

بِسْمِ الْحَمْدِ لِلَّهِ



انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، شماره ۱۱۹

روشهای خمیری برای سازه‌های فولادی و بتنی

نوشته : استوارت موی

ترجمه

دکتر محمدرضا اصفهانی

Moy. Stuart S. J.

موی، استوارت .

روشهای خمیری برای سازه‌های فولادی و بتنی / نوشته استوارت موی ؛ ترجمه محمدرضا اصفهانی . - مشهد : دانشگاه فردوسی (مشهد) ، ۱۳۷۰ .
چهارده ، ۲۴۹ ص . : مصور، جدول، نمودار . - (انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد ؛ ۱۱۹) .
بها : ۱۴۵۰ ریال .

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیبا (فهرست نویسی پیش از انتشار) .

Plastic Methods for Steel and Concrete Structures

عنوان اصلی :

کتابنامه : ص . [۲۴۸] - ۲۴۹ .

ISBN 964-6335-05-5

چاپ دوم : ۱۳۷۶

۱. تحلیل خمیری . ۲. ساختمانهای فلزی . ۳. ساختمانهای بتون مسلح . الف . اصفهانی .
محمدرضا . مترجم . ب . دانشگاه فردوسی (مشهد) . ج . عنوان .
۶۲۴/۱۸۲۱ TA ۶۵۲/م ۸ ر ۹
۱۳۷۰

م ۷۰ ۲۵۵۳

کتابخانه ملی ایران

شناسنامه کتاب

نام : روشهای خمیری برای سازه‌های فولادی و بتنی

تألیف : استوارت موی

ترجمه : دکتر محمدرضا اصفهانی

ناشر : انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

تاریخ انتشار : چاپ اول ۱۳۷۰ - چاپ دوم ۱۳۷۶

تعداد : ۲۰۰۰ نسخه

امور فنی و چاپ : مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

قیمت : ۴۰۰۰ ریال

(ISBN: 964 - 6335 - 05 - 5)

شابک : ۵ - ۰۵ - ۶۳۳۵ - ۹۶۴

فهرست مطالب

هفت	مقدمه نویسنده
نه	مقدمه مترجم
یازده	علائم
۱	۱ - مفاهیم کلی
۱	۱ - ۱ مقدمه
۲	۱ - ۲ فولاد نرمه - ماده تقریبا" کامل برای تحلیل خمیری
۵	۱ - ۳ رفتار سازه‌ها در اثر تغییر بار چگونه است؟
۱۸	۱ - ۴ خلاصه
۱۹	۲ خمش خمیری
۱۹	۲ - ۱ مقدمه
۱۹	۲ - ۲ وقتی یک تیر تحت خمش قرار می‌گیرد چه می‌شود؟
۲۳	۲ - ۳ محاسبه لنگر خمیری
۲۸	۲ - ۴ چرا فرضیات لنگر خمیری و مفصل خمیری ایده‌آل هستند؟
۳۲	۲ - ۵ عواملی که می‌توانند لنگر خمیری را تغییر دهند
۳۸	۲ - ۶ جمع بندی
۴۱	۳ فروریختگی قابهای ساده
۴۱	۳ - ۱ مقدمه
۴۱	۳ - ۲ رفتار قاب پرتال تحت افزایش بار
۴۷	۳ - ۳ نظریه‌های تحلیل خمیری
۴۸	۳ - ۴ تعداد مفصلهای خمیری در یک مکانیزم
۴۹	۳ - ۵ روش لنگر خمشی (BM) واکنش و آزاد برای تعیین بارهای فروریختگی
۵۶	۳ - ۶ روش کار مجازی برای محاسبه بارهای فروریختگی
۷۶	۳ - ۷ جمع بندی
۷۸	۳ - ۸ مایل
۸۱	۴ تحلیل حدی
۸۱	۴ - ۱ مقدمه
۸۴	۴ - ۲ مکانیزمهای اصلی (اولیه)
۸۶	۴ - ۳ ترکیب مکانیزمها
۱۰۱	۴ - ۴ جمع بندی

۱۰۱	۴-۵ مایل
۱۰۵	۵ طراحی با استفاده از نظریه خمیری
۱۰۵	۵-۱ مقدمه
۱۰۶	۵-۲ ضرایب بار
۱۰۷	۵-۳ طراحی به روش نظریه خمیری
۱۱۶	۵-۴ طرح بهینه
۱۲۷	۵-۵ جمع بندی
۱۲۸	۵-۶ مایل
۱۳۱	۶ تغییر مکان و پایداری
۱۳۱	۶-۱ مقدمه
۱۳۳	۶-۲ محاسبه تغییر مکانها در موقع فروریختگی
۱۴۲	۶-۳ اثر تغییر مکان روی بار فروریختگی
۱۵۲	۶-۴ جمع بندی
۱۵۳	۶-۵ مایل
۱۵۷	۷ استفاده از روشهای خمیری در سازه‌های بتن آرمه
۱۵۷	۷-۱ مقدمه
۱۵۸	۷-۲ رفتار خمشی بتن آرمه
۱۶۶	۷-۳ اگر ظرفیت دوران خمیری کافی نباشد چه می‌شود؟
۱۶۸	۷-۴ توافق پذیرفته شده در آیین نامه
۱۷۲	۷-۵ جمع بندی
۱۷۴	۷-۶ مایل
۱۷۷	۸ تحلیل خط سیلان و روش نواری هیلبرورگ برای دالهای بتن آرمه
۱۷۷	۸-۱ مقدمه
۱۷۷	۸-۲ نظریه خط سیلان
۲۰۸	۸-۳ روش نواری هیلبرورگ
۲۱۹	۸-۴ جمع بندی
۲۱۹	۸-۵ مایل
۲۲۵	ضمیمه الف معیارهای تسلیم
۲۳۱	ضمیمه ب درجه نامعینی
۲۳۳	ضمیمه ج نمودارهای لنگر خمشی
۲۴۳	جواب مایل
۲۴۸	منابع

مقدمه نویسنده

تحریر این کتاب را مدیون دانشجویان کارشناسی و کارشناسی ارشد خود می‌دانم که با بی‌صبری و اشتیاق در کلاس درس روشهای خمیری سازه‌ها شرکت کرده‌اند. سئوالهای ایشان چه در کلاس و یا بعد از آن، نشان داده است که برخی از مفاهیم درس همواره مشکلاتی را برای آنها به وجود می‌آورد. چون تصور نمی‌کنم که این مشکل ناشی از کوتاهی در امر تدریس از جانب من باشد و آن را به دلیل نیاز به توضیح بیشتر بعضی از نکات در کلاس می‌دانم، لذا به نوشتن این کتاب اهتمام نمودم.

در این کتاب سعی شده است بطور عمده مطالب مورد نیاز دانشجویان در سطوح کارشناسی و کارشناسی ارشد مطرح شود. با وجود این، مطالب آن برای مهندسانی که مایل به استفاده از روشهای خمیری جهت طراحی هستند نیز قابل استفاده خواهد بود. در این کتاب بیشتر، مفاهیم و نیازهای طراحی روشهای خمیری تأکید شده است تا اثبات ریاضی آنها (البته مراجع مناسبی جهت اثبات ریاضی مطالب معرفی شده است). به این دلیل بعضی از مطالب به صورت ساده بیان شده‌اند. امیدوارم این روش باعث ناخرسندی متخصصینی که بطور محض با موضوع برخورد می‌کنند نگردد.

کتاب دارای هشت فصل است. در دو فصل اول به طور عمده مفاهیم خمیری و خمش خمیری مورد بحث قرار می‌گیرد. در فصلهای ۳ و ۴ روشهای مختلف جهت تعیین بارهای فرورپختگی قابهای فولادی تشریح می‌شود. در فصل ۵ نشان داده می‌شود که چگونه روشهای خمیری برای طراحی سازه‌های فولادی به کار می‌رود. فصل ۶ به دو قسمت تقسیم شده است. در قسمت اول روشی برای محاسبه تغییر مکانهای سازه در نقطه فرورپختگی تشریح می‌شود. در قسمت دوم اثر این تغییر مکانها و همچنین ناپایداری، روی بار فرورپختگی سازه بیان می‌گردد. البته این موضوع قدری پیچیده است و جزئیات مربوطه خارج از بحث این کتاب

می‌باشد لیکن حذف تمام موارد مربوط به ناپایداری نیز صحیح نیست. فصلهای ۷ و ۸ به سازه‌های بتن آرمه مربوط می‌شود. فصل ۷ به مشکلات استفاده از روشهای خمیری در قابهای بتنی می‌پردازد و در فصل ۸ روشهای پرازش خط سیلان و نواری در مورد دالها تشریح می‌گردد.

به نظر من سه فصل اول جنبه مقدماتی دارد که برای دانشجویان سال دوم دوره کارشناسی مناسب است. فصلهای ۴ و ۵ و قسمتهای ۶ و ۸ جهت دانشجویان سال آخر دوره کارشناسی پیشنهاد می‌گردد. همچنین کلیه مباحث برای دانشجویان دوره کارشناسی ارشد قابل استفاده خواهد بود. سعی شده است که ضمن حفظ چهار چوب مشخصی برای هر فصل، پیوستگی منطقی فصلهای کتاب نیز حفظ گردد. در شروع هر فصل مقدمه‌ای آورده شده است تا ذهن خواننده با مفاهیم بنیادی مجدداً آشنا شود. در هر فصل مثالهایی آورده شده که با دقت انتخاب و مرتب شده‌اند.

اولین مثال مفاهیم بنیادی را به ساده‌ترین وجه ممکن معرفی می‌کند. در مثالهای بعد مفاهیم جدید معرفی و زمینه‌هایی که ممکن است ایجاد اشکال نماید مطرح و سپس تمام مطالب به روشنی جمع‌بندی شده است. در پایان هر فصل بجز فصل اول مسایلی طرح شده تا نکات مختلف بیان شده را به طور مشخصی طرح نماید. توصیه می‌شود خواننده مسایل را تا حد امکان حل نماید چرا که تمرین بهترین وسیله برای شروع یادگیری روشهای خمیری است.

استوارت موی

Stuart S.J. Moy

مقدمه مترجم

تحلیل و طراحی سازه‌ها بر اساس بارهای نهایی بیش از ۷۵ سال قدمت دارد. روش تحلیل خمیری برای اولین بار توسط دکتر Gabor kazinczy ارائه شد، او که یک مجارستانی بود نتایج روش خود را در سال ۱۹۱۴ میلادی منتشر نمود. اولین آزمایش‌های مربوطه در آلمان بوسیله Maier-Leibnitz انجام گردید و نشان داد که ظرفیت نهایی تیر یکسره بستگی به نشست تکیه‌گاه‌ها ندارد. کوشش‌های Van-den-broek در همین کشور و J.F.Baker و همکارانش در بریتانیا به نتایجی انجامید که اکنون به عنوان طرح خمیری سازه‌ها مطرح می‌شود. پیشرفت تحلیل به روش خمیری توسط Neal و Symond انجام گرفت در آمریکا در دانشگاه Lehigh، انستیتوی آمریکایی فولاد در مورد رفتار خمیری سازه‌ها مطالعات زیادی کرده است. بدون شک پیشرفت‌های اخیر روش‌های خمیری سازه‌ها حاصل کوشش‌های بسیاری دیگر از محققین این رشته است که در اینجا نامی از ایشان برده نشده، لیکن در قسمت مراجع نام تعدادی از آنها آورده شده است.

در حال حاضر روش‌های خمیری برای تحلیل و طراحی تیرهای یکسره و قاب‌های کسوتاه در کشورهای زیادی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در اروپا برای سازه‌های فولادی این روش توسعه زیادی یافته و بجای آنکه تنها یکی از روش‌های طراحی بشمار آید، هم اکنون نقش مهمتری ایفا می‌کند. این موضوع بخصوص با دورنمای استفاده از حالات حدی طراحی در آیین‌نامه‌های جدید، واقعیت بیشتری می‌یابد.

نظر به اینکه در کشور ما روش‌های طراحی خمیری مورد توجه زیادی واقع نشده است لذا ترجمه متونی در این زمینه ضروری به نظر می‌آید. کتابهایی که در مورد روش‌های خمیری سازه‌ها تألیف شده‌اند، نظر به تمایل نویسنده، بعضی بطور عمده نظری و برخی جنبه عملی داشته‌اند. در این میان نویسنده‌هایی سعی داشته‌اند که به منظور تفهیم بهتر موضوع، هر

دو جنبه را مورد نظر و تأکید قرار دهند . کتاب حاضر از جمله کتبی است که مطالب نظری و عملی را به‌طور خلاصه و با بیانی خاص طرح نموده‌است . در این کتاب استفاده از روش خمیری برای طراحی سازه‌های بتن‌آرمه نیز مورد بحث قرار گرفته و روشهای خط سیلان و نواری هیلبرگ در مورد تاوله‌های بتن‌آرمه تشریح شده است . این روش طراحی که تا کنون کمتر مورد توجه متخصصین ما قرار گرفته ، از جمله روشهای محاسباتی دقیق و توانمند است که آموزش آن لازم می‌باشد . اینجانب در طول مدتی که به تدریس درس طرح خمیری سازه‌ها اشتغال داشته‌ام ، از بین کتابهایی که در این زمینه تألیف شده‌است این کتاب را به عنوان شروع کار مناسبتر تشخیص داده و پیشنهاد می‌کنم ، امید است مورد توجه دانش‌پژوهان عزیز قرارگیرد . در پایان از همکاری آقای دکتر فریدون ایرانی که مطالب کتاب را مطالعه و در جهت تصحیح آن پیشنهادهای ارزنده‌ای ارائه داده‌اند قدردانی می‌کنم ، همچنین از آقای مجید جاودانی شاهدهین بخاطر ویرایش ادبی کتاب و سرکار خانم عزت شادمهری جهت تایپ کتاب و سایر دست‌اندرکاران مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه فردوسی که با امکانات ناچیز خود چاپ این کتاب را به نحو شایسته‌ای انجام داده‌اند کمال تشکر را دارم .

محمد رضا اصفهانی

عضو هیأت علمی دانشکده مهندسی

خرداد ماه ۱۳۷۰

علائم

در مراجع مختلف علمی استفاده از یک علامت جهت مفاهیم مختلف و یا استفاده از چند علامت با معنی یکسان متداول بوده است . در این کتاب نیز ضمن تعریف هریک از علائم ، از قاعده بالا استفاده شده است . همچنین از پانویس برای نشان دادن علائم مختلف جهت رساندن مفهومی خاص ، استفاده می شده است . این روش در کتاب حاضر نیز به کار گرفته شده است .

نیروها

C, T نیروهای فشاری و کششی برآیند حاصل از خمش

F نیروی محوری عضو در یک خریای مفصلی

N نیروی برشی در یک عضو خمشی

P نیروی محوری در یک عضو خمشی

SF نیروی برشی (مخفف)

q بار گسترده روی دال

UDL بار گسترده یکنواخت (مخفف)

λ ضریب بار

λ' تغییر در ضریب بار

λ_c ضریب بار فروریختگی

V, H واکنشها یا بارهای اعمال شده عمودی و افقی

w بار اعمال شده

w, Q بار خطی

لنگرها

- BM لنگر خمشی (مخفف)
 BMD نمودار لنگر خمشی (مخفف)
 FEM لنگر گیرداری (مخفف)
 M لنگر، مقدار لنگر خمشی، لنگر مقاوم در واحد طول
 M_p لنگر خمیری
 M_p' لنگر کاهش یافته خمیری
 M_e لنگر خمیری کاهش یافته
 xii لنگر خمشی حاصل از تحلیل ارتجاعی
 M_n لنگر در واحد طول و عمود بر خط سیلان
 β_{red} ضریب پخش (علامت T بین نامه CP 110)

خواص مقاطع و مصالح

- A سطح مقطع
 A_s سطح مقطع فولاد
 b عرض
 d ارتفاع کل، ارتفاع مؤثر فولاد کششی
 d_1 ارتفاع مؤثر فولاد فشاری
 E ضریب یانگ^۱
 E_{sh} شیب منحنی تنش - کرنش در شروع کرنش سختی
 f_c مقاومت مکعبی بتن
 G تابع وزن سازه
 G' قسمت متغیر تابع وزن
 g وزن واحد طول
 l لنگر دوم سطح
 l طول مؤثر
 l/r ضریب لاغری

r شعاع ژیراسیون $[= \sqrt{I/A}]$

S اساس مقطع خمیری

t_f ضخامت بال

t_w ضخامت جان

x ارتفاع تا محور کرنش صفر در یک تیر بتنی (علامت مربوط به CP 110)

Z اساس مقطع

γ کرنش برشی

ϵ کرنش محوری

σ تنش محوری

σ_y تنش تسلیم

τ تنش برشی

τ_y تنش تسلیم برشی

طولها و تغییر مکانها

c خروج از مرکزیت

L, h ابعاد بیرونی

l, a, b ابعاد

R شعاع

s فاصله، در طول یک خط سیلان

x, y, z محورهای مختصات، فواصل در محورهای مختصات

$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \phi$ زاویه‌ها، دورانها

Δ, δ تغییر مکانها

χ انحنا

سایر علائم

c, n, k مقادیر ثابتها، نسبتها

i نسبت لنگرهای مقاوم مثبت و منفی

K ضریب تصحیح هیلبرگ^۱

m تعداد مکانیزمهای اولیه (اصلی)

n تعداد مفصلهای خمیری

p تعداد مفصلهای خمیری ممکن

r درجه نامعینی

YL خط سیلان (مخفف)

μ مقیاس اورتوتروپی در دالها^۱

قرارداد علائم

در این کتاب مناسبترین قرارداد علائم مورد استفاده قرار گرفته است. تنشها، کرنشها و نیروهای محوری کششی، مثبت فرض شده و تنشها در فصل ششم نیروهای فشاری نیز مثبت در نظر گرفته شده است. لنگرهای خمشی در سمتی از عضو که تحت کشش است رسم شده است. فرض براین است که لنگر خمشی مثبت باعث ایجاد کشش در قسمت تحتانی تیر و یا قسمت چپ ستون گردد.

۱ - نسبت ظرفیت لنگرهای مقاوم در دو جهت فولادگذاری مثبت یا منفی دال (مترجم)

مفاهیم کلی

۱ - ۱ مقدمه

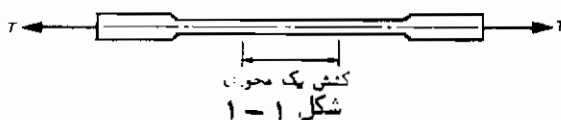
مطالبی که در ارتباط با آموزش تحلیل سازه مطرح می‌شود شامل یک سری اصول اولیه^۱ تعادل، نظریه ساده خمشی، کار مجازی و بالاخره تحلیل سازه‌های با اتصالات صلب است. اختلاف عمده‌ای که در تحلیل سازه‌ها پیش می‌آید وقتی است که وضعیت آنها از حالت تعادل معین (یعنی قابل تحلیل به کمک معادلات تعادل) به حالت نامعین تعادل در می‌آید (به‌طوری که برای تحلیل آنها بایستی از ترکیب معادلات تعادل و سازگاری تغییر شکلها استفاده کرد). محاسبات سازه‌های نامعین همواره مشکلاتی برای دانشجویان این رشته به وجود می‌آورد.

روش سنتی تحلیل براساس این فرض است که تنشهای سازه - که ناشی از اعمال بارها می‌باشد - در محدوده ارتجاعی مصالح بوده لذا تغییر مکانها کوچکند. این روش به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. به هر حال، در حدود بیش از سی سال گذشته روش دیگری ابداع شد که امکانات تازه‌ای را فراهم آورده است. در روش جدید اساس مسأله به صورت دیگری مطرح می‌شود. بدیهی است که می‌توان به هر سازه آنقدر بار اعمال نمود تا به حالت فروریختگی برسد. در این روش جدید، هدف تعیین همین مقدار بار می‌باشد. برای رسیدن به این هدف لازم است که به وضعیت سازه در موقع فروریختگی پی برده و رفتار آن را موقعی که تنشهای مصالح از حد ارتجاعی فراتر رود بشناسیم. با چنین فلسفه‌ای تحلیل و طراحی به روش خمیری صورت می‌گیرد. یکی از نکات ممتاز و مهم روشهای خمیری آن است که محاسبات مربوط به آن معمولاً ساده‌تر از روشهای سنتی می‌باشد.

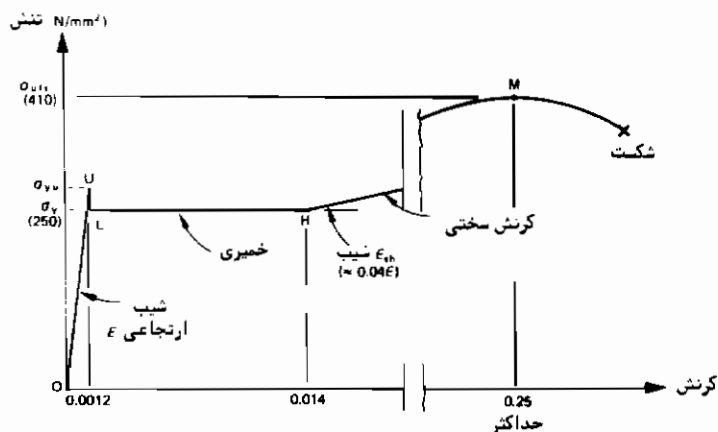
اگر رفتار سازه‌ها را در حین افزایش بار، از بار صفر تا بار گسیختگی مورد بررسی قرار دهیم، ما را در درک مفاهیم مربوط به روشهای خمیری کمک خواهد کرد. موضوع فوق با دو مثال تشریح می‌گردد، ولی قبل از پرداختن به آنها لازم است خواص مصالح مورد استفاده در سازه را بشناسیم.

۱-۲ - فولاد نرمه - ماده‌ای تقریباً کامل برای تحلیل خمیری

ساده‌ترین آزمایش مکانیکی، آزمایش کشش روی میله بلند و تحت نیروی کنترل شده می‌باشد. (شکل ۱-۱) در میانه میله، دور از دو انتهای گیره، کشش تک‌محوری خالص وجود دارد.



اگر از دیاد طول نمونه‌ای از فولاد نرمه (مثلاً کرنش) در این محدوده اندازه‌گیری شود و برحسب تغییرات نیروی اعمال شده (به صورت تنش) رسم گردد، منحنی تنش-کرنش مشابه شکل ۲-۱ حاصل می‌شود. در کرنشهای کوچک تنش به صورت مستقیم با کرنش متناسب است (منطقه OU). ماده ارتجاعی است، و شیب E ضریب یا ننگ نامیده می‌شود.



شکل ۲-۱

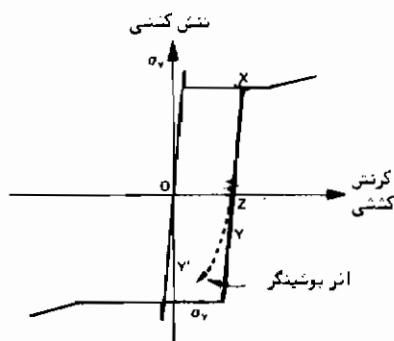
مقدار متوسط E تقریباً 205 kN/mm^2 می‌باشد، نقطه U حد تناسب مستقیم بین تنش و کرنش می‌باشد. وقتی این حد فرا می‌رسد یک افت سریع در تنش تا نقطه L به وجود می‌آید. U نقطه حد بالایی تسلیم نامیده می‌شود که در آنجا تنش σ_{yu} است. مقدار σ_{yu}

بستگی به شکل مقطع نمونه و نوع دستگاه آزمایش کننده دارد. در بسیاری از نیمرخهای رایج فولاد ساختمانی که به صورت گرم نورده اند، تنشهای پسماند ناشی از نورده نقش مؤثری در جابجایی نقطه U دارند. از این رو نقطه حد بالایی دارای اهمیت عملی نمی باشد. تنش مربوط به نقطه L تنش تسلیم نام دارد که در نمونه آزمایشی 250 N/mm^2 برای فولاد نرمه می باشد.

گرنش در تنش تسلیم تقریباً 0.0012 است. به ازای گرنش بیش از این مقدار هیچ گونه افزایش تنش لازم نمی شود. رفتار در منطقه LH نمودار، رفتار خمیری نامیده می شود. (افزایش گرنش بدون آنکه تنش تغییر کند جریان خمیری نامیده می شود). انتسهای قسمت افقی نمودار، H، در موارد مختلف، متفاوت است اما مقدار گرنش مربوط به نمونه 0.014 می باشد. بنابراین گرنش در قسمت افقی نمودار حداقل ده برابر گرنش در نقطه تسلیم است. بعد از نقطه H، برای آنکه گرنش افزایش یابد بایستی تنش را افزایش داد ولی اینک نسبت بین آنها غیر خطی است این پدیده را گرنش سختی^۲ نامیده اند. شیب اولیه E_{sh} این قسمت تقریباً ۴ درصد مدول ینگ E است. در یک گرنش حداقل 0.2 ، یعنی ۲۰ درصد افزایش در طول نمونه، تنش به مقدار ماکزیمم خود می رسد (نقطه M). این تنش مقاومت نهایی کششی σ_{uts} نامیده می شود و مقدار آن در مثال تقریباً 410 N/mm^2 است. افزایش بیشتر گرنش باعث لاغر شدن عضو و سرانجام شکست عضو به شکل مخروطی می شود. آزمایشهای دقیق نشان داده اند که منحنی تنش-گرنش برای فولاد نرمه در فشاری تا حد نقطه حداکثر تنش درست مشابه حالت کشش است، بنابراین کل نمودار مطابق شکل ۱-۳ می باشد. اگر نمونه مثلاً تا نقطه X بارگذاری و سپس بار برداری شود، ابتدا تغییر در گرنش ارتجاعی است (شیب E) که در شکل با خط XY نشان داده شده است. وقتی تنش به مقدار σ_y در حالت فشاری می رسد می توان جاری شدن خمیری فشاری را به صورت ایده آل مطابق شکل نشان داد. رفتار واقعی به صورت خط چین XY' می باشد که نشان دهنده کاهش آشکار در تنش تسلیم فشاری می باشد. انحراف از مسیر ایده آل را اثر بوشینگ^۳ نامند.

رفتار ارتجاعی-خمیری در شکل ۱-۴ نشان داده شده است. این رفتار ایده آل با در نظر گرفتن موارد زیر برای فولاد نرمه پذیرفتنی است.

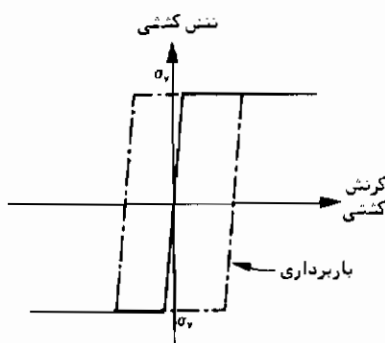
۱- حذف حد بالایی تسلیم. این موضوع اشکالی ایجاد نخواهد کرد و در بسیاری از اعضای سازه ای اثری نخواهد داشت.



شکل ۱-۳

۲- حذف کرنش سختی. این موضوع باعث ایجاد مقدار کمی خطا می‌شود زیرا قسمت‌هایی از بسیاری از سازه‌ها به هنگام فروریختن، در منطقه کرنش سختی می‌باشند. به هر حال به دلیل شیب کم (E_{sh}) خطا کم است و چون کرنش سختی باعث افزایش در مقاومت می‌گردد حذف آن مطمئن‌تر است.

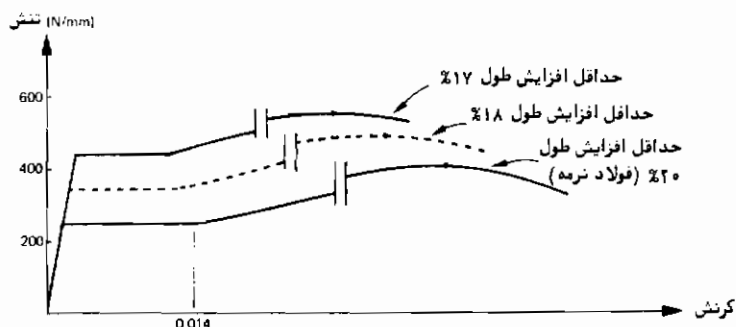
۳- حذف اثر بوشینگر. این موضوع باعث بروز خطاهایی می‌شود که معمولاً "کوچک هستند". شکل ۱-۳ نشان می‌دهد که هرگاه تنش تا صفر کاهش می‌یابد (نقطه Z) در منحنی کمی تغییر شکل به وجود می‌آید. در سازه‌ها جایی که تغییر علامت کامل تنش امکان‌پذیر است خطا قابل ملاحظه می‌شود.



شکل ۱-۴

فولاد نرمه تنها نوع فولاد ساختمانی نیست - از انواع با مقاومت بالای آن نیز معمولاً استفاده می‌شود. آن گونه که در شکل ۱-۵ نشان داده شده است در مقاومت‌های بالا انعطاف‌پذیری کاهش می‌یابد. بایستی در استفاده از تحلیل خمیری این چنین فولادها

دقت و ملاحظه نمود. این موضوع در فصل ۶ مفصلتر بیان خواهد شد.



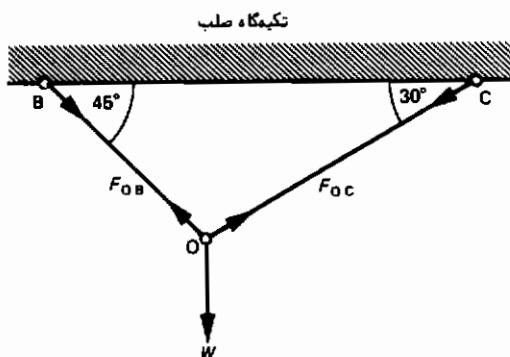
شکل ۱-۵

۱-۳ رفتار سازه‌ها تحت اثر بار متغیر چگونه است؟

برای آنکه به‌گونه‌ای ساده و بدون ایجاد اشکال زیاد از نظر ریاضی و موضوعی مفاهیم مهم و مختلف مطرح شود، به‌ذکر دو مثال در مورد خرابی‌های مفصلی می‌پردازیم. این نوع خرابی‌ها هرگز به منظوره‌ای کاربردی ساخته نمی‌شوند، اما می‌توان آنها را خرابی‌هایی ساخته شده از فولاد نرمه تصور کرد.

۱-۳-۱ خرابی کششی معین

خرابی شکل ۱-۶ به‌صورت استاتیکی معین است یعنی به‌وسیله معادلات تعادل می‌توان آن را به‌گونه‌ای کامل تحلیل کرد. بار قائم W که در نقطه O اعمال شده است، دو عضو OB



شکل ۱-۶

و OC را تحت کشش قرار می‌دهد نیروهای داخلی نامعلوم F_{OB} و F_{OC} هستند .
برای تعادل در نقطه O

$$F_{OB} \cos 45^\circ = F_{OC} \cos 30^\circ$$

یعنی :

$$F_{OB} \frac{1}{\sqrt{2}} = F_{OC} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F_{OB} = 1.225 F_{OC} \quad (1-1)$$

معادله تعادل در جهت قائم در نقطه O

$$F_{OB} \sin 45^\circ + F_{OC} \sin 30^\circ = W \quad (2-1)$$

با جابجایی معادله ۱-۱ در معادله ۲-۱ خواهیم داشت .

$$F_{OB} = 0.897 W \quad (3-1)$$

$$F_{OC} = 0.732 W$$

فرض می‌شود که OB دارای سطح مقطع A و OC دارای سطح مقطع 2A می‌باشد ، بنابراین

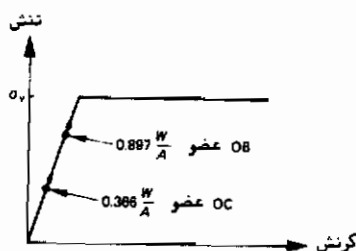
$$\text{تنش در OB} = 0.897 \frac{W}{A} \quad (4-1)$$

$$\text{تنش در OC} = 0.366 \frac{W}{A}$$

این تنش‌ها بوسیله دو نقطه در منحنی تنش - کرنش شکل ۲-۱ مشخص شده‌اند . همان گونه که مقدار W افزایش می‌یابد دو نقطه به طرف بالا حرکت می‌کنند تا این که تنش در عضو OB به تنش تسلیم می‌رسد ، باری که به ازای آن مسأله اخیر اتفاق می‌افتد را می‌توان از معادله زیر بدست آورد .

$$0.897 \frac{W}{A} = \sigma_y \quad (5-1)$$

هر افزایش در مقدار W باعث ایجاد جریان خمیری در عضو OB می‌شود ، به گونه‌ای که در آن عضو تنش به مقدار σ_y ثابت می‌ماند . در این حالت معادلات ۴-۱ و ۳-۱ دیگر پذیرفته نخواهند بود زیرا تنش در عضو OB اکنون مستقل از W می‌باشد . از آنجا که معادلات ۳-۱ از معادلات تعادل ۱-۱ و ۲-۱ به دست آمده‌اند ، آنها نیز نمی‌توانند صحیح باشند و



شکل ۱-۷

سازه در تعادل نخواهد بود. به‌طور فیزیکی طول OB بدون معانعت افزایش می‌یابد و نقطه O جابجا می‌شود. این عدم تعادل "فروریختگی" سازه نامیده می‌شود. بیشترین بار که به‌ازای آن تعادل برقرار است بار "فروریختگی" (W_c) خوانده می‌شود. از معادله ۱-۵

$$W_c = 1.115 A \sigma_y \quad (۱-۶)$$

در این مثال دو نکته مهم روشن شده است.

۱- در سازه به‌طور استاتیکی معین، فرو ریختگی آنگاه رخ می‌دهد که عضوی که دارای بیشترین تنش است جاری گردد.

۲- بار فروریختگی به‌نیروی که باعث جاری شدن عضو ($A\sigma_y$) می‌شد وابستگی دارد. مقدار ثابت (۱/۱۱۵ در این حالت) فقط به مشخصات هندسی اعضاء بستگی دارد.

۱-۳-۲ خرابای کششی نامعین

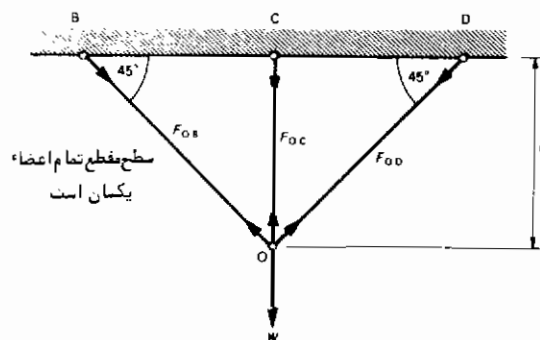
۱-۳-۲-۱ تحلیل تا حد فرو ریختگی

شکل ۱-۸ خرابایی را با سه عضو و یک بار قائم W نشان می‌دهد.

سه نیروی مجهول وجود دارد. بنابراین سه معادله مستقل برای پیدا کردن نیروها لازم است. قالی^۴ و نویل^۵ [۱] روش ساده‌ای برای تعیین درجه نامعینی این نوع از خرابا ارائه کرده‌اند، این روش نشان می‌دهد که درجه نامعینی در سازه فوق یک است. برای تعیین نیروهای نامعین لازم است هردو معادله تعادل و سازگاری در نظر گرفته شود.

برای تعادل در جهت قائم در نقطه O

$$F_{OB} \sin 45^\circ + F_{OC} + F_{OD} \sin 45^\circ = W \quad (۷-۱)$$

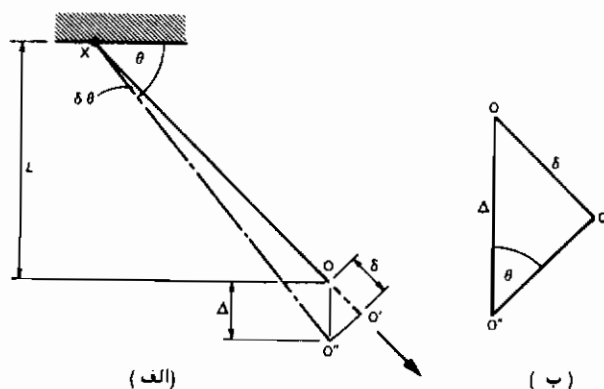


شکل ۸-۱

به دلیل تقارن سازه و بارها، مشخص است که نقطه O بایستی به طرف پایین و عمودی تغییر مکان یابد و عضو OB باندازه عضو OD تغییر شکل دهد (کشیده شود)، از آنجا که اعضا مشابهند (از نظر مقطع) خواهیم داشت.

$$F_{OB} = F_{OD} \quad (۸-۱)$$

معادلات (۷-۱) و (۸-۱) برای تعیین نیروهای اعضا کفایت نخواهند کرد.



شکل ۹-۱

اکنون عضو مورب شکل (۹-۱ الف) را در نظر بگیرید. وقتی نیروی کششی F_{OX} اعمال می‌گردد این عضو به اندازه δ افزایش طول می‌دهد. برای آن که نقطه O به صورت عمودی به نقطه "O انتقال یابد عضو (عضو کش آمده O'X) بایستی حول نقطه X دوران نماید. اگر تغییر طول کششی نسبت به طول عضو کوچک باشد (تغییر طول کششی موقعی که عضو جاری می‌شود حدود ۱/۵ درصد طول می‌باشد)، زاویه $\delta\theta$ به اندازه‌ای که قابل حذف شدن باشد کوچک است (اگر θ برابر 45° باشد در نقطه جاری شدن $\delta\theta$ به اندازه 4' خواهد بود). در مثلث "OO'O" زاویه OO'O مساوی با θ می‌باشد (شکل ۹-۱ ب) و

$$\delta = \Delta \sin \theta \quad (9-1)$$

اگر عضو OX ارتجاعی باشد، نسبت $\frac{\text{تنش}}{\text{کرنش}}$ مساوی ضریب ارتجاعی خواهد بود، بنابراین

$$\frac{F_{OX}}{A} \bigg/ \frac{\delta}{OX} = E$$

با قرار دادن مقادیر δ و OX داریم:

$$F_{OX} = \frac{AE}{L} \Delta \sin^2 \theta \quad (10-1)$$

اگر نقطه O به اجبار در جهت قائم حرکت کند سازگاری تأمین خواهد شد. از اینرو معادلات (۹-۱) و (۱۰-۱) برای اعضای خرپا قابل استفاده خواهند بود.

$$\delta_{OB} = \delta_{OD} = \Delta \sin 45^\circ = \Delta / \sqrt{2} \quad (11-1)$$

$$\delta_{OC} = \Delta \sin 90^\circ = \Delta$$

و

$$F_{OB} = F_{OD} = \frac{AE}{L} \Delta \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{AE\Delta}{2L} \quad (12-1)$$

$$F_{OC} = \frac{AE\Delta}{L}$$

که Δ تغییر مکان قائم نقطه O خواهد بود. از معادله (۱۲-۱) ملاحظه می‌گردد که

$$2F_{OB} = F_{OC} \quad (13-1)$$

معادله (۱۳-۱) به همراه معادلات (۷-۱) و (۸-۱) برای محاسبه نیروهای اعضاء لازم هستند. با جابجایی معادله (۸-۱) در معادله (۷-۱) داریم:

$$\sqrt{2} F_{OB} + F_{OC} = W \quad (14-1)$$

و با جابجایی معادله (۱۳-۱) در معادله اخیر داریم:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) F_{OC} = W \quad (15-1)$$

$$F_{OC} = 0.585W$$

$$F_{OB} = F_{OD} = 0.293W \quad (16-1)$$

وقتی بار تا مقدار W_1 افزایش یابد عضو OC جاری می‌شود، خواهیم داشت

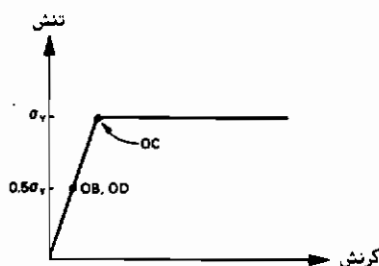
$$\frac{0.585W_1}{A} = \sigma_y$$

$$W_1 = 1.709 A\sigma_y \quad (17-1)$$

تنشها در کلیه اعضاء در شکل (۱۰-۱) نشان داده شده است. تنش در اعضای OB و OD برابر $\sigma_y/5$ می‌باشد. خیز نقطه O در موقعی که جاری شدن شروع می‌شود از معادله (۱۲-۱) به دست می‌آید.

$$F_{OC} = A\sigma_y = \frac{AE\Delta_1}{L}$$

$$\Delta_1 = \frac{L\sigma_y}{E} \quad (18-1)$$



شکل ۱-۱۰

تا کنون این مثال تنها نوع پیچیده‌تری از مثال قسمت ۱-۱-۳ بوده است، اما از این به بعد تفاوت‌های مهمی وجود دارد. اگرچه OC جاری شده و در نتیجه نیروی آن به مقدار $A\sigma_y$ رسیده است ولی نقطه O نمی‌تواند آزادانه تغییر مکان دهد زیرا بوسیله اعضای باقیمانده ارتجاعی مهار شده است. وقتی W افزایش یابد فقط دو نیروی نامعلوم وجود دارد، بنابراین جاری شدن عضو OC درجه نامعینی را (یک درجه) کاهش داده است. معادله (۱-۱۵) بصورت زیر در می‌آید.

$$\sqrt{(2)} F_{OB} = W - A\sigma_y \quad (1-19)$$

بنابراین

$$F_{OB} = 0.707 (W - A\sigma_y) \quad (1-20)$$

اکنون بدون مراجعه به معادلات سازگاری مسأله به کمک معادلات تعادل حل می‌شود، زیرا خرپا معین شده است. OB و OD وقتی جاری می‌شوند که:

$$F_{OB} = A\sigma_y \quad (1-21)$$

با جایگزینی معادله (۱-۲۰) در معادله (۱-۲۱) بار W_2 به دست می‌آید.

$$0.707 (W_2 - A\sigma_y) = A\sigma_y$$

$$W_2 = 2.414 A\sigma_y \quad (1-22)$$

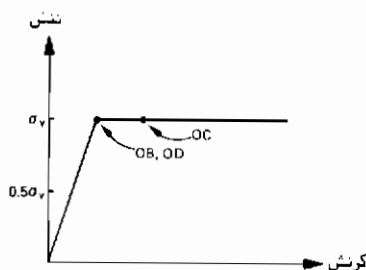
به کمک معادله (۱-۲۱) (برای عضو OB که تا این مقدار بار، ارتجاعی باقیمانده است) خیز مربوطه یعنی Δ_2 در نقطه O به دست می‌آید.

$$\Delta_2 = \frac{2L\sigma_y}{E} \quad (1-23)$$

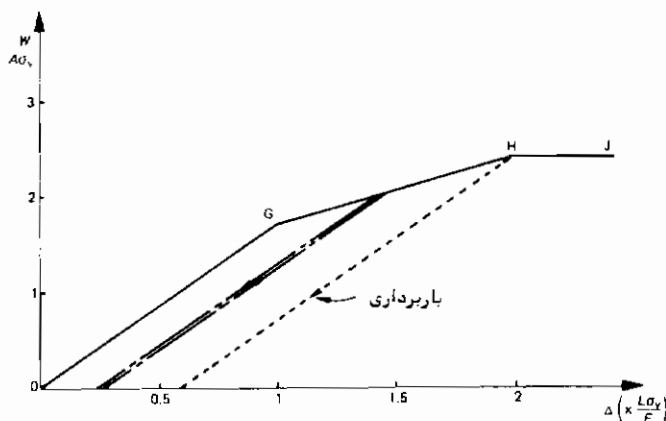
تنشهای اعضا هم‌ازای بار W_2 در شکل (۱-۱۱) ترسیم شده است. از آنجا که تمام اعضا اکنون جاری شده‌اند، W_2 بار فروریختگی (W_c) خرپا می‌باشد.

لحظه‌ای را که بار W_2 اعمال می‌شود "نقطه فروریختگی" نامند. در این لحظه سازه تعادل ناپایدار خواهد داشت. کوچکترین حرکتی تعادل آنرا بهم خواهد زد، جریان خمیری در

تمام اعضا بوجود آمده و نقطه O در جهت نامعلومی حرکت خواهد نمود.



شکل ۱-۱۱



شکل ۱-۱۲

نتایج تحلیل در این حالت در شکل (۱۲-۱) و جداول (۱-۱) و (۲-۱) جمع‌آوری شده است. نکات مهم متعددی وجود دارد که از تحلیل حاصل می‌گردد. این نکات عبارتند از:

۱- هرگاه یک عضو جاری می‌شود درجه نامعینی یک درجه کاهش می‌یابد. این موضوع وقتی که عضو OC جاری شد در تحلیل مطرح گردید. وقتی خرپا از نظر استاتیکی معین شد جاری شدن یک عضو دیگر باعث شکست خواهد گردید (آنچنان که در مثال ۱-۱-۳ مطرح شد). در این حالت به دلیل تقارن، دو عضو توأماً جاری شدند. این کاهش درجه نامعینی سازه عامل کنترل‌کننده مفیدی می‌باشد. با تعیین درجه نامعینی سازه، محاسبه حداقل تعداد اعضای که برای فروپختگی لازم است ساده خواهد بود.

۲- توزیع مجدد نیروهای داخلی. جدول ۱-۱ نسبت مقادیر نیروهای داخلی را با توجه به بارهای W_1 و W_c نشان می‌دهد.

جدول ۱-۱	مقادیر نسبی نیروهای عضو	
	w_1	w_c
بار		
F_{OC}/F_{OC}	۱	۱
F_{OB}/F_{OC}	۰/۵	۱
$F_{OB} : F_{OC}$	۱:۲	۱:۱

بدیهی است به محض جاری شدن یک عضو، مقادیر نسبی بطور مؤثری تغییر می‌کند. اعضای که در ابتدا سهم کمتری در باربری داشته‌اند به تدریج سهم بیشتری از بار اعمال شده را تحمل می‌کنند. این موضوع "پخش مجدد نیروهای داخلی" نام دارد که یک خصوصیت مهم رفتار سازه‌ای می‌باشد.

۳- کاهش سختی. شکل (۱-۱۲) نموداری از بار اعمال شده w (ترسیم شده بر حسب $w/A\sigma_y$) بر حسب خیز Δ می‌باشد. نمودار بوسیله سه خط مستقیم تعریف شده که به تدریج افقی می‌شود. این نمودار به صورت مقادیر عددی در جدول (۱-۲) برده شده است. شیب نمودار (نسبت تغییر بار به خیز $dw/d\Delta$) معرف سختی سازه است. در ابتدا سختی بیشترین مقدار را داراست، اما هر زمان که یک عضو جاری می‌شود (یک کاهش در درجه نامعینی بوجود می‌آید) یک افت ناگهانی در سختی ایجاد می‌شود. در حالت نهایی (HJ) وقتی که تمام اعضا جاری شدند خط افقی نشان دهنده سختی صفر است. از اینرو به تعبیر دیگر می‌توان گفت فرو ریختگی زمانی است که سختی سازه صفر می‌شود.

جدول ۱-۲

قسمتی از شکل ۱-۱۲	شیب $\frac{dw}{d\Delta}$ $\left(\times \frac{AE}{L} \right)$
OG	1.707
GH	0.707
HJ	0

می‌گردد کمتر هستند. مثال ذکر شده به نحوی انتخاب شده است که نتیجه فوق را تأمین نماید ولی بدیهی است که در بعضی از سازه‌ها توزیع مجدد نیروهای داخلی می‌تواند طوری باشد که در باربرداری باعث جاری شدن در جهت مخالف گردد. بدیهی است محاسبات مربوط به تحلیل فوق بسیار پیچیده بوده و به خصوص که اثر پوشینگر نیز در آن داخل می‌شود. اگر در راه رسیدن به بار صفر، خرپا مجدداً "بارگذاری شود، رفتاری در جهت معکوس خواهد داشت. و این همان چیزی است که پیش‌بینی می‌شد زیرا در تمام اعضاء حالت ارتجاعی دوباره ظاهر شده و افزایش بار باعث تغییرات ارتجاعی تا نقطه تسلیم می‌گردد. زمانی که بار به مقدار W_c برسد جاری شدن در تمام اعضاء در یک زمان به وجود می‌آید. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که چنانچه پس از آنکه عضوی از نقطه تسلیم گذشت، باربرداری گردد مسیر تغییرات نیروهای عضو عوض می‌شود ولی این مسأله هیچ اثری در بار فرو ریختگی ندارد. اگر قبل از رسیدن به نقطه فرو ریختگی باربرداری صورت گیرد بحث فوق بازهم صحیح می‌باشد، این موضوع نیز در شکل ۱-۱۲ نشان داده شده است.

۱-۳-۲-۳ اگر طول اعضاء به درستی اجرا نشود چه اتفاقی می‌افتد؟

هرگاه طول بعضی اعضاء در یک سازه نامعین به درستی اجرا نشوند که اغلب به آن خطای نصب گویند، لازم است مفصلها با نیرویی به سمت یکدیگر برده شوند. این موضوع یک سیستم نیرو در اعضا به وجود می‌آورد. برای این که نشان داده شود چه اتفاقی می‌افتد، سازه‌ای همانند سازه قبل را در نظر بگیرید، ولی عضو OC را به اندازه $Lo_y/E = 75/10^6$ مطابق شکل ۱-۱۳ کوتاه تر فرض کنید، برای اینکه دو مفصل بهم برسند، نیروی F را اعمال می‌کنیم، در اعضای مورب شکل ۱-۱۳ الف نیروی F نقطه O را به اندازه δ_1 بالا می‌کشد. در عضو دیگر OC شکل ۱-۱۳ ب، نیروی F نقطه O را به اندازه δ_2 پایین می‌برد. در شکل ۱-۱۳ با توجه به تقارن

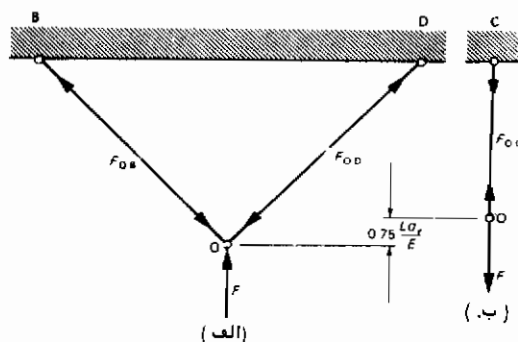
$$F_{OB} = F_{OD}$$

برای تعادل در جهت قائم، شکل ۱-۱۳ الف (نیروی عضو فشاری منفی است)

$$\sqrt{(2)}F_{OB} = -F$$

برای تعادل در جهت قائم، شکل ۱-۱۳ ب

$$F_{OC} = F$$



شکل ۱-۱۳

با جابجایی در معادله ۱۲-۱ (خیز در جهت پایین مثبت است) داریم:

$$\delta_1 = \frac{2F_{OB}L}{AE} = \frac{-\sqrt{2}FL}{AE} \quad (۱-۲۷)$$

$$\delta_2 = \frac{F_{OC}L}{AE} = \frac{FL}{AE}$$

برای از بین بردن فاصله و بستن اعضا

$$|\delta_1| + |\delta_2| = \frac{0.75L\sigma_y}{E} \quad (۱-۲۸)$$

با جابجایی معادله ۱-۲۷ در معادله ۱-۲۸ داریم:

$$(\sqrt{2} + 1) \frac{FL}{AE} = \frac{0.75L\sigma_y}{E}$$

بنابراین

$$F = 0.311A\sigma_y$$

$$F_{OB} = -0.220A\sigma_y$$

$$F_{OC} = 0.311A\sigma_y$$

(۱-۲۹)

$$\delta_1 = \frac{-0.439L\sigma_y}{E}$$

در روند اتصال اعضا نیروهای F یکدیگر را خنثی می‌کنند به نحوی که برآیند نیروی وارده به سازه صفر گردد. بنابراین همانطور که در قسمت قبل گفته شد اولین تأثیر خطای نصب ایجاد مجموعه‌ای از نیروهای پس ماند متعادل و تغییر مکانهای دائمی است.

وقتی بار W روی خرپا گذاشته می‌شود، نیروی اعضاء تغییر می‌یابد. رفتار خرپا ضمن افزایش بار W مطابق آنچه در قسمت ۱-۲-۳ گفته و در جدول ۳-۱ جمع‌بندی شده است دنبال می‌شود.

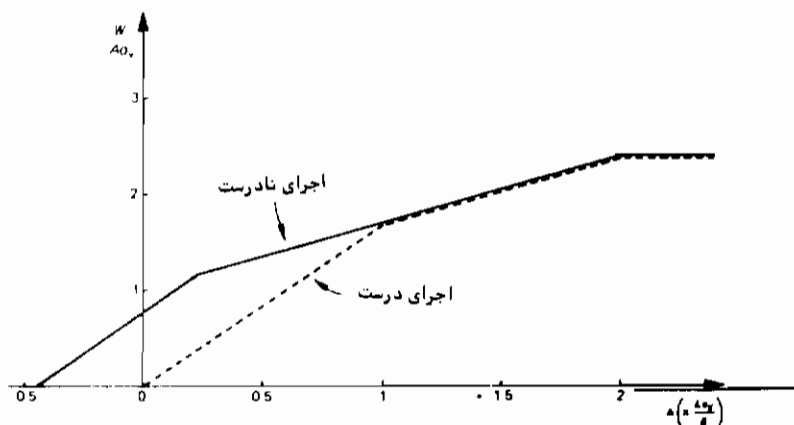
جدول ۳-۱

$W/A\sigma_y$	$F_{OB}/A\sigma_y$	$F_{OC}/A\sigma_y$	$\Delta \left(x \frac{L\sigma_y}{E} \right)$
0	-0.220	0.311	-0.439
1.178	0.125	1	0.250
2.414	1	1	2

فروریختگی

منحنی بار، تغییر مکان این حالت و حالتی که در آن خرپا صحیح اجرا شده باشد در شکل ۱۴-۱ ترسیم شده است. در بارهای کم منحنیها با هم اختلاف دارند ولی با جاری شدن اعضاء مختلف به سمت هم نزدیک و در نقطه فروریختگی برهم منطبق می‌شوند. در این نقطه بار و تغییر مکان در هر دو حالت یکسان هستند.

توزیع مجدد نیروهای داخلی باعث می‌شود که خطای نصب اثری در مقدار بار فرو ریختگی نداشته باشد. خطای نصب باعث می‌شود که توزیع مجدد نیروها به اشکال مختلف انجام شود و جریانهای خمیری متفاوتی بوجود آید ولی به هر حال نتیجه نهایی یکی خواهد بود.



شکل ۱-۱۴

۱-۲-۴ تعیین بار فروریختگی محاسبات را بسیار آسان می‌سازد ، از آنجا که در نظر گرفتن عامل خطای نصب در تعیین بار فروریختگی اثری ندارد ، محاسبات به روش بار فروریختگی بسیار آسان است . در موقع فروریختگی نیروی هر عضو $A\sigma_y$ است ، بنابراین تعادل قائم در نقطه 0 بصورت زیر است .

$$2A\sigma_y \sin 45^\circ + A\sigma_y = W_c$$

$$W_c = 2.414A\sigma_y$$

سادگی محاسبات در این روش را با تحلیل ارتجاعی که در قسمت ۱-۲-۳ بیان شده مقایسه کنید . حتی در سازه‌های پیچیده‌تر ، تحلیل به همین نسبت ساده می‌شود .

۱-۴ خلاصه

هدف این بخش آشنایی با مفاهیم مهم متعدد و ترغیب خواننده به تفکر در مورد رفتار سازه‌ها است . مثالهای ارائه شده به دقت و به نحوی انتخاب شده که هدف فوق را عملی سازد . در واقع ، تحلیل خمیری برای خرپاها به کار نمی‌رود زیرا عملاً " بعضی از اعضای خرپا تحت فشارند و در موقعیت کمانش قرار می‌گیرند . تحلیل خمیری بیشترین کارایی را در سازه‌هایی دارد که تحت لنگرهای خمشی هستند . به هر حال ، مفاهیمی را که در مثالهای این بخش ارائه شد می‌توان برای تمام سازه‌ها تعمیم داد ، بنابراین قبل از مطالعه بیشتر در مورد سازه‌های با اعضای تحت خمش لازم است این مفاهیم جمع‌بندی شود .

۱- محاسبات بار فروریختگی مشکل نیست ، محاسبات ریاضی آن نسبت به محاسبات مربوط به تعیین بار در تسلیم اولیه بسیار ساده‌تر است .

۲- با جاری شدن هر عضو درجه نامعینی سازه کاهش می‌یابد . جاری شدن هر عضو باعث کاهش یک درجه نامعینی می‌گردد .

در لحظه فروریختگی ، سازه به طور استاتیکی معین است .

۳- هر عضو که جاری می‌شود کاهش در سختی بوجود می‌آید . در لحظه فروریختگی ، سختی به صفر کاهش می‌یابد .

۴- در نقطه فرو ریختگی ، حالت تعادل ناپایدار ایجاد می‌شود . و به محض ایجاد آن سازه فرو می‌ریزد و تعادل برگشت ناپذیر می‌شود .

۵- وقتی اعضاء جاری می‌شوند ، توزیع مجدد نیروهای داخلی بوجود می‌آید .

۶- خطای نصب اعضاء در مقدار بار فروریختگی اثری ندارد .

خمشی خمیری

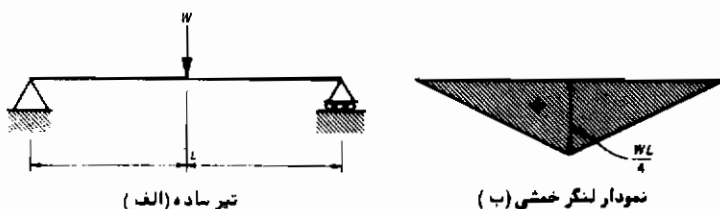
۲ - ۱ مقدمه

در بخش قبل رفتار خرپاها مطالعه شد. در حال حاضر معمولترین شکل سازه‌ای قاب صلب است. بدیهی است که مفاهیم مطرح شده قبلی برای یک چنین سازه‌هایی نیز قابل استفاده می‌باشد.

در خرپاها بارهای وارده از طریق نیروهای محوری اعضا به تکیه‌گاهها منتقل می‌شوند. به این نیروهای محوری "نیروهای داخلی" گویند. در قابها بارهای وارده اساساً توسط نیروهای برشی و لنگرهای خمشی در اعضا تحمل می‌شوند (علاوه بر آن‌ها نیروهای محوری نیز وجود دارد ولی معمولاً اثر آن‌ها به‌جز در مورد ستونها از اهمیت کمی برخوردار است). قبل از بررسی فروریختگی قابها لازم است مشخص شود که وقتی یک عضو به اندازه کافی تحت خمش قرار می‌گیرد و اکثر قسمت‌های پرتنش آن خمیری می‌شود چه اتفاقی می‌افتد.

۲ - ۲ وقتی یک تیر تحت خمش قرار می‌گیرد چه می‌شود؟

ساده‌ترین سازه‌ای که بوسیله خمش باربری می‌شود تیر با تکیه‌گاههای ساده می‌باشد که در شکل ۱-۲ الف نشان داده شده است. این تیر دارای دهانه L است و بار قائم w را تحمل می‌کند. بار توسط تیر خمشی به تکیه‌گاهها منتقل می‌شود.



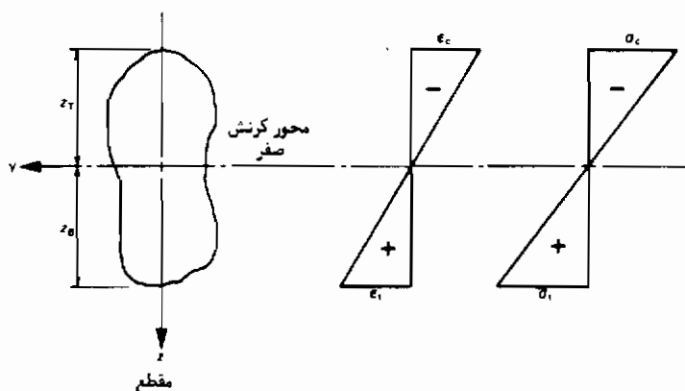
شکل ۲ - ۱

برای برقراری تعادل لازم است واکنش قائم در هر تکیه‌گاه $W/2$ باشد .
 نوع تکیه‌گاه مانع از ایجاد هرگونه لنگر خمشی یا نیروی محوری در تکیه‌گاه می‌شود .
 نمودار لنگر خمشی (BM) تیر در شکل ۲-۱ ب نشان داده شده است . تیر تحت بار متمرکز در
 تمام طول خود خمیده شده و لنگر خمشی حداکثر آن $WL/4$ است . اکنون بایستی رفتار مقطع
 تیر را در محل خمش حداکثر بررسی کنیم .

بر اساس نظریه ساده خمشی (که بر اساس رفتار ارتجاعی مصالح استوار است) اطلاعات
 زیر راجع به مقطع به دست می‌آید . اگر هیچ نقطه‌ای از جسم جاری نشود در تمام ارتفاع مقطع
 رابطه تنش و کرنش بصورت خطی می‌باشد . آن چنان که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است .
 محوری که در آن تنش و کرنش صفر است "محور کرنش صفر" نامیده می‌شود . از اصطلاح
 "محور کرنش صفر" بدین دلیل استفاده شده است که با "نرخشی" که معمولاً به معنی محور
 مرکزی است اشتباه نشود . تنش و کرنش متناسب با فاصله (z) از این محور می‌باشند و
 برای خمش مثبت، حداکثر مقدار فشاری در بالا و کششی در پایین مقطع می‌باشد . حداکثر
 تنش به وسیله رابطه زیر به دست می‌آید .

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{Z}$$

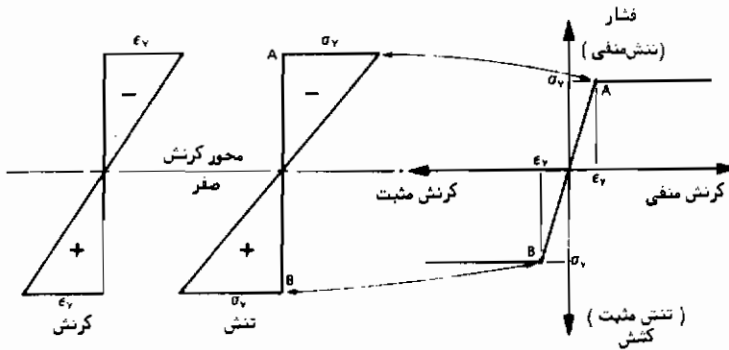
که در آن ، لنگر خمشی M و اساس مقطع حداقل $Z =$ می‌باشد . (توجه شود که برای یک
 مقطع نامتقارن ، مطابق شکل ۲-۲ ، در خمش حول محور y ، دو اساس مقطع وجود دارد) .



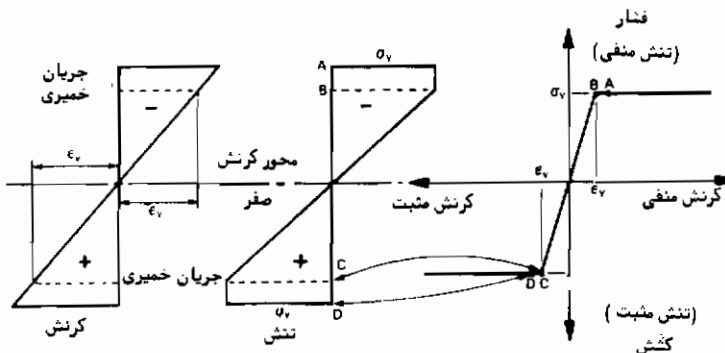
شکل ۲-۲

(لنگر دوم سطح مقطع حول محور y) $I =$ و $Z_T = I/z_T$ و $Z_B = I/z_B$ مقدار تنش در بالا و
 پایین مقطع متفاوت است .

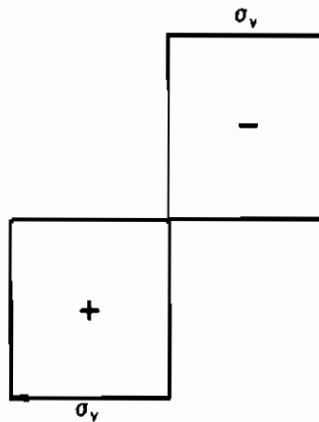
تا موقعی که بیشترین تنش در مقطع به نقطه جاری شدن برسد رفتار ارتجاعی خواهد بود. البته در این حالت فقط مصالح در لبه خارجی مقطع در حال جاری شدن است. به وسیله آزمایش نشان داده شده است که توزیع کرنش در ارتفاع مقطع پس از جاری شدن خطی باقی می ماند (و فرضیه ساده خمشی مسطح ماندن صفحات پس از خمش هنوز پا بر جاست). مطابق شکل ۲-۳ و ۲-۴ از منحنی تنش-کرنش، محاسبه تنش در هر مقطع ممکن می باشد. همان گونه که لنگر خمشی اضافه می شود، جاری شدن مقطع به سمت محور کرنش صفر گسترش می یابد. در مناطقی که جاری شده اند دو منطقه با تنش ثابت وجود دارد (تنش به تنش تسلیم محدود می شود ولی کرنش به وسیله جریان خمیری افزایش می یابد) این دو منطقه به وسیله یک رابطه خطی توزیع تنش (ارتجاعی) به هم متصل می شوند. در شکل ۲-۵ مشخص شده که تنش ثابت تا محور کرنش صفر ادامه یافته است.



شکل ۲-۳

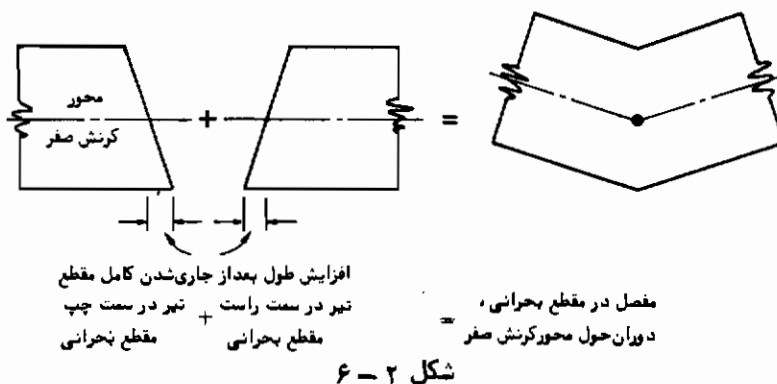


شکل ۲-۴



شکل ۲-۵

با جاری شدن کلیه تارهای مقطع (فشار در بالا و کشش در پایین محور کرنش صفر) مقطع مشابه یک مفصل عمل می‌کند، زیرا کرنش در کلیه نقاط مقطع بدون هرگونه تغییر در تنش افزایش می‌یابد. عملکرد این مفصل در شکل ۲-۶ مشخص شده است. مقطع در این حالت تبدیل به مفصل خمیری شده است. در مفصل خمیری لنگری BM برابر با لنگر مقاوم خمیری مقطع به وجود می‌آید که بیشترین لنگری است که مقطع می‌تواند تحمل کند. معمولاً "لنگر خمیری را با M_p نشان می‌دهند.



شکل ۲-۶

وقتی مفصل خمیری در تیر ساده شکل می‌گیرد، فرورفتگی به وجود می‌آید (شکل ۲-۷). این حالت درست قابل مقایسه با خرابی معین استاتیکی قسمت ۱-۳-۱ است که وقتی اولین عضو جاری شد فرورفتگی به وجود آمد. در این حالت تیر معین است و وقتی مفصل شکل

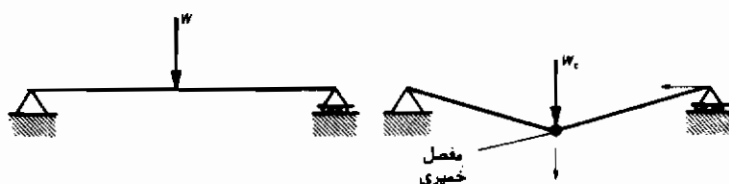
گرفت فرو خواهد ریخت. درک این موضوع که تشکیل مفصل خمیری (نه در اولین جاری شدگی) در عضو خمشی مشابه جاری شدن عضو تحت بار محوری می باشد، اهمیت دارد. وقتی فرو-ریختگی به وجود آمد، بار و تکیه گاه دست راستی بایستی حرکت کند. تیر اکسون تبدیل به مکانیزم شده است. تعیین بار فرو ریختگی W_c با مساوی قرار دادن حداکثر لنگر ناشی از بار اعمال شده و لنگر خمیری تیر به سادگی تعیین می شود.

$$\frac{W_c L}{4} = M_p$$

پس

$$W_c = \frac{4M_p}{L}$$

(۱-۲)

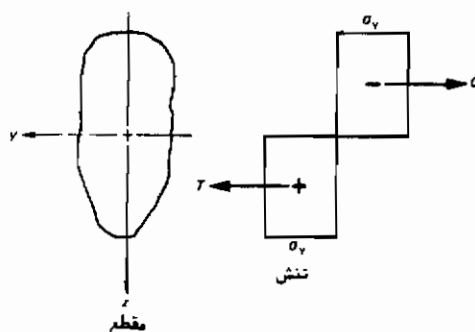


شکل ۲-۷

۲-۳ محاسبه لنگر خمیری

۲-۳-۱ کلیات

یک مقطع کلی در شکل ۸-۲ نشان داده شده است. همچنین توزیع تنش در اثر تشکیل مفصل خمیری در مقطعی که حول محور y تحت خمش قرار دارد نشان داده شده است.



شکل ۲-۸

از آنجا که مفصل تنها تحت خمش شکل گرفته است، تعادل افقی مقطع ایجاب می‌کند که $C = T$ باشد.

$$C = T \quad (۲-۲)$$

C نیروی فشاری ناشی از جاری شدن فشاری مقطع در بالای محور کرنش صفر و T نیروی کششی ناشی از جاری شدن کششی مقطع در پایین محور می‌باشد. از اینرو

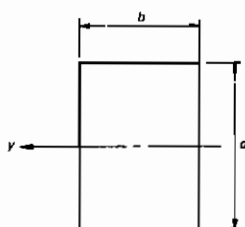
$$(۲-۳) \quad (\sigma_y \times \text{سطح مقطع قسمت کششی}) = (\sigma_y \times \text{سطح مقطع در قسمت فشاری})$$

معادله (۲-۳) نشان می‌دهد که محور کرنش صفر، وقتی که مفصل خمیری شکل می‌گیرد، سطح مقطع را نصف می‌کند. این محور فقط وقتی بر محور سطح مقطع منطبق است که مقطع حول محور کرنش صفر متقارن باشد.

۲-۳-۲ مقطع مستطیل

در یک مقطع مستطیلی شکل (شکل ۲-۹) که حول محور y تحت خمش قرار دارد، محور کرنش صفر در فاصله $d/2$ از بالای مقطع قرار می‌گیرد.

$$C = T = \frac{bd}{2} \sigma_y \quad (۲-۴)$$



شکل ۲-۹

از آنجا که نیروها به وسیله لنگر خمشی مساوی با M_p به وجود می‌آید با لنگرگیری حول محور کرنش صفر خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} M_p &= C \times \frac{d}{4} + T \times \frac{d}{4} \\ &= 2 \times \frac{bd}{2} \sigma_y \times \frac{d}{4} \end{aligned}$$

بنابراین

$$M_p = \frac{bd^2}{4} \sigma_y \quad (۵-۲)$$

رابطه فوق به صورت زیر نوشته می شود .

$$M_p = S \sigma_y \quad (۶-۲)$$

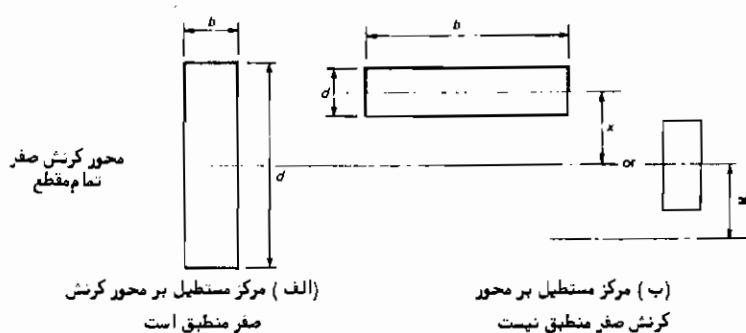
که S اساس خمیری مقطع نامیده می شود (اساس مقطع Z) اساس خمیری مقطع یک مشخصه هندسی مقطع است . نسبت اساس خمیری به اساس مقطع " ضریب شکل " مقطع نامیده می شود

$$\text{ضریب شکل} = \frac{S}{Z} \quad (۷-۲)$$

برای مقطع مستطیل $Z = bd^2/6$ است ، بنابراین

$$\text{ضریب شکل} = \frac{bd^2}{4} \bigg/ \frac{bd^2}{6} = 1.5$$

با توجه به مراحل زیر برای مقطع مستطیل محاسبات برای شکلهای پیچیده تر نیز عمومیت دارد .



