند. (ب) یکای مشترک SI برای این جمله‌ها چیست؟

۶۴- مسئله نمونه ۳۹-۶ را برای سری بالمر اتم هیدروژن تکرار کنید.

۵۳۰۰- به ازای چه مقداری از عدد کوانتومی اصلی n ، به صورت داده شده در نمودار نقطه‌ای چگالی احتمال برای اتم هیدروژن، شعاع مؤثر $1/5 \text{ mm}$ است؟ فرض کنید که l دارای بیشینه مقدار خود برابر با $n-1$ است (راهنمایی: به شکل ۳۹-۲۵ نگاه کنید).

۵۴۰۰۰- تابع موج برای حالت کوانتومی اتم هیدروژن که با نمودار نقطه‌ای شکل ۳۹-۲۲ نشان داده شده و در آن $n=2$ و $l=m_l=0$ عبارت است از

$$\psi_{200}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} a^{-3/2} \left(2 - \frac{r}{a}\right) e^{-r/2a}$$

که در آن a شعاع بور و زیرنویس $\psi(r)$ مقدارهای عددی کوانتومی n ، l و m_l است. (الف) $\psi_{200}(r)$ را رسم کنید و نشان دهید که این نمودار با نمودار نقطه‌ای شکل ۳۹-۲۲ سازگار است. (ب) به طور تحلیلی نشان دهید که $\psi_{200}(r)$ در $r=4a$ یک بیشینه دارد. (پ) چگالی احتمال شعاعی $P_{200}(r)$ را برای این حالت پیدا کنید. (ت) نشان دهید که

$$\int_0^\infty P_{200}(r) dr = 1$$

و بنابراین، عبارت بالا برای تابع موج $\psi_{200}(r)$ کاملاً بهنجار شده است.

۵۵۰۰۰- در مسئله نمونه ۳۹-۷ نشان دادیم که چگالی احتمال شعاعی برای حالت پایه اتم هیدروژن وقتی بیشینه است که $r=a$ باشد، که در آن a شعاع بور است. نشان دهید که مقدار متوسط r ، که به صورت

$$r_{\text{avg}} = \int P(r) r dr$$

تعریف می‌شود، دارای مقدار $1/5a$ است. در عبارت r_{avg} ، هر مقدار $P(r)$ معیاری از مقدار r است که در آن اتفاق می‌افتد. توجه کنید که مقدار متوسط r از مقدار r که به ازای آن $P(r)$ بیشینه می‌شود، بزرگتر است.

مسئله‌های اضافی

۵۶- الکترونی در یک لامپ خلاء باریک به طول $3/0 \text{ m}$ محصور شده است؛ لامپ به صورت یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی عمل می‌کند. (الف) اختلاف انرژی بین حالت پایه الکترون و اولین حالت برانگیخته آن چقدر است؟ (ب) در چه عدد کوانتومی n اختلاف انرژی بین ترازهای انرژی مجاور $1/0 \text{ eV}$ می‌شود - که بر خلاف نتیجه (الف) قابل اندازه‌گیری است؟ در این عدد کوانتومی، (پ) چه ضربی از انرژی در حال سکون الکترون انرژی کل الکترون و (ت) الکترون نسبیتی را به دست می‌دهد؟

۵۷- همانطور که شکل ۳۹-۸ پیشنهاد می‌کند، چگالی احتمال در ناحیه $x > L$ در چاه پتانسیل متناهی شکل ۳۹-۷ برابر $\psi^2(x) = C e^{-2kx}$ به طور نمایی افت می‌کند، که در آن C ثابت است. (الف) نشان دهید که تابع موج $\psi(x)$ که از این معادله

همه چیز درباره اتمها



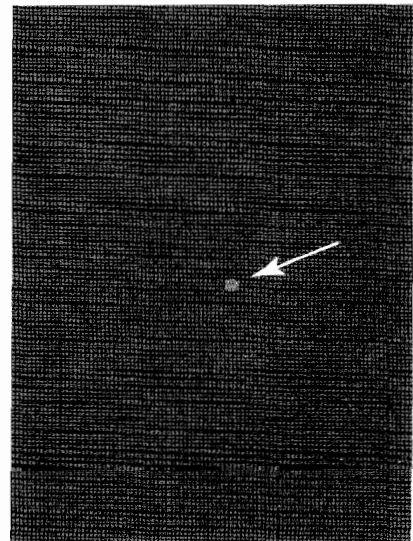
پس از اختراع لیزرها در سالهای دهه ۶۰ میلادی، طولی نکشید که آنها چشمه‌های جدید نور در آزمایشگاه‌های پژوهشی شدند. امروزه، لیزرها در همه جا حاضرند و کاربردهای متنوعی پیدا کرده‌اند؛ از قبیل تراگسیل صدا و داده‌ها، نقشه‌برداری، جوشکاری، و پوشش‌دهی. قیمت‌ها در فروشگاه‌های بزرگ، تصویر بالا یک عمل جراحی لیزری را نشان می‌دهد. شکل‌دهی قرنیه به کمک لیزر که قرنیه چشم‌های یک زن با پرتو فرابنفش لیزر جراحی شده و موجب دید بهتر او می‌شود. نور حاصل از یک لیزر و نور حاصل از هر چشمه دیگری، هر دو از گسیل توسط اتمها ناشی می‌شوند.

پس، دلیل تفاوت فاحش نور حاصل از یک لیزر با سایر چشمه‌های نوری در چیست؟

پاسخ در همین فصل.

۴۰-۱ فیزیک چیست؟

در این فصل، یک هدف اصلی فیزیک را پی می‌گیریم: کشف و درک ویژگیهای اتمها. حدود ۱۰۰ سال پیش، پژوهشگران کوششهای زیادی به عمل آوردند تا آزمایشهایی را بیابند که وجود اتمها را به اثبات رسانند. امروزه، وجود اتمها مسلم شده است و حتی از آنها تصویرهایی هم داریم (تصویرهای حاصل از میکروسکوپ تونل زنی پویشی). می‌توانیم آنها را روی سطوح، به اطراف حرکت دهیم، مثل ساختن حصار کوانتومی نشان داده شده در تصویر آغازین فصل ۳۹. حتی می‌توانیم یک اتم منفرد را به طور نامحدودی در یک تله نگهداریم (شکل ۴۰-۱) تا ویژگیهای آن را هنگامی که کاملاً از سایر اتمها منزوی شده است، مطالعه کنیم.



شکل ۴۰-۱ نقطه، عکسی از نورگسیل شده از یک اتم باریم است که برای مدتی طولانی در تله‌ای در دانشگاه واشنگتن نگهداشته شده است. روشهای ویژه‌ای باعث می‌شود که یون به هنگام گذارهایی از میان جفت ترازهای انرژی یکسانی، دوباره و دوباره نورگسیل کند. نقطه، نشان دهنده گسیل فزاینده‌ای از تعداد زیادی فوتون است.

۴۰-۲ برخی از ویژگیهای اتمها

ممکن است تصور کنید که جزئیات فیزیک اتمی به دور از زندگی روزانه ماست. ولی توجه کنید که چگونه ویژگیهای اتمها که در پی خواهند آمد، و آنقدر بنیادی‌اند که کمتر به آنها می‌اندیشیم - بر شیوه زندگی ما در جهان تأثیر می‌گذارند.

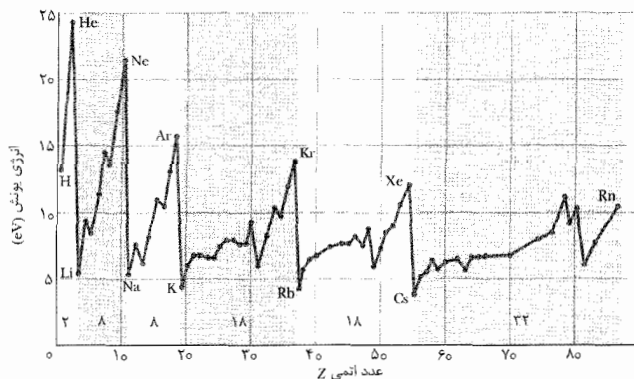
اتمها پایدارند. اساساً همه اتمهایی که جهان واقعی ما را می‌سازند برای میلیاردها سال بدون تغییر وجود داشته‌اند. اگر اتمها به طور مدام، مثلاً هر چند هفته یا هر چند سال، به شکلهای دیگری تغییر می‌کردند، جهان به چه چیزی شبیه می‌شد؟

اتمها با یکدیگر ترکیب می‌شوند. آنها برای ساختن مولکولهایی پایدار به یکدیگر می‌چسبند و از روی هم انباشته شدن آنها، اجسام صلب ساخته می‌شود. فضای یک اتم عمدتاً خالی است، ولی می‌توانید روی کف اتاق - که از اتمها ساخته شده است - بایستید، بی آنکه از میان آنها فرو افتید.

این ویژگیهای بنیادین اتمها را می‌توان با فیزیک کوانتومی توضیح داد، همان گونه که می‌توان سه ویژگی کمتر آشکاری که در پی خواهد آمد را نیز با آن توضیح داد.

اتمها به طرز نظام‌مندی گرد هم می‌آیند

شکل ۴۰-۲ مثالی از یک ویژگی تکرار شونده عنصرها را برحسب تابعی از مکان آنها در جدول تناوبی (پیوست چ) نشان می‌دهد. این شکل نموداری از انرژی یونش عنصرهاست؛ انرژی که برای کندن سست‌ترین الکترون مقید از یک اتم یخشی مورد نیاز است برحسب تابعی از مکان در جدول تناوبی عنصرها که آن اتم به آن تعلق دارد، رسم شده است. شباهتهای قابل ملاحظه در ویژگیهای شیمیایی و فیزیکی عنصرها در هر ستون عمودی جدول تناوبی شاهدهی بر این مدعاست که اتمها بنا بر قاعده‌هایی نظام‌مند ساخته شده‌اند.



شکل ۴۰-۲ نمودار انرژیهای یونش عنصرها برحسب تابعی از عدد اتمی، تکرار دوره‌ای ویژگیها در طی شش دوره افقی کامل از جدول تناوبی را نشان می‌دهد. تعداد عنصرها در هر یک از این دوره‌ها مشخص شده است.

عنصرها در جدول تناوبی در شش دوره افقی مرتب شده‌اند؛ به جز اولی، هر دوره از سمت چپ با فلز قلیایی بسیار واکنش‌پذیری (لیتیم، سدیم، پتاسیم، و غیره) شروع و در سمت راست با یک گاز بی‌اثر شیمیایی (نئون، آرگون، کریپتون، و غیره) ختم می‌شود. فیزیک کوانتومی، ویژگیهای شیمیایی این عنصرها را توضیح می‌دهد. تعداد عنصرها در شش دوره عبارت‌اند از

۲، ۸، ۸، ۱۸، ۱۸، ۳۲

فیزیک کوانتومی این عددها را پیش‌بینی می‌کند.

تجسم آن به صورت یک نمودار نقطه‌ای است، جایگزین می‌شود. با این حال، در فیزیک کوانتومی باز هم به طور کلی هر حالت کوانتومی یک الکترون در اتم شامل یک اندازه حرکت زاویه‌ای \vec{L} و یک گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ در خلاف جهت آن است، (به این کمیت‌های برداری جفتیده گفته می‌شود).

آزمایش اینشتین - دو هاس

در سال ۱۹۱۵/۱۲۹۴، خیلی پیش از کشف فیزیک کوانتومی، آلبرت اینشتین و فیزیکدان هلندی دو هاس^۱ آزمایش هوشمندانه‌ای را برای نشان دادن جفتیدگی اندازه حرکت زاویه‌ای و گشتاور مغناطیسی اتمهای مجزا، طراحی کردند.

اینشتین و دو هاس، یک استوانه آهنی را از تار نازک، به ترتیبی که در شکل ۴۰-۴ نشان داده شده است، آویزان کردند. یک سیملوله به دور استوانه قرار داده شده بود، بی آنکه با آن در تماس باشد. در ابتدا، گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ اتمهای استوانه در جهتهایی کاتوره‌ای قرار دارند و بنابراین، اثرهای مغناطیسی خارجی آنها خنثی می‌شود (شکل ۴۰-۴ الف). ولی، وقتی جریان در سیملوله برقرار شود (شکل ۴۰-۴ ب)، به طوری که یک میدان مغناطیسی \vec{B} موازی با جهت محور بلند استوانه به وجود آید، گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی اتمهای استوانه دوباره سمتگیری می‌کنند و خود را در جهت میدان قرار می‌دهند. اگر اندازه حرکت زاویه‌ای \vec{L} هر اتم با گشتاور مغناطیسی آن جفت شود، آنگاه این همردیفی گشتاور مغناطیسی اتمی باید باعث همردیفی اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اتمی در خلاف جهت میدان مغناطیسی شود.

در ابتدا هیچ گشتاور نیروی خارجی بر استوانه اثر نمی‌کند؛ بنابراین، اندازه حرکت زاویه‌ای آن باید در همان مقدار صفر اولیه باقی بماند. ولی، وقتی \vec{B} برقرار شود و اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اتمی، پادموازی با میدان \vec{B} قرار گیرند، آنگاه آنها یک اندازه حرکت زاویه‌ای خالص \vec{L}_{net} به کل استوانه می‌دهند (که جهت آن در شکل ۴۰-۴ ب رو به پایین است). برای آنکه اندازه حرکت زاویه‌ای صفر بماند، استوانه شروع به چرخش حول محور مرکزی خود می‌کند تا بدین ترتیب یک گشتاور \vec{L}_{rot} در جهت مخالف ایجاد کند (رو به بالا در شکل ۴۰-۴ ب).

اگر تار وجود نداشته باشد، استوانه تا هنگامی که میدان مغناطیسی برقرار باشد به چرخش خود ادامه می‌دهد. ولی، تاب خوردن تار به سرعت گشتاور نیرویی ایجاد می‌کند که به طور لحظه‌ای چرخش استوانه را متوقف می‌کند و سپس آن را در جهت مخالف می‌چرخاند تا اینکه تار به وضعیتی که تاب نخورده است بازگردد. از آن پس، تا هنگامی که استوانه حول سمتگیری اولیه‌اش با حرکت هماهنگ ساده زاویه‌ای نوسان می‌کند، تار تاب می‌خورد و باز می‌شود.

اتمها، نور را گسیل و جذب می‌کنند

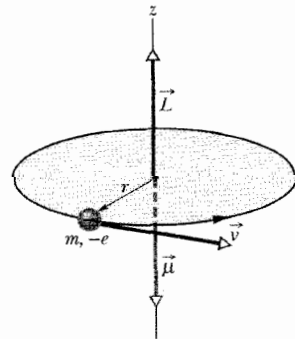
تا اینجا دیده‌ایم که اتمها فقط در حالت‌های کوانتومی گسسته، که هر حالت دارای انرژی معینی است، می‌توانند وجود داشته باشند. هر اتم می‌تواند از یک حالت به حالتی دیگر گذار پیدا کند، با گسیل نور (با پرش به تراز انرژی پایینتر $E_{\text{پایین}}$) یا با جذب نور (با پرش به تراز انرژی بالاتر $E_{\text{بالا}}$). همانطور که پیشتر در بخش ۳۹-۳ برای نخستین بار مطرح کردیم، نور به صورت فوتونی با انرژی زیر گسیل یا جذب می‌شود

$$hf = E_{\text{بالا}} - E_{\text{پایین}} \quad (۴۰-۱)$$

بنابراین، مسئله یافتن بسامدهای نور گسیل شده یا جذب شده توسط یک اتم به مسئله یافتن انرژیهای حالت‌های کوانتومی آن اتم، برمی‌گردد. فیزیک کوانتومی این امکان را فراهم می‌آورد تا- دست کم در اصول- این انرژیها را محاسبه کنیم.

اتمها دارای اندازه حرکت زاویه‌ای و خاصیت مغناطیسی هستند

شکل ۴۰-۳ یک ذره باردار منفی را نشان می‌دهد که در حال حرکت بر یک مدار دایره‌ای حول یک مرکز ثابت است. همانطور که در بخش ۲۸-۷ مطرح کردیم، ذره در حال



شکل ۴۰-۳ مدل کلاسیکی که ذره‌ای به جرم m و بار $-e$ را نشان می‌دهد که در حال حرکت با تندی v در مداری به شعاع r است. ذره متحرک دارای اندازه حرکت زاویه‌ای \vec{L} است که با رابطه $\vec{r} \times \vec{p}$ داده می‌شود، که در آن \vec{p} اندازه حرکت خطی آن، $\vec{p} = m\vec{v}$ است. حرکت ذره معادل با یک حلقهٔ جریان است که دارای گشتاور مغناطیسی وابسته $\vec{\mu}$ است که جهت آن در خلاف جهت \vec{L} است.

چرخش، هم یک اندازه حرکت زاویه‌ای \vec{L} و هم (به دلیل آنکه مسیر آن معادل یک حلقهٔ جریان کوچک است) یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ دارد. به طوری که شکل ۴۰-۳ نشان می‌دهد، بردارهای \vec{L} و $\vec{\mu}$ هر دو بر صفحهٔ مدار عمودند، ولی چون بار منفی است، جهت آنها در خلاف یکدیگر است.

مدل شکل ۴۰-۳ صرفاً کلاسیکی است و وجود یک الکترون در اتم را به طور دقیق نمایش نمی‌دهد. در فیزیک کوانتومی، مدل مدار معین با مدل چگالی احتمال، که بهترین

وجود اسپین الکترون بر اساس کار تجربی دو دانشجوی کارشناسی هلندی، جرج ال-ن بک^۱ و ساموئل گود/سمیت^۲، از مطالعات آنها روی طیفهای اتمی حاصل شد. مبنای فیزیک کوانتومی اسپین الکترون چند سال بعد، توسط فیزیکدان انگلیسی دیراک^۳ ارائه شد، کسی که نظریه کوانتومی نسبیتی الکترون را (در سال ۱۹۲۹/۱۳۰۸) گسترش داد.

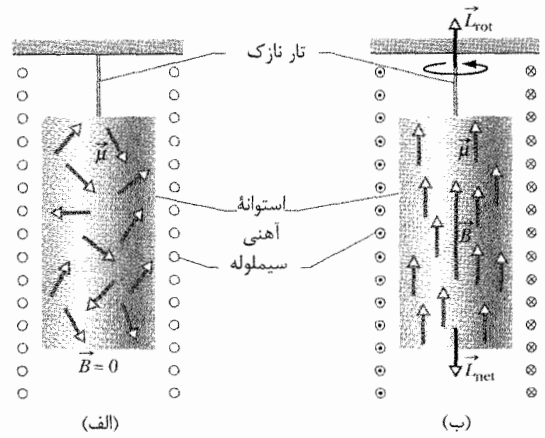
تصور اینکه برای توصیف اسپین الکترون، الکترون را به صورت کره کوچک در حال چرخش به دور یک محور در نظر بگیریم، وسوسه‌انگیز است. ولی، این مدل کلاسیکی، مشابه مدل کلاسیکی مدارها، درست نیست. در فیزیک کوانتومی، اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی به صورت یک ویژگی ذاتی و قابل اندازه‌گیری برای الکترون در نظر گرفته می‌شود، که نمی‌توان آن را با مدل کلاسیکی تجسم کرد.

در بخش ۳۹-۹، به طور خلاصه عددهای کوانتومی را که با اعمال معادله شرودینگر به الکترونی در یک اتم هیدروژن حاصل می‌شوند، بررسی کردیم (جدول ۳۹-۲). اکنون می‌توانیم فهرست عددهای کوانتومی را با اضافه کردن s و m_s ، به ترتیبی که در جدول ۴۰-۱ نشان داده شده است، گسترش دهیم. این فهرست شامل پنج عدد کوانتومی است که حالت کوانتومی یک الکترون در اتم هیدروژن یا هر اتم دیگری را به طور کامل مشخص می‌کند. تمام حالتها با مقدار n یکسان تشکیل یک لایه را می‌دهند. با شمارش مقدارهای مجاز ℓ و m_ℓ ، و سپس دو برابر کردن این مقدار به دلیل دو مقدار مجاز m_s ، می‌توان ثابت کرد لایه‌ای که با عدد کوانتومی n تعریف می‌شود دارای $2n^2$ حالت است. تمام حالتها با مقدار یکسان n و ℓ تشکیل یک زیر لایه می‌دهند و دارای انرژی یکسانی هستند. می‌توان ثابت کرد که هر زیرلایه تعریف شده با عدد کوانتومی ℓ دارای $2(2\ell+1)$ حالت است.

جدول ۴۰-۱

حالت‌های الکترون برای یک اتم

عدد کوانتومی	نماد	مقدارهای مجاز	مربوط به
اصلی	n	۱, ۲, ۳, ...	فاصله از هسته
مداری	ℓ	۰, ۱, ۲, ..., (n-1)	اندازه حرکت زاویه‌ای مداری
مغناطیسی مداری	m_ℓ	۰, ±۱, ±۲, ..., ± ℓ	اندازه حرکت زاویه‌ای مداری (مؤلفه z)
اسپینی	s	$\frac{1}{2}$	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی
مغناطیسی اسپینی	m_s	$\pm\frac{1}{2}$	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی (مؤلفه z)



شکل ۴۰-۴ ترتیب آزمایشگاهی اینشتین- دو هاس. (الف) در ابتدا، میدان مغناطیسی در استوانه آهنی برابر صفر است و بردارهای گشتاور دو قطبی مغناطیسی اتمهای آن به طور کاتوره‌ای سم‌تگیری کرده‌اند. بردارهای اندازه حرکت زاویه‌ای اتمی (نشان داده نشده است) در خلاف جهت بردارهای گشتاور دوقطبی مغناطیسی‌اند و بنابراین، آنها نیز به طور کاتوره‌ای سم‌تگیری کرده‌اند. (ب) وقتی میدان مغناطیسی \vec{B} در امتداد محور استوانه برقرار شود، بردارهای گشتاور دوقطبی مغناطیسی موازی با \vec{B} همسو می‌شوند، که این بدان معنی است که بردارهای گشتاور زاویه‌ای در خلاف جهت \vec{B} همسو می‌شوند. چون استوانه در ابتدا از گشتاورهای نیروی خارجی منزوی شده است، اندازه حرکت زاویه‌ای آن پایسته است و کل استوانه، همانگونه که در شکل نشان داده شده است، باید شروع به چرخش کند.

مشاهده چرخش استوانه ثابت می‌کند که اندازه حرکت زاویه‌ای و گشتاور دو قطبی یک اتم، در جهت‌های مخالف هم جفت شده‌اند. افزودن بر این، این آزمایش به روشنی نشان می‌دهد که اندازه حرکت‌های زاویه‌ای وابسته به حالت‌های کوانتومی اتمها می‌توانند به چرخش قابل مشاهده جسمی با اندازه معمولی، بیانجامند.

۴۰-۳ اسپین الکترون

همانطور که در بخش ۲۸-۷ مطرح کردیم، الکترون چه در یک اتم به تله افتاده باشد و چه آزاد باشد، دارای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی ذاتی \vec{S} است که غالباً به سادگی اسپین نامیده می‌شود. (به خاطر آورید که ذاتی بدان معنی است که \vec{S} مشخصه بنیادین الکترون، نظیر جرم و بار الکتریکی آن است). همانطور که در بخش بعد مطرح خواهیم کرد، بزرگی \vec{S} کوانتیده و به عدد کوانتومی اسپینی s ، که همواره برای الکترونها (و پروتونها و نوترونها) برابر $\frac{1}{2}$ است، وابسته است. افزون بر این، مؤلفه \vec{S} در امتداد هر محوری که اندازه‌گیری شود کوانتیده است و به عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی m_s ، که فقط می‌تواند یکی از دو مقدار $+\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ را داشته باشد، وابسته است.

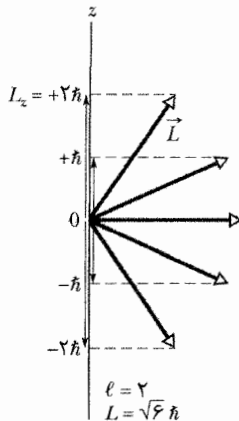
(۶-۴۰)

که در آن m جرم الکترون است.

مؤلفه‌های L_z اندازه حرکت زاویه‌ای نیز کوانتیده‌اند، و با رابطه زیر داده می‌شوند

$$L_z = m_\ell \hbar \quad (۷-۴۰)$$

شکل ۴۰-۵، پنج مؤلفه کوانتیده L_z اندازه حرکت زاویه‌ای مداری یک الکترون با $\ell = 2$ را، به همراه سمتگیرهای وابسته به اندازه حرکت زاویه‌ای \vec{L} نشان می‌دهد. ولی، این شکل را واقعی در نظر بگیرید، زیرا نمی‌توانیم \vec{L} را به هیچ طریقی آشکارسازی کنیم. بنابراین، ترسیم آن در شکلی نظیر شکل



شکل ۴۰-۵ مقدارهای مجاز L_z برای الکترون در حالت کوانتومی با $\ell = 2$ را برای هر بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری \vec{L} در شکل، برداری با سمتگیری در خلاف جهت آن وجود دارد که نشان دهندهٔ بزرگی و جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ است.

۴۰ ۵ صرفاً یک کمک دیداری است. این کمک دیداری را می‌توان با بیان اینکه \vec{L} با محور z زاویهٔ معین θ می‌سازد، تعمیم داد؛ به گونه‌ای که

$$\cos \theta = \frac{L_z}{L} \quad (۸-۴۰)$$

θ را زاویهٔ نیم-کلاسیکی میان بردار \vec{L} و محور z می‌نامیم، زیرا θ اندازه‌گیری کلاسیکی چیزی است که نظریهٔ کوانتومی آن را قابل اندازه‌گیری نمی‌داند.

اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی و گشتاور دو قطبی

مغناطیسی

بزرگی S اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی \vec{S} هر الکترون، چه آزاد باشد و چه به تله افتاده باشد، دارای مقداری یگانه است که با رابطه زیر داده می‌شود

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)} \hbar = 0.1866 \hbar \quad (۹-۴۰)$$

که در آن $s (= \frac{1}{2})$ عدد کوانتومی اسپینی الکترون است.

۴-۴۰ اندازه حرکت‌های زاویه‌ای و

گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی

به هر حالت کوانتومی الکترون در اتم، یک اندازه حرکت زاویه‌ای مداری و یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری وابسته است. هر الکترون، چه در یک اتم به تله افتاده باشد و چه آزاد باشد، دارای یک اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی و یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی است. این کمیتها را ابتدا به طور جداگانه و سپس در ترکیب با هم بررسی می‌کنیم.

اندازه حرکت زاویه‌ای مداری و مغناطیسی

بزرگی L اندازه حرکت زاویه‌ای مداری \vec{L} یک الکترون در اتم کوانتیده است؛ یعنی، فقط می‌تواند مقدارهای معینی داشته باشد. این مقادیر عبارت‌اند از

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \quad (۲-۴۰)$$

که در آن ℓ عدد کوانتومی مداری و \hbar برابر با $h/2\pi$ است. بنابر جدول ۴۰-۱، ℓ باید یا صفر یا عدد درست مثبتی باشد که بزرگتر از $n-1$ نیست. مثلاً برای حالتی با $n=3$ ، فقط $\ell=2$ ، $\ell=1$ و $\ell=0$ مجازند.

همانطور که در بخش ۲۸-۷ مطرح کردیم، به اندازه حرکت زاویه‌ای مداری \vec{L} یک الکترون در اتم یک دو قطبی مغناطیسی وابسته است. این دو قطبی مغناطیسی دارای یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ است که با معادلهٔ ۲۸-۲۸ به گشتاور زاویه‌ای مربوط می‌شود

$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad (۳-۴۰)$$

علامت منفی در این رابطه بدان معنی است که $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ در خلاف جهت \vec{L} است. چون بزرگی \vec{L} کوانتیده است (معادلهٔ ۲-۴۰)، بزرگی $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ نیز باید کوانتیده باشد که با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mu_{\text{orb}} = \frac{e}{2m} \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \quad (۴-۴۰)$$

نه $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ و نه \vec{L} را نمی‌توان به هیچ روشی اندازه گرفت. ولی، می‌توان مؤلفه‌های این دو بردار را در امتداد یک محور معین اندازه گرفت. اتمی در میدان مغناطیسی \vec{B} را در نظر می‌گیریم؛ فرض کنید که محور z در جهت خط‌های این میدان در مکان اتم قرار دارد. بنابراین، می‌توانیم مؤلفه‌های z بردارهای \vec{L} و $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ را در امتداد این محور اندازه بگیریم.

مؤلفه‌های $\mu_{\text{orb},z}$ این گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری کوانتیده‌اند و با رابطه زیر داده می‌شوند

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell \mu_B \quad (۵-۴۰)$$

که در آن m_ℓ عدد کوانتومی مغناطیسی مداری جدول ۴۰-۱، و μ_B مگنتون بور است:

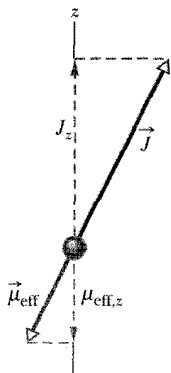
$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (\text{مگنتون بور})$$

ترکیب اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری و اسپینی

برای اتمی که بیش از یک الکترون دارد، اندازه حرکت زاویه‌ای کل \vec{J} را تعریف می‌کنیم که جمع برداری اندازه حرکت‌های زاویه‌ای الکترونهای منفرد - هم اندازه حرکت زاویه‌ای مداری و هم اسپینی - آنهاست. هر عنصر در جدول تناوبی با تعداد پروتونها در هسته اتم آن عنصر معرفی می‌شود. این تعداد پروتونها عدد اتمی (یا عدد باری) Z عنصر نامیده می‌شود. چون اتمی که از لحاظ الکتریکی خنثی است دارای تعداد برابری پروتون و الکترون است، Z همچنین تعداد الکترونها در اتم خنثی است و ما از این واقعیت برای مشخص کردن مقدار \vec{J} یک اتم خنثی استفاده می‌کنیم:

$$\vec{J} = (\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \dots + \vec{L}_Z) + (\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3 + \dots + \vec{S}_Z) \quad (14-40)$$

به همین ترتیب، گشتاور دوقطبی مغناطیسی کل یک اتم چند الکترونی برابر با جمع برداری گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی (هم مداری و هم اسپینی) الکترونهای منفرد آن است. ولی، به دلیل وجود عامل ۲ در معادله ۱۳-۴۰، گشتاور دوقطبی مغناطیسی برای اتم در جهت بردار \vec{J} - نیست؛ بلکه با آن بردار زاویه معینی را می‌سازد. گشتاور دوقطبی مغناطیسی مؤثر $\vec{\mu}_{\text{eff}}$ اتم، مؤلفه جمع برداری گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی منفرد در جهت \vec{J} - است (شکل ۷-۴۰). همانطور که در بخش بعد خواهیم دید، جمع برداری اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری و اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپینی بیشتر الکترونها در اتمهای نوعی برابر با صفر است. بنابراین، \vec{J} و $\vec{\mu}_{\text{eff}}$ این اتمها ناشی از تعداد نسبتاً کمی از الکترونها، غالباً یک الکترون ظرفیت تنهاست.



شکل ۷-۴۰ مدل کلاسیکی که بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کل \vec{J} و بردار گشتاور مغناطیسی مؤثر $\vec{\mu}_{\text{eff}}$ را نشان می‌دهد.

نکته واریسی ۱ الکترونی در یک حالت کوانتومی است که در آن بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری الکترون \vec{L} برابر با $\sqrt{3}\hbar$ است. چه تعداد تصویر گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری الکترون روی محور z مجاز هستند؟

همانطور که در بخش ۲۸-۷ مطرح کردیم، الکترون چه مقید باشد و چه آزاد، دارای یک دوقطبی مغناطیسی ذاتی است که به اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی \vec{S} آن وابسته است. این دوقطبی مغناطیسی دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ است که با معادله ۲۸-۲۲ به اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی \vec{S} مربوط است

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S} \quad (10-40)$$

علامت منفی در این رابطه مبین آن است که سمتگیری $\vec{\mu}_s$ در خلاف جهت \vec{S} است. چون بزرگی \vec{S} کوانتیده است (معادله ۹-۴۰)، بزرگی $\vec{\mu}_s$ نیز باید کوانتیده باشد که با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad (11-40)$$

نه \vec{S} و نه $\vec{\mu}_s$ را نمی‌توان به هیچ طریقی اندازه گرفت. ولی، می‌توان مؤلفه‌های آنها را در امتداد هر محور معینی، مثلاً محور z ، اندازه گرفت. مؤلفه‌های S_z اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی کوانتیده‌اند و با رابطه زیر داده می‌شوند

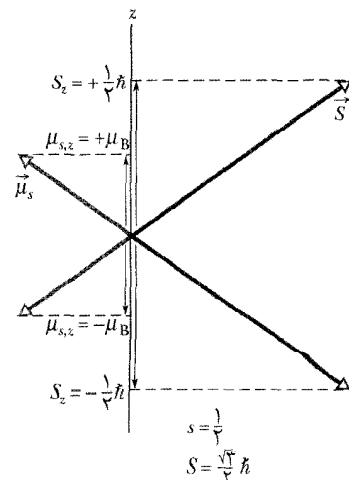
$$S_z = m_s \hbar \quad (12-40)$$

که در آن m_s عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی جدول ۱-۴۰ است. این عدد کوانتومی می‌تواند فقط دو مقدار داشته باشد: $+\frac{1}{2}$ (که در این صورت گفته می‌شود الکترون، اسپین بالا دارد) و $-\frac{1}{2}$ (که در این صورت گفته می‌شود الکترون، اسپین پایین دارد).

مؤلفه‌های $\mu_{s,z}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی نیز کوانتیده‌اند، و با رابطه زیر داده می‌شوند

$$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B \quad (13-40)$$

شکل ۶-۴۰ دو مؤلفه کوانتیده S_z ، اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی و سمتگیریهایی وابسته بردار \vec{S} را نشان می‌دهد. این شکل همچنین مؤلفه‌های کوانتیده $\mu_{s,z}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی و سمتگیریهایی وابسته بردار $\vec{\mu}_s$ را نشان می‌دهد.

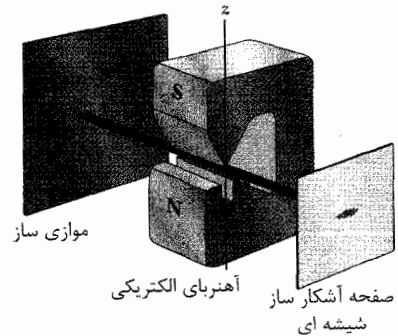


شکل ۶-۴۰ مقدارهای مجاز S_z و $\mu_{s,z}$ برای الکترون.

۴۰-۵ آزمایش اشترون - گرلاخ

در سال ۱۹۲۲/۱۳۰۱، اُتو اشترون^۱ و والتر گرلاخ^۲ در دانشگاه هامبورگ آلمان به طور تجربی نشان دادند که گشتاور مغناطیسی اتمهای نقره کوانتیده اند. در آزمایش اشترون - گرلاخ، به طوری که امروزه شناخته شده است، نقره در اجاقی تبخیر شده و برخی از اتمهای آن در این بخار از طریق شکاف باریکی در دیواره اجاق فرار می کنند و وارد لوله تخلیه شده ای می شوند. آنگاه برخی از این اتمهای فراری از میان شکاف باریک دیگری عبور می کنند و باریکه نازکی از اتمها را تشکیل می دهند (شکل ۴۰-۸). (این اتمها موازی شده - به شکل باریکه ای درآمده اند - و شکاف دوم موازی ساز نامیده می شود). این باریکه از میان قطبهای یک آهنربای مغناطیسی عبور می کند و سپس روی یک صفحه آشکارساز شیشه ای فرود می آید، جایی که رسوبی از نقره را تشکیل می دهد.

وقتی آهنربای الکتریکی خاموش باشد، رسوب نقره به صورت یک لکه باریک است. ولی، وقتی آهنربای الکتریکی به کار افتد، رسوب نقره به طور قائم گسترش می یابد. دلیل آن



شکل ۴۰-۸ دستگاهی که اشترون و گرلاخ به کار بردند.

این است که اتمهای نقره، دوقطبیهای الکتریکی هستند و بنابراین، هنگامی که از میان میدان مغناطیسی قائم آهنربای الکتریکی می گذرند، نیروهای مغناطیسی قائمی بر آنها وارد می شود؛ این نیروها آنها را کمی به بالا یا پایین منحرف می کنند. بنابراین، با تحلیل رسوب نقره روی صفحه، می توانیم تعیین کنیم که اتمها دستخوش چه انحرافهایی در میدان مغناطیسی شده اند. وقتی اشترون و گرلاخ نقش نقره روی صفحه آشکارساز را تحلیل کردند، شگفت زده شدند. ولی، پیش از آنکه آن شگفتی و کاربردهای کوانتومی آن را بررسی کنیم، به نیروی منحرف کننده مغناطیسی وارد بر اتمهای نقره می پردازیم.

نیروی منحرف کننده مغناطیسی وارد بر یک اتم نقره

تا اینجا درباره نوع نیروی مغناطیسی منحرف کننده اتمهای نقره در آزمایش اشترون - گرلاخ بحث نکرده ایم. این نیرو از نوع

نیروی منحرف کننده مغناطیسی نیست، که بنابر معادله ۲۴-۲ نیروی $(\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B})$ بر یک ذره باردار متحرک وارد می شود. دلیل آن ساده است: اتم نقره از لحاظ الکتریکی خنثی است (بار خالص q آن برابر با صفر است) و بنابراین، این نوع نیروی مغناطیسی نیز صفر است.

نوع نیروی مغناطیسی که در پی آن هستیم ناشی از برهم کنش بین میدان مغناطیسی \vec{B} آهنربای الکتریکی و دو قطبی مغناطیسی اتم نقره منفرد است. با شروع از انرژی پتانسیل U دوقطبی در میدان مغناطیسی، می توانیم عبارتی را برای نیرو در این برهم کنش به دست آوریم. معادله ۲۴-۳۸ بیان می دارد که

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (۴۰-۱۵)$$

که در آن $\vec{\mu}$ گشتاور دو قطبی مغناطیسی یک اتم نقره است. در شکل ۴۰-۸، جهت مثبت محور z و جهت \vec{B} به طور قائم رو به بالا هستند. بنابراین، معادله ۴۰-۱۵ را می توانیم برحسب مؤلفه μ_z گشتاور دو قطبی مغناطیسی اتم در جهت \vec{B} بنویسیم

$$U = -\mu_z B \quad (۴۰-۱۶)$$

آنگاه، با استفاده از معادله ۸-۱۸ $(F = -dU/dx)$ برای محور z نشان داده شده در شکل ۴۰-۸، چنین به دست می آوریم

$$F_z = -\frac{dU}{dz} = \mu_z \frac{dB}{dz} \quad (۴۰-۱۷)$$

این همان چیزی است که به دنبالش بودیم - معادله ای برای نیروی مغناطیسی منحرف کننده اتم نقره به هنگام عبور از میدان مغناطیسی.

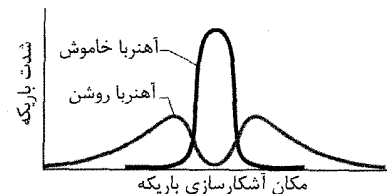
جمله dB/dz در معادله ۴۰-۱۷ گرادیان میدان مغناطیسی در امتداد محور z است. اگر میدان مغناطیسی در امتداد محور z تغییر نکند (مثل مورد میدان مغناطیسی یکنواخت یا بدون حضور میدان مغناطیسی)، آنگاه $dB/dz = 0$ و اتم نقره به هنگام حرکت در میان قطبهای آهنربا منحرف نمی شود. در آزمایش اشترون - گرلاخ، قطبها برای بیشینه کردن گرادیان dB/dz طوری طراحی شده اند که انحراف قائم اتمهای نقره به هنگام عبور از میان قطبها به بیشترین مقدار ممکن برسد و در نتیجه، انحراف آنها در رسوب روی صفحه شیشه ای آشکار شود. بنابر فیزیک کلاسیکی، محدوده مقادیرهای مؤلفه های μ_z اتمهای نقره که از میدان مغناطیسی شکل ۴۰-۸ می گذرند باید از $-\mu$ (که گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}$ در جهت رو به پایین محور z است) تا $+\mu$ (که گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}$ در جهت رو به بالای محور z است) باشد. بنابراین، از معادله ۴۰-۱۷ درمی یابیم که باید محدوده ای از نیروها بر اتمها وارد شوند و در نتیجه باید محدوده ای از انحراف اتمها، از بیشترین انحراف رو به پایین تا بیشترین انحراف رو به بالا را داشته باشیم. این بدان معنی است که انتظار داریم اتمها در امتداد یک خط قائم روی صفحه شیشه ای فرود آیند، ولی آنها بدین گونه فرود نمی آیند.

شگفتی تجربی

آنچه اشترن و گِرلاخ دریافتند این بود که اتمها دو لکه متمایز را روی صفحه شیشه‌ای تشکیل می‌دادند، یکی بالای نقطه‌ای که وقتی منحرف نشوند به آن برمی‌خورند، و دیگری درست به همان فاصله، زیر آن نقطه. این لکه‌ها در ابتدا برای مشاهده بسیار ضعیف بودند، اما وقتی اشترن به طور تصادفی دود سیگار را روی شیشه دمید قابل مشاهده شدند. سولفور موجود در این تنفس (از سیگار) با نقره ترکیب شده سولفید نقره سیاه قابل ملاحظه‌ای ایجاد کرده بود.

این نتیجه دو لکه‌ای را میتوان در منحنیهای شکل ۹-۴۰ مشاهده کرد، که نتیجه نوع جدیدتری از آزمایش اشترن-گِرلاخ را نشان می‌دهد. در این آزمایش اخیر، باریکه‌ای از اتمهای سزیوم (دوقطبیهای مغناطیسی نظیر اتمهای نقره در آزمایش اولیه اشترن-گِرلاخ) از میان یک میدان مغناطیسی با گرادیان قائم بزرگ dB/dz عبور داده شدند. میدان می‌توانست روشن یا خاموش باشد، و می‌شد آشکارساز را در سرتاسر باریکه، رو به بالا و رو به پایین حرکت داد.

وقتی میدان خاموش باشد، بدیهی است که باریکه منحرف نمی‌شود و آشکارساز نقش قله مرکزی نشان داده شده در شکل ۹-۴۰ را ثبت می‌کند. وقتی میدان روشن باشد، باریکه اولیه توسط میدان مغناطیسی به طور قائم به دو باریکه کوچکتر تقسیم می‌شود، یکی بالاتر از باریکه منحرف نشده پیشین و دیگری پایینتر از آن. وقتی آشکارساز در سرتاسر این دو باریکه کوچکتر به طور قائم و رو به بالا حرکت کند، نقش دو قله‌ای نشان داده شده در شکل ۹-۴۰ ثبت می‌شود.



شکل ۹-۴۰ نتایج حاصل از تکرار امروزی آزمایش اشترن-گِرلاخ. وقتی آهنربای الکتریکی خاموش است، فقط یک باریکه تنها وجود دارد؛ وقتی آهنربای الکتریکی روشن شود، باریکه اولیه به دو زیر باریکه تقسیم می‌شود. این دو زیرباریکه به همدیگی موازی یا پادموازی گشتاورهای مغناطیسی اتمهای سزیوم با میدان مغناطیسی خارجی مربوط است.

مفهوم این نتایج

در آزمایش اولیه اشترن-گِرلاخ، نه یک خط عمودی از نقره، بلکه دو لکه نقره روی صفحه شیشه‌ای تشکیل می‌شدند. این بدان معنی است که مؤلفه μ_z در امتداد \vec{B} (و در امتداد z) به ترتیبی که فیزیک کلاسیکی پیش‌بینی می‌کند نمی‌تواند هر مقداری میان $-\mu$ و $+\mu$ را داشته باشد. بلکه μ_z فقط به دو مقدار محدود می‌شود، هر یک برای یکی از دو لکه روی صفحه

شیشه‌ای. بنابراین، آزمایش اولیه اشترن-گِرلاخ نشان می‌داد که μ_z کوانتیده است، که این (دقیقاً) دلالت بر آن دارد که $\vec{\mu}$ نیز کوانتیده است. افزون بر این، چون اندازه حرکت زاویه‌ای \vec{L} اتم به $\vec{\mu}$ وابسته است، این اندازه حرکت زاویه‌ای و مؤلفه L_z آن نیز کوانتیده‌اند.

با نظریه کوانتومی نوین می‌توانیم به توضیح این دو لکه در آزمایش اشترن-گِرلاخ بیاوریم. امروزه می‌دانیم که یک اتم نقره شامل تعداد زیادی الکترون، هر یک با یک گشتاور مغناطیسی اسپینی و یک گشتاور مغناطیسی مداری، است. همچنین می‌دانیم که همه این گشتاورها، به جز برای یک تک الکترون، یکدیگر را به طور برداری خنثی می‌کنند و گشتاور دوقطبی مداری آن تک الکترون برابر صفر است. بنابراین، گشتاور دوقطبی ترکیبی $\vec{\mu}$ یک اتم نقره برابر با گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی آن تک الکترون است. بنا بر معادله ۱۳-۴۰، این بدان معنی است که μ_z فقط دو مؤلفه در امتداد محور z شکل ۸-۴۰ دارد. یک مؤلفه برای عدد کوانتومی $m_s = +\frac{1}{2}$ (اسپین تک الکترون رو به بالا)، و مؤلفه دیگر برای عدد کوانتومی $m_s = -\frac{1}{2}$ (اسپین تک الکترون رو به پایین). با قرار دادن در معادله ۱۳-۴۰ خواهیم داشت

$$\mu_{s,z} = -2\left(+\frac{1}{2}\right)\mu_B = -\mu_B \quad \text{و} \quad \mu_{s,z} = -2\left(-\frac{1}{2}\right)\mu_B = +\mu_B \quad (18-40)$$

آنگاه با قرار دادن این عبارتها به جای μ_z در معادله ۱۷-۴۰، در می‌یابیم مؤلفه نیروی F_z که اتمهای نقره را به هنگام عبور از میدان مغناطیسی منحرف می‌کند فقط می‌تواند دو مقدار زیر را داشته باشد

$$F_z = -\mu_B \left(\frac{dB}{dz}\right) \quad \text{و} \quad F_z = +\mu_B \left(\frac{dB}{dz}\right) \quad (19-40)$$

که دو لکه نقره روی صفحه شیشه‌ای را به دست می‌دهد.

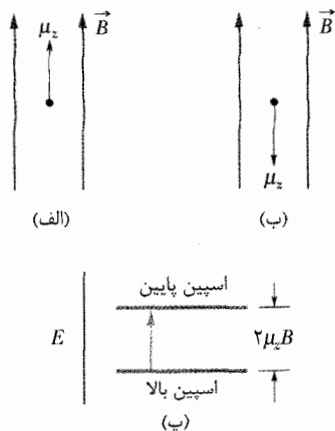
مسئله نمونه ۱۴-۴۰

در آزمایش اشترن-گِرلاخ شکل ۸-۴۰، باریکه‌ای از اتمهای نقره از گرادیان میدان مغناطیسی dB/dz به بزرگی $(1/4) \text{ T/mm}$ که در امتداد محور z برقرار شده است، می‌گذرد. این ناحیه دارای طول w برابر با $3/5 \text{ cm}$ در جهت باریکه اولیه است. تندی اتمها برابر با 750 m/s است. وقتی اتمها ناحیه گرادیان مغناطیسی را ترک می‌کنند، مسافت d منحرف شده چقدر است؟

جرم M یک اتم نقره برابر با $1/8 \times 10^{-25} \text{ kg}$ است.

نکته‌های کلیدی (۱) انحراف یک اتم نقره در باریکه ناشی از برهم‌کنش میان دوقطبی مغناطیسی اتم و میدان مغناطیسی، به دلیل گرادیان dB/dz است. جهت نیروی منحرف کننده در راستای گرادیان میدان (در امتداد محور z) است و با معادله‌های ۱۹-۴۰ داده می‌شود. فقط انحراف در جهت مثبت محور z را در نظر می‌گیریم؛ بنابراین، از میان معادله‌های ۱۹-۴۰، از

۴۰-۱۰ الف و ب وابسته است. سمتهگیری در شکل ۴۰-۱۰ الف، حالت انرژی- پایینتر است و چون مؤلفه S_z اسپین



شکل ۴۰-۱۰ مؤلفه S_z بردار μ برای پروتونی واقع در حالت (الف) انرژی پایینتر (اسپین- بالا) و (ب) انرژی- بالاتر (اسپین- پایین). (پ) نمودار تراز- انرژی برای حالتها، که نشان می دهد هنگامی که اسپین پروتون ناگهان از بالا به پایین وارونه شود، جهش کوانتومی رو به بالایی رخ می دهد.

پروتون (نشان داده نشده است) نیز همسو با \vec{B} است، حالت اسپین- بالا نامیده می شود. سمتهگیری در شکل ۴۰-۱۰ ب (حالت اسپین- پایین)، حالت انرژی- بالاتر $(\mu_z B)$ است. در نتیجه، اختلاف انرژی بین این دو حالت برابر است با

$$\Delta E = \mu_z B - (-\mu_z B) = 2\mu_z B \quad (۴۰-۲۱)$$

اگر نمونه ای از آب را در میدان مغناطیسی \vec{B} قرار دهیم، پروتونها در بخشهای هیدروژنی هر ملکول آب مایل اند در حالت انرژی- پایینتر قرار گیرند. (بخشهای اکسیژنی را در نظر نمی گیریم). هر یک از این پروتونها می توانند با جذب یک فوتون با انرژی hf برابر با ΔE به حالت انرژی- بالاتر پرش کنند. یعنی، پروتون می تواند با جذب فوتونی با انرژی

$$hf = 2\mu_z B \quad (۴۰-۲۲)$$

پرش کند. چنین جذبی تشدید مغناطیسی یا، به طور کلی، تشدید مغناطیسی هسته ای (NMR) نامیده می شود، و وارونگی مؤلفه S_z اسپین پیامد آن، وارونگی ناگهانی اسپینی خوانده می شود.

در عمل، فوتونهای مورد نیاز برای تشدید مغناطیسی دارای بسامد وابسته ای در گستره بسامد رادیویی (RF) هستند که توسط پیچۀ کوچکی ایجاد می شوند که به دور نمونه ای که در آن تشدید صورت می گیرد پیچانده شده است. یک نوسانگر الکترومغناطیسی که یک چشمه RF نامیده می شود، جریانی سینوسی را با بسامد f در پیچۀ راه می اندازد. بر اثر میدان الکترومغناطیسی (EM) که در داخل پیچۀ ایجاد می شود، نمونه نیز در بسامد f نوسان می کند. اگر f شرط معادله ۴۰-۲۲ را

$F_z = \mu_B (dB/dz)$ استفاده می کنیم. (۲) فرض می کنیم گرادیان میدان dB/dz در سرتاسر ناحیه ای که اتمهای نقره از آن می گذرند دارای مقدار یکسانی است. بنابراین، مؤلفه نیروی F_z در این ناحیه ثابت است و در نتیجه بنا بر قانون دوم نیوتون، شتاب a_z یک اتم ناشی از F_x در راستای محور z نیز ثابت است

محاسبه ها: با جمع این نظرات شتاب را به صورت زیر می نویسیم:

$$a_z = \frac{F_z}{M} = \frac{\mu_B (dB/dz)}{M}$$

چون این شتاب ثابت است، از معادله ۲-۱۵ (از جدول ۲-۱) برای نوشتن انحراف d موازی با محور z استفاده می کنیم

$$d = v_{oz}t + \frac{1}{2}a_z t^2 = vt + \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_B (dB/dz)}{M}\right)t^2 \quad (۴۰-۲۰)$$

چون نیروی منحرف کننده وارد بر اتم بر جهت حرکت اولیه اتم عمود است، مؤلفه v سرعت اتم در امتداد جهت اولیه حرکت، بر اثر این نیرو تغییر نمی کند. بنابراین، اتم به زمان $t = w/v$ برای پیمودن مسیری به طول w در آن جهت نیاز دارد. با قرار دادن w/v به جای t در معادله ۴۰-۲۰، درخواهیم یافت

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_B (dB/dz)}{M}\right)\left(\frac{w}{v}\right)^2 = \frac{\mu_B (dB/dz)w^2}{2Mv^2} \\ &= \frac{(9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1/4 \times 10^{-3} \text{ T/m})}{(2)(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(500 \text{ m/s})^2} \\ &\quad \times \frac{(3/5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2)(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(500 \text{ m/s})^2} \\ &= 7.85 \times 10^{-5} \text{ m} \approx 0.08 \text{ mm} \end{aligned} \quad (\text{پاسخ})$$

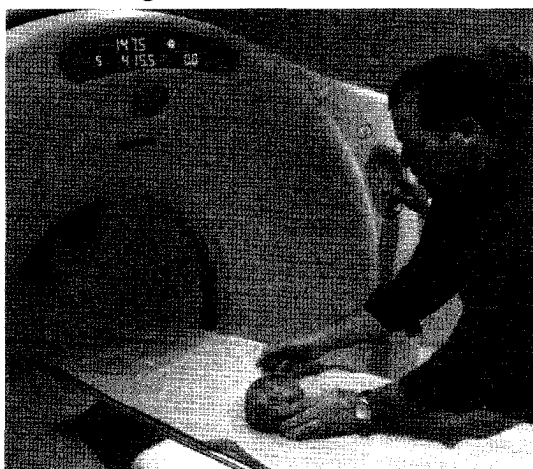
فاصله جدایی بین دو زیر باریکه، دو برابر این مقدار، یعنی ۰/۱۶ mm است. این فاصله زیادی نیست، ولی به سادگی اندازه گرفته می شود.

۴۰-۶ تشدید مغناطیسی

همانطور که به طور مختصر در بخش ۲۸-۷ مطرح کردیم، پروتون دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}$ است که به اندازه حرکت زاویه ای اسپینی ذاتی \vec{S} آن وابسته است. گفته می شود که این دو بردار به یکدیگر جفت شده اند و چون پروتون دارای بار مثبت است، آنها در یک جهت اند. فرض کنید پروتونی در میدان مغناطیسی \vec{B} که در جهت مثبت محور z امتداد یافته است، قرار داشته باشد. آنگاه $\vec{\mu}$ دارای دو مؤلفه کوانتیده ممکن در امتداد آن محور است: این مؤلفه می تواند $+\mu_z$ یا $-\mu_z$ باشد، بسته به آنکه $\vec{\mu}$ در جهت \vec{B} (شکل ۴۰-۱۰ الف) یا در خلاف جهت \vec{B} (شکل ۴۰-۱۰ ب) باشد.

از معادله ۲۴-۳۸، $U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ ، به یاد آورید که به سمتهگیری هر گشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ واقع در یک میدان مغناطیسی خارجی \vec{B} ، یک انرژی پتانسیل وابسته است. بنابراین، انرژی به دو سمتهگیری نشان داده شده در شکلهای

چون بسیاری از مواد دارای مشخصه‌های NMR یگانه‌ای هستند، تشدید مغناطیسی برای تشخیص مواد ناشناخته، از قبیل کارهای پزشکی قانونی در بررسیهای جنایی، کاربرد دارد. افزون بر این، روش موسوم به تصویربرداری با تشدید مغناطیسی (MRI)^۱ برای تشخیصهای پزشکی با موفقیت زیادی به کار گرفته شده است. پروتونها در بافتهای مختلف بدن انسان در محیطهای مغناطیسی داخلی مختلفی قرار گرفته‌اند. وقتی بدن، یا بخشی از آن در یک میدان مغناطیسی خارجی قوی قرار داده شود، این اختلافهای محیطی را می‌توان با روشهای وارونگی ناگهانی اسپینی آشکار، و با پردازش رایانه‌ای به تصویری مشابه تصویرهای ایجاد شده توسط پرتوهای X تبدیل نمود. مثلاً شکل ۱۲-۴۰ نمونه‌ای از کاربرد مربوطه را نشان می‌دهد.



شکل ۱۲-۴۰ یک فسیل تخم (متعلق به اردک گیاه‌خوار) از سوماتی با قدمت ۷۰ میلیون سال را در یک روبشگر MRI قرار می‌دهند تا داخل آن را بررسی کنند. چون داخل به جای استخوان آهکی شده تکه‌های صدف در خمیره‌ای وجود دارند تخم وقتی در ابتدا دفن شده تر و تازه بوده است.

مسئله نمونه ۲-۴۰

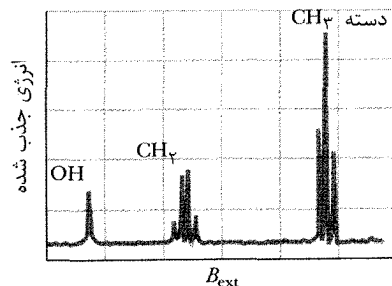
در یک آزمایش NMR، قطره‌آبی در میدان مغناطیسی خارجی \vec{B}_{ext} معلق شده است. فرض کنید میدان داخلی \vec{B}_{int} قابل چشم‌پوشی است. بزرگی μ_z برای پروتون در اتمهای هیدروژن مولکولهای آب برابر با $1/41 \times 10^{-26} \text{ J/T}$ است. تشدید مغناطیسی هنگامی که $B_{\text{ext}} = 1/80 \text{ T}$ است، ظاهر می‌شود. بسامد f چشمه RF که باعث وارونگی ناگهانی اسپینی پروتونها می‌شود، و طول موج λ وابسته به یک فوتون جذب شده در این وارونگی اسپینی چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) وقتی یک پروتون در میدان خارجی B_{ext} قرار می‌گیرد، به خاطر آنکه یک دوقطبی مغناطیسی است، دارای انرژی پتانسیل است. (۲) این انرژی پتانسیل به دو مقدار با اختلاف $2\mu_z B$ محدود شده است. (۳) اگر پروتون بین این

برآورده کند، میدان EM نوسانی می‌تواند یک کوانتوم انرژی را از طریق جذب فوتون، به پروتون نمونه منتقل کند و موجب وارونگی ناگهانی اسپینی پروتون شود.

بزرگی میدان مغناطیسی B که در معادله ۲۲-۴۰ ظاهر می‌شود در واقع بزرگی میدان مغناطیسی خالص \vec{B} در محلی است که یک پروتون معین دچار وارونگی ناگهانی اسپینی می‌شود. این میدان خالص، جمع برداری میدان خارجی \vec{B}_{ext} ایجاد شده توسط ابزار تشدید مغناطیسی (عمدتاً یک آهنربای بزرگ) و میدان داخلی \vec{B}_{int} ایجاد شده توسط گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اتمها و هسته‌های نزدیک به آن پروتون است. بنا به دلایل عملی که در اینجا به آنها نخواهیم پرداخت، تشدید مغناطیسی معمولاً با تغییر بزرگی B_{ext} در گستره‌ای از مقادیر، در حالی که بسامد f چشمه RF در مقداری از پیش تعیین شده ثابت نگاه داشته شده است، آشکارسازی می‌شود و بدین ترتیب است که انرژی چشمه RF به نمایش درمی‌آید. نموداری از اتلاف انرژی چشمه RF بر حسب B_{ext} ، به هنگام تغییر B_{ext} در گستره‌ای از مقادیر که در آن وارونی ناگهانی اسپینی رخ می‌دهد، یک قله تشدید را نشان می‌دهد. چنین نموداری، طیف تشدید مغناطیسی هسته‌ای یا طیف NMR نامیده می‌شود.

شکل ۱۱-۴۰، طیف NMR اتانول را نشان می‌دهد که مولکولی است شامل سه دسته اتم: CH_3 ، CH_2 و OH . پروتونها در هر دسته می‌توانند تشدید مغناطیسی پیدا کنند، ولی چون این دسته‌ها به دلیل طرز قرار گرفتن خود در داخل مولکول $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ ، در میدانهای داخلی \vec{B}_{int} متفاوتی قرار گرفته‌اند، هر دسته دارای مقدار تشدید مغناطیسی B_{ext} یگانه‌ای مربوط به خودش است. بنابراین، قله‌های تشدید در طیف شکل ۱۱-۴۰ تشکیل مشخصه NMR یگانه‌ای می‌دهند که با آنها اتانول را می‌توان تشخیص داد.



شکل ۱۱-۴۰ طیف تشدید مغناطیسی برای اتانول $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$. خطهای طیفی، نشان دهنده جذب انرژی وابسته به وارونگی ناگهانی اسپین پروتونهاست. همانطور که نشان داده شده است، این سه دسته از خطها مربوط به پروتونهای دسته OH، دسته CH_2 ، و دسته CH_3 مولکول اتانول هستند. توجه کنید که دو پروتون در دسته CH_2 چهار محیط محلی مختلف را اشغال می‌کنند. کل محور افقی کمتر از 10^{-4} T را پوشش می‌دهد.

۴۰-۸ الکترونهای چندگانه در تله‌های مستطیلی

برای آنکه برای بحث در مورد الکترونهای چندگانه در اتمها آماده شویم، دو الکترون محبوس شده در تله‌های مستطیلی فصل ۳۹ را بررسی می‌کنیم. دوباره از عددهای کوانتومی که برای این تله‌ها در هنگامی به دست آوردیم که فقط یک الکترون در آنها محبوس شده بود، استفاده می‌کنیم. ولی، در اینجا باید اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپینی دو الکترون را نیز در نظر بگیریم. برای این منظور، فرض می‌کنیم که تله‌ها در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گرفته‌اند. آنگاه بنا بر معادله ۴۰-۱۲ ($S_z = m_s \hbar$) یک الکترون می‌تواند با اسپین بالا یا $m_s = \frac{1}{2}$ یا اسپین پایین با $m_s = -\frac{1}{2}$ داشته باشد (فرض می‌کنیم که میدان مغناطیسی بسیار ضعیف است، به گونه‌ای که می‌توانیم از انرژیهای پتانسیل الکترون‌ها بر اثر این میدان چشم‌پوشی کنیم).

هنگام محبوس کردن دو الکترون در یکی از این تله‌ها، باید اصل طرد پاولی را به یاد داشته باشیم؛ یعنی، الکترون‌ها نمی‌توانند دارای مجموعهٔ یکسانی از مقادارها برای عددهای کوانتومی خود باشند.

۱. تلهٔ یک بعدی. در تلهٔ یک بعدی شکل ۳۹-۲، برای انطباق موج الکترون بر پهنای L تله، به تک عدد کوانتومی n نیاز داریم. بنابراین، هر الکترون محبوس شده در تله باید دارای یک مقدار معین n باشد، و عدد کوانتومی m_s آن می‌تواند $+\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. دو الکترون می‌توانند یا با عددهای کوانتومی n مقادارهای متفاوتی داشته باشند، یا اینکه اگر یکی اسپین بالا و دیگری اسپین پایین داشته باشند مقدار n یکسانی داشته باشند.

۲. حصار مستطیلی. در حصار مستطیلی شکل ۳۹-۱۳، برای انطباق موج الکترون به پهنای L_x و L_y حصار، به دو عدد کوانتومی n_x و n_y نیاز داریم. از این رو، هر الکترون محبوس شده در تله باید دارای مقادارهای معینی برای این دو عدد کوانتومی باشد، و عدد کوانتومی m_s آنها می‌تواند $+\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. بنابراین، اکنون سه عدد کوانتومی وجود دارد. بنابر اصل طرد پاولی، دست کم یکی از این سه عدد کوانتومی دو الکترون محبوس شده در تله باید با هم متفاوت باشند.

۳. جعبه مستطیلی. در جعبهٔ مستطیلی شکل ۳۹-۱۴، برای انطباق موج الکترون به پهنای L_x و L_y و L_z جعبه، به سه عدد کوانتومی n_x ، n_y ، و n_z نیاز داریم. از این رو، هر الکترون محبوس شده در تله باید دارای مقادارهای معینی برای این سه عدد کوانتومی باشد، و عدد کوانتومی m_s آنها می‌تواند $+\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. بنابراین، اکنون چهار عدد کوانتومی وجود دارد. بنا بر اصل طرد پاولی، دست کم یکی از این چهار عدد کوانتومی دو الکترون محبوس شده در تله باید با هم متفاوت باشند.

دو انرژی پرش کند (وارونگی ناگهانی اسپینی)، انرژی فوتون hf باید بنا بر معادله ۴۰-۲۲ برابر با اختلاف انرژی $2\mu_B$ باشد.

محاسبه‌ها: با قرار دادن $B = B_{\text{ext}} = 1/80 \text{ T}$ خواهیم داشت

$$f = \frac{2\mu_B B}{h} = \frac{(2)(1/41 \times 10^{-26} \text{ J/T})(1/80 \text{ T})}{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}} = 7.66 \times 10^7 \text{ Hz} = 76.6 \text{ MHz} \quad (\text{پاسخ})$$

این بسامد وابسته به فوتونهای جذب شده در وارونگی ناگهانی اسپینی است؛ همچنین بسامد چشمهٔ RF و بنابراین، میدانهای الکترومغناطیس نوسانی ایجاد شده توسط آن چشمه است. طول موج وابسته به فوتون جذب شده در وارونگی ناگهانی اسپینی برابر است با

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{7.66 \times 10^7 \text{ Hz}} = 3.92 \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

این طول موج در ناحیهٔ طول موج FM رادیویی است.

۴۰-۷ اصل طرد پاولی

در فصل ۳۹ تله‌های الکترونی گوناگونی، از تله‌های یک بعدی تخیلی تا تلهٔ سه بعدی واقعی یک اتم هیدروژن، را بررسی کردیم. در تمام این مثالها، فقط یک الکترون به تله افتاده بود. ولی، وقتی تله‌هایی را که شامل دو یا چند الکترون می‌شوند بررسی می‌کنیم (همانطور که در دو بخش بعد چنین خواهیم کرد)، آنگاه باید اصلی را در نظر بگیریم که هر ذره‌ای که عدد کوانتومی اسپینی s آن صفر یا عدد درست نباشد از آن تبعیت کند. این اصل نه فقط برای الکترون‌ها بلکه همچنین برای پروتون‌ها و نوترون‌ها، که همگی دارای عدد کوانتومی اسپینی $s = \frac{1}{2}$ هستند، به کار می‌رود. این اصل به یاد ولفگانگ پاولی^۱، کسی که این اصل را در سال ۱۹۲۵/۱۳۰۴ فرمولبندی کرد، به نام اصل طرد پاولی شناخته می‌شود. این اصل برای الکترون‌ها مبین آن است که

هیچ دو الکترون محصور شده در تلهٔ یکسانی نمی‌توانند دارای مجموعه مقادارهای یکسانی برای عددهای کوانتومی خود باشند.

همانطور که در بخش ۴۰-۹ مطرح خواهیم کرد، این اصل بدان معنی است که هیچ دو الکترونی در یک اتم نمی‌توانند دارای چهار مقدار یکسان برای عددهای کوانتومی n ، ℓ ، m_ℓ ، و m_s باشند. تمام الکترون‌ها دارای عدد کوانتومی یکسان $s = \frac{1}{2}$ هستند. بنابراین، هر دو الکترون در یک اتم باید دست کم در یکی از عددهای کوانتومی دیگر تفاوت داشته باشند. اگر چنین نبود، اتمها می‌زمبیدند، و در آن صورت شما و کل جهان نمی‌توانستید وجود داشته باشید.

نمودار تک - الکترون: برای تشکیل این دستگاه می‌توانیم پیکربندی الکترونی دستگاه را با قرار دادن تک تک هفت الکترون در حصار تعیین کنیم. چون فرض می‌کنیم الکترون‌ها به طور الکتریکی با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند، می‌توانیم از نمودار تراز- انرژی یک تک الکترون محبوس شده برای نحوه چیدن این هفت الکترون در حصار استفاده کنیم. نمودار تراز- انرژی تک الکترون در شکل ۳۹-۱۵، و بخشی از آن در اینجا به صورت شکل ۴۰-۱۳ الف ارائه شده است. به خاطر آورید این ترازها برای نمایش انرژی وابسته به آنها به صورت E_{m_x, m_y} نمایش داده شدند. برای مثال، پایینترین تراز انرژی، $E_{1,1}$ است که در آن عددهای کوانتومی n_x و n_y برابر ۱ هستند.

اصل پاؤلی: الکترون‌های به تله افتاده باید از اصل طرد پاؤلی تبعیت کنند؛ یعنی، هیچ دو الکترونی نمی‌توانند مجموعه مقادیرهای یکسانی برای عددهای کوانتومی n_x ، n_y و m_s داشته باشند. نخستین الکترون به تراز انرژی $E_{1,1}$ می‌رود و می‌تواند دارای $m_s = \frac{1}{2}$ یا $m_s = -\frac{1}{2}$ باشد. به طور دلخواه، حالت دوم را انتخاب می‌کنیم و یک پیکان رو به پایین (برای نمایاندن اسپین پایین) روی تراز $E_{1,1}$ شکل ۴۰-۱۳ الف می‌کشیم. دومین الکترون نیز به تراز $E_{1,1}$ می‌رود، ولی چون یکی از عددهای کوانتومی آن باید با الکترون اول متفاوت باشد، برای آن باید داشته باشیم $m_s = \frac{1}{2}$. این الکترون دوم را با یک پیکان رو به بالا (برای نمایاندن اسپین بالا) روی تراز $E_{1,1}$ شکل ۴۰-۱۳ ب نمایش می‌دهیم.

الکترون‌ها، یک به یک: تراز انرژی $E_{1,1}$ کاملاً اشغال شده است و بنابراین، سومین الکترون نمی‌تواند همان انرژی را داشته باشد. از این رو، سومین الکترون به تراز بالاتر بعدی با انرژیهای برابر $E_{2,1}$ و $E_{1,2}$ می‌رود (تراز، واگن است). برای سومین الکترون، عددهای کوانتومی n_x و n_y می‌توانند به ترتیب ۱ و ۲ یا ۲ و ۱ باشند. همچنین عدد کوانتومی m_s می‌تواند $\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد. به طور اختیاری عددهای کوانتومی $n_x = 2$ ، $n_y = 1$ ، و $m_s = -\frac{1}{2}$ را به این الکترون نسبت می‌دهیم. این وضعیت را با یک پیکان رو به پایین برای $E_{2,1}$ و $E_{1,2}$ در شکل ۴۰-۱۳ ب نمایش می‌دهیم.

می‌توانید نشان دهید که سه الکترون بعدی نیز می‌توانند به تراز انرژیهای $E_{2,2}$ و $E_{3,1}$ بروند، به شرط آنکه هیچ مجموعه‌ای از سه عدد کوانتومی، دوبار تکرار نشود. آنگاه این تراز شامل چهار الکترون، با عددهای کوانتومی (n_x, n_y, m_s) زیرند

$$\left(2, 1, -\frac{1}{2}\right), \left(2, 1, \frac{1}{2}\right), \left(1, 2, -\frac{1}{2}\right), \left(1, 2, \frac{1}{2}\right)$$

و تراز کاملاً اشغال شده است. بنابراین، هفتمین الکترون به تراز بالاتر بعدی که تراز $E_{3,2}$ است می‌رود. به طور اختیاری فرض می‌کنیم که اسپین این الکترون رو به پایین با $m_s = -\frac{1}{2}$ است.

حال فرض کنید بیش از دو الکترون را، یکی یکی، به ترازهای پیشین یک تله مستطیلی بیافزاییم. طبیعتاً اولین الکترون‌ها به پایینترین تراز انرژی ممکن می‌روند- گفته می‌شود که الکترون‌ها این تراز را اشغال می‌کنند. ولی، سرانجام اصل طرد پاؤلی مانع از آن می‌شود که الکترون‌های بیشتری پایینترین تراز انرژی را اشغال کنند، و الکترون بعدی باید تراز انرژی بالاتر بعدی را اشغال کند. وقتی یک تراز انرژی به دلیل اصل طرد پاؤلی نتواند با الکترون‌های بیشتری اشغال شود، می‌گوییم این تراز انرژی پر یا کاملاً اشغال شده است. در مقابل، تراز که با هیچ الکترونی اشغال نشده است، خالی یا اشغال نشده نامیده می‌شود. برای حالت‌های حد واسط این دو حالت، تراز را اشغال شده جزئی می‌نامند. پیکربندی الکترونی یک دستگاه الکترون‌های محبوس شده، فهرست یا نمایشی از ترازهای انرژی اشغال شده توسط الکترون‌ها، یا دسته‌ای از عددهای کوانتومی الکترون‌هاست.

محاسبه انرژی کل

حال می‌خواهیم انرژی دستگاهی شامل دو یا چند الکترون محبوس شده در یک تله مستطیلی را محاسبه کنیم. به عبارتی دیگر، می‌خواهیم انرژی کل را برای هر پیکربندی از الکترون‌های محبوس شده به دست آوریم.

برای سادگی کار، فرض می‌کنیم که الکترون‌ها به طور الکتریکی با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند؛ یعنی از انرژیهای پتانسیل جفت الکترون‌ها چشم‌پوشی می‌کنیم. در این حالت، می‌توانیم انرژی کل هر پیکربندی الکترونی را با محاسبه انرژی هر الکترون، همان‌گونه که در فصل ۳۹ انجام دادیم، محاسبه و سپس این انرژیها را با هم جمع کنیم. (در مسئله نمونه ۴۰-۳، این کار را برای هفت الکترون محبوس شده در یک حصار مستطیلی انجام می‌دهیم).

یک راه مناسب برای ساماندهی مقادیرهای انرژی دستگاهی معین از الکترون‌ها، ترسیم نمودار تراز- انرژی برای این دستگاه است؛ درست مانند همان کاری که برای تک الکترون در تله‌های فصل ۳۹ انجام دادیم. پایینترین تراز، با انرژی E_{gr} ، مربوط به حالت پایه دستگاه است. تراز انرژی بالاتر بعدی، با انرژی E_{1e} ، مربوط به اولین حالت برانگیخته دستگاه، و تراز بعد از آن، با انرژی E_{2e} ، مربوط به دومین حالت برانگیخته دستگاه است و این روند به همین ترتیب ادامه می‌یابد.

مسئله نمونه ۴۰-۳

هفت الکترون در حصار مربعی مسئله نمونه ۳۹-۵ محبوس شده‌اند. این حصار، یک چاه پتانسیل نامتناهی دو بعدی با پهناهای $L_x = L_y = L$ است (شکل ۳۹-۱۳). فرض کنید که الکترون‌ها به طور الکتریکی با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند. (الف) پیکربندی الکترونی حالت پایه دستگاه هفت الکترونی چیست؟

جدول ۴۰-۲

پیکربندی حالت پایه و انرژی‌ها

انرژی*	m_s	n_y	n_x
۸	$-\frac{1}{2}$	۲	۲
۵	$+\frac{1}{2}$	۱	۲
۵	$-\frac{1}{2}$	۱	۲
۵	$+\frac{1}{2}$	۲	۱
۵	$-\frac{1}{2}$	۲	۱
۲	$+\frac{1}{2}$	۱	۱
۲	$-\frac{1}{2}$	۱	۱
مجموع ۳۲			

* مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$

(ب) انرژی کل دستگاه هفت الکترونی در حالت پایه‌اش برحسب $\hbar^2 / 8mL^2$ چقدر است؟

نکته‌های کلیدی انرژی کل E_{gr} دستگاه در حالت پایه‌اش مجموعی از انرژی الکترونیهای مجزا در پیکربندی حالت پایه دستگاه است. انرژی هر الکترون را می‌توان از جدول ۴۰-۱، که بخشی از آن دوباره در جدول ۴۰-۲ آمده است، یا از شکل ۴۰-۱۳ ت به دست آورد. چون دو الکترون در نخستین (پایینترین) تراز، چهار الکترون در دومین تراز، و یک الکترون در سومین تراز قرار دارند، خواهیم داشت

$$E_{gr} = 2 \left(2 \frac{\hbar^2}{8mL^2} \right) + 4 \left(5 \frac{\hbar^2}{8mL^2} \right) + 1 \left(8 \frac{\hbar^2}{8mL^2} \right) = 32 \frac{\hbar^2}{8mL^2} \quad (\text{پاسخ})$$

(پ) چه مقدار انرژی باید به این دستگاه داده شود تا به نخستین حالت برانگیخته‌اش پرش کند؟ انرژی این حالت چقدر است؟

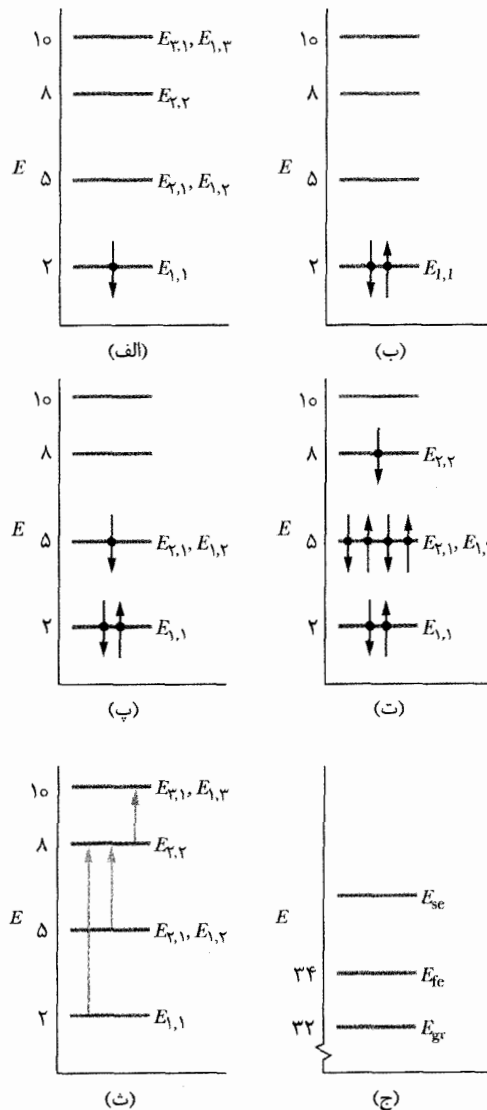
نکته‌های کلیدی

۱. اگر دستگاه برانگیخته شود، یکی از هفت الکترون در نمودار تراز-انرژی تک الکترونی شکل ۴۰-۱۳ ت باید پرش کوانتومی کند.

۲. اگر این جهش رخ دهد، تغییر انرژی ΔE الکترون (و بنابراین دستگاه) باید $E_{\text{پایین}} - E_{\text{بالا}} = \Delta E$ (معادله ۴۰-۵) باشد که در آن $E_{\text{پایین}}$ انرژی تراز است که پرش از آن شروع و $E_{\text{بالا}}$ انرژی تراز است که جهش به آن ختم می‌شود.

۳. اصل طرد پاولی باید کماکان به کار گرفته شود؛ به ویژه یک الکترون نمی‌تواند به تراز است که کاملاً اشغال شده است پرش کند.

شکل ۴۰-۱۳ تمام هفت الکترون را روی نمودار تراز-انرژی تک الکترون نشان می‌دهد. اکنون هفت الکترون در حصار داریم که پیکربندی آنها برای پایینترین انرژی از اصل طرد پاولی تبعیت می‌کند. پیکربندی حالت پایه دستگاه در شکل ۴۰-۱۳ نمایش داده شده و در جدول ۴۰-۲ فهرست شده است.



شکل ۴۰-۱۳ (الف) نمودار تراز-انرژی برای الکترون واقع در یک حصار مربعی به اضلاع L . (انرژی E مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$ است). یک الکترون با اسپین پایین، پایینترین تراز را اشغال می‌کند. (ب) دو الکترون (یکی با اسپین پایین و دیگری با اسپین بالا) پایینترین تراز تک الکترونی نمودار تراز-انرژی را اشغال می‌کنند. (پ) الکترون سوم، تراز بعدی را اشغال می‌کند. (ت) پیکربندی حالت پایه دستگاه برای کل هفت الکترون. (ث) سه گذار محتمل برای دستگاه هفت الکترونی به اولین حالت برانگیخته آن. (ج) نمودار تراز-انرژی دستگاه برای سه پایینترین انرژی کل دستگاه (برحسب مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$).

نیز بستگی دارد. حلهای معادله شرودینگر برای اتمهای چند الکترونی را می توان- دست کم در اصول- با استفاده از یک رایانه به طور عددی به انجام رساند.

همانطور که در بخشهای ۳۹-۹ و ۴۰-۳ مطرح کردیم، همه حالاتها با مقادارهای یکسان عددهای کوانتومی n و ℓ تشکیل یک زیر لایه می دهند. برای یک مقدار معین ℓ ، تعداد $2\ell+1$ مقدار ممکن برای عدد کوانتومی مغناطیسی m_ℓ ، و برای هر m_ℓ ، دو مقدار ممکن برای عدد کوانتومی اسپینی m_s وجود دارد. بنابراین، تعداد $2(2\ell+1)$ حالت در یک زیرلایه وجود دارد. از اینجا نتیجه می شود که همه حالاتها در یک زیرلایه معین دارای انرژی یکسانی هستند که مقدار آن عمدتاً با مقدار n و به میزان کمتری با مقدار ℓ تعیین می شود.

به منظور مشخص کردن زیر لایه ها، مقادارهای ℓ با حروف نشان داده می شوند:

$$\ell = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad \dots$$

$$s \quad p \quad d \quad f \quad g \quad h \quad \dots$$

مثلاً، زیرلایه با $n=3$ و $\ell=2$ ، با زیرلایه $3d$ نشان داده می شود.

وقتی الکترونها را به حالتی در یک اتم چند الکترونی اختصاص می دهیم، باید اصل طرد پاولی (بخش ۴۰-۷) را مد نظر قرار دهیم؛ یعنی، هیچ دو الکترونی در یک اتم نمی توانند دارای مجموعه عددهای کوانتومی n ، ℓ ، m_ℓ و m_s یکسانی باشند. اگر این اصل مهم برقرار نبود، همه الکترونها در هر اتمی می توانستند به پایستترین تراز انرژی آن اتم پرش کنند، که این موجب نابودی ویژگیهای شیمیایی اتمها و مولکولها، و نیز نابودی حیات شیمیایی و خود ما می شد. حال اتمهای چند عنصر را بررسی می کنیم تا دریابیم که چگونه اصل طرد پاولی در بنا کردن جدول تناوبی به کار می آید.

نئون

اتم نئون دارای ۱۰ الکترون است. فقط دو تا از این الکترونها در زیرلایه پایستترین انرژی، زیرلایه $1s$ ، قرار دارند. هر دو این الکترونها دارای $n=1$ و $\ell=0$ و $m_\ell=0$ هستند، ولی یکی از آنها دارای $m_s=+\frac{1}{2}$ و دیگری دارای $m_s=-\frac{1}{2}$ است. زیر لایه $1s$ شامل $2[2(0)+1]=2$ حالت است. چون این زیرلایه شامل همه الکترونهاست که بنا بر اصل طرد پاولی مجاز هستند، گفته می شود که این زیر لایه بسته است.

دو تا از هشت الکترون باقیمانده، پایستترین زیر لایه انرژی بعدی، زیر لایه $2s$ ، را پر می کنند. بقیه شش الکترون، زیرلایه $2p$ را به طور کامل پر می کنند که با $\ell=1$ ، $2[2(1)+1]=6$ حالت دارد.

در یک زیرلایه بسته، همه تصویرهای z مجاز بردار اندازه حرکت زاویه ای مداری \vec{L} وجود دارند، و همانطور که از شکل

اولین حالت برانگیخته انرژی: حال سه پرش نشان داده شده در شکل ۴۰-۱۳ را در نظر می گیریم؛ چون همه این پرشها به حالتی خالی یا اشغال شده جزئی صورت می پذیرند، از لحاظ اصل طرد پاولی مجاز هستند. در یکی از این پرشهای ممکن، الکترون از تراز $E_{1,1}$ به تراز اشغال شده جزئی $E_{2,2}$ پرش می کند. تغییر انرژی برابر است با

$$\Delta E = E_{2,2} - E_{1,1} = 8 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} - 2 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} = 6 \frac{h^2}{\Lambda m L^2}$$

(فرض می کنیم که سمتگیری اسپین الکترون که موجب پرش می شود، می تواند بنا بر نیاز تغییر کند).

در پرشهای ممکن دیگر در شکل ۴۰-۱۳، یک الکترون از تراز واگن $E_{1,1}$ و $E_{2,2}$ به تراز اشغال شده جزئی $E_{2,2}$ پرش می کند. تغییر انرژی برابر است با

$$\Delta E = E_{2,2} - E_{1,1} = 8 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} - 5 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} = 3 \frac{h^2}{\Lambda m L^2}$$

در سومین پرش ممکن در شکل ۴۰-۱۳، الکترون از تراز $E_{2,2}$ به تراز اشغال نشده واگن $E_{3,3}$ و $E_{3,1}$ پرش می کند. تغییر انرژی برابر است با

$$\Delta E = E_{3,3} - E_{2,2} = 10 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} - 8 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} = 2 \frac{h^2}{\Lambda m L^2}$$

از این سه پرش ممکن، کمترین تغییر انرژی ΔE مورد نیاز، برای اولین آنها از همه بیشتر است. می توانستیم پرشهای حتی محتملتری را نیز در نظر بگیریم، ولی همه آنها به انرژی بیشتری نیاز دارند. بنابراین، برای آنکه دستگاه از حالت پایه اش به نخستین حالت برانگیخته اش پرش کند، الکترون در تراز $E_{2,2}$ باید به تراز واگن $E_{3,3}$ و $E_{3,1}$ که اشغال نشده است پرش کند و از این رو، انرژی مورد نیاز چنین می شود

$$\Delta E = 2 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} \quad (\text{پاسخ})$$

آنگاه انرژی E_{fe} نخستین حالت برانگیخته دستگاه برابر است با

$$E_{\text{fe}} = E_{\text{gr}} + \Delta E$$

$$= 32 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} + 2 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} = 34 \frac{h^2}{\Lambda m L^2} \quad (\text{پاسخ})$$

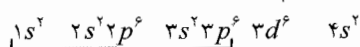
می توانیم این انرژی و انرژی E_{gr} حالت پایه دستگاه را روی یک نمودار تراز- انرژی، همان گونه که در شکل ۴۰-۱۳ ج نشان داده شده است، نمایش دهیم.

۴۰-۹ بنا کردن جدول تناوبی

چهار عدد کوانتومی n ، ℓ ، m_ℓ و m_s حالاتهای کوانتومی الکترونهای منفرد را در یک اتم چند الکترونی مشخص می کنند. ولی، تابعهای موج این حالاتها همان تابعهای موج برای حالاتهای مربوط به اتم هیدروژن نیستند، زیرا در اتمهای چند الکترونی انرژی پتانسیل وابسته به یک الکترون معین نه تنها به بار و مکان هسته اتم، بلکه به بارها و مکانهای همه الکترونهای دیگر در اتم

آهن

آرایش ۲۶ الکترون اتم آهن را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

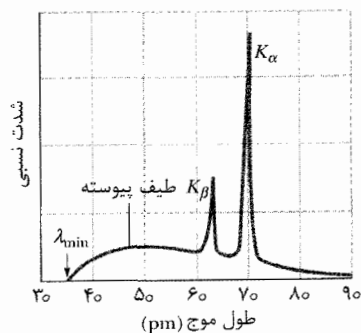


زیرلایه‌ها به ترتیب عددی فهرست شده‌اند و، بنا بر قرارداد، شاخص بالا تعداد الکترون‌ها در هر زیرلایه را به دست می‌دهد. از جدول ۱-۴۰ می‌توان دریافت که زیرلایه s ($\ell=0$) می‌تواند ۲ الکترون، زیرلایه p ($\ell=1$) می‌تواند ۶ الکترون، و زیرلایه d ($\ell=2$) می‌تواند ۱۰ الکترون داشته باشد. در نتیجه، نخستین ۱۸ الکترون آهن پنج زیرلایه پر شده را تشکیل می‌دهند که در بالا با خطی مشخص شده است، و ۸ الکترون باقی می‌مانند. شش تا از این ۸ الکترون به زیرلایه $3d$ ، و دو الکترون باقیمانده به زیرلایه $4s$ می‌روند.

دلیل اینکه دو الکترون آخر نیز به زیرلایه $3d$ نمی‌روند (که می‌تواند ۱۰ الکترون را در خود جای دهد) این است که کلاً پیکربندی $3d^6 4s^2$ به حالتی با انرژی پایتتر نسبت به پیکربندی $3d^8$ برای اتم می‌انجامد. یک اتم آهن با ۸ الکترون (به جای ۶ الکترون) در زیرلایه $3d$ ، با گسیل تابش الکترومغناطیسی، به سرعت به پیکربندی $3d^6 4s^2$ گذار انجام می‌دهد. نتیجه آموزنده این است که به جز برای ساده‌ترین عناصر، حالتها ممکن است به آن ترتیبی که ما تصور می‌کنیم "منطقی" است، پر نشوند.

۴۰-۱۰ پرتوهای x و ترتیب عناصر

وقتی یک هدف جامد، از قبیل مس یا تنگستن جامد، با الکترونیایی که انرژی جنبشی آنها در گستره کیلوالکترون-ولت است بمباران شود، تابشی الکترومغناطیسی گسیل شده پرتو x نامیده می‌شود. دلیل آنکه در اینجا به این پرتوها- که سودمندی آنها در پزشکی، دندانپزشکی، و صنعت به خوبی شناخته شده و گسترش یافته است- می‌پردازیم آن است که می‌توانند درباره



شکل ۴۰-۱۴ توزیع طول موج پرتوهای x ایجاد شده، هنگامی که الکترونهای ۳۵ keV به یک هدف مولیبدن برخورد می‌کنند. طیف پیوسته و قله‌های تیز برآمده در آن، با سازوکارهای مختلفی ایجاد شده‌اند.

۴۰-۵ برمی‌آید، این تصویرها برای این زیرلایه کلاً خنثی می‌شوند؛ زیرا برای هر تصویر مثبت، یک تصویر منفی متناظر با همان بزرگی وجود دارد. به همین ترتیب، تصویرهای z اندازه حرکت‌های زاویه‌ای اسپینی نیز خنثی می‌شوند. بنابراین، یک زیرلایه بسته هیچ نوع اندازه حرکت زاویه‌ای و گشتاور مغناطیسی ندارد. افزون بر این، چگالی احتمال آن تقارن کروی دارد. از این رو، نئون با سه زیرلایه بسته‌اش ($1s$ ، $2s$ و $2p$) هیچ "الکترون نامقید سستی" ندارد که بتواند با سایر اتمها برهم‌کنش شیمیایی داشته باشد. نئون، مانند سایر گازهای بی اثر که ستون سمت راست جدول تناوبی را تشکیل می‌دهند، تقریباً از لحاظ شیمیایی بی اثر است.

سدیم

پس از نئون در جدول تناوبی، سدیم با ۱۱ الکترون قرار دارد. ده تا از این الکترون‌ها، مغزی شبه نئونی بسته‌ای را تشکیل می‌دهند، که همانطور که دیدیم دارای اندازه حرکت زاویه‌ای صفر است. الکترون باقیمانده کاملاً در بیرون این مغزی بی اثر، در زیرلایه $3s$ که پایتترین زیرلایه انرژی بعدی است قرار دارد. چون این الکترون ظرفیت سدیم در حالت $\ell=0$ قرار دارد (یعنی، حالت s با استفاده از روش نمادگذاری بالا)، اندازه حرکت زاویه‌ای و گشتاور دوقطبی مغناطیسی سدیم باید کاملاً ناشی از اسپین این تک الکترون باشد.

سدیم به‌سادگی با سایر اتمهایی که دارای یک "تهی‌جا" هستند، و الکترون ظرفیت سدیم که به سستی به آن مقید شده می‌تواند در آن جا بگیرد، ترکیب می‌شود. سدیم، مانند سایر فلزهای قلیایی که ستون سمت چپ جدول تناوبی را تشکیل می‌دهند، از لحاظ شیمیایی فعال است.

کلر

اتم کلر که دارای ۱۷ الکترون است، دارای یک مغزی شبه نئونی ۱۰ الکترونی بسته همراه با ۷ الکترون در بیرون آن است. دو تا از این ۷ الکترون، زیرلایه $3s$ را پر می‌کنند و پنج الکترون باقیمانده در زیرلایه $3p$ قرار دارند که زیرلایه بعدی با پایتترین انرژی است. این زیرلایه که برای آن $\ell=1$ است می‌تواند دارای $6 = 2[2\ell(0) + 1]$ الکترون باشد، و از این رو یک تهی‌جا، یا "حفره" در این زیرلایه وجود دارد.

کلر پذیرنده برهم‌کنش با سایر اتمهایی است که دارای یک الکترون ظرفیت هستند و می‌توانند این حفره را پر کنند. مثلاً سدیم کلراید (NaCl) ترکیب بسیار پایدار است. کلر، مانند سایر هالوژنها که ستون VIIA جدول تناوبی را می‌سازند، از لحاظ شیمیایی فعال است.

برخورد رو در رو با اتم هدف از دست می‌دهد. لزوماً تمام این انرژی به صورت انرژی یک فوتون پدیدار می‌شود، که طول موج وابسته به آن، کمترین طول موج ممکن پرتو x ، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$K_0 = hf = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

یا

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_0} \quad (\text{طول موج قطع}) \quad (۲۳-۴۰)$$

طول موج قطع کلاً مستقل از ماده هدف است. مثلاً اگر هدف مولیبدن را با هدف مسی جایگزین کنیم، همه ویژگیهای طیف پرتو x شکل ۴۰-۱۴، به جز طول موج قطع، تغییر خواهند کرد.

✓ **نکته واریسی ۲** اگر (الف) انرژی جنبشی الکترونیایی را که با هدف پرتو x برخورد می‌کنند، افزایش دهیم، (ب) الکترونها را به جای برخورد با یک قطعه ضخیم به یک ورقه نازک برخورد دهیم، (پ) هدف را با عنصری با عدد اتمی بزرگتر جایگزین کنیم، آیا طول موج قطع λ_{\min} طیف پرتو x پیوسته افزایش می‌یابد یا کاهش یا ثابت می‌ماند؟

مسئله نمونه ۴۰-۴

از برخورد باریکه الکترونیهای $۳۵/۰ \text{ keV}$ با هدف مولیبدن، پرتوهای x ایجاد می‌شوند که طیف آنها در شکل ۴۰-۱۴ نشان داده شده است. طول موج قطع چقدر است؟

نکته کلیدی طول موج قطع λ_{\min} مربوط به الکترون است که (تقریباً) همه انرژی آن به یک فوتون پرتو x منتقل می‌شود، و بدین ترتیب فوتونی با بیشترین بسامد ممکن و کمترین طول موج ممکن ایجاد می‌شود.

محاسبه‌ها: از معادله ۴۰-۲۳ داریم

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_0} = \frac{(4/14 \times 10^{-15} \text{ eV.s})(3/00 \times 10^8 \text{ m/s})}{35/0 \times 10^3 \text{ eV}} \\ = 3/55 \times 10^{-11} \text{ m} = 35/5 \text{ pm} \quad (\text{پاسخ})$$

طیف مشخصه پرتو x

اکنون توجه خود را به دو قله شکل ۴۰-۱۴، که با K_β و K_α مشخص شده‌اند، معطوف می‌کنیم. این دو قله (و سایر قله‌هایی که در طول موجهای فراتر از گستره نشان داده شده در شکل ۴۰-۱۴ پدیدار می‌شوند) تشکیل **طیف مشخصه پرتو x ماده** هدف را می‌دهند.

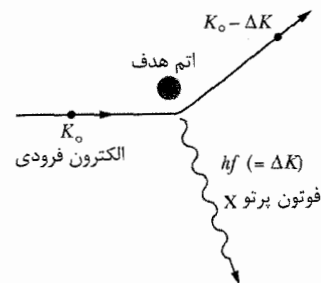
قله‌ها در یک فرایند دو مرحله‌ای ایجاد می‌شوند. (۱) یک الکترون فرودی پرنرژی به اتمی در هدف برخورد می‌کند و، در همان حالی که پراکنده می‌شود، یکی از الکترونهای واقع در عمق اتم (مقدار n کم) را می‌کند. اگر این الکترون عمقی، در لایه‌ای که با $n=1$ مشخص شده است (که بنا به دلایل تاریخی

اتمهایی که آنها را جذب یا گسیل می‌کنند چیزهایی به ما بیاموزند. شکل ۴۰-۱۴ طیف طول موج پرتوهای x را نشان می‌دهد که به هنگام فرود باریکه الکترونیهای ۳۵ keV روی هدف مولیبدن ایجاد شده است. طیف گسترده پیوسته‌ای از تابش را می‌بینیم که روی آن دو قله تیز با طول موج معین وجود دارد. طیف پیوسته و قله‌ها به روشهای مختلفی به وجود می‌آیند که بعداً به طور جداگانه به آنها خواهیم پرداخت.

طیف پرتو x پیوسته

در اینجا طیف پرتو x شکل ۴۰-۱۴ را، فعلاً با چشم‌پوشی از دو قله بارزی که از آن برآمده است، بررسی می‌کنیم. الکترونی با انرژی جنبشی اولیه K_0 را در نظر می‌گیریم که با یکی از اتمهای هدف، آنگونه در شکل ۴۰-۱۵ نشان داده شده است، برخورد (برهم‌کنش) می‌کند. این الکترون ممکن است مقداری انرژی ΔK را از دست بدهد، که به صورت انرژی یک فوتون پرتو x که از محل برخورد تابش می‌شود، پدیدار خواهد شد. (به دلیل جرم نسبتاً بزرگ اتم پسرزده شده، انرژی بسیار ناچیزی به این اتم منتقل می‌شود؛ در اینجا از این انتقال انرژی چشم‌پوشی می‌کنیم).

الکترون پراکنده شده در شکل ۴۰-۱۵، که انرژی آن اکنون کمتر از K_0 است، ممکن است با اتم هدف برخورد دومی داشته باشد و بدین ترتیب فوتون دومی ایجاد شود که انرژی آن در حالت کلی با انرژی فوتون تولید شده در برخورد اول متفاوت است. این فرایند پراکندگی الکترون می‌تواند تا هنگامی که الکترون به طور تقریبی به حالت سکون در آید، ادامه پیدا کند. همه فوتونهایی که بر اثر این برخوردها ایجاد شده‌اند بخشی از طیف پرتو x پیوسته را تشکیل می‌دهند.



شکل ۴۰-۱۵ الکترونی که با انرژی جنبشی K_0 از نزدیکی اتم هدف می‌گذرد، ممکن است یک فوتون پرتو x تولید کند؛ الکترون در این فرایند بخشی از انرژی خود را از دست می‌دهد. طیف پرتو x پیوسته به این روش ایجاد می‌شود.

ویژگی بارز طیف شکل ۴۰-۱۴، **طول موج قطع کاملاً مشخص** λ_{\min} است که پایتتر از آن، طیف پیوسته وجود ندارد. این طول موج کمینه مربوط به برخوردی است که در آن الکترون فرودی همه انرژی جنبشی اولیه K_0 خود را در

گذارهای مشخص شده K_α و K_β در شکل ۱۶-۴۰ همان گذارهایی هستند که دو قله پرتو x شکل ۱۴-۴۰ را ایجاد می‌کنند. مثلاً، خط طیفی K_α هنگامی ایجاد می‌شود که یک الکترون از لایه L ، حفرهٔ لایه K را پر کند. حرکت حفره‌ای که از لایه K در ابتدا به لایه L می‌رود، گذار نشان داده شده با پیکانهای شکل ۱۶-۴۰ را توضیح می‌دهد.

ترتیب عناصر

در سال ۱۹۱۳/۱۲۹۲، فیزیکدان انگلیسی موزلی^۱ با استفاده از آن تعداد عنصرهایی که توانست بیابد - ۳۸ تا - به عنوان هدف برای بمباران الکترونی در یک لولهٔ تخلیه شده از هوا که توسط خود او طراحی شده بود، پرتوهای x مشخصه را برای آن عناصر به دست آورد. موزلی به وسیلهٔ یک سکوی کوچک چرخدار که به طرز ماهرانه‌ای با ریسمانهایی به حرکت در می‌آمد توانست تک تک هدفها را در مسیر یک باریکهٔ الکترونی حرکت دهد. او طول موج پرتوهای x گسیل شده را با روش پراش بلور که در بخش ۳۶-۱۰ توضیح داده شد، اندازه گرفت.

آنگاه موزلی به دنبال نظم و قاعده‌ای در این طیفها، هنگامی که از یک عنصر به عنصری دیگر در جدول تناوبی می‌رفت، گشت (و در این مهم موفق شد). او بخصوص دریافت که اگر برای یک خط طیفی معین مثل K_α ، ریشهٔ مربعی بسامد f را برحسب مکان هر عنصر در جدول تناوبی رسم کند، یک خط راست به دست می‌آید. شکل ۱۷-۴۰ بخشی از داده‌های گستردهٔ او را نشان می‌دهد. نتیجه‌گیری موزلی چنین بود:

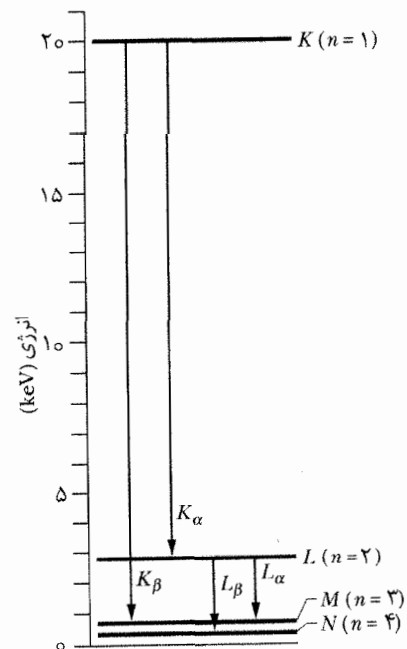
اکنون نشانه‌ای بر وجود یک کمیت بنیادی در اتم داریم، که وقتی از عنصری به عنصر بعدی می‌رویم به طور نظام‌مندی افزایش می‌یابد. این کمیت فقط می‌تواند بار روی هستهٔ مرکزی باشد.

در نتیجهٔ کار موزلی، طیف پرتو x مشخصه‌ای، مشخصهٔ پذیرفته شدهٔ جهانی برای یک عنصر شد و بدین ترتیب حل تعدادی از معماهای جدول تناوبی ممکن گردید. تا پیش از آن زمان (۱۹۱۳)، مکان عناصر در جدول به ترتیب جرم اتمی آنها مشخص می‌شد، اگر چه برای چندین جفت عنصر، به دلیل الزامات ناشی از شواهد شیمیایی لازم بود که این ترتیب وارونه شود؛ موزلی نشان داد که این بار هسته‌ای (یعنی، عدد اتمی Z) است که مبنای واقعی برای ترتیب عناصر است.

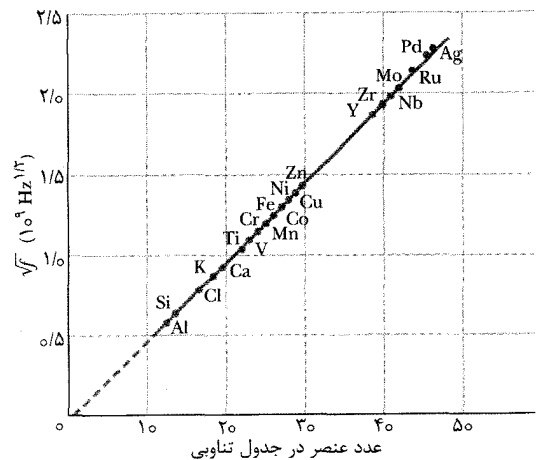
در سال ۱۹۱۳/۱۲۹۲، جدول تناوبی چند خانهٔ خالی داشت، و چندین ادعای شگفت‌انگیز برای عناصر جدید پیشنهاد داده شده بود. طیف پرتو x آزمونی قاطع برای چنین ادعاهایی بود. عناصری لاتانید که اغلب عناصرهای خاکی نادر نامیده می‌شوند، فقط به طور ناقص مرتب شده بودند و به دلیل

لایهٔ K نامیده می‌شود) واقع باشد، آنگاه یک تهی‌جا، یا حفره، در این لایه بر جای می‌ماند. (۲) الکترونی واقع در یکی از لایه‌های با انرژی بالاتر به لایهٔ K پرش می‌کند و بدین ترتیب حفرهٔ این لایه را پر می‌کند. در حین این پرش، اتم یک فوتون پرتو x مشخصه را گسیل می‌کند. اگر الکترونی که تهی‌جای لایهٔ K را پر می‌کند از لایهٔ $n=2$ (موسوم به لایهٔ L) باشد، تابش گسیل شده خط K_α در شکل ۱۴-۴۰ است؛ اگر از لایهٔ $n=3$ (موسوم به لایهٔ M) پرش کند، خط K_β را ایجاد می‌کند، و نظایر آن. حفرهٔ به جای مانده در لایهٔ L یا M با الکترونی باز هم دورتر در اتم پر خواهد شد.

در مطالعهٔ پرتوهای x، آسانتر آن است که به جای در نظر گرفتن تغییرات حالت کوانتومی الکترونهايي که برای پر کردن حفره پرش می‌کنند، مسیری را پی بگیریم که در آن یک حفره در عمق "ابر الکترونی" اتم ایجاد می‌شود. شکل ۱۶-۴۰ دقیقاً همین کار را انجام می‌دهد؛ این شکل، یک نمودار تراز-انرژی برای مولیبدن است، عنصری که شکل ۱۴-۴۰ مربوط به آن است. خط پایهٔ $(E=0)$ اتم خنثی را در حالت پایه‌اش نشان می‌دهد. ترازى که با K ($E=20\text{ keV}$) مشخص شده است، نشان‌دهندهٔ انرژی اتم مولیبدن با حفره‌ای در لایهٔ K آن، و ترازى که با L (در $E=2.7\text{ keV}$) مشخص شده است، نشان‌دهندهٔ این اتم با حفره‌ای در لایهٔ L آن است، و نظایر آن.



شکل ۱۶-۴۰ نمودار تراز-انرژی ساده شده‌ای برای اتم مولیبدن، که گذارهایی (از حفره‌ها به جای الکترونها) را نشان می‌دهد که برخی از پرتوهای x مشخصهٔ آن عنصر را به دست می‌دهد. هر خط افقی نشان دهندهٔ انرژی اتم با یک حفره (الکترون از دست رفته) در لایهٔ مشخص شده است.



شکل ۴۰-۱۷ نمودار موزلی برای خط K_{α} طیفهای پرتو x مشخصه‌ای ۲۱ عنصر. بسامد از روی طول موج اندازه‌گیری شده محاسبه شده است.

ویژگیهای شیمیایی مشابه، مرتب کردن آنها دشوار بود. وقتی کار موزلی گزارش شد، این عناصرها به طور دقیقی مرتب شدند. در سالهای پس از آن، هنگامی که تعداد عناصرهای بعد از اورانیوم برای مطالعه طیف پرتو x مجزایشان به حد کافی قابل دسترس شدند، شناسایی این عناصرها به دقت و بدون هیچ مجادله‌ای صورت پذیرفت.

مشکل نیست که دریابیم چرا طیف پرتو x مشخصه‌ای، چنین نظام‌مندیهایی مشخصی را از عنصری به عنصر دیگر نشان می‌دهد، در حالی که برای طیف نور مرئی و ناحیه نزدیک به آن چنین نیست: کلید تشخیص یک عنصر، بار روی هسته آن است. مثلاً طلا، به این دلیل طلاست که اتمهای آن دارای بار هسته‌ای $+79e$ (یعنی، $Z=79$) هستند. اتمی با یک بار بنیادی بیشتر روی هسته آن، جیوه است؛ و با یک بار بنیادی کمتر، پلاتین. الکترونهای لایه K ، که چنین نقش بزرگی را در ایجاد طیف پرتو x بازی می‌کنند، در فاصله خیلی نزدیکی به هسته قرار دارند و بنابراین، به بار آن حساس هستند. از سوی دیگر، طیف نوری، شامل گذارهایی از بیرونیترین الکترونهاست که به طور قابل ملاحظه‌ای توسط الکترونهای به جای مانده از اتم پنهان شده‌اند و بنابراین، به بار هسته‌ای حساس نیستند.

توضیح نمودار موزلی

داده‌های تجربی موزلی، که نمودار موزلی شکل ۴۰-۱۷ فقط بخشی از آن است، می‌تواند مستقیماً برای مشخص کردن جای عناصرها در جدول تناوبی به کار گرفته شود. این عمل را می‌توان حتی اگر مبنای نظری نتایج موزلی به اثبات نرسیده بود، نیز انجام داد. البته، چنین مبنایی وجود دارد.

بنابر معادله‌های ۳۹-۳۲ و ۳۹-۳۳، انرژی اتم هیدروژن برابر است با

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13/60 \text{ eV}}{n^2} \quad \text{به ازای } n=1, 2, 3, \dots \quad (40-24)$$

اکنون یکی از دو داخلی‌ترین الکترون‌ها در لایه K یک اتم چند الکترونی را در نظر می‌گیریم. به دلیل حضور الکترون دیگر در لایه K ، الکترون بار هسته‌ای مؤثر تقریبی $(Z-1)e$ را "می‌بیند" که در آن e بار بنیادی و Z عدد اتمی عنصر است. عامل e^4 در معادله ۴۰-۲۴ حاصلضرب e^2 ، مربع بار هسته‌ای هیدروژن، و $(-e)^2$ ، مربع بار الکترون، است. برای اتم چند الکترونی، می‌توان در انرژی مؤثر اتم به جای عامل e^4 در معادله ۴۰-۲۴ تقریباً $(-e)^2 \times e^2 (Z-1)^2$ یا $e^4 (Z-1)^2$ را قرارداد. از آنجا داریم

$$E_n = -\frac{(13/60 \text{ eV})(Z-1)^2}{n^2} \quad (40-25)$$

دیدیم که فوتون پرتو x خط K_{α} (با انرژی hf) هنگامی ایجاد می‌شود که یک الکترون، گذاری از لایه L (با $n=2$) و انرژی E_2 به لایه K (با $n=1$) و انرژی E_1 انجام دهد. در نتیجه، با استفاده از معادله ۴۰-۲۵، تغییر انرژی را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_2 - E_1 \\ &= \frac{-(13/60 \text{ eV})(Z-1)^2}{2^2} - \frac{-(13/60 \text{ eV})(Z-1)^2}{1^2} \\ &= (10/2 \text{ eV})(Z-1)^2 \end{aligned}$$

آنگاه بسامد f خط K_{α} چنین می‌شود

$$\begin{aligned} f &= \frac{\Delta E}{h} = \frac{(10/2 \text{ eV})(Z-1)^2}{(4/14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})} \\ &= (2/46 \times 10^{15} \text{ Hz})(Z-1)^2 \end{aligned} \quad (40-26)$$

با گرفتن ریشه مربعی از دو طرف این معادله، خواهیم داشت

$$\sqrt{f} = CZ - C \quad (40-27)$$

که در آن C یک ثابت $(=4/96 \times 10^7 \text{ Hz}^{1/2})$ است. معادله ۴۰-۲۷، معادله یک خط راست است و نشان می‌دهد که اگر ریشه مربعی بسامد خط طیفی K_{α} پرتو x را برحسب عدد اتمی Z رسم کنیم، باید یک خط راست به دست آید. همان گونه که شکل ۴۰-۱۷ نشان می‌دهد، این دقیقاً همان است که موزلی به دست آورد.

مسئله نمونه ۴۰-۵

یک هدف کبالت با الکترون‌ها بمباران شده، و طول موجهای طیف پرتو x مشخصه آن اندازه‌گیری می‌شود. همچنین یک طیف مشخصه ضعیفتر وجود دارد که ناشی از ناخالصی در کبالت است. طول موجهای خطهای K_{α} عبارت‌اند از $178/9 \text{ pm}$ (کبالت) و $143/5 \text{ pm}$ (ناخالصی)، و عدد پروتونی کبالت $Z_{\text{Co}} = 27$ است. با استفاده از فقط این داده‌ها، ناخالصی را تعیین کنید.

نکته کلیدی طول موجهای خطهای K_{α} ، هم برای کبالت (Co) و هم برای ناخالصی (X) روی یک نمودار موزلی K_{α} می‌افتند، و معادله ۴۰-۲۷، معادله‌ای برای این نمودار است.

محاسبه‌ها: با قرار دادن c/λ به جای f در این معادله خواهیم داشت

باریکه بسیار بیشتر از واگرایی نور لیزر است. هر نقطه روی رشته یک لامپ معمولی، باریکه مجزای خودش را تشکیل می دهد، و واگرایی زاویه ای کل باریکه مرکب به اندازه رشته بستگی دارد.

۴- نور لیزر می تواند شدیداً کانونی شود. اگر دو باریکه نور، مقدار انرژی یکسانی را منتقل کنند، آن باریکه ای که بتواند در نقطه کوچکتري کانونی شود، شدت بیشتری در آن نقطه خواهد داشت. برای نور لیزر، نقطه کانونی شده می تواند آنقدر کوچک باشد که شدت 10^{12} W/cm^2 به سادگی به دست آید. در مقابل، شعله اکسید استیلن دارای شدتی حدود فقط 10^3 W/cm^2 است.

لیزرها دارای کاربردهای زیادی هستند

کوچکترین لیزرها که برای تراگیل صدا و داده ها در تارهای نوری به کار می روند، به عنوان محیط فعال دارای یک بلور نیم رسانا با اندازه های حدود سر یک سوزن هستند. چنین لیزرهایی به این کوچکی می توانند توانی حدود 200 mW را تولید کنند. بزرگترین لیزرها که برای پژوهشهای همجوشی هسته ای و برای کاربردهای نجومی و نظامی به کار گرفته می شوند، به اندازه یک ساختمان بزرگ هستند. بزرگترین نوع چنین لیزرهایی، می توانند تپهای کوتاهی از نور لیزر با توانی حدود 10^{14} W ، در حین تپ، تولید کنند. این چند صد برابر بزرگتر از کل ظرفیت تولید توان الکتریکی در کشور امریکا است. برای جلوگیری از قطع موقت در حین تپ، انرژی مورد نیاز برای هر تپ با آهنگ پایایی در حین بازه نسبتاً طولانی تپ ذخیره می شود.



شکل ۴۰-۱۸ سر بیمار به وسیله لیزر روشن و مشاهده می شود تا برای جراحی روی مغز آماده شود. در حین جراحی، تصویر ایجاد شده توسط لیزر از سر روی مدل مغز نشان داده شده روی نمایشگر قرار داده می شود تا تیم جراحی را برای انجام عمل هدایت کند.

با تقسیم معادله دوم بر معادله اول، C به سادگی حذف می شود و چنین به دست می آید

$$\sqrt{\frac{c}{\lambda_{Co}}} = CZ_{Co} - C \quad \text{و} \quad \sqrt{\frac{c}{\lambda_X}} = CZ_X - C$$

که با قرار دادن داده های مسئله، خواهیم داشت

$$\sqrt{\frac{178/9 \text{ pm}}{\lambda_X}} = \frac{Z_X - 1}{27 - 1}$$

با حل آن برای مجهول Z_X ، داریم

$$Z_X = 30/0 \quad (\text{پاسخ})$$

با نگاهی به جدول تناوبی در می یابیم که ناخالصی از جنس روی است. توجه کنید که با مقدار بزرگتر Z از کبالت، روی مقدار کوچکتري از خط K_α دارد.

۴۰-۱۱ لیزرها و نور لیزر

در اوایل دهه ۱۹۶۰/۱۳۴۰، فیزیک کوانتومی یکی از چندین سهم خود را به فناوری ادا کرد: لیزر. نور لیزر، همچون نور حاصل از یک لامپ معمولی، به هنگام گذار اتمها از یک حالت کوانتومی به حالتی کوانتومی با انرژی پایتتر، گسیل می شود. ولی در لیزر، برخلاف چشمه های نوری دیگر، اتمها برای تولید نوری با چندین مشخصه ویژه، با هم عمل می کنند. این مشخصه های ویژه عبارت اند از:

۱. نور لیزر بسیار تکفام است. نور حاصل از یک لامپ التهابی معمولی در محدوده پیوسته ای از طول موجها گسترده است و یقیقناً تکفام نیست. البته، تابش حاصل از یک لامپ نئون با تقریب ۱ بخش در 10^6 تکفام است، ولی تیزی معرف نور لیزر می تواند بسیار بزرگتر، به مقدار ۱ بخش در 10^{15} ، باشد.

۲. نور لیزر بسیار هم دوس است. موجهای بلند مجزا (قطارهای موج) در نور لیزر می توانند به طول چندین کیلومتر باشند. وقتی دو باریکه جدا از هم که چنین مسافتهایی را در دو مسیر جداگانه طی کرده اند، دوباره ترکیب شوند، آنها منشاء مشترک خود را "به یاد می آورند" و می توانند نقش فریزهای تداخلی را تشکیل دهند. طول هم دوسی مربوط به قطارهای موج گسیل شده از یک لامپ معمولی، نوعاً کمتر از یک متر است.

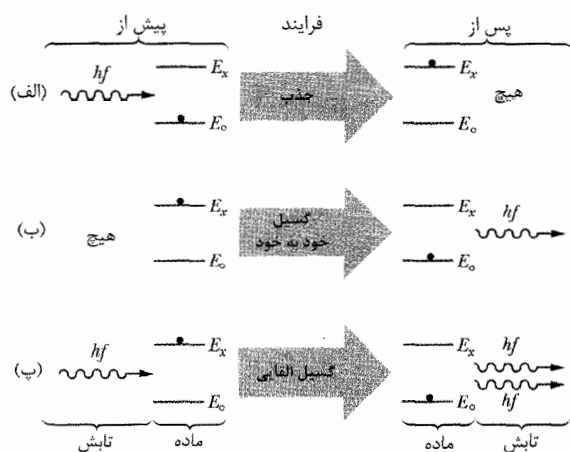
۳. نور لیزر بسیار جهتمند است. یک باریکه لیزر خیلی کم پخش می شود؛ انحراف آن از موازی بودن کامل فقط ناشی از پراش در روزنه خروجی لیزر است. مثلاً یک تپ لیزر که برای اندازه گیری فاصله تا ماه به کار گرفته می شود، لکه ای با قطر فقط چند متر روی سطح ماه ایجاد می کند. نور حاصل از یک لامپ معمولی را می توان با یک عدسی به صورت یک باریکه تقریباً موازی درآورد، ولی واگرایی این

۳. **گسیل القایی.** در شکل ۱۹-۴۰ پ، اتم دوباره در حالت برانگیخته‌اش قرار دارد، ولی این بار تابشی که بسامد آن با معادله ۲۸-۴۰ داده می‌شود، نیز حضور دارد. فوتونی با انرژی hf می‌تواند با تحریک اتم، آن را به حالت پایه‌اش منتقل کند؛ فرایندی که اتم در حین آن یک فوتون اضافی، که انرژی آن نیز برابر با hf است، گسیل می‌کند. این فرایند **گسیل القایی** نامیده می‌شود-گسیل **القایی** از آنرو که این گذار به وسیله یک فوتون خارجی به پا شده است. فوتون گسیل شده از هر نظر مشابه با فوتون القا کننده است. بنابراین، موجهای وابسته به این فوتونها، دارای انرژی، فاز، قطبش، و جهت حرکت یکسانی هستند.

شکل ۱۹-۴۰ پ، گسیل القایی را برای یک تک اتم نشان می‌دهد. اکنون فرض کنید که نمونه‌ای شامل تعداد زیادی اتم در تعادل گرمایی، در دمای T باشد. پیش از آنکه هر تابشی به نمونه بتابد، تعداد N_0 از این اتمها در حالت پایه خود با انرژی E_0 ، و تعداد N_x از آنها در حالت با انرژی بالاتر E_x قرار دارند. **لودویک بولتزمن**^۳ نشان داد که N_x برحسب N_0 با رابطه زیر داده می‌شود

$$N_x = N_0 e^{-(E_x - E_0)/kT} \quad (۲۹-۴۰)$$

که در آن k ثابت بولتزمن است. این معادله معقول به نظر می‌رسد. کمیت kT انرژی جنبش میانگین یک اتم در دمای T است. با افزایش دما، اتمها بیشتری- به طور میانگین- توسط اغتشاش گرمایی (یعنی، توسط برخوردهای اتم با اتم) به حالت



شکل ۱۹-۴۰ برهم کنش تابش و ماده در فرایندهای (الف) جذب، (ب) گسیل خود به خود و (پ) گسیل القایی. اتم (ماده) با نقطه مشخص شده است؛ اتم یا در حالت کوانتومی پایتیر با انرژی E در حالت کوانتومی بالاتر با انرژی E_x قرار دارد. در (الف) اتم، فوتونی با انرژی hf را از موج نوری عبوری جذب می‌کند. در (ب) اتم با گسیل فوتونی با انرژی hf ، یک موج نوری گسیل می‌کند. در (پ) موج نوری عبوری با فوتونی به انرژی hf باعث می‌شود که اتم، فوتونی را با همان انرژی گسیل کند، که این به افزایش انرژی موج نوری می‌انجامد.

برخی از کاربردهای لیزرها عبارت‌اند از خواندن رمزینه‌های روی کالاهای، ساختن و خوانش دیسکهای فشرده و DVDها، انجام انواع عملهای جراحی (تصویر آگازین این فصل و شکل ۱۸-۴۰ را ببینید)، نقشه‌برداری، برش پارچه در صنعت پوشاک (چند صد برش در آن واحد)، جوشکاری بدنه اتومبیلها، و تولید هولوگرام.

۴۰-۱۲ لیزرها چگونه کار می‌کنند

چون واژه "لیزر" ^۱ سر واژه [عبارت انگلیسی] "تقویت نور به وسیله گسیل القایی تابش" است، پس نباید از اینکه گسیل القایی کلید کار لیزر است تعجب کنید. اینشتین این مفهوم را در سال ۱۹۱۷/۱۲۹۶ معرفی کرد. اگر چه جهانیان مجبور شدند تا ۱۹۶۰/۱۳۴۹ صبر کنند تا عمل لیزر را مشاهده کنند، با این حال کارهای بنیادی برای توسعه آن از دهه‌های قبل شروع شده بود. اتمی منزوی را در نظر بگیرید که می‌تواند یا در پایستترین حالت انرژی خود (حالت پایه‌اش) که انرژی آن E_0 است، یا در حالتی با انرژی بالاتر (یک حالت برانگیخته)، که انرژی آن E_x است، قرار داشته باشد. در اینجا سه فرایندی که با آنها این اتم می‌تواند از یکی از این حالتها به حالتی دیگر گذار کند، آورده شده است:

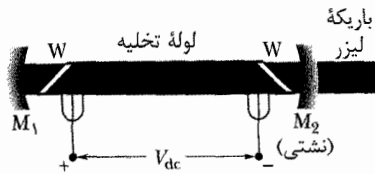
۱. **جذب.** شکل ۱۹-۴۰ الف اتمی را نشان می‌دهد که در ابتدا در حالت پایه خود قرار دارد. اگر این اتم در یک میدان الکترومغناطیسی متناوب با بسامد f قرار داده شود، این اتم می‌تواند مقدار انرژی hf را از آن میدان جذب کند و به حالتی با انرژی بالاتر منتقل شود. از اصل پایستگی انرژی داریم

$$hf = E_x - E_0 \quad (۲۸-۴۰)$$

این فرایند را جذب می‌نامیم.

۲. **گسیل خود به خود.** در شکل ۱۹-۴۰ ب، اتم در حالت برانگیخته خود قرار دارد و هیچ تابش خارجی حضور ندارد. پس از مدتی، این اتم با گسیل فوتونی با انرژی hf با گذار از این حالت به میل خود به حالت پایه‌اش برمی‌گردد. این فرایند **گسیل خود به خود** نامیده می‌شود. خود به خود از آنرو که این گذار به وسیله هیچ عامل خارجی به پا نشده است. نور حاصل از رشته یک لامپ معمولی به این طریق تولید می‌شود.

معمولاً، عمر میانگین اتمهای برانگیخته پیش از آنکه گسیل خود به خود رخ دهد، حدود 10^{-8} s است. ولی برای برخی از حالتها، شاید این عمر میانگین 10^5 بار طولانیتر باشد. چنین حالتها با عمر بلند را حالتها شبه پایدار می‌نامند؛ آنها نقش مهمی را در کارکرد لیزر بازی می‌کنند.



شکل ۴۰-۲۱ اجزای یک لیزر گازی هلیوم-نئون. پتانسیل برقرار شده V_{dc} ، الکترونها را به میان یک لوله تخلیه الکتریکی که شامل مخلوطی از گازهای هلیوم و نئون است می فرستد. الکترونها پس از آنکه با اتمهای هلیوم برخورد کردند با اتمهای نئون برخورد می کنند که این منجر به گسیل نوری در امتداد طول لوله می شود. این نور از میان پنجره های شفاف W می گذرد و در سرتاسر لوله از آینه های M_1 و M_2 به چپ و راست بازتابیده می شود تا بدین ترتیب منجر به گسیلهای بیشتر اتم نئون شود. بخشی از نور برای تشکیل باریکه لیزر از آینه M_2 خارج می شود.

انرژی حالت E_p هلیوم ($20/61\text{eV}$) به انرژی حالت E_p نئون ($20/66\text{eV}$) بسیار نزدیک است. بنابراین، وقتی یک اتم هلیوم در حالت شبه پایدار (E_p) به یک اتم نئون در حالت پایدار (E_0) برخورد کند، انرژی برانگیختگی اتم هلیوم غالباً به اتم نئون منتقل می شود، که در پی آن به حالت E_p گذار می کند. به این ترتیب، تراز E_p نئون در شکل ۴۰-۲۲ به طور فاحش دارای جمعیتی بیشتری نسبت به تراز E_1 می شود.

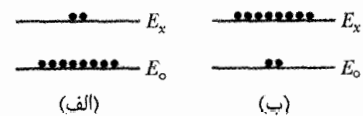
این وارونی جمعیت به طور نسبتاً ساده ای برقرار می شود، زیرا (۱) در ابتدا اساساً هیچ اتمی در حالت E_1 وجود ندارد، (۲) شبه پایداری تراز E_p هلیوم، وجود یک منبع اتمهای نئون در تراز E_p را تضمین می کند، و (۳) اتمهای نئون در تراز E_1 به سرعت (از طریق ترازهایی که نشان داده نشده است) به حالت پایه E_0 نئون فرو می افتند.

اکنون فرض کنید که در گذار یک اتم نئون از حالت E_p به حالت E_1 یک تک فوتون به طور خود به خود گسیل شود. چنین فوتونی می تواند منجر به یک گسیل القایی شود، که آن نیز به نوبه خود منجر به گسیلهای القایی دیگری می شود. از طریق چنین واکنش زنجیره ای، یک باریکه همدوس نور لیزر، که موازی با محور لوله حرکت می کند، می تواند به سرعت ایجاد شود. این نور، با طول موج $632/8\text{nm}$ (قرمز)، بر اثر بازتابهای پی در پی از آینه های M_1 و M_2 نشان داده شده در شکل ۴۰-۲۱، چندین و چند بار از میان لوله تخلیه می گذرد، و با هر عبور فوتونهای گسیل القایی بیشتری انباشته می شود. M_1 کاملاً بازتاب دهنده است، ولی M_2 کمی "تشتی" دارد، به گونه ای که بخش کوچکی از نور لیزر برای تشکیل یک باریکه خارجی قابل استفاده از آن می گریزد.

انرژی بالاتر E_x "پمپ می شوند". همچنین، چون $E_x > E_0$ است، معادله ۴۰-۲۹ ایجاب می کند که $N_x < N_0$ باشد؛ یعنی، همواره در حالت برانگیخته، اتمهای کمتری از حالت پایه وجود خواهند داشت. این آن چیزی است که توقع داریم، در صورتی که جمعیت ترازهای N_0 و N_x فقط توسط عمل اغتشاش گرمایی تعیین شده باشند. شکل ۴۰-۲۰ الف، این وضعیت را نشان می دهد.

اگر اکنون به اتمهای شکل ۴۰-۲۰ الف فوتونهایی با انرژی $E_x - E_0$ به طور فزاینده ای بتابند، این فوتونها از طریق جذب به وسیله اتمهای حالت پایه، ناپدید و فوتونهای فراوانی از طریق گسیل القایی اتمهای واقع در حالت برانگیخته، تولید می شوند. اینشتین نشان داد احتمال بر اتم این دو فرایند، یکسان است. بنابراین، به دلیل آنکه اتمهای بیشتری در حالت پایه قرار دارند، اثر خالص این دو فرایند، جذب فوتونها خواهد بود.

برای تولید نور لیزر، باید فوتونهای گسیل شده بیشتر از فوتونهای جذب شده باشد؛ یعنی، باید وضعیتی را داشته باشیم که در آن گسیل القایی غالب باشد. روش مستقیم رسیدن به چنین وضعیتی این است که مانند شکل ۴۰-۲۰ ب با اتمهای بیشتری در حالت برانگیخته نسبت به حالت پایه، شروع کنیم. ولی، چون چنین وارونی جمعیتی با تعادل گرمایی سازگار نیست، باید روشهای هوشمندانه ای را برای ایجاد و تداوم چنین وضعیتی بیندیشیم.



شکل ۴۰-۲۰ (الف) توزیع متوازن اتمها بین حالت پایه E_0 و حالت برانگیخته E_x ناشی از اغتشاش گرمایی است. (ب) با روشهای ویژه ای جمعیت وارون می شود. چنین وارونی جمعیتی برای عمل لیزر، امری اساسی است.

لیزر گازی هلیوم-نئون

شکل ۴۰-۲۱ نوعی از لیزر را که معمولاً در آزمایشگاههای دانشجویی یافت می شود، نشان می دهد. لیزری که علی جوان و همکارانش در سال ۱۹۶۱/۱۳۴۰ آن را ساختند. لوله تخلیه شده شیشه ای با مخلوط ۸۰:۲۰ از گازهای هلیوم و نئون پر شده است، که نئون محیطی است که در آن عمل لیزری رخ می دهد.

شکل ۴۰-۲۲ نمودارهای تراز-انرژی ساده شده ای را برای دو نوع اتم نشان می دهد. یک جریان الکتریکی که از میان مخلوط گازی هلیوم-نئون می گذرد، از طریق برخوردهای بین اتمهای هلیوم و الکترونهای جریان، باعث بالا رفتن بسیاری از اتمهای هلیوم به حالت E_p ، که حالتی شبه پایدار است، می شود.

را بیابیم. (۲) $E_x - E_0$ را می‌توانیم از طول موج 550 nm برای عمل لیزری بین این دو حالت به دست آوریم.

محاسبه‌ها: طول موج لیزر دست می‌دهد

$$\begin{aligned} E_x - E_0 &= hf = \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(550 \times 10^{-9} \text{ m})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} \\ &= 2.26 \text{ eV} \end{aligned}$$

برای حل معادله $30-40$ ، همچنین به انرژی میانگین اغتشاش گرمایی kT برای یک اتم در دمای اتاق (که برابر 300 K فرض می‌شود) نیاز داریم. این انرژی برابر است با

$$kT = (8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K}) = 0.0259 \text{ eV}$$

که در آن k ثابت بولتزمن است.

