انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد ، شمارهٔ ۲۳۹

مبانی

روان کاری فیلم سیّال

برنارد ج . همراك

ترجمه

دکتر اصغر برادران رحیمی

۱۳۷۷

Hamrock, Bernard J.
همراک، برنارد
مبانی روانکاری فیلم سیّال / برنارد ج. همراک ؛ ترجمه اصغر برادران رحیمی . ـ مشهد : دانشگاه فردوسی مشهد ، مؤسسه چاپ و انتشارات ، ۱۳۷۷ .
شانزده ، ۴۸۶ ص . : مصور ؛ جدول ، نمودار . ـ (انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد ؛ ۲۳۹)
(ISBN: 964-6335-34-9)
فهرستنویسی براساس اطلاعات فیپا (فهرستنویسی پیش از انتشار)
Fundamentals of Fluid Film lubrication.
عنوان اصلی :
کتابنامه :
۱. یاتاقانها ـ لایه سیّال . ۲. یاتاقانها ـ روغن و روغنکاری . الف. برادران رحیمی ، اصغر ، مترجم . ب. دانشگاه فردوسی مشهد ، مؤسسه چاپ و انتشارات . ج. عنوان .
۶۲۱/۸۹
TJ ۱۰۶۳ / ۲ م ۸ هـ
۱۳۷۷
کتابخانه ملی ایران
م ۷۷-۱۳۹۰۵

شناسنامهٔ کتاب

نام : مبانی روانکاری فیلم سیّال

تألیف : برنارد ج. همراک

ترجمه : دکتر اصغر برادران رحیمی

ویراستار علمی : دکتر علی کیانی‌فر

ویراستار ادبی : جواد میزبان

ناشر : انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

تاریخ انتشار : زمستان ۱۳۷۷

شمارگان : ۲۰۰۰ نسخه ـ چاپ اوّل

امور فنّی و چاپ : مؤسّسهٔ چاپ و انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد

قیمت : ۱۳۰۰۰ ریال

شابک : ۹۶۴-۶۳۳۵-۳۴-۹ (ISBN: 964-6335-34-9)

فهرست مطالب

پیشگفتار مترجم

جای بسی خوشوقتی است که سومین اثر ترجمه به فارسی این جانب تقدیم علاقمندان و بخصوص دانشجویان عزیز می شود . کتاب حاضر در زمینهٔ یکی از جالب ترین مباحث مهندسی، یعنی ترابیولوژی است . به نظر این جانب این کتاب یکی از معتبرترین کتب دراین موضوع می باشد ، ترجمه هفده فصل اوّل این کتاب که مطابقت با سیلاب درس روغنکاری و یاتاقان برای دورهٔ کارشناسی دارد تقدیم دانشجویان می گردد . گرچه متن انگلیسی این کتاب تاحدودی پیچیده است ولی دراین ترجمه سعی شده تا همراه با حفظ اصالت کتاب ، جملات حتی المقدور روان تر باشند . کار کوچک و نه خالی ازایرادی است که تقدیم علاقمندان می شود به این امید که مبحث ترایبولوژی به صورت ساده تری آماده فراگیری باشد .

شکل گیری این کتاب مدیون افراد زیادی است . از جناب آقای دکتر محمّدرضا مدرّس رضوی که درمراحل اولّیه تصویب جهت چاپ این کتاب تلاش فرمودند صمیمانه تشکّر می کنم . از همکار ارجمند آقای دکتر علی کیانی فر که با مطالعهٔ دقیق و بهسازی پیشنویس این ترجمه کوشش فرمودند صمیمانه سپاسگزاری می شود . و همچنین از جناب آقای جواد میزبان که با ویرایش ادبی جملات، این ترجمه را هرچه روان تر فرمودند تشکّر می کنم . مهم تر ازهمه از همسر گرامی خود و فرزند دلبندم شروین که مشوّق من درانجام این کار می باشند تشکّر و قدردانی می کنم .

دکتر اصغر برادران رحیمی

دانشیار دانشکده مهندسی . دانشگاه فردوسی

فصل اوّل

مقدّمه

در سال ۱۹۶۶ در انگلستان ، با انتشار «گزارش گروه آموزش و علوم» ، که به «گزارش Jost» نیز معروف است ، کلمه «ترایبولوژی»[1] به عنوان علم و تکنولوژی عمل متقابل سطوح در حال حرکت نسبت به یکدیگر و اعمال مربوط به آن ، تعریف و معرفی شد . ممکن است روان کاری ، اصطکاک ، و ساییدگی اجزاء در حال حرکت یا ساکن ، تعریف بهتری برای آن باشد . «گزارش گروه آموزش و علوم» در سال ۱۹۶۶ همچنین ادعا کرد که صنعت می تواند با بهسازی اعمال روان کاری ، اصطکاک ، و ساییدگی مقدار قابل توجّهی در هزینه ها صرفه جویی کند .