شکل ۲-۱۰

- ۱- محوری که سطح مقطع را به دو نیم می کند محاسبه شود .
- ۲- مقطع به قسمتهای ساده که مشخصه های هندسی آن به راحتی قابل محاسبه باشد تقسیم گردد . برای نیمرخهای فولادی این قسمتها مستطیل خواهند بود .
- ۳- اساس خمیری مجموع اساسهای خمیری هر یک از مستطیلها خواهد بود . تنها مشکل در

قسمت (۳) آن است که مرکز سطح مقطع بر محور کرنش صفر تمام مقطع منطبق نگردد آن - گونه که در شکل ۲-۱۰ نشان داده شده است .
وقتی که مرکز سطح بر محور کرنش صفر منطبق شود معادله ۲-۵ قابل استفاده است .

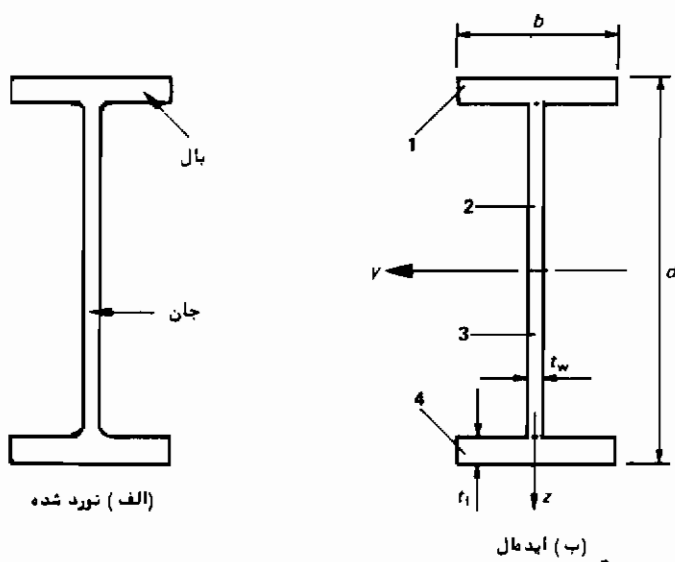
$$\text{اساس خمیری مقطع مستطیل} = \frac{bd^2}{4}$$

و وقتی که منطبق نیست ، عیناً می‌توان نشان داد که

$$\text{اساس خمیری مستطیل} = bdx \quad (۲-۸)$$

۲-۳-۳ نیمرخ I شکل

این نیمرخ احتمالاً "معمولترین نیمرخ ساختمانی می‌باشد . نمونه‌ای از آن در شکل ۲-۱۱ الف نشان داده شده است . با عبور دادن شمش فولاد از تعدادی غلتک این نیمرخ به دست می‌آید .



شکل ۲-۱۱

در روش‌های جدید برای تهیه نیمرخ از صفحاتی موازی با جان و بالها استفاده می‌شود ، یک نیمرخ I شکل نسبت به محورهای y و z متقارن است . در محاسبات از زاویه کوچک بهین

بالها و جان صرف نظر می‌گردد. این مقطع مطلوب با ابعاد مربوطه به چهار قسمت تقسیم شده و در شکل ۱-۲ ب نشان داده شده است. جدول ۱-۲ نشان می‌دهد که چگونه با استفاده از روش مشروحه در قسمت زیر اساس خمیری نیمرخ I شکل محاسبه می‌شود.

جدول ۱-۲

مرحله	خمش حول محور y	خمش حول محور z
محور کرنش صفر (۱)	محور حول محور y	محور z
تقسیم به ۴ شکل (۲) ساده	۴ مستطیل مطابق شکل ۱-۲	۴ مستطیل مطابق شکل ۱-۲
اساس خمیری هر (۳) سطح		
1	$bt_f \left(\frac{d}{2} - \frac{t_f}{2} \right)$	$\frac{b^2 t_f}{4}$
2	$\frac{(d-2t_f)}{2} \times t_w \times \frac{(d-2t_f)}{4}$	$\frac{(d-2t_f)}{2} \times \frac{t_w^2}{4}$
3	$\frac{(d-2t_f)}{2} \times t_w \times \frac{(d-2t_f)}{4}$	$\frac{(d-2t_f)}{2} \times \frac{t_w^2}{4}$
4	$bt_f \left(\frac{d}{2} - \frac{t_f}{2} \right)$	$\frac{b^2 t_f}{4}$
اساس خمیری (۴)	$bt_f (d - t_f) + \frac{t_w (d-2t_f)^2}{4}$	$\frac{b^2 t_f}{2} + \frac{(d-2t_f)t_w^2}{4}$

یک نمونه عبارت است از IPE ۴۵۰ با وزن $۷۷/۶ \text{ kg/m}$ و سایر مشخصات زیر

$$d = ۴۵۰ \text{ mm}, b = ۱۹۰ \text{ mm}, t_w = ۹/۴ \text{ mm}, t_f = ۱۴/۶ \text{ mm}$$

با این ابعاد اساس خمیری برابر ۲۷۰.۲ cm^3 و ۲۷۳ cm^3 به ترتیب برای خمش حول محوره‌های y و z به دست می‌آید.

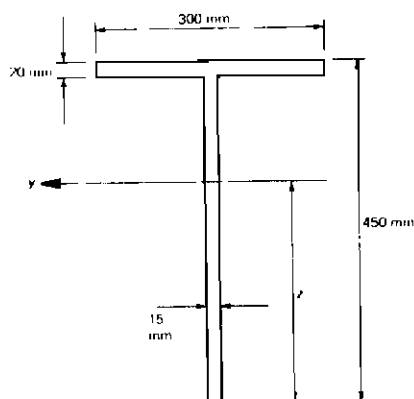
در واقع با استفاده از تقارن مقطع می‌توان محاسبات جدول ۱-۲ را کاهش داد. توجه شود که اساس خمیری برای ۳ و ۲۰۴ و ۱ مشابهند. بنابراین تنها لازم است که مقادیر برای قسمت‌های ۱ و ۲ محاسبه شود و نتیجه دو برابر گردد.

ضریب شکل نیمرخهای 1 شکل حدوداً برابر $1/13$ حول محور y و $1/55$ حول محور z می‌باشند. مقادیر واقعی بستگی به ابعاد مقطع خواهد داشت.

۲-۳-۴ مقاطع نامتقارن

در مقاطع نامتقارن جاری شدن در بالا و پایین مقطع همزمان صورت نمی‌گیرد در نتیجه محور کرنش صفر از محل محور سطح مقطع به محوری که مقطع را به دو سطح مساوی تقسیم می‌کند تغییر مکان می‌یابد.

برای نشان دادن این موضوع، محاسبات اساس مقطع و اساس خمیری یک مقطع T شکل (شکل ۲-۱۲) برای خمش حول محور y در جدول ۲-۲ آمده است. محاسبات نشان می‌دهد که محور کرنش صفر همان گونه که جریان خمیری در مقطع گسترش می‌یابد به سمت بالا حرکت می‌کند. ضریب شکل $1/817$ خواهد بود، که مقدار متداولی برای این نوع مقاطع می‌باشد.



شکل ۲-۱۲

۲-۴ چرا لنگر خمیری و مفصل خمیری فرضهای ایده‌آلی هستند؟

در بخش ۱ در مورد خرابی‌ها ملاحظه شد که همزمان با گسترش جاری شدن در قسمتهای مختلف، با مراجعه به منحنی تنش-کرنش می‌توان سازه را تحلیل نمود. برای اعضای تحت خمش این کار با تعیین رابطه بین لنگر خمش و انحنا بایستی انجام گردد.

فرض کنید که قسمت کوتاهی از تیر، به طول δx ، که در ابتدا مستقیم بوده است، با انحنای دایره‌ای مطابق شکل ۲-۱۳ خمیده شده است. (این فرض فقط وقتی صحیح است که لنگر خمشی در طول تیر ثابت باشد، ولی چنانچه تغییر لنگر در تیر خیز کوچکی ایجاد نماید

خطای حاصله کم خواهد بود). فرض مسطح ماندن صفحات مقاطع پس از خمش همچنان با برجا در نظر گرفته شده و با هرتوزیع تنش، توزیع کرنش در ارتفاع مقطع همیشه مطابق شکل ۳-۲ خواهد بود.

جدول ۲-۲

محاسبه اساسی مقطع	محاسبه اساسی خمیری
موقعیت محور سطح	موقعیت محور نصف کننده سطح مقطع
$A = 300 \times 20 + 430 \times 15$ $= 12450 \text{ mm}^2$	$15 \times z = 300 \times 20 + (430 - z) \times 15$ $15z = 6000 + 6450 - 15z$
$\Sigma Az = 6000 \times 440 + 6450 \times 2.5$ $= 4026750 \text{ mm}^3$	$z = \frac{12450}{30} = 415 \text{ mm}$
$\bar{z} = \frac{4026750}{12450} = 323.4 \text{ mm}$	
از پایین $= 323.4 \text{ mm}$ مرکز سطح	از پایین $= 415 \text{ mm}$ محور نصف کننده سطح
$I = \frac{300 \times 20^3}{12} + 6000 \times 116.6^2$ $+ \frac{15 \times 430^3}{12} + 6450 \times 108.4^2$ $= 200\,000 + 81\,573\,000$ $+ 99\,384\,000 + 75\,791\,000$ $= 256\,948\,000 \text{ mm}^4$	$S = 6000 \times 25 + \frac{15 \times 15^2}{2}$ $+ \frac{15 \times 415^2}{2} = 150\,000 + 1700 +$ $1\,291\,700 = 1\,443\,400 \text{ mm}^3$ $S = 1\,443\,400 \text{ mm}^3$
$Z = \frac{256\,948\,000}{323.4} = 794\,500 \text{ mm}^3$	$= \frac{1\,443\,400}{794\,500}$ $= 1.817$

نکته: مقدار Z ذکر شده حداکثر تنش را که در پایین مقطع است به دست می دهد.

طول انحنایی که محور کرنش صفر را مشخص می کند می باید برابر δx باشد، به طوری که

$$\text{طول انحناء بالایی} = \delta x (1 - \epsilon_C)$$

$$\text{طول انحناء پایینی} = \delta x (1 + \epsilon_T)$$

با استفاده از اندازه‌های شکل (۲-۱۳)

$$R\theta = \delta x \quad (۲-۹)$$

$$(R + z_2)\theta = \delta x (1 + \epsilon_T) \quad (۲-۱۰)$$

$$(R - z_1)\theta = \delta x (1 - \epsilon_C) \quad (۲-۱۱)$$

با جایجایی معادله ۲-۹ در معادلات ۲-۱۰ و ۲-۱۱ داریم:

$$R + z_2 = R(1 + \epsilon_T) \quad (۲-۱۲)$$

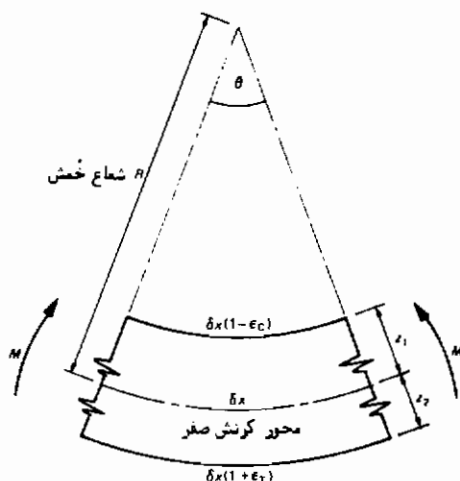
$$R - z_1 = R(1 - \epsilon_C) \quad (۲-۱۳)$$

با کم کردن معادله ۲-۱۳ از معادله ۲-۱۲ داریم:

$$z_1 + z_2 = R(\epsilon_T + \epsilon_C)$$

عکس شعاع انحنا، R ، را انحنا، χ ، بنابراین

$$\chi = \frac{\epsilon_T + \epsilon_C}{z_1 + z_2} = \frac{\text{میزان کرنش}}{\text{ارتفاع مقطع}} \quad (۲-۱۴)$$



شکل ۲-۱۳

انحنا، میزان ساده‌ای برای تعیین تغییر شکل خمشی است.

رابطه نسبی بین انحنا و لنگر ایده‌آل ارتجاعی - خمیری در شکل ۲-۱۴ الف نشان داده شده است. در این شکل یک قسمت ارتجاعی وجود دارد که در آن به‌ازای افزایشی در انحنا، لنگر ناشی از انحنا نیز افزایش می‌یابد. وقتی لنگر برابر لنگر خمیری می‌شود مفصل خمیری به‌وجود می‌آید و بدون افزایش در لنگر، انحنا افزایش می‌یابد یا به عبارتی دوران خمیری مفصل انجام می‌پذیرد. با توجه به نظریه خمشی، شیب قسمت ارتجاعی EI می‌باشد.

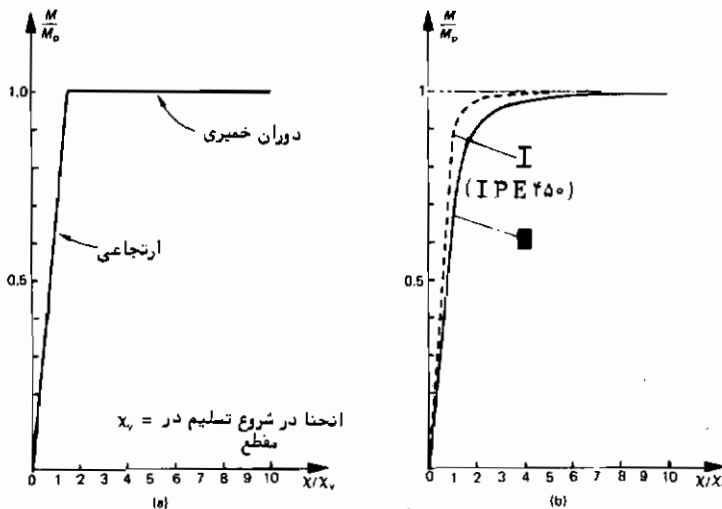
در قسمت ۲-۲ فرض شد که وقتی مفصل خمیری شکل گرفت. تمام مقطع بحرانی جاری می‌شود. این موضوع ایجاب می‌کند که در ست در بالا و پایین محور کرنش صفر، کرنشها برابر کرنش جاری شدن با علامت مختلف باشند. این موضوع و فرض مسطح باقیماندن مقطع پیرامون خمش تنها در صورتی تأمین می‌گردد که کرنشها در بالا و پایین مقطع به‌گونه‌ای نامحدود بزرگ باشند. واضح است که به‌طور فیزیکی این موضوع غیر ممکن است. گسترش جاری شدن در مقطع با فرض توزیع تنش مطابق شکل ۲-۱۵ بررسی و تحلیل می‌شود در هر مرحله لنگری که باعث گسترش تنش و کرنش در بالا و پایین مقطع می‌گردد قابل محاسبه می‌باشد. این عمل برای رسم منحنی نسبی لنگر - انحنا مقطع قابل استفاده بوده و در شکل ۲-۱۴ ب برای دو مقطع انجام شده است، همان گونه که ملاحظه می‌شود منحنیهای واقعی به منحنی ایده‌آل مجانب هستند. عملاً، یک قسمت ارتجاعی کوچک در میانه مقطع وجود دارد. فرض رفتار به‌صورت ایده‌آل برای مقاطع با ضریب شکل نزدیک به واحد (تیر ۱ شکل ۱/۱۳) خطای خیلی کمی ایجاد می‌کند، در حالی که مقاطع با ضریب شکل زیاد از رفتار ایده‌آل دور هستند.

تا کنون فقط مقطع بحرانی با بیشترین لنگر خمشی در نظر گرفته شده است و به نظر می‌رسد جریان خمیری به همین مقاطع منحصر می‌گردد. در واقع لنگرهای خمشی در مقاطع مجاور مقاطع بحرانی به اندازه‌ای هستند که قبل از به‌وجود آمدن مفصل خمیری، باعث جاری شدن قسمتی از مقطع گردند. در نتیجه در اطراف مقطع بحرانی یک منطقه خمیری به‌وجود می‌آید که در شکل ۲-۱۶ نشان داده شده است. گسترش این منطقه بستگی به نوع بارگذاری دارد. منطقه خمیری برای بار گسترده که در آن تغییرات لنگر خمشی نسبت به بارهای متمرکز تدریجی‌تر است، گسترش بیشتری دارد.

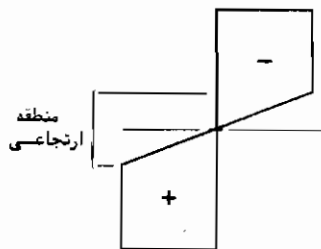
منطقه خمیری فوق‌الذکر، خمش تدریجی‌تری را نسبت به حالتی که شکل منطقه خمیری تیزتر است و مربوط به مفصل واقعی می‌باشد ایجاد می‌کند.

از آنجا که در سازه‌های قابی از نیم‌رخهایی با ضریب شکل کم استفاده می‌شود، خطای ایده‌آل فرض کردن آنها زیاد نخواهد بود، بدیهی است که عملاً هیچ نیم‌رخنی به ظرفیت

کامل خمیری خود نمی‌رسد. ولی با استفاده از ظرفیت کامل خمیری در محاسبات و با صرف نظر کردن از افزایش مقاومت ناشی از پدیده کرنش سختی خطای حاصله متعادل و پوشیده می‌شود.



شکل ۲-۱۴



شکل ۲-۱۵

۵-۲ عواملی که می‌توانند ظرفیت لنگر خمیری مقطع را تغییر دهند.

۵-۲-۱ نیروی محوری

ستونها علاوه بر لنگرهای خمشی عموماً "بارهای قابل ملاحظه‌ای را تحمل می‌کنند". نیروی محوری P ، محورکرنش صفر را مطابق شکل ۲-۱۷ جابجا می‌کند برای سادگی محاسبات توزیع تنشها به دو قسمت مجزا تقسیم شده است. تنش در A تماماً "ناشی از نیروی محوری

فرض شده یعنی

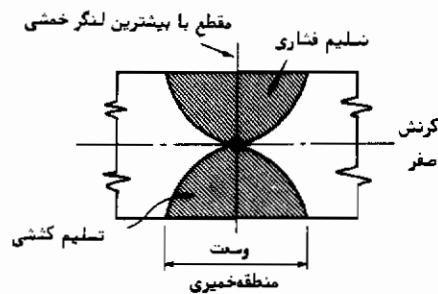
$$P = bz\sigma_y \quad (۱۵-۲)$$

و تنش در M ناشی از لنگر خمیری تغییر یافته M_p' می باشد

$$\begin{aligned} M_p' &= 2 \frac{(d-z)}{2} \times b \times \sigma_y \left(\frac{d-z}{4} + \frac{z}{2} \right) \\ &= (d-z) \times b \times \sigma_y \left(\frac{d+z}{4} \right) \\ &= \left(\frac{d^2 - z^2}{4} \right) b\sigma_y \\ &= \frac{bd^2}{4} \sigma_y \left[1 - \frac{z^2}{d^2} \right] \end{aligned}$$

از معادله ۲-۵ $bd^2\sigma_y/4$ لنگر خمیری مقطع مستطیل می باشد بنابراین

$$\frac{M_p'}{M_p} = 1 - \left(\frac{z}{d} \right)^2 \quad (۱۶-۲)$$



شکل ۲-۱۶

حداکثر نیروی محوری P_p که با صرف نظر از کمانش توسط مقطع تحمل می شود ، "بارفردگی" نامیده می شود و به وسیله رابطه زیر به دست می آید .

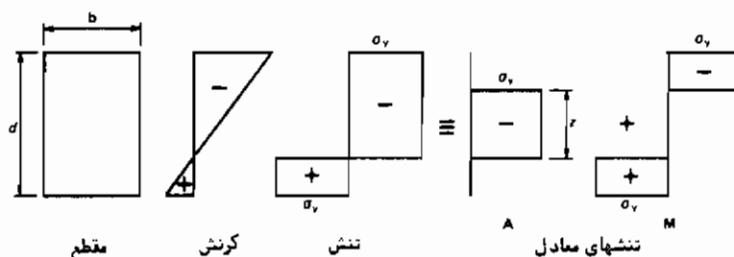
$$P_p = bd\sigma_y$$

بنابراین

$$\frac{P}{P_p} = \frac{z}{d}$$

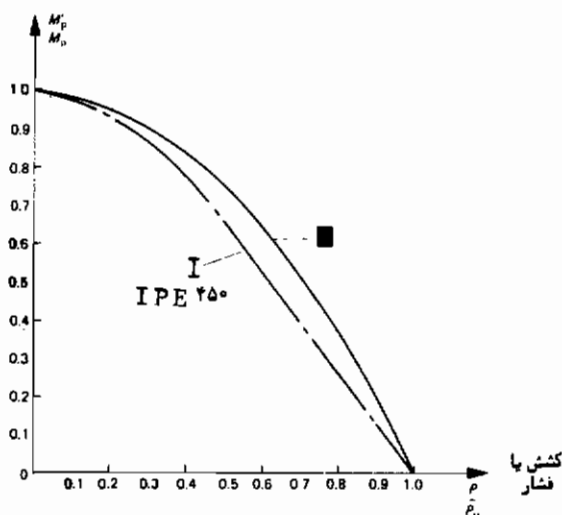
و

$$\frac{M_p'}{M_p} = 1 - \left(\frac{P}{P_p} \right)^2 \quad (۱۷-۲)$$



شکل ۱۷-۲

معادله ۱۷-۲ نشان می‌دهد که هر دو نیروی کششی و فشاری توسط عبارت $(P/P_p)^2$ لنگر خمیری را کاهش می‌دهند. معادله ۱۷-۲ در شکل ۱۸-۲ ترسیم شده است.



شکل ۱۸-۲

همین نتیجه را برای یک مقطع I شکل می‌توان به دست آورد منتها بایستی دو حالت جداگانه در نظر گرفته شود، یکی وقتی که محور کرنش صفر در جان و دیگری در بال تیر واقع شود.

معادلات برای معمولترین حالت خمش حول محور y عبارت است از:

(۱) محور کرنش صفر در جان واقع شود.

$$M_p' = M_p - \left(\frac{A^2}{4t_w} \right) n^2 \sigma_y \quad (18-2)$$

که A مجموع سطح مقطع و $n = P/P_p$ می باشد. معادله ۱۸-۲ وقتی قابل قبول است که:

$$\frac{P}{P_p} \leq 1 - \frac{2bt_f}{A} \quad (19-2)$$

(۲) وقتی که محور کرنش صفر در بال واقع شود.

$$M_p' = \left[\frac{A^2}{4b} (1-n) \left(\frac{2bd}{A} - 1 + n \right) \right] \sigma_y \quad (20-2)$$

معادلات ۱۸-۲ و ۲۰-۲ نیز در شکل ۱۸-۲ برای یک مقطع نمونه (IPE ۴۵۰) رسم شده است. جزئیات محاسبات در مراجع [۳ و ۴] موجود است.

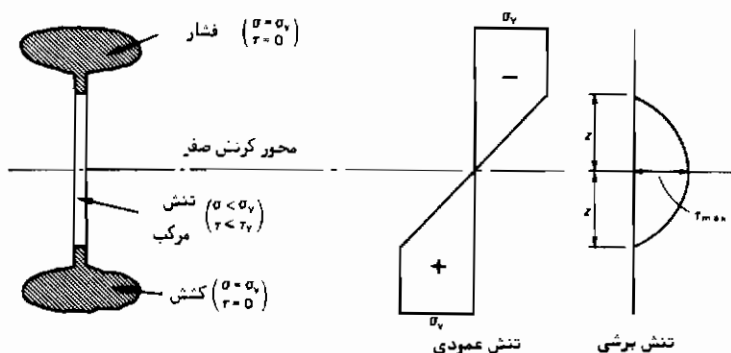
در تمام مقاطع متقارن نیروهای محوری فشاری یا کششی لنگر خمیری را کاهش می دهند. در مقاطع غیر متقارن موضوع پیچیده تر است، در موارد خاص امکان افزایش در لنگر خمیری وجود دارد. هورن^۱ در مرجع (۳) این موضوع را نشان داده است.

۲-۵-۲ نیروی برشی

بجز در منطقه با لنگر خمشی ثابت، هر مقطع بایستی یک لنگر خمشی و یک نیروی برشی تحمل کند، N . این بدان معناست که معمولاً ترکیبی از تنشهای عمودی σ (ناشی از لنگر) و تنشهای برشی τ وجود دارد. در این موارد لازم است برای تعیین نقطه شروع جاری شدن از یک معیار تسلیم استفاده شود معیارهای ترسکا^۲ و فون میز^۳ معمولترین آنها برای مصالح انعطاف پذیر می باشد که در ضمیمه الف تشریح شده است. وقتی ترکیبی از برش و تنش عمودی وجود دارد هر دو معیار مذکور لازم می دارد که رابطه

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_y} \right)^2 = 1 \quad (21-2)$$

جهت تسلیم برقرار باشد. در این رابطه τ_y تنش تسلیم در برش خالص می‌باشد. ملاحظه می‌شود که تنشهای (۱) و (۲) به تنهایی به حد تسلیم خود نمی‌رسند مگر آنکه دیگری صفر باشد. بنابراین وقتی یک مقطع تحت خمش جاری می‌شود، وضعیتی شبیه شکل ۲-۱۹ به وجود می‌آید. (با توجه به اینکه جان مقطع مستطیلی است می‌توان آنرا یک نیمرخ ساختمانی فرض کرد).



شکل ۲-۱۹

مشاهده شده که توزیع تنش عمودی لازم برای تمام لنکر خمیری هرگز صورت نمی‌گیرد. وقتی مفصل خمیری شکل می‌گیرد می‌توان فرض کرد که توزیع تنش برش سهمی است (توزیع تنش در یک مقطع مستطیلی به کمک روش ارتجاعی سهموی خواهد بود). در این حالت برای یک مقطع مستطیل شکل، کاهش لنکر خمیری عبارت است از:

$$M_p' = b \left(\frac{d^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \sigma_y$$

با توجه به توزیع تنش در شکل ۲-۱۹، داریم

$$N = \frac{4}{3} b z \tau_y \quad (2-22)$$

از آنجا که $M_p = b d^2 / 4 \sigma_y$ و $N_p = b d \tau_y$ (تمام مقطع در اثر تنش برشی جاری می‌شود)

$$\frac{M_p'}{M_p} = 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 \quad (2-23)$$

با توجه به اینکه $z_{\max} = d/2$ است، اگر این عبارت در معادله ۲-۲۲ قرار داده شود، ملاحظه

می‌شود که معادله ۲-۲۳ فقط وقتی درست است که

$$\frac{N}{N_p} < \frac{2}{3} \quad (2-24)$$

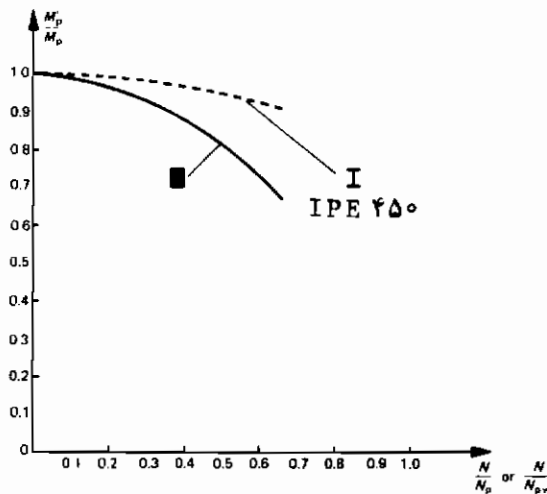
معادله ۲-۲۳ در شکل ۲-۲۵ ترسیم شده است. مقاطع I شکل را به همین روش می‌توان بررسی نمود، لنگر کاهش یافته برابر است با

$$M_p' = M_p - \frac{3}{4} \left(\frac{N}{N_{pw}} \right)^2 M_{pw} \quad (2-25)$$

به شرط آنکه $N/N_{pw} < 2/3$ باشد که در آن $N_{pw} = t_w(d - 2t_f)\sigma_y$ حداکثر نیروی برشی در جان است و

$$M_{pw} = \frac{t_w(d - 2t_f)^2}{4} \sigma_y$$

لنگر خمیری جان می‌باشد. رابطه فوق نیز در شکل ۲-۲۵ ترسیم شده است.



شکل ۲-۲۵

۲-۵-۳ اهمیت نیروهای محوری و برشی چقدر است؟

معمولاً اهمیت ندارند. در سازه‌های کوتاه نیروهای محوری آنقدر کوچک هستند که اثر قابل توجهی بر لنگرهای خمیری ندارند. البته در سازه‌های مرتفع اهمیت بیشتری پیدا

می‌کنند، اگرچه به‌نظر می‌آید مسأله عمده ناپایداری بوده (به‌قسمت ۶ مراجعه شود) و تعیین کننده می‌باشد. همان‌طور که از شکل ۲-۲۰ مشخص می‌شود، نیروهای برشی نسبت به نیروهای محوری اثر کمتری در کاهش لنگر خمیری دارند و فقط در مواقع نادری که استثناء "دارای مقادیر بزرگی هستند لازم است مورد نظر قرار گیرند.

۲-۶ جمع‌بندی

این بخش عمدتاً "مربوط به جاری شدن مقطع یک عضو تحت خمش است. وقتی تمام مقطع جاری شد و جریان خمیری به‌طور نامحدودی به‌وجود آمد، می‌توان گفت که مفصل خمیری شکل گرفته است. حداکثر لنگری که مقطع می‌تواند تحمل کند لنگر خمیری می‌باشد لنگر خمیری یک مشخصه هندسی مقطع می‌باشد. لنگر و مفصل خمیری تعاریف ایده‌آلی از رفتار مقطع واقعی می‌باشد.

نیروهای برشی و محوری می‌تواند در مقدار لنگر مؤثر خمیری تأثیر داشته باشد، اگرچه آنها معمولاً عوامل قابل توجهی نیستند.

تشکیل مفصل خمیری در یک قاب ساختمانی همانند جاری شدن یک عضو در یک خرپای سازه‌ای است. درست است که در قسمت فشاری مقطع تحت خمش ممکن است کمانش موضعی به‌وجود آید ولی اغلب مقاطع استاندارد دارای چنان ابعادی هستند که از این واقع‌جلوگیری می‌شود. لنگرهای خمیری و اثر بارهای محوری در لنگرهای خمیری مقاطع استاندارد در جداول هندبوکهای متعدد درج شده است (۲)، اما برای مقاطع ساخته شده، از روشهای دیگری که خارج از حوصله این بخش است بایستی استفاده نمود.

۲-۷ مسایل

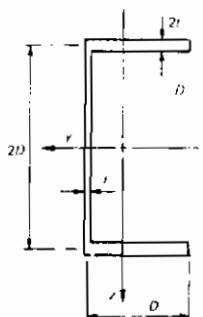
۲-۱- لنگر خمیری یک جفت صفحه همسان‌رأحاسبه کنید (پهنای b ، ضخامت t) صفحات به‌فاصله آزاد D و به‌موازات یکدیگر قرار دارند ($D \gg t$). محور خمش موازی صفحات است.

صفحات $(150\text{ mm} \times 12\text{ mm})$ به‌بالهای یک‌تیر I شکل جوش شده است ($S = 1702\text{ cm}^3$)
 450 mm = تمام ارتفاع). لنگر خمیری مقطع مرکب را محاسبه کنید، تنش تسلیم را N/mm^2 ۲۵۰ در نظر بگیرید.

۲-۲ نشان دهید که اساس خمیری نیم‌رخ U شکل مطابق شکل ۲-۲۱ عبارتند از:

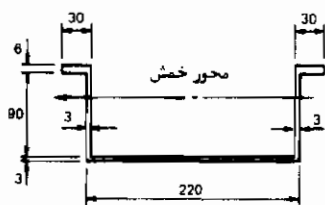
$$S = 5D^2t \quad \text{برای خمش حول محور بر}$$

برای خمش حول محور z $S = 1.75D^2t$



شکل ۲-۲۱

۲-۳ لنگر خمیری مقطع نشان داده شده شکل ۲-۲۲ را محاسبه کنید. تنش تسلیم مقطع را 350 N/mm^2 در نظر بگیرید.



تمام اندازه‌ها بر حسب میلی‌متر می‌باشند

شکل ۲-۲۲

۲-۴ لنگرهای خمیری مقاطع زیر را محاسبه کنید.

الف - مقطع دایره‌ای به قطر D و خمش حول قطر.

ب - مقطع مربعی جدار نازک به ضلع d و ضخامت t ($d \gg t$) و خمش حول یک محور موازی اضلاع.

ج - مقطعی مانند (b) و خمش حول قطر.

د - مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع جدار نازک به ضلع a و ضخامت t ($a \gg t$) و خمش حول محوری موازی با یک ضلع.

۲-۵ معادلات ۲-۱۸ و ۲-۲۰ را برای محاسبه لنگر خمیری کاهش یافته تیر I شکل ۲-۱۱ که تحت نیروی محوری قرار دارد به کار ببرید. رابطه مربوطه را همچنین برای خمش حول محور z به دست آورید.

تیر IPE ۵۵۰ دارای مشخصات

$d = 550 \text{ mm}$	$t_w = 11/1 \text{ mm}$
$h = 210 \text{ mm}$	$t_f = 17/2 \text{ mm}$
$A = 134 \text{ cm}^2$	$\sigma_y = 250 \text{ N/mm}^2$
$S = 2780 \text{ cm}^3$	برای خمش حول محور y
$S = 396 \text{ cm}^3$	برای خمش حول محور z

لنگرهای خمیری کاهش یافته را وقتی نیروهای محوری 1150 kN و 12300 kN اعمال می‌شوند محاسبه کنید .

۲-۶ عبارت ۲-۲۵ را برای محاسبه لنگر خمیری کاهش یافته ناشی از نیروی برشی برای یک نیمرخ ۱ شکل به کار ببرید .

نشان دهید که اگر تنش برشی τ در تمام جان ثابت فرض شود ($\tau \leq \tau_s$) آن گونه که

نیروی برشی $N = t_w (d - 2t_f)\tau$ باشد ، لنگر خمیری کاهش یافته عبارت است از

$$M_p' = M_p - \left\{ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{N}{N_{pw}} \right)^2} \right\} M_{pw}$$

به‌گونه‌ای که پارامترهای مختلف همان مفاهیم بخش ۲-۵-۲ را داشته باشند .

فروریختگی قابهای ساده

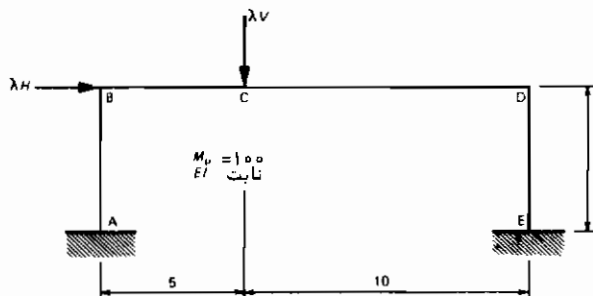
۳-۱ مقدمه

در بخش قبل گفتیم که تشکیل مفصل خمیری در یک قاب سازه‌ای، مشابه جاری شدن عضو در یک خرپا می‌باشد. هدف قسمت اول این بخش این است که نشان دهد اگر بار تا حد شکست افزایش یابد چه اتفاقی می‌افتد. کافی است مثالی مشابه آنچه در فصل ۱ عنوان شد مطرح شود. در این مثال چند نظریه مهم نیز که برای تحلیل خمیری ضروری است بیان می‌گردد.

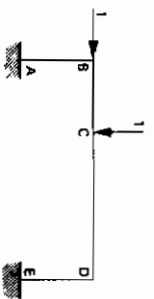
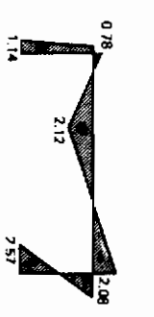
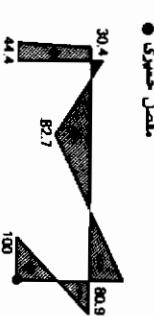
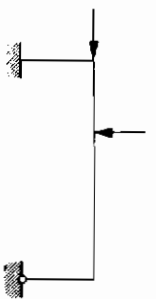
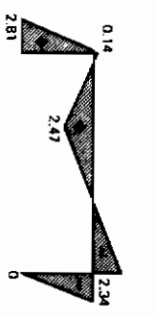
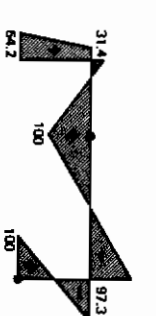
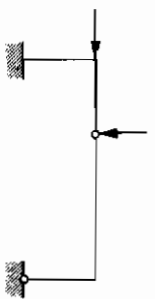
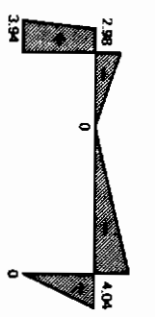
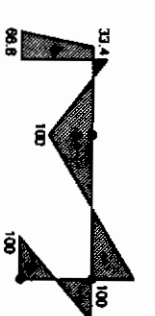
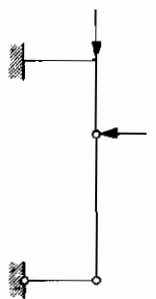

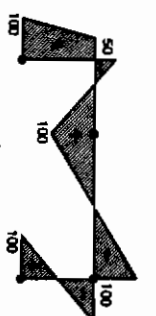
در قسمت دوم این بخش دو روش قوی برای تعیین بارهای فروریختگی تیرها و قابهای پرتال معرفی می‌شود.

۳-۲ رفتار قاب پرتال تحت افزایش بار

یک قاب پرتال در شکل ۳-۱ نشان داده شده است که بارهای λH و λV را تحمل می‌کند. مقادیر نسبی به وسیله H و V و مقادیر مطلق توسط ضریب بار λ تعیین می‌شوند. در ابتدا فرض کنید که $V = H = 1/5$ می‌باشد. رفتار قاب در اثر افزایش بار در شکل ۳-۲ خلاصه شده است.



شکل ۳-۱

<p>مرحله ۱</p> <p>تمام سازه اریزاجی است تا اولین مفصل خمیری در نقطه E شکل می‌گیرد</p>			<p>مفصل خمیری ●</p> 
<p>مرحله ۲</p> <p>سازه شامل یک مفصل بدون اصطکاک در E است. مفصل خمیری در نقطه C شکل می‌گیرد</p>			
<p>مرحله ۳</p> <p>سازه شامل مفصلهای خمیری در C و E است. سومین مفصل خمیری در نقطه D شکل می‌گیرد</p>			
<p>مرحله ۴</p> <p>مفصلهای خمیری در C و D وجود دارد. چهارمین مفصل خمیری در نقطه A شکل می‌گیرد. سازه فرو می‌ریزد</p>			

شکل ۲-۳

ابتدا قاب در حوزه ارتجاعی می‌باشد و آنچنان که در مرحله ۱ نشان داده شده است نمودار لنگر خمشی BMD توسط تحلیل ارتجاعی به دست می‌آید. (روش شیب - افت و کامپیوتر کوچکی مورد استفاده قرار گرفته است). وقتی $\lambda = 39/5$ بزرگترین لنگر خمشی (BM) در انتهای پایین ستون سمت راست (نقطه E) مساوی لنگر خمیری می‌شود، مفصل خمیری تشکیل می‌گردد. البته، تمام قسمتهای سازه غیر از E هنوز ارتجاعی است و با افزایش λ بیشتر از ۳۹ همچنان ارتجاعی خواهد بود. وقتی λ افزایش می‌یابد، E شبیه یک مفصل عمل خواهد کرد که به آزادی خواهد چرخید، اما BM بایستی مساوی لنگر خمیری باقی‌ماند. مرحله ۲ سازه جدید تحت بارگذاری را به ازای مقادیر λ بزرگتر از ۳۹/۵ نشان می‌دهد این قاب همان قاب اصلی است که در نقطه E مفصل بدون اصطکاک ایجاد شده است. این سازه به وسیله روش ارتجاعی مشابه مرحله ۱ تحلیل می‌شود. این تحلیل نشان می‌دهد که لنگرهای خمشی تغییر می‌کند. برای بدست آوردن مجموع لنگرها لازم است که تغییر حاصله در BMs به BMs اولیه که با زای $\lambda = 39$ به دست آمده است اضافه شود. (توجه شود که مفصل بدون اصطکاک در E باعث می‌گردد که تغییر BM در E صفر باشد بنابراین مجموع لنگر برابر با لنگر خمیری باقی می‌ماند) حداکثر لنگر زیر بار قائم یعنی نقطه C است.

$$M_C = 82.7 + 2.47\lambda'$$

که: (تغییر λ) $\lambda' = 7/0$ و $\lambda = 46/0$ است لنگر خمیری برابر با ۱۰۰ می‌شود همان‌گونه که مرحله ۳ نشان می‌دهد، از این به بعد دو مفصل در سازه جدید وجود دارد، اما سازه هنوز هم به طور ارتجاعی تحلیل می‌گردد. به هر حال، "سریعاً" می‌توان نتیجه‌گیری کرد که مفصل بعدی در نقطه D تشکیل می‌گردد که در این حالت $\lambda = 46/7$ است. لازم است به دو نکته در باره مجموع لنگر BMs در ستون سمت راست شکل ۳-۲ توجه شود.

الف شرط تعادل - توزیع لنگرهای خمشی با بارهای اعمال شده در حال تعادل است (این اساس تحلیل هروش شیب - افت است)

ب شرط تسلیم - BMs (لنگرهای گیرداری) در هیچ جا از لنگر خمیری عضو بیشتر نمی‌شود. (بررسی مجموع BMs در هر مرحله نشان دهنده موضوع فوق است).

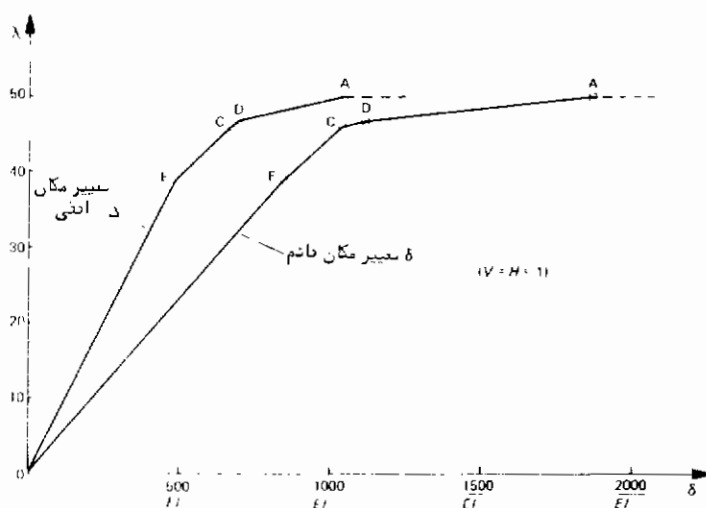
ادامه کار با سه مفصل بدون اصطکاک مطابق مرحله ۴ انجام می‌شود، تا اینکه به ازای $\lambda = 50$ چهارمین مفصل خمیری شکل می‌گیرد. ادامه روند محاسبات در سازه جدید با وجود چهار مفصل بدون اصطکاک غیرممکن است و با تنها معادله‌ای که وجود دارد مسأله قابل حل نخواهد بود. در واقع سازه تبدیل به مکانیزم شده و وقتی چهارمین مفصل شکل می‌گیرد

سازه در موقعیت فروریختگی است. BMD (نمودار لنگر خمیری) در این حالت با توجه به مرحله ۴، شرایط تعادل و تسلیم را برآورده ساخته و سازه حل می‌شود.

(۳) شرط مگنیزم - مفصلهای خمیری کافی برای تبدیل سازه به مکانیزم وجود دارد.

ضریب بار مربوطه را ضریب بار فروریختگی می‌نامند، λ_c .

روش شیب - افت برای تحلیل سازه مناسبترین روش بود زیرا به کمک آن مقدار خیز نیز به دست می‌آید. خیز افقی در بالای ستونها و خیز قائم زیر بار قائم در شکل ۳-۳ نشان داده شده است، که در آن ضریب بار λ می‌باشد.

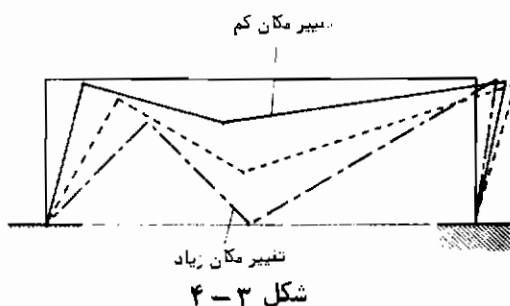


شکل ۳-۳

شکل منحنی بسیار شبیه به منحنی خیز - بار خرابی شکل ۱-۱۳ است که نشان دهنده کاهش شیب (یا سختی) به ازای تشکیل هر مفصل می‌باشد و این کاهش ادامه می‌یابد تا در موقع فرو ریختگی شیب صفر گردد. شباهتهای دیگری با خرابا وجود دارد. تعداد مفصلها در فرو ریختگی یک عدد بیشتر از عدد مربوط به درجه نامعینی قاب می‌باشد. (با توجه به ضمیمه ب وجود چهار مفصل در لحظه فرو ریختگی نشان می‌دهد که درجه نامعینی ۳ است) تشکیل یک مفصل جدید سختی قاب را کاهش داده و نامعینی یک درجه کاهش می‌یابد. مقایسه مقادیر BM در پایان هر مرحله قابل ملاحظه بودن توزیع مجدد لنگر را مشخص می‌سازد.

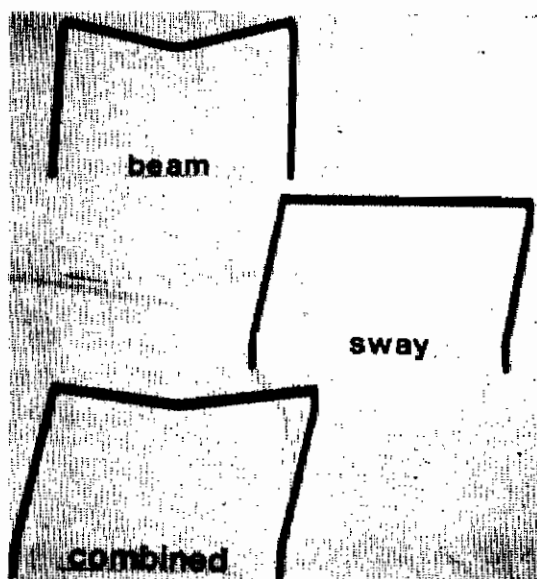
به ازای خیزهای کوچک همچنان که فرو ریختگی ادامه می‌یابد، توزیع لنگر خمشی به همان مقدار مربوط به لحظه فرو ریختگی باقی می‌ماند. (روشن است که اگر لنگر در یک مفصل خمیری

بخواهد کوچکتر شود ، جریان تشکیل مفصل و مکانیزم متوقف می شود (چگونگی گسترش فرو ریختگی در شکل ۳-۴ نشان داده شده است .



موقعی که دوران مفصلها ناچیز است ، شکل سازه فقط کمی تغییر می کند ، اما با دوران بیشتر شکل کاملاً متفاوت خواهد بود .

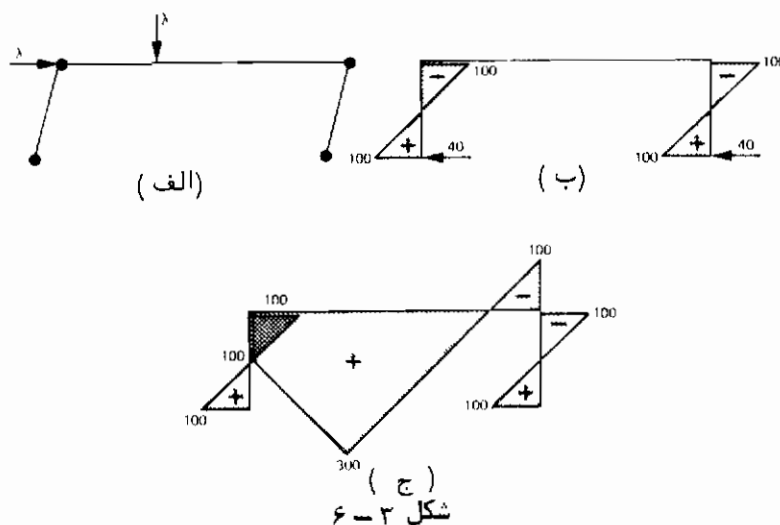
مطالب فوق به طور تجربی ثابت شده است . شکل ۳-۵ سه شکل از قابهای پرتال را نشان می دهد که با ترکیب بارهای مختلف تحت آزمایش قرار گرفته اند .



مکانیزمهای فروریختگی برای قابهای نمونه فولادی

بارها، مکانیزم‌های فروریختگی مختلفی را ایجاد کرده‌اند لیکن در هر حالت مفصل خمیری به‌وضوح دیده می‌شود.

مکانیزم مرحله ۴ از شکل ۳-۲ مکانیزم فروریختگی واقعی سازه می‌باشد. دیگر مکانیزمها را نیز می‌توان حدس زد و مقادیر λ مربوط به آنها را محاسبه نمود. مکانیزم شکل ۳-۶ الف را در نظر بگیرید. تعداد مفصلهای این مکانیزم همان مقدار قبلی است ولی محل یکی از آنها عوض شده است. با استفاده از روش موجود در ضمیمه ج نمودار لنگر خمشی BMD ستون در شکل ۳-۶ ب نشان داده شده است.



عکس‌العمل افقی در پایین ستونها عبارت است از

$$H = \frac{100 + 100}{5} = 40$$

بنابراین برای تعادل در جهت افقی

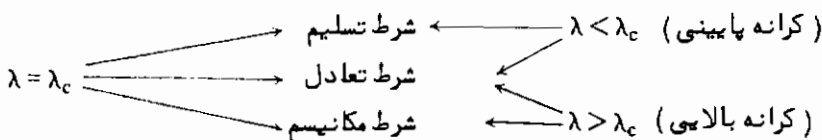
$$\lambda = 40 + 40 = 80 \text{ می‌باشد}$$

این بدان معناست که مکانیزم به‌ازای ضریب بار $\lambda = 80$ بوجود می‌آید که از ضریب بار واقعی فروریختگی بزرگتر است. وقتی که BMD برای این مکانیزم مطابق شکل ۳-۶ ج کامل شود، لنگرهای خمشی بزرگتر از لنگر خمیری وجود خواهد داشت. مشخص است که این مکانیزم فرضی اشتباه است ولی جالب توجه است که BMD مربوطه هنوز شرایط تعادل و مکانیزم را

برآورده می‌کند. این نتیجه برای هر مکانیزم فرضی، صحیح خواهد بود. مقدار λ محاسبه شده برای مکانیزم فرضی فوق را کرانه بالایی از λ_c نامند.

۳-۳ نظریه‌های تحلیل خمیری

اطلاعات راجع به سه شرط مطرح شده در قسمت قبل در اینجا جمع‌بندی شده است که در آن جهت پیکانها نشان می‌دهد که چه شرایطی بایستی برآورده شود.



می‌توان ثابت کرد که سه شرط فوق همواره صحیح بوده و جزء سه نظریه اساسی و ضروری تحلیل خمیری می‌باشند (۴).

۳-۳-۱ نظریه کرانه پایینی

اگر در یک سازه تحت بارگذاری با ضریب بار λ ، یک توزیع لنگر خمشی که شرایط تعادل و تسلیم را برآورده می‌سازد وجود داشته باشد، λ کمتر یا مساوی با ضریب بار فرو ریختگی λ_c خواهد بود.

۳-۳-۲ نظریه کرانه بالایی

اگر در یک سازه تحت بارگذاری با ضریب بار λ ، یک توزیع لنگر خمشی که شرایط تعادل و مکانیزم را برآورده می‌کند وجود داشته باشد، λ مساوی یا بزرگتر از ضریب بار فرو ریختگی λ_c خواهد بود.

۳-۳-۳ نظریه یکنایی

اگر یک سازه تحت بارگذاری، با ضریب بار λ معرفی شود به‌طوری که توزیع لنگر خمشی حاصله سه شرط فرو ریختگی را برآورده سازد، λ مساوی λ_c خواهد بود. به دست آوردن یک توزیع لنگر خمشی با هر ضریب بار دیگر که بتواند سه شرط را توأماً "برآورده سازد غیر ممکن است.

مقصود از تحلیل خمیری تعیین مستقیم بارهای فرو ریختگی می‌باشد. همان‌گونه که در قسمت ۱-۳-۴ اشاره شد محاسبات نسبت به تحلیل ارتجاعی ساده‌تر است. به عنوان مثال

برای حل مسأله، دستگاه معادلات خطی وجود ندارد. بقیه این بخش و تمام مطالب بعدی به روشهای تعیین بارهای فروریختگی مربوط به قابهای ساختمانی اختصاص دارد. این روشها براساس نظریه‌های مطرح شده در این بند می‌باشد.

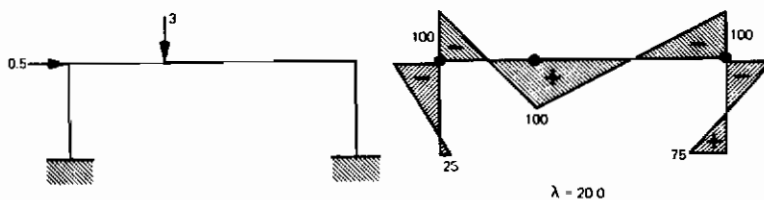
۳-۴ تعداد مفصلهای لازم در یک مکانیزم

همان‌طور که در قسمت ۳-۲ و همچنین در فصل ۱ نشان داده شد، عموماً "تعداد مفصلها، n ، در یک مکانیزم فروریختگی یکعدد بیشتر از درجه نامعینی r می‌باشد

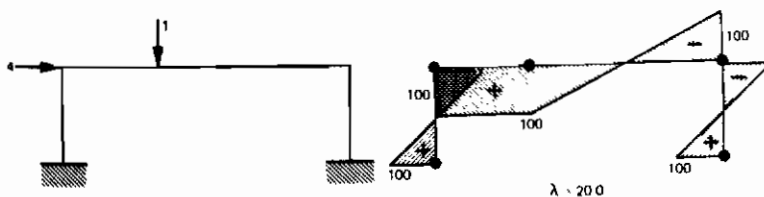
$$n = r + 1 \quad (3-1)$$

این وسیله خوبی است تا بتوان اطمینان یافت که مکانیزم به وجود آمده است. متأسفانه، دو استثنا برای این قانون وجود دارد که بایستی مطرح شود.

قاب شکل ۳-۱ تحت بارهای $H = 0.5$ ، $V = 3$ و $H = 4$ ، $V = 1$ مجدداً تحلیل شده است. نتایج در شکل‌های ۳-۷ و ۳-۸ به ترتیب نشان داده شده است. در حالت اول $\lambda_c = 20$ می‌باشد، ولی در فروریختگی تنها سه مفصل وجود دارد که یکی کمتر از مقدار لازم در معادله ۳-۱ است. این نوع فروریختگی را فروریختگی جزئی گویند، زیرا همان چیزی است که در سازه اتفاق می‌افتد. در این مثال تیر به‌طور زودرس شکسته می‌شود. در حالت دوم آخرین مفصلهای خمیری توأماً تشکیل می‌شوند بنابراین در موقع فروریختگی پنج مفصل وجود دارد. این حالت "بیش فروریختگی" نامیده می‌شود.



شکل ۳-۷



شکل ۳-۸

۳-۵ روش لنگر خمشی BM واکنش و آزاد برای تعیین بارهای فروریختگی

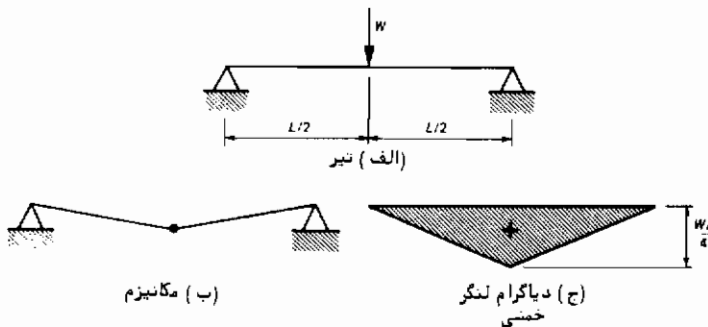
این روش به تحلیل تیرها منحصر می شود، زیرا که لنگرهای خمشی BMs در موقع فروریختگی با استفاده از قوانین ساده ای تعیین می گردد. این روش به وسیله چند مثال بیان می شود. در هر مثال نکته جدیدی عنوان شده است. بنابراین به خواننده پیشنهاد می شود مثالها را به ترتیب ذکر شده مطالعه کند.

۳-۵-۱ تیر ساده

تیری ساده با یک بار متمرکز در میانه آن در شکل ۳-۹ الف نشان داده شده است. وقتی که حداکثر لنگر خمشی با لنگر خمیری تیر مساوی شد فروریختگی به وجود می آید. بنابراین

$$\frac{W_c L}{4} = M_p \quad (۳-۲)$$

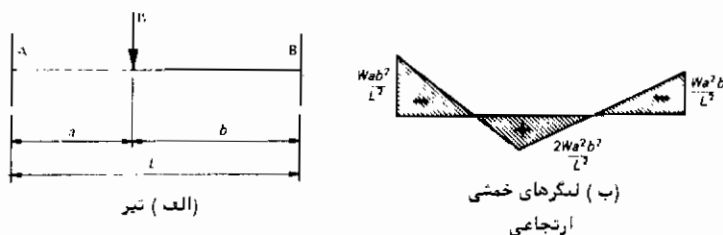
$$W_c = \frac{4M_p}{L}$$



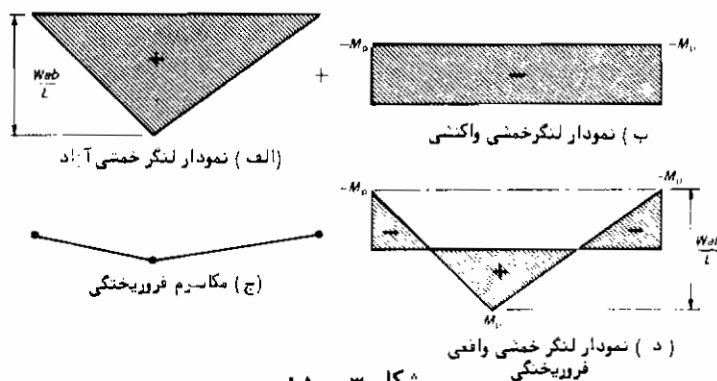
شکل ۳-۹

۳-۵-۲ تیر دو سر گیردار

یک تیر دو سر گیردار که تحت اثر بار متمرکزی قرار دارد در شکل ۳-۱۰ الف نشان داده شده است. شکل ۳-۱۰ ب نمودار لنگر خمشی را برای رفتار ارتجاعی نشان می دهد. بیشترین لنگر $\frac{Wab^2}{L^2}$ در نقطه A به وجود می آید. ابتدا با در نظر گرفتن مفصلی در A و سپس در سایر نقاط مراحل مختلف تحلیل را مشابه با قسمت ۳-۲ انجام می دهیم. با این کار نمودار لنگر خمشی (BMD) در موقع فروریختگی و مکانیزم فروریختگی مطابق شکل ۳-۱۱ به دست می آید، در نتیجه $W_c = \frac{2M_p L}{ab}$ می شود.



شکل ۳-۱۰



شکل ۳-۱۱

ملاحظه می‌شود که با استفاده از قواعد ساده می‌توان به راحتی نمودار لنگر خمشی BMD و مکانیزم فروریختگی را رسم کرد.

قاعده اول: عموماً مفصلها در دو انتهای گیردار تیر تشکیل می‌شوند.

قاعده دوم: مفصلها زیر بارهای متمرکز تشکیل می‌شوند.

حتی در موقع فروریختگی نمودار لنگر خمشی از نمودارهای لنگر خمشی آزاد و واکنش به دست می‌آید، (ضمیمه ج ملاحظه شود) که برای تیر دو سر گیردار در شکل‌های (۳-۱۱ الف و ب) نشان داده شده است. بار فروریختگی با توجه به مشخصات هندسی نمودار لنگر خمشی در موقع فروریختگی به دست می‌آید (شکل ۳-۱۱ د).

$$M_p + M_p = \frac{Wab}{L}$$

لنگر خمشی واقعی
زیر بار متمرکز

لنگر خمشی واکنش
زیر بار متمرکز

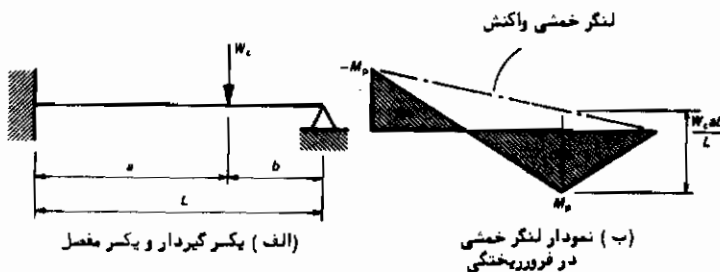
در نتیجه

$$w_c = \frac{2M_p L}{ab} \quad (3-3)$$

همان گونه که در مثال بعد آمده است روش فوق برای سایر موارد که نمودار لنگر خمشی آنها قدری پیچیده تر است قابل تعمیم می باشد .

۳-۵-۲ تیر یکسر مفصل یکسر گیردار

در شکل ۳-۱۲ الف تیر یکسر مفصل یکسر گیرداری تحت بار متمرکز نشان داده شده است با استفاده از قواعد ۱ و ۲ بند ۳-۵-۲ نمودار لنگر خمشی BMD (شکل ۳-۱۲ ب) ترسیم شده است. از آنجا که این نمودار از نمودارهای لنگر خمشی واکنش و آزاد به دست می آید ، با توجه به مشخصات هندسی



شکل ۳-۱۲

$$M_p + \frac{bM_p}{L} = \frac{W_c ab}{L}$$

لنگر خمشی آزاد لنگر خمشی واکنش لنگر خمشی واقعی
تحت بار تحت بار تحت بار

$$w_c = \frac{M_p(L+b)}{ab} \quad (3-4)$$

تنها تفاوت در این مثال نسبت به مثال قبلی ، استفاده از تشابه مثلثها برای پیدا کردن لنگر خمشی واکنش می باشد .

۳-۵-۴ تیر یکسره

تیر یکسره نیز به روشهای فوق تحلیل می‌شود. در این مبحث دو نکته جدید بایستی در نظر گرفته شود.

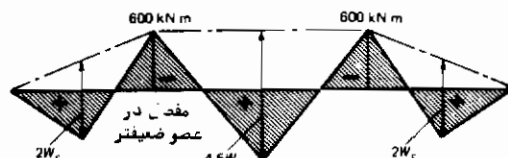
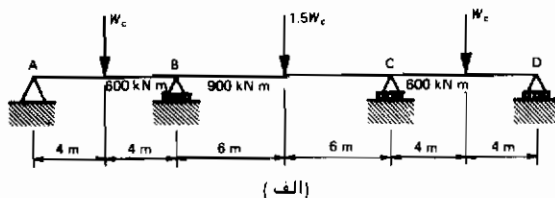
اول: ممکن است هریک از دهانه‌ها دارای مقاطع و در نتیجه لنگرهای خمیری متفاوتی باشند. در هر تکیه‌گاه لنگرهای خمشی تکیه‌گاهی تیرهای دوطرف مساویند. بنابراین وقتی مفصل خمیری در یک تکیه‌گاه شکل می‌گیرد مقدار لنگر خمیری در آن تکیه‌گاه به کمک قاعده زیر تعیین می‌شود.

قاعده سوم: در یک تکیه‌گاه مفصل خمیری بازاء لنگر خمیری عضو ضعیفتر شکل می‌گیرد.

دوم: شکست همزمان دهانه‌ها محتمل نیست. هر دهانه بایستی جداگانه کنترل شود. در طول تیر دهانه، یا دهانه‌های با کمترین بار فروریختگی تعیین کننده می‌باشند. این مثال، نمونه خوبی برای فروریختگی جزئی است.

در شکل ۳-۱۳ یک تیر یکسره همراه با نمودار لنگر خمشی آن در موقع فروریختگی رسم شده است. مفصلهای خمیری زیر بارهای متمرکز نشان داده نشده زیرا وقتی فروریختگی به وجود می‌آید تمام آنها تشکیل نمی‌شوند. هر دهانه بایستی برای فروریختگی کنترل شود.

فروریختگی قابهای ساده



(ب) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی

شکل ۳-۱۳

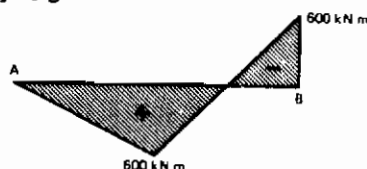
اگر ابتدا دهانه‌های AB و CD فروریخته شوند نمودار لنگر خمشی در موقع فرو ریختگی

مطابق شکل ۱۴-۳ خواهد بود .

این حالت مشابه تیر یکسر گیردار یکسر مفصل قسمت ۳-۵-۳ می باشد .

$$w = \frac{600(8+4)}{4 \times 4} = 450 \text{ kN}$$

دهانه های AB و CD



شکل ۱۴-۳

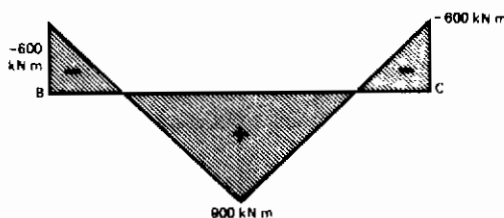
نمودار لنگر خمشی فروریختگی برای دهانه BC در شکل ۱۵-۳ نشان داده است که بسیار

شبیه به تیر دو سر گیردار می باشد . با توجه به مشخصات هندسی BMD .

$$4.5W_c = 600 + 900$$

$$W_c = 333 \text{ kN}$$

دهانه BC



شکل ۱۵-۳

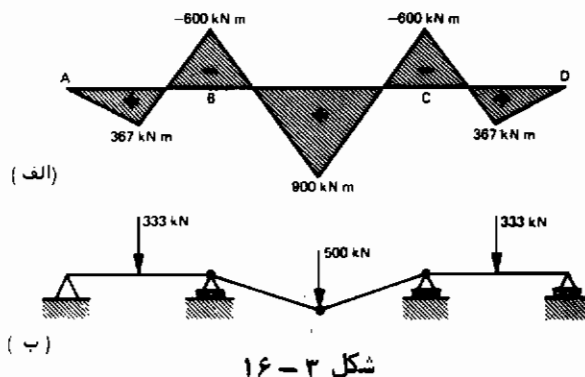
روشن است که ابتدا یک مکانیزم در دهانه BC به وجود می آید و وقتی $W_c = 333 \text{ kN}$ است

فروریختگی حاصل می شود . نمودار لنگر خمشی فروریختگی برای تمام تیر اکنون کامل می باشد

که در شکل ۱۶-۳ الف نشان داده شده است . توجه شود که تحت بارهای متمرکز لنگرها در

AB و CD از لنگر خمیری کوچکترند ، زیرا فقط در BC یک مکانیزم به وجود می آید (شکل

۱۶-۳ ب)



۳-۵-۵ دهانه‌های با بارهای یکنواخت

در تمام قسمت‌های گذشته این بخش تیرها تحت بارهای متمرکز بوده‌اند. در عمل، بارها به صورت یکنواخت در طول دهانه پخش می‌شوند. بررسی این موضوع مشکل‌تر است زیرا دیگر موقعیت مفصل خمیری در طول دهانه را نمی‌توان با استفاده از یک قانون ساده تعیین کرد. یک تیر و نمودار لنگر خمشی فروریختگی آن در شکل (۳-۱۷ الف و ب) نشان داده شده است. موقعیت مفصل در طول دهانه روشن نیست. این مفصل وقتی به وجود می‌آید که لنگر خمشی مقدار حداکثر خود را داشته باشد. برای تعیین این مقدار حداکثر لازم است که:

$$\frac{dM}{dx} = 0 \quad \text{می‌باشد} \quad (۵-۳)$$

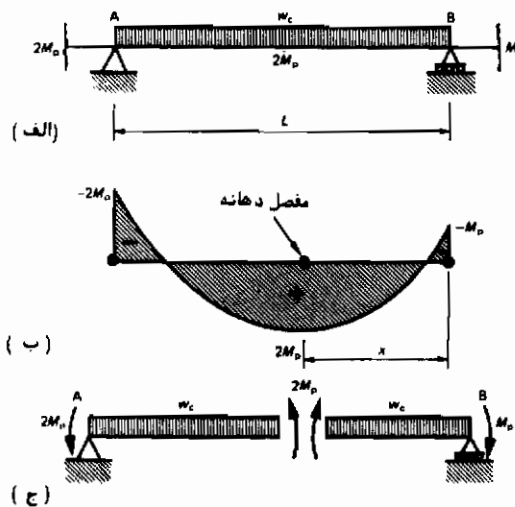
با استفاده از رابطه بین لنگر خمشی و نیروی برشی

$$\frac{dM}{dx} = N \quad \text{می‌شود} \quad (۶-۳)$$

اگر تیر از محل مفصل داخل دهانه قطع شود نمودار آزاد شکل ۳-۱۷ ج تعادل تیر را نشان می‌دهد. مقادیر تمام لنگرها معلوم است و نیروی برشی در محل قطع بایستی صفر باشد (از معادلات ۳-۵ و ۳-۶)، بنابراین تنها مقادیر نامشخص، w_c و x می‌باشند. با استفاده از تعادل دو قسمت صلب، معادلات کافی برای محاسبه w_c و x به دست می‌آیند. با لنگرگیری نسبت به B برای مقطع دست راست.

$$-\frac{w_c x^2}{2} + 2M_p + M_p = 0$$

$$\frac{w_c x^2}{2} = 3M_p \quad \text{می‌شود} \quad (۷-۳)$$



شکل ۳-۱۷

به‌طور مشابه برای مقطع سمت چپ، با گرفتن لنکر حول A داریم:

$$\frac{w_c(L-x)^2}{2} - 2M_p - 2M_p = 0$$

$$\frac{w_c(L-x)^2}{2} = 4M_p \quad (۸-۳)$$

با جایابی معادله (۷-۳) در معادله (۸-۳)

$$\text{است} \quad \frac{w_c(L-x)^2}{2} = \frac{4}{3} \left(\frac{w_c x^2}{2} \right)$$

با حذف w_c و ساده کردن معادله داریم:

$$3(L-x)^2 = 4x^2$$

$$3(L^2 - 2xL + x^2) = 4x^2$$

$$x^2 + 6xL - 3L^2 = 0$$

با حل معادله درجه دوم فوق .

$$x = (-3 \pm 2\sqrt{3})L$$

ریشه مثبت، موقعیت مفصل دهانه را مشخص می‌سازد

$$x = (-3 + 2\sqrt{3})L = 0.464L$$

با جابجایی مقدار فوق در معادله ۳-۷ داریم

$$w_c = \frac{27.86M_p}{L^2}$$

این مثال به‌ازای هر مقدار لنگر خمیری در دو انتهای عضو قابل تعمیم است. در تیر یکسر مفصل یکسر گیردار، لنگر واکنش در یک انتهای صفر خواهد بود. البته مثال فوق نباید کورکورانه مورد عمل قرار گیرد. وقتی که لنگرهای واکنش در هر دو انتهای دهانه مساوی هستند، در اثر تکان لنگر حداکثر در وسط دهانه خواهد بود. مطالب فوق برای بارهای متمرکز نیز قابل استفاده خواهد بود.