با قرار دادن دو نتیجه آخر در معادله $30-40$ ، نسبت جمعیت در دمای اتاق به دست می‌آید

$$N_x / N_0 = e^{-(2.26 \text{ eV}) / (0.0259 \text{ eV})}$$

$$\approx 1/3 \times 10^{-38} \quad (\text{پاسخ})$$

که این، مقدار فوق‌العاده کوچکی است. ولی، نامعقول نیست. اتمهایی با اغتشاش گرمایی برابر با فقط 0.0259 eV غالباً نمی‌توانند در یک برخورد، انرژی 2.26 eV را به اتم دیگر منتقل کنند.

(ب) برای شرایط قسمت (الف)، در چه دمایی نسبت N_x / N_0 برابر $1/2$ می‌شود؟

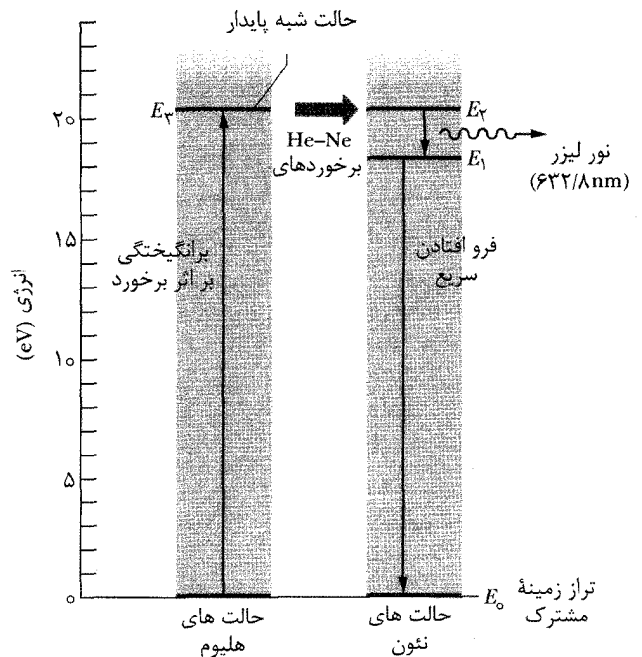
محاسبه: اکنون دمای T را به گونه‌ای می‌خواهیم که اغتشاش گرمایی که اتمهای نئون را به حد کافی به حالت انرژی بالاتر پمپ کرده است، نسبت $N_x / N_0 = 1/2$ را به دست دهد. با قرار دادن این نسبت در معادله $30-40$ ، گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف، و حل آن برای T خواهیم داشت

$$\begin{aligned} T &= \frac{E_x - E_0}{k(\ln 2)} = \frac{2.26 \text{ eV}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(\ln 2)} \\ &= 38000 \text{ K} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

این خیلی داغتر از سطح خورشید است. بدیهی است که اگر بخواهیم در این دو تراز، وارونی جمعیت رخ دهد به سازوکار مشخصی برای رسیدن به چنین وضعیتی نیاز داریم - یعنی، باید اتمها را "پمپ" کنیم. هیچ دمایی، هر قدر زیاد، به طور طبیعی وارونی جمعیت را بر اثر اغتشاش گرمایی ایجاد نخواهد کرد.

بازنگری و خلاصه درس

برخی از ویژگیهای اتمها انرژی اتمها کوانتیده است؛ یعنی، اتمها فقط دارای مقادیرهای ویژه معینی از انرژی وابسته به حالتهای کوانتومی مختلف هستند. اتمها می‌توانند با گسیل یا جذب فوتون بین حالتهای مختلف گذار پیدا کنند؛ بسامد f وابسته به آن نور با رابطه زیر داده می‌شود

$$hf = E_{\text{بالین}} - E_{\text{پایین}} \quad (1-40)$$


شکل ۲۲-۴۰ پنج تراز انرژی اساسی برای اتمهای هلیوم و نئون در یک لیزر گازی هلیوم-نئون. عمل لیزری بین ترازهای E_1 و E_2 نئون، هنگامی که اتمهای واقع در تراز E_2 بیشتر از تراز E_1 است، رخ می‌دهد.

✓ **نکته وارسی ۳** طول موج نور حاصل از لیزر A (یک لیزر گازی هلیوم-نئون) برابر با 632.8 nm ، طول موج نور حاصل از لیزر B (یک لیزر گازی کربن دی اکسید) برابر با $10.6 \mu\text{m}$ ، و طول موج نور حاصل از لیزر C (یک لیزر نیمرسانای گالیوم آرسناید) برابر با 840 nm است. این لیزرها را بنا بر بازه انرژی میان دو حالت کوانتومی که مسئول عمل لیزری است، از بزرگترین تا کوچکترین مرتب کنید.

مسئله نمونه ۶-۴۰

در لیزر هلیوم-نئون شکل $21-40$ ، عمل لیزری بین دو حالت برانگیخته اتم نئون رخ می‌دهد. ولی، در بسیاری از لیزرها، عمل لیزری (لیز کردن) بین حالت پایه و یک حالت برانگیخته، آن گونه که در شکل $20-40$ (ب) نشان داده شده است، رخ می‌دهد. (الف) چنین لیزری را در نظر بگیرید که طول موجی برابر $\lambda = 550 \text{ nm}$ گسیل می‌کند. اگر وارونی جمعیت تولید نشده باشد، نسبت جمعیت اتمها در حالت E_x به جمعیت در حالت پایه E_0 در دمای اتاق، چقدر است؟

نکته کلیدی (۱) به طور طبیعی نسبت جمعیت N_x / N_0 در دو حالت ناشی از اغتشاش گرمایی اتمهای گاز است که بنا بر معادله $29-40$ آن را می‌توان چنین نوشت

$$N_x / N_0 = e^{-(E_x - E_0) / kT} \quad (30-40)$$

برای آنکه نسبت N_x / N_0 را با استفاده از معادله $30-40$ به دست آوریم، لازم است جدایی انرژی $E_x - E_0$ بین دو حالت

دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ است که جهت آن در خلاف جهت \vec{S} است

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S} \quad (۱۰-۴۰)$$

تصویر $\mu_{s,z}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ روی یک محور دلخواه کوانتیده و قابل اندازه‌گیری است و می‌تواند مقدارهای زیر را داشته باشد

$$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B \quad (۱۳-۴۰)$$

اسپین و تشدید مغناطیسی پروتون دارای اندازه

حرکت زاویه‌ای اسپینی ذاتی \vec{S} و گشتاور دوقطبی مغناطیسی اسپینی وابسته است که همواره در همان جهت \vec{S} قرار دارد. اگر پروتون در میدان مغناطیسی \vec{B} قرار داده شود، تصویر μ_z بردار $\vec{\mu}$ روی محور z (که در امتداد جهت \vec{B} تعریف شده است) می‌تواند فقط دارای دو جهت کوانتیده باشد: موازی با \vec{B} یا پادموازی با آن. اختلاف انرژی میان این دو سمتگیری برابر با $2\mu_z B$ است. انرژی مورد نیاز فوتون برای وارونگی ناگهانی اسپینی پروتون بین این دو سمتگیری برابر است با

$$hf = 2\mu_z B \quad (۲۲-۴۰)$$

در حالت کلی، \vec{B} جمع برداری میدان خارجی \vec{B}_{ext} ایجاد شده توسط ابزار تشدید مغناطیسی و میدان داخلی \vec{B}_{int} ایجاد شده توسط اتمها و هسته‌های در برگرفته پروتون است. آشکارسازی چنین وارونگی ناگهانی اسپینی می‌تواند به طیفهای تشدید مغناطیسی هسته‌ای بیانجامد که توسط آن می‌توان مواد ویژه‌ای را شناسایی کرد.

اصل طرد پاؤلی الکترونها در اتمها و سایر تله‌ها از اصل طرد پاؤلی پیروی می‌کنند، که لازم می‌دارد هیچ دو الکترونی در یک اتم یا هر نوع تله دیگر نمی‌توانند دارای مجموعه عددهای کوانتومی یکسانی باشند.

بنا کردن جدول تناوبی عنصرها در جدول تناوبی به ترتیب افزایش عدد اتمی Z مرتب شده‌اند؛ بار هسته‌ای Ze است، و Z هم تعداد پروتونها در هسته و هم تعداد الکترونها در اتم خنثی است.

حالتهای با مقدار یکسان n تشکیل یک لایه، و آنهایی که هم مقدارهای n و هم مقدارهای l آنها یکسان است یک زیر لایه را تشکیل می‌دهند. در لایه‌ها و زیرلایه‌های بسته، که آنهایی هستند که شامل بیشترین تعداد الکترونها می‌شوند، مجموع گشتاورهای زاویه‌ای و مجموع اندازه حرکتهای مغناطیسی الکترونهای منفرد برابر با صفر است.

پرتوهای x و شماره گذاری عنصرها طیف پیوسته پرتوهای x هنگامی گسیل می‌شود که الکترونهای پر انرژی بخشی از انرژی خود را در برخورد با هسته‌های اتمی از دست بدهند. طول موج قطع λ_{min} ، طول موج گسیل شده به

که در آن $E_{\text{بالا}}$ انرژی بالاتر و $E_{\text{پایین}}$ انرژی پایتتر جفت حالتهای کوانتومی مربوط به این گذار هستند. اتمها همچنین دارای اندازه حرکتهای زاویه‌ای و گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی کوانتیده‌اند.

اندازه حرکتهای زاویه‌ای و گشتاورهای دوقطبی

مغناطیسی الکترونی که در یک اتم به تله افتاده است، دارای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری \vec{L} است که بزرگی آن با رابطه زیر داده می‌شود

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \quad (۲-۴۰)$$

که در آن ℓ عدد کوانتومی مداری (که می‌تواند مقدارهای داده شده در جدول ۱-۴۰ را داشته باشد) و ثابت "h-بار" برابر با $\hbar = h/2\pi$ است. تصویر L_z بردار \vec{L} روی محور دلخواه z ، کوانتیده و قابل اندازه‌گیری است و می‌تواند دارای مقدارهای زیر باشد

$$L_z = m_\ell \hbar \quad (۷-۴۰)$$

که در آن m_ℓ عدد کوانتومی مغناطیسی مداری است (که می‌تواند مقدارهای داده شده در جدول ۱-۴۰ را دارا باشد).

یک دوقطبی مغناطیسی، به اندازه حرکت زاویه‌ای \vec{L} الکترون در یک اتم وابسته است. این دوقطبی مغناطیسی دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ است که جهت آن در خلاف جهت \vec{L} است

$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad (۳-۴۰)$$

که در آن علامت منفی، جهت مخالف را نشان می‌دهد. تصویر $\mu_{\text{orb},z}$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری روی محور z کوانتیده و قابل اندازه‌گیری است و می‌تواند این مقدارها را داشته باشد

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_\ell \mu_B \quad (۵-۴۰)$$

که در آن μ_B مگنتون بور است

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J/T} \quad (۶-۴۰)$$

یک الکترون، چه در تله افتاده باشد و چه آزاد، دارای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی ذاتی (یا فقط اسپین) \vec{S} است که بزرگی آن با رابطه زیر داده می‌شود

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad (۹-۴۰)$$

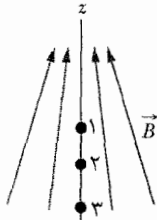
که در آن s عدد کوانتومی اسپینی الکترون و همواره برابر با $\frac{1}{2}$ است. تصویر S_z بردار \vec{S} روی محور دلخواه z کوانتیده و قابل اندازه‌گیری است و می‌تواند مقدارهای زیر را داشته باشد

$$S_z = m_s \hbar \quad (۱۲-۴۰)$$

که در آن m_s ، عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی الکترون است که می‌تواند برابر با $\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد.

یک الکترون، چه در اتم محبوس شده باشد و چه آزاد، دارای یک دوقطبی مغناطیسی ذاتی است که به اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی \vec{S} آن وابسته است. این دوقطبی مغناطیسی

۶- شکل ۲۳-۴۰ سه نقطه را نشان می‌دهد که یک الکترون اسپین- بالا می‌تواند در یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت آنها قرار گیرد (تغییرات میدان در راستای محور z است). (الف) این نقطه‌ها را بنا بر انرژی پتانسیل U گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی الکترون $\vec{\mu}_s$ ، مرتب کنید. (ب) اگر الکترون اسپین- بالا در نقطه ۲ باشد، نیروی وارد بر الکترون ناشی از میدان مغناطیسی در چه جهتی است؟



شکل ۲۳-۴۰ پرسش ۶

۷- تعیین کنید کدامیک از این عبارتها درست و کدامیک نادرست است: (الف) یکی (و فقط یکی) از این زیرلایه‌ها نمی‌تواند وجود داشته باشد: $2p$ ، $4f$ ، $3d$ ، $1p$. (ب) تعداد مقدارهای m_ℓ که مجازند فقط به ℓ بستگی دارند و به n بستگی ندارند. (پ) چهار زیرلایه با $n=4$ وجود دارد. (ت) کوچکترین مقدار n برای یک مقدار معین ℓ برابر با $\ell+1$ است. (ث) تمام حالتها با $\ell=0$ دارای $m_\ell=0$ نیز هستند. (ج) n زیر لایه برای هر مقدار n وجود دارد.

۸- از کدام اتم از هر جفت اتم زیر، کندن یک الکترون ساده‌تر است؟ (الف) کریپتون یا برم، (ب) روبیدیم یا سزیوم، (پ) هلیوم یا هیدروژن؟

۹- انرژی الکترون در (الف) اتم هیدروژن و (ب) اتم وانادیوم، به کدام عددهای کوانتومی بستگی دارد؟

۱۰- طیف پرتو x شکل ۱۴-۴۰ ناشی از برخورد الکترونها با یک هدف مولیبدن ($Z=42$) است. اگر هدف نقره ($Z=47$) را جایگزین هدف مولیبدن کنیم، آیا (الف) λ_{\min} ، (ب) طول موج خط K_α ، و (پ) طول موج خط K_β ، افزایش می‌یابد یا کاهش، یا بدون تغییر باقی می‌ماند؟

۱۱- شکل ۲۲-۴۰ قسمتی از نمودارهای تراز- انرژی را برای اتمهای هلیوم و نئون که در عمل لیزر هلیوم- نئون نقش دارند، نشان می‌دهد. گفته شده است که اتم هلیوم در حالت E_3 می‌تواند با اتم نئون در حالت پایه‌اش برخورد کند و اتم نئون را به حالت E_3 بالا ببرد. انرژی حالت E_3 هلیوم (20.61eV) نزدیک، ولی نه دقیقاً برابر با، انرژی حالت E_3 اتم نئون (20.66eV) است. اگر این دو انرژی دقیقاً برابر هم نیستند، پس چگونه انتقال انرژی می‌تواند صورت پذیرد؟

۱۲- عنصرهای کریپتون و روبیدیم را در نظر می‌گیریم. (الف) کدامیک برای استفاده در آزمایش اشترن- گلاخ از نوعی که در

هنگامی است که چنین الکترونهايي کلّ انرژی اولیه خود را در یک برخورد از دست بدهند و برابر است با

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{K_0} \quad (23-40)$$

که در آن K_0 انرژی جنبشی اولیه الکترونهايي است که به هدف بر می‌خورند.

طیف پرتو x مشخصه‌ای هنگامی به دست می‌آید که الکترونهايي پر انرژی، الکترونهايي را از عمق داخل اتم بکنند؛ وقتی یک "حفرة" به جای مانده با الکترون دورتر در اتم پر شود، یک فوتون طیف پرتو x مشخصه‌ای ایجاد می‌شود.

در سال ۱۹۱۳/۱۲۹۲، موزلی فیزیکدان انگلیسی بسامدهای پرتوهای x مشخصه‌ای حاصل از تعدادی عنصر را اندازه‌گیری کرد. او متوجه شد هنگامی که ریشه مربعی بسامد برحسب مکان عنصر در جدول تناوبی رسم شود، خط مستقیمی به دست می‌آید که نمودار موزلی شکل ۱۷-۴۰ آن را نشان می‌دهد. از اینجا موزلی نتیجه گرفت که ویژگی تعیین کننده مکان عنصر در جدول تناوبی، نه جرم اتمی آن بلکه عدد اتمی Z آن است- یعنی، تعداد پرتونها در هسته.

لیزرها و نور لیزر نور لیزر از فرایند گسیل القایی به دست می‌آید. یعنی، تابش که بسامد آن با رابطه زیر داده می‌شود

$$hf = E_x - E_0 \quad (28-40)$$

و می‌تواند باعث شود یک اتم، با گسیل فوتونی با بسامد f ، از یک تراز انرژی بالاتر (با انرژی E_x) به تراز انرژی پایینتر گذار کند. فوتون القاکننده و فوتون گسیل شده که از هر لحاظ یکسان هستند، برای تشکیل نور لیزر با هم ترکیب می‌شوند.

برای آنکه فرایند گسیل غالب شود، باید قاعدتاً یک وارونی جمعیت ایجاد شود؛ یعنی، باید اتمهای بیشتری در تراز انرژی بالاتر نسبت به تراز انرژی پایینتر وجود داشته باشد.

پرسشها

۱- الکترون در اتم جیوه در زیرلایه $3d$ قرار دارد. کدامیک از این مقدارهای m_ℓ برای آن امکان پذیر است: 3 ، -1 ، 0 ، 1 ، 2 ؟

۲- اتم اورانیوم دارای زیرلایه‌های $6p$ و $7s$ بسته است. کدام زیرلایه دارای تعداد بیشتری الکترون است؟

۳- اتم نقره دارای زیرلایه‌های $3d$ و $4d$ بسته است. کدامیک از این زیرلایه‌ها دارای تعداد الکترون بیشتری است، یا آیا تعداد آنها برابر است؟

۴- الکترونی در اتم طلا در حالتی با $n=4$ قرار دارد. کدامیک از این مقدارهای ℓ برای آن ممکن است: 3 ، 2 ، 1 ، 0 ، 4 ، 5 ؟

۵- چه تعداد (الف) زیرلایه و (ب) حالت‌های الکترونی در لایه $n=2$ قرار دارند؟ چه تعداد (پ) زیرلایه و (ت) حالت‌های الکترونی در لایه $n=5$ قرار دارند؟

۵۰- (الف) بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری در حالتی با $\ell = 3$ چقدر است؟ (ب) اندازهٔ بزرگترین تصویر آن روی محور z چقدر است؟

۶۰- چند حالت الکترونی در لایه‌های زیر قرار دارند: (الف) $n=4$ ، (ب) $n=1$ ، (پ) $n=3$ ، (ت) $n=2$ ؟

۷۰- الکترونی در اتم هیدروژن در حالتی با $\ell=5$ قرار دارد. کمترین مقدار ممکن زاویهٔ نیم کلاسیکی بین \vec{L} و L_z چقدر است؟

۸۰- چند حالت الکترونی در لایه‌ای که با عدد کوانتومی $n=5$ مشخص شده است، وجود دارد؟

۹۰۰- اگر اندازه حرکت زاویه‌ای مداری \vec{L} در امتداد، مثلاً، محور z اندازه‌گیری شود تا مقداری برای L_z به دست آید، نشان دهید که

$$(L_x^2 + L_y^2)^{1/2} = [\ell(\ell+1) - m_\ell^2]^{1/2} \hbar$$

بیشترین چیزی است که می‌توان دربارهٔ دو مؤلفهٔ دیگر اندازه حرکت زاویه‌ای مداری گفت. SSM

۱۰۰۰- الکترونی در حالتی با $n=3$ قرار دارد. (الف) تعداد مقدارهای ممکن ℓ ، (ب) تعداد مقدارهای ممکن m_ℓ ، (پ) تعداد مقدارهای ممکن m_s ، (ت) تعداد حالتها در لایهٔ $n=3$ ، و (ث) تعداد زیر لایه‌ها در لایهٔ $n=3$ چقدر است؟

۱۱۰۰- الکترونی در حالتی با $\ell=3$ قرار دارد. (الف) چه مضربی از \hbar ، بزرگی \vec{L} را به دست می‌دهد؟ (ب) چه مضربی از μ_B ، بزرگی $\vec{\mu}$ را به دست می‌دهد؟ (پ) بزرگترین مقدار ممکن m_ℓ چقدر است؟ (ت) چه مضربی از \hbar ، مقدار مربوط L_z را به دست می‌دهد؟ و (ث) چه مضربی از μ_B ، مقدار مربوط $\mu_{\text{orb},z}$ را به دست می‌دهد؟ (ج) مقدار زاویهٔ نیم کلاسیکی θ میان جهت‌های L_z و \vec{L} چقدر است؟ مقدار زاویهٔ θ برای (چ) دومین بزرگترین مقدار m_ℓ و (ح) کوچکترین (یعنی، منفی‌ترین) مقدار ممکن m_ℓ چقدر است؟ WWW SSM

۱۲۰۰۰- یک کرهٔ شناور آهنی به شعاع $R=2.0\text{mm}$ در یک میدان مغناطیسی قرار دارد. کره در ابتدا دارای گشتاور مغناطیسی نیست ولی میدان ۱۲٪ گشتاور مغناطیسی آنها را ردیف می‌کند (یعنی، ۱۲٪ از گشتاورهای مغناطیسی الکترونها با پیوند سست در کره با یک چنین الکترونی در هر اتم). گشتاور دوقطبی الکترونها که ردیف شده‌اند، گشتاور دوقطبی ذاتی کره $\vec{\mu}_s$ است. تندی زاویه‌ای ω حاصل از کره چقدر است؟

۱۳۰۰- مقدار (الف) کوچکتر و (ب) بزرگتر زاویهٔ نیم کلاسیکی بین بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی الکترون و میدان مغناطیسی را در مسئلهٔ نمونهٔ ۴۰-۱ محاسبه کنید. به خاطر داشته باشید که اندازه حرکت زاویه‌ای مداری الکترون ظرفیت در اتم نقره برابر با صفر است.

ارتباط با شکل ۴۰-۸ توضیح داده شد، مناسبتر است؟ (ب) کدامیک، یا هر دو کلاً کار نخواهد کرد؟

۱۳- خط K_α پرتو x برای هر عنصر به دلیل گذار بین لایهٔ K ($n=1$) و لایهٔ L ($n=2$) رخ می‌دهد. شکل ۴۰-۱۴، این خط را (برای یک هدف مولبدن) که در یک تک طول موج رخ داده، نشان می‌دهد. ولی، با یک توان تفکیک بالاتر، این خط به مؤلفه‌های طول موج مختلفی شکافته می‌شود، زیرا لایهٔ L دارای انرژی واحدی نیست. (الف) خط K_α دارای چند مؤلفه است؟ (ب) به همین ترتیب، خط K_β دارای چند مؤلفه است؟

۱۴- کدامیک (در صورت وجود) از این موارد برای آنکه عمل لیزری بین دو تراز انرژی یک اتم رخ دهد ضروری است؟ (الف) در تراز بالاتر، اتمهای بیشتری نسبت به تراز پایتتر وجود داشته باشد. (ب) تراز بالاتر شبه پایدار باشد. (پ) تراز پایتتر شبه پایدار باشد. (ت) تراز پایتتر، حالت پایهٔ اتم باشد. (ث) محیط عمل لیزری، یک گاز باشد.

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس).
SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها
WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.
••••• تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.
اطلاعات اضافی در سیرک پرندۀ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۴۰-۴ اندازه حرکت‌های زاویه‌ای و گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی

۱۰- الکترونی در یک اتم چند الکترونی دارای $m_\ell = +4$ است. برای این الکترون (الف) مقدار ℓ ، (ب) کوچکترین مقدار ممکن n ، و (پ) تعداد مقدارهای ممکن m_s چقدر است؟
۲۰- در زیر لایهٔ $\ell=3$ ، (الف) بزرگترین (مثبت‌ترین) مقدار m_ℓ چقدر است؟ (ب) چند حالت به ازای این بزرگترین مقدار m_ℓ وجود دارند، و (پ) تعداد کل حالت‌های موجود در این زیرلایه چقدر است؟

۳۰- (الف) چه تعداد مقدارهای ℓ به $n=3$ وابسته است؟ (ب) چه تعداد مقدارهای m_ℓ به $\ell=1$ وابسته است؟
۴۰- چند حالت الکترونی در این زیر لایه‌ها قرار دارند: (الف) $n=4$ ، $\ell=3$ ؛ (ب) $n=3$ ، $\ell=1$ ؛ (ت) $n=2$ ، $\ell=0$ ؟

بخش ۴۰-۵ آزمایش اشترن-گرلاخ

۱۴۰- فرض کنید در آزمایش اشترن-گرلاخ که برای اتمهای نقره خنثی توضیح داده شد، میدان مغناطیسی \vec{B} دارای بزرگی 0.50 T باشد. (الف) اختلاف انرژی بین سمتگیرهای گشتاور مغناطیسی اتمهای نقره در دو زیرباریکه چقدر است؟ (ب) بسامد تابشی که گذار بین این دو حالت را القا می‌کند چقدر است؟ (پ) طول موج این تابش، چقدر است، و (ت) به چه بخشی از طیف الکترومغناطیسی مربوط است؟

۱۵۰- شتاب اتم نقره هنگامی که از میان آهنربای منحرف‌کننده آزمایش اشترن-گرلاخ مسئله نمونه ۴۰-۱ می‌گذرد، چقدر است؟ SSM

۱۶۰- فرض کنید اتم هیدروژن در حالت پایه‌اش عمود بر میدان مغناطیسی قائمی که دارای گرادیان میدان مغناطیسی $dB/dz = 1.6 \times 10^5 \text{ T/m}$ است، به اندازه 8.0 cm حرکت کند. (الف) بزرگی نیرویی که این گرادیان میدان بر اثر گشتاور مغناطیسی الکترون اتم، که ۱ مگتون بور فرض می‌شود، بر اتم وارد می‌کند چقدر است؟ (ب) اگر تندی اتم برابر $1.2 \times 10^5 \text{ m/s}$ باشد، جابه‌جایی قائم اتم در طی مسافت 8.0 cm چقدر است؟

بخش ۴۰-۶ تشدید مغناطیسی

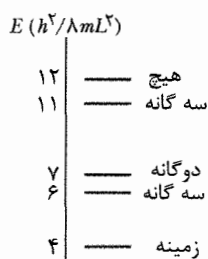
۱۷۰- طول موج وابسته به فوتونی که گذار اسپین یک الکترون از سمتگیری موازی به سمتگیری پادموازی با یک میدان مغناطیسی به بزرگی 0.250 T را القا می‌کند، چقدر است؟ فرض کنید $\ell = 0$ است. SSM

۱۸۰- اتم هیدروژن در حالت پایه‌اش به خاطر آنکه الکترون آن در میدان مغناطیسی \vec{B} پروتون (هسته) قرار گرفته است، واقعاً دارای دو تراز انرژی ممکن است که از لحاظ فضایی نزدیک هم قرار گرفته‌اند. از این‌رو، یک انرژی پتانسیل به سمتگیری گشتاور مغناطیسی $\vec{\mu}$ الکترون نسبت به \vec{B} وابسته است و گفته می‌شود الکترون در این میدان، در اسپین بالا (انرژی بالاتر) یا اسپین پایین (انرژی پایینتر) است. اگر الکترون به تراز انرژی بالاتر برانگیخته شود، می‌تواند با وارونگی ناگهانی اسپینی و گسیل یک فوتون، وانیگخته شود. طول موج وابسته به این فوتون برابر 21 cm است. (چنین فرایندی به طور گسترده در بهکشان راه شیری رخ می‌دهد، و دریافت تابشهای ۲۱ سانتی‌متری با تلسکوپهای رادیویی، مکان گاز هیدروژن در میان ابرها را آشکار می‌کند). بزرگی مؤثر \vec{B} که بر الکترون واقع در حالت پایه اتم هیدروژن اثر می‌کند، چقدر است؟

۱۹۰- در یک آزمایش NMR، چشمه RF در بسامد 34 MHz نوسان می‌کند و هنگامی که میدان مغناطیسی خارجی \vec{B}_{ext} دارای بزرگی 0.78 T است، تشدید مغناطیسی اتمهای

هیدروژن در نمونه مورد بررسی، رخ می‌دهد. فرض کنید \vec{B}_{int} و \vec{B}_{ext} هم جهت‌اند و مؤلفه μ_z گشتاور مغناطیسی پروتون برابر با $1/41 \times 10^{-26} \text{ J/T}$ است. بزرگی \vec{B}_{int} چقدر است؟

۲۰۰- شکل ۴۰-۲۴ نمودار تراز انرژی برای یک چاه پتانسیل یک‌بعدی نامتناهی خیالی با طول L است که یک الکترون است. تعداد حالت‌های واگن ترازها مشخص شده‌اند: تراز "هیچ" به معنی نبود حالت ناواگن است. (که شامل حالت پایه است). تراز "دوگانه" به معنی ۲ حالت و تراز "سه‌گانه" به معنی ۳ حالت دارد. مجموعاً ۱۱ الکترون را در چاه قرار می‌دهیم. اگر بتوان نیروی الکترواستاتیکی بین الکترون‌ها را نادیده گرفت، چه مضربی از $h^2/\lambda mL^2$ انرژی اولین حالت برانگیخته این سامانه ۱۱ الکترونی را به دست می‌دهد.



شکل ۴۰-۲۴ مسئله ۲۰

بخش ۴۰-۸ الکترونهای چندگانه در تله‌های مستطیلی

۲۱۰- هفت الکترون در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به پهنای L در تله افتاده‌اند. چه مضربی از $h^2/\lambda mL^2$ ، انرژی حالت پایه این دستگاه را به دست می‌دهد؟ فرض کنید الکترون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند، و اسپین آنها قابل چشم‌پوشی نیست.

۲۲۰- یک حصار مستطیلی به اضلاع $L_x = L$ و $L_y = 2L$ شامل هفت الکترون است. چه مضربی از $h^2/\lambda mL^2$ ، انرژی حالت پایه این دستگاه را به دست می‌دهد؟ فرض کنید الکترون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند، و اسپین آنها قابل چشم‌پوشی نیست.

۲۳۰۰- برای وضعیت مسئله ۲۱، چه مضربی از $h^2/\lambda mL^2$ ، انرژی (الف) نخستین حالت برانگیخته، (ب) دومین حالت برانگیخته، و (پ) سومین حالت برانگیخته دستگاه هفت الکترونی را به دست می‌دهد؟ (ت) یک نمودار تراز-انرژی برای پایتترین چهار تراز انرژی دستگاه رسم کنید.

۲۴۰۰- برای مسئله ۲۲، چه مضربی از $h^2/\lambda mL^2$ انرژی (الف) نخستین حالت برانگیخته، (ب) دومین حالت برانگیخته، و (پ) سومین حالت برانگیخته دستگاه هفت الکترونی را به دست می‌دهد؟ (ت) یک نمودار تراز-انرژی برای پایتترین چهار تراز انرژی دستگاه رسم کنید.

بخش ۴۰-۱۰ پرتوهای x و ترتیب عناصرها

۳۳۰- در چه اختلاف پتانسیل کمینه‌ای یک الکترون باید در یک لامپ پرتو x شتاب گیرد تا بتواند پرتوهای x با طول موج 0.100 nm تولید کند؟

۳۴۰۰- یک الکترون 20 keV بر اثر دو برخورد با هستهٔ هدفی مشابه شکل ۴۰-۱۵، به حالت سکون در می‌آید. طول موج وابسته به فوتون گسیل شده در برخورد دوم 130 pm بزرگتر از طول موج وابسته به فوتون گسیل شده در برخورد اول است. (الف) انرژی جنبشی الکترون پس از نخستین برخورد چقدر است؟ (ب) طول موج λ_1 و (پ) انرژی E_1 وابسته به نخستین فوتون چقدر است؟ (ت) طول موج λ_2 و (ث) انرژی E_2 وابسته به دومین فوتون چقدر است؟

۳۵۰۰- پرتوهای x توسط الکترونهاى شتاب گرفته در اختلاف پتانسیل 50.0 kV در یک لامپ پرتو x ایجاد شده‌اند. K_α را انرژی جنبشی الکترون در انتهای شتاب‌گیری در نظر بگیرید. این الکترون با هستهٔ هدف برخورد می‌کند (فرض کنید هسته در حالت سکون باقی می‌ماند) و سپس دارای انرژی جنبشی $K_1 = 0.500 K_\alpha$ می‌شود. (الف) چه طول موجی به فوتونی که گسیل شده، وابسته است؟ این الکترون به هستهٔ هدف دیگری برخورد می‌کند (فرض کنید آن هم ساکن باقی می‌ماند) و آنگاه دارای انرژی جنبشی $K_2 = 0.500 K_1$ می‌شود. (ب) چه طول موجی به فوتونی که گسیل شده، وابسته است؟

۳۶۰۰- طول موج خط K_α آهن برابر با 193 pm است. اختلاف انرژی میان دو حالت اتم آهن که به این گذار می‌انجامد چقدر است؟

۳۷۰۰- در شکل ۴۰-۱۴، پرتوهای x نشان داده شده هنگامی ایجاد می‌شوند که الکترونهاى 35.0 keV به یک هدف مولیبدن ($Z=42$) برخورد کنند. اگر پتانسیل شتاب دهنده در این مقدار ثابت نگهداشته شود، ولی در عوض از یک هدف نقره ($Z=47$) استفاده شود، مطلوب است (الف) λ_{\min} ، (ب) طول موج خط K_α ، و (پ) طول موج خط K_β حاصل. ترازهای پرتو x اتمی لایه‌های K ، L و M برای نقره (مشابه شکل ۴۰-۱۶) عبارت‌اند از 25.51 keV ، 3.56 keV و 53.5 keV . SSM WWW

۳۸۰۰- وقتی الکترونها یک هدف مولیبدن را بمباران کنند، آنها همان‌گونه که در شکل ۴۰-۱۴ نشان داده شده است، هم پرتوهای x پیوسته و هم مشخصه‌ای را تولید می‌کنند. در آن شکل، انرژی جنبشی الکترونهاى فرودی برابر 35.0 keV است. اگر پتانسیل شتاب دهنده به 50.0 keV افزایش یابد، (الف) مقدار میانگین λ_{\min} چیست، و (ب) آیا طول موجهای خطهای K_α و K_β افزایش می‌یابند یا کاهش، یا بدون تغییر باقی می‌مانند؟

۲۵۰۰- یک جعبهٔ مکعبی با پهناهای $L_x = L_y = L_z = L$ شامل هشت الکترون است. چه مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$ انرژی حالت پایهٔ این دستگاه را به دست می‌دهد؟ فرض کنید الکترونها با یکدیگر برهم‌کنش نمی‌کنند و اسپین آنها قابل چشم‌پوشی نیست. SSM

۲۶۰۰۰- برای وضعیت مسئلهٔ ۲۵، چه مضربی از $\hbar^2 / 8mL^2$ ، انرژی (الف) نخستین حالت برانگیخته، (ب) دومین حالت برانگیخته، و (پ) سومین حالت برانگیختهٔ دستگاه هشت الکترونی را به دست می‌دهد؟ (ت) یک نمودار تراز-انرژی برای پایتترین چهار تراز انرژی دستگاه رسم کنید.

۲۷۰- اخیراً عنصری را به نام دارستادیوم (Ds) نامیده‌اند، که ۱۱۰ الکترون دارد. فرض کنید که ۱۱۰ الکترون را یکی یکی در لایه‌های اتمی قرار دهید و بتوانید از واکنش الکترون-الکترون چشم‌پوشی کنید. با اتمی در حالت پایه، برای عدد کوانتومی ℓ برای آخرین الکترون، نمادگذاری طیف‌سنجی کدام است؟ ۲۸۰- برای اتم هلیوم در حالت پایه‌اش، عددهای کوانتومی (n, ℓ, m_ℓ, m_s) برای (الف) الکترون اسپین-بالا و (ب) الکترون اسپین-پایین چیست؟

بخش ۴۰-۹ بنا کردن جدول تناوبی

۲۹۰- عنصرهای سسلنیوم ($Z=34$)، برم ($Z=35$) و کریپتون ($Z=36$) را در نظر می‌گیریم. در بخش جدول تناوبی آنها، زیرلایه‌های حالتی الکترونی به ترتیب زیر پر شده‌اند

$$1s \ 2s \ 2p \ 3s \ 3p \ 3d \ 4s \ 4p$$

مطلوب است (الف) بالاترین زیر لایهٔ اشغال شده برای سسلنیوم و (ب) تعداد الکترونهاى واقع در آن، (پ) بالاترین زیر لایهٔ اشغال شده برای کریپتون و (ت) تعداد الکترونهاى واقع در آن. ۳۰۰- فرض کنید دو الکترون در اتمی دارای عددهای کوانتومی $n=2$ و $\ell=1$ هستند. (الف) برای این دو الکترون چند حالت ممکن است؟ (به خاطر داشته باشید که الکترونها تمیز ناپذیرند). (ب) اگر اصل طرد پاولی برای الکترونها برقرار نبود، چند حالت ممکن بود؟

۳۱۰- دو تا از سه الکترون اتم هلیوم دارای عددهای کوانتومی (n, ℓ, m_ℓ, m_s) برابر با $(1, 0, 0, +\frac{1}{2})$ و $(1, 0, 0, -\frac{1}{2})$ هستند. اگر اتم (الف) در حالت پایه و (ب) در نخستین حالت برانگیخته باشد، عددهای کوانتومی ممکن برای سومین الکترون چیست؟ SSM WWW

۳۲۰- نشان دهید تعداد حالتها با عدد کوانتومی یکسان n برابر $2n^2$ است.

●●●۴۶- ثابت C در معادله ۲۷-۴۰ را با یافتن C برحسب ثابتهای بنیادی در معادله ۲۴-۴۰ و سپس با استفاده از داده‌های پیوست ب برای محاسبه این ثابتها، تا پنج رقم با معنی تعیین کنید. با استفاده از این مقدار C در معادله ۲۷-۴۰، انرژی نظری E فوتون K_{α} را برای عنصرهای کم انرژی فهرست شده در جدول پایین تعیین کنید. این جدول شامل مقدار انرژی اندازه‌گیری شده (برحسب eV) آزمایشگاهی E فوتون K_{α} برای هر عنصر فهرست شده است. درصد انحراف بین نظری E و آزمایشگاهی E را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد

$$\% \text{درصد انحراف} = \frac{E_{\text{آزمایشگاهی}} - E_{\text{نظری}}}{E_{\text{آزمایشگاهی}}}$$

این درصد انحراف برای (الف) Li، (ب) Be، (پ) B، (ت) C، (ث) N، (ج) O، (چ) F، (ح) Ne، (خ) Na، و (د) Mg چیست؟

۵۲۴٫۹	O	۵۴٫۳	Li
۶۷۶٫۸	F	۱۰۸٫۵	Be
۸۴۸٫۶	Ne	۱۸۳٫۳	B
۱۰۴۱	Na	۲۷۷	C
۱۲۵۴	Mg	۳۹۲٫۴	N

(در واقع به دلیل شکافتگی تراز انرژی L ، بیش از یک پرتو K_{α} وجود دارد؛ ولی این اثر برای عنصرهای فهرست شده در بالا قابل چشم‌پوشی است).

بخش ۴۰-۱۲ لیزرها چگونه کار می‌کنند

●۴۷- یک لیزر تپی، نوری را با طول موج ۶۹۴/۴ nm گسیل می‌کند. مدت تپ ۱۲ ps، و انرژی هر تپ برابر ۰/۱۵۰ J است. (الف) طول تپ چقدر است؟ (ب) در هر تپ چند فوتون گسیل شده است؟

●۴۸- لیزری تپ منفردی را در ۴۲۴ nm گسیل می‌کند که ۰/۵۰۰ μs دوام دارد. توان تپ ۲/۸۰ MW است. اگر فرض کنیم که اتمهایی که در تپ شرکت دارند در حین ۰/۵۰۰ μs فقط یک گسیل القایی انجام می‌دهند؛ آنگاه چه تعداد اتم در این فرایند شرکت دارند؟

●۴۹- یک اتم فرضی دارای ترازهای انرژی است که به فاصله‌های یکنواخت ۱/۲ eV از هم جدا شده‌اند. در دمای ۲۰۰۰ K، نسبت تعداد اتمها در سیزدهمین حالت برانگیخته به تعداد اتمها در یازدهمین حالت برانگیخته چقدر است؟ SSM
●۵۰- برای شرایط مسئله نمونه ۴۰-۶ الف، چند مول نئون برای قرار دادن ۱۰ اتم در حالت برانگیخته با انرژی E_x ، مورد نیاز است؟

●۳۹- نشان دهید که یک الکترون متحرک نمی‌تواند به طور خود به خود در فضای آزاد به فوتون پرتو x تغییر کند. یک جسم سوم (اتم یا هسته) باید حضور داشته باشد. چرا جسم سوم مورد نیاز است؟ (راهنمایی: پایستگی انرژی و اندازه حرکت را بررسی کنید). SSM

●۴۰- از شکل ۴۰-۱۴، اختلاف انرژی $E_L - E_M$ را به طور تقریبی برای مولیبدن محاسبه کنید. آن را با مقداری که ممکن است از شکل ۴۰-۱۶ به دست آید، مقایسه کنید.

●۴۱- نسبت طول موج خط K_{α} برای نیوبیوم (Nb) به طول موج همان خط برای گالیوم (Ga) را محاسبه کنید. برای داده‌های مورد نیاز از جدول تناوبی پیوست چ استفاده کنید. SSM

●۴۲- طول موجهای K_{α} برای چند عنصر به قرار زیرند:

عنصر	$\lambda(\text{pm})$	عنصر	$\lambda(\text{pm})$
Ti	۲۷۵	Co	۱۷۹
V	۲۵۰	Ni	۱۶۶
Cr	۲۲۹	Cu	۱۵۴
Mn	۲۱۰	Zn	۱۴۳
Fe	۱۹۳	Ga	۱۳۴

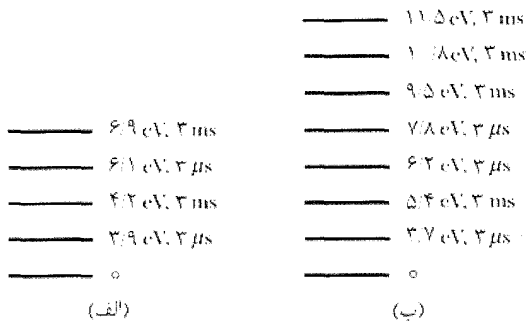
با استفاده از این داده‌ها، نمودار موزلی (مشابه شکل ۴۰-۱۷) را رسم و بررسی کنید که شیب آن با مقدار داده شده برای C در بخش ۴۰-۱۰ سازگار است.

●۴۳- انرژیهای بستگی الکترونیهای لایه K و لایه L در مس به ترتیب عبارت‌اند از ۸/۹۷۹ keV و ۰/۹۵۱ keV. اگر مشخصه K_{α} پرتو x حاصل از مس روی بلور سدیم کلراید بتابد و بازتاب براگ مرتبه اول را در زاویه $74/1^\circ$ ، که نسبت به صفحه‌های موازی اتمهای سدیم اندازه‌گیری شده، به دست دهد، فاصله میان صفحه‌های موازی چقدر است؟

●۴۴- (الف) با استفاده از معادله ۴۰-۲۶، نسبت انرژیهای فوتون ناشی از گذارهای K_{α} در دو اتم که عددهای اتمی آنها Z و Z' است، چقدر است؟ (ب) این نسبت برای اورانیوم و آلومینیوم چقدر است؟ (پ) برای اورانیوم و لیتیم چطور؟

●۴۵- هدف تنگستن ($Z = 74$) با الکترونیایی در یک لامپ پرتو x بمباران می‌شود. ترازهای انرژی K ، L و M برای تنگستن (با شکل ۴۰-۱۶ مقایسه کنید) به ترتیب دارای انرژیهای ۶۹/۵ keV، ۱۱/۳ keV و ۲/۳ keV هستند. (الف) مقدار کمینه پتانسیل شتاب دهنده که خطهای مشخصه K_{α} و K_{β} را برای تنگستن ایجاد می‌کند، چقدر است؟ (ب) برای همین پتانسیل شتاب دهنده، λ_{\min} چقدر است؟ طول موجهای K_{α} (پ) و K_{β} (ت) چقدرند؟

می‌شود، B را روشن می‌کند و می‌تواند موجب گسیل القایی در B شود. انرژی هر فوتون گسیل القایی در B چقدر است؟



شکل ۴۰-۲۵ مسئله ۵۷

۵۸۰۰- یک یاقوت در طول موج ۶۹۴nm لیزر گسیل می‌کند. یک بلور معین یاقوت $4/00 \times 10^{19}$ یون Cr دارد (که اتمهایی هستند که لیزر گسیل می‌کنند). گذار لیزری بین اولین حالت برانگیخته و حالت پایه است و خروجی یک تپ نور لیزری است که $2/00 \mu s$ دوام دارد. وقتی تپ شروع می‌شود، ۶۰٪ یونهای Cr در اولین حالت برانگیخته هستند و بقیه در حالت پایه قرار دارند. توان میانگین گسیل شده در طی تپ چقدر است؟ (راهنمایی: فقط از یونهای حالت پایه چشم‌پوشی نکنید.)

۵۹۰۰- محیط فعال در یک لیزر خاص که نور لیزر را در طول موج ۶۹۴nm تولید می‌کند دارای طول ۶/۰۰cm و قطر ۱/۰۰cm است. (الف) در تشابه با یک لوله صوتی بسته، این محیط را به صورت یک کاواک تشدید نوری در نظر بگیرید. چه تعداد گره موج ایستاده در امتداد محور لیزر وجود دارد؟ (ب) بسامد باریکه به چه میزان Δf باید انتقال یابد تا به تعداد گره‌ها، یکی افزوده شود؟ (پ) نشان دهید Δf دقیقاً وارون زمان حرکت نور لیزر برای یک دور مسیر رفت و برگشت در امتداد محور لیزر است. (ت) کسر انتقال بسامد $\Delta f/f$ مربوط به آن چقدر است؟ ضریب شکست مناسب محیط لیزری (بلور یاقوت) برابر ۱/۷۵ است.

۶۰۰۰- آینه‌ها در لیزر شکل ۴۰-۲۱، که به فاصله ۸/۰cm از هم قرار گرفته‌اند، تشکیل یک کاواک نوری را می‌دهند که در آن موجهای ایستاده نور لیزر می‌توانند ایجاد شوند. هر موج ایستاده دارای تعداد صحیح n نیم طول موج در این طول ۸/۰ سانتی‌متری است که در آن n مقدار بزرگی است و موجها قدری در طول موج با هم متفاوت‌اند. در نزدیکی $\lambda = 533 \text{ nm}$ ، طول موج موجهای ایستاده چقدر فاصله دارند؟

۶۱۰۰- یک اتم فرضی دارای دو تراز انرژی است که طول موج گذار بین آنها ۵۸۰nm است. در یک نمونه خاص در دمای ۳۰۰K، تعداد $4/0 \times 10^{20}$ عدد از چنین اتمهایی در حالت انرژی پایتتر قرار دارند. (الف) با فرض شرایط تعادل گرمایی، چه تعداد اتم در حالت بالاتر قرار دارند؟ (ب) این بار فرض

۵۱۰- یک لیزر هلیوم-نئون، نور لیزر در طول موج ۶۳۲/۸nm و توان ۲/۳mW گسیل می‌کند. با چه آهنگی فوتونها توسط این وسیله گسیل شده‌اند؟

۵۲۰- یک اتم فرضی فقط دارای دو تراز انرژی است که به اندازه ۳/۲eV از هم جدا شده‌اند. فرض کنید در ارتفاع معینی در جو یک ستاره، تعداد $6/1 \times 10^{13} / \text{cm}^3$ از این اتمها در حالت انرژی بالاتر و $2/5 \times 10^{15} / \text{cm}^3$ از این اتمها در حالت انرژی پایتتر قرار دارند. دمای جو ستاره در این ارتفاع چقدر است؟

۵۳۰- فرض کنید لیزرهایی در دسترس‌اند که طول موجهای آنها می‌تواند در هر جایی در گستره دید مرئی، یعنی در گستره $450 \text{ nm} < \lambda < 650 \text{ nm}$ ، به دقت "کوک" شوند. اگر هر کانال تلویزیونی پهنای نوار ۱۰MHz را اشغال کند، چند کانال می‌تواند در این گستره طول موج جا داده شود؟

۵۴۰- وارونی جمعیت برای دو تراز انرژی غالباً با اختصاص یک دمای کلین منفی به دستگاه توضیح داده شود. کدام دمای منفی، دستگاهی را که در آن جمعیت تراز انرژی بالاتر ۱۰٪ بیشتر از تراز پایتتر و اختلاف انرژی بین دو تراز برابر ۲/۲۶eV است، توصیف می‌کند؟

۵۵۰- حجم فعال یک لیزر ساخته شده از نیم‌رسانای GaAlAs فقط $200 \mu\text{m}^3$ (کوچکتر از یک دانه شن) است، و هنوز لیزر می‌تواند به طور پیوسته توان ۵/۰mW را در طول موج $0.80 \mu\text{m}$ ایجاد کند. لیزر با چه آهنگی، فوتونها را تولید می‌کند؟

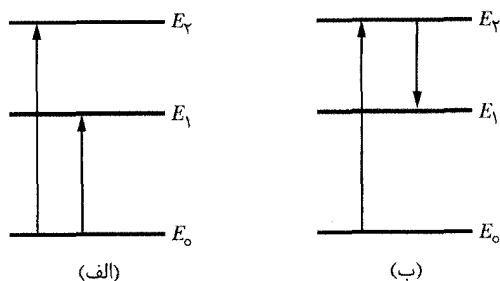
۵۶۰- یک باریکه لیزر پر قدرت ($\lambda = 600 \text{ nm}$) با باریکه‌ای به قطر ۱۲cm، ماه در فاصله $3/8 \times 10^5 \text{ km}$ را نشانه گرفته است. این باریکه فقط به دلیل پراش پهن می‌شود. مکان زاویه‌ای لبه لکه مرکزی پراش (معادله ۳۶-۱۲ را ببینید) با معادله زیر داده می‌شود

$$\sin \theta = \frac{1.22 \lambda}{d}$$

که در آن d قطر دهانه باریکه است. قطر لکه مرکزی پراش روی سطح ماه چقدر است؟

۵۷۰۰- شکل ۴۰-۲۵ ترازهای انرژی دو نوع اتم را نشان می‌دهد. اتمهای A در یک لوله و اتمهای B در لوله دیگری قرار دارند. انرژیها (نسبت به انرژی صفر حالت پایه) مشخص شده‌اند؛ طول عمر میانگین اتمها در هر تراز نیز مشخص شده است. در ابتدا تمام اتمها به ترازهایی بالاتر از ترازهای نشان داده شده پمپ شده‌اند. سپس اتمها به ترازهای پایین می‌افتند و بسیاری از آنها به ترازهای معینی "می‌چسبند" که به وارونی جمعیت و گسیل لیزر می‌انجامد. نوری که به وسیله A گسیل

خورشید می‌تواند مولکولهای H_2O در بخار آب را به اتمهای H و مولکولهای OH تجزیه کند. همچنین نور خورشید می‌تواند مولکولهای OH را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند، که دو تا از آنها در شکل ۲۷-۴۰ نشان داده شده است.



شکل ۲۷-۴۰ مسئله ۶۴

هنگامی که دنباله‌دار هنوز به طور نسبی دور از خورشید است، نور خورشید موجب برانگیختگی یکسانی به ترازهای E_1 و E_2 می‌شود (شکل ۲۵-۴۰ الف). بنابراین، هیچ وارونی جمعیتی بین این دو تراز وجود ندارد. ولی، همینکه دنباله‌دار به خورشید نزدیک شود، برانگیختگی به تراز E_1 کاهش یافته و وارونی جمعیت رخ می‌دهد. دلیل این اتفاق به یکی از طول موجها- به نام خطهای فرانیهوفر- مربوط می‌شود که نور خورشید فاقد آنهاست؛ زیرا وقتی نور از جو خورشید خارج می‌شود، این طول موجها توسط جو جذب می‌شوند.

وقتی دنباله‌دار به خورشید نزدیک می‌شود، اثر دوپلر ناشی از تندی دنباله‌دار نسبت به خورشید، طول موج خطهای فرانیهوفر را جابه‌جا می‌کند، که ظاهراً یکی از آنها با طول موج مورد نیاز برای برانگیختگی تراز E_1 در مولکولهای OH همپوشانی دارد. آنگاه در این مولکولها، وارونی جمعیت رخ می‌دهد و آنها با فرایند گسیل القایی، تابش می‌کنند (شکل ۲۵-۴۰ ب). مثلاً، وقتی دنباله‌دار کوهوتک^۱ در دسامبر ۱۹۷۳ و ژانویه سال ۱۹۷۴ به خورشید نزدیک شد، در اواسط ژانویه شروع به تابش گسیل القایی در بسامدی حدود ۱۶۶۶ MHz کرد. (الف) اختلاف انرژی $E_2 - E_1$ برای آن گسیل چقدر بوده است؟ (ب) این گسیل به چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی مربوط می‌شد؟

۶۵- آیا می‌توان یک موشک بالیستیک قاره‌پیمای در حال فرود را با یک باریکه لیزری پر قدرت منهدم کرد؟ باریکه‌ای به شدت 10^8 W/m^2 احتمالاً یک موشک بدون چرخش را در یک ثانیه سوزانده و منهدم می‌کند. (الف) اگر لیزر توان ۵۰ MW، طول موج $3 \mu\text{m}$ ، و باریکه‌ای به قطر ۴ m داشته باشید (در واقع یک لیزر بسیار قدرتمند)، آیا موشکی به فاصله ۳۰۰۰ km را می‌تواند منهدم کند؟ (ب) اگر طول موج بتواند تغییر کند، در

کنید 3×10^{20} تا از این اتمها توسط یک فرایند خارجی به حالت بالاتر "پمپ" شوند، و در نتیجه 1×10^{20} اتم در حالت پایینتر باقی بمانند. اگر هر اتم بین این دو حالت یک بار پرش کند (یا با جذب یا با گسیل القایی)، انرژی بیشینه‌ای که می‌تواند توسط اتمها در یک تپ لیزری آزاد شود چقدر است؟

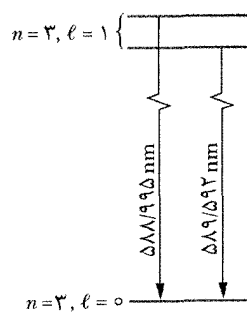
۶۲۰۰- باریکه حاصل از یک لیزر آرگون (با طول موج ۵۱۵ nm) دارای قطری برابر با ۳۰۰ nm و آهنگ خروجی انرژی پیوسته ۵۰۰ W است. این باریکه توسط یک عدسی که فاصله کانونی آن ۳/۵۰ cm است روی یک سطح پخش کننده متمرکز شده است. نقش پراشی مشابه شکل ۳۶-۹ تشکیل می‌شود که شعاع لکه مرکزی آن با رابطه زیر داده می‌شود

$$R = \frac{1}{22} \frac{f \lambda}{d}$$

(معادله ۳۶-۱۲ و مسئله نمونه ۳۶-۴ را ببینید). می‌توان نشان داد که لکه مرکزی شامل ۸۴٪ از توان فرودی است. (الف) شعاع لکه مرکزی چقدر است؟ (ب) شدت میانگین (توان بر یکای سطح) تابش فرودی چقدر است؟ (پ) شدت میانگین در لکه مرکزی چقدر است؟

مسئله‌های اضافی

۶۳- اتمهای سدیم برانگیخته دو خط طیفی به نام دوتایی سدیم را که تنگ هم قرار گرفته‌اند و دارای طول موجهای ۵۸۹/۵۹۲ nm و ۵۸۸/۹۹۵ nm هستند، گسیل می‌کنند (شکل ۲۶-۴۰ الف). اختلاف انرژی میان دو تراز انرژی بالاتر ($n=3, \ell=1$) چقدر است؟ (ب) این اختلاف انرژی از آن رو رخ می‌دهد که گشتاور مغناطیسی اسپینی الکترون می‌تواند به طور موازی یا پادموازی با میدان مغناطیسی داخلی وابسته به حرکت مداری الکترون سم‌گیری کند. با استفاده از پاسخ خود در قسمت (الف)، بزرگی این میدان مغناطیسی داخلی را به دست آورید.



شکل ۲۶-۴۰ مسئله ۶۳

۶۴- گسیل القایی ستاره دنباله‌دار. وقتی یک ستاره دنباله‌دار به خورشید نزدیک می‌شود، حرارت افزایش یافته، آب روی سطح بخش مرکزی دنباله‌دار را تبخیر می‌کند و بدین ترتیب یک هاله گازی از بخار آب به دور این بخش ایجاد می‌شود. آنگاه نور

جدول زیر به گونه‌ای عبور کند که آن ماده، خط $K\beta$ را به طور قویتری از خط $K\alpha$ جذب کند. یک ماده، تابش x_1 را در صورتی به طور قویتری از تابش x_2 جذب می‌کند که یک فوتون x_1 انرژی کافی برای کندن یک الکترون K از اتم آن ماده داشته باشد، ولی یک فوتون x_2 نداشته باشد. جدول زیر، انرژی یونش الکترون K در مولیبدن و چهار ماده دیگر را به دست می‌دهد. کدامیک از ماده‌های جدول (پ) بهترین و (ت) دومین بهترین به عنوان پالایه‌اند؟

Ru	Tc	Mo	Nb	Zr	
۴۴	۴۳	۴۲	۴۰	۴۰	Z
۲۲/۱۲	۲۱/۰۴	۲۰/۰۰	۱۸/۹۹	۱۸/۰۰	E_K (keV)

۶۹- نشان دهید طول موج قطع (برحسب پیکومتر) در طیف پرتو x پیوسته از هر هدفی با رابطه $\lambda_{\min} = 1240/V$ داده می‌شود، که V اختلاف پتانسیل (برحسب کیلوولت) است که الکترون‌ها در آن، پیش از برخورد با هدف شتاب گرفته‌اند.

۷۰- با اندازه‌گیری زمان رفت و برگشت یک تب لیزر از رصدخانه‌ای واقع روی زمین تا یک بازتابنده روی کره ماه، فاصله بین آن دو جسم را می‌توان اندازه گرفت. (الف) مقدار پیش‌بینی شده این زمان چقدر است؟ (ب) این فاصله جدایی را می‌توان با دقتی حدود ۱۵cm اندازه‌گیری کرد. این به چه عدم قطعیتی در زمان پیمایش مسیر مربوط است؟ (پ) اگر باریکه لیزر لکه‌ای به قطر ۳km را روی ماه تشکیل دهد، واگرایی زاویه‌ای باریکه چقدر است؟

۷۱- لیزرها می‌توانند برای تولید تپهای نوری که دوام آنها به کوتاهی ۱۰fs است به کار گرفته شوند. (الف) چند طول موج نور ($\lambda = 500\text{nm}$) در چنین تپی قرار دارد؟ (ب) کمیت مجهول X (برحسب سال) را تعیین کنید:

$$\frac{10\text{fs}}{1\text{s}} = \frac{1\text{s}}{X}$$

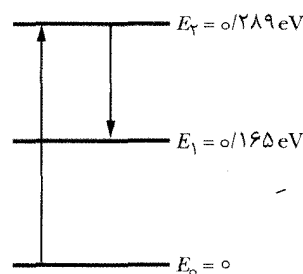
۷۲- (یک مسئله اصل همخوانی). (الف) عدد کوانتومی l برای حرکت مداری زمین به دور خورشید و (ب) تعداد سمتگیرهای مجاز صفحه مداری زمین را تخمین بزنید. (پ) θ_{\min} ، نیم زاویه کوچکترین مخروطی را که می‌تواند هنگام چرخش زمین به دور خورشید توسط عمود بر مدار زمین جاروب شود، تعیین کنید.

۷۳- فرض کنید الکترون، اسپین نداشت و اصل طرد پاولی کماکان برقرار بود. در این صورت، کدامیک از گازهای بی‌اثر موجود در این دسته‌بندی باقی می‌ماندند؟

۷۴- نشان دهید اگر ۶۳ الکترون در اتم یورانیوم بنابر دنباله‌ای "منطقی" از عددهای کوانتومی به لایه‌ها اختصاص داده شوند، این عنصر از لحاظ شیمیایی شبیه به سدیم است.

چه مقدار بیشینه‌ای می‌تواند عمل کند؟ از معادله بیشینه پراش مرکزی که با معادله ۳۶-۱۲ داده می‌شود ($\sin \theta = 1/22 \lambda/d$) استفاده کنید.

۶۶- لیزر CO_2 مریخی. در همان جایی که نور خورشید بر جو مریخ می‌تابد، مولکولهای کربن دی اکسید در ارتفاع حدود ۷۵km به طور طبیعی دستخوش عمل لیزری قرار می‌گیرند. ترازهای انرژی مربوط به این عمل در شکل ۴۰-۲۸ نشان داده شده‌اند؛ وارونی جمعیت بین ترازهای انرژی E_1 و E_2 رخ می‌دهد. (الف) چه طول موجی از تابش خورشیدی مولکولها را در عمل لیزری برانگیخته می‌کند؟ (ب) در چه طول موجی عمل لیزری رخ می‌دهد؟ (پ) طول موجهای برانگیختگی و عمل لیزری در چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی قرار دارند؟



شکل ۴۰-۲۸ مسئله ۶۶

۶۷- شکل ۴۰-۲۹ نمودار تراز انرژی برای یک چاه پتانسیل یک‌بعدی نامتناهی خیالی با طول L است که یک الکترون دارد. تعداد حالت‌های واگن ترازها چنین مشخص شده‌اند؛ تراز "هیچ" به معنی نبود حالت واگن (که شامل حالت پایه است) و تراز "سه‌گانه" به معنی ۳ حالت است. اگر مجموعاً ۲۲ الکترون را در چاه قرار دهیم، چه مضربی از $\hbar^2/\lambda m L^2$ انرژی حالت پایه سامانه ۲۲ الکترون را به دست می‌دهد؟

$E (\hbar^2/\lambda m L^2)$	
۱۴	سه گانه
۱۲	هیچ
۱۱	سه گانه
۹	سه گانه
۶	سه گانه
۳	زمینه

۶۸- از بمباران هدف مولیبدن ($Z = 42$) با الکترونهای 350keV طیف پرتو x شکل ۴۰-۱۴ به دست می‌آید. طول موجهای $K\alpha$ و $K\beta$ به ترتیب برابر با 63pm و 71pm هستند. انرژی فوتون مربوط به تابش (الف) $K\beta$ و (ب) $K\alpha$ چقدر است؟ می‌خواهیم این دو تابش از یکی از ماده‌های

۷۵- با دانستن اینکه طول موج کمینه پرتو x که از برخورد الکترونهاى $40/0 \text{ keV}$ با هدف حاصل می‌شود برابر با $31/1 \text{ pm}$ است، ثابت پلانک h را تعیین کنید.

۷۶- نشان دهید $6/59 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s} = 6/59 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = h$ است.

۷۷- معلوم شده است الکترونی در یک اتم چند الکترونی دارای عدد کوانتومی $\ell = 3$ است. عددهای کوانتومی ممکن n ، m_ℓ و m_s آن کدام‌اند؟

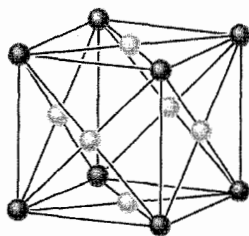
رسانش الکتریسته در جامدها



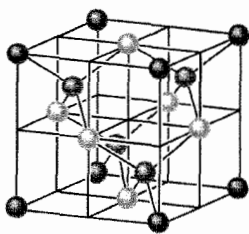
فیزیک حالت جامد و الکترونیک حالت جامد به طور بنیادی زندگی نوین را متحول کرده‌اند. برای مثال، رایانه‌های اولیه به لامپهای خلاء حجیمی وابسته بودند و فضای اتاق بزرگی را اشغال می‌کردند. امروزه، رایانه‌های بسیار قویتر به ترانزیستورهای کوچکی در مدل‌های یکپارچه متکی‌اند و فضایی به کوچکی یک میز تاشو (یا حتی کوچکتر) را اشغال می‌کنند. ظاهراً، لامپهای خلاء ابزاری متعلق به گذشته‌اند؛ در واقع، آنها دیگر به عنوان یک مبحث اصلی به دانشجویان مهندسی برق آموخته نمی‌شوند. با این حال، بسیاری از نوازندگان گیتار بر استفاده از تقویت‌کننده‌هایی که از لامپهای خلاء استفاده می‌کنند اصرار دارند و از نوع ترانزیستوری آنها اجتناب می‌کنند.

چرا نوازندگان گیتار راک تقویت‌کننده‌های لامپی را به تقویت‌کننده‌های ترانزیستوری ترجیح می‌دهند؟

۴۱-۱ فیزیک چیست؟



(الف)



(ب)

شکل ۴۱-۱ (الف) یاخته یک‌ه‌مس، یک مکعب است. در آن یک اتم مس (تیره‌تر) در هر گوشه مکعب و یک اتم مس (روشن‌تر) در مرکز هر وجه مکعب قرار دارد. این آرایش، **مکعبی مرکز وجه** نامیده می‌شود. (ب) یاخته یک‌ه‌مس برای اتمهای سیلیسیوم و چه اتمهای کربن در الماس نیز مکعب است؛ اتمها در آرایشی که شبکه الماس خوانده می‌شود، مرتب شده‌اند. در آن یک اتم (تیره‌تر) در هر گوشه مکعب و یک اتم (روشن‌تر) در مرکز هر وجه مکعب قرار دارد؛ افزون بر این، چهار اتم (با رنگی بین تیره و روشن) در درون مکعب قرار دارند. هر اتم توسط یک پیوند کووالانسی دوالکترونی با چهار نزدیکترین همسایه خود پیوند دارد (فقط چهار اتم درون مکعب، هر چهار همسایه نزدیک را نشان می‌دهد).

از اندازه‌گیریهای فقط مقاومت ویژه در دمای اتاق، درمی‌یابیم موادی - به نام **عایق** - وجود دارند که برای همه مقاصد عملی به هیچ وجه رسانای الکتریسیته نیستند. اینها موادی با مقاومت ویژه بسیار زیاد هستند. الماس، یک نمونه برجسته از چنین موادی، دارای مقاومت ویژه‌ای است که با عامل بسیار بزرگی در حدود 10^{24} بار از مقاومت ویژه مس بزرگتر است.

بنابراین، با استفاده از مقدارهای ρ ، α و n می‌توانیم اغلب غیرعایقها را، دست کم در دماهای پایین، به دو دسته تقسیم کنیم: **فلزها و نیمرساناها**.

مقاومت ویژه ρ نیمرساناها به طور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از مقاومت ویژه فلزهاست. ضریب دمایی مقاومت ویژه α نیمرساناها هم بزرگ و هم منفی است. یعنی، در حالی که مقاومت ویژه فلزها با دما/فراش می‌یابد، مقاومت ویژه نیمرساناها با دما کاهش می‌یابد. چگالی عددی حاملهای بار n نیمرساناها به طور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از فلزهاست. جدول ۴۱-۱ مقدار این کمیتها را برای مس، نمونه‌ای از یک فلز، و سیلیسیوم، نمونه‌ای از یک نیمرسانا، نشان می‌دهد.

در این فصل روی یک هدف فیزیک تمرکز می‌کنیم که در نیم قرن گذشته اهمیت بسیار زیادی یافته است. این هدف، پاسخگویی به این پرسش است: سازوکارهایی که با آنها یک ماده به طور الکتریکی رسانش می‌کند یا نمی‌کند، چیست؟ پاسخ به این پرسش، پیچیده و هنوز به خوبی درک نشده است؛ عمدتاً به این دلیل که آنها شامل کاربرد فیزیک کوانتومی - نه برای ذره‌ها و اتمهای منفرد آنگونه که در چند فصل گذشته دیده‌ایم، بلکه برای تعداد عظیمی از ذره‌ها و اتمهایی است که در کنار هم جمع شده‌اند و برهم‌کنش می‌کنند. به رغم این دشواری، مهندسان و دانشمندان گامهای بلندی در فیزیک کوانتومی علم مواد برداشته‌اند، که باعث شده است امروزه دارای رایانه‌ها، ماشینهای حساب، تلفنهای سلولی، و بسیاری از انواع دیگر وسایل الکترونیکی **حالت جامد** باشیم.

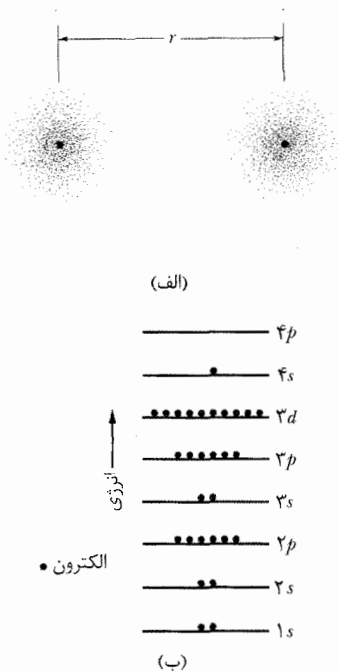
نقطه شروع ما در این فصل، تمیز جامدهایی است که می‌توانند رسانش الکتریکی کنند از جامدهایی که در آنها این رسانش صورت نمی‌پذیرد.

۴۱-۲ ویژگیهای الکتریکی جامدها

ما فقط **جامدهای بلورین** را بررسی خواهیم کرد - یعنی، جامدهایی که در آنها اتمها در یک ساختار سه بعدی تکرار شونده به نام **شبکه** مرتب شده‌اند. ما جامدهایی از قبیل چوب، پلاستیک، شیشه، و کائوچو را که اتمهای آنها در چنین نقشهای تکرار شونده‌ای مرتب نشده‌اند، در نظر نخواهیم گرفت. شکل ۴۱-۱، به ترتیب واحدهای تکرار شونده پایه (**یاخته‌های یک‌ه‌مس**) مس، نمونه‌ای از یک فلز، و سیلیسیوم و الماس (کربن)، نمونه‌ای از یک نیمرسانا و عایق، را نشان می‌دهد. جامدها را می‌توان از لحاظ الکتریکی بنا بر سه خاصیت بنیادین آنها دسته‌بندی کرد:

۱. **مقاومت ویژه ρ** در دمای اتاق، با یکای SI اهم-متر $(\Omega \cdot m)$ ؛ مقاومت ویژه در بخش ۲۲-۴ تعریف شده است.
۲. **ضریب دمایی مقاومت ویژه α** ، که در معادله ۲۲-۱۷ به صورت $\alpha = (1/\rho)(d\rho/dT)$ تعریف شده است و دارای یکای SI وارون کلونین (K^{-1}) است. با اندازه‌گیری ρ در گستره‌ای از دماها، می‌توانیم α را برای هر جامدی محاسبه کنیم.
۳. **چگالی عددی حاملهای بار n** . این کمیت، یعنی تعداد حاملهای بار بر یکای حجم است که می‌توان آن را از اندازه‌گیریهای اثر هال، که در بخش ۲۲-۴ در مورد آن بحث شد، و سایر اندازه‌گیریها به دست آورد. این کمیت دارای یکای SI وارون متر مکعب (m^{-3}) است.

کوانتومی وجود دارند، زیرا برای سامانه دواتمی، هر تراز انرژی اتم منزوی به دو تراز شکافته می‌شود.



شکل ۲-۴۱ (الف) دو اتم مس که به فاصله زیادی از هم قرار گرفته‌اند؛ توزیع الکترونی آنها با نقطه نشان داده شده است. (ب) هر اتم مس دارای ۲۹ الکترون است که در زیرلایه‌ها توزیع شده‌اند. در اتم خنثی در حالت پایه همه زیرلایه‌ها تا تراز $3d$ پر هستند، زیرلایه $4s$ یک الکترون دارد (می‌تواند دو الکترون را در خود جای دهد)، و زیرلایه‌های بالاتر خالی‌اند. برای سادگی، زیرلایه‌ها از لحاظ انرژی در فاصله‌های مساوی نشان داده شده‌اند.

اگر اتمهای بیشتری وجود داشته باشند، بتدریج شبکه‌ای از مس جامد حاصل می‌شود. مثلاً اگر شبکه N اتم داشته باشد، آنگاه هر تراز یک اتم مس منزوی باید در جامد به N تراز شکافته شود. بنابراین، ترازهای انرژی مجزای جامد تشکیل نوارهای انرژی را می‌دهند که نوارهای مجاور با یک گاف انرژی که نشان دهنده گستره‌ای از انرژیهاست که هیچ الکترونی نمی‌تواند آن را داشته باشد، از هم جدا شده‌اند. گستره یک نوار نوعی فقط چند الکترون-ولت است. چون N ممکن است از مرتبه 10^{24} باشد، از اینجا درمی‌یابیم که ترازهای مجزا در داخل یک نوار واقعاً بسیار نزدیک به یکدیگرند، و تعداد فوق العاده زیادی از این ترازها وجود دارد.

شکل ۳-۴۱، ساختار نوار-گاف ترازهای انرژی را در یک جامد بلورین نوعی نشان می‌دهد. توجه کنید که نوارهای انرژی پایینتر نسبت به نوارهای انرژی بالاتر، باریکترند. این بدین دلیل رخ می‌دهد که الکترونیهای که نوارهای انرژی پایینتر را اشغال می‌کنند، بیشترین زمان خود را در عمق ابر الکترونی اتم می‌گذرانند. تابعهای موج این الکترونیهای مغزی به اندازه

اکنون با در دست داشتن مقادارهای ρ ، α و n ، مبنایی تجربی برای تصحیح پرسش اصلی خود درباره رسانش الکتریکی در جامدها در اختیار داریم: چه ویژگیهایی الماس را عایق، مس را فلز، و سیلیسیم را نیم‌رسانا می‌سازد؟ دوباره، این فیزیک کوانتومی است که پاسخ این پرسش را به دست می‌دهد.

جدول ۱-۴۱

برخی از خاصیت‌های دو نوع ماده*

خاصیت	یکا	مس	سیلیسیم
نوع رسانا	فلز	نیم‌رسانا	
مقاومت ویژه ρ	$\Omega \cdot m$	2×10^{-8}	3×10^2
ضریب دمایی مقاومت α	K^{-1}	$+4 \times 10^{-3}$	-70×10^{-3}
چگالی عددی حاملهای بار n	m^{-3}	9×10^{28}	1×10^{16}

* همه مقادارها برای دمای اتاق هستند.

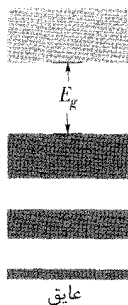
۴۱-۳ ترازهای انرژی در جامد بلورین

فاصله بین اتمهای مجاور مس در مس جامد 260 pm است. شکل ۲-۴۱ (الف)، دو اتم مس منزوی را نشان می‌دهد که به فاصله r که بسیار بزرگتر از آن است، قرار گرفته‌اند. همانطور که شکل ۲-۴۱ (ب) نشان می‌دهد، ۲۹ الکترون هر یک از این اتمهای خنثی در آرایشی از زیرلایه‌های گسسته به صورت زیر روی هم قرار دارند:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$$

در اینجا از نمادگذاری مختصرنویسی بخش ۹-۴۰ برای مشخص کردن زیرلایه‌ها استفاده کرده‌ایم. مثلاً، به یاد آورید که زیرلایه‌ای با عدد کوانتومی اصلی $n=3$ و عدد کوانتومی مداری $l=1$ ، زیرلایه $3p$ نامیده می‌شود؛ این زیرلایه می‌تواند تا $2(2l+1)=6$ الکترون را در خود جای دهد؛ تعداد الکترونیهای که در واقع در زیرلایه وجود دارند با شاخص بالا مشخص شده‌اند. از بالا درمی‌یابیم که شش زیرلایه نخستین مس پر شده‌اند، ولی زیرلایه $4s$ (خارجی‌ترین) که می‌تواند دو الکترون را در خود جای دهد، فقط یک الکترون دارد.

اگر اتمهای شکل ۲-۴۱ (الف) را به یکدیگر نزدیکتر کنیم، آنها، با مسامحه، شروع به درک حضور یکدیگر خواهند کرد. به بیان فیزیک کوانتومی، تابعهای موج آنها با شروع از بیرونی‌ترین الکترون‌ها، آغاز به همپوشانی می‌کنند. وقتی تابعهای موج دو اتم همپوشانی کنند، نه از دو اتم مستقل بلکه از یک سامانه دواتمی منفرد صحبت می‌کنیم؛ در اینجا، سامانه شامل $2 \times 29 = 58$ الکترون است. اصل طرد پاولی برای این سامانه بزرگتر نیز برقرار است و لازم می‌دارد که هر یک از این ۵۸ الکترون، حالت کوانتومی متفاوتی را اشغال کنند. در واقع ۵۸ حالت



شکل ۴۱-۴ نقش نوار-گاف برای یک عایق؛ ترازهای پر شده به رنگ تیره‌تر، و ترازهای خالی به رنگ روشن‌تر نشان داده شده‌اند.

مسئله نمونه ۳۶-۶

به طور تقریبی، احتمال آنکه در دمای اتاق (300K)، الکترونی که در بالای بالاترین نوار پر شده در الماس (یک عایق) قرار دارد از گاف انرژی E_g در شکل ۴۱-۴ بگذرد، چقدر است؟ E_g برای الماس برابر با $5/5\text{eV}$ است.

نکته کلیدی در فصل ۴۰ برای ربط دادن جمعیت N_x اتمها در تراز انرژی E_x به جمعیت N_0 در تراز انرژی E_0 از معادله ۴۰-۲۹ استفاده کردیم

$$\frac{N_x}{N_0} = e^{-(E_x - E_0)/kT} \quad (۱-۴۱)$$

که در آن اتمها بخشی از دستگاهی در دمای T هستند (اندازه‌گیری شده بر حسب کلوین)، و k ثابت بولتزمن ($8/62 \times 10^{-5} \text{eV/K}$) است. در این فصل می‌توانیم از معادله ۴۱-۱ برای محاسبه تقریبی احتمال P که الکترونی در عایق بتواند از گاف انرژی شکل ۴۱-۴ بگذرد، استفاده کنیم.

محاسبه‌ها: نخست اختلاف انرژی $E_x - E_0$ را برابر با E_g قرار می‌دهیم. آنگاه احتمال P گذشتن تقریباً برابر با نسبت N_x / N_0 تعداد الکترونها درست بالای گاف انرژی به تعداد الکترونها درست پایین این گاف است.

برای الماس، توان بخش نمایی در معادله ۴۱-۱ برابر است با

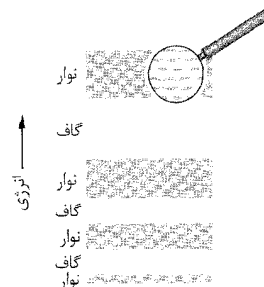
$$-\frac{E_g}{kT} = -\frac{5/5\text{eV}}{(8/62 \times 10^{-5} \text{eV/K})(300\text{K})} = -213$$

بنابراین، احتمال موردنظر چنین می‌شود

$$P = \frac{N_x}{N_0} = e^{-(E_g/kT)} = e^{-213} \approx 3 \times 10^{-93} \quad (\text{پاسخ})$$

این نتیجه مبین آن است که تقریباً ۳ الکترون از 10^{93} الکترون می‌تواند از گاف انرژی بگذرد. چون هر سنگ الماس اندکی کمتر از 10^{23} الکترون دارد، درمی‌یابیم که احتمال گذشتن از گاف فوق العاده ناچیز است. بنابراین، جای تعجب نیست که الماس چنین عایق خوبی است.

تابعهای موج الکترونهاى خارجی، همپوشانی نمی‌کنند. در نتیجه، شکافتگی ترازهای انرژی پایینتر (الکترونهاى مغزی) کمتر از شکافتگی ترازهای انرژی بالاتر (الکترونهاى خارجی) است.



شکل ۴۱-۳ نقش نوار-گاف ترازهای انرژی برای یک جامد بلورین نوعی. همانطور که قسمت بزرگ شده نشان می‌دهد، هر نوار شامل تعداد بسیار زیادی از ترازهای انرژی است که بسیار نزدیک به هم‌اند. (در بسیاری از جامدها، نوارهای مجاور ممکن است همپوشانی کنند؛ برای روشنی شکل، این وضعیت را نشان نداده‌ایم.)

۴۱-۴ عایقها

به یک جامد در صورتی عایق الکتریکی گفته می‌شود که وقتی اختلاف پتانسیلی به دو سر آن اعمال کنیم، هیچ جریانی در داخل آن ایجاد نشود. برای آنکه جریان ایجاد شود، انرژی جنبشی میانگین الکترون باید افزایش یابد. به عبارت دیگر، برخی از الکترونهاى جامد باید به تراز انرژی بالاتر حرکت کنند. ولی، به طوری که که شکل ۴۱-۴ نشان می‌دهد، در یک عایق بالاترین نوار، شامل هر تعداد الکترون، به طور کامل پر شده است. چون اصل طرد پاولی الکترونها را از حرکت به ترازهای اشغال شده باز می‌دارد، هیچ الکترونی در جامد مجاز به حرکت نیست.

بنابراین، الکترونها در نوار پرشده یک عایق جایی برای رفتن ندارند؛ آنها در بند شده‌اند. این مثل بچه‌ای است که می‌خواهد از نردبانی بالا رود ولی پیشتر بر هر پله‌اش بچه‌ای دیگر ایستاده است؛ چون هیچ پله اشغال نشده‌ای وجود ندارد، هیچ حرکتی امکان‌پذیر نیست.

ترازهای اشغال نشده (یا ترازهای تهی) فراوانی در نوار بالای تراز پر شده در شکل ۴۱-۴ وجود دارد. ولی، اگر الکترونی بخواهد یکی از این ترازها را اشغال کند، باید انرژی کافی به دست آورد تا بتواند از گاف انرژی قابل ملاحظه E_g که دو نوار را از هم جدا می‌کند، بگذرد. در الماس، این گاف به قدری پهن است (انرژی مورد نیاز برای عبور از آن $5/5\text{eV}$ است که حدود 140 برابر انرژی گرمایی میانگین یک ذره آزاد در دمای اتاق است) که اساساً هیچ الکترونی نمی‌تواند از آن بگذرد. بنابراین، الماس یک عایق الکتریکی، و البته از نوع خوب آن است.

تندی الکترون وابسته به انرژی فرمی، تندی فرمی v_F نامیده می‌شود. برای مس، تندی فرمی برابر با $1/6 \times 10^6$ m/s است. این واقعیت باید برای از بین بردن این تصور نادرست عمومی که تمام حرکت در صفر مطلق متوقف می‌شود، کفایت کند؛ در آن دما- و صرفاً به خاطر اصل طرد پاولی- الکترونهای رسانش در نوار پرشده جزئی شکل ۴۱-۵ با انرژیهای در گستره از صفر تا انرژی فرمی، انباشته می‌شوند.

چند الکترون رسانش وجود دارد؟

اگر می‌توانستیم اتمهای منفرد را برای ایجاد یک نمونه فلزی کنار یکدیگر بیاوریم، آنگاه درمی‌یافتیم که الکترونهای رسانش در فلز، الکترونهای ظرفیت اتمها (الکترونهایی در خارجی‌ترین لایه‌های اشغال شده اتمها) هستند. یک اتم تک ظرفیتی دارای یکی از چنین الکترونهایی است که در رسانش الکترونها در فلز سهم دارد؛ اتم دوظرفیتی، دو تا از چنین الکترونهایی دارد. بنابراین، تعداد کل الکترونهای رسانش برابر است با

$$(۲-۴۱) \quad \left(\begin{matrix} \text{تعداد الکترونهای} \\ \text{ظرفیت در هر اتم} \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \text{تعداد اتمهای} \\ \text{نمونه} \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \text{تعداد الکترونهای} \\ \text{رسانش در نمونه} \end{matrix} \right)$$

(در این فصل، چندین معادله را عمدتاً به صورت کلمات به کار می‌بریم، زیرا نمادهایی را که بیشتر برای کمیت‌های آنها به کار برده‌ایم، اینک نشان دهنده کمیت‌های دیگری هستند.) چگالی عددی n الکترونهای رسانش در یک نمونه برابر با تعداد الکترونهای رسانش در یکای حجم است:

$$(۳-۴۱) \quad n = \frac{\text{تعداد الکترونهای رسانش در نمونه}}{\text{حجم } V \text{ نمونه}}$$

تعداد اتمها در نمونه را می‌توانیم به چندین ویژگی دیگر نمونه و به ماده تشکیل دهنده نمونه چنین مربوط کنیم

$$\left(\begin{matrix} \text{تعداد اتمها} \\ \text{در نمونه} \end{matrix} \right) = \frac{\text{جرم نمونه}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{M_{\text{sam}}}{(M_{\text{مولی}}) / N_A}$$

$$(۴-۴۱) \quad = \frac{(\text{حجم نمونه}) (\text{چگالی ماده})}{(M_{\text{مولی}}) / N_A}$$

که در آن جرم اتمی M ، جرم یک مول از ماده در نمونه و N_A عدد آووگادرو ($6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$) است.

مسئله نمونه ۲-۴۱

چند الکترون رسانش در مکعبی از منیزیم به حجم $2/00 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ وجود دارد؟ اتمهای منیزیم، دوظرفیتی‌اند.

نکته‌های کلیدی

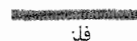
۱. چون اتمهای منیزیم دوظرفیتی‌اند، در هر اتم منیزیم دو الکترون رسانش وجود دارد.

همانطور که شکل ۴۱-۵ نشان می‌دهد، ویژگی مشخصه فلز این است که بالاترین تراز انرژی اشغال شده در جایی نزدیک به میانه یک نوار انرژی قرار دارد. اگر اختلاف پتانسیلی به دو سر یک فلز اعمال کنیم، به دلیل آنکه ترازهای تهی فراوانی در نزدیکی انرژیهای بالاتر وجود دارند که الکترونها (حاملهای بار در فلزها) می‌توانند به آنها پرش کنند، جریانی به وجود می‌آید. بنابراین، فلز به این دلیل رسانای الکتریسته است که الکترونها در بالاترین نوار اشغال شده آن می‌توانند به آسانی به ترازهای انرژی بالاتر بروند.

در بخش ۲۶-۶، مدل الکترون آزاد یک فلز را مطرح کردیم، که در آن الکترونهای رسانش آزادند تا در سرتاسر حجم نمونه، مثل مولکولهای گاز در یک ظرف بسته، حرکت کنند. از این مدل، با فرض آنکه الکترونها از قانونهای مکانیک نیوتونی پیروی می‌کنند، برای به دست آوردن عبارتی برای مقاومت ویژه فلز استفاده کردیم. در اینجا از همان مدل برای توضیح رفتار الکترونهای رسانش در نوار پرشده جزئی شکل ۴۱-۴ ب استفاده می‌کنیم. ولی، با فرض اینکه انرژی این الکترونها کوانتیده‌اند و اصل طرد پاولی برقرار است، قانونهای فیزیک کوانتومی را پی می‌گیریم.

همچنین فرض می‌کنیم انرژی پتانسیل الکتریکی یک الکترون رسانش در تمام نقطه‌های داخل شبکه دارای مقدار ثابت یکسانی است. اگر این مقدار انرژی پتانسیل را برابر صفر اختیار کنیم، که مجاز به انجام این کار هستیم، آنگاه انرژی مکانیکی E الکترونهای رسانش کاملاً جنبشی خواهد بود.

تراز در پایین نوار پر شده جزئی شکل ۴۱-۵ مربوط به $E=0$ است. بالاترین تراز اشغال شده در این نوار در صفر مطلق ($T=0\text{K}$)، تراز فرعی نامیده می‌شود و انرژی وابسته به این تراز را انرژی فرمی E_F می‌نامند؛ برای مس، $E_F = 7.0 \text{ eV}$ است.



فلز

شکل ۴۱-۵ نقش نوار-گاف برای یک فلز. بالاترین تراز پر شده، به نام تراز فرمی، در نزدیکی میانه یک نوار قرار دارد. چون در داخل این نوار، ترازهای تهی وجود دارند، الکترونهای این نوار می‌توانند به آسانی ترازها را تغییر دهند، و بدین ترتیب رسانش می‌تواند رخ دهد.

فرمی نزدیک است احتمال دارد بر اثر اغتشاش گرمایی به ترازهای انرژی بالاتر بروند. به بیانی شاعرانه، اغتشاش گرمایی به طور معمول فقط موجب موج شدن سطح دریای فرمی الکترونها می شود ولی اعماق گسترده این دریا دستخوش هیچ تلاطمی نمی شود.

چند حالت کوانتومی وجود دارد؟

توانایی یک فلز برای رسانش الکتریسته به تعداد حالت‌های کوانتومی موجود برای الکترون‌های آن و اینکه آن حالت‌ها چه انرژی‌هایی دارند، بستگی دارد. بنابراین، پرسشی پیش می‌آید: انرژی حالت‌های مجزا در نوار پرشده جزئی شکل ۴۱-۵ چقدر است؟ پاسخ به این پرسش بسیار دشوار است، زیرا نمی‌توانیم انرژی این تعداد زیاد حالت‌های مجزا را برشماریم. به جای آن می‌توانیم بپرسیم: چند حالت در یکای حجم یک نمونه دارای انرژی‌هایی در گستره انرژی E تا $E+dE$ هستند؟ این تعداد را به صورت $N(E)dE$ می‌نویسیم، که در آن $N(E)$ چگالی حالت‌ها در انرژی E نامیده می‌شود. یکای قراردادی برای $N(E)dE$ ، عبارت است از حالت‌ها بر متر مکعب (m^{-3} / حالت‌ها، یا به سادگی m^{-3}) و یکای قراردادی برای $N(E)$ ، عبارت است از حالت‌ها بر متر مکعب بر الکترون-ولت ($\text{m}^{-3}\text{eV}^{-1}$).

با شمارش تعداد موجهای ایستاده مادی الکترون که می‌توانند در جعبه‌ای به اندازه نمونه فلزی مورد بررسی ما وجود داشته باشند، می‌توانیم عبارتی برای چگالی حالت‌ها بیابیم. این مشابه شمارش تعداد موجهای صوتی ایستاده است که می‌توانند در یک، لوله صوتی بسته وجود داشته باشند. تفاوت در این است که مسئله ما سه بعدی (مسئله لوله صوتی، یک بعدی است) و موجهای موجهای ماده‌اند (موجهای لوله صوتی، موجهای صوتی هستند). نتیجه چنین شمارشی را می‌توان چنین نشان داد

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \quad (\text{چگالی حالت‌ها، } \text{m}^{-3}\text{J}^{-1}) \quad (5-41)$$

که در آن $m (=9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})$ جرم الکترون، $h (=6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s})$ ثابت پلانک، E انرژی برحسب ژول که در آن $N(E)$ قرار است محاسبه شود، و $N(E)$ بر حسب حالت‌ها بر متر مکعب بر ژول ($\text{m}^{-3}\text{J}^{-1}$) است. برای اصلاح این معادله به گونه‌ای که مقدار E بر حسب الکترون-ولت و مقدار $N(E)$ بر حسب حالت‌ها بر متر مکعب بر الکترون-ولت ($\text{m}^{-3}\text{eV}^{-1}$) باشد، طرف راست این معادله را در $e^{3/2}$ ، که e بار بنیادی برابر با $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ است، ضرب می‌کنیم. شکل ۴۱-۶، نموداری از چنین نوع اصلاح شده‌ای از معادله ۴۱-۵ است. توجه کنید که در شکل ۴۱-۶ یا معادله ۴۱-۵، شکل، دما، یا جنس ماده هیچ دخلتی ندارند.

۲. تعداد الکترونهای رسانش مکعب با معادله ۴۱-۲ به تعداد اتمهای منیزیم مربوط‌اند.

۳. تعداد اتمها را می‌توانیم با استفاده از معادله ۴۱-۴ و داده‌های معلوم درباره حجم مکعب و خاصیت‌های منیزیم به دست آوریم.

محاسبه‌ها: معادله ۴۱-۴ را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$N_A (\text{حجم نمونه } V) (\text{چگالی ماده}) = \frac{(\text{تعداد اتمها در نمونه})}{\text{جرم مولی } M}$$

منیزیم دارای چگالی $(1.738 \text{ g/cm}^3 = 1.738 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)$ و جرم مولی $(24.312 \text{ g/mol} = 24.312 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})$ است (پیوست ج را ببینید). صورت کسر چنین به دست می‌دهد

$$(1.738 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (2.00 \times 10^{-6} \text{ m}^3) (6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/mol}) = 2.0926 \times 10^{21} \text{ kg/mol}$$

بنابراین، داریم

$$\left(\frac{\text{تعداد اتمها}}{\text{در نمونه}} \right) = \frac{2.0926 \times 10^{21} \text{ kg/mol}}{24.312 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 8.61 \times 10^{22}$$

با استفاده از این نتیجه و این واقعیت که اتمهای منیزیم دو ظرفیتی‌اند، معادله ۴۱-۲ چنین به دست می‌دهد

$$\left(\frac{\text{تعداد الکترونهای}}{\text{رسانش در نمونه}} \right) = (8.61 \times 10^{22} \text{ atoms}) \left(2 \frac{\text{electrons}}{\text{atom}} \right)$$

$$= 1.72 \times 10^{23} \text{ electrons} \quad (\text{پاسخ})$$

رسانایی در بالای صفر مطلق

آنچه بیشتر در عمل مورد توجه است رسانش الکتریسته در فلزها، در دمای بالای صفر مطلق است. توزیع الکترونی شکل ۴۱-۵ در چنین دماهای بالاتری چگونه است؟ همانطور که خواهیم دید تغییرات به طرز غافلگیرکننده‌ای ناچیز است.

از الکترونهای واقع در نوار پرشده جزئی شکل ۴۱-۵، فقط آنهایی که انرژی آنها نزدیک به انرژی فرمی‌اند ترازهای اشغال نشده بالای آنها را می‌یابند، و فقط این الکترونها مجازند تا توسط اغتشاش گرمایی به این ترازهای بالاتر بروند. حتی در $T = 1000 \text{ K}$ ، دمایی که در آن مس در یک اتاق تاریک به طور تابناکی می‌درخشد، توزیع الکترونها در ترازهای موجود تفاوت چندانی با توزیع الکترونها در دمای $T = 0 \text{ K}$ ندارد.

حال ببینیم چرا این گونه است. کمیت kT ، که در آن k ثابت بولتزمن است، معیاری مناسب برای انرژی است که می‌تواند توسط حرکت‌های گرمایی کاتوره‌ای شبکه به الکترون رسانش داده شود. در $T = 1000 \text{ K}$ داریم $kT = 0.086 \text{ eV}$. هیچ الکترونی نمی‌تواند فقط با اغتشاش گرمایی چند برابر این مقدار نسبتاً کوچک، تغییر انرژی پیدا کند؛ بنابراین، در بهترین حالت، فقط آن چند الکترون رسانش محدودی که انرژی آنها به انرژی

از این رو، در انرژی 7 eV ، تعداد حالت‌های N در گستره انرژی $\Delta E = 0.003\text{ eV}$ را چنین به دست می‌آوریم

$$\left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌های } N \text{ در} \\ \text{گستره } \Delta E \text{ در } 7\text{ eV} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌ها} \\ \text{بر } 7\text{ eV در } 1\text{ eV} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{گستره} \\ \Delta E \text{ انرژی} \end{array} \right)$$

یا

$$N = (3/6 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1})(0.003 \text{ eV}) = 1/1 \times 10^{17} \approx 1 \times 10^{17} \quad (\text{پاسخ})$$

(وقتی تعداد حالت‌ها در محدوده معینی از انرژی را بخواهیم ابتدا باید بررسی کنیم که آیا محدوده به قدر کافی کوچک است که بتوان این نوع تقریب را به کار برد.)

احتمال اشغال شدن $P(E)$

توانایی یک فلز برای رسانش الکتریسته به احتمال آنکه ترازهای تهی موجود واقعاً اشغال شوند، بستگی دارد. بنابراین، پرسش دیگری پیش می‌آید: اگر یک تراز انرژی در انرژی E موجود باشد، احتمال $P(E)$ که آن تراز واقعاً توسط یک الکترون اشغال شود، چقدر است؟ در $T = 0\text{ K}$ ، می‌دانیم برای همه ترازهایی که انرژی آنها زیر انرژی فرمی است، $P(E) = 1$ است که این مربوط به قطعی است که تراز، اشغال شده باشد. همچنین می‌دانیم، در $T = 0\text{ K}$ ، برای همه ترازهایی که انرژی آنها بالای انرژی فرمی است، $P(E) = 0$ است که این مربوط به قطعی است که تراز، اشغال نشده باشد. شکل ۷-۴۱ الف، این وضعیت را نشان می‌دهد.

برای یافتن $P(E)$ در دماهای بالاتر از صفر مطلق، باید از مجموعه‌ای قاعده‌های شمارش کوانتومی موسوم به آمار فرمی-دیراک استفاده کنیم، که این نامگذاری به دو فیزیکدان برمی‌گردد که آن را معرفی کردند. با استفاده از این قاعده‌ها، می‌توان نشان داد که احتمال اشغال شدن $P(E)$ برابر است با

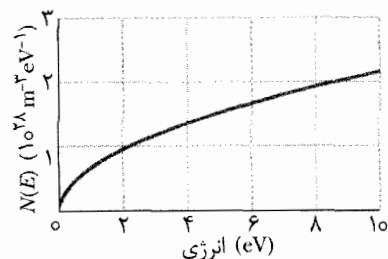
$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (7-41) \quad (\text{احتمال اشغال شدن})$$

که در آن E_F ، انرژی فرمی است. توجه کنید $P(E)$ نه به انرژی E تراز، بلکه فقط به اختلاف انرژی $E - E_F$ ، که می‌تواند مثبت یا منفی باشد، بستگی دارد.

برای اینکه دریابیم آیا معادله ۷-۴۱، شکل ۷-۴۱ الف را توصیف می‌کند، $T = 0\text{ K}$ را در آن قرار می‌دهیم. از آنجا خواهیم داشت

برای $E < E_F$ ، جمله‌نمایی در معادله ۷-۴۱ برابر $e^{-\infty}$ ، یا صفر است؛ بنابراین، $P(E) = 1$ ، که این با شکل ۷-۴۱ الف سازگار است.

برای $E > E_F$ ، جمله‌نمایی برابر $e^{+\infty}$ است؛ بنابراین، $P(E) = 0$ است که این دوباره با شکل ۷-۴۱ الف سازگار است.



شکل ۷-۴۱ چگالی حالت‌ها $N(E)$ - یعنی، تعداد ترازهای انرژی الکترون بر یکای بازه انرژی بر یکای حجم که بر حسب تابعی از انرژی الکترون رسم شده است. چگالی تابع حالت‌ها، به سادگی تعداد حالت‌های موجود است؛ ولی درباره اینکه آیا این حالت‌ها با الکترون‌ها اشغال شده‌اند یا نه چیزی نمی‌گوید.

نکته وارسی ۱ (الف) آیا فاصله بین ترازهای انرژی مجاور مس در $E = 4\text{ eV}$ ، از فاصله آنها در $E = 6\text{ eV}$ ، بزرگتر است یا کوچکتر، یا برابر آن است؟ (ب) آیا فاصله بین ترازهای انرژی مس در $E = 4\text{ eV}$ از فاصله یک حجم یکسان آلومینیومی در همان انرژی، بزرگتر است یا کوچکتر، یا برابر آن است؟

مسئله نمونه ۷-۴۱

(الف) با استفاده از داده‌های شکل ۷-۴۱، تعداد حالت‌ها بر الکترون-ولت در انرژی 7 eV را در نمونه‌ای از فلز به حجم $V = 2 \times 10^{-9} \text{ m}^3$ تعیین کنید.

نکته کلیدی می‌توانیم تعداد حالت‌ها بر الکترون-ولت را در یک انرژی معین با استفاده از چگالی حالت‌های $N(E)$ در آن انرژی و حجم V نمونه، به دست آوریم.

محاسبه‌ها: در انرژی 7 eV ، می‌نویسیم

حل: نکته کلیدی این است که

$$\left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌ها} \\ \text{بر } 7\text{ eV در } 1\text{ eV} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{چگالی حالت‌ها} \\ N(E) \text{ در } 7\text{ eV} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{حجم } V \\ \text{نمونه} \end{array} \right)$$

از شکل ۷-۴۱ درمی‌یابیم که در انرژی $E = 7\text{ eV}$ ، چگالی حالت‌ها تقریباً برابر با $1/8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ است. بنابراین، داریم

$$\left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌ها} \\ \text{بر } 7\text{ eV در } 1\text{ eV} \end{array} \right) = (1/8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1})(2 \times 10^{-9} \text{ m}^3) = 3/6 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \approx 4 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) سپس، تعداد حالت‌های N نمونه داخل گستره کوچک انرژی $\Delta E = 0.003\text{ eV}$ به مرکز 7 eV را تعیین کنید.

محاسبه‌ها: از معادله ۷-۴۱ و شکل ۷-۴۱ می‌دانیم که چگالی حالت‌ها تابعی از انرژی E است. ولی، برای گستره انرژی ΔE که نسبت به E کوچک است، چگالی حالت‌ها (و بنابراین، تعداد حالت‌ها بر الکترون-ولت) را می‌توانیم تقریباً ثابت اختیار کنیم.

(ب) احتمال اشغال شدن حالتی که انرژی آن 0.10 eV زیر انرژی فرمی است، چقدر است؟
محاسبه‌ها: نکته کلیدی بخش (الف) در اینجا نیز کاربرد دارد، با این تفاوت که اکنون انرژی حالت زیر انرژی فرمی است. در نتیجه، نمای بخش نمایی معادله ۴۱-۶ دارای همان مقدار به دست آمده در قسمت (الف)، ولی با علامت منفی است؛ بنابراین، معادله ۴۱-۶ اکنون چنین به دست می‌دهد

$$P(E) = \frac{1}{e^{-1/45} + 1} = 0.81 \quad \text{یا} \quad 81\% \quad (\text{پاسخ})$$

برای حالت‌های زیر انرژی فرمی، غالباً به آن احتمالی بیشتر علاقه‌مندیم که حالت اشغال نشده باشد. این احتمال دقیقاً برابر با $1 - P(E)$ ، یا 19% است. توجه کنید که این همان احتمال اشغال شدن در قسمت (الف) است.

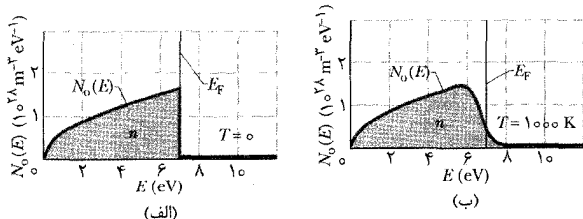
چند حالت اشغال شده وجود دارد؟

معادله ۴۱-۵ و شکل ۴۱-۶ مبین آن هستند که چگونه حالت‌های موجود برحسب انرژی توزیع شده‌اند. احتمال اشغال شدن معادله ۴۱-۶، احتمالی را به دست می‌دهد که هر حالت معین واقعاً توسط یک الکترون اشغال شود. برای یافتن $N_0(E)$ ، چگالی حالت‌های اشغال شده، باید هر حالت موجود را با مقدار احتمال اشغال شدن مربوط به آن، ضرب کنیم؛ یعنی

$$\left(\begin{array}{c} \text{احتمال اشغال شدن} \\ E \text{ در انرژی } P(E) \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{چگالی حالت‌های} \\ E \text{ در انرژی } N_0(E) \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{چگالی حالت‌های اشغال} \\ E \text{ در انرژی } N(E) \end{array} \right) \quad \text{یا}$$

$$N_0(E) = N(E)P(E) \quad (41-7) \quad (\text{چگالی حالت‌های اشغال شده})$$

شکل ۴۱-۸ الف نمودار معادله ۴۱-۷ برای مس در دمای $T = 0 \text{ K}$ است. این نمودار، در هر انرژی، از ضرب مقدار چگالی تابع حالتها (شکل ۴۱-۶) در مقدار احتمال اشغال شدن در صفر مطلق (شکل ۴۱-۷ الف) به دست می‌آید. شکل ۴۱-۸ ب، که به همین ترتیب محاسبه شده است، چگالی حالت‌های اشغال شده برای مس را در دمای $T = 1000 \text{ K}$ نشان می‌دهد.

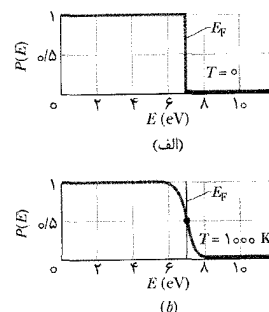


شکل ۴۱-۸ (الف) چگالی حالت‌های اشغال شده $N(E)$ برای مس در صفر مطلق. مساحت زیر منحنی، چگالی عددی الکترونهاست. توجه کنید که همه حالت‌ها با انرژی‌هایی تا انرژی فرمی $E_F = 7 \text{ eV}$ اشغال شده‌اند و تمام حالت‌های با انرژی‌های بالای انرژی فرمی تهی هستند. (ب) همان منحنی برای مس در $T = 1000 \text{ K}$. توجه کنید فقط الکترونی‌هایی با انرژی‌های نزدیک به انرژی فرمی تأثیر پذیرفته و دوباره توزیع شده‌اند.

شکل ۴۱-۷ ب نمودار $P(E)$ به ازای $T = 1000 \text{ K}$ است. این نمودار، همانطور که در بالا بیان شد، نشان می‌دهد که تغییرات در توزیع الکترونها میان حالت‌های موجود فقط شامل حالت‌هایی می‌شود که انرژی‌های آنها نزدیک به انرژی فرمی E_F است. توجه کنید که اگر $E = E_F$ باشد (دمای T هر چه باشد)، جمله نمایی در معادله ۴۱-۶ برابر $1 = e^0$ و $P(E) = 0.5$ می‌شود. این نتیجه به تعریف سودمندتری از انرژی فرمی می‌انجامد:

انرژی فرمی یک ماده معین، انرژی یک حالت کوانتومی است که احتمال اشغال آن توسط الکترون 0.5 است.

شکل‌های ۴۱-۷ الف و ب برای مس، که دارای انرژی فرمی 7 eV است، رسم شده‌اند. بنابراین، برای مس هم در $T = 0 \text{ K}$ و هم در $T = 1000 \text{ K}$ ، حالت انرژی $E = 7 \text{ eV}$ با احتمال 0.5 اشغال شده است.



شکل ۴۱-۷ احتمال اشغال شدن $P(E)$ احتمالی است که یک تراز انرژی توسط یک الکترون اشغال بشود. (الف) در $T = 0 \text{ K}$ ، $P(E)$ برای ترازهایی با انرژی‌های E تا E_F برابر با یک، و برای ترازهایی با انرژی‌های بالاتر، برابر با صفر است. (ب) در $T = 1000 \text{ K}$ ، چند الکترون محدود که انرژی‌های آنها قدری کمتر از انرژی فرمی در $T = 0 \text{ K}$ است، به حالت‌هایی که انرژی‌های آنها قدری بزرگتر از انرژی فرمی هستند بالا برده می‌شوند. نقطه روی منحنی نشان می‌دهد که به ازای $E = E_F$ ، $P(E) = 0.5$ است.

مسئله نمونه ۴۱-۴

(الف) احتمال آنکه یک حالت کوانتومی که انرژی آن 0.10 eV بالای انرژی فرمی است، اشغال شود چقدر است؟ فرض کنید دمای نمونه 800 K است.

نکته کلیدی احتمال اشغال شدن هر حالت در فلز را می‌توان بنابر معادله ۴۱-۶ از آمار فرمی-دیراک به دست آورد.

محاسبه‌ها: برای به کار بردن معادله ۴۱-۶، نخست نمای بدون بعد بخش نمایی را محاسبه می‌کنیم

$$\frac{E - E_F}{kT} = \frac{0.10 \text{ eV}}{(8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})(800 \text{ K})} = 1/45$$

با قراردادن این نما در معادله ۴۱-۶، خواهیم داشت

$$P(E) = \frac{1}{e^{1/45} + 1} = 0.19 \quad \text{یا} \quad 19\% \quad (\text{پاسخ})$$

بایم. اگر معادله ۴۱-۵ را در معادله ۴۱-۸ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$n = \frac{\sqrt{2} \pi m^{3/2}}{h^3} \int_0^{E_F} E^{1/2} dE = \frac{\sqrt{2} \pi m^{3/2}}{h^3} \frac{2E_F^{3/2}}{3}$$

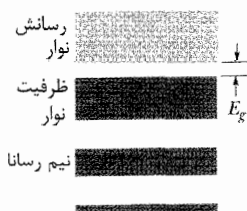
که در آن m جرم الکترون است. حل آن برای E_F چنین به دست می‌دهد

$$E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0.121 h^2}{m} n^{2/3}$$

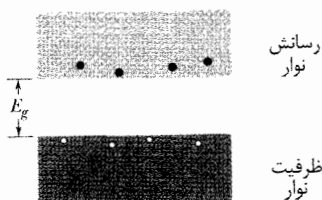
بنابراین، وقتی n ، تعداد الکترونها رسانش بر یکای حجم برای یک فلز، معین باشد، می‌توانیم انرژی فرمی را برای آن فلز به دست آوریم.

۴۱-۶ نیمرساناها

اگر شکل ۴۱-۹ الف را با شکل ۴۱-۴ مقایسه کنیم، درمی‌یابیم که ساختار نواری یک نیمرسانا مشابه یک عایق است. اختلاف اساسی این است که نیمرسانا دارای گاف انرژی بسیار کوچکتري بین بالای بالاترین نوار پر شده (موسوم به نوار ظرفیت) و پایین نوار تهی درست بالای آن (موسوم به نوار رسانش) است. بنابراین، بدون شک سیلیسیوم ($E_g = 1.1 \text{ eV}$) یک نیمرسانا و الماس ($E_g = 5.5 \text{ eV}$) یک عایق است. در سیلیسیوم-ولی نه در الماس-احتمالی واقعی وجود دارد که اغتشاش گرمایی در دمای اتاق باعث شود که الکترون‌ها از گاف بین نوار ظرفیت و نوار رسانش بگذرند.



(الف)



(ب)

شکل ۴۱-۹ الف) نقش نوار-گاف برای یک نیمرسانا. این نقش، مشابه نقش یک عایق است. (شکل ۴۱-۴ را ببینید) با این تفاوت که در اینجا، گاف انرژی E_g بسیار کوچکتر است؛ بنابراین، الکترون‌ها، به دلیل اغتشاش گرمایی، احتمال معقولی دارند که بتوانند از این گاف بگذرند. (ب) اغتشاش گرمایی باعث شده است که چند الکترون معدود از گاف بین نوار ظرفیت و نوار رسانش بگذرند و بدین ترتیب تعداد یکسانی حفره در نوار ظرفیت بر جای گذارند.

اگر فلز مسئله نمونه ۴۱-۳ مس باشد، که دارای انرژی فرمی 7.0 eV است، چند حالت اشغال شده بر 7.0 eV در گستره باریکی از انرژی حول 7.0 eV قرار دارند؟

نکته‌های کلیدی (۱) استدلال مسئله نمونه ۴۱-۳ الف در اینجا نیز برقرار است، با این تفاوت که اکنون از چگالی حالت‌های اشغال شده $N_0(E)$ استفاده می‌کنیم که با معادله ۴۱-۷ داده می‌شود ($N_0(E) = N(E)P(E)$). (۲) چون می‌خواهیم کمیت‌ها را برای گستره انرژی باریکی حول 7.0 eV (انرژی فرمی مس) به دست آوریم، احتمال اشغال شدن $P(E)$ برابر 0.50 است. **محاسبه‌ها:** از شکل ۴۱-۶ درمی‌یابیم که چگالی حالت‌ها در 7 eV تقریباً برابر با $1.8 \times 10^{19} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ است. بنابراین، معادله ۴۱-۷ حاکی از آن است که چگالی حالت‌های اشغال شده برابر است با

$$N_0(E) = N(E)P(E) = (1.8 \times 10^{19} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1})(0.50) = 0.9 \times 10^{19} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$$

سپس، معادله مسئله نمونه ۴۱-۳ الف را برحسب حالت‌های اشغال شده دوباره می‌نویسیم

$$\left(\begin{array}{c} \text{چگالی حالت‌های اشغال شده} \\ N_0(E) \text{ در } 7 \text{ eV} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد حالت‌های اشغال شده} \\ \text{بر } 7 \text{ eV در } 7 \text{ eV} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{حجم} \\ V \text{ نمونه} \end{array} \right)$$

آنگاه با قرار دادن نتیجه به جای $N_0(E)$ و V خواهیم داشت

$$\begin{aligned} &= (0.9 \times 10^{19} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1})(2 \times 10^{-9} \text{ m}^3) \\ &= 1.8 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \\ &\approx 2 \times 10^{19} \text{ eV}^{-1} \end{aligned}$$

محاسبه انرژی فرمی

فرض کنید (از طریق انتگرالگیری) تعداد حالت‌های اشغال شده بر یکای حجم در شکل ۴۱-۸ الف را ($T = 0 \text{ K}$ به ازای) برای همه انرژی‌های بین $E = 0$ و $E = E_F$ جمع کنیم. نتیجه کار باید برابر با n ، تعداد الکترونها رسانش بر یکای حجم فلز باشد. به شکل معادله، داریم

$$n = \int_0^{E_F} N_0(E) dE \quad (41-8)$$

(از لحاظ نموداری، انتگرال مساحت زیر منحنی توزیع شکل ۴۱-۸ الف را نشان می‌دهد.) چون در $T = 0 \text{ K}$ برای همه انرژی‌های زیر انرژی فرمی، $P(E) = 1$ است، معادله ۴۱-۷ بیان می‌دارد که می‌توانیم $N(E)$ را به جای $N_0(E)$ در معادله ۴۱-۸ قرار دهیم و آنگاه با استفاده از معادله ۴۱-۸، انرژی فرمی E_F را

مقاومت ویژه ρ

از فصل ۲۲ (جلد دوم) به خاطر آورید که مقاومت ویژه ρ یک ماده برابر $m/e^2 n \tau$ است، که در آن m جرم الکترون، e بار بنیادی، n تعداد حاملهای بار بر یکای حجم، و τ زمان میانگین بین برخوردهای حاملهای بار است. جدول ۴۱-۱ نشان می‌دهد که، در دمای اتاق، مقاومت ویژه سیلیسیوم با عاملی حدود 10^{11} بار، بزرگتر از مقاومت ویژه مس است. دلیل این اختلاف فاحش را می‌توان با اختلاف فاحش مقادیرهای n توضیح داد. عاملهای دیگری نیز دخیل‌اند، ولی اثر آنها بر مقاومت ویژه به دلیل این اختلاف فاحش n ، زیاد نیست.

ضریب دمایی مقاومت ویژه α

به خاطر آورید که α (معادله ۲۲-۱۷ را در جلد ۲ ببینید) تغییر کسری در مقاومت ویژه بر یکای تغییر دماست

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} \quad (41-10)$$

مقاومت ویژه مس با دما افزایش می‌یابد. (یعنی، $d\rho/dT > 0$)، زیرا برخوردهای حاملهای بار مس در دماهای بالاتر به تعداد بیشتری رخ می‌دهد. بنابراین، α برای مس، مثبت است.

برای سیلیسیوم نیز تعداد برخوردها با دما افزایش می‌یابد. ولی، در واقع مقاومت ویژه سیلیسیوم با دما کاهش می‌یابد. ($d\rho/dT < 0$)، زیرا تعداد حاملهای بار n (الکترون‌ها در نوار رسانش و حفره‌ها در نوار ظرفیت) با افزایش دما به طور بسیار سریعی افزایش می‌یابند. (الکترونهای بیشتری از گاف بین نوار ظرفیت و نوار رسانش می‌گذرند). بنابراین، تغییر کسری α برای سیلیسیوم منفی است.

۴۱-۷ نیمرساناهای آلاییده

سودمندی نیمرساناها در فناوری را میتوان با وارد کردن تعداد کمی از اتمهای جایگزین مناسب (موسوم به ناخالصی) در شبکه نیمرسانا، به میزان زیادی بهبود بخشید- فرایندی که آلاییدن نامیده می‌شود. به طور نوعی، فقط حدود 10^7 اتم سیلیسیوم در 10^7 اتم آلاییده در نیمرسانای آلاییده جایگزین می‌شود. اساساً مبنای همه ابزارهای نیمرسانای نوین، مواد آلاییده است. چنین موادی بر دو نوع‌اند که نوع n و نوع p نامیده می‌شوند؛ هر یک از این دو نوع ماده را به نوبت بررسی می‌کنیم.

در جدول ۴۱-۱، سه خاصیت اصلی مس، نمونه شاخص رساناهای فلزی و سیلیسیوم، نمونه شاخص نیمرساناها، را مقایسه کرده‌ایم. بار دیگر به آن جدول، ردیف به ردیف، نگاهی بیندازید تا دریابید چگونه نیمرسانا از فلز متفاوت است.

چگالی عددی حاملهای بار n

ردیف پایین جدول ۴۱-۱ نشان می‌دهد که مس دارای حاملهای بار بر یکای حجم بسیار بیشتری، با عاملی در حدود 10^{13} بار، از سیلیسیوم است. برای مس، در هر اتم یک الکترون، فقط الکترون ظرفیت، در فرایند رسانش سهم دارد. حاملهای بار در سیلیسیوم تنها به این علت پدید می‌آیند که در تعادل گرمایی، اغتشاش گرمایی باعث می‌شود که تعداد (بسیار کوچک) معینی از الکترونهای نوار ظرفیت با برجای نهادن تعداد یکسانی از حالتی انرژی اشغال نشده، موسوم به حفره‌ها در نوار ظرفیت، از گاف انرژی به نوار رسانش پرش کنند. شکل ۴۱-۹ ب این وضعیت را نشان می‌دهد.

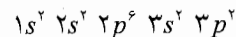
هم الکترونهای واقع در نوار رسانش و هم حفره‌های واقع در نوار ظرفیت به صورت حاملهای بار عمل می‌کنند. حفره‌ها این وظیفه را با دادن آزادی عمل معینی به الکترونهای واقع در نوار ظرفیت، یعنی الکترونهایی که در نبود حفره‌ها در بند می‌بودند، به انجام می‌رسانند. اگر میدان الکتریکی \vec{E} در یک نیمرسانا برقرار شود، الکترونهای واقع در نوار ظرفیت، که دارای بار منفی‌اند، در خلاف جهت \vec{E} سوق داده می‌شوند. این باعث می‌شود که مکان حفره‌ها در جهت \vec{E} رانده شوند. در واقع، حفره‌ها مانند ذره‌های در حال حرکتی با بار $+e$ رفتار می‌کنند.

ممکن است تصور ردیفی از اتومبیلهایی که سپر به سپر پارک کرده‌اند و اتومبیل جلویی به اندازه طول یک اتومبیل از مانعی فاصله دارد، به طوری که یک فضای خالی به طول یک اتومبیل برای فضای پارک در دسترس است، ما را در درک این مفهوم کمک کند. اگر اتومبیل جلویی به سمت مانع حرکت کند، فضایی برای پارک در پشت آن باز می‌شود. آنگاه اتومبیل دوم می‌تواند این فضا را پر کند و بدین ترتیب اتومبیل سوم مجاز به حرکت می‌شود و الی آخر. حرکت چندین اتومبیل به سمت مانع با توجه به سوق پیدا کردن یک "حفره" (فضای پارک) از مانع به عقب، به ساده‌ترین وجهی قابل تحلیل است.

در نیمرساناها، رسانش توسط حفره‌ها درست به همان اندازه رسانش توسط الکترون‌ها اهمیت دارد. در مورد رسانش حفره، می‌توانیم فرض کنیم که همه حالتیهای اشغال نشده در نوار ظرفیت توسط ذره‌هایی با بار $+e$ اشغال شده‌اند و تمام الکترون‌ها در نوار ظرفیت برداشته شده‌اند، به طوری که این حاملهای بار مثبت می‌توانند در سرتاسر نوار آزادانه حرکت کنند.

نیمرسانای نوع n

الکترونها در یک اتم سیلیسیوم منزوی بنابر آرایش زیر در زیر لایه‌ها مرتب شده‌اند

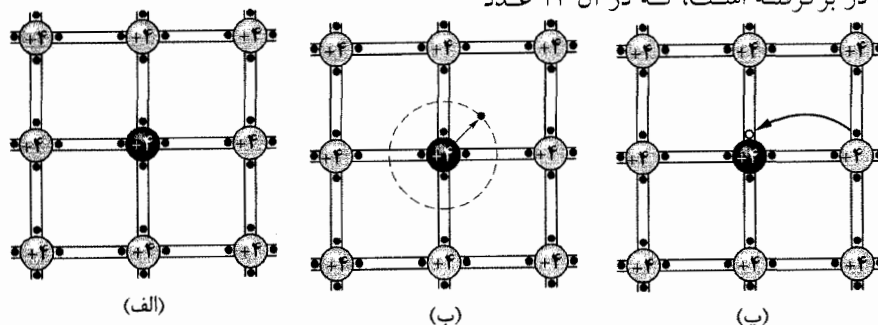


که در آن، طبق معمول، شاخصهای بالا (که مجموع آنها ۱۴، یعنی عدد اتمی سیلیسیوم است) تعداد الکترونها در زیر لایه‌های معین را نمایش می‌دهند.

شکل ۱۰-۴۱ الف، نمایش مسطحی از بخشی از شبکه سیلیسیوم خالص است که آن بخش را روی یک صفحه تصویر کرده است. این شکل را با شکل ۱-۴۱ ب، که یاخته یک‌ای از شبکه سه بعدی را نشان می‌دهد، مقایسه کنید. هر اتم سیلیسیوم، جفت الکترون $3s$ و جفت الکترون $3p$ خود را برای تشکیل یک پیوند کووالانس دو الکترونی محکم با هر یک از چهار همسایه نزدیک خود به اشتراک می‌گذارد. (پیوند کووالانسی، اتصالی بین دو اتم است که در آن، اتمها یک جفت الکترون را به اشتراک می‌گذارند.) چهار اتمی که داخل یاخته یک‌ای شکل ۱-۴۱ ب قرار دارند، این چهار پیوند را نشان می‌دهند.

الکترونهایی که پیوندهای سیلیسیوم-سیلیسیوم را تشکیل می‌دهند، نوار ظرفیت نمونه سیلیسیوم را می‌سازند. اگر الکترونی از یکی از این پیوندها گسسته شود، به طوری که آزادانه در سرتاسر شبکه سرگردان شود، می‌گوییم آن الکترون از نوار ظرفیت به نوار رسانش بالا رفته است. کمینه انرژی مورد نیاز برای انجام این عمل، برابر با گاف انرژی E_g است.

چون چهار الکترون سیلیسیوم در پیوندها مشارکت دارند، هر "اتم" سیلیسیوم در واقع یونی است که شامل یک ابر الکترونی نئون-گونه بی‌اثر (حاوی ۱۰ الکترون) است که هسته‌ای با بار $+14e$ را در برگرفته است، که در آن عدد



شکل ۱۰-۴۱ الف) نمایش مسطح از ساختار شبکه سیلیسیوم خالص. هر یون سیلیسیوم توسط یک پیوند کووالانس دو الکترونی به چهار نزدیکترین همسایه خود جفت شده است (که با یک جفت نقطه بین دو خط تیره موازی نشان داده شده است). الکترونها به پیوند-و نه به اتمهای مجزا- تعلق دارند و تشکیل یک پیوند ظرفیتی نمونه را می‌دهند. (ب) یک اتم سیلیسیوم با یک اتم فسفر (۵ = ظرفیت) جایگزین شده است. الکترون "اضافی" فقط به طور سستی به مغز یونی خود مقید است و به سادگی می‌تواند به نوار رسانش بالا برود، جایی که مجاز است در سرتاسر حجم شبکه حرکت کند. (پ) یک اتم سیلیسیوم با یک اتم آلومینیوم (۳ = ظرفیت) جایگزین شده است. اکنون حفره‌ای در یکی از پیوندهای کووالانسی و بنابراین، در نوار ظرفیت نمونه وجود دارد. این حفره می‌تواند هنگامی که الکترونهای پیوندهای مجاور برای پرکردن آن حرکت می‌کنند، به سادگی در سرتاسر شبکه حرکت کند. در اینجا، حفره به سمت راست حرکت می‌کند.

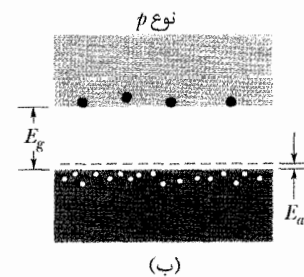
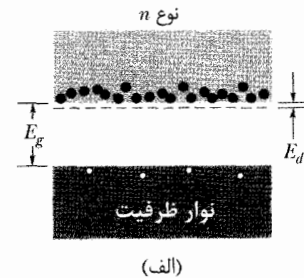
اتمی سیلیسیوم است. بنابراین، بار خالص هر یک از یونها $+4e$ است، و گفته می‌شود که این یونها دارای عدد ظرفیت ۴ هستند. در شکل ۱۰-۴۱ ب، یون سیلیسیوم مرکزی با یک اتم فسفر (۵ = ظرفیت) جایگزین شده است. چهار الکترون ظرفیت فسفر با چهار یون سیلیسیوم احاطه کننده آن، پیوندهایی را تشکیل می‌دهند. پنجمین الکترون (الکترون "اضافی") فقط به طور سستی به مغز یونی فسفر مقید شده است. روی نمودار انرژی-نوار، معمولاً می‌گوییم چنین الکترونی حالت انرژی جایگزیده‌ای را اشغال می‌کند که داخل گاف انرژی، در بازه انرژی متوسط E_d زیر کف نوار رسانش قرار دارد؛ این، در شکل ۱۱-۴۱ الف نشان داده شده است. چون $E_d \ll E_g$ است، انرژی لازم برای برانگیختن الکترونها از بین ترازها به نوار رسانش بسیار کمتر از انرژی لازم برای برانگیختن الکترونهای ظرفیت سیلیسیوم به نوار رسانش است.

اتم فسفر، اتم بخشنده نامیده می‌شود، زیرا به سادگی یک الکترون خود را به نوار رسانش می‌دهد. در واقع، در دمای اتاق، در عمل همه الکترونهایی که توسط اتمهای بخشنده مشارکت داده می‌شوند، در نوار رسانش قرار دارند. با اضافه کردن اتمهای بخشنده، می‌توان تعداد الکترونهای نوار رسانش را به میزان زیادی افزایش داد، با عاملی بسیار بزرگتر از آنچه که شکل ۱۱-۴۱ الف پیشنهاد می‌کند.

نیمرساناهایی که با اتمهای بخشنده آلایده می‌شوند، نیمرساناهای نوع n نام دارند؛ n نشان دهنده منفی است که مبین آن است که تعداد حاملهای بار منفی وارد شده به نوار رسانش بسیار بیشتر از تعداد حاملهای بار مثبت است، که حفره‌های نوار ظرفیت‌اند. در نیمرسانای نوع n، الکترونها حاملهای اکثریت و حفره‌ها، حاملهای اقلیت نامیده می‌شوند.

نیمرسانای نوع p

اکنون شکل ۴۱-۱۰ پ را در نظر می‌گیریم که در آن یکی از اتمهای سیلیسیوم (۴ = ظرفیت) با یک اتم آلومینیوم (۳ = ظرفیت) جایگزین شده است. اتم آلومینیوم می‌تواند فقط با سه اتم سیلیسیوم پیوند کووالانسی تشکیل دهد، و بنابراین، اکنون یک الکترون "گم شده" (یک حفره) در پیوند آلومینیوم-سیلیسیوم وجود دارد. با کمی صرف انرژی، یک الکترون می‌تواند برای پرکردن این حفره از پیوند سیلیسیوم-سیلیسیوم مجاور گسسته شود و در نتیجه یک حفره در آن پیوند ایجاد کند. به همین ترتیب، یک الکترون از پیوندی دیگر می‌تواند برای پرکردن حفره‌ای که به تازگی ایجاد شده است حرکت کند. به این ترتیب، حفره می‌تواند در سرتاسر شبکه به حرکت درآید. اتم آلومینیوم، پذیرنده نامیده می‌شود، زیرا به آسانی یک الکترون را از پیوند مجاور-یعنی، از نوار ظرفیت سیلیسیوم-می‌گیرد. به طوری که شکل ۴۱-۱۱ ب نشان می‌دهد، این



شکل ۴۱-۱۱ (الف) در یک نیمرسانای آلاییده نوع n ، ترازهای انرژی الکترونیهای بخشنده در بازه کوچک E_d زیر کف نوار رسانش قرار دارند. چون الکترونیهای بخشنده می‌توانند به آسانی به نوار رسانش برانگیخته شوند، اکنون تعداد بسیار زیادی الکترون در این نوار وجود دارند. نوار ظرفیت شامل همان تعداد کم حفره‌ها به اندازه پیش از اضافه کردن آلاینده است. (ب) در یک نیمرسانای آلاییده نوع p ، ترازهای پذیرنده در بازه انرژی کوچک E_a بالای نوار ظرفیت قرار دارند. اکنون تعداد بسیار بیشتری حفره در نوار ظرفیت وجود دارد. نوار رسانش شامل همان تعداد کم الکترونها به اندازه پیش از اضافه کردن آلاینده است. نسبت حاملهای اکثریت به حاملهای اقلیت هم در (الف) و هم در (ب) بسیار بیشتر از مقداری است که این نمودارها نشان می‌دهند.

الکترون یک حالت انرژی جایگزیده را اشغال می‌کند که داخل گاف انرژی، در بازه انرژی متوسط E_a بالای نوار ظرفیت قرار

دارد. چون این بازه انرژی E_a کوچک است، الکترونیهای ظرفیت با بر جای گذاشتن حفره‌ها در نوار ظرفیت، به آسانی به تراز پذیرنده بالا می‌روند. بنابراین، با افزودن اتمهای پذیرنده، می‌توان تعداد حفره‌ها در نوار ظرفیت را به میزان زیادی افزایش داد، با عاملی بسیار بزرگتر از آنچه که شکل ۴۱-۱۱ ب پیشنهاد می‌کند. در سیلیسیوم، در دمای اتاق، در عمل همه ترازهای پذیرنده توسط الکترونها اشغال شده‌اند.

نیمرساناهایی که با اتمهای پذیرنده آلاییده می‌شوند، **نیمرساناهای نوع p** نامیده می‌شوند؛ p نشان دهنده مثبت، مبین آن است که تعداد حفره‌های وارد شده به نوار ظرفیت، که مشابه حاملهای بار مثبت رفتار می‌کنند، بسیار بیشتر از الکترونیهای نوار رسانش هستند. در نیمرساناهای نوع p ، حفره‌ها حاملهای اکثریت و الکترونها حاملهای اقلیت هستند.

در جدول ۴۱-۲ خاصیت‌های نیمرساناهای نوع n و نوع p خلاصه شده است. به ویژه، توجه کنید که مغزهای یونی بخشنده و پذیرنده، اگرچه بار دارند، ولی حاملهای بار نیستند؛ زیرا در دماهای طبیعی، آنها در جایگاههای شبکه‌ای خود ثابت باقی می‌مانند.