عمده مطالب در این کتاب در مورد «مبانی روان کاری فیلم سیّال» است . روان کاری فیلم سیّال وقتی اتفاق می افتد که سطوح مقابل یکدیگر یاتاقان کاملاً توسط فیلم روان کننده جدا شده باشند . فشار تولیدی در سیّال بار وارده را تحمل کرده و مقاومت اصطکاکی در مقابل حرکت کلاً ناشی از خاصیّت برشی سیّال لزج است . علمکرد یاتاقانهای دارندهٔ فیلم سیّال را می توان با به کارگیری اصول کاملاً شناخته شده مکانیک سیّالات ، معمولاً بر فرض جریان لزج آهسته ، تعیین کرد .

روان کاری مرزی که در آن تماس قابل توجّهی بین سطوح وجود دارد ، در این کتاب فقط به صورت اجمالی ارائه شده است . برای بحث در مورد روان کاری مرزی ، رجوع کنید

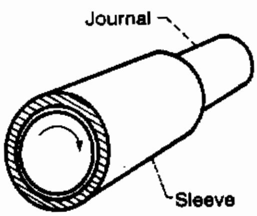
1- Tribology

به: رابینوبچ[1] (۱۹۶۵) ، بودن[2] و تابور[3] (۱۹۷۳) ، هاتچیگز[4] (۱۹۹۲) .

۱-۱ سطوح همدیسی[5] و ناهمدیسی[6]

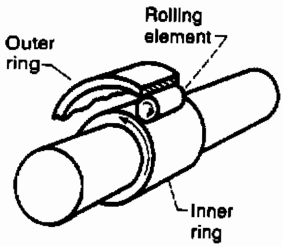
سطوح همدیسی به راحتی و با درجه هندسی همدیسی بالایی با یکدیگر جفت می شوند، به ترتیبی که باربر روی مساحت نسبتاً بزرگی حمل می شود . برای مثال ، مساحت روان کاری یک یاتاقان ژورنال[7] ، برابر با 2π ضرب در شعاع ، ضرب در طول خواهد بود . مساحت سطح تحمّل کننده بار اساساً ضمن افزایش بار ثابت باقی می ماند . یا یاتاقانهای ژورنال فیلم سیّال (شکل ۱-۱) و یاتاقانهای کشویی[8] سطوح همدیسی دارند . در یاتاقانهای ژورنال ، لقی شعاعی بین ژورنال و غلاف معمولاً یک هزارم قطر ژورنال بوده و در یاقانهای کشویی شیب سطح ژورنال نسبت به قسمت لغزنده معمولاً یک در هزار است .

بسیاری از اجزاء ماشین که با فیلم سیّال روان کاری می شوند ، سطوحی دارند که کاملاً به صورت همدیسی نیستند . بنابراین تحمّل کامل بار باید توسّط سطح روان کاری شده کوچکی انجام گیرد . سطح روان کاری شده در یک اتصال ناهمدیسی ، معمولاً به اندازه سه برابر کمتر از آن یک اتصال همدیسی است . عموماً ، مساحت روان کاری شونده بین سطوح ناهمدیسی با افزایش بار به مقدار قابل توجّهی بزرگ می شوند ؛ ولی هنوز کوچکتر از مساحت روان کاری شونده بین سطوح همدیسی است . چند مثال از سطوح ناهمدیسی قسمت درگیری دندانه های چرخ دنده ؛ بادامکها و پیروبادامکها[9] ؛ یاتاقانهای باعضو چرخنده (شکل ۲-۱) .



شکل ۱-۱- سطوح همدیسی

1- Rabinowicz
2- Bowden
3- Tabor
4- Hutchings
5- Conformal
6- Nonconformal
7- Journal Bearing
8- Slider bearings
9- Followers



شکل ۲-۱- سطوح ناهمدیسی

۲-۱ شیوه‌های روان کاری

یک روان کاری کننده ماده‌ای است که اصطکاک و ساییدگی را کاهش داده و شرایط کاری نرم و عمر رضایت بخشی برای اجزاء ماشین فراهم می‌آورد . بیشتر روان کننده‌ها مایع هستند (از قبیل روغنهای معدنی ، استرهای مصنوعی ، سیّالات سیلسیوم دار ، و آب) ولی می‌توانند از مواد جامد (از قبیل پلی تترافلور و تیلین ، یا PTFE) برای استفاده در یاتاقانهای خشک ، از چربیها برای استفاده در یاتاقانهای با عضو چرخنده ، یا از گازها (از قبیل هوا) برای استفاده در یاتاقانهای گازی تشکیل شده باشند . عمل فیزیکی و شیمیایی متقابل بین روان کننده و سطوح روان کاری شونده باید معلوم باشد تا بتوان عمر رضایت بخشی برای اجزاء ماشین فراهم آورد . برای کمک به فهم خصوصیات ویژه‌ای که چهارشیوه روان کاری را از یکدیگر مشخّص می سازند ، جنبه تاریخی کوتاهی همراه با تشریح هر شیوه در این جا آورده می شود .