۳-۶ روش کار مجازی برای محاسبه بارهای فروریختگی

در تحلیل قابها بایستی حالات بیشتری را نسبت به تالیز تیرها در نظر گرفت. قاب ممکن است به وسیله نیروهای افقی تحت فشارهای جانبی قرار گیرد. یک تیر به‌طور مجزا ممکن است تحت بارهای قائم گسیخته شود و یا اینکه ترکیبی از حالات فوق به‌وجود آید. روش لنگر خمشی واکنش و آزاد در تعیین مکانیزم و نمودار لنگر خمشی به‌هنگام فروریختگی نقش مطلوبی دارد. البته بکاربردن این روش در مورد قابها دشوارتر است. ثابت شده است که روش کار مجازی برای بارهای فروریختگی وسیله محاسباتی نیرومندی است زیرا به سادگی در مورد قابها قابل اجراست. این روش براساس دو قضیه زیر استوار است.

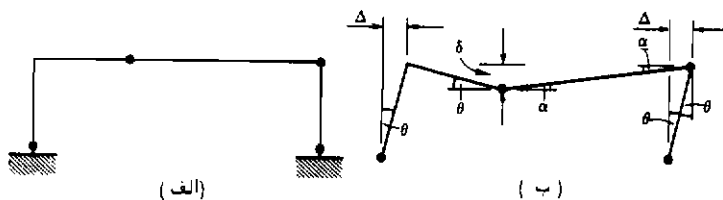
- ۱- وقتی یک قاب فروریخته می‌شود، تمام تغییر مکانهای سازه در اثر چرخش مفصلها به‌وجود می‌آید. (آن‌گونه که در آزمایشها رخ می‌دهد).
- ۲- اصل کار مجازی در مورد این تغییر مکانها قابل استفاده است.

شکل ۳-۱۸ الف قاب مورد استفاده در قسمت ۳-۲ را در لحظه فروریختگی درحالیکه آخرین مفصل شکل گرفته ولی هنوز دوران صورت نگرفته است نشان می‌دهد. با اعمال یک تغییر مکان افقی بی‌نهایت کوچک در بالای ستون سمت چپ با فرض کوتاه نشدن اعضا در اثر نیروی محوری، سازه مطابق شکل ۳-۱۸ ب تغییر مکان می‌دهد، البته تغییر مکانها و دورانهای بی‌نهایت کوچک بسیار مبالغه‌آمیز رسم شده‌اند.

تغییر مکانها و دورانها به‌عنوان تغییر مکانهای مجازی تلقی می‌شوند، بنابراین

$$\begin{aligned} H\Delta + V\delta &= \text{کار خارجی (مجازی) انجام شده} \\ &= \sum W\delta = \text{کلیه بارها توسط بارهای اعمالی} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{کار داخلی (مجازی) انجام شده} &= M_p \theta + 2M_p (\theta + \alpha) + M_p \theta \\
 \text{توسط بارهای اعمالی} & \quad \text{خمیری} \\
 \text{کلیه مفصلهای خمیری} &= \Sigma M_p \theta
 \end{aligned}$$



شکل ۳-۱۸

از آنجا که تغییر شکل سازه تنها به علت دورانهای مجازی در مفصلها است. در موقع فرو ریختگی سازه در حال تعادل است بنابراین با استفاده از اصول کار مجازی.

$$\text{کار داخلی (مجازی)} = \text{کار خارجی (مجازی)}$$

یعنی

$$\begin{aligned}
 \Sigma W \times \delta &= \Sigma M_p \times \theta \quad (3-9) \\
 \text{دوران مجازی مربوطه} \times \text{لنگر خمیری در} \Sigma &= \text{تغییر مکانهای مجازی مربوطه در جهت نیرو} \times \Sigma \text{ نیروها} \\
 \text{هر مفصل خمیری} &
 \end{aligned}$$

معمولاً" با توجه به تناسبات هندسی تغییر مکانهای مجازی بین δ_s و θ_s یک رابطه ساده وجود دارد، بنابراین بار W بر حسب لنگرهای خمیری M_p قابل محاسبه است. معادله ۳-۹ به معادله کار موسوم است. علاوه بر وضعیتهای (۱) و (۲) فوق الذکر دو فرضیه دیگر وجود دارد که در معادله کار گنجانده شده است.

در اثنای فروریختگی، تمام تغییر شکلهای در مفصلهای خمیری به وجود می آیند. برای اینکه مکانیزم باقی بماند لنگر خمشی در هیچ مفصل خمیری نمی تواند کاهش یابد. همچنین به طور فیزیکی نمی تواند بیشتر از آن شود. علاوه بر آن وقتی فروریختگی ایجاد می شود بارها ثابت باقی می مانند از اینرو فرضیات دیگر عبارتند از:

۳- در فروریختگی همچنان که سازه تغییر شکل می دهد لنگرهای خمشی ثابت باقی می مانند.

۴ - اثرات بارهای محوری صرف نظر می‌شوند .

بنابراین علاوه بر صرف نظر کردن از کوتاه‌شدگی محوری، از شکست زودرس در اثر کماتش نیز صرف نظر می‌شود. این نکته با جزئیات بیشتر در فصل ۶ مورد توجه قرار خواهد گرفت در این قسمت فقط استخوانبندی روش کار مجازی ارائه شد. موارد عملی آن توسط مثالهای به کار برده شده بهتر شرح داده می‌شود. چهار مثال ارائه می‌گردد و در هر کدام بعد جدیدی از روش فوق معرفی می‌شود.

۳ - ۶ - ۱ تیر دو سر گیردار

تکرار این مثال از این جهت ارزشمند است که حل مسأله را به روش کار مجازی به روشنی شرح می‌دهد.

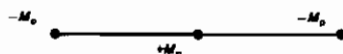


مثال

مرحله ۱

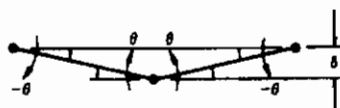
مکانیسم فروریختگی

مفصلهای خمیری در دو انتها و زیر بار.



مرحله ۲

دورانهای خمیری مجازی به مفصلها داده می‌شود



به جهت‌های دورانتها توجه شود. اگر دوران توسط یک لنگر مثبت ایجاد شود، مثبت می‌باشد.

مرحله ۳

کار مجازی انجام شده توسط بارهای خارجی (کار خارجی) عبارت است از

$$W_c \times \delta \quad (\text{تغییر مکان مجازی} \times \text{بار}) =$$

مرحله ۴

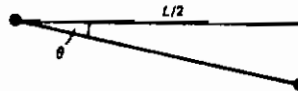
کار مجازی جذب شده در اثر دوران مفصل (کار داخلی)

$$-M_p \times -\theta + M_p 2\theta + -M_p \times -\theta = 4M_p \theta$$

علامت لنگرها و دورانه اهمیت ندارد ، کار جذب شده مثبت است . از اینرو قرار دادی برای علامت لازم نیست .

مرحله ۵

هندسه مکانیزم



نمودار فوق مربوط به نیمه چپ تیر است . از آنجا که تمام تغییر مکانها به وسیله دوران خمیری به وجود می آیند ، تیر بین مفصلها مستقیم باقی می ماند . $\tan \theta = \theta$ از آنجا که θ زاویه بینهایت کوچک است .

$$\delta = \frac{L}{2} \tan \theta = \frac{L}{2} \theta$$

مرحله ۶

با توجه به متعادل و هندسه مکانیزم

کار جذب شده = کار انجام شده

$$W_c \delta = 4M_p \theta$$

$$W_c \frac{L}{2} \theta = 4M_p \theta \quad \text{i.e.} \quad W_c = \frac{8M_p}{L}$$

همانگونه که انتظار می رود مقدار ، θ ، دوران مجازی از معادله حذف می شود . با مقایسه این

نتیجه و آنچه در قسمت ۳-۵-۲ به دست آمد، وقتی که $a = b = L/2$ باشد

$$W_c = \frac{2M_p L}{ab} = \frac{2M_p L}{(L^2/4)} = \frac{8M_p}{L}$$

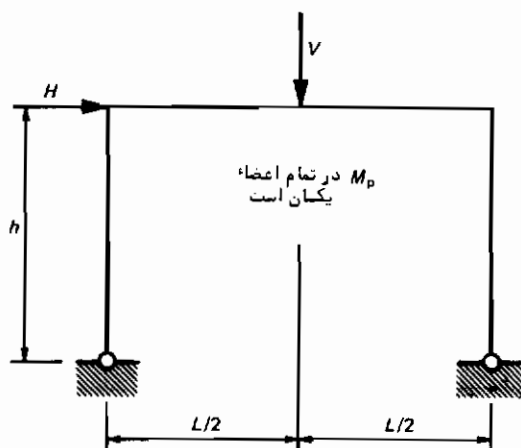
بنابراین می‌توان کنترل کرد که در هردو روش برای بار فروریختگی نتایج یکسانی به دست می‌آید.

البته نیازی به انجام محاسبات به صورت مرحله به مرحله وجود ندارد و این کار در این مثال بدین علت انجام شد که پیدا کردن بار فروریختگی با استدلال نشان داده شود.

۳-۶-۲ قاب پرتال با پی‌های مفصلی

همان‌طور که در شکل ۳-۱۹ ملاحظه شود اکنون نیروهای افقی و قائم به سازه اعمال می‌شود این بدان معناست که در مرحله اول، که تصمیم‌گیری در مورد مکانیزم فرو ریختگی است، با مشکل روبرو می‌شویم زیرا مکانیزمهای ممکنه مختلفی وجود دارد.

در واقع برای هر مکانیزم یک محاسبه جداگانه لازم است.



شکل ۳-۱۹

۳-۶-۲-۱ فروریختگی تیر

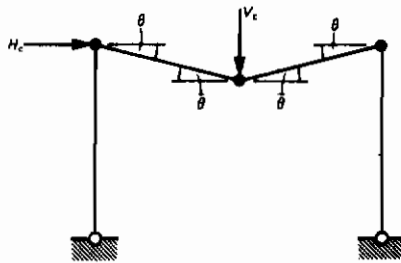
در این حالت فروریختگی تنها در اثر بار قائم ایجاد می‌شود (اگرچه نیازی نیست که نیروی افقی صفر باشد). مفصلهای خمیری و دورانه‌ای ایجاد شده در شکل ۳-۲۰ نشان داده شده است. محاسبات مشابه مثال قبلی است.

$$V_c \frac{L}{2} \theta = 4M_p \theta \quad (۱۰-۳)$$

یا

$$\frac{V_c L}{M_p} = 8 \quad (۱۱-۳)$$

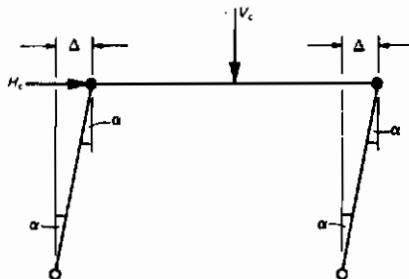
توجه شود که نیروی افقی کار انجام نمی‌دهد زیرا فرض می‌شود انتهای بالایی ستونها ثابت باقی می‌مانند.



شکل ۲۰-۳

۳-۶-۲-۲ فروریختگی جانبی

این فروریختگی تنها در اثر نیروی افقی ایجاد می‌گردد و سازه بطور جانبی رانده می‌شود (شکل ۲۱-۳). وقتی مفصلهای خمیری در بالای هر دو ستون به وجود می‌آید مکانیزم شکل می‌گیرد، مفصلها در پای ستونها به آزادی دوران می‌کنند و قادر به جذب هیچ‌گونه کاری نیستند. (این نوع مفصل در قاب به وجود می‌آید و فرض می‌شود بدون اصطکاک است، بنابراین این مقاومتی در مقابل دوران نخواهد داشت).



شکل ۲۱-۳

از آنجا که تمام تغییرشکلها به وسیله دوران مفصل به وجود می‌آید، طول تیر تغییر

نمی‌کند و بالای ستونها به اندازه مساوی (بینهایت کوچک) به‌طور جانبی حرکت می‌کنند .
در نتیجه دوران مفصل در هر دو ستون مشابه است .

$$\begin{aligned} \text{کار خارجی} &= H_c \Delta \\ &= H_c h \alpha \\ \text{کار داخلی} &= 2M_p \alpha \end{aligned}$$

برای تعادل

$$H_c h \alpha = 2M_p \alpha \quad (3-12)$$

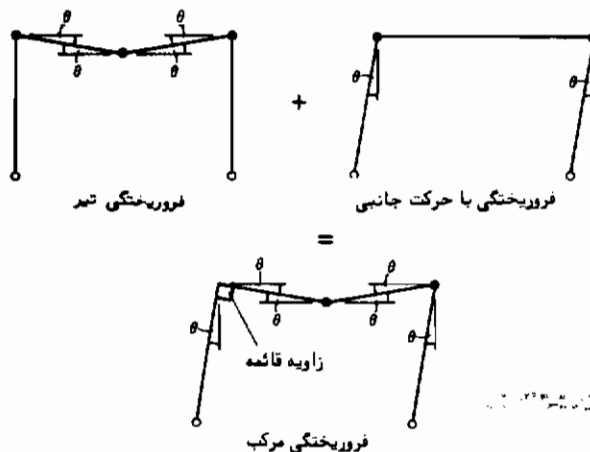
بنابراین در موقع فروریختگی

$$\frac{H_c h}{M_p} = 2 \quad (3-13)$$

در این مکانیزم نیروی قائم کار انجام نمی‌دهد زیرا فرض می‌شود بالای ستونها بدون پایین آمدگی به‌طرف جانبی حرکت می‌کنند .

۳-۶-۲-۳ فروریختگی مرکب تیر و جانبی

امکان این حالت فروریختگی به‌منظر بدیهی و روشن می‌آید ، ولی آیا مفهوم دارد؟ در واقع در حالت خاصی که دوران مجازی پایه در مکانیزمهای تیر و جانبی مساوی باشد یعنی $\theta = \alpha$ این فروریختگی با معنی است . در شکل ۳-۲۲ موضوع فوق نشان داده شده است .



شکل ۳-۲۲

دوران ستون سمت چپ و انتهای تیر سمت چپ طوری است که در محل اتصال اعضا زاویه اتصال همچنان قائمه باقی می ماند. این بدان معناست که در آن نقطه دوران خمیری وجود ندارد.

بنابراین مفصل خمیری (و ظرفیت جذب کار آن) در محل تلاقی تیر و ستون سمت چپ از مکانیزمهای تیر و جانبی برداشته می شود. معادله کار برای مکانیزم فروریختگی مرکب با جمع کردن معادلات کار (معادلات ۳-۱۵ و ۳-۱۲) فروریختگی تیر و جانبی و سپس کم کردن از کار داخلی (کار انجام شده توسط مفصل حذف شده) به دست می آید. بنابراین

$$\frac{V_c L \theta}{2} + H_c h \theta = 4M_p \theta + 2M_p \theta - \underset{\text{تیر}}{M_p \theta} - \underset{\text{جانبی}}{M_p \theta}$$

کار داخلی در مفصلی - کار داخلی + کار داخلی = کار خارجی + کار خارجی
که حذف شده است مکانیزم جانبی مکانیزم تیر مکانیزم جانبی مکانیزم تیر

$$\frac{V_c L \theta}{2} + H_c h \theta = 4M_p \theta \quad (3-14)$$

$$\frac{1}{2} \frac{V_c L}{M_p} + \frac{H_c h}{M_p} = 4 \quad (3-15)$$

روش فوق برای حذف مفصلهای خمیری در مکانیزمهای مرکب بسیار مهم است و بایستی کاملاً درک شود. این روش بعداً به طور جامعتری برای تحلیل سازه های پیچیده تر مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

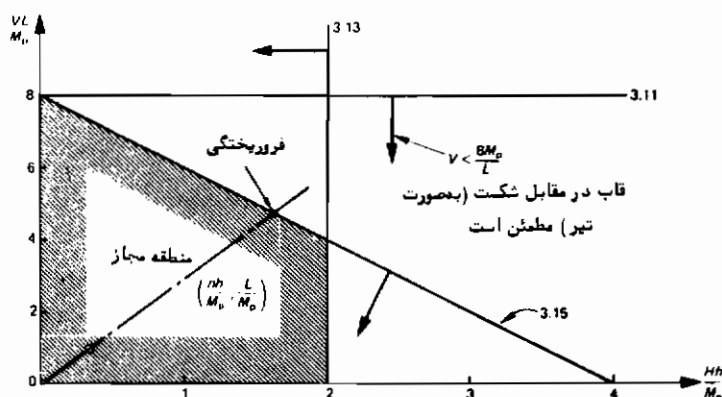
۳-۶-۲-۴ چه مکانیزمی محتملتر است؟

پاسخ به این پرسش مشکل است، زیرا مکانیزم فروریختگی واقعی بستگی به نسبت مقادیر نیروهای V و H دارد. به کمک معادلات ۳-۱۱ و ۳-۱۳ و ۳-۱۵ بارهایی که به ازای آنها مکانیزم ایجاد می شود به دست می آید. و می توان آنها را روی صفحه با محورهای مختصات $V L / M_p$ و $H h / M_p$ رسم کرد همان طور که در شکل ۳-۲۳ به صورت سه خط مستقیم نشان داده شده است.

نمودار فوق یک نمودار تقابلی نامیده می شود (ID).

به کمک نمودار تقابلی اطلاعات بیشتری در مورد قاب به دست می آید. معادله ۳-۱۱

پیان می‌کند که وقتی $V L / M_p = 8$ است مکانیزم تیر به وجود خواهد آمد. اگر V کمتر از $8 M_p / L$ باشد شکست تیر در قاب به وجود نمی‌آید.



شکل ۳-۲۳

بحث فوق برای سایر مکانیزمها نیز قابل استفاده است و سطح‌ها شور زده داخلی نمودار تقابلی نشان دهنده محدوده ایمن است.

این سطح‌ها شور خورده را که محدوده مجاز گویند، (PR) نشان دهنده ترکیبایی از V و H است که به ازای تشکیل هریک از مکانیزمها، سازه در مقابل فروریختگی ایمن است. اگر V و H طوری باشند که نقطه روی حد مرزی PR واقع شود، فروریختگی به وجود می‌آید. در این حالت خط مرزی از خط مورب (معادله ۳-۱۵) مربوط به مکانیزم مرکب و خط قائم (معادله ۳-۱۳) مربوط به مکانیزم جانبی تشکیل می‌شود.

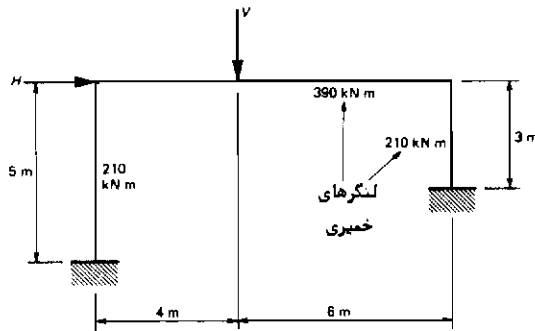
فرض کنید نسبت نیروها برابر با $V/H = 1/n$ باشد، فروریختگی قاب چگونه است؟ فرض کنید که $V = 1$ است، بنابراین $H = n$ خواهد بود. نقطه $(nh/M_p, L/M_p)$ را در نمودار تقابلی ID در نظر بگیرید.

محل تلاقی خطی که از مبدا و نقطه $(nh/M_p, L/M_p)$ می‌گذرد و خط مرزی محدوده مجاز PR را قطع می‌کند. مکانیزم فروریختگی (مطابق شکل، مکانیزم مرکب) و مقادیر V و H در فروریختگی را مشخص می‌سازد (مطابق شکل $V = 4.75 M_p / L, H = 1.625 M_p / h$).

لزومی ندارد که همیشه محورهای مختصات و یا نمودار تقابلی ID برحسب مقادیر مثال فوق باشند و بایستی مناسبترین مقادیر را در نظر گرفت. در قسمت بعد برای آنها مقادیر دیگری داده شده است.

۳-۶-۳ قاب پرتال با تکیه گاههای گیردار

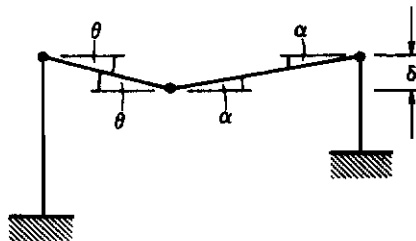
قاب زیر را در نظر بگیرید. برخلاف مثال قبل، در این قاب، تکیه گاهها گیردار، لنگرهای خمیری اعضاء متفاوت و شکل قاب پیچیده تر می باشد. این تفاوتها را در محاسبات بایستی در نظر گرفت.



شکل ۳-۲۴

(الف) مکانیزم تیر
با توجه به ابعاد هندسی این مکانیزم

$$\delta = 4\theta = 6\alpha$$



یعنی

$$\alpha = \frac{2}{3}\theta \text{ است.}$$

در اتصال بین دو عضو، مفصل خمیری در عضوی که لنگر خمیری آن کمتر است به وجود می آید. بنابراین معادله کار

$$\begin{aligned} V\delta &= 210\theta + 390(\theta + \alpha) + 210\alpha \\ &= 600(\theta + \alpha) \end{aligned}$$

با جابجایی مقادیر α و δ داریم:

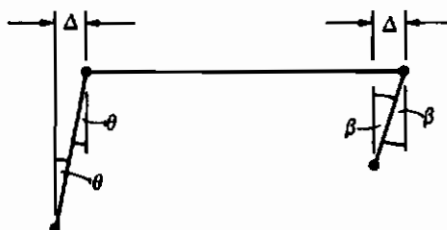
$$V \times 4\theta = 600 \left(1 + \frac{2}{3}\right) \theta$$

یعنی

$$V = 250 \text{ kN}$$

(۳ - ۱۶)

(ب) مکانیزم جانبی



برای تشکیل این مکانیزم بایستی مفصلهای خمیری در بالا و پایین هر ستون به وجود آید. با توجه به ابعاد قاب:

$$\Delta = 5\theta = 3\beta$$

یعنی

$$\beta = \frac{5}{3} \theta$$

معادله تعادل عبارت است از:

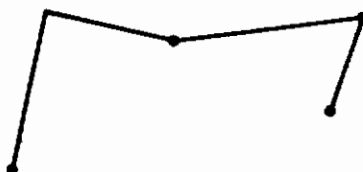
$$H\Delta = 2 \times 210\theta + 2 \times 210\beta$$

$$H \times 5\theta = 420 \left(1 + \frac{5}{3}\right) \theta$$

$$H = 224 \text{ kN}$$

(۳ - ۱۷)

(ج) مکانیزم مرکب



معادله تعادل عبارت است از:

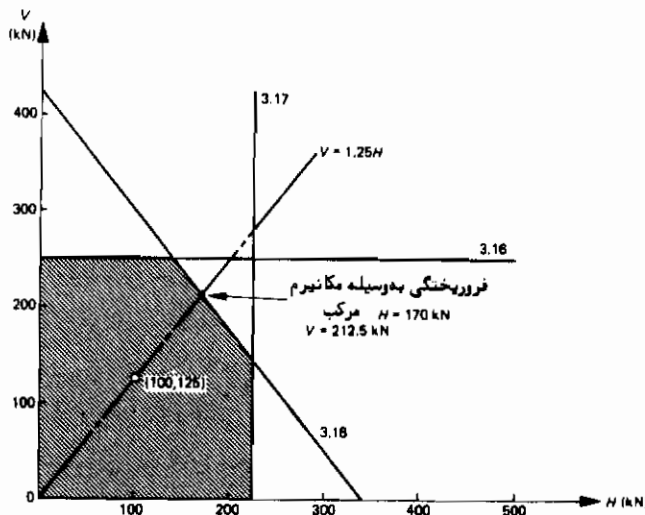
$$V \times 4\theta + H \times 5\theta = 600 \left(1 + \frac{2}{3}\right) \theta + 420 \left(1 + \frac{5}{3}\right) \theta - 2.210 \theta$$

یعنی

$$4V + 5H = 1700$$

(۱۸-۳)

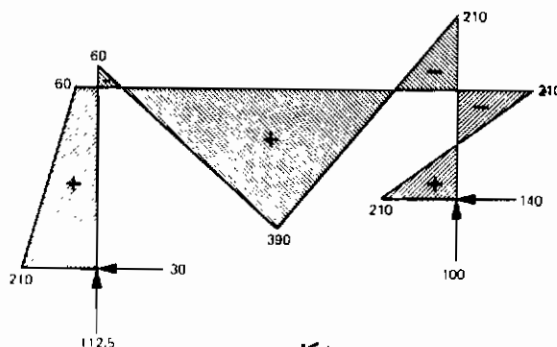
در این مثال اکنون می‌توان با استفاده از معادلات ۱۶-۳ الی ۱۸-۳ نمودار تقابلی ID را رسم کرد.



شکل ۳-۲۵

بمازای $V = 1.25H$ شکل فروریختگی کدام است؟ با فرض $H = 100$ kN، خواهیم داشت $V = 125$ kN، این نقطه را روی نمودار تقابلی رسم می‌کنیم.

نمودار تقابلی ID نشان می‌دهد که وقتی $H = 170$ kN و $V = 212.5$ kN است فروریختگی در اثر مکانیزم مرکب ایجاد می‌شود. دیاگرام لنگر خمشی BMD برای این ترکیب بارها در موقع فروریختگی اکنون قابل ترسیم است (به ضمیمه ج مراجعه شود). عکس‌العملهای تکیه‌گاهها با توجه به BMD در شکل ۲۶-۳ نشان داده شده است. عکس-العملهای قائم دو ستون مساوی با نیروهای محوری هستند (۱۲/۵ kN و ۱۰۰ kN) و نیروی محوری تیر از تفاضل عکس‌العملهای افقی به دست می‌آید (۱۱۰ kN)



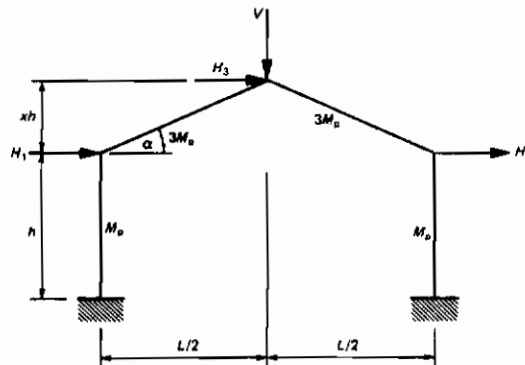
شکل ۳-۲۶

همچنانکه در قسمت ۲-۵ نشان داده شده است، این نیروها، لنگرهای خمیری مؤثر اعضا را کاهش می‌دهند. اثر این کاهشها را با استفاده از لنگرهای خمیری کوچکتر و به وسیله تکرار معادلات کار می‌توان به دست آورد. با در نظر گرفتن اثرات فوق، مقادیر H و V نیز کاهش خواهند یافت. البته با انجام یک تکرار، کاهش در نیروهای اعضا قابل مقایسه و ملاحظه است ولی سریعاً با ادامه کار تقارب حاصل می‌شود. برای محاسبه تغییر در لنگرهای خمیری مؤثر، اطلاعاتی در مورد مشخصات هندسی عضو لازم است. در این مثال لنگرهای خمیری مربوط به دو مقطع تیر یونیورسال^۱ بوده است، این مقاطع UB ۶۶ و ۵۳۳×۱۶۵ و ۵۴ UB ۳۰۵×۱۶۵ می‌باشند که مشخصات هندسی آنها در مرجع ۲ داده شده است. نیروهای محوری لنگرهای خمیری را به ترتیب تا ۳۸۸ kN-m و ۲۰۸ kN-m، و بارهای فروریختگی را تا $H = ۱۶۸/۷$ kN و $V = ۲۱۰/۸$ kN می‌دهند. کاهش در بار فروریختگی تنها ۸/۵ درصد است. در این مثال و برای قابهای معمولی یک طبقه، نیروهای محوری قابل اغماض می‌باشند. اما در قاب چند طبقه که نیروهای محوری در ستونهای پایین خیلی زیاد است، کاهش در بار فروریختگی می‌تواند قابل ملاحظه باشد.

۳-۶-۴ قاب شیبدار

یک قاب شیبدار متقارن نمونه در شکل ۳-۲۷ نشان داده شده است. چنین قابی برای ساختمانهای کارخانه و انبار بسیار معمول است. از شیبها برای تخلیه آب باران استفاده می‌شود ولی اهمیت بیشتر آنها در امکان افزایش دهانه‌هاست. تحلیل این نوع از سازه‌ها

پیچیده تر از قاب پرتال مستطیلی می باشد . زیرا مکانیزم تیر معمولی نمی تواند در شیبه به وجود آید .



شکل ۳-۲۷

شکل ۳-۲۸ الف مفصلهای لازم برای مکانیزم تیر را نشان می‌دهد. اگر شیب AB مطابق شکل ۳-۲۸ ب حول نقطه A دوران کند، نقطه B به‌طور قائم و افقی حرکت می‌کند.

$$\delta_h = AB' \cos (\alpha - \theta) - AB \cos \alpha$$

از آنجا که $AB' = AB = l$ می باشد

$$\delta_h = l \cos \alpha \cos \theta + l \sin \alpha \sin \theta - l \cos \alpha$$

برای زوایای کوچک $\cos \theta = 1$ و $\sin \theta = \theta$ ، بنابراین

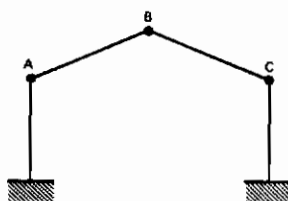
$$\delta_h = l \cos \alpha + l (\sin \alpha) \theta - l \cos \alpha$$

$$= l (\sin \alpha) \theta$$

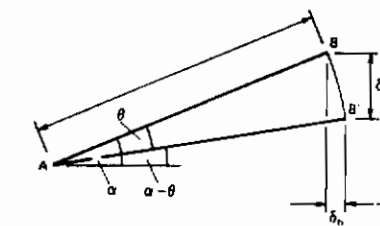
(19-3)

$$= x^{\frac{1}{2}\theta}$$

(٢٥ - ٣)



(الف)



6. دوران خمیری (بہ طور نامحدود کوچک)
(ب)

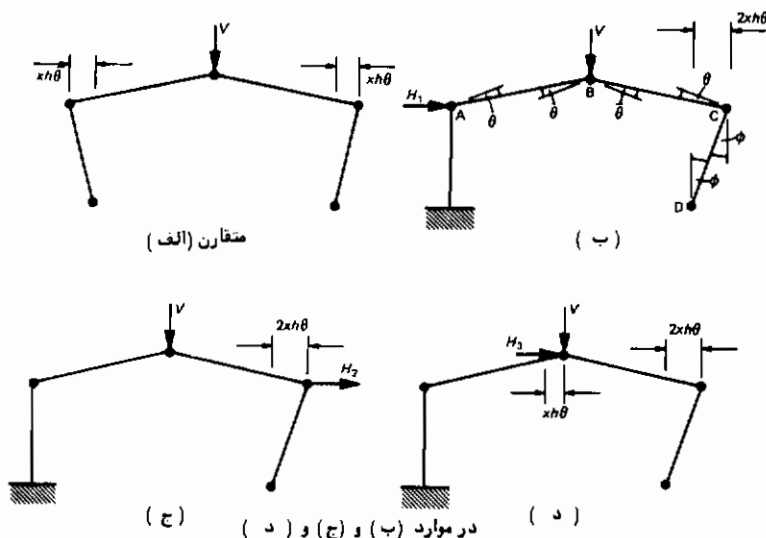
شکل ۳-۲۸

به‌طور مشابه

$$\begin{aligned}
 \delta_v &= AB \sin \alpha - AB' \sin (\alpha - \theta) \\
 &= l \sin \alpha - l \sin \alpha \cos \theta + l \cos \alpha \sin \theta \\
 &= l (\cos \alpha) \theta = \frac{L}{2} \theta
 \end{aligned}
 \quad (۲۱-۳)$$

با استفاده از معادلات ۲۰-۳ و ۲۱-۳ تغییر مکانهای افقی و قائم نقطه B بر حسب دوران خمیری θ به دست می‌آید.

خیز افقی حاصل ضرب تصویر قائم AB در مقدار دوران خمیری و همین‌طور خیز قائم حاصل ضرب تصویر افقی AB در مقدار دوران خمیری است. از اینرو خیز قائم می‌باید مساوی با خیز یک تیر با همان دهانه باشد. این وضعیت در شیب AB نیز وجود دارد. برای آنکه یک مکانیزم تیر به وجود آید نقاط A و C با یبستی به اندازه $2xh\theta$ جابجا شدند. چنین حالتی وقتی امکان پذیر است که مفصلهای اضافی در ستونها ایجاد شود. حالت‌های مختلف ممکنه در شکل ۲۹-۳ نشان داده شده است، کار داخلی در هر حالت یکسان است.



در موارد (ب) و (ج) و (د) (ح)
امکان ایجاد مکانیزم با تغییر مکان به سمت چپ نیز وجود دارد

شکل ۲۹-۳

با استفاده از شکل ب و لنگرهای خمیری شکل ۲۵-۳ به عنوان مثال

$$2xh\theta = h\phi = \text{تغییر مکان افقی C}$$

یعنی

$$\phi = 2x\theta$$

$$\begin{aligned} \text{کار داخلی} &= M_p\theta + 3M_p \times 2\theta + M_p(\theta + \phi) + M_p\phi \\ &= 8M_p\theta + 2M_p\phi \end{aligned}$$

با جابجایی مقدار ϕ

$$\text{کار داخلی} = 4M_p(2+x)\theta$$

بدیهی است که (ج) و (د) مشابهند. حالت (الف) را نیز می‌توان کنترل کرد تفاوت اساسی دیگری نیز بین این مکانیزم و مکانیزم تیر وجود دارد. این تفاوت در کار خارجی است، که برای حالات (الف) تا (د) متفاوت می‌باشد.

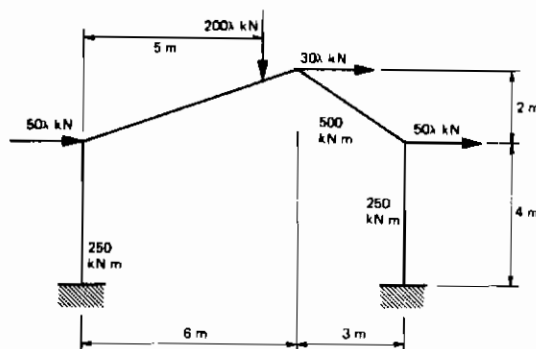
(مانند مکانیزم تیر)	$VL\theta/2 = \text{کار خارجی}$	حالت (الف)، (ب)
	$VL\theta/2 + H_2 \times 2xh\theta = \text{کار خارجی}$	حالت (ج)
	$VL\theta/2 + H_3 \times xh\theta = \text{کار خارجی}$	حالت (د)

بسته به موقعیت نیروهای افقی، در این مکانیزم هردو نیروهای افقی و قائم ممکن است کار انجام دهند.

در واقع نیروهای افقی تعیین کننده نوع مکانیزم می‌باشند. بنابراین مکانیزم (الف) فقط با نبودن نیروهای افقی به وجود می‌آید (وقتی که قاب کاملاً متقارن است). حالت (ب) به دلیل نگهداری نقطه A توسط H_1 و حالات (ج) و (د) در اثر کشیده شدن C و B به طور جانبی توسط نیروهای H_2 و H_3 به وجود می‌آیند. براساس اصل بقا انرژی شرح دقیقتری وجود دارد که خواننده می‌تواند آن را مطالعه کند.

در معادله ۳-۱۹ تغییر مکان افقی در عضو شیبدار برحسب دوران خمیری به دست می‌آید. در یک قاب مستطیلی، زاویه α صفر است (یعنی تیر افقی است) بنابراین هیچ حرکت افقی وجود ندارد. کار داخلی اضافی ناشی از باز شدگی دهانه در بالای ستونهای قاب شیبدار باعث می‌شود که مقاومت بیشتری نسبت به یک قاب مستطیل با همان دهانه مشابه به وجود آید که نقطه قوتی برای قابهای شیبدار بشمار می‌آید.

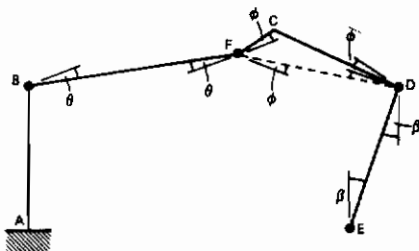
تا اینجا بحث راجع به قابهای شیبدار متقارن بوده است. در واقع قابهای نامتقارن نیز به روش فوق قابل بررسی می‌باشد که در مثال زیر نشان داده شده است.



شکل ۳-۳۰

قابی که بایستی تحلیل شود در شکل ۳-۳۰ نشان داده شده است. در موقع فروریختگی لازم است مقدار ضریب بار λ تعیین گردد. همچون گذشته سه مکانیزم باید در نظر گرفته شود، مکانیزم قاب شیبدار (بجای مکانیزم تیر)، مکانیزم جانبی، و بالاخره مکانیزم مرکب.

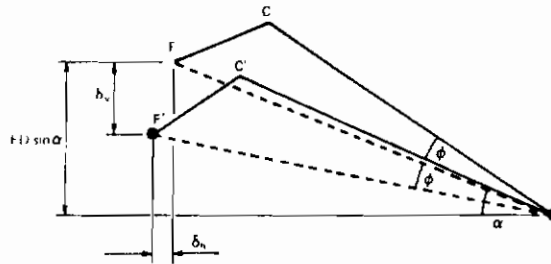
(۱) مکانیزم قاب شیبدار.



طبق روال معمول وضعیت مفصلها در شکل نشان داده شده است. شکستگی عضو FCD کار را مشکل می‌کند. معادلات ۳-۱۹ تا ۳-۲۱ برای عضو مستقیم به دست آمدند. در اینجا، شکل FCD به هیچ وجه تغییر نمی‌کند زیرا تمام تغییر شکلهای در مفصلها به وجود می‌آیند. در شکل ۳-۳۱ حرکت FCD نشان داده شده است. تغییر شکلهای افقی و عمودی ناشی از دوران خمیری ϕ در D عبارت است از:

$$\delta_h = FD \sin \alpha \phi \quad (3-22)$$

$$\delta_v = FD \cos \alpha \phi \quad (3-23)$$



شکل ۳-۳۱

که مشابه معادلات ۳-۱۹ و ۳-۲۱ می‌باشند. با استفاده معادلات ۳-۱۹ الی ۳-۲۳، تغییر مکان بارهای متمرکز در قاب به دست می‌آید.

$$\delta_{vF'} = 5\theta = 4\phi$$

$$\delta_{hF'} = \frac{5}{6} \times 2\theta = \frac{5}{3}\theta$$

$$\delta_{hD} = \frac{5}{3}\theta + \frac{5}{6} \times 2\phi = \frac{5}{3}\theta + \frac{5}{3} \times \frac{5}{4}\theta = \frac{45}{12}\theta$$

$$\delta_{hC} = \delta_{hD} - 2\phi = \frac{45}{12}\theta - 2 \times \frac{5}{4}\theta = \frac{5}{4}\theta$$

(لازم به یادآوری است که تغییر مکانهای افقی حاصل ضرب تصویر قائم عضو در دوران خمیری می‌باشند) بنابراین معادله کار عبارت است از:

$$200\lambda\delta_v + 30\lambda\delta_{hC} + 50\lambda\delta_{hD} = 250\theta + 500\theta + 500\phi + 250(\phi + \beta) + 250\beta$$

بخطا داریم که δ_{hD} مساوی 4β می‌باشد، با جایجایی ϕ و β خواهیم داشت:

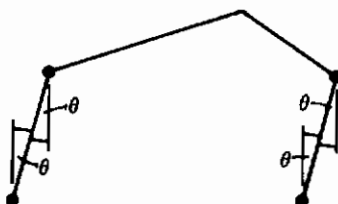
$$200\lambda 5\theta + 30\lambda \frac{5}{4}\theta + 50\lambda \frac{45}{12}\theta = 750\theta + 750\frac{5}{4}\theta + 500\frac{45}{48}\theta$$

$$\left(1000 + \frac{150}{4} + \frac{375}{2}\right)\lambda = 750 + \frac{3750}{4} + \frac{22500}{48}$$

$$\frac{9800}{8}\lambda = \frac{17250}{8}$$

$$\lambda = 1.76$$

(۲) (مکانیزم جانبی)



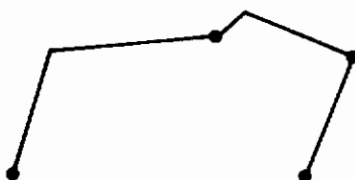
از آنجا که تغییر شکل در مفصلها تنها در اثر دوران خمیری به وجود می‌آید، نقاط B و C و D در اثر همان مقادیر با پستی به‌طور جانبی حرکت کنند.

$$(50 + 30 + 50)\lambda 4\theta = 4 \times 250 \times \theta$$

$$520\lambda = 1000$$

$$\lambda = 1.92$$

(۳) مکانیزم مرکب



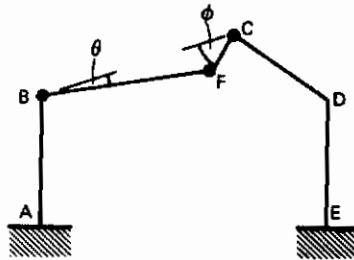
$$\left(\frac{9800}{8} + 520 \right) \lambda \theta = \frac{17250}{8} \theta + 1000\theta - 500\theta$$

$$\frac{13960}{8} \lambda = \frac{21250}{8}$$

$$\lambda = 1.52$$

محاسبات نشان می‌دهد که مکانیزم مرکب به‌ازای کمترین مقدار ضریب بار به وجود می‌آید. این مکانیزم بحرانی‌ترین حالت برای قاب است، و ضریب بار مربوطه (۱/۵۲) در این حالت "ضریب بار فروریختگی" نامیده می‌شود.

در تحلیل قابهای شیب‌دار به دقت و ملاحظه خاصی نیاز است. در خاتمه لازم است به نکته زیر توجه شود. در مثال قبل در واقع یک مکانیزم محتمل دیگر نیز وجود دارد و آن مکانیزم تیر در شیب سمت چپ است.



نقاط B و C در این مکانیزم حرکت نمی‌کنند. BC مانند تیر عمل می‌کند و نقطه F عمود بر BC حرکت می‌نماید. با توجه به ابعاد مکانیزم.

$$BF \times \theta = FC\phi$$

و

$$BF = 5/\cos\alpha$$

$$FC = 1/\cos\alpha$$

بنابراین

$$5\theta = \phi$$

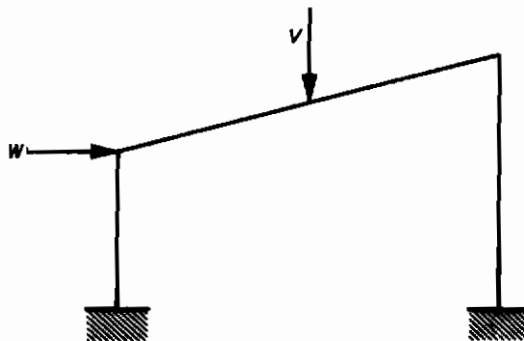
با توجه به معادله کار

$$200\lambda 50 = 250\theta + 500(\theta + \phi) + 500\phi$$

$$1000\lambda = 250 + 500 \times 6 + 500 \times 5$$

$$\lambda = 5.75$$

با توجه به کار داخلی طول مسیری طی شده توسط بار 50 یعنی حرکت قائم F می‌باشد.



در قاب شیبدار این مکانیزم محتمل نیست ولی نشان می‌دهد که در قابی مانند شکل ۳-۲۲ در مورد مکانیزم تیر چگونه بایستی عمل کرد.

۳-۶-۵ جمع‌بندی روش کار مجازی

مراحل لازم در روش کار مجازی عبارت است از :

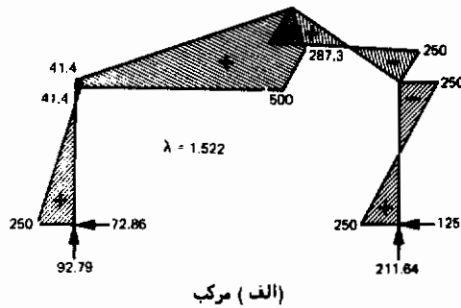
- (۱) تعیین مکانیزم‌های فروریختگی و اعمال دورانهای مجازی در مفصلها .
- (۲) برای هر مکانیزم ، با استفاده از ابعاد مکانیزم ، تعیین مقادیر نسبی دورانهای خمیری و مسافتهای طی شده توسط بارها .
- (۳) استفاده از معادله کار برای هر مکانیزم . بایستی بتوان مقادیر دورانهای مجازی را حذف کرد .

- (۴) مرحله نهایی بستگی به نتیجه حاصله از تحلیل دارد .
- (الف) اگر بارها به صورت پارامتری داده شده باشند (برای مثال V و H) یک نمودار تقابلی برای تعیین چگونگی فروریختگی سازه رسم می‌شود .
- (ب) اگر مقادیر نسبی بارهای مختلف داده شده باشند و مقادیر مطلق توسط ضریب بار (λ) تعیین شوند ، λ برای هر مکانیزم محاسبه می‌شود ، مکانیزم بحرانی کمترین ضریب بار را دارا می‌باشد .

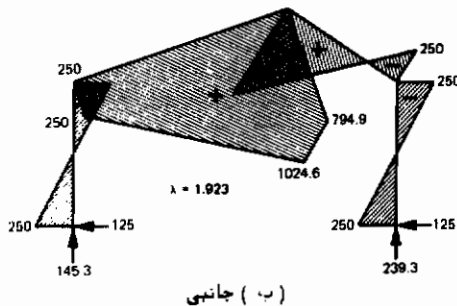
۳-۷ جمع بندی

در اولین قسمت این فصل نتایج حاصله از بخشهای ۱ و ۲ ذکر و در مورد قابهای کار برده شد و زمینه قبلی لازم در مورد نظریه‌های تحلیل خمیری فراهم گردید . این نظریه‌ها پایه‌ای برای روشهای تعیین بارهای فروریختگی بشمار می‌روند . در قسمت دوم روشهای لنگرهای خمشی واکنش و آزاد و کار مجازی تشریح گردید . باقیمانده بخش مطابقت کردن روشها با زمینه‌های نظریه‌ای آنها بوده است تا محدودیتهای آنها نیز نشان داده شود .

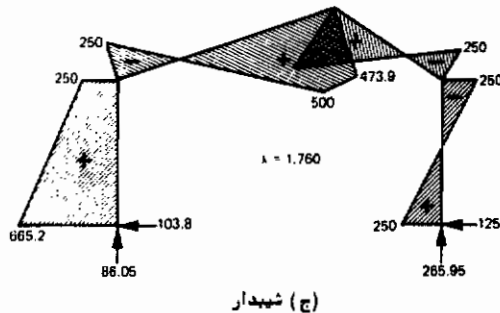
مثالهای این بخش شامل چه محاسباتی بوده است ؟ در ابتدا تمام مکانیزمهای فرو ریختگی ممکن تعیین و سپس بارهایی که به ازای آنها مکانیزم به وجود می‌آید محاسبه شده‌اند . در آخرین مثال قاب شیبدار ، از نظریه کرانه بالایی نیز استفاده گردید (بدون آنکه ذکر شود) . نمودارهای لنگرخمشی برای هر مکانیزم در شکل ۳-۳۳ نشان داده شده است . ملاحظه می‌شود که مکانیزمهای قاب شیبدار و جانبی شرط تسلیم را برآورده نمی‌سازند . در نتیجه برای ضریب بار فروریختگی کرانه بالایی به دست می‌آید فقط نمودار لنگر خمشی برای مکانیزم مرکب تمام سه شرط را برآورده می‌کند .



(الف) مرکب



(ب) چاہیے



(ج) شہدار

شکل ۳-۳۳

در هر دو روش فوق لازم است تمام مکانیزمهای ممکنه آزمایش گردد این موضوع باعث محدود شدن استفاده از روشها می شود. در هر یک از مثالهای بخش تعداد مکانیزمهای ممکنه نسبتاً کم بود بنابراین مشکلی به وجود نیامد. در قابهای پیچیده تر تعداد مکانیزمهای ممکنه بسیار زیاد خواهد بود و تقریباً غیر ممکن است که یک یک آنها رسم و محاسبه شود و از آنجا که هیچ تضمینی برای پیدا کردن مکانیزم فروریختگی وجود ندارد، تحلیل مشروح فوق غیر قابل استفاده می گردد.

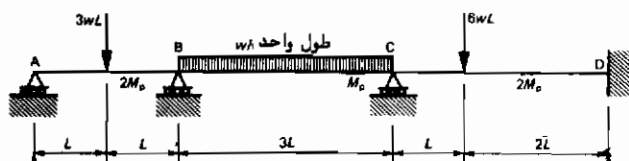
روشهای فوق به‌طور مؤثر محدود به تیرها و قابهای یک دهانه و یک طبقه می‌شوند. روشی بنام "تحلیل حدی" وجود دارد که بر اساس روش کار مجازی بوده و مشکل فوق را مرتفع می‌سازد. این روش در بخش بعد تشریح می‌شود.

نکته دیگر قابل توجه این است که بجز در تیر مربوط به قسمت ۳-۵ مثالها در مورد سازه‌های با بار متمرکز بوده‌اند. سازه‌های واقعی معمولاً تحت بارهای گسترده قرار دارند. در قسمت ۳-۵ این حالت نشان داده شد. با توجه به اینکه مفصل داخلی در نقطه حداکثر لنگر خمشی به‌وجود می‌آید، تحت بارهای گسترده تعیین محل آن به‌سادگی امکان‌پذیر نمی‌باشد. همچنین تعیین مکانیزم فروریختگی واقعی مشکل است و بنابراین بایستی از تحلیل حدی استفاده شود.

۳-۸ مسایل

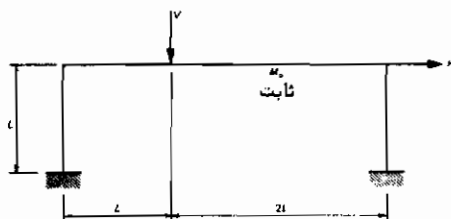
۳-۸-۱ بار نهایی تیری یکسر گیردار، یکسر مفصل به دهانه L را که به‌صورت گسترده یکساخت با مقدار w در واحد طول اعمال می‌شود محاسبه کنید. فرض کنید که لنگر خمیری تیر ثابت و برابر M_p است.

۳-۸-۲ بار فروریختگی تیر پیوسته شکل ۳-۳۴ را محاسبه کنید. دهانه بحرانی کدام است.



شکل ۳-۳۴

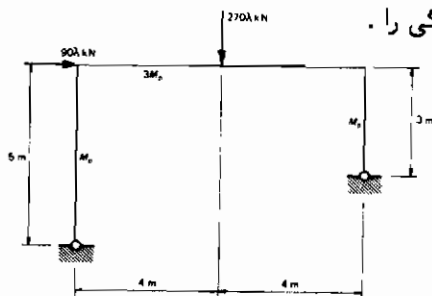
۳-۸-۳ نمودار تقابلی را برای فروریختگی قاب پرتال شکل ۳-۳۵ رسم کنید. فرض کنید V و H به‌طور مستقل از یکدیگر تغییر می‌کنند.



شکل ۳-۳۵

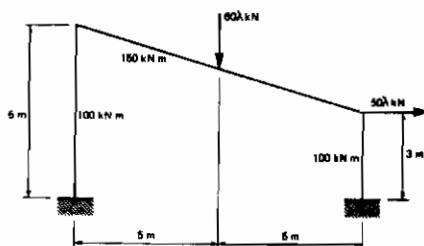
۳-۸-۴ قاب پرتال با تکیهگاههای مفصلی مطابق شکل ۳-۳۶ بارهای قائم و افقی را تحمل می‌کند. اگر M_p برابر با 300 kNm باشد. تعیین کنید.

(الف) مکانیزم فروریختگی بحرانی، (ب) ضریب بار مربوط به فروریختگی و (ج) نمودار لنگر خمشی در فرو ریختگی را.



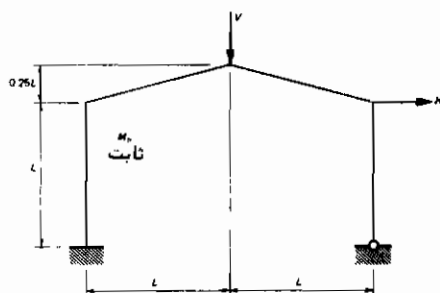
شکل ۳-۳۶

۳-۸-۵ مقدار λ مربوط به فرو ریختگی قاب نشان داده شده در شکل ۳-۳۷ را تعیین کنید. نمودار لنگر خمشی را در موقع فروریختگی رسم کنید.



شکل ۳-۳۷

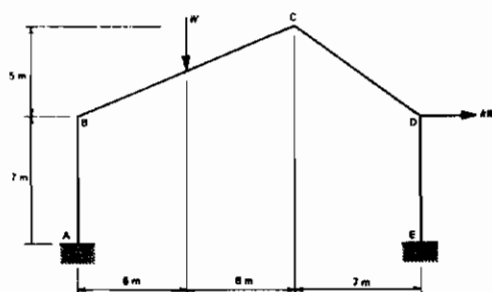
۳-۸-۶ نمودار تقابلی را برای فرو ریختگی قاب شیبدار شکل ۳-۳۸ رسم کنید. فرض کنید که H و V مستقل از یکدیگر تغییر می‌کنند. بارها و مکانیزمهای فروریختگی در حالتی که $V = H$ و $V = 5H$ است کدامند؟



شکل ۳-۳۸

۳-۸-۷ قاب شیبدار شکل ۳-۳۹ در ابتدا برای تحمل بار منفرد قائم $2W$ واقع در محل تلاقی شیبهای BC و CD طرح شده است، لنگر خمیری M_p برای ستونها و تیرهای شیبدار مساوی می‌باشد.

قاب برای بارهای مشخص شده در شکل مجدداً طرح شده است. اگر لنگر خمیری ستونها اکنون ۷۵ درصد مقدار اولیه کاهش داده شود مقدار k را طوری پیدا کنید که سازه ایمن باشد.



شکل ۳-۳۹

تحلیل حدی

۴ - ۱ مقدمه

تحلیل حدی ربطی به فلسفه طراحی حالت حدی ندارد. شاید باعث تعجب شود که این فصل با یک چنین عبارتی آغاز می‌گردد، لیکن اشتباه گرفتن آنها با یکدیگر بسیار معمول است. روش حالت حدی روشی است که در مورد طراحی سازه‌های بتن آرمه ابداع شده است. این روش در آیین نامه CP 110 (۵) و اخیراً در مورد سازه‌های فولادی در پیش نویس B/20 استاندارد طراحی گارهای فولادی آمده است (۶). تحلیل حدی یک روش قوی برای تعیین مقدار یا محدودهای از ضریب بار فروریختگی سازه با استفاده از نظریه خمیری می‌باشد. محدودیت اصلی در این روش نسبی بودن اجباری بارها است بنابراین مقادیر نسبی بارهای منفرد ثابت بوده و مقادیر مطلق به وسیله ضریب بار λ تعریف می‌شوند برای ترکیبهای مختلف بارها محاسبات را جداگانه می‌توان انجام داد.

روش تحلیل به شرح زیر است.

۱ - یک مکانیزم فروریختگی حدس زده می‌شود و ضریب بار λ برای مکانیزم تعیین می‌گردد عموماً این مکانیزم، مکانیزم فروریختگی واقعی نخواهد بود بنابراین با توجه به نظریه کرانه بالایی.

$$\lambda_e \geq \lambda \text{ می‌شود.}$$

۲ - نمودار لنگر خمشی (BMD) متناسب با مقدار λ و مکانیزم فرضی تعیین می‌گردد. اگر λ کرانه بالایی باشد، در سازه نقاطی وجود خواهد داشت که لنگرهای خمشی از لنگر خمیری بزرگتر خواهد بود.

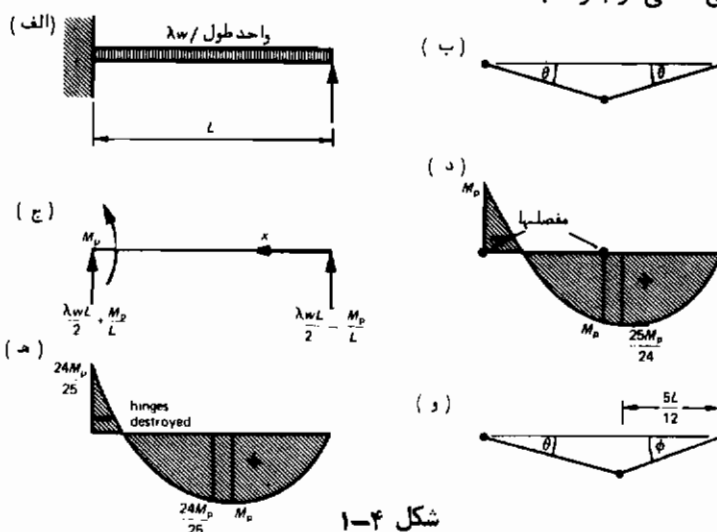
۳ - بارها و لنگرهای خمشی به یک اندازه کاهش داده می‌شود تا اینکه تمام لنگرهای خمشی کمتر یا مساوی با لنگر خمیری شوند. این کار با کاهش λ تا مقدار λ_r انجام می‌گیرد.

در این مرحله مقدار لنگر خمشی در محل مفصلهای اولیه از لنگر خمیری کمتر خواهد شد، از اینرو این مفصلها و در نتیجه مکانیزم دیگر وجود نخواهند داشت. این بدان معنی است که در این مرحله نمودار لنگر خمشی شرایط تعادل و تسلیم را برآورده کرده اما شرط مکانیزم برآورده نشده است. در این حالات نظریه کرانه پایینی بیان می‌دارد.

$$\lambda_r \leq \lambda_c \quad \text{که}$$

$$\lambda_r \leq \lambda_c \leq \lambda \quad ۴ - \text{مقدار } \lambda_c \text{ در محدوده زیر قرار می‌گیرد.}$$

در عمل هرچه این محدوده به اندازه کافی کوچک باشد بهتراست، اگر چنین نشد یک مکانیزم فروریختگی جدید انتخاب می‌شود و مراحل (۱) تا (۴) تکرار می‌گردد. مرحله (۳) ممکن است باعث سوء تفاهم گردد. وقتی که لنگرهای خمشی اولیه به یک اندازه همچون بارها کاهش یافتند، بایستی با بارها در حال تعادل باقی بمانند و شرط تسلیم را برآورده سازند. از اینرو ضریب بار جدید λ_r ضوابط نظریه کرانه پایینی را برآورده می‌سازد. غیر ممکن است که لنگرهای خمشی تجدید نظر شده با لنگرهای خمشی که از تحلیل سازه تحت اثر بارهای با ضریب λ_r به دست می‌آیند مساوی باشند. زیرا لنگرهای خمشی تجدید نظر شده به‌طریقی حاصل از توزیع مجدد لنگر در اثر تشکیل مفصلهای خمیری می‌باشند که این مفصلها در تحلیل واقعی وجود ندارند. این موضوع درستی روش را نقی نمی‌کند. در نظریه کرانه پایینی تنها لازم است توزیع لنگرهای خمشی طوری باشد که شرایط تسلیم و تعادل برآورده شود و لذا لزومی ندارد که لنگرهای خمشی مربوطه، لنگرهای واقعی ناشی از بارها باشند.



شکل ۴-۱

این موضوع در شکل ۱-۴ الف توسط یک تیر یکسر گیردار و یکسر مفصل تحت بار یکنواخت نشان داده می‌شود. بدون در نظر داشتن اطلاعات گذشته، فرض در نظر گرفتن مفصل در تکیه‌گاه گیردار و وسط دهانه، فرض مناسبی است مطابق شکل ۱-۴ ب معادله کار عبارت است از:

$$\lambda w \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \theta = 3M_p \theta$$

$$\lambda = \frac{12M_p}{wL^2} \quad (1-4)$$

با استفاده از عکس‌العملهای شکل ۱-۴ ج نیروهای برشی در نقطه‌ای مانند x برابر است با:

$$V = -\frac{\lambda wL}{2} + \frac{M_p}{L} + \lambda wx$$

و در نقطه‌ای که نیروی برشی صفر است داریم:

$$\lambda wx = \frac{\lambda wL}{2} - \frac{M_p}{L}$$

با جابجایی در معادله ۱-۴ داریم:

$$\frac{12M_p x}{L^2} = \frac{6M_p}{L} - \frac{M_p}{L}$$

یعنی

$$x_{crit} = \frac{5L}{12} \quad (2-4)$$

لنگر خمشی در نقطه x می‌شود.

$$M = \left(\frac{\lambda wL}{2} - \frac{M_p}{L} \right) x - \frac{\lambda wx^2}{2}$$

و با جابجایی معادلات ۱-۴ و ۲-۴ در معادله فوق لنگر خمشی حداکثر به دست می‌آید.

$$M_{max} = \left(\frac{6M_p}{L} - \frac{M_p}{L} \right) \frac{5L}{12} - \frac{6M_p}{L^2} \left(\frac{5L}{12} \right)^2$$

$$= \frac{25M_p}{12} - \frac{25M_p}{24}$$

$$= \frac{25M_p}{24}$$

با کاهش مقدار λ تا λ_r مقدار M_p تا M_{max} کاهش می‌یابد که .

$$\begin{aligned}\lambda_r &= \frac{24}{25} \times \frac{12M_p}{wL^2} \\ &= \frac{11.52M_p}{wL^2}\end{aligned}\quad (۳-۴)$$

بنابراین

$$\frac{11.52M_p}{wL^2} \leq \lambda_c \leq \frac{12M_p}{wL^2} \text{ خواهد بود.}$$

این محدوده به اندازه کافی کوچک است ولی می‌توان کار را ادامه داد. با در نظر گرفتن یک مفصل در تکیه‌گاه گیردار و یکی به فاصله $5L/12$ از تکیه‌گاه دیگر، یعنی در محل بزرگترین لنگر خمشی در مکانیزم قبل می‌توان مکانیزم را درست ترانتخاب کرد. محاسبات نشان می‌دهد که:

$$\lambda = \frac{11.66M_p}{wL^2} \text{ است.}$$

وقتی $x = 0.4142L$ باشد، نیروی برشی صفر است و خواهیم داشت .

$$M_{max} = M_p \text{ (با سه رقم اعشاری)}$$

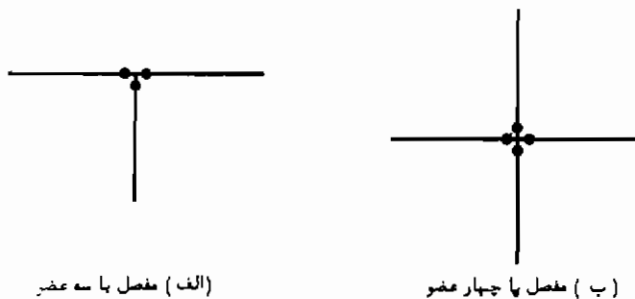
$$\lambda_c = \lambda$$

نتایج را می‌توان واریسی کرد. علاوه بر تشریح مفهوم تحلیل حدی، این مثال نشان داد که خطای مربوط به گرفتن مفصل در وسط دهانه‌ای که تحت بارگذاری یکساخت است نمی‌تواند احتمالاً زیاد باشد (در این مثال خطا سه درصد بود) و محاسبات مربوط به مکانیزم دوم صرفاً "به خاطر افزایش جزئی دقت، طولانی و خسته کننده می‌باشد. حدس زدن مکانیزم فروریختگی کاملاً مجاز است ولی در سازه‌ای که برای آن بیش از ۲۰ مکانیزم ممکنه وجود دارد شانس است.

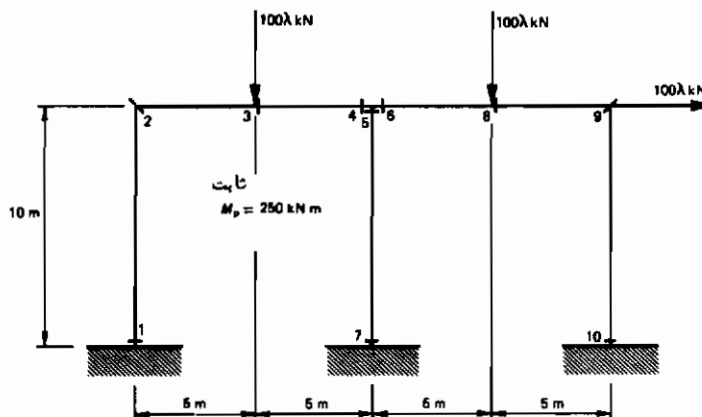
۴-۲ مکانیزمهای اصلی

مثالهای فصل ۳ شامل چهار نوع مکانیزم فروریختگی می‌باشد. مکانیزمهای تیر، جانبی و قاب شیبدار و ترکیبی از این مکانیزمها. مکانیزمهای تیر - جانبی و قاب شیبدار و همچنین مکانیزم مفصل را "مکانیزمهای اصلی" گویند. در سازه‌های بزرگتر هر

مکانیزم به وسیله ترکیبی از مکانیزمهای اصلی به دست می آید . مکانیزم مفصل در هر اتصالی که مساوی یا بیش از سه عضو از آن می گذرد تشکیل می شود . مطابق شکل ۲-۴ وقتی در انتهای کلیه اعضای منتهی به اتصال ، مفصل خمیری ایجاد می گردد ، مکانیزم مفصل به وجود آمده و سپس اتصال خود بخود نسبت به اعضا دوران می کند . مکانیزم مفصل بدون اعمال هرگونه بار خارجی در مفصل تشکیل می شود ، بنابراین هیچ معادله کاری نمی توان نوشت و هیچ ضریب باری محاسبه نمی شود . فعلاً "تجسم و درک این موضوع شاید کمی مشکل باشد ، ولی در آینده موارد استفاده آن روشنتر خواهد شد .



شکل ۲-۴



شکل ۳-۴

مکانیزمهای اصلی شروع خوبی برای تحلیل یک قاب می باشد و برای پیدا کردن تعداد مکانیزم اصلی قاب روش ساده ای وجود دارد . یک قاب دو دهانه در شکل ۳-۴ نشان داده شده و در آن نقاطی که در آنها مفصل خمیری ایجاد می شود مشخص شده است . تعداد نقاط

را p در نظر می‌گیریم ($p=10$ در شکل ۴-۳). اگر در هریک از این نقاط لنگر خمشی معلوم باشد می‌توان نمودار لنگر خمشی را رسم کرد بنابراین تعداد p مجهول وجود دارد. به‌ازای هریک از m مکانیزم اصلی یک معادله مستقل وجود دارد که در آن لنگرهای مفصلها بر حسب بارهای وارده به‌دست می‌آیند. از آنجا که p مجهول و m معادله وجود دارد.

$$p - m = r \text{ می‌شود.}$$

که r درجه نامعینی قاب می‌باشد. p به‌راحتی و با شمارش به‌دست می‌آید، r مطابق مطالب ضمیمه ب به‌دست می‌آید و تعداد مکانیزمهای مستقل به‌کمک معادله زیر حاصل می‌شود

$$m = p - r \quad (4-4)$$

برای قاب شکل ۴-۳ نامعینی برابر $r=6$ می‌باشد، بنابراین $m=4$ خواهد بود. چهار مکانیزم به‌راحتی قابل تشخیص است، دو مکانیزم تیر، یک مکانیزم مفصل و یک مکانیزم جانبی.

۴-۳ ترکیب مکانیزمها

مکانیزمهای اصلی حالت‌هایی احتمالی برای مکانیزم فروریختگی می‌باشند و از هر کدام می‌توان یک ضریب بار فروریختگی فرضی به‌دست آورد. سایر مکانیزمها به‌وسیله ترکیبی از چند مکانیزم اصلی به‌دست می‌آیند. از هر مکانیزم جدید نیز یک ضریب بار فروریختگی فرضی به‌دست می‌آید. با توجه به‌نظریه کرانه بالایی کمترین مقدار حاصل به‌ضریب بار فروریختگی واقعی نزدیکتر است. برای کنترل هر مکانیزم رسم نمودار لنگر خمشی ضروری به‌نظر نمی‌رسد ولی کنترل مکانیزم مربوط به‌کمترین ضریب بار لازم است. کنترل مذکور بدین‌منظور انجام می‌شود تا مکانیزم فروریختگی واقعی و ضریب بار تعیین و یا محدودهای برای ضریب بار فروریختگی مشخص گردد.

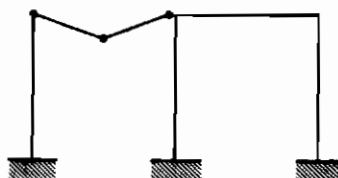
ترکیب مکانیزمها مطابق روشی که در بخش قبلی بیان شد، صورت می‌گیرد. معادلات کار با یکدیگر جمع شده و سپس کار داخلی مربوط به مفصلهای خمیری حذف شده از معادلات کار کاسته می‌گردد. مثال بعدی جریان کار را نشان می‌دهد.

۴-۳-۱ مثال قاب دودخانه

شکل ۴-۳ قاب دودخانه‌ای را نشان می‌دهد. با توجه به مطالب بیان شده این قاب ۴ مکانیزم اصلی دارد. مرحله اول تعیین ضریب بار برای هریک از این مکانیزمهاست.

مکانیزمهای تیر

(۱) تیر سمت چپ

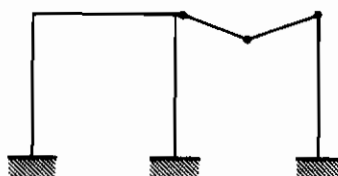


$$100\lambda \times \frac{10}{2} \times \theta = 4 \times 250\theta$$

$$500\lambda\theta = 1000\theta$$

$$\lambda = 2.0$$

(۲) تیر سمت راست

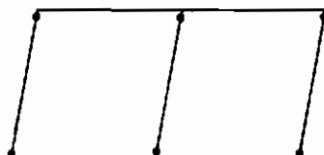


$$100\lambda \frac{10}{2} \times \theta = 4 \times 250\theta$$

$$500\lambda\theta = 1000\theta$$

$$\lambda = 2.0$$

(۳) مکانیزم جانبی*



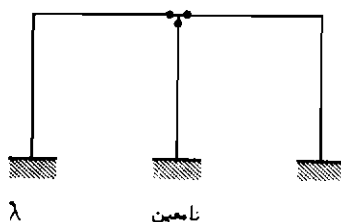
$$100\lambda \times 10 \times \theta = 6 \times 250\theta$$

$$1000\lambda\theta = 1500\theta$$

$$\lambda = 1.5$$

* در بعضی مراجع مکانیزم جانبی را مکانیزم قاب گویند. (مترجم)

(۴) مکانیزم مفصل



هدف، پیدا کردن کمترین مقدار ممکنه λ است. از مکانیزم جانبی تا کنون. کمترین مقدار λ به دست می‌آید، بنابراین شروع خوبی برای ساختن مکانیزمهای مرکب است. برای دادن مسیری به محاسبات شماره گذاری برای هر مکانیزم مفید می‌باشد. ترکیب مکانیزم تیر سمت چپ و مکانیزم جانبی باعث حذف



مفصل از بالای ستون سمت چپ می‌شود. معادله کار عبارت است از:

$$1000\lambda\theta + 500\lambda\theta = 1500\theta + 1000\theta - 2 \times 250\theta$$

$$1500\lambda\theta = 2000\theta$$

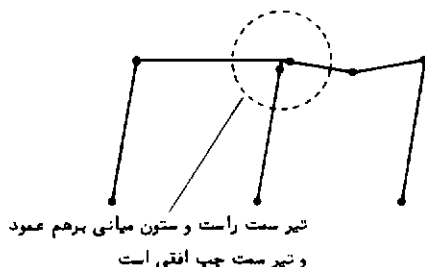
$$\lambda = 1.33$$

این ضریب بار که کمترین مقدار مربوط به مکانیزم جانبی است. مقدار مناسبتری برای λ می‌باشد.

ترکیبی از مکانیزمهای تیر سمت راست و جانبی. $(۶) = (۳) + (۲)$

در این حالت به دلیل وضعیتهای نسبی سه عضو در اتصال میانی امکان حذف هیچ مفصلی

وجود ندارد.