جدول ۴۱-۲

خاصیت‌های دو نیمرسانای آلاییده

نوع نیمرسانا		خاصیت
p	n	
سیلیسیوم	سیلیسیوم	ماده پیکره
$+14e$	$+14e$	بار هسته‌ای پیکره
$1/2\text{eV}$	$1/2\text{eV}$	گاف انرژی پیکره
آلومینیوم	فسفر	آلاینده
پذیرنده	بخشنده	نوع آلایش
حفره‌ها	الکترونها	حاملهای اکثریت
الکترونها	حفره‌ها	حاملهای اقلیت
$E_d = 0.067\text{eV}$	$E_a = 0.045\text{eV}$	گاف انرژی آلاینده
۳	۵	ظرفیت آلاینده
$+13e$	$+15e$	بار هسته‌ای آلاینده
$-e$	$+e$	بار یونی خالص آلاینده

مسئله نمونه ۴۱-۶

چگالی عددی n الکترونیهای رسانش در سیلیسیوم خالص، در دمای اتاق، حدوداً 10^{16}m^{-3} است. فرض کنید، با آلاییدن شبکه سیلیسیوم با فسفر، این تعداد را تا ضریب یک میلیون (10^6) افزایش دهیم. چه کسری از اتمهای سیلیسیوم را باید با اتمهای فسفر جایگزین کنیم؟ (به یاد آورید که در دمای اتاق، اغتشاش گرمایی به اندازه‌ای مؤثر است، که اساساً هر اتم فسفر، الکترون "اضافی" خود را به نوار رسانش می‌دهد.)

۴۱-۸ پیوندگاه $p-n$

پیوندگاه $p-n$ (شکل ۴۱-۱۲ الف) یک تک بلور نیمرساناست که به طور انتخابی به گونه‌ای آلايیده شده است که یک ناحیه از ماده نوع n و ناحیه مجاور آن از ماده نوع p باشد. چنین پیوندگاههایی ضرورتاً در قلب همه ابزارهای نیمرسانا قرار دارند.

برای سادگی فرض می‌کنیم که این پیوندگاه به طور مکانیکی، با فشردن یک میله نیمرسانا از نوع n به یک میله نیمرسانا از نوع p ، ساخته شده باشد. بنابراین، گذار از یک ناحیه به ناحیه دیگر کاملاً مشخص است و در تک صفحه پیوندگاه رخ می‌دهد.

حال حرکت‌های الکترونها و حفره‌ها را بررسی می‌کنیم، درست پس از آنکه میله نوع n و میله نوع p ، که هر دو از لحاظ الکتریکی خنثی هستند، به یکدیگر برای تشکیل یک پیوندگاه فشرده شدند. نخست، حامل‌های اکثریت را، که شامل الکترونها در ماده نوع n و حفره‌ها در ماده نوع p می‌شوند، بررسی می‌کنیم.

حرکت حامل‌های اکثریت

اگر بادکنک پر شده از هلیوم را بترکانیم، اتم‌های هلیوم در هوای محیط پخش (منتشر) می‌شوند. این بدان دلیل رخ می‌دهد که تعداد بسیار کمی اتم هلیوم در هوای معمولی وجود دارد. به زبان رسمی‌تر، یک گرادینان چگالی هلیوم در فصل مشترک بادکنک- هوا وجود دارد. (چگالی عددی اتم‌های هلیوم از یک طرف فصل مشترک به طرف دیگر آن، تغییر می‌کند)؛ اتم‌های هلیوم به گونه‌ای حرکت می‌کنند که این گرادینان را کاهش دهند.

به طور مشابه، الکترونهاى طرف n شکل ۴۱-۱۲ الف که به صفحه پیوندگاه نزدیک‌اند مایل‌اند در عرض آن (از راست به چپ در شکل) پخش شوند و به طرف p ، که در آنجا تعداد بسیار کمی الکترون وجود دارد، بروند؛ به همین ترتیب، حفره‌های طرف p که به صفحه پیوندگاه نزدیک‌اند مایل‌اند در عرض آن صفحه (از چپ به راست) پخش شوند و به طرف n ، که در آنجا تعداد بسیار کمی حفره وجود دارد، بروند. حرکت‌های هم الکترونها و هم حفره‌ها در جریان پخشی I_{diff} ، که بنا به قرارداد جهت آن به ترتیبی که در شکل ۴۱-۱۲ ت نشان داده شده از چپ به راست است، نقش دارند.

به یاد آورید که سرتاسر طرف n با یونهای بخشنده باردار مثبت که به طور محکمی در جایگاههای شبکه‌ای خود ثابت‌اند، پر شده است. معمولاً بار مثبت اضافی هر یک از این یونها به طور الکتریکی توسط یکی از الکترونهاى نوار رسانش خنثی می‌شود. ولی، هرگاه یک الکترون طرف n در عرض صفحه پیوندگاه پخش شود، این پخش یکی از این یونهای بخشنده را

تعداد اتم‌های فسفر: چون هر اتم فسفر در یک الکترون رسانش سهیم است و چون می‌خواهیم چگالی عددی کل الکترونهاى رسانش برابر $10^{16} n_0$ باشد، چگالی عددی اتم‌های فسفر n_p باید با رابطه زیر داده شود

$$10^{16} n_0 = n_0 + n_p$$

و از آنجا

$$n_p = 10^{16} n_0 - n_0 \approx 10^{16} n_0$$

$$= (10^6)(10^{16} \text{ m}^{-3}) = 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

این مبین آن است که باید 10^{22} اتم فسفر را به هر متر مکعب سیلیسیوم اضافه کنیم.

کسر اتم‌های سیلیسیوم: چگالی عددی n_{Si} اتم‌های سیلیسیوم در سیلیسیوم خالص را می‌توانیم از معادله ۴۱-۴ به دست آوریم، که می‌توان آن را چنین نوشت

$$\left(\frac{\text{تعداد اتم‌های نمونه}}{\text{جرم مولی سیلیسیوم}} \right) / N_A = \left(\frac{\text{چگالی سیلیسیوم}}{\text{جرم مولی سیلیسیوم}} \right) / N_A$$

از تقسیم دو طرف این معادله بر حجم V نمونه، چگالی عددی اتم‌های سیلیسیوم n_{Si} در طرف چپ به دست می‌آید؛ از آنجا داریم

$$n_{Si} = \frac{(N_A \text{ چگالی سیلیسیوم})}{M_{Si}}$$

پیوست ج، چگالی سیلیسیوم را $(2330 \text{ kg/m}^3) (= 233 \text{ g/cm}^3)$ و جرم مولی آن را $(0.0281 \text{ kg/mol}) (= 28.1 \text{ g/mol})$ به دست می‌دهد. بنابراین، داریم

$$n_{Si} = \frac{(2330 \text{ kg/m}^3)(6.02 \times 10^{23} \text{ atoms/mol})}{0.0281 \text{ kg/mol}}$$

$$= 5 \times 10^{28} \text{ atoms/m}^3 = 5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$$

کسری که در پی آن هستیم، تقریباً برابر است با

$$\frac{n_p}{n_{Si}} = \frac{10^{22} \text{ m}^{-3}}{5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}} = \frac{1}{5 \times 10^6} \quad (\text{پاسخ})$$

اگر فقط یک اتم سیلیسیوم در پنج میلیون را با یک اتم فسفر جایگزین کنیم، تعداد الکترونهاى واقع در نوار رسانش با ضریب یک میلیون افزایش خواهد یافت.

چگونه چنین آمیزه کوچکی از فسفر می‌تواند به چنین اثری که به ظاهر بزرگ به نظر می‌رسد، بیانجامد؟ پاسخ این است، اگرچه این اثر بسیار مهم است، ولی "بزرگ" نیست. چگالی عددی الکترونهاى رسانش پیش از آلايش برابر 10^{16} m^{-3} بوده و پس از آلايش برابر 10^{22} m^{-3} است. ولی، برای مس، چگالی عددی الکترونهاى رسانش (که در جدول ۴۱-۱ داده شده است) حدود 10^{29} m^{-3} است. بنابراین، حتی پس از آلايش، چگالی عددی الکترونهاى رسانش در سیلیسیوم بسیار کمتر از یک فلز نوعی، از قبیل مس، با عاملی حدود 10^7 باقی می‌ماند.

همانطور که شکل ۴۱-۱۲ پ. نشان می‌دهد، ایجاد بار فضایی یک اختلاف پتانسیل تماسی وابسته V_0 در دو طرف منطقه تهی به وجود می‌آورد. این اختلاف پتانسیل، پخش بیشتر الکترون‌ها و حفره‌ها در دو طرف صفحه پیوندگاه را محدود می‌کند. بارهای منفی مایل‌اند از ناحیه‌های کم پتانسیل دور شوند. بنابراین، الکترونی که از سمت راست شکل ۴۱-۱۲ ب به صفحه پیوندگاه نزدیک می‌شود، در حال حرکت به سوی یک ناحیه کم پتانسیل است و مایل است که به طرف n برگردد. به همین ترتیب، بار مثبتی (حفره) که از سمت چپ به صفحه پیوندگاه نزدیک می‌شود، در حال حرکت به سوی یک ناحیه با پتانسیل بالاست و می‌خواهد به طرف p برگردد.

حرکت حامل‌های اقلیت

همانطور که شکل ۴۱-۱۱ الف نشان می‌دهد، اگرچه حامل‌های اکثریت در ماده نوع n الکترون‌ها هستند، با این حال تعداد کمی حفره نیز وجود دارد. به همین ترتیب، در ماده نوع p (شکل ۴۱-۱۱ ب)، اگرچه حامل‌های بار اکثریت حفره‌ها هستند، با این حال تعداد کمی الکترون نیز وجود دارد. این تعداد کم حفره‌ها و الکترون‌ها، حامل‌های اقلیت در ماده‌های مربوطه‌اند.

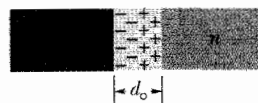
اگرچه اختلاف پتانسیل V_0 در شکل ۴۱-۱۲ پ به صورت سدی برای حامل‌های اکثریت عمل می‌کند، با این حال برای حامل‌های اقلیت یک سرانشی است که الکترون‌ها در طرف p یا حفره‌ها در طرف n قرار دارند. بارهای مثبت (حفره‌ها) مایل‌اند ناحیه‌های کم پتانسیل و بارهای منفی (الکترون‌ها) مایل‌اند ناحیه‌های با پتانسیل بالا را بیابند. بنابراین، هر دو نوع حامل‌های بار اقلیت، توسط اختلاف پتانسیل تماسی به دو طرف صفحه پیوندگاه کشیده می‌شوند و به همراه یکدیگر یک جریان سوقی I_{diff} در دو طرف صفحه پیوندگاه از راست به چپ، به ترتیبی که در شکل ۴۱-۱۲ پ نشان داده شده است، ایجاد می‌کنند.

بنابراین، یک پیوندگاه منزوی $p-n$ یک حالت تعادل واقع است و یک اختلاف پتانسیل تماسی V_0 بین دو سر آن وجود دارد. در تعادل، جریان پخش متوسط I_{diff} که از طرف p به طرف n صفحه پیوندگاه حرکت می‌کند دقیقاً با جریان سوقی متوسط I_{diff} که در جهت مخالف حرکت می‌کند، در توازن است. این دو جریان از آن رو همدیگر را خنثی می‌کنند که جریان خالص عبوری از صفحه پیوندگاه باید برابر صفر باشد؛ در غیر این صورت، بار بدون هیچ محدودیتی از یک سر پیوندگاه به سر دیگر آن انتقال پیدا می‌کرد.

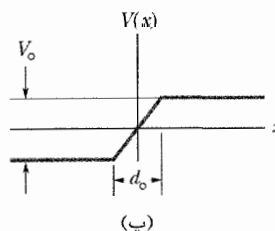
“آشکار می‌کند” و بنابراین، یک بار مثبت ثابت در نزدیکی صفحه پیوندگاه در طرف n ظاهر می‌شود. هرگاه الکترون پخش شده به طرف p برسد، به سرعت با یک یون پذیرنده (که فاقد یک الکترون است) ترکیب می‌شود و بدین ترتیب یک بار منفی ثابت در نزدیکی صفحه پیوندگاه در طرف p ظاهر می‌شود. الکترون‌ها به این روش در سرتاسر صفحه پیوندگاه، از راست به چپ در شکل ۴۱-۱۲ الف پخش می‌شوند و در نتیجه، همانطور که در شکل ۴۱-۱۲ ب نشان داده شده است، یک بار فضایی روی هر طرف صفحه پیوندگاه ایجاد می‌کنند. حفره‌هایی که در سرتاسر صفحه پیوندگاه از چپ به راست پخش می‌شوند، دقیقاً اثر یکسانی دارند. (زمانی را صرف متقاعد کردن خود در این باره نکنید.) حرکت‌های هر دو حامل اکثریت، الکترون‌ها و حفره‌ها، در ایجاد این دو ناحیه بار فضایی، یکی مثبت و دیگری منفی، نقش دارند. این دو ناحیه تشکیل یک منطقه تهی را می‌دهند. این نام از آن رو برگزیده شده است که این منطقه نسبتاً از حامل‌های بار متحرک خالی است؛ پهنای آن در شکل ۴۱-۱۲ ب با d_0 نشان داده شده است.



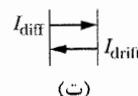
(الف)



(ب)



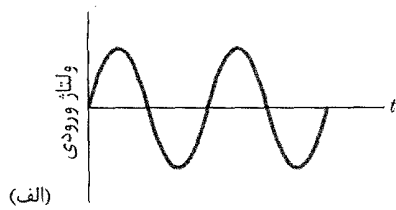
(پ)



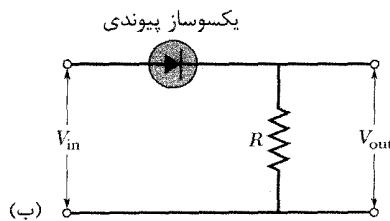
(ت)

شکل ۴۱-۱۲ (الف) یک پیوندگاه $p-n$. (ب) حرکت حامل‌های بار اکثریت در دو طرف صفحه پیوندگاه، بار فضایی وابسته به یونهای بخشنده خنثی نشده (در سمت راست صفحه) و یونهای پذیرنده (در سمت چپ) را آشکار می‌کنند. (پ) به بار فضایی، یک اختلاف پتانسیل V_0 در دو سر d_0 وابسته است. (ت) پخش حامل‌های اکثریت (هم الکترون‌ها و هم حفره‌ها) در دو طرف صفحه پیوندگاه، جریان پخش I_{diff} را به وجود می‌آورد. (در یک پیوندگاه $p-n$ واقعی، مرزهای منطقه تهی بر خلاف آنچه که در اینجا نشان داده شده است واضح نیست، و منحنی پتانسیل تماسی (پ) هموار، و بدون گوشه‌هایی تیز است.

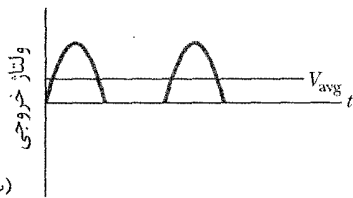
پتانسیل ورودی و به صورت یک کلید باز (مقاومت بینهایت) برای قطبیت دیگر، عمل می‌کند.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۴۱-۱۴ یک پیوندگاه $p-n$ به صورت یک یکسوساز پیوندی متصل شده است. عمل مدار در (ب)، عبور دادن نیمه مثبت شکل موج ورودی (الف) است، ولی از عبور نیمه منفی آن جلوگیری می‌کند. پتانسیل متوسط موج فرودی برابر صفر است؛ موج خروجی (پ) دارای مقدار مثبت V_{avg} است.

مقدار متوسط ولتاژ ورودی در شکل ۴۱-۱۴ الف برابر صفر است، ولی مقدار متوسط ولتاژ خروجی در شکل ۴۱-۱۴ پ، این گونه نیست. بنابراین، یکسوساز پیوندی می‌تواند به صورت بخشی از یک وسیله برای تبدیل اختلاف پتانسیل متناوب یک منبع تغذیه الکترونیکی به اختلاف پتانسیل ثابت، به کار گرفته شود.

شکل ۴۱-۱۵ نشان می‌دهد که چرا پیوندگاه $p-n$ به صورت یکسوساز پیوندی عمل می‌کند. در شکل ۴۱-۱۵ الف، یک باتری به دو سر پیوندگاه، با اتصال پایانه مثبتش به طرف p آن، متصل شده است. در این اتصال **بایاس مستقیم**، طرف p مثبت‌تر و طرف n منفی‌تر می‌شود، و بنابراین ارتفاع سد پتانسیل V_0 شکل ۴۱-۱۲ پ کاهش می‌یابد. اکنون بیشتر حاملهای بار اکثریت می‌توانند بر این سد کوچک فایق آیند؛ در نتیجه، جریان پخشی I_{diff} به میزان قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد.

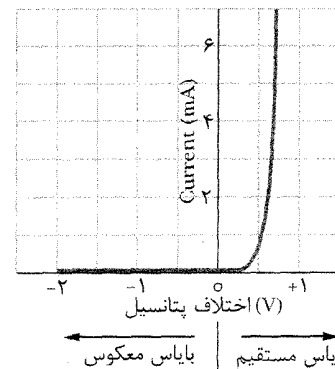
ولی، حاملهای اقلیت که جریان سوقی را می‌سازند، هیچ سدی را احساس نمی‌کنند؛ از این رو جریان سوقی I_{diff} تحت تأثیر باتری خارجی قرار نمی‌گیرد. بنابراین، توازن دقیق جریان که در پیش ولت صفر وجود داشت (شکل ۴۱-۱۲ ت را ببینید) برهم می‌خورد، و همانطور که در شکل ۴۱-۱۵ الف نشان داده

✓ **نکته وارسی ۲** کدامیک از پنج جریان زیر که از دو طرف صفحه پیوندگاه شکل ۴۱-۱۱ الف می‌گذرند باید صفر باشند؟

- (الف) جریان خالص ناشی از حفره‌ها، هم شامل حاملهای اکثریت و هم حاملهای اقلیت.
- (ب) جریان خالص ناشی از الکترون‌ها، هم شامل حاملهای اکثریت و هم حاملهای اقلیت.
- (پ) جریان خالص ناشی از هم حفره‌ها و هم الکترون‌ها، شامل هر دو حاملهای اکثریت و اقلیت.
- (ت) جریان خالص ناشی از حاملهای اکثریت، هم شامل حفره‌ها و هم الکترون‌ها.
- (ث) جریان خالص ناشی از حاملهای اقلیت، هم شامل حفره‌ها و هم الکترون‌ها.

۴۱-۹ یکسوساز پیوندی

حال به شکل ۴۱-۱۳ نگاه کنید. این شکل نشان می‌دهد که اگر یک اختلاف پتانسیل در دو سر پیوندگاه $p-n$ در جهتی (نشان داده شده با + و - بایاس مستقیم) برقرار کنیم، آنگاه جریانی از پیوندگاه خواهد گذشت. ولی، اگر جهت اختلاف پتانسیل را برعکس کنیم، آنگاه جریانی که از پیوندگاه می‌گذرد تقریباً برابر صفر است.



شکل ۴۱-۱۳ نمودار جریان-اختلاف پتانسیل برای یک پیوندگاه $p-n$ که نشان می‌دهد هنگام بایاس مستقیم، پیوندگاه دارای رسانایی بسیار بالایی است و هنگام بایاس معکوس، پیوندگاه اساساً نارسا است.

یک کاربرد این ویژگی، یکسوساز پیوندی است، که نماد آن در شکل ۴۱-۱۴ ب نشان داده شده است؛ سر پیکان مربوط به انتهای نوع p یکسوساز و سوی آن در جهت جریان قراردادی است. موج پتانسیل سینوسی ورودی (شکل ۴۱-۱۴ الف) به یکسوساز پیوندی توسط آن به پتانسیل نیم-موج خروجی (شکل ۴۱-۱۴ پ) تبدیل شده است؛ یعنی، یکسوساز اساساً به صورت یک کلید بسته (مقاومت صفر) برای یک قطبیت

۴۱-۱۰ دیود نور- گسیل (LED)

امروزه، به سختی می‌توانیم از عددهای "الکترونیکی" رنگی درخشانی که از صندوقهای حساب و پمپهای بنزین، اجاقهای میکروموج و ساعت‌های زنگدار، به سوی ما می‌تابند دوری کنیم، و به نظر می‌رسد که نمی‌توانیم از باریکه‌های فرو سرخ نامرئی که درهای بالابرها را کنترل می‌کنند و از طریق دستگاه کنترل از راه دور، تنظیمهای تلویزیون را انجام می‌دهند، چشم پوشی کنیم. تقریباً در همه حالات، این نور از یک پیوندگاه $p-n$ که به صورت یک **دیود نور- گسیل (LED)** عمل می‌کند، گسیل می‌شود. چگونه یک پیوندگاه $p-n$ می‌تواند نور تولید کند؟

نخست، یک نیم‌رسانای ساده را در نظر می‌گیریم. هرگاه الکترونی از پایین نوار رسانش به داخل حفره‌ای در بالای نوار ظرفیت فرو افتد، انرژی E_g معادل با پهنای گاف آزاد می‌شود. در سیلیسیوم، ژرمانیوم، و بسیاری دیگر از نیم‌رساناها، این انرژی به میزان زیادی به انرژی گرمایی شبکه‌های مرتعش منتقل می‌شود و در نتیجه، هیچ نوری گسیل نمی‌شود.

ولی، در برخی از نیم‌رساناها، از قبیل گالیوم آرسنید، این انرژی می‌تواند به صورت فوتونی با انرژی hf در طول موج زیر گسیل شود

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{E_g/h} = \frac{hc}{E_g} \quad (۴۱-۱۱)$$

برای آنکه LED نوری کافی گسیل کند تا مفید باشد، ماده باید دارای تعداد قابل ملاحظه‌ای گذارهای مناسب الکترون- حفره باشد. این شرط توسط یک نیم‌رسانای خالص برآورده نمی‌شود، زیرا در دمای اتاق، در واقع جفت الکترون- حفره به حد کافی وجود ندارند. همانگونه که شکل ۴۱-۱۱ نشان می‌دهد، آرایش کمکی نخواهد کرد. در ماده‌ی آلیایه‌ی نوع n ، تعداد الکترونها رسانش به میزان زیادی افزایش پیدا می‌کند، ولی حفره‌های کافی برای ترکیب با آنها وجود ندارد؛ در ماده‌ی آلیایه‌ی نوع p ، تعداد فراوانی حفره وجود دارد، ولی تعداد الکترونها برای ترکیب با آنها کافی نیستند. بنابراین، نه نیم‌رساناهای خالص و نه نیم‌رساناهای آلیایه‌ی گذارهای الکترون- حفره به حد کافی ندارند و نمی‌توانند به عنوان LED عملی به کار گرفته شوند.

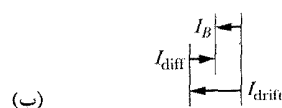
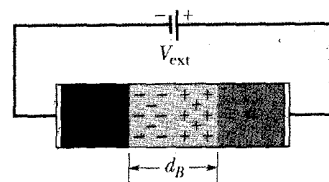
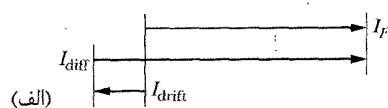
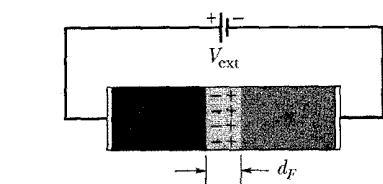
آنچه که نیاز داریم یک ماده‌ی نیم‌رسانا با تعداد بسیار زیادی الکترون در نوار رسانش و "تعداد زیادی حفره‌ی متناظر آن در نوار ظرفیت است. قطعه‌ای با این ویژگی را می‌توان، مانند شکل ۴۱-۱۶، با برقرارکردن یک بایاس مستقیم قوی روی یک پیوندگاه $p-n$ بسیار آلیایه درست کرد. در چنین آرایشی، جریان I عبوری از قطعه، موجب ورود الکترونها به ماده‌ی نوع n و ورود حفره‌ها به ماده‌ی نوع p می‌شود. اگر آرایش به قدر کافی زیاد و جریان به قدر کافی بزرگ باشد، منطقه‌ی تهی می‌تواند بسیار نازک شود، شاید فقط به اندازه‌ی پهنای چند میکرومتر. در نتیجه، چگالی عددی بزرگی از الکترونها در ماده‌ی نوع n با

شده است، یک جریان خالص رو به جلوی بزرگ I_F در مدار ظاهر می‌شود.

اثر دیگر بایاس مستقیم، همانطور که مقایسه‌ی شکل‌های ۴۱-۱۲ ب و ۴۱-۱۵ الف نشان می‌دهد، باریک شدن منطقه‌ی تهی است. منطقه‌ی تهی به آن دلیل باریک می‌شود که سد پتانسیل کاهش یافته‌ی مربوط به بایاس مستقیم باید به بار فضایی کوچکتري وابسته باشد. چون یونهای که بار فضایی را ایجاد می‌کنند در جایگاههای شبکه‌ای خود ثابت هستند، کاهش در تعداد آنها فقط می‌تواند از کاهش پهنای منطقه‌ی تهی حاصل شده باشد.

چون منطقه‌ی تهی معمولاً دارای حامل‌های بار بسیار اندکی است، قاعدتاً ناحیه‌ای با مقاومت ویژه بالا است. ولی، هرگاه پهنای آن به میزان قابل ملاحظه‌ای بر اثر بایاس مستقیم کاسته شود، مقاومت ویژه آن نیز به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد که این با جریان مستقیم بزرگ سازگار است.

شکل ۴۱-۱۵ ب اتصال **بایاس معکوس** را نشان می‌دهد، که در آن پایانه‌ی منفی باتری به انتهای نوع p پیوندگاه $p-n$ متصل شده است. اکنون، emf اعمال شده، اختلاف پتانسیل تماسی را افزایش، و جریان پخشی را، در حالی که جریان سوئی بدون تغییر می‌ماند، به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد، و بدین ترتیب باعث یک جریان معکوس نسبتاً کوچک I_B می‌شود. مقاومت زیاد منطقه‌ی تهی که پهن می‌شود، با جریان معکوس کوچک I_B سازگار است.



شکل ۴۱-۱۵ الف اتصال **بایاس مستقیم** یک پیوندگاه $p-n$ که منطقه‌ی تهی باریک شده و جریان مستقیم بزرگ I_F را نشان می‌دهد. (ب) اتصال **بایاس معکوس** که منطقه‌ی تهی پهن شده و جریان معکوس کوچک I_B را نشان می‌دهد.

فوتو- ديود

عبور جريان از يک پيوندگاه $p-n$ که به طور مناسبی آرايش يافته باشد، می تواند نور ايجاد کند. عکس اين مطلب نيز درست است؛ يعنی، تابش نور روی يک پيوندگاه $p-n$ که به طور مناسبی آرايش يافته باشد، می تواند در مداری که شامل آن پيوندگاه است جريانی را به وجود آورد. اين اساس فوتو- ديود است.

وقتی دگمه‌ای از دستگاه کنترل از راه دور تلویزیون را فشار می‌دهیم، يک LED در دستگاه کنترل، دنباله‌ای از تپهای نور فروسرخ رمزدار را گسیل می‌کند. وسیله گیرنده در تلویزیون، يک فوتو- ديود (دو پایانه‌ای) ساده است که نه تنها سیگنالهای فروسرخ را آشکار می‌کند، بلکه آنها را تقویت و به سیگنالهای الکتریکی تبدیل می‌کند که تغيير کانال یا تنظیم صدا را از میان وظیفه‌هایی ديگر انجام می‌دهد.

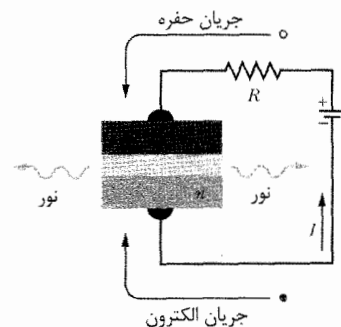
ليزر پيوندی

در آرايش شکل ۴۱-۱۶، الکترونهای زیادی در نوار رسانش ماده نوع n و حفره‌های زیادی در نوار ظرفيت ماده نوع p وجود دارند. بنابراین، يک وارونی جمعيت برای الکترونها وجود دارد؛ يعنی، در ترازهای انرژی بالاتر، الکترونهای بیشتری نسبت به ترازهای انرژی پایينتر قرار دارند. همانطور که در بخش ۴۰-۱۲ مطرح کردیم، اين معمولاً يک شرط لازم، ولی نه کافی، برای عمل ليزری است.

هرگاه يک الکترون تنها از نوار رسانش به سوی نوار ظرفيت حرکت کند، انرژی خود را می‌تواند به صورت يک فوتون آزاد کند. اين فوتون می‌تواند الکترون دومی را برای فرو افتادن در نوار ظرفيت برانگيخته کند، که بر اثر گسیل القایی موجب توليد فوتون دوم می‌شود. به اين ترتيب، اگر جريان عبوری از پيوندگاه به قدر کافی بزرگ باشد، يک واکنش زنجیري از رخدادهای گسیل القایی می‌تواند پديدار و نور ليزر ايجاد شود. برای رسيدن به اين وضعيت، وجهه‌های مقابل بلور پيوندی $p-n$ بايد تخت و موازی باشند، به گونه‌ای که نور بتواند در داخل بلور، رو به عقب و جلو بازتابيده شود. (به یاد آوريد که در ليزر هليوم- نئون شکل ۴۰-۲۱، يک جفت آينه اين وظیفه را بر عهده داشتند.) بنابراین، يک پيوندگاه $p-n$ می‌تواند مانند يک ليزر پيوندی عمل کند، که نور خروجی آن بسيار هم‌دوس و طول موج آن به ميزان بسيار بیشتری از نور حاصل از يک LED تيزتر است.

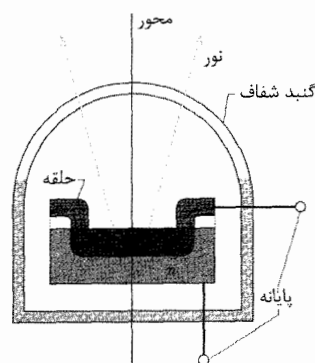
ليزرهای پيوندی در دستگاههای پخش دیسکهای فشرده (CD) قرار داده می‌شوند، تا با آشکارسازی بازتابها از دیسک در حال چرخش، برای تبديل شيارهای میکروسکوپی دیسک به

چگالی عددی بزرگی از حفره‌های متناظر آن در ماده نوع p ، در امتداد ناحیه باریک تهی، مقابل هم قرار می‌گیرند. با چنين چگالیهای عددی بزرگی که آنقدر به يکديگر نزديک‌اند، ترکيبهای الکترون- حفره زیادی رخ می‌دهند که اين موجب گسیل نور از آن منطقه می‌شود. شکل ۴۱-۱۷، ساختار يک LED عملی را نشان می‌دهد.

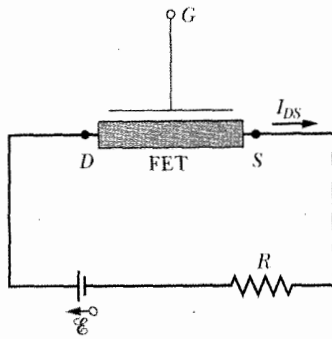


شکل ۴۱-۱۶ يک پيوندگاه $p-n$ با بایاس مستقيم که نشان می‌دهد الکترونها به ماده نوع n و حفره‌ها به ماده نوع p وارد شده‌اند. (حفره‌ها که در جهت قراردادی جريان I حرکت می‌کنند، معادل با الکترونهای هستند که در جهت مخالف حرکت می‌کنند.) هرگاه يک الکترون و يک حفره از دو طرف ناحیه تهی با هم ترکيب شوند، نور از اين ناحیه گسیل می‌شود.

LED های تجارتي که برای ناحیه مرئی طراحی شده‌اند معمولاً از گاليوم که به اندازه مناسبی با اتمهای ارسنيک و فسفر آلاييده شده‌اند، ساخته می‌شوند. آرايشی که در آن ۶۰٪ جایگاههای غير گاليوم با يونهای ارسنيک و ۴۰٪ بقیه با يونهای فسفر اشغال شده‌اند کافی با پهنای E_g حدود ۱/۸ eV ايجاد می‌کند، که مربوط به نور قرمز است. ساير آلايشها و آرايشهای گذار- تراز ديگر، ساختن LED هایی را که اساساً در هر ناحیه موردنظري از طيفهای مرئی و نزديک مرئی نور گسیل می‌کنند، امکان‌پذير ساخته است.



شکل ۴۱-۱۷ مقطع يک LED (اين وسیله حول محور مرکزی دارای تقارن دورانی است). ماده نوع p ، که بقدر کافی برای گسیل نور نازک است، به شکل يک قرص دایره‌ای است. اتصال به ماده نوع p از طريق يک حلقه فلزی دایره‌ای صورت می‌پذیرد که با قرص در پيرامون آن تماس دارد. ناحیه تهی میان ماده نوع n و ماده نوع p نشان داده نشده است.

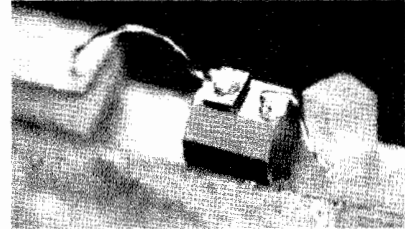


شکل ۴۱-۱۹ مداری شامل یک ترانزیستور با اثر میدان تعمیم یافته که در آن الکترودها از پایانه چشمه S به پایانه درو D شارش می‌یابند. (جریان قراردادی I_{DS} در خلاف جهت آن است.) بزرگی I_{DS} به وسیله میدان الکتریکی ایجاد شده در داخل FET بر اثر پتانسیل اعمال شده به پایانه دریچه G کنترل می‌شود.

خاص موسوم به MOSFET، یا ترانزیستور اثر میدان نیمرسانای اکسید فلز^۲، را بررسی خواهیم کرد. MOSFET به عنوان وسیله پرکاری در صنعت الکترونیک نوین شناخته شده است. در بسیاری از کاربردها، MOSFET فقط در دو وضعیت عمل می‌کند: وضعیتی که جریان I_{DS} درو به چشمه، روشن است، ON، (دریچه باز) یا وضعیتی که این جریان خاموش است، OFF، (دریچه بسته). نخستین وضعیت می‌تواند نشان دهنده ۱ و دیگری نشان دهنده ۰ در حساب دو-دویی باشد که منطق دیجیتال بر مبنای آن است، و بنابراین، MOSFET ها می‌توانند در مدارهای منطقی دیجیتال به کار گرفته شوند. تغییر بین حالت‌های ON و OFF می‌تواند با سرعت بالایی رخ دهد، به گونه‌ای که داده‌های منطقی دو-دویی می‌توانند با سرعت بسیار زیادی از مدارهای مبتنی بر MOSFET بگذرند. به طور متداول، برای استفاده در انواع ابزارهای الکترونیکی، MOSFET هایی به طول حدود ۵۰۰nm، در حدود طول موج نور زرد، ساخته شده‌اند.

شکل ۴۱-۲۰ ساختار اصلی یک MOSFET را نشان می‌دهد. تک بلور سیلیسیم یا هر نیمرسانای دیگری برای تشکیل ماده نوع p که به عنوان پایه عمل می‌کند، قدری آلاییده می‌شود. با نشان دادن آلاینده‌های نوع n که "قراآلاییده" شده‌اند روی این پایه، دو "جزیره" از ماده نوع n ایجاد می‌شود که درو D و چشمه S ، را تشکیل می‌دهند. درو و چشمه توسط کانال نازکی از ماده نوع n ، موسوم به کانال n ، به هم متصل می‌شوند. یک لایه عایق نازک از جنس سیلیسیوم دی اکسید (دلیل حرف O در MOSFET) روی بلور نشانده می‌شود و به وسیله دو پایانه فلزی (دلیل حرف M) به D و S رخنه می‌کند، به گونه‌ای که تماس الکتریکی با درو و چشمه بتواند صورت پذیرد. یک لایه فلزی نازک، دریچه G ، در مقابل کانال n

صدا به کار گرفته شوند. آنها همچنین در دستگاههای مخابراتی نوری که اساس آنها بر مبنای تارهای نوری است به میزان زیادی مورد استفاده قرار می‌گیرند. شکل ۴۱-۱۸ مقیاس کوچک آنها را نشان می‌دهد. لیزرهای پیوندی معمولاً برای عمل در ناحیه فرو سرخ طیف الکترومغناطیس طراحی می‌شوند، زیرا تارهای نوری در این ناحیه دارای دو "دریچه" (در $\lambda = 1/31 \mu m$ و $\lambda = 1/55 \mu m$) هستند که برای آنها جذب انرژی بر یکای طول تار کمینه است.



شکل ۴۱-۱۸ یک لیزر پیوندی که در آزمایشگاههای AT&T بل ساخته شده است. مکعب سمت راست، دانه‌ای از نمک است.

مسئله نمونه ۴۱-۷

یک LED از پیوندگاه $p-n$ ساخته شده است که ماده آن نیمرسانای Ga-As-p و گاف انرژی آن ۱/۹eV است. طول موج نور گسیل شده چقدر است؟
محاسبه‌ها: فرض می‌کنیم گذارها از انتهای نوار رسانش و به بالای نوار ظرفیت صورت می‌پذیرند؛ آنگاه معادله ۴۱-۱۱ برقرار است. از این معادله داریم

$$\lambda = \frac{hc}{E_g} = \frac{(6/63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3/00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1/9 \text{ eV})(1/60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

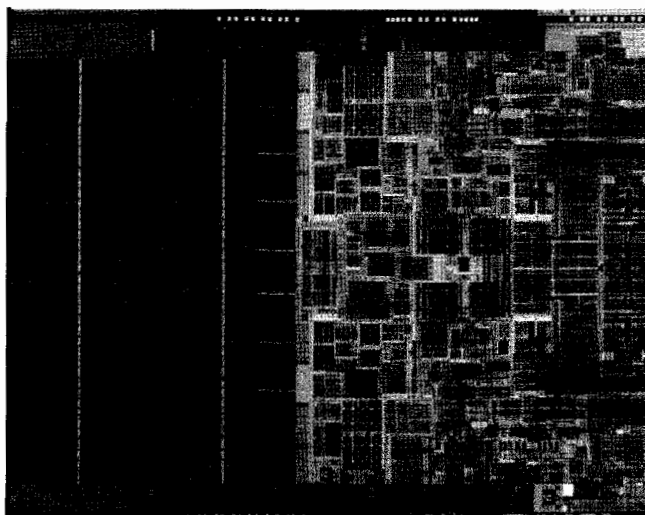
$$= 6/5 \times 10^{-7} \text{ m} = 650 \text{ nm} \quad (\text{پاسخ})$$

نوری به این طول موج، قرمز است.

۴۱-۱۱ ترانزیستور

ترانزیستور یک وسیله نیمرسانای سه پایانه‌ای است که می‌تواند برای تقویت سیگنالهای ورودی به کار گرفته شود. شکل ۴۱-۱۹ یک ترانزیستور با اثر میدان^۱ (FET) تعمیم یافته را نشان می‌دهد؛ که در آن، جریان الکترودها که از پایانه S (چشمه) رو به سمت چپ، از طریق ناحیه تیره به پایانه D (درو) می‌رسد، می‌تواند توسط میدان الکتریکی (دلیل عبارت "اثر میدان") ایجاد شده در داخل وسیله بر اثر یک پتانسیل الکتریکی مناسب اعمال شده بر پایانه G (دریچه) کنترل شود. ترانزیستورها در انواع مختلفی در دسترس‌اند؛ ما فقط یک FET

همانطور که شکل ۴۱-۱۲ ب نشان می‌دهد، یک‌چنین ناحیه تهی همواره در مرز میان ماده نوع n و ماده نوع p وجود دارد. رایانه‌ها و سایر وسایل الکترونیکی، از هزاران (اگر نگوئیم میلیون‌ها) ترانزیستور و سایر قطعه‌های الکترونیکی، از قبیل خازنها و مقاومتها، استفاده می‌کنند. اینها به صورت واحدهای جداگانه گردآورده نمی‌شوند، بلکه به طرز ماهرانه‌ای در یک تک‌تراشه نیم‌رسانا، با میلیون‌ها ترانزیستور و قطعه‌های الکترونیکی دیگر تشکیل یک مدار یکپارچه را می‌دهند، شکل ۴۱-۲۱.

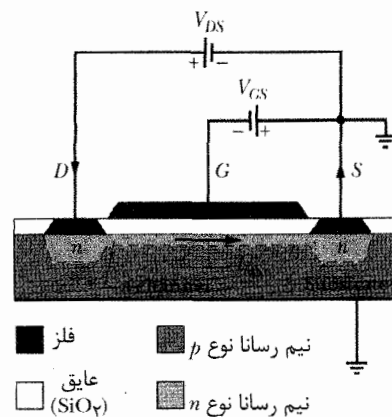


شکل ۴۱-۲۱ یک مدار یکپارچه برای پردازنده رایانه‌های لپ‌تاب

تقویت‌کننده‌های گیتار راک

نوسانهای مکانیکی که نوازنده‌ای در سیم یک گیتار الکتریکی ایجاد می‌کند، موجب القای نوسانهای الکتریکی در پیچیه پیکاپی می‌شود که درست زیر سیم قرار دارد. این نوسانهای الکتریکی باید تقویت شوند، به گونه‌ای که بتوانند یک دستگاه پخش صدا را راه بیندازند، تا صدا به گوش شنوندگان برسد. وقتی گیتار الکتریکی در اوایل دهه ۶۰ میان نوازندگان راک اشاعه پیدا کرد، در تقویت‌کننده‌ها از لامپهای خلأ استفاده می‌شد، زیرا تقویت‌کننده‌های ترانزیستوری هنوز قابل اعتماد نبودند. با حرکت راک به سوی توهمزایی و متعاقب آن به سوی نوعی موسیقی موسوم به heavy metal، نوازنده‌ها برای آنکه شنوندگانشان را به لرزه بیندازند، درجه تقویت‌کننده‌های خود را تا آخر بالا بردند. چنین تقویت صدای بالایی توسط تقویت‌کننده‌های لامپی موجب از شکل انداختن صدای نهایی می‌شد، و این تغییر صدا به سرعت جزئی از صدای راک شد.

وقتی درجه تقویت‌کننده‌های ترانزیستوری تا آخر بالا برده شوند، چنین از شکل انداختن صدایی ایجاد نمی‌کنند - گفته می‌شود که آنها صدای "تمیزی" ایجاد می‌کنند. از این رو، نوازنده‌های راک از این تقویت‌کننده‌ها تا امروز دوری جسته‌اند، زیرا آنها نمی‌توانند آن صدای "ویژه" راک را تولید کنند. جیمی



شکل ۴۱-۲۰ یک نوع خاص از ترانزیستور اثر میدان که به نام MOSFET شناخته می‌شود. بزرگی جریان قراردادی دررو - به - چشمه I_{DS} که از کانال n می‌گذرد، به وسیله اختلاف پتانسیل V_{GS} اعمال شده بین چشمه S و دریچه G ، کنترل می‌شود. ناحیه تهی که بین ماده نوع n و پایه نوع p وجود دارد، نشان داده نشده است.

نشانده می‌شود. توجه کنید که دریچه هیچ تماس الکتریکی با ترانزیستور ندارد، زیرا توسط لایه اکسید عایق از آن جدا شده است.

نخست وضعیتی را در نظر بگیرید که چشمه و پایه نوع p به زمین متصل شده‌اند (در پتانسیل صفر) و دریچه "شناور" است؛ یعنی، دریچه به چشمه خارجی emf اتصال ندارد. پتانسیل V_{DS} را که بین دررو و چشمه اعمال شده است به گونه‌ای در نظر بگیرید که دررو مثبت باشد. آنگاه، الکترون‌ها از طریق کانال n ، از چشمه به دررو شارش می‌یابند، و جریان قراردادی I_{DS} ، همانطور که در شکل ۴۱-۲۰ نشان داده شده است، در کانال n از دررو به چشمه خواهد بود.

حال پتانسیل V_{GS} را که به دریچه اعمال شده است به گونه‌ای در نظر بگیرید که نسبت به چشمه، منفی باشد. دریچه منفی، داخل قطعه یک میدان الکتریکی (دلیل عبارت "اثر میدان") برقرار می‌کند که تمایل دارد الکترون‌ها را رو به پایین از کانال n به سوی پایه براند. این جنبش الکترونی، ناحیه تهی بین کانال n و پایه را (که به طور طبیعی ظاهر می‌شود) به بهای تنگ شدن کانال n ، پهن می‌کند. پهنای کم شده کانال n ، که با کاهش تعداد حاملهای بار در این کانال همراه است، مقاومت کانال را افزایش و در نتیجه، جریان I_{DS} را کاهش می‌دهد. با مقدار مناسب V_{GS} ، این جریان می‌تواند به طور کامل قطع شود؛ بنابراین، با کنترل V_{GS} می‌توان MOSFET را بین دو وضعیت ON و OFF تغییر داد.

حاملهای بار در پایه شارش نمی‌کنند، زیرا پایه (۱) به مقدار کمی آلایده شده است، (۲) رسانای خوبی نیست، و (۳) از کانال n و دو جزیره نوع n توسط یک ناحیه تهی عایق، که در شکل ۴۱-۲۰ به طور خاص نشان داده نشده، جدا شده است.

$$\left(\begin{array}{c} \text{تعداد اتمهای} \\ \text{نمونه} \end{array} \right) = \frac{\text{جرم نمونه } M_{\text{sam}}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{\text{جرم نمونه } M_{\text{sam}}}{(M \text{ جرم مولی}) / N_A}$$

$$(41-4) = \frac{(\text{حجم } V \text{ نمونه})(\text{چگالی ماده})}{(M \text{ جرم مولی}) / N_A}$$

چگالی عددی n الکترونهاى رسانش عبارت است از

$$(41-3) \quad n = \frac{\text{تعداد الکترونهاى رسانش در نمونه}}{\text{حجم } V \text{ نمونه}}$$

تابع چگالی حالتها $N(E)$ عبارت است از تعداد ترازهای انرژی موجود بر یکای حجم نمونه بر یکای بازه انرژی، و با رابطه زیر داده می شود

$$(41-5) \quad N(E) = \frac{\sqrt{2} \pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \quad (\text{چگالی حالتها، } m^{-3} \text{J}^{-1})$$

که در آن $m (= 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})$ جرم الکترون، $h (= 6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s})$ ثابت پلانک، و E انرژی بر حسب ژول است که در آن $N(E)$ را می خواهیم محاسبه کنیم. برای تصحیح این معادله، به گونه ای که مقدار E بر حسب eV و مقدار $N(E)$ بر حسب $\text{m}^{-3} \text{eV}^{-1}$ باشد، طرف راست آن را در $e^{3/2}$ ضرب می کنیم (که $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ است).

احتمال اشغال شدن $P(E)$ ، احتمالی که یک حالت موجود با یک الکترون اشغال شود، عبارت است از

$$(41-6) \quad P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (\text{احتمال اشغال شدن})$$

چگالی حالتهاى اشغال شده $N_0(E)$ با حاصلضرب دو کمیت در معادله های (41-5) و (41-6) داده می شود

$$(41-7) \quad N_0(E) = N(E)P(E) \quad (\text{چگالی حالتهاى اشغال شده})$$

انرژی فرمی برای یک فلز را می توان از انتگرالگیری $N_0(E)$ به ازای $T = 0$ ، از $E = 0$ تا $E = E_F$ ، به دست آورد. نتیجه چنین می شود

$$(41-9) \quad E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0.121 h^2}{m} n^{2/3}$$

نیمرساناها ساختار نواری یک نیمرسانا شبیه ساختار نواری یک عایق است، با این تفاوت که پهنای گاف E_g در نیمرسانا بسیار کوچکتر است. برای سیلیسیم (یک نیمرسانا) در دمای اتاق، اغتشاش گرمایی موجب می شود که تعداد کمی الکترون با برجای گذاشتن تعداد یکسانی حفره در نوار ظرفیت، به نوار رسانش بالا روند. هم الکترونها و هم حفره ها به عنوان حاملهای بار عمل می کنند.

هندریکس^۱، که نخستین کسی بود که گیتار الکتریکی و تقویت کننده اش را به عنوان یک آلت موسیقی مرکب مورد بررسی قرار داد. یک بار چنین گفت: "من واقعاً تقویت کننده های لامپی مارشال قدیمی را دوست دارم، زیرا وقتی ... درجه آنها تا آخر بالا برده می شود، دیگر هیچ چیز جلودار آنها نیست ..."

بازنگری و خلاصه درس

فلزها، نیمرساناها، و عایقها سه خاصیت الکتریکی می توانند برای تمیز دادن جامدهای بلورین مورد استفاده قرار گیرند عبارتند از مقاومت ویژه ρ ، ضریب دمایی مقاومت ویژه α ، و چگالی عددی حاملهای بار n . جامدها را می توان به سه دسته گسترده تقسیم کرد: عایقها (با ρ خیلی بزرگ)، فلزها (با ρ کوچک، α مثبت و کوچک، n بزرگ)، و نیمرساناها (با ρ بزرگ، α منفی و بزرگ، n کوچک).

ترازها و گافهای انرژی در یک جامد بلورین یک اتم منزوی می تواند در فقط مجموعه گسسته ای از ترازهای انرژی وجود داشته باشد. وقتی اتمها برای تشکیل جامد، کنار هم قرار می گیرند، ترازهای اتمهای منفرد برای تشکیل نوارهای انرژی گسسته جامد در هم می آمیزند. این نوارهای انرژی با گافهای انرژی، که هر یک مربوط به گستره ای از انرژیهای است که هیچ الکترونی نمی تواند آنها را دارا باشد، از هم جدا شده اند.

هر نوار انرژی از تعداد خیلی زیادی ترازهای بسیار نزدیک به هم ساخته شده است. اصل طرد پاولی بیان می دارد که فقط یک الکترون می تواند هر یک از این ترازها را اشغال کند.

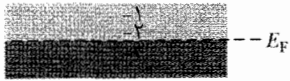
عایقها در یک عایق، بالاترین نوار شامل الکترونهاى است که آن را کاملاً پر کرده اند، و این نوار، از نوار تهی بالای آن با گاف انرژی چنان بزرگی جدا شده است، که اساساً الکترونها هرگز نمی توانند با هر قدر اغتشاش گرمایی، از این گاف پرش کنند.

فلزها در یک فلز، بالاترین نواری که شامل الکترونهاست فقط به طور جزئی پر شده است. انرژی بالاترین تراز پر شده در دمای 0 K ، انرژی فرمی E_F برای فلز نامیده می شود؛ برای مس، $E_F = 7.0 \text{ eV}$ است.

الکترونهاى واقع در نوار پرشده جزئی، الکترونهاى رسانش هستند و تعداد آنها برابر است با

$$(41-2) \quad \left(\begin{array}{c} \text{تعداد الکترونهاى} \\ \text{ظرفیت در هر اتم} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{تعداد اتمهاى} \\ \text{نمونه} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد الکترونهاى} \\ \text{رسانش در نمونه} \end{array} \right)$$

۲- شکل ۴۱-۲۲ سه تراز مشخص شده در یک نوار و همچنین تراز فرمی را برای یک فلز نشان می‌دهد. دما برابر 0K است. سه تراز را اگر دما (الف) 0K ، (ب) 1000K باشد بنا بر احتمال اشغال به ترتیب بزرگی مرتب کنید. (پ) در دمای آخری تراز را بنا بر چگالی حالت $N(E)$ به ترتیب بزرگی مرتب کنید.



شکل ۴۱-۲۲ پرسش ۲

۳- اگر دمای یک قطعه فلز افزایش یابد، آیا احتمال اشغال 0.1eV در بالای تراز فرمی افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان باقی می‌ماند؟

۴- شکل ۴۱-۱۴ الف، ۱۴ اتم را نشان می‌دهد که نمایشگر یاخته یک مس است. چون هر یک از این اتمها با یک یا چند یاخته یک مجاور خود شریک‌اند، فقط کسری از هر اتم متعلق به یاخته یک نشان داده شده است. تعداد اتمها در هر یاخته یک مس چقدر است؟ (برای پاسخ، کسر اتمهای متعلق به هر یاخته یک را بیابید.)

۵- شکل ۴۱-۱۸ ب، ۱۸ اتم را نشان می‌دهد که نمایشگر یاخته یک سیلیسیوم است. ولی، چهارده تا از این اتمها، با یک یا چند یاخته یک مجاور خود شریک‌اند. تعداد اتمها در هر یاخته یک سیلیسیوم چقدر است؟ (پرسش ۴ را ببینید.)

۶- در شبکه سیلیسیوم، اگر بخواهید (الف) یک الکترون رسانش، (ب) یک الکترون ظرفیت، و (پ) یک الکترون مربوط به زیر لایه $2p$ اتم سیلیسیوم منزوی را بیابید، به کجا باید نگاه کنید؟

۷- آیا تندی سوقی v_d الکترونهاى رسانش در یک سیم مسی حامل جریان تقریباً برابر تندی فرمی v_F مس است، خیلی بزرگتر از آن است، یا خیلی کوچکتر از آن؟

۸- یک اتم منزوی ژرمانیوم که دارای ۳۲ الکترون است در زیر لایه‌هایی مطابق با آرایش زیر مرتب شده‌اند

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^2 4p^2$$

این عنصر دارای همان ساختار بلوری سیلیسیوم است و مانند سیلیسیوم، یک نیم‌رساناست. کدامیک از این الکترونها، نوار ظرفیت ژرمانیوم بلورین را تشکیل می‌دهند؟

۹- بازه بین ترازهای انرژی مجاور در بالاترین نوار اشغال شده فلز به کدامیک از موارد زیر بستگی دارد؟ (الف) ماده‌ای که نمونه از آن ساخته شده است، (ب) اندازه نمونه، (پ) وضعیت تراز در نوار، (ت) دمای نمونه، (ث) انرژی فرمی فلز.

۱۰- در پیوندگاههای $p-n$ با یاس شده نشان داده شده در شکل ۴۱-۱۵، یک میدان الکتریکی E در هر یک از دو ناحیه تهی وجود دارد، که وابسته به اختلاف پتانسیلی است که به دو سر این ناحیه اعمال شده است. (الف) آیا جهت E از چپ به

تعداد الکترونها در نوار رسانش سیلیسیوم می‌تواند توسط آرایش با مقدار اندکی فسفر، به میزان زیادی افزایش یابد، که این به ساخت ماده نوع n می‌انجامد. تعداد حفره‌ها در نوار ظرفیت می‌تواند توسط آرایش با آلومینیوم، به میزان زیادی افزایش یابد، که این به ساخت ماده نوع p می‌انجامد.

پیوندگاه $p-n$ پیوندگاه $p-n$ ، یک تک بلور نیم‌رساناست که یک نیمه آن برای تشکیل ماده نوع p و نیمه دیگر آن برای تشکیل ماده نوع n آلایده شده است، که این دو نوع در صفحه پیوندگاه به هم می‌رسند. در تعادل گرمایی، پدیده‌های زیر در این صفحه رخ می‌دهد:

حاملهای اکثریت (الکترونها در طرف n و حفره‌ها در طرف p) در دو سر صفحه پیوندگاه پخش می‌شوند، و بدین ترتیب یک جریان پخشی I_{diff} ایجاد می‌شود.

حاملهای اقلیت (حفره‌ها در طرف n و الکترونها در طرف p) از دو سر صفحه پیوندگاه می‌گذرند، و بدین ترتیب یک جریان سوقی I_{drift} ایجاد می‌شود. این دو جریان که از لحاظ بزرگی برابرند، جریان خالص صفر را ایجاد می‌کنند.

یک ناحیه تهی، شامل مقدار زیادی یونهای بخشنده و پذیرنده، در امتداد صفحه پیوندگاه ایجاد می‌شود.

یک اختلاف پتانسیل تماسی V_0 در دو سر ناحیه تهی ظاهر می‌شود.

کاربردهای پیوندگاه $p-n$ هرگاه اختلاف پتانسیلی به دو سر پیوندگاه $p-n$ یک وسیله اعمال شود، آن وسیله، الکتريسيته را برای یک قطبیت اختلاف پتانسیل اعمال شده با سادگی بیشتری از قطبیت دیگر هدایت می‌کند. بنابراین، یک پیوندگاه $p-n$ می‌تواند به صورت یکسوساز پیوندی عمل کند.

هرگاه یک پیوندگاه $p-n$ بایاس مستقیم شود، می‌تواند نور گسیل کند و بنابراین، می‌تواند به صورت یک دیود نور - گسیل (LED) عمل کند. طول موج نور گسیل شده با رابطه زیر داده می‌شود

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{E_g} \quad (41-11)$$

یک پیوندگاه $p-n$ که شدیداً به طور مستقیم بایاس شده است، با وجوه انتهایی موازی، می‌تواند به صورت یک لیزر پیوندی، که نور را در طول موج معین و تیزی گسیل می‌دارد، عمل کند.


پرسشها

۱- احتمال اشغال در انرژی معین E_1 در نوار ظرفیت یک فلز در دمای 300K برابر ۶۰٪ است. آیا E_1 بالای انرژی فرمی است یا پایین آن؟

۶۰- یک حالت 63meV بالای تراز فرمی دارای احتمال اشغال شدن 0.090 است. احتمال اشغال شدن یک حالت 63meV زیر تراز فرمی چقدر است؟

۷۰- نشان دهید معادله $41-9$ را می‌توان به صورت $E_F = An^{2/3}$ نوشت، که در آن ثابت A دارای مقدار $3/65 \times 10^{-19} \text{m}^2 \cdot \text{eV}$ است.

۸۰- چگالی حالت‌های $N(E)$ را برای یک فلز در انرژی $E = 8.0 \text{eV}$ محاسبه کنید و نشان دهید که پاسخ شما با منحنی ۴۱- سازگار است.

۹۰۰- انرژی فرمی مس برابر با 7.00eV است. برای مس در دمای 1000K ، (الف) انرژی تراز انرژی را که احتمال اشغال شدن آن توسط یک الکترون برابر 0.9000 است، بیابید. به ازای این انرژی (ب) چگالی حالت‌ها $N(E)$ و (پ) چگالی حالت‌های اشغال شده $N_0(E)$ را محاسبه کنید. 

۱۰۰۰- فرض کنید حجم کل یک نمونه فلزی برابر با مجموع حجم اشغال شده توسط یون‌های فلزی سازنده شبکه و حجم (مجازی) اشغال شده توسط الکترون‌های رسانش است. چگالی و جرم مولی سدیم (یک فلز) به ترتیب برابر با 971kg/m^3 و 23.0g/mol است؛ فرض کنید شعاع Na^+ برابر 98.0pm است. (الف) چه درصدی از حجم نمونه سدیم فلزی توسط الکترون‌های رسانش آن اشغال شده است؟ (ب) محاسبه مشابهی را برای مس، که چگالی، جرم مولی، و شعاع یونی آن به ترتیب 8960kg/m^3 ، 89.6g/mol و 135pm است، انجام دهید. (پ) فکر می‌کنید برای کدامیک از این فلزها، الکترون‌های رسانش بیشتر شبیه یک گاز الکترون-آزاد رفتار می‌کند؟

۱۱۰۰- در معادله ۴۱-۶ فرض کنید $E - E_F = \Delta E = 1.00 \text{eV}$ است. (الف) در چه دمایی نتیجه حاصل از این معادله به اندازه $1/10$ از نتیجه‌ای که با استفاده از معادله کلاسیکی بولتزمن، $P(E) = e^{-\Delta E/kT}$ ، به دست می‌آید، تفاوت دارد؟ **SSM WWW**

۱۲۰۰- انرژی فرمی طلا، که یک فلز تک‌ظرفیتی با جرم مولی 197g/mol و چگالی 19.3g/cm^3 است، چقدر است؟

۱۳۰۰- انرژی فرمی برای نقره 5.5eV است. در $T = 0^\circ \text{C}$ ، احتمال آنکه حالت‌هایی با انرژی‌های زیر اشغال شده باشد چقدر است؟ (الف) 4.4eV ، (ب) 5.4eV ، (پ) 5.5eV ، (ت) 5.6eV ، و (ث) 6.4eV ؟ (ج) در چه دمایی، احتمال آنکه حالتی با انرژی $E = 5.6 \text{eV}$ اشغال شود برابر با 0.16 است. **SSM**

۱۴۰۰- احتمال پرش الکترون از گاف انرژی E_g در الماسی که جرمی برابر جرم زمین دارد، چقدر است؟ از نتیجه مسئله نمونه ۴۱-۱ و جرم مولی کربن در پیوست ج استفاده کنید؛ فرض کنید که در الماس، یک الکترون ظرفیت در هر اتم کربن وجود دارد.

راست است یا از راست به چپ؟ (ب) آیا بزرگی آن برای بایاس مستقیم بزرگتر است یا برای بایاس معکوس؟

۱۱- گاف‌های انرژی E_g برای نیم‌رساناهای سیلیسیوم و ژرمانیوم به ترتیب برابر با 1.12eV و 0.67eV است. در صورت وجود، کدامیک از عبارتهای زیر درست‌اند؟ (الف) هر دو ماده دارای چگالی عددی حامل‌های بار یکسانی در دمای اتاق هستند. (ب) در دمای اتاق، ژرمانیوم دارای چگالی عددی حامل‌های بار بزرگتری از سیلیسیوم است. (پ) در هر دو ماده، چگالی عددی حامل‌های بار از مقدار آن برای حفره‌ها بیشتر است. (ت) برای هر دو ماده، چگالی عددی الکترون‌ها برابر با مقدار آن برای حفره‌هاست.

مسئله‌ها

 مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

••••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

 اطلاعات اضافی در سیرک پرندۀ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۴۱-۵ فلزها

۱۰- احتمال آنکه یک حالت 0.0620eV بالای انرژی فرمی در (الف) $T = 0 \text{K}$ و (ب) $T = 320 \text{K}$ اشغال شود، چقدر است؟ **SSM**

۲۰- چگالی عددی الکترون‌های رسانش در طلا، که یک فلز تک‌ظرفیتی است، چقدر است؟ از جرم مولی و چگالی مندرج در پیوست ج استفاده کنید.

۳۰- (الف) نشان دهید که معادله ۴۱-۵ را می‌توان به صورت $N(E) = CE^{1/2}$ نوشت. (ب) C را بر حسب متر و الکترون-ولت محاسبه کنید. (پ) $N(E)$ را به ازای $E = 5.00 \text{eV}$ به دست آورید.

۴۰- با استفاده از معادله ۴۱-۹ ثابت کنید انرژی فرمی مس برابر 7.0eV است.

۵۰- مس، یک فلز تک‌ظرفیتی، دارای جرم مولی 63.54g/mol و چگالی 8.96g/cm^3 است. چگالی عددی n الکترون‌های رسانش در مس چقدر است؟

۲۴۰۰- اگر حجم نمونه‌ای $5/00 \times 10^{-8} \text{ m}^3$ ، تراز فرمی $5/00 \text{ eV}$ و دما 1500 K باشد، تعداد حالت‌های اشغال شده در گستره انرژی 300 eV که در ارتفاع $6/10 \text{ eV}$ در نوار ظرفیت قرار دارد، چقدر است؟

۲۵۰۰- روی فلزی دوظرفیتی است. مطلوب است محاسبه (الف) چگالی عددی الکترون‌های رسانش، (ب) انرژی فرمی، (پ) تندی فرمی، و (ت) طول موج دوبروی وابسته به این تندی الکترون. برای داده‌های مورد نیاز درباره روی، پیوست ج را ببینید.

۲۶۰۰- ماده معینی دارای جرم مولی $20/0 \text{ g/mol}$ ، انرژی فرمی $5/00 \text{ eV}$ و ۲ الکترون ظرفیت در هر اتم است، چگالی (g/cm^3) چقدر است؟

۲۷۰۰- در $T = 1000 \text{ K}$ ، کسر الکترون‌های رسانش در یک فلز که دارای انرژی‌هایی بزرگتر از انرژی فرمی هستند برابر با مساحت زیر منحنی شکل ۷-۴۱ ب پس از E_F بخش بر مساحت کل زیر منحنی است. محاسبه این مساحتها با انتگرالگیری مستقیم، دشوار است. ولی، تقریبی برای این کسر در هر دمای T عبارت است از

$$\text{frac} = \frac{3kT}{2E_F}$$

توجه کنید که، درست همانطور که انتظار داریم، در $T = 0 \text{ K}$ ، $\text{frac} = 0$ است. این کسر برای مس در (الف) 300 K و (ب) 1000 K چقدر است؟ برای مس، $E_F = 7/0 \text{ eV}$ است. (پ) پاسخهای خود را با استفاده از معادله ۷-۴۱، با انتگرالگیری عددی بیازمایید.

۲۸۰۰- در چه دمایی، $1/30$ از الکترون‌های رسانش در لیتیوم (یک فلز) انرژی‌هایی بزرگتر از انرژی فرمی E_F ، که برابر $4/70 \text{ eV}$ است، دارند؟ (به مسئله ۲۴ نگاه کنید).

۲۹۰۰- (الف) با استفاده از نتیجه مسئله ۲۱ و اینکه انرژی فرمی مس برابر $7/00 \text{ eV}$ است، در صورتی که بتوانیم اصل طرد پاولی را به طور لحظه‌ای نادیده بگیریم، تعیین کنید چقدر انرژی توسط الکترون‌های رسانش یک سکه مسی به جرم $3/10 \text{ g}$ آزاد می‌شود. (ب) این مقدار از انرژی چه مدت یک لامپ 100 W را روشن نگه می‌دارد؟ (توجه: هیچ راهی برای نادیده گرفتن اصل پاولی وجود ندارد!)

۳۰۰۰- فلز معینی دارای $1/70 \times 10^{28}$ الکترون رسانش در متر مکعب است. نمونه معینی از این فلز دارای حجم $6/00 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ و دمای 200 K است. تعداد حالت‌های اشغال شده در گستره انرژی $3/20 \times 10^{-20} \text{ J}$ که در انرژی $4/00 \times 10^{-19} \text{ J}$ قرار دارد چقدر است؟ (هشدار: از گرد کردن در نمایی دوری کنید).

۱۵۰۰- $N_0(E)$ ، چگالی حالت‌های اشغال شده، را برای مس در دمای $T = 1000 \text{ K}$ و به ازای انرژی E برابر (الف) $4/00 \text{ eV}$ ، (ب) $6/75 \text{ eV}$ ، (پ) $7/00 \text{ eV}$ ، (ت) $7/25 \text{ eV}$ ، و (ث) $9/00 \text{ eV}$ محاسبه کنید. پاسخهای خود را با منحنی شکل ۷-۴۱ ب مقایسه کنید. انرژی فرمی مس برابر $7/00 \text{ eV}$ است.

۱۶۰۰- نشان دهید احتمال $P(E)$ که یک تراز انرژی با انرژی E اشغال نشده باشد عبارت است از

$$P(E) = \frac{1}{e^{-\Delta E/kT} + 1}$$

که در آن $\Delta E = E - E_F$ است.

۱۷۰۰- نقره یک فلز تک ظرفیتی است. مطلوب است محاسبه (الف) چگالی عددی الکترون‌های رسانش، (ب) انرژی فرمی، (پ) تندی فرمی، و (ت) طول موج دوبروی وابسته به این تندی الکترون. برای داده‌های مورد نیاز درباره نقره، پیوست ج را ببینید.

۱۸۰۰- در $T = 300 \text{ K}$ ، در چه فاصله‌ای بالای انرژی فرمی حالتی وجود دارد که احتمال اشغال شدن آن توسط یک الکترون رسانش برابر با $0/10$ است؟

۱۹۰۰- انرژی فرمی آلومینیوم برابر با $11/6 \text{ eV}$ است؛ چگالی و جرم مولی آن به ترتیب برابر با $2/70 \text{ g/cm}^3$ و $27/0 \text{ g/mol}$ است. با استفاده از این داده‌ها، تعداد الکترون‌های رسانش در هر اتم را تعیین کنید.

۲۰۰۰- چگالی عددی (تعداد بر یکای حجم) را برای (الف) مولکول‌های گاز اکسیژن در دمای 0° C و $1/0 \text{ atm}$ و (ب) الکترون‌های رسانش مس، محاسبه کنید. (پ) نسبت دومی به اولی چقدر است؟ فاصله متوسط بین (ت) مولکول‌های اکسیژن و (ث) الکترون‌های رسانش، با فرض اینکه این فاصله، طول ضلع مکعبی با حجمی برابر با حجم قابل دسترس هر ذره (مولکول یا الکترون) باشد، چقدر است؟

۲۱۰۰- نشان دهید، در $T = 0 \text{ K}$ ، انرژی متوسط E_{avg} الکترون‌های رسانش در فلز برابر با $\frac{3}{5} E_F$ است. (راهنمایی: بنا بر تعریف متوسط، $E_{\text{avg}} = (1/n) \int E N_0(E) dE$ است، که در آن n چگالی عددی حامل‌های بار است.)

۲۲۰۰- نمونه‌ای از یک فلز معین دارای حجم $4/0 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ است. فلز دارای چگالی $9/0 \text{ g/cm}^3$ و جرم مولی 60 g/mol است. اتمها دوظرفیتی‌اند. تعداد الکترون‌های رسانش (یا الکترون‌های ظرفیت) در نمونه چقدر است؟

۲۳۰۰- با استفاده از نتیجه مسئله ۲۱، انرژی جنبشی انتقالی کل الکترون‌های رسانش در $1/00 \text{ cm}^3$ مس را در دمای $T = 0 \text{ K}$ محاسبه کنید.

بخش ۴۱-۶ نیمرساناها

۳۱۰- (الف) بیشینه طول موج نوری که بتواند الکترونی را در نوار ظرفیت الماس تحریک کند تا به نوار رسانش برسد چقدر است؟ گاف انرژی 5.5 eV است. (ب) این طول موج در چه بخشی از طیف الکترومغناطیسی قرار دارد؟ SSM

۳۲۰۰- در یک مدل ساده شده از یک نیمرسانای آلاییده نشده، توزیع واقعی حالت‌های انرژی را می‌توان با وضعیتی که در آن N_v حالت در نوار ظرفیت، که همه آنها دارای انرژی یکسان E_v هستند، و N_c حالت در نوار رسانش، که همه آنها دارای انرژی یکسان E_c هستند، جایگزین کرد. تعداد الکترون‌ها در نوار رسانش برابر با تعداد حفره‌ها در نوار ظرفیت است. (الف) نشان دهید که این شرط آخر مبین آن است که

$$\frac{N_c}{\exp(\Delta E_c / kT) + 1} = \frac{N_v}{\exp(\Delta E_v / kT) + 1}$$

که در آن

$$\Delta E_c = E_c - E_F \quad \text{و} \quad \Delta E_v = -(E_v - E_F)$$

(ب) اگر تراز فرمی در گاف میان دو نوار بوده و فاصله آن از هر نوار نسبت به kT بزرگ باشد، آنگاه جمله‌های نمایی در مخرج کسرها غالب می‌شوند. در این شرایط، نشان دهید که

$$E_F = \frac{(E_c + E_v)}{2} + \frac{kT \ln(N_v / N_c)}{2}$$

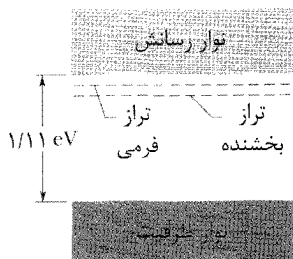
و اینکه اگر $N_v \approx N_c$ باشد، تراز فرمی برای نیمرسانای آلاییده نشده به مرکز گاف نزدیک است.

۳۳۰۰- تابع احتمال اشغال‌شدگی (معادله ۴۱-۶) را می‌توان هم برای نیمرساناها و هم فلزها به کار برد. در نیمرساناها، انرژی فرمی به نقطه میانی گاف میان نوار ظرفیت و نوار رسانش نزدیک است. برای ژرمانیوم، پهنای گاف برابر با 0.67 eV است. احتمال آنکه (الف) حالتی در کف نوار رسانش اشغال شود و (ب) حالتی در بالای نوار ظرفیت اشغال نشود، چقدر است؟ فرض کنید $T = 290 \text{ K}$ است. (توجه: در نیمرسانای خالص، انرژی فرمی به طور متقارنی میان جمعیت الکترون‌های رسانش و جمعیت حفره‌ها، و بنابراین، در مرکز گاف قرار دارد. لازم نیست که حالتی در محل انرژی فرمی موجود باشد.)

۳۴۰۰- ترکیب شیمیایی گالیوم آرسنید معمولاً در نیمرسانایی با گاف انرژی $E_g = 1.43 \text{ eV}$ به کار برده می‌شود. ساختار بلوری آن مانند سیلیسیوم است، با این تفاوت که نیمی از اتم‌های سیلیسیوم با اتم‌های گالیوم و نیم دیگر با اتم‌های آرسنیک جایگزین شده‌اند. در تشابه با نقش شکل ۴۱-۹ الف، نقش مسطحی از شبکه گالیوم آرسنید رسم کنید. بار خالص مغز یونی (الف) گالیوم و (ب) آرسنید چقدر است؟ (پ) چند الکترون در هر پیوند وجود دارد؟ (راهنمایی: به جدول تناوبی پیوست چ نگاه کنید.)

بخش ۴۱-۷ نیمرساناهای آلاییده

۳۵۰۰- آلیش، انرژی فرمی یک نیمرسانا را تغییر می‌دهد. سیلیسیوم را، با گاف 1.1 eV میان سقف نوار ظرفیت و کف نوار رسانش در نظر بگیرید. در دمای 300 K ، تراز فرمی ماده خالص تقریباً در وسط گاف قرار دارد. فرض کنید که سیلیسیوم با اتم‌های بخشنده‌ای که هر یک دارای حالتی 0.15 eV زیر کف نوار رسانش سیلیسیوم هستند، آلاییده شود و همچنین فرض کنید که آلیش، تراز فرمی را تا 0.11 eV زیر کف این نوار بالا می‌برد. (شکل ۴۱-۲۳). برای (الف) سیلیسیوم خالص و (ب) سیلیسیوم آلاییده، احتمال آنکه یک حالت در کف نوار رسانش سیلیسیوم اشغال شود، را محاسبه کنید. (پ) احتمال آنکه یک حالت بخشنده در ماده آلاییده اشغال شود را محاسبه کنید.



شکل ۴۱-۲۳ مسئله ۳۵

۳۶۰۰- سیلیسیوم خالص در دمای اتاق دارای چگالی عددی الکترونی در حدود $5 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ در نوار رسانش است و حفره‌هایی با همین چگالی در نوار ظرفیت وجود دارد. فرض کنید یکی از هر 10^7 اتم سیلیسیوم با یک اتم فسفر جایگزین شود. (الف) نیمرسانای آلاییده از چه نوعی خواهد شد، n یا p ؟ (ب) فسفر چه چگالی عددی حامل باری اضافه می‌کند؟ (پ) نسبت چگالی عددی حامل بار (الکترون‌ها در نوار رسانش و حفره‌ها در نوار ظرفیت) در سیلیسیوم آلاییده به سیلیسیوم خالص، چقدر است؟

۳۷۰۰- چه جرمی از فسفر برای آلاییدن 1 g سیلیسیوم که به تفصیل در مسئله نمونه ۴۱-۶ توضیح داده شد، مورد نیاز است؟ SSM WWW

۳۸۰۰- یک نمونه از سیلیسیوم با اتم‌هایی که دارای حالت‌های بخشنده 0.11 eV زیر کف نوار رسانش هستند، آلاییده شده است. (گاف انرژی در سیلیسیوم برابر 1.1 eV است). اگر هر یک از این حالت‌های بخشنده به احتمال 5×10^{-5} در دمای $T = 300 \text{ K}$ اشغال شده باشند، (الف) آیا تراز فرمی در بالا یا پایین سقف نوار ظرفیت سیلیسیوم قرار دارد و (ب) به چه فاصله‌ای در بالا یا پایین آن واقع است؟ (پ) در این صورت، احتمال آنکه حالتی در کف نوار رسانش سیلیسیوم اشغال شده باشد چقدر است؟

بخش ۴۱-۹ یکسوساز پیوندی

۳۹۰۰- هرگاه فوتونی به ناحیه تهی یک پیوندگاه $p-n$ وارد شود، آن فوتون می‌تواند از الکترونهاى ظرفیت آنجا پراکنده شود، بخشی از انرژی خود را به هر الکترون انتقال دهد، و در پی آن الکترونها به نوار رسانش پرش کنند. بنابراین، فوتون موجب به وجود آمدن جفت-الکترون می‌شود. از همین رو، پیوندگاهها غالباً به عنوان آشکارسازهای نور، به‌ویژه در ناحیه‌های پرتو x و پرتو گامای طیف الکترومغناطیسی به کار گرفته می‌شوند. فرض کنید یک فوتون پرتو گامای 662 keV ، انرژی خود را در پی فرایندهای پراکندگی چند گانه‌ای در داخل یک نیم‌رسانا با انرژی گاف 1.1 eV ، به الکترونها منتقل کند تا آنکه تمام انرژی آن انتقال یابد. با فرض آنکه هر الکترون، گاف بین سقف نوار ظرفیت تا کف نوار رسانش را پرش کند، تعداد جفت الکترون - حفره‌های تولید شده توسط این فرایند را به دست آورید.

۴۰۰۰- برای یک یکسوساز پیوندی $p-n$ آرمانی با یک مرز مشخص بین دو طرف نیم‌رسانای آن، جریان I با رابطه زیر به اختلاف پتانسیل V دو سر یکسوساز مربوط می‌شود

$$I = I_0 (e^{eV/kT} - 1)$$

که در آن I_0 ، که به ماده بستگی دارد و به I یا V بستگی ندارد، جریان اشباع وارون خوانده می‌شود. اختلاف پتانسیل V مثبت است اگر یکسوساز بایاس مستقیم شده باشد، و منفی است اگر یکسوساز بایاس معکوس شده باشد. (الف) با رسم I برحسب V از -0.12 V تا $+0.12 \text{ V}$ ، ثابت کنید که این عبارت رفتار یک یکسوساز پیوندی را به دست می‌دهد. فرض کنید $T = 300 \text{ K}$ و $I_0 = 5.0 \text{ nA}$ است. (ب) برای همان دما، نسبت جریان برای بایاس مستقیم 0.5 V به جریان برای بایاس معکوس 0.5 V را محاسبه کنید.

بخش ۴۱-۱۰ دیود نور - گسیل (LED)

۴۱۰- در یک بلور خاص، بالاترین نوار اشغال شده، کاملاً پر است. این بلور برای نور با طول موجهای بزرگتر از 295 nm شفاف ولی برای طول موجهای کوتاهتر کدر است. گاف میان بالاترین نوار اشغال شده و نوار بالاتر بعدی (خالی) برای این ماده را محاسبه کنید. SSM

۴۲۰- یک بلور پتاسیم کلراید دارای گاف نوار انرژی 7.6 eV بالای بالاترین نقطه نوار اشغال شده‌ای است، که کاملاً پر است. آیا این بلور نسبت به نوری با طول موج 140 nm ، شفاف است یا کدر؟

۴۱-۱۱ ترانزیستور

۴۳۰- یک تراشه کامپیوتر معین که اندازه‌اش در حدود یک تمپر پستی $(2/22 \text{ cm} \times 2/54 \text{ cm})$ است شامل حدود $3/5$ میلیون ترانزیستور است. اگر ترانزیستورها مربعی شکل باشند، بعد بیشینه آنها باید چقدر باشد؟ (توجه: وسیله‌هایی غیر از ترانزیستورها نیز در تراشه وجود دارند، و باید فضایی برای اتصالات داخلی بین اجزای مدار وجود داشته باشد. امروزه، ترانزیستورهای کوچکتر از $0.7 \mu\text{m}$ به میزان زیاد و قیمت اندک ساخته می‌شوند.)

۴۴۰- یک MOSFET مبتنی بر سیلیسیوم دارای یک دریچه مربعی به ضلع $0.5 \mu\text{m}$ است. لایه اکسید سیلیسیوم عایق که دریچه را از پایه نوع p جدا می‌کند دارای ضخامت $0.2 \mu\text{m}$ و ثابت دی الکتریک $4/5$ است. (الف) ظرفیت معادل دریچه - پایه چقدر است؟ (ب) دریچه به صورت یک صفحه و با پایه به صورت صفحه دیگر رفتار کنید. (ب) هرگاه اختلاف پتانسیل 10 V بین دریچه - چشمه برقرار باشد، تقریباً چند بار بنیادی e در دریچه ظاهر می‌شود؟

۴۵- (الف) زاویه θ بین نزدیکترین پیوندهای مجاور در شبکه سیلیسیوم را به دست آورید. به یاد آورید که هر اتم سیلیسیوم به چهار نزدیکترین همسایه خود پیوند خورده است. این چهار همسایه تشکیل یک چهار وجهی منتظم را می‌دهند - هرمی که اضلاع و قاعده آن تشکیل مثلثهای متوازی الاضلاع را می‌دهند. (ب) با توجه به اینکه اتمها در گوشه‌های چهار وجهی به فاصله 388 pm از هم قرار گرفته‌اند، طول پیوند را به دست آورید.

۴۶- نقره در دمای 961°C ذوب می‌شود. در نقطه ذوب، چه کسری از الکترونهاى رسانش در حالتی با انرژیهای بالاتر از انرژی فرمی 5.5 eV قرار دارند؟ (مسئله ۲۴ را ببینید.)

مسئله‌های اضافی

۴۷- (الف) نشان دهید که چگالی حالتها در انرژی فرمی با این رابطه داده می‌شود

$$N(E_F) = \frac{(4)(3^{1/2})(\pi^{2/2})mn^{1/2}}{h^2} = (4/11 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}) n^{1/2}$$

که در آن n چگالی عددی الکترونهاى رسانش است. (ب) $N(E_F)$ را برای مس، که فلزی تک‌ظرفیتی با جرم مولی $63/54 \text{ g/mol}$ و چگالی $8/96 \text{ g/cm}^3$ است، محاسبه کنید. با یادآوری اینکه برای مس $E_F = 7.0 \text{ eV}$ است، درستی محاسبه خود را با منحنی شکل ۴۱-۶ بررسی کنید.

۴۸- dp/dT را در دمای اتاق برای (الف) مس و (ب) سیلیسیوم، با استفاده از داده‌های جدول ۴۱-۱ محاسبه کنید.

۴۹- (الف) نشان دهید که در $E = E_F$ ، شیب dP/dE در معادله ۴۱-۶ برابر با $1/4kT$ است. (ب) همچنین نشان دهید که خط مماس بر منحنی شکل ۴۱-۷ ب در $E = E_F$ ، محور افقی را در $E = E_F + 2kT$ قطع می‌کند.

۵۰- نشان دهید که احتمال اشغال شدن $P(E)$ در معادله ۴۱-۶، نسبت به مقدار انرژی فرمی متقارن است؛ یعنی، نشان دهید که

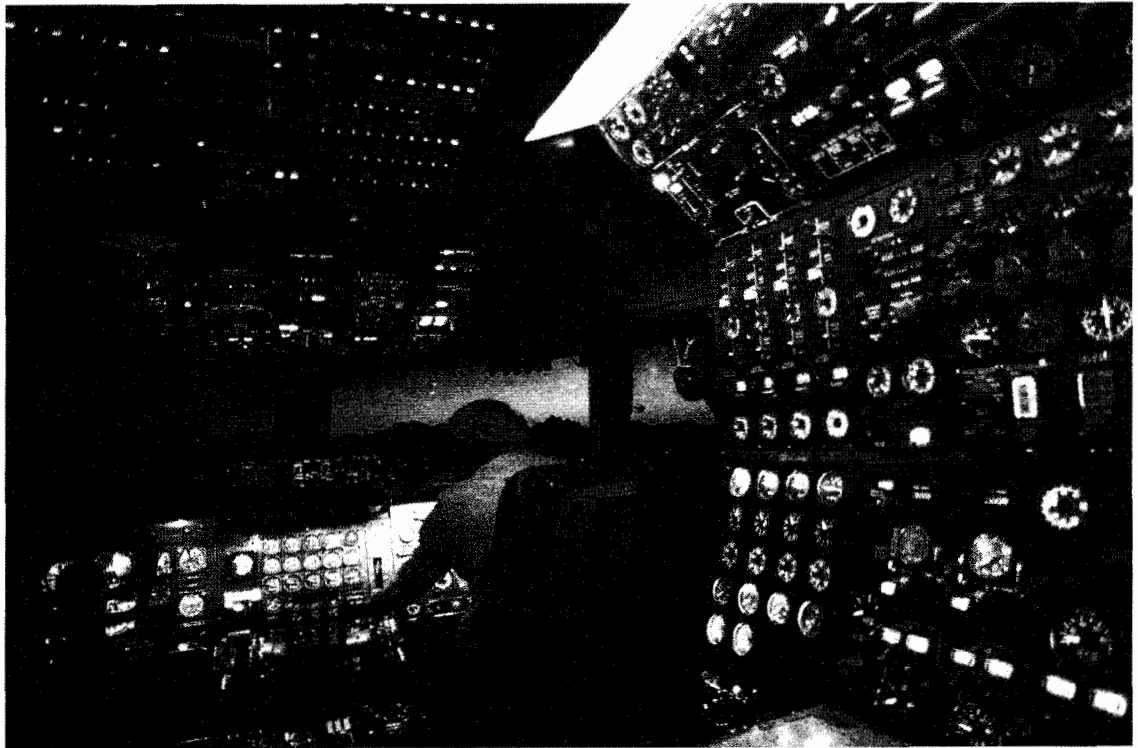
$$P(E_F + \Delta E) + P(E_F - \Delta E) = 1$$

۵۱- در چه فشاری، بر حسب اتمسفر، تعداد مولکولها بر یکای حجم یک گاز کامل با چگالی عددی الکترونهاى رسانش در مس، هر دو در دمای $T = 300\text{ K}$ ، با هم برابرند؟

۵۲- ضریب عددی 0.121 را در معادله ۴۱-۹ ثابت کنید.

۵۳- انرژی فرمی مس برابر 7.0 eV است. ثابت کنید که تندی فرمی مربوط به آن برابر 1600 km/s است.

فیزیک هسته‌ای

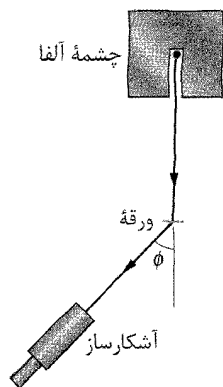


چه چیزی خطر
تابشی برای خدمه
پرواز را به وجود
می‌آورد؟

اغلب مردم از خطر تابش هسته‌ای از مواد پرتوزا، نیروگاه‌های هسته‌ای، و (به‌خصوص) جنگ‌افزارهای هسته‌ای باخبرند. ولی، بیشتر آنها از آن تابشی که مرتبط با سفرهای طولانی با هواپیماست بی‌خبرند، خطری که برای مسافران به اندازه خدمه پرواز جدی نیست. در واقع، برخی از پروازها نگران‌کننده‌تر از پروازهای دیگرند، و زمان کل پرواز در هر سال برای خدمه چنین پروازهایی توسط شرکتهای هواپیمایی محدود شده است.

پاسخ در همین فصل.

۴۲-۱ فیزیک چیست؟



شکل ۴۲-۱ ترتیب آزمایشگاهی (دید از بالا) به کار رفته در آزمایش راترفورد در سالهای ۱۹۱۳-۱۹۱۱، برای مطالعه پراکندگی ذره‌های آلفا توسط ورقه‌های نازک فلزی. آشکارساز می‌تواند برای مقدارهای مختلف زاویه پراکندگی ϕ بچرخد. چشمه آلفا، گاز راژن بود که یک محصول واپاشی رادیوم است. با این دستگاه "رومیزی" ساده، هسته اتمی کشف شد.

نظر راترفورد تاباندن ذره‌های آلفای پر انرژی به یک ورقه نازک هدف و اندازه‌گیری میزان انحرافی بود که این ذره‌ها به هنگام عبور از ورقه پیدا می‌کردند. ذره‌های آلفا، که تقریباً 7300 بار از الکترون‌ها سنگین‌ترند، دارای بار $+2e$ هستند.

شکل ۴۲-۱ ترتیب آزمایشگاهی گایگر و مارسدن را نشان می‌دهد. چشمه آلفای آنها یک لوله شیشه‌ای با دیواره‌ای نازک، محتوی گاز راژن بود. آزمایش عبارت از شمارش تعداد ذره‌های آلفایی بود که در زاویه‌های پراکندگی ϕ منحرف می‌شدند.

شکل ۴۲-۲ نتایج آنها را نشان می‌دهد. بخصوص توجه کنید که مقیاس محور قائم، لگاریتمی است. متوجه می‌شویم که بیشتر ذره‌ها در زاویه‌های نسبتاً کوچکی پراکنده شده‌اند، ولی بخش بسیار کمی از آنها در زاویه‌های بسیار بزرگی، که به 180° می‌رسند، پراکنده شده‌اند- و این مایه تعجب زیادی بود. به بیان راترفورد: "این واقعاً باور نکردنی‌ترین اتفاقی بود که تا آن موقع در زندگی‌ام برای من رخ داده بود. این تقریباً به همان اندازه باور نکردنی بود که شما گلوله‌ای ۱۵ اینچی را به یک تکه دستمال کاغذی شلیک کنید و گلوله برگردد و به شما بخورد." چرا راترفورد آنقدر شگفت زده شده بود؟ در زمان این آزمایشها، بیشتر فیزیکدانان مدلی موسوم به مدل کیک کشمش اتم که توسط تامسون پیشنهاد شده بود را باور داشتند. در این مدل، فرض شده بود که بار مثبت اتم در سرتاسر حجم اتم پخش شده است. الکترون‌ها "کشمشها" فرض شده بود که حول نقطه‌های ثابتی در داخل این کره باردار مثبت "کیک" ارتعاش می‌کنند.

بیشینه نیروی منحرف‌کننده‌ای که می‌توانست بر یک ذره آنها به هنگام عبور از چنین کره با بار مثبت بزرگی اثر کند بسیار کوچکتر از آن بود که ذره آلفا را حتی به اندازه 1° منحرف کند. (انحراف مورد انتظار با آنچه که در صورت شلیک گلوله‌ای به

تا اینجا در سیاحت اکتشافی خود در پارک تفریحی کوانتوم، الکترون‌هایی را بررسی کرده‌ایم که در چاههای پتانسیل گوناگونی، از جمله اتمها، به تله افتاده‌اند، ولی عمدتاً آنچه را که در مرکز یک اتم واقع است- هسته- نادیده گرفته‌ایم. در ۹۰ سال اخیر، یک هدف اساسی فیزیک، فرمولبندی فیزیک کوانتومی هسته، و تقریباً در زمانی به همین درازا، یک هدف اساسی برخی از رشته‌های مهندسی به کار بستن این فیزیک کوانتومی در کاربردهای آن بوده است که گستره‌ای از پرتودرمانی در مبارزه با سرطان گرفته تا آشکارسازهای گاز راژن در زیرزمینها در بر می‌گیرد.

پیش از آنکه به چنین کاربردهایی و فیزیک کوانتومی هسته‌ها بپردازیم، نخست بررسی می‌کنیم که چگونه فیزیکدانان کشف کردند یک اتم دارای هسته است. به همان اندازه‌ای که این واقعیت امروزه امری بدیهی است، در ابتدا به عنوان یک شگفتی باور نکردنی به نظر می‌رسید.

۴۲-۲ کشف هسته

در نخستین سالهای قرن بیستم، درباره ساختار اتمها چیزی فراتر از این واقعیت که آنها شامل الکترون‌ها هستند، دانسته نشده بود. الکترون در سال ۱۸۹۷/۱۲۷۶ (توسط تامسون^۱) کشف شده بود، ولی جرم آن در آن روزهای آغازین معلوم نبود. بنابراین، حتی ممکن نبود که تعداد الکترونهای باردار منفی موجود در یک اتم معین را مشخص کرد. دانشمندان استدلال می‌کردند که چون اتمها از لحاظ الکتریکی خنثی هستند، آنها باید تعدادی بار مثبت نیز داشته باشند، ولی هیچ‌کس نمی‌دانست که این بار مثبت خنثی کننده چه شکلی دارد.

در سال ۱۹۱۱/۱۲۹۰، رنست راترفورد^۲ پیشنهاد کرد که این بار مثبت اتم به طور متراکم در مرکز اتم متمرکز است و هسته آن را تشکیل می‌دهد، و گذشته از این، بیشتر جرم اتم مربوط به هسته آن است. پیشنهاد رادفورد صرفاً یک حدس نبود، بلکه مبتنی بر نتایج آزمایشی بود که توسط خود او پیشنهاد شده بود و همکارانش، هانس گایگر^۳ (که شمارنده گایگر او معروف است) و رنست مارسدن^۴، دانشجویی ۲۰ ساله که هنوز لیسانس خود را نگرفته بود، آن را به انجام رسانیده بودند.

در زمان راترفورد معلوم شده بود که عنصرهای معینی، موسوم به پرتوزا، در یک فرایند خودبه‌خود با گسیل ذره‌هایی به عنصرهای دیگری تبدیل می‌شوند. یکی از این عنصرها، راژن است که ذره‌های آلفا (α) با انرژی‌هایی حدود $5/5 \text{ MeV}$ گسیل می‌کند. امروزه می‌دانیم که این ذره‌ها، هسته‌های هلیوم‌اند.

1. J. J. Thomson
2. Ernest Rutherford
3. Hans Geiger
4. Ernest Marsden

شکل ۴۲-۳ مسیرهای ممکن را نشان می‌دهد که توسط ذره‌های آلفای نوعی به هنگام عبور از اتمهای ورقه هدف طی می‌شود؛ همانگونه که می‌بینیم، بیشتر ذره‌ها یا منحرف نشده‌اند یا فقط به میزان کمی منحرف شده‌اند، ولی چندتایی (آنهايي که برحسب اتفاق، مسیرهای فرودی آنها از فاصله بسیار نزدیکی به هسته می‌گذرند) در زاویه‌های بزرگ منحرف شده‌اند. از تحلیل این داده‌ها، راترفورد نتیجه گرفت که شعاع هسته باید با عاملی حدود 10^{-14} ، از شعاع اتم کوچکتر باشد. به بیان دیگر، بیشتر فضای اتم خالی است.

مسئله نمونه ۴۲-۱

یک ذره آلفا با انرژی 5.30 MeV ، برحسب اتفاق، مستقیماً به سوی هسته یک اتم طلا، که شامل 79 پروتون است، حرکت می‌کند. پیش از آنکه ذره آلفا به طور لحظه‌ای به سکون برسد و جهت حرکتش وارونه شود، چقدر به مرکز هسته نزدیک می‌شود؟ از پس‌زنی هسته نسبتاً سنگین چشم‌پوشی کنید.

نکته کلیدی در طی این فرایند، انرژی مکانیکی کل E دستگاه ذره آلفا و هسته طلا پایسته است. به‌ویژه، انرژی مکانیکی اولیه دستگاه E_i ، پیش از آنکه ذره و هسته برهم‌کنش کنند، برابر با انرژی مکانیکی E_f آن به هنگامی است که ذره آلفا به توقف لحظه‌ای می‌رسد. انرژی اولیه E_i دقیقاً برابر انرژی جنبشی K_α ذره آلفا فرودی است. انرژی نهایی E_f دقیقاً انرژی پتانسیل الکتریکی U دستگاه است (بنابراین انرژی جنبشی صفر است). U را می‌توانیم با استفاده از معادله $4-24$ ($U = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r$) بیابیم.

محاسبه: d را فاصله مرکز به مرکز میان ذره آلفا و هسته طلا به هنگامی در نظر می‌گیریم که ذره آلفا در نقطه توقف خود قرار دارد. بنابراین، پایستگی انرژی $E_i = E_f$ را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$K_\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha q_{Au}}{d}$$

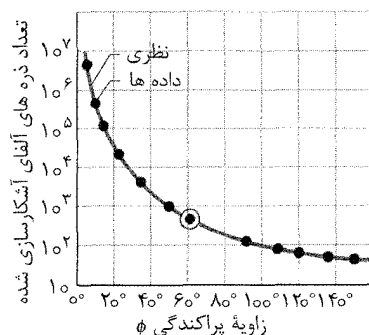
که در آن $q_\alpha (=2e)$ بار ذره آلفا (۲ پروتون) و $q_{Au} (=79e)$ بار هسته طلا (۷۹ پروتون) است.

با قرار دادن مقدار بارها و حل آن برای d خواهیم داشت

$$d = \frac{(2e)(79e)}{4\pi\epsilon_0 K_\alpha} = \frac{(2 \times 79)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(4\pi)(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(5.30 \text{ MeV})(1.6 \times 10^{-13} \text{ J/MeV})} = 4.29 \times 10^{-14} \text{ m} \quad (\text{پاسخ})$$

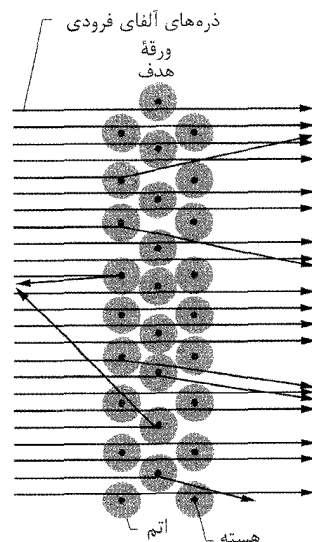
این، فاصله‌ای کوچک در مقیاسهای اتمی است، ولی در مقیاسهای هسته‌ای چنین نیست. در واقع، این مقدار به میزان قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از مجموع شعاعهای هسته طلا و ذره آلفاست. از این‌رو ذره آلفا جهت حرکت خود را وارونه می‌کند، بی آنکه هرگز با هسته طلا "تماسی" واقعی برقرار کند.

کیسه‌ای از گلوله‌های برف مشاهده می‌شود، قابل مقایسه است). الکترون‌ها در اتم نیز اثر بسیار ناچیزی بر ذره آلفای سنگین پراثری دارند. در واقع، آنها خودشان همچون دسته‌ای از حشرات که با پرتاب سنگی میان آنها به هر سو پراکنده می‌شوند، به شدت منحرف می‌شوند.



شکل ۴۲-۲ نقطه‌ها، داده‌های مربوط به پراکندگی ذره آلفا از یک ورقه طلا هستند، که گایگر و مارسدن با استفاده از دستگاه شکل ۴۲-۱ به دست آوردند. منحنی پیوسته، پیش‌بینی نظری مبتنی بر این فرض است که اتم دارای یک هسته با بار مثبت، سنگین و کوچک است. توجه کنید که مقیاس محور قائم، لگاریتمی است که تا شش مرتبه بزرگی را در بر می‌گیرد. داده‌ها برای انطباق منحنی نظری بر نقطه تجربی که با دایره‌ای به دور آن مشخص شده تنظیم شده‌اند.

راترفورد دریافت، برای آنکه ذره آلفا رو به عقب منحرف شود، باید نیروی بزرگی وجود داشته باشد؛ این نیرو در صورتی می‌توانست ایجاد شود که به جای آنکه بار مثبت در سرتاسر اتم پخش شده باشد، محکم در مرکز آن قرار داشته باشد. در این صورت ذره آلفای فرودی می‌توانست بی آنکه به داخل بار مثبت نفوذ کند، به آن بسیار نزدیک شود؛ چنین رویارویی نزدیکی به یک نیروی منحرف کننده بزرگ می‌انجامد.



شکل ۴۲-۳ زاویه‌ای که در آن ذره آلفای فرودی پراکنده می‌شود به میزان نزدیکی مسیر آن به هسته اتمی بستگی دارد. انحرافهای بزرگ فقط ناشی از رویارویی‌های بسیار نزدیک است.

۴۲-۳ برخی از خواص هسته‌ای

جدول ۴۲-۱ برخی از خواص چند هسته اتمی را نشان می‌دهد. هرگاه عمدتاً به خواص آنها به عنوان گونه‌های هسته‌ای خاص (به جای بخشهایی از اتمها) توجه کنیم، این ذره‌ها را نوکلید می‌نامیم.

جدول ۴۲-۱

برخی از خواص نوکلیدهای برگزیده

نوکلید	Z	N	A	پایداری ^a	جرم ^b	اسپین ^c	انرژی هسته‌ای (نوکلئون/MeV)
¹ H	۱	۰	۱	۹۹/۹۸۵٪	۱/۰۰۷۸۲۵	$\frac{1}{2}$	—
^۷ Li	۳	۴	۷	۹۲/۵٪	۷/۰۱۶۰۰۴	$\frac{3}{2}$	۵/۶۰
^{۳۱} P	۱۵	۱۶	۳۱	۱۰۰٪	۳۰/۹۷۳۷۶۲	$\frac{1}{2}$	۸/۴۸
^{۸۴} Kr	۳۶	۴۸	۸۴	۵۷/۰٪	۸۳/۹۱۱۵۰۷	۰	۸/۷۲
^{۱۲۰} Sn	۵۰	۷۰	۱۲۰	۳۲/۴٪	۱۱۹/۹۰۲۱۹۷	۰	۸/۵۱
^{۱۵۷} Gd	۶۴	۹۳	۱۵۷	۱۵/۷٪	۱۵۶/۹۲۳۹۵۷	$\frac{3}{2}$	۸/۲۱
^{۱۹۷} Au	۷۹	۱۱۸	۱۹۷	۱۰۰٪	۱۹۶/۹۶۶۵۵۲	$\frac{3}{2}$	۷/۹۱
^{۲۲۷} Ac	۸۹	۱۳۸	۲۲۷	۸/۷٪	۲۲۷/۰۲۷۷۴۷	$\frac{3}{2}$	۷/۶۵
^{۲۳۹} Pu	۹۴	۱۴۵	۲۳۹	۲۴/۱۰۰٪	۲۳۹/۰۵۲۱۵۷	$\frac{1}{2}$	۷/۵۶

(a) برای نوکلیدهای پایدار، فراوانی ایزوتوپی داده شده است؛ این، کسری از اتمهایی از این نوع است که در یک نمونه نوعی از عنصر یافت می‌شود. برای نوکلیدهای پرتوزا، نیم-عمر داده شده است.

(b) با توجه به تجربه، حجم گزارش شده، جرم اتم خنثی است نه هسته ذره تنها.

(c) اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی که مضربی از \hbar است.

برخی از واژگان هسته‌ای

هسته‌ها از پروتونها و نوترونها تشکیل شده‌اند. تعداد پروتونها در یک هسته (موسوم به عدد اتمی یا عدد پروتونی هسته) با نماد Z نمایش داده می‌شود؛ تعداد نوترونها (عدد نوترونی) با نماد N نمایش داده می‌شود. تعداد کل نوترونها و پروتونها در هسته عدد جرمی A خوانده می‌شود؛ بنابراین

$$A = Z + N \quad (۴۲-۱)$$

نوترونها و پروتونها، هرگاه به طور مشترک در نظر گرفته شوند، نوکلئون (هستک) نامیده می‌شوند.

نوکلیدها را با نمادهایی از قبیل آنهایی که در نخستین ستون جدول ۴۲-۱ نشان داده شده‌اند، نمایش می‌دهیم. مثلاً ^{۱۹۷}Au را در نظر بگیرید. شاخص بالای ۱۹۷، عدد جرمی A است. نماد شیمیایی Au مبین آن است که این عنصر طلاست، که عدد اتمی

آن برابر ۷۹ است. از معادله ۴۲-۱ درمی‌یابیم که تعداد نوترونهای این نوکلید برابر ۷۹-۱۹۷، یا ۱۱۸ است.

نوکلیدهایی با عدد اتمی یکسان Z ، ولی عدد نوترونی متفاوت N ، ایزوتوپ یکدیگر نامیده می‌شوند. عنصر طلا دارای ۳۲ ایزوتوپ است که در گستره ^{۱۳۳}Au تا ^{۲۰۴}Au قرار دارند. فقط یکی از آنها (^{۱۹۷}Au) پایدار است؛ بقیه ۳۱ ایزوتوپ پرتوزا هستند. چنین نوکلیدهای پرتوزایی با گسیل یک ذره، واپاشی (یا فروپاشی) می‌کنند و در نتیجه به نوکلید متفاوتی تبدیل می‌شوند.

ساماندهی نوکلیدها

اتمهای خنثای همه ایزوتوپهای یک عنصر (همه با Z برابر) دارای تعداد الکترونهای برابر و خاصیت‌های شیمیایی مشابهی هستند، و در یک خانه در جدول تناوبی عنصرها قرار می‌گیرند. ولی، خاصیت‌های هسته‌ای ایزوتوپهای یک عنصر معین، از یک ایزوتوپ به ایزوتوپ دیگر بسیار متفاوت است. بنابراین، جدول تناوبی استفاده محدودی برای فیزیکدانان هسته‌ای، شیمیدانان هسته‌ای، یا مهندسان هسته‌ای دارد.

نوکلیدها را روی یک نقشه نوکلیدی مانند شکل ۴۲-۴ ساماندهی می‌کنیم، که در آن یک نوکلید با رسم عدد پروتونی آن برحسب عدد نوترونی آن مشخص شده است. نوکلیدهای پایدار در این شکل با رنگ تیره، و نوکلیدهای پرتوزا با سایه نمایش داده شده‌اند. همانطور که دیده می‌شود، نوکلیدهای پرتوزا در دو طرف و در انتهای بالایی یک نوار کاملاً مشخص از نوکلیدهای پایدار قرار دارند. همچنین توجه کنید که نوکلیدهای پایدار سبک به خط $N = Z$ نزدیک‌اند، که بدین معناست که آنها تعداد نوترونها و پروتونهای تقریباً یکسانی دارند. ولی، نوکلیدهای سنگینتر، نوترونهای بیشتری نسبت به پروتونها دارند. به عنوان مثال، دیدیم که ^{۱۹۷}Au دارای ۱۱۸ نوترون و فقط ۷۹ پروتون است، یعنی یک فزونی نوترونی ۳۹ تایی دارد.

نقشه‌های نوکلیدی به صورت نقشه‌هایی دیواری در دسترس‌اند، که در آنها هر خانه کوچک با اطلاعاتی درباره نوکلیدی که آن را مشخص می‌کند، پر شده است. شکل ۴۲-۵ بخشی از چنین نقشه‌ای را به مرکز ^{۱۹۷}Au نشان می‌دهد. فراوانیهای نسبی (معمولاً به صورت یافت شده روی کره زمین) برای نوکلیدهای پایدار، و نیم-عمرها (معیاری برای آهنگ واپاشی) برای نوکلیدهای پرتوزا نشان داده شده است. خط شیبدار، یک خط ایزوبار- نوکلیدهایی با عدد جرمی یکسان- را نشان می‌دهد، که در این مورد $A = ۱۹۸$ است.

با این حال نوکلیدهای آبرجیم معینی، با نیم- عمرهای نسبتاً طولانی، به طور نسبی پایدارند. این نوکلیدهای آبرجیم پایدار و سایر موارد پیش‌بینی شده، تشکیل جزیره پایداری در مقدارهای بزرگ Z و N روی نقشه نوکلیدی همانند شکل ۲۴-۴، می‌دهند.

✓ **نکته واریسی ۱** بر مبنای شکل ۴۲-۴، نتیجه بگیرید که کدامیک از نوکلیدهایی که در پی می‌آیند احتمالاً آشکار نمی‌شوند: $^{58}\text{Nd} (Z=60)$ ، $^{90}\text{As} (Z=33)$ ، $^{52}\text{Fe} (Z=26)$ ، $^{208}\text{Pb} (Z=82)$ ، $^{175}\text{Lu} (Z=71)$.

شعاعهای هسته‌ای

یک یکای مناسب برای اندازه‌گیری فاصله‌ها در مقیاس هسته‌ای، فمتومتر^۱ (10^{-15}m) است. این یکا اغلب فرمی نامیده می‌شود؛ هر دو نام دارای علامت اختصاری یکسانی هستند. بنابراین،

$$(2-42) \quad 1\text{fm} = 10^{-15}\text{m} = 1\text{فرمی} = 1\text{فمتومتر}$$

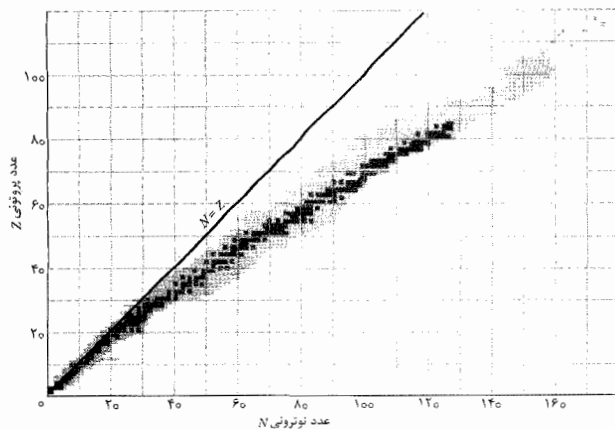
با بمباران کردن هسته‌ها توسط باریکه‌ای از الکترونهای پر انرژی و مشاهده اینکه هسته‌ها چگونه الکترونهای فرودی را منحرف می‌کنند، می‌توانیم درباره اندازه و ساختار هسته‌ها اطلاعاتی به دست آوریم. الکترونها باید به قدر کافی پرانرژی باشند (دست کم 200MeV) تا طول موجهای دوبروی آنها کوچکتر از ساختار هسته‌ای که می‌کاوند باشد.

هسته، مثل اتم، یک جسم صلب با سطحی با مرز کاملاً مشخص نیست. افزون بر این، اگر چه بیشتر نوکلیدها کروی شکل‌اند، برخی از آنها به‌خصوص بیضی هستند. با این حال، آزمایشهای پراکندگی الکترون (به همراه آزمایشهایی از انواع دیگر) ما را بر آن می‌دارد که به هر نوکلید، شعاع مؤثری اختصاص دهیم که با رابطه زیر داده می‌شود

$$(3-42) \quad r = r_0 A^{1/3}$$

که در آن A عدد جرمی و $r_0 \approx 1/2\text{fm}$ است. از اینجا در می‌یابیم که حجم هسته، که متناسب با r^3 است، مستقیماً با عدد جرمی A متناسب و مستقل از مقدارهای Z و N است.

معادله ۴۲-۳ برای نوکلیدهای هاله‌ای به کار نمی‌رود. نوکلیدهایی پرنوترون که نخستین بار در دهه میلادی در آزمایشگاه‌ها تولید شدند. این نوکلیدها بزرگتر از مقدار پیش‌بینی شده توسط معادله ۴۲-۳ هستند، زیرا برخی از نوترونهای هاله‌ای را به دور مغز کروی پروتونها و باقی نوترونها تشکیل می‌دهند. ایزوتوپهای لیتیوم مثالی از این نوع‌اند. هرگاه یک نوترون برای تشکیل ^6Li به ^4Li اضافه شود، که هیچ‌کدام نوکلیدهای هاله‌ای نیستند، شعاع مؤثر حدود ۴٪ اضافه می‌شود. ولی، هرگاه دو نوترون به ^6Li برای تشکیل ایزوتوپ پرنوترون ^{11}Li (بزرگترین ایزوتوپ لیتیوم) اضافه شود، آنها به هسته موجود



شکل ۴۲-۴ نموداری از نوکلیدهای شناخته شده. ناحیه تیره، نوار نوکلیدهای پایدار، و ناحیه سایه‌دار نوکلیدهای پرتوزا را مشخص می‌کنند. نوکلیدهای پایدار کم‌جرم اساساً دارای تعداد نوترونها و پروتونهای مساوی‌اند، ولی نوکلیدهای سنگینتر دارای فزونی نوترونی بیشتری هستند. شکل نشان می‌دهد که هیچ نوکلید پایداری با $Z > 83$ (بیسموت) وجود ندارد.

تا اوایل سال $2004/1383$ ، نوکلیدهایی با عددهای اتمی تا بزرگی $Z=116$ ($A=292$) در تجربه‌های آزمایشگاهی یافت شده بودند (هیچ عنصری با Z بزرگتر از ۹۲ به طور طبیعی یافت نمی‌شود). اگر چه نوکلیدهای بزرگ عموماً باید به میزان زیادی ناپایدار باشند و فقط به مدت بسیار اندکی دوام آورند،

	^{197}Pb ۲۲min	^{198}Pb ۲/۳h	^{199}Pb ۱/۵h	^{200}Pb ۲۱/۵h	^{201}Pb ۹/۳۳h	^{202}Pb ۵۳۰۰y	^{203}Pb ۲/۱۶d
۸۲	^{197}Ti ۱/۸۴h	^{197}Ti ۲/۸۳h	^{198}Ti ۵/۳h	^{199}Ti ۷/۴h	^{200}Ti ۲۶/۱h	^{201}Ti ۷۲/۹h	^{202}Ti ۱۲/۲d
۸۱	^{196}Hg ۹/۵h	^{196}Hg ۰/۱۵d	^{197}Hg ۶۴/۱h	^{198}Hg ۱۰/۰y	^{199}Hg ۱۶/۹y	^{200}Hg ۲۳/۱y	^{201}Hg ۱۳/۲y
۸۰	^{197}Au ۳۹/۴h	^{196}Au ۱/۸۶d	^{196}Au ۶/۱۸d	^{197}Au ۱۰۰٪	^{198}Au ۲/۶۹d	^{199}Au ۳/۱۴d	^{200}Au ۴۸/۴min
۷۹	^{197}Pt ۶۰y	^{197}Pt ۳۲/۹y	^{196}Pt ۳۳/۸y	^{196}Pt ۲۵/۳y	^{197}Pt ۱۸/۳h	^{198}Pt ۷/۲y	^{199}Pt ۳۰/۸min
۷۸	^{197}Ir ۷۳/۸d	^{197}Ir ۱۶/۷y	^{197}Ir ۱۹/۲h	^{196}Ir ۳/۸h	^{196}Ir ۵۲s	^{197}Ir ۵/۸min	^{198}Ir ۰/۸s
۷۷	^{191}Os ۱۵/۴d	^{192}Os ۴۱/۰y	^{192}Os ۳۰/۵h	^{193}Os ۶۱/۰y	^{194}Os ۶/۵min	^{195}Os ۳۵min	-
۷۶							

شکل ۴۲-۵ بخش بزرگ شده و با جزئیات نقشه نوکلیدی شکل ۴۲-۴ به مرکز ^{197}Au . مربعهای تیره، نوکلیدهای پایدار را نشان می‌دهند، که برای آنها فراوانیهای ایزوتوپی نسبی داده شده است. مربعهای سایه‌دار، نوکلیدهای پرتوزایی را نشان می‌دهند، که برای آنها نیم- عمر داده شده است. خطهای ایزوباری دارای شیب عدد جرمی ثابت A هستند و به عنوان نمونه خط مربوط به $A=198$ نشان داده شده است.

پروتونها و نوترونهای مجزای آن است. اختلاف بین این دو انرژی، انرژی بستگی هسته نامیده می‌شود:

$$\Delta E_{be} = \sum (mc^2) - Mc^2 \quad (\text{انرژی بستگی}) \quad (۷-۴۲)$$

هشدار: انرژی بستگی، انرژی نیست که در هسته وجود داشته باشد. بلکه، این انرژی برابر با اختلاف انرژی جرمی میان یک هسته و نوکلئونهای مجزای آن است. اگر می‌توانستیم یک هسته را به نوکلئونهای آن جدا کنیم، در این فرایند جداسازی، باید یک انرژی کل برابر با ΔE_{be} به آن ذره‌ها انتقال می‌یافت. اگر چه در واقع نمی‌توانیم یک هسته را به این ترتیب از هم بگسلیم، با این حال انرژی بستگی هسته‌ای معیاری مناسب برای آن است که اجزای هسته چقدر خوب در کنار یکدیگر نگه داشته شده‌اند.

معیار بهتر، انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} است، که نسبت انرژی بستگی ΔE_{be} یک هسته به تعداد A نوکلئونها در آن هسته است:

$$\Delta E_{ben} = \frac{\Delta E_{be}}{A} \quad (\text{انرژی بستگی بر نوکلئون}) \quad (۸-۴۲)$$

انرژی بستگی بر نوکلئون را می‌توانیم به صورت انرژی متوسط مورد نیاز برای جدا کردن یک هسته به نوکلئونهای مجزای آن، تصور کنیم.

شکل ۶-۴۲، نموداری از انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} برحسب عدد جرمی A برای تعداد زیادی از هسته‌هاست. آنهایی که در بالای نمودار واقع‌اند، به طور بسیار محکمی مقید هستند؛ یعنی، برای از هم گسیختن هر یک از این هسته‌ها باید مقدار انرژی بر نوکلئون زیادی اعمال کنیم. هسته‌هایی که روی نقطه‌های پایتتر نمودار واقع‌اند، در طرفهای چپ و راست، به میزان کمتری مقیدند، و انرژی بر نوکلئون کمتری برای از هم گسیختن آنها مورد نیاز است.

این عبارتهای ساده درباره شکل ۶-۴۲، نتایج ژرفی در پی دارند. اگر هسته‌ای واقع در طرف راست این نمودار به دو هسته که در نزدیکی قله نمودار قرار دارند شکافته شود، نوکلئونهای آن هسته به طور محکمتری مقید شده‌اند. چنین فرایندی که شکافت نامیده می‌شود، به طور طبیعی در هسته‌های بزرگ (با عدد جرمی بالای A) از قبیل اورانیوم رخ می‌دهد، که می‌توانند به طور خودبه‌خودی (یعنی، بدون هیچ عامل خارجی یا چشمه انرژی) شکافته شوند. این فرایند همچنین می‌تواند در جنگ افزارهای هسته‌ای رخ دهد، که در آنها بسیاری از هسته‌های اورانیوم یا پلونیوم به طور همزمان برای ایجاد یک انفجار، شکافته می‌شوند.

نوکلئونهای هر جفت هسته در طرف چپ این منحنی به طور محکمتری مقیدند، در صورتی که آن جفت برای تشکیل تک هسته‌ای ترکیب شوند که در نزدیکی قله نمودار واقع است. چنین فرایندی که همجوشی نامیده می‌شود به طور طبیعی در

نمی‌چسبند، بلکه در عوض هاله‌ای را به دور هسته تشکیل می‌دهند که این به افزایش شعاع مؤثر تا حدود ۳۰٪ می‌انجامد. ظاهراً این پیکربندی هاله‌ای دارای انرژی کمتری از هسته‌ای است که شامل هر ۱۱ نوکلئون است. (در این فصل کلاً فرض می‌کنیم که معادله ۳-۴۲ برقرار است).

جرمهای اتمی

امروزه جرمهای اتمی با دقت بالایی اندازه‌گیری می‌شوند، ولی معمولاً جرمهای هسته‌ای مستقیماً قابل اندازه‌گیری نیستند، زیرا کندن همه الکترونهای از یک اتم دشوار است. همانطور که به اختصار در بخش ۳۷-۱۲ توضیح دادیم، جرمهای اتمی غالباً برحسب یکاهای جرم اتمی گزارش شده‌اند، دستگاهی که در آن جرم اتمی ^{12}C خنثی دقیقاً ۱۲u تعریف شده است.

جرمهای اتمی دقیق در جدولهای روی Web در دسترس‌اند و معمولاً در تمرینهای درسی از آنها استفاده می‌شود. ولی، برخی اوقات فقط به جرم تقریبی یک هسته تنها یا یک اتم خنثی نیاز داریم. عدد جرمی A هسته چنین جرم تقریبی را برحسب یکاهای جرم اتمی به دست می‌دهد. مثلاً، جرم تقریبی هم هسته و هم اتم خنثی برای ^{197}Au برابر ۱۹۷u است، که به جرم اتمی واقعی 196.966573u نزدیک است.

همانطور که در بخش ۳۷-۱۲ دیدیم

$$1\text{u} = 1/66053873 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (۴-۴۲)$$

همچنین دیدیم که اگر جرم کل شرکت‌کننده‌ها در یک واکنش هسته‌ای به مقدار Δm تغییر کند، آزادی یا جذب انرژی وجود دارد که با معادله ۳۷-۵۰ ($Q = -\Delta mc^2$) داده می‌شود. همانطور که اکنون خواهیم دید، انرژیهای هسته‌ای غالباً برحسب مضربی از ۱ MeV گزارش می‌شوند. بنابراین، تبدیل مناسب میان یکاهای جرم و یکاهای انرژی با معادله ۳۷-۴۶ داده می‌شود.

$$c^2 = 931.494 \text{ MeV/u} \quad (۵-۴۲)$$

دانشمندان و مهندسانی که با جرمهای اتمی سروکار دارند اغلب ترجیح می‌دهند که جرم یک اتم را با فزونی جرم اتم Δ گزارش دهند که با رابطه زیر تعریف شده است.

$$\Delta = M - A \quad (\text{فزونی جرم}) \quad (۶-۴۲)$$

که در آن M جرم واقعی اتم در یکاهای جرم اتمی و A عدد جرمی هسته اتم است.

انرژی بستگی هسته‌ای

جرم M یک هسته کوچکتر از جرم کل $\sum m$ پروتونها و نوترونهای مجزای آن است. این بدین معناست که انرژی جرمی Mc^2 یک هسته کوچکتر از انرژی جرمی کل $\sum (mc^2)$

اسپین هسته‌ای و مغناطیس

بسیاری از نوکلیدها دارای یک اندازه حرکت زاویه‌ای هسته‌ای، یا اسپین، و یک گشتاور مغناطیسی هسته‌ای ذاتی وابسته هستند. اگرچه گشتاورهای زاویه‌ای هسته‌ای تقریباً دارای همان بزرگی گشتاورهای زاویه‌ای الکترونیکی اتمی هستند، گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای بسیار کوچکتر از گشتاور مغناطیسی اتمی نوعی‌اند.

نیروی هسته‌ای

نیرویی که حرکت الکترونیکی اتمی را کنترل می‌کند، نیروی شناخته شده الکترومغناطیسی است. ولی، برای پیوند هسته‌ها به یکدیگر، باید یک نیروی جاذبه هسته‌ای قوی از نوعی کاملاً متفاوت وجود داشته باشد که به حد کافی برای غلبه بر نیروی دافعه میان پروتونهای هسته‌ای (با بار مثبت) قوی باشد، و پروتونها و نیز نوترونها را در حجم هسته‌ای بسیار کوچکی پیوند دهد. نیروی هسته‌ای همچنین باید کوتاه‌برد باشد، زیرا تأثیر آن خیلی فراتر از "سطح" هسته‌ای ادامه ندارد.

نظریه کنونی این است که نیروی هسته‌ای که نوترونها و پروتونها را در هسته به هم پیوند می‌دهد، یک نیروی بنیادین طبیعت نیست، بلکه یک اثر ثانوی یا "اضافه بر" نیروی قوی است که کوارکها را، برای تشکیل نوترونها و پروتونها، به یکدیگر می‌پیوندند. به روش بسیار مشابهی، نیروی جاذبه میان مولکولهای خشتی، یک اثر اضافه بر نیروی الکتریکی کولنی است که در داخل هر مولکول برای پیوند آنها به یکدیگر، عمل می‌کند.

مسئله نمونه ۲-۴۲

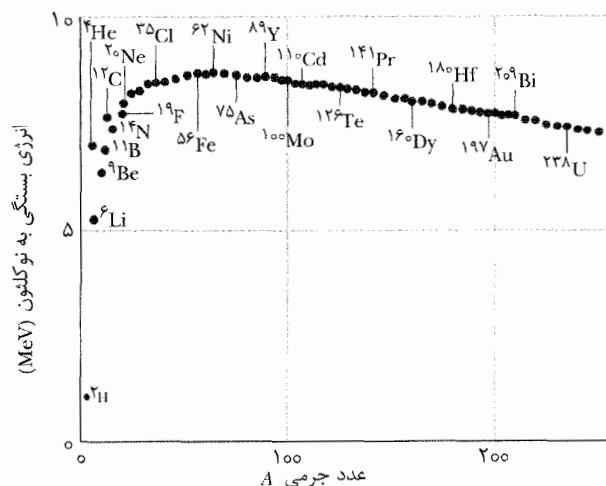
می‌توانیم تصور کنیم که همه نوکلیدها از آمیزه‌ای از نوترون-پروتون که می‌توانیم آن را ماده هسته‌ای بنامیم ساخته شده‌اند. چگالی ماده هسته‌ای چقدر است؟

نکته کلیدی می‌توانیم چگالی (متوسط) ρ هسته را با تقسیم جرم کل آن بر حجمش به دست آوریم.

محاسبه‌ها: m را نشان‌دهنده جرم یک نوکلئون (یک پروتون یا یک نوترون، زیرا این ذره‌ها دارای جرمی تقریباً برابرند) اختیار می‌کنیم. آنگاه جرم یک هسته شامل A نوکلئون برابر با Am است. حال، فرض می‌کنیم که هسته، کره‌ای به شعاع r است. پس حجم آن برابر با $\frac{4}{3}\pi r^3$ است، و می‌توانیم چگالی هسته را به صورت زیر بنویسیم

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

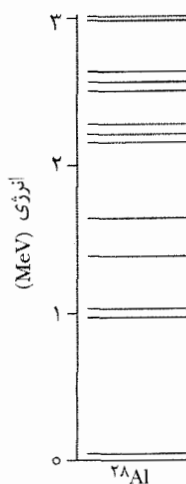
ستارگان رخ می‌دهد. اگر چنین نبود، خورشید نمی‌درخشید و بنابراین، حیات نمی‌توانست روی کره زمین وجود داشته باشد.



شکل ۴۲-۶ انرژی بستگی بر نوکلئون برای چند نوکلید نمونه. نوکلید نیکل ^{64}Ni دارای بالاترین انرژی بستگی بر نوکلئون (حدود نوکلئون 8.79460 MeV در بین نوکلیدهای پایدار شناخته شده است. توجه کنید که ذره آلفا (^4He) دارای انرژی بستگی بر نوکلئون بالاتری نسبت به همسایگانش در جدول تناوبی است و بنابراین، همچنین به خصوص پایدار است.

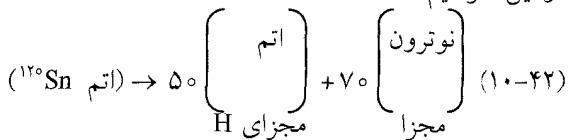
ترازهای انرژی هسته‌ای

انرژی هسته‌ها، مثل انرژی اتمها، کوانتیده است. یعنی، هسته‌ها فقط می‌توانند در حالت‌های کوانتومی گسسته، هر یک با انرژی کاملاً متمایزی، وجود داشته باشند. شکل ۴۲-۷ برخی از این ترازهای انرژی را برای ^{28}Al ، یک نوکلید کم‌جرم نوعی، نشان می‌دهد. توجه کنید که مقیاس انرژی، به جای الکترون-ولت که برای اتمها به کار گرفته می‌شود، برحسب میلیون الکترون-ولت است. هرگاه هسته‌ای از یک تراز به تراز با انرژی پایینتر گذار پیدا کند، فوتون گسیل شده به طور نوعی در ناحیه پرتو گامای طیف الکترومغناطیسی قرار دارد.



شکل ۴۲-۷ ترازهای انرژی برای نوکلید ^{28}Al ، که از آزمایشهای واکنش هسته‌ای نتیجه شده است.

طرف راست اضافه کنیم. این ۵۰ الکترون می‌توانند برای تشکیل ۵۰ اتم هیدروژن خنثی، با ۵۰ پروتون ترکیب شوند. در این خواهیم داشت



در جدول ۴۲-۱، جرم M_{Sn} اتم ${}^{120}\text{Sn}$ برابر با 119.902197 u ، جرم m_H اتم هیدروژن برابر با 1.007825 u و جرم m_n نوترون برابر 1.008664 u است. بنابراین، معادله ۴۲-۷ چنین به دست می‌دهد

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{be}} &= \sum (mc^2) - Mc^2 \\ &= 50(m_H c^2) + 70(m_n c^2) - M_{\text{Sn}} c^2 \\ &= 50(1.007825 \text{ u})c^2 + 70(1.008664 \text{ u})c^2 \\ &\quad - (119.902197 \text{ u})c^2 \\ &= (1.095553 \text{ u})c^2 \\ &= (1.095553 \text{ u})(931.494 \text{ MeV/u}) \\ &= 1020.5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

که در آن از معادله ۴۲-۵ $(c^2 = 931.494 \text{ MeV/u})$ برای تبدیل یکای آسان استفاده کرده‌ایم. توجه کنید که استفاده از جرمهای اتمی به جای جرمهای هسته‌ای روی نتیجه اثر نمی‌گذارد، زیرا جرم ۵۰ الکترون در اتم ${}^{120}\text{Sn}$ از جرم الکترونها در ۵۰ اتم هیدروژن کاسته می‌شود. اکنون معادله ۴۲-۸، انرژی بستگی بر نوکلئون چنین به دست می‌آید

$$\Delta E_{\text{ben}} = \frac{\Delta E_{\text{be}}}{A} = \frac{1020.5 \text{ MeV}}{120} = 8.5 \text{ MeV/نوکلئون} \quad (\text{پاسخ})$$

۴-۴۲ واپاشی پرتوزا

همانطور که شکل ۴۲-۴ نشان می‌دهد، اغلب نوکلیدهای شناخته شده، پرتوزا هستند. نوکلید پرتوزا به طور خودبه‌خود ذره‌ای را گسیل می‌دارد و خود در این فرایند به نوکلید متفاوتی تبدیل می‌شود که خانه متفاوتی را در نقشه نوکلیدی اشغال می‌کند.

واپاشی پرتوزا نخستین گواه بر این مدعاست که قانونهای حاکم بر جهان زیر اتمی، آماری‌اند. مثلاً یک نمونه 1 mg از فلز اورانیوم را در نظر بگیرید. این نمونه شامل 2.5×10^{18} اتم از نوکلید پرتوزای ${}^{238}\text{U}$ با عمر بسیار بلند است. هسته‌های این اتمهای ویژه بدون واپاشی وجود داشته‌اند، زیرا آنها خیلی پیش از تشکیل منظومه شمسی ایجاد شده بودند. در هر ثانیه، فقط حدود ۱۲ هسته در نمونه موردنظر با گسیل یک ذره آلفا واپاشی می‌کند و بدین ترتیب به هسته ${}^{234}\text{Th}$ تبدیل می‌شود. با این حال،

شعاع r با معادله ۴۲-۳ $(r = r_0 A^{1/3})$ داده می‌شود، که در آن r_0 برابر $1/2 \text{ fm} (= 1/2 \times 10^{-15} \text{ m})$ است. آنگاه، با قرار دادن به جای r خواهیم داشت

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r_0^3}$$

توجه کنید که A حذف شده است؛ بنابراین، این معادله برای چگالی ρ ، برای هر هسته‌ای که بتوان آن را به صورت کره‌ای به شعاع داده شده با معادله ۴۲-۳ در نظر گرفت، برقرار است. آنگاه با استفاده از $1/67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ به جای جرم m نوکلئون، داریم

$$\rho = \frac{1/67 \times 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4}{3}\pi (1/2 \times 10^{-15} \text{ m})^3} \approx 2 \times 10^{14} \text{ kg/m}^3 \quad (\text{پاسخ})$$

این تقریباً 2×10^{14} برابر چگالی آب است.

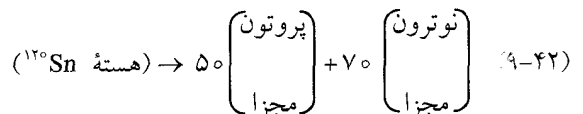
مسئله نمونه ۳-۴۲

انرژی بستگی بر نوکلئون برای ${}^{120}\text{Sn}$ چقدر است؟

نکته‌های کلیدی

- ۱- بنابر معادله ۴۲-۸ $(\Delta E_{\text{ben}} = \Delta E_{\text{be}}/A)$ ، انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} را در صورتی می‌توانیم بیابیم که نخست انرژی بستگی ΔE_{be} را به دست آوریم و سپس آن را بر تعداد نوکلئونهای A هسته تقسیم کنیم.
- ۲- بنابر معادله ۴۲-۷ $(\Delta E_{\text{be}} = \sum (mc^2) - Mc^2)$ ، ΔE_{be} را می‌توانیم با یافتن اختلاف بین انرژی جرمی Mc^2 هسته و انرژی جرمی کل $\sum (mc^2)$ نوکلئونهای مجزایی که هسته را می‌سازند، به دست آوریم.