۱-۲-۱ *جنبه تاریخی*

تا اواسط این قرن ، عموماً دو شیوهٔ روان کاری شناخته شده بود : روان کاری هیدرودینامیکی و روان‌کاری مرزی . درك روان کاری هیدرودینامیکی ، با آزمایشهای کلاسیک تاور[1] (۱۸۸۵) شروع شد که در آن وجود یک فیلم توسّط اندازه گیریهای فشار در داخل روان کننده کشف شد و پترو و[2] نیز از اندازه گیریهای اصطکاك به نتایج مشابه‌ای رسید . این کار به دقّت توسّط مقالهٔ تحلیلی افتخارآمیز رینولدز[3] (۱۸۸۶) دنبال شد . او در این مقاله شکل ساده شده معادلات «ناویر ـ استوکس»[4] را همراه با معادله پیوستگی به کار گرفت تا معادله دیفرانسیل

1- Tower
2- Petrov
3- Reynolds
4- Navier - Stokes

درجه دومی برای فشار در شکاف باریک و همگرای بین سطوح یاتاقان به دست آورد . چون این سطوح کاملاً توسّط یک فیلم سیّال جدا شده اند ، این فشار باعث می شود که بار بین این سطوح با اصطکاك بی نهایت کمی انتقال یابد . در چنین وضعیّتی خواصّ فیزیکی روان کننده ، و از همه مهمّ تر لزجت دینامیکی رفتار در محل تماس را به عهده دارد .

درك روان کاری مرزی معمولاً به هاردی[1] و دابل دی[2] (۱۹۲۲a, b) نسبت داده می شود . آنها دریافتند که فیلمهای بی نهایت نازك چسبیده به سطوح ، غالباً برای کمک به لغزش نسبی کافی هستند . آنها نتیجه گرفتند که تحت چنین شرایطی ترکیب شیمیایی سیّال مهمّ بوده و واژه «روان کاری مرزی» را پیشنهاد کردند . روان کاری مرزی در محدوده روان کاری و در انتهای مقابل روان کاری هیدرودینامیکی قرار دارد . در روان کاری مرزی خواصّ فیزیکی و شیمیایی فیلمهای نازك از ابعاد مولکولی و سطوحی که به آنها متّصل می شوند ، تعیین کننده رفتار تماسی هستند و لزجت روان کننده عامل مؤثری نیست .

در چهل سال گذشته ، تحقیقات صرف درك بهتر و دقیق تر از شیوه های دیگر روان کاری که مابین این دو حدّ و تعریف آنها شده است . یک چنین شیوهٔ روان کاری ، بین سطوح ناهمدیسی و در جایی که فشارها بالا ، و سطوح به صورت کشسانی تغییرشکل می دهند، اتفاق می افتد . در این موقعیّت لزجت روان کننده ممکن است که به مقدار قابل توجّهی بالارفته و این امر به تشکیل یک فیلم سیّال مؤثر ، کمک بیشتری کند . اتصال روان کاری شده ای که در آن چنین آثاری یافت شود ، معروف به کار به صورت «الاستوهیدرودینامیک»[3] است . پیشرفت زیادی در درك مکانیزم روان کاری الاستوهیدرودینامیکی شده که از نظر عمومی به رشد نسبةً بالای خود رسیده است .

از سال ۱۹۷۰ تشخیص داده شده است که بین روان کاری فیلم سیّال و روان کاری مرزی ، حالتهای دوگانهٔ نیز پیش می آید . این حالت ، عموماً «روان کاری جزیی»[4] و یا بعضی مواقع «روان کاری مختلط»[5] نامیده می شود . در حال حاضر بیشتر مجهولات علمی در این شیوهٔ روان کاری قرار دارند . برخورد چندجانبهٔ تخصصی مورد نیاز است تا درك این مکانیزم مهمّ روان کاری حاصل شود . بین سطوح همدیسی ، با روان کاری هیدرودینامیکی ، اگر فیلم

1- Hardy
2- Doubleday
3- Elastohydrodynamic
4- Partial lubrication
5- Mixed lubrication

سیّال خیلی نازك شدو حالت روان کاری مستقیماً از هیدرودینامیکی به جزئی تبدیل می شود . برای سطوح ناهمدیسی ، در جایی که روان کاری الاستوهیدرودینامیکی اتفاق می افتد ، اگر فیلم سیّال خیلی نازك شود حالت روان کاری از الاستوهیدرودینامیکی به جزئی تبدیل می شود . توسعه تاریخی دقیق تر روان کاری ، یا به طور کلی «ترایبولوژی ، را می توان از دوسن[1] (۱۹۷۹) به دست آورد .