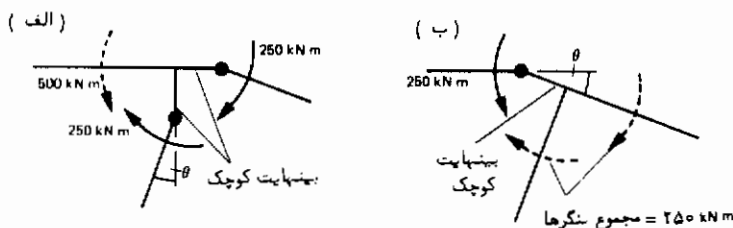


$$1000\lambda\theta + 500\lambda\theta = 1500\theta + 1000\theta$$

$$1500\lambda\theta = 2500\theta$$

$$\lambda = 1.67$$

این مکانیزم نامناسبتر است. اکنون اتصال را با جزئیات بیشتری در نظر می‌گیریم، شکل ۴-۴ الف اتصال را به صورت بزرگتری نشان می‌دهد، خود اتصال تغییر شکل نیافته و مفصلهای خمیری درست در نزدیکی محل اتصال در تیر سمت راست و ستون قرار دارند. شکل به طور وضوح نشان می‌دهد که چرا دو مفصل لازم است. مفصلهای خمیری در اثر لنگرهای ناشی از بارهای روی قاب به وجود می‌آیند، این لنگرها بایستی مطابق شکل وارد شوند تا دورانه‌های لازم به وجود آید. در اینجا مجموع لنگری برابر 500 kN m در جهت عقربه‌های ساعت وارد شده است.



شکل ۴-۴

برای تعادل لنگر در اتصال، بایستی لنگری برابر با 500 kN در خلاف جهت عقربه‌های ساعت در تیر سمت چپ موجود باشد. چنین چیزی از نظر فیزیکی غیر ممکن است زیرا لنگر خمیری تیر فقط 250 kN m است، بنابراین تمام اتصال خواهد چرخید. در واقع آنچه اتفاق می‌افتد دوران اتصال در بار کمتری خواهد بود که در شکل ۴-۴ ب نشان داده شده است. تیر سمت راست و ستون مستقیم می‌مانند و یک مفصل در تیر سمت چپ ایجاد می‌گردد. در اثر این تغییر وضعیت ابعاد هندسی قاب بدون تغییر باقی می‌ماند زیرا فرض شده است که مفصلها در فاصله بینه‌بایت کوچکی از اتصال تشکیل می‌گردند. مفهوم دوران اتصال مکانیزم اکنون روشن شده و با توجه به آن چگونگی تغییر در اتصال میانی که مکانیزم (۶) را به یک مکانیزم واقعیت تبدیل می‌کند به وضوح مطرح شده است.

(۴) + (۶) = (۷) دوران اتصال، مفصلهای تیر سمت راست و ستون میانی را حذف می‌کند ولی مفصل جدیدی در تیر سمت چپ به وجود می‌آورد. تمام این تغییرات بایستی در معادله کار منعکس گردد.



$$1500\lambda\theta = 2500\theta - 250\theta - 250\theta + 250\theta$$

تیر سمت چپ ستون تیر سمت راست بدون تغییر در کار خارجی

$$1500\lambda\theta = 2250\theta$$

$$\lambda = 1.5$$

(۱) + (۷) = (۸) این مکانیزم تنها مکانیزم باقیمانده ممکن است.

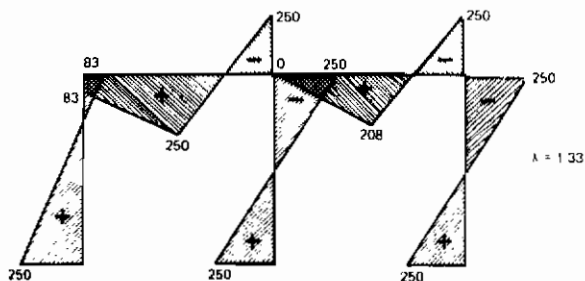


$$1500\lambda\theta + 500\lambda\theta = 2250\theta + 1000\theta - 2 \times 250\theta$$

$$2000\lambda\theta = 2750\theta$$

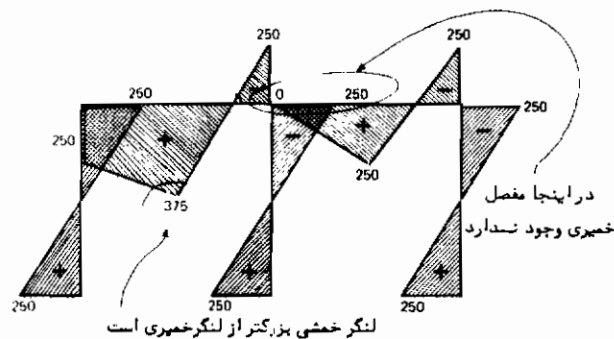
$$\lambda = 1.38$$

در این مثال تمام ترکیبات ممکن در نظر گرفته شده است. از مکانیزم (۵) کمترین ضریب بار به دست می‌آید. برای کنترل محاسبات، نمودار لنگر خمشی برای مکانیزم بحرانی بایستی رسم شود. با استفاده از روش ضمیمه ج نمودار شکل ۴-۵ به دست می‌آید.



شکل ۴-۵

نمودار لنگر خمشی نشان می‌دهد که $\lambda_c = 1/33$ و مکانیزم (۵) مکانیزم فروریختگی واقعی می‌باشد، زیرا نمودار لنگر خمشی شرط تسلیم (لنگری بیشتر از لنگر خمیری وجود ندارد)، شرط مکانیزم (مفصلهای کافی برای ایجاد مکانیزم) و شرط تعادل را برآورده می‌سازد. از آنجا که تمام ترکیبهای ممکن آزمایش شد، مقدار واقعی λ_c (با کمی خطای محاسباتی) در این مثال معین می‌گردد. برای اینکه نشان داده شود که کدام حالت محتملتر است، فرض کنید که مکانیزم (۷) ($\lambda = 1/5$) بحرانی است و آن را با رسم نمودار لنگر خمشی کنترل کنید. (شکل ۴-۶).



شکل ۴-۶

نمودار لنگر خمشی شرط تسلیم را برآورده نمی‌کند، بنابراین $\lambda = 1.5$ می‌باید کرانه بالایی باشد. تمام لنگرها را طوری به تناسب کم می‌کنیم تا لنگر حداکثر مساوی لنگر خمیری گردد. یعنی

$$\lambda_r = \frac{1.5 \times 250}{375} = 1.0$$

که محدوده‌ای برای λ_c به دست می‌آید.

$$1.0 \leq \lambda_c \leq 1.5$$

میانگین این حدود یعنی $1/25$ تنها فقط ۶ درصد خطا دارد. باید تأکید کرد که وجود محدوده کوچکتر به خطای کمتری منجر خواهد شد.

در این مثال فقط چهار مکانیزم مرکب ممکن وجود داشت و محاسبه تمام آنها عملی بود. در مثالهای پیچیده‌تر این امر امکان‌پذیر نیست. بنابراین استفاده از یک روشی که محاسبات را کاهش دهد ارزشمند خواهد بود.

۴-۳-۲ روشی برای ترکیب مکانیزمها

روشن است که در یک سازه پیچیده برای پیدا کردن یک مکانیزم مرکب ممکن روش مشخصی وجود ندارد. آنچه لازم است تعیین روشی است که به کمک آن به طور منطقی و سریع مقدار نزدیکی به ضریب بار فروریختگی به دست آید.

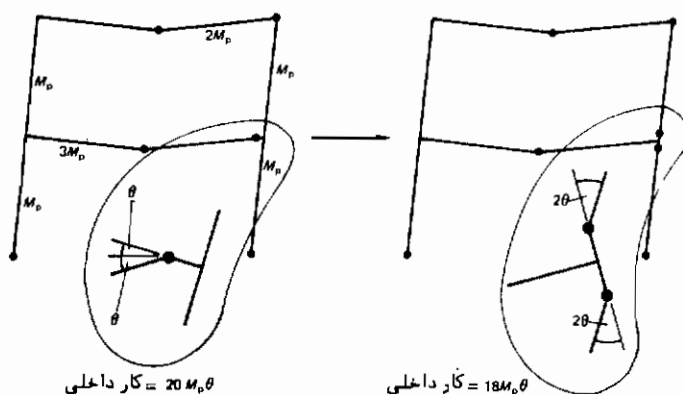
معادله ۳-۸ یک عبارت کلی برای معادله کار است. این عبارت بر حسب ضریب بار به صورت زیر مجدداً نوشته می‌شود.

$$\lambda \Sigma W \delta = \Sigma M_p \theta \quad (۴-۶)$$

یا

$$\lambda = \frac{\Sigma M_p \theta}{\Sigma W \delta} \quad (۴-۷)$$

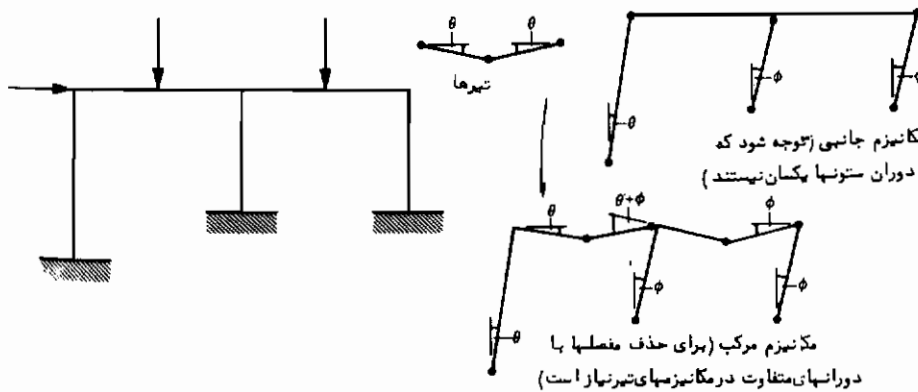
وقتی معادلات کار ترکیب می‌شوند عبارت کار خارجی همواره درست مجموع کار خارجی مربوط به مکانیزمهای جدا از هم می‌باشد. کار داخلی با افزودن کارهای داخلی مکانیزمهای جدا از هم و سپس اصلاح آنها با در نظر گرفتن مفصلهای حذف شده به دست می‌آید. آنچه در ترکیب مکانیزمها مورد نظر است به دست آوردن کوچکترین مقدار ممکن λ می‌باشد و تنها در اثر اصلاح کار داخلی است که مقدار λ تغییر می‌کند. در ترکیب مکانیزمها آنچه بایستی مورد نظر باشد حتی‌الامکان حذف مفصلهای خمیری می‌باشد.



شکل ۴-۷

استفاده از مکانیزم مفصل برای کاهش دادن کار داخلی بدون آنکه کار خارجی تغییر

کند بسیار مفید است. این موضوع در مکانیزم (۷) مثال قبل نشان داده شد و با مثالی دیگر تأیید می‌شود. یک قاب دو طبقه با مکانیزمهای تیر و جانبی در شکل ۴ - ۷ نشان داده شده است. در اتصال، کار داخلی برابر است با $6M_p\theta = 3M_p \times 2\theta$ اگر به اتصال دورانی اعمال کنیم (توجه شود که دوران در مفصل باید 2θ باشد) کار داخلی تا مقدار $4M_p\theta = 2(M_p 2\theta)$ کاهش می‌یابد یعنی در مجموع کار داخلی ۱۰ درصد کاهش یافته است. بحث اخیر به هنگام ترکیب مکانیزمها به مشکلی اساسی اشاره دارد که بایستی دقت نمود. بیاد بیاورید که وقتی در مکانیزمهای مرکب اعضاء سازه به وضعیت هندسی اولیه بر می‌گردند مفصلهای مربوطه حذف شده، و اتصال به حالت گونیا اولیه در می‌آید. این کار در صورتی امکان پذیر است که دورانه در مکانیزمهای جدا از هم به طور صحیح انطباق یابند، همچنان که در شکل ۴-۸ نشان داده شده است.



شکل ۴ - ۸

۴ - ۳ - ۳ قاب دو طبقه با بارگذاری گسترده

مثالی دیگر از تحلیل حدی لازم است تا مفاهیم مختلفی که در این بخش بیان شده به طور توأم مطرح گردد. در قاب شکل ۴-۹ بارهای گسترده به دو تیر وارد می‌شوند. با توجه به شکل ملاحظه می‌شود که:

$$p = 12$$

$$r = 6$$

بنابراین

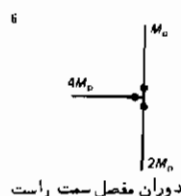
$$m = 6$$

شش مکانیزم اصلی عبارتند از: دو مکانیزم تیر، دو مکانیزم جانبی (برای هر طبقه یکی) و دو مکانیزم مفصل. مرحله اول تحلیل، نوشتن معادله کار برای هریک از مکانیزمهای اصلی است.

نمودار مکانیزم	معادله کار و ضریب بار
<p>مکانیزم جانبی طبقه پایینی</p>	<p>توجه: تمام نیروهای افقی در این مکانیزم حرکت می‌کنند و بایستی در معادله کار وارد شوند.</p> $\lambda w L \times L \theta \times 2 + \frac{\lambda w L}{2} \times L \theta \times 2 = 8 M_p \theta$ $3 \lambda w L^2 \theta = 8 M_p \theta$ $\lambda = \frac{8 M_p}{3 w L^2} = 2.0$



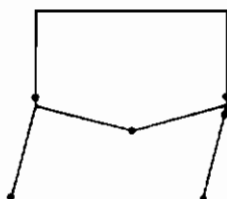
معادله کار وجود ندارد
 λ محاسبه نمی‌شود.



معادله کار وجود ندارد
 λ محاسبه نمی‌شود.

مکانیزم جانبی طبقه پایین کمترین ضریب بار را دارد بنابراین نقطه شروع خوبی برای ترکیبها می‌باشد.

7 : 4 + 2 + 5 + 6



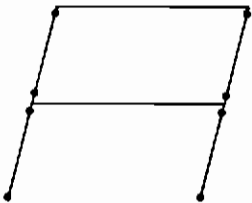
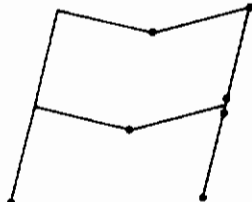
دورانه‌های مفصل "فورا" انجام می‌شود تا کار داخلی کاهش یابد.

$$3 \lambda w L^2 \theta + 4 \lambda w L^2 \theta =$$

$$8 M_p \theta + 16 M_p \theta - 6 M_p \theta + M_p \theta - 4 M_p \theta + 3 M_p \theta$$

$$7 \lambda w L^2 \theta = 18 M_p \theta$$

$$\lambda = \frac{18}{7} \frac{M_p}{w L^2} = 1.929$$

نمودار مکانیزم	معادله کار و ضریب بار
<p>8-4-3</p> 	<p>برای روشن ساختن موضوع فقط یک مرحله ترکیب واسطه‌ای انجام می‌شود. در این ترکیب هیچ مفصلی حذف نمی‌شود.</p> $3\lambda wL^2\theta + \lambda wL^2\theta = 8M_p\theta + 4M_p\theta$ $4\lambda wL^2\theta = 12M_p\theta$ $\lambda = \frac{3M_p}{wL^2} = 2.25$
<p>9-8-1-2-6</p> 	$4\lambda wL^2\theta + 2\lambda wL^2\theta + 4\lambda wL^2\theta = 12M_p\theta + 6M_p\theta$ $+ 16M_p\theta - 2M_p\theta \text{ (top LH joint)} - 7M_p\theta$ $\text{(lower LH joint)} - 4M_p\theta + 3M_p\theta$ $10\lambda wL^2\theta = 24M_p\theta$ $\lambda = \frac{24}{10} \frac{M_p}{wL^2} = 1.8$ <p>این مقدار کمترین ضریب بار است. با رسم نمودار لنگر خمشی این مکانیزم کنترل می‌شود.</p>

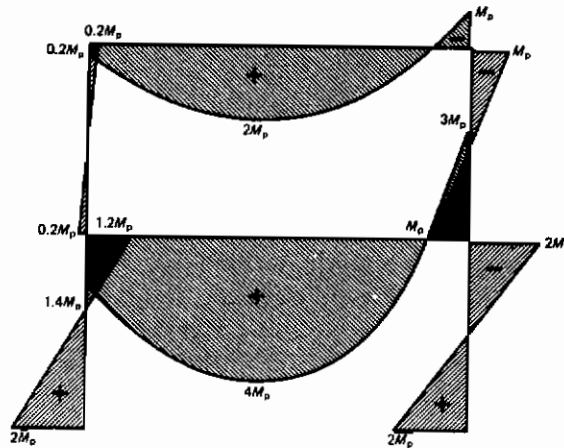
نمودار لنگر خمشی برای مکانیزم (۹) با استفاده از روش ضمیمه ج رسم می‌شود. (در ضمیمه از این مثال استفاده شده است) برای این نوع قاب لازم است که در هر تیرلنگرهای خمشی واکنش و آزاد محاسبه و تعادل افقی برای هر طبقه جداگانه در نظر گرفته شود. نمودار لنگر خمشی نهایی در شکل ۴-۱۰ نشان داده شده است و روشن است که تمام شرایط را برآورده می‌سازد. نتیجه حاصله صحت مکانیزم را نشان می‌دهد، اما به دلیل بارگذاری گسترده، مقادیر لنگرها در هر تیر بایستی کنترل شود.

(الف) تیر بالایی

تیر بالایی مطابق شکل ۴-۱۱ از بقیه قاب جدا می‌شود. با استفاده از نمودار لنگر خمشی لنگرهای انتهایی معین می‌شوند، عکس‌العمل‌های نامعلوم در A و B نیروهای محوری در ستونهای بالایی هستند. با گرفتن لنگر حول محور B داریم.

$$V_A \times 2L + 0.2M_p + M_p - 3.6w \times 2L \times L = 0$$

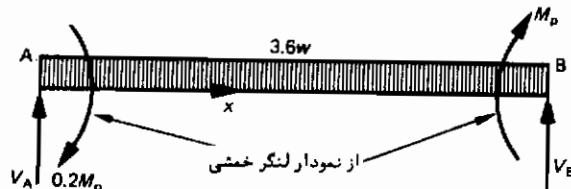
$$V_A = \frac{7.2wL^2 - 1.2M_p}{2L} = \frac{7.2wL^2 - 1.2 \times 0.75wL^2}{2L} = 3.15wL$$



شکل ۴-۱۰

لنگر خمشی (خمش به طرف پایین مثبت است) در هر نقطه روی تیر برابر است با

$$M = 0.2M_p + 3.15wLx - \frac{3.6wx^2}{2}$$



شکل ۴-۱۱

برای حداکثر لنگر $dM/dx = 3.15wL - 3.6wx = 0$ یعنی در محل بیشترین لنگر

مقدار بیشترین لنگر برابر است با $x = 3.15L/3.6 = 0.875L$ خواهد بود.

$$\begin{aligned} M_{\max} &= 0.2M_p + 3.15wL(0.875L) - \frac{3.6w(0.875L)^2}{2} \\ &= 0.2M_p + 1.378wL^2 \\ &= 2.04M_p \end{aligned}$$

(ب) تیر پایینی

تیر پایینی در شکل ۴-۱۲ نشان داده شده است. محاسبات بسیار مشابه تیر بالایی است.

$$V_c \times 2L + 1.4M_p + 3M_p - 7.2w \times 2L \times L = 0$$

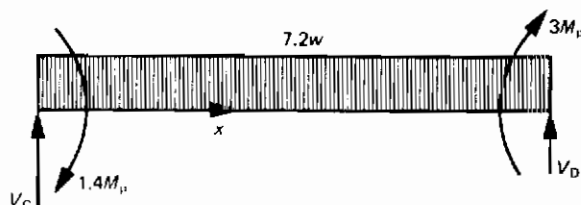
$$V_c = 5.55wL$$

$$M = 1.4M_p + 5.55wLx - \frac{7.2wx^2}{2}$$

$$\frac{dM}{dx} = 5.55wL - 7.2wx$$

در نقطه لنگر حداکثر $x = 0.771L$ است.

$$M_{\max} = 4.25M_p$$



شکل ۴-۱۲

در هر دو تیر لنگرهایی وجود دارد که از لنگر خمیری مقطع بزرگتر می‌باشد. این بدان معنی است که در نمودار لنگر خمشی شرط تسلیم برآورده نشده و ضریب بار محاسبه شده کرانه بالایی ضریب λ_c خواهد بود. با کاهش متناسب تمام لنگرها تا حدی که لنگر حداکثر مساوی لنگر خمیری گردد یک کرانه پایینی به دست می‌آید. بنابراین

$$\lambda_r = \frac{2 \times 1.8}{2.04} = 1.76$$

یا

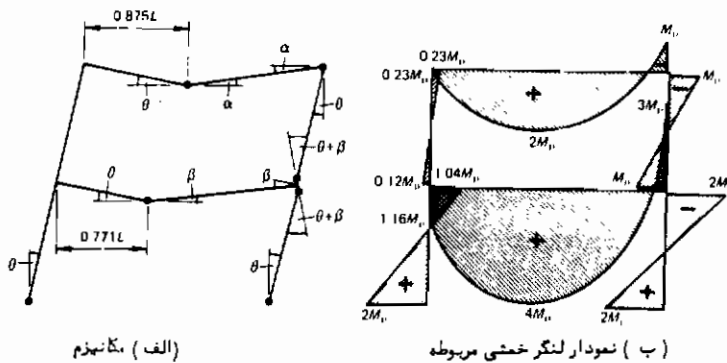
$$\lambda_r = \frac{4 \times 1.8}{4.25} = 1.69$$

محدوده ضریب بار فروریختگی عبارت است از:

$$1.69 \leq \lambda_c \leq 1.8$$

میانگین این محدوده ۱/۷۵ می باشد . دو حد فوق از جنبه عملی به اندازه کافی بهم نزدیکند .

به هر حال ، برای نشان دادن تأثیر بارگذاری گسترده در سازه پیچیده تر ادامه حل مسأله سودمند خواهد بود . واضح است که در این حالت مکانیزم (۹) صحیح نیست اگرچه تا قبل از واریسی توزیع لنگر خمشی در هرتیر ، به نظر رضایبخش می آید . از این موضوع فهمیده می شود که مکانیزم فروریختگی واقعی بسیار مشابه فوق است ولی مطابق شکل ۴-۱۳ به جای اینکه مفصلها در وسط دهانه تشکیل شوند به نقاط حداکثر لنگر نزدیک می گردند .



شکل ۴-۱۳

برای این مکانیزم معادله کار را به وسیله ترکیب مکانیزمها پس از محاسبه یک یک مکانیزمهای تیرها و با مطابق آنچه که در زیر آمده است با استفاده از دورانهای روی شکل می توان به دست آورد . با استفاده از ابعاد هندسی مکانیزم .

$$1.125\alpha = 0.875\theta$$

$$\alpha = 0.778\theta$$

$$1.299\beta = 0.771\theta$$

$$\beta = 0.627\theta$$

محاسبه کارهای داخلی را از پایین قاب شروع کرده و به طرف بالا می رویم .

$$\begin{aligned} \text{کار داخلی} &= 2M_p\theta + 2M_p\theta + 4M_p(\theta + \beta) + 2M_p(\theta + \beta) + M_p(\theta + \beta) + \\ &\quad 2M_p(\theta + \alpha) + M_p(\theta + \alpha) \\ &= 14M_p\theta + 7M_p\beta + 3M_p\alpha \\ &= 20.73M_p\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{کار خارجی} &= 4\lambda w L^2 \theta + \frac{2\lambda w (0.875L)^2 \theta}{2} + \frac{2\lambda w (1.125L)^2 \alpha}{2} + \frac{4\lambda w (0.771L)^2 \theta}{2} \\
 &\quad \text{تیر پایینی} \qquad \qquad \text{تیر بالایی} \qquad \qquad \text{بارهای افقی} \\
 &\quad + \frac{4\lambda w (1.229L)^2 \beta}{2} \\
 &= 5.9545\lambda w L^2 \theta + 1.2656\lambda w L^2 \alpha + 3.0209\lambda w L^2 \beta \\
 &= 8.834\lambda w L^2 \theta
 \end{aligned}$$

با مساوی قرار دادن کار داخلی و خارجی داریم:

$$8.834\lambda w L^2 \theta = 20.73 M_p \theta$$

$$\lambda = \frac{20.73 M_p}{8.834 w L^2} = 1.76$$

نمودار لنگر خمشی برای مکانیزم فوق در شکل ۴-۱۳ ب نشان داده شده است توزیع لنگر خمشی در تیرها نشان می‌دهد که:

$$1 - \text{برای تیر بالایی در نقطه لنگر حداکثر } x = 0.869L$$

$$M_{\max} = 2M_p \text{ (به‌طور دقیق } 2.00002M_p \text{)}$$

$$2 - \text{برای تیر پایینی در نقطه لنگر حداکثر } x = 0.779L$$

$$M_{\max} = 4M_p \text{ (به‌طور دقیق } 4.0002M_p \text{)}$$

خواننده در صورت تمایل می‌تواند نتایج را واریسی کند. مفصلها دقیقاً در محلهای صحیح خود قرار ندارند ولی نتایج نشان می‌دهد که مکانیزم، صحیح به‌شمار می‌آید. ضریب بار فرو رهمختگی ۱/۲۶ است. ملاحظه می‌شود خطای ضریب بار در حالتی که مفصلها در وسط دهانه فرض شده بودند با این مقدار تنها ۲/۳ درصد است. خطا به‌حدی کوچک است که به‌سختی می‌توان محاسبات بیشتر برای تعیین مکانیزم دقیقتر را تأیید کرد. در محاسبات مربوط به ترکیب مکانیزمها صرفه‌جویی دیگری نیز در عملیات بعمل آمد. دورانهای مفصلی همزمان با مکانیزم تیر صورت گرفت و باعث گردید کار داخلی کاهش یابد. توانایی برای چنین عملیاتی با تجربه به‌دست می‌آید.

۴-۴ جمع بندی

در این فصل روش تحلیل حدی برای مکانیزمهای مرکب در مورد سازه‌های قابی شکل، تحت بارهای متناسب بررسی گردید. نتیجه حاصل از این روش تعیین مقداری یا محدوده‌ای برای ضریب بار فروریختگی قاب می‌باشد.

مراحل اصلی در تحلیل عبارتند از:

- (۱) تعیین مکانیزمهای اصلی و معادلات کار مربوطه.
- (۲) شروع با مکانیزم اصلی با کمترین ضریب بار، ترکیب مکانیزمها ضمن حذف بعضی مفصلهای خمیری و برگرداندن شکل هندسی اولیه در آن قسمت از سازه (مثلاً)، برگرداندن اعضاء به صورت مستقیم و اتصالها به صورت قائم) و پیدا کردن ضریب بار هر مکانیزم مرکب.
- ۳- کمترین ضریب بار حاصله نزدیکترین ضریب به ضریب بار فروریختگی می‌باشد.
- (با توجه به نظریه کرانه بالایی)، با رسم نمودار لنگر خمشی مربوطه مکانیزم کنترل شود.
- ۴- اگر نمودار لنگر خمشی شرایط تعادل، مکانیزم و تسلیم را برآورده ساخت، مکانیزم مذکور، مکانیزم فروریختگی واقعی قاب است. و ضریب بار مربوطه مساوی ضریب بار فرو ریختگی می‌باشد.
- ۵- اگر در محلی از سازه لنگر خمشی بزرگتر از لنگر خمیری مربوطه باشد، مکانیزم، مکانیزم واقعی نخواهد بود و ضریب بار λ بزرگتر از λ_c است. مقدار λ و تمام لنگرهای خمشی را به یک نسبت کاهش می‌دهیم تا اینکه تمام لنگرهای خمشی مساوی یا کمتر از لنگر خمیری مربوطه شود. با توجه به نظریه کرانه پایینی ضریب بار کاهش یافته λ_r کمتر از λ_c می‌باشد.

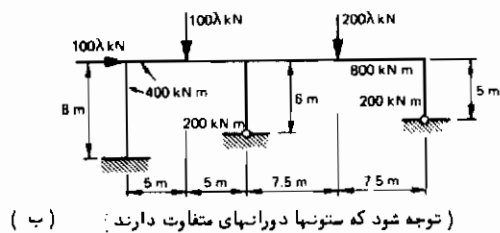
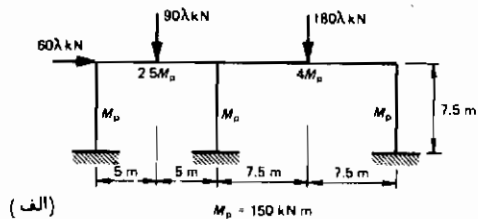
بنابراین

$$\lambda_r < \lambda_c < \lambda$$

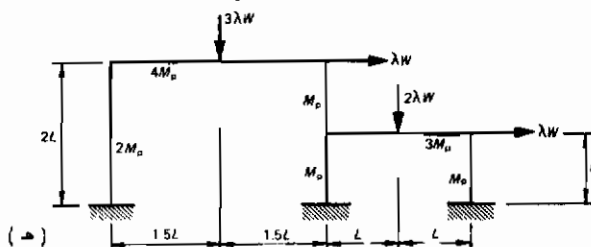
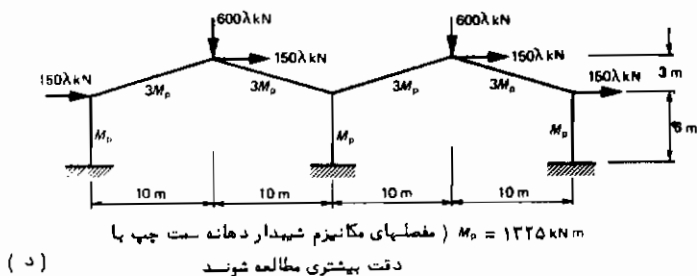
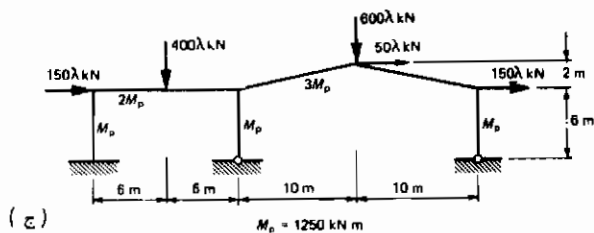
فرض اینکه مفصل خمیری در اعضای تحت بار گسترده در وسط دهانه تشکیل می‌شود به طور معمول نسبتاً دقیق است، اگرچه نتیجه حاصله ضریب باری بیشتر از λ_c است. بهترین راه برای آشناسدن با این روش تمرین است. مثالهای موجود این بخش نکات متعددی به همراه داشت که بایستی توسط خواننده تمرین گردد.

۴-۵ مسایل

۴-۵-۱ ضرایب بار فروریختگی قابهای اشکال ۴-۱۴ الف تا ۴-۱۴ هـ را پیدا کنید. در هر حالت مکانیزم بحرانی را با رسم نمودار لنگر خمشی مربوطه کنترل کنید.

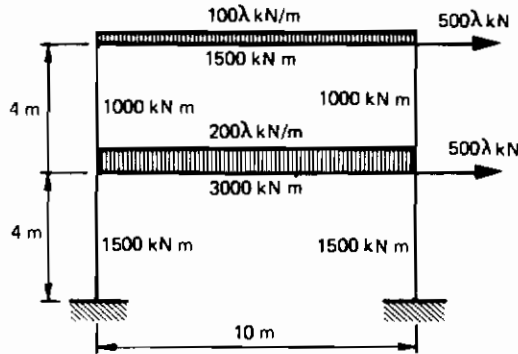


شکل ۴ - الف - ب



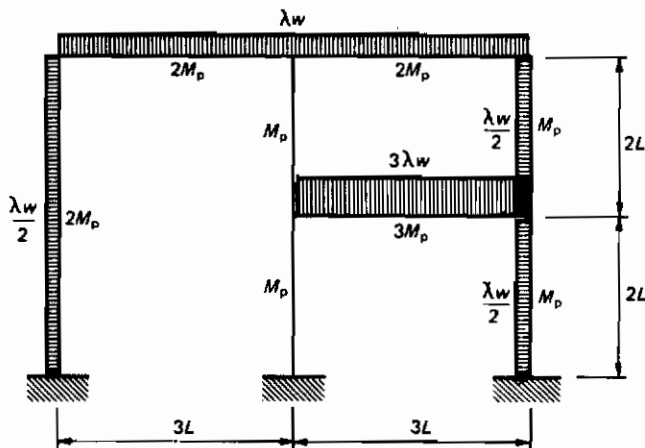
شکل ۴ - ج و د و ه

۴-۵-۲ ضرایب بار فروریختگی قاب شکل‌های ۴-۱۵ الف و ۴-۱۵ ب را با فرض اینکه مفصل‌های خمیری در وسط دهانه تشکیل شود محاسبه کنید. به دلیل وجود بارهای گسترده یکساخت این ضرایب، کرانه بالایی می‌باشد، با استفاده از تحلیل حدی محدودهای برای ضریب بار فروریختگی پیدا کنید.



(الف)

شکل ۴-۱۵ الف



(ب)

تمام بارها بر حسب واحد طول می‌باشند

شکل ۴-۱۵ ب

طراحی با استفاده از نظریه خمیری

۵ - ۱ مقدمه

در دو بخش قبل راجع به تحلیل بحث شد، یعنی با استفاده از ابعاد هندسی سازه (طول تیرها و ارتفاع ستونها) و اندازه مقاطع، ظرفیت سازه مشخص گردید. به عبارت دیگر در تحلیل، سازه برای مقاومت به فروریختگی کنترل شد. غالباً در حالی که بارگذاری و ابعاد هندسی داده شده است مسئله مورد نظر پیدا کردن اندازه مقاطع اعضا است به طوری که سازه نسبت به فروریختگی دارای ضریب اطمینان لازم باشد. تعیین اندازه مقاطع اعضا موضوع مورد بحث طراحی است. طراحی به عبارتی عکس تحلیل است و به کمک نظریه خمیری می‌تواند انجام شود. قبل از بررسی طراحی خمیری پاسخ به این پرسش که "چرا طراحی خمیری قابل بررسی و توجه است؟" مفید خواهد بود. چهار دلیل اصلی برای پرسش فوق وجود دارد.

۱ - در بریتانیا تمایل برای پذیرش روش طراحی حالت حدی وجود دارد. این روش تا کنون در آیین نامه (۵) CP 110 برای سازه‌های بتنی به کار برده شده و در آیین نامه B/20 ضوابط طراحی فولادی Draft Specification for Steelwork (۶) (به عنوان جایگزین آیین نامه BS ۴۴۹ (۷) نیز ملحوظ شده است. در روش طراحی حالت حدی غالباً "حالت حدی نهایی (مقاومت به فروریختگی) بحرانی می‌باشد. بدیهی است که نظریه خمیری برای حالت حدی نهایی مورد قبول می‌باشد. آیین نامه جاری امریکایی سازه‌های فولادی (۳۸) در سال ۱۹۶۹ پذیرفته شد. این آیین نامه بر اساس فلسفه طراحی تنش مجاز بوده ولی در عین حال طراحی به روش خمیری را نیز مجاز می‌داند.

۲ - همان گونه که تا کنون نشان داده شده است، محاسبات مربوط به نظریه خمیری ساده تر از محاسبات مربوط به نظریه ارتجاعی می‌باشد. محاسبات ساده تر به نتایج مطمئن تر و سریعتر منجر می‌شود. خطای نصب اعضا در مقدار بار فروریختگی نیز مؤثر نیست.

(به‌قسمتهای ۳-۲-۳ مراجعه شود)

۳- کاربرد روشهای خمیری قدرت انعطاف‌پذیری قابل توجهی به‌طراح می‌دهد و در محاسبات عامل تعیین‌کننده اصلی نظر طراح است و نه مشخصات مقطع. این موضوع بعداً در این بخش و به‌طور وسیع‌تر در فصل ۸ در محاسبات دال‌های بتون‌آرمه نشان داده خواهد شد. البته دو نکته وجود دارد که بایستی در نظر داشت:

۱- طرحهایی وجود دارد که در آنها حالت حدی نهایی بحرانی نیست برای مثال، در بعضی سازه‌ها محدودیتهای خیز تحت بارهای عملی (وقتی که سازه احتمالاً ارتجاعی است) بحرانیتر از مقاومت به‌فروریختگی است.

۲- روشهای خمیری امکان کماتش را مجاز نمی‌داند. مسایل کماتش همیشه وجود دارد و در هر طرح رضایت بخش بایستی آنها را مرتفع ساخت. اثر کماتش در فصل بعدی در نظر گرفته خواهد شد.

۵- ۲ ضرایب بار

منظور از طراحی براساس نظریه خمیری طرح سازه‌ای با ضریب بار مشخص در مقابل فروریختگی است. تعیین ضریب بار مورد استفاده به‌خودی‌خود موضوع پیچیده‌ای است که در حال حاضر به‌واسطه چاپ استاندارد انگلیسی جدید برای طرح سازه‌های فولادی مورد بحث و مجادله است.

این موضوع خارج از بحث این کتاب است زیرا به‌نظریه خمیری مربوط نیست ولی به‌هرحال، ذکر مقادیر ضرایب بار موجود و پیشنهاد شده بی‌فایده نخواهد بود.

استاندارد انگلیسی جاری، ۱۹۶۹: ۴۴۹ BS، بدون اظهار نظر صریح در مورد ضریب بار لازم، روشهای طراحی خمیری را مجاز می‌داند. BS ۴۴۹ به‌طور عمده براساس نظریه ارتجاعی است و می‌توان نشان داد که ضریب بار برای یک تیر یک‌دهانه که از ضوابط ارتجاعی به‌دست می‌آید با توجه به‌شرایط تکیه‌گاهی و نوع بارگذاری تغییر می‌کند. حداقل مقدار برای یک تیر ساده ۱۰/۲۵ است. استدلال شده است (۸) که این مقدار برای هر سازه قابل پذیرش است. BS ۴۴۹ می‌گوید که بسیار غیر محتمل است که بار حداکثر باد و حداکثر بار زنده اعمال شده توأماً به‌وجود آیند، بنابراین ضریب بار را برای چنین ترکیب بارگذاری می‌توان کاهش داد. در نتیجه ضرایب بار برای طراحی به‌روش BS ۴۴۹ که عموماً "مورد قبول قرار گرفته عبارتند از:

1.75 - بار مرده و بار زنده

1.4 - بار مرده و زنده و باد

قسمتی از روش حالت حدی که در پیش نویس استاندارد جدید پیشنهادی B/20 پذیرفته شده است، ضرایب بار را براساس احتمال وجود ترکیبات بارهای مختلف قرار داده است. در نتیجه ضرایب بار فروریختگی مختلف برای بارگذاریهای متعدد مطابق جدول ۵-۱ پیشنهاد شده است. در هر حالت ضریب بار دیگری وجود دارد تا امکان تغییرات در مقاومت فولاد در نظر گرفته شود. این عمل با استفاده از یک تنش تسلیم مؤثر مساوی با $\sigma_y/1.075$ صورت گرفته است که مقادیر جدول ۵-۱ را تا ۷/۵ درصد افزایش می دهد. با این وجود، ضرایب بار پیشنهادی کمتر از مقادیر آیین نامه BS ۴۴۹ است زیرا اطمینان از روش طراحی خمیری افزایش یافته است.

آیین نامه امریکایی سازه های فولادی (۳۸) روشی مشابه فوق را پذیرفته است و لسی دارای جزئیات بیشتری نسبت به روش BS ۴۴۹ است. این آیین نامه روشهای طراحی خمیری را مجاز دانسته و ضریب بار فروریختگی را برای بار مرده و زنده ۱/۲ و برای ترکیب این بارها با بارهای باد یا زلزله برابر ۱/۳ لازم دانسته است.

در مثالهای متعدد این بخش ضرایب بار به طور اختیاری انتخاب شده تا به بیان اصول روشهای خمیری پرداخته شود. در یک یا دو حالت این مقادیر با مقادیر BS ۴۴۹ مشابهتی داشته اند.

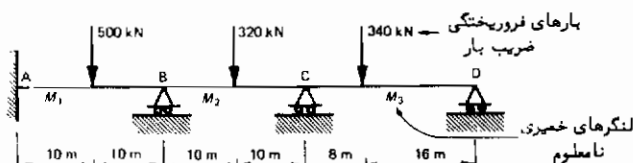
جدول ۵ - ۱

ضریب γ_f	نوع بار یا ترکیب بارها
۱/۴	بار مرده حداکثر
۱/۵	حداقل
۱/۲	حداقل برای بارگذاری متناوب
۱/۶	بار زنده (بدون بار باد)
۱/۴	بار باد (فقط با وجود بار مرده)
۱/۲	بارهای باد و زنده (در ترکیب بارها)

۵ - ۳ طراحی به روش نظریه خمیری

تیر نشان داده شده در شکل ۵-۱ را می خواهیم به روش خمیری طراحی کنیم. مثال قدری ایده آل است زیرا فقط یک ترکیب بارگذاری در نظر گرفته شده (ضمناً بارها شامل وزن

تیر نیز می‌باشند) ولی این مثال نشان دهنده یک راه حل کلی برای طرح خمیری می‌باشد.



شکل ۵-۱

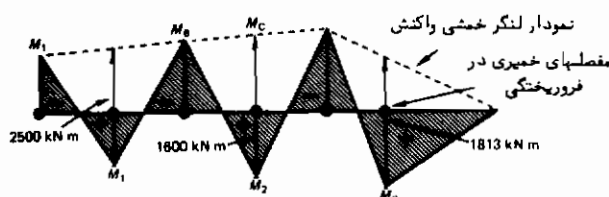
در ابتدا فرض می‌شود که هر دهانه دارای تیری با مقطعی متفاوت است. مرحله اول بررسی تمام مکانیزمهای فروریختگی ممکن می‌باشد که در این مثال عبارتند از مکانیزمهای تیر در هر دهانه است. اقتصادی‌ترین طرح وقتی است که تمام دهانه‌ها توأماً "فروریخته شوند". این کار با انتخاب اعضاء مناسبی امکان پذیر است. در این حالت نمودار لنگر خمشی در موقع فرو-ریختگی مطابق شکل ۵-۲ خواهد بود. نمودارهای لنگر خمشی واکنش و آزاد برای پیدا کردن لنگر خمشی واقعی در هر نقطه قابل استفاده‌اند.

$$\text{دهانه AB: حداکثر لنگر خمشی آزاد} = \frac{500 \times 20}{4} = 2500 \text{ kN m}$$

$$\text{دهانه BC: حداکثر لنگر خمشی آزاد} = \frac{320 \times 20}{4} = 1600 \text{ kN m}$$

$$\text{دهانه CD: حداکثر لنگر خمشی آزاد} = \frac{340 \times 8 \times 16}{24} = 1813 \text{ kN m}$$

در ارتباط با لنگرهای خمشی آزاد مشکلی نخواهیم داشت ولی در مورد لنگرهای خمشی واکنش دقت بیشتری لازم است. لنگرهای خمشی واکنش در تکیه‌گاههای B و C را که در آنجا مفصل خمیری ایجاد شده در نظر بگیرید. مقادیر لنگرهای خمشی در نقاط B و C به ترتیب با M_B و M_C نشان داده شده‌است. لنگرها مساوی کمترین لنگر خمیری اعضاء مجاور B و C می‌باشند. اما مقادیر نسبی لنگرهای خمیری در این مرحله معلوم نیست.



شکل ۵-۲

کمترین مقدار $M_B = M_2$ و M_1

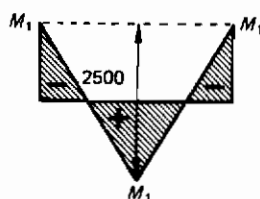
کمترین مقدار $M_C = M_3$ و M_2

می‌توان بن بست فوق را با در نظر گرفتن مفروضاتی در مورد هریک از دهانه‌ها از بین برد. دهانه AB: $M_1 < M_2$ فرض می‌شود. شکل ۵-۳ نمودار لنگر خمشی مربوطه را نشان می‌دهد. با توجه به اندازه‌های نمودار

$$2M_1 = 2500 \text{ kN m}$$

$$M_1 = 1250 \text{ kN m}$$

(۵-۱)



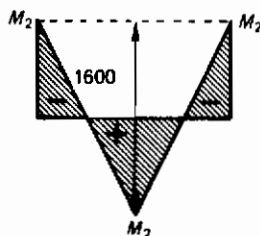
شکل ۵-۳

دهانه BC: با فرض $M_2 < M_1, M_2 < M_3$. با توجه به اندازه‌های نمودار لنگر خمشی در شکل ۵-۴.

$$2M_2 = 1600 \text{ kN m}$$

$$M_2 = 800 \text{ kN m}$$

(۵-۲)



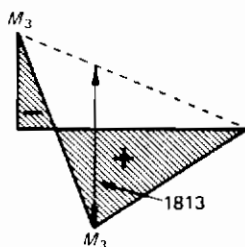
شکل ۵-۴

دهانه CD: $M_3 < M_2$ فرض می‌شود. با توجه به تشابه مثلثها در نمودار لنگر خمشی که در شکل ۵-۵ نشان داده شده است:

$$\frac{2}{3} M_3 + M_3 = 1813$$

$$M_3 = 1088 \text{ kN m}$$

(۵-۳)



شکل ۵-۵

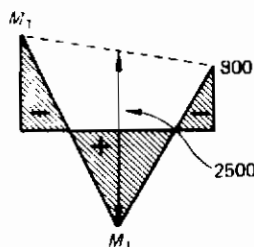
محاسبات برای روش لنگر خمشی واکنش و آزاد قابل استفاده است. فرضیات برای سادگی محاسبات به کار برده شده‌اند، چرا که در نتیجه حدس اولیه در هر دهانه، فقط یک مجهول باقی می‌ماند. البته، سه فرض فوق با یکدیگر سازگار نیستند. مثلاً "در دهانه AB داریم $M_1 < M_2$ ، در صورتی که در دهانه BC $M_1 > M_2$ است. نتایج محاسبات اکنون برای کنترل فرضیات به کار برده شده قابل واریسی است.

$$M_2 (= 800 \text{ kN m}) < M_1 (= 1250 \text{ kN m})$$

$$< M_3 (= 1088 \text{ kN m})$$

بنابراین فرض مربوط دهانه BC صحیح بوده اما برای دهانه‌های AB و CD صحیح نبوده است. نتیجه حاصله $M_2 = 800 \text{ kN m}$ است ولی محاسبات برای دهانه‌های AB و CD بایستی با توجه به $M_B = M_C = 800 \text{ kN m}$ تکرار شود.

دهانه AB



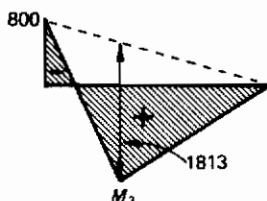
$$\frac{M_1 + 800}{2} + M_1 = 2500$$

$$\frac{3}{2} M_1 = 2100$$

$$M_1 = 1400 \text{ kN m}$$

(۴-۵)

دهانه CD



$$\frac{2}{3} \times 800 + M_3 = 1813$$

$$M_3 = 1280 \text{ kN m} \quad (5 - 5)$$

توجه شود که محاسبات جدید مقادیر بزرگتری را برای M_1 و M_3 به دست می دهد .
 زیرا یک لنگر واکنش به اندازه کافی کوچکتری در B و C مورد استفاده قرار گرفته است . این وضعیت همیشگی بوده و بسیار اطمینان بخش است زیرا بدان معنی است که چنانچه حدس اولیه درست باشد امکان ندارد نتیجه معکوس حاصل شود . بنابراین فقط یک بار تکرار محاسبات لازم است . به کمک نظریه خمیری لنگرهای خمیری لازم در هر دهانه به دست آمده است . با به کارگیری از فولاد نرمه (تنش تسلیم 250 N/mm^2) و نتایج حاصله و استفاده از کتابچه مشخصات مقاطع فولادی مقاطع مربوطه به دست می آید .

ارتفاع (mm)	S (موجود) (cm^3)	مقطع انتخابی	S (لازم) (cm^3)	M_p (لازم) (kN m)	دهانه
۵۵۰	۵۶۰۰	IPB ۵۵۰	۵۶۰۰	۱۴۰۰	AB
۴۰۰	۳۲۴۰	IPB ۴۰۰	۳۲۰۰	۸۰۰	BC
۵۵۰	۵۶۰۰	IPB ۵۵۰	۵۱۲۰	۱۲۸۰	CD

در این مرحله طراح می تواند مطابق میل خود با استفاده از نتایج مقدماتی حاصله به طرحهای مختلفی دست پیدا کند . این طرحهای ممکن عبارتند از :

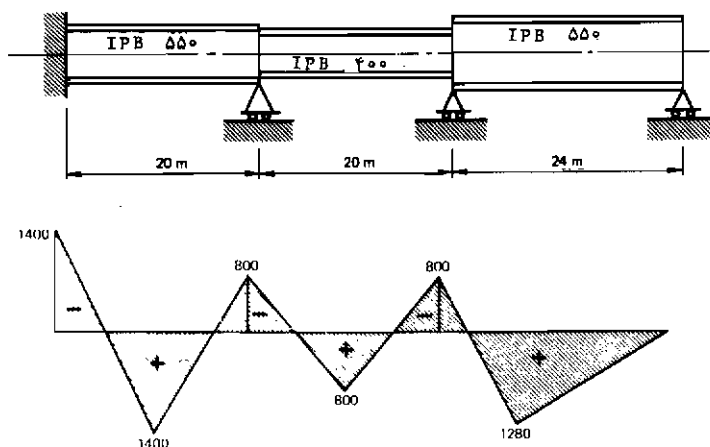
طرح اول :

با استفاده از مقاطع مختلف در دهانه ها و پذیرش مقاطعی مطابق جدول فوق ، نتیجه طرح و نمودار لنگر مربوطه در موقع فروریختگی در شکل ۵-۶ نشان داده شده است . طرح از نظر فنی رضایت بخش است ولی از نظر اجرایی بدون اشکال نخواهد بود .

در نقاط B و C لازم است اعضای که دارای ابعاد متفاوت هستند به یکدیگر متصل شدند ، در این صورت مفصل خمیری در عضو ضعیفتر تشکیل می‌شود . این اتصالات علاوه بر دیگر اتصالات لازم می‌باشند چرا که بعید است تیری به طول ۴۰ متر به صورت یکپارچه موجود باشد .

طرح دوم:

برای حذف اتصالات در B و C یک عضو با مقطع ثابت بایستی به صورت یکسره استفاده شود. این بدان معنی است که $M_1 = M_2 = M_3$. در این حالت نیازی به محاسبات مجدد نیست زیرا نتایج اولیه یعنی معادلات ۱-۵ تا ۳-۵ موجود است . بنابراین بزرگترین مقدار لنگر خمیری ($M_1 = 1250 \text{ kN m}$) بایستی مورد استفاده قرار گیرد . به هر حال ، قبل از دیگر دهانه‌ها فرو خواهد ریخت زیرا لنگر خمیری موجود آنها از مقدار لازم محاسبه شده بزرگتر در نظر گرفته شده است . در این طرح در اعضای BC و CD مصالح به صورت غیراقتصادی مصرف شده است .

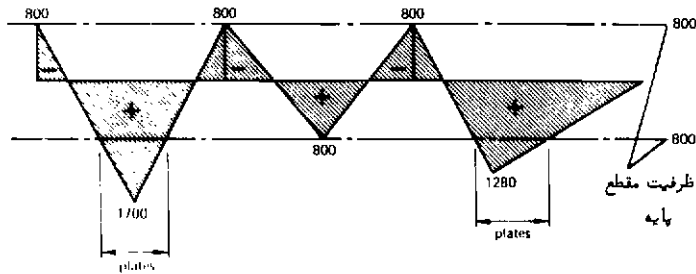


شکل ۵-۶

طرح سوم:

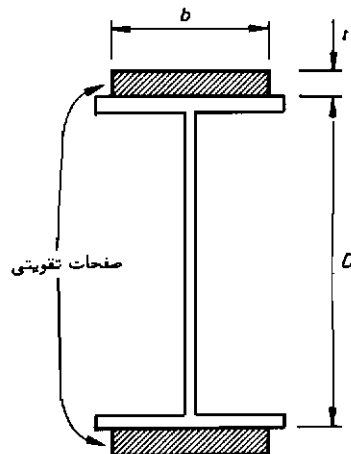
استفاده از ضعیفترین عضو ممکن ($M_p = 800 \text{ kN m}$) در تمام دهانه‌ها ، با در نظر گرفتن لنگرهای خمشی اصلاح شده نمودار لنگر خمشی فرورپختگی را مطابق شکل ۷-۵ می‌توان رسم نمود . هجز دو قسمت نسبتاً کوتاه در میانه دهانه‌های AB و CD مقطع اصلی موجود دارای لنگر خمیری کافی می‌باشد . در قسمت‌های کوتاه ، لنگر خمیری را با اضافه کردن دو ورق به بال‌های مقطع اصلی می‌توان افزایش داد (به مسأله ۲-۱ مراجعه شود) ، طول ورق‌ها از نمودار

لنگر خمشی به دست آمده است .



شکل ۵ - ۷

جزئیات ورق ، دهانه AB



شکل ۵ - ۸

$$= 1700 \text{ kN m} \text{ حداکثر لنگر خمشی}$$

$$= 800 \text{ kN m} \text{ مقطع اصلی}$$

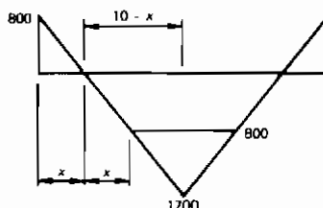
$$M_p = 900 \text{ kN m} \text{ ورقها}$$

$$M_p = btD\sigma_y \text{ ورقها}$$

یعنی

$$bt = \frac{900 \times 10^6}{400 \times 250} = 9000 \text{ mm}^2$$

b و t به مقدار مناسب انتخاب می‌شوند. با تشابه مثلثها در شکل ۹-۵ خواهیم داشت.



شکل ۹-۵

$$\frac{x}{10 - x} = \frac{800}{1700}$$

$$1700x = 8000 - 800x$$

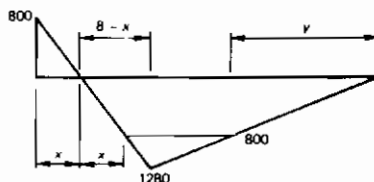
$$x = \frac{8000}{2500} = 3.2 \text{ m}$$

$$\text{طول ورقها} = 2(10 - 2x)$$

$$= 2(10 - 6.4)$$

$$= 7.2 \text{ m}$$

جزئیات ورق، دهانه CD



شکل ۱۰-۵

$$\text{حداکثر لنگر خمشی} = 1280 \text{ kN m}$$

$$\text{مقطع اصلی} = 800 \text{ kN m}$$

$$M_p = 480 \text{ kN m}$$

$$bt = \frac{480 \times 10^6}{400 \times 250} = 4800 \text{ mm}^2$$

با توجه به تشابه مثلثها در شکل ۱۰-۵ داریم:

$$\frac{x}{8 - x} = \frac{800}{1280}$$

$$1280x = 6400 - 800x$$

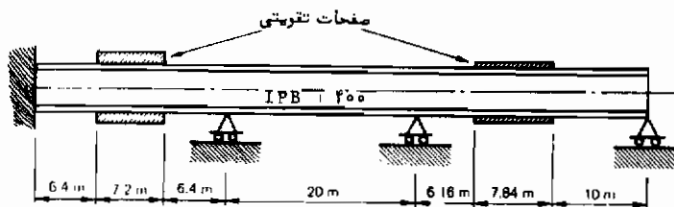
$$x = \frac{6400}{2080} = 3.08 \text{ m}$$

$$\frac{y}{16} = \frac{800}{1280}$$

$$y = \frac{800 \times 16}{1280} = 10.0 \text{ m}$$

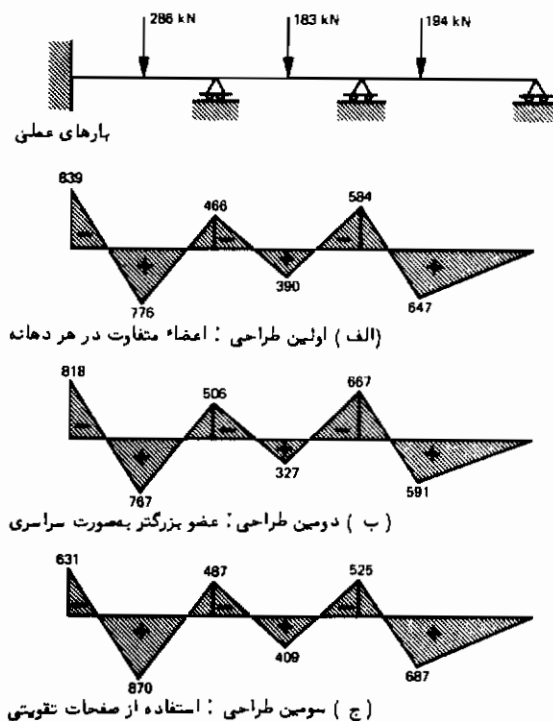
$$\begin{aligned} \text{طول ورقها} &= (8 - 2x) + (16 - y) \\ &= 24 - 2 \times 3.08 - 10 \\ &= 7.84 \text{ m} \end{aligned}$$

شکل ۵-۱۱ جزئیات طرح را نشان می‌دهد.



شکل ۵-۱۱

در مثال فوق با کمی محاسبات اضافی می‌توانستیم به سه طرح مختلف دست یابیم. در طراحی به روش ارتجاعی معمولاً لازم است فرضیاتی در مورد اندازه‌های مقطع (معمولاً لنگر دوم سطح) برای شروع محاسبات در نظر گرفته شود، و تنها در پایان کار می‌توان صحت فرضیات را کنترل کرد. در حالیکه در روشهای خمیری فرضهای اولیه بسیار سریع کنترل و تصحیح می‌شود. در روشهای خمیری روند محاسبات طراحی ورقها تحت کنترل طراح است. ورقها اثر قابل توجهی در مشخصات ارتجاعی اعضا دارند که محاسبه آنها خسته کننده است. شکل ۵-۱۲ نمودارهای لنگر خمشی ارتجاعی را برای سه طرح فوق تحت بار عملی نشان می‌دهد. سه طرح رضایت بخش هستند چرا که هیچ یک از لنگرهای خمشی آنقدر زیاد نیست تا مقاطع جاری شوند. اکنون بحث در مورد گزینش یکی از سه طرح است که هیچ کدام از نظر فنی غلط نیستند این انتخاب به عوامل دیگر بستگی دارد. طرح اول را به دلیل اجرای مشکل می‌توان رد کرده در انتخاب بین دو طرح دیگر مسایل اقتصادی تعیین کننده خواهد بود. آیا هزینه اتصال ورقها به تیر (احتمالاً با جوش) از هزینه اضافی لازم در طرح عضو ساده و بدون ورق، به‌شتر است یا کمتر؟



شکل ۵-۱۲

روش ذکر شده در این مثال براساس روش نمودار لنگر خمشی واکنش و آزاد بود که البته برای تمام تیرها مناسب می‌باشد. بایستی تأکید شود که در روش فوق فقط اندازه‌های اعضاء ورق‌ها به دست می‌آید. جزئیات دیگری نیز مثل سخت کننده‌های جان در تکیه‌گاه‌ها و زیر بارها وجود دارد که لازم است در نظر گرفته شوند. ولی پرداختن به آنها خارج از بحث این کتاب است.

۵-۴ طرح بهینه

۵-۴-۱ عوامل مؤثر در طراحی

مثال قبل نشان داد که چگونه با استفاده از روشهای خمیری یک تیر یکسره طرح می‌شود. قبل از پرداختن به سازه‌های قابی منطقی است که مشخص شود سعی طراح در به دست آوردن چیست.

روشن است که هدف طراح محاسبه سازه‌ای با یک ضریب بار فروریختگی مفروض می‌باشد

همان گونه که شکل ۵-۱۳ نشان می دهد اگر ضریب بار فروریختگی سازه نهایی بزرگتر از مقدار لازم باشد ، سازه دست بالا و در نتیجه غیر اقتصادی طرح شده ، اگر ضریب بار فروریختگی کوچکتر از مقدار لازم باشد سازه دست پایین طرح شده در نتیجه نامطمئن است. طراح ضمن تأمین حداقل مقاومت لازم باید طرح مناسب و درست ارائه نماید .



شکل ۵-۱۳

معمولاً برای انجام چنین امری راههای مختلف وجود دارد و بنابراین انتخاب بهترین راه به طراح واگذار می شود . به عبارت دیگر طراح باید طرح بهینه ای به دست آورد . برای انجام چنین امری عوامل دیگری بجز مقاومت بایستی مورد بررسی قرار گیرند . مهمترین عوامل عبارتند از :

- ۱- حداقل مجموع وزن مصالح
- ۲- در دسترس بودن مقاطع فولاد ساختمانی
- ۳- مناسب بودن اجرا - بایستی توجه کرد که استفاده از ماشین ، بریدن و جوشکاری هیچ کدام با صرفه نیستند .
- ۴- محدودیت خیز .
- ۵- حداقل مجموع هزینه .

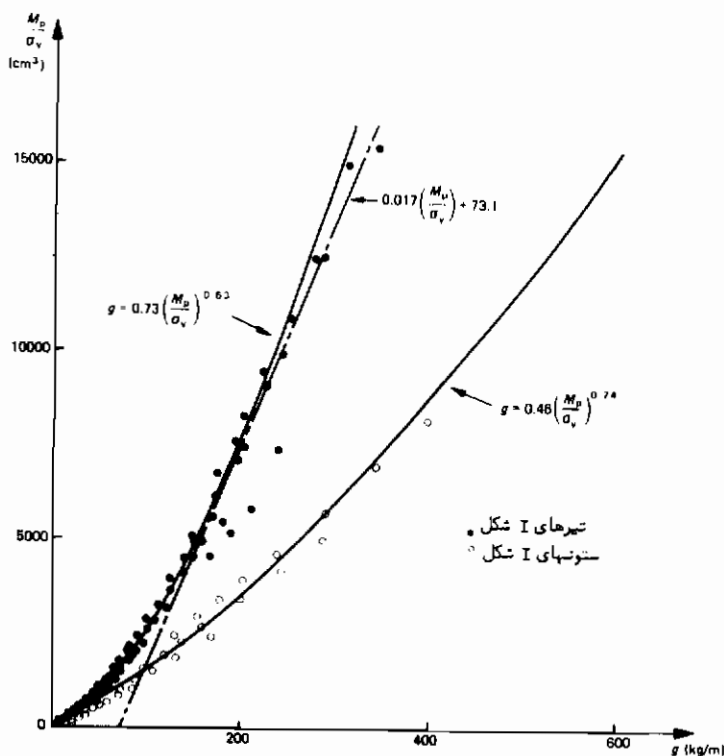
در طرح بهینه تمام عوامل فوق طوری متعادل شده اند که سازه نهایی دارای حداقل مجموع هزینه باشد . اکنون با محدودیتهای مشخصی طراحی بهینه از جنبه محاسبات ریاضی ممکن می باشد (به خصوص به یاری کامپیوتر) . جزئیات کامل خارج از بحث این کتاب است ، اما می توان روش را به سادگی شرح داد . در قسمت عمده باقیمانده این بخش "طرح حداقل وزنی" یعنی طرحی که بند (۱) را برآورده می سازد ، بررسی می شود . ولی در پایان نشان داده خواهد شد که چگونه می توان سایر عوامل را در نظر گرفت . در طراحی حداقل وزنی با محاسبات دستی لازم است از نمودارهای تقابلی که محورهای مختصات آن بر حسب لنگرهای خمیری مجهول می باشد ، استفاده شود . این موضوع استفاده از روش را به سازه های تنها با

دو مقطع مختلف محدود می‌سازد. همان طور که ملاحظه خواهد شد با استفاده از کامپیوتر محدودیتی در تعداد مجهولات اعضاء وجود نخواهد داشت.

۵-۴-۲ توابع وزن

مطابق شکل ۵-۱۴ وزن واحد طول برحسب اساس خمیری (M_p/σ_y) برای تمام مقاطع تیر و ستون یونیورسال محاسبه و روی صفحه مختصات برده شده است. جزئیات مقاطع از کتابچه سازه فولادی استخراج شده است (۲). همچنین روی شکل منحنیهای کبه‌بهترین نحو بر نقاط فوق مرور کرده به‌طور جداگانه برای تیرها و ستونها رسم شده است. در واقع اگر برای تمام مقاطع ممکن این کار انجام شود، برای هر یک منحنی جداگانه‌ای خواهیم داشت. منحنی به‌صورت تابع زیر است.

$$g = c \left(\frac{M_p}{\sigma_y} \right)^n \quad (۵-۶)$$



شکل ۵-۱۴

که kg/m و طول واحد / وزن $g =$ و kN m و لنگر پلاستیک $M_p =$ و c و n مقادیر ثابت هستند.

برای مقاطع با مصالح هم جنس، σ ثابت است، بنابراین داریم

$$g = kM_p^n \quad (۷-۵)$$

که $k = c/(\sigma_y)^n$ می باشد. محاسبات دستی برای یک چنین رابطهای مشکل به نظر می رسد. در بیشتر طرحها انتخاب اعضایی با اختلاف زیاد در اندازه مقاطع معمول نیست و احتمال می رود که اکثراً "مقدار لنگر خمیری در محدوده M_p تا $2M_p$ قرار گیرد. در این محدوده معادله ۷-۵ را می توان با معادله خطی زیر جایگزین نمود.

$$g = k_1 M_p + k_2 \quad (۸-۵)$$

که بسیار قابل استفاده تر است. در جدول ۷-۵ مقادیر k_1 ، k_2 برای محدوده های مختلف S مربوط به مقاطع تیر محاسبه شده است.

جدول ۷-۵

حدود S (cm^3)	$\sigma_y = 250 \text{ N/mm}^2$ فولاد نرمه		سایر فولادها	k_2
	حدود M_p (kN m)	k_1	k_1	
0 – 2000	0 – 500	0.154	$38.6/\sigma_y$	15.2
1000 – 3000	250 – 750	0.112	$28.1/\sigma_y$	30.7
2000 – 6000	500 – 1500	0.086	$21.6/\sigma_y$	48.0
5000 – 10 000	1250 – 2500	0.068	$17.0/\sigma_y$	73.1

در شکل ۷-۱۴ خط مربوط به محدوده S بین ۵۰۰۰ cm^3 و ۱۰۰۰۰ cm^3 نشان داده شده است. حداکثر اختلاف فقط $۱/۴$ درصد و موقعی است که S برابر ۵۰۰۰ cm^3 باشد. شکل ۷-۱۴ نشان می دهد که در واقع این خط به خوبی نسبت بین g و $S (= M_p/\sigma_y)$ را در محدوده بین ۳۰۰۰ cm^3 و ۱۷۵۰۰ cm^3 بیان می کند.

رابطه بین وزن واحد طول و لنگر خمیری (معادله عمومی ۸-۵) برای محاسبه وزن کل سازه، G ، بر حسب لنگر خمیری هر عضو قابل استفاده است. این رابطه را "تابع وزن سازه" گویند.

$$G = \Sigma L(k_1 M_p + k_2) \quad (9-5)$$

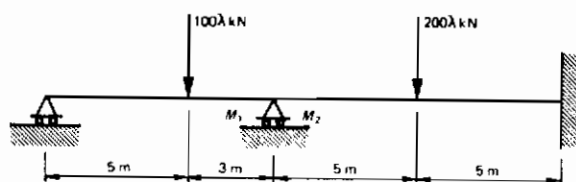
L = طول عضو

$$G = \Sigma k_1 M_p L + \Sigma k_2 L \quad (10-5)$$

در معادله ۵-۱۰، قسمت اول طرف سمت راست $\Sigma k_1 M_p L$ قابل تغییر است زیرا مقدار آن بستگی به M_p دارد، قسمت دوم ثابت است. منظور از طرح حداقل وزن حتی‌الامکان کوچک ساختن قسمت متغیر می‌باشد.

۵-۴-۳ طرح حداقل وزن تیر سراسری

یک تیر سراسری دو دهانه ساده‌ترین مثالی است که برای تشریح طرح حداقل وزن مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکل ۵-۱۵ تیر را نشان می‌دهد مرحله اول در نظر گرفتن مکانیزمهای فروریختگی ممکن است. از آنجا که مقادیر نسبی لنگرها مشخص نیست در این مکانیزمها بایستی دو حالت ممکن $M_1 < M_2$ و $M_1 > M_2$ مورد نظر قرار گیرند.



شکل ۵-۱۵

مکانیزم	کار خارجی	کار داخلی $M_1 < M_2$	کار داخلی $M_1 > M_2$
<p>$100\lambda \times 5\theta$ $= 500\lambda\theta$</p> <p>$3\phi = 5\theta$ $\phi = \frac{5}{3}\theta$</p>		<p>a</p> $M_1\theta + 2M_1\phi$ $= M_1\left(1 + \frac{10}{3}\right)\theta$ $= \frac{13}{3}M_1\theta$	<p>b</p> $M_1\theta + M_1\phi + M_2\phi$ $= M_1\left(1 + \frac{5}{3}\right)\theta + M_2 \times \frac{5}{3}\theta$ $= \left(\frac{8}{3}M_1 + \frac{5}{3}M_2\right)\theta$
<p>$200\lambda \times 5\alpha$ $= 1000\lambda\alpha$</p>		<p>c</p> $M_1\alpha + 3M_2\alpha$ $= (M_1 + 3M_2)\alpha$	<p>d</p> $4M_2\alpha$

جدول فوق به طور جداگانه در هر دهانه برای مکانیزمهای تیر، کار داخلی و خارجی را نشان می دهد. چهار مکانیزم ممکن وجود دارد، ولی فقط یکی از آنها بحرانی است. از آنجا که در تمام مکانیزمهای ممکن، تیر بایستی ایمن باشد معادله کار برای هر مکانیزم بایستی به شکل زیر نوشته شود.

$$\frac{13}{3} M_1 \theta \geq 500 \lambda \theta \quad a$$

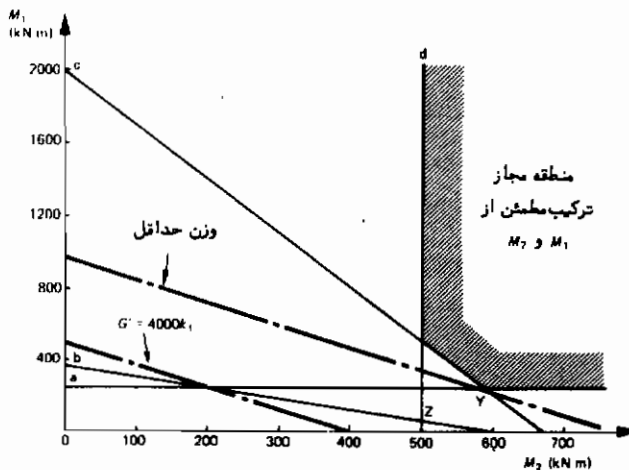
$$\left(\frac{8}{3} M_1 + \frac{5}{3} M_2 \right) \theta \geq 500 \lambda \theta \quad b$$

$$(M_1 + 3M_2) \alpha \geq 1000 \lambda \alpha \quad c$$

$$4M_2 \alpha \geq 1000 \lambda \alpha \quad d$$

(۱۱-۵)

نتیجه می شود که مقاومت داخلی (توسط کار داخلی) مساوی یا بزرگتر از اثر بارهای اعمال شده است، و ضوابط ایمنی را برآورده می سازد. در مکانیزم بحرانی (نامشخص) تساوی در معادله کار باید طوری برقرار شود که ضریب بار اعمال شده بر سازه درست برابر با مقدار لازم باشد. مقدار دورانی مجازی در هر حالت قابل حذف است. معادلات ۱۱-۵ را می توان روی یک نمودار تقابلی با محورهای M_1 و M_2 رسم کرد. این نمودار در شکل ۱۶-۵ نشان داده شده است که در آن ضریب بار لازم ۲/۵ فرض شده است.