محاسبه‌ها: از جدول ۴۲-۱ درمی‌یابیم که هسته ${}^{120}\text{Sn}$ شامل ۵۰ پروتون ($Z=50$) و ۷۰ نوترون ($N=A-Z=120-50=70$) است. بنابراین، لازم است که تصور کنیم یک هسته ${}^{120}\text{Sn}$ به ۵۰ پروتون و ۷۰ نوترون خود جدا شده است،



و سپس تغییر حاصل در انرژی جرمی را محاسبه کنیم. برای انجام این محاسبه، به جرمهای هسته ${}^{120}\text{Sn}$ ، پروتون، و نوترون نیاز داریم. ولی، چون اندازه‌گیری یک اتم خنثی (هسته بعلاوه الکترونها) بسیار ساده‌تر از اندازه‌گیری جرم یک هسته تنهاست، محاسبه انرژیهای بستگی به طور معمول با جرمهای اتمی صورت می‌پذیرد. بنابراین، معادله ۴۲-۹ را به گونه‌ای اصلاح می‌کنیم که اتم ${}^{120}\text{Sn}$ خنثی در طرف چپ آن قرار گیرد. برای این منظور، ۵۰ الکترون را (متناظر با ۵۰ پروتون هسته ${}^{120}\text{Sn}$) به طرف چپ اضافه می‌کنیم. همچنین باید ۵۰ الکترون را به منظور متوازن ماندن معادله ۴۲-۹ به

شکل دیگری از قانون واپاشی (معادله ۴۲-۱۵) است. در اینجا R_0 ، آهنگ واپاشی در زمان $t=0$ و R آهنگ واپاشی در هر زمان بعدی t است. اکنون می‌توانیم معادله ۴۲-۱۱ را برحسب آهنگ واپاشی R نمونه به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$R = \lambda N \quad (۴۲-۱۷)$$

که در آن R و تعداد هسته‌های پرتوزای N که هنوز واپاشی نکرده‌اند باید در لحظه یکسانی تعیین شوند.

آهنگ واپاشی کل R نمونه‌ای از یک یا چند نوکلید پرتوزا، **فعالیت** آن نمونه نامیده می‌شود. یکای SI فعالیت، به افتخار **هانری بکرل**^۱، کاشف پرتوزایی، بکرل نامیده شده است:

$$۱ \text{ واپاشی بر ثانیه} = ۱ \text{ Bq} = ۱ \text{ بکرل}$$

یک یکای قدیمی‌تر، **Curie**، هنوز هم به کار می‌رود

$$۱ \text{ کوری} = ۱ \text{ Ci} = ۳.۷ \times ۱۰^{۱۰} \text{ Bq}$$

این عبارت، مثالی از استفاده این یکاهاست: "فعالیت صرف شده در میله سوخت شماره ۵۶۵۸ راکتور در ۱۵ ژانویه ۲۰۰۴، برابر با $(۹/۵ \times ۱۰^۴ \text{ Ci}) = ۳/۵ \times ۱۰^{۱۵} \text{ Bq}$ بوده است" بنابراین، در آن روز $۳/۵ \times ۱۰^{۱۵}$ هسته پرتوزا در میله، در هر ثانیه واپاشی کرده‌اند. مشخصه‌های نوکلیدهای پرتوزای میله سوخت، ثابت فروپاشی λ آنها، و انواع تابشهایی که آنها گسیل می‌کنند، در مقدار این فعالیت نقشی ندارند.

اغلب به دلیل ساختار هندسی یا ناکارایی آشکارسازی که نمونه پرتوزا در نزدیکی آن قرار داده می‌شود، همه فروپاشیهایی که در نمونه رخ می‌دهد، ثبت نمی‌شود. عددی که آشکارساز در این شرایط نشان می‌دهد متناسب با (و کوچکتر از) فعالیت واقعی نمونه است. این چنین اندازه‌گیریهای فعالیت تناسبی نه برحسب یکاهای بکرل بلکه به طور ساده برحسب شمارش بر یکای زمان گزارش می‌شوند.

دو معیار زمانی متداول برای طول عمر نوکلیدهای پرتوزا وجود دارد. یک معیار، نیم-عمر $T_{1/2}$ یک نوکلید پرتوزا و آن زمانی است که در آن هم N و هم R به نیمی از مقدار اولیه خود کاهش پیدا می‌کنند. معیار دیگر، **عمر میانگین** τ است، و آن زمانی است که در آن هم N و هم R به e^{-1} مقدار اولیه خود کاهش پیدا می‌کنند.

برای ربط دادن $T_{1/2}$ به ثابت فروپاشی λ ، در معادله ۴۲-۱۶ قرار می‌دهیم $R = 1/2 R_0$ و $T_{1/2}$ را نیز به جای t قرار می‌دهیم. از آنجا خواهیم داشت

$$\frac{1}{2} R_0 = R_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

با گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف و حل آن برای $T_{1/2}$ ، به رابطه زیر می‌رسیم

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

مطلقاً هیچ راهی وجود ندارد که پیش‌بینی کنیم آیا هر هسته معین در یک نمونه پرتوزا، در میان تعداد کوچکی از هسته‌هایی که در ثانیه بعدی واپاشی می‌کنند، حضور دارد یا خیر. همگی شانس برابری دارند.

گرچه نمی‌توانیم پیش‌بینی کنیم کدام هسته‌های نمونه واپاشی خواهند کرد، ولی می‌توانیم بگوییم که اگر نمونه‌ای شامل N هسته پرتوزا باشد، آنگاه آهنگی $(-dN/dt)$ که با آن هسته‌ها واپاشی خواهند کرد، متناسب با N است:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (۴۲-۱۱)$$

که در آن λ ، **ثابت فروپاشی** (یا **ثابت واپاشی**) دارای یک مقدار مشخصه برای هر نوکلید پرتوزا است. یکای SI آن، وارون ثانیه (s^{-1}) است.

برای یافتن N به صورت تابعی از زمان t ، نخست معادله ۴۲-۱۱ را چنین مرتب می‌کنیم

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (۴۲-۱۲)$$

حال از دو طرف انتگرال می‌گیریم، خواهیم داشت

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_{t_0}^t dt$$

یا

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda(t - t_0) \quad (۴۲-۱۳)$$

که در اینجا N_0 تعداد هسته‌های پرتوزای نمونه در زمان اولیه دلخواه t_0 است. قرار دادن $t_0 = 0$ و مرتب کردن دوباره معادله ۴۲-۱۳، چنین به دست می‌دهد

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t \quad (۴۲-۱۴)$$

با گرفتن تابع نهایی از دو طرف (تابع نمایی، پاد تابع لگاریتم طبیعی است) خواهیم داشت

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

یا

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{واپاشی پرتوزا}) \quad (۴۲-۱۵)$$

که در آن N_0 تعداد هسته‌های پرتوزای نمونه در $t=0$ و N تعداد هسته‌های باقیمانده در هر زمان بعدی t است. توجه کنید (برای مثال) لامپهای حبابی از چنین قانون واپاشی نمایی پیروی نمی‌کنند. اگر عمر ۱۰۰۰ لامپ را بیازماییم، توقع داریم که همه آنها کم و بیش در زمانی یکسانی "واپاشی" کنند (یعنی، بسوزند). واپاشی نوکلیدهای پرتوزا از قانون کاملاً متفاوتی پیروی می‌کند.

ما اغلب به آهنگ واپاشی $R (= -dN/dt)$ بیشتر از خود N علاقه‌مندیم. با مشتق‌گیری از معادله ۴۲-۱۵، در می‌یابیم

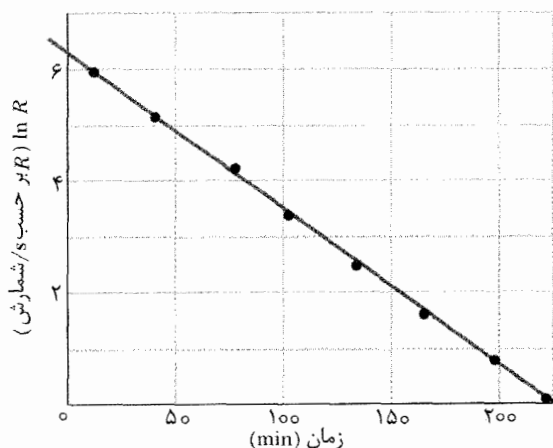
$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

یا

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{واپاشی پرتوزا}) \quad (۴۲-۱۶)$$

چون معادله ۱۹-۴۲ به شکل $y = b + mx$ ، با b و m ثابت، است بنابراین، معادله‌ای خطی است که کمیت $\ln R$ را بر حسب تابع t به دست می‌دهد. از این‌رو، اگر $\ln R$ را (به جای R) بر حسب t رسم کنیم، به خط مستقیمی می‌رسیم. افزون بر این، شیب این خط باید برابر با $-\lambda$ باشد.

شکل ۸-۴۲ نمودار $\ln R$ بر حسب t را برای اندازه‌گیریهای داده شده، نشان می‌دهد. شیب این خط مستقیم که از نقطه‌های رسم شده می‌گذرد، برابر است با



شکل ۸-۴۲ نمودار نیم لگاریتمی از واپاشی یک نمونه ^{128}I ، بر مبنای داده‌های جدول.

$$\text{شیب} = \frac{0 - 6/2}{225 \text{ min} - 0} = -0.0275 \text{ min}^{-1}$$

بنابراین

$$-\lambda = -0.0275 \text{ min}^{-1}$$

یا

$$\lambda = 0.0275 \text{ min}^{-1} \approx 1.7 \text{ h}^{-1} \quad (\text{پاسخ})$$

برای یافتن نیم-عمر $T_{1/2}$ نوکلید پرتوزا، از این نکته کلیدی استفاده می‌کنیم که زمان کاهش آهنگ واپاشی R به اندازه $1/2$ از طریق معادله ۱۸-۴۲ $(T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda)$ به ثابت فروپاشی λ مربوط است. از آن معادله درمی‌یابیم

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0.0275 \text{ min}^{-1}} \approx 25 \text{ min} \quad (\text{پاسخ})$$

مسئله نمونه ۵-۴۲

معلوم شده است که یک نمونه $2/71$ گرمی KCl از انبار کالاهای شیمیایی پرتوزا است، و با آهنگ ثابت 4490 Bq در حال واپاشی است. واپاشیها تا عنصر پتاسیم و بخصوص تا ایزوتوپ ^{40}K پس گرفته شده است، که این ایزوتوپ شامل $1/17\%$ پتاسیم طبیعی است. نیم عمر این نوکلید را محاسبه کنید.

نکته‌های کلیدی

(۱) چون فعالیت R نمونه ظاهراً ثابت است، نیم-عمر $T_{1/2}$ را نمی‌توانیم با رسم $\ln R$ بر حسب زمان t ، آنگونه که در مسئله

به همین ترتیب، برای ربط دادن τ به λ ، در معادله ۱۶-۴۲ قرار می‌دهیم، $R = e^{-\lambda t} R_0$ و τ را نیز به جای t قرار می‌دهیم، و آن را برای τ حل می‌کنیم، داریم

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

این نتایج را با عبارت زیر خلاصه می‌کنیم:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2 \quad (18-42)$$

✓ **نکته واریسی ۲** نوکلید ^{131}I با نیم-عمر $8/4$ روز، پرتوزاست. در ظهر اول ژانویه، فعالیت یک نمونه معین برابر با 600 Bq است. با استفاده از مفهوم نیم-عمر، بدون هرگونه محاسبه‌ای، تعیین کنید که آیا فعالیت در ظهر ۲۴ ژانویه، کمی کمتر از 200 Bq ، کمی بیشتر از 200 Bq ، کمی کمتر از 75 Bq ، یا کمی بیشتر از 75 Bq است؟

مسئله نمونه ۴-۴۲

جدول زیر برخی از اندازه‌گیریهای آهنگ واپاشی یک نمونه ^{128}I را نشان می‌دهد، نوکلید پرتوزایی که غالباً در مصارف پزشکی به عنوان ردیاب برای اندازه‌گیری آهنگی که ید توسط غده تیروئید جذب می‌شود، به کار گرفته می‌شود.

زمان (min)	R (شمارش/s)	زمان (min)	R (شمارش/s)
۱۳۲	۱۰/۹	۴	۳۹۲/۲
۱۶۴	۴/۵۶	۳۶	۱۶۱/۴
۱۹۶	۱/۸۶	۶۸	۶۵/۵
۲۱۸	۱/۱۰۰	۱۰۰	۲۶/۸

ثابت فروپاشی λ و نیم-عمر $T_{1/2}$ را برای این نوکلید پرتوزا به دست آورید.

نکته‌های کلیدی ثابت فروپاشی λ ، آهنگ نمایی را که با آن آهنگ واپاشی R نسبت به زمان t کاهش می‌یابد (که با معادله ۱۶-۴۲ $R = R_0 e^{-\lambda t}$ نشان شده است) تعیین می‌کند. بنابراین، باید بتوانیم λ را با رسم اندازه‌گیریهای R بر حسب زمانهای اندازه‌گیری t ، تعیین کنیم.

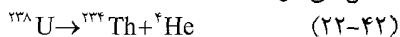
ولی، به دست آوردن λ از نمودار R بر حسب t دشوار است، زیرا R بنابر معادله ۱۶-۴۲، به طور نمایی با t کاهش پیدا می‌کند. حل ماهرانه تبدیل معادله ۱۶-۴۲ به تابعی خطی از t است، به گونه‌ای که بتوانیم λ را به سادگی به دست آوریم. برای این منظور، از دو طرف معادله ۱۶-۴۲، لگاریتم طبیعی می‌گیریم.

محاسبه‌ها: به دست می‌آوریم.

$$\ln R = \ln(R_0 e^{-\lambda t}) = \ln R_0 + \ln(e^{-\lambda t}) = \ln R_0 - \lambda t \quad (19-42)$$

۴۲-۵ واپاشی آلفا

هرگاه هسته‌ای واپاشی آلفا پیدا کند، با گسیل یک ذره آلفا (یک هسته هلیوم، ${}^4\text{He}$)، به نوکلید متفاوتی تبدیل می‌شود. برای مثال، وقتی اورانیوم ${}^{238}\text{U}$ واپاشی آلفا می‌کند، به توریم ${}^{234}\text{Th}$ تبدیل می‌شود



این واپاشی آلفای ${}^{238}\text{U}$ می‌تواند به طور خودبه‌خودی (بدون یک چشمه خارجی انرژی) صورت پذیرد، زیرا جرم کل محصولات واپاشی ${}^{234}\text{Th}$ و ${}^4\text{He}$ کمتر از جرم ${}^{238}\text{U}$ اولیه است. بنابراین، انرژی جرمی کل محصولات واپاشی کمتر از انرژی جرمی نوکلید اولیه است. همانطور که با معادله ۳۷-۵۰ $(Q = -\Delta mc^2)$ تعریف شده است، در چنین فرایندی اختلاف بین انرژی جرمی اولیه و انرژی جرمی نهایی کل، مقدار Q فرایند نامیده می‌شود.

برای یک واپاشی هسته‌ای، می‌گوییم که اختلاف در انرژی جرمی برابر با انرژی فروپاشی واپاشی است. مقدار Q برای واپاشی در معادله ۴۲-۲۲ برابر $4/25 \text{ MeV}$ است - گفته می‌شود این مقدار انرژی، بر اثر واپاشی آلفای ${}^{238}\text{U}$ ، با انتقال انرژی از انرژی جرمی به انرژی جنبشی دو محصول واپاشی، آزاد شده است.

نیم-عمر ${}^{238}\text{U}$ برای این فرایند واپاشی برابر با $4/5 \times 10^9 \text{ y}$ است. چرا آنقدر طولانی؟ اگر ${}^{238}\text{U}$ بتواند به این طریق واپاشی کند، چرا هر نوکلید ${}^{238}\text{U}$ در نمونه‌ای از اتمهای ${}^{238}\text{U}$ فوراً واپاشی نمی‌کند؟ برای پاسخ به این پرسشها، باید فرایند واپاشی آلفا را بررسی کنیم.

مدلی را برمی‌گزینیم و در آن فرض می‌کنیم ذره آلفا پیش از آنکه از هسته فرار کند، در داخل هسته وجود دارد (پیشتر تشکیل شده است). شکل ۴۲-۹، انرژی پتانسیل تقریبی $U(r)$ دستگاه شامل ذره آلفا و هسته باقیمانده ${}^{234}\text{Th}$ را برحسب تابعی از فاصله جدایی r آنها نشان می‌دهد. این انرژی، ترکیبی است از (۱) انرژی پتانسیل وابسته به نیروی هسته‌ای قوی (جاذبه‌ای) که داخل هسته عمل می‌کند و (۲) یک پتانسیل کولنی وابسته به نیروی الکتریکی (دافعه‌ای) که میان دو ذره پیش و پس از وقوع واپاشی عمل می‌کند.

خط افقی سیاه که $Q = 4/25 \text{ MeV}$ را مشخص می‌کند، انرژی فروپاشی برای این فرایند را نشان می‌دهد. اگر فرض کنیم که این، کل انرژی ذره آلفا را در حین فرایند واپاشی نشان می‌دهد، آنگاه آن بخش منحنی $U(r)$ که بالای این خط است، یک سد انرژی پتانسیل مانند شکل ۳۸-۱۵ را تشکیل می‌دهد. بر این سد نمی‌توان غلبه کرد. اگر ذره آلفا بتواند در یک فاصله r در داخل این سد باشد، آنگاه انرژی پتانسیل U آن از انرژی کل E آن تجاوز می‌کند. این، از لحاظ کلاسیکی، بدان معنی است، که انرژی جنبشی K آن (که برابر با $E - U$ است) باید منفی باشد که یک وضعیت ناممکن است.

نمونه ۴۲-۴ انجام دادیم، به دست آوریم. (ما فقط به یک نمودار افقی می‌رسیم). ولی، می‌توانیم از دو نکته زیر استفاده کنیم: (۲) نیم-عمر $T_{1/2}$ را می‌توانیم از طریق معادله ۴۲-۱۸ $(T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda)$ به ثابت فروپاشی λ مربوط کنیم. (۳) λ را می‌توانیم از طریق معادله ۴۲-۱۷ $(R = \lambda N)$ به فعالیت داده شده $R = 4490 \text{ Bq}$ مربوط کنیم، که در آن N تعداد هسته‌های ${}^{238}\text{U}$ (و بنابراین اتمهای) نمونه است.

محاسبه‌ها: ترکیب معادله‌های ۴۲-۱۸ و ۴۲-۱۷ چنین به دست می‌دهد

$$T_{1/2} = \frac{N \ln 2}{R} \quad (۴۲-۲۰)$$

می‌دانیم که N در این معادله برابر با $1/17\%$ از تعداد کل N_K اتمهای پتاسیم در نمونه است. همچنین می‌دانیم N_K باید برابر با تعداد N_{KCl} مولکولهای نمونه باشد. N_{KCl} را می‌توانیم از جرم مولی M_{KCl} (جرم یک مول KCl) و جرم داده شده M_{sam} نمونه با ترکیب معادله‌های ۱۹-۲ $(n = N/N_A)$ و ۱۹-۳ $(n = M_{\text{sam}}/M)$ به دست آوریم و بنویسیم

$$N_{\text{KCl}} = \left(\begin{array}{c} \text{تعداد مولهای} \\ \text{نمونه} \end{array} \right) N_A = \frac{M_{\text{sam}}}{M_{\text{KCl}}} N_A \quad (۴۲-۲۱)$$

که N_A ، عدد آووگادرو $(6/02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})$ است. از پیوست ج درمی‌یابیم که جرم مولی پتاسیم برابر $39/102 \text{ g/mol}$ و جرم مولی کلر برابر با $35/453 \text{ g/mol}$ است؛ بنابراین، جرم مولی KCl برابر با $74/555 \text{ g/mol}$ است. حال معادله ۴۲-۲۱ چنین به دست می‌دهد

$$N_{\text{KCl}} = \frac{(2/71 \text{ g})(6/02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{74/555 \text{ g/mol}} = 2/188 \times 10^{22}$$

که تعداد مولکولهای KCl نمونه است. بنابراین، تعداد کل N_K اتمهای پتاسیم نیز برابر با $2/188 \times 10^{22}$ است، و برای تعداد ${}^{238}\text{U}$ نمونه باید داشته باشیم

$$N = 0/0117 N_K = (0/0117)(2/188 \times 10^{22}) = 2/560 \times 10^{20}$$

با قرار دادن این مقدار به جای N و فعالیت داده شده $R = 4490 \text{ Bq} (= 4490 \text{ s}^{-1})$ به جای R در معادله ۴۲-۲۰ خواهیم داشت

$$T_{1/2} = \frac{(2/560 \times 10^{20}) \ln 2}{4490 \text{ s}^{-1}} = 3/95 \times 10^{16} \text{ s} = 1/25 \times 10^9 \text{ y} \quad (\text{پاسخ})$$

این نیم-عمر ${}^{238}\text{U}$ از همان مرتبه بزرگی سن عالم است. بنابراین، فعالیت ${}^{238}\text{U}$ نمونه موجود در انبار بسیار به آرامی کاهش می‌یابد، آنقدر به آرامی که نمی‌توانیم آن را در حین چند روز مشاهده و یا حتی در کل عمرمان آشکارسازی کنیم. بخشی از پتاسیم بدن ما شامل این ایزوتوپ پرتوزا است، که بدین معناست که همگی ما قدری پرتوزا هستیم.

این توضیح واپاشی آلفا را می‌توانیم با بررسی گسیلنده‌های آلفای دیگری بیازماییم. به عنوان مثالی بسیار متمایز با قبلی، واپاشی آلفا از ایزوتوپ دیگر اورانیوم، ^{238}U ، را در نظر بگیرید که دارای انرژی فروپاشی $Q' = 6/81 \text{ MeV}$ است، حدود ۶۰٪ بیشتر از انرژی فروپاشی ^{238}U (مقدار Q' نیز به صورت یک خط افقی سیاه در شکل ۹-۴۲ نشان داده شده است). از بخش ۹-۳۸ به‌خاطر آوردید که ضریب گسیل از یک سد به تغییرات کوچک در انرژی کل ذره‌ای که در پی نفوذ به آن است، بسیار حساس است. بنابراین، توقع داریم واپاشی آلفا برای این نوکلید به طور بسیار آسانتری نسبت به ^{238}U رخ دهد. در واقع، چنین هم هست. همانطور که جدول ۲-۴۲ نشان می‌دهد، نیم-عمر آن فقط ۹/۱ دقیقه است! افزایش Q با ضریب فقط ۱/۶ به کاهش نیم-عمر (یعنی در تأثیر سد) با ضریب 3×10^4 می‌انجامد. این در واقع میزان حساسیت است.

جدول ۲-۴۲

مقایسه دو گسیلنده آلفا

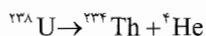
نوکلید پرتوزا	Q	نیم-عمر
^{238}U	$4/25 \text{ MeV}$	$4/5 \times 10^9 \text{ y}$
^{238}U	$6/81 \text{ MeV}$	$9/1 \text{ min}$

مسئله نمونه ۶-۴۲

جرمهای اتمی زیر داده شده‌اند:

^{238}U	$238/05079 \text{ u}$	^4He	$4/00260 \text{ u}$
^{234}Th	$234/04363 \text{ u}$	^1H	$1/00783 \text{ u}$
^{237}Pa	$237/05121 \text{ u}$		

که در اینجا Pa نماد عنصر پروتاکتینیوم ($Z=91$) است. (الف) انرژی آزاد شده در حین واپاشی ^{238}U را محاسبه کنید. فرایند واپاشی به این قرار است



ضمناً توجه کنید که چگونه بار هسته‌ای در این معادله پایسته است: جمع عددهای اتمی توریم (۹۰) و هلیوم (۲)، عدد اتمی اورانیوم (۹۲) را به دست می‌دهد. تعداد نوکلئونها نیز پایسته است: $238 = 234 + 4$.

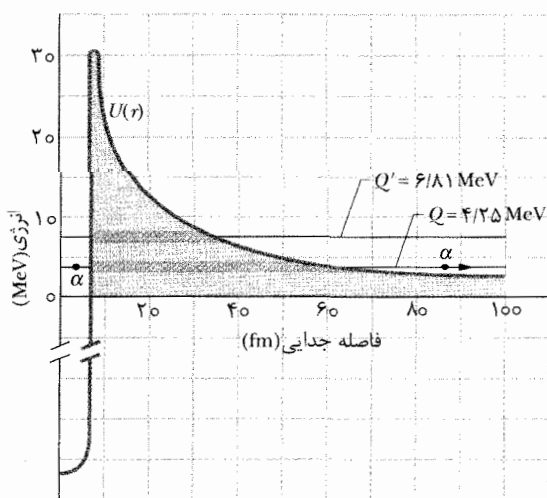
نکته کلیدی انرژی آزاد شده در واپاشی برابر با انرژی فروپاشی Q است، که می‌توانیم آن را از تغییر جرم ΔM ناشی از واپاشی ^{238}U محاسبه کنیم.

$$\text{محاسبه: از معادله } 50-37 \text{ استفاده می‌کنیم} \\ Q = M_i c^2 - M_f c^2 \quad (23-42)$$

که در آن جرم اولیه M_i مربوط به ^{238}U و جرم نهایی M_f ، مجموع جرمهای ^{234}Th و ^4He است. مانند مسئله نمونه ۳-۴۲، باید این محاسبه را برای اتمهای خنثی انجام دهیم- یعنی، با جرمهای اتمی. با استفاده از جرمهای اتمی داده شده در صورت مسئله، معادله ۲۳-۴۲ چنین می‌شود

اکنون می‌توانیم دریابیم که چرا ذره آلفا بی‌درنگ از هسته ^{238}U گسیل نمی‌شود. این هسته توسط یک سد پتانسیل قابل ملاحظه در بر گرفته شده است- که اگر آن را در سه بُعد تصور کنید- حجم میان دو پوسته کروی (به شعاعهای تقریبی ۸ fm و ۶۰ fm) را اشغال می‌کند. این استدلال به حدی متقاعد کننده است که اکنون پرسش آخر خود را تغییر می‌دهیم و چنین می‌پرسیم: چون به نظر می‌رسد که ذره برای همیشه در داخل هسته توسط سد به تله افتاده است، پس چگونه است که هسته ^{238}U همواره یک ذره آلفا گسیل می‌دارد؟ پاسخ این است، همانطور که در بخش ۹-۳۸ دیدیم، احتمال معینی وجود دارد که یک ذره بتواند از میان یک سد انرژی که از لحاظ کلاسیکی فائق نیامدنی است، تونل بزند. در واقع، واپاشی آلفا به عنوان نتیجه‌ای از تونل‌زنی در سد، رخ می‌دهد.

نیم-عمر بسیار بلند ^{238}U مبین آن است که آن سد، ظاهراً “ثقی” زیادی ندارد. ذره آلفا، که فرض شده است به طور سریع و مداوم داخل هسته به عقب و جلو می‌رود، باید پیش از آنکه موفق به تونل زنی در سد شود، حدود 10^{28} بار به سطح داخلی سد برسد. این، در حدود 10^{21} بار در ثانیه برای حدود 4×10^9 سال (عمر کره زمین!) است. البته، ما که در بیرون انتظار می‌کشیم، فقط آن ذره‌های آلفایی را می‌توانیم بشماریم که موفق به فرار شده‌اند.



شکل ۹-۲۴ تابع انرژی پتانسیل برای گسیل یک ذره آلفا توسط ^{238}U . خط افقی سیاه که $Q = 4/25 \text{ MeV}$ را مشخص کرده است، انرژی فروپاشی برای این فرایند را نشان می‌دهد. بخش ضخیم خاکستری این خط، آن فاصله‌های جدایی r را که از لحاظ کلاسیکی برای ذره آلفا ممنوع هستند، نمایش می‌دهد. ذره آلفا، با یک نقطه نمایش داده شده است هم در داخل این سد انرژی پتانسیل (در سمت چپ) و هم در خارج آن (در سمت راست)، پس از تونل زنی از سد. خط افقی سیاه که $Q' = 6/81 \text{ MeV}$ را مشخص کرده است، انرژی فروپاشی برای واپاشی آلفا ^{238}U را نشان می‌دهد. (هر دو ایزوتوپ دارای تابع انرژی پتانسیل یکسانی هستند، زیرا بار هسته‌ای یکسانی دارند).

آنها که برای مدت مدیدی مشاهده نشده بود، به دشواری فوق العاده زیادی آشکارسازی می‌شود^۱

هم بار و هم عدد نوکلئونی در دو فرایند بالا پایسته‌اند. مثلاً، در واپاشی معادله ۴۲-۲۴، برای پایستگی بار می‌توانیم بنویسیم

$$(0) = (-e) + (+16e) + (+15e)$$

زیرا ^{32}P دارای ۱۵ پروتون، ^{32}S دارای ۱۶ پروتون، و نوترینو ν بدون بار است. به همین ترتیب، برای پایستگی نوکلئون می‌توانیم چنین بنویسیم

$$(32) = (32) + (0) + (0)$$

زیرا ^{32}P و ^{32}S دارای ۳۲ نوکلئون‌اند، و الکترون و نوترینو هیچ‌کدام نوکلئون نیستند.

ممکن است عجیب به نظر برسد که هسته‌ها می‌توانند الکترون، پوزیترون و نوترینو گسیل کنند، زیرا گفته‌ایم که هسته‌ها فقط از نوترون‌ها و پروتون‌ها ساخته شده‌اند. ولی، پیشتر دیدیم که اتم‌ها، فوتون گسیل می‌کنند، و ما یقیناً نمی‌گوییم که اتم‌ها "محتوی" فوتون‌ها هستند. می‌گوییم فوتون‌ها در حین فرایند گسیل ایجاد شده‌اند.

به همین ترتیب، الکترون‌ها، پوزیترون‌ها، و نوترینو‌ها در حین واپاشی بتا از هسته‌ها گسیل می‌شوند. آنها در حین فرایند گسیل ایجاد می‌شوند. برای واپاشی بتا-منفی، یک نوترون در داخل هسته بنا به واکنش زیر، به یک پروتون تبدیل می‌شود



برای واپاشی بتا-مثبت، یک پروتون از طریق واکنش زیر به یک نوترون تبدیل می‌شود



هر دوی این فرایندهای واپاشی بتا گواهی بر این مدعا هستند- همانطور که اشاره شده بود- که نوترون‌ها و پروتون‌ها حقیقاً ذره‌های بنیادی نیستند. این فرایندها نشان می‌دهند که چرا عدد جرمی A یک نوکلید که واپاشی بتا کرده است، تغییر نمی‌کند؛ یکی از نوکلئونهای سازنده آن مشخصه خود را بنابر معادله ۴۲-۲۶ یا ۴۲-۲۷ به‌سادگی تغییر می‌دهد.

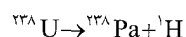
در هر دو واپاشی آلفا و واپاشی بتا، مقدار انرژی یکسانی در هر واپاشی مجزای یک نوکلید پرتوزای خاص آزاد می‌شود. واپاشی آلفای یک نوکلید پرتوزای خاص، هر ذره آلفای گسیل شده دارای انرژی جنبشی کاملاً معین یکسانی است. ولی، در واپاشی بتا-منفی معادله ۴۲-۲۶ با گسیل الکترون، انرژی فروپاشی Q ، با نسبت‌های متفاوت، میان الکترون و نوترینوی گسیل شده به اشتراک گذاشته می‌شود. گاهی، الکترون تقریباً همه این انرژی را به دست آورد، و گاهی نوترینو. ولی، در هر

$$Q = (238/05079u)c^2 - (234/04363u + 4/00260u)c^2 \\ = (0/00456u)c^2 = (0/00456u)(931/494013 \text{ MeV/u}) \\ = 4/25 \text{ MeV} \quad (\text{پاسخ})$$

توجه کنید که استفاده از جرم‌های اتمی به جای جرم‌های هسته‌ای، بر نتیجه اثر نمی‌گذارد، زیرا جرم کل الکترون‌های محصول‌های واپاشی، از جرم نوکلئون‌ها + الکترون‌ها در ^{238}U اولیه کم می‌شود.

(ب) نشان دهید که ^{238}U نمی‌تواند به طور خودبه‌خودی یک پروتون گسیل کند، یعنی پروتون‌ها به رغم دافعه پروتون-پروتون در هسته از آن به بیرون نشت نمی‌کنند.

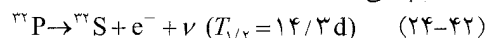
حل: اگر این وضعیت رخ دهد، فرایند واپاشی چنین خواهد بود



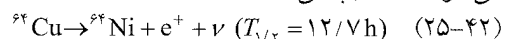
(شما باید بررسی کنید که هم بار هسته‌ای و هم تعداد نوکلئون‌ها در این فرایند پایسته‌اند). با استفاده از همان نکته کلیدی بخش (الف) و مرحله‌هایی که در آنجا به انجام رسانیدیم، درخواستیم یافت که جرم دو محصول واپاشی $(^{238}\text{U} = 237/05121u + 1/00783u)$ از جرم ^{238}U به اندازه $\Delta m = 0/00825u$ زیادتر است که این معادل انرژی فروپاشی $Q = -7/68 \text{ MeV}$ است. علامت منفی مبین آن است که باید پیش از آنکه یک پروتون گسیل کند $7/68 \text{ MeV}$ به هسته ^{238}U اضافه کنیم؛ پس، این فرایند یقیناً به طور خودبه‌خودی رخ نخواهد داد.

۲۴-۶ واپاشی بتا

هسته‌ای که به طور خودبه‌خودی با گسیل یک الکترون یا یک پوزیترون (ذره باردار مثبتی با جرم یک الکترون) واپاشی کند، گفته می‌شود که واپاشی بتا کرده است. این واپاشی مانند واپاشی آلفا، فرایندی خودبه‌خود، با انرژی فروپاشی و نیم-عمر معین است. دوباره مشابه واپاشی آلفا، واپاشی بتا فرایندی آماری است که معادله‌های ۴۲-۱۵ و ۴۲-۱۶ بر آن حاکم‌اند. در واپاشی بتا-منفی (β^-)، الکترون توسط هسته گسیل می‌شود، مانند واپاشی



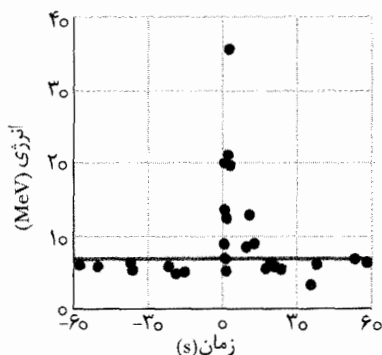
در واپاشی بتا-مثبت (β^+)، یک پوزیترون توسط هسته گسیل می‌شود، مانند واپاشی



نماد ν نشان دهنده نوترینو است، یک ذره خنثی که جرم بسیار کوچکی دارد و از هسته در حین فرایند واپاشی [بتا] همراه با الکترون و پوزیترون گسیل می‌شود. نوترینوها فقط به طور خیلی ضعیفی با ماده برهم‌کنش می‌کنند و به همین دلیل وجود

۱. واپاشی بتا همچنین شامل گیراندازی الکترون است، که در آن هسته با جذب یکی از الکترون‌های اتمی خود، یک نوترینو را در این فرایند گسیل می‌دارد. ما در اینجا این فرایند را در نظر نمی‌گیریم. همچنین، ذره خنثای گسیل شده در فرایند واپاشی معادله ۴۲-۲۴ در واقع یک پادنوترینو است، تمایزی که در این بررسی مقدماتی در نظر نخواهیم گرفت.

هسته‌ای به این امر مبادرت ورزیدند. (در سال ۱۳۷۴/۱۹۹۵، ریز به خاطر این کار موفق به اخذ جایزه نوبل فیزیک شد.) با وجود دشواریهای آشکارسازی، امروزه فیزیک نوترینوی آزمایشگاهی یکی از شاخه‌های بسیار توسعه یافته فیزیک تجربی با کارورزانی مشتاق در آزمایشگاههایی در سرتاسر جهان است.



شکل ۴۲-۱۱ فورانی از نوترینوها ناشی از اَبَر نوآختر SN1987A، که در زمان نسبی (صفر) رخ داده است، از نوترینوهای زمینه معمول متمایز است. (برای نوترینوها، ۱۰ نوترینو یک "فوران" است). این ذره‌ها توسط یک آشکارساز بسیار پیشرفته که در اعماق معدنی در ژاپن جاسازی شده بود، آشکارسازی شدند. این اَبَر نوآختر فقط در نیمکره جنوبی قابل دیدن است؛ بنابراین، نوترینوها برای رسیدن به آشکارساز، از کره زمین (یک مانع کم اهمیت برای آنها) نفوذ کرده بودند.

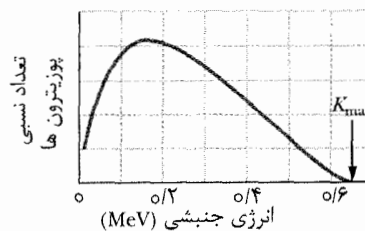
خورشید از کوره هسته‌ای واقع در مغز خود به میزان فراوانی نوترینو گسیل می‌دارد، و شب هنگام، این پیکها از مرکز خورشید بالا می‌آیند و با توجه به اینکه کره زمین تقریباً به طور کامل برای آنها شفاف است، از پایین به ما می‌رسند. در فوریه ۱۳۶۶/۱۹۸۷، نور حاصل از یک ستاره در حال انفجار در ابر ماژلانی بزرگ (یک کهکشان نزدیک) پس از طی مسیری به مدت ۱۷۰۰۰۰ سال به زمین رسید. تعداد بی‌شماری نوترینو در این انفجار ایجاد شده بود، و حدود ۱۰ تایی آنها توسط آشکارساز نوترینوی بسیار حساسی در ژاپن به دام افتادند؛ شکل ۴۲-۱۱ ثبتي از عبور آنها را نشان می‌دهد.

پرتوزایی و نقشه نوکلیدی

میزان اطلاعات قابل حصول از نقشه نوکلیدی شکل ۴۲-۴ را می‌توانیم با افزودن یک محور سوم که فزونی جرم Δ را برحسب یکای MeV/c^2 نشان می‌دهد، افزایش دهیم. افزودن چنین محوری، شکل ۴۲-۱۲ را به دست می‌دهد که درجه پایداری هسته‌ای نوکلیدها را آشکار می‌سازد. برای نوکلیدهای کم جرم، یک "دره نوکلیدها" با نوار پایداری شکل ۴۲-۴ را به دست می‌آوریم که تا پایین آن امتداد دارد. نوکلیدهای واقع در

وضعیت، مجموع انرژی الکترون و انرژی نوترینو، مقدار Q یکسانی را به دست می‌دهد. تقسیم انرژی مشابهی، با مجموع برابر با Q ، در واپاشی بتا-مثبت (معادله ۴۲-۲۷) رخ می‌دهد. بنابراین، در واپاشی بتا، انرژی الکترون‌ها یا پوزیترون‌های گسیل شده می‌تواند در گستره‌ای از صفر تا بیشینه معین K_{\max} قرار داشته باشد. شکل ۴۲-۱۰، توزیع انرژیهای پوزیترون برای واپاشی بتای ^{64}Cu را (معادله ۴۲-۲۵ را ببینید) نشان می‌دهد. بیشینه انرژی پوزیترون K_{\max} باید برابر با انرژی فروپاشی Q باشد، زیرا هنگامی که پوزیترون انرژی K_{\max} را داراست نوترینو تقریباً دارای انرژی صفر است:

$$Q = K_{\max} \quad (42-28)$$



شکل ۴۲-۱۰ توزیع انرژیهای جنبشی پوزیترونهای گسیل شده در واپاشی بتای ^{64}Cu . بیشینه انرژی جنبشی توزیع K_{\max} برابر با 0.653 MeV است. در همه رویدادهای واپاشی ^{64}Cu ، این انرژی میان پوزیترون و نوترینو، با نسبتهای متفاوت، به اشتراک گذاشته میشود. محتملترین انرژی برای یک پوزیترون گسیل شده حدود 0.15 MeV است.

نوترینو

ولفگانگ پاولی^۱ برای نخستین بار وجود نوترینوها را در سال ۱۳۰۹/۱۹۳۰ پیشنهاد کرد. فرضیه نوترینوی او نه تنها درک توزیع انرژی الکترون‌ها یا پوزیترون‌ها در واپاشی بتا را ممکن ساخت، بلکه معمای قدیمی واپاشی بتا درباره اندازه حرکت زاویه‌ای "گم شده" را نیز حل کرد.

نوترینو واقعاً یک ذره فراری است؛ محاسبه شده است که پویش آزاد میانگین یک نوترینوی پُرانرژی در آب کمتر از چند هزار سال نوری نیست. با این حال، نوترینوهای به جای مانده از مهپانگ که احتمالاً نشانی از آفرینش عالم را دارند، فراوانترین ذره‌های فیزیک هستند. میلیاردها از این ذره‌ها، در هر ثانیه از بدن ما می‌گذرند، بی آنکه ردی از خود برجای بگذارند.

به رغم فراری بودن آنها، نوترینوها در آزمایشگاه آشکار شده‌اند. نخستین بار به سال ۱۳۳۲/۱۹۵۳، ریز^۲ و کوان^۳ با استفاده از نوترینوهای ایجاد شده در یک راکتور پرقدرت

^{32}P و ^{32}S ، و از نمادهای ایتالیک m_p و m_s برای نشان دادن جرمهای اتمی استفاده می‌کنیم. آنگاه می‌توانیم تغییر جرم برای واپاشی معادله ۴۲-۲۴ را چنین بنویسیم

$$\Delta m = (m_s + m_e) - m_p$$

که در آن m_e ، جرم الکترون است. اگر $15m_e$ را به طرف راست این معادله، اضافه و کم بکنیم، خواهیم داشت

$$\Delta m = (m_s + 16m_e) - (m_p + 15m_e)$$

کمیت‌های داخل پرانتز، جرمهای اتمی ^{32}S و ^{32}P هستند؛ بنابراین، داریم

$$\Delta m = m_s - m_p$$

پس درمی‌یابیم که اگر فقط جرمهای اتمی را کم کنیم، جرم الکترون گسیل شده به طور خودکار به حساب آورده می‌شود.

(این روش برای گسیل پوزیترون کارساز نخواهد بود.)

بنابراین، انرژی فروپاشی برای واپاشی ^{32}P چنین می‌شود

$$Q = -\Delta mc^2$$

$$= -(31/97207u - 31/97391u)(931/494013 \text{ MeV/u})$$

$$= 1/71 \text{ MeV}$$

به طور تجربی ثابت می‌شود که این کمیت محاسبه شده باید برابر با K_{\max} باشد، انرژی بیشینه‌ای که الکترون گسیل شده می‌تواند داشته باشد. اگر چه $1/71 \text{ MeV}$ در هر بار واپاشی هسته ^{32}P آزاد می‌شود، با این حال برای هر مورد، الکترون اساساً انرژی کمتری از این مقدار حمل می‌کند. نوترینو کل انرژی باقی مانده را به دست می‌آورد و با حمل آن، دزدکی از آزمایشگاه بیرون می‌زند.

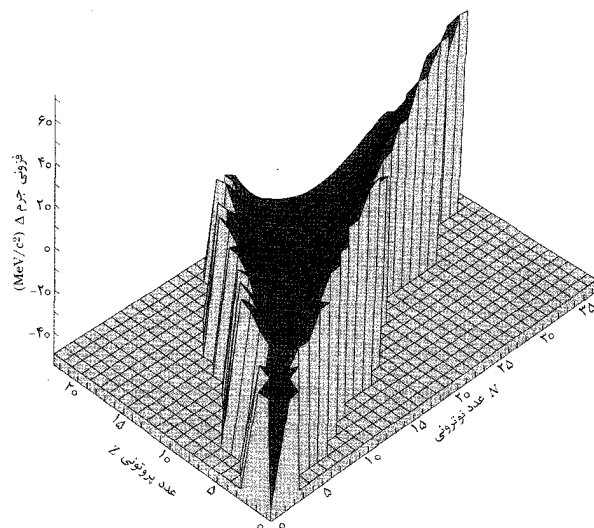
۴۲-۷ عمرسنجی پرتوزا

اگر نیم-عمر یک نوکلید پرتوزای معین را بدانیم، اصولاً می‌توانیم از واپاشی آن نوکلید پرتوزا به عنوان ساعتی برای اندازه‌گیری بازه‌های زمانی استفاده کنیم. مثلاً، واپاشی نوکلیدهای با عمر بسیار بلند می‌تواند برای اندازه‌گیری عمر صخره‌ها- یعنی، زمانی که از لحظه تشکیل آنها سپری شده است- به کار گرفته شود. چنین اندازه‌گیری‌هایی برای صخره‌های کره زمین و ماه، و برای شهاب‌سنگ‌ها، سن بیشینه سازگاری در حدود $4/5 \times 10^9$ y را برای این اجسام به دست می‌دهد.

برای مثال، نوکلید پرتوزای ^{40}K به ^{40}Ar ، یک ایزوتوپ پایدار گاز بی‌اثر آرگون، وامی‌پاشد. نیم-عمر این واپاشی $1/25 \times 10^9$ y است. اندازه‌گیری نسبت ^{40}K به ^{40}Ar ، یافت شده در صخره مورد بررسی، می‌تواند برای محاسبه سن آن صخره مورد استفاده قرار گیرد. واپاشی‌های با عمر بلند دیگر، از قبیل واپاشی ^{235}U به ^{207}Pb (که شامل تعدادی مرحله میانی است)، می‌تواند برای تأیید این محاسبه به کار گرفته شود.

برای اندازه‌گیری بازه‌های زمانی کوتاه‌تر، در گستره مورد علاقه تاریخی، نشان داده شده است که عمرسنجی با کربن

طرف پُرپروتون دره با گسیل پوزیترون، و نوکلیدهای واقع در طرف پرنوترون دره با گسیل الکترون، واپاشی می‌کنند.



شکل ۴۲-۱۲ بخشی از دره نوکلیدها، که فقط نوکلیدهای کم جرم را نشان می‌دهد. دوتریوم، تریتیم، و هلیوم در نزدیکی انتهای نمودار، و هلیوم در بالاترین نقطه قرار دارند. دره با دور شدن از ما کشیده می‌شود تا اینکه به نقطه توقف متحنی در حوالی $Z=22$ و $N=35$ برسد. نوکلیدهایی با مقدارهای بزرگ A ، که باید خیلی دورتر از دره رسم شوند، می‌توانند با گسیلهای مکرر آلفا و با شکافت (تقسیم شدن یک نوکلید) به این دره واپاشی کنند.

✓ **نکته و ارسای ۳** ^{238}U با گسیل یک ذره آلفا به ^{234}Th واپاشی می‌کند. این واپاشی با زنجیره‌ای از واپاشیهای پرتوزای بیشتر، یا با واپاشی آلفا یا با واپاشی بتا، ادامه می‌یابد. سرانجام پس از آنکه یک نوکلید پایدار حاصل شد، دیگر هیچ واپاشی پرتوزای بیشتری امکان‌پذیر نیست. کدامیک از نوکلیدهای پایدار زیر محصول نهایی زنجیره واپاشی پرتوزای ^{238}U است: ^{214}Pb ، ^{214}Pb ، ^{214}Pb ، ^{214}Pb (راهنمایی: با در نظر گرفتن تغییرات عدد جرمی A برای دو نوع واپاشی، می‌توانید تصمیم بگیرید).

مسئله نمونه ۴۲-۷

انرژی فروپاشی Q را برای واپاشی بتای ^{32}P ، که با معادله ۴۲-۲۴ توصیف شده است، محاسبه کنید. جرمهای اتمی مورد نیاز عبارت‌اند از: $31/97391u$ برای ^{32}P و $31/97207u$ برای ^{32}S .

نکته کلیدی انرژی فروپاشی Q برای واپاشی بتا مقداری است

که با آن انرژی جرمی توسط واپاشی تغییر می‌کند.

محاسبه‌ها: Q با معادله ۳۷-۵۰ ($Q = -\Delta mc^2$) داده شده است. ولی، باید مواظب تمایز میان جرمهای هسته‌ای (که از آنها بی‌خبریم) و جرمهای اتمی (که آنها را می‌شناسیم) باشیم. از نمادهای پررنگ m_p و m_s برای نشان دادن جرمهای هسته‌ای

مسئله نمونه ۸-۴۲

تحلیل طیف سنجی جرمی اتمهای پتاسیم و آرگون در یک نمونه سنگی از ماه نشان می‌دهد که نسبت تعداد اتمهای ^{40}Ar (پایدار) موجود به تعداد اتمهای ^{40}K (پرتوزا) برابر با $10/3$ است. فرض کنید که همه اتمهای آرگون توسط واپاشی اتمهای پتاسیم، با نیم-عمر $1/25 \times 10^9 \text{ y}$ ، تولید شده‌اند. (در اینجا چندین پیچیدگی در مورد واپاشی اتمهای پتاسیم را نادیده می‌گیریم). عمر این تخته سنگ چقدر است؟

نکته‌های کلیدی

(۱) اگر N_0 اتم پتاسیم در لحظه‌ای که تخته سنگ بر اثر جامد شدن از شکل مذاب تشکیل شده است، وجود داشته باشد، تعداد اتمهای پتاسیم باقیمانده در زمان تحلیل، از معادله $42-29$ به دست می‌آید

$$N_K = N_0 e^{-\lambda t} \quad (29-42)$$

که در آن t عمر تخته سنگ است. (۲) به ازای هر اتم پتاسیم که واپاشی کند، یک اتم آرگون تولید می‌شود. بنابراین، تعداد اتمهای آرگون موجود در زمان تحلیل عبارت است از

$$N_{\text{Ar}} = N_0 - N_K \quad (30-42)$$

محاسبه‌ها: N_0 را نمی‌توانیم اندازه بگیریم؛ پس باید آن را از معادله $42-29$ و $42-30$ حذف کنیم. پس از کمی عملیات جبری، در می‌یابیم که

$$\lambda t = \ln \left(1 + \frac{N_{\text{Ar}}}{N_K} \right) \quad (31-42)$$

که در آن N_{Ar} / N_K را می‌توان اندازه گرفت. با حل این معادله برای t و استفاده از معادله $42-18$ برای جایگزین λ با $(\ln 2) / T_{1/2}$ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} t &= \frac{T_{1/2} \ln(1 + N_{\text{Ar}} / N_K)}{\ln 2} \\ &= \frac{(1/25 \times 10^9 \text{ y}) [\ln(1 + 10/3)]}{\ln 2} \\ &= 4/37 \times 10^9 \text{ y} \quad (\text{پاسخ}) \end{aligned}$$

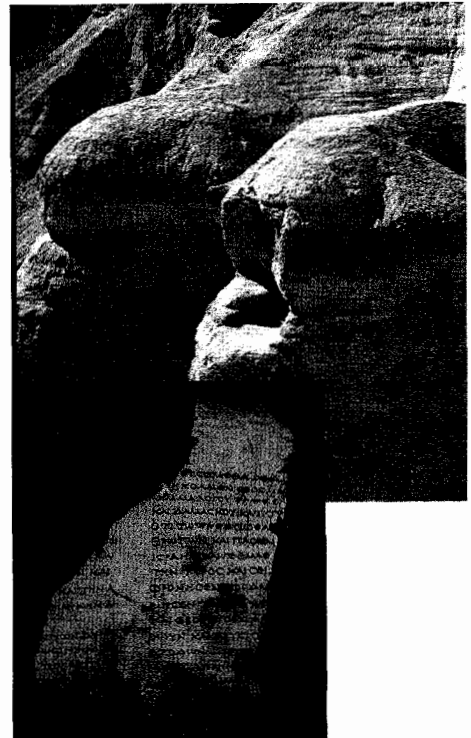
برای سایر نمونه‌ها از صخره‌های ماه یا صخره‌های زمینی ممکن است عمر کمتری به دست آید، ولی عمر قدیمی‌ترین تخته سنگها که خیلی زود پس از تشکیل منظومه شمسی ساخته شده‌اند و خود منظومه شمسی، باید حدود ۴ میلیارد سال باشد.

۸-۴۲ اندازه‌گیری دژ تابشی

تأثیر تابش از قبیل پرتوهای گاما، الکترونها، و ذره‌های آلفا، روی بافت زنده (به ویژه خود ما) موضوعی مورد علاقه عامه مردم است. چنین تابشهایی به طور طبیعی در پرتوهای کیهانی (ناشی از چشمه‌های نجومی) و در گسیلهای عنصرهای پرتوزای موجود در پوسته کره زمین یافت می‌شود. تابش وابسته به برخی

پرتوزا بسیار ارزشمند است. نوکلید پرتوزای ^{14}C (با $T_{1/2} = 5730 \text{ y}$)، هنگامی که نیتروژن جو توسط پرتوهای کیهانی بمباران می‌شود، با آهنگ ثابتی در جو فوقانی تولید می‌گردد. این کربن پرتوزا با کربنی که به طور طبیعی در جو وجود دارد (مانند CO_2) می‌آمیزد، به گونه‌ای که به ازای هر 10^{13} اتم ^{12}C پایدار معمولی، تقریباً یک اتم ^{14}C وجود دارد. از طریق فعالیت بیولوژیکی از قبیل فتوسنتز و تنفس، اتمهای کربن جوی به طور کاتوره‌ای مکان خود را عوض می‌کنند، یک اتم در هر لحظه، با اتمهای کربن در هر موجود زنده، از قبیل کلم، قارچها، پنگوئن‌ها و انسانها. سرانجام یک توازن تبادلی به دست می‌آید که در آن اتمهای کربن هر موجود زنده شامل کسر کوچک ثابتی از نوکلید پرتوزای ^{14}C است.

این توازن تا هنگامی دوام می‌آورد که موجود، زنده باشد. وقتی یک موجود زنده می‌میرد، تبادل با جو متوقف می‌شود و چون دیگر کربن پرتوزای به تله افتاده در موجود، دوباره جایگزین نمی‌شود، مقدار آن با نیم-عمر 5730 y رو به کاهش می‌گذارد. با اندازه‌گیری مقدار کربن پرتوزا در هر گرم ماده آلی، می‌توان زمان سپری شده از هنگام مرگ موجود را اندازه گرفت. زغال چوبهای به جای مانده از آتشفهای کاروان قدیمی، کتیبه‌های بحرالمیت، و در بسیاری از دست ساخته‌های پیش از تاریخ به این طریق عمرسنجی شده‌اند. عمر کتیبه‌ها توسط عمرسنجی با کربن پرتوزای یک نمونه پارچه‌ای تعیین شده است که برای بستن سر کوزه‌های شیشه‌ای که در آنها کتیبه‌ها نگهداری می‌شدند، استفاده می‌شد.



شکل ۴۲-۱۳ پاره‌ای از کتیبه‌های بحرالمیت و غارهایی که از آنها کتیبه‌ها به دست آمده‌اند.

پرتوهای کیهانی عمدتاً شامل پرتونهایی می‌شود که از خورشید بیرون زده می‌شوند. ما به میزان زیادی توسط جو و میدان مغناطیسی زمین از این جریان پرتونهای پرسرعت محافظت شده‌ایم. با این حال، جو بالای سر هر کسی که در ارتفاعهای زیاد پرواز می‌کند کمتر از آن است که پرتونها را متوقف کند و بنابراین، بیشتر آنها از جو رد خواهند شد. همچنین، هر کسی که در عرضهای جغرافیایی زیاد پرواز می‌کند در محلی قرار دارد که میدان مغناطیسی زمین، پرتونهای خورشیدی فرودی را منحرف می‌کند (بخش ۲۴-۶ را ببینید). بنابراین، هر کسی که هم در ارتفاع زیاد و هم در عرض جغرافیایی زیاد پرواز می‌کند در معرض پرتونهای خورشیدی بیشتری قرار می‌گیرد.

احتمالاً خطری متوجه مسافرانی نیست که به‌ندرت پرواز می‌کنند، حتی اگر آنها در زمانی پرواز کنند که شار فرودی بزرگی از پرتونهای خورشیدی به زمین برخورد کند. ولی، خطر بیشتری متوجه مسافرانی است که اغلب در یک مسیر قطبی (مسیر پروازی با عرض جغرافیایی زیاد)، مثلاً بین لس‌آنجلس و لندن، پرواز می‌کنند؛ زیرا در حین پروازهای زیاد، در معرض تابشهای بیشتری قرار می‌گیرند. برای خدمه پرواز، در صورتی که تعداد ساعتهای پرواز مجاز در سال توسط شرکت‌های هواپیمایی محدود نشده باشد، حتی خطر بیشتری وجود دارد. برای مثال، خدمه پرواز ممکن است در هر ساعت پرواز در معرض 0.006 mSv قرار گیرد. اگر خدمه‌ای در مجموع ۹۰۰ ساعت پرواز در سال انجام دهد (یک میزان کار معقول)، دز معادل دریافتی او در سال 5.4 mSv می‌شود که از حد ایمنی 5 mSv که بیشتر مطرح کردیم، بیشتر است.

ممکن است تصور کنید بدترین خطر تابشی مربوط به پروازهای کنکورده^۵ بود، زیرا هنگامی که آنها هنوز پرواز می‌کردند، لازمه سرعت فراصوتی آنها این بود که در ارتفاع بیشتری نسبت به سایر هواپیماهای (کم سرعتتر) پرواز کنند. ولی، در واقع، خطر پروازهای کنکورده کمتر بود، زیرا زمانهای پرواز، بسیار کمتر می‌شد.

مسئله نمونه ۴۲-۹

دیدهایم که دز 3 Gy پرتو گاما برای نیمی از مردمی که در معرض آن قرار گرفته‌اند، کشنده است. اگر انرژی معادل به صورت گرما جذب شود، دمای بدن بر اثر آن چقدر افزایش می‌یابد؟

نکته‌های کلیدی

(۱) انرژی جذب شده Q و افزایش دمای ΔT حاصل از آن را می‌توانیم با معادله ۱۴-۱۴ ($Q = cm\Delta T$) به هم ربط دهیم. در این معادله، m جرم ماده جذب کننده انرژی و c گرمای ویژه آن

فعالیت‌های انسانی، از قبیل استفاده از پرتوهای x و نوکلیدهای پرتوزا در پزشکی و صنعت نیز در این امر سهیم‌اند.

هدف ما در اینجا این نیست که چشمه‌های گوناگون تابش را بررسی کنیم، بلکه صرفاً می‌خواهیم یک‌گانه‌ای را که با آنها، خاصیتها و اثرهای چنین تابشهایی بیان می‌شوند، شرح دهیم. بیشتر فعالیت یک چشمه پرتوزا را بررسی کردیم. حال به معرفی دو کمیت قابل توجه دیگر می‌پردازیم.

۱- دز جذب شده. این، معیاری از دز تابشی (برحسب انرژی بر یکای جرم) است که در واقع توسط یک جسم مشخص، مانند دست یا سینه بیمار، جذب می‌شود. یکای SI آن، گری (Gy) است. یک یکای قدیمیتر، راد^۱ هنوز متداول است. این یکاها تعریف شده و به صورت زیر به هم مربوط‌اند:

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 100 \text{ rad} \quad (32-42)$$

یک بیان نوعی وابسته به دز به این قرار است: "دز پرتو گاما کوتاه مدت ($3 \text{ Gy} (= 300 \text{ rad})$ در تمام بدن، باعث مرگ ۵۰٪ از افرادی می‌شود که در معرض آن قرار گیرند." خوشبختانه، دز متوسط جذب شده فعلی ما در سال، هم از چشمه‌های طبیعی و هم از منابعی با منشاء انسانی، فقط حدود $2 \text{ Gy} (= 0.2 \text{ rad})$ است.

۲- دز معادل. اگر چه انواع مختلفی از تابش (مثلاً پرتوهای گاما و نوترونها، ممکن است مقدار انرژی یکسانی را به بدن منتقل کنند، ولی آنها اثر زیست‌شناختی یکسانی ندارند. دز معادل به ما امکان می‌دهد که اثر زیست‌شناختی را با جذب دز جذب شده (برحسب گری یا راد) در عامل عددی RBE ^۲، بیان کنیم. مثلاً برای پرتوهای x و الکترونها $RBE = 1$ ؛ برای نوترونهای کند $RBE = 5$ ؛ برای ذره‌های آلفا $RBE = 10$ ؛ و غیره. دستگاه‌های واریسی بدنی از قبیل فیلمهای کارت سینه [فیلم-تج]، دز معادل را ثبت می‌کنند. یکای SI دز معادل، سیورت^۳ (Sv) است. یک یکای قدیمیتر، رم^۴ هنوز به کار می‌رود. رابطه آنها چنین است:

$$1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem} \quad (33-42)$$

مثالی از استفاده درست این یکاها به این قرار است: "توصیه انجمن ملی حفاظت از پرتوها این است که هیچ فردی که در معرض تابش (غیر دائم) قرار گرفته است نباید دز معادلی بیشتر از $5 \text{ mSv} (= 0.5 \text{ rem})$ در سال دریافت کند." این، شامل تابش از هر نوعی می‌شود؛ البته برای هر نوع تابش، باید از عامل RBE مناسب استفاده شود.

۱. rad که برگرفته از radration absorbed dose به معنی دز جذب شده تابشی است.
۲. برگرفته از relative biological effectiveness به معنی تأثیر زیست‌شناختی نسبی.
۳. Sivert
۴. Rad Equinaleut Man

ماده (و نه تندی نور) است (۲) دز جذب شده 3 Gy متناظر با انرژی جذب شده بر یکای جرم 3 J/kg است.

محاسبه: فرض کنید که c ، گرمای ویژه بدن انسان، برابر همان مقدار آن برای آب، یعنی 4180 J/kg.K است. آنگاه درمی یابیم

$$\Delta T = \frac{Q/m}{c} = \frac{3 \text{ J/kg}}{4180 \text{ J/kg.K}} = 7/2 \times 10^{-4} \text{ K} \approx 0.7 \text{ mK}$$

(پاسخ)

روشن است که آسیب وارد شده از تابش یوننده هیچ ربطی به گرمایش حرارتی ندارد. اثرهای مخرب ناشی از آن است که تابش، DNA را تخریب می کند و در نتیجه عملکرد طبیعی بافتها مختل می شود.

۴۲-۹ مدل های هسته ای

هسته ها بسیار پیچیده تر از اتمها هستند. برای اتمها، شکل قانون بنیادین نیرو (قانون کولن) ساده است و یک مرکز نیروی طبیعی، هسته، وجود دارد. برای هسته ها، قانون نیرو پیچیده است و در واقع نمی تواند به طور صریحی با جزئیات کامل نوشته شود. افزون بر این، هسته - انباشته ای از پروتونها و نوترونها - هیچ مرکز نیروی طبیعی برای ساده سازی محاسبه ها ندارد.

در نبود یک نظریه هسته ای فراگیر، به ساختار مدل های هسته ای می پردازیم. یک مدل هسته ای صرفاً روش نگرستن به هسته است که دید فیزیکی وسیعی از خواص ممکن آن را به دست می دهد. سودمندی یک مدل به قابلیت آن در ارائه پیش بینی هایی که می توانند به طور تجربی در آزمایشگاه ثابت شوند، بستگی دارد.

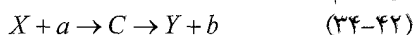
دو مدل هسته ای، سودمند تشخیص داده شده اند. اگر چه این مدلها بر فرضیهایی مبتنی هستند که به نظر می رسد کاملاً یکدیگر را در بر نمی گیرند، ولی هر کدام دسته برگزیده ای از خواص هسته ای را به خوبی توضیح می دهند. پس از توصیف جداگانه هر یک از این مدلها، خواهیم دید که چگونه این دو مدل می توانند برای تشکیل تصویر منسجمی از هسته اتمی، با هم ترکیب شوند.

مدل جمعی

در مدل جمعی، که توسط نیلز بور^۱ فرمولبندی شد، تصور شده است نوکلئونها که به طور کاتوره ای داخل هسته حرکت می کنند، مانند مولکولهای موجود در قطره آب، به شدت با یکدیگر برهم کنش می کنند. یک نوکلئون معین که به طور مکرر با نوکلئونهای دیگر داخل هسته برخورد می کند، به هنگام حرکت دارای پویش آزاد میانگینی است که اساساً کوچکتر از شعاع هسته ای است.

مدل جمعی به ما امکان می دهد که بسیاری از واقعیتها درباره جرمها و انرژیهای بستگی را به هم ارتباط دهیم؛ این مدل در توضیح شکافت هسته ای (همانطور که خواهیم دید) مفید واقع می شود و همچنین برای درک دسته بزرگی از واکنشهای هسته ای سودمند است.

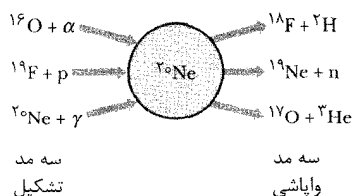
برای مثال، یک واکنش هسته ای کلی به شکل زیر را در نظر می گیریم:



فرض می کنیم که پرتابه a وارد هسته هدف X می شود و هسته مرکب C را می سازد و مقدار معینی از انرژی برانگیزندگی را به آن منتقل می کند. پرتابه، مثلاً یک نوترون، بی درنگ توسط حرکتی کاتوره ای که مشخصه فضای داخلی هسته است، گیر می افتد. این پرتابه به سرعت هویت خود را از دست می دهد و انرژی برانگیزندگی که به هسته حمل می کند بی درنگ با همه نوکلئونهای دیگر C به اشتراک گذاشته می شود.

حالت شبه پایدار نشان داده شده با نماد C در معادله ۴۲-۳۴ می تواند پیش از آنکه به Y و b واپاشی کند، عمر میانگین برابر با 10^{-16} s داشته باشد. بنا بر معیارهای هسته ای، این زمانی بسیار طولانی است و تقریباً یک میلیون بار طولانیتر از زمان لازم برای حرکت نوکلئون با انرژی چند میلیون الکترون-ولت در عرض هسته است.

ویژگی اصلی این مفهوم هسته مرکب این است که تشکیل هسته مرکب و واپاشی متعاقب آن رویدادهای کاملاً مستقلی هستند. در زمان واپاشی آن، هسته مرکب چگونگی تشکیل خود را "فراموش" کرده است. بنابراین، مد واپاشی آن متأثر از مد تشکیل آن نیست. به عنوان مثال، شکل ۴۲-۱۴ سه راه محتمل را که هسته ^{20}Ne ممکن است از طریق آنها تشکیل شود و سه راه محتمل را که ممکن است از طریق آنها واپاشی کند، نشان می دهد. هر یک از این سه مد تشکیل می تواند به هر یک از سه مد واپاشی بیانجامد.



شکل ۴۲-۱۴ مدهای تشکیل و مدهای واپاشی هسته مرکب ^{20}Ne

مدل ذره مستقل

در مدل جمعی، فرض کردیم که نوکلئونها به طور کاتوره ای به اطراف خود حرکت و مکرر به نوکلئون دیگری برخورد می کنند. ولی، مدل ذره - مستقل بر مبنای فرضی کاملاً مخالف بنا شده است - به این معنی، که هر نوکلئون در حالت کوانتومی کاملاً متمایزی در داخل هسته قرار دارد و هر برخوردی به دشواری رخ می دهد! هسته، برخلاف اتم، مرکز بار ثابتی ندارد؛

آلفا را می‌سازند به قدری محکم به یکدیگر مقیدند که در واقع غیر ممکن است که پروتون یا نوترون دیگری را به آن بیافزاییم؛ هیچ نوکلید پایداری با $A=5$ وجود ندارد.

نظر اصلی در مورد یک لایه بسته این است که یک ذره تنها در بیرون یک لایه بسته می‌تواند نسبتاً به سادگی کنده شود، ولی برای کندن یک ذره از خود لایه باید انرژی بسیار بیشتری صرف کرد. برای مثال، اتم سدیم دارای یک الکترون (ظرفیت) در بیرون یک لایه الکترونی بسته است. فقط حدود 5 eV برای کندن الکترون ظرفیت از اتم سدیم نیاز است؛ ولی، برای کندن الکترون دوم (که باید از یک لایه بسته بیرون کشیده شود) به 22 eV نیاز است. به عنوان مثال هسته‌ای، $^{51}\text{Sb}(Z=51)$ را در نظر بگیرید، که شامل یک پروتون تنها بیرون یک لایه 50 پروتونی بسته است. برای کندن این پروتون تنها به 5.8 MeV نیاز است؛ ولی، برای کندن پروتون دوم به انرژی 11 MeV نیاز است. شواهد تجربی زیادی وجود دارد که نوکلئونها در هسته تشکیل لایه‌های بسته‌ای را می‌دهند و این لایه‌ها ویژگیهای پایداری نشان می‌دهند.

دیدیم که نظریه کوانتومی می‌تواند به زیبایی دلیل عددهای الکترونی جادویی را - یعنی، تجمعی از زیر لایه‌هایی که در آنها الکترونهای اتمی دسته‌بندی شده‌اند - توضیح دهد. با فرضهای معینی، ثابت می‌شود که نظریه کوانتومی می‌تواند به همان خوبی عددهای نوکلئون جادویی را نیز توضیح دهد! در واقع جایزه نوبل سال ۱۹۶۳ میلادی "به خاطر کشفهای مربوط به ساختار لایه‌های هسته" به ماریا مایر^۱ و هانس جنسن^۲ اهدا گردید.

مدل مرکب

هسته‌ای را در نظر بگیرید که در آن تعداد کمی از نوترونها (یا پروتونها) در بیرون مغز لایه‌های بسته قرار دارند که شامل نوترونها یا پروتونهایی به تعداد عددهای جادویی هستند. نوکلئونهای خارجی حالت‌های کوانتیده‌ای را در چاه پتانسیل برقرار شده توسط مغز مرکزی اشغال می‌کنند و به این ترتیب ویژگی اساسی مدل ذره - مستقل حاصل می‌شود. این نوکلئونهای خارجی همچنین با مغز برهم‌کنش می‌کنند، آن را تغییر شکل می‌دهند و حرکت‌های "موج کشندی" چرخشی یا ارتعاشی را در داخل آن ایجاد می‌کنند. این حرکت‌های جمعی مغز، ویژگی اصلی مدل جمعی را حفظ می‌کند. بنابراین، چنین مدلی از ساختار هسته‌ای در ترکیب دیدگاه‌های به ظاهر ناسازگار مدل‌های جمعی و ذره - مستقل موفق بوده است. این مدل به طور قابل توجهی در توضیح خواص هسته‌ای مشاهده شده موفق عمل کرده است.

در این مدل فرض می‌کنیم که هر نوکلئون در چاه پتانسیلی حرکت می‌کند که با (میانگین زمانی) حرکت‌های متداخل همه نوکلئونهای دیگر تعیین می‌شود.

مانند یک الکترون در اتم، یک نوکلئون در هسته دارای مجموعه‌ای از عددهای کوانتومی است که حالت حرکت آن را مشخص می‌کنند. همچنین، نوکلئونها درست مانند الکترونها از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند؛ یعنی، هیچ دو نوکلئونی در هسته نمی‌تواند حالت کوانتومی یکسانی را در یک زمان اشغال کند. از این نظر، نوترونها و پروتونها به طور جداگانه‌ای رفتار می‌کنند، هر نوع ذره با مجموعه حالت‌های کوانتومی مربوط به خود. این واقعیت که نوکلئونها از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند ما را کمک می‌کند تا پایداری نسبی حالت‌های نوکلئونی را درک کنیم. اگر دو نوکلئون در داخل هسته برخورد کنند، انرژی هر یک از آنها پس از برخورد باید به انرژی یک حالت / اشغال نشده مربوط باشد. اگر چنین حالتی موجود نباشد، برخورد قطعاً نمی‌تواند رخ دهد. بنابراین، هر نوکلئون معینی که در حال تجربه، "فرصتهای برخورد ناکام" مکرری است، برای مدت زمانی به حد کافی طولانی وضعیت حرکتی خود را حفظ می‌کند تا به این عبارت معنی بخشد که نوکلئون در حالتی کوانتومی با انرژی کاملاً متمایزی وجود دارد.

در قلمرو اتمی، تکرار خواص فیزیکی و شیمیایی که در جدول تناوبی مشاهده می‌کنیم به یک ویژگی الکترونهای اتمی مربوط است - به این معنی که آنها خود را در لایه‌هایی مرتب می‌کنند که به هنگام اشغال کامل دارای پایداری خاصی هستند. عددهای اتمی گازهای بی اثر

۲, ۱۰, ۱۸, ۳۶, ۵۴, ۸۶, ...

را می‌توان به عنوان عددهای الکترونی جادویی در نظر گرفت که پر (یا خالی) بودن چنین لایه‌هایی را مشخص می‌کند. هسته‌ها نیز چنین اثرهای لایه - بسته‌ای را نشان می‌دهند که مربوط به عددهای نوکلئونی جادویی هستند:

۲, ۸, ۲۰, ۲۸, ۵۰, ۸۲, ۱۲۶, ...

هر نوکلیدی که عدد پروتونی Z یا عدد نوترونی N آن دارای یکی از این مقادیر باشد دارای پایداری خاصی است که می‌تواند به راه‌های گوناگونی رخ بنماید.

مثالهایی از نوکلیدهای "جادویی" عبارت‌اند از: $^{18}\text{O}(Z=8)$ ، $^{40}\text{Ca}(Z=20, N=20)$ ، $^{92}\text{Mo}(N=50)$ ، و $^{208}\text{Pb}(Z=82, N=126)$. گفته می‌شود که ^{208}Pb و ^{40}Ca "جادویی دوگانه" دارند زیرا آنها هم شامل لایه‌های پر شده پروتونی و هم لایه‌های پر شده نوترونی هستند.

عدد جادویی ۲ پایداری استثنایی ذره آلفا را نشان می‌دهد، که با $Z=N=2$ دارای جادوی دوگانه است. مثلاً روی منحنی انرژی بستگی شکل ۴۲-۶، انرژی بستگی هر نوکلئون برای این نوکلید به مراتب بیشتر از مجاورهای آن در جدول تناوبی، یعنی هیدروژن، لیتیم و بریلیم است. نوترونها و پروتونهایی که ذره

بازنگری و خلاصه درس

نوکلیدها تقریباً ۲۰۰۰ نوکلید شناخته شده وجود دارد. هر یک با یک عدد اتمی Z (تعداد پروتونها)، یک عدد نوترونی N ، و یک عدد جرمی A (تعداد کل نوکلئونها- پروتونها و نوترونها) مشخص شده‌اند. بنابراین، $A = Z + N$ است. نوکلیدهایی با عدد اتمی یکسان، ولی عدد نوترونی متفاوت ایزوتوپ یکدیگرند. هسته‌ها دارای شعاع میانگین r هستند که با رابطه زیر داده می‌شود

$$r = r_0 A^{1/3} \quad (۳-۴۲)$$

که $r_0 \approx 1/2 \text{ fm}$ است.

جرم و انرژی بستگی جرمهای اتمی اغلب برحسب فزونی جرم گزارش می‌شوند

$$\Delta = M - A \quad (\text{فزونی جرم}) \quad (۶-۴۲)$$

که در آن M جرم واقعی اتم در یکاهای جرم اتمی و A عدد جرمی برای هسته اتمی است. انرژی بستگی هسته برابر است با اختلاف

$$\Delta E_{\text{be}} = \sum (mc^2) - Mc^2 \quad (\text{انرژی بستگی}) \quad (۷-۴۲)$$

که در آن $\sum (mc^2)$ انرژی جرمی کل پروتونها و نوترونها مجزا است. انرژی بستگی بر نوکلئون برابر است با

$$\Delta E_{\text{ben}} = \frac{\Delta E_{\text{be}}}{A} \quad (\text{انرژی بستگی بر نوکلئون}) \quad (۸-۴۲)$$

تبدلای جرم- انرژی انرژی معادل یک یکای جرم (u) برابر $931/494 \times 10^3 \text{ MeV}$ است. منحنی انرژی بستگی نشان می‌دهد که نوکلیدهای با جرم متوسط پایدارترین نوکلیدها هستند و انرژی بستگی می‌تواند هم از طریق شکافت هسته‌های پر جرم و هم از طریق همجوشی هسته‌های کم جرم، آزاد شود.

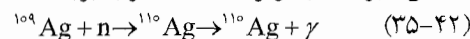
نیروی هسته‌ای هسته‌ها توسط یک نیروی جاذبه که میان نوکلئونها عمل می‌کند در کنار هم نگه داشته می‌شوند. بخشی از نیروی قوی که میان کوآرکهای تشکیل دهنده نوکلئونها عمل می‌کند. **واپاشی پرتوزا** بیشتر نوکلیدهای شناخته شده پرتوزا هستند؛ آنها به طور خودبه‌خود با آهنگ $R (= -dN/dt)$ واپاشی می‌کنند که این آهنگ متناسب با تعداد N اتم پرتوزای موجود است، که در آن ثابت تناسب، ثابت فروپاشی است. این به قانون واپاشی نمایی می‌انجامد:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{و} \quad R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{واپاشی پرتوزا}) \quad (۱۵-۴۲ \text{ و } ۱۷-۴۲ \text{ و } ۱۶-۴۲)$$

نیم-عمر $T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$ نوکلید پرتوزا عبارت است از زمان لازم برای واپاشی با آهنگ R (یا تعداد N) در یک نمونه تا به نصف مقدار اولیه‌اش کاهش یابد.

واپاشی آلفا برخی از نوکلیدها با گسیل یک ذره آلفا (یک هسته هلیوم، ${}^4\text{He}$) واپاشی می‌کنند. این واپاشی توسط یک سد

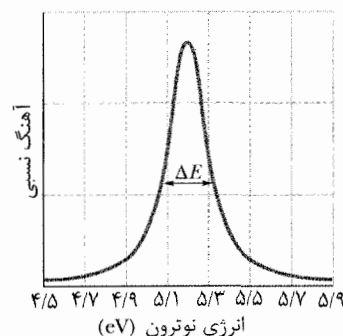
واکنش گیراندازی نوترون را در نظر بگیرید



که در آن هسته مرکب (${}^{110}\text{Ag}$) تشکیل شده است. شکل ۱۵-۴۲ آهنگ نسبی را که با آن چنین رویدادهایی رخ می‌دهند برحسب انرژی نوترون فرودی نشان می‌دهد. عمر میانگین این هسته مرکب را با استفاده از اصل عدم قطعیت به شکل

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar \quad (۳۶-۴۲)$$

بیابید، که در آن ΔE میزانی از عدم قطعیت است که با آن انرژی یک حالت می‌تواند تعیین شود. کمیت Δt میزانی از زمان لازم برای اندازه‌گیری این انرژی است. در واقع، در اینجا Δt دقیقاً برابر با t_{avg} ، یعنی عمر میانگین هسته مرکب پیش از واپاشی آن به حالت پایه است.



شکل ۱۵-۴۲ نموداری از تعداد نسبی رویدادهای واکنش از نوع توصیف شده با معادله ۳۵-۴۲ برحسب تابعی از انرژی نوترون فرودی. نیم-پهنای ΔE قله تشدید حدود $0/20 \text{ eV}$ است.

استدلال: درمی‌یابیم که آهنگ واکنش نسبی دارای قله تیزی در انرژی نوترون تقریباً برابر $5/2 \text{ eV}$ است. این اشاره بر آن دارد که ما با یک تک تراز انرژی برانگیخته شده از هسته مرکب ${}^{110}\text{Ag}$ سروکار داریم. هرگاه انرژی موجود (نوترون فرودی) درست به اندازه انرژی این تراز بالای حالت زمینه ${}^{110}\text{Ag}$ باشد، "تشدید" رخ می‌دهد و واکنش معادله ۳۵-۴۲ واقعاً "راه می‌افتد." ولی، قله تشدید به طور نامتناهی تیز نیست، بلکه دارای نیم-پهنای تقریبی (ΔE در شکل) حدوداً $0/20 \text{ eV}$ است، می‌توانیم با بیان اینکه انرژی تراز برانگیخته شده به طور خیلی دقیق مشخص نیست، بلکه دارای یک عدم قطعیت انرژی ΔE در حدود $0/20 \text{ eV}$ است، دلیلی برای این پهنای قله تشدید ارائه کنیم. بنابراین، معادله ۳۶-۴۲ چنین به دست می‌دهد

$$\Delta t = t_{\text{avg}} \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{(4/14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}) / 2\pi}{0/20 \text{ eV}} \approx 3 \times 10^{-15} \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$

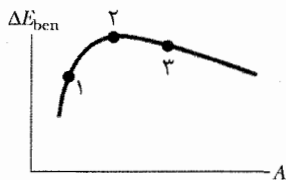
این، چند صد برابر بزرگتر از زمانی است که یک نوترون $0/20 \text{ eV}$ نیاز دارد تا فاصله قطر هسته ${}^{109}\text{Ag}$ را طی کند. بنابراین، نوترون این زمان $3 \times 10^{-15} \text{ s}$ را در بخشی از هسته می‌گذراند.

هسته که در آن پروتون متوقف می‌شود، از مقدار مربوط به ذره آلفا بیشتر است یا کمتر، یا برابر است؟ (ب) اگر در عوض هدف را با هسته‌ای با Z بزرگتر جایگزین کنیم آیا فاصله توقف ذره آلفا از فاصله توقف هدف طلا بیشتر است یا کمتر یا برابر است؟

۲- گفته می‌شود که نوکلید معینی به طور خاص پایدار است. آیا انرژی بستگی بر نوکلئون آن اندکی بالاتر یا اندکی پایتتر از منحنی انرژی بستگی شکل ۴۲-۶ است؟

۳- نوکلید ^{239}Pu ($Z=94$) یک گسیلنده ذره آلفاست. این نوکلید به کدامیک از نوکلیدهایی که در پی می‌آید، واپاشی می‌کند: ^{239}Np ($Z=93$)، ^{239}U ($Z=92$)، ^{238}Cm ($Z=96$)، یا ^{241}Am ($Z=95$)؟

۴- شکل ۴۲-۱۶ منحنی انرژی بستگی بر نوکلئون ΔE_{ben} را برحسب جرم اتمی A نشان می‌دهد. سه ایزوتوپ مشخص شده‌اند. آنها را بنابر انرژی مورد نیاز جهت جدا کردن نوکلئون از ایزوتوپ به نسبت بزرگی مرتب کنید.



شکل ۴۲-۱۶ پرسش ۴

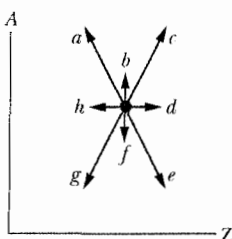
۵- نوکلید پرتوزای ^{96}Ir با گسیل یک الکترون واپاشی می‌کند. (الف) این نوکلید به کدام مربع شکل ۴۲-۵ منتقل می‌شود؟ (ب) آیا پس از آن، واپاشیهای دیگری رخ می‌دهد؟

۶- آیا فزونی جرم یک ذره آلفا (با استفاده از محور عمود بر صفحه شکل ۴۲-۱۲) از انرژی بستگی کل ذره (با استفاده از

انرژی بستگی بر نوکلئون شکل ۴۲-۶) بیشتر است یا کمتر؟

۷- در لحظه $t=0$ ، نمونه‌ای از نوکلید پرتوزای A دارای همان آهنگ واپاشی است که نمونه پرتوزای B در لحظه $t=30\text{ min}$ دارد. ثابتهای فروپاشی، λ_A و λ_B هستند، با $\lambda_A < \lambda_B$. آیا این دو نمونه هرگز دارای آهنگهای واپاشی یکسانی (به طور همزمان) خواهند شد؟ (راهنمایی: نموداری از فعالیتهای آنها رسم کنید).

۸- شکل ۴۲-۱۷ نمودار جرم اتمی A بر حسب عدد بار Z است. مکان یک هسته معین با نقطه مشخص شده است. کدام پیکان خروجی از نقطه بیانگر انتقالی است که در آن هسته (الف) واپاشی یک β^- و (ب) واپاشی یک α می‌کند؟



شکل ۴۲-۱۷ پرسش ۸

انرژی پتانسیل که نمی‌تواند بنا بر فیزیک کلاسیکی رخنه‌پذیر باشد، بازداشته می‌شود، ولی بنا بر فیزیک کوانتومی تونل‌زنی از سد انجام می‌گیرد. نفوذپذیری سد، و در نتیجه نیم-عمر واپاشی آلفا، به انرژی ذره آلفای گسیل شده بسیار حساس است.

واپاشی بتا در واپاشی بتا، یک الکترون یا یک پوزیترون توسط یک هسته، به همراه یک نوترینو گسیل می‌شود. ذره‌های گسیل شده در انرژی فروپاشی موجود شریک‌اند. الکترون‌ها و پوزیترون‌های گسیل شده در واپاشی بتا دارای طیف پیوسته‌ای انرژی از نزدیکی صفر تا حد $K_{\text{max}} (= Q = -\Delta mc^2)$ هستند.

عمرسنجی با پرتوزایی نوکلیدهای پرتوزایی که به طور طبیعی واپاشی می‌کنند وسیله‌ای برای تخمین زمانهای تاریخی و رویدادهای ماقبل تاریخ به دست می‌دهند. برای مثال، عمر مواد آلی را می‌توان اغلب توسط اندازه‌گیری ^{14}C موجود در آنها به دست آورده؛ نمونه‌های سنگی را می‌توان با استفاده از ایزوتوپ پرتوزای ^{40}K عمرسنجی کرد.

دز تابشی سه یکا برای توصیف در معرض تابش یوننده قرار گرفتن، مورد استفاده قرار می‌گیرد. بکرل (۱ واپاشی بر ثانیه $1\text{ Bq} = 1$) فعالیت یک چشمه را اندازه می‌گیرد. مقدار انرژی که واقعاً جذب شده برحسب گری اندازه گرفته می‌شود، که $1\text{ Gy} = 1\text{ J/kg}$ است. اثر زیست شناختی برآورد شده از انرژی جذب شده برحسب سیورت اندازه گرفته می‌شود؛ یک معادل دز 1 Sv بدون توجه به نوع تابشی که از آن به دست آمده، موجب اثر زیست شناختی یکسانی می‌شود.

مدلهای هسته‌ای در مدل جمعی ساختار هسته‌ای فرض می‌شود که نوکلئون‌ها به طور مکرر با یکدیگر برخورد می‌کنند و هنگامی که یک پرتابه گیرانداخته می‌شود، هسته مرکبی با عمر نسبتاً طولانی تشکیل می‌شود. تشکیل یک هسته مرکب و واپاشی متعاقب آن رویدادهایی کاملاً مستقل‌اند.

در مدل ذره-مستقل ساختار هسته‌ای فرض می‌شود که هر نوکلئون اساساً بدون هیچ برخوردی در یک حالت کوانتیده در داخل هسته، حرکت می‌کند. این مدل پیش‌بینی می‌کند که ترازهای نوکلئونی و عددهای نوکلئونی جادویی (۲ و ۸ و ۲۰ و ۲۸ و ۵۰ و ۸۲ و ۱۲۶) به لایه‌های بسته نوکلئون‌ها وابسته‌اند؛ نوکلیدهایی با هر یک از این تعداد نوترون‌ها یا پروتون‌ها به ویژه پایدارند.

مدل مرکب، که در آن الکترون‌های اضافی، حالت‌های کوانتیده بیرون یک مغز مرکزی لایه‌های بسته را اشغال می‌کنند، به میزان زیادی در پیش‌بینی بسیاری از خواص هسته‌ای موفق بوده است.

پرسشها

۱- فرض کنید ذره آلفا در مسئله نمونه ۴۲-۱ با پروتونی با همان انرژی جنبشی اولیه جایگزین شود و نیز به طور رودررو به سمت هسته اتم طلا حرکت کند. (الف) آیا فاصله از مرکز

مسئله‌ها

◉ مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس).

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

•••• تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرند فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۴۲-۲ کشف هسته

۱۰- یک هسته ${}^6\text{Li}$ با انرژی جنبشی 3.0 MeV به سوی یک هسته ${}^{232}\text{Th}$ پرتاب شده است. کمترین فاصله جدایی مرکز به مرکز میان دو هسته، با فرض آنکه هسته (سنگینتر) ${}^{232}\text{Th}$ حرکت نکنند، چقدر است؟

۲۰- نزدیکترین فاصله در برخورد رودرو میان یک ذره آلفا با انرژی 5.3 MeV و هسته یک اتم مس را محاسبه کنید.

۳۰۰- هرگاه یک ذره آلفا به طور کشسان با یک هسته برخورد کند، آن هسته پس زده می‌شود. فرض کنید ذره آلفایی با انرژی 5.0 MeV با یک هسته طلا که در ابتدا ساکن است برخورد کشسان رودرو انجام دهد. انرژی جنبشی (الف) هسته پس زده شده و (ب) ذره آلفای واجهیده چقدر است؟

۴۰۰- یک ذره آلفا مستقیماً به سمت هسته آلومینیوم پرتاب می‌شود. فرض می‌کنیم که هر دو ذره کره‌اند. انرژی ذره آلفا باید چقدر باشد تا وقتی «سطح» آن با «سطح» هسته آلومینیوم تماس می‌یابد توقف لحظه‌ای کند. (فرض کنید هسته هدف ساکن باقی می‌ماند). ◉

۵۰۰- هسته Li با انرژی جنبشی اولیه $10/2\text{ MeV}$ مستقیماً به سمت مرکز هسته Ds شلیک می‌شود. در چه فاصله‌ای بین مرکز هسته Li و مرکز هسته Ds به طور لحظه‌ای توقف می‌کند؟ فرض کنید که هدف ساکن می‌ماند.

بخش ۴۲-۳ برخی از خواص هسته‌ای

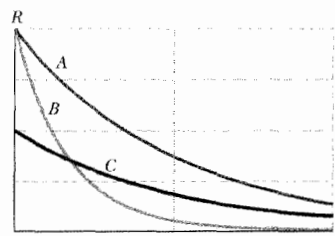
۶۰- فزونی جرم Δ_1 برای ${}^1\text{H}$ (که جرم واقعی آن 1.007825 u است) برحسب (الف) یکاهای جرم اتمی و (ب) MeV/c^2 چقدر است؟ فزونی جرم Δ_n یک نوترون (با جرم واقعی 1.008664 u) برحسب (ب) یکاهای جرم اتمی و (ت) MeV/c^2 چقدر است؟ فزونی جرم Δ_{20} برای ${}^{120}\text{Sn}$ (با جرم واقعی 119.902197 u) برحسب (ث) یکاهای جرم اتمی و (ج) MeV/c^2 چقدر است؟

۷۰- نوکلید ${}^{14}\text{C}$ (الف) چند پروتون و (ب) چند نوترون دارد؟

۸۰- انرژی پتانسیل الکتریکی یک کره یکنواخت با بار q و شعاع r چنین داده شده است

۹- در لحظه $t=0$ ، آهنگ واپاشی نمونه‌ای از نوکلید پرتوزای A دو برابر آهنگ واپاشی نمونه‌ای از نوکلید پرتوزای B است. ثابت‌های فروپاشی λ_B و λ_A هستند، با $\lambda_A > \lambda_B$. آیا این دو نمونه هرگز دارای آهنگهای واپاشی یکسانی (به طور همزمان) خواهند شد؟

۱۰- شکل ۴۲-۱۸ فعالیت‌های سه نمونه پرتوزا را برحسب زمان به دست می‌دهد. این نمونه‌ها را بنا بر (الف) نیم-عمر و (ب) ثابت فروپاشی آنها، به گونه‌ای مرتب کنید که بزرگترین در ابتدا باشد. (راهنمایی: برای (الف) از یک محور عمود بر صفحه شکل استفاده کنید).



شکل ۴۲-۱۸ پرسش ۱۰

۱۱- در لحظه $t=0$ شروع به مشاهده دو هسته پرتوزای مشابه می‌کنیم که دارای نیم-عمر 5 min هستند. در لحظه $t=1\text{ min}$ ، یکی از این هسته‌ها واپاشی می‌کند. آیا این رویداد شانس این را که هسته دوم در 4 دقیقه بعد واپاشی کند افزایش می‌دهد یا کاهش، یا اینکه هیچ اثری بر هسته دوم ندارد؟

۱۲- اگر جرم یک نمونه پرتوزا دو برابر شود، آیا (الف) فعالیت و (ب) ثابت فروپاشی این نمونه افزایش می‌یابد یا کاهش، یا بدون تغییر باقی می‌ماند؟

۱۳- عددهای نوکلئونی جادویی هسته‌ها در بخش ۴۲-۹ به صورت $2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ داده شده‌اند. هرگاه (الف) فقط عدد جرمی A ، (ب) فقط عدد اتمی Z ، (پ) فقط عدد نوترونی N ، یا (ت) هر یک از Z یا N (یا هر دو) برابر با یکی از این عددها باشد آیا نوکلیدها جادوی‌اند (یعنی به طور خاص پایدارند)؟ همه عبارتهای صحیح را برگزینید.

۱۴- نوکلید پرتوزای ${}^{90}\text{Sc}$ دارای نیم-عمر 57.0 min است. در لحظه $t=0$ ، آهنگ شمارش نمونه‌ای از آن 6000 شمارش/min بیشتر از فعالیت کلی زمینه است که برابر 30 شمارش/min است. بدون محاسبه، تعیین کنید که آیا آهنگ شمارش نمونه در 3 h ، 7 h ، یا 10 h ، یا زمانی بسیار بزرگتر از 10 h ، تقریباً برابر با آهنگ شمارش زمینه خواهد شد؟

۱۵- (الف) کدامیک از نوکلیدهایی که در پی می‌آیند جادوی‌اند: ${}^{122}\text{Sn}$ ، ${}^{132}\text{Sn}$ ، ${}^{98}\text{Cd}$ ، ${}^{198}\text{Au}$ ، ${}^{208}\text{Pb}$ ؟ (ب) کدامیک، در صورت وجود، جادویی دوگانه‌اند؟

$$U = \frac{3q^2}{20\pi\epsilon_0 r}$$

(الف) آیا این انرژی نشان‌دهنده گرایش کره به پیوستگی است یا از هم پاشیدگی؟ نوکلید ^{239}Pu کره‌ای به شعاع $6/64\text{ fm}$ است. برای این نوکلید مطلوب است (ب) انرژی پتانسیل الکتریکی U بنا بر معادله بالا، (پ) انرژی پتانسیل الکتریکی بر پروتون، و (ت) انرژی پتانسیل الکتریکی بر نوکلئون. انرژی بستگی بر نوکلئون این نوکلید برابر با $7/56\text{ MeV}$ است. (ث) چرا هرگاه پاسخهای (پ) و (ت) بزرگ و مثبت باشند، این نوکلید به خوبی مقید است؟

۹۰- یک ستاره نوترونی، جسمی ستاره‌ای است که چگالی آن تقریباً با چگالی ماده هسته‌ای، که در مسئله نمونه ۴۲-۲ محاسبه شد، برابر است. فرض کنید که خورشید برمید و بدون آنکه جرم فعلی خود را از دست دهد به چنین ستاره‌ای تبدیل شود. شعاع آن چقدر خواهد بود؟

۱۰۰۰- فزونی نوترونی شدید (تعریف شده به صورت $N-Z$) هسته‌های پرجرم با توجه به اینکه بیشتر نوکلیدهای پرجرم هرگز نمی‌توانند بدون ترک نوترون‌ها به دو هسته پایدار شکافت پیدا کنند، توضیح داده می‌شود. برای مثال، شکافت خودبه‌خود هسته ^{235}U را به دو هسته دختر پایدار با عدهای اتمی ۳۹ و ۵۳ در نظر بگیرید. با استفاده از پیوست ج، نام (الف) نخستین و (ب) دومین هسته دختر را تعیین کنید. با استفاده از شکل ۴۲-۴، تقریباً چه تعداد نوترون در (پ) نخستین و (ت) دومین هسته دختر وجود دارد؟ (ث) تقریباً چند نوترون، نوکلید را ترک کرده‌اند؟

۱۱۰- چگالی جرمی هسته‌ای ρ_m (الف) نوکلید نسبتاً کم‌جرم ^{55}Mn و (ب) نوکلید نسبتاً پر جرم ^{209}Bi چقدر است؟ (پ) این دو پاسخ را با ارائه توضیحی مقایسه کنید. چگالی بار هسته‌ای ρ_q (ت) ^{55}Mn و (ث) ^{209}Bi چقدر است؟ (ت) این دو پاسخ را با ارائه توضیحی مقایسه کنید.

۱۲۰- (الف) نشان دهید که جرم M یک اتم تقریباً با $M_{\text{app}} = A m_p$ داده می‌شود، که A عدد جرمی و m_p جرم پروتون است. برای (ب) ^1H ، (پ) ^{31}P ، (ت) ^{120}Sn ، (ث) ^{197}Au ، و (ج) ^{239}Ps ، با استفاده از مقادیرهای جرم داده شده در جدول ۴۲-۱، درصد انحراف میان M و M_{app} را که با این رابطه داده می‌شود، تعیین کنید

$$\text{درصد انحراف} = \frac{M_{\text{app}} - M}{M} \times 100$$

(ج) آیا مقدار M_{app} به حد کافی دقیق است تا در محاسبه انرژی بستگی هسته‌ای مورد استفاده قرار گیرد؟

۱۳۰- شعاعهای هسته‌ای را می‌توان از طریق پراکندگی الکترونیهای پرانرژی از هسته اندازه‌گیری کرد. (الف) طول موج دوبروی برای الکترونیهای 200 MeV چقدر است؟ (ب) آیا این الکترون‌ها کاهه‌های مناسبی برای این هدف‌اند؟ SSM

۱۴۰۰- جرم سکه‌ای برابر با $3/0\text{ g}$ است. انرژی مورد نیاز برای جدا کردن همه نوترون‌ها و پروتون‌های این سکه را از یکدیگر محاسبه کنید. برای سادگی کار، فرض کنید که سکه تماماً از اتمهای ^{63}Cu (به جرم $62/92960\text{ u}$) ساخته شده است. جرم پروتون و نوترون به ترتیب برابر $1/00783\text{ u}$ و $1/00866\text{ u}$ است.

۱۵۰۰- جدول تناوبی جرم اتمی متوسط منیزیم را به صورت $24/312\text{ u}$ به دست می‌دهد. این مقدار متوسط، نتیجه‌ای از توزین جرمهای اتمی ایزوتوپهای منیزیم، بنا بر فراوانیهای طبیعی آنها روی کره زمین است. سه ایزوتوپ و جرمهای آنها عبارتند از $^{24}\text{Mg}(23/98504\text{ u})$ ، $^{25}\text{Mg}(24/98584\text{ u})$ ، و $^{26}\text{Mg}(25/98289\text{ u})$. فراوانی طبیعی ^{24}Mg به واسطه جرم آن برابر با $78/99\%$ است (یعنی، $78/99\%$ جرم نمونه منیزیمی که به طور طبیعی وجود دارد ناشی از حضور ^{24}Mg است). فراوانی (الف) ^{25}Mg و (ب) ^{26}Mg چقدر است؟

۱۶۰۰- یک ذره آلفا (هسته ^4He) را می‌شود در پی مرحله‌های زیر شکافت. انرژی (کار) مورد نیاز را برای هر یک از این مرحله‌ها به دست آورید: (الف) کندن یک پروتون، (ب) کندن یک نوترون، و (پ) جدا کردن پروتون و نوترون به جای مانده. برای یک ذره آلفا (ت) انرژی بستگی کل و (ث) انرژی بستگی بر نوکلئون چقدر است؟ (ج) آیا هیچ کدام با پاسخهای قسمتهای (الف)، (ب)، یا (پ) برابرند؟ برخی از جرمهای اتمی مورد نیاز عبارت‌اند از

^4He	$4/00260\text{ u}$	^2H	$2/01410\text{ u}$
^3H	$3/01605\text{ u}$	^1H	$1/00783\text{ u}$
n	$1/00867\text{ u}$		

۱۷۰۰- انرژی بستگی بر نوکلئون داده شده در جدول ۴۲-۱ برای ^{239}Pu را تحقیق کنید. جرم این اتم برابر با $239/05216\text{ u}$ است. SSM

۱۸۰۰- انرژی بستگی بر نوکلئون ^{262}Bh چقدر است؟ جرم این اتم برابر با $262/1231\text{ u}$ است.

۱۹۰۰- (الف) نشان دهید که انرژی بستگی کل E_{be} یک نوکلید معین عبارت است از

$$E_{\text{be}} = Z\Delta_H + N\Delta_n - \Delta$$

که در آن Δ_H فزونی جرم ^1H ، Δ_n فزونی جرم نوترون، و Δ فزونی جرم نوکلید داده شده است. (ب) با استفاده از این روش، انرژی بستگی بر نوکلئون را برای ^{197}Au به دست آورید. نتیجه خود را با مقدار داده شده در جدول ۴۲-۱ مقایسه کنید. فزونیهای جرمی مورد نیاز، که تا سه رقم با معنی گرد شده‌اند، عبارت‌اند از $\Delta_H = +7/29\text{ MeV}$ ، $\Delta_n = +8/07\text{ MeV}$ ، و استفاده فزونیهای جرمی به جای جرمهای واقعی است، توجه کنید. SSM WWW

۲۰۰۰- انرژی بستگی بر نوکلئون ایزوتوپ رادیوم ^{226}Ra چقدر است؟ برخی از جرمهای اتمی و جرم نوترونی عبارت‌اند از:

انفجار تولید شده بود، در اکتبر ۲۰۰۶/۱۳۸۵ کماکان موجود خواهد بود؟ نیم-عمر ^{90}Sr برابر با ۲۹ سال است.

۲۹۰- یک نوکلید پرتوزا دارای نیم-عمر 300 y است. در پایان (الف) 600 y و (ب) 900 y ، چه کسری از نمونه در ابتدا خالص این نوکلید، واپاشی نکرده باقی می ماند؟

۳۰۰- نیم-عمر یک ایزوتوپ پرتوزا برابر با 140 d است. چند روز طول می کشد تا آهنگ واپاشی نمونه ای از این ایزوتوپ به $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه اش برسد؟

۳۱۰- یاخته های سرطانی نسبت به تابشهای x و گاما بیشتر از یاخته هایی که سالم اند، آسیب پذیرند. در گذشته، چشمه متداول برای پرتودرمانی ^{60}Co پرتوزا بود، که با نیم-عمر 5.72 y به یک حالت هسته ای برانگیخته ^{60}Ni واپاشی می کند. آنگاه این ایزوتوپ نیکل، بی درنگ دو فوتون پرتوی گاما، هر یک با انرژی تقریبی 1.2 MeV ، را گسیل می کند. چند هسته پرتوزای ^{60}Co در یک چشمه 6000 Ci از نوعی که در بیمارستانها مورد استفاده قرار می گرفت وجود دارد؟ (امروزه از ذره های پراش انرژی حاصل از شتابدهنده های خطی در پرتودرمانی استفاده می شود؟)

۳۲۰- ایزوتوپ پلوتونیوم ^{239}Pu به صورت یک فراورده فرعی در راکتورهای هسته ای تولید می شود و در نتیجه در محیط زندگی ما انباشته می گردد. این ایزوتوپ، پرتوزاست و با نیم-عمر $2.41 \times 10^4\text{ y}$ واپاشی می کند. (الف) چند هسته Pu ، یک دز از لحاظ شیمیایی کشنده 200 mg را تشکیل می دهند؟ (ب) آهنگ واپاشی این مقدار چقدر است؟

۳۳۰۰- به قصد تابش دهی به بیمار بیمارستانی، یک نمونه پرتوزا در آزمایشگاهی نزدیک به آن، مهیا شده است. این نمونه دارای نیم-عمر $83/61\text{ h}$ است. اگر قرار باشد فعالیت نمونه در هنگام تابش دهی به بیمار در ۲۴ ساعت بعد برابر با $7/4 \times 10^4\text{ Bq}$ باشد، فعالیت اولیه آن چقدر بوده است؟

۳۴۰۰- نوکلید پرتوزای ^{99}Tc را می توان به منظور مشاهده جریان خون، اندازه گیری حجم خون، یا یافتن یک غده، در کنار هدفهایی دیگر، به خون یک بیمار تزریق کرد. این نوکلید در بیمارستان توسط یک "گاو ماده" تولید می شود که حاوی ^{99}Mo ، نوکلید پرتوزایی است که با نیم-عمر 67 h به ^{99}Tc واپاشی می کند. گاو، روزی یک بار برای ^{99}Tc ، که در یک حالت برانگیخته توسط ^{99}Mo تولید می شود، "دوشیده می شود"؛ ^{99}Tc با گسیل یک فوتون پرتو گاما به پایبندترین حالت انرژی خود و انگیخته می شود، که این توسط آشکارسازهایی که در اطراف بیمار قرار داده شده اند، ثبت می شود. و انگیختگی دارای نیم-عمری برابر با $6/0\text{ h}$ است. (الف) ^{99}Mo با چه فرایندی به ^{99}Tc و می پاشد؟ (ب) اگر به بیماری نمونه ^{99}Tc با فعالیت $8/2 \times 10^5\text{ Bq}$ تزریق شود، در ابتدا چه تعداد فوتون پرتو گاما در هر ثانیه در داخل بدن بیمار تولید می شود؟ (پ) اگر آهنگ گسیل فوتونهای پرتو گاما از یک غده کوچک که ^{99}Tc را جذب کرده است، در یک زمان معین برابر با ۳۸ بر ثانیه باشد،

۲۱۰۰- (الف) نشان دهید که انرژی وابسته به نیروی قوی میان نوکلئونها در هسته متناسب با A ، عدد جرمی هسته مورد نظر، است. (ب) نشان دهید که انرژی وابسته به نیروی کولنی میان پروتونها در یک هسته متناسب با $Z(Z-1)$ است. (پ) نشان دهید، هرگاه به سوی هسته های سنگینتر و سنگینتری حرکت کنیم (شکل ۴۲-۴ را ببینید)، اهمیت نیروی کولنی با سرعت بیشتری از نیروی قوی افزایش می یابد.

۲۲۰۰- انرژی بستگی بر نوکلئون ایزوتوپ یوروم ^{238}Eu چقدر است؟ برخی از جرمهای اتمی و جرم نوترونی عبارتند از:

^{238}Eu	$151/921742$	^1H	$1/007825\text{ u}$
n	$1/008665\text{ u}$		

۲۳۰۰- چون نوترون بدون بار است، جرم آن باید از روشهای دیگری سوا استفاده از یک طیف سنج جرمی به دست آید. هرگاه یک نوترون و یک پروتون برخورد کنند (فرض کنید هر دو تقریباً ساکن اند)، آنها ترکیب می شوند و با گسیل یک پرتو گاما با انرژی $2/2233\text{ MeV}$ ، تشکیل یک دوترون را می دهند. جرم پروتون و دوترون به ترتیب برابر با $1/007276\text{ u}$ و $2/01355312\text{ u}$ است. با استفاده از این داده ها، جرم نوترون را به دست آورید.

۲۴۰۰- انرژی بستگی بر نوکلئون ایزوتوپ امریکیم ^{244}Am چقدر است؟ برخی از جرمهای اتمی و جرم نوترونی عبارتند از:

^{244}Am	$244/064279\text{ u}$	^1H	$1/007825\text{ u}$
n	$1/008665\text{ u}$		

بخش ۴۲-۴ واپاشی پرتوزا

۲۵۰- ^{67}Ga ، ایزوتوبی با نیم-عمر 78 h ، را که در ابتدا خالص است در نظر بگیرید. (الف) آهنگ واپاشی اولیه آن چقدر است؟ (ب) آهنگ واپاشی آن 48 h بعد چقدر است؟

۲۶۰- نیم-عمر یک ایزوتوپ پرتوزای خالص برابر با $6/5\text{ h}$ است. اگر در ابتدا 48×10^{19} اتم از این ایزوتوپ وجود داشته باشد، تعداد اتمهای باقیمانده در پایان 26 h چقدر خواهد بود؟

۲۷۰- یک ایزوتوپ پرتوزای جیوه، ^{197}Hg ، با ثابت فروپاشی $0/108\text{ h}^{-1}$ واپاشی می کند. (الف) نیم-عمر ^{197}Hg را محاسبه کنید. چه کسری از این نمونه در پایان (ب) سه نیم-عمر و (پ) $10/0$ روز بر جای خواهد ماند؟ SSM WWW

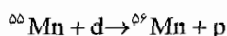
۲۸۰- در زمانهایی که آزمایشهای هسته ای در بالای سطح زمین انجام می پذیرفت، انفجارهای هسته ای، ذره های پرتوزا را در بالای جو زمین پراکنده می کرد. آنگاه گردش هوا، این ذره ها را پیش از آنکه روی سطح زمین و آب بنشینند، در سرتاسر جهان پخش می کرد. یکی از این آزمایشها در اکتبر سال $1976/1355$ صورت پذیرفت. چه کسری از ^{90}Sr که در آن

۴۲۰۰- چشمه‌ای حاوی دو نوکلید پرتوزای ^{32}P ($T_{1/2} = 14/3 \text{ d}$) و ^{32}P ($T_{1/2} = 25/3 \text{ d}$) است. در ابتدا، ۱۰٪ از واپاشیها ناشی از ^{32}P است. چقدر باید صبر کرد تا ۹۰٪ از واپاشیها ناشی از آن باشد؟

۴۳۰۰- نوکلید پرتوزای معینی با آهنگ ثابت R در یک سیکلوترون تولید می‌شود. این نوکلید همچنین با ثابت فروپاشی λ واپاشی می‌کند. فرض کنید زمانی که فرایند تولید طول می‌کشد بسیار طولانیتر از نیم-عمر نوکلید پرتوزا باشد. (الف) نشان دهید که تعداد هسته‌های پرتوزایی که پس از چنین زمانی برجای می‌ماند، ثابت است و با رابطه $N = R/\lambda$ داده می‌شود. (ب) اکنون نشان دهید که این نتیجه بدون توجه به اینکه چه تعداد هسته پرتوزا در ابتدا موجود بوده است، برقرار می‌ماند. گفته می‌شود که این نوکلید با چشمه خود در تعادل دیرپا است؛ در این حالت، آهنگ واپاشی درست با آهنگ تولید آن برابر است. SSM

۴۴۰۰- ایزوتوپ پلوتونیوم ^{239}Pu از طریق واپاشی آلفا با نیم-عمر 24100 y و امی پاشد. چند میلی گرم هلیوم توسط یک نمونه 12 g گرمی از ^{239}Pu که در ابتدا خاص است، در پایان 20000 y تولید می‌شود؟ (فقط هلیومی را در نظر بگیرید که مستقیماً توسط پلوتونیوم تولید شده است و نه متوسط محصولات فرعی فرایند واپاشی).

۴۵۰۰- نوکلید پرتوزای ^{56}Mn دارای نیم-عمر $2/58 \text{ h}$ است و در یک سیکلوترون توسط بمباران یک هدف منگنز با دوترونها تولید می‌شود. هدف فقط حاوی ایزوتوپ پایدار منگنز است، و واکنش منگنز-دوترون که ^{56}Mn را تولید می‌کند به قرار زیر است



اگر بمباران بسیار بیشتر از نیم-عمر ^{56}Mn طول بکشد، فعالیت ^{56}Mn تولید شده در هدف به یک مقدار نهایی $8/88 \times 10^{10} \text{ Bq}$ می‌رسد. (الف) ^{56}Mn با چه آهنگی تولید می‌شود؟ (ب) آنگاه چه تعداد هسته ^{56}Mn در هدف موجود است؟ (پ) جرم کل آنها چقدر است؟

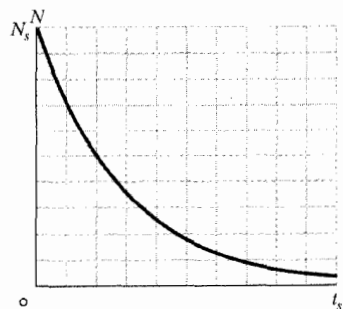
۴۶۰۰- جرم یک نمونه (در ابتدا خالص) ^{40}K را که دارای آهنگ واپاشی اولیه $1/70 \times 10^5 \text{ s}$ فروپاشی است، محاسبه کنید. نیم-عمر این ایزوتوپ برابر با $1/28 \times 10^9 \text{ y}$ است.

۴۷۰۰- هوای داخل برخی از غارها حاوی مقدار زیادی گاز رادن است که استنشاق طولانی آن می‌تواند به سرطان ریه منجر شود. در غارهای انگلستان، هوای داخل غار با بیشترین مقدار گاز، فعالیت بر حجمی برابر با $1/55 \times 10^5 \text{ Bq/m}^3$ دارد. فرض کنید شما دو روز تمام در داخل غار سیاحت می‌کنید (و در همانجا می‌خوابید). در طول اقامت دو روزه شما، تقریباً چه مقدار اتمهای ^{222}Rn به داخل ریه شما وارد و خارج می‌شود؟ هسته پرتوزای ^{222}Rn در گاز رادن نیم-عمری برابر با $3/82$ روز دارد. نیاز دارید که گنجایش ریه و آهنگ میانگین دم و بازدم خود را تخمین بزنید.

در این زمان چند حالت برانگیخته ^{99}Tc در غده جایگزیده شده است؟

۳۵۰۰- پس از تلاشی طولانی، ماری و پیرکوری^۱ در سال ۱۹۰۲/۱۲۸۱ موفق به جداسازی یک دسی گرم RaCl_2 از سنگ معدن اورانیوم شدند که نخستین مقدار ماده‌ای از جنس رادیوم بود. رادیوم، ایزوتوپ پرتوزای ^{226}Ra با نیم-عمر 1600 y است. (الف) کوریاها چند هسته رادیوم را جدا کرده بودند؟ (ب) آهنگ واپاشی نمونه آنها، برحسب فروپاشی بر ثانیه، چقدر بوده است؟ SSM

۳۶۰۰- شکل ۴۲-۱۹ واپاشی یک نمونه مادر پرتوزا را نشان می‌دهد. محورها



دارای مقیاس $N_s = 2/00 \times 10^6$ و $t_s = 10/0 \text{ s}$ هستند. پرتوزایی نمونه در $t = 27/0 \text{ s}$ چقدر است؟

شکل ۴۲-۱۹ مسئله ۳۶

۳۷۰۰- در اکتبر سال ۱۹۹۲/۱۳۷۱، پلیس سوئیس دو مرد را که در تلاش برای قاچاق اسمیوم^۲ از اروپای شرقی بودند دستگیر کرد. البته آنها اشتباهاً ^{137}Cs را ربوده بودند. طبق گزارش پلیس، هر قاچاقچی $1/0 \text{ g}$ از نمونه ^{137}Cs را در یک پاکت حمل می‌کرد. فعالیت هر نمونه برحسب بکرل و کوری چقدر بوده است؟ نیم-عمر ^{137}Cs برابر $30/2 \text{ y}$ است. (فعالیت ایزوتوپهای پرتوزایی که معمولاً در بیمارستانها استفاده می‌شوند در گستره تا چند میلی کوری است).

۳۸۰۰- فعالیت یک نمونه 20 ng از ^{92}Kr که دارای نیم عمر $1/84 \text{ s}$ است، چقدر است؟

۳۹۰۰- یک گرم نمونه از ساماریوم، ذره‌های آلفا را با آهنگ 120 s ذره گسیل می‌دارد. ایزوتوپ مسئول این واپاشی ^{147}Sm است که فراوانی طبیعی آن در ماده ساماریوم برابر با $15/0\%$ است. نیم-عمر این فرایند واپاشی را محاسبه کنید.

۴۰۰۰- یک دز $8/60 \mu\text{Ci}$ از ایزوتوپ پرتوزایی به بیماری تزریق می‌شود. ایزوتوپ دارای نیم عمر $3/0 \text{ h}$ است. در این تزریق چقدر ایزوتوپ مادر وجود دارد؟

۴۱۰۰- نوکلید پرتوزای ^{64}Cu دارای نیم-عمر $12/7 \text{ h}$ است. اگر نمونه‌ای در $t = 0$ شامل $5/50 \text{ g}$ ^{64}Cu که در ابتدا خالص است باشد، چه مقدار از آن بین $t = 14/0 \text{ h}$ و $t = 16/0 \text{ h}$ واپاشی خواهد کرد؟

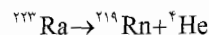
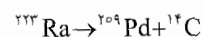
بخش ۴۲-۵ واپاشی آلفا

۴۸۰- هرگاه یک هسته ^{238}U با گسیل (الف) یک ذره آلفا و (ب) زنجیره‌ای از نوترون، پروتون، نوترون، پروتون واپاشی کند، چه مقدار انرژی آزاد می‌شود؟ (پ) هم با بحثی مستدل و هم با محاسبه مستقیم خود را متقاعد کنید که اختلاف بین این دو عدد دقیقاً برابر با انرژی بستگی کل ذره آلفاست. (ت) آن انرژی بستگی را به دست آورید. برخی از جرمهای اتمی و جرمهای ذره‌ای مورد نیاز عبارت‌اند از:

^{238}U	238.05079u	^{234}Th	234.04363u
^{237}U	237.04873u	^4He	4.00260u
^{236}Pa	236.04891u	^1H	1.00783u
^{235}Pa	235.04544u	n	1.00866u

۴۹۰- عموماً نوکلیدهای پرچگرمتر برای واپاشی آلفا تمایل بیشتری به ناپایدار شدن نشان می‌دهند. برای مثال، پایدارترین ایزوتوپ اورانیوم، ^{238}U ، دارای یک واپاشی آلفا با نیم-عمر $4.5 \times 10^9\text{y}$ است. پایدارترین ایزوتوپ پلوتونیوم، ^{244}Pu با نیم-عمر $8.0 \times 10^8\text{y}$ ، و پایدارترین ایزوتوپ کوریوم ^{248}Cm با نیم-عمر $3.4 \times 10^5\text{y}$ است. هرگاه نیمه از نمونه اولیه ^{238}U واپاشی کند، چه کسری از نمونه اولیه (الف) پلوتونیوم و (ب) کوریوم بر جای می‌ماند؟ SSM

۵۰۰۰- در شرایط نادر معینی، یک هسته می‌تواند با گسیل ذره‌ای پرچگرمتر از یک ذره آلفا، واپاشی کند. این واپاشیها را در نظر بگیرید.

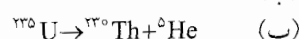
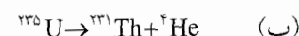
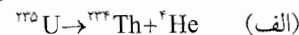


مقدار Q را برای (الف) نخستین و (ب) دومین واپاشی محاسبه کنید و نشان دهید که هر دو واکنش از نظر انرژی امکان پذیرند. (پ) ارتفاع سد کولنی برای گسیل یک ذره آلفا 3.0MeV است. ارتفاع سد برای گسیل ^{14}C چقدر است؟ جرمهای اتمی مورد نیاز عبارت‌اند از

^{223}Ra	223.01850u	^{14}C	14.00324u
^{209}Pb	208.98107u	^4He	4.00260u
^{219}Rn	219.00948u		

۵۱۰۰- هسته ^{238}U یک ذره آلفای 4.196MeV گسیل می‌کند. با در نظر گرفتن انرژی پس زنی هسته ^{234}Th باقیمانده، انرژی فروپاشی Q را برای این فرایند محاسبه کنید.

۵۲۰۰- نوکلیدهای پرتوزای بزرگ به جای سایر ترکیبهای نوکلئونی، یک ذره آلفا گسیل می‌دارند، زیرا ذره آلفا بسیار پایدار است و ساختار آن به طور محکمی مقید شده است. برای تأیید این موضوع، انرژیهای فروپاشی را برای فرایندهای واپاشی فرضی زیر محاسبه و درباره معنی یافته‌های خود بحث کنید:



جرمهای اتمی مورد نیاز عبارت‌اند از

^{232}Th	232.0381u	^4H	3.0160u
^{231}Th	231.0363u	^4He	4.0026u
^{230}Th	230.0331u	^5He	5.0122u
^{235}U	235.0429u		

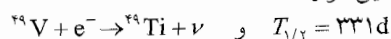
بخش ۴۲-۶ واپاشی بتا

۵۳۰- الکترون آزاد بنابر معادله ۴۲-۲۶ واپاشی می‌کند. اگر اختلاف جرم اتم نوترون-هیدروژن برابر 840mu باشد، انرژی جنبشی بیشینه ممکن K_{max} برای الکترون تولید شده در یک واپاشی نوترونی چقدر است؟

۵۴۰- الکترونی از نوکلیدی با جرم متوسط (مثلاً $A=150$) با انرژی جنبشی 1.0MeV گسیل شده است. (الف) طول موج دوبروی آن چقدر است؟ (ب) شعاع هسته گسیلنده را محاسبه کنید. (پ) آیا می‌توان چنین الکترونی را به صورت یک موج ایستاده در "جعبه" ای با چنان ابعادی محبوس کرد؟ (ت) آیا می‌توانید از این عددها برای رد این اظهار نظر (شرم‌آور) که الکترونها در واقع در داخل هسته‌ها وجود دارند، استفاده کنید؟

۵۵۰- ایزوتوپ سزیم ^{137}Cs در بازار پرتوزای حاصل از انفجارهای فرازمینی بمبهای هسته‌ای موجود است. چون این ایزوتوپ با نیم-عمر آهسته‌ای ($30/2\text{y}$) به ^{137}Ba واپاشی می‌کند، انرژی قابل ملاحظه آزاد شده در این فرایند، از لحاظ زیست محیطی اهمیت دارد. جرمهای اتمی Cs و Ba به ترتیب برابر با 136.9058u و 136.9071u هستند؛ انرژی کل آزاد شده در این واپاشی را محاسبه کنید. SSM

۵۶۰- برخی از نوکلیدهای پرتوزا با گیراندازی یکی از الکترونهای اتمی خود، مثلاً الکترون لایه K ، واپاشی می‌کنند. یک مثال به این قرار است

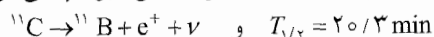


نشان دهید که انرژی فروپاشی Q برای این فرایند با رابطه

$$Q = (m_V - m_{\text{Ti}})c^2 - E_K$$

داده می‌شود، که در آن m_V و m_{Ti} به ترتیب جرمهای اتمی ^{49}V و ^{49}Ti ، و E_K انرژی بستگی الکترون لایه K واندایوم است. (راهنمایی: m_V و m_{Ti} را به عنوان جرمهای هسته‌ای متناظر در نظر بگیرید و به روشی مشابه مسئله نمونه ۴۲-۷ عمل کنید).

۵۷۰۰- نوکلید پرتوزای ^{11}C بنابر واکنش زیر واپاشی می‌کند

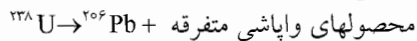


انرژی بیشینه پوزیترونهای گسیل شده برابر با 0.960MeV است. (الف) نشان دهید که انرژی فروپاشی Q برای این فرایند با رابطه زیر داده می‌شود

$$Q = (m_C - m_B - 2m_e)c^2$$

که در آن m_C و m_B به ترتیب جرمهای ^{11}C و ^{11}B ، و m_e جرم پوزیترون است. (ب) با در اختیار داشتن مقدارهای جرم $m_e = 0.0005486\text{u}$ و $m_B = 11.009305\text{u}$ ، $m_C = 11.011434\text{u}$

min/فروپاشی ۱۵/۳ بر ۱/۰۰g است. نیم-عمر ^{14}C برابر با 5730y است. نمونه زغال چوب چقدر سن دارد؟
۶۱۰- ایزوتوپ ^{238}U با نیم-عمر $4.47 \times 10^9\text{y}$ به ^{206}Pb واپاشی می‌کند. اگر چه این واپاشی در چندین مرحله جداگانه رخ می‌دهد، نخستین مرحله دارای طولانیترین نیم-عمر است؛ بنابراین، اغلب می‌توان واپاشی را مستقیماً به سوی سرب در نظر گرفت. یعنی،



تخته‌سنگی حاوی $4/20\text{mg}$ از ^{238}U و $2/135\text{mg}$ از ^{206}Pb یافت شده است. فرض کنید که این تخته‌سنگ در لحظه تشکیل شدن حاوی هیچ سربی نبوده است، به گونه‌ای که همه سربی که اکنون موجود است ناشی از واپاشی اورانیوم است. در حال حاضر چه تعداد اتم (الف) ^{238}U و (ب) ^{206}Pd در تخته‌سنگ موجود است؟ (پ) چه تعداد اتم ^{238}U در لحظه تشکیل تخته‌سنگ، موجود بوده است؟ عمر تخته سنگ چقدر است؟

۶۲۰۰- تصور می‌شود یک تخته‌سنگ خاص 260 میلیون سال سن دارد. اگر این تخته‌سنگ حاوی $3/70\text{mg}$ از ^{238}U باشد، چقدر ^{206}Pb در آن وجود دارد؟ مسئله ۵۳ را ببینید.

۶۳۰۰- معلوم شده است تخته‌سنگی که از اعماق زمین کشف شده دارای $0/86\text{mg}$ از ^{238}U ، $0/15\text{mg}$ از ^{206}Pb ، و $1/6\text{mg}$ از ^{40}Ar است. این تخته‌سنگ احتمالاً حاوی چه مقدار ^{40}K است؟ فرض کنید ^{40}K با نیم-عمر $1/25 \times 10^9\text{y}$ فقط به ^{40}Ar واپاشی می‌کند. همچنین فرض کنید که ^{238}U دارای نیم-عمر $4/47 \times 10^9\text{y}$ است.

۶۴۰۰۰- ایزوتوپ ^{40}K می‌تواند به ^{40}Ca یا ^{40}Ar واپاشی کند؛ فرض کنید هر دو واپاشی دارای نیم-عمر $1/26 \times 10^9\text{y}$ است. نسبت Ca تولید شده به Ar تولید شده برابر با $8/54/1 = 8/54$ است. یک نمونه که در ابتدا فقط حاوی ^{40}K بوده است، اکنون دارای مقادیر مساوی ^{40}K و ^{40}Ar است و این بدان معنی است که نسبت K به Ar برابر با $1/1 = 1$ است. عمر نمونه چقدر است؟ (راهنمایی: این مسئله را مانند سایر مسئله‌های عمرسنجی پرتوزا حل کنید، با این تفاوت که این واپاشی به جای یک محصول، دو محصول واپاشی دارد).

بخش ۴۲-۸ اندازه‌گیری دز تابشی

۶۵۰- یک نمونه آلی به جرم $4/0\text{hg}$ ، از طریق تابش نوترون کند $2/0\text{mJ}$ ($\text{RBE}=\Delta$) را جذب می‌کند. دز معادل (mSu) چقدر است؟

۶۶۰- یک آشکارساز تابشی، 8700 شمارش را در $1/00\text{min}$ ثبت می‌کند. با فرض آنکه این آشکارساز همه واپاشیها را ثبت کند، فعالیت چشمه تابشی برحسب (الف) بکرل و (ب) کوری چقدر است؟

۶۷۰- نوکلید ^{198}Au ، با نیم-عمر $2/70\text{d}$ ، در درمان سرطان مورد استفاده قرار می‌گیرد. چه جرمی از این نوکلید برای ایجاد فعالیت 250Ci مورد نیاز است؟ SSM

مقدار Q را محاسبه و آن را با انرژی بیشینه پوزیترون گسیل شده که در بالا داده شده است، مقایسه کنید. (راهنمایی: m_C و m_B را جرمهای هسته‌ای در نظر بگیرید و به روشی مشابه مسئله نمونه ۴۲-۷ برای واپاشی بتا عمل کنید. توجه کنید که واپاشی بتا-مثبت یک استثنا برای این قاعده کلی است که اگر جرمهای اتمی در محاسبه‌های واپاشی هسته‌ای مورد استفاده قرار گیرند، جرم الکترون گسیل شده به طور خودکار در نظر گرفته می‌شود).

۵۸۰۰- دو ماده پرتوزا که واپاشی آلفا می‌کنند، ^{238}U و ^{232}Th ، و ماده‌ای که واپاشی بتا می‌کند، ^{40}K ، به حد بسیار فراوانی در گرانیات موجودند و سهمی بسزا در گرمایش کره زمین از طریق انرژی واپاشی تولید شده، دارند. ایزوتوپهای واپاشی آلفا زنجیره‌ای از واپاشی را سبب می‌شوند که به هنگام تشکیل ایزوتوپهای پایدار سرب قطع می‌شود. ایزوتوپ ^{40}K یک تک واپاشی بتا دارد. (فرض کنید این تنها واپاشی ممکن آن ایزوتوپ است). آنچه که می‌دانیم به قرار زیر است:

نوکلید	مادر	نیم-عمر (y)	پایدار نهایی	Q (MeV)	f (ppm)
^{238}U	α	$4/47 \times 10^9$	^{206}Pb	$51/7$	4
^{232}Th	α	$1/41 \times 10^{10}$	^{208}Pb	$42/7$	13
^{40}K	β	$1/28 \times 10^9$	^{40}Ca	$1/31$	4

در این جدول، Q انرژی کل آزاد شده در واپاشی یک هسته مادر به نوکلید پایدار نهایی و f فراوانی ایزوتوپ برحسب کیلوگرم بر کیلوگرم گرانیات، و ppm به معنی قسمت در هر میلیون است. (الف) نشان دهید که این مواد، انرژی را به صورت گرما با آهنگ $1/0 \times 10^{-9}\text{W}$ به ازای هر کیلوگرم گرانیات، تولید می‌کنند. (ب) با فرض اینکه $2/7 \times 10^{22}\text{kg}$ گرانیات در یک پوشه کروی به ضخامت 20km در سطح کره زمین وجود دارد، توان این فرایند واپاشی را در کل زمین تخمین بزنید. این توان را با توان کلی که از خورشید به زمین می‌رسد، یعنی $1/7 \times 10^{17}\text{W}$ ، مقایسه کنید.

۵۹۰۰۰- نوکلید پرتوزای ^{32}P آنطور که با معادله ۴۲-۲۴ توصیف شده به ^{32}S واپاشی می‌کند. در رویداد واپاشی خاصی، یک الکترون $1/71\text{MeV}$ ، بیشترین مقدار ممکن، گسیل شده است. انرژی جنبشی پس زنی اتم ^{32}S در این رویداد چقدر است؟ (راهنمایی: برای الکترون لازم است که از عبارتهای نسبیتی برای انرژی جنبشی و اندازه حرکت خطی استفاده کنیم. اتم ^{32}S غیر نسبیتی است.) SSM WWW

بخش ۴۲-۷ عمرسنجی پرتوزا

۶۰۰- یک نمونه زغال چوب $5/00$ گرمی حاصل از یک آتشکده قدیمی دارای ^{14}C با فعالیت min/فروپاشی $63/0$ است. یک درخت زنده دارای ^{14}C با فعالیت

مسئله‌های اضافی

۷۴- در پایان جنگ جهانی دوم، زمامداران هلندی، هنرمند هلندی هانس فون میگرن^۱ را به جرم خیانت دستگیر کردند، زیرا در حین جنگ، او یک تابلوی نقاشی مشهور را به هرمن گورینگ^۲ نازی فروخته بود. این نقاشی، عیسی و حواریون در *امائوس*^۳، که توسط نقاش چیره دست هلندی یوهانس ورمیر^۴ (۱۶۷۵-۱۶۳۲) کشیده شده بود، در سال ۱۹۳۷/۱۳۱۶ پس از تقریباً ۳۰۰ سال از زمانی که مفقود شده بود، توسط فون میگرن پیدا شد. خیلی زود پس از این کشف، متخصصات هنری اعلان کردند که این تابلو احتمالاً بهترین اثر ورمیر است که تاکنون دیده شده است. فروش چنین گنجینه ملی هلند به دشمن، خیانتی غیرقابل باور بود.