۱-۲-۲ روان کاری هیدرودینامیکی

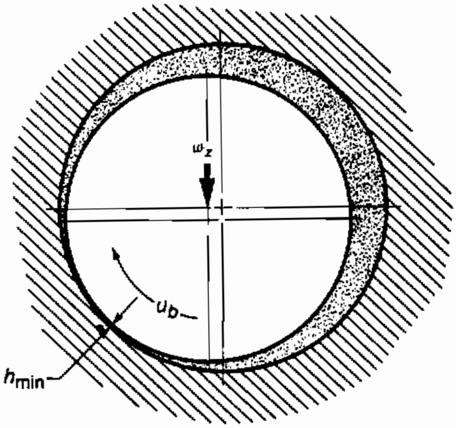
روان کاری هیدرودینامیکی (HL) عموماً مشخّصه سطوح همدیسی هستند . در یک یاتاقان کف گرد یا ژورنال که به صورت هیدرودینامیکی روان کاری می شود ، به علت همگرایی سطوح یاتاقان حرکت نسبی و لزجت سیّال این سطوح را مجزا می سازند و فشار مثبت توسعه می یابد . وجود این فشار مثبت مبتنی است بر این که یک بار وارده عمودی می تواند تحمّل شود . مقدار این فشارتوسعه یافته (معمولاً کمتر از ۵مگاپاسکال) عموماً به اندازه ای نیست که بتواند سبب تغییرشکل کشسانی قابل ملاحظهٔ سطوح شود . بعداً نشان داده می شود که ضخامت کمینه فیلم سیّال در یک یاتاقان روان کاری شونده به صورت هیدرودینامیکی ، تابعی از بار عمودی وارده w_z ، سرعت u_b سطح پایینی ، لزجت روان کاری کننده η_0 ، و شکل هندسی (R_x و R_y) است . شکل ۳-۱ بعضی از این مشخّصه های روان کاری هیدرودینامیکی را نشان می دهد . ضخامت کمینه فیلم ، $h_{\min}$ ، برحسب تابعی از u_b و w_z برای حرکت کشویی به صورت :

$$(h_{\min})_{HL} \propto \left(\frac{u_b}{w_z}\right)^{1/2} \qquad (۱-۱)$$

داده می شود . این ضخامت کمینه فیلم ، معمولاً از $1\ \mu m$ بیشتر است .

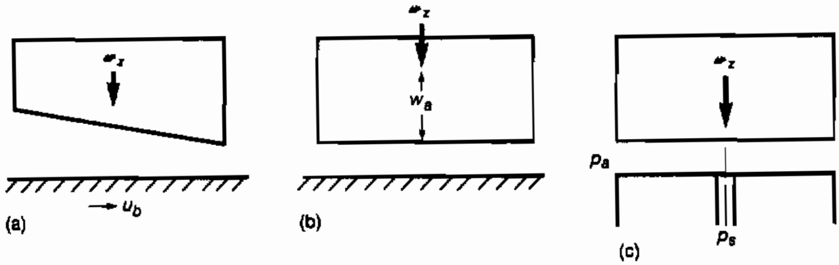
در روان کاری هیدرودینامیکی معمولاً فیلمها ضخیم هستند به طوری که باعث جلوگیری از تماس سطوح صلب متقابل می شدند . این شرایط غالباً به عنوان حالت «ایده آل روان کاری» شناخته می شود ؛ زیرا موجب اصطکاك پایین و مقاومت زیاد در مقابل سایید گی می گردد . خواصّ فیزیکی کلّی روان کننده ، مخصوصاً لزجت ، حاکم بر روان کاری سطوح صلب است ومشخصه های اصطکاکی صرفاً از خاصیّت برشی روان کننده لزج به وجود می آیند .

1- Dowson



شکل ۳-۱- مشخصه‌های روان‌کاری هیدردینامیکی

برای تحمّل یک بار عمودی توسّط یک یاتاقان ، باید گستره‌های فشار مثبت در طول یاتاقان به وجود آیند . شکل ۴-۱ ، نمایش دهنده سه روش از تشکیل فشار مثبت در یاتاقانهای روان کاری شونده به صورت هیدرودینامیکی است . برای به وجود آمدن فشار مثبت در یک یاتاقان لغزشی [شکل ۴-۱ الف] ضخامت فیلم روان کننده باید در جهت لزشی کاهش یابد . در یک یاتاقان با فیلم فشرده [شکل ۴-۱ ب] عمل فشردن سطوح یاتاقان را مجبور به حرکت با سرعت w_a به طرف یکدیگر می کند .