شکل ۱۶-۵

در مقایسه با فصل ۳، یک منطقه مجاز (PR) که معادلات ۱۱-۵ را برآورده می سازد بایستی مطابق شکل ۱۶-۵ نشان داده شود. این نمودار نشان می دهد که 'b'، مکانیزم سمت چپ

دهانه با $M_1 > M_2$ هرگز بحرانی نیست زیرا خارج از منطقه مجاز است تلاقی a و c یعنی نقطه γ ترکیب M_1 و M_2 را در صورتی که $M_1 < M_2$ و هر دو دهانه تواما "فرورپخته خواهد شد. مشخص می‌نماید. در این حالت بین دورانه‌های خمیری هر دهانه رابطه‌ای وجود ندارد. به همین دلیل از دو علامت مختلف در جدول اصلی استفاده شده است. محل تلاقی b و d می‌باید. فرورپختگی دهانه‌ها را در حالت $M_1 > M_2$ تواما "نشان دهد. در این حالت چنین امری ممکن نیست زیرا محل تلاقی، نقطه Z ، نشان می‌دهد که $M_1 < M_2$. با استفاده از معادله ۵-۱۰ تابع وزن برای هر تیر عبارت است از:

$$G = k_1(8M_1 + 10M_2) + 18k_2 \quad (۱۲-۵)$$

برای اهداف طراحی ابتدا فقط در نظر گرفتن قسمت متغیر معادله ۵-۱۲ لازم است.

$$G' = k_1(8M_1 + 10M_2) \quad (۱۳-۵)$$

و در آخر مقدار k_2 ۱۸ اضافه می‌گردد.

معادله ۵-۱۳ معادله خطوط موازی مستقیم در نمودار تقابلی می‌باشد.

با فرض مقداری برای G' یک خط رسم می‌شود و سپس دو نقطه روی خط به دست می‌آید. با فرض $G' = 4000k_1$ وقتی که

$$M_1 = 0 \quad M_2 = 400 \text{ kN m}$$

$$M_2 = 0 \quad M_1 = 500 \text{ kN m}$$

باشد خطی به دست می‌آید. این خط که در شکل ۵-۱۶ نشان داده شده، خارج از منطقه مجاز PR قرار می‌گیرد. اگر G' به اندازه مناسب افزایش یابد خط مذکور با مرز منطقه مجاز مماس می‌گردد. این کمترین مقدار G' است که از مقادیر M_1 و M_2 به دست می‌آید و با منطقه مجاز مماس می‌شود. این خط را "خط حداقل وزن" نامند. مقادیر M_1 و M_2 در تلاقی خط حداقل وزن و مرز منطقه مجاز PR یعنی نقطه γ مقادیر مربوط به مقاطع اعضاء می‌باشند. طرح حداقل وزن برای تیر عبارت است از:

$$M_1 = 230.8 \text{ kN m}$$

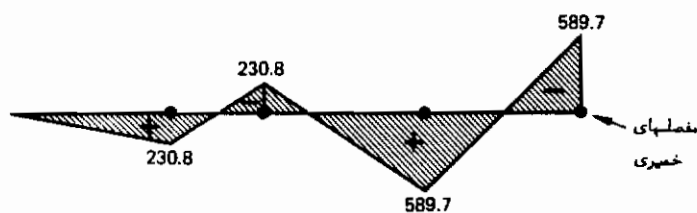
$$M_2 = 589.7 \text{ kN m}$$

$$G'_{\min} = k_1(8 \times 230.8 + 10 \times 589.7) = 7743k_1$$

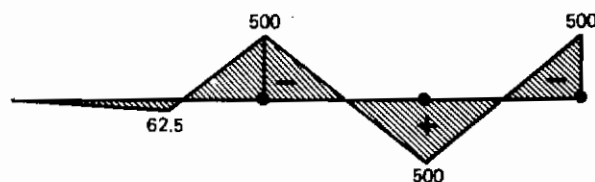
بنابراین حداقل وزن واقعی عبارت است از:

$$G_{\min} = 7743k_1 + 18k_2$$

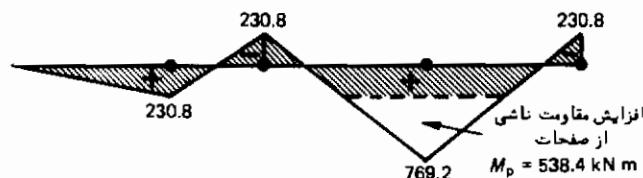
و معلوم می‌کند که طرح حداقل وزن، فروریختگی هر دو دهانه را به دنبال خواهد داشت. این موضوع به وسیله نمودار لنگر خمشی فروریختگی که در شکل ۵-۱۷ الف نشان داده شده قابل تشخیص است. برای دستیابی به طرح حداقل وزن لازم است که در دهانه‌ها از مقاطع مختلف استفاده شود، که شاید عملی نباشد. با استفاده از نمودار تقابلی می‌توان تعداد زیادی اعضا با مقطع ساده و یا با صفحات تقویتی طراحی نمود. کمترین مقدار ممکن برای M_2 برابر 500 kN m است که از خط d تعیین می‌شود. اگر از این مقطع در سرتاسر تیر استفاده شود، نمودار لنگر خمشی فروریختگی مطابق شکل ۵-۱۷ ب خواهد بود. این نمودار نشان می‌دهد که مقطع برای هر دو دهانه مناسب است و بنابراین مقطع ساده‌ای طراحی می‌شود. کوچکترین مقدار M_1 برابر 230.8 kN m است که از خط a به دست می‌آید. نمودار لنگر خمشی فروریختگی (شکل ۵-۱۷ ج) نشان می‌دهد که ورق‌های بال لنگر خمیری 538.4 kN m برای دهانه سمت راست لازم می‌باشد.



(الف) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی: طرح حداقل وزن



(ب) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی: طرح تک عضوی



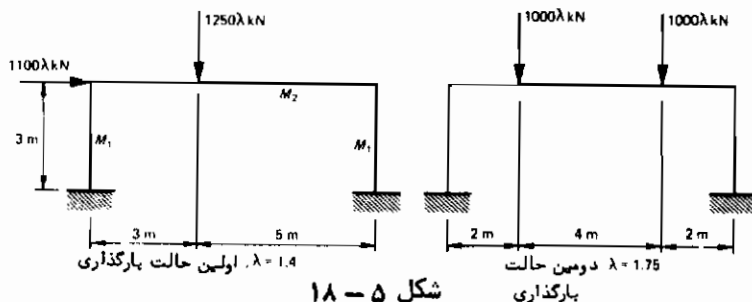
(ج) نمودار لنگر خمشی در فروریختگی: طرح با استفاده از صفحات تقویتی

شکل ۵-۱۷

۵-۴-۴-۵ طرح حداقل وزن برای قاب پرتال

طرح حداقل وزن برای قابها مناسب‌تر است زیرا اتصال عمود برهم (یا در قابهای شیب‌دار

تقریباً "عمود برهم" مقاطع متفاوت متفاوت نسبتاً معمول و مناسب است. جریان کار مشابه تیر سراسری است. طراحی قاب پرتال شکل ۵-۱۸ نشان می‌دهد که چگونه وقتی چند حالت بارگذاری وجود دارد روش مذکور قابل استفاده است.



مکانیزم	کار خارجی	کار داخلی $M_1 < M_2$	کار داخلی $M_1 > M_2$
<p>حالت اول بارگذاری</p> <p>$5\phi = 3\theta$ $\phi = \frac{3}{5}\theta$</p>	$1250 \times 1.4 \times 3\theta$ $= 5250\theta$	<p>a</p> $M_1\theta + M_2(\theta + \phi) + M_1\phi$ $= (M_1 + M_2)(\theta + \frac{3}{5}\theta)$ $= \frac{8}{5}(M_1 + M_2)\theta$	<p>b</p> $2M_2(\theta + \phi)$ $= \frac{16}{5}M_2\theta$
	$1100 \times 1.4 \times 3\alpha$ $= 4620\alpha$	<p>c</p> $4M_1\alpha$	<p>d</p> $2(M_1 + M_2)\alpha$
<p>$\theta = \alpha$</p>	$(5250 + 4620)\theta$ $= 9870\theta$	<p>e</p> $\frac{8}{5}(M_1 + M_2)\theta$ $+ 4M_1\theta - 2M_1\theta$ $= \left(\frac{18}{5}M_1 + \frac{8}{5}M_2\right)\theta$	<p>f</p> $\frac{16}{5}M_2\theta + 2(M_1 + M_2)\theta$ $- 2M_2\theta$ $= \left(2M_1 + \frac{16}{5}M_2\right)\theta$
<p>حالت دوم بارگذاری</p> <p>مثبت</p>	$2 \times 1000 \times 1.75 \times 2\beta$ $= 7000\beta$	<p>g</p> $2(M_1 + M_2)\beta$	<p>b</p> $4M_2\beta$

بدون بار افقی و بنا بر این بدون تغییر مکان جانبی

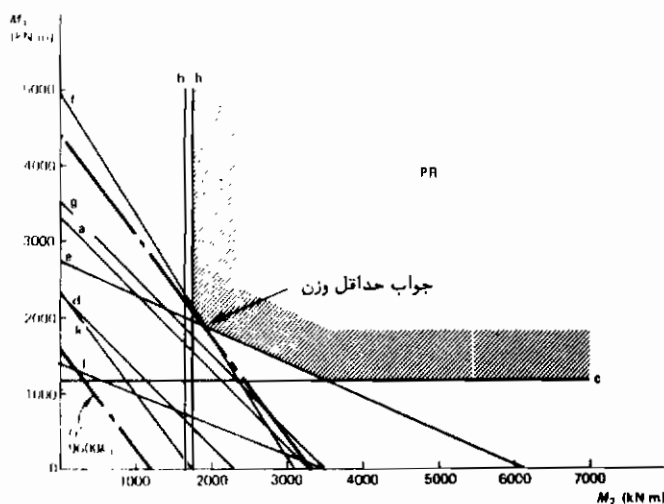
$$\begin{array}{lcl}
 \begin{array}{c} \text{Diagram of a frame structure with joints labeled } \beta, \gamma, \text{ and } \delta. \\ \delta\gamma = 2\beta \\ \gamma = \frac{1}{3}\beta \end{array} & \begin{array}{l} 1000 \times 1.75 \times (2\beta + 2\gamma) \\ = 3500 \left(1 + \frac{1}{3}\right)\beta \\ = 4667\beta \end{array} & \begin{array}{l} \text{j} \quad M_1(3\beta + \gamma) + M_2(\beta + \gamma) \\ = \left(\frac{10}{3}M_1 + \frac{4}{3}M_2\right)\beta \\ \text{k} \quad M_1 \times 2\beta + M_2(2\beta + 2\gamma) \\ = \left(2M_1 + \frac{8}{3}M_2\right)\beta \end{array}
 \end{array}$$

توجه شود که مکانیزم مرکب بدون هر نیروی جانبی می‌تواند به وجود آید. مفصل دوم در تیر بایستی برداشته شود زیرا تقارن بهم خورده است. نامعادلات حاصله از جدول به شرح زیر می‌باشند:

$$\left. \begin{array}{ll} \frac{8}{5}M_1 + \frac{8}{5}M_2 \geq 5250 & \text{a} \\ \frac{16}{5}M_2 \geq 5250 & \text{b} \\ 4M_1 \geq 4620 & \text{c} \\ 2M_1 + 2M_2 \geq 4620 & \text{d} \\ \frac{18}{5}M_1 + \frac{8}{5}M_2 \geq 9870 & \text{e} \\ 2M_1 + \frac{16}{5}M_2 \geq 9870 & \text{f} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{حالت اول بارگذاری} \\ (14-5) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{ll} 2M_1 + 2M_2 \geq 7000 & \text{g} \\ 4M_2 \geq 7000 & \text{h} \\ \frac{10}{3}M_1 + \frac{4}{3}M_2 \geq 4667 & \text{j} \\ 2M_1 + \frac{8}{3}M_2 \geq 4667 & \text{k} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{حالت دوم بارگذاری} \\ (15-5) \end{array}$$

نمودار تقابلی حاصله از معادلات ۱۴-۵ و ۱۵-۵ در شکل ۱۹-۵ نشان داده شده است. منطقه مجاز PR در مجموعه نامعادلات مربوط به هر دو حالت بارگذاری صدق می‌کند.



شکل ۵-۱۹

تابع وزن برای قاب عبارت است از

$$G = k_1(6M_1 + 8M_2) + 14k_2 \quad (۵-۱۶)$$

با فرض مقاطع یکسان برای تیر و ستونها، قسمت متغیر تابع وزن به صورت زیر است

$$G' = k_1(6M_1 + 8M_2) \quad (۵-۱۷)$$

که می‌توان برای تعیین حداقل وزن روی نمودار تقابلی رسم کرد.

$$M_1 = 1898 \text{ kN m}$$

$$M_2 = 1898 \text{ kN m}$$

$$G'_{\min} = k_1(6 \times 1898 + 8 \times 1898) = 26572k_1$$

$$G_{\min} = 26572k_1 + 13k_2$$

توجه شود که تعیین حداقل وزن بدون اطلاع از مقادیر ثابت k_1 و k_2 تابع وزن ممکن می‌باشد. اگر وزن واقعی مصالح لازم گردد مقادیر k_1 و k_2 برای محدوده لنگرهای خمیری که M_1 و M_2 در داخل آنها قرار می‌گیرد قابل محاسبه است.

این مقادیر در جدول ۵-۴ برای مقاطع تیر یونیورسال داده شده است

در نتیجه، نکته قابل توجه این که در دو مثال فوق جواب منحصر بفردی به دست آمد

زیرا خط حداقل وزن تنها با یک نقطه از مرز منطقه مجاز PR تماس داشت. بدیهی است در بعضی حالات خط حداقل وزن بر مرز منطقه مجاز منطبق شده و دیگر جواب منحصر بفرد نخواهد بود. هر جفت از لنگرهای خمیری که در فصل مشترک فوق قرار گیرند قابل قبولند و وزن مصالح به دست آمده یکسان است.

۵-۴-۵ طرح حداقل وزن به کمک کامپیوتر

منظور از طرح حداقل وزن، بهینه کردن تابع وزن سازه است که با توجه به نامعادلات حاصله از مکانیزمهای ممکن به دست می آید. تابع وزن و نامعادلات مربوطه در لنگرهای خمیری مجهول، همگی خطی هستند و بنابراین حل مسئله مربوطه به صورت خطی انجام می گیرد. روشهای زیادی برای حل مسأله وجود دارد و شاید مفیدترین آنها روش "سیمپلکس" است. روش سیمپلکس برای استفاده در کامپیوتر مناسب است و می توان تعداد زیادی از لنگرهای خمیری نامعلوم را در آن به کار برد. برنامه های کامپیوتری استاندارد وجود دارد که به صورت کامل جوابگوی مسأله است (۱۲ و ۱۱)، ثابت شده است که در موقع استفاده از کامپیوتر عوامل دیگر طراحی را نیز می توان دخالت داد. نقطه شروع استفاده از رابطه واقعی بین g و M_p یعنی معادله ۵-۷ در مورد تابع وزن است. در این حالت تابع حاصله غیرخطی است بنابراین حل مسأله با استفاده از "برنامه غیرخطی" بایستی انجام شود. (۱۵) در اینجا لازم است مقاطع غیر استاندارد (نورد نشده) نیز در نظر گرفته شوند و معادله ۵-۷ متناسب با چنین مقاطعی به دست آورده شود. پس تابع وزن غیرخطی و غیر پیوسته می شود (۱۳). مشکل اصلی در مورد قابهای پیچیده تعیین مکانیزمهای ممکن است. و فقط اگر تمامی شروط ممکن تعیین شده باشند طرح صحیح است، اشکال دیگر آنست که شروط خیلی زیادی می شود بنابراین حل مسأله وقت زیادی از کامپیوتر را مصرف می کند. برای کاهش این شروط روشهای متعددی مورد استفاده قرار گرفته است.

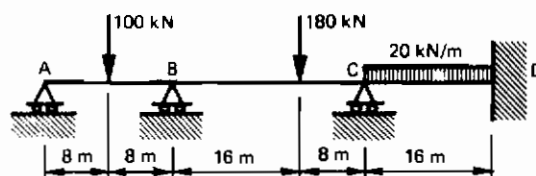
۵-۵ جمع بندی

در این فصل طرح سازه ها به روش خمیری بیان شد. در تیرهای یکسره با یک آزمون و خطا طراحی صورت می گیرد که در آن مقاومت به فرورختگی و سهولت اجرا در نظر گرفته می شود. در قابها، هدف از طراحی به دست آوردن طرح بهینه است یا به عبارت ساده تر طرحی که استفاده از حداقل وزن مصالح را شامل گردد تا ضریب بار لازم برای فرورختگی را

تأمین نماید. برای طرح سازه‌های پیچیده‌تر با تعداد زیادی از اعضاء با مقاطع متفاوت از کامپیوتر استفاده می‌شود. همچنین در مواردی خاص مانند نبودن مقاطع استاندارد بهره‌گیری از کامپیوتر سودمند است.

۵-۶ مسایل

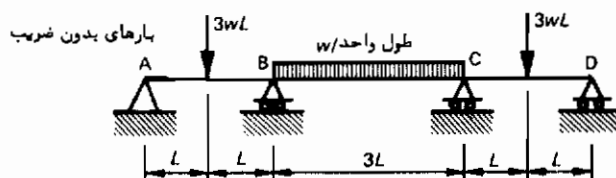
۵-۶-۱ برای تیر یکسره شکل ۵-۲۰ لنگرهای خمیری را برای حالات زیر تعیین کنید. (الف) طرحی براساس دهانه بحرانی و (ب) طرح با ورق. بارهای نشان داده‌شد م بارهای فروریختگی هستند.



شکل ۵-۲۰

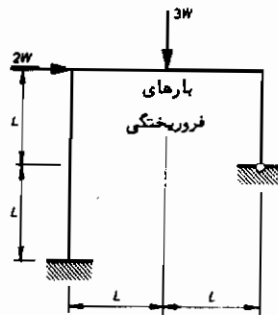
۵-۶-۲ تیر یکسره شکل ۵-۲۱ با ضریب بار فروریختگی برابر ۲ طرح شده است. طرح‌های ممکن را با توجه به در نظر گرفتن موارد زیر انجام دهید (الف) سادگی اجرا (ب) وزن مصرفی ضمناً "کدامیک از طرحها بهتر است؟"

وزن واحد طول مقطع تیر kM_p است که M_p لنگر خمیری مقطع است. وزن واحد طول ورقها kM است که M لنگر خمیری ورقها است. در استفاده از ورقها، آنها بایستی به فاصله $L/10$ از طرف محلی که دیگر برای مقاومت خمشی لازم نیست ادامه داده شوند.



شکل ۵-۲۱

۵-۶-۳ فرض کنید در ستونها از مقاطع مشابهی استفاده شده است، قاب پرتال شکل ۵-۲۲ را برای حداقل وزن طراحی کنید. فرض کنید که وزن واحد طول $g = k_1 M_p + k_2$ می‌باشد

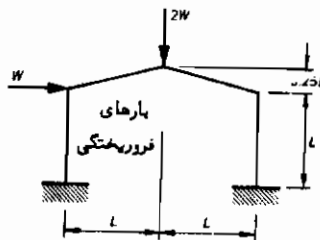


شکل ۵- ۲۲

۴-۶-۵ قاب شیبدار شکل ۲۳-۵ را برای حداقل وزن طراحی کنید . فرض کنید .

$$\text{برای ستونها} \quad g_C = 0.75M_p + 90$$

$$\text{برای شیبها} \quad g_R = 0.4M_p + 75$$



شکل ۵- ۲۳

۵-۶-۵ در شکل ۲۴-۵ فرض کنید ستونها از مقطع یکسانی بوده و تیرهای شیبدار از مقطع دیگر می‌باشند . حداقل وزن فولاد لازم را اگر وزن واحد طول برابر

$$g = 0.4M_p + 75 \text{ kg/m}$$

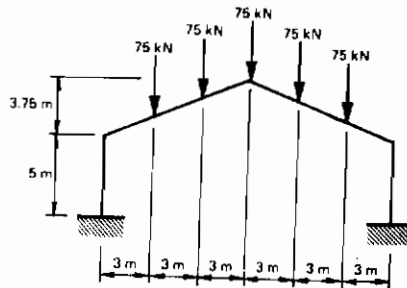
باشد تعیین کنید . M_p بر حسب kN m است .

دو حالت بارگذاری به‌قاب اعمال می‌گردد .

(الف) یک نیروی باد افقی 50 kN در بالای هر ستون ، و یک بار قائم برابر با 200 kN

در وسط دهانه ، ضریب بار لازم $1/5$ است .

(ب) فقط چند بار قائم (مطابق شکل) با ضریب بار $2/5$.



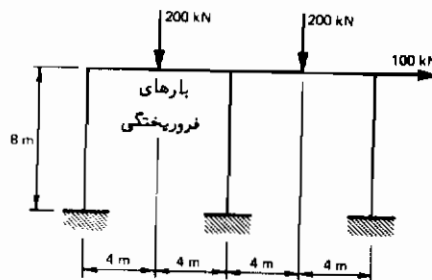
شکل ۵-۲۴

۵-۶-۶ برای قاب دو دهانه شکل ۵-۲۵ حداقل وزن طراحی را به دست آورید. یک مقطع برای ستونها و یک مقطع برای تیرها در نظر بگیرید. همچنین

$$g_C = 0.75M_p + 90 \text{ kg/m} \quad \text{برای ستونها}$$

$$g_B = 0.4M_p + 75 \text{ kg/m} \quad \text{برای تیرها}$$

که M_p بر حسب kN m می باشد.



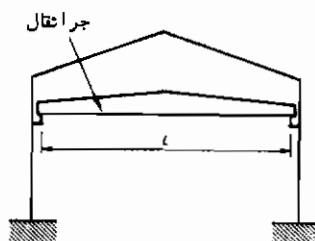
شکل ۵-۲۵

تغییر مکان و پایداری

۶-۱ مقدمه

در فصلهای ۳، ۴ و ۵ جزئیات روشهای تعیین بارهای فروریختگی سازه‌های فولادی بررسی شد. برای مثال، در روش کار مجازی، بار فروریختگی با در نظر گرفتن تغییرشکل‌های کوچک (مجازی) برای مکانیزم فروریختگی تعیین شد. در این حال، فرض شد که شکل سازه قبل از تغییر شکل مکانیزم، مشابه موقعی که به سازه باری وارد نمی‌شود، باشد. به عبارت دیگر از کلیه تغییرشکل‌های سازه قبل از فروریختگی صرف نظر گردید. اما قبل از فروریختگی می‌باید تغییر شکل وجود داشته باشد. این به چه معناست؟

تقویت سازه برای مقاومت در مقابل بارهای وارده به‌ازای یک ضریب بار کافی در فرو ریختگی تنها کفایت نمی‌کند و لازم است مطمئن بود که تغییر مکان بیش از حد نمی‌شود. قاب شه‌دار شکل ۶-۱ را در نظر بگیرید. روی قاب ریل‌هایی برای حرکت جر ائقال وجود دارد. چرخهای جر ائقال که روی ریل حرکت می‌کنند امکان حرکت جانبی محدودی دارد. در نتیجه طول از اجزای بحرانی طراحی است. اگر در اثر تغییر مکان قاب تغییر آن زیاد باشد چرخها گیر کرده و دیگر جر ائقال حرکت نخواهد کرد.



شکل ۶-۱

تغییر مکان بایستی واریسی شود، تحت بارهای متعارف سازه بایستی هنوز ارتجاعی

باشد. بنا بر این می‌توان تغییر مکانها را بوسیله تحلیل ارتجاعی تعیین نمود. این موضوع در سازه‌های که به روشهای خمیری طراحی شده‌است نسبتاً غیرمنطقی است؛ علیرغم اینها یکی از دلایل اصلی استفاده از روشهای خمیری اجتناب از محاسبات خسته کننده‌ای است که در روشهای ارتجاعی وجود دارد. دلیل دیگری نیز وجود دارد. شکل ۶-۲ منحنی تغییر مکان - بار را برای قاب شکل ۶-۱ نشان می‌دهد. در طراحی خمیری سازه طوری طراحی می‌شود که در مقاطع بحرانی خاصی لنگرهای خمشی نزدیک به لنگر خمیری گردد، اگر چه سازه تحت بارهای متعارف ارتجاعی می‌باشد. تنها افزایش بار کوچکی روی جبر اثقال لازم است تا مفصلهای خمیری شکل گرفته و تغییر مکان زیادی بدهند. به جبر اثقالهایی از نوع شکل ۶-۱ عموماً "بار بیش از اندازه وارد می‌گردد، بخصوص که سرعت کار انگیزهای برای حمل بار به‌طور یکجا می‌باشد. لذا منطقی است که در موقع فرو ریختگی تغییر مکانهای واقعی محدود شوند، بخصوص اگر به راحتی قابل محاسبه باشند.



شکل ۶-۲

حالت دیگری نیز ممکن است به وجود آید. قبل از فرو ریختگی ممکن است تغییر مکانها به مقدار قابل ملاحظه‌ای بار فرو ریختگی سازه را کاهش دهند. خوب می‌دانیم که تغییر مکانها سختی ستونها را کاهش می‌دهند (معروف به اثر $P-\delta$) (۱۴) این حالت در قابها نیز اتفاق می‌افتد. در سازه‌های با انعطاف پذیری بیشتر این موضوع بسیار جدی است به طوری که تغییر مکانها می‌توانند باعث مکانیزم فرو ریختگی غیر منتظره‌ای ناشی از ناپایداری قاب گردند. در ابتدا فقط سازه‌های ساخته شده از فولاد نرمه به وسیله روشهای خمیری طراحی می‌شدند، ولی در حال حاضر سازه‌های فولادی با فولاد سخت نیز به همین روش طراحی می‌گردند. انعطاف پذیری کاهش یافته این فولادها (به شکل ۵-۱ مراجعه شود) معمولاً "برای ایجاد مکانیزم فرو ریختگی کافی می‌باشد، ولی تنش تسلیم زیاد بدان معناست که مقاطع کوچکتری را نسبت به آنچه که برای فولاد نرمه لازم است می‌توان مورد استفاده قرار داد و این

این نتیجه منجر به سازه انعطاف پذیرتر با تغییر مکانهای زیادتر می گردد . واضح است که احتمالاً "مسایل ناشی از تغییر مکانها جدی تر خواهد بود. این موضوع را هنگام استفاده از فولادهای با مقاومت بالا بایستی مد نظر داشت . در قسمت اول این فصل روش مستقیمی برای محاسبه تغییر مکانها در موقع فرو ریختگی تشریح می شود و در قسمت دوم اثر خیز روی بار فرو ریختگی بررسی می گردد .

۶-۲ محاسبه تغییر مکانها در موقع فرو ریختگی

۶-۲-۱ مبانی نظری

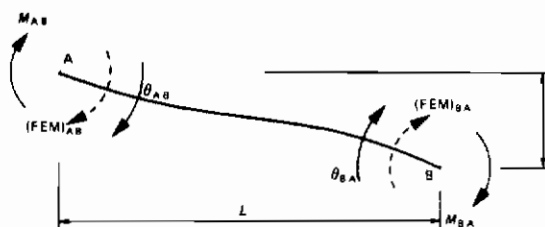
فرض لازمی که در تعیین بارهای فرو ریختگی مورد استفاده قرار گرفت این بود که دوران خمیری در مفصلهای خمیری به وجود آید . این بدان معناست که بین مفصلهای خمیری اعضا ارتجاعی هستند . بنابراین ضمن فرو ریختگی ، قاب طوری به اعضا ارتجاعی مجزا تبدیل می شود که در انتهای تمام اعضا رفتار خمیری به وجود آید . (البته ، اعضایی وجود دارد که لنگرهای انتهای آنها کمتر از لنگر خمیری می باشند) .

تغییر مکانهای سازه را به وسیله جابجایی انتهای هریک از اعضا می توان نشان داد . از آنجا که اعضا ارتجاعی هستند ، لنگرهای انتهای و جابجاییهای انتهای ارتجاعی به وسیله معادلات شیب - افت قابل محاسبه هستند (۱) . با استفاده از علائم شکل ۳-۶ داریم :

$$M_{AB} = \frac{EI}{L} \left(4\theta_{AB} + 2\theta_{BA} - 6\frac{\delta}{L} \right) + (FEM)_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{EI}{L} \left(2\theta_{AB} + 4\theta_{BA} - 6\frac{\delta}{L} \right) + (FEM)_{BA}$$

(۱-۶)



شکل ۳-۶

شکل فوق جهت مثبت تغییرشکلها و لنگرها را نشان می دهد . در مثال بعد قرار داد

مثبت در جهت عقربه‌های ساعت رعایت شده است. معادله ۶-۱ را به صورت زیر می‌توان نوشت.

$$\theta_{AB} = \frac{\delta}{L} + \frac{L}{6EI} (2M_{AB} - M_{BA}) - \frac{L}{6EI} [2(FEM)_{AB} - (FEM)_{BA}] \quad (2-6)$$

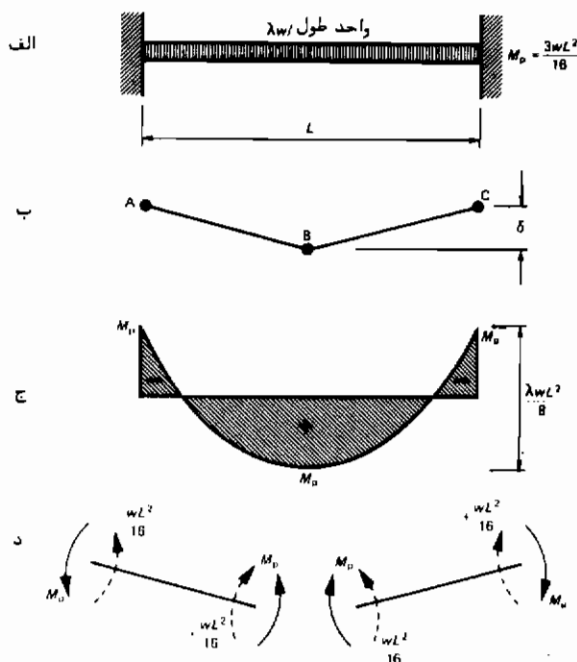
$$\theta_{BA} = \frac{\delta}{L} + \frac{L}{6EI} (-M_{AB} + 2M_{BA}) - \frac{L}{6EI} [-(FEM)_{AB} + 2(FEM)_{BA}]$$

از معادلات شیب افت ۶-۲ می‌توان تغییر مکان نهایی را در موقع فروریختگی یعنی درست وقتی که آخرین مفصل خمیری شکل گرفته ولی دوران هنوز شروع نشده است به دست آورد. با ذکر مثال موضوع به سادگی روشن می‌شود.

۶-۲-۲ تیر دو سر گیردار با بار گسترده یکنواخت
در شکل ۶-۴ تیر و مراحل مختلف تحلیل نشان داده شده است.

مرحله اول

مرحله اول تحلیل تعیین مکانیزم و بار فروریختگی است (با ضریب بار).



شکل ۶-۴

در این مثال، شکل متقارن است و می‌توان روش لنگر خمشی واکنش و آزاد را به کاربرد. در اشکال ۴-۶ ب و ج مکانیزم و نمودار لنگر خمشی نشان داده شده است. با توجه به نمودار لنگر خمشی داریم.

$$\frac{\lambda_c w L^2}{8} = 2M_p$$

بنابراین وقتی

$$M_p = 3wL^2/16$$

$$\lambda_c = 3$$

مرحله دوم

اکنون لازم است که سازه به اعضای (ارتجاعی) مجزا تقسیم و برای هر عضو معادلات شیب - افست نوشته شود.

تیر به دو عضو AB و BC با بین مفصل‌های خمیری تقسیم می‌شود. لنگرهای انتهایی برای هر دو عضو با لنگر خمیری M_p مساوی است و تنها مشکل تعیین جهت آنهاست. با توجه به اینکه لنگرهای انتهایی از دورانه‌های انتهایی مانع می‌کنند تعیین جهت امکان پذیر می‌شود. از اینرو لنگرها می‌باید در خلاف جهت دورانه‌های خمیری عمل کنند. لنگرهای انتهایی گیردار در AB و BC مقادیر مشخصی در تیر دو سر گیردار (با دهانه $L/2$) برای بار یکنواخت گسترده (با بار $3w$ در واحد طول) دارند. لنگرهای مقاطع مختلف در شکل ۴-۶ د آورده شده است. معادلات شیب - افست اکنون برای هر عضو نوشته می‌شود

$$\theta_{AB} = \frac{2\delta}{L} + \frac{L}{12EI} (-2M_p + M_p) - \frac{L}{12EI} \left(-\frac{wL^2}{8} - \frac{wL^2}{16} \right)$$

$$\theta_{AB} = \frac{2\delta}{L} - \frac{M_p L}{12EI} + \frac{wL^3}{64EI}$$

$$\theta_{BA} = \frac{2\delta}{L} + \frac{L}{12EI} (M_p - 2M_p) - \frac{L}{12EI} \left(\frac{wL^2}{16} + \frac{wL^2}{8} \right)$$

$$\theta_{BA} = \frac{2\delta}{L} - \frac{M_p L}{12EI} - \frac{wL^3}{64EI}$$

$$\theta_{BC} = -\frac{2\delta}{L} + \frac{L}{12EI} (2M_p - M_p) - \frac{L}{12EI} \left(-\frac{wL^2}{8} - \frac{wL^2}{16} \right)$$

$$\theta_{BC} = -\frac{2\delta}{L} + \frac{M_p L}{12EI} + \frac{wL^3}{64EI}$$

و به طور مشابه

$$\theta_{CB} = -\frac{2\delta}{L} + \frac{M_p L}{12EI} + \frac{wL^3}{64EI}$$

به عبارت $2\delta/L$ ، دو معادله آخر توجه شود. جهت قراردادی شکل ۳-۶ تغییر مکان δ را موقعی که انتهای سمت راست (B) پایینتر از انتهای سمت چپ (A) قرار می‌گیرد مثبت در نظر می‌گیرد، به‌طوری که باعث دوران تمام عضو در جهت عقربه‌های ساعت می‌شود. در مثال، BC در خلاف جهت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند، و بنابراین علامت آن منفی است.

مرحله سوم

اکنون تغییرمکان در حالی که آخرین مفصل خمیری شکل می‌گیرد بایستی محاسبه شود، اما کدام یک آخرین مفصل است؟ روشی برای دانستن این موضوع وجود ندارد، بنابراین بایستی به ترتیب فرض کرد که هر مفصل بعد از سایرین تشکیل می‌شود، و محاسبات تغییرمکان را برای هر حالت انجام داد.

اگر A (یا به دلیل تقارن C) آخرین مفصل باشد، به دلیل گیردار بودن انتها، دورانی در نقطه A (یا C) به وجود نخواهد آمد. از اینرو:

$$\theta_{AB} = \frac{2\delta}{L} - \frac{M_p L}{12EI} + \frac{wL^3}{64EI} = 0$$

بنابراین

$$\frac{2\delta}{L} = \frac{M_p L}{12EI} - \frac{wL^3}{64EI} = \frac{wL^3}{EI} \left(\frac{3}{12 \cdot 16} - \frac{1}{64} \right)$$

$$\delta = 0$$

اگر B آخرین مفصل باشد، در موقع فروریختگی در نقطه B دوران خمیری به وجود نخواهد آمد. تمام تیر (AC) در نقطه B هنوز پیوسته خواهد بود. این موضوع وقتی پدید می‌آید که

$$\theta_{BA} = \theta_{BC}$$

با جابجایی θ_{BC} و θ_{BA} داریم.

$$\frac{2\delta}{L} - \frac{M_p L}{12EI} - \frac{wL^3}{64EI} = -\frac{2\delta}{L} + \frac{wL^3}{64EI}$$

$$\frac{4\delta}{L} = \frac{2M_p L}{12EI} + \frac{2wL^3}{64EI} = \frac{2wL^3}{EI} \left(\frac{3}{12 \cdot 16} + \frac{1}{64} \right)$$

$$= \frac{4wL^3}{64EI}$$

$$\delta = \frac{wL^4}{64EI}$$

اکنون باید پرسید کدام یک از این مقادیر صحیح است؟


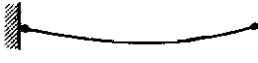
مرحله چهارم

یک راه برای پاسخ دادن، قراردادن مقادیر δ در معادلات شیب - افت و به دست آوردن دورانها است.

نتایج این کار در جدول ۱-۶ آورده شده است، با ملاحظه جدول مشاهده می شود که شکل تغییر مکان اولی بی معنی است. لذا تنها پاسخ آن است که آخرین مفصل در B اتفاق می افتد و تغییر مکان در موقع فرو ریختگی برابر $wL^4/64EI$ می باشد. در سازه های پیچیده تر تهیه جدولی از نوع ۱-۶ که بسیار مفصلتر خواهد بود خسته کننده است. بجای آن تغییر مکان را می توان به وسیله نظریه تغییر مکان تعیین کرد. این نظریه می گوید،

* چند حالت در نظر می گیریم و برای هر حالت فرض می کنیم یکی از مفصلها بعد از سایرین خمیری گردد و با توجه به آن تغییر مکانها را در کلیه حالتها به دست می آوریم. اگر چنانچه در حین بارگذاری در هر حالت هیچ مفصل خمیری ایجاد شده ای به حالت غیر مفصل در نیاید. بیشترین تغییر مکان محاسبه شده جواب مسئله است.

جدول ۱ - ۶

تغییر شکل	θ_{CB}	θ_{BC}	θ_{BA}	θ_{AB}	δ	آخرین مفصل
	0	$-\frac{wL^3}{32EI} + \frac{wL^3}{32EI}$	0	0	0	A or C
	$-\frac{wL^3}{32EI}$	0	0	$+\frac{wL^3}{32EI}$	$\frac{wL^4}{64EI}$	B

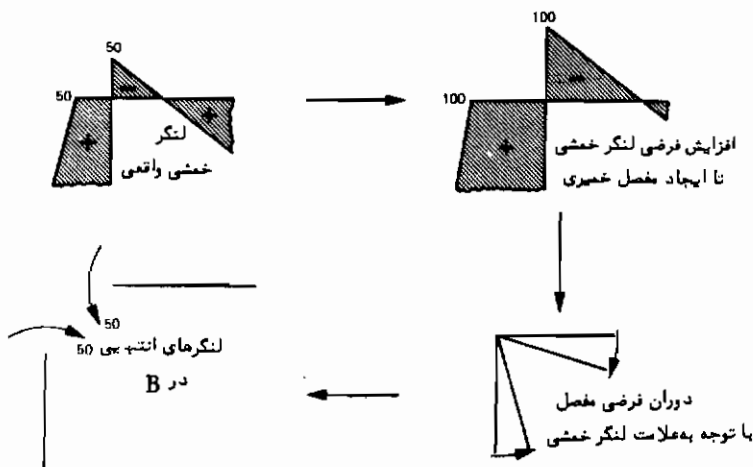
از آنجا که محاسبات بر اساس شرایط فرو ریختگی می باشد نمی توان مفصلی را نشان داد که تشکیل شده و سپس از بین برود. به هر حال، این امکان بعید است و بیشترین تغییر مکان معمولاً صحیح می باشد.

۶-۲-۳ مثال برای قاب پرتال

در این مثال دو نکته مهمتر بیان می شود. تحلیل در شکل ۵-۶ آورده شده است.

مرحله دوم :

همان‌گونه که شکل ۵-۶ نشان می‌دهد در گسیختگی سازه به چهار قسمت تقسیم می‌شود. در این حالت لنگرهای گیرداری انتهای (FEM) وجود ندارد زیرا بارهای متمرکز در انتهای اعضا قرار دارند. بجز در نقطه B در تعیین جهت لنگرها مشکلی وجود ندارد. در این نقطه در مکانیزم مفصل خمیری وجود ندارد. برای تعیین جهت لنگرهای انتهای فرض می‌شود که لنگر خمشی در B تا تشکیل یک مفصل خمیری افزایش یابد. لنگرهای انتهای برای جلوگیری از دوران آن مفصل فرضی وارد عمل می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۵-۶ نشان داده شده است.



شکل ۵-۶

برای نوشتن معادلات شیب-افت داشتن دو تغییر مکان لازم است. فرض می‌شود که تغییر مکان قائم در تیر، δ ، کوچک است بنابراین بالای هر دو ستون به صورت افقی به اندازه یکسانی برابر با Δ حرکت می‌کند (در محاسبه بارهای فروریختگی نیز همین فرض مورد استفاده قرار گرفت). معادلات شیب-افت عبارتند از:

$$\theta_{AB} = \frac{\Delta}{5} + \frac{5}{6EI} (-200 - 50) = \frac{\Delta}{5} - \frac{1250}{6EI}$$

$$\theta_{BA} = \frac{\Delta}{5} + \frac{5}{6EI} (+100 + 100) = \frac{\Delta}{5} + \frac{1000}{6EI}$$

$$\theta_{BC} = \frac{\delta}{5} + \frac{5}{6EI} (-100 + 100) = \frac{\delta}{5}$$

$$\theta_{CB} = \frac{\delta}{5} + \frac{5}{6EI} (50 - 200) = \frac{\delta}{5} - \frac{750}{6EI}$$

$$\theta_{CD} = -\frac{\delta}{10} + \frac{10}{6EI} (200 - 100) = -\frac{\delta}{10} + \frac{1000}{6EI}$$

$$\theta_{DC} = -\frac{\delta}{10} + \frac{10}{6EI} (-100 + 200) = -\frac{\delta}{10} + \frac{1000}{6EI}$$

$$\theta_{DE} = \frac{\Delta}{5} + \frac{5}{6EI} (-200 + 100) = \frac{\Delta}{5} - \frac{500}{6EI}$$

$$\theta_{ED} = \frac{\Delta}{5} + \frac{5}{6EI} (100 - 200) = \frac{\Delta}{5} - \frac{500}{6EI}$$

مرحله سوم

در نقطه B سازه هنوز ارتجاعی است. برای اینکه در نقطه B پیوستگی حفظ شود

$$\theta_{BA} = \theta_{BC}$$

با جابجایی مقادیر θ_{BA} و θ_{BC}

$$\frac{\Delta}{5} + \frac{1000}{6EI} = \frac{\delta}{5}$$

که عبارت فوق رابطه بین دو تغییر مکان نامعلوم می‌باشد.

اکنون به نوبت فرض می‌شود که هر مفصل، آخرین مفصل باشد.

A آخرین مفصل است. در تکیه‌گاه گیردار A $\theta_{AB} = 0$ پس

$$\Delta = \frac{1041.7}{EI} \quad \delta = \frac{1875}{EI}$$

C آخرین مفصل است. برای حفظ پیوستگی در C $\theta_{CB} = \theta_{CD}$ پس

$$\frac{\delta}{5} - \frac{750}{6EI} = -\frac{\delta}{10} + \frac{1000}{6EI}$$

$$\delta = \frac{972.2}{EI} \quad \Delta = \frac{138.9}{EI}$$

D آخرین مفصل است. برای حفظ پیوستگی در D $\theta_{DC} = \theta_{DE}$

$$-\frac{\delta}{10} + \frac{1000}{6EI} = \frac{\Delta}{5} - \frac{500}{6EI}$$

با جابجایی مقدار δ خواهیم داشت .

$$-\frac{\Delta}{10} - \frac{500}{6EI} + \frac{1000}{6EI} = \frac{\Delta}{5} - \frac{500}{6EI}$$

$$\Delta = \frac{555.6}{EI} \quad \delta = \frac{1388.9}{EI}$$

T آخرین مفصل است . در E تکیه‌گاه گیردار راست $\theta_{ED} = 0$ پس

$$\Delta = \frac{416.7}{EI} \quad \delta = \frac{1250}{EI}$$

مرحله چهارم

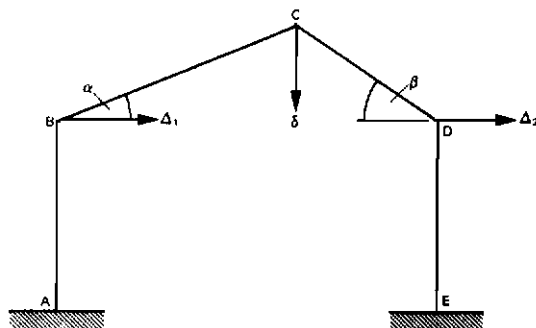
بیشترین تغییر مکان وقتی صورت می‌گیرد که T آخرین مفصل در A باشد از اینرو در موقع فرو ریختگی داریم :

$$\Delta = \frac{1041.7}{EI} \quad \delta = \frac{1875}{EI}$$

این قاب در فصل ۳ مورد استفاده قرار گرفت تا شکل گیری تدریجی مفصلهای خمیری نشان داده شود . نتایج تحلیل با استفاده از کامپیوتر به صورت قدم به قدم به روش تحلیل سختی به دست آمد . نتایج تحلیل (شکل ۲-۳) با مقادیر حاصله در مثال اخیر یکسان است .

۶-۲-۴ اعضای شیبدار

بررسی سازه‌های با اعضای شیبدار به دقت بیشتری نیاز دارد . شکل ۶-۷ یک قاب پرتال شیبدار را نشان می‌دهد . در اینجا نیز همچنان که در مکانیزم شیبدار ملاحظه شد ، مشکل ، یکسان نبودن مقادیر تغییر مکان در بالای ستونها است و لذا رابطه دیگری بین



شکل ۶-۷

این تغییر مکانها بایستی به دست آید. با توجه به شکل داریم:

$$\Delta_2 = \Delta_1 + \delta (\tan \alpha + \tan \beta) \quad (۳-۶)$$

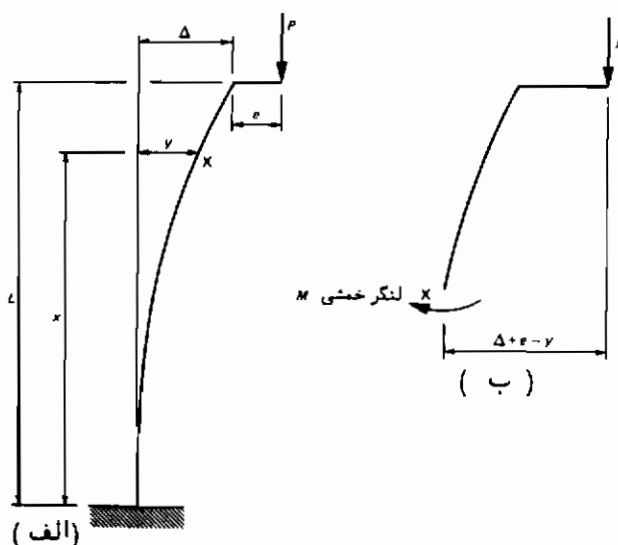
که δ تغییر مکان قائم در C می‌باشد. لازم به یادآوری است که در معادلات شیب - افت تغییر مکانهای عمود بر اعضای شیبدار (یعنی $\delta \sec \alpha$ و $\delta \sec \beta$) بایستی مورد استفاده قرار گیرد.

۳-۶ اثر تغییر مکان روی بار فروریختگی

مثالهای قسمت قبل نشان داد که قبل از شروع فروریختگی تغییر مکانهای قابل ملاحظه‌ای می‌تواند به وجود بیاید. و بخصوص در مواردی که به ستونها نیروهای فشاری قابل توجهی وارد می‌شود، تغییر مکانها ممکن است باعث ناپایداری شدیدی در قابها شوند. در این قسمت ابتدا اثر این موضوع در بار فروریختگی به وسیله دو مثال بررسی می‌شود و سپس یک روش عملی مجاز در موارد ناپایداری ذکر می‌گردد.

۳-۶-۱ مثال هورن^۱ مربوط به یک ستون طره‌ای

هورن (۳) اثر تغییر مکانها را روی بار فروریختگی به خوبی نشان داده است مثال ویکی جامعتر در اینجا تکرار می‌گردد.



شکل ۸-۶ الف یک ستون طره‌ای را نشان می‌دهد، که در پایین گیردار و در باد آزاد می‌باشد یک نیروی قائم خارج از مرکزی در بالای ستون اعمال می‌شود، که باعث خمش و تغییر مکان جانبی می‌گردد. مشخصات ستون عبارتند از:

$$L = 2 \text{ m}$$

$$e = 0.1 \text{ m}$$

$$E = 200 \text{ kN/mm}^2$$
 ضریب ارتجاعی (ضریب یانگ)

$$\sigma_y = 250 \text{ N/mm}^2$$
 تنش تسلیم

$$d = 0.1 \text{ m}$$
 پهنای مقطع، مقطع مربع شکل است

بنابراین داریم:

$$I = \frac{d^4}{12} = 8.333 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$Z = \frac{d^3}{6} = 1.667 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$S = \frac{d^3}{4} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$
 (مدول خمیری)

$$A = d^2 = 0.01 \text{ m}^2$$
 (سطح مقطع)

ابتدا رفتار ستون ارتجاعی در نظر گرفته می‌شود. شکل ۸-۶ ب نمودار آزاد قسمتی از ستون (محل قطع نقطه X) را نشان می‌دهد. با تعادل لنگرها حول نقطه X داریم:

$$M = -P(\Delta + e - y)$$

با استفاده از رابطه لنگر - انحنا حاصله از نظریه خمش داریم:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M = P(\Delta + e - y)$$

که به شکل زیر نوشته می‌شود

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \alpha^2 y = \alpha^2 (\Delta + e) \quad (۴ - ۶)$$

که $\alpha^2 = P/EI$ ، با این معادله دیفرانسیلی تغییر مکانهای (y) ستون به دست می‌آید. با حل این معادله دیفرانسیلی (۱۵) خواهیم داشت:

$$y = (\Delta + e)(1 - \cos \alpha x) \quad (۵ - ۶)$$

با جایابی $x = l$ و $y = \Delta$ در معادله ۶-۵ تغییر مکان Δ در بالای ستون به دست می‌آید

$$\Delta = e(\sec \alpha l - 1)$$

با جایگزینی α و مشخصات ستون در معادله

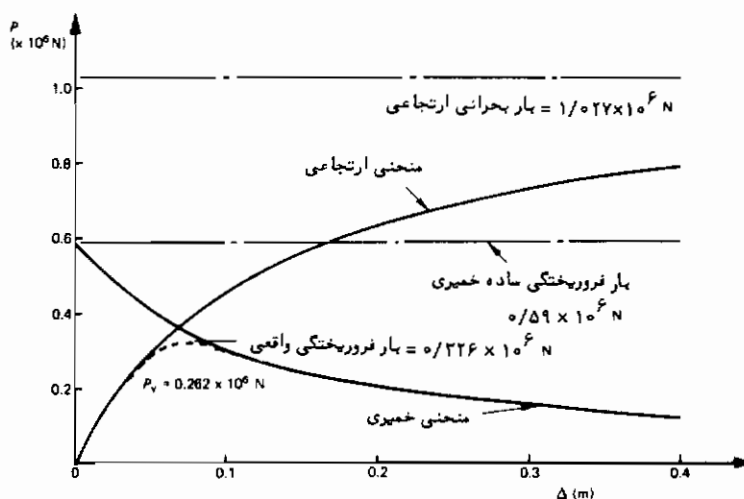
$$\Delta = 0.1 [\sec (1.55 \times 10^{-3} \sqrt{P}) - 1] \quad (6-6)$$

رابطه تغییر مکان - بار ($P - \Delta$) مربوط به معادله ۶-۶ در شکل ۹-۶ نشان داده شده است. اگرچه در تحلیل فرض شد که رفتار ارتجاعی است ولی به دلیل افزایش ناپایداری در ستون منحنی حاصله غیر خطی است. وقتی Δ به اندازه نامحدودی بزرگ شود.

$$\sec (1.55 \times 10^{-3} \sqrt{P_E}) = \infty$$

$$1.55 \times 10^{-3} \sqrt{P_E} = \frac{\pi}{2}$$

$$P_1 = 1.027 \times 10^6 \text{ N}$$



شکل ۹-۶

می‌توان نشان داد که وقتی خروج از مرکزیت، e ، صفر است، عضو فشاری تا رسیدن به این بار مستقیم باقی می‌ماند، و پس از رسیدن به این بار گمانش جانبی خواهد کرد. P_e را "بار بحرانی ارتجاعی" یا گمانشی ستون گویند. تنش حاصله در ستون ترکیبی از تنشهای محوری و خمشی است. بزرگترین تنش در

پایین ستون جایی که لنگر خمشی حداکثر است وجود دارد. وقتی این تنش به تنش تسلیم می‌رسد تحلیل ارتجاعی صحت خود را از دست می‌دهد. و این وقتی است که

$$\frac{P}{A} + \frac{P(\Delta + e)}{Z} = \sigma_y \quad \text{باشد.}$$

با جابجایی مقادیر A و Z و Δ و e و σ_y داریم:

$$100P + 600P \sec(1.55 \times 10^{-3} \sqrt{P}) = 250 \times 10^6$$

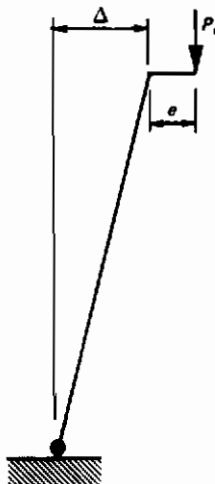
این معادله نسبتاً پیچیده به روش آزمون و خطا قابل حل است و توسط آن مقدار بار در اولین لحظه جاری شدن به دست می‌آید.

$$P_y = 0.262 \times 10^6 \text{ N}$$

دنبال کردن و ترسیم گسترش تنش ممکن ولی توام با پیچیدگی است لیکن اکنون بهتر است به فروریختگی ستون توجه شود. شکل ۶-۱۰ مکانیزم فروریختگی را نشان می‌دهد. ستون مانند میله‌ای می‌شود که حول مفصل خمیری در پایین آن دوران می‌کند. لنگر خمیری کاهش یافته ستون (با توجه به نیروی محوری) در مقابل دوران مقاومت می‌کند. با توجه به قسمت

۲-۵

$$\frac{M_p'}{M_p} = 1 - \left(\frac{P_c}{P_p} \right)^2$$



شکل ۶-۱۰

برای یک مقطع مستطیلی شکل با استفاده از

$$M_p = S\sigma_y = \frac{d^3\sigma_y}{4}$$

و

$$P_p = A\sigma_y = d^2\sigma_y$$

و با جایگزینی $P_c = nP_p$ داریم

$$M_p' = (1 - n^2) \cdot \frac{d^3\sigma_y}{4}$$

لنگر بار فروریختگی P_c حول پایه ستون باعث دزران می‌شود،

$$\text{لنگر مخرب} = (\Delta + e)P_c = (\Delta + e)nd^2\sigma_y$$

در موقع فروریختگی لنگر مخرب و لنگر مقاوم مساوی هستند زیرا ستون در حال تعادل است بنابراین در موقع فروریختگی

$$(\Delta + e)nd^2\sigma_y = (1 - n^2) \frac{d^3\sigma_y}{4} \text{ می‌شود}$$

که به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$n^2 + \frac{4}{d}(\Delta + e)n - 1 = 0$$

با حل معادله درجه دوم فوق بار فروریختگی P_c برحسب P_p به دست می‌آید. ولی حل مساله بستگی به تغییر مکان Δ در بالای ستون دارد. بارهای فروریختگی برحسب مقادیر متعدد Δ در شکل ۹-۶ رسم شده است.

شکل ۹-۶ رفتار ستون را از بار صفر تا فروریختگی مجموعاً "نشان می‌دهد، منحنی خط چین، انتقال از حالت ارتجاعی را در حین گسترش جاری شدن در پایین ستون به طور تقریبی نشان می‌دهد. دو نکته قابل توجه وجود دارد.

۱- قبل از ایجاد فروریختگی تغییر مکان قابل توجهی وجود دارد.

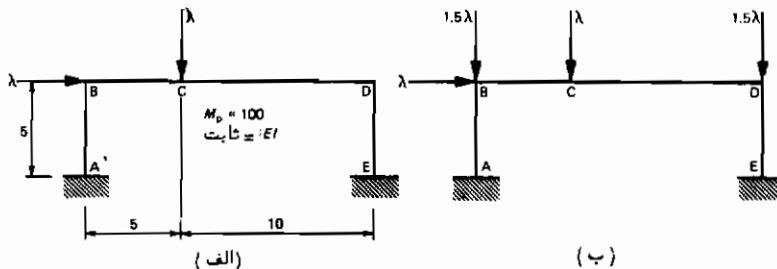
۲- مکانیزم شکل ۹-۶ جهت سهولت محاسبه بار فروریختگی خمیری به کار رفته است ولی با $\Delta = 0$. بار $(0.59 \times 10^6 \text{ N})$ به طور قابل توجهی بزرگتر از بار فروریختگی واقعی (تقریباً $0.325 \times 10^6 \text{ N}$) می‌باشد.

این مثال نسبتاً خارج از محدوده عملی است ولی اثر تغییر شکل را قبل از فرو-

ریختگی نشان می‌دهد. در هر قابی که نیروهای محوری فشاری به ستونها وارد می‌شود، بار فروریختگی واقعی کمتر از بار فروریختگی حاصله از تحلیل ساده خمیری می‌باشد. این کاهش معمولاً کمتر از آنچه در اینجا نشان داده شده است می‌باشد (که در مثال بعد ملاحظه خواهد شد) ولی غیر قابل اغماض است.

۶-۳-۲ مثال قاب پرتال

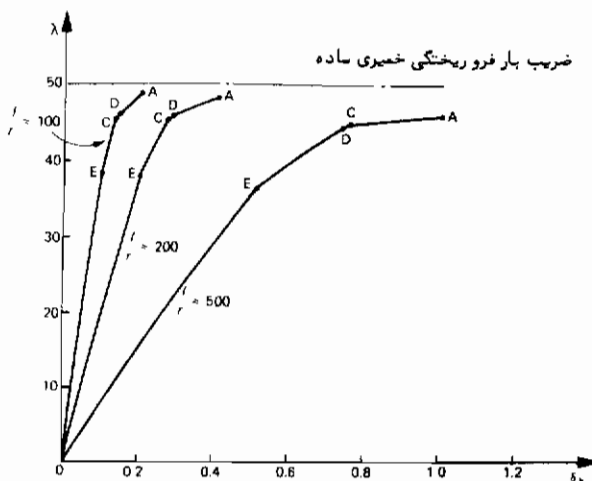
تحلیل فوق برای قاب پرتال پیچیده‌تر است. نحوه عمل مشابه مطالب قسمت ۳-۲ است که در آن از تحلیل سختی استفاده شده و با تشکیل هر مفصل خمیری سازه اصلاح شده است. به هر حال، برای ستونها بایستی با استفاده از توابع پایداری ماتریس سختی تشکیل داد (۱۴) تا اثر نیروی محوری روی سختی به حساب آورده شود. اکنون برای رسیدن به جواب بایستی به ازای هر ضرب بار، سازه را به طور متوالی تحلیل نمود، که هم مشکل و هم از نظر گرفتن وقت کامپیوتر غیر اقتصادی است.



شکل ۶-۱۱

قاب شکل ۶-۱۱ الف به روش فوق تحلیل شده که نتایج حاصله در شکل ۶-۱۲ آمده است. قاب، مشابه قابی است که در قسمت‌های ۳-۲ و ۳-۲-۳ مورد استفاده قرار گرفت. در تحلیل اصلی (قسمت ۳-۲)، از اثرات بار محوری و تغییر مکان صرف نظر شد، و ضریب بار فروریختگی برابر با ۵۰/۵ به دست آمد. فروریختگی قاب در اثر مکانیزم مرکب با مفصل‌های تشکیل شده در نقاط A و D و C و E به وجود آمد. سه منحنی تغییر مکان - بار شکل ۶-۱۲ با استفاده از مقادیر مختلف EI اعضاء به دست آمده که این منحنیها به ازای لاغری، l/r ، ستونها برابر با مقادیر حدود ۱۰۰، ۲۰۰ و ۵۰۰ انتخاب شده است. بارهای محوری در فاصله تشکیل هر مفصل خمیری باعث رفتار غیر خطی می‌شود. اما مهمتر از آن، ضریب بار فروریختگی را نیز کاهش می‌دهد. تغییر مکانهای بیشتر در سازه باعث کاهش بیشتر در ضریب بار می‌گردد در هر حالت مکانیزم نهایی، مکانیزم مرکب می‌باشد ولی در قاب با انعطاف پذیری زیاد

($l/r = 500$) تغییر مکانها در ترتیب تشکیل مفصلها تأثیر می‌گذارد. جدول ۲-۶ ضرایب بار فروریختگی را نشان می‌دهد.



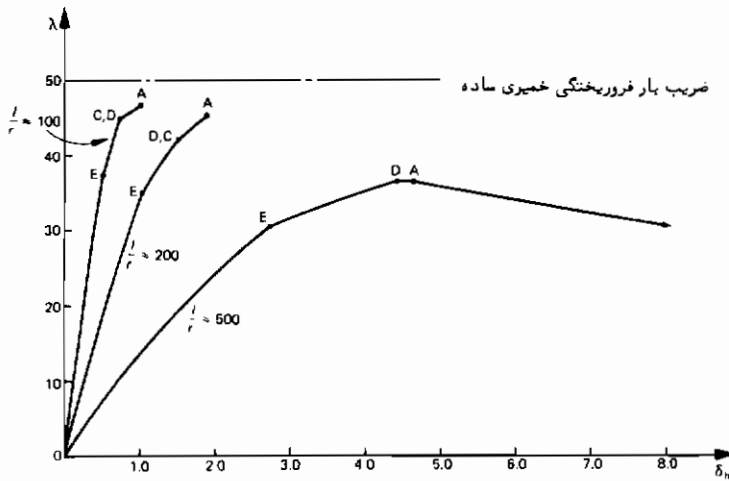
شکل ۱۲-۶

جدول ۲-۶

نسبت لاغری (l/r)	100	200	500
ضریب بار فروریختگی	49.10	48.25	45.93
کاهش یافته			

بیشترین کاهش حدود ۱۵ درصد است اگرچه نسبت l/r مربوطه یعنی ۵۰۰ بسیار زیادتر از مقادیر مربوط به قابهای واقعی است. نسبت l/r برابر با ۲۰۰ تقریباً "در حد عملی" است که به ازای آن کاهش ضریب بار حدود ۴ درصد می‌باشد.

کاهش ضریب بار فروریختگی در قابهای یک طبقه مشکل زیادی ایجاد نمی‌کند ولی در قابهای چند طبقه مسأله ساز است. در شکل ۱۱-۶ ب رفتار قاب چند طبقه به یک قاب پرتال با اضافه باری روی ستونها تشبیه شده است. بارهای اضافی نشان دهنده وزن سازه و بارگذاری در طبقات فوقانی است. همان طور که در شکل ۱۳-۶ ملاحظه می‌شود نتایج بدتر است. بارهای محوری زیادتر باعث تغییر مکانهای بیشتر و تغییر عمده در رفتار قاب می‌شوند. در جدول ۳-۶ بارهای فروریختگی و مکانیزمها آورده شده است.



شکل ۶-۱۳

(عملاً) نتایج تحلیل ستوال برانگیز است زیرا تغییر مکانها دیگر کوچک نیستند ولی حداقل نتایج حاصله موضوع را از نظر کیفی روشن می‌سازد).

جدول ۶-۳

نسبت لاغری	ضریب بار فروریختگی	مکانیزم فروریختگی
100	46.67	فروریختگی خمیری، مکانیزم مرکب
200	45.13	فروریختگی خمیری مکانیزم مرکب
500	36.60	کمانش جانبی

در قابهای با سختی بیشتر ($l/r \leq 200$) هنوز فروریختگی به شکل مکانیزم مرکب رخ می‌دهد. در قاب با انعطاف پذیری زیاد قبل از ایجاد مکانیزم فروریختگی خمیری، سازه به حداکثر بار خود می‌رسد. در این حالت وقتی سومین مفصل در A شکل می‌گیرد و سازه کمانش می‌کند، ناپایداری به وجود می‌آید، چنان که با افزایش بسیار سریع تغییر مکان می‌توان ملاحظه نمود.

وود^۱ (۱۶) این رفتار را شرح داده است. درست وقتی که بار ستون مثال قسمت قبل به مقدار بحرانی ارتجاعی رسید، قاب نیز به وضعیت بحرانی می‌رسد (هرن^۲ و مرچنت^۳) (۱۴) روشی برای تعیین مقدار آن پیشنهاد کرده‌اند. معمولاً این بار بسیار بزرگتر از بار فروریختگی خمیری می‌باشد، چنان که در جدول ۴-۶ ملاحظه می‌شود. به هر حال، وقتی که مفصل خمیری شکل می‌گیرد، سختی قاب کاهش می‌یابد. اکنون بار بحرانی ارتجاعی قاب، باری برای قاب اصلاح شده با مفصل بدون اصطکاک واقع در محل مفصل خمیری می‌باشد.

λ_R	λ_c (تحلیل خمیری ساده)	λ_e قاب اصلی	λ_e قاب اصلاح شده	ضریب بار فروریختگی	l/r
48.9	50.0	2124	400	49.10	100
47.8	50.0	1062	200	48.25	200
44.7	50.0	424	80	45.93	500
45.7	50.0	531	200	46.67	100*
42.1	50.0	265	100	45.13	200*
34.0	50.0	106	7.6	36.60	500*

جدول ۴-۶ * قاب مطابق شکل ۱۱-۶ ب بارگذاری شده است.

قاب و بار بحرانی ارتجاعی همچنان که هر مفصل تشکیل می‌شود بایستی متوالیاً اصلاح شود. جدول ۴-۶ همچنین بار بحرانی ارتجاعی مربوط به قاب اصلاح شده را موقعی که سومین مفصل خمیری شکل گرفته است، نشان می‌دهد، در قاب انعطاف پذیر ($l/r = 500$) بار بحرانی ارتجاعی کمتر از بار اعمال شده است بنابراین کمانش بایستی به وجود آید.

۳-۳-۶ ضریب بار رانکین^۴ - مرچنت

اثرات نیروی محوری و تغییر مکان نسبتاً مخرب هستند. احتمالاً "بجز برای قابهای

۱ - Wood

۳ - Merchant

۲ - Horne

۴ - RANKINE - MERCHANT

یک طبقه، محاسبه بار فروریختگی خمیری ساده کافی نیست. همچنین استفاده از تحلیل کامپیوتری غیرخطی، سادگی و ظرافت کار را از بین می‌برد.

سازه‌های خیلی سخت در بار فروریختگی خمیری ساده گسیخته می‌شوند در حالی که سازه‌های با انعطاف‌پذیری زیاد در بار بحرانی ارتجاعی کمانش خواهند کرد. عموماً، این بارها بدون تولید اشکال زیاد تعیین می‌شوند. مرجنت بر اساس ضریب افزایشی رانکین که در تحلیل عضو فشاری مورد استفاده قرار گرفت و به کمک فروریختگی خمیری ساده و بارهای بحرانی ارتجاعی، یک مقدار تقریبی برای نزدیک شدن به ضریب بار فروریختگی واقعی پیشنهاد کرد.

(بار فروریختگی خمیری ساده به وسیله روشهای بیان شده در فصلهای ۳ و ۴ به دست می‌آید، که در آن از تغییر مکان و بارهای محوری صرف نظر شده است). این مقدار تقریبی، به ضریب بار رانکین - مرجنت، معروف است که با معادله زیر به دست می‌آید.

$$\frac{1}{\lambda_R} = \frac{1}{\lambda_c} + \frac{1}{\lambda_e} \quad (6-7)$$

که در آن

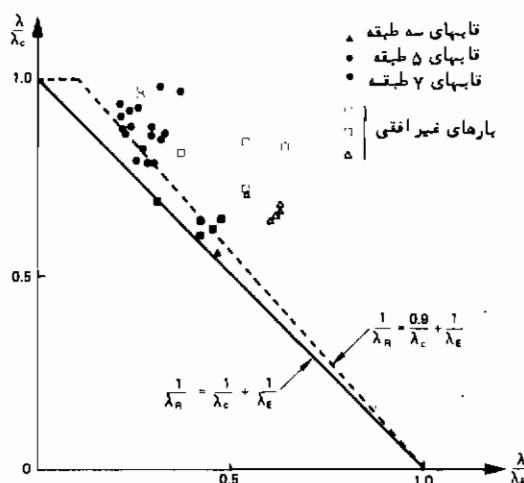
λ_c = ضریب بار فروریختگی خمیری ساده

λ_e = ضریب بار بحرانی ارتجاعی

به همراه نتایج بارهای فروریختگی قابهای متعدد که توسط لو^۱ آزمایش شده‌اند رابطه فوق در شکل ۶-۱۴ رسم شده است.

ضریب بار رانکین مرجنت در هر حالت نسبت به ضریب بار فروریختگی آزمایش شده دارای تقریبی در جهت اطمینان است. ضرایب بار رانکین مرجنت برای قابهای پرتال قسمت قبل در جدول ۶-۲ آورده شده‌اند. در هر حالت تقریب رانکین مرجنت نزدیک به ضریب بار فروریختگی نظری ولی کمتر از آن می‌باشد.

همان گونه که در شکل ۶-۱۴ نشان داده شده است مقدار λ_R محافظه کارانه است و این تا حدی ناشی از بروز کرنش سختی در طول آزمایش می‌باشد. وود^۱ برای به دست آوردن تقریب بهتری معادله ۶-۷ را به صورت زیر تصحیح کرده است.



شکل ۶-۱۴

$$\lambda_R = \lambda_c \quad \text{وقتی که} \quad \frac{\lambda_e}{\lambda_c} > 10$$

(۸-۶)

$$\frac{1}{\lambda_R} = \frac{0.9}{\lambda_c} + \frac{1}{\lambda_e} \quad \text{وقتی که} \quad 10 > \frac{\lambda_e}{\lambda_c} > 4$$

رابطه فوق به وسیله خط چین در شکل ۶-۱۴ نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود این رابطه نسبت به رابطه رانکین مرجعت تطابق بیشتری با نتایج آزمایشات دارد. وقتی که $\lambda_e/\lambda_c < 4$ ، وود اظهار می‌دارد که تحلیل ساده کفایت نمی‌کند. احتمال می‌رود که معادله اصلاحی وود در آیین نامه جدید بریتانیا برای طراحی سازه‌های فولادی به کار رود.

۶-۴ جمع بندی

در این فصل دو موضوع عنوان شد: محاسبه تغییر مکان در موقع فروریختگی و اثر (واثر نیروهای محوری) روی بار فروریختگی سازه. در ابتدا نشان داده شد که در بعضی حالات دانستن مقدار تغییر مکان قبل از فروریختگی مهم است، زیرا کنترل تغییر مکانها ممکن است نسبت به تأمین استحکام سازه مسئله تعیین کننده و بحرانی تری باشد سپس روش شیب-افت برای محاسبه تغییر مکانها مورد نظر قرار گرفت. مراحل مختلف این روش عبارت است از:

۱- تعیین مکانیزم فروریختگی، ضریب بار مربوطه، نمودار لنگر خمشی و لنگرهای

انتهایی (شامل لنگرهای گیرداری انتهایی) هر عضو سازه.

۲- نوشتن معادلات شیب - افت برای هر عضو.

۳- به دست آوردن رابطه بین تغییر مکانهای نامعلوم مختلف با در نظر گرفتن پیوستگی در اتصال هر عضو به طوری که ارتجاعی بودن آن به وسیله نمودار لنگر خمشی نشان داده می شود. محاسبه تغییر مکانها، با توجه به اینکه به نوبت فرض شود هریک از مفصلها آخرین مفصل تشکیل شده باشد.

۴- انتخاب مفصلی که در آخر تشکیل می شود و تعیین تغییر مکانهای مربوطه به وسیله نظریه تغییر مکان.

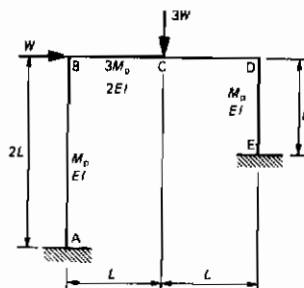
آخرین قسمت این فصل بررسی رفتار غیرخطی ناشی از نیروهای محوری اعضاء بود. نشان داده شد که اثر آن نیروها کاهش ضریب بار فروریختگی سازه است. این کاهش بستگی به سختی سازه دارد (که به وسیله نسبت لاغری محاسبه شد). سختی کمتر باعث تغییر مکان بیشتر و کاهش ضریب بار فروریختگی می شود. در قابهای یک طبقه کاهش فوق برای سازه های که سختی نسبی ستونهای آن معمولی می باشد معمولاً قابل ملاحظه نیست. در قابهای چند طبقه کاهش می تواند جدی تر باشد و قبل از آن که فروریختگی خمیری به وجود آید کمانش زود رس اتفاق بیفتد. ضریب بار رانکین مرچنت ارائه شد تا تخمین خوبی از ضریب بار فرو-ریختگی به دست آید، اگرچه در مقایسه با نتایج آزمایشات به نظر می رسد نسبتاً دست بالاست. اصلاحی که وود انجام داد ضریب بار را به نتایج آزمایشها نزدیکتر کرد.