ولی، اندکی پس از دستگیری، فون میگرن به ناگهان ادعا کرد که او، و نه ورمیر، تابلو را کشیده است. توضیح داد که او با استفاده از یک کرباس ۳۰۰ ساله و انتخاب رنگها به شیوه ورمیر، سبک ورمیر را به دقت تقلید کرده است؛ او سپس نام ورمیر را روی اثر امضا، و نقاشی را روی اجاق گرم کرده است تا به آن سندیت تاریخی بدهد.

آیا فون میگرن برای فرار از محکومیت به جرم خیانت، به این امید که صرفاً برای جرم سبکتر شهادت محاکمه شود، دروغ می‌گفت؟ از نظر متخصصان هنری، آن تابلو دقیقاً شبیه کارهای ورمیر بود، ولی در زمان محاکمه فون میگرن به سال ۱۹۴۷/۱۳۲۶، هیچ روش علمی برای پاسخ گفتن به این پرسش وجود نداشت. تا اینکه در سال ۱۹۶۸/۱۳۴۷، برنارد کیش^۵ از دانشگاه کارنگی-ملون^۶ با استفاده از روشهای تحلیل پرتوزایی که به تازگی گسترش یافته بود، توانست به این پرسش، پاسخ دهد. او مشخصاً نمونه کوچکی از تکه رنگ سفید حاوی سربی را که از تابلو کنده شده بود، تحلیل کرد. این رنگ از سنگ معدن سرب استخراج شده بود، که در آن سرب با یک زنجیره واپاشی پرتوزای طولانی، که با ^{238}U ناپایدار شروع و با ^{206}Pb پایدار به پایان می‌رسد، تولید می‌شود. برای درک کردن جان مایه تحلیل کیش، به بخش مختصر شده‌ای از آن زنجیره واپاشی توجه کنید، که در آن نوکلیدهای پرتوزای نسبتاً کوتاه-عمر میانی حذف شده‌اند:



نیم-عمرهای طولانیتر و مهمتر در این بخش از زنجیره واپاشی مشخص شده‌اند.

(الف) نشان دهید که در یک نمونه سنگ معدن سرب، آهنگی که با آن تعداد هسته‌های ^{210}Pb تغییر می‌کند با رابطه زیر داده می‌شود

۶۸۰۰- کل بدن یک شخص ۷۵ کیلوگرمی دز تابشی $2/4 \times 10^{-4} \text{ Gy}$ را دریافت می‌کند، که توسط ذره‌های آلفایی که برای آنها عامل RBE برابر ۱۲ است، داده شده است. مطلوب است محاسبه (الف) انرژی جذب شده برحسب ژول و دز معادل برحسب (ب) سیورت و (پ) رم.

۶۹۰۰- کارگری به جرم ۸۵ kg در رآکتور زایشی یک نیروگاه هسته‌ای به طور اتفاقی ۲/۵ mg از ^{239}Pu را قورت می‌دهد. این ایزوتوپ دارای نیم-عمر 24100y است که با واپاشی آلفا و امی‌پاشد. انرژی ذره‌های آلفای گسیل شده $5/2 \text{ MeV}$ ، با عامل RBE برابر ۱۳ است. فرض کنید که پلوتونیوم به مدت ۱۲h در بدن کارگر باقی می‌ماند و ۹۵٪ از ذره‌های آلفای گسیل شده در داخل بدن متوقف می‌شوند. مطلوب است محاسبه (الف) تعداد اتمهای پلوتونیوم خورده شده، (ب) تعداد اتمهایی که در حین ۱۲h واپاشی می‌کنند، (پ) انرژی جذب شده توسط بدن، (ت) دز بدنی حاصل برحسب گری، و (ث) دز معادل برحسب سیورت.

بخش ۴۲-۹ مدل‌های هسته‌ای

۷۰- در فهرست نوکلیدهای زیر، تعیین کنید (الف) آنهایی که دارای لایه‌های نوکلئونی پر شده هستند (ب) آنهایی که یک نوکلئون در بیرون یک لایه پر شده دارند، و (پ) آنهایی که تهی‌جا در یک لایه پر شده دیگر دارند: ^{40}K ، ^{18}O ، ^{13}C ، ^{144}Sm ، ^{143}Nd ، ^{121}Sb ، ^{92}Mo ، ^{91}Zr ، ^{60}Ni ، ^{49}Ti ، ^{207}Pb ، و ^{205}Tl .

۷۱- یک هسته میانی در یک واکنش هسته‌ای خاص در مدت 10^{-22}s پس از تشکیل خود واپاشی می‌کند. (الف) عدم قطعیت ΔE در شناخت ما از این حالت میانی چقدر است؟ (ب) آیا می‌توان این حالت را یک هسته مرکب نامید؟ (مسئله نمونه ۴۲-۱۰ را ببینید)

۷۲- انرژی جنبشی نوعی یک نوکلئون در هسته‌ای با جرم متوسط را می‌توان $5/00 \text{ MeV}$ در نظر گرفت. بر مبنای فرضهای مدل جمعی ساختار هسته‌ای، این متناظر با چه دمای مؤثر هسته‌ای است؟

۷۳- سه فرایند تشکیل نشان داده شده برای هسته مرکب ^{20}Ne در شکل ۴۲-۱۳ را در نظر بگیرید. در اینجا برخی از جرمها داده شده‌اند:

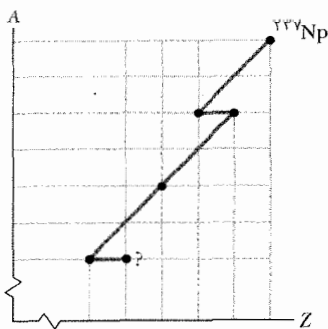
^{20}Ne	۱۹/۹۹۲۴۴ u	α	۴/۰۰۲۶۰ u
^{19}F	۱۸/۹۹۸۴۰ u	p	۱/۰۰۷۸۳ u
^{16}O	۱۵/۹۹۴۹۱ u		

(الف) ذره آلفا، (ب) پروتون، و (پ) فوتون پرتو γ چقدر انرژی باید داشته باشند تا $25/0 \text{ MeV}$ انرژی برانگیختگی هسته مرکب فراهم آید؟ SSM

وایشی بتا مستقیماً رو به بالا یا رو به پایین حرکت می‌کنند. اگر شما به مدت 1h (الف) در سال ۱۹۹۶/۱۳۷۵ و (ب) در حال حاضر، روی سطح زمین دراز کشیده باشید، چه تعداد الکترون حاصل از وایشی بتا به شما برخورد می‌کند؟ (برای این منظور نیاز دارید که مساحت سطح مقطع خود را که با آن الکترون‌ها برخورد می‌کند، تخمین بزنید.

۷۷- نوکلید پرتوزای ^{33}P ($T_{1/2} = 14/28\text{d}$) اغلب به عنوان ردیاب برای ردگیری مسیر واکنشهای شیمیایی حاوی فسفر به کار گرفته می‌شود. (الف) اگر آهنگ شمارش در یک آزمایش خاص در ابتدا ۳۰۵۰ شمارش/s باشد، چقدر طول می‌کشد تا مقدار آن به ۱۷۰ شمارش/s کاهش یابد؟ (ب) محلولی حاوی ^{33}P به مجموعه ریشه یک گیاه گوجه‌فرنگی آزمایشگاهی خوراند می‌شود، و فعالیت ^{33}P ، ۳/۴۸ روز بعد در یک برگ آن اندازه‌گیری می‌شود. عدد اندازه‌گیری شده باید در چه عاملی ضرب شود تا برای وایشی رخ داده در آغاز آزمایش، درست باشد؟
۷۸- در سنگ معینی، نسبت اتمهای سرب به اتمهای اورانیوم ۳۰۰/۰ است. فرض کند که نیم عمر اورانیوم $4/47 \times 10^9\text{g}$ و سنگ در موقع تشکیل هیچ اتم سربی نداشته است. عمر سنگ چقدر است؟ **Go**

۷۹- شکل ۴۲-۲۰ بخشی از طرحواره وایشی ^{237}Np را روی نموداری از عدد جرمی A برحسب عدد پروتونی Z نشان می‌دهد؛ پنج پاره خطی که نشان‌دهنده وایشی آلفا یا وایشی بتا- منفی هستند نقطه‌هایی را که نشان‌دهنده ایزوتوپها هستند، به هم وصل می‌کنند. ایزوتوبی که در انتهای پنج وایشی قرار دارد (مشخص شده با علامت ی‌ر س‌ر، در شکل، ۴۲-۲۰) کدام است؟



شکل ۴۲-۲۰ مسئله ۷۹

۸۰- عنصر پرتوزای AA می‌تواند یا به عنصر BB یا عنصر CC وایشی کند. وایشی به شانس بستگی دارد، ولی نسبت تعداد اتمهای BB حاصل به تعداد اتمهای CC همواره ۲/۱ است. وایشی نیم عمر ۸/۰۰ روز را دارد. با نمونه خالص AA شروع می‌کنیم. چقدر باید صبر کنیم تا تعداد اتمهای CC مساوی ۱/۵۰ برابر اتمهای AA باشد.

۸۱- دز تابشی پرتو x نوعی برای قفسه سینه برابر با $250\text{ }\mu\text{Sv}$ است که توسط پرتوهای x با عامل RBE برابر با ۰/۸۵ داده می‌شود. با فرض آنکه جرم بافت در معرض تابش

$$\frac{dN_{210}}{dt} = \lambda_{226} N_{226} - \lambda_{210} N_{210}$$

که در آن N_{226} و N_{210} تعداد هسته‌های ^{226}Ra و ^{210}Pb در نمونه و λ_{226} و λ_{210} ثابتهای فروپاشی متناظر هستند.

چون زنجیره وایشی برای میلیاردها سال فعال بوده و چون نیم-عمر ^{210}Pb بسیار کمتر از ^{226}Ra است، نوکلیدهای ^{226}Ra و ^{210}Pb در حال تعادل هستند؛ یعنی، تعداد این نوکلیدها (و بنابراین غلظت آنها) در نمونه تغییر نمی‌کند. (ب) نسبت R_{226}/R_{210} فعالیت‌های این نوکلیدها در نمونه سنگ معدن سربی چقدر است؟ (پ) نسبت N_{226}/N_{210} تعداد آنها چقدر است؟ وقتی رنگدانه سرب از سنگ معدن استخراج می‌شود، بیشتر ^{226}Ra از دست می‌رود. فرض کنید فقط ۱/۰۰٪ از آن بر جای بماند. درست پس از آنکه رنگدانه تولید شد، نسبتهای (ت) R_{226}/R_{210} و (ث) N_{226}/N_{210} چقدر است؟

کیش دریافت که با گذشت زمان، نسبت R_{226}/R_{210} رنگدانه بتدریج تغییر می‌کند و از مقدار رنگدانه تازه استخراج شده به مقدار موجود در سنگ معدن، به هنگام تعادل میان ^{210}Pb و مابقی ^{226}Ra بازمی‌گردد. اگر تابلو توسط ورمیر نقاشی شده بود و نمونه تکه رنگ کننده شده از آن به هنگام تحلیل آن در سال ۱۹۶۸/۱۳۴۷، ۳۰۰ سال قدمت داشت، این نسبت باید به پاسخ قسمت (ب) نزدیک می‌بود. اگر تابلو توسط فون میگرن در دهه ۳۰ میلادی کشیده شده بود و نمونه فقط ۳۰ سال عمر داشت، این نسبت باید به پاسخ قسمت (ت) نزدیک می‌بود. کیش این نسبت را برابر با ۰/۰۹ دریافت. (ج) آیا تابلو اثر ورمیر است؟

۷۵- یکی از خطرهای غبار پرتوزای حاصل از یک بمب هسته‌ای ^{90}Sr آن است، که با نیم-عمر ۲۹ سال وایشی می‌کند. چون خواص شیمیایی آن بسیار شبیه به کلسیم است، اگر وارد بدن گاو شود، در شیر گاو جمع می‌شود. قدری از آن ^{90}Sr سرانجام به استخوانهای فردی وارد می‌شود که آن شیر را نوشیده است. الکترونهای پرانرژی گسیل شده در وایشی بتای ^{90}Sr مغز استخوان را تخریب می‌کنند و بنابراین به تولید یاخته‌های قرمز خون صدمه می‌رسانند. یک مگاتن بمب، تقریباً ۴۰۰g از ^{90}Sr تولید می‌کند. اگر غبار پرتوزا به طور یکنواخت در مساحت 2000 km^2 پخش شود، چه مساحتی از زمین مقدار پرتوزایی برابر با حد "مجاز" برای یک شخص را، که ۷۴۰۰۰ شمارش/s است، دریافت می‌کند؟ **SSM**

۷۶- به دلیل انفجار سال ۱۹۸۶/۱۳۶۵ و آتش‌سوزی در نیروگاه هسته‌ای چرنوبیل^۱ در شمال اکرین، بخشی از این کشور با هسته ^{137}Ce که وایشی بتا- منفی با نیم-عمر ۳۰/۲ سال پیدا می‌کند، آلوده شده بود. در سال ۱۹۹۶/۱۳۷۵، فعالیت کلی این آلودگی روی مساحتی برابر با $2/6 \times 10^5\text{ km}^2$ حدوداً $1 \times 10^{16}\text{ Bq}$ تخمین زده شد. فرض کنید ^{137}Ce به طور یکنواخت روی این سطح توزیع شده باشد و الکترونهای

برابر با نصف جرم ۸۸ کیلوگرمی بیمار باشد، انرژی جذب شده را برحسب ژول محاسبه کنید.

۸۲- یک چشمهٔ رادیوم حاوی $1/100 \text{ mg}$ از ^{226}Ra است که با نیم-عمر 1600 y ، برای تولید گاز بی‌اثر ^{222}Rn ، واپاشی می‌کند. این ایزوتوپ رادن به نوبهٔ خود توسط گسیل آلفا با نیم-عمر $3/82 \text{ d}$ وامی‌پاشد. اگر این فرایند برای زمانی بسیار بزرگتر از نیم-عمر ^{222}Rn ادامه یابد، آهنگ واپاشی ^{222}Rn به یک مقدار حدی برابر با آهنگی که با آن ^{226}Ra تولید شده است می‌رسد، که این آهنگ به دلیل نیم-عمر نسبتاً طولانی ^{226}Ra ، تقریباً ثابت است. برای چشمه‌ای در این شرایط حدی (الف) فعالیت ^{226}Ra ، (ب) فعالیت ^{222}Rn و (پ) جرم کل ^{222}Rn چقدر است؟

۸۳- چون یک نوکلئون در هسته محدود شده است، می‌توانیم عدم قطعیت در مکان آن را تقریباً شعاع هسته‌ای r در نظر بگیریم. برای تعیین عدم قطعیت Δp در اندازه حرکت خطی نوکلئون، از اصل عدم قطعیت استفاده کنید. با استفاده از تقریب $P \approx \Delta p$ و این واقعیت که هسته غیر نسبیتی است، انرژی جنبشی نوکلئون هسته‌ای با $A=100$ را محاسبه کنید.

۸۴- فرض کنید هستهٔ طلا دارای شعاع $6/23 \text{ fm}$ و شعاع یک ذرهٔ آلفا $1/80 \text{ fm}$ است. انرژی ذرهٔ آلفای فرودی چقدر باید باشد تا با هستهٔ طلا مطابق روش حل مسئله نمونه ۱-۴۲، "تماس" پیدا کند.

۸۵- برای کاهش فعالیت ^{14}C به $0/20\%$ فعالیت اولیه‌اش به چند سال زمان نیاز دارد؟ نیم-عمر ^{14}C برابر با 5730 y است.

۸۶- پس از تابش دهی مختصر نقره با نوترون، دو ایزوتوپ به وجود می‌آیند: $^{108}\text{Ag}(T_{1/2} = 2/42 \text{ min})$ با آهنگ واپاشی اولیه $3/1 \times 10^5 / \text{s}$ ، و $^{110}\text{Ag}(T_{1/2} = 24/6 \text{ s})$ با آهنگ واپاشی $4/1 \times 10^6 / \text{s}$. نموداری نیم‌لگاریتمی مشابه شکل ۸-۴۲ ترتیب دهید که آهنگ واپاشی مرکب کل دو ایزوتوپ را برحسب تابعی از زمان، از $t=0$ تا $t=10 \text{ min}$ نشان دهد. از شکل ۸-۴۲ برای نحوهٔ به دست آوردن نیم-عمر واپاشیهای ساده (یک ایزوتوپ) استفاده کرده‌ایم. با فرض اینکه در اینجا فقط نمودار آهنگ واپاشی کل برای دستگاه دو ایزوتوپی داده شده باشد، روشی را برای تحلیل آن به منظور یافتن نیم-عمرهای هر دو ایزوتوپ پیشنهاد کنید.

۸۷- نوکلید پایدار معینی، پس از جذب یک نوترون، الکترونی را گسیل می‌دارد، و این نوکلید جدید به طور خودبه‌خودی به دو ذرهٔ آلفا تقسیم می‌شود. نوکلید را شناسایی کنید.

۸۸- نوکلیدهای پرتوزای پر جرم، که ممکن است گسیلنده‌های آلفا یا بتا باشند، بسته به اینکه آیا عدد جرمی A آنها به شکل $4n$ ، $4n+1$ ، $4n+2$ ، یا $4n+3$ باشد، که n یک عدد درست مثبت است، به یکی از چهار زنجیرهٔ واپاشی تعلق دارند. (الف) درستی این اظهار نظر را تحقیق کنید و نشان دهید که اگر یک هسته متعلق به یکی از این خانواده‌ها باشد، همهٔ

محصولهای واپاشی آن به همان خانواده تعلق دارد. نوکلیدهایی را که در پی می‌آید بسته به خانوادهٔ آنها دسته‌بندی کنید: (ب) ^{230}U ، (پ) ^{236}U ، (ت) ^{238}U ، (ث) ^{239}Pu ، (ج) ^{240}Pu ، (چ) ^{240}Cm ، (ح) ^{246}Cm ، (خ) ^{249}Cf ، و (د) ^{253}Fm .

۸۹- هستهٔ ^{238}U را در نظر بگیرید که از یک ذرهٔ آلفا (^4He) و یک هستهٔ باقیمانده (^{234}Th) درست شده است. انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی $U(r)$ را رسم کنید، که r فاصلهٔ میان این ذره‌هاست. گسترهٔ تقریبی $100 \text{ fm} < r < 10 \text{ fm}$ را در نظر بگیرید و نمودار خود را با شکل ۹-۴۲ مقایسه کنید.

۹۰- با استفاده از داده‌های ارائه شده در چند پاراگراف نخستین بخش ۴-۴۲، مطلوب است (الف) ثابت فروپاشی λ و (ب) نیم-عمر ^{238}U .

۹۱- نقشه نوکلیدی مشابه شکل ۴-۴۲ را برای ۲۵ نوکلید $^{114-118}\text{Cd}$ ، $^{115-119}\text{In}$ ، $^{116-120}\text{Sn}$ ، $^{117-121}\text{Sb}$ ، $^{118-122}\text{Te}$ رسم کنید.

(الف) همهٔ خطهای ایزوبار (A ثابت) و (ب) همهٔ خطهای فزونی نوترون ثابت را، که به صورت $N-Z$ تعریف شده است، رسم و مشخص کنید.

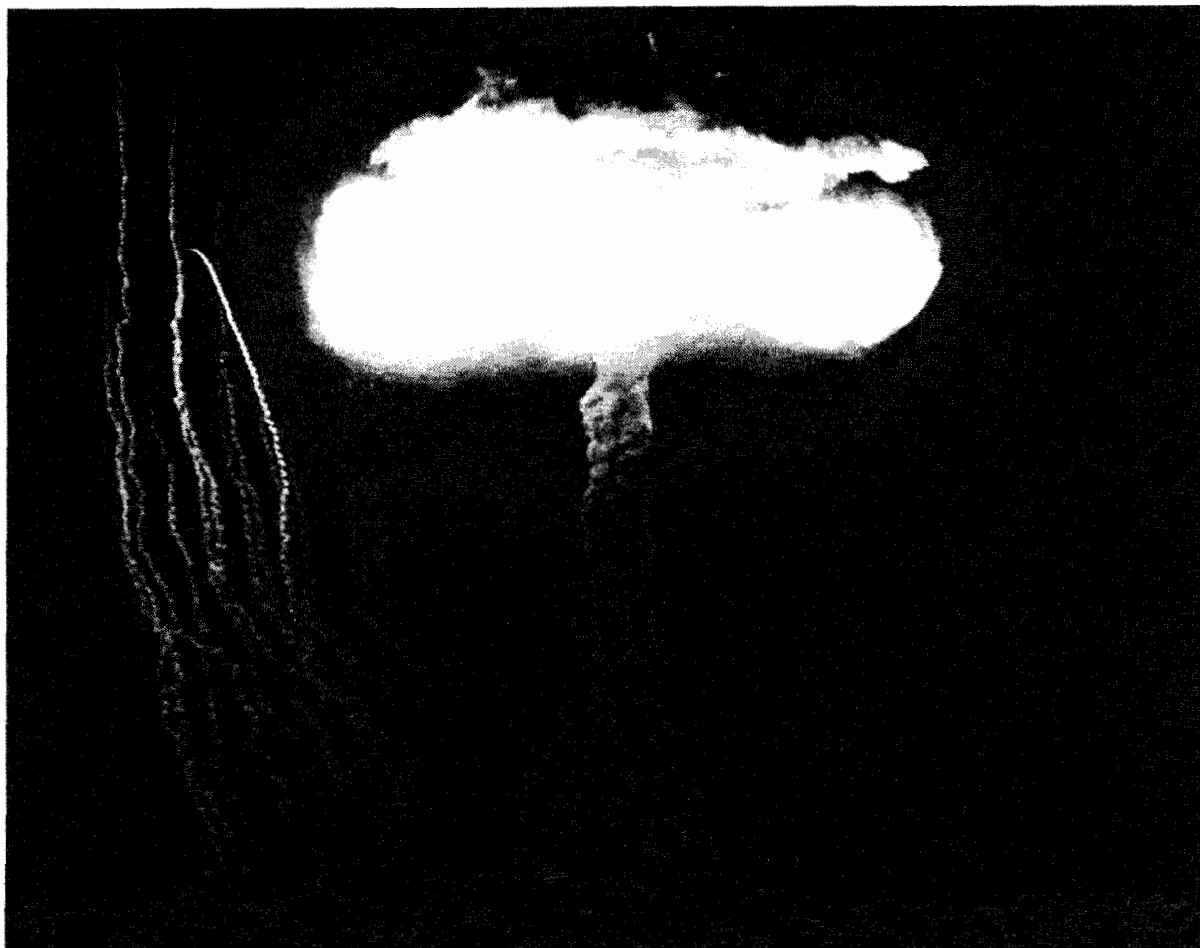
۹۲- نوکلیدهای نشان داده شده در جدول ۱-۴۲ را در نقشه نوکلیدی شکل ۴-۴۲ قرار دهید. تحقیق کنید که آنها در منطقه پایداری قرار می‌گیرند.

۹۳- اگر یکای جرم اتمی به گونه‌ای تعریف شده بود که جرم ^1H دقیقاً برابر با $1/00000000 \text{ u}$ بود، جرم (الف) ^{12}C (جرم واقعی $12/00000000 \text{ u}$) و (ب) ^{238}U (جرم واقعی $238/050785 \text{ u}$) چقدر می‌بود؟

۹۴- با استفاده از یک نقشه نوکلیدی، نمادهای مربوط به (الف) همهٔ ایزوتوپهای پایدار با $Z=60$ ، (ب) همهٔ نوکلیدهای پرتوزا با $N=60$ ، و (پ) همهٔ نوکلیدهای با $A=60$ را بنویسید. ۹۵- شعاع یک هستهٔ کروی که با روشهای پراکندگی الکترون اندازه‌گیری شده است برابر با $3/6 \text{ fm}$. عدد جرمی احتمالی این هسته چقدر است؟

۹۶- زمان هسته‌ای مشخصه‌ای، کمیتی سودمند ولی با تعریفی نادقیق است که برابر با زمان لازم برای آنکه نوکلئونی با چند میلیون الکترون-ولت انرژی جنبشی، مسافتی معادل با قطر یک نوکلید با جرم متوسط را طی کند، در نظر گرفته می‌شود. مرتبهٔ بزرگی این کمیت چقدر است؟ نوترونهای 5 MeV را در نظر بگیرید که قطر هسته‌ای ^{197}Au را طی می‌کنند؛ از معادله ۳-۴۲ استفاده کنید.

۹۷- انرژی فروپاشی Q برای واپاشی ^{49}V توسط گیراندازی الکترون لایهٔ K را به دست آورید (مسئله ۵۶ را ببینید). داده‌های مورد نیاز عبارت‌اند از $m_V = 48/94452 \text{ u}$ ، $E_K = 5/47 \text{ keV}$ و $m_{Ti} = 48/94478 \text{ u}$.



این تصویری است که جهان پس از جنگ جهانی دوم را تا کنون مبهوت کرده است. فیزیک‌فراسوی این تصویر، که هنگامی که رابرت اُپنهایمر^۱، سرپرست گروه علمی برای توسعه بمب اتمی، نخستین انفجار اتمی را مشاهده کرد، به نقل از یک متن مقدس هندو چنین گفت: "اینک من در خور نام مرگ هستم، ویرانگر دنیاها."

پاسخ در همین فصل

۴۳-۱ فیزیک چیست؟

اکنون که برخی از خواص هسته‌ها را بررسی کرده‌ایم، می‌خواهیم به یکی از دل‌بستگی‌های اصلی فیزیک و اقسام معینی از مهندسی بپردازیم: آیا می‌توانیم انرژی مفیدی از منابع هسته‌ای به دست آوریم، همانطور که آدمیان برای هزاران سال این کار را با سوزاندن موادی چون چوب یا زغال سنگ، از منابع اتمی به انجام رسانیده‌اند؟

همانطور که دیده‌ایم، پاسخ این پرسش، مثبت است، ولی تفاوت‌هایی اساسی میان دو منبع انرژی وجود دارد. وقتی انرژی را از چوب یا زغال سنگ با سوزاندن آنها به دست می‌آوریم، اتم‌های کربن و اکسیژن را با ترتیب مجدد الکترونهاي خارجی آنها برای رسیدن به ترکیب‌های پایدارتری، به هم پیوند می‌دهیم. وقتی انرژی را در یک راکتور هسته‌ای از اورانیوم به دست می‌آوریم، دوباره سوختی را می‌سوزانیم، ولی اکنون با ترتیب مجدد نوکلئون‌های هسته اورانیوم برای رسیدن به ترکیب‌های پایدارتری، در آن تغییری می‌دهیم.

الکترون‌ها توسط نیروی الکترومغناطیسی کولنی در اتم نگه داشته می‌شوند، و فقط چند الکترون-ولت لازم است تا یکی از آنها از اتم جدا شود. از سوی دیگر، نوکلئون‌ها توسط نیرویی قوی در هسته نگه داشته می‌شوند، و برای جدا کردن یکی از آنها به چند میلیون الکترون-ولت نیاز است. ضریب چند میلیون به این واقعیت بازمی‌گردد که می‌توانیم چندین میلیون بار انرژی بیشتری از یک کیلوگرم اورانیوم نسبت به یک کیلوگرم زغال سنگ، به دست آوریم.

هم در سوزاندن اتمی و هم در هسته‌ای، آزادشدن انرژی، بنا بر معادله $Q = -\Delta mc^2$ ، با یک کاهش جرم همراه است. اختلاف اصلی میان سوختن زغال سنگ و سوختن اورانیوم در این است که در مورد اولی، بخش بسیار بزرگتری از جرم موجود (دوباره، با ضریب چند میلیون) مصرف می‌شود.

فرایندهای مختلفی که می‌توانند برای سوزاندن اتمی یا هسته‌ای مورد استفاده قرار گیرند، سطح‌های متفاوتی از توان، یا آهنگهایی را که با آن انرژی آزاد می‌شود، به دست می‌دهند. در حالت هسته‌ای، می‌توانیم یک کیلوگرم اورانیوم را در یک بمب به گونه انفجاری یا در یک راکتور هسته‌ای به گونه‌ای تدریجی بسوزانیم. در حالت اتمی، می‌توانیم انفجار یک قطعه دینامیت یا هضم شدن یک دونات ژله‌ای را در نظر بگیریم.

جدول ۴۳-۱ نشان می‌دهد که چه مقدار انرژی می‌تواند از ۱kg ماده با انجام فرایندهایی مختلف به دست آید. به جای اینکه انرژی به طور مستقیم داده شود، جدول نشان می‌دهد که انرژی به دست آمده تا چه مدت می‌تواند یک لامپ ۱۰۰W را روشن نگه‌دارد. فقط فرایندهای سه سطر نخست جدول واقعاً انجام پذیرفته‌اند؛ سه سطر دیگر حدهای نظری را نشان می‌دهند

که ممکن است قابل انجام نباشند. سطر آخر، نابودی متقابل کل ماده و پادماده، یک هدف غایی در تولید انرژی است. در این فرایند، همه انرژی جرمی به شکلهای دیگر انرژی تبدیل می‌شود.

مقایسه‌های جدول ۴۳-۱ بر مبنای «در یکای جرم» محاسبه شده‌اند. از یک کیلوگرم اورانیوم، چند میلیون بار انرژی بیشتری نسبت به یک کیلوگرم زغال سنگ یا یک کیلوگرم آب در حال سقوط به دست می‌آید. از سویی دیگر، زغال سنگ فراوانی در پوسته کره زمین وجود دارد، و آب به آسانی در پشت یک سد ذخیره می‌شود.

جدول ۳۶-۱

انرژی آزاد شده توسط ۱kg ماده

شکل ماده	فرایند	زمان*
آب	سقوط از آبشار ۵۰	۵s
زغال سنگ	سوختن	۸h
UO _۲ غنی شده	شکافت در راکتور	۶۹۰y
^{۲۳۵} U	شکافت کامل	۳×۱۰ ^۴ y
گاز دوتریم داغ	همجوشی کامل	۳×۱۰ ^۴ y
ماده و پادماده	نابودی کامل	۳×۱۰ ^۴ y

* این ستون، بازه زمانی را نشان می‌دهد که در آن انرژی تولید شده می‌تواند یک لامپ ۱۰۰W را روشن نگه‌دارد.

۴۳-۲ شکافت هسته‌ای: فرایند اصلی

در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱، فیزیکدان انگلیسی جیمز چادویک^۱ نوترون را کشف کرد. چند سال بعد، آنریکو فرمی^۲ در رُم دریافت هنگامی که چند عنصر مختلف توسط نوترون‌ها بمباران شوند، عنصرهای پرتوزای جدیدی تولید می‌شوند. فرمی پیش‌بینی کرده بود که نوترون، با توجه به اینکه بدون بار است، می‌تواند پرتابه هسته‌ای سودمندی باشد؛ نوترون بر خلاف پروتون یا ذره آلفا، وقتی به نزدیکی یک سطح هسته‌ای برسد، تحت تأثیر هیچ نیروی کولنی دافعه‌ای قرار نمی‌گیرد. حتی نوترون‌های گرمایی، که نوترون‌های متحرک کندی در تعادل حرارتی با ماده پیرامونی در دمای اتاق، و با انرژی جنبشی فقط در حدود ۰/۰۴eV هستند، پرتابه‌های سودمندی در مطالعات هسته‌ای به شمار می‌آیند.

در اواخر دهه ۱۹۳۰ فیزیکدانی به نام لیزر مایتنر^۳ و شیمیدان‌هایی به نامهای آتو هان^۴ و فریتز استراسمن^۵ که کار فرمی و همکارانش را در برلین پی می‌گرفتند، محلولهای

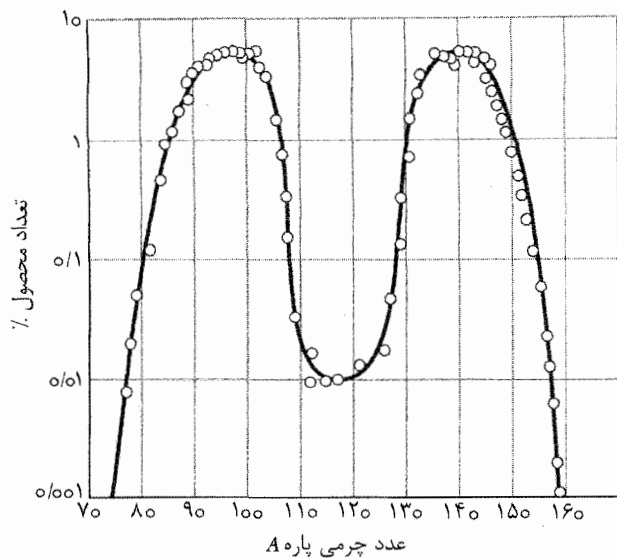
1. James Chadwick

2. Enrico Fermi

3. Lise Meitner

4. Otto Hahn

5. Fritz Strassmann



شکل ۴۳-۱ توزیع حاصل از عدد جرمی پاره‌ها که از بررسی چندین رویداد شکافت به دست آمده است. توجه کنید که مقیاس محور قائم لگاریتمی است.

در معادله ۴۳-۱، پاره‌های ^{140}Xe و ^{94}Sr که هر دو به میزان زیادی ناپایدارند، بر اثر واپاشی بتا (با تبدیل نوترون به پروتون و گسیل یک الکترون و یک نوترینو) سرانجام به محصول نهایی پایدار می‌رسند. برای گزنون زنجیره واپاشی چنین است

	$^{140}\text{Xe} \rightarrow ^{140}\text{Cs} \rightarrow ^{140}\text{Ba} \rightarrow ^{140}\text{La} \rightarrow ^{140}\text{Ce}$					
$T_{1/2}$	۱۴s	۶۴s	۱۳d	۴۰h	پایدار	(۲-۴۳)
Z	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	

و برای استرونیوم

	$^{94}\text{Sr} \rightarrow ^{94}\text{Y} \rightarrow ^{94}\text{Zr}$			
$T_{1/2}$	۷۵ s	۱۹min	پایدار	(۳-۴۳)
Z	۳۸	۳۹	۴۰	

بنا به آنچه که در بخش ۴۲-۶ آموختیم، عددهای جرمی (140 و 94) پاره‌ها در حین این فرایندهای واپاشی بتا بدون تغییر می‌مانند و عددهای اتمی (در ابتدا ۵۴ و ۳۸) در هر مرحله به اندازه یک واحد افزایش می‌یابند.

بررسی نوار پایداری روی نقشه نوکلیدی شکل ۴۲-۴ نشان می‌دهد که چرا پاره‌های شکافت ناپایدارند. نوکلید ^{235}U ، که هسته شکافته شده در واکنش معادله ۴۳-۱ است، ۹۲ پروتون و ۹۲-۲۳۶، یا ۱۴۳، نوترون دارد که نسبت پروتون/نوترون تقریباً برابر ۱/۶ است. پاره‌های اولیه که بی‌درنگ پس از واکنش شکافت تشکیل می‌شوند تقریباً همین نسبت پروتون/نوترون را دارند. ولی، نوکلیدهای پایدار در ناحیه جرمهای میانی، نسبت پروتون/نوترون کوچکتری، در گستره ۱/۳ تا ۱/۴، دارند. بنابراین، پاره‌های اولیه که نوترون هستند (آنها نوترونهای

نمکهای اورانیوم را با این نوترونهای گرمایی بمباران کردند. آنها دریافتند که پس از بمباران، تعدادی نوکلید پرتوزای جدید به وجود می‌آیند. در سال ۱۹۳۹/۱۳۱۸، یکی از نوکلیدهای پرتوزایی که به این روش ایجاد شده بود، پس از آزمایشهای مکرری، به طور قطعی باریم شناخته شد. ولی، هان و استراسمن در شگفت بودند که چگونه ممکن است چنین عنصری با جرم متوسط ($Z=56$) توسط بمباران اورانیوم ($Z=92$) با نوترونها ایجاد شده باشد؟

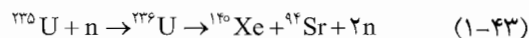
این معما در عرض چند هفته توسط مایتر و خواهرزاده‌اش اُتوفریش^۱ حل شد. آنها سازوکاری را پیشنهاد کردند که از طریق آن یک هسته اورانیوم که نوترونی گرمایی را جذب کرده می‌توانست با آزاد کردن انرژی به دو بخش تقریباً مساوی شکافته شود، که یکی از آنها احتمالاً می‌تواند باریم باشد. فریش این فرایند را شکافت نامید.

نقش اصلی مایتر در کشف شکافت به طور کامل شناخته نشده بود، تا اینکه بررسیهای تاریخی اخیر آن را روشن ساخت. او در جایزه نوبل شیمی که در سال ۱۹۴۴/۱۳۲۳ به اتو هان اهدا شد، سهمی نداشت. ولی، به احترام هان و مایتر عنصرهایی به نام آنها نامگذاری شد: هانیوم^۲ (نماد Ha , $Z=105$) و مایترینیوم^۳ (نماد Mt , $Z=109$).

نگاهی دقیقتر به شکافت

شکل ۴۳-۱ توزیع حاصل از عدد جرمی پاره‌های تولید شده را هنگام بمباران کردن ^{235}U با نوترونهای گرمایی نشان می‌دهد. محتملترین عددهای جرمی، که در حدود ۷٪ رویدادها رخ می‌دهند، در حول و حوش $A \approx 95$ و $A \approx 140$ متمرکز شده‌اند. عجیب اینکه، مشخصه "دو قله‌ای" شکل ۴۳-۱ هنوز فهمیده نشده است.

در رویداد شکافت نوعی ^{235}U ، هسته ^{235}U با جذب نوترون گرمایی، هسته مرکب ^{236}U را در حالتی بسیار برانگیخته ایجاد می‌کند. این هسته است که در واقع شکافته و به دو پاره تقسیم می‌شود. این پاره‌ها که - بین آنها - به سرعت دو نوترون گسیل می‌شود، (در یک حالت نوعی) ^{94}Sr ($Z=54$) و ^{140}Xe ($Z=54$) به عنوان پاره‌های شکافت برجای می‌مانند. بنابراین، معادله مرحله به مرحله شکافت برای این رویداد چنین است



توجه کنید که در حین تشکیل و شکافت هسته مرکب، تعداد پروتونها و نوترونهای درگیر در این فرایند (و در نتیجه جرم کل و بار خالص آنها) پایسته می‌ماند.

نشان داده شده است، انرژی فروپاشی Q را به دست آورید. برخی از جرمهای اتمی و ذره‌ای مورد نیاز عبارت‌اند از:

^{235}U	235.0439u	^{140}Ce	139.9054u
n	1.00866u	^{94}Zr	93.9063u

نکته‌های کلیدی (۱) انرژی فروپاشی Q ، انرژی منتقل شده از انرژی جرمی به انرژی جنبشی محصولات واپاشی است. (۲) $Q = -\Delta mc^2$ ، که در آن Δm تغییر جرم است.

محاسبه‌ها: چون می‌خواهیم واپاشی پاره‌های شکافت را به حساب آوریم، معادله‌های ۱-۴۳، ۲-۴۳ و ۳-۴۳ را ترکیب می‌کنیم و تبدیل کلی را به صورت زیر می‌نویسیم

$$^{235}\text{U} \rightarrow ^{140}\text{Ce} + ^{94}\text{Zr} + n \quad (7-43)$$

در اینجا فقط یک نوترون تنها ظاهر می‌شود، زیرا نوترون اولیه در سمت چپ معادله ۱-۴۳، یکی از دو نوترون در سمت راست آن معادله را حذف می‌کند. اختلاف جرم برای واکنش معادله ۷-۴۳ برابر است با

$$\Delta m = (139.9054\text{u} + 93.9063\text{u} + 1.00866\text{u}) - (235.0439\text{u}) = -0.022354\text{u}$$

و انرژی فروپاشی مربوط به آن چنین است

$$Q = -\Delta mc^2 = (-0.022354\text{u})(931.494\text{MeV/u}) = 20.8\text{MeV} \quad (\text{پاسخ})$$

که با برآورد ما از معادله ۶-۴۳ به خوبی سازگار است.

اگر رویداد شکافت در جامدی با حجم زیاد روی دهد، بیشتر این انرژی فروپاشی، که در ابتدا به انرژی جنبشی محصولات واپاشی تبدیل می‌شود، سرانجام به صورت افزایش در انرژی درونی آن جسم ظاهر می‌شود، که خود را با افزایش در دما آشکار می‌سازد. ولی، تقریباً پنج یا شش درصد انرژی فروپاشی به نوترینوهای وابسته‌اند که در حین واپاشی بتای پاره‌های شکافت اولیه گسیل می‌شوند. این انرژی به بیرون دستگاه منتقل می‌شود و از دست می‌رود.

۴۳-۳ مدلی برای شکافت هسته‌ای

به‌زودی پس از کشف شکافت، نیلز بور و جان ویلر^۱ برای توضیح ویژگیهای اصلی هسته‌ای [شکافت] مدل جمعی هسته (بخش ۹-۴۲) را به کار بردند که بر مبنای تشابه میان هسته و یک قطره مایع باردار است. شکل ۲-۴۳، با استفاده از این دیدگاه، چگونگی روند فرایند شکافت را نشان می‌دهد. هرگاه یک هسته پرجرم- مثلاً ^{235}U - یک نوترون کند (گرمایی) را جذب کند، مانند شکل ۲-۴۳ الف، آن نوترون در چاه پتانسیل وابسته به نیروهای قوی که در فضای داخل هسته‌ای عمل می‌کنند، فرو می‌افتد. سپس انرژی پتانسیل نوترون، به ترتیبی که شکل ۲-۴۳ ب نشان می‌دهد، به انرژی برانگیختگی داخلی

بسیار زیادی دارند) و چند نوترون را بیرون می‌اندازند، که در مورد واکنش معادله ۱-۴۳ دو نوترون است. پاره‌هایی که باقی می‌مانند هنوز برای پایدارشدن، نوترونهای زیادی دارند. واپاشی بتا، سازوکاری را برای خلاص شدن از دست این نوترونهای اضافی پیشنهاد می‌کند- یعنی، با تغییر آنها به پروتون در داخل هسته.

انرژی آزاد شده توسط شکافت یک نوکلید پرجرم را می‌توان با بررسی انرژی بستگی کل بر نوکلئون ΔE_{ben} پیش و پس از شکافت، برآورد کرد. نکته این است که چون انرژی جرمی کل کاهش می‌یابد، شکافت می‌تواند رخ دهد؛ یعنی، برای آنکه محصولات شکافت به طور محکمتری مقید باشند، ΔE_{ben} افزایش می‌یابد. بنابراین، انرژی Q آزاد شده توسط شکافت عبارت است از:

$$Q = \left(\begin{array}{c} \text{انرژی بستگی} \\ \text{نهایی کل} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{انرژی بستگی} \\ \text{اولیه} \end{array} \right) \quad (4-43)$$

برای برآورد خود فرض می‌کنیم که شکافت، یک هسته پرجرم اولیه را به دو هسته با جرم متوسط و با همان تعداد نوکلئون تبدیل می‌کند. آنگاه، خواهیم داشت

$$Q = \left(\begin{array}{c} \Delta E_{\text{ben}} \\ \text{تعداد نهایی} \\ \text{نوکلئونها} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \Delta E_{\text{ben}} \\ \text{تعداد اولیه} \\ \text{نوکلئونها} \end{array} \right) \quad (5-43)$$

از شکل ۶-۴۲ درمی‌یابیم که برای یک نوکلید پرجرم ($A \approx 240$)، انرژی بستگی به نوکلئون تقریباً برابر با نوکلئون 7.6MeV است. برای نوکلیدهای با جرم متوسط ($A \approx 120$)، این مقدار تقریباً برابر با نوکلئون 8.5MeV است. بنابراین، انرژی آزاد شده توسط شکافت یک نوکلید پرجرم به دو نوکلید با جرم متوسط چنین می‌شود

$$Q = \left(\frac{8.5\text{MeV}}{\text{نوکلئون}} \right) \left(\begin{array}{c} \text{نوکلئون} \\ 120 \\ \text{هسته} \end{array} \right) - \left(\frac{7.6\text{MeV}}{\text{نوکلئون}} \right) (240 \text{ نوکلئون}) \approx 200\text{MeV} \quad (6-43)$$

نکته وارسی ۱ یک رویداد شکافت نوعی چنین است

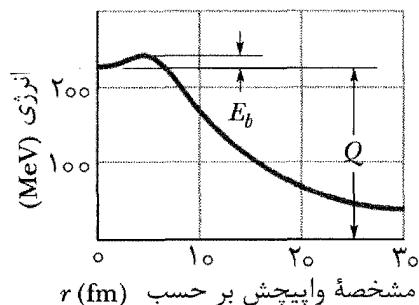


کدامیک از جفت‌هایی که در پی می‌آید نشان دهنده X و Y هستند: (الف) ^{93}Sr ، ^{141}Xe ؛ (ب) ^{95}Rb ، ^{137}Cs ؛ (پ) ^{99}Ge ، ^{136}Nd ؛ (ت) ^{113}Ru ، ^{121}In .

مسئله نمونه ۱-۴۳

برای رویداد شکافت معادله ۱-۴۳، و با توجه به واپاشی پاره‌های شکافت به ترتیبی که در معادله‌های ۲-۴۳ و ۳-۴۳

در شکل ۴۳-۳ مشخص شده است. ولی، ویژگی اصلی شکل این است که منحنی انرژی پتانسیل از بیشینه‌ای در یک مقدار معین r می‌گذرد. بنابراین، یک سد پتانسیل به بلندی E_b وجود دارد که پیش از آنکه شکافت بتواند رخ دهد، باید بر آن فائق آمد (یا در آن تونل زد). این، ما را به یاد واپاشی آلفا می‌اندازد (شکل ۴۲-۹)، که آن نیز فرایندی است که توسط یک سد پتانسیل بازداشته می‌شود.



شکل ۴۳-۳ انرژی پتانسیل در مرحله‌های مختلف فرایند شکافت، به ترتیبی که مدل جمعی بور و ویلر پیش‌بینی کرده است. مقدار Q واکنش (حدود ۲۰۰ MeV) و بلندی سد شکافت E_b ، هر دو نشان داده شده‌اند.

ملاحظه می‌کنیم که شکافت فقط در صورتی رخ خواهد داد که نوترون جذب شده، انرژی برانگیختگی E_n به حد کافی بزرگی را برای غلبه بر سد، فراهم آورد. لازم نیست این انرژی E_n ، به دلیل احتمال تونل‌زنی حاصل از فیزیک کوانتومی، واقعاً به بزرگی ارتفاع سد E_b باشد.

جدول ۴۳-۲، این آزمون را که آیا گیراندازی یک نوترون گرمایی می‌تواند باعث شکافت شود، برای چهار نوکلید پرچرم، نشان می‌دهد. جدول برای هر نوکلید، هم بلندی سد E_b هسته‌ای که توسط گیراندازی نوترون تشکیل شده است و هم انرژی برانگیختگی E_n ناشی از این گیراندازی را نشان می‌دهد. مقدارهای E_b از نظریه بور و ویلر محاسبه شده‌اند. مقدارهای E_n از تغییر انرژی جرمی ناشی از گیراندازی نوترونی به دست آمده‌اند.

جدول ۴۳-۲

آزمون شکافت پذیری چهار نوکلید

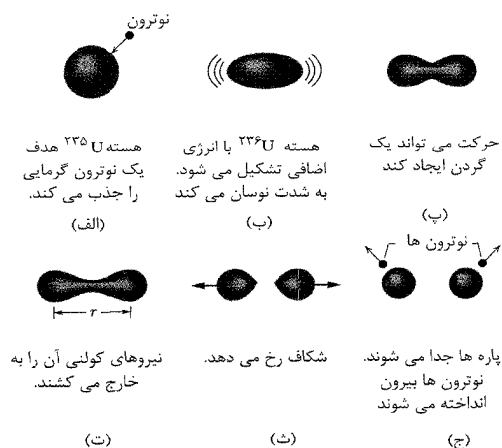
نوکلید هدف	نوکلیدی که شکافته می‌شود	E_n (MeV)	E_b (MeV)	شکافت توسط نوترونهای گرمایی؟
^{235}U	^{236}U	۶/۵	۵/۲	بلی
^{238}U	^{239}U	۴/۸	۵/۷	خیر
^{239}Pu	^{240}Pu	۶/۴	۴/۸	بلی
^{243}Am	^{244}Am	۵/۵	۵/۸	خیر

هسته تبدیل می‌شود. مقدار انرژی برانگیختگی که نوترون کند به داخل هسته حمل می‌کند برابر با انرژی بستگی E_n نوترون در آن هسته است، که تغییر انرژی جرمی دستگاه نوترون-هسته بر اثر گیراندازی نوترونی است.

شکلهای ۴۳-۲ پ و ت نشان می‌دهند این هسته، که مانند یک قطره مایع باردار شدیداً در حال نوسان رفتار می‌کند، دیر یا زود "گردن" کوتاهی تشکیل می‌دهد و شروع به جدا شدن به صورت "دو گوی" باردار می‌کند. اگر نیروی دافعه الکتریکی میان این دو گوی آنها را به قدر کافی از هم دور کند تا گردن پاره شود، دو پاره که هر یک هنوز مقداری انرژی برانگیختگی باقیمانده را در خود دارند، از هم جدا می‌شوند. (شکلهای ۴۳-۲ و ج). شکافت رخ داده است.

این مدل، تصویر کیفی خوبی را از فرایند شکافت به دست می‌داد. ولی آنچه که برای بررسی باقی مانده بود این بود که آیا این مدل می‌تواند پاسخی برای این پرسش دشوار ارائه کند: چرا برخی از نوکلیدهای پرچرم (مثل ^{235}U و ^{238}Pu) به آسانی توسط نوترونهای گرمایی شکافت‌پذیرند، در حالی که نوکلیدهایی دیگر با همان جرم (مثل ^{238}U و ^{243}Am) اینگونه نیستند؟

بور و ویلر توانستند به این پرسش پاسخ گویند. شکل ۴۳-۳ نموداری از انرژی پتانسیل هسته در حال شکافتی را در مرحله‌های مختلف نشان می‌دهد، که از مدل آنها برای فرایند شکافت حاصل شده است. این انرژی برحسب مشخصه واپیچش r رسم شده است، که میزانی تقریبی از اندازه‌ای است که در آن هسته در حال نوسان از شکل کروی خارج می‌شود.

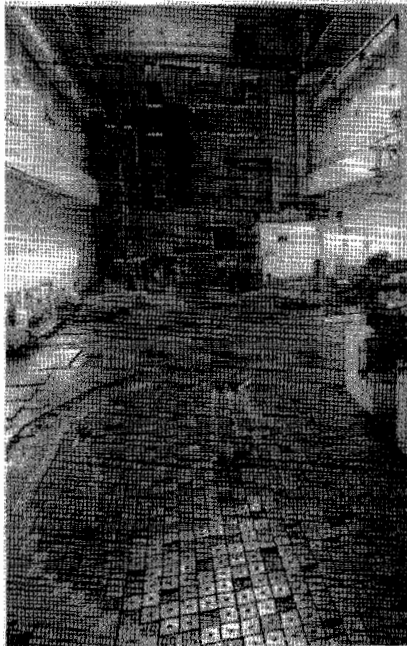


شکل ۴۳-۲ مرحله‌های یک فرایند شکافت نوعی، بنا بر مدل جمعی بور و ویلر.

شکل ۴۳-۲ ت نشان می‌دهد که چگونه این مشخصه درست پیش از آنکه شکافت رخ دهد، تعریف شده است. هرگاه پاره‌ها از هم دور باشند، این مشخصه صرفاً فاصله میان مرکزهای آنهاست.

اختلاف انرژی میان حالت اولیه ($r=0$) و حالت نهایی ($r=\infty$) هسته در حال شکافت-یعنی، انرژی فروپاشی Q -

سوخت هسته‌ای مانند زبانه آتشی روی یک کنده، گسترش یابد. این واقعیت که در شکافت، نوترونهای تولید شده بیشتر از نوترونهای مصرف شده است، احتمال دقیقاً چنین واکنش زنجیره‌ای را که در آن هر نوترون تولید شده قابلیت راه‌اندازی شکافت دیگری را دارد، افزایش می‌دهد. این واکنش می‌تواند سریع (مانند یک بمب هسته‌ای) یا کنترل شده (مانند یک راکتور هسته‌ای) باشد.

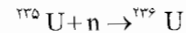


واحد ۳ راکتور چرنوبیل (نزدیک کیف). این واحد پس از آنکه واحد ۴ در آوریل ۱۹۸۶/۱۳۶۵ منفجر شد و تقریباً همهٔ نوکلیدهای پرتوزای فرار داخل راکتور، در هوا پراکنده شده بودند، در سال ۲۰۰۰/۱۳۷۹ بسته شد.

فرض کنید که می‌خواهیم راکتوری را بر مبنای شکافت ^{235}U توسط نوترونهای گرمایی، طراحی کنیم. اورانیوم طبیعی حاوی ۰/۷٪ از این ایزوتوپ، و ۹۹/۳٪ باقی آن از ^{238}U است که توسط نوترونهای گرمایی شکافت‌پذیر نیست. خود را به مرزی از غنی‌سازی مصنوعی سوخت اورانیوم محدود می‌کنیم که می‌تواند حاوی ۳٪ از ^{235}U باشد. کماکان سه مشکل بر سر راه یک راکتور در حال کار وجود دارد.

۱. مسئلهٔ نشت نوترون. برخی از نوترونهای تولید شده توسط شکافت، از راکتور به بیرون نشت می‌کنند و بنابراین، بخشی از واکنش زنجیره‌ای نخواهند بود. نشتی، یک اثر سطحی است؛ بزرگی آن متناسب با مربع بُعد یک راکتور نوعی است (مساحت سطح مکعبی به ضلع a برابر با $6a^2$ است). ولی، تولید نوترون در سرتاسر حجم سوخت رخ می‌دهد و بنابراین، متناسب با مکعب یک بُعد نوعی است (حجم همان مکعب برابر با a^3 است). کسر نوترونهای گم شده بر اثر نشتی را می‌توانیم با به حد کافی بزرگ ساختن مغز

به عنوان یک مثال از محاسبهٔ E_n ، سراغ نخستین ردیف جدول می‌رویم که فرایند گیراندازی نوترونی را نمایش می‌دهد



جرمهای درگیر عبارت‌اند از 235.043922u برای ^{235}U ، 1.008664u برای نوترون، و 236.045562u برای ^{236}U . به سادگی می‌توان نشان داد که به دلیل گیراندازی نوترونی، جرم به اندازهٔ $7.024 \times 10^{-3}\text{u}$ کاهش می‌یابد. بنابراین، انرژی از انرژی جرمی به انرژی برانگیختگی E_n تبدیل می‌شود. با ضرب این تغییر جرم در $c^2 (= 931.494 \text{ MeV/u})$ به $E_n = 6.5 \text{ MeV}$ می‌رسیم، که در نخستین سطر جدول آورده شده است.

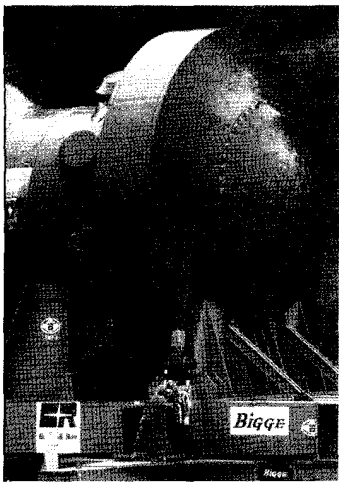
نتایج نخستین و سومین سطرها جدول ۲-۴۳ از لحاظ تاریخی اهمیت بسزایی دارند، زیرا آنها اساس دو بمب اتمی به کار رفته در جنگ جهانی دوم هستند که حاوی ^{235}U (نخستین بمب) و ^{239}Pu (دومین بمب) بودند. یعنی، برای ^{235}U و ^{239}Pu ، $E_n > E_b$ است. این بدان معنی است که برای این نوکلیدها، رخ دادن شکافت از طریق جذب یک نوترون گرمایی پیش‌بینی می‌شود. برای دو نوکلید دیگر جدول ۲-۴۳ (^{238}U و ^{243}Am)، $E_n < E_b$ است؛ بنابراین، انرژی حاصل از نوترون گرمایی برای برانگیختن هسته به منظور غلبه بر سد یا تونل‌زنی مؤثر در آن، کافی نیست. به جای شکافت، هسته با گسیل یک فوتون پرتو گاما از دست انرژی برانگیختگی خود خلاص می‌شود.

با این حال، نوکلیدهای ^{238}U و ^{243}Am را می‌توان شکافت، در صورتی که آنها یک نوترون بسیار پرانرژی را (به جای نوترون گرمایی) جذب کنند. مثلاً، هستهٔ ^{238}U می‌تواند شکافته شود، در صورتی که نوترونی با انرژی دست کم 1.3 MeV را در فرایندی که شکافت سریع نامیده می‌شود ("سریع" از آن‌رو که آن نوترون، سریع است) جذب کند.

دو بمب اتمی به کار رفته در جنگ جهانی دوم به این قابلیت نوترونهای گرمایی وابسته بودند که باعث می‌شوند چندین نوکلید پر جرم واقع در مغز بمبها، به منظور شکافتی که منجر به خروج انرژی انفجاری و ویران کننده می‌شود، تقریباً در یک لحظه شکافته شوند. در نخستین بمب از ^{235}U استفاده شد، زیرا مقداری کافی از آن برای ساختن آن بمب و یک بمب آزمایشی، از سنگ معدن اورانیوم حاصل شده بود. (سنگ معدن اورانیوم، عمدتاً از ^{238}U تشکیل شده است، که همانطور که دیده‌ایم توسط نوترونهای گرمایی شکافته نمی‌شود). در دومین بمب، تنها بر مبنای محاسبه‌های نظری که در جدول ۲-۴۳ خلاصه شده است، از ^{239}Pu استفاده شد، زیرا هنگامی که بمب دوم دستور داده شده بود، ^{235}U اضافی به حد کافی موجود نبود.

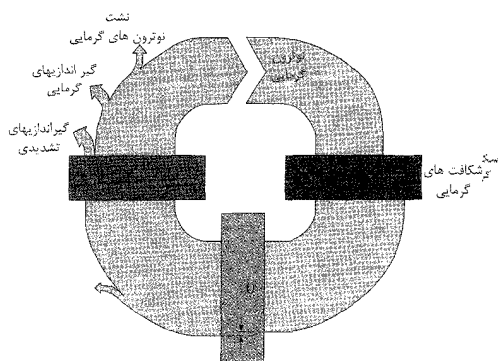
۴-۴۳ راکتور هسته‌ای

برای آزادسازی انرژی بزرگ-مقیاس حاصل از شکافت، یک رویداد شکافت باید بقیه را راه‌اندازد، تا این فرایند در سرتاسر



مخزن راکتور از کار افتاده‌ای را برای قرار دادن در زیرزمینی در پایگاه هسته‌ای هانفورد^۱ در نزدیکی ریچلند^۲ واشنگتن، آماده می‌کنند.

شکل ۴۳- توازن نوترونی در یک راکتور قدرت نوعی را که با توان ثابتی کار می‌کند، نشان می‌دهد. رد نمونه‌ای از ۱۰۰۰ نوترون گرمایی را در حین یک چرخه کامل، یا نسل، در مغز راکتور پی می‌گیریم. آنها بر اثر شکافت در سوخت ^{235}U ، ۱۳۳۰ نوترون، و بر اثر شکافت سریع ^{238}U ، ۴۰ نوترون تولید می‌کنند که مجموعاً ۳۷۰ نوترون بیشتر از ۱۰۰۰ نوترون اولیه است، که همه آنها سریع‌اند. وقتی راکتور با توان پایایی کار می‌کند، دقیقاً همین تعداد نوترون (۳۷۰ تا) بر اثر نشت از مغز توسط گیراندازی غیر شکافتی از دست می‌رود، و بدین ترتیب ۱۰۰۰ نوترون گرمایی برای شروع نسل بعد بر جای می‌ماند. البته، در این چرخه، هر یک از ۳۷۰ نوترون تولید شده توسط رویدادهای شکافت، نشان دهنده یک ذخیره انرژی در مغز راکتور است که به گرم شدن مغز می‌انجامد.



شکل ۴-۲۳ دادوستد نوترونی در یک راکتور. نسلی از ۱۰۰۰ نوترون گرمایی با سوخت ^{235}U ، قالب ^{238}U ، و کندساز برهم‌کنش می‌کند. آنها بر اثر شکافت، ۱۳۷۰ نوترون تولید می‌کنند، ولی ۳۷ تای آنها بر اثر گیراندازی غیرشکافتی یا بر اثر نشت، از دست می‌روند، که این بدان معنی است که ۱۰۰۰ نوترون گرمایی برای تشکیل نسل بعدی برجای مانده است. شکل، برای راکتوری که با توان پایایی کار می‌کند، رسم شده است.

راکتور، تا آنجا که می‌خواهیم کوچک کنیم، که این به کاهش نسبت سطح به حجم ($a/6$ = برای مکعب) می‌انجامد.

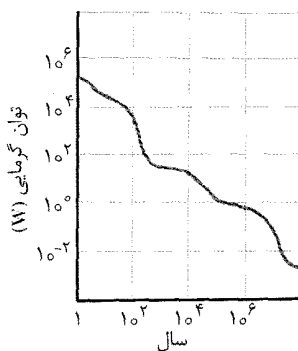
۲. مسئله انرژی نوترون. نوترونهای تولید شده توسط شکافت، سریع‌اند و انرژی جنبشی آنها حدود 2 MeV است. با این حال، شکافت به مؤثرترین وجهی توسط نوترونهای گرمایی راه می‌افتد. نوترونهای سریع را می‌توان با آمیختن سوخت اورانیوم با ماده‌ای - موسوم به کندساز - که دارای دو ویژگی زیر است، کند کرد: کندساز در کندکردن نوترونها از طریق برخورد های کشسان مؤثر است، و نوترونها را با جذب آنها از مغز راکتور نمی‌کند، بدین ترتیب آنها نقشی در شکافت نخواهند داشت. بیشتر راکتورهای قدرت هسته‌ای در آمریکای شمالی از آب به عنوان کندساز استفاده می‌کنند؛ هسته‌های هیدروژن (پروتونها) در آب، جزء مؤثری هستند. در فصل ۹ دیدیم که اگر یک ذره در حال حرکت، با ذره ساکنی برخورد کشسان رودررو داشته باشد، ذره متحرک همه انرژی جنبشی خود را، در صورتی که دو ذره دارای جرم یکسانی باشند، از دست می‌دهد. بنابراین، پروتونها کندساز مؤثری هستند، زیرا آنها تقریباً همان جرم نوترونهای سریعی را دارند که می‌خواهیم سرعت آنها را کاهش دهیم.

۳. مسئله گیراندازی نوترون. وقتی نوترونهای سریع (2 MeV) تولید شده توسط فرایند شکافت در کندساز تا انرژیهای گرمایی (حدود 0.04 eV) کند شوند، باید از یک بازه انرژی بحرانی (از 1 تا 100 MeV) بگذرند که در این بازه، بخصوص برای گیرافتادن غیرشکافتی توسط هسته ^{238}U مستعدند. چنین گیراندازی تشدیدیی، که به گسیل پرتو گاما می انجامد، نوترون را از زنجیره شکافت خارج می کند. برای کمینه کردن این گیراندازی غیر شکافتی، سوخت اورانیوم و کندساز به طور کامل آمیخته نمی شوند، بلکه آنها را در ناحیه های مختلفی در حجم راکتور قرار می دهند.

در یک راکتور نوعی، سوخت اورانیوم به شکل ساچمه‌هایی از اکسید اورانیوم است که پشت سرهم در لوله‌های فلزی توخالی بلندی قرار گرفته‌اند. مایع کندساز دسته‌های این میله‌های سوخت را که مغز راکتور را تشکیل می‌دهند، احاطه کرده‌اند. این آرایش هندسی، این احتمال را که نوترون سریع تولید شده در میله سوخت به هنگام عبور از بازه بحرانی انرژی، در کندساز یافت شود، افزایش می‌دهد. هنگامی که نوترون به انرژی‌هایی گرمایی رسیده است، هنوز ممکن است به روشهایی که به شکافت نمی‌انجامند، گیر انداخته شود (موسوم به گیراندازی گرمایی). ولی، بسیار محتملتر آن است که نوترون گرمایی رو به عقب به سمت میله سوخت برگردد و یک رویداد شکافت به وقوع بپیوندد.

شکل ۴۳-۵ طرحی کلی از یک نیروگاه برق را نشان می‌دهد که مبتنی بر یک راکتور آب-تحت فشار (PWR)، نوعی متداول در آمریکای شمالی است. در چنین راکتوری، آب هم به عنوان کندساز و هم به عنوان عامل انتقال گرما استفاده می‌شود. در حلقه اولیه، آب در مخزن راکتور گردش می‌کند و انرژی را در دما و فشار بالا (تقریباً 600°K و 150 atm) از مغز داغ راکتور به مولد بخار، که بخشی از حلقه ثانویه است منتقل می‌کند. در مولد بخار، بخار پرفشار حاصل از تبخیر روی توربینی که مولد الکتریکی را راه می‌اندازد، اثر می‌کند. برای آنکه حلقه ثانویه کامل شود، بخار کم‌فشار حاصل از توربین سرد شده و به صورت آب، چگالیده و سپس توسط تلمبه‌ای دوباره به مولد بخار برگردانده می‌شود. برای آنکه تصویری از مقیاسها به دست آورید، یک مخزن راکتور نوعی برای یک نیروگاه (برق) 1000 MW ممکن است 12 m ارتفاع و 4 MN وزن داشته باشد. آب از طریق حلقه اولیه با آهنگی در حدود 1 ML/min شارش می‌یابد.

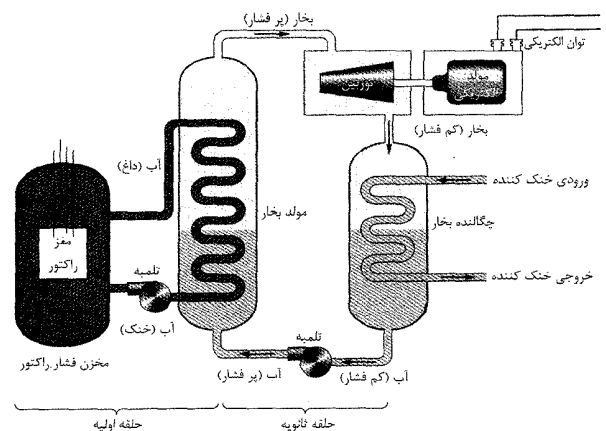
یک ویژگی اجتناب‌ناپذیر عمل راکتور، جمع شدن پسماندهای پرتوزاست که هم شامل محصولات شکافت و هم نوکلیدهای سنگین فرا اورانیومی از قبیل پلوتونیوم و آمرسیوم، است. یک معیار پرتوزایی آنها، آهنگی است که با آن انرژی را به شکل گرمایی، آزاد می‌کنند. شکل ۴۳-۶، توان گرمایی ایجاد شده توسط چنین پسماندهایی را پس از یک سال کار یک نیروگاه هسته‌ای بزرگ نوعی، نشان می‌دهد. توجه کنید که هر دو مقیاس لگاریتمی هستند. بیشتر میله‌های سوخت "مصرف شده" ناشی از کار راکتور قدرت، با فرو برده شدن در آب، در محلی انبار می‌شوند؛ امکانات انبارسازی امن دائمی برای پسماندهای حاصل از راکتور هنوز باید کامل شود. بیشتر پسماندهای پرتوزای حاصل از جنگ افزارها در حین جنگ جهانی دوم و سالهای پس از آن هنوز در انبارهایی انباشته شده‌اند. پسماندهای پرتوزا و اجزای آلوده دقیقاً ناپدید نشده‌اند- این نگرانی برای آینده دور باقی خواهد ماند.



شکل ۴۳-۶ توان گرمایی آزاد شده توسط پسماندهای پرتوزا ناشی از یک سال کار یک نیروگاه هسته‌ای بزرگ نوعی، به صورت تابعی از زمان نشان داده شده است. منحنی، حاصل از برهم‌نهی اثرهای چندین نوکلید پرتوزا، با گستره گوناگونی از نیم-عمرهاست. توجه کنید که هر دو مقیاس، لگاریتمی هستند.

ضریب تکثیر k - یک عامل مهم در راکتور- نسبت تعداد نوترونهای موجود در آغاز یک نسل خاص به تعداد نوترونهای موجود در آغاز نسل بعدی است. در شکل ۴۳-۴، ضریب تکثیر $1000/1000$ ، یا دقیقاً برابر واحد است. برای $k=1$ ، گفته می‌شود که عمل راکتور دقیقاً بحرانی است، که همان حالتی است که می‌خواهیم در عمل با توان پایا داشته باشیم. راکتورها در واقع به گونه‌ای طراحی می‌شوند که ذاتاً فوق بحرانی‌اند ($k > 1$)؛ بنابراین، با کار گذاشتن میله‌های کنترل در مغز راکتور، ضریب تکثیر در مقدار بحرانی ($k=1$) تنظیم می‌شود. این میله‌ها شامل موادی از قبیل کادمیوم است که به آسانی نوترونها را جذب می‌کنند، می‌توانند برای کاهش توان عملیاتی، بیشتر فرو برده شوند و برای افزایش توان یا برای جبران گرایش راکتورها برای رسیدن به وضعیت زیر بحرانی به هنگامی که محصولات شکافت (که جذب کننده نوترون‌اند) در حین کار ممتد راکتور در قلب آن ساخته می‌شوند، بیرون کشیده شوند.

اگر یکی از میله‌های کنترل به سرعت بیرون کشیده شود، توان راکتور با چه سرعتی افزایش خواهد یافت؟ این زمان پاسخ توسط شرط جالب توجهی کنترل می‌شود که در آن بخش کوچکی از نوترونهای تولید شده توسط شکافت، بی‌درنگ از پاره‌های شکافتی که به تازگی تشکیل شده‌اند نمی‌گریزند، بلکه در زمانی دیرتر، هنگامی که پاره‌ها بر اثر تابش بتا واپاشی می‌کنند، از این پاره‌ها گسیل می‌شوند. مثلاً از 370 نوترون "جدید" تولید شده در شکل ۴۳-۴، ممکن است 16 تای آنها درنگ کنند، و از پاره‌هایی که با نیم-عمرهایی در گستره $0/28$ تا 55 s واپاشی بتا می‌کنند گسیل شوند. تعداد این نوترونهای



شکل ۴۳-۵ طرح ساده شده یک نیروگاه هسته‌ای، مبتنی بر راکتور آب-تحت فشار. بسیاری از جزئیات حذف شده‌اند- که از آن جمله ساختاری است که مغز راکتور را در وضعیتهای اضطراری، خنک می‌کند.

درنگیده کم است، ولی آنها به عنوان هدف اساسی برای کند کردن زمان پاسخ راکتور جهت انطباق با زمانهای واکنش مکانیکی عملی، به کار می‌روند.

حال به جرم هر اتم ^{235}U نیاز داریم. از جرم مولی اورانیوم که در پیوست ج داده است نمی‌توانیم استفاده کنیم، زیرا آن جرم مولی ^{238}U ، متداولترین ایزوتوپ اورانیوم، است. به جای این، فرض می‌کنیم که جرم هر اتم ^{235}U بر حسب یکاهای جرم اتمی برابر با عدد جرمی A است. بنابراین، جرم هر اتم ^{235}U برابر با $(3/90 \times 10^{-25} \text{ kg})$ است. آنگاه، آهنگی که با آن سوخت ^{235}U مصرف می‌شود، چنین است

$$\frac{dM}{dt} = (1/33 \times 10^{20} \text{ اتم / s}) (3/90 \times 10^{-25} \text{ kg/atom})$$

$$= 519 \times 10^{-5} \text{ kg/s} \approx 4/5 \text{ kg/d} \quad (\text{پاسخ})$$

(ت) با این آهنگ مصرف سوخت، موجودی سوخت ^{235}U چقدر دوام می‌آورد؟

محاسبه: در لحظه شروع، می‌دانیم که جرم کل ^{235}U برابر با $3/0\%$ جرم $8/60 \times 10^4 \text{ kg}$ اکسید اورانیوم است. زمان T مورد نیاز برای مصرف این جرم کلی ^{235}U با آهنگ پایای $4/5 \text{ kg/d}$ ، برابر است با

$$T = \frac{(0/30)(8/60 \times 10^4 \text{ kg})}{4/5 \text{ kg/d}} \approx 570 \text{ d} \quad (\text{پاسخ})$$

در عمل، میله‌های سوخت (معمولاً به صورت بسته‌های چندتایی) باید پیش از آنکه محتویات ^{235}U آنها کاملاً مصرف شود، جایگزین شوند.

(ث) بر اثر شکافت ^{235}U در مغز راکتور، جرم با چه آهنگی به شکلهای دیگر انرژی تبدیل می‌شود؟

نکته کلیدی: تبدیل انرژی جرمی به شکلهای دیگر انرژی، فقط به شکافتی که توان ورودی (3400 MW) را ایجاد می‌کند وابسته است و نه به گیراندازی غیرشکافتی نوترونها (اگر چه هر دو این فرایندها بر آهنگ مصرف ^{235}U تأثیر می‌گذارند).

محاسبه: از رابطه اینشتین $E = mc^2$ ، می‌توان چنین نوشت

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dE/dt}{c^2} = \frac{3/4 \times 10^9 \text{ W}}{(3/00 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$= 3/8 \times 10^{-8} \text{ kg/s} = 3/3 \text{ g/d} \quad (\text{پاسخ})$$

از اینجا درمی‌یابیم که آهنگ تبدیل جرم حدود جرم یک سکه معمولی در روز است، که به طور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از آهنگ مصرف سوخت محاسبه شده در قسمت (پ) است.

۴۳-۵ یک راکتور هسته‌ای طبیعی

انریکو فرمی و همکارانش حق داشتند، هنگامی که نخستین راکتور آنها در ۲ دسامبر ۱۹۴۲ عملیاتی شد (شکل ۴۳-۷)، ادعا کنند که آنها نخستین راکتور شکافتی را که تا آن موقع روی این کره خاکی ساخته شده بود، به راه انداخته‌اند. حدود ۳۰ سال بعد، معلوم شد که اگر آنها واقعاً چنین می‌اندیشیدند، در اشتباه بوده‌اند.

یک نیروگاه مولد برق بزرگ توسط یک راکتور هسته‌ای آب-تحت فشار کار می‌کند. توان گرمایی ایجاد شده در مغز راکتور برابر با 3400 MW است، و 1100 MW الکتریسیته توسط نیروگاه تولید می‌شود. بار سوخت برابر $8/60 \times 10^4 \text{ kg}$ اورانیوم است که به شکل اکسید اورانیوم در $5/70 \times 10^4$ میله سوخت توزیع شده است. اورانیوم تا 3% برای ^{235}U غنی شده است.

(الف) بازده نیروگاه چقدر است؟

نکته کلیدی: بازده برای این نیروگاه یا هر وسیله انرژی دیگری عبارت است از: نسبت توان خروجی (آهنگی که با آن انرژی مفید تولید می‌شود) به توان ورودی (آهنگی که با آن انرژی باید داده شود).

محاسبه: در اینجا بازده برابر است با

$$\text{بازده} = \frac{\text{الکتریکی} (1100 \text{ MW})}{\text{گرمایی} (3400 \text{ MW})} = \frac{\text{خروجی مفید}}{\text{ورودی انرژی}} = 32\% \text{ یا } 0/32$$

این بازده-مانند بازده همه نیروگاهها- با قانون دوم ترمودینامیک کنترل می‌شود. برای کار کردن این نیروگاه، انرژی با آهنگ $1100 \text{ MW} - 3400 \text{ MW}$ ، یا 2300 MW ، باید به صورت انرژی گرمایی در محیط تخلیه شود.

(ب) رویدادهای شکافت با چه آهنگ R در مغز راکتور رخ می‌دهند؟

نکته‌های کلیدی: (۱) رویدادهای شکافت، توان ورودی $P = 3400 \text{ MW} (= 3/4 \times 10^9 \text{ J/s})$ را به دست می‌دهند و (۲) از معادله ۴۳-۶، انرژی آزاد شده توسط هر رویداد، تقریباً برابر با 200 MeV است.

محاسبه: برای کار در وضعیت پایا (P ثابت)، داریم

$$R = \frac{P}{Q} = \left(\frac{3/4 \times 10^9 \text{ J/s}}{200 \text{ MeV / شکافت}} \right) \left(\frac{1 \text{ MeV}}{1/60 \times 10^{-13} \text{ J}} \right)$$

$$= 1/06 \times 10^{20} \text{ شکافت/s} \approx 1/1 \times 10^{20} \text{ شکافت/s}$$

(پ) سوخت ^{235}U با چه آهنگی (بر حسب کیلوگرم بر روز) مصرف می‌شود؟ شرایط را در لحظه شروع در نظر بگیرید.

نکته کلیدی: که ^{235}U بر اثر دو فرایند مصرف می‌شود: (۱) فرایند شکافت با آهنگ محاسبه شده در قسمت (ب) و (۲) گیراندازی غیرشکافتی نوترونها با آهنگی حدود $\frac{1}{4}$ آهنگ قسمت (ب).

محاسبه‌ها: آهنگ کلی که با آن ^{235}U مصرف می‌شود برابر است با

$$1/33 \times 10^{20} \text{ اتم / s} = (1/06 \times 10^{20} \text{ اتم / s}) (1 + 0/25)$$

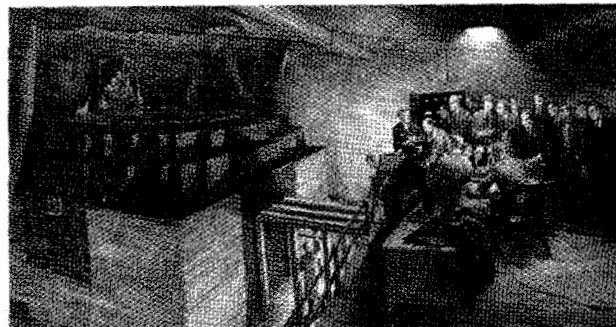
۴۴٪ بودند. بررسیها به این گمانه‌زنی انجامید که این کمبود ^{235}U را می‌توان بدین گونه توضیح داد که در زمانی در گذشته، ^{235}U بر اثر عمل یک راکتور شکافت طبیعی، به طور ناتمام مصرف شده است.

مشکل جدی باقی مانده این است که (همانطور که فرمی و گروهش دریافتند) با یک فراوانی ایزوتوپی به میزان ۷۲٪، یک راکتور را می‌توان فقط پس از طراحی اندیشمندانه و با ملاحظات وسواس گونه در جزئیات، بنا کرد. این گونه به نظر می‌رسد که یک راکتور هسته‌ای شانسی ندارد که بتواند به "طور طبیعی" به وضعیت بحرانی برسد.

ولی، چیزها در گذشته دور متفاوت بودند. هم ^{235}U و هم ^{238}U پرتوزا هستند، به ترتیب با نیم-عمرهای $y \times 10^8 / 4.5$ و $y \times 10^9 / 4.4$. بنابراین، نیم-عمر ^{235}U به آسانی شکافت‌پذیر، تقریباً $6/4$ برابر کوتاه‌تر از نیم عمر ^{238}U است. چون ^{235}U سریعتر وای پاشد، در گذشته مقدار آن نسبت به ^{238}U بیشتر بوده است. در واقع، دو میلیارد سال پیش، این فراوانی، مانند امروزه، ۷۲٪ نبوده، بلکه ۳/۸٪ بوده است. این فراوانی تقریباً به همان اندازه‌ای است که اورانیوم طبیعی را برای استفاده به عنوان سوخت در راکتورهای قدرت امروزی، به طور مصنوعی غنی می‌کنند.

با این سوخت به آسانی شکافت‌پذیر و در دسترس، وجود راکتور طبیعی (با شرط اینکه سایر شرایط معین نیز فراهم باشند) کمتر تعجب برانگیز است. سوخت موجود بوده است. اتفاقاً، دو میلیارد سال پیش، عالی‌ترین شکل حیات که تکامل یافته است، جلبک آبی-سبز بود.

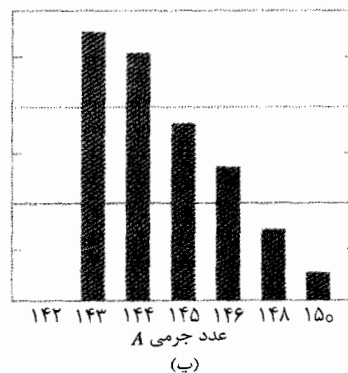
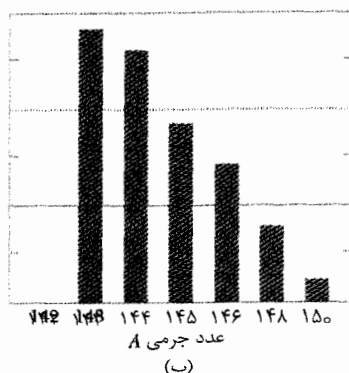
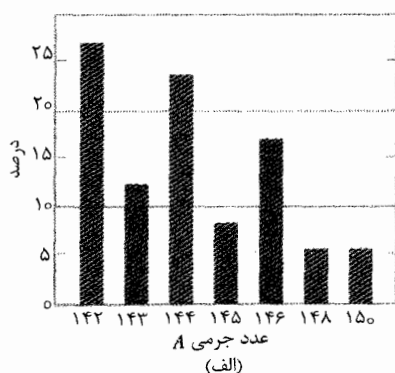
۲. شواهد کدام است؟ صرف کاستی ^{235}U در یک معدن، وجود یک راکتور شکافت طبیعی را ثابت نمی‌کند. باید در پی شواهد متقاعد کننده بیشتری باشیم.



شکل ۴۳-۷ یک نقاشی از نخستین راکتور هسته‌ای، که در خلال جنگ جهانی دوم در زمین اسکواش دانشگاه شیکاگو توسط گروهی به سرپرستی اتریکو فرمی بنا نهاده شد. این راکتور که در ۲ دسامبر سال ۱۹۴۲ به وضعیت بحرانی رسید، از تکه‌های اورانیوم جاسازی شده در قالبهای گرافیتی ساخته شده بود. این راکتور، نمونه‌ای برای راکتورهای بعدی شد که هدف آنها تولید پلوتونیوم برای ساخت جنگ‌افزارهای هسته‌ای بود.

حدود دو میلیارد سال پیش، در یک معدن اورانیوم که اکنون از در گابن واقع در آفریقای غربی حفر شده، ظاهراً یک راکتور شکافت طبیعی عملیاتی شد و احتمالاً تا چندین هزار سال، تا پیش از خاموش شدن، فعال بوده است. اینکه آیا این امر می‌توانست واقعاً رخ داده باشد موردی است که می‌توانیم آن را با در نظر گرفتن دو پرسش بیازماییم:

۱. آیا سوخت کافی وجود داشته است؟ سوخت یک راکتور شکافت مبتنی بر اورانیوم باید ایزوتوپ به آسانی شکافت‌پذیر ^{235}U باشد، که همانطور که پیشتر اشاره کردیم، فقط ۷۲٪ اورانیوم طبیعی را تشکیل می‌دهد. این نسبت ایزوتوپی برای نمونه‌های زمینی، در صخره‌های ماه، و در شهاب‌سنگها اندازه‌گیری شده است؛ در همه حالاتها، مقدارهای فراوانی، یکسان‌اند. سر نخ این کشف در آفریقای غربی، این بود که در آن معدن اورانیوم دارای کمبود ^{235}U بود، به گونه‌ای که برخی از نمونه‌ها دارای فراوانی کوچک



شکل ۴۳-۸ توزیع بر حسب عدد جرمی ایزوتوپهای نئودیمیوم به ترتیبی که در (الف) معدنهای زمینی سنگ معدن این عنصر و (ب) سوخت مصرف شده در یک راکتور قدرت، یافت می‌شوند. (پ) توزیع به دست آمده (پس از چند تصحیح) برای نئودیمیوم حاصل از معدن اورانیوم واقع در گابن، در آفریقای غربی. توجه کنید که (ب) و (پ) عملاً یکسان هستند و کاملاً با (الف) متفاوت‌اند.

نوشتن تعداد ایزوتوپها در زمان t بر حسب تعداد آنها در زمان $t=0$ ، استفاده کنیم:

$$N_0(t) = N_0(0)e^{-\lambda_0 t}, \quad N_A(t) = N_A(0)e^{-\lambda_A t}$$

که در آن λ_0 و λ_A ثابتهای فروپاشی مربوط هستند. تقسیم آنها چنین به دست می‌دهد

$$\frac{N_0(t)}{N_A(t)} = \frac{N_0(0)}{N_A(0)} e^{-(\lambda_0 - \lambda_A)t}$$

چون نسبت $N_0(0)/N_A(0)$ را می‌خواهیم، آن را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\frac{N_0(0)}{N_A(0)} = \frac{N_0(t)}{N_A(t)} e^{(\lambda_0 - \lambda_A)t} \quad (۸-۴۳)$$

ثابتهای فروپاشی بنابر معادله ۸-۴۲، $\lambda_0 = (\ln 2)/T_{1/2}$ ، به نیم-عمرها مربوط‌اند، که چنین به دست می‌دهند

$$\lambda_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{7.04 \times 10^8 \text{ y}} = 9.85 \times 10^{-10} \text{ y}^{-1}$$

و

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{44.7 \times 10^4 \text{ y}} = 1.55 \times 10^{-6} \text{ y}^{-1}$$

آنگاه توان نمایی در معادله ۸-۴۳ چنین می‌شود

$$(\lambda_0 - \lambda_A)t = [(9.85 - 1.55) \times 10^{-10} \text{ y}^{-1}] (2 \times 10^9 \text{ y}) = 1.66$$

و در نتیجه از معادله ۸-۴۳ خواهیم داشت

$$\frac{N_0(0)}{N_A(0)} = \frac{N_0(t)}{N_A(t)} e^{(\lambda_0 - \lambda_A)t} = (0.0072)(e^{1.66}) = 0.0379 \approx 3.8\% \quad (\text{پاسخ})$$

۴۳-۶ گداخت گرما-هسته‌ای: فرایند اصلی

منحنی انرژی بستگی شکل ۶-۴۲ نشان می‌دهد که اگر دو هسته سبک برای تشکیل یک تک هسته بزرگتر ترکیب شوند، آن انرژی می‌تواند آزاد شود؛ فرایندی که **گداخت** هسته‌ای نامیده شده است. دافعه کولنی جلوی این فرایند را می‌گیرد، به این ترتیب که مانع نزدیک شدن کافی دو ذره باردار مثبت و قرار گرفتن در محدوده نیروهای هسته‌ای جاذبه‌ای و در نتیجه "همجوشی" می‌شود. بلندی این سد کولنی به بارها و شعاعهای دو هسته برهم‌کنش کننده بستگی دارد. در مسئله نمونه ۴۳-۴، برای دو پروتون ($Z=1$) نشان خواهیم داد که بلندی سد برابر با ۴۰۰ keV است. البته، برای ذره‌هایی با بار بیشتر، سد نیز بلندتر است.

برای تولید مقدارهای مفید انرژی، گداخت هسته‌ای باید در حجم زیادی از ماده رخ دهد. بهترین امیدواری برای رسیدن به چنین وضعیتی، افزایش دمای ماده تا حدی است که ذره‌ها برای نفوذ در سد کولنی دارای انرژی کافی - ناشی از صرفاً حرکتی گرمایی‌شان - باشند. این فرایند را **گداخت گرما- هسته‌ای** می‌نامند.

اگر راکتوری وجود می‌داشت، امروزه باید محصولات شکافت آن موجود می‌بود. از ۳۰ یا تعداد بیشتر عنصرهایی که ایزوتوپهای پایدار آنها در راکتور تولید شده‌اند، باید هنوز برخی از آنها باقی باشند. مطالعه فراوانیهای ایزوتوپی آنها می‌تواند شواهد مورد نیاز ما را فراهم سازد.

از چندین عنصر بررسی شده، مورد نئودیمیوم به‌طور بارزی متقاعدکننده است. شکل ۸-۴۳ الف فراوانیهای ایزوتوپی هفت ایزوتوپ نئودیمیوم پایدار را نشان می‌دهد که به طور عادی در طبیعت یافت می‌شوند. شکل ۸-۴۳ ب، این فراوانیها را به صورتی که آنها در میان محصولات در نهایت پایدار شکافت ^{235}U ظاهر می‌شوند، نشان می‌دهد. تفاوت‌های آشکار این دو شکل، با در نظر گرفتن ریشه‌های کاملاً متفاوت این دو مجموعه ایزوتوپها، شگفت آور نیست. بخصوص توجه کنید که ^{142}Nd ، ایزوتوپ غالب در عنصر طبیعی، در محصولات شکافت وجود ندارد.

پرسش مهم این است: ایزوتوپهای نئودیمیوم یافت شده در سنگ معدن اورانیوم در آفریقای غربی شبیه چیست؟ اگر یک راکتور طبیعی در آنجا کار کرده باشد، باید انتظار داشته باشیم ایزوتوپهایی از هر دو چشمه (یعنی، ایزوتوپهای طبیعی به همراه ایزوتوپهای حاصل از شکافت) پیدا شوند. شکل ۸-۴۳ پ فراوانیها را پس از در نظر گرفتن هر دو چشمه و سایر تصحیحاتی که روی داده‌ها انجام شده است، نشان می‌دهد.

اینکه سیر کاستی محصولات شکافت در راکتور طبیعی آفریقای غربی در طی حدود دو میلیارد سال از محل تولیدشان ادامه یافته است، می‌تواند توجه به ذخیره‌سازی طولانی مدت پسماندهای پرتوزا را در محیط‌هایی زمین شناختی که به طور مناسبی انتخاب شده‌اند، تقویت کند.

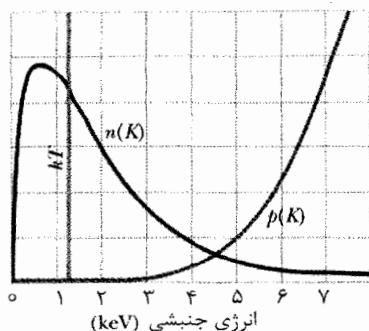
مسئله نمونه ۴۳-۳

امروزه نسبت ^{235}U به ^{238}U در ذخایر اورانیوم طبیعی برابر با ۰/۰۰۷۲ است. این نسبت در $2.0 \times 10^9 \text{ y}$ سال پیش چقدر بوده است؟ نیم-عمرهای این دو ایزوتوپ به ترتیب عبارت‌اند از $7.04 \times 10^8 \text{ y}$ و $4.47 \times 10^9 \text{ y}$.

نکته کلیدی نسبت N_0/N_A ، ^{235}U به ^{238}U در لحظه $t=0$ برابر با ۰/۰۰۷۲ (نسبت امروزی، در زمان $t=2.0 \times 10^9 \text{ y}$) نبوده است، زیرا این دو ایزوتوپ با آهنگهای مختلفی واپاشی کرده‌اند.

محاسبه‌ها: فرض کنیم $N_0(0)$ و $N_A(0)$ تعداد این ایزوتوپها در یک نمونه اورانیوم در لحظه $t=0$ ، و $N_0(t)$ و $N_A(t)$ تعداد این ایزوتوپها در یک زمان بعدی t باشد. آنگاه، برای هر ایزوتوپ می‌توانیم از معادله ۴۲-۱۵، $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ، برای

از این مقدار، پروتونهای زیادی دارای چنین انرژیهای هستند، ولی سد کولنی بسیار نفوذناپذیر است.



شکل ۴۳-۹ منحنی مشخص شده با $n(K)$ ، چگالی عددی بر یکای انرژی پروتونها را در مرکز خورشید به دست می‌دهد. آن منحنی که با $p(K)$ مشخص شده است، احتمال نفوذ به سد (و بنابراین رخ دادن گداخت) را برای برخوردهای پروتون-پروتون در دمای مغز خورشید، به دست می‌دهد. خط قائم، مقدار kT را در این دما نشان می‌دهد. توجه کنید که دو منحنی در مقیاسهای قائم دلخواه (جدا از هم) رسم شده‌اند.

✓ **نکته واریسی ۲** کدامیک از این واکنشهای گداخت محتمل به آزادسازی خالص انرژی نمی‌انجامد:
 (الف) ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$ ، (ب) ${}^4\text{He} + {}^4\text{He}$ ، (پ) ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ ، (ت)
 ${}^{20}\text{Ne} + {}^{20}\text{Ne}$ ، (ث) ${}^{35}\text{Cl} + {}^{35}\text{Cl}$ ، و (ج) ${}^{14}\text{N} + {}^{35}\text{Cl}$
 (راهنمایی: از منحنی شکل ۴۲-۶ کمک بگیرید).

مسئله نمونه ۴-۴۳

فرض کنید که پروتون، کره‌ای به شعاع $R \approx 1\text{fm}$ است. دو پروتون با انرژی جنبشی یکسان K به سوی یکدیگر شلیک می‌شوند.

(الف) K باید چقدر باشد تا ذره‌ها به هنگامی که دقیقاً در “تماس” با یکدیگرند بر اثر دافعه کولنی متقابل خود ساکن شوند؟ این مقدار K را به عنوان یک اندازه نوعی از بلندی سد کولنی در نظر بگیرید.

نکته کلیدی انرژی مکانیکی E دستگاه دو پروتونی، هنگامی که پروتونها به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و به طور لحظه‌ای متوقف می‌شوند، پایسته است. مخصوصاً، انرژی مکانیکی اولیه E_i برابر با انرژی مکانیکی E_f به هنگامی است که آنها متوقف می‌شوند. انرژی اولیه E_i شامل فقط انرژی جنبشی کل $2K$ دو پروتون است. هرگاه پروتونها متوقف شوند، انرژی E_f فقط شامل انرژی پتانسیل الکتریکی U است، که با معادله ۲۴-۴۳ $(U = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r)$ داده می‌شود.

محاسبات: در اینجا فاصله r میان پروتونها هنگامی که متوقف می‌شوند برابر با فاصله مرکز به مرکز $2R$ آنهاست، و بارهای q_1

در بررسیهای گرما هسته‌ای، دماها بر حسب انرژی جنبشی ذره‌های برهم کنش کننده بنا بر رابطه زیر ارائه می‌شوند

$$K = kT \quad (۴۳-۹)$$

که در آن K انرژی جنبشی مربوط به محتملترین تندی ذره‌های برهم کنش کننده، k ثابت بولتزمن، و T دما بر حسب کلونین است. بنابراین، به جای اینکه گفته شود “دما در مرکز خورشید $1.5 \times 10^7 \text{K}$ است” متداولتر آن است که گفته شود: “دما در مرکز خورشید 1.3keV است.”

دمای اتاق متناظر با $K \approx 0.03 \text{eV}$ است؛ ذره‌ای صرفاً با این مقدار انرژی نمی‌تواند امیدوار باشد که بر سد به بلندی، مثلاً 400keV فائق آید. حتی در مرکز خورشید، که در آنجا $kT = 1.3 \text{keV}$ است، چشم انداز گداخت گرما-هسته‌ای در نگاه نخست امیدوار کننده به نظر نمی‌رسد. با این حال می‌دانیم که گداخت گرما-هسته‌ای نه تنها در مغز خورشید رخ می‌دهد، بلکه ویژگی غالب خورشید و همه ستارگان دیگر است.

این معما هنگامی حل می‌شود که دو واقعیت را به خوبی درک کنیم: (۱) انرژی محاسبه شده با معادله ۴۳-۹، همانگونه که در بخش ۷-۱۹ معرفی شد، برای ذره‌هایی با محتملترین تندی است؛ دنباله بلندی از ذره‌هایی با تندیهایی به مراتب بزرگتر، و در نتیجه با انرژیهای به مراتب بزرگتر وجود دارد. (۲) بلندی سدهایی را که محاسبه کردیم، قله‌های سدها را نمایش می‌دهند. تونل‌زنی در سد در انرژیهای به مراتب پایینتر از این قله‌ها رخ می‌دهد، همانطور که در واپاشی آلفا در بخش ۴۲-۵ مشاهده کردیم.

شکل ۴۳-۹، موارد بالا را جمع‌بندی می‌کند. این منحنی که با $n(k)$ در شکل مشخص شده است، منحنی توزیع ماکسول برای پروتونها در مغز خورشید است، که بر حسب دمای مرکزی خورشید رسم شده است. تفاوت این منحنی با منحنی توزیع ماکسول در شکل ۷-۱۵ در این است که در اینجا، منحنی بر حسب انرژی و نه بر حسب تندی، رسم شده است. مخصوصاً، برای هر انرژی جنبشی K ، رابطه $n(K)dK$ احتمالی را به دست می‌دهد که یک پروتون دارای انرژی جنبشی میان مقدارهای K و $K+dK$ باشد. مقدار kT در مغز خورشید با خط قائم، در شکل مشخص شده است؛ توجه کنید که بسیاری از پروتونهای مغز خورشید دارای انرژیهای بزرگتر از این مقدار هستند.

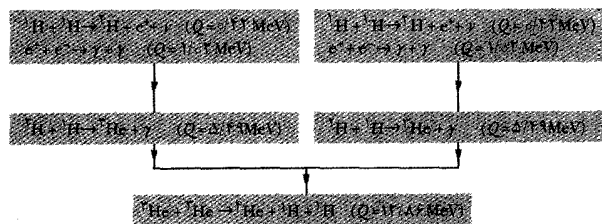
آن منحنی که با $p(K)$ در شکل ۴۳-۹ مشخص شده است، احتمال نفوذ به سد، توسط دو پروتون برخورد کننده است. دو منحنی شکل ۴۳-۹ اشاره بر آن دارند که یک انرژی پروتون خاص وجود دارد که در آن انرژی، رویدادهای گداخت پروتون-پروتون با آهنگ بیشینه‌ای رخ می‌دهند. در انرژیهای بسیار بالاتر از این مقدار، سد به حلّ کافی نفوذپذیر است، ولی پروتونهای بسیار اندکی دارای چنین انرژیهای هستند، و بنابراین واکنش گداخت نمی‌تواند ادامه یابد. در انرژیهای بسیار پایینتر

هیدروژن را، در یک کوره هسته‌ای و نه در نوع اتمی یا شیمیایی آن، می‌سوزاند.

واکنش گداخت در خورشید یک فرایند چند مرحله‌ای است که در آن هیدروژن برای تشکیل هلیوم می‌سوزد، هیدروژن "سوخت" و هلیوم "خاکستر" است. شکل ۴۳-۱۰، چرخه پروتون - پروتون (p-p) را نشان می‌دهد که از طریق آن، این فرایند رخ می‌دهد.

چرخه p-p با برخورد دو پروتون (${}^1\text{H} + {}^1\text{H}$) برای تشکیل دوترون (${}^2\text{H}$)، به همراه آفرینش همزمان یک پوزیترون (e^+) و یک نوترینو (ν)، آغاز می‌شود. پوزیترون خیلی سریع با یک الکترون آزاد (e^-) در خورشید مواجه می‌شود، و بدین ترتیب هر دو ذره نابود شده (بخش ۲۱-۶ را ببینید) و انرژی جرمی آنها به صورت دو فوتون گاما (γ) ظاهر می‌شود.

یک جفت از چنین رویدادهایی در بالاترین ردیف شکل ۴۳-۱۰ نشان داده شده است. این رویدادها در حقیقت بسیار نادرند. در واقع، از حدود 10^{26} برخورد پروتون-پروتون، فقط یک بار دوترون تشکیل می‌شود؛ در اغلب موارد، دو پروتون صرفاً به طور کشسان از یکدیگر وامی‌جهند. آهستگی این فرایند "در تنگنا" است که آهنگ تولید انرژی را تنظیم می‌کند و خورشید را از انفجار بازمی‌دارد. به رغم این آهستگی، آنقدر پروتونهای بی‌شماری در حجم بزرگ و چگالیده مغز خورشید وجود دارد که دوتریوم درست به همین روش با آهنگ 10^{12} kg/s تولید می‌شود.



شکل ۴۳-۱۰ سازوکار برخورد پروتون-پروتون که مسئول تولید انرژی در خورشید است. در این فرایند، پروتونها برای تشکیل یک ذره آلفا (${}^4\text{He}$) با آزادسازی انرژی خالص 26.7 MeV برای هر رویداد، به هم جوش می‌خورند.

وقتی یک دوترون تولید شود، آن دوترون به سرعت با پروتون دیگری برخورد می‌کند و همانطور که ردیف میانی شکل ۴۳-۱۰ نشان می‌دهد، یک هسته ${}^3\text{He}$ تشکیل می‌شود. دو تا از چنین هسته‌های ${}^3\text{He}$ ممکن است سرانجام (در طی 10^5 y)، که زمان بسیار زیادی است) همدیگر را بیابند و یک ذره آلفا (${}^4\text{He}$) و دو پروتون، همانطور که پایتترین ردیف شکل نشان می‌دهد، تشکیل دهند.

به طور کلی، از شکل ۴۳-۱۰ درمی‌یابیم که چرخه p-p معادل با ترکیبی از چهار پروتون و دو الکترون برای تشکیل یک ذره آلفا، دو نوترینو، و شش فوتون پرتو گاما است. یعنی،

و q_2 آنها هر دو برابر با e است. از این رو می‌توانیم پایستگی انرژی $E_i = E_f$ را چنین بنویسیم

$$2K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2R}$$

که به ازای مقدارهای معلوم، چنین به دست می‌دهد

$$K = \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 R} = \frac{(1/60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(1/6\pi)(1/185 \times 10^{-12} \text{ F/m})(1 \times 10^{-10} \text{ m})}$$

$$= 5/75 \times 10^{-12} \text{ J} = 360 \text{ eV} \approx 400 \text{ eV} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) در چه دمایی یک پروتون در یک گاز پروتونی دارای انرژی جنبشی متوسط محاسبه شده در قسمت (الف)، و در نتیجه دارای انرژی یکسانی با بلندی سد کولنی است؟

نکته کلیدی اگر با گاز پروتونی مانند یک گاز آرمانی رفتار کنیم، نگاه از معادله ۱۵-۲۴، انرژی متوسط پروتونها برابر با

$$K_{\text{avg}} = \frac{3}{2} kT$$

محاسبه‌ها: با حل این معادله برای T و استفاده از نتیجه قسمت (الف) خواهیم داشت

$$T = \frac{2K_{\text{avg}}}{3k} = \frac{(2)(5/75 \times 10^{-12} \text{ J})}{(3)(1/38 \times 10^{-23} \text{ J/K})} \approx 3 \times 10^9 \text{ K} \quad (\text{پاسخ})$$

دمای مغز خورشید فقط حدود $1/5 \times 10^7 \text{ K}$ است؛ بنابراین، گداخت در مغز خورشید باید شامل پروتونهایی باشد که انرژیهای آنها بسیار بالاتر از انرژی میانگین است.

۴۳-۷ گداخت گرما-هسته‌ای در خورشید و ستارگان دیگر

خورشید با آهنگ $3/9 \times 10^{26} \text{ W}$ تابش می‌کند و این کار میلیاردها سال است که انجام می‌گیرد. همه این انرژی از کجا می‌آید؟ سوختن شیمیایی پاسخ مناسبی نیست؛ اگر خورشید از زغال سنگ و اکسیژن با نسبتهای مناسبی برای سوختن ساخته شده بود، فقط حدود 1000 y دوام می‌آورد. احتمال دیگر آن است که خورشید تحت تأثیر عمل نیروهای گرانشی خود، به آرامی منقبض می‌شود. در این صورت با تبدیل انرژی پتانسیل گرانشی به انرژی گرمایی، خورشید ممکن بود دمای خود را حفظ کند و به تابیدن ادامه دهد. ولی، محاسبه نشان می‌دهد که این سازوکار نیز مردود است؛ چرا که بر اساس این سازوکار، عمر خورشید با عاملی دست کم برابر با 500 ، بسیار کوتاه می‌شود. پس فقط گداخت گرما-هسته‌ای باقی می‌ماند. خورشید، همانطور که خواهیم دید، نه زغال‌سنگ بلکه

$${}^4\text{H} + {}^{2e^-} \rightarrow {}^4\text{He} + 2\nu + 6\gamma \quad (10-43)$$

حال فرض کنید دو الکترون به هر طرف معادله ۱۰-۴۳ اضافه کنیم، خواهیم داشت

$$({}^4\text{H} + {}^{2e^-}) \rightarrow ({}^4\text{He} + {}^{2e^-}) + 2\nu + 6\gamma \quad (11-43)$$

در نتیجه کمیت‌های داخل دو پرانتز، /تمهای (نه هسته‌های) هیدروژن و هلیوم هستند. این به ما امکان می‌دهد تا آزادسازی انرژی در واکنش کلی معادله ۱۰-۴۳ (و معادله ۱۱-۴۳) را به صورت زیر محاسبه کنیم

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta mc^2 \\ &= -[4/002603\text{u} - (4)(1/007825\text{u})][931/5\text{MeV/u}] \\ &= 26/7\text{MeV} \end{aligned}$$

که در آن $4/002603\text{u}$ جرم اتم هلیوم و $1/007825\text{u}$ جرم اتم هیدروژن است. نوترینوها جرم کوچک قابل اغماضی دارند، و فوتونهای پرتو گاما بدون جرم‌اند؛ بنابراین، آنها در محاسبه انرژی فروپاشی وارد نمی‌شوند.

همین مقدار Q از جمع کردن مقدارهای Q در مرحله‌های جداگانه چرخه پروتون-پروتون شکل ۱۰-۴۳ به دست می‌آید (همانطور که باید هم باشد). بنابراین،

$$\begin{aligned} Q &= (2)(0/42\text{MeV}) + (2)(1/02\text{MeV}) + (2)(5/49\text{MeV}) \\ &\quad + 12/86\text{MeV} = 26/7\text{MeV} \end{aligned}$$

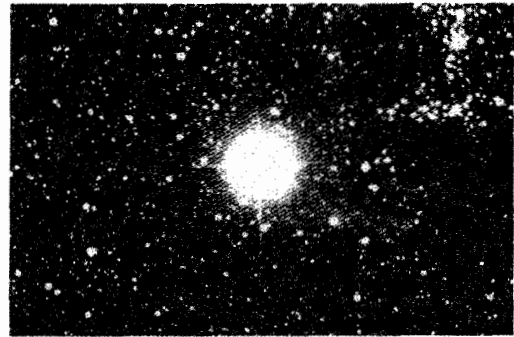
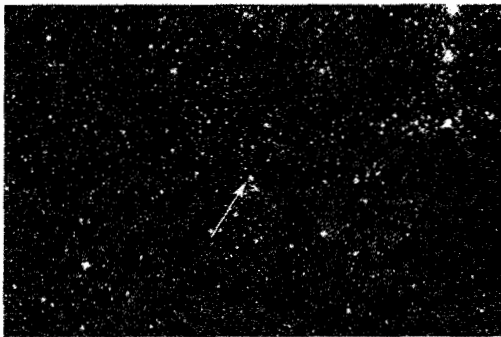
حدود $0/5\text{MeV}$ از این انرژی توسط دو نوترینویی که در معادله‌های ۱۰-۴۳ و ۱۱-۴۳ مشخص شده‌اند، به بیرون از خورشید منتقل می‌شوند؛ بقیه $(= 26/2\text{MeV})$ در مغز خورشید به صورت انرژی گرمایی بر جای می‌ماند. این انرژی گرمایی بتدریج به سطح خورشید منتقل می‌شود، و از آنجا به صورت موجهای الکترومغناطیسی از جمله نور مرئی، از خورشید تابیده می‌شود.

سوختن هیدروژن در مرکز خورشید، کیمیاگری در یک مقیاس بزرگ، به مفهوم تبدیل یک عنصر به عنصری دیگر

است. ولی، کیمیاگران قرون وسطی، به تبدیل سرب به طلا علاقه داشتند نه تبدیل هیدروژن به هلیوم. از این جهت، آنها در مسیر درستی بودند، با این تفاوت که کوره‌هایشان به حد کافی داغ نبود. به جای اینکه دمای کوره‌ها، مثلاً، 600K باشد، آنها باید دست کم تا 10^8K داغ می‌شدند.

سوختن هیدروژن در خورشید در طی حدود $5 \times 10^9\text{y}$ ادامه دارد و محاسبه نشان می‌دهد که هیدروژن کافی برای ادامه حیات خورشید در مدت زمانی تقریباً به همین مقدار در آینده، وجود دارد. ولی، در ۵ میلیارد سال، مغز خورشید که در آن زمان بیشتر هلیوم خواهد بود، شروع به خنک شدن خواهد کرد و خورشید بر اثر گرانی خود شروع به رمبش می‌کند. این عمل دمای مغز خورشید را بالا می‌برد و باعث می‌شود که رویه خارجی انبساط یافته و خورشید به آنچه که غول قرمز خوانده می‌شود، تبدیل شود.

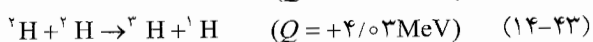
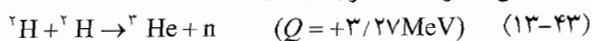
اگر دمای مغز دوباره تا حدود 10^8K افزایش یابد، انرژی می‌تواند دوباره از طریق گداخت تولید شود- این بار با سوختن هلیوم برای تشکیل کربن. وقتی ستاره‌ای بیشتر تحول یابد و مدام داغتر شود، عنصرهای دیگری می‌توانند توسط واکنشهای گداخت دیگر تشکیل شوند. با این حال، عنصرهای سنگینتر از آنهایی که نزدیک به قله منحنی انرژی بستگی شکل ۶-۴۲ هستند، نمی‌توانند از طریق فرایندهای گداخت بیشتر تولید شوند. تصور می‌شود عنصرها با عددهای جرمی فراتر از قله آن منحنی، از طریق گیراندازی نوترونی در حین انفجارهای ستاره‌ای عظیم که *آبرنواختر* نامیده می‌شوند (شکل ۱۱-۴۳)، تشکیل شده باشند. در چنین رویدادی، پوسته خارجی ستاره به سمت بیرون در فضا منفجر می‌شود، که در آنجا با محیط رقیقی که فضای میان ستاره‌ها را پر می‌کند آمیخته شده- و بخشی از آن می‌شود.



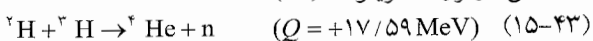
شکل ۱۱-۴۳ (الف) ستاره‌ای موسوم به *سندولیک*^۱ که در سال ۱۹۸۷/۱۳۶۶ پدیدار شد. (ب) سپس شروع به دریافت نور از *آبرنواختر* آن ستاره کردیم، که به آن نماد SN1987a تخصیص داده شده است؛ این انفجار، ۱۰۰ میلیون بار درخشانتر از خورشید ما بود و می‌توانست با چشم غیر مسلح دیده شود. این انفجار در فاصله ۱۵۵۰۰۰ سال نوری دور از ما رخ داده و بنابراین در واقع ۱۵۵۰۰۰ سال پیش روی داده است.

دستیابی به یک منبع انرژی حاصل از گداخت که مداوم و قابل کنترل باشد - یک راکتور گداخت به عنوان بخشی از، مثلاً، یک نیروگاه مولد برق - به طور قابل ملاحظه‌ای دشوارتر است. با این وجود، این هدف شدیداً در بسیاری از کشورهای سرتاسر جهان پی‌گیری می‌شود، زیرا افراد بسیاری به راکتور گداخت به عنوان منبع انرژی در آینده، دست کم برای تولید برق، چشم دوخته‌اند.

طرحواره $p-p$ نشان داده شده در شکل ۴۳-۱۰ برای راکتور گداخت مناسب نیست، زیرا به طرز ناامید کننده‌ای کند است. این فرایند فقط به دلیل چگالی فوق العاده زیاد پروتون‌ها در مرکز خورشید، به طور موفقیت آمیزی در خورشید رخ می‌دهد. جالب توجه‌ترین واکنشها برای استفاده زمینی می‌تواند به صورت دو واکنش دوترون-دوترون ($d-d$)



و واکنش دوترون-تری‌تون ($d-t$)



باشد. دوتریوم، چشمه دوترون‌ها برای این واکنشها، دارای فراوانی ایزوتوپی فقط ۱ بخش در ۶۷۰۰ است، ولی در مقدارهای نامحدود به صورت بخشی از آب دریا قابل دسترسی است. آنهایی که طرفدار کسب انرژی از هسته هستند توضیح می‌دهند که انتخاب نهایی ما برای انرژی - پس از آنکه همه سوخته‌های فسیلی سوزانده شدند - یا "صخره‌های سوزان" (شکافت اورانیوم استخراج شده از سنگهای معدن) یا "آب سوزان" (گداخت دوتریوم استخراج شده از آب) است.

برای یک راکتور گرما هسته‌ای موفق سه شرط باید برقرار باشد.

۱. چگالی ذره‌ای بالای n چگالی ذره‌ای ذره‌های برهم‌کنش کننده (مثلاً تعداد دوترون‌ها بر یکای حجم) باید به حد کافی بزرگ باشد تا تضمین کند که آهنگ برخورد $d-d$ به حد کافی بالاست. در دماهای بالای مورد نیاز، دوتریوم کاملاً یونیده می‌شود و بدین ترتیب پلاسمایی (گاز یونیده‌ای) که از لحاظ الکتریکی خنثاست از دوترون‌ها و الکترون‌ها تشکیل می‌شود.

۲. پلاسمای دما بالای T پلاسمای باید داغ باشد. در غیر این صورت دوترون‌های برخورد کننده انرژی کافی برای رخنه در سد کولنی، که می‌خواهد آنها را دور از هم نگه دارد، نخواهند داشت. دمای یون پلاسمایی 35 keV که معادل با $4 \times 10^8\text{ K}$ است، در آزمایشگاه به دست آمده است. این دما ۳۰ برابر بزرگتر از دمای مرکز خورشید است.

۳. زمان محصور کردن τ طولانی. یک مسئله اصلی، نگهداری پلاسمای داغ به مدت طولانی در چگالی و دمای به حد کافی بالاست تا گداخت سوخت تضمین شود. روشن است که هیچ ظرف جامدی نمی‌تواند در برابر دماهای بالای مورد نیاز برای گداخت تاب بیاورد، ولی روشهای نگهداری هوشمندانه‌ای پیشنهاد شده است؛ دو تا از این روشها را به اختصار توضیح می‌دهیم.

فراوانی عنصرهای سنگینتر از هیدروژن و هلیوم روی زمین نشان دهنده آن است که منظومه شمسی ما از مواد بین ستاره‌ای که بقایای چنین انفجارهایی هستند، چگالیده شده است. بنابراین، همه عنصرهای اطراف ما - که شامل عنصرهای بدن خود ما نیز می‌شود - در درون ستاره‌هایی ساخته شده‌اند که اینک وجود ندارند. به قول دانشمندی: «در حقیقت، ما فرزند ستاره‌ها هستیم».

مسئله نمونه ۴۳-۵

با چه آهنگ dm/dt هیدروژن در مغز خورشید از طریق چرخه $p-p$ شکل ۴۳-۱۰ مصرف می‌شود؟

نکته کلیدی آهنگ dE/dt که با آن انرژی توسط مصرف هیدروژن (پروتون) در درون خورشید تولید می‌شود با آهنگ P که با آن انرژی توسط خورشید تابش می‌شود، برابر است

$$P = \frac{dE}{dt}$$

محاسبه ما: برای آنکه آهنگ مصرف جرم dm/dt را در این معادله وارد کنیم، آن را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dm} \frac{dm}{dt} \approx \frac{\Delta E}{\Delta m} \frac{dm}{dt} \quad (43-12)$$

که در آن ΔE انرژی تولید شده به هنگامی است که پروتون‌ها به جرم Δm مصرف شده‌اند. از بحث خود در این فصل می‌دانیم که هرگاه چهار پروتون مصرف شوند، $\Delta E = 4(1/2 \times 10^{-12}\text{ J}) = 2 \times 10^{-12}\text{ J}$ انرژی گرمایی تولید می‌شود. یعنی، $\Delta E = 4(1/2 \times 10^{-12}\text{ J}) = 2 \times 10^{-12}\text{ J}$ برای مصرف جرم $\Delta m = 4(1/6 \times 10^{-27}\text{ kg})$. با قراردادن این مقادیر در معادله ۴۳-۱۲ و استفاده از توان P خورشید داده شده در پیوست پ، داریم

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\Delta m}{\Delta E} P = \frac{4(1/6 \times 10^{-27}\text{ kg})}{4(1/2 \times 10^{-12}\text{ J})} (3.9 \times 10^{26}\text{ W}) = 6/2 \times 10^{11}\text{ kg/s} \quad (\text{پاسخ})$$

بنابراین، مقدار عظیمی از هیدروژن در هر ثانیه توسط خورشید مصرف می‌شود. با این حال، لازم نیست خیلی راجع به از دست رفتن هیدروژن از خورشید نگران باشید، زیرا جرم $2 \times 10^{30}\text{ kg}$ آن، سوختن آن را حالا حالاها ادامه خواهد داد.

۴۳-۸ گداخت گرما هسته‌ای کنترل شده

نخستین واکنش گرما هسته‌ای روی زمین در *اینیوکت آتول*^۱ در نوامبر سال ۱۹۵۲/۱۳۳۱ رخ داد، هنگامی که کشور آمریکا یک وسیله گداخت را منفجر کرد، که این به آزاد سازی انرژی معادل با ۱۰ میلیون تن TNT انجامید. دماها و چگالیهای بالای لازم برای آغاز چنین واکنشی با استفاده از یک بمب شکافتی به عنوان ماشه فراهم شده بود.

1. Eniwetok Atoll

*. هسته ایزوتوپ هیدروژن ${}^3\text{H}$ (تری‌توم)، تری‌تون نامیده می‌شود. این هسته، نوکلیدی پرتوزا با نیم - عمر 12.3 y است.

۲۰۰۴/۱۳۸۳، اشتعال نه در توکاماها و نه در سایر وسیله‌های محصور کردن مغناطیسی حاصل نشده است.

محصور کردن لختی

دومین روش، موسوم به محصور کردن لختی، مستلزم "یورش" همه‌جانبه به یک گلوله سوخت جامد با باریکه‌های لیزری پر شدت است که به بخار شدن بخشی از ماده سطح گلوله می‌انجامد. این ماده جوشان موجب یک موج شوکی متحرک رو به داخل می‌شود که مغز گلوله را متراکم می‌کند و بدین ترتیب هم چگالی ذره‌ای و هم دمای آن را افزایش می‌دهد. این فرایند از آنرو محصور کردن لختی نامیده می‌شود که (الف) سوخت در گلوله محصور شده است و (ب) ذره‌ها به دلیل لختی خود (جرم خود) در حین بازه بسیار کوتاه یورش، از گلوله گرم شده نمی‌گریزند.



شکل ۴۳-۱۳ کره‌های کوچک روی سکه، گلوله‌های سوخت دوتریم-تریتیوم هستند که برای استفاده در اتاقک گداخت لیزری طراحی شده‌اند.

گداخت لیزری، با استفاده از روش محصور کردن لختی، در بسیاری از آزمایشگاه‌های آمریکا و سایر نقاط جهان بررسی شده است. برای مثال، در آزمایشگاه لاورنس لیورمور^۳ گلوله‌های سوخت دوتریوم-تریتیوم، هر یک کوچکتر از یک دانه شن (شکل ۴۳-۱۳) با ۱۰ تپ لیزری پر قدرت همگام شده، که به طور متقارنی به دور گلوله قرار گرفته‌اند، مورد یورش قرار می‌گیرند. تپهای لیزری طوری طراحی شده‌اند که در کل، حدود ۲۰۰ kJ انرژی را در زمانی کمتر از یک نانو ثانیه به هر گلوله سوخت وارد می‌کنند. این توان داده شده در حین تپ، حدود 2×10^{12} W است که تقریباً ۱۰۰ برابر ظرفیت نیروگاههای الکتریکی نصب شده (و در حال کار) جهان است!

در راکتور گرما هسته‌ای در حال کار از نوع لیزر-گداخت، گلوله‌های سوخت با آهنگی شاید برابر ۱۰ تا ۱۰۰ بر ثانیه- مانند بمبهای هیدروژنی کوچکی- منفجر می‌شوند. امکان‌پذیر بودن گداخت لیزری به عنوان مبنایی برای راکتور قدرت گرما-هسته‌ای تا سال ۲۰۰۴/۱۳۸۳ نشان داده نشده است، ولی پژوهش در این موضوع با گامهای بلندی ادامه دارد.

می‌توان نشان داد که برای عمل موفقیت آمیز یک راکتور گرما-هسته‌ای که از واکنش d-t استفاده می‌کند، لازم است داشته باشیم

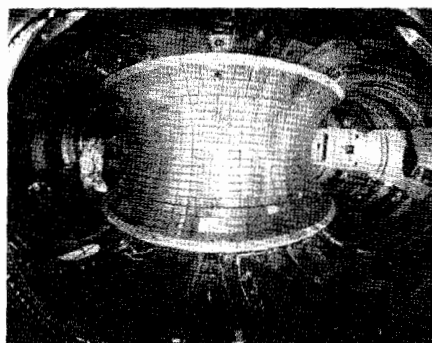
$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3 \quad (43-16)$$

این شرط، که به نام معیار لاوسون^۱ نامیده می‌شود، بیان می‌دارد که ما این انتخاب را داریم که یا تعداد زیادی ذره را در زمانی کوتاه یا تعداد کمی ذره را در زمانی طولانی محصور کنیم. علاوه بر تحقق این معیار، هنوز لازم است که دمای پلاسما به حد کافی بالا باشد.

هم اکنون دو روش برای تولید انرژی هسته‌ای کنترل شده تحت مطالعه است. اگرچه هنوز هیچ یک از این روشها موفق نبوده‌اند، با این حال هر دو روش به دلیل وعده‌هایشان و به دلیل اهمیت بالقوه گداخت کنترل شده برای حل مسائل انرژی جهان، پی‌گیری می‌شوند.

محصور کردن مغناطیسی

یک راه برای گداخت کنترل شده نگهداری ماده گداختی در میدان مغناطیسی بسیار قوی است، که محصور کردن مغناطیسی نامیده می‌شود. در یکی از این روشها برای محبوس کردن پلاسمای داغ در اتاقک دونات شکل تخلیه شده‌ای به نام توکامک^۲ از میدان مغناطیسی استفاده می‌شود (نام توکامک مخففی است شامل بخشهایی از سه کلمه روسی). نیروهای مغناطیسی وارد بر ذره‌های باردار که پلاسمای داغ را تشکیل می‌دهند، پلاسما را از تماس با دیواره‌های اتاقک باز می‌دارند. شکل ۴۳-۱۲ چنین وسیله‌ای را در آزمایشگاه فیزیک پلاسمای دانشگاه پرینستون نشان می‌دهد.



شکل ۴۳-۱۲ راکتور آزمایشی گداخت توکامک واقع در دانشگاه پرینستون.

پلاسما با اعمال جریانی به داخل آن و توسط بمباران آن با باریکه‌ای از ذره‌های شتابدار خارجی گرم می‌شود. نخستین هدف این روش، دستیابی به وضعیت رودرو شدن است و آن هنگامی رخ می‌دهد که معیار لاوسون، محقق یا از آن فزونی گرفته باشد. هدف نهایی، اشتعال است که وابسته به واکنش گرما هسته‌ای خودنگه‌دار و تولید خالص انرژی است. تا سال

1. Lawson's criterion
2. tokamak

$$\tau > \frac{10^{20} \text{ s/m}^3}{4/8 \times 10^{31} \text{ m}^{-3}} \approx 10^{-12} \text{ s} \quad (\text{پاسخ})$$

(دمای پلاسما نیز باید به میزان مناسبی بالا باشد.)

بازنگری و خلاصه درس

انرژی هسته‌ای فرایندهای هسته‌ای تقریباً یک میلیون بار، بر یکای جرم، مؤثرتر از فرایندهای شیمیایی در تبدیل جرم به سایر شکلهای انرژی هستند.

شکافت هسته‌ای معادله ۴۳-۱ یک شکافت ^{235}U را نشان می‌دهد که بر اثر بمباران ^{235}U با نوترونهای گرمایی ایجاد شده است. معادله‌های ۴۳-۲ و ۴۳-۳ زنجیره‌های واپاشی بتای پاره‌های شکافت اولیه را نشان می‌دهند. انرژی آزاد شده در چنین رویداد شکافتی برابر با $Q \approx 200 \text{ MeV}$ است.

شکافت می‌تواند بر مبنای مدل جمعی فهمیده شود، که در آن هسته به یک قطره مایع باردار که حامل انرژی برانگیختگی معینی است، ربط داده می‌شود. اگر قرار باشد شکافت رخ دهد، از یک سد پتانسیل باید تونل زده شود. شکافت پذیری به رابطه میان بلندی سد E_b و انرژی برانگیختگی E_n بستگی دارد.

نوترونهای آزاد شده در حین شکافت، واکنش زنجیره‌ای را ممکن می‌سازند. شکل ۴۳-۴ توازن نوترونی را برای چرخه یک راکتور نوعی نشان می‌دهد. شکل ۴۳-۵، طرح یک نیروگاه هسته‌ای کامل را نمایش می‌دهد.

گذاخت هسته‌ای آزادسازی انرژی از طریق گداخت دو هسته سبک، توسط سد کولنی متقابل آن دو ذره بازداشته می‌شود. گداخت تنها در صورتی می‌تواند در توده ماده رخ دهد که دما برای آنکه تونل زنی محسوس در سد رخ دهد به حد کافی بالا باشد (یعنی، در صورتی که انرژی ذره به حد کافی زیاد باشد).

انرژی خورشید عمدتاً از سوختن گرما-هسته‌ای هیدروژن برای تشکیل هلیوم از طریق چرخه پروتون-پروتون حاصل می‌شود، که طرح آن در شکل ۴۳-۱۰ کشیده شده است. هرگاه منبع سوخت هیدروژنی یک ستاره به مصرف رسیده باشد، عنصرهای تا $A \approx 56$ (قله منحنی انرژی بستگی) می‌توانند توسط فرایندهای گداخت دیگری ایجاد شوند.

گداخت کنترل شده گداخت گرما هسته‌ای کنترل شده برای تولید انرژی تا کنون به دست نیامده است. واکنشهای d-d و d-t امیدوارکننده‌ترین سازوکارها هستند. یک راکتور گداخت موفق باید با معیار لاوسون

$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3 \quad (43-16)$$

سازگار، و دارای دمای پلاسمای به حد کافی بالای T باشد. در توکاماک، پلاسما توسط یک میدان مغناطیسی محصور شده است. در گداخت لیزری، از محصور کردن لختی استفاده می‌شود.

فرض کنید یک گلوله سوخت در وسیله گداخت لیزری شامل تعداد یکسانی از اتمهای دوتریوم و تریتیوم (و نه ماده‌ای دیگر) باشد. چگالی $d = 200 \text{ kg/m}^3$ گلوله بر اثر عمل تپهای لیزر با عامل 10^3 افزایش می‌یابد.

(الف) گلوله در حالت فشرده خود شامل چه تعداد ذره بر یکای حجم (هم دوترون و هم تریتون) است؟ جرم مولی M_d اتمهای دوتریوم برابر با $2/0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ و جرم مولی M_t اتمهای تریتیوم برابر با $3/0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ است.

نکته کلیدی برای سامانه‌ای که شامل فقط یک نوع ذره است، چگالی (جرمی) آن سامانه را می‌توانیم بر حسب جرمهای ذره‌ای و چگالی عددی بنویسیم:

$$\left(\begin{matrix} \text{جرم ذره} \\ \text{kg} \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \text{چگالی عددی} \\ \text{m}^{-3} \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \text{چگالی} \\ \text{kg/m}^3 \end{matrix} \right) \quad (43-17)$$

فرض کنیم n تعداد کل ذره‌ها بر یکای حجم در گلوله فشرده باشد. آنگاه، تعداد اتمهای دوتریوم بر یکای حجم برابر با $n/2$ ، و تعداد اتمهای تریتیوم بر یکای حجم نیز برابر با $n/2$ است. **محاسبه‌ها:** معادله ۴۳-۱۷ را می‌توانیم با نوشتن چگالی d^* گلوله فشرده به صورت مجموع چگالیهای مجزا، به سامانه شامل دو ذره تعمیم دهیم:

$$d^* = \frac{n}{2} m_d + \frac{n}{2} m_t \quad (43-18)$$

که در آن m_d و m_t به ترتیب جرم اتمهای دوتریوم و تریتیوم است. این جرمها را می‌توانیم با رابطه‌های زیر با جرمهای مولی داده شده جایگزین کنیم

$$m_d = \frac{M_d}{N_A}, \quad m_t = \frac{M_t}{N_A}$$

که در آن N_A عدد آووگادرو است. پس از این جایگزینی‌ها و قراردادن $d = 1000$ به جای چگالی d^* گلوله فشرده، معادله ۴۳-۱۸ را برای n حل می‌کنیم. به دست می‌آوریم

$$n = \frac{2000 d N_A}{M_d + M_t}$$

و از آنجا داریم

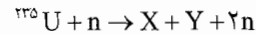
$$n = \frac{(2000)(200 \text{ kg/m}^3)(6/02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{2/0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol} + 3/0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 4/8 \times 10^{31} \text{ m}^{-3} \quad (\text{پاسخ})$$

(ب) بنابر معیار لاوسون، اگر عمل رودررو شدن رخ دهد، این گلوله چه مدت باید این چگالی ذره‌ای را نگهدارد؟

نکته کلیدی اگر عمل رودررو شدن رخ دهد، چگالی فشردگی باید برای دوره زمانی τ که با معادله ۴۳-۱۶ داده می‌شود ($n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3$) حفظ شود. **محاسبه:** اکنون می‌توان نوشت:

پرسشها

۱. برای واکنش شکافت



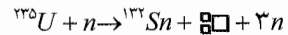
گزینه‌های زیر برای X (یا Y) را به گونه‌ای مرتب کنید که محتملترین در ابتدا باشد: ^{140}I ، ^{149}Nd ، ^{128}In ، ^{115}Pd ، ^{105}Mo .
(راهنمایی: شکل ۴۳-۱ را ببینید.)