شکل ۴-۱- مکانیزم توسعه فشار برای روان‌کاری هیدرودینامیکی . الف - یاتاقان لغزشی ، ب - یاتاقان با فیلم فشرده ، ج - یاتاقان تحت فشار از خارج

وقتی که سطوح یاتاقان به یکدیگر نزدیک می شوند ، مکانیزم فشردگی تولید فشار ، اثر بالشتکی با ارزشی را فراهم می‌آورد . فشارهای مثبت فقط وقتی تولید خواهند شد که ضخامت فیلم سیّال کم شونده باشد . در یک یاتاقان تحت فشار از خارج ، که گاهی «یاتاقان هیدرواستاتیک» نامیده می شود [شکل ۴-۱ ج] ، اُفت فشار در یاتاقان باعث تحمّل بار می شود . در این حالت ظرفیت تحمّل بار ، مستقل از حرکت یاتاقان و لزجت روان کننده است به اضافه سایدگی تماس سطحی در شروع و در ایستادن مانند آن در یاتاقان لغزشی وجودندارد .

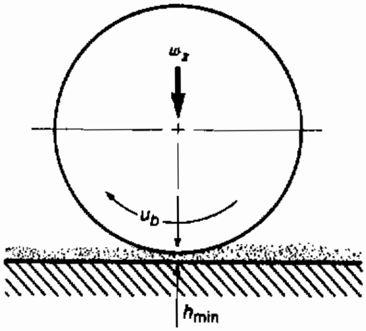
۳-۲-۱ *روان کاری الاستوهیدرودینامیکی*

روان کاری الاستوهیدرودینامیکی (EHL) نوعی از روان کاری هیدرودینامیکی است که در آن تغییرشکل کشسانی سطوح روان شونده قابل ملاحظه است . جنبه های مهمّ در یک یاتاقان لغزشی هیدرودینامیکی [شکل ۴-۱ الف] مثل ضخامت فیلم همگراشونده ، حرکت لغزشی و سیّال لزج مابین سطوح در این جا نیز مهمّ هستند . روان کاری الاستوهیدرودینامیکی معمولاً همراه با سطوح ناهمدیسی هستند . دو شکل متمایز (روان کاری به صورت الاستوهیدرودینامیکی EHL وجود دارند .

۱-۳-۲-۱ *EHL سخت*

EHL سخت مربوط به موادّی با ضریب کشسانی بالا ، مثل فلزات است . در این نوع روان کاری تغییرشکل کشسانی و تأثیرات فشار ـ لزجت اهمیّت یکسانی دارند . شکل ۵-۱ ویژگیهای محل تماس را در حالت الاستوهیدرودینامیکی سخت را نشان می دهد . فشار بیشینه عموماً بین 0.5 و 3 GPa بوده و ضخامت کمینه فیلم ، عموماً بیشتر از 0.1 μm است . این شرایط به طور قابل توجّهی با شرایط تماس در روان کاری هیدرودینامیکی متفاوت است . (شکل ۳-۱) . تغییرشکلهای کشسانی در اثر بارهایی که معمولاً در اجزاء ماشین ناهمدیسی پیش می‌آید ، چندین مرتبه بزرگتر از ضخامت کمینّه فیلم سیّال هستند . به علاوه ، لزجت روان کننده می تواند به اندازه ۱۰ مرتبه در زیر بار تغییر کند . در این حالت ضخامت کمینّه فیلم سیّال مانند مورد روان کاری هیدرودینامیکی (شکل ۳-۱) تابع پارامترهای مشابهی هستند ؛ ولی ضریب کشسانی مؤثر E' و ضریب فشار ـ لزجت ξ روان کننده را باید اضافه کرد .

$$E' = \frac{2}{\dfrac{1-\nu_a^2}{E_a} + \dfrac{1-\nu_b^2}{E_b}} \qquad (۱-۲)$$



شکل ۵-۱- مشخصه‌های روان کاری الاستوهیدرودینامیکی سخت

رابطه به دست آمده بین ضخامت کمینّه فیلم و بار عمودی وارده و سرعت ، برای EHL سخت توسط همراک[1] و دوسن (۱۹۷۷) عبارت است :

$$(h_{min})_{HEHL} \propto w_z^{-0.073} \qquad (۱-۳)$$

$$(h_{min})_{HEHL} \propto u_b^{0.68} \qquad (۱-۴)$$

از مقایسه نتایج مربوط به EHL سخت [معادلات (۳-۱) و (۴-۱)] و روان کاری هیدرودینامیکی [معادله (۱-۱)] ، نتایج ذیل به دست می آید :