۶-۵ مسایل

۶-۵-۱ یک تیر با دو انتهای گیردار به دهانه L بار قائمی برابر با w را که به فاصله $L/3$ از تکیه گاه سمت چپ قرار دارد تحمل می کند. با فرض این که EI و M_p برای تیر ثابت باشد، تغییر مکان قائم را در موقع فروریختگی زیر بار تعیین کنید.

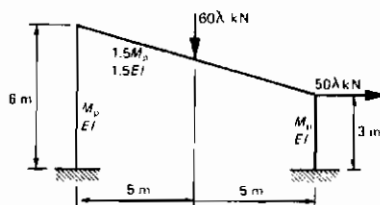
۶-۵-۲ به یک تیر یکسر گیردار یکسر مفصل به دهانه L بار گسترده یکنواخت w در واحد طول اعمال می شود. تغییر مکان قائم را در موقع فروریختگی در مفصل خمیری نزدیک وسط دهانه تعیین کنید. فرض کنید EI و M_p ثابت هستند.

۶-۵-۳ تغییر مکانهای قائم و افقی در وسط دهانه قاب پرتال شکل ۶-۵-۱ را در موقع فرو ریختگی محاسبه کنید.



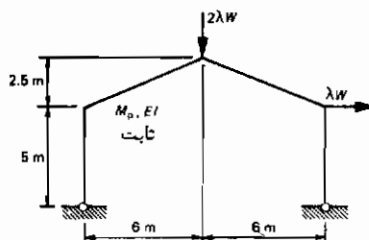
شکل ۶-۱۵

۶-۵-۴ تغییر مکان جانبی قاب نشان داده شده در شکل ۶-۱۶ در بالای هر دو ستون در موقع فروریختگی یکسان است. مقدار آن را تعیین کنید، داده‌های مسئله $EI = 10\,000 \text{ kN m}^2$ و $M_p = 100 \text{ kN m}$ می‌باشد.



شکل ۶-۱۶

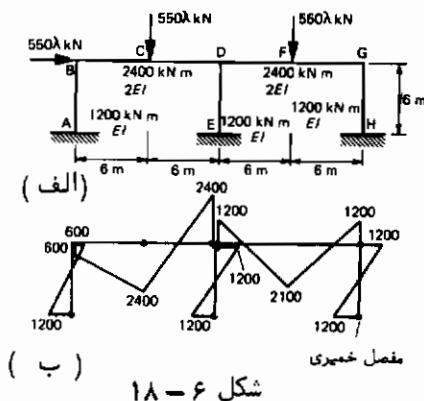
۶-۵-۵ قاب شیب‌دار نشان داده شده در شکل ۶-۱۷ به صورت مکانیزم مرکب به‌ازای $\lambda W = 5M_p/22$ فروریخته می‌شود. تغییر مکانهای قائم و افقی راس قاب را در موقع فرو ریختگی محاسبه کنید.



شکل ۶-۱۷

۶-۵-۶ قاب دودمانه شکل ۶-۱۸ الف دارای ضریب باره $2/$ در فروریختگی است. نمودار

لنگر خمشی در موقع فروریختگی و مفصلهای خمیری در شکل ۶-۱۸ ب نشان داده شده است. تغییر مکان افقی در B و تغییر مکان قائم در C و F را در موقع فروریختگی محاسبه کنید. (توجه: در B و F مفصلهای خمیری وجود ندارد).



شکل ۶-۱۸

۶-۵۶ به یک تیر دو سر گیردار به طول L یک نیروی محوری P و یک بار گسترده یکنواخت برابر $P/2L$ در واحد طول وارد می شود. مقطع تیر مستطیلی به عرض b و ارتفاع d است بنابراین

$$M_p = \frac{bd^2}{4} \sigma_y \quad P_p = bd\sigma_y$$

و لنگر خمیری کاهش یافته ناشی از نیروی محوری، به صورت زیر است

$$M_p' = M_p(1 - n^2)$$

که $n = P/P_p$ است. فرض کنید که $d = L/24$ باشد.

(الف) بار فروریختگی خمیری ساده (بر حسب P) را محاسبه کنید، از روش نمودار لنگر خمشی واکنش و آزاد استفاده نمایید.

(ب) نشان دهید که وقتی یک تغییر مکان محدود Δ در مفصل وسط دهانه وجود دارد بار فروریختگی کاهش یافته با حل معادله زیر به دست می آید.

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{1}{48} \left(\frac{1}{n} - 3 - n \right)$$

(ج) تغییر مکان ارتجاعی در وسط دهانه به صورت زیر است.

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{n}{32(3-n)}$$

تخمینی از بار فروریختگی واقعی تیر به دست آورید (برحسب P)
 (د) بار رانکین مرچنت را (برحسب P) به دست آورید. بار بحرانی ارتجاعی
 از معادله بند (ج) به دست می آید.

استفاده از روشهای خمیری در سازه‌های بتن آرمه

۷-۱ مقدمه

در برخورد اول به نظر می‌رسد سازه‌های بتنی شباهت کمی به سازه‌های فولادی دارند. اما با شگفتی غیر منتظره‌ای تیرهای بتن آرمه (RC) به علت خصوصیات میله‌گردهای فولادی که تعیین کننده رفتار تیر است در موارد خاصی مشابه تیرهای فولادی عمل می‌کنند. حداکثر لنگر خمشی که هر مقطع می‌تواند تحمل کند، که معمولاً "لنگر مقاوم مقطع" نامیده می‌شود، مشابه لنگر خمیری تیر فولادی محاسبه می‌شود. آزمایشهای زیاد روی تیرهای بتن آرمه نشان داده است که لنگر مقاوم محاسبه شده بسیار به مقدار آزمایشی نزدیک است. این موضوع قابل استفاده بودن نظریه را تأیید می‌کند. در قسمت ۷-۲ جزئیاتی از تحلیل مقاطع بتن آرمه که فقط لنگرهای خمشی تحمل می‌کنند شرح داده می‌شود.

متأسفانه، مشکلاتی در به کارگیری روشهای خمیری در مورد قابهای بتن آرمه وجود دارد. تحلیل لنگر مقاوم نشان می‌دهد که مقاطع بتن آرمه ظرفیت زیادی برای دوران خمیری ندارند. این همان ظرفیتی است که برای انجام باز توزیع لنگرها که لازمه روشهای خمیری است ضروری می‌باشد. قسمت ۷-۳ روشن می‌سازد که اگر ظرفیت دوران خمیری افزایش یابد چه می‌شود.

علیرغم این مشکلات، در روش جدید طراحی بتن آرمه بریتانیایی جهت استفاده از فواید نظریه خمیری در زمینه‌های خاصی تجاربی حاصل شده و در قسمت ۷-۴ چگونگی دستیابی به آنها شرح داده شده است.

بایستی تأکید شود که در این فصل فقط به چگونگی استفاده از نظریه خمیری در مورد قابهای بتن آرمه پرداخته می‌شود. خواننده بایستی در مورد ابعاد دیگر طراحی بتن آرمه به منابع مناسب دیگر مراجعه نماید (۱۸ و ۱۹).

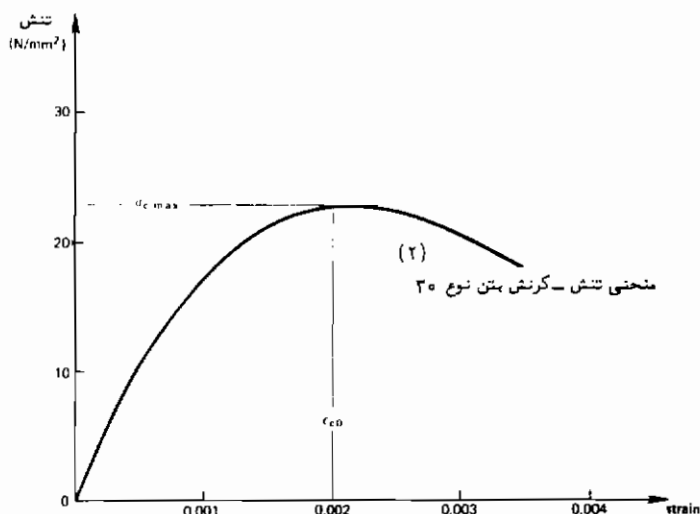
۷-۲ رفتار خمشی بتن آرمه

۷-۲-۱ فرضیات

در فصل ۲ نشان داده شد که چگونه در اعضای فولادی، مفصلهای خمیری شکل می‌گیرد. تیرهای بتن آرمه را نیز می‌توان همان گونه در نظر گرفت، اگرچه تحلیل آنها پیچیده تر است. فرضیات زیر ضروری است.

- ۱- صفحات پس از خمش مسطح باقی می‌مانند بنابراین کرنشهای طولی مستقیماً مناسب با فاصله از محور کرنش صفر می‌باشند. به کمک تحقیقات مختلف نشان داده شده است که تا مرحله شکست این فرض اساساً صحیح است. (۲۱ و ۲۰)
- ۲- بتن مقاومتی در کشش ندارد.

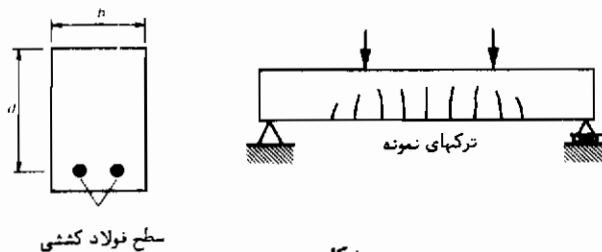
۳- منحنی تنش-کرنش فشاری ناشی از خمش برای بتن، مشابه شکل مربوط به آزمایش فشار مستقیم است ولی حداکثر تنش مربوط به آن کوچکتر است زیرا در آن بتن تحت تأثیر قیدهای مختلف است. هوگنستاد^۱ منحنی شکل ۷-۱ را پیشنهاد کرده است. حداکثر کرنش و تنش در بتن بستگی به مقاومت فشاری آن دارد (۲۱). تنش به حداکثر مقدار خود می‌رسد و سپس قبل از آن که شکسته شود کاهش می‌یابد.



شکل ۷-۱

۲-۲-۷ تیرهای (RC) تنها با فولاد کششی

در شکل ۲-۷ مقطع و ارتفاع یک تیر بتنی مستطیلی نشان داده شده است که تحت بارگذاری قرار گرفته است. علاوه بر فولادهای کششی افقی نشان داده شده در مقطع، میله‌های قائمی نیز وجود دارد که مقاومت برشی را افزایش می‌دهد. ترکهای قائم در بتن‌تایل دارند که در نزدیکی این میله‌های تشکیل شوند. لنگر خمشی در فاصله بین دو نیروی وارده قائم ثابت است بنابراین از نظر تئوری در آن فاصله پخش کرنش در مقاطع باید یکسان باشد. در بتن تحت فشار این موضوع به‌طور معقولی صحیح است ولی به دلیل وجود ترکها روشن است که در منطقه کششی چنین نخواهد بود. آزمایشها (۲۲) نشان داده است که کرنش در فولاد تغییر می‌کند و در محل ترکها حداکثر مقدار را دارد. این تغییرات ناشی از پیوستگی فولاد و بتن واقع در حد فاصل بین ترکها می‌باشد. در محاسبات از این تغییرات صرف نظر می‌شود، ولی پیوستگی نباید فراموش شود. بدون وجود پیوستگی بتن مسلح وجود نداشته و بتن و فولاد به صورت یکپارچه وارد عمل نمی‌شوند.



شکل ۲-۷

یک تیر بتنی که از بتنی با مقاومت مکعبی ۲۸ روزه برابر 30 N/mm^2 ساخته شده است با درصد های مختلف مقدار فولاد نرمه و یا فولاد مقاومت بالا ($100A_s/bd$) تحلیل شده است. در جدول های ۱-۷ و ۲-۷ اطلاعات مربوط به مصالح درج شده و منحنی تنش-کرنش بتن به صورت دو منحنی سهمی زیر در نظر گرفته شده است.

$$\sigma = 0.76 f_{cu} \frac{\epsilon}{\epsilon_{co}} \left(2 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{co}} \right) \quad \epsilon < \epsilon_{co} \quad (1-7)$$

$$\sigma = 0.76 (f_{cu} - 2.85 \times 10^6 (\epsilon - \epsilon_{co})^2) \quad \epsilon > \epsilon_{co} \quad (2-7)$$

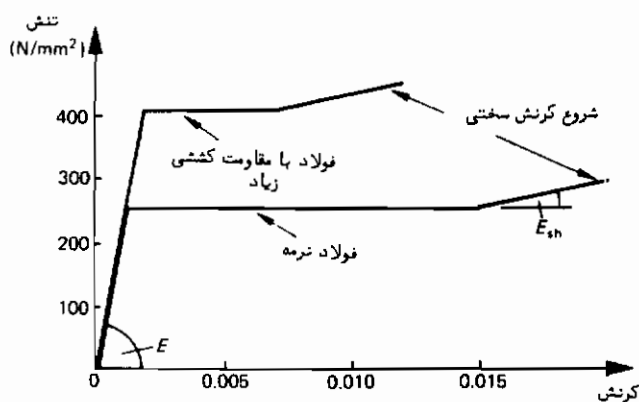
از آنجا که پخش کرنش معلوم است (با توجه به فرض اول) تنشهای فولاد و بتن با استفاده از منحنیهای تنش-کرنش مربوطه به دست می‌آیند.

جدول ۱-۲ مشخصات بتن

مقاومت مکعبی (N/mm^2)	30
$\sigma_c \text{ max } (\text{N/mm}^2)$	22.8
ϵ_c در شکست	0.0035
ϵ_{co}	0.002

جدول ۲-۲ مشخصات فولاد

	فولاد نرمه	با مقاومت بالا
تنش تسلیم (N/mm^2)	250	410
E (kN/mm^2)	210	205
کرنش تسلیم	0.00119	0.002
کرنش در شروع کرنش سختی	0.015	0.007
E_{SH} (kN/mm^2)	8.4	8.2



شکل ۲-۳

(در شکل ۷-۳ منحنی نمونه برای فولاد نشان داده شده است). توزیع تنش در مراحل مختلف در شکل ۷-۴ نشان داده شده است. در هر مرحله مقطع را می‌توان به همان روشی که در فصل ۲ برای مقطع فولادی بیان شد تحلیل کرد. اشکال در اینجا است که محور کرنش صفر را معمولاً به‌طور مستقیم نمی‌توان به‌دست آورد. مراحل تحلیل در زیر آمده است.

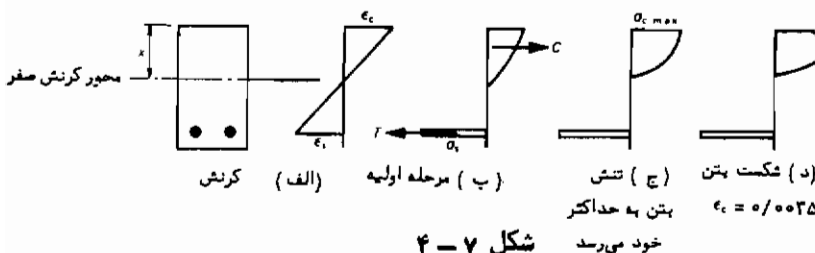
۱- کرنش بتن و مقدار اولیه‌ای برای x (که محل محور کرنش صفر را مشخص می‌کند، مطابق شکل ۷-۴) انتخاب کنید.

۲- نیروی فشاری C در بتن و کششی T در فولاد را محاسبه کنید.

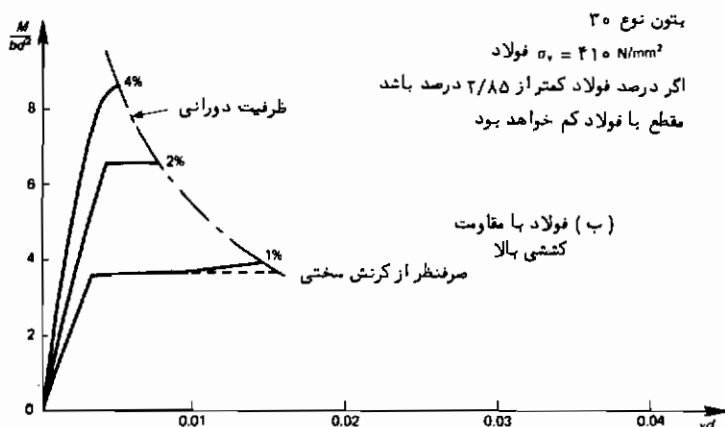
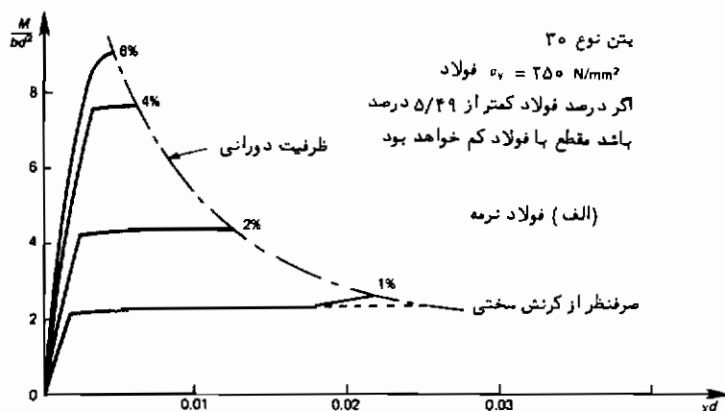
۳- برای تعادل افقی نیروها، $C = T$. اگر اختلاف بین آنها بیشتر از ۱/۵ درصد شد، x را تصحیح کرده و به بند (۲) مراجعه کنید.

۴- لنگر C و T را حول محور کرنش صفر محاسبه کنید، مجموع آنها لنگر خمشی است که به کرنش انتخاب شده بتن مربوط می‌شود. مجموع کرنشهای فولاد و حداکثر بتن تقسیم بر d ، انحنا را به‌دست می‌دهد (به فصل ۲ مراجعه شود).

تقارب جواب تحلیل همیشه سریع نیست و البته کامپیوتر کوچکی لازم است.



نتایج مربوط به منحنیهای لنگر-انحنا در شکل ۷-۵ نشان داده شده است. به ازای درصدهای کم فولاد منحنیها بسیار شبیه به تیرهای فولادی است. یک خط تقریباً "مستقیم اولیه" نشان دهنده رشد سریع لنگر در اثر افزایش انحنای کوچک می‌باشد (مربوط به منطقه ارتجاعی). این خط سپس خمیده می‌شود به‌طوری که در آن به‌ازای افزایش بسیار کوچکی در لنگر، انحنای زیادی حاصل می‌گردد (مربوط به دوران خمیری). همچنان که درصد فولاد افزایش می‌یابد حداکثر لنگر به‌صورت متناسب زیادتر می‌شود، ولی همزمان با آن در حداکثر انحنای کاهش می‌آید.



شکل ۵-۲

افزایش سریع انحنای فولاد کم‌درتر جاری شدن فولاد قبل از رسیدن بتن به حداکثر تنش ایجاد می‌گردد. این حالت را حالت "با فولاد کم" گویند. انحنای زیاد باعث افزایش زیادی در تغییر مکان می‌شود بنابراین اطلاع قبلی از شکست وجود دارد، شکستی که نهایتاً در اثر انهدام بتن بوجود می‌آید.

بازاء درصد های زیاد فولاد، شکست بسیار ناگهانی و غالباً انفجاری است و قبل از شکست افزایش زیادی در تغییر مکان وجود نخواهد داشت. بتن قبل از جاری شدن فولاد منهدم می‌شود. این حالت را حالت "با فولاد زیاد" گویند.

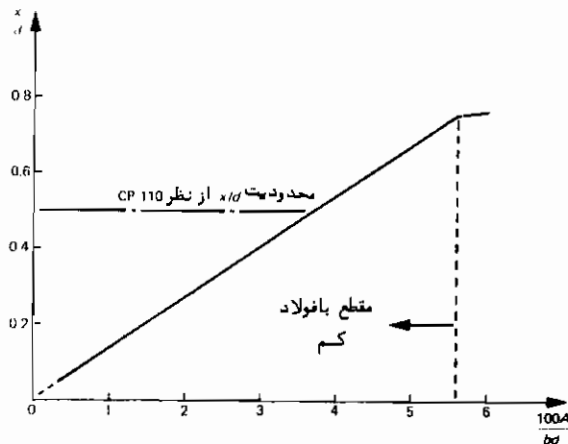
در مقاطع با فولاد کم به‌طور مؤثری فولادها کنترل‌کننده هستند و این مقاطع شبیه به تیرهای فولادی رفتار می‌کنند. سرانجام در حالی که حداکثر کرنش بتن به مقدار حدی آن

رسید (در این مثال ۵/۵۳۵ در نظر گرفته شده است) که این مقدار به اندازه قابل توجهی کمتر از حداکثر ممکن کرنش فولاد است، بتن شکسته می شود، بنابراین ظرفیت دوران خمیری در مقایسه با تیرهای فولادی بسیار محدود است. در مقاطع با فولاد زیاد ترد شکنی بتن کنترل کننده است. در این حالت دوران خمیری بوجود نمی آید.

به ازای درصد فولاد خیلی کم علاوه بر انحناء در لنگر نیز افزایش مشخصی درست قبل از شکست به وجود می آید که ناشی از اثر کرنش سختی در فولادهاست.

تفاوت اساسی دیگری بین رفتار حالت با فولاد کم و حالت با فولاد زیاد وجود دارد. شکل ۶-۷ موقعیت محور کرنش صفر را در شکست برای درصد های مختلف فولاد نشان می دهد. افزایش فولاد باعث پایین افتادن محور می شود.

محدود کردن موقعیت محور کرنش صفر وسیله مناسبی برای جلوگیری از مشکلات ناشی از حالت با فولاد زیاد می باشد.

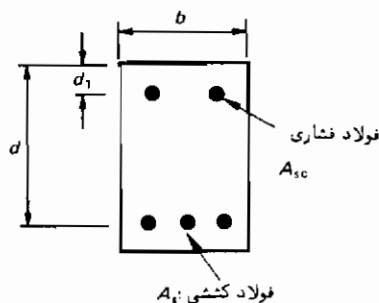


شکل ۶-۷

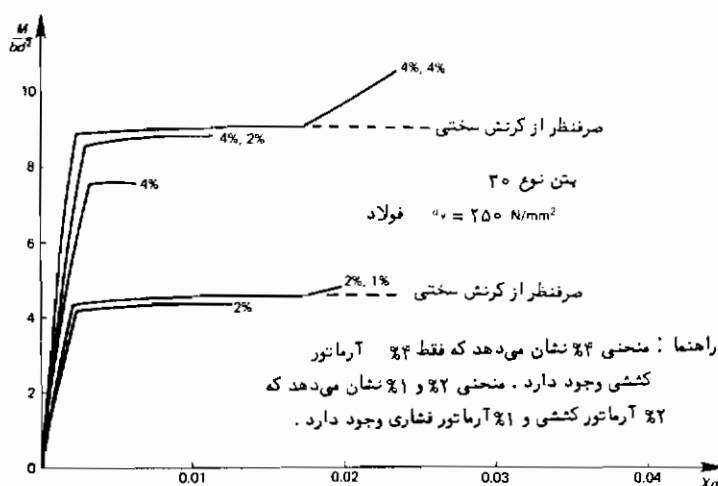
۲-۳-۷ تیرهای با فولاد کششی و فشاری

در تمام تیرهای بتن آرمه در عمل مقداری فولاد فشاری قرار داده می شود. مقدار این فولاد که غالباً برای نگه داشتن میل های برشی در اجرا به کار می رود اسمی است، اما ممکن است از آن برای بالا بردن مقاومت فشاری در منطقه بتن فشاری استفاده گردد. در شکل ۶-۷ مقطع نمونه ای نشان داده شده است. از روشی که قبلاً بیان شد می توان برای تحلیل استفاده کرد، با این تفاوت که در این حالت نیروی اضافی فولاد فشاری نیز اضافه می شود. در شکل ۶-۸ با فرض $d_1/d = 0.1$ نتایج تحلیل نشان داده شده است.

نتایج نشان می‌دهد که فولاد فشاری علاوه بر افزایش ظرفیت لنگر مقطع، ظرفیت دوران خمیری مقطع را نیز افزایش می‌دهد. این افزایش در بعضی حالات قابل ملاحظه می‌باشد.



شکل ۷-۷



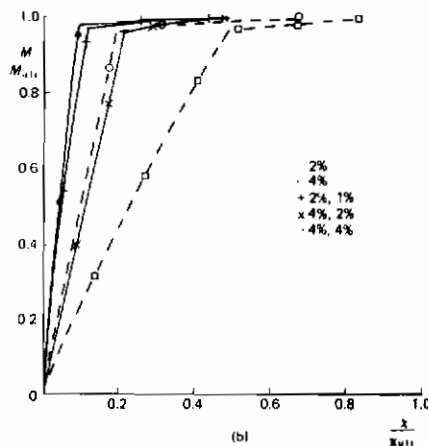
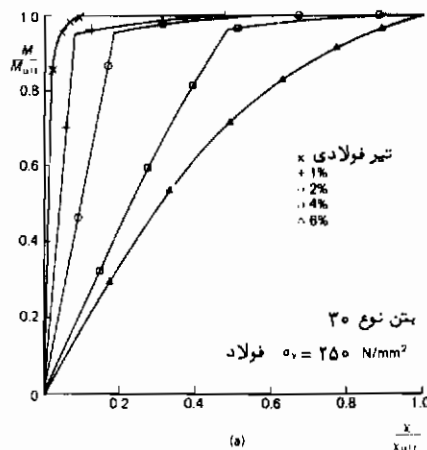
شکل ۸-۷

۷-۲-۴ رابطه لنگر-انحناء

تحلیلهای مطرح شده در دو قسمت قبل در دو نمودار شکل ۷-۹ جمع‌بندی شده است. نمودارها برحسب رابطه بین لنگر و انحناء تا رسیدن به لنگر و انحنای نهایی رسم شده‌اند. در شکل ۷-۹ الف نتایج مربوط به تیرهای شامل درصدهای مختلف فولاد کششی با تیر فولادی نمونه مقایسه شده است. شکل به‌طور روشن نشان می‌دهد که چگونه نسبت انحنای مربوط به دوران خمیری با افزایش فولاد کاهش می‌یابد. همچنین نشان می‌دهد که تیر فولادی ظرفیت دوران خمیری بسیاری زیادی دارد. شکل ۷-۹ ب اثر سودمند فولاد فشاری را در

افزایش دوران خمیری نشان می‌دهد .

نتایج برحسب مقاومتهای مختلف بتن تغییر می‌کند . اما همیشه شکست در حالات با فولاد کم و زیاد تعریف مشخصی دارد . جدول ۷-۳ درصد فولاد و موقعیت محورگرانش صفر را (برحسب x/d) در لحظه تغییر وضعیت* از حالت با فولاد کم به حالت با فولاد زیاد برای مقاومتهای مختلف بتن و انواع مختلف فولاد نشان می‌دهد . نتایج استفاده شده در این فصل شکل نظری دارد ولی آزمایشها صحت نظریه را برای بیان رفتار مقاطع بتن آرمه اثبات می‌کنند . تحلیل به کار رفته برای هر شکل از تیر بتنی و حتی ستونهایی که تحت اثر لنگر و نیروی محوری هستند قابل استفاده است .



شکل ۷-۹

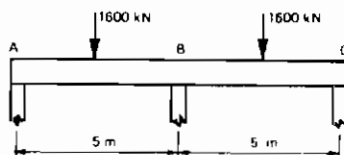
شکل ۳-۷

نوع بتن	فولاد نرمه		فولاد با مقاومت کششی بالا	
	%	x/d	%	x/d
20	4.11	0.75	2.14	0.64
25	4.85	0.75	2.53	0.64
30	5.49	0.75	2.85	0.64
40	6.63	0.74	3.43	0.62
50	7.62	0.72	3.91	0.61

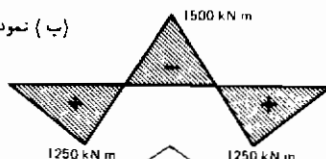
۳-۷ اگر ظرفیت دوران خمیری کافی نباشد چه می‌شود؟

تیر بتن آرمه یکسره شکل ۱۰-۷ الف را در نظر بگیرید. تحلیل ارتجاعی (نمودار لنگر خمشی شکل ۱۰-۷ ب) نشان می‌دهد که بزرگترین لنگر خمشی در تکیه گاه میانی واقع است. فرض کنید که این لنگر با لنگرهایی مقطع بتن آرمه مساوی باشد. برحسب مقدار فولاد در تیر دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد. قسمتهای ج و د شکل ۱۰-۷ حالات مختلف را نشان می‌دهد.

(الف) تیر



(ب) نمودار لنگر خمشی ارتجاعی



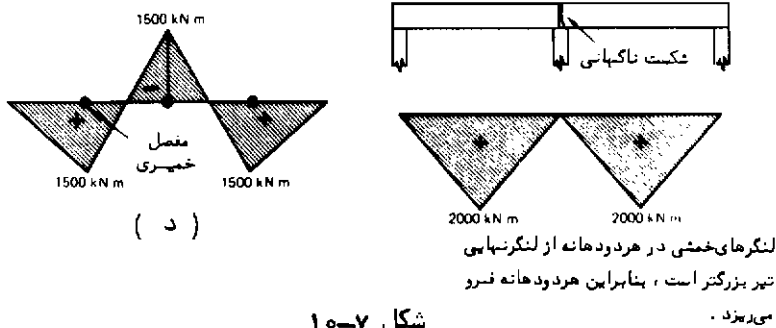
(ج) فولاد کم (مثلاً ۲٪)

(د) فولاد زیاد (مثلاً ۴٪)

مفصل خمیری در B تشکیل می‌شود
توزیع مجدد لنگر به وجود می‌آید و بار نامقدار
(۱۸۰۰ kN روی هر دهانه می‌تواند افزایش یابد
نمودار لنگر خمشی در فروریزختگی

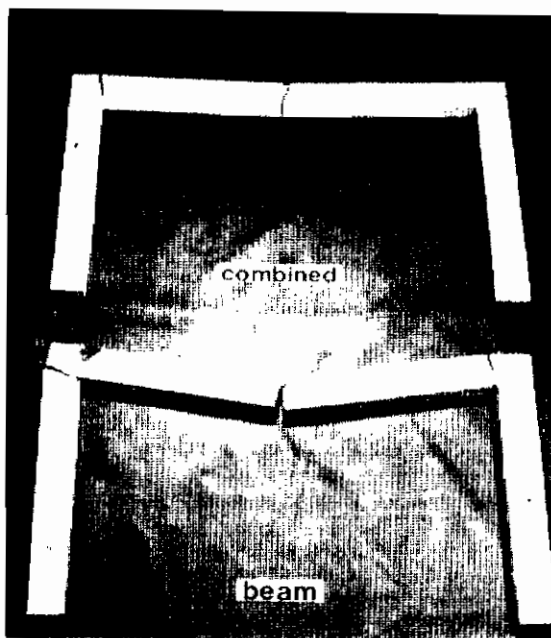
امکان دوران خمیری وجود ندارد،
در B تردشکی اتفاق می‌افتد.
تیر به دو دهانه مجزا با تکیه گاههای
ساده تقسیم می‌شود.

شکل ۱۰-۷



شکل ۱۰-۷

اگر تنها درصد کمی فولاد در تیر وجود داشته باشد، مقطع بتن آرمه ظرفیت دورانی خمیری کافی جهت پخش مجدد کامل لنگرهای خمشی دارد و تیر قبل از فرو ریختگی قادر به تحمل بار بیشتر خواهد بود ولی، وقتی که درصد زیادی از فولاد وجود دارد در نقطه با بیشترین لنگر خمشی ترد شکنی اتفاق می‌افتد و تیر یکسره به دو قطعه تیر ساده تقسیم می‌شود. لنگرهای خمشی حاصله در هر دهانه به‌طور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از لنگر مقاوم تیر می‌شوند و بلافاصله در هر یک از دهانه‌ها فرو ریختگی ایجاد می‌شود. تفاوت در رفتارهای فوق بسیار محسوس است و هریک از آنها نشانگر یک دامنه می‌باشد. عموماً "دوران خمیری تا حدی ممکن است و بنابراین پخش مجدد لنگرهای خمشی مقداری به وجود می‌آید. همین که ظرفیت دوران به آخر رسید شکست ناگهانی ایجاد می‌شود. این موضوع اشکال طراحی سازه‌های بتن آرمه را به روشهای خمیری بیان می‌کند. کنترل کردن مقاومت فرو ریختگی سازه تنها کافی نیست (که به وسیله محاسبات خمیری ساده کنترل می‌شود) و لازم است کنترل شود که آیا مقدار دوران خمیری در هر مفصل در محدوده ظرفیت خمیری مقطع قرار دارد و آیا مکانیزم گسترش می‌یابد؟ در روشهای خمیری ساده، مثلاً "کار مجازی، مقدار دوران را نمی‌توان محاسبه کرد. همان طور که قابهای پرتال نمونه شکل ۱۱-۲ نشان می‌دهند، قابهای بتن آرمه را می‌توان با فرض گسترش کامل مکانیزمهای فرو ریختگی طراحی کرد. در واقع، بیکر^(۲۳ و ۲۴) یک روش طراحی مناسبی برای سازه‌های بتن آرمه ارائه کرده است که مقادیر دورانها را کنترل می‌کند. بدیهی است که این روش مشکلتر از روشهای ساده است. روشهای پیچیده‌تر نیز وجود دارد (۲۵). به هر حال، مشکل محدودیت ظرفیت دورانی، علیرغم اثر نا آشکار فولاد فشاری، مانع از پذیرش روشهای واقعی طراحی خمیری در مورد قابهای بتن آرمه شده است.

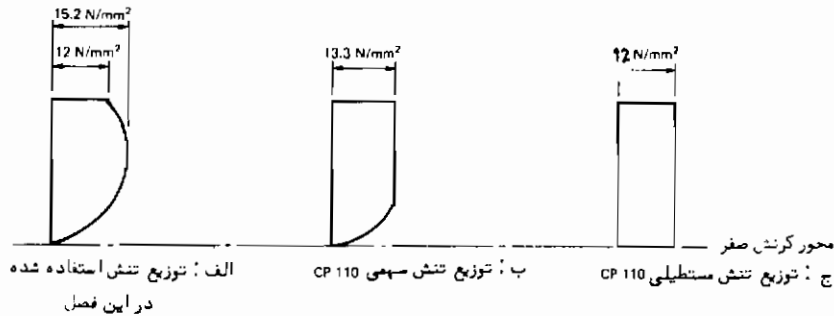


شکل ۷-۱۱: مکانیزمهای فروپختگی برای قابهای بتن آرمه

۷-۴ توافق پذیرفته شده در آیین نامه

در انگلستان روش جاری برای طراحی قطعات بتن آرمه در آیین نامه CP 110 (۵) آمده است. آیین نامه CP 110 فلسفه کامل حالات حدی را نیز در بر دارد. وقتی لنگرهای مقاوم محاسبه شدند، ضرایب اطمینان برای مقاومت‌های بتن و فولاد در نظر گرفته می‌شود. توزیع تنش بتن در شکل ۷-۱ براساس نتایج تحقیقاتی به دست آمده است. این توزیع برای مقاصد طراحی بسیار نامناسب و پیچیده است. CP 110 برای تعیین لنگر مقاوم دو شکل توزیع تنش دیگری را مجاز دانسته است. در شکل ۷-۱۲ توزیع تنشهای ساده شده با توزیع تنش فوق‌الذکر (مجاز برای ضرایب اطمینان جزئی) مقایسه شده است. همان طور که جدول ۷-۴ می‌بینیم برخلاف انتظار در هر سه حالت لنگرهای مقاوم مشابهند.

یکی از نتایج مهم قسمتهای ۷-۲ و ۷-۳ این بود که مقاطع با فولاد زیاد خطرناک بوده و هرگز نباید مورد استفاده قرار گیرد. آیین نامه CP 110 به دو روش از فولاد گذاری زیاد جلوگیری کرده است. اولاً، نسبت ارتفاع محور کرنش صفر را به ارتفاع مؤثر به نصف ($x/d \leq 0.5$) و ثانیاً مقدار فولاد را به حداکثر چهار درصد محدود کرده است. همان طور که در جدول ۷-۳ و شکل ۷-۵ نشان داده شد. این محدودیتها حالت با فولاد کم را ایجاب می‌کند.



شکل ۷-۱۲

بدین ترتیب آیین نامه تمام ضوابط نظریه خمیری را در نظر گرفته و در آن قابلیت قدری دوران خمیری برای مقاطع با فولاد کم تضمین شده است اگرچه برای بعضی از مقاطع ظرفیت مذکور خیلی محدود خواهد بود. همان طور که در قسمت ۷-۳ بیان شد طراحی خمیری واقعی را نمی‌توان برای تعیین مقدار لنگرهای مقاوم مجاز دانست. به جای آن CP 110 برای تعیین لنگرهای مقاوم، موارد زیر را مقرر کرده است:

جدول ۷-۴ مقایسه توزیع تنش بتن در حالات مختلف

فولاد نرمه		بتن نوع ۳۰	
M/bd ²			
توزیع تنش مستطیلی CP 110	توزیع تنش سهمی CP 110	توزیع تنش استفاده شده در این بخش	100 As/bd
1.97	1.99	2.00	1%
3.56	3.63	3.64	2%
4.50	4.63	4.73	
(فولاد 2.8%)	(فولاد 2.8%)	(فولاد 2.8%)	وقتی x/d = 0.5

۱- با استفاده از تحلیل ارتجاعی پخش لنگرهای خمشی را انجام دهید. ازارهای فروریختگی با ضریب استفاده شود. با تحلیل ارتجاعی یک سری لنگرهای خمشی واکنش در انتهای هریک از اعضاء به دست می‌آید. لنگرهای میانی با ترکیب لنگرهای خمشی آزاد و

لنگرهای واکنش به دست می‌آیند .

۲- این لنگرها را اکنون با استفاده از قوانین زیر می‌توان توزیع مجدد نمود .

الف - وقتی لنگرهای مقاوم در اثر توزیع مجدد افزایش می‌یابند محدودیتی وجود ندارد .

ب - اگر توزیع مجدد باعث کاهش گردد ، مقدار کاهش به وسیله یک ضریب کاهش محدود می‌شود .

$$\beta_{red} = \frac{\text{کاهش در } M_r}{\text{بزرگترین لنگر ارتجاعی در عضو}}$$

$$\beta_{red} \geq 0.3 \text{ or } 0.6 - \frac{x}{d} \quad (3-7)$$

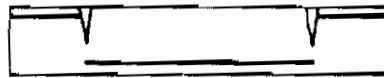
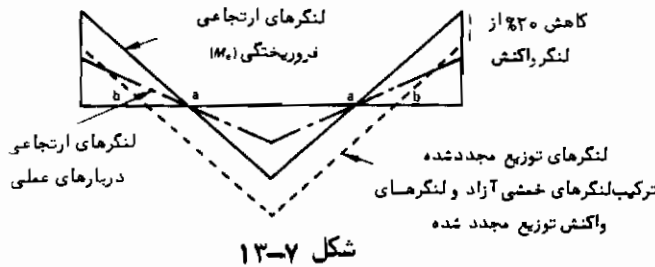
ضریب محور خنثی برای مقطعی که در مقابل لنگر کاهش یافته مقاومت می‌کند x/d (از رابطه فوق نتیجه می‌شود که اگر مقطع حاصله با فولاد بسیار کم باشد (به جدول ۳-۷ مراجعه شود) حداکثر کاهش ممکن ۳۰ درصد خواهد بود . هرچه درصد فولاد افزایش یابد ضریب محور خنثی یعنی x/d زیاد می‌شود و ظرفیت دوران خمیری و مقدار توزیع مجدد لنگر کاهش می‌یابد) .

در تیرها x/d_{max} برابر با ۵/۰ است بنابراین حداقل کاهش ۱۰ درصد می‌باشد . چون به ستونها علاوه بر لنگر ، بار محوری نیز اعمال می‌شود ، آیین نامه CP 110 هر مقداری برای x/d را مجاز می‌داند ، بجز حالتی که نیروی محوری کوچک است احتمالاً " کاهش دادن قابل ملاحظه در لنگر ستونها مجاز به نظر نمی‌رسد .

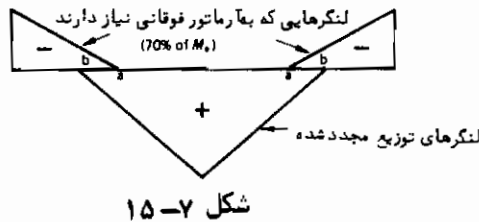
۳- لنگر مقاوم در هر مقطع نباید کمتر از ۷۰ درصد حداکثر لنگر ارتجاعی در مقطع شود .

یک مثال ساده اهمیت این قانون را مشخص می‌کنند . شکل ۷-۱۳ نمودار لنگر خمشی برای یک تیر دو سر گیردار را نشان می‌دهد . با استفاده از قانون اول ، لنگرهای خمشی در اثر بارهای فرو ریختگی به وسیله تحلیل ارتجاعی تعیین می‌شوند . مطابق شکل در بارهای عملی نیز لنگرهای خمشی ارتجاعی بوده و نسبتی از لنگرهای ارتجاعی فرو ریختگی می‌باشند . توزیع مجدد لنگرها در اثر کاهش لنگرهای انتهایی حاصل می‌گردد ، لنگرهای توزیع شده ، لنگرهای مقاوم لازمی هستند که در عین حال موقعیت و محل فولادها را مشخص می‌کنند . به خاطر داریم که فولادها نیروی کششی حاصل از خمش را تحمل می‌کنند ، این فولادها بایستی مطابق شکل ۷-۱۴ جای گذاری شوند . مشکل آنست که محل قطع فولادهای بالایی و پایینی در نقطه

b می باشد ، یعنی نقطه عطف مربوط به نمودار لنگر خمشی حاصله از پخش مجدد لنگر. تحت بارهای عملی نیز فولاد لازم است و در بالای تیر بایستی تا نقطه α ادامه داده شود، همان طور که با خط نقطه در شکل ۷-۱۳ مشخص شده است. ترکهای حاصله نشان دهنده وضعیت مطلوبی در تیر نیست. قانون سوم به طور مؤثری مانع از بروز این مشکل است ، این قانون الگوی لنگرهای مقاوم مطابق شکل ۷-۱۵ را نتیجه می دهد .



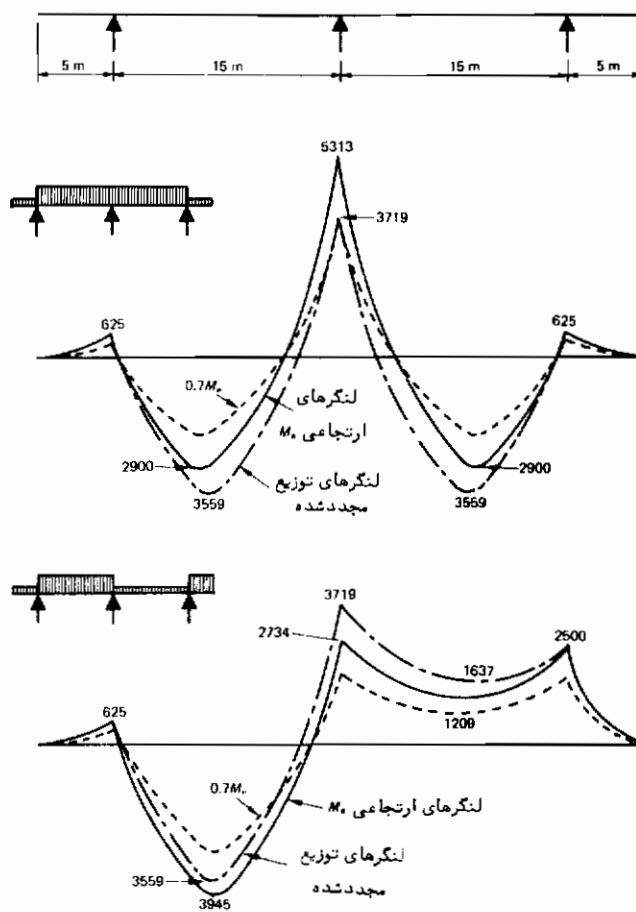
شکل ۷-۱۴



در CP 110 بیان شده است که در طراحی ، توزیع مجدد کامل لنگرها همیشه لازم نیست . اگر توزیع مجدد لنگر در همه جا کمتر از ۱۰ درصد باشد فرمولهای ساده شده ای برای محاسبه لنگرهای مقاوم داده شده است .

در توزیع مجدد لنگرها دو خط مشی اصلی وجود دارد . اگر مقطع عضو ، مستطیلی شکل باشد ، بایستی حتی الامکان سعی کرد که لنگرهای مثبت و منفی مساوی شوند و بنا براین مشکل تعیین محل فولادها از بین می رود . اگر مقطع تیر T یا L شکل باشد لنگر منفی بایستی حتی الامکان کوچک اختیار شود چرا که لنگر منفی مقاوم به دلیل کمتر بودن سطح بتن فشاری کوچکتر از لنگر مثبت مقاوم می باشد . ذکر یک مثال توزیع مجدد لنگر را به بهترین وجه تبیین می کند .

شکل ۱۶-۷ مثال کاملی را نشان می‌دهد. فرض شده است که مقطع تیر یکسره شکل است و حداکثر و حداقل بارهای با ضریب وارده 200 kN m و 50 kN m می‌باشد. بدترین ترکیبات بارگذاری در شکل مشخص شده‌اند. حالت اولی بیشترین لنگر منفی را در تکیه‌گاه میانی و حالت دوم بیشترین لنگر مثبت را ایجاد می‌کند. لنگرهای ارتجاعی با استفاده از پخش لنگر به دست آمده‌اند.



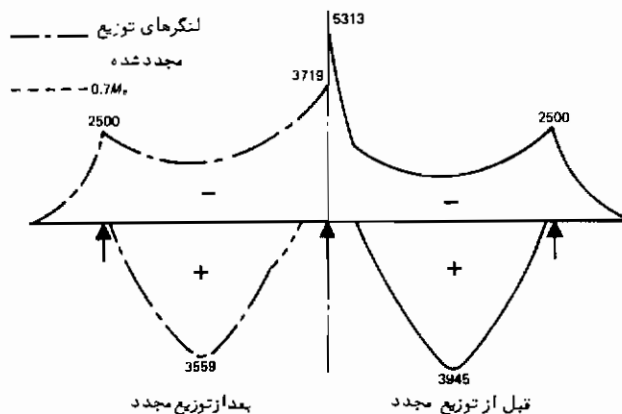
شکل ۱۶-۷

منظور از توزیع مجدد لنگر حتی‌الامکان کاهش دادن لنگرهای منفی است. لنگر منفی میانی در حالت بارگذاری اول به اندازه ۳۰ درصد تا مقدار 3719 kN m کاهش داده می‌شود. لنگرهای انتهایی اعضای طره‌ای را نمی‌توان تغییر داد زیرا این لنگرها با بارهای روی قسمتهای طره‌ای در حال تعادلند. پس لنگرهای خمشی آزاد به لنگرهای واکنشی جدید ملحق می‌گردند

این لنگرهای توزیع شده و مقادیر مربوط به ۷۰ درصد از لنگرهای اصلی در شکل رسم شده اند. در بارگذاری حالت ۲ لنگر منفی میانی را تا مقدار 3719 kN m می توان افزایش داد زیرا این لنگر مقاوم برای حالت ۱ در نظر گرفته شده است. لنگر مثبت حاصله در دهانه طرف چپ برابر با 3559 kN m (کاهش یافته از مقدار 3945 kN m) می باشد. با کاهش لنگر بمقدار 386 kN m ، β_{red} برابر با $(= 386/5313) = 0.072$ می شود.

بحرانی ترین لنگرهای خمشی را می توان از ترکیب دو حالت بارگذاری به دست آورد و پوش لنگر خمشی طراحی را به دست آورد. باید توجه داشت که در قسمتهایی از تیر مقدار $0.7M_e$ بحرانی تر از لنگرهای توزیع مجدد شده است. در شکل ۷-۱۷ منحنیهای پوش برای قبل و بعد از پخش مجدد نشان داده شده است.

ارزش توزیع مجدد لنگر معلوم است. حداکثر لنگر منفی به اندازه قابل ملاحظه ای کاهش یافته و در این حالت تقریباً "به طور اتفاقی"، حداکثر لنگر مثبت نیز اضافه شده است. نقاط قطع (جایی که لنگرهای مثبت و منفی صفر هستند) به وسیله توابع ریاضی مربوط به نمودارهای لنگر خمشی (به قسمت ۳-۳-۴ مراجعه شود) یا به وسیله رسم دقیق و اندازه گیری دیاگرامهای لنگر خمشی به دست می آیند.



شکل ۷-۱۷

کنترل دیگری نیز بایستی انجام شود. در تکیه گاه میانی $\beta_{red} = 0.3$ است. این بدان معنی است که مقدار حداکثر ضریب محور خنثی x/d در آن نقطه $3/5$ است (به معادله ۷-۱ مراجعه شود) در نقطه حداکثر لنگر خمشی $\beta_{red} = 0.072$ است، اما x/d تنها می تواند $5/5$ باشد و نه عدد مورد انتظار $528/5$ زیرا CP 110 حداکثر مقدار را به مقدار $5/5$ محدود می کند تا حالت با فولاد کم تأمین شود.

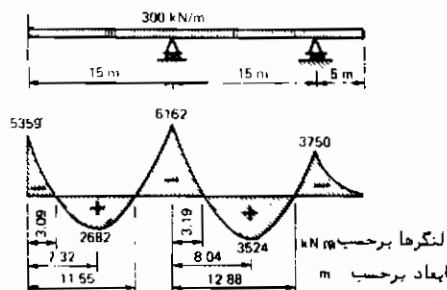
۷-۵ جمع‌بندی

در این فصل مشکلات به‌کارگیری روشهای خمیری در مورد سازه‌های بتن آرمه بیان گردید. اعضای با فولاد کم قادر به دوران خمیری هستند، اما ظرفیت درمقایسه باتیرهای فلزی محدود است. این موضوع به‌کارگیری نظریه خمیری را غیر ممکن می‌سازد. در CP 110 با محدود کردن مقدار فولاد و محل محور خنثی، مقاطع با فولاد کم ایمن شده‌اند. پخش مجدد لنگر وسیله‌ای برای استفاده از فواید روشهای خمیری است ولی در موقع استفاده از آن بایستی اثر کاهش ظرفیت دورانی ناشی از افزایش مقدار فولاد را در نظر داشت. نوعی از سازه بتنی وجود دارد که معمولاً با فولاد بسیار کم است، دالهای بتنی عموماً تنها در صدهای کمی فولاد دارند و به روشهای خمیری طراحی می‌شوند. این روشها در فصل بعدی ذکر خواهند شد.

۷-۶ مسایل

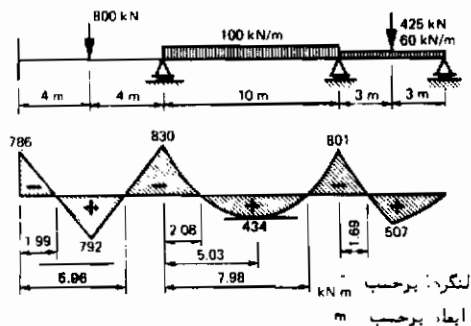
۷-۶-۱ تیر دو سر گیردار بتن آرمه به دهانه L بار گسترده یکنواخت w در واحد طول را در موقع فروریختگی تحمل می‌کند. لنگرهای خمشی را طوری پخش مجدد کنید که در وسط دهانه و تکیه‌گاهها لنگرهای مقاوم مساوی شوند. مقدار لنگر مقاوم چقدر است؟ نقاط قطع را برای فولادهای فوقانی و تحتانی تعیین کنید.

۷-۶-۲ شکل ۷-۱۸ یک تیر T شکل بتن آرمه را نشان می‌دهد. بار تحمل شده در فرو ریختگی برابر 300 kN/m (شامل وزن تیر) است و نمودار لنگر خمشی براساس تحلیل ارتجاعی می‌باشد. لنگرها را به‌منظور دستیابی به توزیع لنگر خمشی مطلوبتر توزیع مجدد کنید. مقادیر را روی یک نمودار که مهمترین مقادیر لنگرها و ابعاد را می‌دهد رسم کنید.



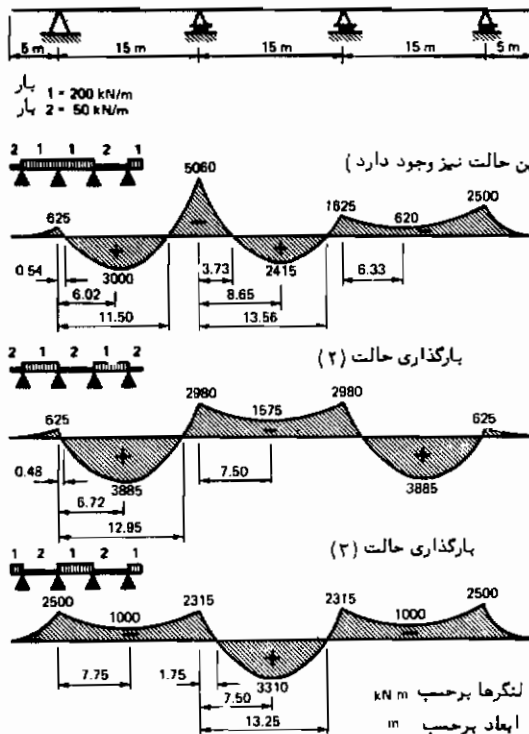
شکل ۷-۱۸

۷-۶-۳ مسأله ۷-۲ برای تیر و نمودار لنگر خمشی شکل ۷-۱۹ را تکرار کنید .



شکل ۷-۱۹

۷-۶-۴ تیر یکسره‌ای همراه با نمودارهای لنگر خمشی برای بحرانی ترین حالات بارگذاری (سه حالت) در شکل ۷-۲۰ نشان داده شده است. با استفاده از پخش مجدد لنگر حداکثر لنگرهای مثبت و منفی را همسان کنید. بارسم پوش لنگرهای توزیع مجدد شده نتایج را خلاصه کنید.



شکل ۷-۲۰

تحلیل خط سیلان و روش نواری هیلربورگ^۱ برای دالهای بتن آرمه

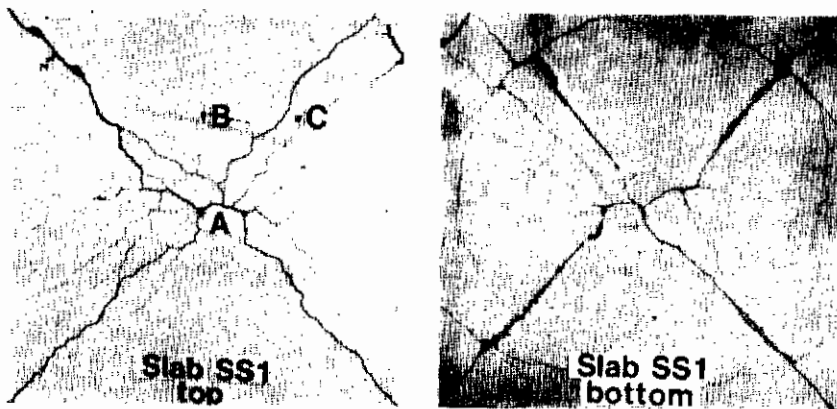
۸ - ۱ مقدمه

در فصل قبل نشان داده شد که کاربرد نظریه خمیری در مورد سازه‌های بتن آرمه معمولاً با مشکلاتی مواجه است. زیرا ظرفیت دورانی خمیری مقاطع بتنی تحت خمش محدود است. لیکن دالهای بتن آرمه تقریباً همیشه با فولاد بسیار کم هستند و داشتن مقاطعی با بیش از یک درصد فولاد غیر معمول است. در نتیجه دالها ظرفیت دورانی خمیری قابل ملاحظه‌ای دارند و می‌توان آنها را به‌خوبی به‌روشهای خمیری تحلیل و یا طراحی نمود. در این بخش دو روش که در حال حاضر کاربرد وسیعی دارند مورد بررسی قرار می‌گیرند. روش نظریه خط سیلان مشهورترین آنهاست. این روش با روشهای تحلیل سازه‌های فولادی که در آنها بارهای فروریختگی محاسبه می‌شدند مشابهت‌هایی دارد که در اینجا ملاحظه خواهند شد. روش نواری هیلربورگ یک روش تشریحی برای طراحی دال است، که استفاده از آن ساده و راحت است.

۸ - ۲ نظریه خط سیلان^۲

۸ - ۲ - ۱ یک مبنای تجربی در مورد تحلیل خط سیلان

نظریه خط سیلان اول بار توسط ژوهانسن^۳ ابداع گردید که تز دکترای خود را در این مورد در سال ۱۹۴۳ منتشر کرد (۲۶). تحقیقات زیادی نظر ژوهانسن را حتی شاید بیش از آنچه او فکر می‌کرد و یا در نظر می‌گرفت گسترش داد و هدف آنها ارتباط دادن نظریه خط سیلان با نظریه خمیری سنتی (به‌گونه‌ای دقیق‌تر) بود.

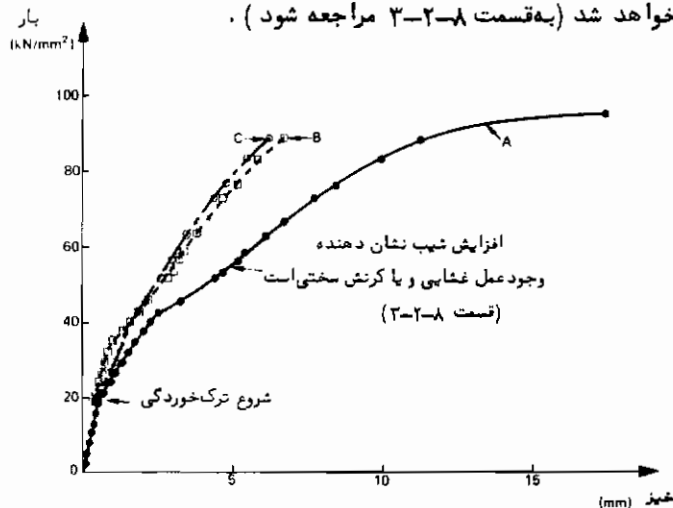


شکل ۸-۱ آزمایش روی دال مربع با تکیه‌گاههای ساده

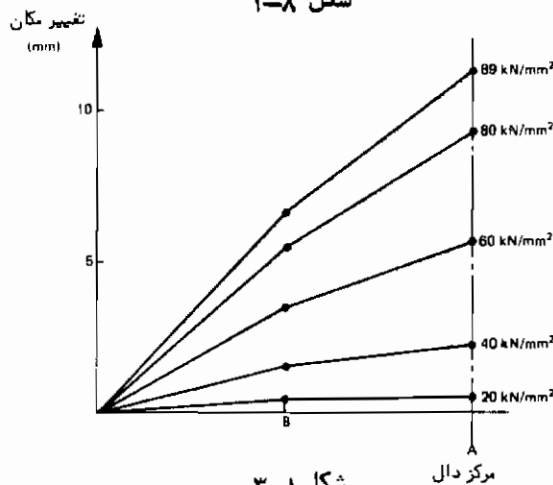
برای شروع، ساده‌ترین کار تبیین نظریه توسط آزمایش روی دالهای بتنی می‌باشد. تصاویر ۸-۱ و ۸-۵ و ۸-۱۶ دو سمت بالا و پایین سه نوع دال را که تحت بار یکنواخت گسترده قرار داشته و شرایط تکیه‌گاهی مختلفی دارند نشان می‌دهد. شکل ۸-۱ دال مربعی را نشان می‌دهد که به موازات اضلاع فولاد بندی شده است. لبه‌ها روی تکیه‌گاههایی قرار دارند که از حرکت قائم جلوگیری می‌کنند ولی مقاومت کمی در مقابل دوران دارند (تکیه‌گاههای ساده). در طرف کششی (طرف تحتانی دال که در شکل طرف بالا نامگذاری شده زیرا در آزمایش نیرو به سمت بالا اعمال می‌گردد) بخصوص نزدیک مرکز دال ترکهای متعددی وجود دارد. این ترکها نسبتاً در بار کمی شکل می‌گیرد، اما با افزایش بارها تنها تعداد کمی از آنها بزرگ می‌شوند. در این حالت خاص ترکها به تندی روی قطرها توسعه داده می‌شوند. در طرف دیگر (فشاری) دال بجز قسمتهای فشاری بتنی که در امتداد ترکهای عریض طرف کششی قرار دارد وضعیت نسبتاً نامشخص است. این مجموعه از ترکهای بزرگ و خرد شدگی بتن درست حالتی را که یک تیر با فولاد کم پس از دوران خمیری به ظرفیت لنگر مقاوم خود می‌رسد نشان می‌دهد. یک خط سیلان شکل ایده‌آسی از این وضعیت است. تصور خط سیلان به صورت یک سری از مقاطع تیر مجاور هم به‌طوری که هر مقطع تحت دوران خمیری قرار گرفته و به ظرفیت لنگر مقاوم خود می‌رسد شاید ساده‌ترین روش برای درک موضوع باشد.

در طول آزمایش اندازه‌گیرها در نقاط A و B و C (شکل ۸-۱) قرار داده شدند تا تغییر مکان قائم دال اندازه‌گیری شود. منحنیهای بار-تغییر مکان برای هر سه اندازه‌گیر در شکل ۸-۲ نشان داده شده‌اند. برای تغییر مکان وسط ناوه، منحنی، تغییر در شیب را در بار

کم نشان می‌دهد (وقتی ترک‌خوردگی شروع می‌شود) و سپس با گسترش خطوط سیلان در دال یک کاهش تدریجی در شیب ایجاد می‌گردد. ولی آن طور که انتظار می‌رفت شیب به طور پیوسته کاهش نمی‌یابد و به صفر (نشان دهنده فروپختگی) نمی‌رسد. این نکته‌ای است که بعداً" بیان خواهد شد (به قسمت ۸-۲-۳ مراجعه شود).



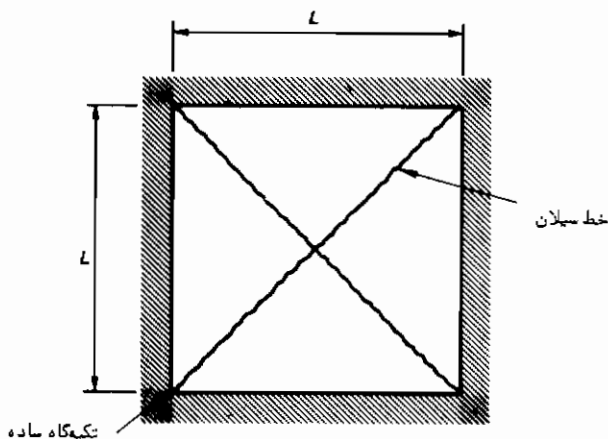
شکل ۲-۸



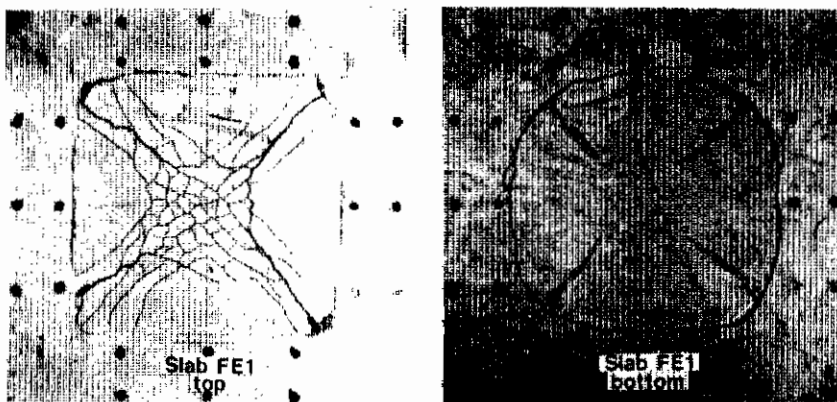
شکل ۳-۸

منحنیهای مربوط به نقاط B و C ابتدا از هم جدا شده ولی سپس به‌ازای بارهای بیشتر تقریباً" به هم می‌رسند. اگر در شکل ۳-۸ بارهای مختلف تغییر مکان مقطع روی محور میانی که از نقاط A و B می‌گذرد رسم شود، ملاحظه می‌شود که در بارهای زیاد مقطع تقریباً" یک خط مستقیم است. این موضوع و پیکان بودن تغییر مکان در نقاط B و C نشان می‌دهد که

به‌ازای بارهای نزدیک به بار فروریختگی منطقه بین خطوط گسیختگی از نظر عملی مسطح است.



شکل ۴-۸



شکل ۸ - ۵: آزمایش روی دال (تاوه) مستطیلی با لبه‌های گیردار

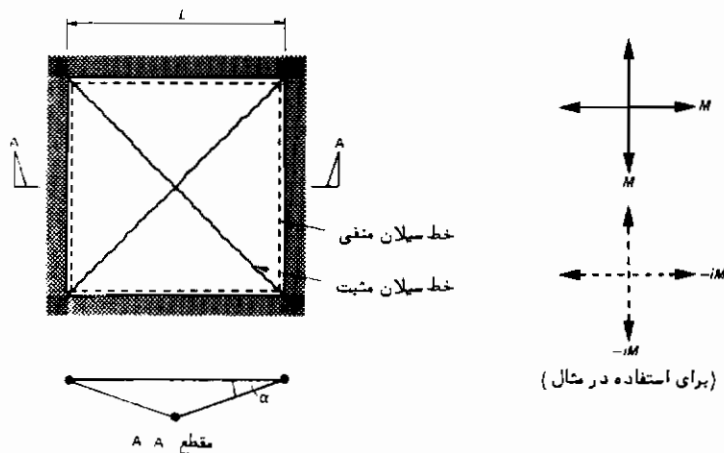
آزمایش و رفتار تجربی ما را به تعیین یک مدل ساده از فروریختگی تاوه هدایت می‌کند. مکانیزم فروریختگی شامل ۲ خط گسیختگی است که در تمام طول قطرها ادامه می‌یابند و قطعات مثلی صلبی از تاوه بین خطوط سیلان به‌وجود می‌آورند (شکل ۴-۸). لبه‌های تاوه و خطوط سیلان محوره‌های دوران برای قسمتهای صلب تاوه می‌باشند. این بدان معناست که دوران خمیری خطوط سیلان تنها تغییر شکل مربوط به تاوه می‌باشند. فصلهای ۳ و ۴ و ۵ اساساً مربوط به تحلیل مکانیزمهای فروریختگی بود ولی پذیرش آنها به عنوان

روشی محاسباتی در مبحث فعلی اشکالی ایجاد نخواهد کرد .

نتایج آزمایش روی یک مدل تاوه با لبه‌های گیردار (در مقابل تغییر شکل لبه‌ها کاملاً گیردار) و تحت بارگسترده یکنواخت در شکل ۸-۵ نشان داده شده است . این دال معادل با یک تیر دو سر گیردار است و با مشابهت سازی با یک چنین تیری ، انتظار می‌رود علامت لنگرها در وسط و لبه‌های تاوه مخالف یکدیگر باشند . این موضوع به وسیله شکل ۸-۵ مشخص شده است . ترک‌هایی در قسمت فوقانی تاوه وجود دارد که شکل آنها بسیار شبیه به حالت تاوه با تکیه‌گاه‌های ساده در شکل ۸-۱ است و شامل ترک‌های بسیار بزرگ قطری است . در اطراف لبه‌های فوقانی تاوه شواهدی از خرد شدن بتن وجود دارد و در پایین تاوه خرد شدن بتن در طول قطر‌ها و ترک‌های بزرگ اطراف لبه‌ها نمایان است . مکانیزم فروریختگی ایده‌آل در شکل ۸-۶ نشان داده شده است . توجه شود که خطوط سیلان مثبت قطری بطور متفاوتی از خطوط سیلان منفی اطراف لبه‌ها نمایش داده شده است .

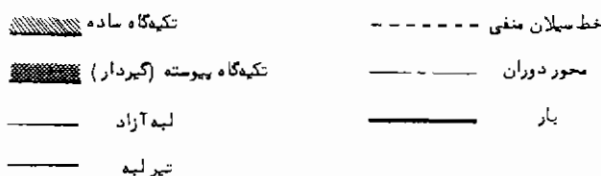
۸-۲-۲ علائمی برای تحلیل خط سیلان

شکل‌های مربوط به حل مسایل تاوه‌ها به علت تعدد اطلاعات لازم معمولاً پیچیده می‌شود .



شکل ۸-۶

برای سادگی کار علائم مفیدی تعریف شده است . تاکنون تعدادی از آنها به کار رفته است و در اینجا با جزئیات بیشتری مطرح می‌شوند .



۸-۲-۳ جنبه‌های نظری تحلیل خط سیلان

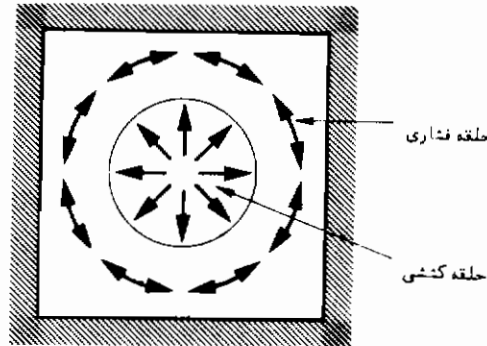
مشکل اصلی تحلیل خط سیلان تصمیم‌گیری در مورد مکانیزم فروریختگی است، خوشبختانه حالات استاندارد شده زیادی مشخص شده است (۲۷). عموماً هر الگوی خط سیلان بایستی به وسیله تجربه و مجموعه قوانین قابل استفاده‌ای تأیید شود. (به بند ۸-۲-۴ مراجعه شود) تضمینی وجود ندارد که الگوی انتخاب شده صحیح باشد. این الگو شرایط تعادل و مکانیزم را برآورده ساخته ولی لزوماً شرط تسلیم را برآورده نمی‌سازد. بدبختانه، کنترل این موضوع اگر غیر ممکن نباشد مشکل است بنابراین عموماً جواب مربوط به هر خط سیلان گرانمایایی می‌باشد. از جنبه نظری نتیجه تحلیل خط سیلان دست پایینی و سازه نامطمئن است زیرا در کرانه بالایی مقاومتی پیش از مقاومت واقعی تاوه به دست می‌آید. از نظر فیزیکی نتیجه مورد قبول و سازه مطمئن است زیرا در تحلیل از دو عامل مهم صرف نظر شده است.

۱- در محاسبه لنگرهای مقاوم تاوه از کرنش سختی در فولادها صرف نظر شده است. شکل ۷-۵ نشان می‌دهد که به ازای درصد های کم فولاد در تاوه، کرنش سختی، لنگرها را به طور مؤثری افزایش می‌دهد و بنابراین مقاومت تاوه زیاد می‌شود.

۲- نظریه خط سیلان حالت ایده‌آلی از رفتار واقعی تاوه است و در آن فرض شده است که بارهای قائم تنها توسط خمش تحمل می‌شوند، آزمایشها نشان می‌دهد که این گونه نیست. اگر تنها خمش وجود داشت شیب منحنی بار تغییر مکان تا مرحله شکست به طور پیوسته کاهش می‌یافت در حالی که منحنی بار-تغییر مکان وسط در شکل ۸-۲ ابتدا کاهش را نشان می‌دهد ولی دوباره افزایش می‌یابد و سپس مجدداً کاهش می‌یابد و بعد مقطع گسیخته می‌شود. افزایش شیب، ناشی از "عمل غشایی" است. در واقع قسمتی از بار توسط خمش و قسمتی توسط نیروهای ایجاد شده در داخل صفحه تاوه (عمل غشایی) تحمل می‌شود. تغییر مکان بیشتر تاوه باعث تأثیر بیشتر عمل غشایی می‌گردد.

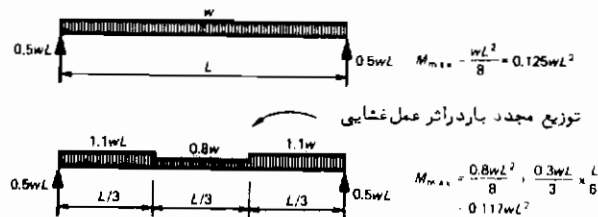
دو نوع مختلف از عمل غشایی وجود دارد. موقعی که لبه‌های تاوه در مقابل حرکت جانبی مقاومتی نداشته و یا کم دارند (که این حالت غالباً مربوط به لبه‌های تکیه‌گاه ساده است). "عمل غشایی کششی" به وجود می‌آید. سیستم نیروهای داخل سطحی در شکل ۸-۷

مشخص شده است .