۲. برای ساخت عنصرهای بسیار بزرگ در جدول تناوبی که اخیراً کشف شده است، پژوهشگران هسته‌ای با اندازه متوسطی را به سمت هسته بزرگی پرتاب کردند. گاهی هسته پرتابه با هسته هدف جوش می‌خورند و تشکیل هسته بسیار بزرگی را می‌دهند. در این همجوشی آیا جرم محصول از مجموع جرمهای هسته پرتاب و هدف بیشتر است یا کمتر؟

۳. اگر هسته‌ای با از دست دادن انرژی به دو هسته کوچکتر تقسیم شود، آیا میانگین انرژی بستگی بر نوکلئون افزایش می‌یابد یا کاهش؟

۴. اگر فرایند همجوشی به جذب انرژی احتیاج داشته باشد، آیا میانگین انرژی بستگی بر نوکلئون افزایش می‌یابد یا کاهش؟

۵. در یک فرایند همجوشی داریم



چه عددی در (الف) مربع بالایی (شاخص بالا) و (ب) مربع پایینی (مقدار Z) قرار می‌گیرد؟

۶- آیا پاره‌های شکافت اولیه تشکیل شده بر اثر شکافت، دارای پروتونهای بیشتری نسبت به نوترون‌ها هستند، دارای نوترونهای بیشتری نسبت به پروتون‌ها هستند، یا تقریباً مقدار یکسانی از هر یک دارند؟

۷- فرض کنید که هسته ^{238}U نوترونی را "می‌بلعد" و سپس نه از طریق شکافت بلکه از طریق واپاشی بتا، یک الکترون و یک نوترینو گسیل می‌دارد. پس از این واپاشی، کدام نوکلید باقی می‌ماند: ^{239}Pu ، ^{238}Np ، ^{239}Np ، یا ^{238}Pa ؟

۸- محتملترین عضو هر جفت را طوری برگزینید که یکی از پاره‌های شکافت اولیه‌ای باشد که توسط رویداد شکافت تشکیل می‌شود: (الف) ^{93}Sr یا ^{93}Ru ، (ب) ^{140}Gd یا ^{140}I ، (پ) ^{155}Nd یا ^{155}Lu . (راهنمایی: شکل ۴۲-۴ و جدول تناوبی را ببینید.)

۹- یک راکتور هسته‌ای با توان معینی، با ضریب تکثیر k که روی واحد تنظیم شده است، کار می‌کند. اگر میله‌های کنترل برای کاهش توان خروجی راکتور تا ۲۵٪ مقدار پیشین آن مورد استفاده قرار گیرند، آیا اکنون ضریب تکثیر کمی کوچکتر از واحد، به میزان قابل توجهی کوچکتر از واحد، یا هنوز برابر واحد است؟

۱۰- کدامیک از این عنصرها توسط فرایندهای گداخت گرما-هسته‌ای در ناحیه‌های داخلی ستاره "پخته" نمی‌شوند: کربن، سیلیسیم، کروم، برم؟

مسئله‌ها

● مسئله‌های آموزشی قابل دسترسی (در نسخه مدرس).

SSM: پاسخ قابل دسترسی در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

●●● تعداد نقطه‌ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندۀ فیزیک و در [flyingcircusofphysics.com](http://www.flyingcircusofphysics.com) قابل دسترسی است.

بخش ۴۳-۳ مدلی برای شکافت هسته‌ای

۱۰- انرژی فروپاشی Q را برای شکافت ^{52}Cr به دو پاره شکافت مساوی محاسبه کنید. جرمهایی که به آنها نیاز دارید عبارت‌اند از ^{52}Cr ۵۱/۹۴۰۵۱ u و ^{25}Mg ۲۵/۹۸۲۵۹ u. (۱۰)

۲۰- ویژگیهای شکافتی ایزوتوپ ^{239}Pu پلوتونیوم بسیار شبیه به این ویژگیها در ^{235}U است. انرژی متوسط آزاد شده در هر شکافت برابر با ۱۸۰ MeV است. اگر تمام اتمهای موجود در ۱/۰۰ kg از ^{239}Pu خالص شکافته شوند، چقدر انرژی، برحسب MeV، آزاد می‌شود؟

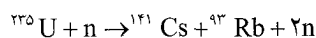
۳۰- هسته‌های ^{235}U با چه آهنگی باید توسط بمباران نوترونی شکافته شوند تا انرژی با آهنگ ۱/۰ W تولید شود؟ فرض کنید که $Q = 200 \text{ MeV}$.

۴۰- (الف)-(ت) جدول زیر را که مربوط به واکنش شکافت کلی $^{235}\text{U} + n \rightarrow X + Y$ است، کامل کنید.

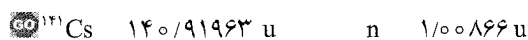
b	Y	X
۱	(الف)	^{140}Xe
۲	(ب)	^{139}I
۲	^{100}Zr	(پ)
(ت)	^{91}Rb	^{141}Cs

۵۰- (الف) چه تعداد اتم در ۱/۰ kg از ^{235}U خالص وجود دارد؟ (ب) چه مقدار انرژی، بر حسب ژول، بر اثر شکافت کامل ۱/۰ kg از ^{235}U آزاد می‌شود؟ (پ) این انرژی تا چه مدت یک لامپ ۱۰۰ W را روشن نگه می‌دارد؟

۶- انرژی آزاد شده در واکنش شکافت زیر را محاسبه کنید



جرمهای اتمی و ذره‌ای مورد نیاز عبارت‌اند از



۷- ایزوتوپ ^{235}U از طریق گسیل آلفا با نیم-عمر

$$T_{1/2} = 7.0 \times 10^8 \text{ y}$$

بر اثر شکافت خود به خودی واپاشی می‌کند. این ایزوتوپ همچنین (به‌ندرت)

رخ نداده باشد، نیم عمر ناشی از صرفاً شکافت خود به خودی

برابر با $3.0 \times 10^{17} \text{ y}$ است. (الف) شکافت خود به خودی با چه

آهنگی در 1.0 g از ^{235}U رخ می‌دهد؟ (ب) چه تعداد رویداد

واپاشی آلفای ^{235}U به ازای هر رویداد شکافت خود به خودی

وجود دارد؟

۸- نوکلید ^{238}Np به 4.2 MeV انرژی برای شکافت نیاز دارد.

برای کندن یک نوترون از این نوکلید به انرژی بیشتر

5.0 MeV نیاز است. آیا ^{237}Np با نوترونهای گرمایی قابل

شکافت است؟

۹- نوترون گرمایی (تقریباً با انرژی جنبشی صفر) به وسیله

هسته ^{238}U جذب می‌شود. چقدر انرژی از انرژی جرم به

نوسانهای ایجاد شده هسته منتقل می‌شود؟ در اینجا برخی از

جرمهای اتمی و جرم نوترون آمده است.



۱۰- (الف) انرژی فروپاشی Q را برای شکافت ^{98}Mo به دو

بخش مساوی محاسبه کنید. جرمهایی که به آنها نیاز دارید

عبارت‌اند از 97.90541 u برای ^{98}Mo و 48.95002 u برای

^{49}Sc . (ب) اگر Q مثبت به دست آید، توضیح دهید که چرا این

فرایند به طور خود به خودی رخ نمی‌دهد.

۱۱- در طول جنگ سرد، نخست وزیر شوروی، امریکا را با بمب

^{239}Pu تهدید کرد. (هر یک معادل انفجار 2.0 مگاتون TNT

است که 1 مگاتون از TNT، $2.6 \times 10^7 \text{ MeV}$ آزاد می‌کند.) اگر

پلوتونیوم شکافته شده واقعی دارای 8.0% جرم کل پلوتونیوم

در چنین سلاحی باشد، جرم کل چقدر بوده است؟

۱۲- هسته ^{236}U شکافته شده و به دو پاره با جرم متوسط

^{140}Xe ، ^{96}Sr تقسیم می‌شود. (الف) مساحت سطح محصولهای

شکافت با چه درصدی از مساحت سطح هسته ^{236}U اولیه

متفاوت است؟ (ب) حجم با چه درصدی تغییر می‌کند؟ (پ)

انرژی پتانسیل الکتریکی با چه درصدی تغییر می‌کند؟ انرژی

پتانسیل الکتریکی یک کره باردار یکنواخت به شعاع r و بار Q

با رابطه زیر داده می‌شود

$$U = \frac{3}{5} \left(\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$$

۱۳- در یک رویداد شکافت خاص که در آن ^{235}U توسط

نوترونهای کند شکافته می‌شود، هیچ نوترونی گسیل نشده است

و یکی از پاره‌های شکافت اولیه ^{83}Ge است. (الف) پاره

شکافت دیگر چیست؟ انرژی فروپاشی برابر با $Q = 170 \text{ MeV}$

است. چه مقدار از این انرژی به (پ) پاره ^{83}Ge و (ت) پاره

دیگر می‌رود؟ درست پس از شکافت، تندی (ت) پاره ^{83}Ge و

(ث) پاره دیگر چقدر است؟ WWW SSM

۱۴- در یک بمب اتمی، انرژی بر اثر شکافت کنترل نشده

^{239}Pu (یا ^{235}U) آزاد می‌شود. مرتبه بمب برابر با بزرگی انرژی

آزاد شده است که بر حسب جرم TNT مورد نیاز برای تولید

همین مقدار انرژی، مشخص می‌شود. یک مگاتن TNT، انرژی

برابر با $2.6 \times 10^{28} \text{ MeV}$ را آزاد می‌کند. (الف) مرتبه یک بمب

اتمی را که حاوی 950 kg از ^{239}Pu است، و در واقع 2.5 kg

آن شکافته می‌شود، بر حسب تن TNT محاسبه کنید (مسئله ۴

را ببینید.) (ب) چرا 920 kg دیگر ^{239}Pu ، با اینکه شکافته

نمی‌شوند، لازم است؟

۱۵- یک بمب اتمی 66 کیلو تن با ^{235}U خالص سوخت‌دهی

می‌شود (شکل ۴۳-۱۴)، که در واقع 4.0% آن شکافته می‌شود.

(الف) جرم اورانیوم موجود در بمب چقدر است؟ (66 کیلو تن

نیست- این، مقدار انرژی آزاد شده است که بر حسب جرم

TNT مورد نیاز برای تولید همان مقدار انرژی، مشخص شده

است.) (ب) چه تعداد پاره‌های شکافت اولیه تولید شده‌اند؟

(پ) چه تعداد نوترون شکافتی تولید شده در محیط آزاد

می‌شود؟ (به طور متوسط، هر

شکافت، 2.5 نوترون تولید می‌کند.)

SSM

شکل ۴۳-۱۴ مسئله ۱۵. یک "قرص

" ^{235}U که آماده ذوب مجدد و ساختن

کلاهک برای یک موشک است.

۱۶- شکافت ^{238}U توسط نوترونهای سریع را در نظر

بگیرید. در یک رویداد شکافت، هیچ نوترونی گسیل نشده است

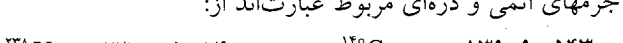
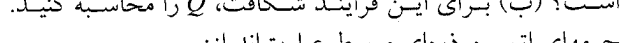
و محصولهای نهایی پایدار، پس از واپاشی بتای پاره‌های

شکافت اولیه، ^{140}Ce و ^{90}Ru هستند. (الف) تعداد کل

رویدادهای واپاشی بتا در این دو زنجیره واپاشی بتا چقدر

است؟ (ب) برای این فرایند شکافت، Q را محاسبه کنید.

جرمهای اتمی و ذره‌ای مربوط عبارت‌اند از:



۱۷- فرض کنید درست پس از شکافت ^{236}U بنا بر معادله



۱-۴۳، هسته‌های ^{140}Xe و ^{94}Sr حاصل، درست در سطحهای

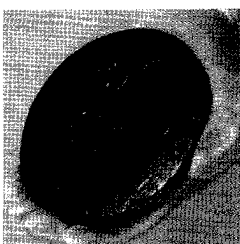
خود در تماس‌اند. (الف) با فرض اینکه هسته‌ها کرووی‌اند،

انرژی پتانسیل الکتریکی وابسته به دافعه میان دو پاره شکافت را

محاسبه کنید. (راهنمایی: از معادله ۴۲-۳ برای محاسبه شعاع

پاره‌ها استفاده کنید.) (ب) این انرژی را با انرژی آزاد شده در

یک رویداد شکافت نوعی مقایسه کنید.



بخش ۴۳-۴ راکتور هسته‌ای

دهید که کسر انرژی جنبشی از دست رفته نوترون با رابطه زیر داده می‌شود

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{4m_0m}{(m+m_0)^2}$$

$\Delta K/K$ را برای هر یک از موارد زیر به عنوان اتم ساکن پیدا کنید: (ب) هیدروژن، (پ) دوتریوم، (ت) کربن و (ث) سرب. (ج) اگر در ابتدا $K=1/00\text{MeV}$ و اتمهای ساکن مورد برخورد دوتریوم، یک کندساز متداول، باشد آنگاه چه تعداد از چنین برخوردهایی باید صورت پذیرد تا انرژی جنبشی نوترون به مقدار گرمایی ($0/025\text{eV}$) کاهش یابد؟ (در کندسازهای واقعی، بیشتر برخوردها رودرو نیست.) SSM

۲۴۰۰- زمان یک نسل نوترون t_{gen} (مسئله ۱۸ را ببینید) در یک راکتور خاص برابر با $1/0\text{ms}$ است. اگر این راکتور با توان 500MW کار کند، حدوداً در هر لحظه چه تعداد نوترون آزاد در راکتور وجود دارد؟

۲۵۰۰- زمان یک نسل نوترون (مسئله ۲۱ را ببینید) یک راکتور خاص برابر با $1/3\text{ms}$ است. این راکتور، انرژی را با آهنگ 120000MW تولید می‌کند. برای انجام بررسیهای فنی معین، توان به طور موقت تا 350000MW کاسته می‌شود. اگر بخواهیم که این گذار به توان کاهش یافته، $2/60000\text{s}$ طول بکشد، ضریب تکثیر باید در چه مقدار (ثابت) تنظیم شود تا گذار در زمان موردنظر انجام شود؟ WWW SSM

بخش ۴۳-۵ یک راکتور هسته‌ای طبیعی

۲۶۰- چه مدت پیش نسبت $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ در معادن اورانیوم طبیعی برابر $0/15$ بوده است؟

۲۷۰- تخمین زده می‌شود که راکتور شکافت طبیعی که در بخش ۴۳-۵ معرفی شد، ۱۵ گیگاوات- سال انرژی را در طی نیم- عمر خود تولید کرده است. (الف) اگر این راکتور برای 200000y دوام آورده باشد، با چه توان متوسطی عمل کرده است؟ (ب) در حین نیم- عمر خود چند کیلوگرم ^{235}U مصرف کرده است؟

۲۸۰۰- معلوم شده است که برخی از نمونه‌های اورانیوم حاصل از محل راکتور طبیعی معرفی شده در بخش ۴۳-۵، به جای آنکه از ^{235}U تهی شده باشند، قدری از این ایزوتوپ غنی شده‌اند. این غنی شدن را بر اساس نوترون جذب شده توسط ایزوتوپ فراوان ^{238}U و واپاشیهای بعدی بتا و آلفای محصولات آن توجیه کنید.

۲۹۰۰- امروزه سنگ معدن اورانیوم استخراج شده حاوی فقط $0/072\%$ از ایزوتوپ شکافت پذیر ^{235}U است، که برای تولید سوخت راکتوری مناسب شکافت با نوترونهای گرمایی بسیار ناچیز است. به همین دلیل، سنگ معدن استخراج شده باید با ^{235}U غنی شود. هم $(T_{1/2}=7/0 \times 10^8\text{y})$ و هم $(T_{1/2}=4/5 \times 10^9\text{y})$ پرتوزا هستند. چه مدت پیش، سنگ معدن اورانیوم طبیعی، یک سوخت راکتور عملی با نسبت $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ برابر $3/0$ بوده است؟ SSM

۱۸۰- یک راکتور شکافت 200MW که نیمی از سوخت خود را در $3/00\text{y}$ مصرف می‌کند، در ابتدا حاوی چقدر ^{235}U بوده است؟ فرض کنید که همه انرژی تولید شده ناشی از شکافت ^{235}U است و این نوکلید فقط توسط فرایند شکافت مصرف شده است.

۱۹۰۰- وقتی تابش حاصل از یک نوکلید پرتوزا در ماده جذب می‌شود، انرژی گرمایی تولید شده می‌تواند به عنوان مبنای یک منبع انرژی کوچک برای استفاده در ماهواره‌ها، ایستگاههای هواشناسی دوردست، و سایر مکانهای منزوی باشد. چنین نوکلیدهای پرتوزایی به وفور در راکتورهای هسته‌ای تشکیل می‌شوند و آنها را می‌توان به طریق شیمیایی از سوخت مصرف شده جدا کرد. یک نوکلید پرتوزای مناسب ^{238}Pu ($T_{1/2}=87/7\text{y}$) است، که گسیلنده آلفا با $Q=5/50\text{MeV}$ است. انرژی گرمایی تولید شده در $1/00\text{kg}$ از این ماده با چه آهنگی تولید می‌شود؟ (مسئله ۱۹ را ببینید.) ^{90}Sr ($T_{1/2}=29\text{y}$) یکی از چندین محصولات شکافت است که می‌توان آن را به طور شیمیایی از سوخت مصرف شده یک راکتور طبیعی به دست آورد. این ایزوتوپ در راکتورهای بزرگ نوعی با آهنگی حدود 18kg/s تولید می‌شود. این ایزوتوپ با واپاشی پرتوزای خود، انرژی گرمایی را با آهنگ $0/93\text{W/g}$ تولید می‌کند. (الف) انرژی فروپاشی مؤثر Q_{eff} وابسته به واپاشی هسته ^{90}Sr را محاسبه کنید (این انرژی شامل سهمهایی از واپاشی محصولات دختر ^{90}Sr در زنجیره واپاشی آن است، ولی نوترونها که به طور کامل از نمونه خارج می‌شوند، سهمی ندارند.) (ب) می‌خواهیم یک منبع انرژی مولد 150W (برق) را برای استفاده در راهاندازی ابزار الکترونیکی در بخش دیدبانی آکوستیکی یک زیر دریایی، بنا کنیم. اگر منبع انرژی مبتنی بر انرژی گرمایی تولید شده توسط ^{90}Sr باشد و اگر بازدهی فرایند تبدیل انرژی گرمایی - انرژی الکتریکی $0/5\%$ باشد، به چقدر ^{90}Sr نیاز است؟

۲۱۰۰- زمان یک نسل نوترون t_{gen} در یک راکتور، زمان متوسط مورد نیاز برای آن است که یک نوترون سریع گسیل شده در رویداد شکافت، توسط کندساز تا انرژی گرمایی کند شده و سپس رویداد شکافت دیگری آغاز شود. فرض کنید که توان خروجی راکتور در زمان $t=0$ برابر با P_0 باشد. نشان دهید توان خروجی در زمان بعدی t برابر $P(t)$ است که $P(t)=P_0k^{t/t_{\text{gen}}}$ و ضریب تکثیر است. برای توان خروجی ثابت، $k=1$.

۲۲۰۰- راکتوری با توان 400MW با زمان نسل نوترون (مسئله ۲۱ را ببینید) $30/0\text{ms}$ کار می‌کند. اگر توان در مدت $5/00\text{min}$ با ضریب تکثیر $1/0003$ افزایش یابد، توان خروجی در پایان $5/00\text{min}$ چقدر است؟

۲۳۰۰- (الف) نوترونی به جرم m_n و انرژی جنبشی K با یک اتم ساکن به جرم m برخورد کشسان رودرو می‌کند. نشان

بخش ۴۳-۶ گداخت گرما- هسته‌ای: فرایند اصلی

۳۰۰- ثابت کنید که گداخت $1/10 \text{ kg}$ دوتریوم با واکنش



می‌تواند یک لامپ 100 W را برای $3 \times 10^4 \text{ y}$ روشن نگهدارد.

۳۱۰۰- بلندی سد کولنی را برای برخورد رودروی دو دوترون محاسبه کنید. شعاع مؤثر دوترون را $2/1 \text{ fm}$ در نظر بگیرید. SSM

۳۲۰۰- در شکل ۴۳-۹، معادله $n(K)$ ، چگالی عددی بر یکای انرژی ذره‌ها، چنین است

$$n(K) = 1/13 n \frac{K^{1/2}}{(kT)^{3/2}} e^{-K/kT}$$

که در آن n چگالی عددی کل ذره است. در مرکز خورشید، دما برابر با $1/50 \times 10^7 \text{ K}$ و انرژی پروتونی متوسط K_{avg} برابر با $5/00 \text{ KeV}$ است. نسبت چگالی عددی پروتونی در $5/00 \text{ KeV}$ به چگالی عددی در انرژی پروتونی متوسط چقدر است؟


۳۳۰۰- بلندی سد کولنی را برای دو هسته ^7Li که به سوی یکدیگر با انرژی جنبشی یکسان شلیک شده‌اند، محاسبه کنید. (راهنمایی: از معادله ۴۲-۳ برای محاسبه شعاع هسته‌ها استفاده کنید.)

۳۴۰۰- برای غلبه بر سد کولنی جهت گداخت، روشهایی غیر از گرم کردن ماده گداخت پذیر پیشنهاد شده است. برای مثال، اگر از دو شتابدهنده ذره برای شتاب دادن دو باریکه دوترون به طور مستقیم به سوی یکدیگر استفاده کنیم به گونه‌ای که به طور رودرو به هم برخورد کنند، (الف) هر شتابدهنده برای آنکه دوترونهای برخورد کننده بر سد کولنی غلبه کنند به چه ولتاژی نیاز دارد؟ (ب) فکر می‌کنید چرا این روش در حال حاضر مورد استفاده قرار نمی‌گیرد؟

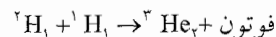
بخش ۴۳-۷ گداخت گرما- هسته‌ای در خورشید و ستارگان دیگر

۳۵۰- خورشید دارای جرم $2/0 \times 10^{30} \text{ kg}$ است و انرژی را با آهنگ $3/9 \times 10^{26} \text{ W}$ تابش می‌کند. (الف) خورشید با چه آهنگی جرم خود را به سایر شکلهای انرژی تبدیل می‌کند؟ (ب) چه کسری از جرم اولیه خورشید، از زمانی که شروع به سوزاندن هیدروژن در حدود $4/5 \times 10^9 \text{ y}$ پیش کرده، از این طریق تلف شده است؟

۳۶۰- دیده‌ایم که Q برای چرخه کامل گداخت پروتون-پروتون برابر با $26/7 \text{ MeV}$ است. چگونه می‌توانید این عدد را به مقدارهای Q واکنشهایی که این چرخه را، به ترتیبی که در شکل ۴۳-۱۰ نشان داده شده است، ایجاد می‌کنند ربط دهید؟

۳۷۰- نشان دهید انرژی آزاد شده هنگامی که سه ذره آلفا برای تشکیل ^{12}C همجوشی کنند برابر با $7/27 \text{ MeV}$ است. جرم اتمی ^4He برابر با $4/0026 \text{ u}$ و جرم اتمی ^{12}C برابر با $12/0000 \text{ u}$ است. 

۳۸۰- برای این فرایند همجوشی، Q چقدر است؟

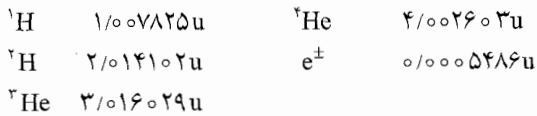


در اینجا برخی از جرمهای اتمی داده شده است.



۳۹۰- فرض کنید پروتونها در یک گلوله داغ پروتونها هر یک دارای انرژی جنبشی برابر kT هستند که k ثابت بولتزمن و T دمای مطلق هستند. اگر $T = 1 \times 10^7 \text{ K}$ باشد، کمترین جدایی بین دو پروتون (به طور تقریب) چقدر می‌تواند باشد؟

۴۰۰۰- سه مقدار Q گزارش شده برای واکنشهای داده شده در شکل ۴۳-۱۰ را ثابت کنید. جرمهای اتمی و ذره‌ای مورد نیاز عبارت‌اند از



(راهنمایی: جرمهای هسته‌ای و اتمی را به دقت تمیز دهید، و پوزیترونها را به طور کامل در نظر بگیرید.)

۴۱۰۰- (الف) آهنگی که با آن خورشید، نوترینوها را تولید می‌کند محاسبه کنید. فرض کنید این تولید انرژی کاملاً از طریق چرخه گداخت پروتون-پروتون صورت می‌پذیرد. (ب) نوترینوهای خورشیدی با چه آهنگی به سطح کره زمین می‌رسند؟

۴۲۰۰- انرژی آزاد شده توسط (الف) گداخت $1/10 \text{ kg}$ هیدروژن را در اعماق خورشید و (ب) شکافت $1/10 \text{ kg}$ از ^{235}U در یک راکتور شکافت، محاسبه و با هم مقایسه کنید.

۴۳۰۰- زغال سنگ مطابق واکنش $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$ می‌سوزد. گرمای احتراقی برابر با $3/3 \times 10^7 \text{ J/kg}$ از کربن اتمی مصرف شده است. (الف) آن را بر حسب انرژی بر اتم کربن بیان کنید. (ب) آن را بر حسب انرژی بر کیلوگرم واکنش دهنده‌های اولیه، کربن و اکسیژن، بیان کنید. (پ) فرض کنید که خورشید (به جرم $2/0 \times 10^{30} \text{ kg}$) از کربن و اکسیژن با نسبتهای قابل احتراق ساخته شده است و به تابش انرژی با آهنگ حال حاضر خود، یعنی $3/9 \times 10^{26} \text{ W}$ ، ادامه می‌دهد. خورشید چقدر دوام می‌آورد؟ WWW SSM

۴۴۰۰- در ستاره‌های معینی چرخه کربنی مؤثرتر از چرخه پروتون-پروتون در تولید انرژی است. این چرخه کربنی عبارت است از



(الف) نشان دهید این چرخه از لحاظ اثرهای کلی دقیقاً معادل با چرخه پروتون-پروتون در شکل ۴۳-۱۰ ب است. (ب) ثابت کنید که این دو چرخه، همانطور که انتظار می‌رود، دارای مقدار Q یکسانی هستند.

۴۵۰۰- ستاره‌ای همه هیدروژن خود را به هلیوم تبدیل می‌کند و بدین ترتیب به ترکیب 100% هلیوم می‌رسد. سپس این هلیوم را از طریق فرایند سه گانه- آلفای زیر به کربن تبدیل می‌کند

۵۱- در مرکز خورشید، چگالی برابر با $1/5 \times 10^5 \text{ kg/m}^3$ است و ترکیب آن از لحاظ جرمی، ۳۵٪ هیدروژن و ۶۵٪ هلیوم است. (الف) چگالی پروتونها در آنجا چقدر است؟ (ب) نسبت این چگالی به چگالی ذره‌ها در یک گاز آرمانی در شرایط متعارفی دما ($^{\circ}\text{C}$) و فشار ($1/01 \times 10^5 \text{ Pa}$) چیست؟

۵۲- مقدار Q مؤثر برای چرخه پروتون-پروتون شکل ۴۳-۱۰ برابر با $26/2 \text{ MeV}$ است. (الف) این انرژی را به صورت انرژی بر کیلوگرم هیدروژن مصرف شده بیان کنید. (ب) توان خورشید برابر با $3/9 \times 10^{26} \text{ W}$ است. اگر انرژی خورشید از چرخه پروتون-پروتون به دست آید، با چه آهنگی هیدروژن را از دست می‌دهد؟ (پ) با چه آهنگی جرم خود را از دست می‌دهد؟ (ت) دلیل اختلاف نتایج (ب) و (پ) را بیان کنید. (ث) جرم خورشید برابر با $2/0 \times 10^{30} \text{ kg}$ است. اگر خورشید جرم خود را با آهنگ ثابت محاسبه شده در قسمت (پ) از دست بدهد، چقدر طول می‌کشد که ۰/۱٪ از جرم خود را از دست دهد؟

۵۳- ترس زیادی وجود دارد که فناوری راکتور قدرت هسته‌ای احتمال جنگ هسته‌ای را افزایش دهد، زیرا راکتورها می‌توانند نه فقط برای تولید انرژی الکتریکی به کار روند، بلکه همچنین می‌توانند از طریق گیراندازی نوترونی با ^{238}U کم‌ارزش، محصول فرعی ^{239}Pu را بسازند، که "سوختی" برای بمبهای هسته‌ای است. چه دنباله ساده‌ای از واکنشها، شامل گیراندازی نوترونی و واپاشی بتا، این ایزوتوپ پلوتونیوم را به دست می‌دهد؟

۵۴- عبارتهای توزیع تندی ماکسول برای مولکولهای گاز در فصل ۱۵ داده شده است. (الف) نشان دهید که محتملترین انرژی با رابطه زیر داده می‌شود

$$K_p = \frac{1}{2} kT$$

این نتیجه را با منحنی توزیع انرژی شکل ۴۳-۹، که برای آن $T = 1/5 \times 10^7 \text{ K}$ است، تحقیق کنید. (ب) نشان دهید که محتملترین تندی با رابطه زیر داده می‌شود

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

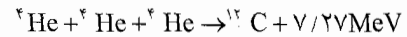
مقدار آن را برای پروتونها در دمای $T = 1/5 \times 10^7 \text{ K}$ به دست آورید. (پ) نشان دهید که انرژی مربوط به محتملترین تندی (که همان محتملترین انرژی نیست) برابر است با

$$K_{v,p} = kT$$

این کمیت را روی شکل ۴۳-۹ مشخص کنید.

۵۵- ثابت کنید، همانطور که در بخش ۴۳-۲ بیان شد، نوترونهای در حال تعادل با ماده در دمای اتاق، 300 K ، دارای انرژی جنبشی متوسطی در حدود $0/04 \text{ eV}$ هستند.

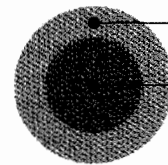
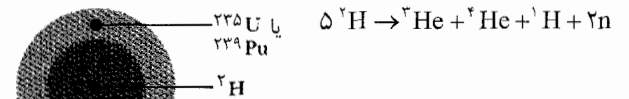
۵۶- ثابت کنید، همانطور که در جدول ۴۳-۱ آمده است، شکافت ^{235}U در $1/0 \text{ kg}$ از UO_2 (که طوری غنی شده است که ۳/۰٪ از کل اورانیوم آن ^{235}U است) می‌تواند یک لامپ 100 W را به مدت 690 y روشن نگهدارد.



جرم این ستاره $4/6 \times 10^{32} \text{ kg}$ است و انرژی را با آهنگ $5/3 \times 10^{30} \text{ W}$ تولید می‌کند. چقدر طول می‌کشد که همه هلیوم با این آهنگ به کربن تبدیل شود؟

۴۶۰۰- فرض کنید جرم مغز خورشید یک هشتم جرم خورشید است و درون کره‌ای که شعاع آن یک-چهارم شعاع خورشیدی است فشرده شده باشد. همچنین فرض کنید که ۳۵٪ از ترکیب جرم مغز، هیدروژن است و اساساً همه انرژی خورشیدی در آنجا تولید می‌شود. اگر خورشید به سوزاندن هیدروژن با آهنگ محاسبه شده در مسئله نمونه ۴۳-۵ ادامه دهد، چقدر طول می‌کشد تا هیدروژن به طور کامل مصرف شود؟ جرم خورشید برابر با $2/0 \times 10^{30} \text{ kg}$ است.

۴۷۰۰- شکل ۴۳-۱۵ طرح پیشنهادی اولیه برای بمب هیدروژنی را نشان می‌دهد. سوخت گداخت، دوتریوم ^2H است. دما و چگالی ذره‌ای بالای مورد نیاز برای گداخت توسط یک ماشه بمب اتمی فراهم می‌شود که حاوی سوخت شکافتی ^{235}U یا ^{239}Pu است که برای ایجاد انفجار که منجر به موج شوکی روی دوتریوم می‌شود، آرایش یافته است. واکنش گداخت چنین است



شکل ۴۳-۱۵ مسئله ۴۷

(الف) مقدار Q را برای این واکنش شکافت محاسبه کنید. برای جرمهای اتمی مورد نیاز، مسئله ۴۰ را ببینید. (ب) مرتبه (مسئله ۱۴ را ببینید) بخش گداختی بمب را در صورتی محاسبه کنید که بمب شامل 500 kg دوتریوم باشد که از آن مقدار، ۳۰/۰٪ گداخت پیدا می‌کند.

بخش ۴۳-۸ گداخت گرما هسته‌ای کنترل شده

۴۸۰- مقدارهای Q گزارش شده در معادله‌های ۴۳-۱۳، ۴۳-۱۴ و ۴۳-۱۵ را تحقیق کنید. جرمهای مورد نیاز عبارتند از

$$^1\text{H} \quad 1/007825 \text{ u} \quad ^4\text{He} \quad 4/002603 \text{ u}$$

$$^2\text{H} \quad 2/014102 \text{ u} \quad n \quad 1/008664 \text{ u}$$

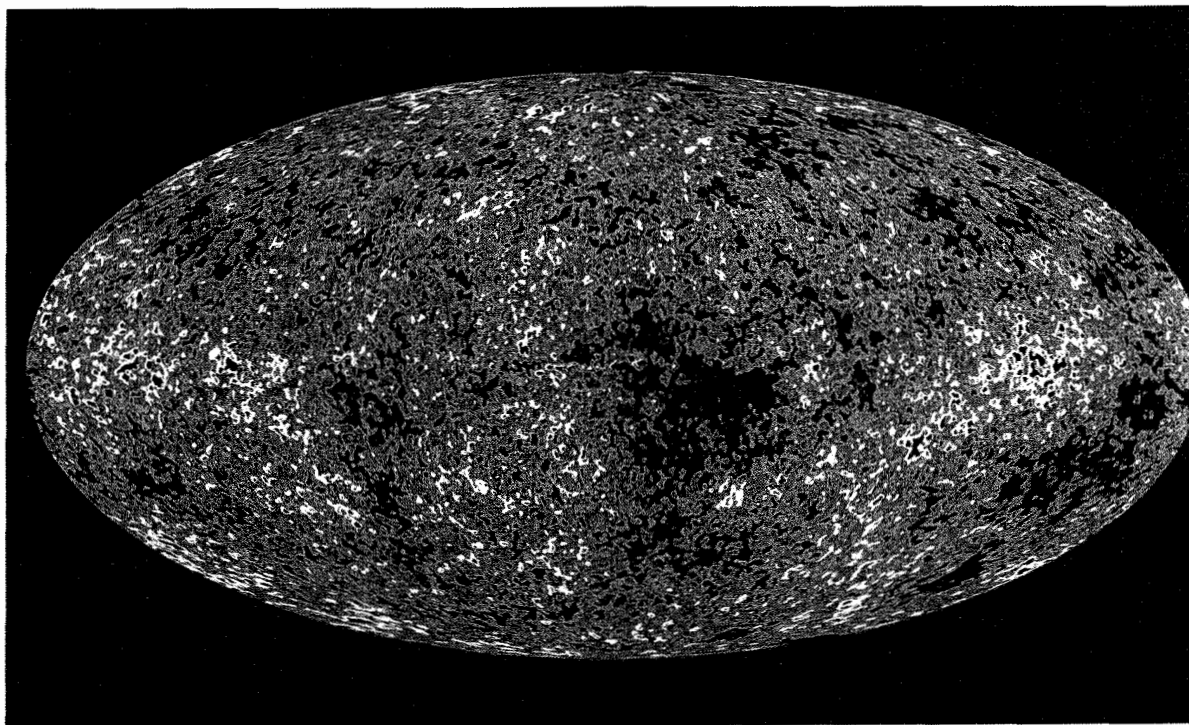
$$^3\text{H} \quad 3/016049 \text{ u}$$

۴۹۰۰- تقریباً ۰/۰۱۵٪ جرم آب معمولی را "آب سنگین" تشکیل می‌دهد که در آن یکی از دو هیدروژن در یک مولکول H_2O با دوتریوم، ^2H ، جایگزین شده است. اگر همه ^2H در یک لیتر آب را در ۱/۰۰ روز به طریقی "بسوزانیم" که در آن دوتریوم با واکنش $^2\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + n$ گداخت پیدا کند، چه مقدار توان گداخت متوسط می‌تواند به دست آید؟

مسئله‌های اضافی

۵۰- در واکنش گداخت دوترون-تریتون معادله ۴۳-۱۵، انرژی جنبشی (الف) ذره آلفا و (ب) نوترون چقدر است؟ از انرژیهای جنبشی نسبتاً کوچک دو ذره ترکیب شونده چشم‌پوشی کنید.

کوارکها، لپتونها، و مهبانگ



چگونه می‌تواند چنین
عکسی از عالم اولیه
برداشته شده باشد؟

پاسخ در همین فصل.

این تصویر علامت‌گذاری شده رنگی، در واقع عکسی از عالم به هنگامی است که فقط 379000γ عمر داشته است، یعنی تقریباً $10^9 \times 13/7$ پیش. این تصویر، آن چیزی است که اگر در آن هنگام به همه جهتها می‌نگریستید می‌توانستید مشاهده کنید (دید، در چنین تخم مرغی محدود شده است). لکه‌های نور ناشی از مجموعه‌ای از اتمهاست که در سرتاسر "آسمان" کشیده شده‌اند، ولی کهکشانها، ستارگان، و سیاره‌ها هنوز شکل نگرفته‌اند.

۴۴-۱ فیزیک چیست؟

فیزیکدانان اغلب برای متمایز ساختن نظریه‌های نسبیت و فیزیک کوانتومی از نظریه‌های مکانیک نیوتونی و الکترومغناطیس ماکسولی، که روی هم به عنوان "فیزیک کلاسیک" شناخته می‌شوند، به عنوان "فیزیک جدید" نام می‌برند. با گذشت سالها، به نظر می‌رسد که لفظ "جدید" برای نظریه‌هایی که مبنای آنها به سالهای آغازین قرن بیستم باز می‌گردد، کمتر و کمتر مناسب باشد. با این حال، این عنوان همچنان به کار برده می‌شود.

در این واپسین فصل، دو مسیر پژوهشی را که واقعاً "جدید" هستند ولی در عین حال دیرینه‌ترین ریشه‌ها را دارند، بررسی می‌کنیم. آنها روی دو پرسش به طور فریبنده‌ای ساده، متمرکزند:

عالم از چه چیزی ساخته شده است؟

چگونه عالم به شکلی که هست درآمده است؟

پیشرفت در پاسخگویی به این پرسشها در چند دهه اخیر سرعت گرفته است.

بسیاری از دیدگاههای جدید مبتنی بر آزمایشهایی هستند که با شتابدهنده‌های بزرگ ذره‌ها به انجام رسیده‌اند. ولی، با کوبیدن ذره‌ها به یکدیگر در انرژیهای بالاتر و بالاتر در شتابدهنده‌های بزرگتر و بزرگتر، فیزیکدانان به این باور رسیدند که هیچ شتابدهنده زمینی قابل تصویری نمی‌تواند ذره‌هایی را با انرژیهای به حد کافی بزرگ برای آزمودن نظریه‌های غایی فیزیک، تولید کند. تنها یک چشمه ذره‌ها با چنین انرژیهایی وجود داشته است، و آن خود عالم در چند میلی ثانیه آغاز پیدایش بود.

در این فصل با اصطلاحهای جدید بی‌شمار و سیلی واقعی از ذره‌ها با نامهایی مواجه می‌شوید که لزومی ندارد سعی کنید آنها را به خاطر بسپارید. اگر برای لحظه‌ای سردرگم شوید، شما در سردرگمی فیزیکدانانی شریک شده‌اید که با این پیشرفتهای زندگی کرده‌اند و در این مدت چیزی جز افزایش پیچیدگی ندیدند با این امید که اندکی از آنها را درک کنند. ولی اگر حیرت زده شده‌اید، شما در شور و هیجان فیزیکدانانی که اطلاعات حیرت‌آوری از شتابدهنده‌ها به دست آورده‌اند سهیم هستید، در عین اینکه نظریه‌ها یکی پس از دیگری ماندنی ترند و سرانجام به روشنی موانع را پشت سر خواهند گذاشت.

مهمترین پیام این کتاب این است که اگرچه آدمیان چیزهای فراوانی از فیزیک جهان آموخته‌اند، با این حال هنوز رازهای بزرگی بر جای مانده است.

۴۴-۲ ذره‌ها، ذره‌ها، ذره‌ها

در سالهای ۱۹۳۰/۱۳۱۵، فیزیکدانان زیادی وجود داشتند که می‌پنداشتند مسئله ساختار غایی ماده در مسیر خوبی برای حل شدن است. اتم را می‌توان فقط بر حسب سه ذره - الکترون،

پروتون، و نوترون - درک کرد. فیزیک کوانتومی برای ساختار اتم و واپاشی پرتوزای آلفا خیلی مفید واقع شد. نوترینو مفروض پنداشته می‌شد و اگرچه تا آن موقع مشاهده نشده بود، با این حال نریکو فرمی آن را در نظریه موفق واپاشی بتا وارد کرده بود. این امیدواری وجود داشت که نظریه کوانتومی برای پروتونها و نوترونها به کار برده شده بود، خیلی زود ساختار هسته را نیز توضیح دهد. دیگر چه چیزی در هسته وجود داشت؟

این رضامندی دیری نپایید. پایان آن دهه شاهد آغاز دوره‌ای از کشف ذره‌های جدید بود که تا به امروز نیز ادامه دارد. ذره‌های جدید نامها و نمادهایی از قبیل موئون (μ)، پیون (π)، کائون (K)، و سیگما (Σ) دارند. همه این ذره‌های جدید ناپایدارند؛ یعنی، آنها به طور خود به خودی، مطابق همان توابع زمانی که برای هسته‌های ناپایدار به کار می‌رود، به انواع دیگر ذره‌ها تبدیل می‌شوند. بنابراین، اگر N_0 ذره از هر نوع در یک نمونه در زمان $t=0$ وجود داشته باشد، تعداد N آن ذره‌ها که در زمان بعدی t وجود دارند با معادله ۴۲-۱۵ داده می‌شود

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (۴۲-۱)$$

آهنگ واپاشی R ، از یک مقدار اولیه R_0 ، با معادله ۴۲-۱۶ داده می‌شود

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad (۴۲-۲)$$

و نیم-عمر $T_{1/2}$ ، ثابت واپاشی λ ، و عمر میانگین τ با معادله ۴۲-۱۸ به هم مربوطاند

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2 \quad (۴۲-۳)$$

نیم عمرهای ذره‌های جدید در گستره از حدود 10^{-6} s تا 10^{23} s قرار دارند. در واقع، عمر برخی از ذره‌ها به حدی کوتاه است که نمی‌توان آنها را به طور مستقیم آشکارسازی کرد ولی می‌توان آنها را فقط با شواهد غیر مستقیمی مورد تأیید قرار داد.

این ذره‌های جدید معمولاً در برخوردهای رودرو میان پروتونها یا الکترونهایی ایجاد می‌شوند که در شتابدهنده‌هایی واقع در مکانهایی نظیر آزمایشگاه ملی بروکهاون^۱ (در لانگ آیلند، نیویورک)، آزمایشگاه فرمی^۲ (نزدیک شیکاگو)، سرن^۳ (نزدیک ژنو، سوئیس)، اسلک^۴ (در دانشگاه استنفورد واقع در کالیفرنیا)، و دی‌سی^۵ (نزدیک هامبورگ، آلمان)، با انرژیهای بالایی شتاب می‌گیرند. آنها با آشکارسازهای ذره‌ای کشف شده‌اند که تکامل زیادی یافته‌اند و فقط از نظر اندازه و پیچیدگی هموردی برای شتابدهنده‌های چند دهه پیش بوده‌اند.

1. Brookhaven

2. Fermilab

3. CERN

4. SLAC

5. DESY

در امتداد هر جهتی، مانند جهت z ، اندازه گرفته می‌شود) می‌تواند دارای این مقادارها باشد

$$S_z = \frac{1}{2} \hbar \quad (\text{اسپین بالا})$$

یا

$$S_z = -\frac{1}{2} \hbar \quad (\text{اسپین پایین})$$

به طور گمراه کننده‌ای، اصطلاح *اسپین* به دو روش به کار می‌رود: کاملاً به معنی اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی \vec{S} ، ولی اغلب به طور غیر دقیق به معنی عدد کوانتومی اسپینی s هم به کار رفته است. برای مثال، در حالت آخری گفته می‌شود ذره‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ -.

ذره‌های با عددهای کوانتومی اسپینی نیم - درست (مانند الکترون‌ها)، پس از آنکه فرمی، کسی که (به طور همزمان با پل دیراک) قانونهای آماری حاکم بر رفتار آنها را کشف کرد، فرمیون نامیده شده‌اند. پروتونها و نوترون‌ها، مانند الکترون‌ها، نیز دارای $s = \frac{1}{2}$ هستند و فرمیون‌اند.

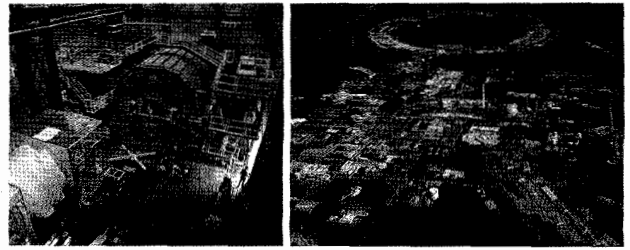
ذره‌هایی با عددهای کوانتومی اسپینی صفر یا درست، پس از آنکه فیزیکدان هندی *ساتیندرانات بوز*^۲، کسی که (به طور همزمان با آلبرت اینشتین) قانونهای آماری حاکم بر این ذره‌ها را کشف کرد، *بوزون* نامیده شده‌اند. فوتونها، که $s = 1$ دارند، بوزون‌اند؛ بزودی ذره‌های دیگری را در این دسته مشاهده خواهید کرد.

این ممکن است راهی کم اهمیت برای دسته‌بندی ذره‌ها به نظر برسد، ولی آن به دلیل زیر بسیار مهم است:

فرمیون‌ها از اصل طرد پاولی پیروی می‌کنند، که مبین آن است که فقط یک ذره می‌تواند به یک حالت کوانتومی معین اختصاص داده شود. بوزونها از این اصل پیروی نمی‌کنند. هر تعداد بوزون می‌تواند یک حالت کوانتومی معین را اشغال کند.

دیدیم که اصل طرد پاولی به هنگام "بناکردن" اتم‌ها با اختصاص دادن الکترون‌ها (اسپین $\frac{1}{2}$ -) به حالت‌های کوانتومی منفرد چقدر مهم است. به کارگیری این اصل به توصیف کامل ساختار و ویژگیهای اتم‌هایی از انواع مختلف و جامدهایی از قبیل فلزها و نیمرساناها می‌انجامد.

چون بوزونها از اصل پاولی پیروی نمی‌کنند؛ این ذره‌ها تمایل دارند در حالت کوانتومی پایتترین انرژی تجمع کنند. در سال ۱۹۹۵/۱۳۷۴، گروهی در بولدر^۳ کلرادو موفق به ایجاد چگالشی از حدود ۲۰۰ اتم ریبیدیوم-۸۷ که بوزون هستند شدند- در یک تک حالت کوانتومی با انرژی تقریباً برابر با صفر.



(الف)

(ب)

(الف) آشکارساز برخورد دهنده یون سنگین نسبیتی^۱ (RHIC) در آزمایشگاه ملی بروکهاون یک شگفتی مهندسی عظیم و پیچیده است که برای آشکار ساختن ذره‌ها در انرژیهای بالا طراحی شده است. (ب) با وجود چنین عظمتی، این آشکارساز هنوز کوچکتر از خود برخورد دهنده است، که روی دایره نشان داده شده در بالای شکل قرار دارد. برخورد دهنده، شتابدهنده‌ای دایره‌ای است که پیرامون آن ۳/۹ km است.

امروزه چند صد ذره شناخته شده وجود دارد. نامگذاری آنها از حروف الفبای یونانی گرفته شده است، و بیشتر آنها فقط با اعدادی که در گاهنامه‌های منتشر شده به آنها اختصاص داده می‌شود، شناخته شده‌اند. برای آنکه مفهومی برای این دسته ذره‌ها داشته باشیم، در پی معیار فیزیکی ساده‌ای هستیم که بر مبنای آن بتوانیم ذره‌ها را دسته‌بندی کنیم. نتیجه این کار به عنوان *مدل استاندارد* ذره‌ها شناخته شده است. اگرچه این مدل همواره توسط نظریه‌پردازان به چالش گرفته شده است، با این حال بهترین طرح برای درک همه ذره‌های شناخته شده تا به امروز است.

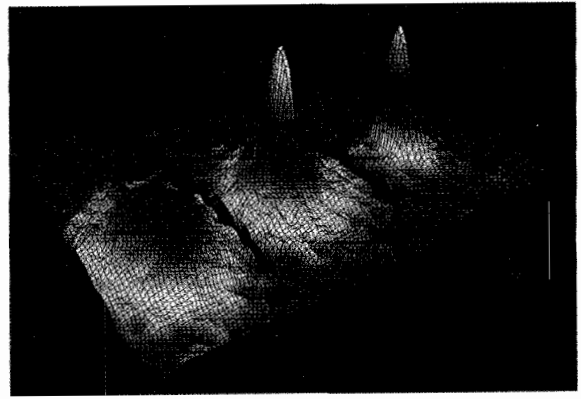
برای بررسی مدل استاندارد، سه دسته‌بندی ناقص زیر را میان ذره‌های شناخته شده در نظر می‌گیریم: فرمیون یا بوزون، هادرون یا لپتون، ذره یا پاد ذره؟ اکنون این دسته‌ها را یک به یک بررسی می‌کنیم.

فرمیون یا بوزون؟

همانطور که برای الکترون‌ها، پروتونها، و نوترون‌ها در بخش ۷-۳۲ توضیح دادیم، همه ذره‌ها دارای اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی موسوم به *اسپین* هستند. با تعمیم نمادگذاری آن بخش، می‌توانیم مؤلفه اسپین \vec{S} را در هر جهتی (فرض کنید آن مؤلفه در جهت محور z است) چنین بنویسیم

$$S_z = m_s \hbar \quad m_s = s, s-1, \dots, -s \quad (۴-۴۴)$$

که در آن \hbar برابر با $h/2\pi$ ، m_s عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی، و s عدد کوانتومی اسپینی است. این کمیت آخر می‌تواند یا مقدارهای نیم-درست مثبت $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots)$ یا مقدارهای درست نامنفی $(0, 1, 2, \dots)$ داشته باشد. برای مثال، الکترون دارای مقدار $s = \frac{1}{2}$ است. بنابراین، اسپین الکترون (که



(الف) (ب) (پ)

شکل ۴۴-۱ سه نمودار از توزیع تندی ذره‌ای در بخار اتمهای روئیدیوم-۸۷ دمای بخار به طور پیاپی از نمودار (الف) تا نمودار (پ) کاهش یافته است. نمودار (پ) قله تیزی را که به دور تندی صفر متمرکز شده است، نشان می‌دهد؛ این بدان معنی است که همه اتمها در حالت کوانتومی یکسانی واقع‌اند. دستیابی به چنین چگالش بوز-اینشتین که غالباً جام مقدس فیزیک اتمی نامیده می‌شود، سرانجام در سال ۱۹۹۵/۱۳۷۴ گزارش شد.

برای آنکه این امر رخ دهد، روئیدیوم باید به صورت بخار با دمای بسیار پایین و چگالی بسیار بالا باشد تا موجهای دوبروی اتمهای منفرد، بزرگتر از فاصله جدایی میانگین میان اتمها باشند. هرگاه این شرط برقرار باشد، توابع موج این اتمهای منفرد همپوشانی می‌کنند و کل اتمهای گرد آمده، یک تک دستگاه کوانتومی (یک اتم بزرگ) می‌شود که این چگالش بوز-اینشتین نام دارد. شکل ۴۴-۱ نشان می‌دهد که با کم شدن دمای بخار روئیدیوم به حدود $10^{-7} \times 10^{-7} K$ ، اتمها در واقع به یک تک حالت کاملاً مشخص که متناظر با تندی تقریباً برابر صفر است، "می‌رمبند".

هادرون یا لپتون

ذره‌ها را همچنین می‌توانیم بر مبنای چهار نیروی بنیادی که بر آنها اثر می‌کنند، دسته‌بندی کنیم. نیروی گرانشی بر همه ذره‌ها اثر می‌کند، ولی اثر آن در سطح ذره‌های زیر اتمی به قدری ضعیف است که نیازی به در نظر گرفتن این نیرو نداریم (دست کم در پژوهشهای امروزی نیازی نداریم). نیروی الکترومغناطیسی بر همه ذره‌های باردار شده الکتریکی اثر می‌کند؛ اثرهای آن به خوبی شناخته شده است؛ و می‌توانیم هرگاه که نیاز داشته باشیم آن را در نظر بگیریم؛ ما کلاً این نیرو را در این فصل نادیده می‌گیریم.

می‌ماند نیروی قوی، که نیرویی است که نوکلئونها را به یکدیگر پیوند می‌دهد، و نیروی ضعیف که در واپاشی بتا و فرایندهای مشابه دخالت دارد. نیروی ضعیف روی همه ذره‌ها و نیروی قوی روی برخی از ذره‌ها اثر می‌کند.

اینک می‌توانیم ذره‌ها را بر مبنای اینکه آیا نیروی قوی بر آنها اثر می‌کند یا نه، به طور نه‌چندان دقیقی دسته‌بندی کنیم. ذره‌هایی که نیروی قوی بر آنها اثر می‌کند، هادرون نامیده

می‌شوند. ذره‌هایی که نیروی قوی بر آنها اثر نمی‌کند و نیروی ضعیف نیروی غالب است لپتون نامیده می‌شوند. پروتونها، نوترونها، و پیونها هادرون و الکترونها و نوترینوها لپتون هستند. چون برخی از هادرونها، بوزون هستند (که آنها را مزون می‌نامیم)، می‌توانیم در میان هادرونها تمایز بیشتری ایجاد کنیم؛ پیون مثالی از این دسته است. سایر هادرونها، فرمیون هستند (که آنها را باریون می‌نامیم)؛ پروتون مثالی از این دسته است.

ذره یا پاد ذره؟

دیراک در سال ۱۹۲۸/۱۳۰۷ پیش‌بینی کرد که الکترون e^- باید دارای همتایی با بار مثبت، و با همان جرم و اسپین باشد. این همتا، پوزیترون e^+ است که در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ توسط کارل اندرسون^۱ در تابش کیهانی کشف شد. سپس فیزیکدانان بتدریج دریافتند که هر ذره‌ای دارای یک پاد ذره متناظر است. اعضای چنین جفت‌هایی دارای جرم و اسپین یکسانی هستند ولی بارهای الکتریکی (در صورتی که باردار باشند) و عددهای کوانتومی که هنوز آنها را معرفی نکرده‌ایم، با علامت مخالف دارند.

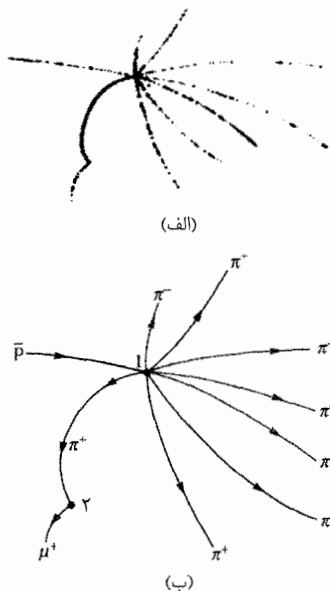
در ابتدا، از ذره برای اشاره به ذره‌های به خوبی شناخته شده‌ای از قبیل الکترونها، پروتونها، و نوترونها، و از پاد ذره برای اشاره به همتاهای بندرت کشف شده آنها، استفاده می‌شد. بعداً، برای ذره‌های کمتر شناخته شده، نامگذاری ذره و پاد ذره به گونه‌ای انجام گرفت که با قانونهای پایستگی معرفی شده در این فصل سازگار باشد. (گاهی به طور غیر روشن، هرگاه که تمایزی مورد نیاز نباشد، هم ذره‌ها و هم پاد ذره‌ها ذره نامیده می‌شوند. ما اغلب، و نه همیشه، یک پاد ذره را با قراردادن یک خط کوچک در بالای نماد مربوط به ذره نمایش می‌دهیم. بنابراین، p نماد پروتون، و \bar{p} (که خوانده می‌شود "پی بار") نماد پاد پروتون است.

هرگاه ذره‌ای با پاد ذره خود برخورد کند، آن دو ذره می‌توانند یکدیگر را نابود کنند. یعنی، ذره و پاد ذره ناپدید می‌شوند و انرژی ترکیبی آنها به شکلهای دیگری دوباره پدیدار می‌شود. برای نابودی یک الکترون توسط یک پوزیترون، این انرژی دوباره به صورت دو فوتون پرتو گاما پدیدار می‌شود

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma \quad (۴۴-۵)$$

اگر الکترون و پوزیترون به هنگام نابودی ساکن باشند، انرژی کل آنها برابر با انرژی جرمی کل آنهاست، و آن انرژی سپس به طور مساوی بین دو فوتون تقسیم می‌شود. برای حفظ پایستگی اندازه حرکت، و به دلیل اینکه فوتونها نمی‌توانند ساکن باشند، آنها در جهتهایی مخالف هم به حرکت درمی‌آیند.

هم‌اکنون تعداد زیادی از اتمهای پادهیدروژن (هر یک با یک پاد پروتون و پوزیترون به جای پروتون و یک الکترون در اتم هیدروژن) در CERN تولید شده و مورد مطالعه قرار گرفته است. مدل استاندارد پیش‌بینی می‌کند که یک گذار در اتم پاد



شکل ۴۴-۲ (الف) یک عکس اتاقک حباب از رشته‌ای از رویدادها که توسط پادپروتونی که از چپ وارد اتاقک شده منشأ گرفته است. **(ب)** برای روشنی شکل، ردها دوباره رسم و مشخص شده‌اند. نقطه‌ها در مکانهای ۱ و ۲، محل رویدادهای ثانویه خاصی هستند که در متن درس توضیح داده شده است. مسیرها از آنرو خمیده‌اند که در اتاقک، یک میدان مغناطیسی حضور دارد که به هر یک ذره‌های باردار متحرک نیروی منحرف کننده‌ای وارد می‌کند.

ابزار کلی ما برای تحلیل عکسهایی نظیر شکل ۴۴-۲ الف، عبارت‌اند از قانونهای پایستگی انرژی، اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای، و بار الکتریکی، در کنار قانونهای پایستگی دیگری که تا کنون معرفی نکرده‌ایم. شکل ۴۴-۲ الف، در واقع یکی از جفت عکسهای سه بعدی است، زیرا در عمل، این تحلیلها در سه بعد انجام می‌پذیرد.

رویداد شکل ۴۴-۲ الف توسط یک پاد پروتون (\bar{p}) پراثری راه انداخته شده، که در آزمایشگاه لاورنس برکلی تولید و از سمت چپ وارد اتاقک شده است. سه زیر- رویداد جداگانه وجود دارد؛ یکی در نقطه ۱ شکل ۴۴-۲ ب، دومی در نقطه ۲، و سومی در بیرون از چارچوب شکل رخ داده است. هر یک از این سه رویداد را بررسی می‌کنیم:

۱. نابودی پروتون- پاد پروتون. در نقطه ۱ شکل ۴۴-۲ ب، پاد پروتون وارد شده به شدت با یک پروتون در هیدروژن مایع اتاقک برخورد می‌کند، و نتیجه این عمل، نابودی متقابل است. می‌توانیم بگوییم که نابودی در حالی رخ می‌دهد که پادپروتون ورودی در حال حرکت بوده است، زیرا بیشتر ذره‌های تولید شده در برخورد رودرو، رو به سمت جلو حرکت می‌کنند - یعنی، به سمت راست شکل ۴۴-۲. بنا بر اصل پایستگی اندازه حرکت خطی، پادپروتون ورودی باید به هنگامی که نابود می‌شود، یک اندازه حرکت رو به جلو داشته باشد.

هیدروژن (مثلاً، میان نخستین حالت برانگیخته و حالت پایه) معادل با همان گذار در اتم هیدروژن است. بنابراین، هر اختلافی در این گذارها به روشنی نشاندهنده نادرست بودن مدل استاندارد است؛ تا کنون هیچ اختلافی مشاهده نشده است.

تجمعی از پاد ذره‌ها، از قبیل اتم پاد هیدروژن، اغلب برای تمیز آن از تجمعی از ذره‌های معمولی (ماده)، پاد ماده نامیده می‌شود. (هرگاه واژه "ماده" برای توصیف هر چیزی که جرم دارد به کار گرفته شود، این دو واژه می‌توانند به سادگی با هم اشتباه شوند.) می‌توانیم تصور کنیم که در آینده، دانشمندان و مهندسان ممکن است اشیایی از جنس پادماده بسازند. ولی، تا کنون هیچ شاهده‌ای بر این وجود ندارد که در طبیعت در یک مقیاس نجومی پادماده ساخته شده باشد، زیرا به نظر می‌رسد که ستارگان و کهکشانها عمدتاً از ماده ساخته شده‌اند نه پاد ماده. این مشاهده حیرت‌آوری است، زیرا بدین معنی است که در آغاز آفرینش عالم، ویژگی خاصی، شرایط را به سوی ماده و به دور از پاد ماده منحرف کرد. (برای مثال، الکترونها در همه جا گسترده‌اند ولی پوزیترونها چنین نیستند.) علت این جهتگیری هنوز به خوبی درک نشده است.

۴۴-۳ میان گفتار

پیش از آنکه به دسته‌بندی ذره‌ها پردازیم، برای لحظه‌ای آن را به کنار می‌گذاریم و سرشت برخی پژوهشهای هسته‌ای را با تحلیل یک رویداد برای یک ذره نوعی - نظیر رویدادی که در تصویر اتاقک حباب شکل ۴۴-۲ الف نشان داده شده است - بررسی می‌کنیم.

در این شکل ردها از حبابهایی تشکیل شده‌اند که در امتداد مسیر ذره‌های باردار الکتریکی به هنگام حرکت آنها در اتاقکی پر شده با هیدروژن مایع به وجود آمده‌اند. می‌توانیم ذره‌ای را که ردّ خاصی - در میان ردهای دیگر - از خود بر جای می‌گذارد، با اندازه‌گیری فاصله نسبی میان حبابها شناسایی کنیم. اتاقک در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد که ردهای ذره‌های باردار مثبت را به طور پادساعتگرد و ردهای ذره‌های باردار منفی را به طور ساعتگرد منحرف می‌کند. با اندازه‌گیری شعاع انحنای مسیر، می‌توانیم اندازه حرکت ذره‌ای که آن را به وجود آورده است، محاسبه کنیم. جدول ۴۴-۱ برخی از خواص ذره‌ها و پادذره‌هایی را نشان می‌دهد که در رویداد شکل ۴۴-۲ الف شرکت داشته‌اند، که شامل آنهایی که ردهایی را نساختند نیز می‌شود. مطابق معمول، جرم ذره‌های فهرست شده در جدول ۴۴-۱، و همه جدولهای دیگر این فصل، برحسب یکای MeV/c^2 بیان شده است. دلیل این امر آن است که انرژی سکون یک ذره اغلب بیشتر از جرم آن مورد نیاز است. بنابراین، جرم پروتون نشان داده شده در جدول ۴۴-۱ برابر با $938/3 \text{ MeV}/c^2$ است. برای یافتن انرژی سکون پروتون، این جرم را در c^2 ضرب می‌کنیم تا $938/3 \text{ MeV}$ به دست آید.

سکون نوترینو تقریباً برابر با ۰ است. بنابراین، انرژی $105/7 \text{ MeV} - 139/6 \text{ MeV}$ ، یا $33/9 \text{ MeV}$ ، موجود است که به صورت انرژی جنبشی میان پادموئون و نوترینو تقسیم می‌شود.

حال می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی نیز در فرایند معادله ۷-۴۴ پایسته است. این معادل آن است که تعیین کنیم آیا مؤلفه خالص S_z اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی در امتداد محور دلخواه z می‌تواند بر اثر این فرایند پایسته بماند یا خیر. عددهای کوانتومی اسپینی s ذره‌های درگیر در این فرایند عبارت‌اند از ۰ برای پيون π^+ و $\frac{1}{2}$ برای هم پاد موئون μ^+ و هم نوترینو ν . بنابراین، برای π^+ ، مؤلفه S_z باید برابر با \hbar و برای μ^+ و ν می‌تواند، یا $\frac{1}{2}\hbar$ یا $-\frac{1}{2}\hbar$ باشد.

مؤلفه خالص S_z در فرایند معادله ۷-۴۴ در صورتی پایسته است که راهی وجود داشته باشد که در آن $S_z (= \hbar)$ اولیه بتواند با S_z خالص نهایی برابر شود. درمی‌یابیم که اگر یکی از محصولات، μ^+ یا ν ، دارای $S_z = +\frac{1}{2}\hbar$ و دیگری دارای $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$ باشد، آنگاه مقدار خالص نهایی آنها برابر با \hbar می‌شود. بنابراین، چون S_z می‌تواند پایسته باشد، فرایند واپاشی معادله ۷-۴۴ می‌تواند رخ دهد.

همچنین از معادله ۷-۴۴ درمی‌یابیم که بار خالص در این فرایند پایسته است: پیش از این فرایند، عدد کوانتومی بار خالص برابر با +۱، و پس از آن، برابر با $+1+0=+1$ است.

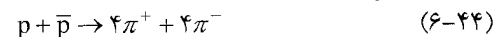
۳. واپاشی موئون. موئونها (چه μ^- و چه μ^+) نیز ناپایدارند و با عمر میانگین $2/2 \times 10^{-8} \text{ s}$ وامی‌باشند. اگرچه محصولات واپاشی در شکل ۲-۴۴ ب نشان داده نشده است، پادموئون ایجاد شده در واکنش معادله ۷-۴۴ به حال سکون درمی‌آید و بنا بر واکنش زیر، به طور خود به خود وامی‌پاشد



انرژی سکون پادموئون برابر با $105/7 \text{ MeV}$ و انرژی سکون پوزیترون فقط برابر با $0/511 \text{ MeV}$ است، و بدین ترتیب $105/2 \text{ MeV}$ انرژی باقی می‌ماند که به صورت انرژی جنبشی میان سه ذره ایجاد شده در فرایند واپاشی معادله ۸-۴۴ تقسیم می‌شود.

ممکن است تعجب کنید: چرا دو نوترینو در معادله ۸-۴۴ وجود دارند؟ چرا نه فقط یکی، مانند واپاشی پيون در معادله ۷-۴۴؟ یک پاسخ این است که عددهای کوانتومی اسپینی پادموئون، پوزیترون، و نوترینو هر یک برابر با $\frac{1}{2}$ است؛ فقط با یک نوترینو، مؤلفه خالص S_z اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی نمی‌تواند در واپاشی پادموئون معادله ۸-۴۴ پایسته بماند. در بخش ۴-۴۴، دلیل دیگری را ارائه خواهیم کرد.

انرژی کل درگیر در برخورد پادپروتون و پروتون برابر با مجموع انرژی جنبشی پادپروتون و دو انرژی سکون (یکسان) آن‌دو ذره است ($1876/6 \text{ MeV}$ یا $2 \times 938/3 \text{ MeV}$). این انرژی برای به وجود آوردن تعدادی ذره سبکتر و دادن انرژی جنبشی به آنها کافی است. در این حالت، نابودی، چهار پيون مثبت (مسیرهای پرننگ) و چهار پيون منفی (مسیرهای کمرنگ) ایجاد می‌کند. (برای سادگی، فرض می‌کنیم که هیچ فوتون پرتو گامایی، که به دلیل نداشتن بار الکتریکی ردی را از خود برجای نمی‌گذارد، ایجاد نشده است.) بنابراین نتیجه می‌گیریم که فرایند نابودی چنین است

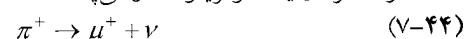


از جدول ۱-۴۴ درمی‌یابیم که پیوندهای مثبت (π^+) ذره و پیوندهای منفی (π^-) پادذره هستند. واکنش معادله ۹-۴۴ یک برهم‌کنش قوی است (نیروی قوی در آن وارد می‌شود) زیرا همه ذره‌های درگیر در آن، هادرون هستند.

حال می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا بار الکتریکی در این واکنش پایسته است یا خیر؟ برای این منظور، بار الکتریکی ذره را به صورت qe می‌نویسیم، که در آن q عدد کوانتومی بار است. حال تعیین اینکه آیا بار الکتریکی در این فرایند پایسته است معادل با تعیین آن است که آیا عدد کوانتومی بار خالص اولیه با عدد کوانتومی بار خالص نهایی برابر است یا نه. در فرایند معادله ۹-۴۴، عدد بار خالص اولیه برابر با $1+(-1)=0$ ، یا ۰، و عدد بار خالص نهایی برابر با $4(-1)+4(1)=0$ ، یا ۰، است. بنابراین، بار پایسته است.

برای توازن انرژی، با توجه به آنچه که در بالا گفته شد، انرژی حاصل از فرایند نابودی $p + \bar{p}$ ، دست‌کم برابر با مجموع انرژیهای سکون پروتون و پادپروتون، یعنی $1876/6 \text{ MeV}$ ، است. انرژی سکون پيون برابر با $139/6 \text{ MeV}$ است، که بدین معنی است که انرژیهای سکون هشت پيون برابر با $8 \times 139/6 \text{ MeV}$ ، یا $1116/8 \text{ MeV}$ است. این مقدار انرژی دست‌کم حدود 760 MeV را برای توزیع در میان هشت پيون به صورت انرژی جنبشی بر جای می‌گذارد. بنابراین، الزام پایستگی انرژی به‌سادگی محقق می‌شود.

۲. واپاشی پيون. پیونها ذره‌هایی ناپایدارند و با نیم-عمر میانگین $2/6 \times 10^{-8} \text{ s}$ وامی‌باشند. در نقطه ۲ شکل ۲-۴۴ ب، یکی از پیوندهای مثبت در اتاقک به حال سکون درمی‌آید و به طور خود به خود به یک پادموئون μ^+ (خط کمرنگ‌تر) و یک نوترینو ν وامی‌پاشد:



نوترینو، که بدون بار است، هیچ ردی بر جای نمی‌گذارد. هم پادموئون و هم نوترینو، لپتون هستند؛ یعنی آنها ذره‌هایی هستند که نیروی قوی بر آنها اعمال نمی‌شود. بنابراین، فرایند واپاشی معادله ۱۰-۴۴، که نیروی ضعیف بر آن حاکم است، به صورت برهم‌کنش ضعیف توصیف می‌شود. با استفاده از جدول ۱-۴۴، انرژی سکون پادموئون برابر با $105/7 \text{ MeV}$ و انرژی

ذره‌ها و پاد ذره‌های درگیر در رویداد شکل ۲-۴۴

ذره	نماد	بار q	جرم (MeV/c^2)	عدد کوانتومی اسپینی s	ماهیت	عمر میانگین (s)	پادذره
نوترینو	ν	۰	$\approx 1 \times 10^{-9}$	$\frac{1}{2}$	لپتون	پایدار	$\bar{\nu}$
الکترون	e^-	-۱	۰/۵۱۱	$\frac{1}{2}$	لپتون	پایدار	e^+
موئون	μ^-	-۱	۱۰۵/۷	$\frac{1}{2}$	لپتون	$2/2 \times 10^{-6}$	μ^+
پیون	π^+	+۱	۱۳۹/۶	۰	مزون	$2/6 \times 10^{-8}$	π^-
پروتون	p	+۱	۹۳۸/۳	$\frac{1}{2}$	باریون	پایدار	\bar{p}

که با $P_\pi = 0$ ، چنین به دست می‌دهد

$$P_\mu = -P_\nu \quad (۱۰-۴۴)$$

رابطه بین p و K : می‌خواهیم این اندازه حرکت‌های P_μ و $-P_\nu$ را به انرژی‌های جنبشی K_μ و K_ν به گونه‌ای ربط دهیم که بتوانیم آن انرژی‌های جنبشی را به دست آوریم. چون هیچ دلیلی برای باور اینکه فیزیک کلاسیکی می‌تواند برای حرکت موئون و نوترینو به کار گرفته شود وجود ندارد، از معادله ۳۷-۵۴، رابطه اندازه حرکت-انرژی جنبشی از نسبیت خاص، استفاده می‌کنیم

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2 \quad (۱۱-۴۴)$$

از معادله ۴۴-۱۰، می‌دانیم که

$$(p_\mu c)^2 = (p_\nu c)^2 \quad (۱۲-۴۴)$$

با قراردادن معادله ۴۴-۱۱ در دو طرف معادله ۴۴-۱۲ چنین به دست می‌آوریم

$$K_\mu^2 + 2K_\mu m_\mu c^2 = K_\nu^2 + 2K_\nu m_\nu c^2$$

با تقریب، جرم نوترینو را $m_\nu = 0$ می‌گیریم، با قراردادن $K_\nu = 33/9 \text{ MeV}$ از معادله ۴۴-۹، و سپس حل آن برای K_μ ، درمی‌یابیم

$$K_\mu = \frac{(33/9 \text{ MeV})^2}{(2)(33/9 \text{ MeV} + m_\mu c^2)}$$

$$= \frac{(33/9 \text{ MeV})^2}{(2)(33/9 \text{ MeV} + 105/7 \text{ MeV})}$$

$$= 4/12 \text{ MeV} \quad (\text{پاسخ})$$

پس انرژی جنبشی نوترینو، با استفاده از معادله ۴۴-۹، چنین می‌شود

$$K_\nu = 33/9 \text{ MeV} - K_\mu = 33/9 \text{ MeV} - 4/12 \text{ MeV}$$

$$= 29/8 \text{ MeV} \quad (\text{پاسخ})$$

از اینجا درمی‌یابیم که اگرچه مقدارهای اندازه حرکت دو ذره پس‌زده یکسان است، نوترینو سهم بیشتری (۸۸٪) از انرژی جنبشی را به دست می‌آورد.

مسئله نمونه ۱-۴۴

یک پیون مثبت در حال سکون می‌تواند مطابق زیر، واپاشی کند

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$$

انرژی جنبشی پاد موئون μ^+ چقدر است؟ انرژی جنبشی نوترینو چقدر است؟

نکته کلیدی در فرایند واپاشی پیون، هم انرژی کل و هم اندازه حرکت خطی کل باید پایسته بماند.

پایستگی انرژی: نخست پایستگی انرژی کل (انرژی سکون mc^2 بعلاوه انرژی جنبشی K) را برای فرایند واپاشی، چنین می‌نویسیم

$$m_\pi c^2 + K_\pi = m_\mu c^2 + K_\mu + m_\nu c^2 + K_\nu$$

چون پیون ساکن بوده است، انرژی جنبشی K_π آن برابر صفر است. حال، با استفاده از جرم‌های m_μ و m_ν که در

جدول ۴۴-۱ داده شده است، داریم

$$K_\mu + K_\nu = m_\pi c^2 - m_\mu c^2 - m_\nu c^2$$

$$= 139/6 \text{ MeV} - 105/7 \text{ MeV} - 0$$

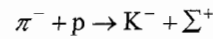
$$= 33/9 \text{ MeV} \quad (۹-۴۴)$$

که در آن m_ν را تقریباً صفر گرفته‌ایم.

پایستگی اندازه حرکت: معادله ۴۴-۹ را نمی‌توانیم برای K_μ یا K_ν به طور جداگانه حل کنیم، و از این رو از اصل پایستگی اندازه حرکت خطی برای فرایند واپاشی استفاده می‌کنیم. چون پیون به هنگام واپاشی ساکن است، این اصل ایجاب می‌کند که موئون و نوترینو پس از واپاشی در جهت‌های مخالف حرکت کنند. فرض کنید حرکت آنها در امتداد یک محور است. پس، برای مؤلفه‌های در امتداد این محور، پایستگی اندازه حرکت خطی برای این واپاشی را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$P_\pi = P_\mu + P_\nu$$

پروتونهای ساکن در یک اتاقک حباب توسط پیونهای منفی پراثری بمباران می‌شوند، و این واکنش رخ می‌دهد



انرژیهای سکون این ذره‌ها عبارت‌اند از

π^-	۱۳۹/۶ MeV	K^-	۴۳۹/۷ MeV
P	۹۳۸/۳ MeV	Σ^+	۱۱۸۹/۴ MeV

مقدار Q این واکنش چقدر است؟

نکته کلیدی مقدار Q واکنش برابر است با

$$Q = \left(\text{انرژی جرمی} \right)_{\text{کل اولیه}} - \left(\text{انرژی جرمی} \right)_{\text{کل نهایی}}$$

محاسبه: برای واکنش داده شده، داریم

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\pi}c^2 + m_p c^2) - (m_K c^2 + m_{\Sigma} c^2) \\ &= (139.6 \text{ MeV} + 938.3 \text{ MeV}) \\ &\quad - (439.7 \text{ MeV} + 1189.4 \text{ MeV}) \\ &= -60.5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

(پاسخ)

علامت منفی بدین معنی است که واکنش، انرژی‌گیر است؛ یعنی، در صورتی که واکنش رخ دهد، پیون فرودی (π^-) باید دارای انرژی جنبشی بیشتری از یک مقدار آستانه معین داشته باشد. انرژی آستانه بیشتر از ۶۰۵ MeV است، زیرا اندازه حرکت خطی باید پایسته بماند، که این بدان معنی است که کانون (K^-) و سیگما (Σ^+) نه تنها باید تولید شوند، بلکه همچنین باید به آنها مقداری انرژی جنبشی داده شود. یک محاسبه نسبیتی که جزئیات آن فراتر از محدوده ماست، نشان می‌دهد که انرژی آستانه برای این واکنش برابر با ۹۰۷ MeV است.

۴-۴۴ لپتونها

در این بخش و بخش بعدی، برخی از ذره‌ها در یکی از طرح‌های دسته‌بندی خود را بررسی می‌کنیم: لپتونها یا هادرونها. با لپتونها آغاز می‌کنیم، ذره‌هایی که نیروی قوی بر آنها عمل نمی‌کند. تا اینجا، ذره‌های آشنای الکترون و نوترینو را که در واپاشی بتا شرکت دارند، در نظر گرفتیم. موئون، که واپاشی آن با معادله ۴۴-۸ توصیف می‌شود، عضو دیگری از این خانواده است. فیزیکدانان بتدریج دریافته‌اند که نوترینویی که در معادله ۴۴-۷، به همراه موئون تولید می‌شود، همان ذره‌ای نیست که به نام نوترینو در واپاشی بتا، به همراه ظهور یک الکترون، تولید می‌شود. هرگاه که لازم باشد آنها را از هم تمیز دهیم، قبلی را نوترینوی موئون (با نماد ν_{μ}) و بعدی را نوترینوی الکترون (با نماد ν_e) می‌نامیم.

معلوم شده است که این دو نوع نوترینو، ذره‌های متفاوتی هستند، زیرا اگر باریکه‌ای از نوترینوهای موئون (تولید شده از واپاشی پیون به صورت معادله ۴۴-۷) به هدف جامدی برخورد کند، فقط موئونها تولید می‌شوند و هرگز الکترونها تولید نمی‌شوند. از سوی دیگر، اگر نوترینوهای الکترون (تولید شده توسط واپاشی بتای محصولات شکافت در یک راکتور هسته‌ای) به هدف جامدی برخورد کنند، فقط الکترونها تولید می‌شوند و هرگز موئونها تولید نمی‌شوند.

لپتون دیگر، τ ، در سال ۱۹۷۵/۱۳۵۴ در SLAC کشف شد؛ کاشف آن، مارتین پرل^۱، در جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۹۵ سهمیم شد. τ دارای نوترینوی وابسته به خودش است، که کماکان از دو نوترینوی دیگر متفاوت است. جدول ۴۴-۲، فهرستی از همه لپتونها (هم ذره‌ها و هم پاد ذره‌ها) است؛ همه آنها دارای عدد کوانتومی اسپینی s برابر $\frac{1}{2}$ هستند.

دلایلی برای تقسیم لپتونها به سه خانواده وجود دارد، که هر یک شامل یک ذره (الکترون، موئون، یا τ)، نوترینوی وابسته به آن ذره، و پادذره‌های متناظر است. افزون بر این، دلایلی برای این باور وجود دارد که فقط سه خانواده لپتونی نشان داده شده در جدول ۴۴-۲ وجود دارند. لپتونها دارای هیچ ساختار داخلی و هیچ ابعاد قابل اندازه‌گیری نیستند؛ بر این باورند که آنها به هنگام برهم‌کنش با سایر ذره‌ها یا با موجهای الکترومغناطیسی، واقعاً ذره‌های بنیادی نقطه‌گونی هستند.

پایستگی عدد لپتونی

بنابر آزمایش، برهم‌کنشهای ذره‌ای مربوط به لپتونها از یک قانون پایستگی برای عددی کوانتومی موسوم به عدد لپتونی L پیروی می‌کنند. به هر (ذره عادی) در جدول ۴۴-۲، $L = +1$ و به هر پادذره، $L = -1$ اختصاص داده می‌شود. به همه ذره‌های دیگر، که لپتون نیستند، $L = 0$ اختصاص داده می‌شود. همچنین بنا بر آزمایش،

در همه برهم‌کنشهای ذره‌ای، عدد لپتونی خالص برای هر خانواده به طور جداگانه پایسته است.

بنابراین، در واقع سه عدد لپتونی L_e ، L_{μ} و L_{τ} وجود دارد، و مقدار خالص هر یک از آنها باید در حین هر برهم‌کنش ذره‌ای بدون تغییر بماند. این واقعیت آزمایشگاهی، قانون پایستگی عدد لپتونی نامیده می‌شود.

این قانون را می‌توانیم با بررسی مجدد فرایند واپاشی پاد موئون نشان داده شده در معادله ۴۴-۸ شرح دهیم، که اکنون آن را به طور کاملتری چنین می‌نویسیم

۴۴-۵ هادرونها

اکنون آماده‌ایم که هادرونها (باریونها و مزونها) را بررسی کنیم. ذره‌هایی که برهم‌کنش آنها توسط نیروی قوی صورت می‌گیرد. با افزودن یک قانون پایستگی دیگر به فهرست خود، این بحث را شروع می‌کنیم: قانون پایستگی عدد باریونی.

برای گسترش این قانون پایستگی، فرایند واپاشی پروتون را در نظر می‌گیریم

$$p \rightarrow e^+ + \nu_e \quad (۱۴-۴۴)$$

این فرایند هرگز رخ نمی‌دهد. این مایه خرسندی است، زیرا در غیر این صورت همه پروتونهاى جهان بتدریج به پوزیترون تغییر می‌کردند، که نتایج آن برای ما فاجعه آمیز بود. با این وجود، این واپاشی، قانونهای پایستگی انرژی، اندازه حرکت خطی، یا عدد لپتونی را نقض نمی‌کند.

دلیل این پایداری آشکار پروتون- و نبود بسیاری از فرایندهای دیگری را که ممکن بود در غیر این صورت رخ دهند- با معرفی یک عدد کوانتومی جدید، عدد باریونی B ، و یک قانون پایستگی جدید، پایستگی عدد باریونی، توضیح می‌دهیم:

به هر باریون، $B = +1$ و به هر پادباریون، $B = -1$ را اختصاص می‌دهیم. به همه ذره‌های از نوع دیگر، $B = 0$ اختصاص داده می‌شود. یک فرایند ذره‌ای در صورتی که عدد باریونی خالص آن تغییر کند، نمی‌تواند رخ دهد.

در فرایند معادله ۴۴-۱۴، پروتون دارای عدد باریونی $B = +1$ ، و پوزیترون و نوترینو هر دو دارای عدد باریونی $B = 0$ هستند. بنابراین، در این فرایند، عدد باریونی پایسته نمی‌ماند و نمی‌تواند رخ دهد.

نکته وارسی ۲ این مُد واپاشی برای نوترون مشاهده نشده است.

$$n \rightarrow p + e^-$$

کدامیک از قانونهای پایستگی که در پی می‌آید، در این فرایند نقض می‌شوند: (الف) انرژی، (ب) اندازه حرکت زاویه‌ای، (پ) اندازه حرکت خطی، (ت) بار، (ث) عدد لپتونی، (ج) عدد باریونی؟ جرمها عبارت‌اند از $m_n = 939.6 \text{ MeV}/c^2$ ، $m_p = 938.3 \text{ MeV}/c^2$ و $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$.

مسئله نمونه ۴۴-۳

تعیین کنید که آیا یک پروتون ساکن می‌تواند به شکل زیر واپاشی کند

$$p \rightarrow \pi^+ + \pi^+$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (۴۴-۱۳)$$

جدول ۴۴-۲

لپتونها^a

خانواده	ذره	نماد	جرم (MeV/c^2)	بار q پاد ذره
الکترون	الکترون	e^-	0.511	-1
	نوترینوی الکترون ^b	ν_e	$\approx 1 \times 10^{-9}$	0
موئون	موئون	μ^-	105.7	-1
	نوترینوی موئون ^b	ν_μ	$\approx 1 \times 10^{-9}$	0
تاو	تاو	τ^-	1777	-1
	نوترینوی تاو ^b	ν_τ	$\approx 1 \times 10^{-9}$	0

^a همه لپتونها دارای عددهای کوانتومی اسپینی $\frac{1}{2}$ هستند و بنابراین فرمیون‌اند.

^b جرم نوترینوها به درستی تعیین نشده است.

این را نخست بر حسب خانواده موئونی لپتونها بررسی می‌کنیم. μ^+ یک پاد ذره است (جدول ۴۴-۲ را ببینید) و بنابراین، دارای عدد لپتونی موئونی $L_\mu = -1$ است. دو ذره e^+ و ν_e به خانواده موئونی تعلق ندارند و بنابراین، برای آنها $L_\mu = 0$ است. بدین ترتیب $\bar{\nu}_\mu$ در سمت راست باقی می‌ماند، یک پادذره، که آن نیز دارای عدد لپتونی موئونی $L_\mu = -1$ است. بنابراین، هر دو طرف معادله ۴۴-۱۳ دارای عدد لپتونی موئونی خالص یکسانی- یعنی -1 هستند؛ اگر چنین نبود، μ^+ با این فرایند واپاشی نمی‌کرد.

هیچ عضوی از خانواده الکترون در سمت چپ معادله ۴۴-۱۳ ظاهر نشده است؛ بنابراین، عدد لپتونی الکترون خالص باید $L_e = 0$ باشد. در طرف راست معادله ۴۴-۱۳، پوزیترون، که یک پادذره است (دوباره جدول ۴۴-۲ را ببینید)، دارای عدد لپتونی الکترونی $L_e = -1$ است. نوترینوی الکترون ν_e ، که یک ذره است، دارای عدد لپتونی الکترونی $L_e = +1$ است. بنابراین، عدد لپتونی الکترون خالص برای این دو ذره واقع در سمت راست معادله ۴۴-۱۳ نیز برابر با صفر است؛ پس عدد لپتونی الکترون نیز در این فرایند پایسته است.

چون هیچ عضوی از خانواده تاو در دو طرف معادله ۴۴-۱۳ ظاهر نمی‌شود، باید برای هر طرف $L_\tau = 0$ باشد. بنابراین، هر یک از عددهای کوانتومی لپتونی L_e ، L_μ ، و L_τ در حین فرایند واپاشی معادله ۴۴-۱۳ بدون تغییر باقی می‌مانند، که مقدارهای ثابت آنها به ترتیب -1 ، 0 و 0 است. این مثال صرفاً نمایشی از پایستگی عدد لپتونی است؛ این قانون برای همه برهم‌کنشهای ذره‌ای برقرار است.

نکته وارسی ۱ (الف) مزون π^+ از طریق فرایند $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ واپاشی می‌کند. نوترینوی ν به چه خانواده لپتونی تعلق دارد؟ (ب) آیا این نوترینو، ذره است یا پاد ذره؟ (پ) عدد لپتونی آن چند است؟

عدد باریونی: این واپاشی همچنین پایستگی عدد باریونی را نیز نقض می‌کند: پروتون دارای عدد باریونی $B = -1$ است، و هر دو پيون عدد باریونی $B = 0$ دارند. بنابراین، عدم پایستگی عدد باریونی دلیل دیگری بر این مدعاست که این واپاشی نمی‌تواند رخ دهد.

مسئله نمونه ۴۴-۴۲

ذره‌ای به نام ایکسی- منفی با نماد Ξ^- به صورت زیر واری می‌باشد

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$$

ذره Λ^0 (موسوم به لاندای صفر) و ذره π^- هر دو ناپایدارند. فرایندهای واپاشی زیر به طور پی‌درپی رخ می‌دهند تا هنگامی که فقط محصولات پایدار باقی بمانند:

$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$, $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$, $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$
(الف) آیا ذره Ξ^- ، لپتون است یا هادرون؟ اگر هادرون است، آیا باریون است یا مزون؟

نکته‌های کلیدی (۱) فقط سه خانواده لپتونی وجود دارد (جدول ۴۴-۲) و هیچ‌کدام شامل ذره Ξ^- نمی‌شود. بنابراین Ξ^- باید یک هادرون باشد. (۲) پاسخ به دومین پرسش، تعیین عدد باریونی ذره Ξ^- است. اگر این عدد برابر با ۱ یا -۱ باشد، آنگاه Ξ^- باریون است. ولی، اگر برابر صفر باشد، آنگاه Ξ^- مزون است.

عدد باریونی: برای بررسی این موضوع، طرح واپاشی کلی را از Ξ^- اولیه تا محصولات پایدار نهایی، چنین می‌نویسیم
(۴۴-۱۵) $\Xi^- \rightarrow p + 2(e^- + \bar{\nu}_e) + 2(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$
در طرف راست، پروتون دارای عدد باریونی ۱+ و الکترون و نوترینو دارای عدد باریونی ۰ هستند. بنابراین، عدد باریونی خالص در طرف راست برابر با ۱+ است که این باید عدد باریونی ذره Ξ^- تنها در طرف چپ باشد. نتیجه می‌گیریم که Ξ^- یک باریون است.

(ب) آیا در این فرایند واپاشی، سه عدد لپتونی پایسته‌اند؟

نکته کلیدی در هر فرایند باید به طور جداگانه عدد لپتونی خالص برای هر خانواده لپتونی جدول ۴۴-۲ پایسته باشد. نخست، عدد لپتونی الکترونی L_e را در نظر می‌گیریم که، برای الکترون e^- برابر با ۱+، برای نوترینوی پاد الکترون $\bar{\nu}_e$ برابر با -۱-، و برای سایر ذره‌های درگیر در واپاشی کلی معادله ۴۴-۱۵ برابر صفر است. از اینجا درمی‌یابیم که L_e خالص پیش از واپاشی برابر با صفر و پس از واپاشی برابر با $0 = 2[0 + 0] + 2[1 + (-1)]$ است. بنابراین، عدد لپتونی الکترونی خالص پایسته است. به همین ترتیب می‌توان نشان داد که عدد لپتونی موثونی و عدد لپتونی تاوئی نیز پایسته می‌مانند.
(پ) درباره اسپین ذره Ξ^- چه می‌توان گفت؟

خواص پروتون و پيون π^+ در جدول ۴۴-۱ آمده است. پيون π^0 دارای بار صفر، اسپین صفر، و انرژی جرمی $135/0 \text{ MeV}$ است.

نکته کلیدی ببینیم آیا واپاشی پیشنهاد شده هیچ یک از قانونهای پایستگی را که بررسی کرده‌ایم نقض می‌کند یا نه.

بار الکتریکی: می‌بینیم که عدد کوانتومی بار خالص در ابتدا ۱+ و سرانجام ۰+۱، یا ۱+ است. بنابراین، بار در این واپاشی پایسته می‌ماند. عدد لپتونی نیز پایسته می‌ماند، زیرا هیچ یک از این سه ذره، لپتون نیست و بنابراین عدد لپتونی هر کدام برابر با صفر است.

اندازه حرکت خطی: چون پروتون ساکن است، با اندازه حرکت خطی صفر، دو پيون باید صرفاً در جهتهایی مخالف، با بزرگیهای اندازه حرکت خطی یکسان حرکت کنند (به منظور آنکه اندازه حرکت خطی کل نیز صفر باشد) تا اندازه حرکت خطی پایسته بماند. این واقعیت که اندازه حرکت خطی می‌تواند پایسته باشد بدین معنی است که این فرایند، پایستگی اندازه حرکت خطی را نقض نمی‌کند.

انرژی: آیا برای این واپاشی انرژی کافی وجود دارد؟ چون پروتون در حال سکون است، این پرسش معادل آن است که بپرسیم آیا انرژی جرمی پروتون برای تولید انرژیهای جرمی و انرژیهای جنبشی پيون کافی است یا خیر. برای پاسخ، مقدار Q را برای این واپاشی محاسبه می‌کنیم

$$Q = \left(\text{انرژی جرمی} \right) - \left(\text{کل انرژی} \right) \\ = m_p c^2 - (m_e c^2 + m_\mu c^2) \\ = 938/3 \text{ MeV} - (135/0 \text{ MeV} + 139/6 \text{ MeV}) \\ = 663/7 \text{ MeV}$$

این واقعیت که Q مثبت است نشان‌دهنده آن است که انرژی جرمی اولیه از انرژی جرمی نهایی بیشتر است. بنابراین، پروتون انرژی جرمی کافی برای تولید جفت پيون را دارد.

اسپین: آیا اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی توسط این واپاشی پایسته می‌ماند؟ این پرسش معادل آن است که تعیین کنیم آیا مؤلفه خالص S_z گشتاور زاویه‌ای اسپینی در امتداد محور دلخواه z می‌تواند در این واپاشی پایسته بماند یا خیر. عددهای کوانتومی اسپینی s ذره‌ها در این فرایند عبارت‌اند از $\frac{1}{2}$ برای پروتون و 0 برای هر دو پيون. بنابراین، برای پروتون، مؤلفه S_z می‌تواند یا $+\frac{1}{2}\hbar$ یا $-\frac{1}{2}\hbar$ باشد و برای هر پيون این مؤلفه برابر با 0 است. از اینجا درمی‌یابیم که هیچ راهی وجود ندارد که S_z بتواند پایسته بماند. بنابراین، اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی پایسته نیست و واپاشی پیشنهاد شده نمی‌تواند رخ دهد.

نشان داده شده با معادله ۴۴-۱۷، شگفتی خالص نهایی برابر با ۱- است؛ بنابراین، در آن واکنش، شگفتی پایسته نمی ماند و نمی تواند رخ دهد. پس ظاهراً باید یک قانون پایستگی دیگر را به فهرست خود اضافه کنیم- قانون پایستگی شگفتی:

شگفتی در واکنشهایی که در آنها نیروی قوی عمل می کند پایسته می ماند.

ممکن است به نظر برسد که به وجود آوردن یک خاصیت جدید برای ذره ها، آن هم فقط برای حل کردن معمای کوچکی مانند آن معمایی که معادله های ۴۴-۱۶ و ۴۴-۱۷ مطرح می کنند، کار جالبی نباشد. ولی، شگفتی و عدد کوانتومی آن بزودی خود را در بسیاری از حوزه های دیگر فیزیک ذره ها آشکار ساختند، و شگفتی امروزه به عنوان یک خاصیت ذره ای توجیه پذیر همتر از با خاصیت هایی چون بار و اسپین، به طور کامل پذیرفته شده است.

نباید ویژگی نامأنوس این نام شما را گمراه کند. شگفتی، یک خاصیت ذره ای اسرارآمیزتر از بار نیست. هر دو، خاصیت هایی هستند که ذره ممکن است دارا باشد (یا نباشد)، هر یک با یک عدد کوانتومی مناسب توصیف می شوند. هر یک از یک قانون پایستگی پیروی می کنند. با این حال، خاصیت های دیگری از ذره ها کشف شده اند و نام هایی حتی عجیب تر گرفته اند، مانند /فسون و ته، ولی همه آنها خاصیت هایی کاملاً توجیه پذیرند. به عنوان مثال، می خواهیم دریابیم که چگونه خاصیت جدید شگفتی با آشکار کردن نظم مهمی در خاصیت ذره ها "موجودیت خود را حفظ کرده است".

۴۴-۷ راه هشتگانه

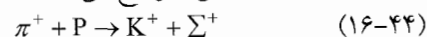
هشت باریون وجود دارد- از جمله نوترون و پروتون- که دارای عدد کوانتومی اسپینی $\frac{1}{2}$ هستند. جدول ۴۴-۳ برخی از خواص دیگر آنها را نشان می دهد. شکل ۴۴-۳ الف نقش مجذوب کننده ای را نشان می دهد که اگر شگفتی این باریونها را برحسب عدد کوانتومی بار آنها، با استفاده از محور مایلی برای عددهای کوانتومی بار، رسم کنیم به دست می آید. شش تا از این هشت باریون تشکیل یک شش ضلعی را می دهند که دو باریون باقیمانده در مرکز آن قرار دارند.

حال می خواهیم توجه خود را از هادرونها موسوم به باریون به هادرونهايي که مزون نامیده می شوند معطوف کنیم. نه تا با اسپین صفر در جدول ۴۴-۴ آورده شده اند. اگر آنها را روی نمودار مایل شگفتی- بار رسم کنیم، مانند شکل ۴۴-۳ ب، همان نقش مجذوب کننده سر بر می آورد! اینها و نمودارهای وابسته شان نقشهای راه هشتگانه نامیده می شوند*، که به طور جداگانه ای در سال ۱۹۶۱/۱۳۴۰ توسط موری گلن در انستیتو

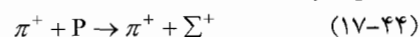
نکته کلیدی در واپاشی کلی معادله ۴۴-۱۵ مؤلفه اسپینی خالص S_z باید پایسته بماند. بنابراین، مؤلفه اسپین S_z ذره E^- در طرف چپ معادله ۴۴-۱۵ را می توانیم با در نظر گرفتن مؤلفه های S_z ذره طرف راست، تعیین کنیم. همه این نه ذره، ذره هایی با اسپین $\frac{1}{2}$ هستند و بنابراین، می توانند دارای S_z برابر با $+\frac{1}{2}\hbar$ یا $-\frac{1}{2}\hbar$ باشند. اینکه چگونه یکی از این دو مقدار ممکن S_z را برگزینیم، اهمیتی ندارد؛ S_z خالص برای این نه ذره باید مضربی نیم- درست از \hbar باشد. بنابراین S_z ذره E^- باید مضربی نیم- درست از \hbar باشد، و این بدان معنی است که عدد کوانتومی اسپینی S آن باید نیم- درست باشد. (در واقع، عدد کوانتومی اسپینی آن $\frac{1}{2}$ است.)

۴۴-۶ باز هم قانون پایستگی دیگر

ذره ها افزون بر خواصی که تا اینجا برای آنها برشمردیم: جرم، بار، اسپین، عدد لپتونی، و عدد باریونی، دارای خواص ذاتی نیز هستند. نخستین این خواص هنگامی کشف شد که پژوهشگران ذره های جدید معینی، مانند کائون (K) و سیگما (Σ)، را مشاهده کردند که به نظر می رسد همواره به صورت جفت هایی ایجاد می شوند. به نظر غیر ممکن می رسد که فقط یکی از آنها را بتوان در هر لحظه ایجاد کرد. بنابراین، اگر باریکه ای از پیوندهای پرانرژی با پروتونهای داخل یک اتاقک حباب برهم- کش کند، اغلب واکنش زیر رخ می دهد



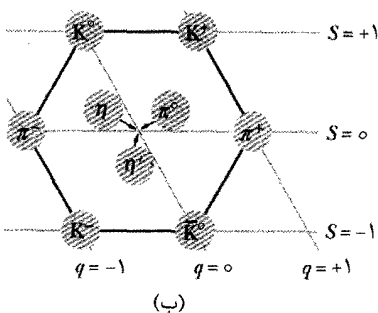
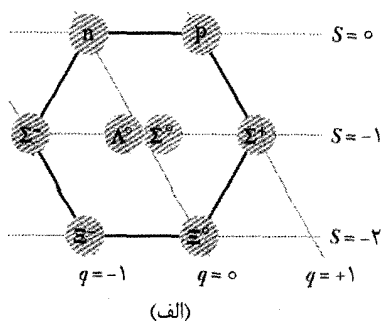
واکنش زیر



که هیچ قانون پایستگی شناخته شده ای را در روزهای آغازین فیزیک ذره ها نقض نمی کند، هرگز رخ نمی دهد.

سرانجام پیشنهاد شد (توسط موری گلن^۱ در آمریکا و به طور مستقل توسط نیشی جیما^۲ در ژاپن) که ذره های معینی دارای خاصیت جدیدی، موسوم به شگفتی، با عدد کوانتومی S مربوط به خود و قانون پایستگی مربوط به خود هستند. (مواظب باشید نماد S در اینجا را با اسپین اشتباه نگیرید.) نام شگفتی از این واقعیت برمی آید که پیش از آنکه این ذره ها به روشنی شناسایی شوند، آنها به نام "ذره های شگفت" شناخته شده بودند و این عنوان روی آنها باقی ماند.

پروتون، نوترون و پيون دارای $S=0$ هستند؛ یعنی، آنها "شگفت" نیستند. ولی پیشنهاد شد که ذره K^+ دارای $S=+1$ و ذره Σ^+ دارای $S=-1$ هستند. در واکنش معادله ۴۴-۱۶، شگفتی خالص هم در ابتدا و هم در انتها برابر صفر است؛ بنابراین، در این واکنش، شگفتی پایسته است. ولی، در واکنش



شکل ۳-۴۴ (الف) نقش راه هشتگانه برای هشت باریون با اسپین $\frac{1}{2}$ در جدول ۳-۴۴ آورده شده‌اند. ذره‌ها به صورت قرصهایی روی نمودار شگفتی-بار، با استفاده از یک محور مایل برای عدد کوانتومی بار، نمایش داده شده‌اند. (ب) نقش مشابهی برای نه مزون با اسپین صفر که در جدول ۴-۴۴ آورده شده‌اند.

تقارن نقش راه هشتگانه برای باریونهای با اسپین $\frac{3}{2}$ (اینجا نشان داده نشده است)، ده ذره را نشان می‌دهند که مشابه نقش میله‌های ده گانه هدف در بازی بولینگ چیده شده‌اند. ولی، هنگامی که این نقش برای نخستین بار پیشنهاد شد، فقط نه عدد از چنین ذره‌هایی شناخته شده بود؛ "میله سر" پنهان بود. در سال ۱۹۶۲/۱۳۴۱، گلמן از نظریه و تقارن نقش، پیش‌بینی کرد که:

باریونی با اسپین $\frac{3}{2}$ وجود دارد که دارای بار -۱، شگفتی ۳-، و انرژی سکونی در حدود ۱۶۸۰ MeV است. اگر در پی این ذره آمگا منفی (آنطور که من آن را می‌نامم) هستید، به گمانم آن را خواهید یافت.

گروهی از فیزیکدانان به سرپرستی نیکلاس سامیوس^۲ در آزمایشگاه ملی بروکلین با تلاش بسیار این ذره "گمشده" را، با تأیید همه خاصیت‌های پیش‌بینی شده آن، یافتند. برای اعتمادسازی یک نظریه، هیچ چیز بهتر از تأیید آزمایشگاهی به موقع آن نیست.

نقشهای راه هشتگانه همان رابطه‌ای را در فیزیک ذره‌ها دارند که جدول تناوبی در شیمی دارد. در هر دو مورد، نقش نظام‌مندی وجود دارد که در آن جاهایی خالی است. (ذره‌ها یا عنصرهای گمشده) که مانند گاو پیشانی سفید فوراً به چشم

فناوری کالیفرنیا و ویووال نویمن^۱ در کالج سلطنتی لندن پیشنهاد شدند. دو نقش شکل ۳-۴۴ نمایشگر تعداد بیشتری از نقشهای مقارنی هستند که در آنها دسته‌های باریونی و مزونی می‌توانند نمایش داده شوند.

جدول ۳-۴۴

هشت باریون با اسپین $\frac{1}{2}$

ذره	نماد	جرم (MeV/c ²)	بار q	شگفتی S	عددهای کوانتومی
پروتون	p	۹۳۸/۳	+۱	۰	
نوترون	n	۹۳۹/۶	۰	۰	
لاندا	Λ ^۰	۱۱۱۵/۶	۰	-۱	
سیگما	Σ ⁺	۱۱۸۹/۴	+۱	-۱	
سیگما	Σ ^۰	۱۱۹۲/۵	۰	-۱	
سیگما	Σ ⁻	۱۱۹۷/۳	-۱	-۱	
ایکسی	Ξ ^۰	۱۳۱۴/۹	۰	-۲	
ایکسی	Ξ ⁻	۱۳۲۱/۳	-۱	-۲	

جدول ۴-۴۴

نه مزون با اسپین صفر*

ذره	نماد	جرم (MeV/c ²)	بار q	شگفتی S	عددهای کوانتومی
پیون	π ^۰	۱۳۵/۰	۰	۰	
پیون	π ⁺	۱۳۹/۶	+۱	۰	
پیون	π ⁻	۱۳۹/۶	-۱	۰	
کائون	K ⁺	۴۹۳/۷	+۱	+۱	
کائون	K ⁻	۴۹۳/۷	-۱	-۱	
کائون	K ^۰	۴۹۷/۷	۰	+۱	
کائون	K̄ ^۰	۴۹۷/۷	۰	-۱	
اتا	η	۵۴۷/۵	۰	۰	
اتا پریم	η'	۹۵۷/۸	۰	۰	

* همه مزونها، بوزون‌اند و دارای اسپین ۰، ۱، ۲ و ... هستند. آنهایی که در اینجا فهرست شده‌اند همگی دارای اسپین ۰ هستند.

* این نام از عرفان شرقی به عاریت گرفته شده است. "هشت" به هشت عدد کوانتومی اشاره دارد (فقط چند تای از آنها در اینجا معرفی شده‌اند) که در نظریه مبتنی بر تقارن که وجود نقشها را پیش‌بینی می‌کند، وارد می‌شوند.

1. Yuval Ne'eman

ذره	نماد	جرم (MeV/c ²)	بار q	شگفتی S	عدد باریونی B	پاد ذره
بالا	u	۵	$+\frac{2}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	\bar{u}
پایین	d	۱۰	$-\frac{1}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	\bar{d}
افسون	c	۱۵۰۰	$+\frac{2}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	\bar{c}
شگفتی	s	۲۰۰	$-\frac{1}{3}$	-۱	$+\frac{1}{3}$	\bar{s}
بالا	t	۱۷۵۰۰۰	$+\frac{2}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	\bar{t}
ته	b	۴۳۰۰	$-\frac{1}{3}$	۰	$+\frac{1}{3}$	\bar{b}

* همه کوارکها (از جمله پاد کوارکها) دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند و بنابراین فرمیوناند. عددهای کوانتومی q ، S و B برای هر پادکوارک، منفی آن عددها برای کوارکهای متناظرشان است.

می‌آیند، و بدین ترتیب آزمایشگران را در پژوهشهای خود رهنمون می‌سازند. در مورد جدول تناوبی، صرفاً خود ماهیت آن قویاً اشاره بر این دارد که اتمهای عنصرها، ذره‌های بنیادی نیستند بلکه دارای یک ساختار درونی هستند. به همین ترتیب، نقشهای راه هشتگانه قویاً اشاره بر این دارند که مزونها و باریونها باید ساختاری درونی داشته باشند، که بر اساس آن، خواص آنها را می‌توان درک کرد. این ساختار را می‌توان بر مبنای مدل کوارکی توضیح داد، که اکنون به آن می‌پردازیم.

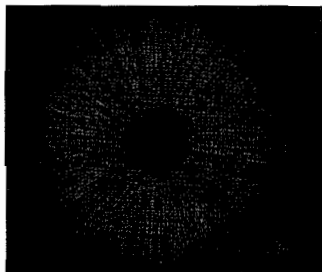
۴۴-۸ مدل کوارکی

در سال ۱۹۶۴/۱۳۴۳ گلمن و جرج زوئیگ^۱ به طور مستقل اظهار داشتند که اگر مزونها و باریونها از زیر واحدهایی که گلمن آنها را کوارک نامید ساخته شده باشند، نقشهای راه هشتگانه را می‌توان به طریق ساده‌ای درک کرد. نخست سراغ سه‌تای از آنها می‌رویم، موسوم به کوارک بالا (با نماد u)، کوارک پایین (با نماد d)، و کوارک شگفت (با نماد s)، و به آنها خواص نشان داده شده در جدول ۴۴-۵ را اختصاص می‌دهیم. (نام این کوارکها، به همراه نامهایی که به سه کوارک دیگری که بعداً خواهیم دید اختصاص داده می‌شود هیچ معنایی ندارند، به جز اینکه نمادهایی قراردادی هستند. جمعاً، این نامها طعمهای کوارکی نامیده می‌شوند. همچنین می‌توانستیم آنها را به جای بالا، پایین، و شگفت، وانیل، شکلات، و توت فرنگی بنامیم.)

عددهای کوانتومی بار کسری کوارکها ممکن است شما را کمی آشفته کند. ولی، تا وقتی که ندیده‌اید چگونه این بارهای

کسری، بارهای درست مشاهده شده برای مزونها و باریونها را با چه ظرافتی توضیح می‌دهند، از قضاوت پرهیزید. در همه وضعیتهای طبیعی، چه اینجا روی کره زمین و چه در فرایندهای نجومی، کوارکها همواره به دلایلی که هنوز به خوبی درک نشده است، به صورت دوتایی یا سه‌تایی به یکدیگر مقید شده‌اند. حال این را قاعده طبیعی برای ترکیبهای کوارکی می‌نامیم و به برخی از استثنائایی که اخیراً مشاهده شده است نظری می‌اندازیم.

یک استثنای هیجان برانگیز دیگر برای قاعده طبیعی در آزمایشهایی در برخورد دهنده ذره RHIC واقع در آزمایشگاه ملی بروکهاون رخ داد. در نقطه‌ای که دو باریکه پُرانرژی از هسته‌های طلا به طور رودررو برخورد می‌کردند، انرژی جنبشی این ذره‌ها به قدری زیاد بود که با انرژی جنبشی ذره‌هایی که درست پس از آفرینش عالم وجود داشتند (و در بخش ۴۴-۱۴ به آن خواهیم پرداخت) برابری می‌کرد. پروتونها و نوترونهای هسته‌های طلا به منظور تشکیل گازی لحظه‌ای از کوارکهای مجزا، شکافته شده بودند. (این گاز شامل گلوئونها نیز بود، ذره‌هایی که، همانطور که در بخش ۴۴-۹ خواهیم دید، کوارکها را به طور طبیعی کنار یکدیگر نگه می‌دارند.) این آزمایشها در RHIC، ممکن است نخستین مواردی پس از آفرینش عالم باشند که در آن کوارکها از یکدیگر رها شده‌اند.



برخورد رودرروی شدید دو باریکه ۳ GeV از اتمهای طلا در شتابدهنده RHIC واقع در آزمایشگاه ملی بروکهاون. در لحظه برخورد، گازی از کوارکهای مجزا و گلوئونها تولید شده است.

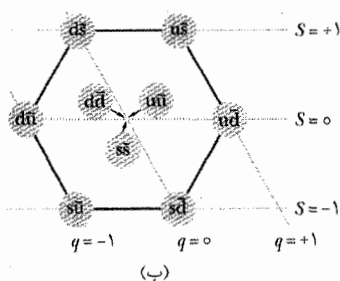
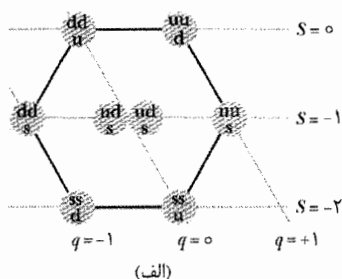
کوارکها و باریونها

هر باریون ترکیبی از سه کوارک است؛ برخی از این ترکیبها در شکل ۴۴-۴ الف داده شده است. با توجه به عدد باریونی، درمی‌یابیم که هر سه کوارک (هر یک با $B = +\frac{1}{3}$) یک باریون واقعی (با $B = +1$) را به دست می‌دهد.

همانطور که از سه مثال زیر می‌توانیم ببینیم، بارها نیز محاسبه می‌شوند. پروتون دارای ترکیب کوارکی uud است، و بنابراین، عدد کوانتومی بار آن برابر است با

$$q(uud) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = +1$$

همهٔ عدد‌های کوانتومی بار و شگفتی شکل ۴-۴۴ ب با مقدارهای آنها در جدول ۴-۴۴ و شکل ۳-۴۴ ب سازگار است. خود را متقاعد کنید که همهٔ ترکیبهای ممکن کوارک-پاد کوارک حاصل از کوارکهای بالا، پایین و شگفت بررسی شده‌اند و همهٔ مزونهای با اسپین صفر شناخته شده، توضیح داده شده‌اند. همه چیز با هم می‌خواند.

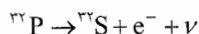


شکل ۴-۴۴ (الف) ترکیبهای کوارکی هشت باریون با اسپین $\frac{1}{2}$ که در شکل ۳-۴۴ (الف) رسم شده است. (اگر چه دو باریون مرکزی دارای ساختار کوارکی یکسانی هستند، ولی ذره‌هایی متفاوت‌اند. ذرهٔ سیگما، یک حالت برانگیخته از ذرهٔ لانداس است که با تابش یک فوتون پرتو گاما به لانداس واپاشی می‌کند.) (ب) ترکیبهای کوارکی که مزون با اسپین صفر در شکل ۳-۴۴ ب رسم شده است.

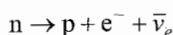
✓ **نکتهٔ واریسی ۳** آیا ترکیب یک کوارک پایین (d) و یک کوارک پادبالا (\bar{u})، (الف) مزون π^0 ، (ب) پروتون، (پ) مزون π^- ، (ت) مزون π^+ ، یا (ث) نوترون خوانده می‌شود؟

نگاهی تازه به واپاشی بتا

حال می‌خواهیم ببینیم که واپاشی بتا از منظر کوارک چگونه است؟ در معادلهٔ ۴۲-۲۴، یک مثال نوعی از فرایند زیر را ارائه کردیم



پس از آنکه نوترون کشف شد و فرمی نظریهٔ خود دربارهٔ واپاشی بتا را بیان کرد، فیزیکدانان به این باور رسیدند که فرایند بنیادین واپاشی بتا همانند تغییر نوترون به پروتون در داخل هسته است، که از طرح زیر پیروی می‌کند



نوترون دارای ترکیب کوارکی udd است، و بنابراین، عدد کوانتومی بار آن چنین می‌شود

$$q(\text{udd}) = \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = 0$$

ذره Σ^- (سیگما منفی) دارای ترکیب کوارکی dds است، و بنابراین، عدد کوانتومی بار آن چنین است

$$q(\text{dds}) = -\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

عدد‌های کوانتومی شگفتی نیز محاسبه می‌شوند. این را می‌توانید با استفاده از جدول ۴-۴۴ برای عدد شگفتی Σ^- و جدول ۵-۴۴ برای عدد شگفتی کوارکهای dds بررسی کنید. ولی توجه کنید که جرم پروتون، نوترون، Σ^- ، یا هر باریون دیگری جمع جرم کوارک‌های تشکیل دهندهٔ آن نیست. برای مثال، جرم کل سه کوارک در پروتون فقط $20 \text{ MeV}/c^2$ است، که به طور فاحشی کمتر از جرم پروتون $938/3 \text{ MeV}/c^2$ است. تقریباً همهٔ جرم پروتون ناشی از انرژیهای داخلی (۱) جنبشی کوارک و (۲) میدان‌هایی که کوارک‌ها را به هم پیوند می‌دهند است (همانند بخشی که در بخش ۹-۴۴ انجام شد). (یادآور می‌شویم که جرم بنا بر معادلهٔ انیشتین، که می‌توانیم آن را به صورت $m = E/c^2$ بنویسیم به انرژی مربوط است). بنابراین، چون بیشتر جرم شما به خاطر پروتونها و نوترونهای بدن شما هستند، جرم شما (در نتیجه وزن شما) اساساً معیاری از انرژی جنبش کوارکها و میدان‌های بستگی-کوارکها در بدن شماست.

کوارکها و مزونها

مزونها، جفت‌های کوارک-پادکوارک هستند؛ برخی از ترکیبهای آنها در شکل ۴-۴۴ ب داده شده است. مدل کوارک-پادکوارک با این واقعیت که مزونها، باریون نیستند سازگار است؛ یعنی، مزونها دارای عدد باریونی $B=0$ هستند. عدد باریونی کوارک برابر با $\frac{1}{3}$ و برای پادکوارک برابر با $-\frac{1}{3}$ است؛ بنابراین، ترکیب عدد‌های باریونی در مزون برابر با صفر است.

مزون π^+ را در نظر بگیرید، که شامل یک کوارک بالای u و یک کوارک پادپایین \bar{d} است. از جدول ۵-۴۴ می‌بینیم که عدد کوانتومی بار کوارک بالا برابر با $\frac{2}{3}$ و همین عدد برای کوارک پادپایین برابر $-\frac{1}{3}$ است (علامت آن مخالف علامت کوارک پایین است). جمع این دو به خوبی عدد کوانتومی بار $+1$ را برای مزون π^+ به دست می‌دهد؛ یعنی،

$$q(u\bar{d}) = \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = +1$$

به سه خانواده دو- ذره‌ای متناظر یکدیگر، تقسیم می‌شوند. بر مبنای آنچه که در حال حاضر می‌دانیم، اینگونه به نظر می‌رسد که کوارکها و لپتونها واقعاً ذره‌های بنیادی هستند و هیچ ساختار داخلی ندارند.

مسئله نمونه ۵-۴۴

ذره Ξ^- (ایکسی منفی) دارای عدد کوانتومی اسپینی s برابر $\frac{1}{2}$ ، و عدد کوانتومی بار q برابر -1 ، و عدد کوانتومی شگفتی S برابر -2 است. همچنین معلوم شده است که دارای کوارک ته نیست. چه ترکیبی از کوارکها، Ξ^- را می‌سازد؟

استدلال: از مسئله نمونه ۴۴-۴ می‌دانیم که Ξ^- یک باریون است. بنابراین این ذره باید شامل سه کوارک باشد (نه دو کوارک، آنطور که برای مزون است).

سپس شگفتی $S = -2$ ذره Ξ^- را در نظر می‌گیریم. فقط کوارک شگفت s و کوارک پاد شگفت \bar{s} دارای مقدارهای شگفتی غیر صفر هستند (جدول ۴۴-۵ را ببینید). بعلاوه، چون فقط کوارک شگفت s دارای مقدار شگفتی منفی است، Ξ^- باید شامل این کوارک باشد. در واقع، برای آنکه Ξ^- دارای شگفتی برابر -2 باشد، این ذره باید دو کوارک شگفت داشته باشد.

برای تعیین کوارک سوم، آن را x می‌نامیم، می‌توانیم سایر خواص شناخته شده Ξ^- را در نظر بگیریم. عدد کوانتومی بار q آن برابر با -1 ، و عدد کوانتومی بار q هر یک از دو کوارک شگفت برابر $-\frac{1}{3}$ است. بنابراین، کوارک x باید دارای عدد کوانتومی بار $-\frac{1}{3}$ باشد. از اینرو می‌توانیم چنین بنویسیم

$$q(\Xi^-) = q(ssx) \\ = -\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

سوی کوارک شگفت، تنها کوارکهای با $q = -\frac{1}{3}$ ، کوارک پایین d و کوارک ته b هستند. چون صورت مسئله، کوارک ته را کنار گذاشته است، سومین کوارک باید کوارک پایین باشد. این نتیجه همچنین با عددهای کوانتومی باریونی سازگار است:

$$B(\Xi^-) = B(ssd) \\ = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = +1$$

بنابراین، ترکیب کوارکی ذره Ξ^- عبارت است از ssd .

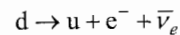
۴۴-۹ نیروهای اصلی و ذره‌های پیام‌رسان

اکنون از تقسیم‌بندی ذره‌ها، به بررسی نیروهای میان آنها می‌پردازیم.

نیروی الکترومغناطیسی

در سطح اتمی، می‌گوییم دو الکترون بنابر قانون کولن بر یکدیگر نیروهای الکترومغناطیسی وارد می‌کنند. در سطحی

که در آن نوترینو به طور کاملتری شناسایی شد. امروزه، وقتی عمیقتر می‌نگریم درمی‌یابیم که نوترون (uud) می‌تواند با تغییر یک کوارک پایین به یک کوارک بالا، به پروتون تبدیل شود. حال به فرایند بنیادین واپاشی بتا چنین می‌نگریم



بنابراین، وقتی می‌خواهیم درباره طبیعت بنیادین ماده بیشتر و بیشتر بدانیم، فرایندهای آشنا را می‌توانیم در سطحهای عمیقتر و عمیقتری بررسی کنیم. همچنین درمی‌یابیم که مدل کوارکی نه تنها ما را در درک ساختار ذره‌ها کمک می‌کند، بلکه راهنمایی برای درک برهم‌کنشهای آنها نیز هست.

باز هم کوارکهای بیشتر

ذره‌هایی دیگر و نقشهای راه هشتگانه دیگری وجود دارند که ما آنها را بررسی نکرده‌ایم. برای توضیح آنها، لازم است سه کوارک دیگر را در نظر بگیریم، کوارک/افسون c ، کوارک t ، و کوارک b . بنابراین، همانطور که در جدول ۴۴-۵ آورده شده است، مجموعاً شش کوارک وجود دارد.

توجه کنید که جرم این سه کوارک به طور استثنایی زیاد است، پرچمترین آنها (کوارک t) دارای جرمی تقریباً 170 مرتبه بزرگتر از جرم پروتون است. برای تولید ذره‌هایی که شامل چنین کوارکهایی با چنین انرژیهای جرمی بزرگی باشند، باید به انرژیهای بالاتر و بالاتری برویم، که به همین دلیل این سه کوارک زودتر کشف نشدند.

نخستین ذره مشاهده شده شامل کوارک افسون، مزون π^0/η بود، که ساختار کوارکی آن $c\bar{c}$ است. این ذره به طور همزمان و به طور جداگانه در سال $1974/1975$ توسط گروههایی به سرپرستی ساموئل تینگ^۱ در آزمایشگاه ملی بروکهاون و به سرپرستی برتون ریچر^۲ در دانشگاه استنفورد کشف شد.

همه تلاشها برای تولید کوارک c در آزمایشگاه تا سال $1995/1996$ نافرجام ماند، تا در این سال سرانجام وجود آن در تواترون، شتابدهنده ذره‌های سنگین در آزمایشگاه فرمی، به اثبات رسید. در این شتابدهنده، پروتونها و پادپروتونها، هر یک با انرژی $(9 \times 10^{11} \text{ eV}) = 0.9 \text{ TeV}$ ، در مرکزهای دو آشکارساز بزرگ ذره‌ها برخورد داده می‌شوند. در موارد بسیار اندکی، پروتونهای برخورد کننده، جفت کوارک c - \bar{c} پاد c - \bar{c} تولید می‌کنند، که بسیار به تندی به ذره‌هایی وامی‌باشند که می‌توانند آشکار شده و بنابراین، می‌توانند برای پی بردن به وجود جفت c - \bar{c} پاد c - \bar{c} به کار برده شوند.

برای لحظه‌ای به جدول ۴۴-۵ (خانواده کوارکی) و جدول ۴۴-۲ (خانواده لپتونی) نگاهی بیاندازید و به تقارن زیبای این دو "شش- بسته" از ذره‌ها توجه کنید، که هر یک به طور طبیعی

به خاطر آورد که جرم پروتون فقط $0.938 \text{ GeV}/c^2$ است؛ پس اینها ذره‌های پرجرمی هستند! جایزه نوبل سال ۱۹۷۹/۱۳۵۸ فیزیک به شلدون گلاشو^۱، استیون واینبرگ^۲، و عبدالسلام^۳ به خاطر بنا ساختن نظریه الکتروضعیف به آنها تعلق گرفت.

این نظریه در سال ۱۹۸۳/۱۳۶۲ توسط کارلو روبیا^۴ و گروه همکاری در CERN به تأیید رسید؛ او به طور آزمایشگاهی بر وجود هر دو ذره پیام‌رسان صحه گذاشت و جرمهای آنها را که در توافق با مقادیرهای پیش‌بینی شده بود، به دست آورد. جایزه نوبل ۱۹۸۴/۱۳۶۳ فیزیک به روبیا و سایمون فون در میسر^۵ به خاطر این کار آزمایشگاهی درخشان، تعلق گرفت.

برخی مفاهیم پیچیده فیزیک ذره‌ها در حال حاضر و در گذشته را می‌توان با نگاهی به یک آزمایش فیزیک ذره‌های قدیمی - یعنی کشف نوترون که به جایزه نوبل فیزیک انجامید - درک کرد. این کشف واقعاً مهم یک آزمایش "گل سرسبد" بود، که ذره‌های گسیل شده توسط مواد پرتوزای طبیعی را به عنوان پرتابه به خدمت می‌گرفت؛ این آزمایش در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ تحت عنوان "احتمال وجود نوترون" گزارش شد که تنها نویسنده آن جیمز چادویک^۶ بود.

در مقابل، کشف ذره‌های پیام‌رسان W و Z در سال ۱۹۸۳/۱۳۶۲ در یک شتابدهنده بزرگ ذره‌ها به انجام رسید، که پیرامون آن حدود ۷ km بود و در گستره چند صد میلیارد الکترون-ولت عمل می‌کرد. وزن آشکارساز ذره‌ای اصلی آن به تنهایی ۲۰ MN بود. در این آزمایش، متجاوز از ۱۳۰ فیزیکدان از ۱۲ مرکز پژوهشی در ۸ کشور، به همراه بخش عظیمی از کارمندان همکاری داشتند.

نیروی قوی

نظریه نیروی قوی - یعنی، نیرویی که میان کوارکها برای پیوند دادن هادرونها به یکدیگر عمل می‌کند - نیز بنا شده است. در این حالت، ذره‌های پیام‌رسان گلوئون نامیده می‌شوند و پیش‌بینی شده است که مانند فوتون، بدون جرم باشند. این نظریه فرض می‌کند که هر "طعم" کوارک در سه دسته گوناگون ظاهر می‌شود که برای راحتی کار با قرمز، زرد، و آبی مشخص شده‌اند^{*}. بنابراین، سه کوارک بالا وجود دارد، هر یک با یکی از این سه رنگ، و نظایر آن. پادکوارکها نیز سه رنگ دارند که آنها را پادقرمز، پادزرد، و پادآبی می‌نامند. نباید تصور شود که

عمیقتر، این برهم‌کنش توسط یک نظریه بسیار موفقیت‌آمیز موسوم به الکترودینامیک کوانتومی (QED) توصیف می‌شود. از این منظر، می‌گوییم که هر الکترون حضور دیگری را با مبادله فوتونهایی با آن، حس می‌کند.

این فوتونها را نمی‌توانیم آشکار کنیم. چون آنها توسط یک الکترون گسیل و در زمان بسیار کوتاهی پس از آن توسط الکترون دیگری جذب می‌شوند. به دلیل ماهیت آشکار نشدنی آنها، این فوتونها را فوتونهای مجازی می‌نامیم. چون آنها میان دو ذره باردار برهم‌کنش کننده ارتباط برقرار می‌کنند، برخی اوقات این فوتونها را ذره‌های پیام‌رسان می‌نامیم.

اگر یک الکترون ساکن، فوتونی را گسیل کند و خودش بدون تغییر باقی بماند، انرژی پایسته نیست. ولی، اصل پایستگی انرژی توسط اصل عدم قطعیت حفظ می‌شود، که به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar \quad (44-18)$$

همانطور که در مسئله نمونه ۴۲-۱۰ توضیح داده شد. در اینجا این رابطه را به این معنی تعبیر می‌کنیم که می‌توانیم یک مقدار انرژی ΔE را، با نقض پایستگی انرژی در صورتی "اضافه برداشت" کنیم که آن را در بازه زمانی Δt که با $\hbar/\Delta E$ داده می‌شود "برگردانید" تا آن نقض انرژی نتواند مشاهده شود. فوتونهای مجازی درست همین کار را می‌کنند. هنگامی که، مثلاً، الکترون A یک فوتون مجازی گسیل می‌کند، وقتی آن الکترون یک فوتون مجازی را از الکترون B دریافت می‌دارد، اضافه برداشت انرژی به سرعت جبران می‌شود و بدین ترتیب نقض پایستگی انرژی برای جفت الکترون توسط این عدم قطعیت ذاتی، پنهان می‌ماند.

نیروی ضعیف

نظریه نیروی ضعیف، که برای تمام ذره‌ها برقرار است، از قیاس با نظریه نیروی الکترومغناطیسی بنا نهاده شده است. ولی، ذره‌های پیام‌رسان که نیروی ضعیف را میان ذره‌ها منتقل می‌کنند، فوتونها (که بدون جرم‌اند) نیستند، بلکه ذره‌های پرجرمی هستند که با نمادهای W و Z مشخص شده‌اند. این نظریه آنچنان موفقیت‌آمیز بود که نیروی الکترومغناطیسی و نیروی ضعیف را به عنوان جلوه‌های متفاوتی از یک تک نیروی الکتروضعیف نمایان ساخت. این دستاورد، گسترش منطقی کار ماکسول است، که نشان داد نیروهای الکتریکی و مغناطیسی جلوه‌های متفاوتی از یک تک نیروی الکترومغناطیسی هستند.

نظریه الکتروضعیف در پیش‌بینی خواص ذره‌های پیام‌رسان دقیق بوده است. برای مثال، پیش‌بینی شد که بار و جرم آنها برابر مقادیرهای زیرند

ذره	بار	جرم
W	$\pm e$	$80.6 \text{ GeV}/c^2$
Z	0	$91.2 \text{ GeV}/c^2$

1. Sheldon Glashow
2. Steven Weinberg
3. Abdus Salam
4. Carlo Rubbia
5. Simon Van Der Meer
6. James Chadwick

* توجه کنید که این دسته‌بندی یگانه نیست و مثلاً برخی از کتابها از سبز به جای زرد استفاده می‌کنند، م.

هستند و گاهی نظریه‌های همه چیز^۲ (TOE) خوانده می‌شوند، دلگرم کننده‌اند ولی در حال حاضر در مرحله ذهنی قرار دارند.

۴۴-۱۰ درنگی برای اندیشه

حال جای واقعی آنچه را که آموخته‌ایم مطرح می‌کنیم. اگر تمام توجه ما ساختار جهان اطراف باشد، به خوبی می‌توانیم با الکترون، نوترینو، نوترون، و پروتون به آن برسیم. به قول یکی، فقط با همین ذره‌ها می‌توانیم "سفینه فضایی زمین" را به بهترین وجهی هدایت کنیم. می‌توانیم ذره‌های ناشناخته بیشتری را با جستجو در پرتوهای کیهانی بیابیم؛ ولی، برای مشاهده بیشتر آنها، باید شتابدهنده‌های بزرگی بسازیم و با تلاش و هزینه بسیار دنبال آنها بگردیم.

دلیل اینکه باید چنین تلاشی را به انجام برسانیم این است که- به بیان انرژی- ما در جهان دماهای بسیار پایین زندگی می‌کنیم. حتی در مرکز خورشید، مقدار kT فقط حدود 1 keV است. برای تولید ذره‌های ناشناخته باید بتوانیم پروتونها یا الکترونها را تا انرژی‌هایی در گستره GeV و TeV و بالاتر شتاب دهیم.

در زمانهایی خیلی پیش، دمای همه‌جا برای تولید چنین ذره‌هایی به حد کافی بالا بود. آن زمان دماهای فوق العاده بالا، در مهبانگ آغازین عالم پیش آمد، زمانی که عالم (و هم فضا و هم زمان) پا به عرصه وجود نهاد. بنابراین، یک دلیل آنکه دانشمندان ذره‌ها را در انرژی‌های بالا بررسی می‌کنند آن است که بفهمند جهان درست پس از پیدایش به چه می‌مانست؟

همانطور که به اختصار توضیح خواهیم داد، همه فضای داخل عالم در ابتدا اندازه بسیار ناچیزی داشت، و دمای ذره‌های داخل آن فضا به میزان ناباورانه‌ای بالا بود. ولی، با گذشت زمان عالم انبساط یافت و به دماهای پاینتری سرد شد، تا اینکه سرانجام به اندازه و دمایی رسید که امروز می‌بینیم.