۱- توان بار عمودی وارده روان کاری در ارتباط با روان کاری هیدرودینامیکی حدوداً هفت برابر بزرگتر از توان آن درارتباط با EHL سخت است . این دلیلی است بر این که ضخامت فیلم در مورد EHL سخت ، فقط به اندازهٔ خیلی کمی متأثر از بار است ؛ ولی برای روان کاری

1- Hamrock

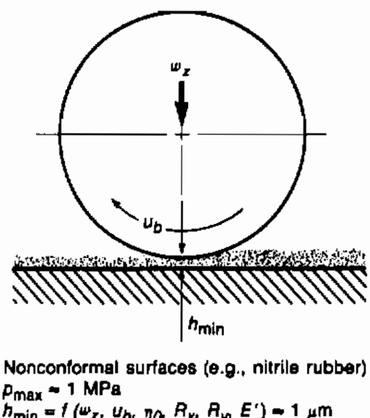
هیدرودینامیکی از تأثیر قابل توجّهی برخوردار است .

۲- توان سرعت متوسط در ارتباط با EHL سخت به اندازه خیلی کمی بزرگتر از این توان در روان کاری هیدرودینامیکی است .

بعضی از نتایج مهمّ دراین فصل ارائه شده ؛ و در فصلهای بعدی به طوراساسی بحث خواهندشد . کاربردهای مهندسی که در آن روان کاری الاستوهیدرودینامیکی برای مواد با ضریب کشسانی بالامهمّ هستند، شامل : چرخ دنده ها ، یا یاتاقانهای باعضوچرخنده و بادامکهامی باشند .

۲-۳-۲-۱ *EHL* نرم

EHL نرم مربوط به موادّ با ضریب کشسانی پایین از قبیل لاستیک است . شکل ۶-۱ مشخصه های مواد با EHL نرم را نشان می دهد . در EHL نرم حتی برای بارهای خیلی کم ، تغییرشکل کشسانی بزرگ است . فشار بیشینه برای EHL نرم ، در برابر 1 GPa برای EHL سخت (شکل ۵-۱) ، معمولاً 1 MPa است . این فشار پایین اثر قابل اغماضی در تغییرات لزجت در سرتاسر طول تماس دارد . ضخامت کمیّنه فیلم تابع همان عواملی است که در روان کاری هیدرودینامیکی می باشد ؛ ولی ضریب کشسانی مؤثر اضافه می شود . ضخامت کمیّنه فیلم برای EHL نرم ، معمولاً 1 μm است . کاربردهای مهندسی که در آن روان کاری



Nonconformal surfaces (e.g., nitrile rubber)
$p_{max} \approx 1$ MPa
$h_{min} = f(w_z, u_b, \eta_0, R_x, R_y, E') \approx 1\ \mu$m
Elastic effects predominate

شکل ۶-۱- مشخصه‌های روان کاری الاستوهیدرودینامیکی نرم

الاستودینامیکی برای مواد باضریب کشسانی پایین مهمّ است، شامل: واشرها، مفصلهای انسان، لاستیک ها، و تعدادی از اجزاء ماشین روان کاری شونده با مواد لاستیکی هستند و جنبه های مشترك EHL نرم وسخت عبارتنداز این که تغییرشکل کشسانی محلّی جامدات، فیلمهای سیّالی چسبنده فراهم آورده و از عمل متقابل زبری به مقدار زیادی جلوگیری می شود. این عمل دلیلی است بر این که مقاومت اصطکاکی در برابر حرکت به خاطر خاصیّت برشی روان کننده است.

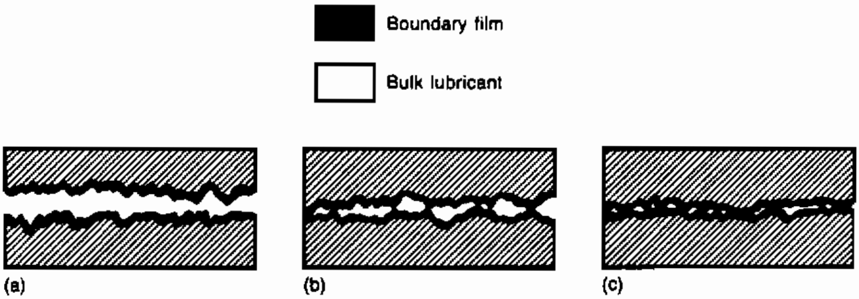
۴-۲-۱ روان کاری مرزی

چون در روان کاری مرزی جامدات توسط روان کننده ازیکدیگر جدانمی شوند؛ تأثیرات فیلم سیّال قابل چشم پوشی بوده و به اندازه قابل توجّهی تماس زبری هاوجود دارد. خواصّ فیزیکی و شیمیایی فیلمهای سطحی نازك باابعادمولکولی حاکم برمکانیزم روان کاری‌تماسی هستند. خواصّ روان کننده ازاهمیّت فرعی برخورداربوده وضریب اصطکاك لزوماً مستقل از لزجت سیّال است. مشخصه های اصطکاکی توسط خواصّ سطوح جامدوفیلم روان کننده درسطوح تماسی مشترك، تعیین می شوند. ضخامت فیلمهای سطحی بستگی به اندازه مولکولی از1 تا10mm تغییر می کنند.