شکل ۸ - ۷

برای تعادل افقی نیروهای کششی و فشاری لازمند . عمل غشایی باعث کاهش بارها در منطقه کششی و افزایش بارها در منطقه فشاری می‌شود . این عمل تعادل نیروهای قائم را باقی نگه داشته ولی حداکثر لنگر خمشی را کاهش می‌دهد . شکل ۸-۸ تأثیر عمل غشایی را روی تیرهای ساده نشان می‌دهد . این نوع از عمل غشایی بار فروریختگی را تا ۳۰ درصد بیشتر از بار خط سیلان افزایش می‌دهد .

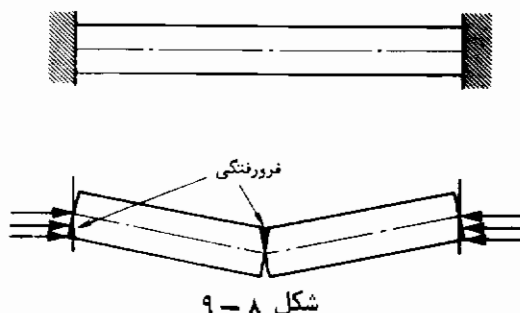


شکل ۸ - ۸

عمل " غشایی فشاری " در تاوهای که لبه‌های گیردار افقی دارند به وجود می‌آید . با باز- شدن ترک‌ها تاوه داخل لبه‌ها فرو می‌رود و این عمل نیروهای فشاری بسیار زیادی را در تاوه ایجاد می‌کند بنابراین تاوه مشابه یک قوس کم عمق یا پوسته عمل می‌کند . نتیجه حاصل شده افزایش در ظرفیت باربری تا ۲۰۰ درصد بالای بار خط سیلان می‌باشد .

اوکلتون^۱ (۲۸) مشاهده کرد که تحت بارگذاری قائم فروریختگی تاوه‌ای که باتاوه‌های اطرافش

یکپارچه باشد (گیرداری افقی) در عمل امکان پذیر نیست، لیکن به دلیل به وجود آمدن خیزهای زیاد استفاده از خواص عمل غشایی ممکن و مقدور نمی باشد.

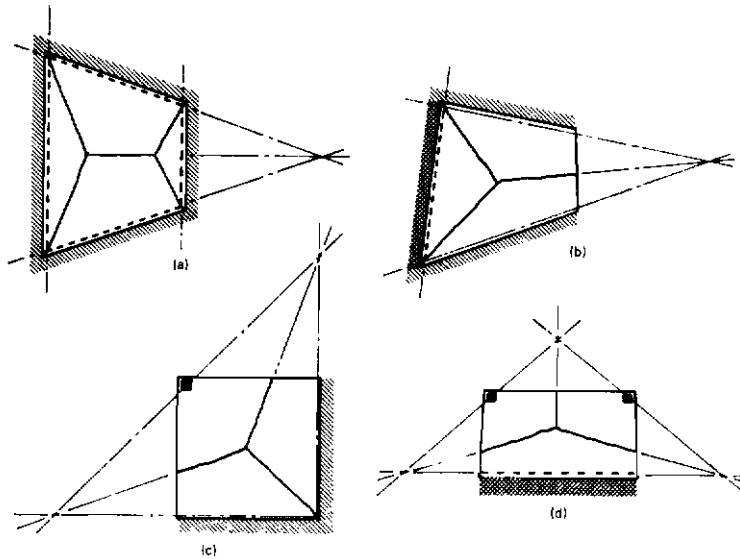


نحوه تشکیل خطوط سیلان به وسیله ضوابط متعارف تسلیم قابل پیش بینی است که می گوید، خط سیلان عمود بر لنگر خمشی که با لنگر مقاوم تاوه مساوی شده است به وجود می آید. لنگر فوق را می توان به صورت لنگری که باعث باز شدن ترکها می شود تصور کرد. به طوری که ترکها بر خط سیلان منطبق شوند. لنگرهای هر نقطه تاوه را به وسیله دایره مور می توان به دست آورد و خط سیلان عمود بر یکی از لنگرهای اصلی تشکیل می شود. (۲۹) معیار فوق تشکیل یک خط سیلان دیگر را نیز در هر نقطه تاوه و عمود بر خط سیلان اولی مجاز می داند. این معیار در هر نقطه تنها دو خط سیلان را اجازه می دهد.

۸-۲-۴ قوانینی برای تعیین مکانیزم فروریختگی

از پنج قانون زیر برای تعیین مکانیزم فروریختگی استفاده می شود. برای تأیید مکانیزمهای شکل ۸-۵ از آنها استفاده کنید.

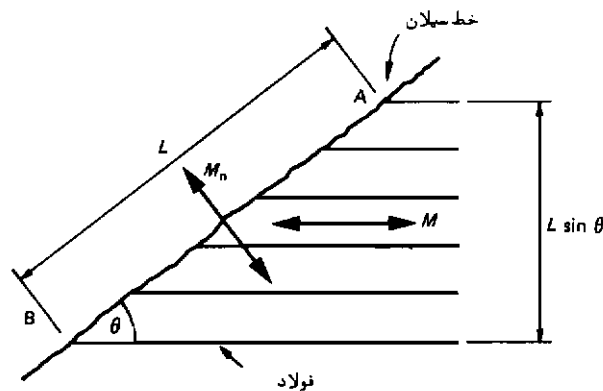
- ۱- خطوط سیلان معمولاً "مستقیم بوده و محورهای دوران هستند.
- ۲- خطوط سیلان به لبه های تاوه منتهی می شوند.
- ۳- محورهای دوران در طول لبه های تکیه گاه قرار گرفته، لبه های آزاد را قطع کرده و از روی ستونها می گذرند.
- ۴- محورهای دوران مربوط به صفحات صلب مجاور هم، یک نقطه تلاقی دارند (که ممکن است در فاصله نامحدودی قرار گیرد).
- ۵- غالباً "خطوط سیلان منفی در طول حداقل قسمتی از لبه گیردار به وجود می آیند.



شکل ۸-۱۰

۸-۲-۵ لنگر در طول خط سیلان

برای انجام محاسبات تحلیل خط سیلان لازم است لنگر در طول خط سیلان معلوم باشد در ابتدا دالی را با فولادگذاری تنها در یک جهت در نظر بگیرید . عموماً "خط سیلان نسبت به جهت فولادگذاری مورب است . مانند شکل ۸-۱۱



شکل ۸-۱۱

فرض شده است که فولادها جاری شده ولی مستقیم باقی میمانند . برای این فولادها

لنگر مقاومی برابر با M در واحد عرض در جهت فولادگذاری در نظر گرفته شده. در طول AB لنگر مجموع در جهت فولادگذاری برابر $ML \sin \theta$ می‌باشد. بنابراین در جهت عمود بر خط سیلان لنگر برابر است با:

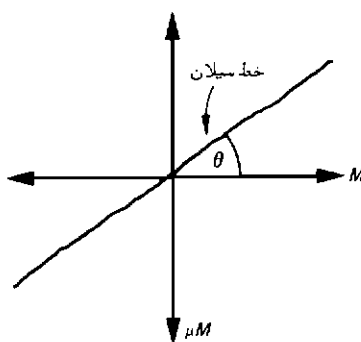
$$\begin{aligned} M_n L &= ML \sin \theta \times \sin \theta \\ M_n &= M \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (۱-۸)$$

که M_n لنگر در عرض واحد در امتداد خط سیلان است.

البته، معمولاً فولادگذاری در دو جهت است و برای محاسبه لنگر از معادله ۱-۸ استفاده می‌شود. شکل ۸-۱۲ حالت عمومی فولادگذاری عمود برهم را نشان می‌دهد. (توجه شود که برای مشخص کردن لنگر مقاوم هر سری از فولادها بردارها نشان دهنده جهت فولادها می‌باشند). با استفاده از معادله ۸-۱ ضرب μ مشخص کننده لنگرهای مقاوم متفاوت در دو جهت فولادگذاری است.

$$\begin{aligned} M_n &= M \sin^2 \theta + \mu M \sin^2 (90 + \theta) \\ M_n &= M \sin^2 \theta + \mu M \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (۲-۸)$$

اگر $\mu \neq 1$ باشد فولادگذاری را اورتوتروپیک^۱ (مقدار مختلف در دو جهت عمود برهم) گویند در حالت خاصی که $\mu = 1$ است فولادگذاری هم مقدار است (ایزوتروپیک^۲). وقتی $\mu = 1$ باشد

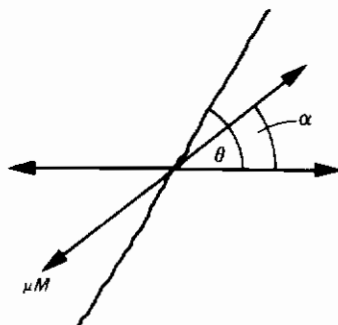


شکل ۸-۱۲

$$\begin{aligned} M_n &= M (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \\ M_n &= M \end{aligned} \quad (۳-۸)$$

بنابراین در طول خط سیلان مقدار لنگر مستقل از زاویه امتداد خط خواهد شد .
شایان ذکر است که آرماتورگذاری مورب یعنی حالتی که فولادها برهم عمود نباشند کمتر معمول است . در شکل ۸-۱۳ نمونه‌ای از این فولادگذاری نشان داده شده است . با استفاده مجدد از معادله ۸-۱ داریم .

$$M_n = M \sin^2 \theta + \mu M \sin^2 (\theta - \alpha) \quad (۸-۴)$$



شکل ۸-۱۳

دو نکته مورد توجه دیگر در مورد معادلات ۸-۱ الی ۸-۴ وجود دارد .

- ۱- بیاudاریم که M_n و M و μM همگی لنگرهای واحد عرض هستند . لنگر مجموع در طول خط سیلان حاصل ضرب M_n در طول خط مذکور است .
- ۲- M و μM بستگی به مقادیر فولاد در تاوه دارند و با تحلیل مقطع تیری به عرض واحد محاسبه می‌شوند . این موضوع در فصل ۷ تشریح شد . البته هریک از روشهای داده شده در CP 110 (شامل فرمولها) در موقع طراحی قابل استفاده است . در آغاز طراحی تاوه M و μM از تحلیل خط سیلان محاسبه می‌شوند و سپس فولادهای کافی برای باربری لنگرهای مقاوم گذارده می‌شوند .

۸-۲-۶ محاسبات

وقتی مکانیزم فروریختگی تعیین شد ، تاوه را می‌توان تحلیل کرد . روش تحلیل به کمک چند مثال تشریح می‌شود که مطابق معمول برای تشخیص نکات یا اشکالات مختلف طبقه‌بندی شده‌اند . محاسبات بر اساس روش کار مجازی است .

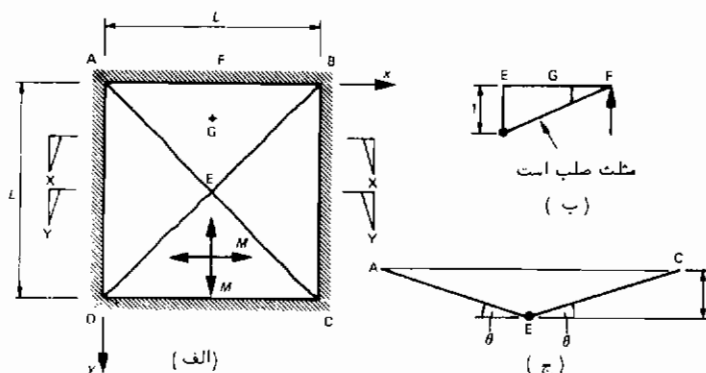
۸-۲-۶-۱ تاوه مربع شکل با تکیه گاههای ساده تحت بار گسترده یکنواخت (q بر واحد سطح)

پخش خطوط سیلان برای هر تاوه در قسمت ۸-۲-۱ مورد بحث قرار گرفت و مجدداً در شکل ۸-۱۴ الف نشان داده شده است. شکل همچنین مشخص کننده آن است که تاوه به صورت هم مقدار با ظرفیت M در واحد عرض فولادبندی شده است. تغییر مکان مکانیزم به وسیله تغییر مکان واحد (مجازی) قائم در مرکز تاوه بیان گردیده، به طوری که توجه شده است که صفحات مثلثی بین خطوط سیلان مسطح باقی می‌مانند، برای محاسبه کار خارجی:

$$\text{مجموع بار روی مثلث ABE} = q \times \left(\frac{1}{2} \times L \times \frac{L}{2} \right) = \frac{qL^2}{4}$$

مساحت سطح ABE \times بار گسترده یکنواخت =

مرکز ثقل این بارها در G است به طوری که با استفاده از خواص هندسی مثلث $FG : FE = 1:3$ اگر E به اندازه ۱ واحد تغییر مکان یابد، G به اندازه $\frac{1}{4}$ حرکت می‌کند با استفاده از تشابه مثلثها در شکل ۸-۱۴ ب



شکل ۸-۱۴

$$\text{کار خارجی ناشی از بار روی ABE} = \frac{1}{3} \times q \times \frac{L^2}{4} = \frac{qL^2}{12}$$

بار روی ABG \times تغییر مکان مرکز ثقل =

از آنجا که چهار مثلث یکسانند .

$$(۵-۸) \quad \text{مجموع کار خارجی} = 4 \times \frac{qL^2}{12} = \frac{qL^2}{3}$$

محاسبات مربوط به کار خارجی تقریباً "مشابه محاسبات مورد استفاده برای قابهای فلزی است . کار خارجی در حالت کلی به صورت زیر نوشته می شود .

$$(۶-۸) \quad \text{کار خارجی} = \Sigma \left[\int_A q \Delta dA \right]$$

انتگرال حاصل ضرب بار روی جزء سطح در تمام قسمتهای صلب
فاصله‌ای که جزء سطح طی می‌کند

انتگرال‌گیری لازم است زیرا الزاماً "بار روی قسمت صلب یکنواخت نیست .

کار داخلی کاری است که توسط دوران خطوط سیلان جذب می‌گردد. شکل ۸-۱۴ ج مقطعی از تاوه را در طول قطر AC نشان می‌دهد . با توجه به این که قسمتهای صلب مسطح باقی می‌مانند ، دوران خط سیلان BED در تمام طول خود ثابت است و مطابق شکل مساوی با 2θ می‌باشد .

$$\text{کار داخلی خط سیلان BED} = M_n \times \sqrt{(2)}L \times 2\theta$$

از آنجا که تاوه به صورت هم مقدار فولادبندی شده $M_n = M$ با توجه به شکل ۸-۱۴ ج

$$\theta = \frac{1}{EC} = \left(\frac{1}{\frac{\sqrt{(2)}L}{2}} \right) = \frac{\sqrt{2}}{L}$$

$$\text{کار داخلی برای BED} = M \times \sqrt{(2)}L \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{L} = 4M$$

به دلیل تقارن تاوه ، کار داخلی برای AEC مشابه مقدار فوق است و بنابراین

$$(۷-۸) \quad \text{مجموع کار داخلی} = 2 \times 4M = 8M$$

توجه شود که ابعاد تاوه از عبارت کار داخلی حذف شده است . کار داخلی در حالت کلی به صورت زیر می‌باشد

$$\text{کار داخلی} = \Sigma \left[\theta \int_s M_n ds \right] \quad (۸-۸)$$

انتگرال‌گیری لازم است زیرا لنگر در طول خط سیلان ممکن است در اثر تغییر در ضخامت تاوه یا فاصله فولادها تغییر کند .
با مساوی قرار دادن کار داخلی و کار خارجی در حالت تعادل داریم .

$$\frac{qL^2}{3} = 8M$$

بنابراین

$$q = \frac{24M}{L^2} \text{ یا } M = \frac{qL^2}{24} \quad (۹-۸)$$

برحسب آن که مسأله مربوط به تحلیل (M و L داده شوند) یا طراحی (q و L داده شوند) باشد دو شیوه برای حل مسأله وجود دارد . عبارت عمومی برای معادله کار عبارت است از :

$$\Sigma \left[\int_A q \Delta dA \right] = \Sigma \left[\theta \int_s M_n ds \right] \quad (۱۰-۸)$$

هر خط سیلان تمام قسمت‌های صلب

در این مثال موقعیت واقعی خطوط سیلان معلوم و فولادگذاری هم مقدار در دو جهت عمود بر هم بود . در نتیجه مشکلی در تعیین لنگر در طول خط سیلان وجود نداشت . در بیشتر مسایل کار به این سادگی نیست . به هریک از الگوهای شکل ۸-۱۰ نگاه کنید، در هریک از حالات الگوها پیچیده بوده و به درستی مشخص نشده‌اند و در حالت فولادگذاری متفاوت در جهت عمود برهم عملاً تعیین لنگر در طول هر خط سیلان غیر ممکن می‌شود . خوشبختانه کار داخلی به وسیله روش دیگری قابل محاسبه است .

خط سیلان AE را در نظر بگیرید . فولادهای جهت x جاری شده و لنگر مقاوم برابر M_x

در واحد عرض است .

$$\text{مجموع لنگر در جهت } x \text{ در امتداد AE} = \frac{M_x L}{2}$$

مقاطع X-X و Y-Y شکل ۱۴-۸ در شکل ۱۵-۸ نشان داده شده است در مقاطع شکل ملاحظه می شود به دلیل وجود قسمتهای صلب دوران خمیری این لنگرها در تمام طول AE برابر θ_x است. با استفاده از ابعاد شکل

$$\theta_x = 1 \left| \frac{L}{2} = \frac{2}{L} \right|$$

کار داخلی انجام شده توسط لنگر در جهت x برابر است با

$$\text{کار داخلی} = \frac{ML}{2} \times \frac{2}{L} = M$$

در جهت y، مجموع لنگر در طول $AE = ML/2$ است. مقاطع مشابه با X-X و Y-Y را می توان رسم کرد و نشان داد که:

$$\theta_y = \frac{2}{L}$$

بنابراین کار داخلی مجدداً برابر M می شود.

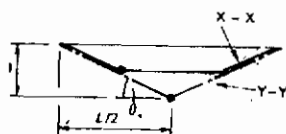
$$AE \text{ مجموع کار داخلی برای } M + M = 2M$$

سه قسمت دیگر الگوی خط سیلان مشابه با AE می باشند، یعنی

$$(۸-۱۱) \quad (\text{مانند قبل}) \quad 4 \times 2M = 8M \text{ مجموع کار داخلی می شود.}$$

در این روش لنگر در طول خط سیلان و دوران خمیری خط سیلان به مؤلفه های برداری تقسیم شده اند.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\int_S M_x ds} &= \overrightarrow{\int M_x dy} + \overrightarrow{\int M_y dx} \\ \vec{\theta} &= \vec{\theta}_x + \vec{\theta}_y \\ \vec{\theta} \cdot \vec{M}_n &= (\theta_x + \theta_y) \cdot \left(\overrightarrow{\int M_x dy} + \overrightarrow{\int M_y dx} \right) \\ &= \vec{\theta}_x \cdot \overrightarrow{\int M_x dy} + \vec{\theta}_y \cdot \overrightarrow{\int M_y dx} \end{aligned} \quad (۸-۱۲)$$



شکل ۸-۱۵

اگر رابطه فوق برای هر خط سیلان نوشته شده و با یکدیگر جمع شوند عبارت عمومی برای کار داخلی را به دو شکل می‌توان نوشت

$$(۸-۱۳) \quad \text{کار داخلی} = \sum \left[\theta \int_s M_x ds \right] = \sum \left[\theta_x \int M_x dy + \theta_y \int M_y dx \right]$$

برای مثال فوق استفاده از این روش سودی ندارد، ولی همان طور که ملاحظه خواهد شد در مثالهای بعد غالباً تنها روش ممکن است.

۸-۶-۲- تاوه مربع شکل با لبه‌های گیردار و تحت بار گسترده یکنواخت

این تاوه در شکل ۸-۶ نشان داده شده است. دوسری لنگر مقاوم وجود دارد. آنهایی که به وسیله بردارهای پر مشخص شده‌اند توسط فولادهای پایین تاوه (مقاوم در مقابل لنگرهای مثبت) تأمین می‌شوند. بردارهای خط چین، لنگرهای مقاوم تأمین شده به وسیله فولادهای فوقانی را نشان می‌دهند. در هر دو حالت فولادگذاری هم مقدار در دو جهت عمود برهم است.

از نظر محاسبات تنها مورد اختلاف با مثال قبل مربوط به کار خارجی خطوط سیلان منفی اطراف لبه دال می‌باشد. اگر به مرکز تاوه یک تغییر مکان قائم واحد داده شود کار خارجی مشابه مثال قبل است.

$$\text{کار خارجی} = \frac{qL^2}{3}$$

کار داخلی خطوط سیلان مثبت همانند مثال قبل است.

$$8M = \text{کار داخلی در خطوط سیلان مثبت}$$

$$\text{کار داخلی در خطوط سیلان منفی} = 4 \times iML \times \frac{1}{L/2}$$

تعداد خطوط سیلان
مجموع لنگرها
دوران خط سیلان

$$8iM = \text{در طول خط سیلان}$$

توجه شود که می‌توان از علامت لنگر و دوران صرف نظر کرد و کار داخلی همیشه مثبت می‌شود. دوران خط سیلان منفی عبارت از زاویه α در مقطع شکل ۸-۵ است.

$$\text{مجموع کار داخلی} = 8(1+i)M$$

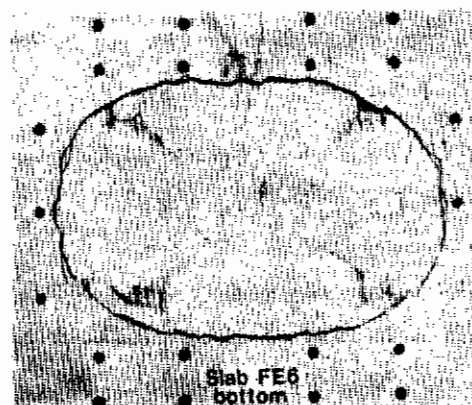
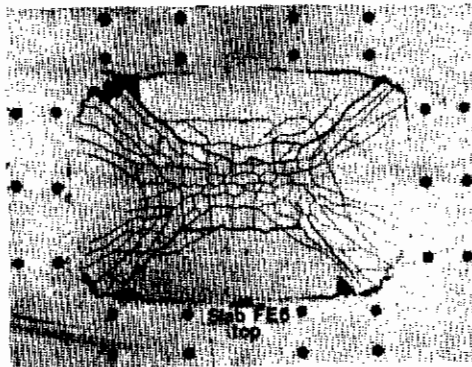
برای تعادل

$$\frac{qL^2}{3} = 8(1+i)M$$

در گوشه‌ها مکانیزم ایجاب می‌کند که یک خط سیلان مثبت و دو خط سیلان منفی که از یک نقطه می‌گذرند بوجود آیند. همان گونه که قبلاً" شرح داده شد لنگر در هر نقطه‌ای روی خط سیلان باید یکی از لنگرهای اصلی در آن نقطه باشد. در معیار تسلیم رسیدن هر دو لنگر اصلی به مقدار مقاومت مربوطه به آنها امکان پذیر است بنابراین در هر نقطه می‌توان دو خط سیلان در نظر گرفت که بر یکدیگر عمودند. واضح است در گوشه‌ها سه خط سیلان وجود دارد که پذیرفتنی نیست. برای مکانیزم فوق محاسبات کاملاً" معتبر بوده ولی روشن است که جواب یک کرانه بالایی است.

۸- ۲- ۶- ۳ تاوه مستطیلی اورتروپیک با لبه‌های گیردار

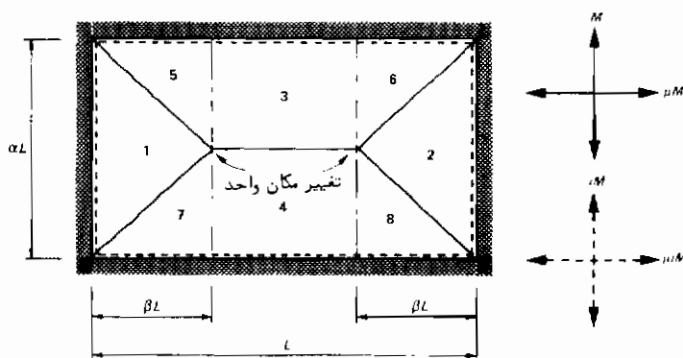
در این مثال از مدل شکست تاوه مستطیلی شکل ۸-۱۶ استفاده شده است.



شکل ۸-۱۶ آزمایش برای تاوه مستطیلی با لبه‌های گیردار

الگوی سیلان شکل ۸-۱۷ با توجه به چگونگی ترکهای بزرگ و بتن خرد شده به دست آمده است. آزمایشها نشان می‌دهد که نقطه تلاقی خطوط سیلان مثبت توسط طول βL مشخص می‌شود که بستگی به نسبت طولهای اضلاع و پارامتر μ که معرف فولادگذاری متفاوت در دو جهت است، دارد. در نتیجه موقعیت واقعی خطوط سیلان مورب نامعلوم است. این بدان معنی است که برای تعیین لنگر و دوران این خطوط سیلان عبارتهای پیچیده‌ای لازم است. به کمک روش برداری، کار داخلی را بدون زحمت زیادی می‌توان به دست آورد. وقتی معادله کار به دست آورده شد، لازم است مقدار بحرانی β را تعیین کرد.

فرض می‌شود که بارهای وارد بر تاول، بار گسترده یکنواخت q بر واحد سطح و بار خطی Q بر واحد طول در امتداد خط مرکزی بلندتر باشد. تغییر شکل مکانیزم توسط تغییر مکان واحد تعریف می‌شود که در شکل ۸-۱۷ نشان داده شده است.



شکل ۸-۱۷

$$\begin{aligned}
 \text{کار خارجی} &= q \frac{\alpha L \times \beta L}{2} \times \frac{1}{3} \times 2 + q \frac{\alpha L \times (1 - 2\beta)L}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \\
 &\quad \text{1, 2} \qquad \qquad \qquad \text{3, 4} \\
 &+ q \frac{\alpha L}{2} \times \frac{\beta L}{2} \times \frac{1}{3} \times 4 + Q \beta L \times \frac{1}{2} \times 2 + Q \times (1 - 2\beta)L \times 1 \\
 &\quad \text{5, 6, 7, 8} \qquad \text{1, 2} \qquad \qquad \text{3, 4}
 \end{aligned}$$

برای سادگی محاسبات قسمتهای صلب به مثلثها و مستطیهای تقسیم شده است. هریک از قسمتها شماره‌گذاری شده تا محاسبات مربوط به آن مشخص باشد. اعداد زیر هر عبارت مربوط به اعداد شکل ۸-۱۷ می‌باشند.

$$\begin{aligned} \text{کار خارجی} &= q \frac{\alpha \beta L^2}{3} + q \left(\frac{\alpha}{2} - \alpha \beta \right) L^2 + q \frac{\alpha \beta L^2}{3} \\ &\quad + Q \beta L + Q(1 - 2\beta)L \\ &= q \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha \beta}{3} \right) L^2 + Q(1 - \beta)L \end{aligned}$$

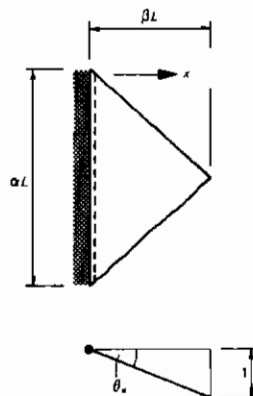
برای محاسبه کار داخلی قدری باید تأمل کرد. خطوط سیلان شکل ۸-۱۸ را در نظر بگیرید. تنها با استفاده از مؤلفه‌های برداری در جهت x خواهیم داشت.

$$\text{کار داخلی} = \mu M \times \alpha L \times \theta_x + \mu i M \times \alpha L \times \theta_x$$

خطوط سیلان منفی خطوط سیلان مثبت

$$= \mu M(1 + i) \times \alpha L \times \frac{1}{\beta L}$$

$$= \mu M(1 + i) \frac{\alpha}{\beta}$$



شکل ۸-۱۸

برای طرف دیگر تاوه نیز می‌توان از عبارت فوق استفاده کرد. سایر خطوط سیلان موازی محور x بوده و مؤلفه‌ای برای θ در آن جهت ندارند. این بدان معنی است که مجموع کار داخلی برای مؤلفه جهت x عبارت است از

$$= 2\mu M(1 + i) \frac{\alpha}{\beta}$$

اکنون قسمتی از تاوه را که در شکل ۸-۱۹ نشان داده شده است در نظر بگیرید. قسمت

صلب ذوزنقه‌ای شکل مسطح است بنابراین زاویه θ_y ، دوران خمیری برای مؤلفه‌های y هر خط سیلان در شکل ۸-۱۹ می‌باشد.

$$= ML\theta_y + iML\theta_y = \text{کار داخلی}$$

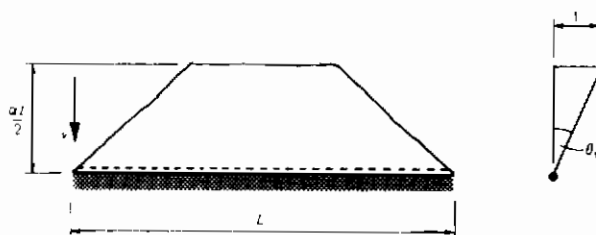
خطوط سیلان منفی خطوط سیلان مثبت

$$= M(1+i)L \times \frac{1}{\alpha L/2}$$

$$= 2M(1+i)\frac{1}{\alpha}$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \text{مجموع کار داخلی} &= 2\mu M(1+i)\frac{\alpha}{\beta} + 4M(1+i)\frac{1}{\alpha} \\ &= 2M(1+i)\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta}\right) \end{aligned}$$



شکل ۸-۱۹

و معادله کار عبارت است از:

$$2M(1+i)\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta}\right) = q\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3}\right)L^2 + Q(1-\beta)L \quad (۸-۱۴)$$

معادله ۸-۱۴ لنگر مقاوم M را به بارهای q و Q مربوط می‌سازد. مقدار بحرانی متغیر β مقداری است که به ازای داده‌های q و Q بزرگترین مقدار M به دست می‌آید (یا برعکس). با تعیین β که از معادلات زیر به دست می‌آید مقدار حداکثر M حاصل می‌شود.

$$\frac{dM}{d\beta} = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{dq}{d\beta} = 0 \quad (۸-۱۵)$$

(از معادله دوم بر می آید که رابطه‌ای بین q و Q وجود دارد). برای نشان دادن چگونگی موضوع و برای سادگی محاسبات فرض می‌شود که $Q = 0$ است: بنابراین

$$2M(1+i) = q \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3} \right) L^2 \left/ \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta} \right) \right. \quad (۸-۱۶)$$

با استفاده از قاعده دیفرانسیل

$$\frac{2(1+i)}{qL^2} \frac{dM}{d\beta} = \frac{\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta} \right) \left(-\frac{\alpha}{3} \right) - \left(-\frac{\mu\alpha}{\beta^2} \right) \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3} \right)}{\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta} \right)^2} = 0$$

که به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\mu\alpha}{\beta} \right) \left(-\frac{\alpha}{3} \right) + \left(\frac{\mu\alpha}{\beta^2} \right) \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha\beta}{3} \right) &= 0 \\ -\frac{2}{3} - \frac{\mu\alpha^2}{3\beta} + \frac{\mu\alpha^2}{2\beta^2} - \frac{\mu\alpha^2}{3\beta} &= 0 \\ \frac{2}{3} + \frac{2\mu\alpha^2}{3\beta} - \frac{\mu\alpha^2}{2\beta^2} &= 0 \end{aligned}$$

با ضرب طرفین معادله در $6\beta^2$ داریم:

$$4\beta^2 + 4\mu\alpha^2\beta - 3\mu\alpha^2 = 0$$

که با حل آن

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{-4\mu\alpha^2 \pm \sqrt{(16\mu^2\alpha^4 + 48\mu\alpha^2)}}{8} \\ &= \frac{-\mu\alpha^2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\mu^2\alpha^4 + 3\mu\alpha^2)} \end{aligned}$$

مقدار ممکنه β وقتی حاصل می‌شود که زیر رادیکال مثبت باشد (مقدار منفی نشان می‌دهد که خطوط سیلان خارج از تاوه قرار می‌گیرند) بنابراین

$$\beta_{crit} = \frac{-\mu\alpha^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\mu^2\alpha^4 + 3\mu\alpha^2)} \quad (۸-۱۷)$$

با جایگزینی این مقدار در معادله ۸-۱۶ جواب بحرانی از معادله کار به دست می‌آید. معادله

۸-۱۷ نشان می‌دهد که β_{crit} بستگی به ضرایب μ و α دارد که به ترتیب مشخص کننده وضعیت فولادگذاری عمود برهم و نسبت اضلاع تاوه هستند.

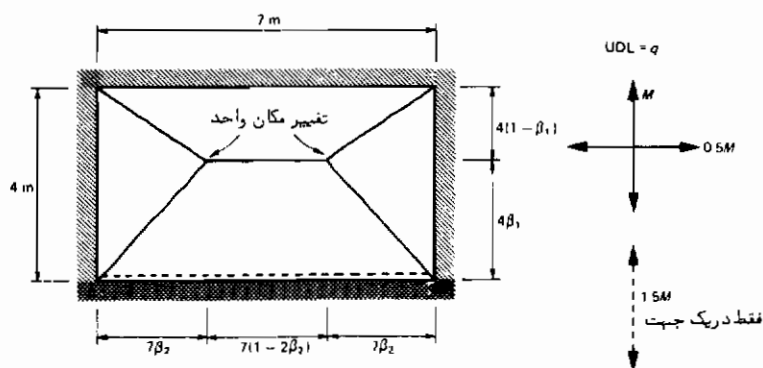
خواننده می‌تواند تحقیق کند که وقتی $Q = kqL$ است معادله درجه دوم برای β_{crit} عبارت است از:

$$4\beta^2 + 4(\mu\alpha^2 + 3\mu\alpha k) - 3(\mu\alpha^2 + 2\mu\alpha k) = 0$$

۸-۲-۶-۴ تاوه مستطیلی ارتروپیک با تکیه‌گاههای مختلف

تعیین حالت بحرانی وقتی که متغیرهای متعددی در مکانیسم وجود دارد بسیار پیچیده می‌شود. تاوه شکل ۸-۲۰ را در نظر بگیرید. به دلیل شرایط مرزی مختلف روی لبه‌های طولی، دو متغیر β_1 و β_2 وجود دارد. بدست آوردن معادله کار بسیار شبیه به مثال قبل است. این معادله عبارت است از

$$\frac{7M}{4} \left[\frac{1.5\beta_2(1-\beta_1) + \beta_2 + 0.3265\beta_1(1-\beta_1)}{\beta_1\beta_2(1-\beta_1)} \right] = \frac{14q}{3}(3-2\beta_2)$$



شکل ۸-۲۰

$$\frac{\partial M}{\partial \beta_1} = 0 \quad \frac{\partial M}{\partial \beta_2} = 0$$

با حل توأم معادلات زیر

مقادیر بحرانی β_1 و β_2 به دست می‌آید، ولی دیفرانسیل‌گیری بسیار دشوار است. روش دیگر استفاده از شیوه آزمون و خطاست. به آسانی محدوده مناسبی برای β_1 و β_2 انتخاب کنید و سپس برای ترکیبات متعددی از β_1 و β_2 معادله کار را محاسبه نمایید. به نظر خسته کننده می‌آید ولی در واقع با داشتن یک ماشین حساب، بسیار سریع محاسبه می‌شود. و پس از کمی آزمایش به مقادیر بحرانی نزدیک می‌شوید.

در این حالت β_1 نزدیک ۰/۵ است، بنابراین با محدوده بین ۰/۳ تا ۰/۷ شروع می‌کنیم. β_2 کمتر از ۰/۵ است بنابراین محدودهای بین ۰/۱۵ تا ۰/۳۵ برای آن در نظر می‌گیریم. محاسبات در جدول ۸-۱ داده شده است.

		جدول ۸-۱								
		مقادیر M/q								
$\beta_2 \backslash \beta_1$		0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7
0.15		0.603	0.663	0.713	0.754	0.785	0.805	0.814	0.811	0.793
0.2				0.726	0.770	0.803	0.825	0.835	0.832	0.812
0.25						0.803	0.826	0.836	0.832	0.812
0.3							0.815	0.825	0.821	
0.35							0.796	0.807	0.803	

نتایج جدول را با مقادیر واقعی که در داخل پرانتزها نشان داده شده‌اند مقایسه کنید

$$\beta_{1crit} = 0.6 \quad (0.613)$$

$$\beta_{2crit} = 0.25 \quad (0.227)$$

$$M = 0.836q \quad (0.838q)$$

ملاحظه می‌شود که اختلاف قابل توجه نیست.

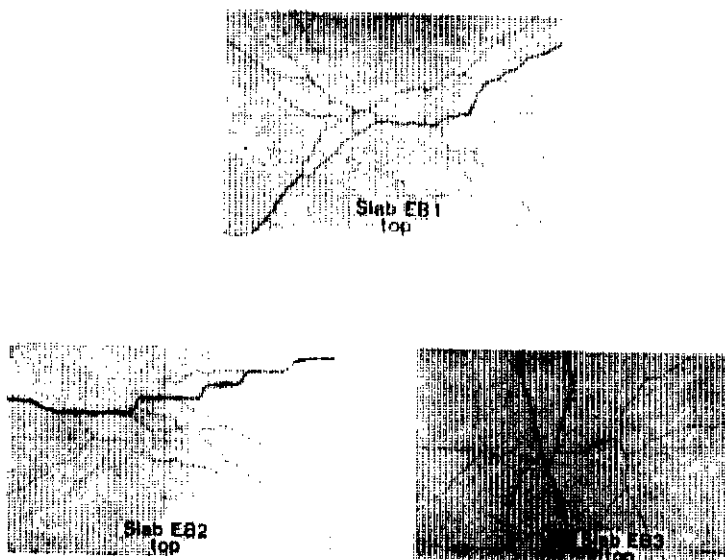
۸-۲-۲ تاوهای با تیرهای لبه محیطی

تاوهای بتن‌آرمه‌ای که پیرامون آنها روی تیرهای لبه تکیه دارد و فاصله ستونهای واقع در گوشه‌های تاوه دهانه این تیرها هستند بسیار معمول می‌باشند. تحت بارهای اعمال شده تاوه و تیرها همگی تغییر مکان می‌دهند. اکنون شرایط مرزی با آنچه تا کنون در نظر گرفته شده است تفاوت می‌کند و لذا بررسی بیشتری ایجاب می‌کند.

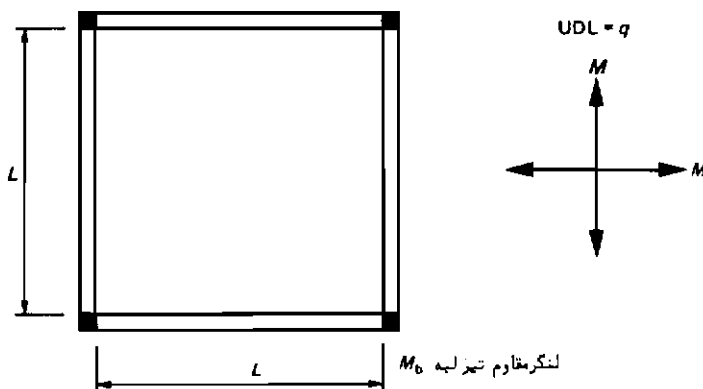
آزمایشهای روی ترکیبات تاوه و تیر نتایج جالبی به دنبال داشته است. بسته به نسبت لنگرهای مقاوم تیرها و تاوه شکلهای مختلف شکست به وجود می‌آید. شکل ۸-۲۱ مکانیزمهای مختلفی را نشان می‌دهد که از آزمایشهای روی تاوه حاصل شده‌اند. اشکال آنست که مشخص نیست در هر مسأله کدام مکانیزم به وجود می‌آید.

به نظر می‌رسد محاسب بایستی هر مکانیزم را آزمایش کند تا معلوم شود که کدام یک

بمازای کمترین بار به وجود می‌آید. تاوه مربع شکل ۲۲-۸ را در نظر بگیرید. معادلات کار برای مکانیزمهای مختلف به شرح زیر است.



شکل ۸-۲۱ آزمایشها برای تاوه‌های با تیرهای لبه

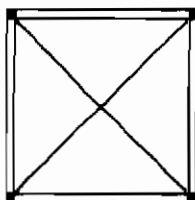


شکل ۸-۲۲

(الف) تیرهای محیطی به قدری قوی هستند که در تاوه مکانیزم قطری به وجود می‌آید تنها خطوط سیلان مثبت لازم می‌شود زیرا در گوشه‌ها، تیرها پس از شکست پیچشی، قابلیت چرخش دارند. (در شکل ۸-۲۱ به گوشه سمت چپ تاوه EB1 نگاه کنید) معادله کار برای این

مکانیزم قبلا" تعیین شده است (به قسمت ۸-۲-۶-۱ مراجعه شود) .

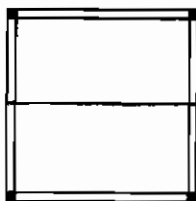
$$q = \frac{24M}{L^2} \quad (۸-۱۸)$$



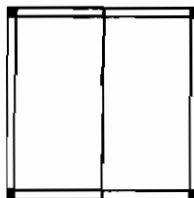
(ب) معادله کار با فرض تغییر مکان واحد در طول خط سیلان به دست می آید .

$$\begin{aligned} \text{کار داخلی} &= ML \left(2 \times \frac{1}{L/2} \right) + 2M_b \left(2 \times \frac{1}{L/2} \right) \\ &= 4M + \frac{8M_b}{L} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{کار خارجی} &= qL \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \\ &= \frac{qL^2}{2} \end{aligned}$$



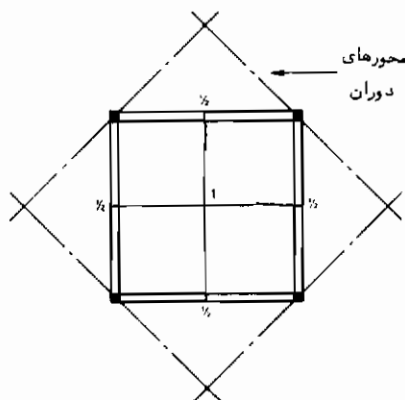
یا



برای فروزریختگی داریم :

$$q = \frac{8M}{L^2} \left(1 + \frac{2M_b}{ML} \right) \quad (۸-۱۹)$$

(ج) با مراجعه به قوانین محوره‌های دوران تعیین تغییر مکانهای نسبی در مکانیزم ممکن می شود .



$$\begin{aligned} \text{کار داخلی} &= \left[ML \left(2 \times \frac{1/2}{L/2} \right) + 2M_b \left(2 \times \frac{1/2}{L/2} \right) \right] \times 2 \\ &\approx 4M + \frac{8M_b}{L} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{کار خارجی} &= q \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 \\ &= \frac{qL^2}{2} \end{aligned}$$

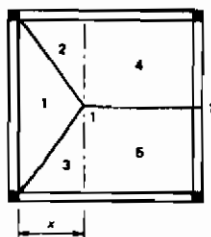
بنابراین با استفاده از معادله کار

$$q = \frac{8M}{L^2} \left(1 + \frac{2M_b}{ML} \right) \quad (۲۰-۸)$$

که مشابه با مکانیزم قبل است.

(د) این مکانیزم نهایی وقتی که یکی از لبه تیرها ضعیفتر از سایر لبه‌ها است

به وجود می‌آید.



$$\begin{aligned} \text{کار داخلی (با استفاده از مؤلفه‌های برداری)} &= ML \left(2 \times \frac{1}{L/2} \right) + M_b \left(2 \times \frac{1}{L/2} \right) + ML \frac{1}{x} \end{aligned}$$

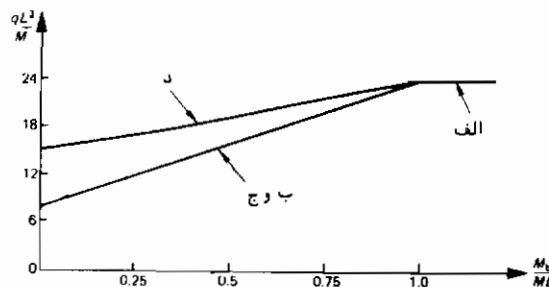
$$\begin{aligned}
 &= 4M + \frac{4M_b}{L} + \frac{ML}{x} \\
 &= 4M \left(1 + \frac{M_b}{ML} + \frac{L}{4x} \right) \\
 \text{کار خارجی} &= q \frac{Lx}{2} \times \frac{1}{3} + q \frac{L}{2} \times \frac{x}{2} \times \frac{1}{3} \times 2 + q(L-x) \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \\
 &\quad \quad \quad 1 \quad \quad 2,3 \quad \quad \quad 4,5 \\
 &= q \frac{Lx}{6} + q \frac{Lx}{6} + q \frac{L^2}{2} - q \frac{Lx}{2} \\
 &= \frac{qL}{2} \left(L - \frac{x}{3} \right)
 \end{aligned}$$

بنابراین

$$q = \frac{8M}{L} \left(1 + \frac{M_b}{ML} + \frac{L}{4x} \right) \bigg/ \left(L - \frac{x}{3} \right) \quad (۲۱-۸)$$

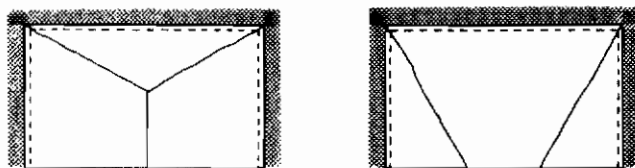
از رابطه فوق نسبت به x مشتق گرفته و نتیجه را مساوی صفر قرار می‌دهیم در این حال مقدار بحرانی x به دست می‌آید.

در نظر گرفتن بارهای فروریختگی در معادلات ۱۸-۸ تا ۲۱-۸ جالب توجه خواهد بود. در معادلات ۱۹-۸ تا ۲۱-۸ بار فروریختگی بستگی به M_b/ML که نسبت مقادیر لنگرهای مقاوم تیرهای محیطی و تاوه است، دارد، شکل ۲۳-۸ نمودار مربوط به مقادیر بار فروریختگی بر حسب M_b/ML است، نمودار نشان می‌دهد که وقتی $M_b/ML > 1$ است مکانیزم (الف) بحرانی است زیرا تیرها در مقابل فروریختگی به اندازه کافی قوی هستند. وقتی $M_b/ML = 1$ است بار فروریختگی مکانیزمها یکسان است.



شکل ۸-۲۳

مطالعه اثر متقابل تیرها و تاوه همان طور که (۳۱ و ۳۰) وود نشان داده است موضوع جالب توجهی است و بدین جهت در این بخش به عنوان نکته‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. در بعضی از تاوه‌ها، بویژه آنهایی که دارای تیرهای محیطی یا لبه‌های آزاد هستند، مکانیزمهای ممکن متعددی وجود دارد که برای هر یک، الگوهای خطوط سیلان مختلفی می‌توان رسم کرد و برای پیدا کردن بار فروریختگی تاوه لازم است هر یک را تحلیل کرد. شکل ۸-۲۴ مثال نمونه‌ای را نشان می‌دهد.

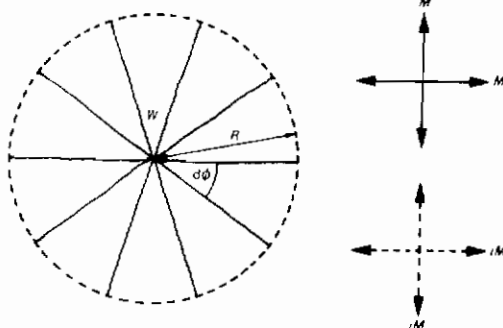


شکل ۸-۲۴

۸-۲-۸ خط سیلان پروانه‌ای

۸-۲-۸-۱ تاوه‌های با بارهای متمرکز

وقتی یک تاوه با بارگذاری متمرکز آزمایش می‌شود، ترکها از نقطه زیر بار به صورت شعاعی شکل می‌گیرند. شکست خمشی وقتی به وجود می‌آید که ترکهای شعاعی کاملاً توسعه یافته و یک ترک دایره‌ای شکل در طرف دیگر تاوه تشکیل گردد این مکانیزم فروریختگی در شکل ۸-۲۵ مشخص شده است. (اطراف بار متمرکز برش می‌تواند مطرح باشد، اما در این کتاب مورد نظر نمی‌باشد). به مکانیزم فوق با توجه به شکل آن غالباً "خط سیلان پروانه‌ای می‌گویند مقدار W که باعث فروریختگی می‌شود با تغییر مکان واحد آن به‌طور قائم به روش معمول محاسبه می‌شود.

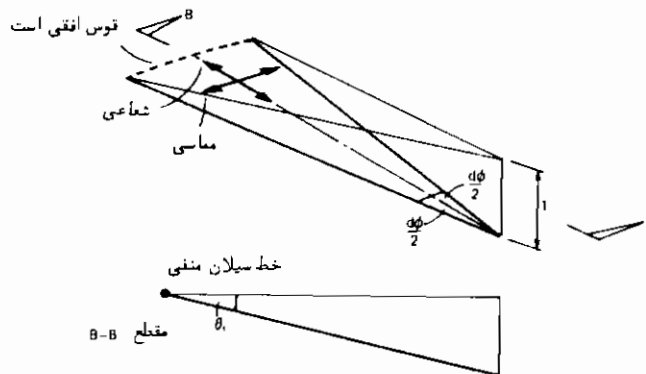


شکل ۸-۲۵

$$W \times 1 = \text{کار خارجی}$$

$$W$$

محاسبه کار داخلی به سادگی کار خارجی نیست و لازم است چگونگی مکانیزم مورد بررسی قرار گیرد. منطقه صلب خارج از خط سیلان منفی، مسطح و افقی باقی می ماند. هر قسمت از پروانه مطابق شکل ۸-۲۶ تغییر شکل می دهد. تمام تغییرشکلهای با دوران خمیری در لبه های آن قسمت به وجود می آیند. در نظر گرفتن مؤلفه های برداری لازم است. اِدار این حالت مؤلفه های شعاعی و مماسی نشان داده شده اند. وقتی که فولادگذاری هم مقدار در جهت عمود برهم است لنگرهای دو جهت M و iM به ترتیب برای خطوط سیلان مثبت و منفی در نظر گرفته می شوند.



شکل ۸-۲۶

از آنجا که منطقه خارج از مکانیزم مسطح و افقی است. منحنی خط سیلان منفی نیز افقی است. این بدان معنی است که در امتداد جهت شعاعی هر قسمت نسبت به قسمت دیگر دورانی نخواهد کرد، یعنی برای مؤلفه های شعاعی دوران

$$0 = \text{کار داخلی است}$$

برای مؤلفه مماسی دوران

$$\begin{aligned} \text{کار داخلی} &= MR d\phi \times \theta_t + iMR d\phi \times \theta_t \\ &= M(1+i)R d\phi \times \frac{1}{R} \\ &= M(1+i)d\phi \end{aligned}$$

مجموع کار داخلی عبارت است از حاصل جمع کار داخلی کلیه قسمت‌ها . برای یک پروانه با زاویه مرکزی ϕ

$$M(1+i)\phi = \text{مجموع کار داخلی}$$

و برای یک پروانه کامل

$$M(1+i)2\pi = \text{مجموع کار داخلی}$$

نکته جالب توجه آنست که کار داخلی مستقل از شعاع پروانه می‌باشد این بدان معنی است که در یک تاوه با لبه‌های گیردار با هر شکلی که باشد در همه جا فولادگذاری فوقانی وجود خواهد داشت . بار فروریختگی به صورت زیر است .

$$W_c = 2\pi M(1+i) = 6.28M(1+i)$$

چون شرطی برای شعاع پروانه وجود ندارد ، پروانه کامل می‌تواند در داخل تاوه به وجود آید . ضریب i صرفاً وسیله‌ای برای بیان لنگر در طول خطوط سیلان منفی بر حسب لنگر مثبت است . البته ، هر مقداری می‌تواند داشته باشد . بنابراین وقتی $i=0$ ، نتیجه مربوط به تاوه‌ای با تنها فولاد تحتانی است . پس یک تاوه با تکیه‌گاههای ساده و بار متمرکز وقتی فروریخته خواهد شد که

$$W_c = 6.28M$$

یک طراح که اطلاعاتی از خط سیلان پروانه‌ای ندارد ، برای یک تاوه با فولادگذاری هم مقدار با لبه‌های گیردار ، احتمالاً الگوی خطوط سیلان قطری مطابق بخش ۸-۲-۶-۲ را انتخاب خواهد کرد . از الگوی قطری رابطه زیر به دست می‌آید :

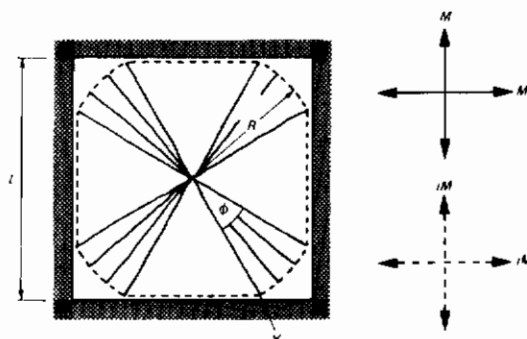
$$W_c = 8M(1+i)$$

این مقدار ۲۷ درصد بیشتر از بار فروریختگی پروانه‌ای است :

۸-۲-۸ موارد دیگر از خطوط سیلان پروانه‌ای

مثال بخش ۸-۲-۶-۲ به عنوان یک کرانه بالایی مطرح شد چرا که در گوشه‌ها خطوط سیلان زیادی ایجاد می‌شوند که از آنها صرف نظر شده بود ، در عکس مربوط به تاوه مربع - شکل گیردار (شکل ۸-۵) ملاحظه می‌شود که خطوط سیلان منفی با انحنایی از کنار گوشه‌ها می‌گذرند ، همچنین ترکهای زیادی نزدیک قطرها به وجود می‌آید ، این ترکها را می‌توان خطوط

سیلان مثبت دانست. در نتیجه الگوی خط سیلان در شکل ۸-۲۷ می‌تواند شکل مطلوب‌تری از مکانیزم فروریختگی باشد.



شکل ۸-۲۷

این مکانیزم شامل چهار پروانه است که به اندازه زاویه ϕ گسترش یافته‌اند. بیاد داریم که مرکز سطح یک قطعه دایروی در فاصله دوسوم شعاع دایره از مرکز آن است. می‌توان نشان داد که معادله کار برای این مکانیزم عبارت است از:

$$q = \frac{24M(1+i)}{L^2} \left[\frac{\frac{\phi}{2} + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)}{\frac{\phi}{2} \sec^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)} \right]$$

قسمت اول معادله فوق (که داخل کادر است) مساوی با جواب مربوط به حالت خط سیلان قطری است. زاویه ϕ متغیر است، و مقدار بحرانی آن با محاسبات تقریباً برابر با 30° می‌باشد.

$$q = \frac{21.75M(1+i)}{L^2}$$

این جواب هنوز تنها یک کرانه بالایی است. در نقطه Y، اگر چه اکنون خط سیلان منفی پیوسته است لیکن زاویه تلاقی خطوط سیلان منفی و مثبت 90° نمی‌باشد. فاکس^۱ (۳۲) جواب واقعی را به ازای $i=1$ به دست آورده است. محاسبات انجام شده توسط وی نشان داد که مکانیزم فروریختگی شرایط تعادل، تسلیم و مکانیزم را برآورده می‌سازد، حل مسأله با استفاده از عملیات ریاضی و کامپیوتر انجام گردید. مقدار واقعی بار فروریختگی

عبارت است از:

$$q = \frac{42.851M}{L^2}$$

مقدار اضافه بار فروریختگی حاصله نسبت به حالت مکانیزم قطری ۱۲ درصد و نسبت به حالت مکانیزم پروانه‌ای ۱/۵ درصد می‌باشد. زحمت اضافه ناشی از به کارگیری مکانیزم اخیر بایستی در مقابل اعمال افزایشی در ضریب اطمینان مورد سنجش قرار گیرد. به یاد بیاوریم که بتن مصالحی متغیر بوده و نظریه خطوط سیلان بر اساس فرضیات ساده کننده‌ای می‌باشد.

۸-۲-۹ جزئیات طراحی

به کمک روش خط سیلان، لنگرهای مقاوم لازم جهت مقاومت در مقابل فروریختگی به دست می‌آید. در بارهای عملی تاوه هنوز در حد ارتجاعی است، با گسترش مکانیزم فرو ریختگی به مقدار قابل ملاحظه‌ای لنگرها توزیع مجدد می‌شوند و ترک خوردگی بتن به انجام آن کمک می‌کند. برای تأمین آنکه در بارهای عملی ترکها کوچک باشند بایستی فولادگذاری را با نسته‌های عملی در نظر گرفت، تا در نتیجه تحت بارهای عملی توزیع لنگر ارتجاعی متناسب گردد. در تمام مثالهای تاوه با لبه‌های گیردار لنگر مقاوم اطراف لبه‌ها به کمک ضریب i طوری انتخاب شده‌اند تا با لنگرهای مقاوم وسط تاوه متفاوت باشند. ضریب فوق بایستی چنان در نظر گرفته شود که لنگرهای مقاوم تقریباً "به همان نسبت لنگرهای ارتجاعی در بارهای عملی باشد" CP 110 پیشنهاد می‌کند که ضریب i بایستی بین ۱/۵ تا ۱/۵ باشد، اگر چه نتایج نظریه ارتجاعی (۲۹) نشان می‌دهد که این محدوده بایستی بین ۱/۵ تا ۲/۵ باشد.

۸-۲-۱۰ روش تعادل

روش کار مجازی ممکن است به محاسبات ریاضی پیچیده‌ای بیانجامد. روش دیگری ارائه شده است که تعادل هریک از قسمت‌های صلب را در نظر می‌گیرد. روش تعادل در این کتاب تشریح نخواهد شد، زیرا نویسنده تصور می‌کند که برای شروع کار روش کار مجازی ساده تر است. روش تعادل بسیار نیرومند بوده و در کتابهای درسی متعدد کاملاً تشریح شده است.

۸-۳-۳ روش نواری هیلربرگ

۸-۳-۱ تاریخچه

این روش در سال ۱۹۵۶ میلادی توسط هیلربرگ ابداع گردید (۳۴). در روش هیلر

بورگ کرانه پایینی برای مقاومت تاوه به دست می‌آید و بنابراین ذاتاً "در جهت اطمینان است. قبل از مراجعه به این روش لازم است خمش در تیر و تاوه مقایسه شوند. در شکل ۸-۲۸ با بررسی تعادل اجزاء کوچکی از تیر و تاوه این کار انجام شده است. در جزء تیر تعادل در جهت قائم به وسیله نیروهای برشی در هریک از دو انتها و در جزء تاوه به وسیله نیروهای برشی روی تمام چهار وجه تأمین شده است. برای حفظ تعادل لنگر، لنگرها می‌باید در دو انتهای جزء تیر و اطراف جزء تاوه اثر کنند. اختلاف در آنست که در تاوه هم لنگرهای خمشی هم لنگرهای پیچشی وجود دارد (با توجه به طبیعت دوبعدی تاوه). از معادلات حاصله ضوابطی برای تعادل خمشی به دست می‌آید و از آنجا که در این معادلات صحبتی از طبیعت مصالح نشده است فرورپختگی مطرح نمی‌شود. در تیر لنگرهای خمشی در مقابل بارهای اعمال شده مقاومت می‌کنند، در تاوه این بارها توسط لنگرهای خمشی حول محورهای x و y و همچنین لنگرهای پیچشی تحمل می‌شوند. معادله تعادل زیر نقطه شروعی برای روش هیلر بورگ است. در صورتی

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} = -q$$

که فرض شود لنگرهای پیچشی M_{xy} و M_{yx} همیشه صفر باشند، از مقاومت پیچشی تاوه صرف نظر شد ما ست (با صرف نظر از مقاومت پیچشی، مقاومت کلی می‌بایستی دست بالا باشد). با توجه به این موضوع معادله تعادل به صورت زیر در می‌آید.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q$$

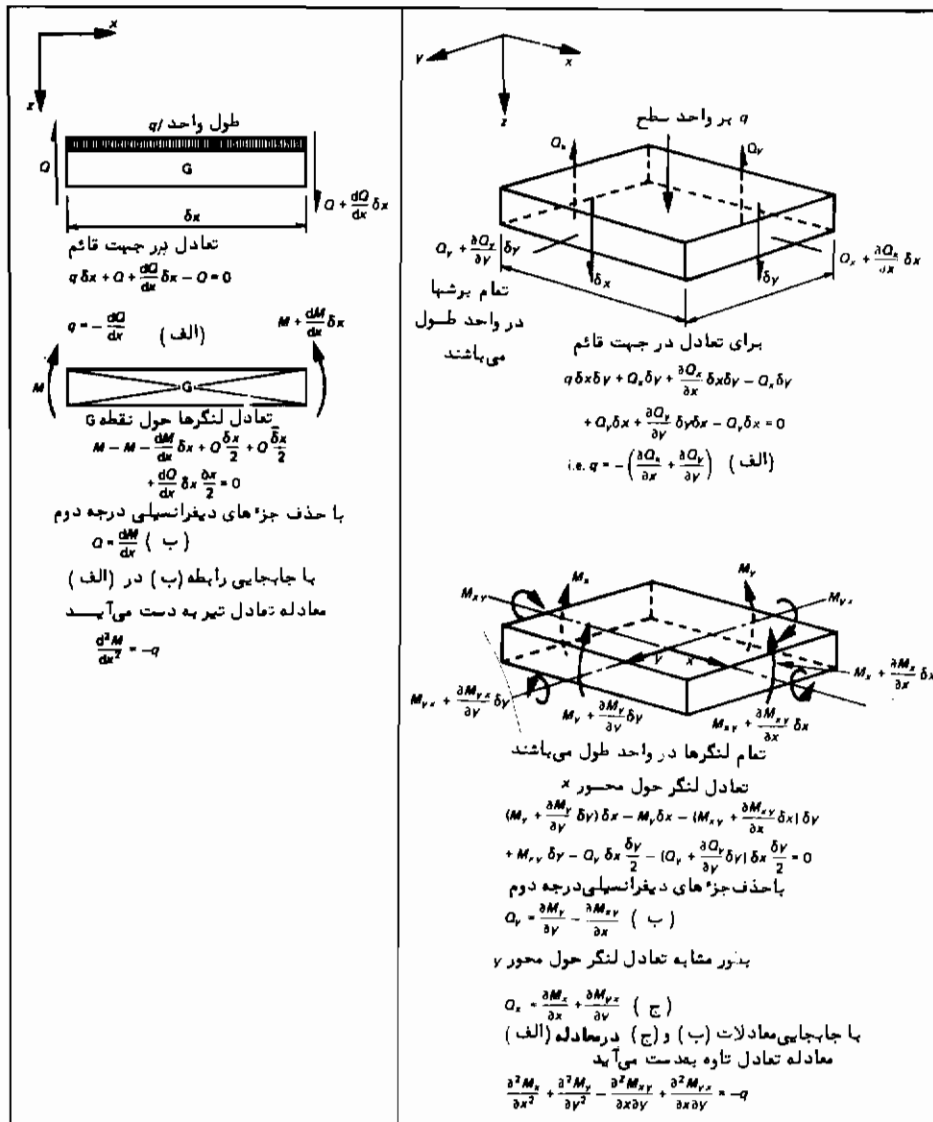
اکنون فرض کنید که قسمتی از بار توسط خمش حول محور x و قسمتی توسط خمش حول محور y تحمل شود، بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} &= -\alpha q \\ \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} &= -(1-\alpha)q \quad \text{می‌شود} \end{aligned}$$

این معادلات مشابه معادله مربوط به خمش تیر می‌باشد. مسأله تاوه به مسأله خمش یک تیر تبدیل شده است. احتمالاً "بسیار مناسب و نه ضروریست که α برابر با یک یا صفر فرض شود، بنابراین:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} = -q \quad \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = 0 \quad \text{برای } \alpha = 1$$

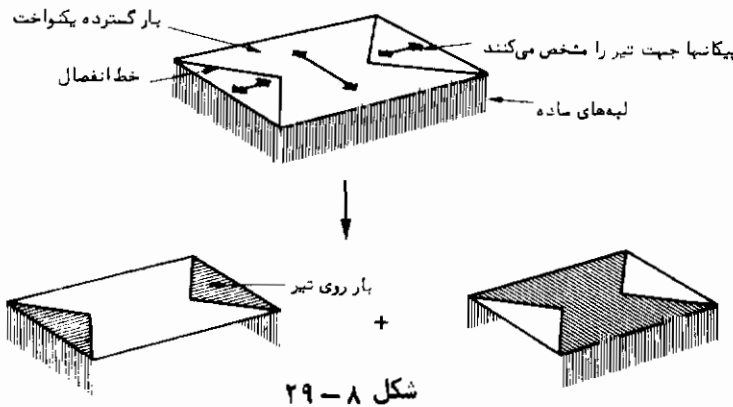
$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial n^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q \quad \text{برای } \alpha = 0$$



شکل ۸-۲۸

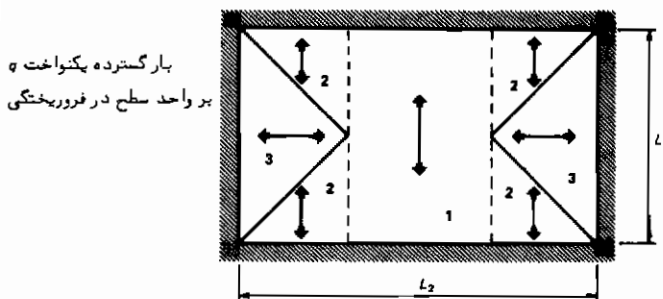
بنابراین فرض شده است که در فرورپختگی بار توسط تیرهایی به دهانه بین لبه‌های دو طرف مقابل تاوه تحمل شده است. این موضوع در شکل ۸-۲۹ نشان داده شده است.

خطوط انفصال صرفاً بار روی تاوه را تقسیم می‌کند. برای هر خط وضعیت بحرانی وجود ندارد، بنابراین نیازی به محاسبات پیچیده ریاضی نیست. این موضوع یکی از فواید این روش است مسئله طراحی تاوه اکنون به طراحی تیر تبدیل شده است. بهتر است این موضوع توسط چند مثال روشن شود.

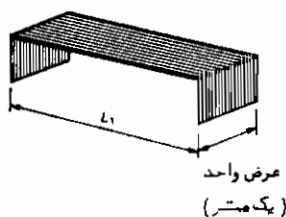


۸-۳-۲ تاوه مستطیلی با تکیه‌گاهها ساده تحت بار گسترده یکنواخت

تاوه شکل ۸-۳۰ را در نظر بگیرید. بدیهی است که در گوشه‌های تاوه بار بایستی توسط هر دو لبه که یکدیگر را در گوشه تاوه قطع می‌کنند تحمل شود. از اینرو مطابق شکل منطقی است که خط انفصال از گوشه تاوه بگذرد. بردارها جهتی را که بار در امتداد آن پخش می‌گردد و به لبه‌های تاوه توسط خمش برده می‌شود نشان می‌دهند. در میانه اضلاع بلندتر بار تنها روی تیری به دهانه فاصله بین دو ضلع بلند وارد می‌شود. کل بارگذاری روی دو تیر به آنچه که در شکل ۸-۲۹ نشان داده شده است بسیار شبیه است، ولی نیازی به فولادگذاری یکسان در هر دو تیر نیست. تیرها به وسیله خطوط خط چین به نوارهای جزئی تری تقسیم شده‌اند. (مطابق شکل). (نامگذاری روش فوق به دلیل وجود همین نوارها است) تحلیل نوارهای مجزا به شرح زیر است:



نوار ۱ - نواری به عرض واحد را در نظر بگیرید. این نوار تیری به دهانه L_1 است. که تحت بار یکنواخت می‌باشد.

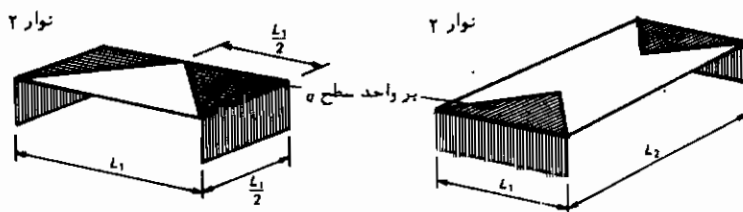


$$q \times 1 = \text{بار روی نوار}$$

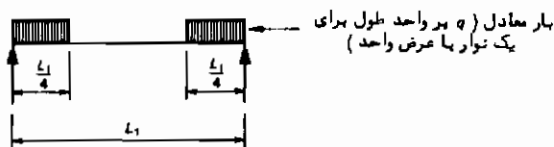
$$= q \text{ در واحد طول}$$

$$\text{در واحد عرض} = \frac{qL_1^2}{8} = \text{حداکثر لنگر}$$

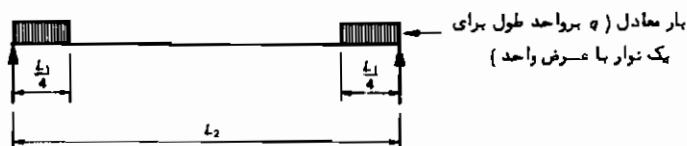
این لنگر، لنگر طراحی نوار است. تحلیل نوارهای ۲ و ۳ پیچیده است برای سادگی کار مجموع بار را به‌طور یکنواخت در عرض نوار پخش کرده و سپس از یک ضریب تصحیح استفاده می‌کنیم به‌طوری که لنگر واقعی به دست آید.



نوار ۲ - اکنون می‌توان از عرض واحدی از تاوله که مطابق شکل زیر بارگذاری شده است استفاده نمود.



نوار ۳

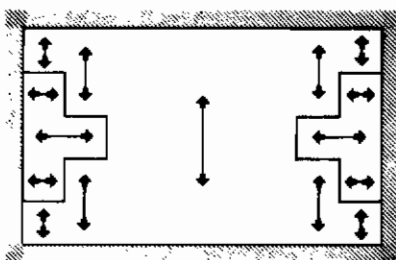


$$\text{در واحد عرض} = \frac{qL_1^2}{32} = \text{حداکثر لنگر}$$

$$\text{در واحد عرض} = \frac{KqL_1^2}{32} = \text{حداکثر لنگر واقعی}$$

ضریب تصحیح K در بخش بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

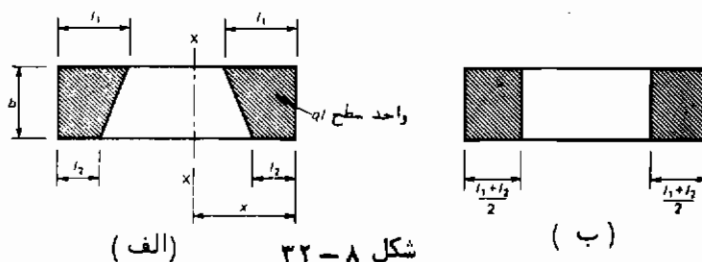
استفاده از خط انفصال مورب ضروری نیست و نحوه تقسیم بار مطابق شکل ۸-۳۱ به همان اندازه رضایت بخش است و تنها عامل تعیین کننده در انتخاب نوارها، عملی بودن آنها است. برای هر نوار، لنگر طراحی و فولاد گذاری جداگانه‌ای وجود دارد. بطور کلی داشتن نوارهای متعدد غیر عملی است زیرا جزئیات فولادگذاری بسیار دشوار می‌شود.



شکل ۸-۳۱

۸-۳-۳ ضریب تصحیح K

شکل ۸-۳۲ الف پلان نوار نمونه‌ای را با بارگذاری متغیر نشان می‌دهد.