در واقع، عبارت "امروز می‌بینم" جای مناقشه دارد: وقتی به فضا نگاه می‌کنیم، در واقع داریم به گذشته می‌نگریم، زیرا نور حاصل از ستارگان و کهکشانها زمان زیادی می‌برد که به ما برسد. دورترین اجسامی که می‌توانیم مشاهده کنیم اختروشها (اجسام شبه ستاره‌ای) هستند، که مغزهای فوق العاده درخشانی از کهکشانها به فاصله‌ای به بزرگی 10^{25} ly از ما هستند. هر یک از چنین مغزهایی شامل یک سیاهچاله غول پیکر است؛ وقتی ماده‌ای (گاز و حتی ستارگان) به درون یکی از این سیاهچاله‌ها کشیده شود، دمای آن ماده بالا می‌رود و مقدار قابل ملاحظه‌ای نور تابش می‌کند که به رغم فاصله عظیم آن، برای آنکه آن را آشکار سازیم کفایت می‌کند. بنابراین، یک اختروش را "می‌بینم" ولی نه به صورتی که امروز هست، بلکه به صورتی

کوارکها مانند آب نباتهای پاستیل، واقعاً رنگی هستند. این نامها برای راحتی کار انتخاب شده‌اند، ولی همانطور که خواهیم دید، آنها دارای یک توجیه رسمی معین هستند.

نیرویی که میان کوارکها عمل می‌کند، نیروی رنگ نامیده می‌شود و نظریه بنیادین آن در تشابه، با الکترودینامیک کوانتومی (QED)، کرومودینامیک کوانتومی (QCD) نامیده شده است. ظاهراً، کوارکها می‌توانند فقط در ترکیبهایی با رنگ خنثی ظاهر شوند.

دو راه برای خنثی کردن رنگ وجود دارد. در نظریه رنگهای واقعی، قرمز + زرد + آبی، سفید را به دست می‌دهد که یک رنگ خنثی است، و ما از همین طرح در توضیح کوارکها استفاده می‌کنیم. بنابراین، برای تشکیل یک باریون می‌توانیم سه کوارک را گرد هم آوریم، با این شرط که یکی کوارک زرد، یکی کوارک قرمز، و یکی کوارک آبی باشد. پادقرمز + پادزرد + پادآبی نیز سفید است، به طوری که می‌توانیم سه پادکوارک را (از سه پاد رنگ مناسب) برای تشکیل یک پادباریون گرد هم آوریم. سرانجام، قرمز + پادقرمز، یا زرد + پادزرد، یا آبی + پادآبی نیز سفید را به دست می‌دهند. بنابراین، برای تشکیل مزون می‌توانیم ترکیبی از کوارک و پادکوارک را گرد آوریم. قاعده رنگ خنثی هیچ ترکیب دیگری از کوارکها را مجاز نمی‌شمارد، و هیچ یک از چنین ترکیبهایی مشاهده نشده است.

نیروی رنگ نه تنها برای پیوند کوارکها به یکدیگر به صورت باریونها و مزونها اعمال می‌شود، بلکه میان چنین ذره‌هایی نیز اعمال می‌شود، که در این حالت مرسوم است که نیروی قوی نامیده می‌شود. بنابراین، نیروی رنگ نه تنها کوارکها را برای تشکیل پروتونها و نوترونها به یکدیگر پیوند می‌دهد، بلکه همچنین پروتونها و نوترونها را برای ایجاد هسته‌ها به یکدیگر می‌پیوندد.

روای اینشتین

وحدت نیروهای بنیادین طبیعت به یک تک نیرو- که ذهن اینشتین را به میزان زیادی در اواخر عمرش به خود مشغول داشته بود- یکی از مورد توجه‌ترین زمینه‌های پژوهشی حال حاضر است. دیده‌ایم که نیروی ضعیف به طور موفقیت‌آمیزی با نیروی الکترومغناطیسی ترکیب شده است، به طوری که آنها را با هم می‌توان به صورت جلوه‌هایی از یک تک نیروی الکتروضعیف در نظر گرفت. نظریه‌هایی که در تلاش‌اند نیروی قوی را به این ترکیب بیافزایند، نظریه‌های وحدت بزرگ^۱ (GUT) نامیده شده‌اند و به طور فعالی پی گرفته می‌شوند. نظریه‌هایی که در پی کامل نمودن این کار با افزودن گرانش

که در زمانی پیش بوده، زمانی که آن نور سفر خود را به سوی ما از میلیاردها سال پیش آغاز کرده است.

۴۴-۱۱ عالم در حال انبساط است

همانطور که در بخش ۳۷-۱۰ دیدیم، این امکان وجود دارد که تندی نسبی نزدیک شدن یا دور شدن کهکشانها را با اندازه گیری انتقالهای طول موج نوری که آنها گسیل می کنند، اندازه بگیریم. اگر فقط به کهکشانهای دور، که در ورای مجاورهای کهکشانی ما هستند، نگاه کنیم به یک واقعیت متحیرکننده می رسیم: همگی آنها در حال دور شدن (پس روی) از ما هستند!

در سال ۱۹۲۹/۱۳۰۸، دوین هابل^۱ رابطه ای میان تندی ظاهری دور شدن v یک کهکشان و فاصله r آن از ما برقرار کرد - که بیان می دارد آنها به طور مستقیم با هم متناسب اند:

$$v = Hr \quad (\text{قانون هابل}) \quad (۴۴-۱۹)$$

که در آن H ثابت هابل نامیده می شود. مقدار H معمولاً برحسب یکای کیلومتر بر ثانیه - مگاپارسک (km/s.Mpc) اندازه گیری می شود، که در آن مگاپارسک یکای طولی است که به طور معمول در اختر فیزیک و نجوم به کار گرفته می شود:

$$1 \text{ Mpc} = 3.084 \times 10^{14} \text{ km} = 3.26 \times 10^6 \text{ ly} \quad (۴۴-۲۰)$$

ثابت هابل H نباید همان مقدار شروع عالم را داشته باشد. تعیین مقدار فعلی آن فوق العاده دشوار است، زیرا چنین کاری مستلزم اندازه گیری هایی در مورد کهکشانهای خیلی دور است. ولی، شواهد موجود در تصویر آغازین این فصل به پژوهشگران امکان می دهد که مقدار H را با دقت تعیین کنند

$$H = 71.0 \text{ km/s.Mpc} = 21.8 \text{ mm/s.ly}$$

دور شدن کهکشانها را به این معنی تعبیر می کنیم که عالم در حال انبساط است، به همان ترتیبی که کشمشی یک کیک کشمش در حال پختن با باد کردن خمیر از یکدیگر فاصله بیشتری می گیرند. ناظرهای روی کهکشانهای دیگر نیز درمی یابند فاصله کهکشانهایی که به سرعت از آنها دور می شوند، از قانون هابل پیروی می کند. با این قیاس می توانیم بگوییم که هیچ کشمش (کهکشانی) دارای دیدگاه یگانه یا مرجعی نیست.

قانون هابل با این فرضیه سازگار است که عالم با مهبانگ آغاز شده و از آن موقع همواره در حال انبساط بوده است. اگر فرض کنیم که آهنگ انبساط ثابت بوده است (یعنی، مقدار H ثابت بوده است)، آنگاه می توانیم سن T عالم را با استفاده از معادله ۴۴-۱۹ با تقریب پیدا کنیم. همچنین فرض می کنیم که از آغاز مهبانگ، هر بخش معینی از عالم (مثلاً، یک کهکشان) از مکان ما با تندی v داده شده توسط معادله ۴۴-۱۹، دور شده

است. پس زمان لازم برای آنکه آن بخش معین به اندازه فاصله r دور شود، چنین است

$$T = \frac{r}{v} = \frac{r}{Hr} = \frac{1}{H} \quad (۴۴-۲۲) \quad (\text{سن برآورد شده عالم})$$

برای مقدار H در معادله ۴۴-۲۱، T برابر با $13.8 \times 10^9 \text{ y}$ به دست می آید. بررسیهای بسیار پیشرفته تر در مورد انبساط عالم، T را برابر $13.7 \times 10^9 \text{ y}$ تعیین کرده است.

مسئله نمونه ۴۴-۶

انتقال طول موج نور حاصل از یک اختروش خاص نشان می دهد که آن اختروش دارای تندی پس روی $2.8 \times 10^4 \text{ m/s}$ است (که ۹۳٪ تندی نور است). این اختروش تقریباً در چه فاصله ای از ما قرار دارد؟

نکته کلیدی فرض می کنیم که فاصله و تندی با قانون هابل به هم مربوط اند.

محاسبه: از معادله های ۴۴-۱۹ و ۴۴-۲۱ درمی یابیم که

$$r = \frac{v}{H} = \frac{2.8 \times 10^4 \text{ m/s}}{21.8 \text{ mm/s.ly}} (1000 \text{ mm/m})$$

$$= 12.8 \times 10^9 \text{ ly} \quad (\text{پاسخ})$$

این فقط یک تقریب است، زیرا اختروش همواره با تندی یکسان v از مکان ما پس روی نکرده است؛ یعنی، H در سرتاسر زمانی که در حین آن عالم در حال انبساط بوده، دارای مقدار فعلی خود نبوده است.

مسئله نمونه ۴۴-۴

یک خط گسلی خاص که در نور حاصل از یک کهکشان مشاهده شده دارای طول موج آشکار شده $\lambda_{\text{det}} = 1/1\lambda$ است، که در آن λ طول موج خاص آن خط است. فاصله آن کهکشان از ما چقدر است؟

نکته های کلیدی (۱) فرض کنیم قانون هابل ($v = Hr$) برای پس روی کهکشان برقرار است. (۲) فرض کنیم انتقال دوپلری نجومی معادله ۳۷-۳۶ ($v \ll c$ به ازای $v = c\Delta\lambda$) برای انتقال طول موج حاصل از پس روی برقرار است. آنگاه می توانیم طرف راست این دو معادله را برابر یکدیگر قرار دهیم و چنین بنویسیم

حل: نکته کلیدی در اینجا این است که

$$Hr = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda} \quad (۴۴-۲۳)$$

که به رابطه زیر می انجامد

$$r = \frac{c\Delta\lambda}{H\lambda} \quad (۴۴-۲۴)$$

در این معادله

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{det}} - \lambda = 1/1\lambda - \lambda = 0/1\lambda$$

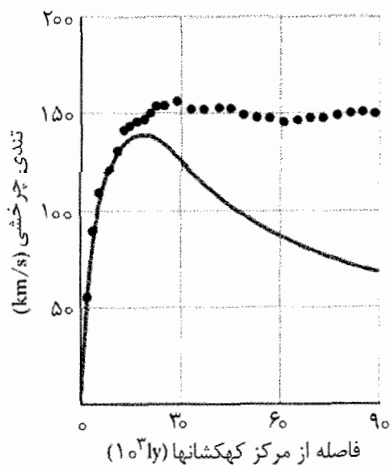
آنگاه قراردادن این رابطه در معادله ۴۴-۲۴ چنین به دست می دهد

بتوانیم تصویری از عالم قدیمی بسازیم، در زمانی که اتمها برای نخستین بار تشکیل شدند و پراکندگی زیاد نور متوقف شد؟^۴ پاسخ، مثبت است. تصویری که این فصل با آن آغاز می‌شود، چنین تصویری است.

۴۴-۱۳ ماده تاریک

در رصدخانه ملی کیت پیک^۴ واقع در آریزونا، ورا روبین^۵ و همکارش کنت فورد^۶ آهنگ چرخش تعدادی از کهکشانهای دور دست را اندازه گرفتند. آنها این کار را با اندازه‌گیری انتقالهای دوپلری خوشه‌های درخشان ستارگانی به انجام رساندند که در داخل هر کهکشان در فاصله‌های مختلفی از مرکز کهکشانی قرار داشتند. همانطور که شکل ۴۴-۵ نشان می‌دهد، نتایج آنها شگفت‌آور بود: تندی مداری ستاره‌ها در لبه مرئی بیرونی کهکشان تقریباً با تندی مداری ستاره‌های نزدیک به مرکز کهکشان برابر است.

همانطور که منحنی توپر شکل ۴۴-۵ گواهی می‌دهد، در صورتی که همه جرم کهکشان توسط نور مرئی نشان داده می‌شد، این منحنی آن چیزی نبود که انتظارش را داشتیم. و نیز این نقش به دست آمده توسط روبین و فورد آن چیزی نیست که در منظومه شمسی می‌یابیم. برای مثال، تندی مداری پلاتو



شکل ۴۴-۵ تندی چرخشی ستارگان در یک کهکشان نوعی برحسب تابعی از فاصله آنها تا مرکز کهکشان. منحنی توپر از لحاظ نظری نشان می‌دهد که اگر یک کهکشان فقط جرم مرئی را در بر داشته باشد، تندی چرخشی مشاهده شده با افزایش فاصله در مسافتهای دور، افت می‌کند. نقطه‌ها داده‌های تجربی هستند که نشان می‌دهند تندی چرخشی در فاصله‌های دور، تقریباً ثابت است.

(دورترین سیاره از خورشید) فقط در حدود یک-دهم تندی مداری عطارد (نزدیکترین سیاره به خورشید) است.

$$r = \frac{c(\sigma/\lambda)}{H\lambda} = \frac{\sigma/\lambda}{H} \\ = \frac{(0.1)(3/0 \times 10^8 \text{ m/s})}{21/8 \text{ mm/s.ly}} (1000 \text{ mm/m}) \\ = 1/4 \times 10^9 \text{ ly} \quad (\text{پاسخ})$$

۴۴-۱۲ تابش زمینه کیهانی

در سال ۱۹۶۵/۱۳۴۴ آرنو پنزیاس^۱ و رابرت ویلسون^۲ از مؤسسه‌ای که بعداً آزمایشگاههای تلفن بل^۳ نامیده شد، در حال آزمایش یک گیرنده میکروموج حساس بودند که برای پژوهشهای مخابراتی به کار می‌رفت. آنها "صدای هیس" زمینه ضعیفی را کشف کردند که شدت آن بدون توجه به آنکه آنتن آنها به کدام سو باشد، بدون تغییر باقی ماند. بزودی روشن شد که پنزیاس و ویلسون تابش زمینه کیهانی را مشاهده کرده‌اند، که در عالم قدیمی ایجاد شده بود و تقریباً به طور یکنواختی همه جا را پر کرده است. این تابش، در حال حاضر دارای یک شدت بیشینه در طول موج ۱/۱ mm است که در ناحیه میکروموج تابش الکترومغناطیسی (یا به اختصار، نور) قرار دارد. توزیع طول موج این تابش نظیر توزیع طول موج نوری است که از یک محفظه آزمایشگاهی با دیواره‌هایی در دمای ۲/۷K تابش می‌شود. بنابراین، برای تابش زمینه کیهانی می‌گوییم که محفظه، کل عالم است و آن عالم در دمای (میانگین) ۲/۷K قرار دارد. پنزیاس و ویلسون به خاطر کشف تابش زمینه کیهانی موفق به اخذ جایزه نوبل فیزیک در سال ۱۹۷۸/۱۳۵۷ شدند.

همانطور که در بخش ۴۴-۱۴ مطرح می‌کنیم، اکنون دانسته شده است که تابش زمینه کیهانی نوری است که از زمان کوتاهی پس از آغاز عالم در میلیاردها سال پیش، بر فراز عالم در حرکت بوده است. وقتی که عالم خیلی جوانتر بود، نور نمی‌توانست مسافت قابل توجهی را بدون آنکه توسط همه ذره‌های منفرد پر سرعتی که در امتداد مسیر آن بودند پراکنده شود، طی کند. اگر یک پرتو نور، مثلاً، از نقطه A شروع کرده بود، در جهت‌های بسیار زیادی پراکنده می‌شد، به طوری که اگر می‌توانستید بخشی از آن را قطع کنید، قادر نبودید که بگویید آن پرتو از نقطه A منشأ گرفته است. ولی، پس از آنکه ذره‌ها شروع به تشکیل اتمها کردند، پراکندگی نور به میزان زیادی کاهش یافت. آنگاه یک پرتو نور ناشی از نقطه A می‌توانست برای میلیون‌ها سال بی‌آنکه پراکنده شود، حرکت کند. این نور، همان تابش زمینه کیهانی است.

وقتی ماهیت این تابش شناخته شد، پژوهشگران در شگفت شدند، "آیا می‌توانیم از این تابش دریافتی برای تمیز نقطه‌هایی که تابش از آنجا منشأ گرفته است استفاده کنیم، به طوری که

4. Kitt Peak National Observatory

5. Vera Rubin

6. Kent Ford

1. Arno Penzias

2. Robert Wilson

3. Bell Telephone Laboratories

این عبارت قوی حاکی از سطح اعتماد به نظریهٔ مهبانگ است، که نخستین بار توسط فیزیکدان بلژیکی ژرژ لوماپتره^۱ در بین کسانی که چنین مطالبی را مطالعه می‌کنند مطرح شد.

نباید تصور کنید که مهبانگ شبیه انفجار یک ترقهٔ غول پیکر است و اینکه شما، دست کم در اصول، می‌توانستید در یک طرف ایستاده و آن را تماشا کنید. هیچ "یک طرفی" وجود نداشت، زیرا مهبانگ بیانگر آغاز خود فضا-زمان است. از منظر عالم کنونی، هیچ مکانی در فضا وجود ندارد که بتوانید آن را نشان دهید و بگویید "مهبانگ در اینجا رخ داده است". آن در همه جا رخ داده است.

افزون بر این، "پیش از مهبانگ" وجود نداشت، زیرا زمان با آفرینش آن رویداد آغاز شد. در این وضعیت، واژهٔ "پیش" معنی خود را از دست می‌دهد. ولی، می‌توانیم دربارهٔ آنچه که در حین بازه‌های زمانی متوالی پس از مهبانگ رخ داده است، حدسهایی بزنیم. (شکل ۴۴-۶)

۳۵-۱۰ ≈ ۱. این قدیمی‌ترین زمانی است که در آن می‌توانیم چیز معنی‌داری دربارهٔ آفرینش عالم بگوییم. در این لحظه است که مفاهیم فضا و زمان معانی فعلی خود را می‌گیرند و قانونهای فیزیک آنطور که آنها را می‌شناسیم کاربرد پیدا می‌کنند. در این لحظه، کل عالم (یعنی، تمام وسعت فضایی عالم) بسیار کوچکتر از یک پروتون است و دمای آن حدود $10^{32} K$ است. افت و خیزها کوانتومی در ترکیب فضا زمان دانه‌هایی هستند که سرانجام به تشکیل کهکشانها، خوشه‌هایی کهکشان‌ی و ابر خوشه‌های کهکشان‌ی منجر خواهند شد.

۳۵-۱۰ ≈ ۱. تا این لحظه، عالم به طور سرسام آوری سریعاً متورم شده است، به طوری که اندازهٔ آن با عاملی در حدود 10^{30} افزایش یافته است و باعث تشکیل ماده در توزیع برقرار شده توسط افت و خیزهای کوانتومی اولیه می‌شود. عالم به صورت سوپ داغی از فوتونها، کوارکها، و لپتونها در دمایی در حدود $10^{17} K$ درآمده است، که برای تشکیل پروتونها و نوترونها بسیار داغ است.

۳۵-۱۰ ≈ ۱. اکنون کوارکها می‌توانند برای تشکیل پروتونها و نوترونها و پادذره‌هایشان ترکیب شوند. عالم اکنون با انبساط مداوم (ولی بسیار آهسته‌تر) به اندازه‌ای سرد شده است که فوتونها انرژی لازم برای شکستن این ذره‌های جدید را ندارند. ذره‌های ماده و پاد ماده برخورد کرده و یکدیگر را نابود می‌کنند. ماده کمی بیشتر است و نمی‌تواند زوجی برای نابودی بیابد. همین بازمانده‌ها هستند که عالم مادی امروزی را تشکیل می‌دهند.

تنها توضیح برای یافته‌های روبین و فورد که با مکانیک نیوتونی سازگار است، این است که یک کهکشان نوعی، ماده‌ای بسیار بیشتر از آنچه که واقعاً می‌توانیم ببینیم، در بر دارد. در واقع، بخش مرئی یک کهکشان فقط در حدود ۵ تا ۱۰ درصد جرم کل کهکشان است. علاوه بر این مطالعات در مورد چرخش کهکشانی، رصدهای بی‌شمار دیگر به این نتیجه می‌انجامد که عالم مملو از ماده‌ای است که نمی‌توانیم آن را ببینیم. این مادهٔ نادیدنی از آنرو مادهٔ تاریک نامیده می‌شود که یا نوری گسیل نمی‌دارد یا گسیل نور آن برای آنکه آن را آشکار کنیم بسیار ضعیف است.

ماده معمولی (از قبیل ستارگان، سیاره‌ها، غبار، و مولکولها) اغلب مادهٔ باریونی نامیده می‌شود، زیرا جرم آن عمدتاً ناشی از جرم مرکبی از پروتونها و نوترونهایی (باریونهای) است که آن را تشکیل می‌دهند. (جرم الکترونها نادیده انگاشته شده است، زیرا جرم الکترون نسبت به جرم پروتون یا نوترون بسیار کوچک است). برخی از مواد طبیعی، از قبیل ستارگان سوخته و گازهای بین ستاره‌ای کم‌سو، بخشی از مادهٔ تاریک در یک کهکشان هستند.

ولی، بنا بر محاسبه‌های مختلف، این مادهٔ معمولی تاریک فقط بخش کوچکی از کل مادهٔ تاریک است. بقیه، مادهٔ تاریک غیر باریونی نامیده می‌شود، زیرا شامل پروتونها و نوترونها نمی‌شود. فقط یکی از اعضای این نوع مادهٔ تاریک را می‌شناسیم - نوترینوها. اگرچه جرم نوترینو نسبت به جرم پروتون یا نوترون بسیار کوچک است، ولی تعداد نوترینوها در یک کهکشان بسیار زیاد، و بنابراین جرم کل نوترینوها بزرگ است. با این وجود، محاسبه‌ها نشان می‌دهد که حتی جرم کل نوترینوها برای توضیح جرم کل مادهٔ غیر باریونی کفایت نمی‌کند. به رغم گذشت یک صد سال که در آن ذره‌های بنیادی آشکار و مطالعه شده‌اند، ذره‌هایی که بقیهٔ این نوع از مادهٔ تاریک را تشکیل می‌دهند، آشکار ناپذیرند و ماهیت آنها ناشناخته مانده است. چون هیچ تجربه‌ای با آنها نداریم و آنها با ذره‌های معمولی فقط به طور گرانشی برهم کنش می‌کنند.

۴۴-۱۴ مهبانگ

در سال ۱۹۸۵/۱۳۷۴، فیزیکدانی در یک همایش علمی چنین بیان داشت:

اینکه عالم ۱۵ میلیارد سال پیش با یک مهبانگ آغاز شد به همان قطعیتی است که زمین به دور خورشید می‌گردد.

که آبرنواختر را در بر دارد، اخترشناسان همچنین توانستند تعیین کنند که آن کهکشان چقدر سریع از ما دور می‌شود. از ترکیب همه این اطلاعات، آنها توانستند آهنگ انبساط عالم را تعیین کنند. نتیجه آنکه همانطور که توسط نظریه انرژی تاریک پیش‌بینی می‌شد، انبساط عالم واقعاً سریع است. ولی، هنوز نشانه‌ای از اینکه این انرژی تاریک چیست، نداریم.

۴۴-۱۵ جمع‌بندی

حال در این پاراگرافهای پایانی می‌خواهیم بررسی کنیم که مخزن دانش ما درباره عالم که به سرعت در حال انباشته شدن است ما را به کجا رهنمون می‌سازد؟ جای مناقشه نیست که این موضوع رضایت خاطر بخشی زیادی از فیزیکدانان کنجکاو پراکنده و اخترشناسان را فراهم می‌آورد. ولی، برخی به آن به صورت یک تجربه پیش پا افتاده می‌نگرند که به نظر می‌رسد هر افزایشی در دانش ما با وضوح بیشتری ناجیزی نسبی ما را در طرح عظیم خلقت نمایان می‌سازد. بنابراین، با یک نظم تاریخی تقریبی، ما آدیان باید به این نتیجه برسیم که

زمین ما مرکز منظومه شمسی نیست.

خورشید ما فقط یک ستاره در میان چندین و چند ستاره دیگر کهکشان ماست.

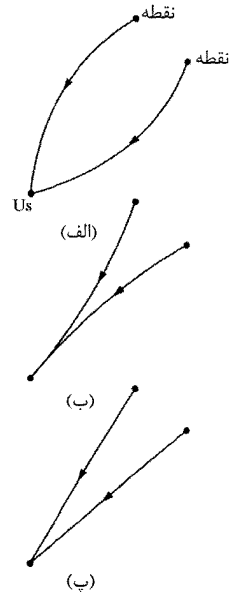
کهکشان ما فقط یکی از چندین و چند کهکشان، و خورشید ما یک ستاره معمولی در آن است.

زمین ما شاید فقط به اندازه یک-سوم سن عالم وجود داشته است و مطمئناً هنگامی که خورشید ما سوختش را به مصرف برساند و یک غول قرمز شود، از عرصه عالم محو خواهد شد.

گونه ما برای مدتی کمتر از یک میلیون سال روی زمین سکونت داشته است- چشم برهم زدنی در زمان کیهانی.

گرچه مکان ما در عالم ممکن است بی‌اهمیت باشد، ولی به نظر می‌رسد قانونهای فیزیکی که کشف کرده‌ایم (آشکار کرده‌ایم؟) در سرتاسر عالم و- تا هر جایی که می‌شناسیم- برقرار است، از هنگامی که عالم آغاز شد تا برای همه زمانهای آینده. دست کم، هیچ گواهی وجود ندارد که قانونهای دیگری در بخشهای دیگر عالم برقرار باشد. بنابراین، تا وقتی که کسی ایراد نگیرد، روی مهر قانونهای فیزیک، عبارت "کشف شده روی زمین" را حک می‌کنیم. چیزهای بیشتری برای کشف شدن باقی است: "عالم پر از چیزهای سحرآمیز است، که صبورانه در انتظار رشد سریعتر قابلیت‌های ذهنی ما هستند." این اظهارنظر ما را مجاز می‌دارد که در انتها به این پرسش که مدام آن را در این کتاب بررسی کرده‌ایم، پاسخ دهیم "فیزیک چیست؟" فیزیک، مدخلی به آن چیزهای سحرآمیز است.

این تختی، مسئله بسیار دشواری را پیش روی فیزیکدانان قرار می‌دهد، زیرا لازم می‌دارد که عالم شامل مقدار معینی از انرژی (به صورت جرم یا صورتی دیگر) باشد. مشکل از آنجا ناشی می‌شود که همه برآوردها از مقدار انرژی موجود در عالم (هم در شکل‌های شناخته شده و هم در شکل نوع ناشناخته ماده تاریک) به میزان فاحشی کمتر از مقدار مورد نیاز است. در واقع، حدود دو سوم از این انرژی مورد نیاز در برآوردها گم شده است.



شکل ۴۴-۷ پرتوهای نور حاصل از دو لکه مجاور تابش زمینه کیهانی از دید ما، در زاویه (الف) بزرگتر از 1° یا (ب) کوچکتر از 1° به ما می‌رسید، در صورتی که فضا در امتداد مسیرهای پرتو نور عبوری از عالم خمیده بود. (پ) زاویه 1° به این معنی است که فضا خمیده نیست.

یک نظریه پیشنهاد شده برای این انرژی گم شده، به آن نام وهم آور انرژی تاریک داده و پیش‌بینی کرده است که این انرژی خاصیت عجیبی دارد که موجب انبساط سریع عالم می‌شود. تا سال ۱۹۹۸/۱۳۷۷، تعیین اینکه آیا این انبساط واقعاً سریع بوده است بسیار دشوار بود، زیرا لازمه آن، اندازه‌گیری مسافت‌های اجسام نجومی بسیار دور، در جایی است که انبساط سریع ممکن بود رخ دهد.

ولی، در سال ۱۹۹۸/۱۳۷۷، پیشرفتهای فناوری نجومی، اخترشناسان را قادر ساخت تا نوع معینی از آبرنواختر را در فاصله‌های بسیار دور آشکار کنند. مهمتر اینکه، اخترشناسان توانستند مدت انفجار نور از چنین آبرنواخترهایی را اندازه‌گیری کنند. در طی این مدت، تابناکی آبرنواخترها که توسط ناظری نزدیک به آبرنواخترها دیده می‌شود، آشکار می‌گردد. با اندازه‌گیری مدت تابناکی آبر نواخترها آنطور که از کره زمین دیده می‌شوند، اخترشناسان توانستند فاصله تا آن آبرنواختر را تعیین کنند. با استفاده از انتقال به سرخ نور حاصل از کهکشان

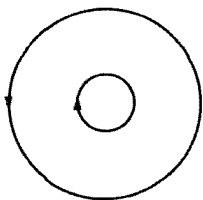
که در اینجا H ، ثابت هابل، را برابر مقدار زیر اختیار می‌کنیم

$$H = 71/0 \text{ km/s.Mpc} = 21/8 \text{ mm/s.ly} \quad (21-44)$$

انبساط توصیف شده با قانون هابل و وجود همه جا حاضر تابش میکروموج زمینه، آشکار می‌کند که عالم در یک "مهبانگ"، ۱۳/۷ میلیارد سال پیش آغاز شده است.

پرسشها

۱- شکل ۸-۴۴ مسیر دو ذره را در حرکت دایره‌ای در یک میدان یکنواخت نشان می‌دهد. ذره‌ها دارای بار یکسان ولی با علامت مخالف هستند. (الف) کدام مسیر مربوط به ذره سنگین‌تر است؟ (ب) اگر میدان مغناطیسی به سوی داخل صفحه باشد ذره سنگین‌تر دارای بار مثبت است یا منفی؟



شکل ۸-۴۴ پرسش ۱

۲- آیا واپاشی پیشنهادی $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$ از نظر (الف) بار الکتریکی، (ب) اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی و (پ) شگفتی پایستار است؟ (ت) اگر ذره اولیه ساکن باشد، برای ایجاد محصولهای واپاشی آیا به قدر کافی انرژی وجود دارد؟

۳- نه تنها ذراتی مانند الکترونها و پروتونها بلکه کل اتمها نیز می‌توانند به صورت فرمیونها یا بوزونها طبقه‌بندی شوند، بسته به اینکه آیا عددهای کوانتومی اسپینی کل آنها به ترتیب نیم-درست یا درست باشد. ایزوتوپهای هلیوم ^3He و ^4He را در نظر بگیرید. کدامیک از عبارتهایی که در پی می‌آید درست است؟ (الف) هر دو فرمیون هستند. (ب) هر دو بوزون هستند. (پ) ^4He فرمیون، و ^3He بوزون است. (ت) ^3He فرمیون، و ^4He بوزون است. (دو الکترون هلیوم تشکیل یک لایه بسته را می‌دهند و نقشی در پاسخ ندارند).

۴- کدامیک از هشت پیون شکل ۲-۴۴ ب کمترین انرژی جنبشی را دارد؟

۵- الکترون نمی‌تواند به دو نوترینو واپاشی کند. در صورتی که این واپاشی رخ می‌داد، کدامیک از قانونهای پایستگی که در پی می‌آید نقض می‌شد: (الف) انرژی، (ب) اندازه حرکت زاویه‌ای، (پ) بار، (ت) عدد لپتونی، (ث) اندازه حرکت خطی و (ج) عدد باریونی؟

۶- همانطور که دیده‌ایم، مزون π^- دارای ساختار کوارکی $d\bar{u}$ است. اگر به جای این، مزون π^- از یک کوارک d و یک کوارک u ساخته شده بود، کدامیک از قانونهای پایستگی که در

بازنگری و خلاصه درس

لپتونها و کوارکها پژوهشهای اخیر این نظریه را تأیید می‌کند که همه مواد از شش نوع لپتون (جدول ۲-۴۴)، شش نوع کوارک (جدول ۵-۴۴)، و ۱۲ پادذره، هر یک مربوط به هر یک از لپتونها و کوارکها، ساخته شده‌اند. همه این ذره‌ها اسپین $\frac{1}{2}$ دارند و بنابراین فرمیون (ذره‌هایی با اسپین نیم-درست) هستند.

برهم کنشها ذره‌های با بار الکتریکی از طریق نیروی الکترومغناطیسی، با مبادله فوتونهای مجازی برهم‌کنش می‌کنند. لپتونها می‌توانند با یکدیگر و با کوارکها از طریق نیروی ضعیف، توسط ذره‌های پرجرم W و Z به عنوان پیام‌رسان، برهم‌کنش کنند. افزون بر این، کوارکها با یکدیگر از طریق نیروی رنگ برهم‌کنش می‌کنند. نیروهای الکترومغناطیسی و ضعیف جلوه‌های مختلفی از نیروی یکسانی، موسوم به نیروی الکتروضعیف هستند.

لپتونها سه لپتون (الکترون، موئون، و تاو) دارای بار الکتریکی برابر $-1e$ هستند. همچنین سه نوترینو بدون بار (که لپتون نیز هستند) وجود دارد، هر یک مربوط به یک لپتون باردار. پادذره‌های لپتونهای باردار، دارای بار مثبت هستند.

کوارکها شش کوارک (بالا، پایین، شگفت، افسون، ته و سر، به ترتیب افزایش جرم) هر یک دارای عدد باریونی $\frac{1}{3} +$ و باری برابر $\frac{2}{3}e$ یا $-\frac{1}{3}e$ وجود دارند. کوارک شگفت دارای شگفتی ۱- است، در حالی که سایر کوارکها همگی دارای شگفتی ۰ هستند. این چهار علامت جبری برای پادکوارکها وارون می‌شوند.

هادرونها: باریونها و مزونها کوارکها در داخل ذره‌های برهم‌کنش کننده قوی موسوم به هادرونها ترکیب می‌شوند. باریونها، هادرونیایی با عددهای کوانتومی اسپینی نیم-درست ($\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$) هستند. مزونها، هادرونیایی با عددهای کوانتومی اسپینی درست (۰ یا ۱) هستند و بنابراین، بوزون هستند. باریونها، فرمیون هستند. مزونها دارای عدد باریونی برابر صفرند؛ باریونها دارای عدد باریونی برابر با ۱ یا -۱ هستند. کرومودینامیک کوانتومی پیش‌بینی می‌کند که ترکیبهای ممکن کوارکها، یا یک کوارک با یک پادکوارک، یا سه کوارک، یا سه پادکوارک هستند (این پیش‌بینی با آزمایش سازگار است).

انبساط عالم شواهد اخیر قویاً حاکی از آن است که عالم در حال انبساط است، به طوری که کهکشانهای دور دست با آهنگ v که با قانون هابل داده می‌شود، از ما دور می‌شوند:

$$v = Hr \quad (\text{قانون هابل}) \quad (19-44)$$

بخش ۴۴-۳ میان گفتار

۱۰- یک الکترون و یک پوزیترون دستخوش نابودی زوج (معادله ۴۴-۵) قرار می گیرند. اگر انرژی جنبشی آنها پیش از نابودی تقریباً برابر صفر باشد، طول موج هر یک از γ های تولید شده به وسیله این نابودی، چقدر است؟ **GO**

۲۰- یک پیون خشی که در ابتدا ساکن است به دو پرتو گاما و امی باشد: $\gamma + \gamma \rightarrow \pi^0$. طول موج پرتوهای گاما را محاسبه کنید. چرا آنها باید یک طول موج داشته باشند؟

۳۰- یک الکترون و یک پوزیترون به فاصله r از هم قرار گرفته اند. نسبت نیروی گرانشی به نیروی الکتریکی میان آنها را بیابید. با استفاده از این نتیجه، در ارتباط با نیروهای عمل کننده میان ذره های آشکار شده در اتاقک حباب چه نتیجه ای می توانید بگیرید؟

۴۰- نظریه های معینی پیش بینی می کنند که پروتون با نیم-عمری در حدود 10^{32} سال، ناپایدار است. با فرض اینکه این نظریه ها درست باشند، تعداد پروتونی را که انتظار دارید در یک سال در آب یک استخر شنای المپیک که $4/32 \times 10^6 L$ آب را در خود جای می دهد، واپاشی کند محاسبه کنید.

۵۰- یک پیون باردار شده مثبت بنا بر معادله ۴۴-۷ و امی باشد: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$. طرح واپاشی پیونی که دارای بار منفی است باید چگونه باشد؟ (راهنمایی: π^- پاد ذره π^+ است.)

۶۰۰- یک تاو مثبت (τ^+ ، انرژی سکون = 1777 MeV) با انرژی جنبشی 2200 MeV در یک مسیر دایره ای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $1/20 T$ در حال حرکت است. (الف) اندازه حرکت تاو را بر حسب کیلوگرم-متر بر ثانیه محاسبه کنید. اثرهای نسبیتی را در نظر بگیرید. (ب) شعاع مسیر دایره ای را به دست آورید.

۷۰- رصد نوترینوهای گسیل شده توسط ابرنواختر SN1987a (شکل ۴۳-۱۱ ب) حد بالای 20 eV را برای انرژی سکون نوترینوی الکترون به دست می دهد. اگر انرژی سکون نوترینوی الکترون واقعاً 20 eV باشد، اختلاف میان تندی نور و تندی نوترینوی الکترون $1/5 \text{ MeV}$ چقدر خواهد بود؟

۸۰۰- یک پیون خشی دارای انرژی سکون 135 MeV و عمر میانگین $8/3 \times 10^{-17} \text{ s}$ است. اگر این پیون با انرژی جنبشی اولیه 80 MeV تولید شده باشد و پس از یک عمر میانگین واپاشد، طولانیترین مسیر ممکن که این ذره می تواند در یک اتاقک حباب از خود بر جای گذارد چقدر است؟ از اتساع زمان نسبیتی استفاده کنید. **GO**

۹۰۰- انرژی سکون بسیاری از ذره های کوتاه-عمر را نمی توان به طور مستقیم اندازه گیری کرد، بلکه باید آنها را از اندازه حرکت های اندازه گیری شده و انرژی های سکون معلوم محصولهای واپاشی به دست آورد. مزون ρ^0 را در نظر بگیرید که توسط واکنش $\pi^+ + \pi^- \rightarrow \rho^0$ و امی باشد. انرژی سکون مزون ρ^0 را

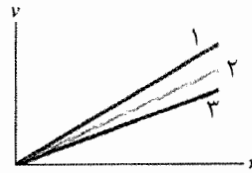
پی می آید نقض می شد: (الف) انرژی، (ب) اندازه حرکت زاویه ای، (پ) بار، (ت) عدد لپتونی، (ث) اندازه حرکت خطی و (ج) عدد باریونی؟

۷- پروتون نمی تواند به نوترون و نوترینو واپاشی کند. در صورتی که این واپاشی رخ می داد، کدامیک از قانونهای پایستگی که در پی می آید نقض می شد: (الف) انرژی (فرض کنید که پروتون ساکن است)، (ب) اندازه حرکت زاویه ای، (پ) بار، (ت) عدد لپتونی، (ث) اندازه حرکت خطی و (ج) عدد باریونی؟

۸- پروتونی دارای انرژی جرمی کافی برای واپاشی به صورت دسته ای از الکترونها، نوترینوها، و پاد ذره های آنهاست. در صورتی که این واپاشی رخ می داد، کدامیک از قانونهای پایستگی که در پی می آید لزوماً نقض می شد: عدد لپتونی الکترون یا عدد باریونی؟

۹- نوترینویی را که نماد آن $\bar{\nu}_\tau$ است در نظر بگیرید. (الف) آیا این کوآرک، لپتون، مزون، یا باریون است؟ (ب) آیا این ذره است یا پاد ذره؟ (پ) آیا این بوزون است یا فرمیون؟ (ت) آیا این در برابر واپاشی خود به خود، پایدار است؟

۱۰- سه کیهانشناس هر یک روی نمودار شبه-هابل شکل ۴۴-۹ خطی رسم کرده اند، اگر از این سه نمودار سن مربوط به عالم را محاسبه کنیم، نمودارها را بنا بر سن به ترتیب بزرگی مرتب کنید.



شکل ۴۴-۹ مسئله ۱۰

۱۱- ذره Σ^+ دارای این عددهای کوانتومی است: شگفتی $S = -1$ ، بار $q = +1$ ، و اسپین $s = \frac{1}{2}$. کدامیک از ترکیبهای کوآرکی زیر آن را تشکیل می دهد: (الف) dds ، (ب) $s\bar{s}$ ، (پ) uus ، (ت) ssu ، یا (ث) uus ؟

مسئله ها

GO مسئله های آموزشی قابل دسترس (در نسخه مدرس).

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله ها

WWW: پاسخ در <http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در

<http://www.wiley.com/college/halliday> داده شده است.

●●●● تعداد نقطه ها درجه دشوار بودن سطح مسئله را نشان می دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندۀ فیزیک و در

flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

۱۶۰- با بررسی شگفتی، تعیین کنید که کدامیک از واکنشها یا واکنشهایی که در پی می آید از طریق برهم کنش قوی صورت می گیرند: (الف) $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ ؛ (ب) $\Lambda^0 + p \rightarrow \Sigma^- + n$ ؛ (پ) $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ ؛ (ت) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$.

۱۷۰- کدام قانون پایستگی در هر یک از این واکنشها و واکنشهای پیشنهاد شده نقض می شود؟ (فرض کنید که محصولها دارای اندازه حرکت زاویه ای مداری صفرند). (الف) $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$ ؛ (ب) $\Omega^- \rightarrow \Sigma^- + \pi^0$ (برای Ω^- ، $S = -3$ ، $m = 1672 \text{ MeV}/c^2$ ، $q = -1$ و $m_s = \frac{3}{4}$ است)؛ (پ) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$.

۱۸۰- انرژی فروپاشی این واکنشها را محاسبه کنید (الف) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$ و (ب) $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$.

۱۹۰- نشان دهید که اگر، به جای رسم شگفتی S بر حسب q برای باریونهای با اسپین $\frac{1}{2}$ شکل ۳-۴۴ الف و برای مزونهای با اسپین صفر شکل ۳-۴۴ ب، کمیت $Y = B + S$ را بر حسب کمیت $T_z = q - \frac{1}{2}(B + S)$ رسم کنیم، بدون استفاده از محورهای مایل به نقشهای شش ضلعی دست می یابیم. (کمیت Y ، آبربار نامیده می شود، و T_z به کمیتی موسوم به ایزواسپین مربوط است.)

۲۰۰۰- یک ذره Σ^- که با انرژی جنبشی 220 MeV در حال حرکت است بنا بر $\Sigma^- \rightarrow \pi^- + n$ و می پاشد. انرژی جنبشی کل محصولهای واپاشی را محاسبه کنید.

۲۱۰۰- برای شناسایی ذره x در هر یک از واکنشهای زیر که توسط برهم کنش قوی صورت می پذیرند، از قانونهای پایستگی و جدولهای ۳-۴۴ و ۴-۴۴ استفاده کنید: (الف) $p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + x$ ؛ (ب) $p + \bar{p} \rightarrow n + x$ ؛ (پ) $\pi^- + p \rightarrow \Xi^0 + K^0 + x$.

۲۲۰۰- واپاشی $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ را با Λ^0 در حال سکون در نظر بگیرید. (الف) انرژی فروپاشی را محاسبه کنید. انرژی جنبشی (ب) پروتون و (پ) پیون چقدر است؟ (رهنمایی: مسئله نمونه ۱۰ را ببینید.)

۲۳۰- کدام هادرون در جدولهای ۳-۴۴ و ۴-۴۴ به بسته کوارکهای (الف) ssu و (ب) dds مربوط می شود؟

بخش ۴۴-۸ مدل کوارکی

۲۴۰- با استفاده از جدولهای ۳-۴۴ و ۵-۴۴، هویت باریونهای تشکیل شده از کوارکهای (الف) ddu ، (ب) uus ، و (پ) ssd را تعیین کنید. درستی پاسخهای خود را با هشتایی باریونی نشان داده شده در شکل ۳-۴۴ الف و ارسی کنید.

۲۵۰- ساختار کوارکی \bar{K}^0 چیست؟

۲۶۰- چه ترکیب کوارکی برای تشکیل (الف) Λ^0 و (ب) Ξ^0 نیاز است؟

که به پیونهای تشکیل شده اندازه حرکتی در خلاف جهت یکدیگر و بزرگی $358/3 \text{ MeV}/c$ می دهد، محاسبه کنید. جدول ۴-۴۴ را برای انرژیهای سکون پیونها ببینید. SSM ۱۰۰۰- (الف) ذره ساکن ۱ به ذره های ۲ و ۳ و می پاشد، که با اندازه حرکتی یکسان ولی در جهت مخالف حرکت می کنند. نشان دهید که انرژی جنبشی K_2 ذره ۲ با رابطه زیر داده می شود

$$K_2 = \frac{1}{2E_1} [(E_1 - E_2)^2 - E_3^2]$$

که در آن E_1 ، E_2 ، و E_3 انرژیهای سکون ذره هاست. (ب) نشان دهید که نتیجه قسمت (الف) انرژی جنبشی مؤتون را همان مقدار محاسبه شده در مسئله نمونه ۱-۴۴، به دست می دهد.

بخش ۴۴-۶ بازهم قانون پایستگی دیگر

۱۱۰- کدامیک از قانونهای پایستگی در هر یک از این واکنشهای پیشنهاد شده نقض می شود؟ فرض کنید ذره اولیه ساکن است و محصولهای واپاشی دارای اندازه حرکتی زاویه ای مداری صفرند. (الف) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu$ ؛ (ب) $\mu^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_\mu$. $SSM \text{ WWW}$ ۱۲۰- ذره A_1^+ و محصولهای واپاشی آن به ترتیب زیر و می پاشند

$$\begin{array}{ll} A_1^+ \rightarrow \rho^0 + \pi^+ & \text{و} \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu} \\ \rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- & \text{و} \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu} \\ \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu & \text{و} \quad \mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu} \end{array}$$

(الف) محصولهای واپاشی پایدار نهایی کدام اند؟ بنا بر شواهد، (ب) آیا ذره A_1^+ فرمیون است یا بوزون؟ و (پ) آیا این ذره مزون است یا باریون؟ (ت) عدد باریونی آن چند است؟ (رهنمایی: مسئله نمونه ۴-۴۴ را ببینید.)

۱۳۰- در فرآیند واپاشی پیشنهاد شده بالا

$$\Xi^- \rightarrow \pi^- + n + K^- + p$$

کدام پایستگی برقرار است؟ (الف) بار (ب) عدد باریونی، (پ) اندازه حرکت زاویه ای اسپینی و (ت) شگفتی.

۱۴۰- در واکنش پیشنهاد شده زیر

$$p + \bar{p} \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+ + e^-$$

کدام پایستگی برقرار است؟ (الف) بار (ب) عدد باریونی، (پ) عدد لبتونی الکترونی، (ت) اندازه حرکت زاویه ای اسپینی، (ث) شگفتی و (ج) عدد لبتونی مؤتویی.

بخش ۴۴-۷ راه هشتگانه

۱۵۰- واکنش $\pi^+ + p \rightarrow p + p + \bar{n}$ از طریق برهم کنش قوی صورت می پذیرد. با به کار بردن قانونهای پایستگی، (الف) عدد کوانتومی بار، (ب) عدد باریونی، و (پ) شگفتی پادنوترون را پیدا کنید.

برد، وقتی نور گسیل شده فاصله آن برحسب سال نوری تا کهکشان چقدر بوده است؟

۳۵۰- در آزمایشگاه، یکی از خطهای سدیم با طول موج 589.0 nm گسیل شده است. ولی، در نور حاصل از یک کهکشان خاص، این خط در طول موج 602.0 nm دیده می‌شود. با فرض آنکه قانون هابل برقرار باشد و از انتقال دوپلری معادله ۳۶-۳۷ استفاده کنیم، فاصله تا کهکشان را محاسبه کنید.

۳۶۰- الکترون در اتم هیدروژن در یک کهکشان دور با پرش از $n=3$ به $n=2$ ، نور گسیل می‌کند. اگر نور را با طول موج 3.00 mm آشکار کنیم در این صورت از وقتی که نور گسیل شده است، طول موج و در نتیجه عالم چقدر انبساط یافته است؟

۳۷۰- چون تندیهای پس‌روی ظاهری کهکشانها و اختروشها در فاصله‌های دور به تندی نور نزدیک است، فرمول انتقال دوپلر نسبیتی (معادله ۳۷-۳۱) باید مورد استفاده قرارگیرد. این انتقال، به صورت انتقال به سرخ کسری $z = \Delta\lambda/\lambda_0$ گزارش شده است. (الف) نشان دهید که پارامتر تندی پس‌روی $\beta = v/c$ برحسب z رابطه زیر داده می‌شود

$$\beta = \frac{z^2 + 2z}{z^2 + 2z + 2}$$

(ب) یک اختروش آشکار شده در سال ۱۹۸۷/۱۳۶۶ دارای $z = 4/42$ است. پارامتر تندی آن را محاسبه کنید. (پ) فاصله تا آن اختروش را، با فرض آنکه قانون هابل برای این مسافتها معتبر است، به دست آورید.

۳۸۰۰- آیا عالم برای همیشه به انبساط ادامه می‌دهد؟ برای پاسخ به این پرسش، این فرض (معقول؟) را اختیار کنید که تندی پس‌روی v یک کهکشان به فاصله r از ما فقط با ماده‌ای که در داخل کره‌ای به مرکز ما و شعاع r قرار دارد، تعیین می‌شود. اگر جرم کل داخل این کره M باشد، تندی فرار v_e از این کره $v_e = \sqrt{2GM/r}$ (معادله ۱۳-۲۸) است. (الف) نشان دهید که برای جلوگیری از انبساط نامحدود، چگالی میانگین ρ داخل کره باید دست کم برابر مقدار زیر باشد

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

(ب) این "چگالی حلی" را به طور عددی محاسبه کنید؛ پاسخ خود را بر حسب اتمهای هیدروژن در هر متر مکعب بیان کنید. اندازه‌گیریهای چگالی واقعی دشوار است و در حضور ماده تاریک پیچیده می‌شود.

بخش ۴۴-۱۲ تابش زمینه کیهانی

۳۹۰۰- به دلیل وجود فراگیر تابش زمینه کیهانی، کمترین دمای ممکن یک گاز در فضای بین ستاره‌ای یا بین کهکشانی نه 0 K بلکه 2.7 K است. این مبین آن است که کسر مهمی از مولکولهای فضا که می‌توانند در تراز پایین یک حالت برانگیخته باشند، ممکن است در واقع در همین حالت باشند. وانگیختگی

۲۷۰- ترکیب کواریکی پروتون و نوترون به ترتیب uud و udd است. ترکیب کواریکی (الف) پاد پروتون و (ب) پادنوترون چیست؟
۲۸۰- 10 باریون با اسپین $\frac{3}{2}$ وجود دارد. نمادها و عددهای کوانتومی آنها برای بار q و شگفتی S به قرار زیر است:

	q	S		q	S
Δ^-	-1	0	Σ^{*0}	0	-1
Δ^0	0	0	Σ^{*-}	+1	-1
Δ^+	+1	0	Ξ^{*-}	-1	-2
Δ^{++}	+2	0	Ξ^{*0}	0	-2
Σ^{*-}	-1	-1	Ω^-	-1	-3

با استفاده از دستگاه مختصات مایل شکل ۴۴-۳، یک نمودار بار-شگفتی برای این باریونها رسم کنید. نمودار خود را با این شکل مقایسه کنید.

۲۹۰- فقط با استفاده از کواریکهای بالا، پایین، و شگفت، در صورت امکان باریونی (الف) با $q = +1$ و شگفتی $S = -2$ و (ب) با $q = +2$ و شگفتی $S = 0$ تشکیل دهید. **SSM WWW**

۳۰۰۰- باریون Σ^{*0} با اسپین $\frac{3}{2}$ (مسئله ۲۸ را ببینید) دارای انرژی سکون 1385 MeV است (عدم قطعیت ذاتی را در اینجا نادیده می‌گیریم)؛ باریون Σ^0 با اسپین $\frac{1}{2}$ دارای انرژی سکون 1192.5 MeV است. اگر هر یک از این دو ذره دارای انرژی جنبشی 1000 MeV باشند، (الف) کدامیک سریعتر حرکت می‌کند و (ب) به چه مقدار؟

بخش ۴۴-۱۱ عالم در حال انبساط است

۳۱۰- طول موج رصد شده خط 656 nm (بالمر نخستین) هیدروژن گسیل شده از کهکشانی در فاصله $1.5 \times 10^4 \text{ ly}$ چقدر است؟ فرض کنید انتقال دوپلری معادله ۳۶-۳۷ و قانون هابل برقرارند.

۳۲۰- جرمی در فاصله $1.5 \times 10^4 \text{ ly}$ از ما قرار دارد و غیر از حرکت ناشی از انبساط عالم هیچ حرکتی نسبت به ما ندارد. اگر فضای بین ما و جسم بنا بر قانون هابل با $H = 21/8 \text{ mm/s} \cdot \text{ly}$ انبساط پیدا کند، (الف) سال بعد فاصله بین ما و جسم چقدر (برحسب متر) بیشتر افزایش پیدا می‌کند؟ (ب) تندی دور شدن جسم از ما چقدر است؟

۳۳۰- اگر قانون هابل را بتوان تا فاصله‌های خیلی دور برون‌یابی کرد، در چه فاصله‌ای تندی پس‌روی ظاهری با تندی نور برابر می‌شود؟

۳۴۰- به خاطر انبساط کیهان شناختی، یک گسیل معین از یک کهکشان دور دارای طول موجی است که دو برابر طول موجی است که گسیل در آزمایشگاه داراست. با فرض اینکه قانون هابل برقرار است و می‌توان محاسبه‌های انتقال دوپلری را به کار

دما 2970K بوده است. در آن هنگام طول موجی که در آن تابش زمینه بیشترین شدت را داشت، چه بود؟
 ۴۴۰- طول موجی که در آن یک تابشگر گرمایی در دمای T موجهای الکترومغناطیسی را با بیشترین شدت تابش می‌کند با قانون وین داده می‌شود: $\lambda_{\max} = (2898\mu\text{m.K})/T$. (الف)
 نشان دهید که انرژی E یک فوتون مربوط به آن طول موج را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد

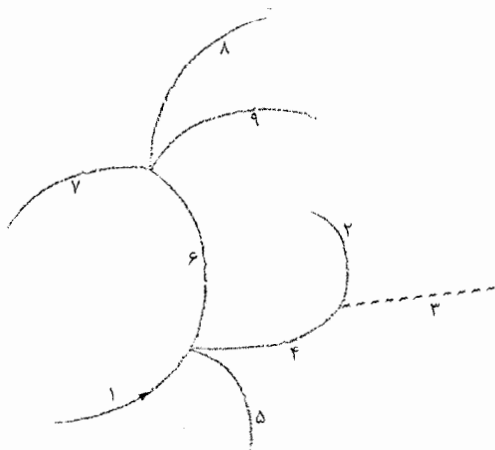
$$E = (4/28 \times 10^{-10} \text{ MeV/K}) T$$

(ب) در چه دمای کمینه‌ای این فوتون می‌تواند یک جفت الکترون-پوزیترون تولید کند (که در بخش ۱۷-۶ توضیح داده شد)؟

مسئله‌های اضافی

۴۵- اگر زمین بر اثر برخورد با پاد-زمین نابود می‌شد، چقدر انرژی آزاد می‌شد؟ SSM
 ۴۶- بازی ذره‌ای. شکل ۴۴-۱۰ طرحواره‌ای از ردهایی است که توسط ذره‌ها در یک آزمایش اتاقک ابر خیالی (در حضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت که جهت آن عمود بر صفحه است) درست شده است، و جدول ۴۴-۶ عددهای کوانتومی خیالی وابسته به ذره‌هایی که این مسیرها را می‌سازند، به دست می‌دهد. ذره A وارد اتاقک شده، رد ۱ را بر جای می‌گذارد و به سه ذره وامی‌باشد. آنگاه ذره‌ای که رد ۶ را می‌آفریند به سه ذره دیگر و ذره‌ای که رد ۴ را می‌آفریند به دو ذره دیگر، که یکی از آنها از لحاظ الکتریکی بدون بار است، واپاشی می‌کند- مسیر آن ذره بدون بار توسط خطهای فاصله نمایش داده شده است. ذره‌ای که رد ۸ را آفریده است، ذره‌ای با عدد کوانتومی "جدیدت" صفر شناخته شده است.

از پایستگی عددهای کوانتومی خیالی در هر نقطه واپاشی و با توجه به جهتهای خمیدگی این مسیرها، تعیین کنید که کدام ذره متعلق به مسیر (الف) ۱، (ب) ۲، (پ) ۳، (ت) ۴، (ث) ۵، (ج) ۶، (چ) ۷، (ح) ۸، و (خ) ۹ است؟ یکی از ذره‌های فهرست شده در جدول تشکیل نمی‌شود؛ بقیه فقط یک بار در هر مسیر ظاهر می‌شوند.



شکل ۴۴-۱۰ مسئله ۴۶

بعدی به گسیل تابشی می‌انجامد که می‌تواند آشکار شود. یک مولکول (فرضی) را با دقیقاً یک حالت برانگیخته ممکن در نظر بگیرید. (الف) برای آنکه ۲۵٪ مولکولها در این حالت برانگیخته باشند، انرژی برانگیختگی باید چقدر باشد؟ (رهنمایی: معادله ۴۰-۲۹ را ببینید). (ب) طول موج فوتون گسیل شده در یک گذار رو به عقب به حالت پایه چقدر است؟

بخش ۴۴-۱۳ ماده تاریک

۴۰۰- اگر پلوتون (بیرونیترین سیاره منظومه شمسی در بیشتر وقتها) دارای همان تندی مداری باشد که عطارد (درونیترین سیاره) امروزه دارد، جرم خورشید باید چقدر می‌شد؟ از داده‌های پیوست پ استفاده کنید، پاسخ خود را بر حسب جرم فعلی M_s خورشید بیان، و فرض کنید که مدارها دایره‌ای‌اند.

۴۱۰۰- فرض کنید که شعاع خورشید به $5/90 \times 10^{12} \text{ m}$ (شعاع میانگین مدار پلوتون) افزایش یابد، و اینکه چگالی این خورشید انبساط یافته یکنواخت باشد، و سیاره‌ها داخل این جسم رقیق می‌چرخند. (الف) تندی مداری زمین را در این پیکربندی جدید محاسبه کنید. (ب) نسبت تندی مداری محاسبه شده در قسمت (الف) به تندی مداری فعلی زمین، $29/8 \text{ km/s}$ ، چقدر است؟ فرض کنید شعاع مدار زمین بدون تغییر باقی می‌ماند (پ) دوره چرخش جدید زمین چقدر است؟ (جرم خورشید بدون تغییر باقی می‌ماند). SSM

۴۲۰۰- فرض کنید که ماده (ستارگان، گاز، غبار) یک کهکشان خاص، به جرم کل M ، به طور یکنواخت در سرتاسر کره‌ای به شعاع R توزیع شده باشد. ستاره‌ای به جرم m به دور مرکز این کهکشان، در یک مدار دایره‌ای به شعاع $r < R$ در حال چرخش است. (الف) نشان دهید که تندی مداری v آن ستاره با رابطه زیر داده می‌شود

$$v = r \sqrt{GM/R^3}$$

و بنابراین، دوره چرخش T ستاره برابر است با

$$T = 2\pi \sqrt{R^3/GM}$$

که مستقل از r است. هر نیروی مقاومی را نادیده بگیرید. (ب) سپس فرض کنید که جرم کهکشان در نزدیک مرکز کهکشان، در داخل کره‌ای که شعاع آن کمتر از r است، متمرکز شده است. در آن صورت، چه عبارتی دوره چرخش مداری ستاره را به دست می‌دهد؟

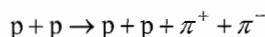
بخش ۴۴-۱۴ مهبانگ

۴۳۰- برای پاسخ گفتن به پرسشهایی که در پی می‌آید از قانون وین^۱ (مسئله ۴۴ را ببینید) استفاده کنید: (الف) قله شدت تابش زمینه کیهانی در طول موج $1/1 \text{ mm}$ است. این مربوط به چه دمایی است؟ (ب) حدود 379000 y پس از مهبانگ، عالم نسبت به تابش الکترومغناطیسی شفاف شده است. در آن هنگام،

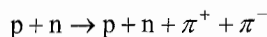
جدول ۴۴-۶

مسئله ۴۴-۶۶

ولی، حتی اگر این واکنشها رخ می‌داد، آنها در قیاس با واکنشهای زیر نادر بودند



و



بنابراین، بیشتر ذره‌های تولید شده توسط برخوردهای میان پروتونهای $6/2 \text{ GeV}$ و هدف مسی، پیونها بودند.

برای اثبات وجود آن پادپروتونها و اینکه آنها توسط تعداد محدودی از برخوردها تولید می‌شوند، ذره‌هایی که هدف را ترک می‌کردند به سوی رشته‌ای از میدانهای مغناطیسی و آشکارسازها، آنگونه که در شکل ۴۴-۱۲ نشان داده شده است، روانه می‌شدند. نخستین میدان مغناطیسی ($M1$) مسیر هر ذره باردار عبوری از آن را خم می‌کرد؛ افزون بر این، آن میدان به گونه‌ای ترتیب داده شده بود که فقط باید ذره‌هایی از آن خارج می‌شدند و به میدان مغناطیسی دوم ($Q1$) می‌رسیدند که دارای بار منفی (یک \bar{p} یا یک π^-) و اندازه حرکت $1/19 \text{ GeV}/c$ بودند. میدان $Q1$ نوع خاصی از میدان مغناطیسی بود (یک میدان چار قطبی) که ذره‌هایی را که به آن می‌رسیدند در داخل یک باریکه متمرکز می‌کرد، و بدین ترتیب به آنها اجازه می‌داد که از حفره حفاظ ضمیمه بگذرند تا به شمارشگر سوسوزن $S1$ برسند. با عبور یک ذره باردار از میان این شمارشگر، سیگنالی راه می‌افتاد، به طوری که هر سیگنال نشاندهنده عبور یک π^- با $1/19 \text{ GeV}/c$ یا (احتمالاً) یک \bar{p} با $1/19 \text{ MeV}/c$ بود.

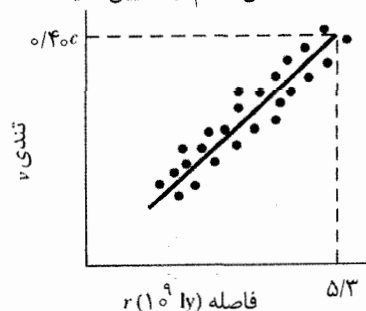
پس از متمرکز شدن مجدد باریکه توسط میدان مغناطیسی $Q2$ ، آن ذره‌ها توسط میدان مغناطیسی $M2$ به سوی شمارشگر سوسوزن دوم $S2$ و سپس دو شمارشگر چرنکوف $C1$ و $C2$ هدایت می‌شدند. این آشکارسازهای اخیر می‌توانند به گونه‌ای طراحی شوند که فقط هنگامی یک سیگنال گسیل دارند که تندی ذره عبوری از میان آنها در گستره معینی قرار داشته باشد. در این آزمایش، ذره‌ای با تندی بیشتر از $0/79c$ موجب گسیل سیگنال از $C1$ و ذره‌ای با تندی میان $0/75c$ و $0/78c$ موجب گسیل سیگنالی از $C2$ می‌شد.

آنگاه دو راه برای تمیز پادپروتونهای نادر پیش‌بینی شده، از پیونهای منفی فراوان وجود داشت. هر دو راه مبتنی بر این واقعیت بود که تندی ذره \bar{p} با $1/19 \text{ GeV}/c$ با تندی ذره π^- با $1/19 \text{ GeV}/c$ متفاوت است: (۱) بنا بر محاسبه‌ها، یک ذره \bar{p} یکی از شمارشگرهای چرنکوف و یک ذره π^- شمارشگر دیگر را راه می‌انداخت. (۲) بازه زمانی Δt میان سیگنالهای حاصل از $S1$ و $S2$ ، که به فاصله 12 m از یکدیگر قرار داشتند، برای \bar{p} یک مقدار و برای π^- مقداری دیگری داشت. بنابراین، اگر شمارشگر چرنکوف مناسب راه می‌افتاد و بازه زمانی Δt دارای مقدار مناسبی بود، این آزمایش وجود پاد پروتونها را به اثبات می‌رساند.

ذره	بار	بوالهوسی	جدیت	ملاحظ
A	۱	۱	-۲	-۲
B	۰	۴	۳	۰
C	۱	۲	-۳	-۱
D	-۱	-۱	۰	۱
E	-۱	۰	-۴	-۲
F	۱	۰	۰	۰
G	-۱	-۱	۱	-۱
H	۳	۳	۱	۰
I	۶	۶	۴	۶
J	۱	-۶	-۴	-۶

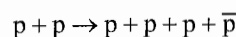
۴۷- هیچ مزون شناخته شده‌ای با عدد کوانتومی باری $q = +1$ و شگفتی $S = -1$ یا با $q = -1$ و $S = +1$ وجود ندارد. دلیل آن را بر مبنای مدل کوارکی توضیح دهید.

۴۸- شکل ۴۴-۱۱، یک نمودار فرضی از تندیهای پس‌روی v کهکشانی بر حسب فاصله r آنها از ماست؛ بهترین برازش داده‌های نقطه‌ای، خط مستقیمی است که در شکل نشان داده شده است. با استفاده از این نمودار و با فرض آنکه قانون هابل برقرار است و اینکه ثابت هابل در سرتاسر انبساط عالم مقدار یکسانی داشته است، سن عالم را تعیین کنید.

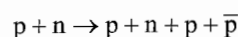


شکل ۴۴-۱۱ مسئله ۴۸

۴۹- شکل ۴۴-۱۲ بخشی از یک آرایش آزمایشگاهی را نشان می‌دهد که در آن پاد پروتونها در سالهای ۱۹۵۰/۱۳۳۰ کشف شدند. باریکه‌ای از پروتونهای $6/2 \text{ GeV}$ از یک شتابدهنده ذره‌ها خارج شده و با هسته‌های یک هدف مسی برخورد می‌کند. بنابر پیش‌بینیهای نظری در آن زمان، برخورد میان پروتونهای باریکه و پروتونها و نوترونهای هسته‌ها باید پادپروتونها را از طریق واکنشهای زیر تولید می‌کرد



و



در واقع، انبساط عالم و افزایش فاصله کیهانشانها ناشی از یک حرکت رو به بیرون کیهانشانها در فضایی از پیش موجود نیست، بلکه ناشی از انبساط خود فضا در سرتاسر عالم است. فضا، پویاست و نه ایستا.

شکلهای ۴۴-۱۳ ب، پ، و ت راههای متفاوتی را برای نمایش عالم و انبساط آن نشان می‌دهند. هر قسمت از این شکل، بخشی از یک مقطع یک بُعدی از عالم را (در امتداد محور z) به دست می‌دهد؛ دو بُعد فضایی دیگر عالم نشان داده نشده است. هر یک از این سه بخش شکل، کیهانشان راه شیری و شش کیهانشان دیگر را نشان می‌دهند (نمایش داده شده با نقطه‌ها)؛ این بخشها روی محور زمان قرار گرفته‌اند، که افزایش زمانی آن رو به بالاست. در بخش ب، در زودترین زمان این سه قسمت، کیهانشان راه شیری و شش کیهانشان دیگر، نسبتاً نزدیک به یکدیگر نمایش داده شده‌اند. وقتی زمان در شکلی رو به بالا افزایش می‌یابد، فضا منبسط می‌شود، و در نتیجه کیهانشانها از هم دور می‌شوند. توجه کنید که بخشهای شکل نسبت به کیهانشان راه شیری رسم شده‌اند، و از نظر این نقطه مشاهده، همه کیهانشانهای دیگر به دلیل انبساط از آن دور می‌شوند. ولی، کیهانشان راه شیری ویژگی خاصی ندارد- این کیهانشانها همچنین نسبت به هر نقطه مشاهده دیگری نیز که ممکن بود انتخاب کنیم، از هم دور می‌شوند.

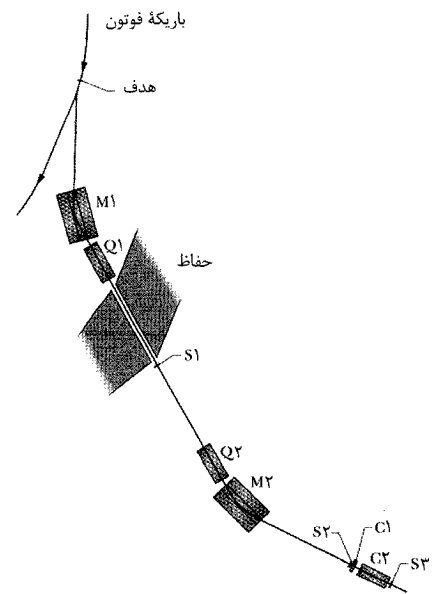
شکلهای ۴۴-۱۳ الف و ب درست روی کیهانشان راه شیری و یکی از کیهانشانهای دیگر، کیهانشان A ، در دو زمان معین در حین انبساط متمرکز است. در بخش ث، کیهانشان A در فاصله r از کیهانشان راه شیری است و در حال گسیل یک موج نوری با طول موج λ است. در بخش ج، پس از بازه زمانی Δt ، آن موج نوری روی زمین آشکار شده است. آهنگ انبساط عالم بر یکای طول فضا را با α نشان می‌دهیم، و فرض می‌کنیم در حین بازه زمانی Δt ثابت است. آنگاه در طی بازه زمانی Δt ، هر یکای طول از فضا (مثلاً، هر متر) به میزان $\alpha \Delta t$ انبساط می‌یابد. موج نوری شکلهای ۴۴-۱۳ ث و ج با تندی c از کیهانشان A به سوی زمین حرکت می‌کند. (الف) نشان دهید

$$\Delta t = \frac{r}{c - r\alpha}$$

طول موج مشاهده شده λ' نور، بزرگتر از طول موج گسیل شده λ است، زیرا فضا در طی بازه زمانی Δt انبساط یافته است. این افزایش در طول موج، انتقال به سرخ کیهانشانها نامیده شده است؛ این یک اثر دوپلر نیست. (ب) نشان دهید که تغییر طول موج $\Delta\lambda = (\lambda' - \lambda)$ با رابطه زیر داده می‌شود

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{r\alpha}{c - r\alpha}$$

(پ) سمت راست این معادله را با استفاده از بسط دوجمله‌ای (که در پیوست ث داده شده است) بسط دهید. (ت) اگر در این بسط فقط نخستین جمله را نگهدارید، معادله حاصل برای $\Delta\lambda/\lambda$ چه می‌شود؟

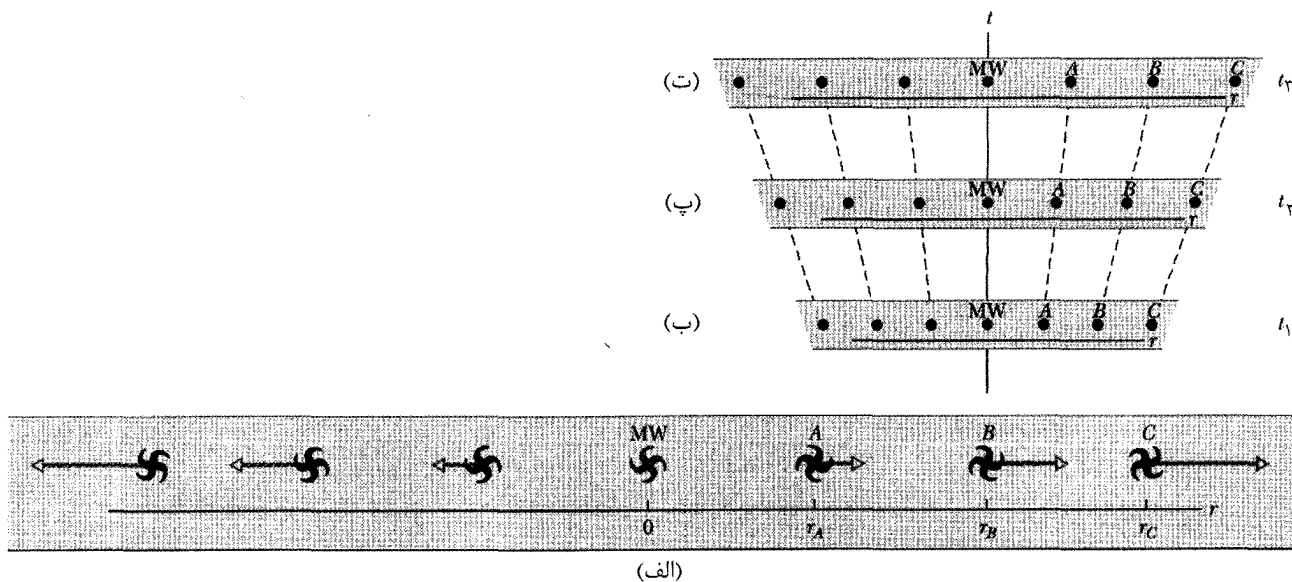


شکل ۴۴-۱۲ مسئله ۴۹

تندی (الف) یک پادپروتون با اندازه حرکت $1/19 \text{ GeV}/c$ و (ب) یک پیون منفی با همان اندازه حرکت چقدر است؟ (تندی پادپروتون عبوری از آشکارسازهای چرنکوف، در واقع قدری کمتر از مقدار محاسبه شده است، زیرا پادپروتون در میان آشکارسازها کمی انرژی از دست می‌دهد.) کدام آشکارساز چرنکوف توسط (پ) یک پاد پروتون و (ت) یک پیون منفی، راه افتاده است؟ کدام بازه زمانی Δt ، نشانگر عبور (ث) یک پاد پروتون و (ج) یک پیون منفی است؟ [این مسئله از مقاله "مشاهده پادپروتونها" نوشته چمبرلین، سگری، و یگانده، و ایپسیلانتیس^۱ در Physical Review, Vol. 100, pp. 947-950 (1955) برگرفته شده است.]

۵۰- ثابت کنید طرح واپاشی پروتون فرضی در معادله ۴۴-۱۴، قانون پایستگی (الف) بار، (ب) انرژی، و (پ) اندازه حرکت خطی را نقض نمی‌کند. (ت) در مورد اندازه حرکت زاویه‌ای چطور؟

۵۱- انتقال به سرخ کیهانشانها. انبساط عالم غالباً با تصویری مانند شکل ۴۴-۱۳ الف نمایش داده می‌شود. در این شکل نمادی را که با MW مشخص شده است (برگرفته از نام لاتین کیهانشان راه شیری - Milky Way) در مبدا محور r قرار داده‌ایم که به طور شعاعی از ما در تمام جهتها دور می‌شود. سایر کیهانشانهای بسیار دور نیز نمایش داده شده‌اند. آنچه که روی نمادهای آنها اضافه شده است، بردارهای سرعت آنهاست که از انتقال به سرخ نوری که از آن کیهانشانها به ما می‌رسد، به دست آمده است. بنابر قانون هابل، تندی هر کیهانشان متناسب با فاصله آن از ماست. چنین تصویرهایی ممکن است گمراه کننده باشند، زیرا آنها دلالت بر این دارند که (۱) آن انتقالهای به سرخ ناشی از حرکت کیهانشانها نسبت به ماست، به طوری که گویی آنها در فضایی ایستا (ساکن) از ما دور می‌شوند، و (۲) اینکه ما در مرکز همه این حرکتها هستیم.



شکل ۴۴-۱۳ مسئله ۵۱

میان این کهکشان و زمین را در هنگامی که نور گسیل شده بود، بیابید. سپس، (چ) با استفاده از قسمت (الف)، و (ح) با فرض اینکه انتقال به سرخ یک اثر دوپلر است، تعیین کنید که آن نور چه مدت قبل توسط کهکشان A گسیل شده است؟ (ر/هنمایی: برای قسمت (ح)، زمان دقیقاً برابر با فاصله در زمان گسیل بخش بر تندی نور است، زیرا اگر انتقال به سرخ دقیقاً ناشی از اثر دوپلر باشد، فاصله در حین حرکت نور به سوی ما تغییر نمی‌کند. اینجا نتایج حاصل از دو مدل مربوط به انتقال به سرخ نور متفاوت‌اند.) (خ) در زمان آشکارسازی، فاصله میان زمین و کهکشان A چقدر است؟ (فرض می‌کنیم که کهکشان A هنوز وجود دارد؛ اگر حیات آن به پایان رسیده باشد، بشر تا هنگامی که آخرین نور گسیل شده توسط آن کهکشان به ما نرسیده باشد، چیزی در مورد مرگ آن نمی‌داند.)

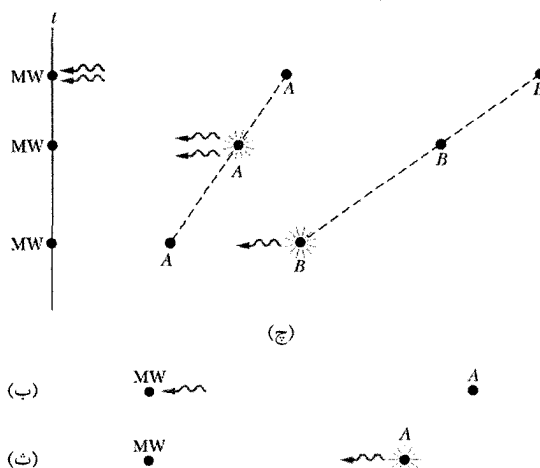
حال فرض کنید نوری که از کهکشان B آشکار می‌کنیم (شکل ۴۴-۱۴ پ) دارای انتقال به سرخ $\Delta\lambda/\lambda = 0.080$ باشد. (د) با استفاده از نتیجه قسمت (ب) فاصله میان کهکشان B و کره زمین را در هنگامی که نور گسیل شده بود، به دست آورید. (ذ) با استفاده از نتیجه قسمت (الف)، به دست آورید که نور چه مدت پیش توسط کهکشان B گسیل شده است؟ (ر) وقتی نوری که توسط کهکشان A گسیل شده را آشکار می‌کنیم، فاصله میان کهکشان A و کهکشان B چقدر بوده است؟

۵۲- اختلاف جرم، بر حسب کیلوگرم، را بین موئون و پیون مسئله نمونه ۴۴-۱ محاسبه کنید.

اگر، به جای این، فرض کنیم که شکل ۴۴-۱۳ الف برقرار است و $\Delta\lambda$ ناشی از اثر دوپلر است، آنگاه از معادله ۳۷-۳۶ خواهیم داشت

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

که در آن v سرعت شعاعی کهکشان A نسبت به زمین است. (ث) با استفاده از قانون هابل، این نتیجه حاصل از اثر دوپلر را با نتیجه حاصل از بسط کیهانشناختی (ت) مقایسه کنید و برای α مقداری به دست آورید. با استفاده از این تحلیل شما می‌توانید دریابید که این دو نتیجه، که از مدل‌های کاملاً متفاوتی درباره انتقال به سرخ نور آشکار شده از کهکشانهای دور به دست آمده‌اند، با هم سازگارند.



شکل ۴۴-۱۴ مسئله ۵۱

فرض کنید نوری که ما از کهکشان A آشکار می‌کنیم دارای انتقال به سرخ $\Delta\lambda/\lambda = 0.050$ باشد و اینکه آهنگ انبساط عالم در مقدار حال حاضر آن که در این فصل داده شده است، ثابت مانده باشد. (ج) با استفاده از نتیجه قسمت (ب)، فاصله

۱- یکاهای اصلی SI

کمیت	نام	نماد	تعریف
طول	متر	m	«... مسافتی است که نور در فاصله زمانی $1/299,792,458$ ثانیه در خلأ طی می کند.» (۱۳۶۱/۱۹۸۳)
جرم	کیلوگرم	kg	«... این نمونه اصلی [استوانه معینی از پلاتین - ایریدیم است] از این پس یکای جرم خواهد بود.» (۱۲۶۸/۱۸۸۹)
زمان	ثانیه	s	«... مدت زمان 9192631770 برابر دوره تناوب تابش مربوط به گذر میان ترازهای فوق ریز حالت پایه اتم سزیم ۱۳۳ است» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).
جریان الکتریکی	آمپر	A	«... جریان ثابتی است که اگر از دو رسانای راست موازی بی نهایت دراز با سطح مقطع دایره ای ناچیز و به فاصله ۱ متر از یکدیگر در خلأ بگذرد نیرویی برابر با 2×10^{-7} نیوتون بر متر بین آنها ایجاد می کند.» (۱۳۲۵/۱۹۴۶).
دمای ترمودینامیکی	کلوین	K	«... عبارت است از $1/273,16$ دمای ترمودینامیکی نقطه سه گانه آب.» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).
مقدار ماده	مول	mol	«... مقدار ماده یک دستگاه است که تعداد موجودات بنیادی آن برابر تعداد اتمهای موجود در 0.012 کیلوگرم کربن ۱۲ است.» (۱۳۵۰/۱۹۷۱).
شدت نور	شمع	cd	«... عبارت است از شدت نور در جهت عمود بر سطحی به مساحت $1/600,000$ متر مربع از یک جسم سیاه در دمای نقطه انجماد پلاتین و فشار 101325 نیوتون بر مترمربع ...» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).

۱. اقتباس شده از

"The International system of Units (SI)," National Bureau of Standards Special publication 330, 1972 edition.

تعریفهای بالا در تاریخهای نوشته شده به وسیله کنفرانس عمومی اوزان و مقیاسها، به عنوان یک مرجع جهانی پذیرفته شده است. در این کتاب از یکای شمع استفاده نمی کنیم

کمیت	نام یکا	نماد
مساحت	متر مربع	m^2
حجم	متر مکعب	m^3
پسامد	هرتز	s^{-1} Hz
چگالی جرمی (چگالی)	کیلوگرم بر متر مکعب	kg/m^3
تندی، سرعت	متر بر ثانیه	m/s
سرعت زاویه‌ای	رادیان بر ثانیه	rad/s
شتاب	متر بر ثانیه بر ثانیه	m/s^2
شتاب زاویه‌ای	رادیان بر ثانیه بر ثانیه	rad/s^2
نیرو	نیوتون	$kg \cdot m/s^2$ N
فشار	پاسکال	N/m^2 Pa
کار، انرژی، مقدار گرما	ژول	N.m J
توان	وات	J/s W
مقدار بار الکتریکی	کولن	A.s C
اختلاف پتانسیل، نیروی محرکه	ولت	W/A V
شدت میدان الکتریکی	ولت بر متر (نیوتون بر کولن)	N/C V/m
مقاومت الکتریکی	اوم	V/A Ω
ظرفیت	فاراد	A.s/V F
شار مغناطیسی	وبر	V.s Wb
القایش	هانری	V.s/A H
چگالی شار مغناطیسی	تسلا	Wb/m ² T
شدت میدان مغناطیسی	آمپر بر متر	A/m
انتروپی	ژول بر کلوین	J/K
گرمای ویژه	ژول بر کیلوگرم کلوین	J/(kg.K)
رسانندگی گرمایی	وات بر متر کلوین	W/(m.K)
شدت تابشی	وات بر استرادیان	W/sr

۳- یکاهای تکمیلی SI

کمیت	نام یکا	نماد
زاویه تخت	رادیان	rad
زاویه فضایی	استرادیان	Sr

ثابت	نماد	اندازه محاسبه شده	اندازه ^۱	عدم قطعیت ^۲
تندی نور در خلأ	c	$3/00 \times 10^8 \text{ m/s}$	۲/۹۹۷۹۲۴۵۸	دقیق
بار بنیادی	e	$1/60 \times 10^{-19} \text{ C}$	۱/۶۰۲۱۷۶۴۶۲	۰/۳۳۹
ثابت گرانشی	G	$6/67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \cdot \text{kg}$	۶/۶۷۳	۱۵۰۰
ثابت جهانی گاز	R	$8/31 \text{ J/mol.K}$	۸/۳۱۴۴۷۲	۱/۷
ثابت آووگادرو	N_A	$6/02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	۶/۰۲۲۱۴۱۹۹	۰/۰۷۹
ثابت بولتزمن	k	$1/38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	۱/۳۸۰۶۵۰۳	۱/۷
ثابت استفان - بولتزمن	σ	$5/67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$	۵/۶۷۰۴۰۰	۷
حجم مولی گاز کامل در STP ^۴	V_m	$2/27 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{mol}$	۲/۲۲۷۱۰۹۸۱	۱/۷
ثابت گذردهی	ϵ_0	$8/85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$	۸/۸۵۴۱۸۷۸۱۷۶۲	دقیق
ثابت تراوایی	μ_0	$1/26 \times 10^{-6} \text{ H/m}$	۱/۲۵۶۶۳۷۰۶۱۴۳	دقیق
ثابت پلانک	h	$6/63 \times 10^{-34} \text{ J/s}$	۶/۶۲۶۰۶۸۷۶	۰/۰۷۸
جرم الکترون ^۳	m_e	$9/11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	۹/۱۰۹۳۸۱۸۸	۰/۰۷۹
جرم پروتون ^۳	m_p	$1/67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	۱/۶۷۲۶۲۱۵۸	۰/۰۷۹
نسبت جرم پروتون به جرم الکترون	m_p / m_e	1840	۱۸۳۶/۱۵۲۶۶۷۵	۰/۰۰۲۱
نسبت بار الکترون به جرم آن	e / m_e	$1/76 \times 10^{11} \text{ C/kg}$	۱/۷۵۸۸۲۰۱۷۴	۰/۰۴۰
جرم نوترون ^۳	m_n	$1/68 \times 10^{-27} \text{ kg}$	۱/۶۷۴۹۲۷۱۶	۰/۰۷۹
جرم اتم هیدروژن ^۳	m_H	$1/0087 \text{ u}$	۱/۰۰۸۶۶۴۹۱۵۷۸	$5/4 \times 10^{-4}$
جرم اتم دوتریون ^۳	m_{2H}	$2/0141 \text{ u}$	۱/۰۰۷۸۵۰۳۱۶	۰/۰۰۰۵
جرم اتمی هلیوم اتمی ^۳	m_{4He}	$4/0026 \text{ u}$	۲/۰۱۴۱۰۱۷۷۷۹	۰/۰۰۰۵
جرم میون	m_μ	$1/88 \times 10^{-28} \text{ kg}$	۴/۰۰۲۶۰۳۲	۰/۰۶۷
گشتاور مغناطیسی الکترون	μ_e	$9/28 \times 10^{-24} \text{ J/T}$	۱/۸۸۳۵۳۱۰۹	۰/۰۸۴
گشتاور مغناطیسی پروتون	μ_p	$1/41 \times 10^{-26} \text{ J/T}$	۹/۲۸۴۷۶۳۶۲	۰/۰۴۰
مگنتون بور	μ_B	$9/27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$	۱/۴۱۰۶۰۶۶۶۳	۰/۰۴۱
مگنتون هسته‌ای	μ_N	$5/05 \times 10^{-27} \text{ J/T}$	۹/۲۷۴۰۰۸۹۹	۰/۴۰
شعاع بور	r_B	$5/29 \times 10^{-11} \text{ m}$	۵/۰۵۰۷۸۳۱۷	۰/۴۰
ثابت ریدبرگ	R	$1/10 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$	۵/۲۹۱۷۷۲۰۸۳	۰/۰۰۳۷
طول موج کامپتون الکترون	λ_C	$2/43 \times 10^{-12} \text{ m}$	۱/۰۹۷۳۷۳۱۵۶۸۵۴۸	$7/6 \times 10^{-6}$
			۲/۴۲۶۳۱۰۲۱۵	۰/۰۰۷۳

۱- اندازه داده شده در این ستون باید همان یکا و توان ۱۰ مربوط به اندازه محاسبه شده را داشته باشد. ۲- در میلیون. ۳- جرمهای داده شده برحسب u یعنی یکای جرم اتمی یکی شده هستند، که در آن $1 \text{ u} = 1/66053873 \times 10^{-27} \text{ kg}$ است. ۴- STP به معنای دما و فشار استاندارد است: 0°C و $1/0 \text{ atm}$ (۰/۱MPa)

برخی داده‌های نجومی

پیوست پ

برخی فاصله‌ها از زمین

$3/82 \times 10^8 \text{ m}$	تا ماه ^۱
$1/50 \times 10^{11} \text{ m}$	تا خورشید ^۱
$4/04 \times 10^{16} \text{ m}$	تا نزدیکترین ستاره (پروکسیمای قنطورس)
$2/2 \times 10^{20} \text{ m}$	تا مرکز کهکشان ما
$2/1 \times 10^{23} \text{ m}$	تا کهکشان آندرومدا (امراه المسلسله)
$\sim 10^{26} \text{ m}$	تا کرانه جهان قابل مشاهده

۱. فاصله میانگین

خورشید، زمین و ماه

ماه	زمین	خورشید	یکا	کمیت
$7/36 \times 10^{22}$	$5/98 \times 10^{24}$	$1/99 \times 10^3$	kg	جرم
$1/74 \times 10^6$	$6/37 \times 10^6$	$6/96 \times 10^8$	m	شعاع میانگین
۳۳۴۰	۵۵۲۰	۱۴۱۰	kg/m^3	چگالی میانگین
۱/۶۷	۹/۸۱	۲۷۴	m/s^2	شتاب سقوط آزاد در سطح
۲/۳۸	۱۱/۲	۶۱۸	km/s	سرعت فرار
روز ۲۷/۳	۲۳ ساعت و ۵۶ دقیقه	۳۷ روز در قطبها ^۲ ۲۶ روز در استوا ^۲	—	دوره تناوب چرخش ^۱
		$3/90 \times 10^{26}$	W	توان تابشی ^۳

۱- اندازه‌گیری شده نسبت به ستارگان

۲- خورشید گلوله‌ای از گاز است و به صورت یک جسم صلب نمی‌چرخد.

۳- با فرض تابش عمودی، درست در بیرون جو زمین انرژی خورشیدی با آهنگ 1340 W/m^2 دریافت می‌شود.

خواصی از سیاره‌ها

عطارد	زهره	زمین	مریخ	مشتری	زحل	اورانوس	نپتون	پلوتون
فاصله میانگین از خورشید (10^6 km)								
۵۷/۹	۱۰۸	۱۵۰	۲۲۸	۷۷۸	۱۴۳۰	۲۸۷۰	۴۵۰۰	۵۹۰۰
دوره گردش، γ								
۰/۲۴۱	۰/۶۱۵	۱/۰۰	۱/۸۸	۱۱/۹	۲۹/۵	۸۴/۰	۱۶۵	۲۴۸
دوره چرخش d_1								
۵۸/۷	$2-243$	۰/۹۹۷	۱/۰۳	۰/۴۰۹	۰/۴۲۶	$2-0/451$	۰/۶۵۸	۳۹/۶
تندی مداری km/h								
۴۷/۹	۳۵/۰	۲۹/۸	۲۴/۱	۱۳/۱	۹/۶۴	۶/۸۱	۵/۴۳	۴/۷۴
انحراف محور نسبت به مدار								
$<21^\circ$	$\approx 3^\circ$	$23/4^\circ$	$25/0^\circ$	$3/08^\circ$	$26/7^\circ$	$97/9^\circ$	$29/6^\circ$	$57/5^\circ$
انحراف مدار نسبت به مدار زمین								
۷/۰۰	$3/39^\circ$	$1/15^\circ$	$1/30^\circ$	$2/49^\circ$	$0/77^\circ$	$1/77^\circ$	$17/2^\circ$	$17/2^\circ$
خروج از مرکز مدار								
۰/۲۰۶	۰/۰۰۶۸	۰/۰۰۱۶۷	۰/۰۹۳۲	۰/۰۲۵۸	۰/۰۵۵۶	۰/۰۴۷۲	۰/۰۰۸۶	۰/۲۵۰
قطر استوایی km								
۴,۸۸۰	۱۲,۱۰۰	۱۲,۸۰۰	۶,۷۹۰	۱۴۳,۰۰۰	۱۲۰,۰۰۰	۵۱,۸۰۰	۴۹,۵۰۰	۲,۳۰۰
جرم (زمین = ۱)								
۰/۰۵۵۸	۰/۸۱۵	۱/۰۰۰	۰/۱۰۷	۳۱۸	۹۵/۱	۱۴/۵	۱۷/۲	۰/۰۰۲
چگالی (آب = ۱)								
۵/۶۰	۵/۶۰	۵/۵۲	۳/۹۵	۱/۳۱	۰/۷۰۴	۱/۲۱	۱/۶۷	۲/۰۳
اندازه g در سطح ^۳ m/s								
۳/۷۸	۸/۶۰	۹/۷۸	۳/۷۲	۲۲/۹	۹/۰۵	۷/۷۷	۱۱/۰	۰/۵
سرعت فرار ^۳ km/s								
۴/۳	۱۰/۳	۱۱/۲	۵/۰	۹۵/۵	۳۵/۶	۲۱/۲	۲۳/۶	۱/۱
قمرهای شناخته شده								
۰	۰	۱	۲	حلقه + ۶۰	حلقه + ۳۱	حلقه + ۲۱	حلقه + ۱۱	۱

۱- نسبت به ستارگان دور اندازه‌گیری شده است.

۲- زهره و اورانوس در خلاف جهت حرکت مداریشان می‌چرخند.

۳- شتاب گرانشی در استوای سیاره اندازه‌گیری شده است.

پیوست ت

ضریبهای تبدیل

ضریبهای تبدیل را به طور مستقیم از این جدولها می توان به دست آورد. برای نمونه، ۱ درجه مساوی $۲/۷۷۸ \times ۱۰^{-۳}$ دور است، پس $۱۶/۷ = ۱۶/۷ \times ۲/۷۷۸ \times ۱۰^{-۳} \text{ rev}$

کمتهای SI با حروف سیاه مشخص شده اند. برگرفته از

G. Shortley and D. Williams, *Elements of physics* - 1971,

Prentice- Hall, Englewood Cliffs, NJ.

زاویه تخت

دور	رادیان	°	"	'	
$۲/۷۷۸ \times ۱۰^{-۳}$	$۱/۷۴۵ \times ۱۰^{-۳}$	۳۶۰۰	۶۰	۱	۱ درجه =
$۱/۶۳۰ \times ۱۰^{-۵}$	$۲/۹۰۹ \times ۱۰^{-۴}$	۶۰	۱	$۱/۶۷۷ \times ۱۰^{-۲}$	۱ دقیقه =
$۷/۷۱۶ \times ۱۰^{-۷}$	$۴/۸۴۸ \times ۱۰^{-۶}$	۱	$۱/۶۷۷ \times ۱۰^{-۲}$	$۲/۷۷۸ \times ۱۰^{-۴}$	۱ ثانیه =
۱	۱	$۲/۰۶۳ \times ۱۰^{-۵}$	۳۴۳۸	۵۷/۳۰	۱ رادیان =
۱	۶/۲۸۳	$۱/۲۹۶ \times ۱۰^{-۶}$	$۲/۱۶ \times ۱۰^{-۲}$	۳۶۰	۱ دور =

زاویه فضایی

۱ کره = ۴π استرادیان = $۱۲/۵۷$ استرادیان

طول

mi	ft	in.	km	متر	cm	
$۶/۲۱۴ \times ۱۰^{-۶}$	$۳/۲۸۱ \times ۱۰^{-۲}$	$۰/۳۹۳۷$	$۱۰^{-۵}$	$۱۰^{-۲}$	۱	۱ سانتی متر =
$۶/۲۱۴ \times ۱۰^{-۴}$	$۳/۲۸۱$	$۳۹/۳۷$	$۱۰^{-۳}$	۱	۱۰۰	۱ متر =
$۰/۶۲۱۴$	۳۲۸۱	$۳/۹۳۷ \times ۱۰^{-۵}$	۱	۱۰۰۰	۱۰۵	۱ کیلومتر =
$۱/۵۷۸ \times ۱۰^{-۵}$	$۸/۳۳۳ \times ۱۰^{-۲}$	۱	$۲/۵۴۰ \times ۱۰^{-۵}$	$۲/۵۴۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۲/۵۴۰$	۱ اینچ =
$۱/۸۹۴ \times ۱۰^{-۴}$	۱	۱۲	$۳/۰۴۸ \times ۱۰^{-۵}$	$۰/۳۰۴۸$	$۳۰/۴۸$	۱ فوت =
۱	۵۲۸۰	$۶/۳۳۶ \times ۱۰^{-۴}$	$۱/۶۰۹$	۱۶۰۹	$۱/۶۰۹ \times ۱۰^{-۵}$	۱ مایل =
۱ راد = $۱۶/۵$ فوت	۱ فاتوم = ۶ فوت	۱ فرمی = $۱۰^{-۱۵}$ متر	۱ سال نوری = $۹/۴۶۰ \times ۱۰^{۱۲}$ کیلومتر	۱ انگستروم = $۱۰^{-۱۰}$ متر	۱ مایل دریایی = ۱۸۵۲ متر	
۱ میل = $۱۰^{-۳}$ اینچ	۱ شعاع بور = $۵/۲۹۲ \times ۱۰^{-۱۱}$ متر	۱ پارسک = $۳/۰۸۴ \times ۱۰^{۱۳}$ کیلومتر	۱ یارد = ۳ فوت		۱ فوت = $۱/۱۵۱$ مایل	
۱ نانومتر = $۱۰^{-۹}$ متر						

مساحت

in ^۲	ft ^۲	cm ^۲	متر مربع	
۱۵۵۰	$۱۰/۷۶$	$۱۰^۴$	۱	۱ متر مربع =
$۰/۱۵۵۰$	$۱۰/۷۶ \times ۱۰^{-۳}$	۱	$۱۰^{-۴}$	۱ سانتی متر مربع =
۱۴۴	۱	۹۲۹/۰	$۹/۲۹۰ \times ۱۰^{-۲}$	۱ فوت مربع =
۱	$۶/۹۴۴ \times ۱۰^{-۳}$	۶/۴۵۲	$۶/۴۵۲ \times ۱۰^{-۴}$	۱ اینچ مربع =
۱ ایکر = $۴۳/۵۶۰$ فوت مربع	۱ هکتار = $۲/۷۸۸ \times ۱۰^{-۷}$ فوت مربع	۱ ایکر = ۶۴۰		
۱ بارن = $۱۰^{-۲۸}$ متر مربع				

حجم

متر مکعب	cm ^۳	L	ft ^۳	in. ^۳	
۱ متر مکعب =	۱	۱۰ ^۶	۱۰۰۰	۳۵/۳۱	۶/۱۰۲ × ۱۰ ^۴
۱ سانتی متر مکعب =	۱۰ ^{-۶}	۱	۱/۰۰۰ × ۱۰ ^{-۳}	۳/۵۳۱ × ۱۰ ^{-۵}	۶/۱۰۲ × ۱۰ ^{-۲}
۱ لیتر =	۱/۰۰۰ × ۱۰ ^{-۳}	۱۰۰۰	۱	۳/۵۳۱ × ۱۰ ^{-۲}	۶/۱۰۲
۱ فوت مکعب =	۲/۸۳۲ × ۱۰ ^{-۲}	۲/۸۳۲ × ۱۰ ^۴	۲۸/۳۲	۱	۱۷۲۸
۱ اینچ مکعب =	۱/۶۳۹ × ۱۰ ^{-۵}	۱۶/۳۹	۱/۶۳۹ × ۱۰ ^{-۲}	۵/۷۸۷ × ۱۰ ^{-۴}	۱

۱ گالن آمریکایی مایع = ۴ کوارت آمریکایی مایع = ۸ پینت آمریکایی = ۱۲۸ اونس آمریکایی مایع = ۲۳۱ اینچ مکعب.

۱ گالن امپریال بریتانیایی = ۲۷۷/۴ اینچ مکعب = ۱/۲۰۱ گالن آمریکایی مایع

جرم

کمتهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند یکای جرم نیستند ولی اغلب به این عنوان به کار برده می‌شوند. برای نمونه، هرگاه بنویسیم ۲/۲۰۵ lb = ۱ kg، این بدان معناست که یک کیلوگرم جرمی است که در مکانی که g دارای مقدار استاندارد ۹/۸۰۶۶۵ m/s^۲ باشد، ۲/۲۰۵ پوند وزن دارد.

g	کیلوگرم	Slug	u	oz	lb	ton
۱	۰/۰۰۱	۶/۸۵۲ × ۱۰ ^{-۵}	۶/۰۲۲ × ۱۰ ^{-۳۳}	۳/۵۲۷ × ۱۰ ^{-۲}	۲/۲۰۵ × ۱۰ ^{-۳}	۱/۱۰۴ × ۱۰ ^{-۶}
۱۰۰۰	۱	۶/۸۵۲ × ۱۰ ^{-۲}	۶/۰۲۲ × ۱۰ ^{-۲۶}	۳۵/۲۷	۲/۲۰۵	۱/۱۰۴ × ۱۰ ^{-۳}
۱/۴۵۹ × ۱۰ ^۴	۱۴/۵۹	۱	۸۷۸۶ × ۱۰ ^{۲۷}	۵۱۴/۸	۳۲/۱۷	۱/۶۰۹ × ۱۰ ^{-۲}
۱/۶۶۱ × ۱۰ ^{-۲۴}	۱/۶۶۱ × ۱۰ ^{-۲۷}	۱/۱۳۸ × ۱۰ ^{-۲}	۱	۵/۸۵۷ × ۱۰ ^{-۲۶}	۳/۶۶۲ × ۱۰ ^{-۲۷}	۱/۸۳۰ × ۱۰ ^{-۳۰}
۲۸۲۵	۲/۸۳۵ × ۱۰ ^{-۲}	۱/۹۴۳ × ۱۰ ^{-۳}	۱/۷۱۸ × ۱۰ ^{۲۵}	۱	۶/۲۵۰ × ۱۰ ^{-۲}	۳/۱۲۵ × ۱۰ ^{-۵}
۴۵۳/۶	۰/۴۵۳۶	۳/۱۰۸ × ۱۰ ^{-۲}	۲/۸۳۲ × ۱۰ ^{۲۶}	۱۶	۱	۰/۰۰۰۵
۹۰۷/۲	۹۰۷/۲	۶۲/۱۶	۵/۴۶۳ × ۱۰ ^{۲۹}	۳/۲ × ۱۰ ^۴	۲۰۰۰	۱

۱ تن متریک = ۱۰۰۰ kg

چگالی

کمتهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند چگالیهای وزنی هستند و از نظر ابعادی با چگالیهای جرمی فرق دارند. به جدول جرم نگاه کنید.

Slug/ft ^۳	متر مکعب/کیلوگرم	g/cm ^۳	lb/ft ^۳	lb/in. ^۳
۱	۵۱۵/۴	۰/۵۱۵۴	۳۲/۱۷	۱/۸۶۲ × ۱۰ ^{-۲}
۱/۹۴۰ × ۱۰ ^{-۳}	۱	۰/۰۰۰۱	۶/۲۴۳ × ۱۰ ^{-۲}	۳/۶۱۳ × ۱۰ ^{-۵}
۱۹۴۰	۱۰۰۰	۱	۶۲/۴۳	۳/۶۱۳ × ۱۰ ^{-۲}
۳/۱۰۸ × ۱۰ ^{-۲}	۱۶/۰۲	۱/۶۰۲ × ۱۰ ^{-۲}	۱	۳/۶۱۳ × ۱۰ ^{-۲}
۵۳/۷۱	۲/۷۶۸ × ۱۰ ^۴	۲۷/۶۸	۱۷۲۸	۱

زمان

ثانیه	min	h	d	y	
$3/156 \times 10^7$	$5/259 \times 10^5$	$8/766 \times 10^3$	۳۶۵/۲۵	۱	۱ سال =
$8/640 \times 10^4$	۱۴۴۰	۲۴	۱	$2/738 \times 10^{-3}$	۱ روز =
۳۶۰۰	۶۰	۱	$4/167 \times 10^{-2}$	$1/141 \times 10^{-4}$	۱ ساعت =
۶۰	۱	$1/667 \times 10^{-2}$	$6/944 \times 10^{-4}$	$1/901 \times 10^{-6}$	۱ دقیقه =
۱	$1/667 \times 10^{-2}$	$2/778 \times 10^{-4}$	$1/157 \times 10^{-5}$	$3/169 \times 10^{-8}$	۱ ثانیه =

تندی

cm/s	mi/h	ثانیه/متر	km/h	ft/s	
۳۰/۴۸	۰/۶۸۱۸	۰/۳۰۴۸	۱/۰۹۷	۱	۱ فوت بر ثانیه =
۲۷/۷۸	۰/۶۲۱۴	۰/۲۷۷۸	۱	۰/۹۱۱۳	۱ کیلومتر بر ساعت =
۱۰۰	۲/۲۳۷	۱	۳/۶	۳/۲۸۱	۱ متر بر ثانیه =
۴۴/۷۰	۱	۰/۴۴۷۰	۱/۶۰۹	۱/۴۶۷	۱ مایل بر ساعت =
۱	$2/237 \times 10^{-2}$	۰/۰۱	$3/6 \times 10^{-2}$	$3/281 \times 10^{-2}$	۱ سانتی متر بر ثانیه =

۱ گره = ۱ مایل دریایی بر ساعت = $1/688$ فوت بر ثانیه

۱ مایل بر دقیقه = $88/00$ فوت بر ثانیه = $60/00$ مایل بر ساعت

نیرو

یکاهای نیروهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار نوشته شده‌اند امروزه کاربرد کمی دارند. به طور مثال: ۱ گرم نیرو ($1gf$) نیروی گرانشی است که بر جسمی به جرم ۱ گرم در جایی که g دارای مقدار استاندارد $9/80665 \text{ m/s}^2$ است، وارد می‌شود.

kgf	gf	pdl	lb	نیوتون	dyne	
$1/020 \times 10^{-6}$	$1/020 \times 10^{-3}$	$7/233 \times 10^{-5}$	$2/248 \times 10^{-6}$	10^{-5}	۱	۱ دین =
۰/۱۰۲	۱۰۲/۰	۷/۲۳۳	۰/۲۲۴۸	۱	10^5	۱ نیوتون =
۰/۴۵۳۶	۴۵۳/۶	۳۲/۱۷	۱	۴/۴۴۸	$4/448 \times 10^5$	۱ پوند =
$1/410 \times 10^{-2}$	۱۴/۱۰	۱	$3/108 \times 10^{-2}$	۰/۱۳۸۳	$1/383 \times 10^4$	۱ پوندال =
۰/۰۰۰۱	۱	$7/093 \times 10^{-2}$	$2/205 \times 10^{-3}$	$9/807 \times 10^{-3}$	۹۸۰/۷	۱ گرم نیرو =
۱	۱۰۰۰	۷۰/۹۳	۲/۲۰۵	۹/۸۰۷	$9/807 \times 10^5$	۱ کیلوگرم نیرو =

۱ تن = ۲۰۰۰ پوند

فشار

atm	dyn/cm ²	اینچ آب	cm Hg	پاسکال	lb/in ²	lb/ft ²	°
۱ =	۱/۰۱۳	۴۰۶/۸	۷۶	۱/۰۱۳ $\times 10^5$	۱۴/۷	۲۱۱۶	۱ اتمسفر
۹/۸۶۹ =	۱	۴/۰۱۵	۷/۵۰۱	۰/۱۰	۱/۴۰۵	۲/۰۸۹ $\times 10^{-3}$	۱ دین بر سانتی متر مربع
۲/۴۵۸ =	۲۴۹۱	۱	۰/۱۸۶۸	۲۴۹/۱	۳/۶۱۳ $\times 10^{-2}$	۵/۲۰۲	۱ اینچ آب ^۱ در ۴۰°C
۱/۳۱۶ =	۱/۳۳۳ $\times 10^{-2}$	۵/۳۵۳	۱	۱۳۳۳	۰/۱۹۳۴	۲۷/۸۵	۱ سانتی متر جیوه ^۱ در ۰°C
۹/۸۶۹ =	۱۰	۴/۰۱۵	۷/۵۰۱	۱	۱/۴۵۰	۲/۰۸۹ $\times 10^{-2}$	۱ پاسکال
۶/۸۰۵ =	۶/۸۹۵ $\times 10^{-2}$	۲۷/۶۸	۵/۱۷۱	۶/۸۹۵ $\times 10^3$	۱	۱۴۴	۱ پوند بر اینچ مربع
۴/۷۲۵ =	۴۷۸/۸ $\times 10^{-4}$	۰/۱۹۲۲	۳/۵۹۱ $\times 10^{-2}$	۴۷/۸۸	۶/۹۴۴ $\times 10^{-3}$	۱	۱ پوند بر فوت مربع

۱- در جایی که مقدار استاندارد شتاب گرانشی $9/80665 \text{ m/s}^2$ است.

۱ بار = 10^6 دین بر سانتی متر مربع = $0/1$ مگا پاسکال

۱ میلی بار = 10^3 دین بر سانتی متر مربع = 10^2 پاسکال

۱ تور = یک میلی متر جیوه

توان

Btu/h	ft.lb/s	hp	cal/s	kW	وات
۱ =	۰/۲۱۶۱	$3/929 \times 10^{-3}$	$6/998 \times 10^{-3}$	$2/93 \times 10^{-3}$	۰/۲۹۳۰
۴/۶۲۸ =	۱	$1/818 \times 10^{-3}$	۰/۳۲۳۹	$1/356 \times 10^{-3}$	۱/۳۵۶
۲۵۴۵ =	۵۵۰	۱	۱۷۸/۱	۰/۷۴۷۵	۷۴۵/۷
۱۴/۲۹ =	۳/۰۸۸	$5/615 \times 10^{-3}$	۱	$4/186 \times 10^{-3}$	۴/۱۸۶
۳۴۱۳ =	۷۳۷/۶	۱/۳۴۱	۲۳۸/۹	۱	۱۰۰۰
۳/۴۱۳ =	۰/۷۳۷۶	$1/341 \times 10^{-3}$	۰/۲۳۸۹	۰/۰۰۱	۱

میدان مغناطیسی

گائوس	تسلا	میلی گائوس
۱	10^{-4}	۱۰۰۰
10^4	۱	10^7
۰/۰۰۱	10^{-7}	۱

۱ تسلا = متر مربع / وبر

شار مغناطیسی

ماکسول	وبر
۱ ماکسول =	10^{-8}
۱ وبر =	10^8

انرژی ، کار ، گرما

کمیت‌هایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند یکاهای خاص انرژی نیستند ولی به مناسبت‌هایی ذکر شده‌اند. این کمیتها از فرمول هم ارزی نسبیتی جرم- انرژی $E = mc^2$ به دست می‌آیند و انرژی آزاد شده را هنگام تبدیل کامل یک کیلوگرم یا یک یکای جرم اتمی وحدت یافته (u) به کیلوگرم (دو سطر زیرین) یا جرمی را که باید به طور کامل به یک یکای انرژی تبدیل شود (دو ستون سمت چپ) نشان می‌دهند.

u	kg	Mev	eV	kW . h	cal	ژول	hp . h	ft . lb	erg	Btu	
۱ یکای											
۷/۰۷۰	۱/۱۷۴	۶/۵۸۵	۶/۵۸۵	۲/۹۳۰	۲۵۲/۰	۱۰۵۵	۳/۹۲۹	۷۷۷/۹	۱/۰۵۵	۱	= بریتانیایی گرما
$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-10}$	$\times 10^{-21}$	$\times 10^{-4}$			$\times 10^{-4}$		$\times 10^{-10}$		
۶۷۰/۲	۱/۱۱۳	۶/۲۴۲	۶/۲۴۲	۲/۷۷۸	۲/۳۸۹	10^{-7}	۳/۷۲۵	۷/۳۷۶	۱	۹/۴۸۱	= ۱ ارگ
	10^{-22}	$\times 10^{-5}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{-14}$	$\times 10^{-8}$		$\times 10^{-14}$	$\times 10^{-8}$		$\times 10^{-11}$	
۹/۰۳۷	۱/۵۰۹	۸/۴۶۴	۸/۴۶۴	۳/۷۶۶	۰/۳۲۳۸	۱/۳۵۶	۵/۰۵۱	۱	۱/۳۵۶	۱/۲۸۵	= ۱ فوت-پوند
$\times 10^{-9}$	10^{-17}	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-18}$	$\times 10^{-7}$			$\times 10^{-7}$		$\times 10^{-7}$	$\times 10^{-3}$	
۱ اسب بخار											
۱/۷۹۹	۲/۹۸۸	۱/۶۷۶	۱/۶۷۶	۰/۷۴۵۷	۶/۴۱۳	۲/۶۸۵	۱	۱/۹۸۰	۲/۶۸۵	۲۵۴۵	= - ساعت
$\times 10^{-16}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-25}$		$\times 10^{-5}$	$\times 10^{-6}$		$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-13}$		
۶/۷۰۲	۱/۱۱۳	۶/۲۴۲	۶/۲۴۲	۲/۷۷۸	۰/۲۳۸۹	۱	۳/۷۲۵	۰/۷۳۷۶	10^{-7}	۹/۴۸۱	= ۱ ژول
$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-17}$	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-18}$	$\times 10^{-7}$			$\times 10^{-7}$			$\times 10^{-4}$	
۲/۸۰۶	۴/۶۶۰	۲/۶۱۳	۲/۶۱۳	۱/۱۶۳	۱	۴/۱۸۶	۱/۵۶۰	۳/۰۸۸	۴/۱۸۶	۳/۹۶۹	= ۱ کالری
$\times 10^{-10}$	$\times 10^{-17}$	$\times 10^{-13}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-6}$			$\times 10^{-6}$		$\times 10^{-7}$	$\times 10^{-3}$	
۱ کیلو وات											
۲/۴۱۳	۴/۰۰۷	۲/۲۴۷	۲/۲۴۷	۱	۸/۶۰۰	۳/۶۰۰	۱/۳۴۱	۲/۶۵۵	۳/۶۰۰	۳۴۳۱	= - ساعت
$\times 10^{-16}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-25}$		$\times 10^{-5}$	$\times 10^{-6}$		$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-13}$		
۱/۰۷۴	۱/۷۸۳	10^{-6}	۱	۴/۴۵۰	۳/۸۲۷	۱/۶۰۲	۵/۹۶۷	۱/۱۸۲	۱/۶۰۲	۱/۵۱۹	= ۱ الکترون ولت
$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-36}$			$\times 10^{-26}$	$\times 10^{-20}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-20}$	$\times 10^{-19}$	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-22}$	
۱ میلیون											
۱/۰۷۴	۱/۷۸۳	۱	10^{-6}	۴/۴۵۰	۳/۸۲۷	۱/۶۰۲	۵/۹۶۷	۱/۱۸۲	۱/۶۰۲	۱/۵۱۹	= الکترون ولت
$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-30}$			$\times 10^{-20}$	$\times 10^{-14}$	$\times 10^{-13}$	$\times 10^{-20}$	$\times 10^{-13}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-16}$	
۶/۰۰۲	۱	۵/۶۱۰	۵/۶۱۰	۲/۴۹۷	۲/۱۴۶	۸/۹۸۷	۳/۳۴۸	۶/۶۲۹	۸/۹۸۷	۸/۵۲۱	= ۱ کیلوگرم
$\times 10^{-26}$		$\times 10^{-29}$	$\times 10^{-35}$	$\times 10^{-10}$	$\times 10^{-16}$	$\times 10^{-16}$	$\times 10^{-10}$	$\times 10^{-16}$	$\times 10^{-23}$	$\times 10^{-13}$	
۱ یکای اتمی											
۱	۱/۶۶۱	۹۳۲/۰	۹/۳۲۰	۴/۱۴۶	۳/۵۶۴	۱/۴۹۲	۵/۵۵۹	۱/۱۰۱	۱/۴۹۲	۱/۴۱۵	= یکی شده
	$\times 10^{-27}$		$\times 10^{-8}$	$\times 10^{-17}$	$\times 10^{-11}$	$\times 10^{-10}$	$\times 10^{-17}$	$\times 10^{-10}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-13}$	

فرمولهای ریاضی

پیوست ث

هندسه

Σ مجموع
 \bar{x} مقدار میانگین x
 اتحادهای مثلثاتی

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\csc^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

قضیه دوجمله‌ای

$$(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots \quad (x^2 < 1)$$

بسط نمایی

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

بسط لگاریتمی

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots \quad (|x| < 1)$$

بسطهای مثلثاتی (θ بر حسب رادیان)

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots$$

$$\tan \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots$$

قاعده کرامر

جواب دو معادله با مجهولهای x و y

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{و} \quad a_2x + b_2y = c_2$$

در دایره به شعاع r : پیرامون $2\pi r$; مساحت πr^2
 در کره به شعاع r : مساحت $4\pi r^2$; حجم $(4/3)\pi r^3$ ؛ در
 استوانه قائمی به شعاع r و ارتفاع h :

$$\text{مساحت} = 2\pi r^2 + 2\pi rh; \text{حجم} = \pi r^2 h$$

در مثلثی به قاعده a و ارتفاع h : مساحت $(1/2)ah$

فرمول معادله درجه دو

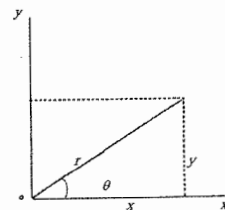
$$\text{اگر } ax^2 + bx + c = 0, \text{ آنگاه } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

تابعهای مثلثاتی زاویه θ

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}, \cot \theta = \frac{x}{y}$$

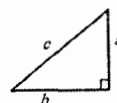
$$\sec \theta = \frac{r}{x}, \csc \theta = \frac{r}{y}$$



قضیه فیثاغورس

در مثلث قائم الزاویه

$$a^2 + b^2 = c^2$$



مثلثها

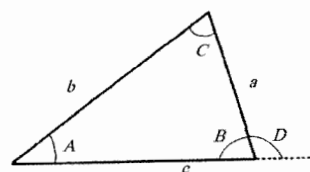
A, B و C زاویه و a, b و c ضلعهای مقابل به آنها هستند،

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$D = A + C \quad (\text{زاویه خارجی})$$



علامتها و نمادهای ریاضی

= مساوی است

≈ تقریباً مساوی است

~ مرتبه بزرگی

≠ مساوی نیست با

≡ متحد است با، تعریف می شود به صورت

> بزرگتر است از (>> خیلی بزرگتر است از)

< کوچکتر است از (<< خیلی کوچکتر است از)

≥ بزرگتر است از یا مساوی است با

≤ کوچکتر است از یا مساوی است با

± به اضافه یا منها

∝ متناسب است با

به این صورت است

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} x^m &= m x^{m-1} & -۴ \\ \frac{d}{dx} \ln x &= \frac{1}{x} & -۵ \\ \frac{d}{dx} (uv) &= u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} & -۶ \\ \frac{d}{dx} e^x &= e^x & -۷ \\ \frac{d}{dx} \sin x &= \cos x & -۸ \\ \frac{d}{dx} \cos x &= -\sin x & -۹ \\ \frac{d}{dx} \tan x &= \sec^2 x & -۱۰ \\ \frac{d}{dx} \cot x &= -\csc^2 x & -۱۱ \\ \frac{d}{dx} \sec x &= \tan x \sec x & -۱۲ \\ \frac{d}{dx} \csc x &= -\cot x \csc x & -۱۳ \\ \frac{d}{dx} e^u &= e^u \frac{du}{dx} & -۱۴ \\ \frac{d}{dx} \sin u &= \cos u \frac{du}{dx} & -۱۵ \\ \frac{d}{dx} \cos u &= -\sin u \frac{du}{dx} & -۱۶ \\ \int dx &= x & -۱ \\ \int au \, dx &= a \int u \, dx & -۲ \\ \int (u+v) \, dx &= \int u \, dx + \int v \, dx & -۳ \\ \int x^m \, dx &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1) & -۴ \\ \int \frac{dx}{x} &= \ln |x| & -۵ \\ \int u \frac{dv}{dx} \, dx &= uv - \int v \frac{du}{dx} \, dx & -۶ \\ \int e^x \, dx &= e^x & -۷ \\ \int \sin x \, dx &= -\cos x & -۸ \\ \int \cos x \, dx &= \sin x & -۹ \\ \int \tan x \, dx &= \ln |\sec x| & -۱۰ \\ \int \sin^2 x \, dx &= \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x & -۱۱ \\ \int e^{-ax} \, dx &= -\frac{1}{a} e^{-ax} & -۱۲ \\ \int x e^{-ax} \, dx &= -\frac{1}{a^2} (ax+1) e^{-ax} & -۱۳ \\ \int x^n e^{-ax} \, dx &= -\frac{1}{a^2} (a^n x^n + n a^{n-1} x^{n-1} + \dots + n a x + 1) e^{-ax} & -۱۴ \\ \int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx &= \frac{n!}{a^{n+1}} & -۱۵ \\ \int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx &= \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}{2^{n+1} a^{n+1}} \sqrt{\frac{\pi}{a}} & -۱۶ \\ \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} &= \ln(x + \sqrt{x^2+a^2}) & -۱۷ \end{aligned}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

ضرب بردارها

\mathbf{i} و \mathbf{j} و \mathbf{k} را بردارهای یک‌ه در راستای x ، y و z در نظر بگیرید. داریم

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1 \quad \text{و} \quad \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \quad \text{و} \quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \quad \text{و} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

بردارهای مانند \mathbf{a} با مؤلفه‌های a_x ، a_y و a_z در راستای محور x ، y و z را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

\mathbf{a} ، \mathbf{b} و \mathbf{c} را بردارهای اختیاری به بزرگیهای a ، b و c در نظر بگیرید، داریم

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) + (\mathbf{a} \times \mathbf{c})$$

$$(\mathbf{s} \mathbf{a}) \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times (\mathbf{s} \mathbf{b}) = \mathbf{s} (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (\mathbf{s} = \text{نردۀ ای})$$

اگر θ کوچکترین زاویه بین \mathbf{a} و \mathbf{b} باشد، داریم

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab \cos \theta$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= \mathbf{i} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \mathbf{j} \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \mathbf{k} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= (a_y b_z - b_y a_z) \mathbf{i} + (a_z b_x - b_z a_x) \mathbf{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \mathbf{k}$$

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = ab \sin \theta$$

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \mathbf{c}$$

مشتقها و انتگرالها

در رابطه‌های زیر، u و v تابعهایی از x هستند و a و m ثابت‌اند. برای هر یک از انتگرالهای نامعین باید یک ثابت اختیاری انتگرالگیری افزوده شود.

Handbook of Chemistry and Physics (CRC Press Inc)

جدولهای خیلی گسترده‌ای را ارائه می‌دهد.

$$\frac{dx}{dx} = 1 \quad -۱$$

$$\frac{d}{dx} (au) = a \frac{du}{dx} \quad -۲$$

$$\frac{d}{dx} (u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} \quad -۳$$

$$\int \frac{x dx}{(x^r + a^r)^{r+1}} = -\frac{1}{(x^r + a^r)^{1/r}} \quad -۱۸$$

$$\int \frac{dx}{(x^r + a^r)^{r+1}} = \frac{x}{a^r (x^r + a^r)^{1/r}} \quad -۱۹$$

$$\int_0^{\infty} x^{n+1} e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \quad (a > 0) \quad -۲۰$$

$$\int \frac{xdx}{x+d} = x - d \ln(x+d) \quad -۲۱$$

خواص عناصرها

پیوست ج

همه خواص فیزیکی در فشار ۱atm هستند در غیر این صورت مشخص شده‌اند.