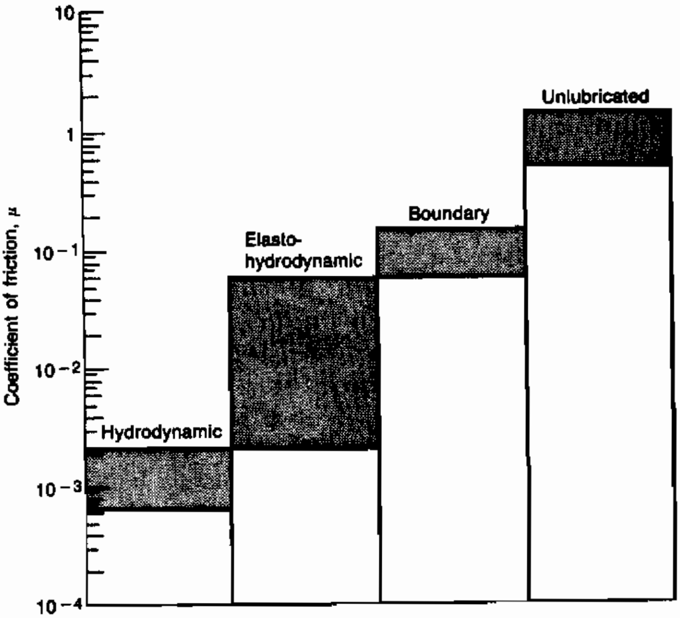
شکل ۷-۱ نشان دهنده شرایط موجود در فیلم سیّال و روان کاری مرزی است. شیب های سطحی در این شکل جهت نشان دادن به مقدار زیادی از حالت عادی خارج شده اند. مثلاً، سطوح واقعی به جای شیب های تند به صورت تپه های با چرخش ملایم، ظاهر می شوند. برای روان کاری فیلم سیّال، زبری های سطح در تماس نبوده؛ ولی در روان کاری مرزی در تماس هستند.

شکل ۸-۱ رفتار ضریب اصطکاك در شیوه های مختلف روان کاری را نشان می دهد. گرچه اصطکاك در روان کاری مرزی به اندازه زیادی بزرگتر از اصطکاك در شیوه هیدرودینامیکی است، ولی هنوز برای سطوح روان کاری نشده به مقدار زیادی پایین تر است. ضریب اصطکاکی متوسط از شیوهٔ هیدرودینامیک به الاستوهیدرودینامیکی و از شیوهٔ مرزی تا شیوهٔ روان کاری نشده به اندازه سه مرتبه بزرگی افزایش می یابد.

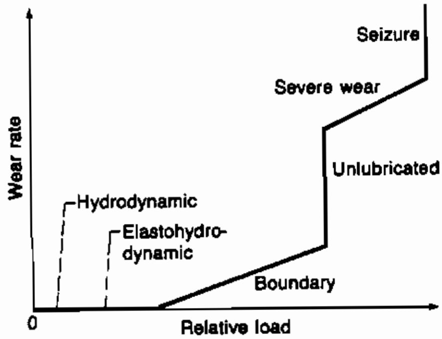
شکل ۹-۱ چگونگی ساییدگی در شیوه های روان کاری مختلف، که توسط بار وارده تعیین می شود را نشان می دهد. به دلیل عدم وجود زبری تماسی؛ ساییدگی در شیوه های هیدرودینامیکی الاستوهیدرودینامیکی کم ویااصلاً وجودندارد. درشیوه روان کاری مرزی درجه



شکل ۷-۱- شرایط فیلمی شیوه‌های روان‌کاری . الف ـ روان‌کاری فیلم سیّال ؛ سطوح توسط قشر روان‌کننده کلی از یکدیگر جدا شده‌اند . ب ـ روان‌کاری جزئی ؛ نقش هردو روان‌کننده کلی و فیلم مؤثری باشد ؛ ج ـ روان‌کاری مرزی ؛ عملکرد لزوماً بستگی به‌فیلم مرزی دارد .