شکل ۸-۳۲

$$= qb \frac{(l_1 + l_2)}{2} = \text{(عکس العمل تکیه‌گاهی) مجموع بار در هریک از دو انتهای نوار.}$$

برای پیدا کردن فاصله مرکز ثقل بار از انتهای تیر این گونه عمل می‌شود.

$$\begin{aligned}
 qb \frac{(l_1 + l_2)}{2} \times \bar{x} &= qb \times l_2 \times \frac{l_2}{2} + qb \frac{(l_1 - l_2)}{2} \times \left(l_2 + \frac{l_1 - l_2}{3} \right) \\
 &= qb \left[\frac{l_2^2}{2} + \frac{(l_1 - l_2)}{2} \frac{(2l_2 + l_1)}{3} \right] \\
 &= \frac{qb}{6} (3l_2^2 + 2l_1l_2 + l_1^2 - 2l_2^2 - l_1l_2) \\
 &= \frac{qb}{6} (l_1^2 + l_1l_2 + l_2^2)
 \end{aligned}$$

$$\bar{x} = (l_1^2 + l_1l_2 + l_2^2) / 3(l_1 + l_2)$$

بنابراین لنگر در مقطع $X-X$ عبارت است از

$$\begin{aligned}
 M &= qb \frac{(l_1 + l_2)}{2} x - qb \frac{(l_1 + l_2)}{2} (x - \bar{x}) \\
 &= qb \frac{(l_1 + l_2)}{2} \bar{x}
 \end{aligned}$$

(لنگر در هر مقطعی که $x > \bar{x}$ باشد ثابت است)

$$M = \frac{qb}{6} (l_1^2 + l_1l_2 + l_2^2)$$

شکل ۸-۳۲ ب نوار مشابهی را با بار گسترده یکنواخت در عرض نوار نشان می‌دهد. درمقطع

$X-X$

$$M = \frac{qb(l_1 + l_2)^2}{8}$$

بنابراین

$$K qb \frac{(l_1 + l_2)^2}{8} = \frac{qb(l_1^2 + l_1l_2 + l_2^2)}{6}$$

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{4}{3} \frac{(l_1^2 + l_1l_2 + l_2^2)}{(l_1 + l_2)^2} \\
 &= \frac{4}{3} \left[\frac{(l_1 + l_2)^2 - l_1l_2}{(l_1 + l_2)^2} \right] \\
 &= \frac{4}{3} \left(1 - \frac{l_1l_2}{l_1^2 + 2l_1l_2 + l_2^2} \right)
 \end{aligned}$$

$$K = 1.333 - \frac{1.333}{\frac{l_1}{l_2} + 2 + \frac{l_2}{l_1}}$$

با مراجعه به مثال بخش قبل، در نوارهای ۲ و ۳ $l_1 = L_1/2$ و $l_2 = 0$

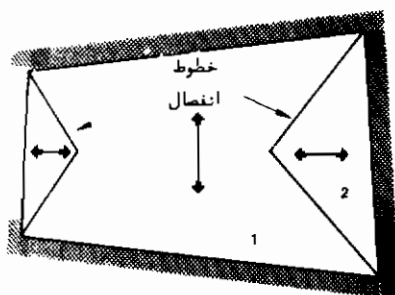
$$K = 1.333 - \frac{1.333}{\frac{L_1/2}{0} + 2 + \frac{0}{L_1/2}} = 1.333$$

و

$$\text{لنگر طراحی برای هردو نوار} = 1.333 \frac{qL_1^2}{32} = \frac{qL_1^2}{24}$$

۸-۳-۴ تاوها لبه‌های گیردار

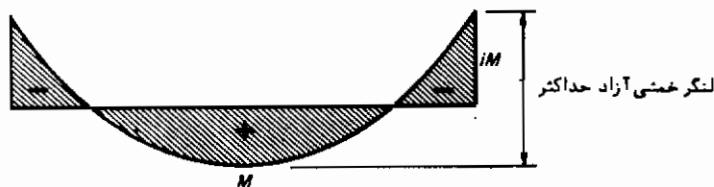
در شکل ۸-۳۳ تاوهای با سه لبه گیردار و یک لبه ساده نشان داده شده است بدون هیچ اشکالی روش فوق را می‌توان برای تاوه غیر مستطیلی به کار برد. یک لبه گیردار صلب‌تر از لبه ساده است و بنابراین لبه گیردار در گوشه، قسمت بیشتری از بار را نسبت به لبه ساده جذب می‌کند. در تاوه این موضوع در نظر گرفته شده و خط انفصال به سمت تکیه‌گاه ساده تمایل بیشتری پیدا کرده است.



شکل ۸-۳۳

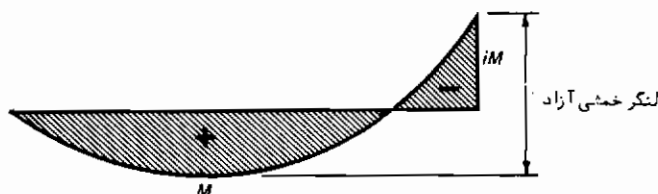
روش لنگر خمشی واکنش و آزاد برای تعیین لنگرهای طراحی از همه مناسب‌تر است.

نوار ۱



$$\text{لنگر خمشی آزاد حداکثر} = (1+i)M$$

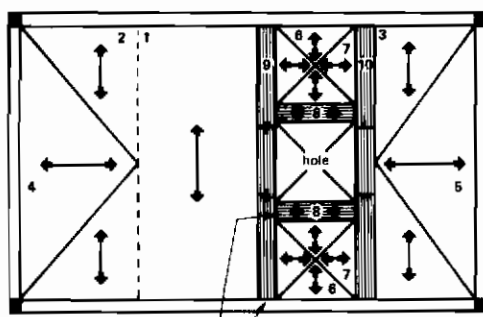
نوار ۲



نوارهای فوق حالات استاندارد هستند که در بخش سوم در نظر گرفته شدند. نسبت مقادیر لنگرهای لبه و وسط دهانه (ضریب i) را همانند روش خط سیلان به‌طور عملی باید تعیین کرد. (قسمت ۸-۲-۹).

۸-۳-۵ تاوه توخالی

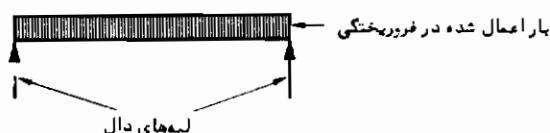
وجود یک حفره به‌طور مؤثری پیوستگی تاوه را از بین می‌برد و ایجاد دهانه بین دو طرف مقابل تاوه را غیر ممکن می‌سازد. با استفاده از نوارهای قوی، اطراف حفره، این ضعف برطرف می‌گردد، همان‌گونه که در شکل ۸-۳۴ مشخص شده است. این نوارها تکیه گاهی برای سایر نوارها محسوب شده و اطراف حفره را نیز تقویت می‌کنند. با ملاحظه بارگذاری روی هریک از دهانه‌ها این موضوع قابل تشخیص است.

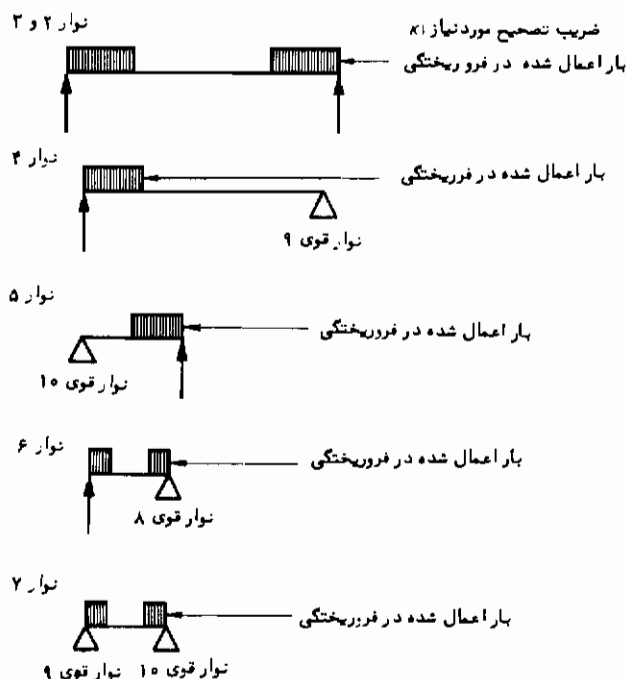


نوارهای قوی

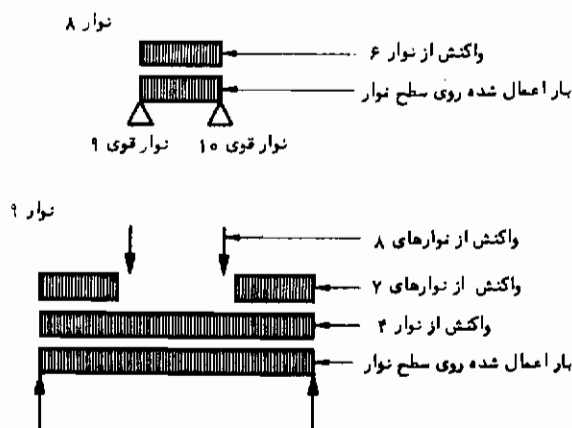
شکل ۸-۳۴

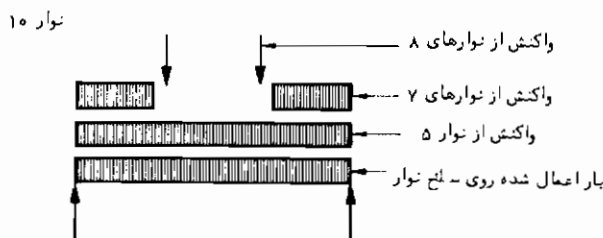
نوار ۱





تا کنون، روش محاسبات مطابق مثال قبل بوده است. در مورد نوارهای قوی تعیین بارگذاری دشوارتر است. در ابتدا لازم است که پهنایی از تاوه به عنوان عرض نوارهای قوی اختیار شود (۵۰۰mm برای حدس اول مناسب است).



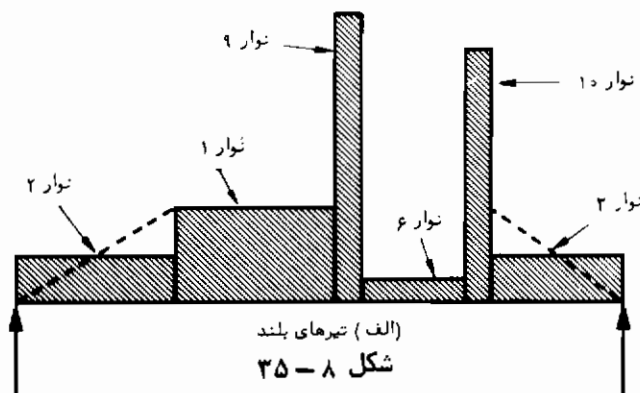


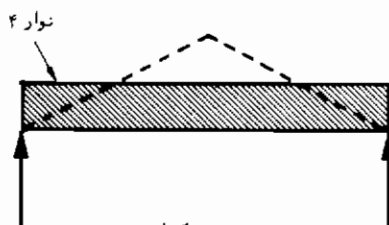
توجه به چند نکته در مثال شایان ذکر است .

- ۱- تمامی بارهای وارده روی تاوه توسط لبه‌های تاوه تحمل می‌گردد . حتی اگر بعضی از نوارها تکیه‌گاه سایر نوارها باشند .
- ۲- فرض می‌شود که عکس‌العملها در انتهای یک نوار و در امتداد عرض نوار بدون توجه به توزیع بارگذاری در صفحه تاوه روی نوار یکپارچه باشد .
- ۳- در موقع در نظر گرفتن نوارهای قوی باید دقت کرد . در نوارهای معمولی استفاده از یک متر پهنای نوار مناسب می‌باشد ، ولی پهنای نوارهای قوی معمولاً "کمتر از یک متر است"

۸-۳-۶ بارگذاری روی تیرهای محیطی

معمولاً "تعیین کردن توزیع بارگذاری روی تیرهای محیطی یک تاوه مشکل است . روش نواری هیلبرگ راه حل مختصر و مفیدی برای این مسأله است . عکس‌العملها در انتهای نوارها که توسط تیرهای لبه تحمل می‌شوند بارهای روی تیرها محسوب می‌شوند . شکل ۸-۳۵ توزیع بار حاصله در مثال قسمت قبل را روی تیرها نشان می‌دهد . در توزیع بارها فرض شده است که در امتداد عرض نوارها عکس‌العمل ثابت است . بدیهی است این فرض برای نوارها صحیح نبوده و به‌نظر می‌رسد فرض توزیع نشان داده شده به‌صورت خط چین خردمندانه‌تر است .





(ب) تیر کوتاه
شکل ۸-۳۵

بهتر است کنترل شود که مجموع بار روی تمام تیرهای لبه مساوی با بار وارده شده به تاوه باشد. این تنها کنترل مستقل از محاسبات نوار منفرد است که می‌توان انجام داد.

۸-۴ جمع‌بندی

در آخرین فصل این کتاب روشهای خط سیلان و نواری هیلبرگ در مورد تاوه‌های بتن آرمه به‌کار برده شده است. هر دو روش بر اساس نظریه خمیری هستند، ولی به دلیل طبیعت پیچیده رفتار تاوه‌های روشها راه‌حلهای دقیقی نیستند. از نظریه خط سیلان با توجه به محدودیت‌های فرضیات اولیه، کرانه بالایی حاصل شده و روش نواری به کرانه پایینی منجر می‌شود. رفتار غشایی و پدیده کرنش سختی فولاد باعث تأمین ایمنی سازه در هنگام استفاده از روشهای فوق می‌شوند.

در روش خط سیلان یک مکانیزم فروریختگی فرضی در نظر گرفته و به‌وسیله کار مجازی (یا روش تعادل) تحلیل می‌شود. تعیین حالت بحرانی خطوط سیلان در یک مکانیزم مفروض و همچنین در نظر گرفتن سایر مکانیزمها لازم است. از نظریه خط سیلان می‌توان برای تاوه‌های با بار متمرکز علاوه بر بارهای گسترده استفاده نمود.

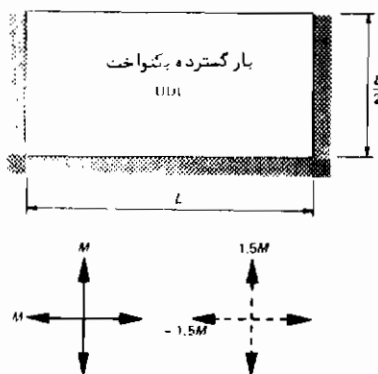
در روش نواری، بارگذاری روی تاوه روی نوارهای تیرمانندی که دهانه آنها لبه‌های متقابل تاوه می‌باشد پخش می‌شود. این روش در مواردی که بارگذاری روی تاوه گسترده است بسیار قابلیت انعطاف دارد ولی در بارگذاری متمرکز بسادگی قابل استفاده نیست در مرجع (۳۵) اطلاعاتی در مورد فولادهای اضافی اطراف قسمتهای باز در تاوه و بارگذاری روی تیرهای لبه وجود دارد.

۸-۵ مسایل

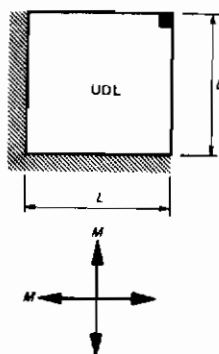
۸-۵-۱ بار فروریختگی (بار گسترده یکنواخت) یک تاوه مستطیلی بتن آرمه را (5 m x 3 m) که در اطراف روی تکیه‌گاههای ساده قرار دارد تعیین کنید در حالی که فولادگذاری هم مقدار

بوده و $M = 10 \text{ kN m/m}$ باشد. با فرض لبه‌های گیردار، دال را برای تحمل دو برابر بار فوق طراحی کنید.

۸-۲ مکانیزم و بار فروریختگی تاوه‌های شکل ۸-۳۶ و ۸-۳۷ را تعیین کنید.



شکل ۸-۳۶

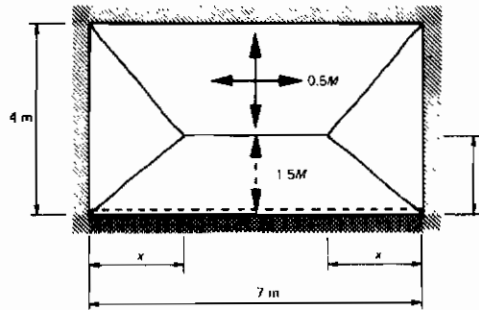


شکل ۸-۳۷

۸-۳ یک تاوه مستطیلی شکل $(7 \text{ m} \times 4 \text{ m})$ دارای سه تکیه‌گاه ساده و یک تکیه‌گاه گیردار است و تحت بار یکنواخت q قرار دارد. جزئیات فولادبندی و الگوی خط سیلان در شکل ۸-۳۸ نشان داده شده است. با استفاده از معادله کار مشخص کنید که:

$$q_c = \frac{3M}{(42 - 4x)} \left(\frac{17.5}{y} + \frac{7}{4 - y} + \frac{4}{x} \right)$$

بهازای $q = 9 \text{ kN/m}^2$ لنگر مقاوم را محاسبه کنید. مقادیر بحرانی x و y کدامند؟

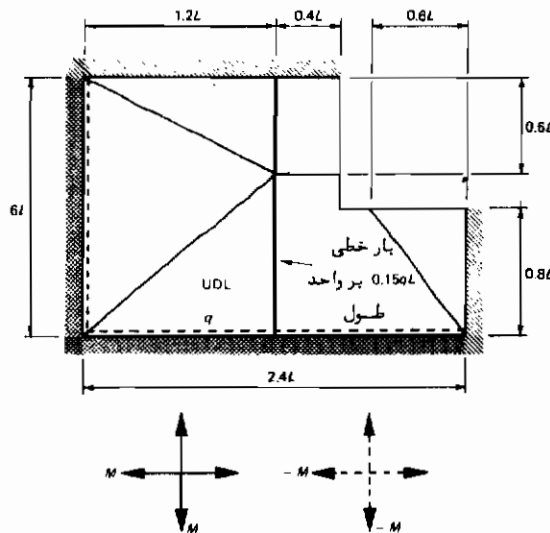


شکل ۸-۳۸

۸-۵-۴ برای سیستم خط سیلان شکل ۸-۳۹ رابطه‌ای بین q و M و L به دست آورید .
 ۸-۵-۵ در شکل ۸-۴۰ یک مکانیزم خط سیلان پیشنهادی برای یک تاوره مربع شکل گیردار که تحت بار گسترده یکنواخت q قرار دارد نشان داده شده است .

(الف) مشخص کنید که با استفاده از معادله کار خواهیم داشت .

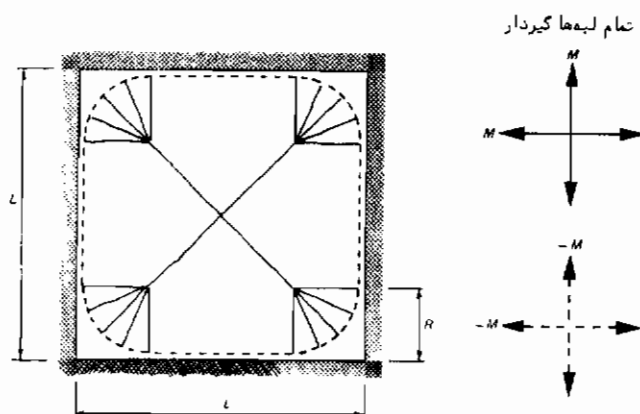
$$q [(L - 2R)(L^2 + 2LR + 4R^2) + 2\pi R^3] = 48M \left(L - 2R + \frac{\pi R}{2} \right)$$



شکل ۸-۳۹

(ب) به روش ترسیمی یا دیگر روشها نشان دهید که مقدار بحرانی R برابر $0.3L$ است .

- (ج) بار فروریختگی q_c را برحسب M و L تعیین کنید .
 (توجه: مرکز ثقل یک قسمت از دایره برابر است با شعاع از مرکز دایره $\times \frac{2}{3}$).



شکل ۸-۴۰

۸-۵-۶ یک تاوه مستطیلی ($3L \times 2L$) روی تیرهای لبه تکیه کرده است در پایین تاوه فولاد بندی هم مقدار در دو جهت عمود برهم با لنگر مقاوم M در واحد طول قرار دارد . تمام تیرهای لبه دارای لنگر مقاوم $4ML$ هستند . وقتی به تاوه بار گسترده یکنواخت q وارد می‌شود مکانیزم و بار فروریختگی را تعیین کنید. لنگر مقاوم یکی از تیرهای بلند تا مقدار $2ML$ کاهش می‌یابد ، این تغییر چه اثری روی بار فروریختگی دارد .

۸-۵-۷ به کمک روش نواری هیلبرگ تاوه با تکیه‌گاه ساده‌ای به ابعاد ($10\text{ m} \times 6\text{ m}$) را برای تحمل بار فروریختگی 12 kN/m^2 طرح کنید .

۸-۵-۸ تاوه مثال قبل را مجدداً "برای تحمل بار 30 kN/m^2 و داشتن لبه‌های گیردار طرح کنید .

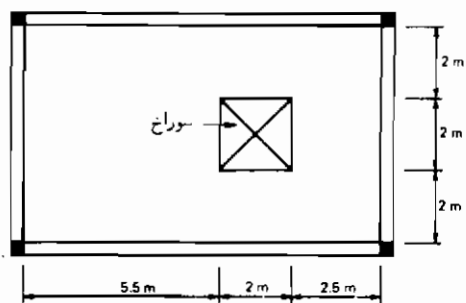
۸-۵-۹ مجدداً "تاوه فوق را طراحی کنید به گونه‌ای که یکی از لبه‌های بلند، گیردار، یکی دیگر از لبه‌های بلند بدون تکیه‌گاه (آزاد) و هردو لبه کوتاه دارای تکیه‌گاه ساده بوده و باری برابر 12 kN/m^2 به تاوه وارد شود .

۸-۵-۱۰ به روش هیلبرگ سیستم نواری مناسبی برای طرح تاوه شکل ۸-۳۹ رسم کنید .

۸-۵-۱۱ به روش نواری لنگرهای طراحی را برای تاوه شکل (۸-۴۱) تعیین کنید .

لنگرهای طراحی در تیرهای لبه کدامند؟ بار طراحی (شامل ضریب بار) برابر است با

8 kN/m^2 . نوارهای قوی اطراف قسمت باز به عرض 0.5 m در نظر گرفته شوند .



شکل ۸-۴۱

ضمیمه الف

معیارهای تسلیم

در آزمایش کشش، وقتی که تنش وارده به مقدار بحرانی می‌رسد ماده انعطاف پذیر جاری می‌شود، در مورد فولاد این مقدار بحرانی همان تنش تسلیم است. (سایر مواد ممکن است نقطه تسلیم مشخصی نداشته باشند و بنابراین در این حالت وضعیت مشخص نیست) در عمل تنشهای مختلفی در یک ماده ممکن است وجود داشته باشد، مثلاً "تنش عمودی ناشی از خمش و تنش برشی، و لذا پیش‌بینی نقطه شروع رفتار خمیری بسیار دشوار است، در عین حال معیارهای تسلیم مختلفی برای آن ابداع شده‌اند.

دانش جدید در مورد مصالح نشان داده است که جریان خمیری در یک ماده بلوری انعطاف پذیر، همانند فولاد، به صورت برشی در داخل شبکه اتمهای سازنده بلور می‌باشد. این عمل ناشی از جابجایی داخل شبکه است. (۳۶) همچنان که انتظار می‌رود، دو معیار تسلیم به نامهای فن مایززا و ترسکا که در آنها فرض می‌شود که برش کنترل کننده تسلیم است، مطمئنترین وسیله پیش‌بینی برای تعیین نقطه شروع تسلیم در فلزات انعطاف پذیر می‌باشند این معیارها با جزئیات بیشتری بررسی خواهند شد.

معیار ترسکا

این معیار بیان می‌دارد که وقتی حداکثر تنش برشی ناشی از ترکیب تنشهای مختلف مساوی با حداکثر تنش برشی آزمایش کشش ساده در همان ماده می‌شود تسلیم به وجود می‌آید. هر دستگاه دوبردی از تنشهای موجود در یک نقطه ماده را می‌توان روی دایره تنش مور رسم کرد، همان گونه که در شکل الف ۱- الف و ب نشان داده شده است (۳۷).

با جابجایی معادله الف - ۶ در معادله الف - ۵ خواهیم داشت .

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2E} [\sigma_1 (-\nu\sigma_2) + \sigma_2 (-\nu\sigma_1 + \sigma_2)] \\ &= \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\nu\sigma_1\sigma_2) \\ &= \frac{(1-2\nu)}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2)^2 + \frac{(1+\nu)}{6E} (2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2) \end{aligned}$$

با توجه به ضریب ارتجاعی برشی: $G = E/2(1+\nu)$

$$U = \frac{(1-2\nu)}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2)^2 + \frac{1}{6G} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2) \quad (\text{الف} - ۷)$$

انرژی کرنشی حجمی
در واحد حجم

انرژی کرنشی برشی در
واحد حجم U_{SSE}

می‌توان نشان داد (۳۷) که قسمت اول معادله الف - ۷ انرژی کرنشی ناشی از تغییر حجم در اثر تنش‌هاست و قسمت دوم که معروف است به انرژی کرنش برشی در واحد حجم، انرژی کرنشی ناشی از تغییر شکل در اثر عمل برشی تنش‌هاست .
معیار فن مایززا بیان می‌دارد که وقتی انرژی کرنشی برشی در واحد حجم در اثر تنش‌های وارده مساوی با انرژی کرنشی برشی در واحد حجم در موقع جاری شدن در آزمایش کشش می‌شود ماده تسلیم می‌گردد .
در آزمایش کشش

$$\sigma_1 = \sigma_y$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$U_{sse} = \frac{\sigma_y^2}{6G}$$

بنابراین تسلیم به وجود می‌آید اگر:

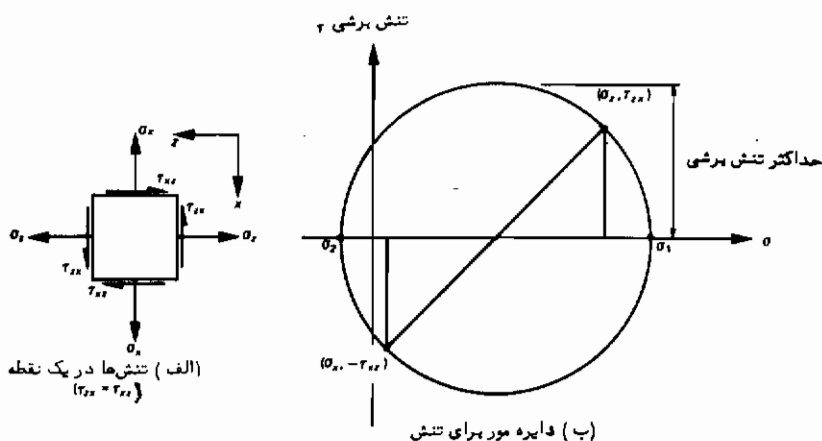
$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_y^2 \quad (\text{الف} - ۸)$$

در حالت برش خالص، وقتی که تنش برشی مساوی با تنش برش تسلیم τ_y می‌گردد، ماده جاری می‌شود. دایره مور برای برش خالص در شکل الف - ۳ نشان داده شده است. با توجه به ابعاد هندسی دایره:

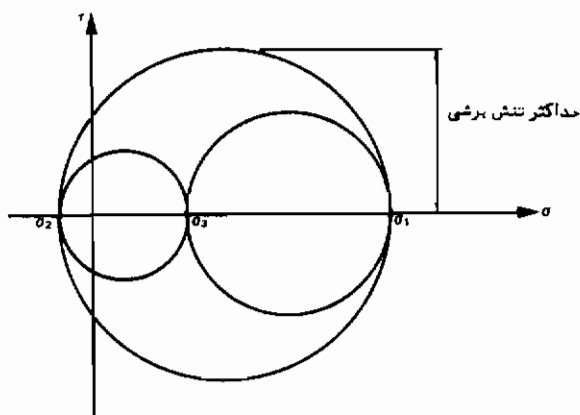
$$\sigma_1 = \tau_y$$

$$\sigma_2 = -\tau_y$$

تنشهای عمودی حداکثر و حداقل σ_1 و σ_2 (معروف به تنشهای اصلی)، و تنش برشی حداکثر τ_{\max} با توجه به اندازه‌های شکل به دست می‌آیند. تنشهای شکل الف - ۱ در صفحه $x-z$ قرار دارند. اگر آنها قسمتی از یک دستگاه سه بعدی تنش باشند می‌توان تمام تنشها را به وسیله سه دایره مور که هر یک مربوط به یک صفحه مختصات می‌باشد مشخص کرد. اگر هر سه دایره مور با هم رسم شوند مشخص می‌شود که از یکدیگر مستقل نیستند، این موضوع در شکل الف - ۲ نشان داده شده است. این بدان علت است که تنشها توسط ضوابط تعادل به یکدیگر مرتبط هستند. سه دایره مور به روشنی تنشها را در هر جهت مشخص می‌سازند. حداکثر تنش برشی شعاع بزرگترین دایره مور است.



شکل الف - ۱



شکل الف - ۲

در یک دستگاه تنش‌دو بعدی مانند یک تیر تحت خمش، سومین تنش اصلی صفر است با استفاده از دایره‌های مور در شکل الف - ۲ می‌توان تنش برشی حداکثر حاصله را تعیین کرد. وقتی $\sigma_1 > \sigma_2$ ولی هر دو هم علامت هستند.

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - 0}{2} = \frac{\sigma_1}{2} \quad (\text{الف - ۱})$$

وقتی $\sigma_1 > \sigma_2$ ولی با علامت مخالفند

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (\text{الف - ۲})$$

در آزمایش کشش یک سیستم تنش یک بعدی وجود دارد، بنابراین

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

در موقع تسلیم تنش اصلی دیگر، تنش جاری شدن σ_y می‌باشد. بنابراین تنش برشی تسلیم τ_y برابر است با:

$$\tau_y = \frac{\sigma_y - 0}{2} = \frac{\sigma_y}{2} \quad (\text{الف - ۳})$$

با مساوی قراردادن معادلات الف - ۱ و الف - ۲ با معادله الف - ۳ شروط برای تسلیم به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_y \quad \text{یا} \quad 2\tau_y \quad \sigma_1 > \sigma_2 \quad \text{هم علامت} \\ \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_y \quad \text{یا} \quad 2\tau_y \quad \sigma_1 > \sigma_2; \quad \text{با علامت مخالف} \end{aligned} \quad (\text{الف - ۴})$$

معیار فن مایز

در یک ماده ارتجاعی با یک دستگاه تنش دو بعدی انرژی کرنشی در واحد حجم (۳۷) بر حسب تنشهای اصلی عبارت از:

$$U = \frac{1}{2} (\sigma_1 \epsilon_1 + \sigma_2 \epsilon_2) \quad (\text{الف - ۵})$$

با استفاده از قانون هوک

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{E} (-\nu \sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \quad (\text{الف - ۶})$$

با توجه به معیار فوق، تسلیم وقتی به وجود می‌آید که:

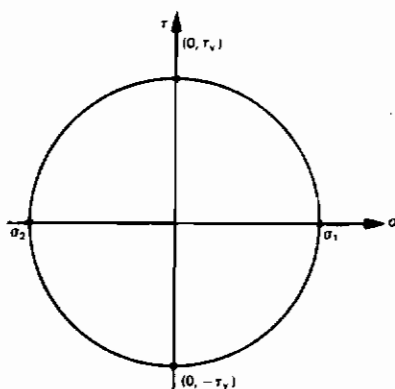
$$\begin{aligned} (\tau_y)^2 + (-\tau_y)^2 - (\tau_y)(-\tau_y) &= \sigma_y^2 \\ 3\tau_y^2 &= \sigma_y^2 \end{aligned} \quad (\text{الف} - ۹)$$

هر دو معیار در معادلات الف - ۴ و الف - ۸ خلاصه شده است. عموماً "مشخص شده است که معیار فن مایز در مواقعی که تسلیم در یک ماده انعطاف پذیر به وجود می‌آید، از دقت بیشتری برخوردار است. در فصل ۲ هر دو معیار برای تعیین جاری شدن در یک تیر تحت تنشهای عمودی σ ناشی از خمش و تنشهای برشی τ به کار برده شد. تنشهای عمودی موازی با محور تیر هستند، بنابراین تنشها مطابق شکل الف - ۱ الف هستند. که در آن

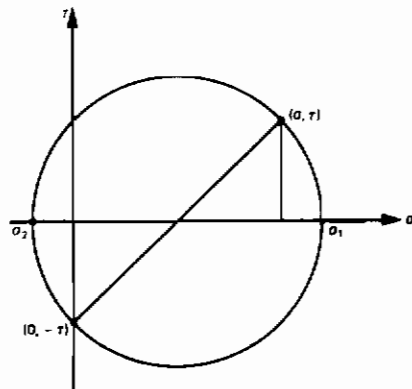
$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma \\ \sigma_z &= 0 \quad \text{تنشهای عمود بر محور تیر وجود ندارد} \\ \tau_{xz} &= \tau \end{aligned}$$

دایره مور برای این تنشها در شکل الف - ۴ نشان داده شده است با توجه به ابعاد هندسی دایره.

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right)} \\ \sigma_2 &= \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right)} \end{aligned} \quad (\text{الف} - ۱۰)$$



شکل الف - ۳



شکل الف - ۴

می‌توان معادله الف - ۱۰ را در معادلات الف - ۴ و الف - ۸ جایگزین نمود تا دو معیار را از نظر پیش‌بینی تسلیم مقایسه نمود. همان‌طور که جدول الف - ۱ مشخص می‌کند، در هر دو معیار شرط جاری شدن در تیر وقتی است که:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2 = 1 \quad (\text{الف} - ۱۱)$$

تنها اختلاف بین آنها مقدار τ_y یعنی مقدار تنش برشی تسلیم است.

جدول الف - ۱

ترسکا	فون مایرز
از معادله الف - ۱۰، $\sigma_1 > \sigma_2$ اما با علامت مخالف، تسلیم وقتی به وجود می‌آید که:	با جایجایی معادله الف - ۱۰ در معادله متن زیر الف - ۸
$2\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right)} = \sigma_y$	$\left[\frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right)}\right]^2 + \left[\frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right)}\right]^2$
$\sigma^2 + 4\tau^2 = \sigma_y^2$	$- \left[\frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right)}\right] \left[\frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right)}\right]$
یا $\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{2\tau}{\sigma_y}\right)^2 = 1$	$= \sigma_y^2$
از معادله الف - ۴ $\sigma_y = 2\tau_y$	$\frac{\sigma^2}{2} + 2\left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right) - \frac{\sigma^2}{4}$
بنابراین وقتی تسلیم به وجود می‌آید که:	$+ \left(\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2\right) = \sigma_y^2$
$\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2 = 1$	$\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_y^2$
$\tau_y = 0.5\sigma_y$	یا $\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau}{\sigma_y}\right)^2 = 1$
	از معادله الف - ۹
	$3\tau_y^2 = \sigma_y^2$
	بنابراین تسلیم وقتی به وجود می‌آید که:
	$\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_y}\right)^2 = 1$
	$\tau_y = 0.577\sigma_y$

ضمیمه ب

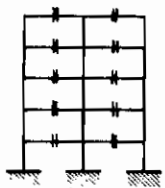
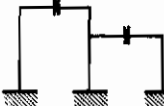

درجه نامعینی

در بیشتر کتابهای درسی تحلیل سازه‌ها مطالب مختلفی راجع به نامعینی گفته شده است. در این کتاب تعیین درجه نامعینی تنها برای قابهای سطحی لازم بوده است و می‌توان مطالب مربوط به این حالت خاص را به‌طور اختصار بیان کرد.

همان گونه که در اوایل کتاب گفته شد برای تعیین نامعینی راههای مختلفی وجود دارد یک روش تعریف درجه نامعینی برحسب تعداد برشها (درجه‌های آزادی) است که بایستی ایجاد کرد تا سازه از نظر استاتیکی معین شود. در قابهای سطحی با اتصالات و تکیه‌گاههای صلب با ایجاد برش در وسط هر دهانه، ستونها به‌صورت طره‌ای از نظر تعادل معین می‌شوند همان گونه که در شکل ب - ۱ ملاحظه می‌شود هر برش معادل با سه درجه آزادی است، زیرا در آن نقطه به‌سازه اجازه تغییر مکان افقی و قائم و دوران داده می‌شود.

یک مفصل بدون اصطکاک (تکیه‌گاه یا داخل قاب) یا یک غلتک در تکیه‌گاه، مطابق شکل ب - ۲، نامعینی را یک درجه کاهش می‌دهد. بنابراین فرمول زیر برای نامعینی به دست می‌آید.

$$r = 3n - k$$

			
"	10	2	2
"	30	6	6

شکل ب - ۱

که درجه نامعینی r و تعداد دهانه‌ها n می‌باشد .
تعداد مفصلهای بدون اصطکاک یا غلتک k

n	3	1
k	3	2
r	6	1

شکل ب - ۲

به‌نکته‌ای در مورد درجه نامعینی بایستی توجه کرد : می‌دانیم که در انتهای هر عضو منتهی به یک اتصال صلب ، لنگرهای خمشی وجود دارد ولی تنها دوتاى آنها مستقل هستند و لنگر سوم از تعادل لنگرها در اتصال به‌دست می‌آید . در نتیجه ، اتصال مفصلی نشان داده شده در شکل ب-۳ الف معادل با وجود مفصل بدون اصطکاک در انتهای دو عضو از سه عضو است همان‌طور که در شکل ب-۳ ب ملاحظه می‌شود این موضوع برای اتصالاتی با بیش از سه عضو قابل تعمیم است .

	(الف) 	(ب)
k	2	4

شکل ب - ۳

ضمیمه ج

نمودارهای لنگر خمشی

ج - ۱ مقدمه

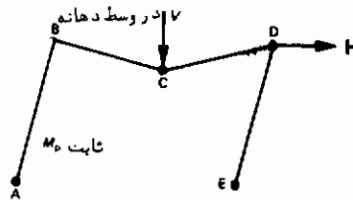
غالبا" لازم است که نمودار لنگر خمشی مربوط به مکانیزم فروریختگی تعیین شود . معمولاً" برای کنترل شرط تسلیم در مکانیزم و در نتیجه کنترل درستی مکانیزم واقعی سازه ، نمودار لنگر خمشی لازم می شود . در این ضمیمه به خواننده کمک می شود تا بتواند نمودار لنگر خمشی را به دست آورد ، حتی وقتی که سازه کاملاً پیچیده است . در قسمتهای ج - ۲ ، ج - ۵ نکات مفیدی در این باره بیان شده است و در قسمت ج - ۶ چگونگی استفاده آنها در یک مسأله بیان می شود .

ج - ۲ مطلبی راجع به مکانیزم

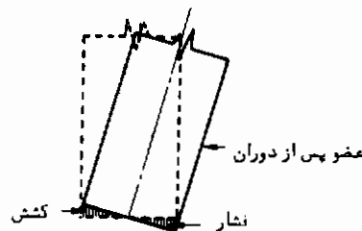
در موقع فروریختگی ، سازه بطور ایستایی معین است . چنین امری در اثر تشکیل مفصلهای خمیری به وجود می آید . در هر مفصل خمیری مقدار لنگر خمشی معلوم و مساوی با لنگر خمیری ضعیفترین عضو منتهی به آن مفصل می باشد . جهت لنگر نیز معلوم است . مکانیزم شکل ج - ۱ را در نظر بگیرید . در مفصلهای A ، C ، D و E لنگر برابر با M_p است . اکنون نقاط A و E را با جزئیات بیشتری مورد نظر قرار می دهیم . اعضای قاب مطابق آنچه در شکل ج - ۱ نشان داده است در واقع از چند خط تشکیل نمی شود ، بلکه این اعضاء دارای ارتفاع و پهنایی می باشند . در یک مفصل خمیری ماده به صورت کششی و فشاری در حال جاری شدن است . سطوح تحت کشش و فشار در A و E بایستی مطابق شکل ج - ۲ باشند به طوری که دوران خمیری لازم در مکانیزم امکان پذیر باشد .

همچنان که در شکل ج - ۳ الف و ب نشان داده شده در نقاط C و D نیز عبارت فوق صادق است . مقدار و جهت لنگر خمشی را در هر مفصل اکنون می توان نوشت . (نویسنده ترجیح می دهد که مقدار لنگر در طرفی از عضو نوشته شود که تحت کشش است . این قرارداد

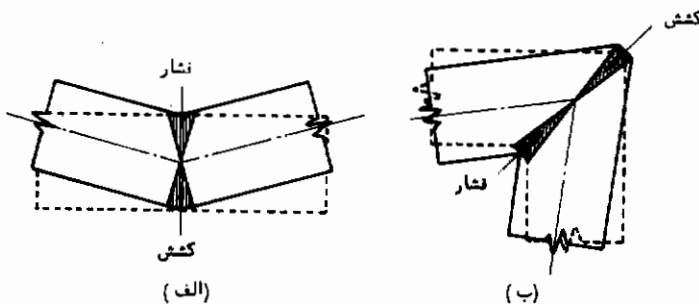
در تمام نمودارهای لنگر خمشی در نظر گرفته شده است .



شکل ج - ۱



شکل ج - ۲



شکل ج - ۳

ج-۳ لنگرهای خمشی واکنش و آزاد

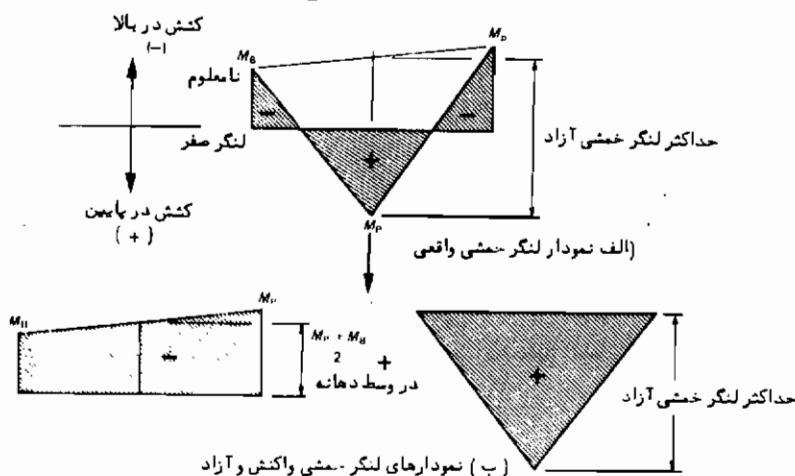
تقسیم نمودار لنگر خمشی به دو قسمت به راحتی کار کمک می‌کند . این قسمت‌ها ، نمودارهای لنگر خمشی آزاد و واکنش می‌باشند : لنگرهای خمشی آزاد در یک عضو ، لنگرهای خمشی هستند که در اثر اعمال بار روی عضو در حالی که دو انتهای آن در مقابل چرخش آزاد هستند به وجود می‌آیند ، به عبارت دیگر لنگرهای خمشی یک تیر ساده با همان طول خواهند بود .

لنگرهای واکنش لنگرهای خمشی دو انتهای عضو هستند که با توجه به گیردار بودن دو

انتها در مقابل دوران نسبت به مقیاس سازه به دست می‌آیند. (آنچه در بسیاری از تحلیل‌های ارتجاعی مورد نظر است پیدا کردن لنگرهای واکنش می‌باشد). با اتصال لنگرهای انتهایی توسط یک خط راست دیاگرام لنگر خمشی واکنش به دست می‌آید.

روابط ساده‌ای بین ابعاد هندسی نمودارهای لنگر خمشی واکنش و آزاد و نمودار لنگر خمشی واقعی وجود دارد. که در محاسبات تحلیل خمیری بسیار مفیدند. (روش نمودار لنگر خمشی واکنش و آزاد که در فصل ۳ تشریح گردید کاملاً" بسزاس موضوع فوق است). به تیر BD در شکل ج-۱ نگاه کنید. نمودار لنگر خمشی تیر مطابق شکل ج-۴ الف می‌باشد، که در آن لنگر واکنش در نقطه B نامعلوم است. با تقسیم نمودار لنگر خمشی به قسمت‌های واکنش و آزاد مطابق شکل ج-۴ ب که تحت بار متمرکز در وسط دهانه قرار دارد و با توجه به ابعاد هندسی نمودار خواهیم داشت:

$$\text{حداکثر لنگر خمشی آزاد} - \frac{M_p + M_B}{2} = M_p$$



شکل ج-۴

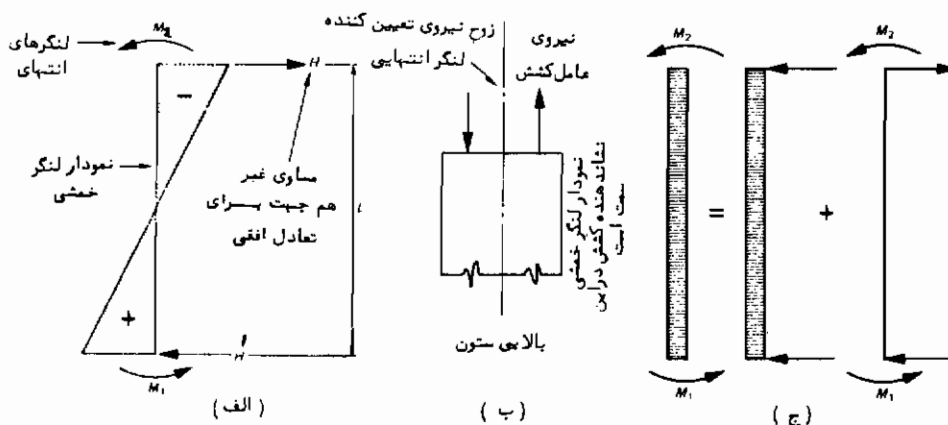
برای یک تیر ساده به دهانه L و با بار متمرکز V در وسط دهانه، حداکثر لنگر خمشی آزاد برابر با $V L / 4$ است، بنابراین.

$$\frac{V L}{4} - \frac{M_p + M_B}{2} = M_p$$

$$M_B = \frac{V L}{2} - 3 M_p$$

اگر M_B مثبت شود فرض کشش در بالای تیر در نقطه B صحیح است، همان طور که در شکل

ج - ۵ نشان داده شده است. و اگر منفی شد فرض غلط بوده و کشش در زیر تیر وجود خواهد داشت.



شکل ج - ۵

نکته دیگری وجود دارد که در موقع ترکیب لنگرهای خمشی واکنش و آزاد بایستی به آن توجه نمود. در محاسبات تنها از مقادیر لنگرها استفاده می‌شود بنابراین در محاسباتی که بر مبنای شکل ج-۴ انجام می‌شود، تنها فواصل قائم مقادیر مورد نظر را نشان می‌دهد. برای این که در موقع ترکیب نمودارهای لنگر خمشی واکنش و آزاد این فواصل قائم محفوظ باشند، شیب خطوط نمودار لنگر خمشی بایستی تغییر یابند. لذا این خطوط مستقیم باقی مانده ولی طول آنها تغییر می‌کند. موضوع فوق اگر چه باعث تعجب است لیکن کاملاً منطقی است.

ج - ۴ نیروهای انتهایی روی اعضاء

نمودار لنگر خمشی ستون شکل ج - ۵ الف را در نظر بگیرید. نمودار لنگر خمشی واقعی مانند نمودار لنگر خمشی واکنش نشان دهنده آنست که در طول ستون باری اعمال نشده است. لنگرهای انتهایی حاصل از بقیه سازه که باعث ایجاد لنگرهای خمشی واکنش می‌شوند نیز نشان داده شده است. (شکل ج - ۵ ب نشان می‌دهد که چگونه ب راحتی جهت لنگر انتهایی معین می‌شود).

ستون بایستی در حال تعادل باشد. برای تأمین تعادل لنگرها حول بالای (یا پایین) ستون، بایستی نیروهای افقی با علامت مخالف مطابق شکل اثر کند. با گرفتن لنگر حول

$$HL = M_1 + M_2$$

نقطه بالای ستون

این نیروهای افقی را می‌توان نیروهای وارده ناشی از بقیه سازه فرض کرد. اگر پایین ستون به تکیه‌گاه متصل باشد، نیروی افقی همان واکنش افقی در پی است، همان‌طور که لنگر انتهایی لنگر واکنش در پی می‌باشد.

وقتی که در طول ستون بارهایی اعمال می‌شود، نیروهای افقی مجموع نیروهای ناشی از لنگرهای انتهایی و واکنش‌های انتهایی یا فرض آنکه ستون را تیر ساده فرض کنیم، می‌باشد این موضوع در شکل ج-۵ مشخص شده است.

غالباً در نظر گرفتن تعادل افقی قسمتهایی از سازه برای تعیین بخشهایی از نمودار لنگر خمشی مفید است. این مسأله در مثال قسمت ج-۶ تشریح شده است.

ج-۵ تعادل مفصل

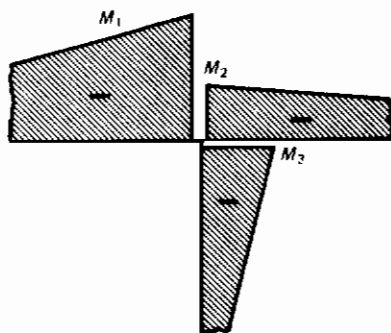
برای هر سازه در حال تعادل بایستی در هر مفصل، لنگرها در حال تعادل باشند. این ضابطه در تعیین نمودارهای لنگر خمشی بسیار مفید است.

یک مفصل نمونه همراه با قسمتهایی از نمودارهای لنگر خمشی اعضایی که به مفصل متصلند، در شکل ج-۶ الف نشان داده شده است. اگر اعضاء درست نزدیک مفصل قطع شوند، لنگرهای خمشی در انتهای اعضاء را مطابق شکل ج-۶ ب می‌توان رسم کرد. جهت‌های لنگرها مطابق روش شکل ج-۵ ب معین می‌شوند. تعادل لنگر ایجاب می‌کند که برآیند این لنگرها صفر باشد، بنابراین در این حالت.

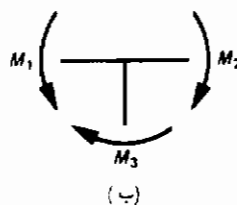
$$M_1 - M_2 - M_3 = 0 \text{ می‌باشد}$$

ج-۶ مثالی برای تعیین نمودار لنگر خمشی

روش تحلیل حدی که در قسمت ۴-۳ مطرح شد، برای تعیین بار فروریختگی قاب



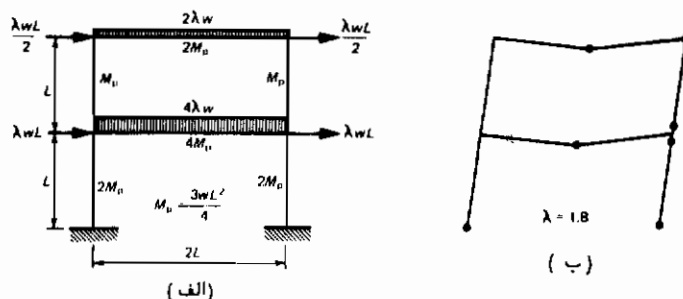
(الف)



(ب)

شکل ج-۶

دو طبقه شکل ج - ۷ الف استفاده می‌شود. مکانیزم با کمترین ضریب بار در شکل ج - ۷ ب نشان داده شده است. لازم است با تعیین نمودار لنگر خمشی مربوطه مکانیزم کنترل شود. مراحل مختلف در زیر آمده و در شکل ج - ۸ جمع بندی شده است.



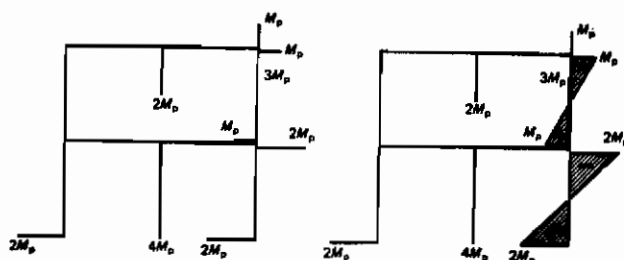
شکل ج - ۷

مرحله اول نوشتن تمام لنگرهای معلوم در مفصلهای خمیری است. نمودار لنگر خمشی برای هردو ستون سمت راست، اکنون با اتصال لنگرهای انتهایی توسط یک خط راست کامل می‌شود. لنگر واکنش در انتهای سمت راست تیر پایینی از تعادل مفصل بسه دست می‌آید برای تعادل:

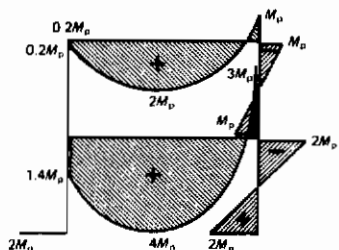
$$u - M_p - 2M_p = 0$$

$$u = 3M_p$$

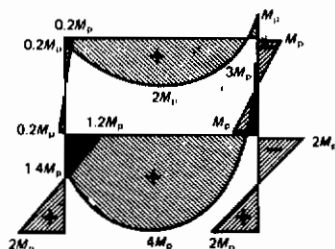
که با کشش در بالای تیر همراه می‌باشد.



۱- تمام لنگرهای معلوم را در مفصلهای خمیری نوشته و نمودار لنگر خمشی برای ستونهای سمت راست را کامل کنید.



۲- نمودارهای لنگر خمشی را با در نظر گرفتن مقادیر نمودارهای لنگر خمشی واکنش و آزاد کامل کنید.



۳- نمودار لنگر خمشی را با در نظر گرفتن تعادل افقی طبقات بالایی و پایینی کامل کنید. با در نظر گرفتن تعادل مفصل، محاسبات را کنترل کنید.

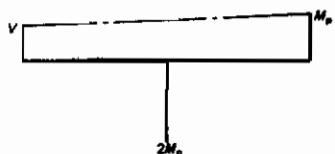
شکل ج - ۸

سه لنگرهای نامعلوم در انتهای سمت چپ هر دو تیر با در نظر گرفتن مقادیر نمودارهای لنگر خمشی واکنش و آزاد به دست می آیند.

(الف) تیر بالایی

لنگر خمشی آزاد در وسط دهانه

$$(تیر ساده با بار گسترده یکتواخت) = \frac{2\lambda w (2L)^2}{8} = \lambda w L^2 = 2.4M_p$$



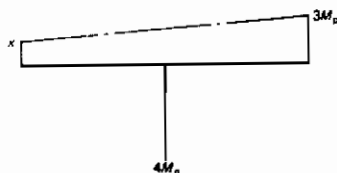
از آنجا که $\lambda = 1.8$ و $M_p = 3wL^2/4$ بنابراین با توجه به ابعاد و نمودار لنگر خمشی

$$\frac{M_p + V}{2} + 2M_p = 2.4M_p$$

$$V = -0.2M_p$$

اکنون لنگر $0.2M_p$ را در حالی که باعث کشش در طرف داخلی عضو می‌شود می‌توان رسم کرد و بنابراین نمودار لنگر خمشی کامل می‌شود. به یاد بیاورید که این نمودار با توجه به بار گسترده می‌تواند یک سهمی خواهد بود.

(ب) تیر پایینی



$$\begin{aligned} \text{لنگر خمشی آزاد در وسط دهانه} &= \frac{4\lambda w(2L)^2}{8} = 2\lambda wL^2 \\ &= 4.8M_p \end{aligned}$$

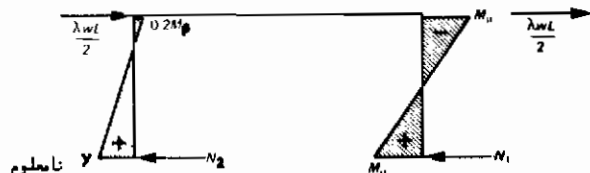
و با توجه به ابعاد نمودارهای لنگر خمشی:

$$\frac{3M_p + x}{2} + 4M_p = 4.8M_p$$

$$x = -1.4M_p$$

این مقدار برای تکمیل نمودار لنگر خمشی تیر پایینی قابل استفاده است. مرحله بعدی در نظر گرفتن تعادل افقی هردو طبقه بالایی و پایینی است.

(ج) تعادل افقی طبقه بالایی. با قطع و جدا کردن طبقه بالایی از انتهای پایینی ستون‌های بالایی می‌توان معادله تعادل افقی را نوشت. شکل زیر بارهای افقی وارده به طبقه بالایی را نشان می‌دهد، نیروهای برشی در پایین ستونها و لنگرهای خمشی ستونها نیز در شکل مشخص می‌باشد.



برای تعادل افقی خواهیم داشت :

$$N_1 + N_2 = \lambda w L = 1.8 \times \frac{4M_p}{3L} = \frac{2.4M_p}{L}$$

با استفاده از مطالب قسمت ج - ۴

$$N_1 = \frac{2M_p}{L} \quad N_2 = \frac{0.2M_p + y}{L}$$

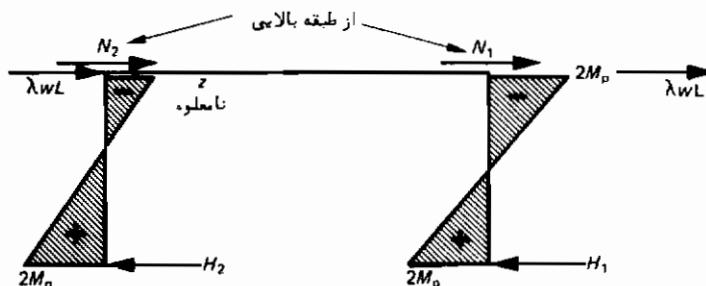
بنابراین

$$\frac{0.2M_p + y}{L} + \frac{2M_p}{L} = \frac{2.4M_p}{L}$$

$$y = 0.2M_p$$

بنابراین نمودار لنگر خمشی ستون سمت چپ بالایی کامل می‌گردد .

(و) تعادل افقی طبقه پایینی



برای تعادل افقی

$$H_1 + H_2 = N_1 + N_2 + 2\lambda w L$$

$$= \frac{7.2M_p}{L}$$

$$H_1 = \frac{4M_p}{L} \quad H_2 = \frac{2M_p + z}{L}$$

بنابراین

$$\frac{4M_p}{L} + \frac{2M_p + z}{L} = \frac{7.2M_p}{L}$$

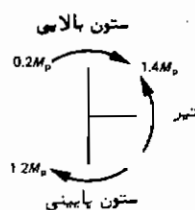
$$z = 1.2M_p$$

بنابراین نمودار لنگر خمشی برای ستون سمت چپ پایینی و برای تمام سازه کامل می‌شود .

در هر حال کنترل محاسبات به‌وسیله نوشتن معادله تعادل در اتصال سمت چپ پایینی امکان پذیر و مفید است.

$$1.2M_p + 0.2M_p - 1.4M_p = 0.$$

$$0 = 0$$



جواب مسائل

فصل ۲

$$M_p = 660 \text{ kN m} \quad \text{مقطع مرکب} \quad M_p = Dbt\sigma_y; \quad \text{صفحات} \quad 1-2$$

$$M_p = 19.73 \text{ kN m} \quad 3-2$$

$$(a) M_p = D^3 \sigma_y / 6; (b) M_p = 1.5 d^2 t \sigma_y; (c) M_p = \sqrt{(2)} d^2 t \sigma_y; (d) M_p = (7\sqrt{3}/16) a^2 t \sigma_y \quad 4-2$$

$$S' = S - \frac{A^2}{4d} n^2 \quad n \leq \frac{dt_w}{A} \quad 5-2$$

$$S' = \frac{A^2}{8t_f} (1 - n) \left(\frac{4bt_f}{A} - 1 + n \right)$$

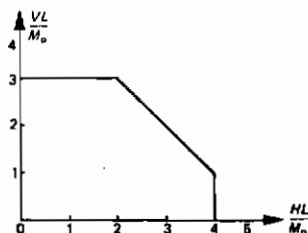
$$\text{محور } y: 697.6 \text{ kN m}, 422.7 \text{ kN m}; \text{محور } z: 122.7 \text{ kN m}, 109.4 \text{ kN m}$$

فصل ۳:

$$w_c = 11.66 M_p / L^2 \quad 1-3$$

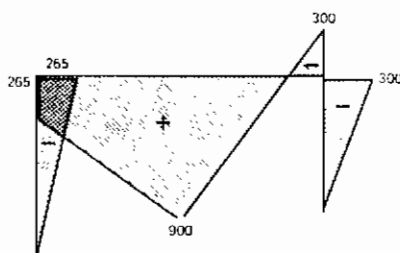
$$w_c = 0.833 M_p / L^2 \quad \text{دهانه CD بحرانی است} \quad 2-3$$

$$3-3$$



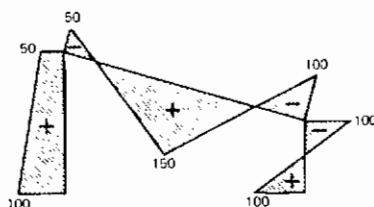
$$\lambda_c = 1.70$$

۴-۳



$$\lambda_c = 1.50$$

۵-۳



$V = H$: مکانیزم مرکب

$$V = 4.09M_p/L$$

$$k = 0.609$$

$V = 2.2M_p/L$; $V = 5H$: قاب شیب‌دار

۶-۳

۷-۳

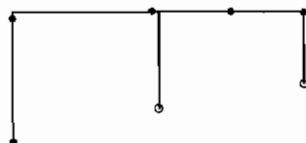
فصل ۴

۱-۴

(الف) $\lambda_c = 1.375$



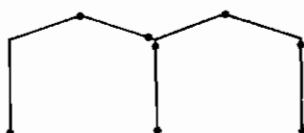
(ب) $\lambda_c = 1.448$



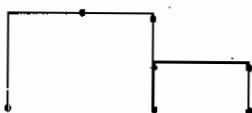
(ج) $\lambda_c = 1.80$



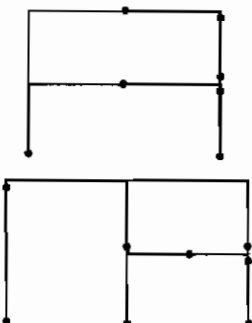
(د) $\lambda_c = 2.00$



(ه) $\lambda_c = 2.235$



(الف) $\lambda = 1.407, 1.287 < \lambda_c < 1.407$ (ب) $\lambda = 1.191, 1.169 < \lambda_c < 1.191$



۵-۱ $M_p = 426 \text{ kN m}$, ورقها در BC $M_p = 267 \text{ kN m}$; (ب) $M_p = 657.7 \text{ kN m}$; (الف)
 $M_p = 106 \text{ kN m}$ ورقها در CD

۵-۲ ورقها (ب) $G = 14.0wL^3$; $M_p = 2wL^2$ مقطع منفرد (الف)
 $M_p = 1.31wL^2$, ورقها در AB, CD $M_p = 1.13wL^2$,
 حداقل وزن CD و AB (ج) $= 1.11L$ طول $G = 12.3wL^3$,
 $M_p = 2.44wL^2$, BC $M_p = 1.13wL^2$, $G = 13.1wL^2$

۵-۳ ستونها و تیرها $M_p = 1.167WL$

۵-۴ $M_p = 0.43WL$

۵-۵ $M_p = 580 \text{ kN m}$

۵-۶ تیرها $M_p = 311.2 \text{ kN m}$, ستونها $M_p = 133.3 \text{ kN m}$

فصل ۶

۶-۱ $\delta = 2WL^3/243EI$

۶-۲ $\delta = 0.0077wL^4/EI$

۶-۳ مفصل A آخرین مفصل است $\delta_h = 0.611WL^3/EI$, $\delta_v = 0.410WL^3/EI$

۶-۴ مفصل A آخرین مفصل است $\delta_h = 150 \text{ mm}$

۶-۵ آخرین مفصل در رأس قاب به وجود می آید $\delta_h = 20.8M_p/EI$, $\delta_v = 10.2M_p/EI$

۶-۶ at B $\delta_h = 22500/EI$, at C $\delta_v = 11700/EI$, at F $\delta_v = 9000/EI$

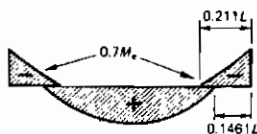
۶-۷ محل تلاقی منحنی های ارتجاعی و خمیری (ج) $P = 0.303bd\sigma_y$; (الف)

$P_c \approx 0.289bd\sigma_y$; (د) $P_{RM} = 0.275bd\sigma_y$

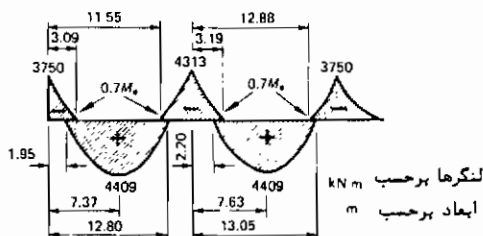
فصل ۷

۱-۷

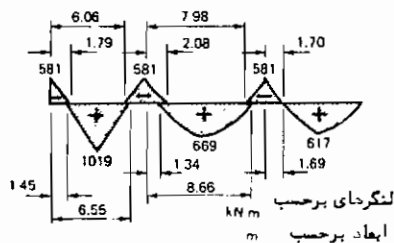
$$M_r = wL^2/16$$



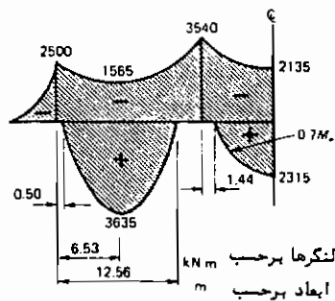
۲-۷



۳-۷



۴-۷

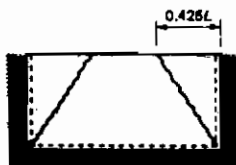


فصل ۸ :

۱-۸

در لبه‌ها، $M_r = 8 \text{ kN m/m}$ در مرکز دال، $q = 17.54 \text{ kN/m}^2$ $M_r = 12 \text{ kN m/m}$ $q = 10.7M/L^2$ (ب) $q = 59.06M/L^2$ (الف)

۲-۸



$$M = 7.54 \text{ kN m/m}, x_{\text{crit}} = 1.586 \text{ m}, y_{\text{crit}} = 2.45 \text{ m}$$

۳-۸

$$M = 0.116qL^2$$

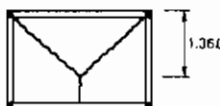
۴-۸

$$q_c = 43.85 \text{ M/L}^2$$

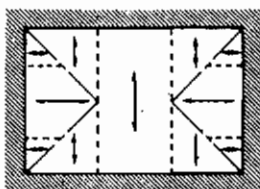
۵-۸

$$q_c = 4.24 \text{ M/L}^2, \text{ شکست دال}, q_c = 3.25 \text{ M/L}^2$$

۶-۸

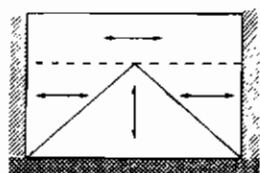


۷-۸ توزیع نواری پیشنهادی



۸-۸ توزیع نواری مشابه مسئله ۷-۸ ولی لبه‌ها گیردار هستند

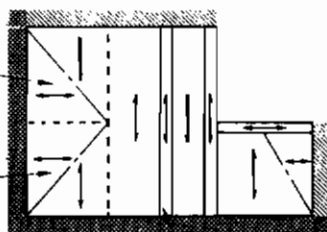
۹-۸ توزیع نواری پیشنهادی



۱۰-۸

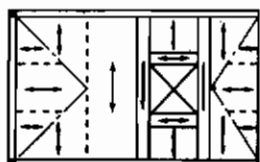
این نواری در طول لبه آزاد
روی نواری قوی دهانه نمی‌خورد

این نواری روی انتهای دیگر دال
دهانه نمی‌خورد



نواری قوی تحت بار غطی

۱۱-۸



منابع و مأخذ

1. A. Ghali and A. M. Neville, *Structural Analysis*, 2nd ed (Chapman & Hall, London, 1978)
2. *Structural Steelwork Handbook*, new edition (BCSA/Constrado, 1978)
3. M. R. Horne, *Plastic Theory of Structures*, (Nelson, London, 1971)
4. B. G. Neal, *The Plastic Methods of Structural Analysis*, 3rd (SI) ed (Chapman & Hall, London, 1977)
5. CP 110: Part 1: 1972 The Structural Use of Concrete
6. B/20 Draft: Draft Standard Specification for the Structural Use of Steelwork in Building (British Standards Institution, 1978, Draft for Public Comment)
7. BS 449: Part 2: 1969 The Use of Structural Steel in Building
8. *The Collapse Method of Design*, Publication No. 5 (British Constructional Steelwork Association, London, 1952)
9. A. Battersby, *Mathematics in Management* (Penguin, Harmondsworth, 1970)
10. K. I. Majid, *Non-linear structures* (Butterworth, London, 1972)
11. *Genesys Applications Software* (Genesys Limited, Loughborough, Leics., 1978)
12. Engineering Design Programs – Software Archives
13. A. R. Toakley, Optimum design using available sections, *J. Struct. Div., Am. Soc. civ. Engrs*, 94 (1968) 1219–41
14. M. R. Horne and W. Merchant, *The Stability of Frames* (Pergamon, Oxford, 1965)
15. A. C. Walker, *The Buckling of Struts* (Chatto & Windus, London, 1975)
16. R. H. Wood, The stability of tall buildings *Proc. Instn civ. Engrs*, 11 (1958) 69–102
17. R. H. Wood, Effective lengths of columns in multistorey buildings, *BRE Current Paper 85/74* (September 1974)
18. F. K. Kong and R. H. Evans, *Reinforced and Prestressed Concrete* (Nelson, London, 1975)
19. B. P. Hughes, *Limit State Theory for Reinforced Concrete Design*, (Pitman, London, 1976)
20. R. G. Smith, The determination of the compressive stress–strain properties of concrete in flexure, *Mag. Concr. Res.*, 12 (1960) 165–70

21. E. Hognestad, N. R. Hanson and D. McHenry, Concrete stress distribution in ultimate strength design, *J. Am. Concr. Inst.*, **27** (1955) 455–79
22. A. A. Mufti, M. S. Mirza, J. O. McCutcheon and J. Honde, A study of the behaviour of reinforced concrete elements using finite elements, Civil Engineering Report No. 70–5 (Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, 1970)
23. A. L. L. Baker, *The Ultimate-Load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames* (Concrete Publications Ltd, London, 1956)
24. A. L. L. Baker, Ultimate load design of reinforced and prestressed concrete frames, *Proceedings of a Symposium on the Strength of Concrete Structures* (Cement and Concrete Association, London 1956) 277–304
25. C. E. Massonnet and M. A. Save, *Plastic Analysis and Design*, Vol. 1, Beams and Frames (Blaisdell, London, 1965)
26. K. W. Johansen, *Yield Line Theory* (English translation, Cement and Concrete Association, London, 1962)
27. K. W. Johansen, *Yield Line Formulae for Slabs* (English translation, Cement and Concrete Association, London, 1972)
28. A. J. Ockleston, *Tests on the Old Dental Hospital, Johannesburg* (Concrete Association London, 1956)
29. S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, 2nd edn. (McGraw-Hill Kogakusha Ltd, New York, 1959)
30. R. H. Wood, *Plastic and Elastic Design of Slabs and Plates* (Thames & Hudson, London, 1961)
31. R. H. Wood, *Studies in Composite Construction, Part 2: The interaction of floors and beams in multi-storey buildings* (HMSO, 1961)
32. E. N. Fox, Limit analysis for plates: the exact solution for a clamped square plate of isotropic homogeneous material obeying the square yield criterion and loaded by uniform pressure, *Phil. Trans. R. Soc. A*, **277**, (1974) 121–55
33. L. L. Jones and R. H. Wood, *Yield Line Analysis of Slabs* (Thames & Hudson, London, 1967)
34. A. Hillerborg, *Strip Method of Design* (Viewpoint Publications, Cement and Concrete Association, London, 1975)
35. R. H. Wood and G. S. T. Armer, The theory of the strip method for design of slabs, *Proc. Instn civ. Engrs.*, **41**, (1968) 285–311
36. J. E. Gordon, *The New Science of Strong Materials*, 2nd edn, (Penguin, Harmondsworth, 1977)
37. W. A. Nash, *Strength of Materials*, 2nd edn, (Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, New York, 1972)
38. *Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings* (American Institute of Steel Construction, New York, 1969)



FERDOWSI UNIVERSITY OF MASHHAD

Publication, No 119

Plastic Methods for Steel

Stuart S. J. Moy

Translated by
M. Reza Esfahani

FERDOWSI UNIVERSITY PRESS

1997