عنصر	نماد	عدد اتمی Z	جرم مولی g/mol	چگالی g/cm ³ در ۲۰°C	نقطه ذوب °C	نقطه جوش °C	گرمای ویژه J/(g.°C) در ۲۵°C
آکتینیم	Ac	۸۹	(۲۲۷)	۱۰/۰۰۶	۱۳۲۳	(۳۴۷۳)	۰/۰۹۲
آلومینیوم	Al	۱۳	۲۶/۹۸۱۵	۲/۶۹۹	۶۶۰	۲۴۵۰	۰/۹۰۰
آمریسیم	Am	۹۵	(۲۴۳)	۱۳/۶۷	۱۵۴۱	-	-
انتیموان	Sb	۵۱	۱۲۱/۷۵	۶/۶۹۱	۶۳۰/۵	۱۳۸۰	۰/۲۰۵
آرگون	Ar	۱۸	۳۹/۹۴۸	$1/6626 \times 10^{-3}$	-۱۸۹/۴	-۱۸۵/۸	۰/۵۲۳
ارسنیک	As	۳۳	۷۴/۹۲۱۶	۵/۷۸	۸۱۷(۲۸atm)	۶۱۳	۰/۳۳۱
استاتین	At	۸۵	(۲۱۰)	-	(۳۰۲)	-	-
باریم	Ba	۵۶	۱۳۷/۳۴	۳/۵۹۴	۷۲۹	۱۶۴۰	۰/۲۰۵
برکلیم	Bk	۹۷	(۲۴۷)	۱۴/۷۹	-	-	-
بریلیم	Be	۴	۹/۰۱۲۲	۱/۸۴۸	۱۲۸۷	۲۷۷۰	۱/۸۳
بیسموت	Bi	۸۳	۲۰۸/۹۸۰	۹/۷۴۷	۲۷۱/۳۷	۱۵۶۰	۰/۱۲۲
بور	B	۵	۱۰/۸۱۱	۲/۳۴	۲۰۳۰	-	۱/۱۱
برم	Br	۳۵	۷۹/۹۰۹	(مایع) ۳/۱۲	-۷/۲	۵۸	۰/۲۹۳
کادمیم	Cd	۴۸	۱۱۲/۴۰	۸/۶۵	۳۲۱/۰۳	۷۶۵	۰/۲۲۶
کلسیم	Ca	۲۰	۴۰/۰۸	۱/۵۵	۸۳۸	۱۴۴۰	۰/۶۲۴
کالیفرنیم	Cf	۹۸	(۲۵۱)	-	-	-	-
کربن	C	۶	۱۲/۰۱۱۱۵	۲/۲۶	۳۷۲۷	۴۸۳۰	۰/۶۹۱
سرم	Ce	۵۸	۱۴۰/۱۲	۶/۷۶۸	۸۰۴	۳۴۷۰	۰/۱۸۸
سزیم	Cs	۵۵	۱۳۲/۹۰۵	۱/۸۷۳	۲۸/۴۰	۶۹۰	۰/۲۴۳
کلر	Cl	۱۷	۳۵/۴۵۳	$3/214 \times 10^{-3}$	-۱۰۱	-۳۴/۷	۰/۴۸۶
کرم	Cr	۲۴	۵۱/۹۹۶	۷/۱۹	۱۸۵۷	۲۶۶۵	۰/۴۴۸
کبالت	Co	۲۷	۵۸/۹۳۳۲	۸/۸۵	۱۴۹۵	۲۹۰۰	۰/۴۲۳
مس	Cu	۲۹	۶۳/۵۴	۸/۹۶	۱۰۸۳/۴۰	۲۵۹۵	۰/۳۸۵
کوریم	Cm	۹۶	(۲۴۷)	۱۳/۳	-	-	-
دیسپروزیم	Dy	۶۶	۱۶۲/۵۰	۸/۵۵	۱۴۰۹	۲۳۳۰	۰/۱۷۲
اینشتینیم	Es	۹۹	(۲۵۴)	-	-	-	-
اریبیم	Er	۶۸	۱۶۷/۲۶	۹/۱۵	۱۵۲۲	۲۶۳۰	۰/۱۶۷
اروپیم	Eu	۶۳	۱۵۱/۹۶	۵/۲۴۳	۸۱۷	۱۴۹۰	۰/۱۶۳

-	-	-	-	(۲۷۳)	۱۰۰	Fm	فرمیم
۰/۷۵۳	-۱۸۸/۲	-۲۱۹/۶	$1/696 \times 10^{-3} (^{\circ}\text{C})$	۱۸/۹۹۸۴	۹	F	فلوئور
-	-	(۲۷)	-	(۲۲۳)	۸۷	Fr	فرانسیم
۰/۲۳۴	۲۷۳۰	۱۳۱۲	۷/۹۰	۱۵۷/۲۵	۶۴	Gd	گادولینیم
۰/۳۷۷	۲۲۳۷	۲۹/۷۵	۵/۹۰۷	۶۹/۷۲	۳۱	Ga	گالیم
۰/۳۲۲	۲۸۳۰	۹۳۷/۲۵	۵/۳۲۳	۷۲/۵۹	۳۲	Ge	ژرمانیم
۰/۱۳۱	۲۹۷۰	۱۰۶۴/۴۳	۱۹/۳۲	۱۹۶/۹۶۷	۷۹	Au	طلا
۰/۱۴۴	۵۴۰۰	۲۲۲۷	۱۳/۳۱	۱۷۸/۴۹	۷۲	Hf	هافنیم
-	-	-	-	-	۱۰۵	Ha	هاهنیم
-	-	-	-	-	۱۰۸	Hs	هاسیوم
۵/۲۳	-۲۶۸/۹	-۲۶۹/۷	$0/1664 \times 10^{-3}$	۴/۰۰۲۶	۲	He	هلیوم
۰/۱۶۵	۲۳۳۰	۱۴۷۰	۸/۷۹	۱۶۴/۹۳۰	۶۷	Ho	هولمیم
۱۴/۴	-۲۵۲/۷	-۲۵۹/۱۹	$0/0.8375 \times 10^{-3}$	۱/۰۰۰۷۹۷	۱	H	هیدروژن
۰/۲۳۳	۲۰۰۰	۱۵۶/۶۳۴	۷/۳۱	۱۱۴/۸۲	۴۹	In	ایندیم
۰/۲۱۸	۱۸۳	۱۱۳/۷	۴/۹۳	۱۲۶/۹۰۴۴	۵۳	I	ید
۰/۱۳۰	(۵۳۰۰)	۲۴۴۷	۲۲/۵	۱۹۲/۲	۷۷	Ir	ایریدیم
۰/۴۴۷	۳۰۰۰	۱۵۳۶/۵	۷/۸۷۴	۵۵/۸۴۷	۲۶	Fe	آهن
۰/۲۴۷	-۱۵۲	-۱۵۷/۳۷	$3/488 \times 10^{-3}$	۸۳/۸۰	۳۶	Kr	کریپتون
۰/۱۹۵	۳۴۷۰	۹۲۰	۶/۱۸۹	۱۳۸/۹۱	۵۷	La	لانتان
-	-	-	-	(۲۵۷)	۱۰۳	Lr	لورنسیم
۰/۱۲۹	۱۷۲۵	۳۲۷/۴۵	۱۱/۳۵	۲۰۷/۱۹	۸۲	Pb	سرب
۳/۵۸	۱۳۰۰	۱۸۰/۵۵	۰/۵۳۴	۶/۹۳۹	۳	Li	لیتیم
۰/۱۵۵	۱۹۳۰	۱۶۶۳	۹/۸۴۹	۱۷۴/۹۷	۷۱	Lu	لوتسیم
۱/۰۳	۱۱۰۷	۶۵۰	۱/۷۳۸	۲۴/۳۱۲	۱۲	Mg	منیزیم
۰/۴۸۱	۲۱۵۰	۱۲۴۴	۷/۴۴	۵۴/۹۳۸۰	۲۵	Mn	منگنز
-	-	-	-	-	۱۰۹	Mt	میتنریم
-	-	-	-	(۲۵۶)	۱۰۱	Md	مندلویم
۰/۱۳۸	۳۵۷	-۳۸/۸۷	۱۳/۵۵	۲۰۰/۵۹	۸۰	Hg	جیوه
۲۵۱	۵۵۶۰	۲۶۱۷	۱۰/۲۲	۹۵/۹۴	۴۲	Mo	مولیبدن
۰/۱۸۸	۳۱۸۰	۱۰۱۶	۷/۰۰۷	۱۴۴/۲۴	۶۰	Nd	نئودیمیم
۱/۰۳	-۲۴۶/۰	-۲۴۸/۵۹۷	$0/8387 \times 10^{-3}$	۲۰/۱۸۳	۱۰	Ne	نئون
۱/۲۶	-	۶۳۷	۲۰/۲۵	(۲۳۷)	۹۳	Np	نپتونیم
۰/۴۴۴	۲۷۳۰	۱۴۵۳	۸/۹۰۲	۵۸/۷۱	۲۸	Ni	نیکل
-	-	-	-	-	۱۰۷	Ns	نیلزبوریم
۰/۲۶۴	۴۹۲۷	۲۴۶۸	۸/۵۷	۹۲/۹۰۶	۴۱	Nb	نیوبیم

۱/۰۳	-۱۹۵/۸	-۲۱۰	$1/1649 \times 10^{-3}$	۱۴/۰۰۶۷	۷	N	نیتروژن (ازت)
-	-	-	-	(۲۵۵)	۱۰۲	No	نوبلیوم
۰/۱۳۰	۵۵۰۰	۳۰۲۷	۲۲/۵۹	۱۹۰/۲	۷۶	Os	اسمیم
۰/۹۱۳	-۱۸۳/۰	-۲۱۸/۸۰	$1/3318 \times 10^{-3}$	۱۵/۹۹۹۴	۸	O	اکسیژن
۰/۲۴۳	۳۹۸۰	۱۵۵۲	۱۲/۰۲	۱۰۶/۴	۴۶	Pb	پالادیم
۰/۷۴۱	۲۸۰	۴۴/۲۵	۱/۸۳	۳۰/۹۷۳۸	۱۵	P	فسفر
۰/۱۳۴	۴۵۳۰	۱۷۶۹	۲۱/۴۵	۱۹۵/۰۹	۷۸	Pt	پلاتین
۰/۱۳۰	۳۲۳۵	۶۴۰	۱۹/۸	(۲۴۴)	۹۴	Pu	پلوتونیم
-	-	۲۵۴	۹/۳۲	(۲۱۰)	۸۴	Po	پولونیم
۰/۷۵۸	۷۶۰	۶۳/۲۰	۰/۸۶۲	۹۳/۱۰۲	۱۹	K	پتاسیم
۰/۱۹۷	۳۰۲۰	۹۳۱	۶/۷۷۳	۱۴۰/۹۰۷	۵۹	Pr	پرازئودیمیم
-	-	(۱۰۲۷)	۷/۲۲	(۱۴۵)	۶۱	Pm	پرومتیم
-	-	۱۲۳۰	۱۵/۳۷ (برآورد)	(۲۳۱)	۹۱	Pa	پروتاکتینیم
-	-	۷۰۰	۵/۰	(۲۲۶)	۸۸	Ra	رادیوم
۰/۰۹۲	-۶۱/۸	(-۷۱)	$9/96 \times 10^{-3}$	(۲۲۲)	۸۶	Rn	رادون
۰/۱۳۴	۵۹۰۰	۳۱۸۰	۲۱/۰۲	۱۸۶/۲	۷۵	Re	رنیم
۰/۲۴۳	۴۵۰۰	۱۹۶۳	۱۲/۴۱	۱۰۲/۹۰۵	۴۵	Rh	رودیم
۰/۳۶۴	۶۸۸	۳۹/۴۹	۱/۵۳۲	۸۵/۴۷	۳۷	Rb	روبییدیم
۰/۲۳۹	۴۹۰۰	۲۲۵۰	۱۲/۳۷	۱۰۱/۱۰۷	۴۴	Ru	روتینیم
-	-	-	-	-	۱۰۴	Rf	راترفوردیم
۰/۱۹۷	۱۶۳۰	۱۰۷۲	۷/۵۲	۱۵۰/۳۵	۶۲	Sm	ساماریوم
۰/۵۶۹	۲۷۳۰	۱۵۳۹	۲/۹۹	۴۴/۹۵۶	۲۱	Sc	اسکاندیم
-	-	-	-	-	۱۰۶	Sg	سیبورگیم
۰/۳۱۸	۶۸۵	۲۲۱	۴/۷۹	۷۸/۹۶	۳۴	Se	سلنیم
۰/۷۱۲	۲۶۸۰	۱۴۱۲	۲/۳۳	۲۸۰/۸۶	۱۴	Si	سیلیسیم
۰/۲۳۴	۲۲۱۰	۹۶۰/۸	۱۰/۴۹	۱۰۷/۸۷۰	۴۷	Ag	نقره
۱/۲۳	۸۹۲	۹۷/۸۵	۰/۹۷۱۲	۲۲/۹۸۹۸	۱۱	Na	سدیم
۰/۷۳۷	۱۳۸۰	۷۶۸	۲/۵۴	۸۷/۶۲	۳۸	Sr	استرونیسم
۰/۷۰۷	۴۴۴/۶	۱۱۹/۰	۲/۰۷	۳۲/۰۶۴	۱۶	S	گوگرد
۰/۱۳۸	۵۴۲۵	۳۰۱۴	۱۶/۶	۱۸۰/۹۴۸	۷۳	Ta	تانтал
۰/۲۰۹	-	۲۲۰۰	۱۱/۴۶	(۹۹)	۴۳	Tc	تکنسیم
۰/۲۰۱	۹۹۰	۴۴۹/۵	۶/۲۴	۱۲۷/۶۰	۵۲	Te	تلور یا تلوریم
۰/۱۸۰	۲۵۳۰	۱۳۵۷	۸/۲۲۹	۱۵۸/۹۲۴	۶۵	Tb	تربیم
۰/۱۳۰	۱۴۵۷	۳۰۴	۱۱/۸۵	۲۰۴/۳۷	۸۱	Ti	تالیم
۰/۱۱۷	(۳۸۵۰)	۱۷۵۵	۱۱/۷۲	(۲۳۲)	۹۰	Th	توریم

۰/۲۲۶	۲۲۷۰	۲۳۱/۸۶۸	۷/۲۹۸۴	۱۱۸/۶۹	۵۰	Sn	قلع
۰/۵۲۳	۳۲۶۰	۱۶۷۰	۴/۵۴	۴۷/۹۰	۲۲	Ti	تیتان یا تیتانیم
۰/۱۳۴	۵۹۳۰	۳۳۸۰	۱۹/۳	۱۸۳/۸۵	۷۴	W	تنگستن
۰/۱۱۷	۳۸۱۸	۱۱/۳۲	۱۸/۹۵	(۲۳۸)	۹۲	U	اورانیوم
۰/۴۹۰	۳۴۰۰	۱۹۰۲	۶/۱۱	۵۰/۹۴۲	۲۳	V	وانادیم
۰/۱۵۹	-۱۰۸	-۱۱۱/۷۹	$۵/۴۹۵ \times ۱۰^{-۳}$	۱۳۱/۳۰	۵۴	Xe	گزنون
۰/۱۵۵	۱۵۳۰	۸۲۴	۶/۹۶۵	۱۷۳/۰۴	۷۰	Yb	ایتریم
۰/۲۹۷	۳۰۳۰	۱۵۲۶	۴/۴۶۹	۸۸/۹۰۵	۳۹	Y	ایتریم
۰/۳۸۹	۹۰۶	۴۱۹/۵۸	۷/۱۳۳	۶۵/۳۷	۳۰	Zn	روی
۰/۲۷۶	۳۵۸۰	۱۸۵۲	۶/۵۰۶	۹۲/۲۲	۴۰	Zr	زیرکونیم

اندازه‌های درون پرانتزها در ستون جرمهای مولی، عددهای جرمی ایزوتوپهای با عمر طولانی عنصرهایی‌اند که پرتوزا هستند.

نقطه‌های ذوب و نقطه‌های جوش در پرانتزها قطعیتی ندارند.

داده‌های گازها فقط هنگامی که اینها در حالت مولکولی معمولی مانند H_2 ، He ، O_2 و Ne و غیره هستند معتبر است.

گرماهای ویژه گاز مقدارهای در فشار ثابت‌اند.

منبع: برگرفته از J. Emsley, The Elements, 3rd ed., 1998, Clarendon Press, Oxford. همچنین برای دیدن آخرین مقادارها و

جدیدترین عنصرها به www.webelements.com مراجعه کنید.

پیوست چ

فلزها

شبه فلزها

نافلزها

گازهای نادر

0

فلزهای قلیایی

IA

فلزهای واسطه

VIIIB

IIIA

IVA

VA

VIA

VIIA

۲
He

۱۰
Ne

۱۸
Ar

۳۶
Kr

۵۴
Xe

۸۶
Rn

۱۱۸

۵
B

۶
C

۷
N

۸
O

۹
F

۱۳
Al

۱۴
Si

۱۵
P

۱۶
S

۱۷
Cl

۳۱
Ga

۳۲
Ge

۳۳
As

۳۴
Se

۳۵
Br

۴۹
In

۵۰
Sn

۵۱
Sb

۵۲
Te

۵۳
I

۸۱
Tl

۸۲
Pb

۸۳
Bi

۸۴
Po

۸۵
At

۱۱۳

۱۱۴

۱۱۵

۱۱۶

۱۱۷

۱۱۱

۱۱۲

۱۱۳

۱۱۴

۱۱۵

۱۱۱

۱۱۲

۱۱۳

۱۱۴

۱۱۵

۱
H

۳
Li

۱۱
Na

۱۹
K

۳۷
Rb

۵۵
Cs

۸۷
Fr

IIA

۴
Be

۱۲
Mg

۲۰
Ca

۳۸
Sr

۵۶
Ba

۸۸
Ra

IIIB

IVB

VB

VIB

VIIIB

IB

IIB

۲۱
Sc

۲۲
Ti

۲۳
V

۲۴
Cr

۲۵
Mn

۲۶
Fe

۲۷
Co

۲۸
Ni

۲۹
Cu

۳۰
Zn

۳۹
Y

۴۰
Zr

۴۱
Nb

۴۲
Mo

۴۳
Tc

۴۴
Ru

۴۵
Rh

۴۶
Pd

۴۷
Ag

۴۸
Cd

۷۱
*

۷۲
Hf

۷۳
Ta

۷۴
W

۷۵
Re

۷۶
Os

۷۷
Ir

۷۸
Pt

۷۹
Au

۸۰
Hg

۱۰۳
†

۱۰۴
Rf

۱۰۵
Db

۱۰۶
Sg

۱۰۷
Bh

۱۰۸
Hs

۱۰۹
Mt

۱۱۰
Ds

تناوبهای افقی

فلزهای واسطه داخلی

۵۷ La	۵۸ Ce	۵۹ Pr	۶۰ Nd	۶۱ Pm	۶۲ Sm	۶۳ Eu	۶۴ Gd	۶۵ Tb	۶۶ Dy	۶۷ Ho	۶۸ Er	۶۹ Tm	۷۰ Yb	۷۱ Lu
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

* رشته لاتانیدها

۸۹ Ac	۹۰ Th	۹۱ Pa	۹۲ U	۹۳ Np	۹۴ Pu	۹۵ Am	۹۶ Cm	۹۷ Bk	۹۸ Cf	۹۹ Es	۱۰۰ Fm	۱۰۱ Md	۱۰۲ No	۱۰۳ Lr
----------	----------	----------	---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-----------	-----------	-----------	-----------

+ رشته آکتینیدها

عنصرهای ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۴ و ۱۱۶ کشف شده‌اند ولی تا سال ۲۰۰۳ هنوز نامگذاری نشده‌اند. شواهد کشف عنصرهای ۱۱۳ و ۱۱۵ گزارش شده‌اند. برای آخرین اطلاعات و جدیدترین عنصرها به www.webelements.com مراجعه کنید.

برندگان جایزه نوبل در فیزیک

۱۸۳۷-۱۹۳۲) Johannes Diderik van der Waals به خاطر کار روی معادله حرکت گازها و مایعات.

۱۹۱۱ ویلهلم وین

۱۸۶۴-۱۹۲۸) Wilhelm Wien به خاطر کشفهایش درباره قانونهای حاکم بر تابش گرمایی.

۱۹۱۲ نیلز گوستاف دالن

۱۸۶۹-۱۹۳۷) Nils Gustaf Dalen به خاطر اختراع تنظیم کننده‌های خودکار برای استفاده از انبارهای گازی برای روشن ساختن فانوسهای دریایی و شناورها.

۱۹۱۳ هایک کامرلینگ اونس

۱۸۵۳-۱۹۲۶) Heike Kamerling Onnes به خاطر بررسیهایی درباره خواص مواد در دماهای پایین که افزون بر نتایج دیگر به تولید هلیوم مایع انجامید.

۱۹۱۴ ماکس فون لاهه

۱۸۷۹-۱۹۶۰) Max von Laue به خاطر کشف پراش پرتوهای رونتگن به وسیله بلورها.

۱۹۱۵ ویلیام هنری براگ

۱۸۶۲-۱۹۴۲) William Henry Bragg و ویلیام لورنس براگ William Lawrence Bragg (۱۸۹۰-۱۹۷۱) به خاطر خدماتشان در تحلیل ساختار بلوری به وسیله پرتوهای رونتگن.

۱۹۱۷ چارلز گلور بارکلا

۱۸۷۷-۱۹۴۴) Charles Glover Barkla به خاطر کشف پرتوهای x مشخصه عنصرها.

۱۹۱۸ ماکس پلانک

۱۸۵۸-۱۹۴۷) Max Planck به خاطر کشف کوانتوم انرژی.

۱۹۱۹ یوهانس اشتارک

۱۸۷۴-۱۹۵۷) Johannes Stark به خاطر کشف پدیده دوپلر در پرتوهای کانالی و تجزیه خطهای طیفی در میدانهای الکتریکی.

۱۹۲۰ شارل ادوارد گیوم

۱۸۶۱-۱۹۳۸) Charles-Edouard Guillaume خدمتی که با کشف ناهنجاریهای موجود در آلیاژهای فولاد نیکل به اندازه‌گیریهای دقیق در فیزیک کرده است.

۱۹۲۱ آلبرت اینشتین

۱۸۷۹-۱۹۵۵) Albert Einstein به خاطر خدماتش به فیزیک نظری و به ویژه به خاطر کشف قانون اثر فوتوالکتریک

۱۹۲۲ نیلس بور

۱۹۰۱ ویلهلم کونراد رونتگن

۱۸۴۵-۱۹۲۳) Wilhelm Konrad Röntgen برای

کشف پرتوهای X.

۱۹۰۲ هنریک آنتون لورنس

۱۸۵۳-۱۹۲۸) Hendrik Antoon Lorentz و پیترو

زیمان

۱۸۶۵-۱۹۴۳) Pieter Zeeman به خاطر پژوهشهایشان

در مورد اثر مغناطیس بر پدیده‌های تابشی.

۱۹۰۳ آنتونی هنری بکرل

۱۸۵۲-۱۹۰۸) Antoine Henri Becquerel به خاطر

کشف پرتوزایی خود به خودی.

پیرکوری

۱۸۵۹-۱۹۰۶) Pierre Curie و ماری اسکلووسکاوری

۱۸۶۷-۱۹۳۴) Marie Sklodowska-Curie به خاطر

پژوهشهای مشترک خود در پدیده‌های تابشی که به وسیله بکرل کشف شده بود.

۱۹۰۴ لرد ریلی (جان ویلیام استوارت)

۱۸۴۲-۱۹۱۹) John William Strutt Lord Rayleigh

به خاطر بررسیهایش در مورد چگالی گازهای خیلی مهم و به خاطر کشف آرگون.

۱۹۰۵ فیلیپ ادوارد آنتون فون لنارد

۱۸۶۲-۱۹۴۷) Philipp Eduard Anton von Lenard به

خاطر کار در زمینه پرتوهای کاتدی.

۱۹۰۶ جوزف جان تامسون

۱۸۵۶-۱۹۴۰) Joseph John Thomson به خاطر بررسیهای

نظری و تجربی در مورد رسانایی الکتریکی گازها.

۱۹۰۷ آلبرت ابراهام مایکلسون

۱۸۵۲-۱۹۳۱) Albert Abraham Michelson به خاطر

ابزارهای دقیق نوری و بررسیهای اندازه‌شناختی انجام شده به کمک آنها.

۱۹۰۸ گابریل لیپمان

۱۸۴۵-۱۹۲۱) Gabriel Lippmann به خاطر روش باز

تولید رنگها از طریق عکاسی بر پایه پدیده‌های تداخل.

۱۹۰۹ گوگلیلمو مارکونی

۱۸۴۷-۱۹۳۷) Guglielmo Marconi و کارل فردیناند

براون Carl Ferdinand Braun (۱۸۵۰-۱۹۱۸) به خاطر

کوششهایشان در گسترش تلگراف بدون سیم.

۱۹۱۰ یوهان دیدریک واندروالس

James Chadwick (۱۸۹۱-۱۹۷۴) به خاطر کشف نوترون.

۱۹۳۶ ویکتور فرانکس هس

Victor Franz Hess (۱۸۸۳-۱۹۶۴) به خاطر کشف تابش کیهانی.

۱۹۳۷ کلینتون جوزف داویسون

Clinton Joseph Davisson (۱۸۸۱-۱۹۵۸) و جورج

پاگت تامسون George Paget Thomson (۱۸۹۲-۱۹۷۵)

به خاطر کشف تجربی پراش الکترونها به وسیله بلورها.

۱۹۳۸ انریکو فرمی

Enrico Fermi (۱۹۰۱-۱۹۵۴) به خاطر اثبات وجود

عناصر پرتوزای جدیدی که به وسیله پرتوافکنی نوترونی

تولید می‌شود و نیز به خاطر کشف واکنشهای هسته‌ای

حاصل از نوترونهای کند.

۱۹۳۹ ارنست اورلاندو لورنس

Ernest Orlando Lawrence (۱۹۰۱-۱۹۵۸) به خاطر

اختراع و تکمیل سیکلوترون و نتایج حاصل از آن، به

ویژه تولید عنصرهای پرتوزای مصنوعی.

۱۹۴۳ اتو اشترون

Otto Stern (۱۸۸۸-۱۹۶۹) به خاطر سهم او در توسعه

روش پرتو مولکولی و کشف گشتاور مغناطیسی پروتون.

۱۹۴۴ ایزیدور ایزاک رابی

Isidor Isaac Rabi (۱۸۹۸-۱۹۸۸) به خاطر ابداع روش

تشدید برای ثبت خواص مغناطیسی هسته‌های اتمی.

۱۹۴۵ ولفگانگ پائولی

Wolfgang Pauli (۱۹۰۰-۱۹۵۸) به خاطر کشف اصل

طرد (که اصل پائولی نیز نامیده می‌شود).

۱۹۴۶ پرسی ویلیامز بریجمن

Percy Williams Bridgman (۱۸۸۲-۱۹۶۱) به خاطر

اختراع وسیله‌ای برای تولید فشارهای خیلی زیاد و

کشفهایی که از این طریق در زمینه فیزیک فشار بالا داشته

است.

۱۹۴۷ ادوارد ویکتور اپلتون

Sir Edward Victor Appleton (۱۸۹۲-۱۹۶۵) به خاطر

پژوهشهایش در فیزیک جو بالا، به ویژه به خاطر کشف

لایه‌ای به نام اپلتون.

۱۹۴۸ پاتریک ماینارد استوارت بلاکت

Patrich Maynard Stuart Blackett (۱۸۹۷-۱۹۷۴) به

خاطر تکمیل روش اتاق ابر ویلسون و کشفهایی که در

فیزیک هسته‌ای و تابش کیهانی داشته است.

۱۹۴۹ هیدکی یوکاوا

Hideki Yukawa (۱۹۰۷-۱۹۸۱) به خاطر پیش‌بینی وجود

مزونها در نیروهای هسته‌ای بر پایه کار نظری.

Niels Bohr (۱۸۸۵-۱۹۶۲) به خاطر بررسی ساختار

اتمها و تابشی که از آنها سرچشمه می‌گیرد.

۱۹۲۳ رابرت اندروز میلیکان

Robert Andrews Millikan (۱۸۶۸-۱۹۵۳) به خاطر کار

در زمینه بار بنیادی الکتریسیته و اثر فوتوالکتریک.

۱۹۲۴ کارل مان گتورگ زیگبان

Karl Manne George Siegbahn (۱۸۸۸-۱۹۷۹) به خاطر

کشف و پژوهش در زمینه طیف‌نمایی پرتو X.

۱۹۲۵ جیمز فرانک

James Franck (۱۸۸۲-۱۹۶۴) و گوستاو هرتز

Gustav Hertz (۱۸۸۷-۱۹۷۵) به خاطر کشف قانونهای

حاکم بر برخورد الکترون با اتم

۱۹۲۶ ژان باپتیست پرن

Jean Baptiste Perrin (۱۸۷۰-۱۹۴۲) به خاطر کار روی

ساختار ناپیوسته ماده و به ویژه به خاطر کشف تعادل

تەنشینی.

۱۹۲۷ آرتور هالی کامپتون

Arthur Holly Compton (۱۸۹۲-۱۹۶۲) به خاطر کشف

پدیده کامپتون. چارلز تامسن ریزویلسون

Charles Thomson Rees Wilson (۱۸۷۹-۱۹۵۹) به

خاطر ابداع مرئی کردن مسیر ذره‌های باردار توسط چگالش

بخار.

۱۹۲۸ اوئن ویلانز ریچاردسون

Owen Willans Richardson (۱۸۷۹-۱۹۵۹) به خاطر

کار روی پدیده گرما یونی و به ویژه به خاطر کشف

قانونی که به نام او نامیده شد.

۱۹۲۹ پرنس لویی ویکتور دوپروی

Prince Louis Victor de Braglie (۱۸۹۲-۱۹۸۷) به

خاطر کشف طبیعت موجی الکترونها.

۱۹۳۰ چاندرا سکارا ونکاتا رامن

Sir Chandra sekhar Venkata Raman (۱۸۸۸-۱۹۷۰)

به خاطر کار روی پراکندگی نور و کشف اثری که به نام

او نامیده شد.

۱۹۳۲ ورنر هایزنبرگ

Werner Heisenberg (۱۹۰۱-۱۹۷۶) به خاطر ابداع

مکانیک کوانتومی که کاربرد آن افزون بر چیزهای دیگر

به کشف شکل‌های آلوتروپی هیدروژن انجامید.

۱۹۳۳ اروین شرودینگر

Erwin Schrödinger (۱۸۸۷-۱۹۶۱) و پل آدرین

موریس دیراک Paul Adrien Maurice Dirac (۱۸۸۴-

۱۹۰۲) به خاطر کشف شکل‌های تازه و خلاق نظریه اتمی.

۱۹۳۵ جیمز چادویک

۱۹۵۰ سسیل فرانک پاول Cecil Frank Powell (۱۹۰۳-۱۹۶۹) به خاطر بسط روش عکاسی مطالعه فرایندهای هسته‌ای و کشفهای انجام شده توسط او در مورد مزونها با این روش.

۱۹۵۱ جان داگلاس کوک کرافت

Sir John Douglas Cockroft (۱۸۹۷-۱۹۶۷) و ارنست توماس سینتون والتون Ernest Thomas Sinton Walton (۱۹۰۳-) به خاطر پیشگامی در بررسی استحاله هسته‌های اتمی به وسیله ذره‌های اتمی که به طور مصنوعی شتاب گرفته‌اند.

۱۹۵۲ فلیکس بلوخ Felix Bloch (۱۹۰۵-۱۹۸۳) و ادوارد میلز پورسل

Edward Mills Purcell (۱۹۱۲-) به خاطر طرح روشهای نو برای آزمایشهای دقیق مغناطیس هسته‌ای و کشفهای مربوط به آن.

۱۹۵۳ فریتس زرنیکه Frits Zernike (۱۸۸۸-۱۹۶۶) به خاطر ارائه روش تباین

فاز، به ویژه به خاطر اختراع میکروسکوپ تباین فاز.

۱۹۵۴ ماکس بورن Max Born (۱۸۸۲-۱۹۷۰) به خاطر پژوهش بنیادی در

مکانیک کوانتومی، به ویژه به خاطر تعبیر آماری او از تابع موج.

۱۹۵۵ ویلیز اوژن لمب Willis Eugene Lamb (۱۹۱۳-) به خاطر کشفهای

در باره ساختار ریز طیف هیدروژن

۱۹۵۶ وولتر بوته Walther Bothe (۱۸۹۱-۱۹۵۷) به خاطر روش تطابق و

کشفهایی که به وسیله آن حاصل شد.

۱۹۵۷ چن نینگ یانگ Chen Ning Yang (۱۹۲۲-) و تسونگ دائو لی

Tsung Dao Lee (۱۹۲۶-) به خاطر پژوهش مؤثر آنها در مورد قانونهای پاریته که به کشفهای مهمی در فیزیک ذره‌های بنیادی انجامیده است.

۱۹۵۸ پاول الکسی یویچ چرنکوف

William Shockley (۱۹۰۰-۱۹۸۹)، جان باردین John Bardeen (۱۹۰۸-۱۹۹۱) و والتز هاووزر براتین Walter Houser Brattain (۱۹۰۲-۱۹۸۷) به خاطر پژوهشهایشان درباره نیمرساناها و کشف اثر ترانزیستور.

۱۹۶۰ امیلیو جینو سگ্রে Emilio Gino Segre (۱۹۰۵-۱۹۸۹) و اون چمبرلین

Owen Chamberlain (۱۹۲۰-) به خاطر کشف پادپروتون.

۱۹۶۱ روبرت هوفشتاتر Robert Hofstadter (۱۹۱۵-۱۹۹۰) به خاطر مطالعات

پیشگامانه درباره پراکندگی الکترون در هسته‌های اتمی و کشفهایی که به آن وسیله در مورد ساختار نوکلئونها به عمل آورد.

۱۹۶۲ رودلف لودویگ موسباتر Rudolf Ludwig Mössbauer (۱۹۲۹-) به خاطر

پژوهشهایش درباره جذب تشدید پرتوهای γ و کشف اثری در این مورد که به نام اوست.

۱۹۶۳ لف داویدوویچ لاندائو Lev Davidovic Landau (۱۹۰۸-۱۹۶۸) به خاطر

نظریه‌های پیشگامانه در مورد ماده چگال، به ویژه هلیوم مایع.

۱۹۶۴ اوژن پی. ویگنر Eugene P. Wigner (۱۹۰۲-۱۹۹۵) به خاطر سهم او در

نظریه هسته اتم و ذره‌های بنیادی، به ویژه کشف و کاربرد اصول اساسی تقارن.

۱۹۶۵ سن - ایترو توموناگا Sin - itiro Tomonaga (۱۹۰۶-۱۹۷۹) جولیان شوینگر

Julian Schwinger (۱۹۱۸-۱۹۹۴) و ریچارد فاینمن

ماریا جو پرت مایر Maria Goeppert Mayer (۱۹۰۶-۱۹۷۲) و جی. هانس

دی. جنسن J. Hans D. Jensen (۱۹۰۷-۱۹۷۳) به خاطر

کشفهایشان درباره ساختار پوسته‌ای هسته.

۱۹۶۶ چارلز اچ. تاونز Charkes H. Townes (۱۹۱۵-) نیکلای جی. باسوف

Nikolai G. Basov (۱۹۲۲-) و الکساندر ام.

پروخوروف Alexander M. Prochorov (۱۹۱۶-) به

خاطر کارهای اساسی در زمینه الکترونیک کوانتومی که

به ساخت نوسانگرها و تقویت کننده‌ها بر اساس میزر-

لیزر انجامید.

۱۹۶۵ سن - ایترو توموناگا

Sin - itiro Tomonaga (۱۹۰۶-۱۹۷۹) جولیان شوینگر

Julian Schwinger (۱۹۱۸-۱۹۹۴) و ریچارد فاینمن

Ivar Giaever (۱۹۲۹-) به خاطر کشف تونل زنی در ابررسانها.

برایان دی. جوزفسون

Brian D. Josephson (۱۹۰۴-) به خاطر پیش‌بینی

نظری خواص یک ابر جریان در یک سر تونلی.

۱۹۷۴ آنتونی هویس

Antony Hewish (۱۹۲۴-) به خاطر کشف تپ اخترها.

سرمارتین رایله

Sir Martin Ryleh (۱۹۱۸-۱۹۸۴) به خاطر کار پیشگامانه‌اش

در اختر شناسی رادیویی.

۱۹۷۵ آگه بور

Aage Bohr (۱۹۲۲-) ،

بن موتلسون

و Ben Mottelson

جیمز رین واتر

James Rainwater (۱۹۱۷-۱۹۸۶) به خاطر کشف ارتباط

بین حرکت گروهی و حرکت ذره‌ای و گسترش نظریه

ساختار هسته‌های اتمی بر پایه این ارتباط.

۱۹۷۶ بورتون ریشر

Burton Richter (۱۹۳۱-) و

ساموئل چائوچونگ تینگ

Samuel Chao Chung Ting (۱۹۳۶-) به خاطر

کشف (مستقل) یک ذره بنیادی مهم.

۱۹۷۷ فیلیپ وارن اندرسون

Philip Warren Anderson (۱۹۲۳-) ،

نویل فرانسیس موت

Nevill Francis Mott (۱۹۰۵-)

جان هاسبروک وان‌ولک

John Hasbrouck Van Vleck (۱۸۹۹-۱۹۸۰) به خاطر

پژوهشهای نظری بنیادی درباره ساختار الکترونی دستگاههای

مغناطیسی و بی نظم.

۱۹۷۸ پتر ال. کاپیتزا

Peter L. Kapitza (۱۸۹۴-۱۹۸۴) به خاطر اختراعاتی

اساسی و کشفهای وی در فیزیک دماهای پایین.

آرنو آ. پنزیاس

Arno A. Penzias (۱۹۳۳-) و

روبرت وودرو ویلسون

Robert Woodrow Wilson (۱۹۳۶-) به خاطر کشف

تابش زمینه میکروموج کیهانی

۱۹۷۹ شلدون لی گلاشو

Sheldon Lee Glashow (۱۹۳۲-)

عبدالسلام

Abdus salam (۱۹۲۶-۱۹۹۶)

Richard P. Feynman (۱۹۱۸-۱۹۸۸) به خاطر کارهای

بنیادیشان در الکترو دینامیک کوانتومی که پیامدهای مهمی

برای فیزیک ذره‌های بنیادی داشت.

۱۹۶۶ آلفرد کاستلر

Alfred Kastler (۱۹۰۲-۱۹۸۴) به خاطر کشف و

گسترش روشهای نوری برای مطالعه تشدید هرتزی در

اتمها.

۱۹۶۷ هانس البریخت بته

Hans Albrecht Beathe (۱۹۰۶-)

به خاطر سهم وی در نظریه واکنشهای هسته‌ای به ویژه

کشفهای او در مورد تولید انرژی در ستاره‌ها.

۱۹۶۸ لوویس دبلیو. آلوآرز

Luis W. Alvarez (۱۹۱۱-۱۹۸۸) به خاطر سهم تعیین

کننده وی در فیزیک ذره‌های بنیادی، به ویژه کشف شمار

زیادی از حالت‌های تشدید که از طریق گسترش فنون به

کارگیری اتاقک حباب هیدروژن و تحلیل داده‌های آن

امکان پذیر شد.

۱۹۶۹ مورای گلמן

Murray Gell - mann (۱۹۲۹-) به خاطر سهم وی

در کشفهای مربوط به رده‌بندی ذره‌های بنیادی و

برهم‌کنشهای آنها.

۱۹۷۰ هانس آلفن

Hannes Alfve'n (۱۹۰۸-۱۹۹۵) به خاطر کار بنیادی و

کشفهای وی در مغناطوس- هیدرو دینامیک یا کاربردهای

مفید آنها در بخشهای مختلف فیزیک پلاسما.

لویی نثل

Louis Ne'el (۱۹۰۴-) به خاطر کار بنیادی و کشفهای

وی در پاد فرومغناطیس و فرومغناطیس که به کاربردهای

مهمی در فیزیک حالت جامد انجامید.

۱۹۷۱ دنیس گابور

Dennis Gabor (۱۹۰۰-۱۹۷۹) به خاطر کشف اصول

تمام نگاری.

۱۹۷۲ جان باردین

John Bardeen (۱۹۰۸-۱۹۹۱) ،

لئون ان. کوپر

Leon N. Cooper (۱۹۳۰-)

جی. روبرت شریف

J. Robert Schrieffer (۱۹۳۱-) به خاطر پرداختن به

نظریه‌ای در مورد ابر رسانایی.

۱۹۷۳ لئو اساکي

Leo Esaki (۱۹۲۵-) به خاطر کشف تونل زنی در

نیمرسانها.

ایوار جیاور

Heinrich Rohrer (۱۹۳۳-) به خاطر اختراع میکروسکوپ تونلی روبشی.
 ۱۹۸۷ کارل آلکس مولر
 Karl Alex Müller (۱۹۲۷-) و
 جی. جورج بدنورز
 J. George Bednorz (۱۹۵۰-) به خاطر کشف دسته تازه‌ای از ابررساناها.
 ۱۹۸۸ لئون ام. لدرمن
 Leon M. Lederman (۱۹۲۲-) ،
 ملوین شوارتز Melvin Schwartz (۱۹۲۳-) و
 جک اشتنبرگر
 Jack Steinberger (۱۹۲۱-) به خاطر اولین بهره برداری از یک باریکه نوترینو و کشف نوترینوی میونی.
 ۱۹۸۹ نورمن رامسی
 Norman Ramsey (۱۹۱۵-) ،
 هانس دهملت
 Hans Dehmelt (۱۹۲۲-) و
 ولفگانگ پل
 Wolfgang Paul (۱۹۱۳-۱۹۹۳) به خاطر کاری که به گسترش ساعت‌های اتمی و گاهشماری دقیق انجامید.
 ۱۹۹۰ ژروم آی. فریدمن
 Jerome I. Friedman (۱۹۳۰-) ،
 هنری دبلیو. کندال
 Henry W. Kendall (۱۹۲۰-) و
 ریچارد ای. تیلور
 Richard E. Taulor (۱۹۲۹-) به خاطر اثبات اینکه پروتونها و نوترونها از کوارکها ساخته شده‌اند.
 ۱۹۹۱ پیر دو جنز
 Pierre de Gennes (۱۹۳۲-) به خاطر مطالعات درباره پدیده‌های منظم در بلورهای مایع و بسپارها.
 ۱۹۹۲ جورج چارپاک
 George Charpak (۱۹۲۴-) به خاطر اختراع آشکارسازهای الکترونیکی سریع در ذره‌های پر انرژی.
 ۱۹۹۳ جوزف اچ. تیلور
 Joseph H. Taylor (۱۹۴۱-) و
 راسل ای. هالز
 Russel A. Hulse (۱۹۵۰-) به خاطر کشف و تفسیر اولین تپ اختر دو تایی.
 ۱۹۹۴ برترام ان. براکهاوس
 Berttram N. Brockhouse (۱۹۱۸-) و
 کلیفرد جی. شول
 Clifford G. Shull (۱۹۱۵-) به خاطر گسترش روشهای پراکندگی نوترون.

استون واینبرگ
 Steven Weinberg (۱۹۳۳-) به خاطر مدل وحدت بخش از کنش نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی و به خاطر پیش‌بینی آنها از وجود جریانهای خنثی.
 ۱۹۸۰ جیمز دبلیو. کرانین
 James W. Cronin (۱۹۳۱-) و
 وال ال. فیچ Val L. Fitch (۱۹۲۳-) به خاطر کشف تناقض در اصول بنیادی تقارن در واپاشی مزونهای K خنثی.
 ۱۹۸۱ نیکلاس بلومبرگن
 Nicolaas Bloembergen (۱۹۲۰-) و
 آرتور لئونارد شاولو
 Arthur Leonard Schawlow (۱۹۲۱-) به خاطر سهم آنها در گسترش طیف نمایی لیزری.
 کای ام. زیگبان
 Kai M. Siegbahn (۱۹۱۸-) به خاطر سهم وی در طیف نمایی الکترونی با توان تفکیک بالا.
 ۱۹۸۲ کنت گدز ویلسون
 Kenneth Geddes Wilson (۱۹۳۶-) به خاطر روش تحلیل پدیده‌های بحرانی ذاتی در تغییرات ماده بر اثر فشار و دما.
 ۱۹۸۳ سابرامانیان چاندراسکار
 Subrahmanyam Chandrasekhar (۱۹۱۰-۱۹۹۵) به خاطر مطالعات نظری وی از ساختار و تحول ستارگان.
 ویلیام آ. فاولر
 William A. Fowler (۱۹۱۱-۱۹۹۵) به خاطر مطالعات وی درباره تشکیل عنصرهای شیمیایی در گیتی.
 ۱۹۸۴ کارلورابیا
 Carlo Rubbia (۱۹۳۴-) سیمون فون درمیر
 Simon van der Meer (۱۹۲۵-) به خاطر سهم تعیین کننده آنها در پروژه بزرگی که به کشف ذره‌های Z و W و عوامل بر هم کنش ضعیف انجامید.
 ۱۹۸۵ کلاس فون کلاسینگ
 Klaus van Klitzing (۱۹۴۳-) به خاطر کشف مقاومت هال کوانتیده.
 ۱۹۸۶ ارنست روسکا
 Ernest Ruska (۱۹۰۶-۱۹۸۸) به خاطر اختراع میکروسکوپ الکترونی.
 گرد بینینگ
 Gerd Binnig (۱۹۴۷-) هانریش روهر

- ۱۹۹۵ مارتین ال. پرل
Martin L. Perl (۱۹۲۷-) به خاطر کشف لپتون.
فریدریک راینس
Frederick Reines (۱۹۱۸-) به خاطر آشکار سازی
نوترینو.
۱۹۹۶ دیوید ام. لی
David M. Lee (۱۹۳۱-)، داگلاس دی. اشروف
Douglas D. Osheroff (۱۹۴۵-...) و رابرت سی.
ریچاردسون
Robert C. Richardson (۱۹۳۷-) به خاطر کشف
ابرشارگی در هلیوم ۳.
۱۹۹۷ استیون جی
Steven Chu (۱۹۴۸-)، کلود کوهن - تانوجی
Claude Cohen-Tannoudji (۱۹۳۳-) و ویلیام دی.
فیلیپس
William D. Phillips (۱۹۴۸-) به خاطر تکامل
روشهای سرد کردن و تله انداختن اتمها با نور لیزر
۱۹۹۸ رابرت پی. لافلین
Robert B. Laughlin (۱۹۵۰-)، هورست ال. اشتورمر
Horst L. Stormer (۱۹۴۹-) و دانیل سی. تسو
Daniel C. Tsui (۱۹۳۹-) به خاطر کشف شکل
جدیدی از شارء کوانتومی
۱۹۹۹ جراردوس هوفت
Gerardus 't Hooft (۱۹۴۶-) و مارتینوس جی جی
ولتمن
Martinus J.G. Veltman (۱۹۳۱-) به خاطر توصیف
ساختار کوانتومی برهم کنشهای الکتروضعیف در فیزیک
۲۰۰۰ زورس آی. آلفروف
Zhores I. Alferov (۱۹۳۰-)،
هربرت کرومر
Herbert Kroemer (۱۹۲۸-) و جک اس. کیلی
Jack S. Kilby (۱۹۲۳-...)
برای کارهای اساسی روی فناوری اطلاعات و ارتباطات،
به ویژه به خاطر تکامل نیمرسانای چند ساختاری که در
الکترونیک سرعت - بالا و نوری به کار می رود.
۲۰۰۱ اریک ای. کورنل
Eric A. Cornell (۱۹۶۱-) و ولفگانگ کترل
Wolfgang Ketterle (۱۹۵۷-) و کارل ای. وایمن
Carl E. Wieman (۱۹۵۱-)
به خاطر موفقیت در چگالش بوز-اینشتین (در ۱۹۹۵) در
گازهای اتمهای فلیایی رقیق، و برای بررسیهای اساسی
اولیه در خواص چگالیده ها.
۲۰۰۲ ریموند دیویس، پسر
Raymond Davis, Jr (۱۹۱۴-)،
ماساتوشی کوشیبا
Masatoshi Koshiba (۱۹۲۶-) و
ریکاردو جیاکنی
Riccardo Giacconi (۱۹۳۱-) به خاطر سهم
پیشتاز آنها در اختر فیزیک، به ویژه
برای آشکار سازی نوترینوهای کیهانی
۲۰۰۳ الکسی ای. آبریکوزوف
Alexei A. Abrikosov (۱۹۲۸-)،
ویتالی ال. گینزبورگ
Vitaly L. Ginzburg (۱۹۱۶-) و
آنتونی جی. لگت
Anthony J. Leggett (۱۹۳۸-) به خاطر سهم
پیشتاز آنها در نظریه ابررساناها و ابرشاره ها
۲۰۰۴ دیوید جی. گروس
David J. Gross (۱۹۴۱-)،
اچ. دیوید پولیتزر
H. David Politzer (۱۹۴۹-) و
فرانک ویلچک
Frank Wilczek (۱۹۵۱-) به خاطر کشف
آزادی مجانبی در نظریه برهم
کنشهای قوی.
۲۰۰۵ روی جی گلابر
Roy J. Glauber (۱۹۲۵-) جان ال هال
John L. Hall (۱۹۳۴-) تئودور
دبلیو هانش
Theodor W. Hansch (۱۹۴۱-) برای کارهای
اساسی روی نظریه کوانتومی همدوسی نوری و
توسعه طیف نمایی دقیق با لیزر.
۲۰۰۶ جان سی. متمر
John C. Matter (۱۹۴۶-) جورج اف. اسموت
George F. Smoot (۱۹۴۵-) به خاطر کشف
اینکه تابش زمینه میکرو موج کیهانی به شکل
تابش جسم سیاه و ناهمسانگرد است.
۲۰۰۷ پیتر گرونبرگ
Peter Grunberg (۱۹۳۹-) آلبرت فرت
Albert Fert (۱۹۳۸-) برای کشف
مغناطیس مقاومت عظیم (GMR)
۲۰۰۸ یوشیرو نامبو
Yoichiro Nambu (۱۹۲۱-)

برای کشف سازوکار تقارن شکسته خود به خود در فیزیک زیر
اتمی و

ماکوتور کوبایاشی

Makoto Kobayashi (- ۱۹۴۴) و

توشی‌هاید ماسکاو

Toshihide Maskawa (- ۱۹۴۰)

برای کشف منشاء تقارن شکسته که وجود دست کم سه دسته
از کوارک‌ها در طبیعت را پیش‌بینی می‌کند.

۲۰۰۹ چارلز. کی. کائو

Charles K. Kao (- ۱۹۳۳)

به خاطر دستاوردهای خلاقانه در مورد انتقال نور در تارها برای
مخابرات نوری

ویلارد. اس. بویل

Willard S. Boyle (- ۱۹۲۴)

جورج. ای. اسمیت

George E. Smith (- ۱۹۳۰)

برای اختراع مدار نیم‌رسانای تصویر بردار- حسگر CCD.

(ب) $4P_{avg}$ ، ۷- میانی (نزدیک به ویرانگری کامل، ۹- پ، الف، ب، ۱۱- ت.

مسئله‌ها

- ۱- (الف) $3/49 \text{ m}^{-1}$ ؛ (ب) $3/49 \text{ m/s}$ ؛ (ج) $3/49 \text{ m/s}$ ؛ (الف) $0/680 \text{ s}$ ؛ (ب) $1/47 \text{ Hz}$ ؛ (پ) $2/06 \text{ m/s}$ ؛ (الف) $1/1 \text{ ms}$ ؛ (الف) $1/1 \text{ cm}$ ؛ (ب) $1/1 \text{ cm}$ ؛ (الف) 64 Hz ؛ (ب) $1/3 \text{ m}$ ؛ (ب) $4/0 \text{ cm}$ ؛ (ت) $5/0 \text{ m}^{-1}$ ؛ (ث) $4/0 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ؛ (ج) $\pi/2 \text{ rad}$ ؛ (ح) منفی، ۱۱- (الف) $3/0 \text{ mm}$ ؛ (ب) 16 m^{-1} ؛ (پ) $4/0 \text{ cm}$ ؛ (ت) منفی، ۱۳- (الف) منفی؛ (ب) $4/0 \text{ cm}$ ؛ (پ) $2/4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ؛ (ت) منفی، ۱۳- (الف) منفی؛ (ج) منفی؛ (خ) $2/0 \text{ cm/s}$ ؛ (ح) $2/5 \text{ cm/s}$ ، ۱۵- 129 m/s ؛ (الف) 12 mm ؛ (ب) 141 m^{-1} ؛ (پ) 628 s^{-1} ؛ (ت) مثبت، ۱۹- (الف) 15 m/s ؛ (ب) 10036 N ؛ (الف) $5/0 \text{ cm}$ ؛ (ب) $4/0 \text{ cm}$ ؛ (پ) 12 m/s ؛ (ت) $0/0336 \text{ s}$ ؛ (خ) $9/4 \text{ m/s}$ ؛ (ج) 16 m^{-1} ، (خ) $1/9 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ؛ (ح) $0/93 \text{ rad}$ ؛ (ج) مثبت، ۲۳- 27 m ، $2/63 \text{ mm}$ ، ۲۹- 31 m/s ؛ (الف) $1/41 \text{ y}_m$ ؛ (الف) $9/0 \text{ mm}$ ؛ (ب) 16 m^{-1} ؛ (پ) $1/1 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ؛ (ت) $2/7 \text{ rad}$ ؛ (ث) مثبت، ۳۵- $5/0 \text{ cm}$ ، 37° ، ۳۹- (الف) $3/29 \text{ mm}$ ؛ (ب) $1/55 \text{ rad}$ ؛ (پ) $1/55 \text{ rad}$ ؛ (الف) $7/91 \text{ Hz}$ ؛ (ب) $15/8 \text{ Hz}$ ؛ (پ) $23/7 \text{ Hz}$ ؛ (الف) $82/0 \text{ m/s}$ ؛ (ب) $16/8 \text{ m}$ ؛ (پ) 48 Hz ؛ (الف) 144 m/s ؛ (ب) $60/0 \text{ cm}$ ؛ (پ) 241 Hz ، ۴۷- (الف) 105 Hz ؛ (ب) 158 m/s ؛ (الف) 260 Hz ، ۵۱- (الف) 25 cm ؛ (ب) $1/2 \times 10^5 \text{ cm/s}$ ؛ (پ) $3/0 \text{ cm}$ ؛ (ت) صفر، ۵۳- (الف) 50 cm ؛ (ب) $3/1 \text{ m}^{-1}$ ؛ (پ) $3/1 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ؛ (ت) منفی؛ ۵۵- (الف) $2/00 \text{ Hz}$ ؛ (ب) $2/00 \text{ m}$ ؛ (پ) $4/00 \text{ m/s}$ ؛ (ت) $5/00 \text{ cm}$ ؛ (ث) 150 cm ؛ (ج) 250 cm ؛ (ج) صفر؛ (ح) 100 cm ؛ (خ) 200 cm ، ۵۷- 25 m ؛ ۵۹- (الف) 224 Hz ؛ (ب) هشت، ۶۱- (الف) 83 y_1 ؛ (ب) 37° ، ۶۳- (الف) $3/1 \text{ m}$ ؛ (ب) $1/64 \text{ rad}$ ؛ (پ) $2/2 \text{ mm}$ ، ۶۵- $1/2 \text{ rad}$ ، ۶۷- (الف) $3/77 \text{ m/s}$ ؛ (ب) $12/3 \text{ N}$ ؛ (پ) صفر؛ (ت) $46/4 \text{ W}$ ؛ (ث) صفر؛ (ج) صفر؛ (ج) $\pm 0/50 \text{ cm}$ ، ۶۹- (الف) $2\pi y_m/\lambda$ ؛ (ب) خیر، ۷۱- (الف) $1/00 \text{ cm}$ ؛ (ب) $3/46 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ؛ (پ) $10/5 \text{ m}^{-1}$ ؛ (ت) مثبت، ۷۳- (الف) 75 Hz ؛ (ب) 13 ms ، ۷۵- (الف) 240 cm ؛ (ب) 120 cm ؛ (پ) 80 cm ، ۷۷- (الف)

- ۴۷/۷ cm؛ (ب) $1/50 \text{ s}$ ، ۴۵- $0/366 \text{ s}$ ، ۴۷- $8/77 \text{ s}$ ، ۴۹- (الف) 53 m ؛ (ب) $2/1 \text{ s}$ ، ۵۱- $0/0653 \text{ s}$ ، ۵۳- (الف) 845 rad ؛ (ب) $0/0602 \text{ rad}$ ، ۵۵- (الف) $2/26 \text{ s}$ ؛ (ب) افزایش می‌یابد؛ (پ) یکسان، ۵۷- (الف) $14/3 \text{ s}$ ؛ (ب) $5/27$ ، ۵۹- $6/0\%$ ، ۶۱- (الف) $F_m/b\omega$ ؛ (ب) F_m/b ، ۶۳- $5/0 \text{ cm}$ ، ۶۵- (الف) $1/2 \text{ J}$ ؛ (ب) 50 ، ۶۷- $1/53 \text{ m}$ ، ۶۹- (الف) $16/6 \text{ cm}$ ؛ (ب) $1/23\%$ ، ۷۱- (الف) $2/8 \times 10^3 \text{ rad/s}$ ؛ (ب) $2/1 \text{ m/s}$ ؛ (پ) $5/7 \text{ km/s}^2$ ، ۷۳- (الف) $0/735 \text{ kg.m}^2$ ؛ (ب) $0/0240 \text{ N.m}$ ؛ (پ) $0/181 \text{ rad/s}$ ، ۷۵- (الف) 35 Hz ؛ (ب) 39 Hz ؛ (پ) 0 (بدون نوسان)، ۷۷- $7/90 \text{ N/m}$ ؛ (ب) $1/19 \text{ cm}$ ؛ (پ) $2/00 \text{ Hz}$ ، ۷۹- $1/6 \text{ kg}$ ، ۸۱- (الف) $3/5 \text{ m}$ ؛ (ب) $0/75 \text{ s}$ ، ۸۳- $7/2 \text{ m/s}$ ، ۸۵- (الف) $1/23 \text{ kN/m}$ ؛ (ب) $76/0 \text{ N}$ ، ۸۷- (الف) $1/1 \text{ Hz}$ ؛ (ب) $5/0 \text{ cm}$ ، ۸۹- (الف) $1/3 \times 10^5 \text{ N/m}$ ؛ (ب) $0/62 \text{ s}$ ؛ (پ) $1/6 \text{ Hz}$ ؛ (ت) $5/0 \text{ cm}$ ؛ (ث) $0/51 \text{ m/s}$ ، ۹۱- (الف) $3/2 \text{ Hz}$ ؛ (ب) $0/26 \text{ m}$ ؛ (پ) $x = (0/26 \text{ m}) \cos(20t - \pi/2)$ ، t بر حسب ثانیه، ۹۳- $0/079 \text{ kg.m}^2$ ، ۹۵- (الف) $0/44 \text{ s}$ ؛ (ب) $0/18 \text{ m}$ ، ۹۷- (الف) 245 N/m ؛ (ب) $0/284 \text{ s}$ ، ۹۹- 50 cm ، ۱۰۱- (الف) $8/11 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$ ؛ (ب) $3/14 \text{ rad/s}$ ، ۱۰۳- $14/00$ ، ۱۰۵- (الف) $0/30 \text{ m}$ ؛ (ب) $0/28 \text{ s}$ ؛ (پ) $1/5 \times 10^5 \text{ m/s}^2$ ؛ (ت) 11 J ، ۱۰۷- (الف) $0/45 \text{ s}$ ؛ (ب) $0/10 \text{ m}$ بالا، ۱۰۸- $0/20$ زیر؛ (پ) $0/15 \text{ m}$ ؛ (ت) $2/3 \text{ J}$ ، ۱۰۹- $7 \times 10^5 \text{ N/m}$ ، ۱۱۱- (الف) F/m ؛ (ب) $2F/mL$ ؛ (پ) 0 .

فصل ۳۲

نکته‌های واریسی

- ۱- ۲ و الف، ۲ و ب، ۱ و پ (با فاز معادله ۳۲-۲ مقایسه کنید، سپس به معادله ۳۲-۵ مراجعه کنید) ۲- (الف) ۲، ۳، ۱ (معادله ۳۲-۱۲ را ببینید)؛ (ب) ۳، سپس ۱ و ۲ یکسان (دامنه dy/dt را پیدا کنید) ۳- (الف) یکسان (مستقل از f)؛ (ب) کاهش $(\lambda = v/f)$ ؛ (پ) افزایش؛ (ت) افزایش، ۴- $0/20$ و $0/8$ یکسان، سپس $0/60$ ، $0/45$ ، ۵- (الف) ۱؛ (ب) ۳؛ (پ) ۲، ۶- (الف) 75 Hz ؛ (ب) 525 Hz .

پرسشها

- ۱- الف) به طرف بالا؛ ب) به طرف بالا؛ پ) به طرف پایین؛ ت) به طرف بالا؛ ث) به طرف پایین؛ ج) به طرف پایین؛ (چ) به طرف بالا؛ ح) به طرف بالا، ۳- (الف) ۱، ۴، ۲، ۳؛ (ب) ۱، ۴، ۲، ۵- (الف) 0 ، $0/2$ طول موج، $0/5$ طول موج (صفر)؛

۱۴۴ m/s؛ (ب) ۳/۰۰ m؛ (پ) ۱/۵۰ m؛ (ت) ۴۸/۰ Hz؛
 (ث) ۷۹، ۹۶/۰ Hz؛ (الف) ۲/۰ mm؛ (ب) ۹۵ Hz؛ (پ)
 ۳۰ m/s؛ (ت) ۳۱ cm؛ (ث) ۱/۲ m/s؛ (الف) ۳۶ N؛
 ۸۳- (الف) ۳۰۰ m/s؛ (ب) خیر، ۸۵- (الف) ۱/۳۳ m/s؛ (ب)
 ۱/۸۸ cm/s؛ (پ) ۱۶/۷ m/s^۲؛ (ت) ۲۳/۷ m/s^۲ ۸۷-
 (الف) ۰/۱۶ m؛ (ب) ۲/۴ × ۱۰^۲ N؛ (پ)
 $y(x,t) = (0.16 \text{ m}) \sin[1/57 \text{ m}^{-1}]x \sin[31/4 \text{ s}^{-1}]t$ ۸۹-
 (الف) $[k\Delta\ell(\ell + \Delta\ell)/m]^{1/5}$ ، ۹۱- (الف) ۰/۵۲ m؛ (ب)
 ۴۰ m/s؛ (پ) ۰/۴۰ m؛ ۹۳- (پ) ۲/۰ m/s؛ (ت) x-

فصل ۳۳

نکته‌های واریسی

۱- شروع به کاهش می‌کند (مثال: به طور ذهنی منحنی شکل
 ۷-۳۳ به طرف راست از نقطه $x = ۴۲ \text{ m}$ می‌گذرد). ۲- (الف)
 ۱ و ۳ یکسان، سپس ۳ (معادله‌ی ۳۲-۲۶ را ببینید)؛ (ب) ۳،
 سپس ۱ و ۲ یکسان (معادله‌ی ۳۳-۲۶ را ببینید). ۳- دوم
 (معادله‌های ۳۳-۳۹ و ۳۳-۳۳ را ببینید)، ۴- (الف) بزرگ‌تر؛ (ب)
 کمتر؛ (پ) نمی‌توان گفت؛ (ت) نمی‌توان گفت؛ (ث) بزرگتر؛ (ج)
 کمتر.

پرسشها

۱- C، سپس A و B یکسان، ۳- (الف) ۰/۰۲ طول موج
 (صفر)؛ (ب) P_{avg} ، ۴- ۵- ۱۵۰ Hz و ۴۵۰ Hz، ۷- D، A، E
 ، C، B، ۹- ۱ و ۴ و ۳ و ۲

مسئله‌ها

۱- (الف) ۲/۶ km؛ (ب) ۲/۰ × ۱۰^۲؛ ۳- (الف) ۷۹ m؛ (ب)
 ۴۱ m؛ (پ) ۸۹ m، ۵- ۴۰/۷ m، ۷- ۱/۹ × ۱۰^۲ km، ۹-
 (الف) ۷۶/۲ μm؛ (ب) ۰/۳۳۳ mm، ۱۱- ۰/۲۳ ms، ۱۳-
 (الف) ۲/۳ × ۱۰^۲ Hz؛ (ب) بزرگتر، ۱۵- (الف) ۹۶۰ Hz،
 ۱۷- (الف) ۱۴؛ (ب) ۱۴، ۱۹- (الف) ۳۴۳ Hz؛ (ب) ۳؛ (پ)
 ۵؛ (ت) ۶۸۶ Hz؛ (ث) ۲؛ (ج) ۳، ۲۱- (الف) ۱۴۳ Hz؛ (ب)
 ۳؛ (پ) ۵؛ (ت) ۲۸۶ Hz؛ (ث) ۲؛ (ج) ۳، ۲۳- (الف) صفر؛
 (ب) کاملاً ویرانگر؛ (پ) (افزایش)؛ (ت) ۱۲۸ m؛ (ث)
 ۶۳/۰ m؛ (ج) ۴۱/۲ m، ۲۵ ۱۵/۰ mW، ۲۷- ۳۶/۸ nm، ۲۹-
 (الف) ۱/۰ × ۱۰^۳؛ (ب) ۳۱، ۳۲- ۰/۷۶ μm، ۳۳- (ب) ۲ μW،
 ۳۵- (الف) $5/97 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$ ؛ (ب) ۴/۴۸ nW، ۳۷- (الف)
 ۰/۳۴ nW؛ (ب) ۰/۶۸ nW؛ (پ) ۱/۴ nW، (ت)
 ۰/۸۸ nW؛ (ث) صفر، ۳۹- (الف) ۸۳۳ Hz؛ (ب)

۴۱۰/۴۱۸ m؛ (الف) ۲؛ (ب) ۱، ۴۳- (الف) ۴۰۵ m/s؛ (ب)
 ۵۹۶ N؛ (پ) ۴۴/۰ cm؛ (ت) ۳۷/۳ cm؛ ۴۵- (الف) ۳؛
 (ب) ۱۱۲۹ Hz؛ (پ) ۱۵۰۶ Hz، ۴۷- ۴۵/۳ N، ۴۹-
 ۱۲/۴ m، ۵۱- ۲/۲۵ ms، ۵۳- ۰/۰۲۰، ۵۵- صفر ۵۷-
 (الف) ۵۲۶ Hz؛ (ب) ۵۵۵ Hz، ۵۹- ۱۵۵ Hz؛ ۶۱- (الف)
 ۱/۰۲۲ kHz؛ (ب) ۱/۰۴۵ kHz، ۶۳- ۴۱ kHz؛ ۶۵- (الف)
 ۴۸۵/۸ Hz؛ (ب) ۵۰۰/۰ Hz؛ (پ) ۴۸۶/۲ Hz؛ (ت)
 ۵۰۰/۰ Hz، ۶۷- (الف) ۲/۰ kHz؛ (ب) ۲/۰ Hz؛ ۶۹- (الف)
 ۴۲۰؛ (ب) ۱۱ s، ۷۱- (الف) ۲/۱۰ m؛ (ب) ۱/۴۷ m، ۷۳-
 (الف) ۲۱ nm؛ (ب) ۳۵ cm؛ (پ) ۲۴ nm؛ (ت) ۳۵ cm،
 ۷۵- ۰/۲۵، ۷۷- (الف) ۹/۷ × ۱۰^۲ Hz؛ (ب) ۱/۰ kHz؛ (پ)
 ۶۰ Hz، خیر، ۷۹- (الف) ۳۹/۷ μW/m^۳؛ (ب) ۱۷۱ nm؛ (پ)
 ۰/۰۸۹۳ Pa، ۸۱- (الف) ۱۰ W؛ (ب) ۰/۰۳۲ W/m^۲؛ (پ)
 ۸۳- ۹۹ dB؛ (الف) ۷/۷۰ Hz؛ (ب) ۷/۷۰ Hz، ۸۵- (الف)
 ۵۹/۷، (ب) $2/81 \times 10^{-4}$ ، ۸۷- (الف) ۵/۲ kHz؛ (ب) ۲،
 ۸۹- ۲/۱ m، ۹۱- ۱ cm، ۹۳- (الف) ۳/۶ × ۱۰^۲ m/s؛ (ب)
 ۱۵۰ Hz، ۹۵- (الف) صفر؛ (ب) ۰/۵۷۲ m؛ (پ) ۱/۱۴ m،
 ۹۷- ۱۷۱ m، ۹۹- (الف) ۱۱ ms؛ (ب) ۳/۸ m، ۱۰۱-
 (الف) به طرف راست؛ (ب) ۰/۹۰ m/s؛ (پ) کمتر، ۱۰۳-
 (الف) ۵/۵ × ۱۰^۲ m/s؛ (ب) ۱/۱ × ۱۰^۲ m/s؛ (پ) ۱، ۱۰۵-
 ۴۰۰ Hz، ۱۰۷- (الف) ۱۴؛ (ب) ۱۲، ۱۰۹- (ب) ۰/۸ تا
 ۱/۶ μs، ۱۱۱- ۴/۸ × ۱۰^۲ Hz

فصل ۳۴

نکته‌های واریسی

۱- ۱/۸ d، ۰/۲ d، ۲/۲ d، ۲- (الف) واقعی؛ (ب) وارونه؛
 (پ) یکسان، ۳- (الف) e؛ (ب) مجازی، یکسان، ۴- مجازی،
 یکسان مانند جسم، واگرا.

پرسشها

۱- (الف) a و c؛ (ب) سه برابر (پ) شما؛ ۳- (الف) a؛ (ب)
 c، ۵- d (بینهایت)؛ یکسان بودن a و b سپس c، ۷- کوژ، ۹-
 (الف) همگی ولی تغییر ۲؛ (ب) ۱، ۳، ۴: راست، وارونه؛ ۵-
 چپ، یکسان

مسئله‌ها

۱- ۴۰ cm، ۳- ۱/۵ m، ۵- ۳۵۱ cm، ۷- ۱۰/۵ cm، ۹-
 (الف) ۳۶ cm، (ب) ۳۶ cm، (پ) ۳/۰، (ت) V، (ث)
 NI، (ج) مخالف ۱۱. (الف) ۲۴ cm؛ (ب) ۳۶ cm؛ (پ)

؛ (ج) R؛ (ث) I؛ (ج) یکسان، ۱۳- (الف) ۱۶cm-،
 (ب) ۴/۴cm-؛ (پ) ۴۴/۰+؛ (ت) V؛ (ث) NI؛ (ج)
 مخالف، ۱۵- (الف) ۲۰cm-؛ (ب) ۴/۴cm-؛ (پ)
 ۵۶/۰+؛ (ت) V؛ (ث) NI؛ (ج) مخالف، ۱۷. (ب)
 ۵۶cm/s؛ (پ) ۱۱m/s؛ (ت) ۶/۷cm/s، ۱۹. (ب) بعلاوه؛
 (پ) ۴۰cm+؛ (ث) ۲۰cm-؛ (ج) ۲۰/۰+؛ (خ) V؛ (ح) NI؛
 (ج) مخالف، ۲۱- (الف) کوژ؛ (ب) ۲۰cm-؛ (ت)
 ۲۰cm+؛ (ج) ۵۰/۰+؛ (خ) V؛ (ح) NI؛ (ج) مخالف، ۲۳-
 (الف) کاو؛ (پ) ۴۰cm+؛ (ث) ۶۰cm+؛ (ج) ۲۰/۰-، (خ)
 R؛ (ح) I؛ (ج) یکسان، ۲۵- (الف) کوژ؛ (پ) ۶۰/۰cm-؛
 (ت) ۳۰cm+؛ (ج) ۵۰/۰+؛ (خ) V؛ (ح) NI؛ (ج) مخالف،
 ۲۷. (ب) ۲۰cm-؛ (پ) منها؛ (ت) ۵۰cm+؛ (ث) منها؛ (ج)
 ۸۰/۰+؛ (خ) V؛ (ح) NI؛ (ج) مخالف، ۲۹- (الف) کوژ؛ (ب)
 منها؛ (پ) ۶۰cm-؛ (ت) ۱/۲m+؛ (ث) ۲۴cm-؛ (خ) V؛
 (ح) NI؛ (ج) مخالف، ۳۱- (الف) کاو؛ (ب) ۸/۶cm+؛ (پ)
 ۱۷cm+؛ (ث) ۱۲cm+؛ (ج) منها؛ (خ) R؛ (ج) یکسان، ۳۳-
 (الف) ۲/۰۰؛ (ب) هیچ، ۳۵. (پ) ۳۳cm-؛ (ث) V؛ (ج)
 یکسان، ۳۷- (ت) ۲۶cm-؛ (ث) V؛ (ج) یکسان، ۳۹- (پ)
 ۳۰cm+؛ (ث) V؛ (ج) یکسان، ۴۱- (الف) ۴۵mm؛ (ب)
 ۴۳، ۹۰mm- ۴۵، ۱/۸۶mm- ۴۷، ۵۰mm- ۴۹، ۲۲cm-
 (الف) ۴۰cm+؛ (ب) ∞، ۵۱- (الف) ۴/۸cm-؛ (ب)
 ۶۰/۰+؛ (پ) V؛ (ت) NI؛ (ث) یکسان، ۵۳- (الف)
 ۴۸cm-؛ (ب) ۴/۰+؛ (پ) V؛ (ت) NI؛ (ث) یکسان، ۵۵-
 (الف) ۳۶cm+؛ (ب) ۵/۸۰-، (پ) R، (ت) I؛ (ث) مخالف
 ۵۷- (الف) ۸/۶cm-؛ (ب) ۳۹/۰+؛ (پ) V؛ (ت) NI؛ (ث)
 یکسان، ۵۹- (الف) ۳۰cm-؛ (ب) ۸۶/۰+؛ (پ) V؛ (ت)
 NI؛ (ث) یکسان، ۶۱- (الف) ۵۵cm+؛ (ب) ۷۴/۰-؛ (پ)
 R؛ (ت) I؛ (ث) مخالف، ۶۳- (الف) ۸۴cm+؛ (ب) ۱/۴-؛
 (پ) R؛ (ت) I؛ (ث) مخالف، ۶۵. (الف) ۱۸cm-؛ (ب)
 ۷۶/۰+؛ (پ) V؛ (ت) NI؛ (ث) یکسان، ۶۷- (الف)
 ۷/۵cm-؛ (ب) ۷۵/۰+؛ (پ) V؛ (ت) NI؛ (ث) یکسان،
 ۶۹- (الف) D؛ (ب) ۵/۳cm-؛ (ت) ۴۰cm-؛ (ج) V؛ (ج)
 NI؛ (ج) یکسان، ۷۱- (الف) C؛ (ب) بعلاوه؛ (ت) ۱۳cm-؛
 (ث) ۱/۷+، (ج) V؛ (ج) NI؛ (ح) یکسان، ۷۳. (الف) C؛ (ت)
 ۱۰cm-؛ (ث) ۲۰/۰+؛ (ج) V؛ (چ) NI؛ (ح) یکسان ۷۵-
 (الف) C؛ (ب) ۸۰cm+؛ (ت) ۲۰cm-؛ (ج) V، (خ) NI؛
 (ح) یکسان، ۷۷- (الف) C؛ (ب) ۳/۳cm+؛ (ت) ۵/۰cm+

؛ (ج) R؛ (چ) I؛ (ح) مخالف، ۷۹- (الف) D؛ (ب) منها؛
 (ت) ۳/۳cm-؛ (ث) ۳/۰+؛ (ج) V؛ (چ) NI، ۸۱- (الف)
 ۳/۱cm+؛ (ب) ۳۱/۰-؛ (پ) R؛ (ت) I؛ (ث) مخالف، ۸۳-
 (الف) ۲۴cm+؛ (ب) ۶/۰+؛ (پ) R؛ (ت) NI؛ (ث)
 مخالف، ۸۵- (الف) ۵/۵cm-؛ (ب) ۱۲/۰+؛ (پ) V؛ (ت)
 NI؛ (ث) یکسان، ۸۷- (الف) ۴/۶cm-؛ (ب) ۶۹/۰+، (پ)
 V؛ (ت) NI؛ (ث) یکسان، ۸۹- (الف) ۱۳/۰cm؛ (ب)
 ۲۳cm؛ (پ) ۳/۲۵-؛ (ت) ۳/۱۳؛ (ث) ۱۰/۲-، ۹۱-
 (الف) ۳/۵cm؛ (ب) ۲/۵، ۹۳- (الف) ۲/۳۵cm؛ (ب)
 کاهش، ۹۵- (الف) ۳/۰۰cm؛ (ب) ۲/۳۳cm، ۹۷- (الف)
 ۶/۰mm؛ (ب) ۱/۶kW/m²، (پ) ۴/۰cm، ۹۹- (الف)
 ۲۰/cm، (ب) ۱۵cm، ۱۰۱- ۲/۲mm²، ۱۰۷- (الف)
 ۴۰cm؛ (ب) ۲۰cm؛ (پ) ۴۰cm-، (ت) ۴۰cm، ۱۰۹-
 (الف) ۳۶cm+؛ (ب) ۱/۲cm؛ (پ) حقیقی؛ (ث) وارونه،
 ۱۱۱- (الف) ۵۰cm-؛ (ب) ۵/۰؛ (پ) مجازی؛ (ت) وارونه،
 ۱۱۳- (الف) ۸/۶cm+؛ (ب) ۲/۶+؛ (پ) R، (ت) IN؛
 (ث) مخالف، ۱۱۵- (الف) ۷/۵cm+؛ (ب) ۷۵/۰-؛ (پ)
 R؛ (ت) I؛ (ث) مخالف، ۱۱۷- (الف) ۲۴cm+؛ (ب)
 ۵/۸-؛ (پ) R؛ (ت) I، (ث) مخالف، ۱۱۹- (الف)
 ۵/۶۰m؛ (ب) ۲۰/۰+؛ (پ) حقیقی؛ (ت) چپ؛ (ث) وارونه
 نمی‌شود، ۱۲۵- (الف) ۸/۰cm؛ (ب) ۱۶cm؛ (پ) ۴۸cm،
 ۱۲۷- (الف) ۷/۷۹۹cm: α = ۵/۰۰rad؛
 ۸/۵۷۱cm: α = ۵/۰۰rad؛ ۸/۵۴۴cm: α = ۵/۰۰rad؛
 معادله آینه: ۸/۵۷۱cm: α = ۵/۰۰rad؛ ۱۳/۵۶cm: α = ۵/۰۰rad؛
 ۱۲/۰۰cm: α = ۵/۰۰rad؛ ۱۲/۰۵cm: α = ۵/۰۰rad؛
 معادله آینه: ۱۲/۰۰cm، ۱۲۹- ۴۲cm، ۱۳۱- (ب) P_n،
 ۱۳۳- (الف) (۵/۰)(۲-n)r/(n-۱)؛ (ب) راست، ۱۳۵-
 ۲/۶۷cm، ۱۳۷- (الف) ۳/۳۳cm؛ (ب) چپ؛ (پ) مجازی؛
 (ت) وارونه نمی‌شود.

فصل ۳۵

نکته‌های واریسی

۱- b (کمترین n)، c، a، ۲- (الف) بالا؛ (ب) روشنایی
 متوسط (اختلاف فاز ۲/۱ طول موج است)، ۳- (الف) ۳، ۳λ؛
 (ب) ۲/۵، ۲/۵λ، ۴- a و d یکسان (دامنه موج برآیند
 ۴E_۰ است)، سپس b و c یکسان (دامنه موج برآیند ۲E_۰ است)، ۵-
 (الف) ۱ و ۴؛ (ب) ۱ و ۴.

فصل ۳۶

نکته‌های واری

- ۱- (الف) باز می‌شود؛ (ب) باز می‌شود، ۲- (الف) طرف دوم بیشینه؛ (ب) ۲/۵، ۳- (الف) قرمز، (ب) بنفش، ۴- کم می‌شود، ۵- (الف) چپ؛ (ب) کمتر

پرسشها

- ۱- (الف) C, B, A ؛ (ب) C, B, A ؛ ۳- (الف) ۱ و ۳ یکسان، سپس ۲ و ۴ یکسان؛ (ب) ۱ و ۲ یکسان، سپس ۳ و ۴ یکسان، ۵- (الف) ۵ کمینه m ؛ (ب) (تقریباً) بیشینه بین کمینه‌های $m=4$ و $m=5$ ، ۷- (الف) کاهش؛ (ب) یکسان؛ (پ) در مکان خود می‌ماند، ۹- (الف) بزرگتر؛ (ب) قرمز، ۱۱- (الف) A ؛ (ب) چپ؛ (پ) چپ؛ (ت) راست

مسئله‌ها

- ۱- (الف) 700 nm ؛ (ب) ۴؛ (پ) ۶، ۳- $60/4\text{ }\mu\text{m}$ ، ۵- (الف) 7 cm ؛ (ب) $1/5\text{ mm}$ ، ۷- (الف) $2/5\text{ mm}$ ؛ (ب) $2/2 \times 10^{-4}\text{ rad}$ ، ۹- $1/77\text{ mm}$ ، ۱۱- (الف) $0/18^\circ$ ؛ (ب) $0/46\text{ rad}$ ؛ (پ) $0/93$ ، ۱۳- 16° ، ۱۵- (ب) ۰؛ (پ) $0/500$ ؛ (ت) $4/493\text{ rad}$ ؛ (ث) $0/930$ ؛ (ج) $7/725\text{ rad}$ ؛ (چ) $1/98$ ، ۱۷- (ت) $52/5^\circ$ ؛ (ث) $10/1^\circ$ ؛ (ج) $5/06^\circ$ ، ۱۹- $1/6 \times 10^2\text{ km}$ ، ۲۱- (الف) $1/3 \times 10^{-4}\text{ rad}$ ؛ (ب) 1 km ، ۲۳- 50 m ، ۲۵- (الف) $1/1 \times 10^2\text{ km}$ ؛ (ب) 11 km ، ۲۷- (الف) 19 cm ؛ (ب) بزرگتر، ۲۹- (الف) $0/3460$ ؛ (ب) $0/970$ ، ۳۱- (الف) $17/1\text{ m}$ ؛ (ب) $1/37 \times 10^{-10}$ ، ۳۳- (الف) $8/8 \times 10^{-7}\text{ rad}$ ؛ (ب) $8/4 \times 10^6\text{ km}$ ؛ (پ) $0/25\text{ mm}$ ، ۳۵- ۳، ۳۷- ۵، ۳۹- (الف) ۹؛ (ب) $0/255$ ، ۴۱- (الف) $5/5\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (ب) $20\text{ }\mu\text{m}$ ، ۴۳- (الف) $7/43 \times 10^{-3}$ ؛ (ب) بین کمینه $m=6$ (هفتم) و بیشینه $m=7$ هفتمین بیشینه کناری؛ (پ) بین کمینه $m=3$ (سوم) و بیشینه $m=4$ (چهارم)، ۴۵- ۳، ۴۷- (الف) $62/1^\circ$ ؛ (ب) $45/5^\circ$ ؛ (پ) $32/5^\circ$ ، ۴۹- (الف) $2/1^\circ$ ؛ (ب) 21° ؛ (پ) ۱۱، ۵۱- (الف) $6/5\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (ب) $1/5\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (پ) ۹؛ (ت) ۷؛ (ث) ۶، ۵۳- خط $1/09 \times 10^3\text{ mm}$ ، ۵۵- (الف) 470 nm ؛ (ب) 560 nm ، ۵۷- $0/15\text{ nm}$ ، ۵۹- (الف) $0/320\text{ nm}$ ؛ (ب) $4/0 \times 10^4$ ؛ (پ) $0/0760\text{ nm}$ ؛ (ت) $8/0 \times 10^4$ ؛ (ث) $0/240\text{ nm}$ ؛ (ج) $1/2 \times 10^5$ ، ۶۱- $3/65 \times 10^2$ ، ۶۳- (الف) $10\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (ب) $3/3\text{ mm}$ ، ۶۵-

- ۱- (الف) $2d$ ؛ (ب) (عدد فرد) $2/\lambda$ ؛ (پ) $\lambda/4$ ، ۳- (الف) قله؛ (ب) دره؛ ۵- (الف) کاهش؛ (ب) کاهش؛ (پ) کاهش، ۷- (الف) میانه نزدیک به بیشینه؛ $m=2$ ؛ (ب) کمینه، $m=3$ ؛ (پ) میانه نزدیک به بیشینه، $m=2$ ؛ (ت) بیشینه، $m=1$ ، ۹- (الف) بیشینه؛ (ب) کمینه؛ (پ) یک در میان، ۱۱- (الف) d, c

مسئله‌ها

- ۱- $1/56$ ، ۳- $4/55 \times 10^6\text{ m/s}$ ، ۵- (الف) $3/60\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (ب) میانه نزدیکتر به سازنده کامل، ۷- (الف) 155 nm ؛ (ب) 310 nm ، ۹- (الف) $1/70$ ؛ (ب) $1/70$ ؛ (پ) $1/30$ ؛ (ت) همگی یکسان، ۱۱- (الف) $1/55\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (ب) $4/65\text{ }\mu\text{m}$ ، ۱۳- (الف) $0/833$ ؛ (ب) میانه نزدیکتر به سازنده کامل، ۱۵- 16 ، ۱۷- 648 nm ، ۱۹- $2/25\text{ mm}$ ، ۲۱- ۰، ۲۳- $7/88\text{ }\mu\text{m}$ ، ۲۵- $72\text{ }\mu\text{m}$ ، ۲۷- $6/64\text{ }\mu\text{m}$ ، ۲۹- $2/65$ ، ۳۱- $(17/1\text{ }\mu\text{V/m})\sin[(2/0 \times 10^{14}\text{ rad/s})t]$ ، ۳۳- $0/117\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (الف) $27\sin(\omega t + 8/50^\circ)$ ، ۳۵- 27 ، ۳۷- (الف) $0/117\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (ب) $0/352\text{ }\mu\text{m}$ ، ۳۹- 120 nm ، ۴۱- 509 nm ، ۴۳- 478 nm ، ۴۵- 560 nm ، ۴۷- 409 nm ، ۴۹- 161 nm ، ۵۱- 273 nm ، ۵۳- (الف) 552 nm ؛ (ب) 442 nm ، ۵۵- 338 nm ، ۵۷- 329 nm ، ۵۹- 248 nm ، ۶۱- 339 nm ، ۶۳- $1/89\text{ }\mu\text{m}$ ، ۶۵- 528 nm ، ۶۷- 608 nm ، ۶۹- $1/89\text{ }\mu\text{m}$ ، ۷۱- 140 ، ۷۳- $0/0120$ ، ۷۵- $[(m + \frac{1}{2})\lambda R]^{2/5}$ ، به ازای $m=0, 1, 2, \dots$ ، ۷۷- $1/00\text{ m}$ ، ۷۹- 588 nm ، ۸۱- $1/00030$ ، ۸۳- (الف) 22° ؛ (ب) شکست θ را کاهش می‌دهد، ۸۵- (الف) $50/0\text{ nm}$ ؛ (ب) $36/2\text{ nm}$ ، ۸۷- $x = (D/2a)(m + 0/5)\lambda$ ، به ازای $m=0, 1, 2, \dots$ ، ۸۹- $0/230$ ، ۹۱- 450 nm ، ۹۳- (الف) $1/75\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (ب) $4/8\text{ mm}$ ، ۹۵- $33\text{ }\mu\text{m}$ ، ۹۷- (الف) 1500 nm ؛ (ب) 2250 nm ؛ (پ) $0/80$ ، ۹۹- 600 nm ، ۱۰۱- (الف) 88 درصد؛ (ب) 94 درصد، ۱۰۳- $I_m \cos^2(2\pi x/\lambda)$ ، ۱۰۵- $8/0\text{ }\mu\text{m}$ ، ۱۰۷- (الف) $1/80\text{ }\mu\text{m}$ ؛ (ب) 109.9 ns ، ۱۱۱- (الف) $1/6\text{ rad}$ ؛ (ب) $0/79\text{ rad}$ ، ۱۱۳- (الف) تاریک؛ (ب) تاریک؛ (پ) ۴، ۱۱۵- (الف) ۱؛ (ب) $4/0\text{ fs}$ ؛ (پ) $7/5$ ، ۱۱۷- (الف) $48/60$ ؛ (ب) دور؛ (پ) $1/49\text{ m}$ ، ۱۱۹- $42/0\text{ ps}$ ؛ (ب) $42/3\text{ ps}$ ؛ (پ) $43/2\text{ ps}$ ؛ (ت) $41/8\text{ ps}$ ؛ (ث) 4 ، ۱۲۱- $I_0[1 + 8\cos^2(\phi/2)]$ ، با $\phi = (2\pi d/\lambda)\sin\theta$

(الف) $1/2 \mu s$ ، $35 - 37$ ، $0/13 c$ ، $22/9 MHz$ ، $39 -$ (الف)
 $550 nm$ (ب) زرد ، $41 -$ (الف) $1/0 keV$ (ب) $1/1 MeV$ ،
 $43 -$ (الف) $196/695$ ؛ (ب) $0/9999987$ ، $45 - 2/83 mc$ ،
 $47 -$ (الف) $0/222 cm$ ؛ (ب) $7/0 ps$ ؛ (پ) $7/4 ps$ ، $49 -$
(الف) $0/707$ ؛ (ب) $1/41$ ؛ (پ) $0/414$ ، $51 - 18 smu/y$ ،
 $53 -$ (الف) $1/01 \times 10^7 km$ ، $55 -$ (الف) $(\gamma(2\pi m/|q|B))$ ؛ (ب)
خیر؛ (پ) $4/85 mm$ ؛ (ت) $15/9 mm$ ؛ (ث) $16/3 ps$ ؛ (ج)
 $0/234 ns$ ، $57 - 110 km$ ، $59 -$ (الف) $2/08 MeV$ ؛ (ب)
 $1 MeV$ ، $61 -$ (الف) $vt \sin \theta$ ؛ (ب) $t[1 - (v/c) \cos \theta]$ ؛
(پ) $3/24 c$ ، $63 -$ (ت) $0/801$ ، $65 -$ (الف) $1/93 m$ ؛
(ب) $6/00 m$ ؛ (پ) $13/6 ns$ ؛ (ت) $13/6 ns$ ؛ (ث)
 $0/379 m$ ؛ (ج) $30/5 m$ ؛ (چ) $101 ns$ ؛ (ح) خیر؛ (خ) 2 ؛
(ر) هردو؛ (ذ) خیر ، $69 -$ (ب) $0/44 c$ ، $71 -$
 $8/7 \times 10^{-3} ly$ ، $73 - 2/46 MeV/c$ ، $75 - 189 MeV$ ، $77 -$
(الف) $5/4 \times 10^4 km/h$ ؛ (ب) $6/3 \times 10^{-10}$ ، $79 - 0/27 c$ ،
 $81 -$ (الف) $5/71 GeV$ ؛ (ب) $6/65 GeV$ ؛ (پ)
 $6/58 GeV/c$ ؛ (ت) $3/11 MeV$ ؛ (ث) $3/62 MeV$ ؛ (ج)
 $3/59 MeV/c$ ، $83 -$ (الف) $256 kV$ ؛ (ب) $0/745 c$ ، $85 -$
 $0/95 c$ ، $87 - 0/95 c$ ، 9 ، 107 .

فصل ۳۷

نکته‌های واری

۱- (الف) یکسان (اصل موضوع سرعت نور)؛ (ب) خیر (شروع و پایان پرواز به لحاظ مکانی جدا شده‌اند)؛ (پ) خیر (چون اندازه‌گیری او یک ویژه زمان نیست)، ۲- (الف) معادله ۲؛ (ب) $0/90 c$ ؛ (پ) $25 ns$ ؛ (ت) $7/0 m$ ، ۳- (الف) راست؛ (ب) بیشتر، ۴- (الف) مساوی؛ (ب) کمتر

پرسشها

۱- (الف) C'_1 ؛ (ب) C'_2 ، ۳- (الف) $4s$ ؛ (ب) $3s$ ؛ (پ) $5s$ ؛ (ت) $4s$ ؛ (ث) $10s$ ، ۵- c ؛ ۷- b ، ۹- (الف) ۳ ، ۱ و ۲ یکسان، سپس ۴؛ (ب) ۴ ، ۱ و ۲ یکسان، سپس ۳؛ (پ) ۱ ، ۴ ، ۲ ، ۳ ، ۱۱- (الف) ۳ و ۴ یکسان، و ۶ ، سپس ۱ و ۲ یکسان، و ۵؛ (ب) ۱ ، سپس ۲ و ۳ یکسان، سپس ۴ ، سپس ۵ و ۶ یکسان؛ (پ) ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ ؛ (ت) ۲ و ۴ ؛ (ث) ۱ ، ۲ ، ۵

مسئله‌ها

۱- $0/99050$ ، ۳- $0/446 ps$ ، ۵- $268 \times 10^3 y$ ، ۷- (الف) $0/99999950$ ، ۹- $1/32 m$ ، ۱۱- (الف) $87/4 m$ ؛ (ب) $394 ns$ ، ۱۳- (الف) $0/99999915$ ؛ (ب) $30 ly$ ، ۱۵- (الف) $26/26 y$ ؛ (ب) $52/26 y$ ؛ (پ) $3/705 y$ ، ۱۷- (الف) $25/8 \mu s$ ؛ (ب) جرقه کوچک ، ۱۹- (الف) $138 km$ ؛ (ب) $374 \mu s$ ، ۲۱- (الف) $1/25$ ؛ (ب) $0/800 \mu s$ ، ۲۳- (الف) $0/480$ ؛ (ب) منفی؛ (پ) جرقه بزرگ؛ (ت) $4/39 \mu s$ ، ۲۵- (الف) $[\gamma(1/00 \mu s - \beta(400 m))/(2/998 \times 10^8 m/s)]$ ؛ (ت) $0/750$ ؛ (ث) $0/750 < \beta < 1$ ؛ (ج) $0/750 < \beta < 1$ ؛ (چ) خیر، ۲۷- (الف) $0/35$ ؛ (ب) $0/62$ ، ۲۹- $0/81 c$ ، ۳۱- (الف) $1/25 y$ ؛ (ب) $1/60 y$ ؛ (پ) $4/00 y$ ، ۳۳-

فصل ۳۸

نکته‌های واری

۱- a ، b ، d و c ، ۲- (الف) لیتیم، سدیم، پتاسیم، سزیم؛ (ب) همگی یکسان، ۳- (الف) یکسان؛ (ب)- (ت) پرتوهای x ، ۴- (الف) پروتون؛ (ب) یکسان؛ (پ) پروتون ، ۵- یکسان

پرسشها

۱- پتاسیم ، ۳- فقط e ، ۵- (الف) بیشتر؛ (ب) کمتر ، ۷- (الف) با ضریب $(1/2)^{0/5}$ کاهش می‌یابد؛ (ب) با ضریب $1/2$ کاهش می‌یابد ، ۹- هیچ یک ، ۱۱- الکترون، نوترون، ذره آلفا ، ۱۳- همگی یکسان ، ۱۵- دامنه موج بازتابیده کمتر از موج تابیده است.

مسئله‌ها

۱- $1/0 \times 10^{25}$ ، ۳- $2/047 eV$ ، ۵- (الف) $2/1 \mu m$ ؛ (ب) فروسرخ ، ۷- (الف) فروسرخ؛ (ب) $1/4 \times 10^{21}$ فوتون $/s$ ، ۹- فوتون $4/7 \times 10^{26}$ ، ۱۱- (الف) $4/86 \times 10^7 m$ ؛ (ب) $2/96 \times 10^{20}$ فوتون $/s$ ؛ (پ) $5/89 \times 10^{18}$ فوتون $/m^2 \cdot s$ ، ۱۳- $1/1 \times 10^{-10} W$ ، ۱۵-

(ث) $13/7 \text{ nm}$ ؛ (پ) $17/2 \text{ nm}$ ؛ (ت) $68/7 \text{ nm}$ ؛ (ث)
 $41/2 \text{ nm}$ ؛ (ج) $68/7 \text{ nm}$ ؛ (ح) $25/8 \text{ nm}$ ، 13 - (الف)
 $0/050$ ؛ (ب) $0/10$ ؛ (پ) $0/0095$ ، 15 - (الف) $0/020$ ؛
(ب) 20 ، 17 - 56 eV ، 21 - 109 eV ، 23 - $3/21 \text{ eV}$ ،
 25 - (الف) 8 ؛ (ب) $0/75$ ؛ (پ) $1/00$ ؛ (ت) $1/25$ ؛ (ث)
 $3/75$ ؛ (ج) $3/00$ ؛ (ج) $2/25$ ، 27 - (الف) 7 ؛ (ب) $1/00$ ؛
(پ) $2/00$ ؛ (ت) $3/00$ ؛ (ث) $9/00$ ؛ (ج) $8/00$ ؛ (ج)
 $6/00$ ، 29 - $1/4 \times 10^{-3}$ ، 31 - (الف) 291 nm^{-3} ؛ (ب)
 $10/2 \text{ nm}^{-1}$ ، 35 - (الف) $12/1 \text{ eV}$ ؛ (ب)
 $6/45 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ؛ (پ) 102 nm ، 37 - $4/0$ ، 39 -
(الف) $13/6 \text{ eV}$ ؛ (ب) $3/40 \text{ eV}$ ، 41 - $0/68$ ، 45 - (الف)
 $13/6 \text{ eV}$ ؛ (ب) $27/2 \text{ eV}$ ، 49 - (الف)
(ب) $(r^2/8a^5)[\exp(-r/a)]\cos^2 \theta$ ؛
 $(r^4/16a^5)[\exp(-r/a)]\sin^2 \theta$ ؛ (الف) $0/0037$ ؛ (ب)
 $0/0054$ ، 53 - $4/3 \times 10^2$ ، 57 - (ب)
 $(2\pi/h)[2m(U_0 - E)]^{1/2}$ ؛ (الف) n ؛ (ب) $2l+1$ ؛ (پ)
 n^2 ، 63 - (ب) $2/5$ متر

فصل ۴۰

نکته‌های واریسی

1 ، 7 ، 2 - (الف) کاهش؛ (ب) - (ث) یکسان می‌ماند، 3 - A ،
 B ، C

پرسشها

1 ، 2 ، -1 ، 0 و 1 ، 3 - همان تعداد (۱۰)، 5 - (الف) 2 ؛ (ب)
 8 ؛ (پ) 5 ؛ (ت) 50 ، 7 - همه درست، 9 - (الف) n ؛ (ب)
 11 ، علاوه بر انرژی کوانتیده، اتم هلیوم انرژی جنبشی
دارد؛ انرژی کل آن برابر $20/66 \text{ eV}$ است، 13 - (الف) 2 ؛ (ب)
 3

مسئله‌ها

1 - (الف) 4 ؛ (ب) 5 ؛ (پ) 2 ، 3 - (الف) 3 ؛ (ب) 3 ، 5 - (الف)
 $3/65 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{s}$ ؛ (ب) $3/16 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{s}$ ، 7 - $24/10$ ،
 11 - (الف) $3/46$ ؛ (ب) $3/46$ ؛ (پ) 3 ؛ (ت) 3 ؛ (ث) 3 ؛ (ج)
 $30/00$ ؛ (ج) $54/70$ ؛ (ح) 1500 ، 13 - (الف) $54/70$ ؛
(ب) 1250 ، 15 - 72 km/s^2 ، 17 - $5/35 \text{ cm}$ ، 19 - 19 mT ،
 21 - 44 ، 23 - (الف) 51 ؛ (ب) 53 ؛ (پ) 56 ، 25 - 42 ،
 27 - g ، 29 - (الف) $4 p$ ؛ (ب) 4 ؛ (پ) $4 p$ ؛ (ت) 5 ؛ (ث)

676 km/s ، 170 nm ، 19 - (الف) 382 nm ؛ (ب)
 $1/82 \text{ eV}$ ، 21 - (الف) $2/00 \text{ eV}$ ؛ (ب) 0 ؛ (پ) $2/00 \text{ V}$ ؛
(ت) 295 nm ، 23 - (الف) $1/3 \text{ V}$ ؛ (ب) $6/8 \times 10^7 \text{ km/s}$ ،
 25 - (الف) $3/1 \text{ keV}$ ؛ (ب) 14 keV ، 27 - (الف)
 $8/57 \times 10^{18} \text{ Hz}$ ؛ (ب) $3/55 \times 10^4 \text{ eV}$ ؛ (پ) $35/4 \text{ keV/c}$ ؛ (الف)
 29 ، $2/73 \text{ pm}$ ؛ (ب) $6/05 \text{ pm}$ ، 31 - (الف)
 $8/1 \times 10^{-90} \%$ ؛ (ب) $4/9 \times 10^{-30} \%$ ؛ (پ) $8/9 \%$ ؛ (ت)
 66% ، 33 - (الف) $2/43 \text{ pm}$ ؛ (ب) $1/32 \text{ fm}$ ؛ (پ)
 $0/511 \text{ MeV}$ ؛ (ت) 939 MeV ، 35 - (الف) $2/43 \text{ pm}$ ؛ (ب)
 $4/11 \times 10^{-6} \text{ eV}$ ؛ (پ) $8/67 \times 10^{-6} \text{ eV}$ ؛ (ت) $2/43 \text{ pm}$ ؛
(ث) $9/78 \times 10^{-2}$ ؛ (ج) $4/45 \text{ keV}$ ، 37 ، 300% ، 39 -
(الف) $41/8 \text{ keV}$ ؛ (ب) $8/2 \text{ keV}$ ، 41 - 440 ، 43 -
 $7/75 \text{ pm}$ ، 45 - (الف) $1/24 \mu\text{m}$ ؛ (ب) $1/22 \text{ nm}$ ؛ (پ)
 $1/9 \times 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ؛ (ت) $1/24 \text{ fm}$ ، 47 - (الف)
 346 fm ، 49 - $4/3 \mu\text{eV}$ ، 51 - نوترون، 53 - (الف)
 15 keV ؛ (ب) 120 keV ، 55 - (الف) $3/96 \times 10^6 \text{ m/s}$ ؛ (ب)
 $81/7 \text{ kV}$ ، 63 - $2/1 \times 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ، 67 - (الف) 20% ؛
(ب) 10% ؛ (پ) 15% ، 69 - (الف) $9/02 \times 10^{-6}$ ؛ (ب)
 $3/0 \text{ MeV}$ ؛ (پ) $3/0 \text{ MeV}$ ؛ (ت) $7/33 \times 10^{-8}$ ؛ (ث)
 $3/0 \text{ MeV}$ ؛ (ج) $3/0 \text{ MeV}$ ، 73 - (الف) 73 pm ؛ (ب)
 $3/4 \text{ nm}$ ؛ (پ) بلی، میانگین طول موج دوبروی آنها کمتر از
میانگین فاصله آنهاست، 75 - $5/9 \mu\text{eV}$ ، 77 - $1/7 \times 10^{-35} \text{ m}$ ،
 79 - $0/19 \text{ m}$ ،

فصل ۳۹

نکته‌های واریسی

1 - a ، b ، c ، 2 - (الف) همگی یکسان؛ (ب) a ، b ، c ، 3 - a ،
 b ، c ، d ، 4 - $E_{1,1}$ نه n_x ، نه n_y صفر نمی‌تواند باشد)،
 5 - (الف) 5 ؛ (ب) 7

پرسشها

1 - (الف) 18 ؛ (ب) 17 ، 3 - a ، b ، c ، 5 - c ، 7 - برابر، 9 -
 c و d ، 11 - $n=1$ ، $n=2$ ، $n=3$ ، 13 - (الف) کاهش؛
(ب) افزایش، 15 - (الف) $n=3$ ؛ (ب) $n=1$ ؛ (پ) $n=5$

مسئله‌ها

1 - $0/65 \text{ eV}$ ، 3 - $0/85 \text{ nm}$ ، 5 - $1/9 \text{ GeV}$ ، 7 - $1/41$ ،
 9 - (الف) 13 ؛ (ب) 12 ، 11 - (الف) $72/2 \text{ eV}$ ؛ (ب)

پاسخهای نکته‌های واری، پرسشها و مسئله‌های فرد / ۵۰۳

- ۳۱- (الف) 226 nm ؛ (ب) فرابنفش، ۳۳- (الف) $1/5 \times 10^{-6}$ ؛
 (ب) $1/5 \times 10^{-6}$ ، ۳۵- (الف) $4/49 \times 10^{-10}$ ؛ (ب) $0/0140$ ؛
 (پ) $0/824$ ، ۳۷- $0/22 \mu\text{g}$ ، ۳۹- $6/0 \times 10^5$ ، ۴۱-
 $4/20 \text{ eV}$ ، ۴۳- $13 \mu\text{m}$ ، ۴۵- (الف) $109/50$ ؛ (ب)
 238 pm ، ۴۷- (ب) $1/8 \times 10^{28} \text{ m}^{-2} \text{ eV}^{-1}$ ، ۵۱-
 $3/49 \times 10^3 \text{ atm}$

فصل ۴۲

نکته‌های واری

- ۱- ^9As و ^{158}Nd ، ۲- اندکی بیش از 75 Bq (زمان طی
 شده اندکی پیش از سه نیمه عمر است)، ۳- ^{206}Pb

پرسشها

- ۱- (الف) کمتر؛ (ب) بیشتر، ۳- ^{238}U ، ۵- (الف) ^{196}Pt ؛
 (ب) خیر، ۷- بلی، ۹- بلی، ۱۱- بدون اثر، ۱۳- d ، ۱۵-
 (الف) همه غیر از ^{194}Au ؛ (ب) ^{132}Sn و ^{208}Pb

مسئله‌ها

- ۱- $1/3 \times 10^{-13} \text{ m}$ ، ۳- (الف) $0/390 \text{ MeV}$ ؛ (ب)
 $4/61 \text{ MeV}$ ، ۵- $46/6 \text{ fm}$ ، ۷- (الف) ۶، (ب) ۸، ۹-
 13 km ، ۱۱- (الف) $2/3 \times 10^{17} \text{ kg/m}^2$ ؛ (ب)
 $2/3 \times 10^{17} \text{ kg/m}^2$ ؛ (ت) $1/0 \times 10^{25} \text{ C/m}^2$ ؛ (ث)
 $8/8 \times 10^{24} \text{ C/m}^2$ ، ۱۳- (الف) $6/2 \text{ fm}$ ؛ (ب) بلی، ۱۵-
 (الف) $9/303\%$ ؛ (ب) $11/71\%$ ، ۱۹- (ب)
 نوکلئون $7/92 \text{ MeV}$ ، ۲۳- $1/0087 \text{ u}$ ، ۲۵- (الف)
 $7/5 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$ ؛ (ب) $4/9 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$ ، ۲۷- (الف) $64/2 \text{ h}$ ؛
 (ب) $0/125$ ؛ (پ) $0/0749$ ، ۲۹- (الف) $0/250$ ؛ (ب)
 $0/125$ ، ۳۱- $5/3 \times 10^{22}$ ، ۳۳- $9/0 \times 10^4 \text{ Bq}$ ، ۳۵- (الف)
 $2/0 \times 10^{20}$ ؛ (ب) $2/8 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ ، ۳۷- (الف) $3/2 \times 10^{12} \text{ Bq}$ ؛
 (ب) 86 Ci ، ۳۹- $1/12 \times 10^{11} \text{ y}$ ، ۴۱- 265 mg ، ۴۵- (الف)
 $8/88 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ ؛ (ب) $1/19 \times 10^{15}$ ؛ (پ) $0/111 \mu\text{g}$ ، ۴۷-
 $1 \times 10^{12} \text{ atoms}$ ، ۴۹- (الف) $1/2 \times 10^{-17}$ ؛ (ب) ۰، ۵۱-
 $4/269 \text{ MeV}$ ، ۵۳- $0/783 \text{ MeV}$ ، ۵۵- $1/21 \text{ MeV}$ ، ۵۷-
 (ب) $0/961 \text{ MeV}$ ، ۵۹- $78/3 \text{ eV}$ ، ۶۱- (الف) $1/06 \times 10^{19}$ ؛
 (ب) $0/624 \times 10^{19}$ ؛ (پ) $1/68 \times 10^{19}$ ؛ (ت) $2/97 \times 10^9 \text{ y}$ ،
 ۶۳- $1/7 \text{ mg}$ ، ۶۵- $2/50 \text{ mSv}$ ، ۶۷- $1/02 \text{ mg}$ ، ۶۹-
 (الف) $6/3 \times 10^{18}$ ؛ (ب) $2/5 \times 10^{11}$ ؛ (پ) $0/20 \text{ J}$ ؛ (ت)
 $2/3 \text{ mGy}$ ؛ (ث) 30 mSv ، ۷۱- (الف) $6/6 \text{ MeV}$ ؛ (ب)

- ۴ p (ج) ۶، ۳۱- (الف) $(2,0,0,-\frac{1}{2}), (2,0,0,+\frac{1}{2})$ ؛ (ب)
 $(2,1,1,-\frac{1}{2}), (2,1,1,+\frac{1}{2}), (2,1,0,-\frac{1}{2}), (2,1,0,+\frac{1}{2})$ ،
 $(2,1,-1,-\frac{1}{2}), (2,1,-1,+\frac{1}{2})$ ، ۳۳- $12/4 \text{ kV}$ ، ۳۵-
 (الف) $49/6 \text{ pm}$ ؛ (ب) $99/2 \text{ pm}$ ، ۳۷- (الف) $35/4 \text{ kV}$ ؛
 (ب) $56/5 \text{ pm}$ ؛ (پ) $49/6 \text{ pm}$ ، ۴۱- $0/563$ ، ۴۳-
 $80/3 \text{ pm}$ ، ۴۵- (الف) $69/5 \text{ kV}$ ؛ (ب) $17/8 \text{ pm}$ ؛ (پ)
 $21/3 \text{ pm}$ ؛ (ت) $18/5 \text{ pm}$ ، ۴۷- (الف) $3/60 \text{ mm}$ ؛ (ب)
 $5/24 \times 10^{17}$ ، ۴۹- $9/0 \times 10^{-7}$ ، ۵۱- $7/3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ،
 2×10^7 ، ۵۵- $2/0 \times 10^{-16} \text{ s}^{-1}$ ، ۵۷- $3/0 \text{ eV}$ ، ۵۹- (الف)
 $3/03 \times 10^5$ ؛ (ب) $1/43 \text{ GHz}$ ؛ (ت) $3/31 \times 10^{-6}$ ، ۶۱-
 (الف) ۰؛ (ب) 68 J ، ۶۳- (الف) $2/13 \text{ meV}$ ؛ (ب) 18 T ،
 ۶۵- (الف) خیر؛ (ب) 140 nm ، ۶۷- 186 ، ۷۱- (الف) $6/0$ ؛
 (ب) $3/2 \times 10^6 \text{ y}$ ، ۷۳- آرگون، ۷۷- $n > 3$ ؛ $l = 3$ ؛
 $m_s = \pm \frac{1}{2}$ ؛ $m_l = +3, +2, +1, 0, -1, -2, -3$

فصل ۴۱

نکته‌های واری

- ۱- (الف) بزرگتر؛ (ب) یکسان، ۲- a و b و c

پرسشها

- ۱- زیر، ۳- افزایش، ۵- ۸، ۷- خیلی کمتر، ۹- b و c و d
 (مورد اخیر به دلیل انبساط گرمایی)، ۱۱- b و d

مسئله‌ها

- ۱- (الف) ۰؛ (ب) $0/0955$ ، ۳- (ب)
 $6/81 \times 10^{27} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ؛ (پ) $1/52 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ، ۵-
 $8/49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ، ۹- (الف) $6/81 \text{ eV}$ ؛ (ب)
 $1/77 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ؛ (پ) $1/59 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ، ۱۱-
 (الف) $2/50 \times 10^3 \text{ K}$ ؛ (ب) $5/30 \times 10^3 \text{ K}$ ، ۱۳- (الف)
 $1/0$ ؛ (ب) $0/99$ ؛ (پ) $0/50$ ؛ (ت) $0/014$ ؛ (ث)
 $2/4 \times 10^{-17}$ ؛ (ج) $7/0 \times 10^2 \text{ K}$ ، ۱۵- (الف)
 $1/36 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ؛ (ب) $1/68 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ؛ (پ)
 $9/01 \times 10^{27} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ؛ (ت) $9/56 \times 10^{26} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ؛ (ث)
 $1/71 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \text{ eV}^{-1}$ ، ۱۷- (الف) $5/86 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ؛ (ب)
 $5/49 \text{ eV}$ ؛ (پ) $39 \times 10^3 \text{ km/s}$ ؛ (ت) 522 nm ، ۱۹- ۳
 ۲۳- $57/1 \text{ kJ}$ ، ۲۵- (الف) $1/31 \times 10^{24} \text{ m}$ ؛ (ب) $9/43 \text{ eV}$ ؛
 (پ) $1/82 \times 10^3 \text{ km/s}$ ؛ (ت) $0/40 \text{ nm}$ ، ۲۷- (الف)
 $0/0055$ ؛ (ب) $0/018$ ، ۲۹- (الف) $19/7 \text{ kJ}$ ؛ (ب) 197 s

پرسشها

- ۱- (الف) ۱؛ (ب) به طور مثبت باردار می شود، ۳- d ، ۵- b ،
 c ، d ، ۷- a ، c ، b ، d ، ۹- (الف) لیتون؛ (ب) یاد ذره؛ (ب)
 فرمیون؛ (ت) بلی، ۱۱- c

مسئله‌ها

- ۱- ۲/۴ pm ، ۳- $2/4 \times 10^{-22}$ ، ۵- $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$ ، ۷-
 ۲/۷ cm/s ، ۹- ۷۶۹ MeV ، ۱۱- (الف) اندازه حرکت
 زاویه‌ای، L_e ؛ (ب) بار، L_μ ؛ (پ) انرژی، L_μ ، ۱۳- (الف)
 بلی؛ (ب)- (ت) خیر، ۱۵- (الف) ؛ (ب) ؛ (پ) ؛ (ت) ؛ (ج) ؛ (د) ؛ (ه)
 (الف) انرژی؛ (ب) شگفتی؛ (پ) بار، ۲۱- (الف) K^{+4} ؛ (ب)
 \bar{n} ؛ (پ) K^0 ، ۲۳- (الف) Ξ^0 ؛ (ب) Σ^- ، ۲۵- $s\bar{d}$ ، ۲۷-
 (الف) $u\bar{u}\bar{d}$ ؛ (ب) $\bar{u}\bar{d}\bar{d}$ ، ۲۹- (الف) ممکن نیست؛ (ب)
 uuu ، ۳۱- ۶۶۸ nm ، ۳۳- $1/4 \times 10^{10}$ ly ، ۳۵-
 $2/77 \times 10^8$ ly ، ۳۷- (ب) $0/934$ ؛ (پ) $1/28 \times 10^{10}$ ly ، ۳۹-
 (الف) $0/26$ meV ؛ (ب) $4/8$ mm ، ۴۱- (الف) 121 m/s ؛
 (ب) $0/00406$ ؛ (پ) 248 y ، ۴۳- (الف) $2/6$ K ؛ (ب)
 ۹۷۶ nm ، ۴۷- $1/08 \times 10^{22}$ J ، ۴۹- (الف) $0/785$ c ؛ (ب)
 $0/993$ c ؛ (پ) C۲ ؛ (ت) C۱ ؛ (ث) 51 ns ؛ (ج) 40 ns ،
 ۵۱- (پ) $(ra/c) + (ra/c)^2 + (ra/c)^3 + \dots$ ؛ (ت) ra/c ؛ (ث)
 $\alpha = H$ ؛ (ج) $6/5 \times 10^8$ ly ؛ (ج) $6/9 \times 10^8$ y ؛ (ح)
 $6/5 \times 10^8$ y ؛ (خ) $6/9 \times 10^8$ ly ؛ (د) $1/0 \times 10^9$ ly ؛ (ذ)
 $1/1 \times 10^9$ y ؛ (ر) $3/9 \times 10^8$ ly

- خیر، ۷۳- (الف) $25/4$ MeV ؛ (ب) $12/8$ MeV ؛ (پ)
 $25/0$ MeV ، ۷۵- 73 cm^2 ، ۷۷- (الف) $59/5$ d ؛ (ب)
 $1/18$ ، ۷۹- ^{225}Ac ، ۸۱- 13 mJ ، ۸۳- 3 MeV ، ۸۵-
 $3/2 \times 10^7$ y ، ۸۷- ^7Li ، ۹۳- (الف) $11/90683$ u ؛ (ب)
 $236/2025$ u ، ۹۵- 27 ، ۹۷- 600 keV

فصل ۴۳

نکته‌های واریسی

- ۱- c و d ، ۲- (الف) خیر؛ (ب) بلی؛ (پ) خیر، ۳- e

پرسشها

- ۱- ^{140}I ، ^{150}Mo ، ^{152}Nd ، ^{115}In ، ^{115}Pd ، ۳- افزایش، ۵- (الف)
 ۱۰۱؛ (ب) ۴۲، ۷- ^{239}Np ، ۹- هنوز برابر با ۱ ، ۱۱- کمتر

مسئله‌ها

- ۱- $23/0$ MeV ، ۳- $3/1 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ ، ۵- (الف) $2/6 \times 10^{24}$ ؛
 (ب) $8/2 \times 10^{13}$ J ؛ (پ) $2/6 \times 10^4$ y ، ۷- (الف) 16 day^{-1} ؛
 (ب) $4/3 \times 10^8$ ، ۹- $4/8$ MeV ، ۱۱- $1/3 \times 10^7$ kg ، ۱۳-
 (الف) ^{152}Nd ؛ (ب) 110 MeV ؛ (پ) 60 MeV ؛ (ت)
 84 kg ؛ (ث) $8/7 \times 10^6$ m/s ، ۱۵- (الف) 84 kg ؛
 (ب) $1/7 \times 10^{25}$ ؛ (پ) $1/3 \times 10^{25}$ ، ۱۷- (الف) 251 MeV ؛
 (ب) انرژی شکافت نوعی 200 MeV است، ۱۹- 557 W ،
 ۲۳- (ب) $1/0$ ؛ (پ) $0/89$ ؛ (ت) $0/28$ ؛ (ث) $0/019$ ؛ (ج)
 ۸ ، ۲۵- $0/99938$ ، ۲۷- (الف) 75 kW ؛ (ب)
 $5/8 \times 10^7$ kg ، ۲۹- $1/7 \times 10^9$ y ، ۳۱- 170 keV ، ۳۳-
 $1/41$ MeV ، ۳۵- (الف) $4/3 \times 10^9$ kg/s ؛ (ب) $3/1 \times 10^{-4}$ ؛
 ۳۹- 10^{-12} m ، ۴۱- (الف) $1/8 \times 10^{28} \text{ s}^{-1}$ ؛ (ب)
 $8/2 \times 10^{28} \text{ s}^{-1}$ ، ۴۳- (الف) $4/1$ eV/atom ؛ (ب)
 $9/0$ MJ/kg ؛ (پ) $1/5 \times 10^3$ y ، ۴۵- $1/6 \times 10^8$ y ، ۴۷-
 (الف) $24/9$ MeV ؛ (ب) $8/65$ مگاتن TNT ، ۴۹- $14/4$ kW ،
 ۵۱- (الف) $3/m^3$ پروتون $3/1 \times 10^{31}$ ؛ (ب) $1/2 \times 10^6$ ، ۵۳-
 $^{239}\text{Np} \rightarrow ^{239}\text{Pu} + e + \nu$ و $^{238}\text{U} + n \rightarrow ^{239}\text{U} \rightarrow ^{239}\text{Np} + e + \nu$

فصل ۴۴

نکته‌های واریسی

- ۱- (الف) خانواده موئون؛ (ب) یک ذره؛ (پ) $L_\mu = +1$ ، ۲- b
 و c ، ۳- e

Angular magnification	بزرگنمایی زاویه‌ای	Chromatic aberration	ابیراهی رنگی
Angular frequency	بسامد زاویه‌ای	Time dilation	اتساع زمان
Frequency	بسامد	Occupancy probability	احتمال اشغال شدن
Normalization	بهنجارش	Quasar	اخترش
Antiparticle	پاد ذره	Partially occupied	اشغال شده جزئی
Dispersion	پاشندگی	Detector	آشکارساز
Stopping potential	پتانسیل توقف	Confinement principle	اصل انحصار
Acceptor	پذیرنده	Exclusion principle	اصل طرد
Diffraction	پراش	Postulate	اصل موضوع
Diffacted	پراشیده	Correspondence principle	اصل همخوانی
Ray	پرتو	Huygens' principle	اصل هویگنس
Radioactive	پرتوزا	Doping	آلاییدن
X rays	پرتوهای x	Free-electron	الکترون آزاد
Quantum jump	پرش کوانتومی	Trapped electron	الکترون به تله افتاده
Envelope	پوش	Conduction electron	الکترون رسانش
Junction	پیوندگاه	Valence electron	الکترون ظرفیت
Background radiation	تابش زمینه	Statistics	آمار
Wave function	تابع موج	Propagation	انتشار
Work function	تابع کار	Blue shift	انتقال به آبی
Optical fiber	تار نوری	Red shift	انتقال به سرخ
Transformation	تبدیل	Spin angular momentum	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی
Interference	تداخل	Binding energy	انرژی بستگی
Constructive interference	تداخل سازنده	Zero point energy	انرژی نقطه صفر
Interferometer	تداخل سنج	Length contraction	انقباض طول
Destructive interference	تداخل ویرانگر	Torsion pendulum	آونگ پیچشی
Sound level	تراز صوتی	Simple pendulum	آونگ ساده
Energy levels	ترازهای انرژی	Plane mirror	آینه تخت
Magnetic resonance	تشدید مغناطیسی	Concave mirror	آینه کاو
Resonance	تشدید	Spherical mirror	آینه کروی
Real image	تصویر حقیقی	Convex mirror	آینه کوژ
Virtual image	تصویر مجازی	Beam splitter	باریکه شکاف
Image	تصویر	Reflection	بازتاب
Optically variable graphics (OVG)	تصویرهای متغیر نوری	Forward-bias	بایاس مستقیم
Resolvability	تفکیک پذیری	Back-bias	بایاس معکوس
Refracting telescope	تلسکوپ شکستی	Donor	بخشنده
Hologram	تمام نگار	Superposition	برهم نهی
Holography	تمام نگاری	Magnification	بزرگنمایی
Wave speed	تندی موج	Lateral magnification	بزرگنمایی خطی

Rainbow	رنگین کمان	Vacancy	تهی جا
Event	رویداد	Resolving power	توان تفکیک
String	ریسمان	Average power	توان متوسط
Beat	زنش	Grating	توری
Subshell	زیر لایه	Tunneling	تونل زنی
Barrier	سد	Monochromatic	تکفام
Mirage	سراب	Torsion constant	ثابت پیچش
Planet	سیاره	Phase constant	ثابت فاز
Lattice	شبکه	Displacement	جاب‌جایی
Boundary condition	شرط مرزی	Wavefront	جبهه موج
Strangeness	شگفتی	Periodic table	جدول تناوبی
Slit	شکاف	Absorption	جذب
Nuclear fission	شکافت هسته‌ای	Diffusion current	جریان پخش
Refraction	شکست	Drift current	جریان سوقی
Antinode	شکم	Population inversion	جمعیت معکوس
Extended object	شیء گسترده	Directional	جهتمند
Index of refraction	ضریب شکست	Welding	جوشکاری
Flavor	طعم	inertial reference frame	چارچوب مرجع لخت
Wavelength	طول موج	Finite well	چاه متناهی
Cutoff wavelength	طول موج قطع	Point source	چشمه نقطه‌ای
Spectroscope	طیف‌نما	Probability density	چگالی احتمال
Spectrum	طیف - بیناب	Density of states	چگالی حالتها
Universe	عالم	Linear density	چگالی خطی
Insulator	عایق	Excited state	حالت برانگیخته
Atomic number	عدد اتمی	Ground state	حالت زمینه
Magic number	عدد جادویی	Minority carrier	حاملهای اقلیت
Mass number	عدد جرمی	Majority carrier	حاملهای اکثریت
Angular wave number	عدد موج زاویه‌ای	Periodic motion	حرکت تناوبی
Harmonic number	عدد هماهنگ	Simple harmonic motion	حرکت هماهنگ ساده
Thin lens	عدسی نازک	Quantum corral	حصار کوانتومی
Converging lens	عدسی همگرا	Hole	حفره
Diverging lens	عدسی واگرا	Newton's rings	حلقه‌های نیوتون
Dating	عمرسنجی	Absorption lines	خطهای جذبی
Mean life	عمر میانگین	Emission lines	خطهای گسیلی
Phasor	فازنما	Double-slit	دو شکاف
Overdoping	فرا آلایدن	Period	دوره تناوب
Transuranic	فرا اورانیومی	Free particle	ذره آزاد
Supersonic	فرا صوتی	Eightfold way	راه هشتگانه
Disintegration	فروپاشی	Pressurized - water reactor	راکتور آب - تحت فشار
Fringe	فریز	Nuclear reactor	راکتور هسته‌ای

Transverse waves	موجهای عرضی	Dark fringe	فریز تاریک
Matter waves	موجهای ماده	Bright fringe	فریز روشن
Ripple	موجک	Activity	فعالیت
Field of view	میدان دید	Photoelectron	فوتو الکترون
Fuel rods	میله‌های سوخت	Virtual photon	فوتون مجازی
	میکروسکوپ تونل زنی روبشی	Nuclear physics	فیزیک هسته‌ای
Scanning tunneling microscope (STM)		Quantum physics	فیزیک کوانتومی
Observer	ناظر	Gap	گاف
Nanocrystallite	نانو بلورک	Thermonuclear	گرما هسته‌ای
Incoherent	ناهمدوس	Node	گره
Relativity	نسبیت	Emission	گسیل
Leakage	نشت	Stimulated emission	گسیل القایی
Special theory of relativity	نظریه نسبیت خاص	Spontaneous emission	گسیل خود به خود
Quantum theory	نظریه کوانتومی		گشتاور دو قطبی مغناطیسی مؤثر
Diffraction pattern	نقش پراش	Effective magnetic dipole moment	
Inteference pattern	نقش تداخلی	Shell	لایه
Surveying	نقشه برداری	Thin film	لایه نازک
Nuclidic chart	نقشه نوکلیدی	Fresnel bright spot	لکه روشن فرنل
Quantum dots	نقطه‌های کوانتومی	Dark matter	ماده تاریک
Focal point	نقطه کانونی	Inertial confinement	محصور کردن لختی
Conduction band	نوار رسانش	Mach cone	مخروط ماخ
Valence band	نوار ظرفیت	Oscillation mode	مد نوسانی
Fast neutron	نوترون سریع	Collective model	مدل جمعی
Thermal neutron	نوترون گرمایی	Indipendent particle model	مدل ذره - مستقل
Oscillation	نوسان	Combined model	مدل مرکب
Nucleon	نوکلئون (هستک)	Bulk modulus	مدول کپه‌ای
Nuclear plant	نیروگاه هسته‌ای	Order	مرتب
Coulomb farces	نیروهای کولنی	Rayleigh's criterion	معیار ریلی
Electroweak force	نیروی الکتروضعیف	Resistivity	مقاومت ویژه
Strong force	نیروی قوی	Zone	منطقه
Damping force	نیروی میرایی	Big bang	مهبانگ
Nuclear force	نیروی هسته‌ای	Collimator	موازی ساز
Half-life	نیم - عمر	Probability wave	موج احتمال
Half-width	نیم پهنا	Resultant wave	موج برابند
Semiconductor	نیم‌رسانا	Sound wave	موج صوتی
Maze	هزارتو	Shock wave	موج ضربه‌ای
Nucleus	هسته	Incident wave	موج فرودی
Harmonic	هماهنگ	Standing waves	موجهای ایستاده
Fusion	همجوشی	Travelling waves	موجهای پیشرونده
Coherent	همدوس	Longitudinal waves	موجهای طولی

Coherence	همدوسی
Simultaneity	همزمانی
Decay	واپاشی
Alpha decay	واپاشی آلفا
Beta decay	واپاشی بتا
Chain reaction	واکنش زنجیره‌ای
Proper frequency	ویژه بسامد
Proper time	ویژه زمان
Proper length	ویژه طول
Fully occupied	کاملاً اشغال شده
Focus	کانون
Moderator	کندساز
Galaxy	کهکشان
Charm quark	کوارک افسون
Up quark	کوارک بالا
Down quark	کوارک پایین
Bottom quark	کوارک ته
Strange quark	کوارک شگفت
Quanta	کوانتومها
Unit cell	یاخته یک

- آینه ۱۵۹
 ~تخت ۱۴۳
 ~کاو ۱۴۵
 ~کروی ۱۴۵
 ~کوژ ۱۴۵
 بردار فاز ۸۸
 بزرگنمایی خطی ۱۴۷
 بزرگنمایی زاویه‌ای ۱۵۷
 بسامد ۷۷-۴۴
 ~تشدید ۹۱
 ~زاویه‌ای ۴۷
 ~زنش ۱۲۰
 ~قطع ۲۸۰
 بهنجارش ۳۰۹
 پاشندگی ۲۲۶
 پتانسیل توقف ۲۸۰
 پراش ۲۰۹
 پراش روزنه دایره‌ای ۲۱۷
 پرش کوانتومی ۳۰۶
 پرتوهای x ۲۲۸
 پژواک ۱۲۴
 پیزو الکتریسیته ۲۹۳
 پیون خشی ۲۴۵
 پیوندگاه p-n ۳۷۵
 تابع کار ۲۸۰
 تابع موج ۲۸۹
 تبدیل گالیله‌ای ۲۵۴
 تبدیل لورنتس ۲۵۴
 تحلیل ابعادی ۸۱
 تداخل ۱۱۳-۱۸۷
 ~ایستاده ۸۹
 ~سنج ۱۹۴
 ~سازنده ۱۱۳
 ~ویرانگر ۱۱۳
 تراز صوتی ۱۱۴
 تراز فرعی ۳۶۷
 ترازهای انرژی ۳۱۸
 ترانزیستور ۳۸۰
 تشدید ۵۸
 ابیراهی رنگی ۱۵۹
 ابیراهی کروی ۱۵۹
 اتساع زمان ۲۴۹-۲۵۵-۲۶۵
 اثر
 ~دوپلر ۱۲۱-۱۲۴-۲۵۷
 ~عرضی ۲۵۹-۲۶۶
 ~~نجومی ۲۵۸
 ~فوتوالکتریک ۲۷۹-۲۸۰
 احتمال آشکارسازی ۳۰۸
 اختلاف پتانسیل تماسی ۳۷۶
 اختلاف فاز ۱۷۸-۱۷۹-۱۸۲-۱۸۳
 آزمایش اشترن-گرلاخ ۳۳۷
 آزمایش اینشتین-دوهاس ۳۳۳
 اسپین الکترون ۳۳۴
 اصل
 ~ارشمیدس ۲۰
 ~برهم نهی ۸۵
 ~پاسکال ۱۹
 ~طرد پاؤلی ۳۴۱
 ~عدم قطعیت ۲۹۰
 ~محدودیت ۳۰۴
 ~هویگنس ۱۷۶-۱۷۷-۱۹۵
 اندازه‌گیری g ۵۳
 انرژی
 ~بستگی ۳۹۴
 ~جرم ۲۶۱
 ~سکون ۲۶۱
 ~فرمی ۳۶۷
 ~نقطه صفر ۳۱۰
 ~یونش ۳۳۲
 انقباض طول ۲۵۲-۲۵۶
 آونگ
 ~پیچشی ۵۰
 ~ساده ۵۱
 ~فیزیکی ۵۲
 آهنگ شارش جرمی ۲۶
 آهنگ شارش حجمی ۲۶
 اهرم هیدرولیکی ۲۰
 ایزوتوپ ۳۹۲

دوره تناوب ۴۴	~ مغناطیسی ۳۳۹
دیوار صوتی ۱۲۵	تصویر ۱۴۲
دیود نور- گسیل ۳۷۸	~ حقیقی ۱۴۲-۱۵۳
ذره آزاد ۲۹۰	~ مجازی ۱۴۲-۱۵۳
ذره بین ۱۵۶	~ مستقیم ۱۴۹
راه هشتگانه ۴۵۳	~ نقطه‌ای ۱۴۳
رنگین کمان ۱۷۹	~ وارونه ۱۵۳
رویداد ۲۴۸	تغییر فاز در بازتاب ۱۸۸
زاویه براگ ۲۲۹	تلسکوپ شکستی ۱۵۸
زاویه فاز ۴۵	تله آرمانی ۳۰۵
زنش ۱۲۰	تمام نگار ۲۲۵
سد پتانسیل ۲۹۱	تندی صوت ۱۰۹
سراب ۱۴۲	توان تفکیک ۱۵۸-۲۱۸
شارش	توان جمع آوری ۱۵۸
~ بی چرخش ۲۴	توری پراش ۲۲۲
~ پایا ۲۴	توکامک ۴۳۴
~ تراکم ناپذیر ۲۴	تونل زنی در سد ۲۹۱
~ ناچسبناک ۲۴	ثابت
شاره ۱۴	~ پلانک ۲۷۸
شعاع بور ۳۱۷	~ پیچش ۵۰
شکافت ۴۲۲	~ ریدبرگ ۳۱۸
شکم ۹۱	~ فاز ۴۵
شیئی ۱۵۷	~ فروپاشی ۳۹۲
صورت استاندارد ۲۸۴	~ هابل ۴۵۸
صورت تک فوتون ۲۸۵	جابه‌جایی کامپتون ۳۸۳
ضریب شکست ۱۸۸-۱۸۹	جدول تناوبی ۳۲۴
طول موج	جریان سوقی ۳۷۶
~ دوبروی ۲۸۶	چاه انرژی پتانسیل ۳۱۱
~ قطع ۲۸۰	چشمی ۱۵۷
~ کامپتون ۲۸۳	چگالی ۱۴
طیف نما با توری ۲۲۴	چگالی احتمال ۲۸۹
عامل لورنتس ۲۵۳	حالت برانگیخته ۳۰۶
عدد	حرکت
~ باریونی ۴۵۱	~ تناوبی ۴۴
~ کوانتومی ۳۰۵	~ دایره‌ای ۵۵
~ اسپینی ۳۳۴	~ میرا ۵۶
~ اصلی ۳۱۹	~ هماهنگ ساده ۴۴-۴۹
~ مداری ۳۱۹	حصار مستطیلی ۳۱۵
~ مغناطیسی مداری ۳۱۹	حصارهای کوانتومی ۳۱۴
~ لپتونی ۴۵۰	خط گسیلی ۳۱۹
عدسی	خط جذبی ۳۱۹

- ~ نازک ۱۵۱-۱۵۳
 ~ واگرا ۱۵۱
 ~ همگرا ۱۵۱
 عمر سنجی ۴۰۳
 عمر میانگین ۳۹۷
 فاز ۴۵
 فاصله کانونی ۱۴۶-۱۵۲
 فراصوت ۱۲۴
 فریز ۱۸۱
 فشار ۱۴
 ~ پیمانه‌ای ۱۷
 ~ مطلق ۱۷
 ~ هیدروستاتیک ۱۶
 فعالیت ۳۹۷
 فوتوالکترون ۲۷۹
 فوتون ۲۷۸
 فیزیک کوانتومی ۲۸۴
 قانون براگ ۲۲۹
 قانون شکست ۱۷۶
 قانون ۱۴۶
 کوانتوم نور ۲۸۲
 گداخت گرما- هسته‌ای ۴۲۹-۴۳۱
 گداخت لیزری ۴۳۴
 گره ۹۱-۹۲
 گسیل القایی ۳۵۰
 گسیل خود به خود ۳۵۰
 گوۀ هوا ۱۹۳
 لایۀ نازک ۱۹۱
 لیزر ۳۴۹
 ~ پیوندی ۳۷۹
 ~ هلیوم- نئون ۳۵۱
 ~ ها و نور لیزر ۳۴۹
 ماده تاریک ۴۶۱
 محصور کردن مغناطیسی ۴۳۴
 مخروط ماخ ۱۲۵
 مد ۹۲
 ~ اصلی ۹۲
 ~ نوسان ۹۲
 مدار یکپارچه ۳۸۱
 مدل استاندارد ۴۴۵
 مدل بور ۳۱۶-۳۱۷
 مدل کوارکی ۴۵۵
 مدل‌های هسته‌ای ۴۰۶
 مدول کپه‌ای ۱۰۹
 معادله
 ~ برنولی ۲۷-۲۸
 ~ پیوستگی ۲۵
 ~ شرودینگر ۲۸۹
 ~ عدسی سازان ۱۵۲
 ~ فوتوالکتریک ۲۷۹-۲۸۰
 معیار ریلی ۲۱۸
 مقیاس دسی بل ۱۱۵-۱۱۶
 مگنتون بور ۳۳۵
 منطقه تهی ۳۷۶
 موازی ساز ۲۲۴
 موج (ها) (ی) ۷۳
 ~ احتمال ۲۸۵-۲۸۹
 ~ الکترومغناطیسی ۷۴
 ~ ایستاده ۹۰-۹۱
 ~ پیشرونده ۷۸
 ~ صوتی ۱۲۵
 ~ ضربه‌ای ۱۲۵
 ~ طولی ۷۴
 ~ عرضی ۷۵
 ~ فراصوتی ۱۲۵
 ~ ماده ۷۴
 مهبانگ ۲۶۲
 میدان دید ۱۵۸
 میکروسکوپ ۱۵۷
 میکروسکوپ تونل زنی روبشی ۲۹۳
 ناهمدوس ۱۸۴
 نانوبلورک ۳۱۳
 نسیت ۲۴۳
 ~ خاص ۲۴۴
 ~ طول ۲۵۱
 ~ عام ۲۴۴
 نظریۀ موجی نور ۱۷۶-۲۱۰
 نقش
 ~ پراش ۲۱۰
 ~ تداخلی ۱۸۱
 ~ تک شکاف ۲۱۴
 ~ روزنه دایره‌ای ۲۱۷

- نقشه نوکلیدی ۴۰۲
 نقطه‌های کوانتومی ۳۱۴
 نقطه نزدیک ۱۵۶
 نوترینو ۴۰۲
 نوسانگر خطی ۴۹
 نوسان واداشته ۵۸
 نیروی الکتروضعیف ۴۵۸
 نیروی شناوری ۲۱
 نیروی قوی ۴۵۸
 نیروی هسته‌ای ۳۹۵
 نیم پهنای خط ۲۲۳
 نیم‌رساناها ۳۷۱
 واپاشی پرتوزا ۳۹۶
 وارونی جمعیت ۳۵۱
 واکنش گرما هسته‌ای ۴۳۳
 واکنش همجوشی ۴۲۹
 وزن ظاهری ۲۲
 ویژه
 ~ دوره تناوب ۲۵۹
 ~ زمان ۲۶۱
 ~ طول ۲۵۲
 ~ طول موج ۲۵۸
 هزار توی آینه‌ای ۱۴۴
 هماهنگ
 ~ اول ۹۲
 ~ دوم ۹۲
 همدوس ۱۸۴
 همزمانی ۲۵۵
 یکسو ساز پیوندی ۳۷۷