شکل ۸-۱- دیاگرام طولی نشان‌دهنده ضریب اصطکاک برای شرایط مختلف روان‌کاری



شکل ۹-۱- چگونگی سایدگی برای شیوه‌های مختلف روان‌کاری

عمل متقابل زبری و نرخ سایدگی با افزایش بار زیاد می شود . عبور از روان کاری مرزی به شرایط بدون روان کاری توسط تغییر بسیار زیاد در نرخ سایدگی مشخص می شود . ضمن افزایش نسبی بار در رژیم بدون روان کاری ، نرخ سایدگی تا ظهورایست انتهایی افزایش یافته و عضو ماشین دیگر نمی تواند به صورت موفقّ عمل نماید . بیشتر اجزاء ماشین با سطوح بدون روان کاری مدت زیادی نمی توانند کار کنند . شکلهای ۸-۱ و ۹-۱ نشان می دهند که اصطکاك و سایدگی سطوح بدون روان کاری را می توان به مقدار زیادی با استفاده از روان کاری مرزی کاهش داد .

روان کاری مرزی برای بارهای سنگین و سرعتهای کار پایین ، که در آن رسیدن به روان کاری فیلم سیّال مشکل است ، به کار گرفته می شود . مکانیزم هایی از قبیل لولاهای درب ، تحت شرایط روان کاری مرزی کار می کنند . دیگر کاربردهایی که در آنها پایین بودن هزینه ها در درجه اوّل اهمیّت قرار دارند ، در یاتاقانهای غلاف دار مالشی است که از روان کاری مرزی استفاده می کنند .

۵-۲-۱ *روان کاری جزئی*

اگر فشارها در اجزاء ماشین روان کاری شونده به صورت الاستوهیدرودینامیکی خیلی زیاد باشند یا سرعتهای کار خیلی پایین باشند ، در فیلم روان کننده رخنه حاصل خواهد شد . بین زبریها مقداری تماس به وجود آمده و سپس روان کاری جزئی (بعضی اوقات «روان کاری

مختلط» نامیده می شود) اتفاق خواهد افتاد . ترکیبی از تأثیرات فیلم سیّال و مرز ، حاکم بر رفتار اتّصال در یک شیوه روان کاری جزئی هستند . عمل متقابل بین یک یا تعداد بیشتری از لایه های مولکولی فیلمهای روان کاری شونده مرزی انجام می گیرد . عمل روان کاری جزئی فیلم سیّال در فضای کلّی بین جامدات توسعه می یابد . متوسط ضخامت فیلم در یک اتّصال با روان کاری جزئی کمتر از $1\,\mu m$ و بزرگتر از $0.01\,\mu m$ است .

مهمّ است که تشخیص دهیم عبور از روان کاری الاستوهیدرودینامیکی به جزئی در ضمن افزایش بار به صورت هم زمان صورت نمی گیرد ؛ بلکه قسمت کاهش یابنده ای از بار ، توسط فشارهای داخل سیّال که فاصله بین جامدات در مقابل یکدیگر را پر می کنند ، تحمّل می شود . در ضمن افزایش بار ، قسمت بزرگتری از آن توسط فشار تماسی بین زبریهای جامدات تحمّل می شود . به علاوه ، برای سطوح همدیسی شیوه روان کاری ، مستقیماً از روان کاری هیدرودینامیکی به جزئی می رود .

۱-۳ مؤخّره

در این فصل سطوح همدیسی و ناهمدیسی تعریف شدند . سطوح همدیسی به راحتی و با درجه هندسی همدیسی بالایی با یکدیگر جفت می شوند ، به ترتیبی که بار بر روی مساحت نسبتاً بزرگی حمل می شود و ضمن افزایش بار ، مساحت سطح تحمّل کننده بار لزوماً ثابت باقی می ماند . سطوح ناهمدیسی مطابقت هندسی خوبی نداشته و سطوح روان کاری کوچکی دارند . سطح روان کاری باافزایش بار بزرگ می شود ؛ ولی هنوز در مقایسه با مساحت روان کاری سطوح همدیسی ، کوچک است .

توسعه درك عمل شیمیایی و فیزیکی روان کننده در داخل یک اتّصال روان شونده به صورت خلاصه دنبال شده و چهار شیوهٔ روان کاری تشریح شد . این شیوه ها عبارتند از : هیدرودینامیکی ، الاستوهیدرودینامیکی ، جزئی و مرزی . روان کاری هیدرودینامیکی توسط سطوح همدیسی مشخص می شود . فیلم روان کاری کننده به اندازه کافی ضخیم است که بتواند از تماس جامدات در مقابل یکدیگر جلوگیری به عمل آورد . اصطکاك فقط از خاصیت برش لزجت روان کننده به وجود می آید . فشارهای توسعه یافته در روان کاری هیدرودینامیکی پایین هستند (معمولاً کمتر از 5 MPa) به ترتیبی که می توان سطوح را عموماً صلب در نظر گرفته و اثرات فشار ـ لزجت کوچک هستند . سه حالت توسعه فشار در خلال روان کاری

هیدرودینامیکی ارائه شدند : که این حالتها لغزنده ، فشردگی و اعمال فشار از خارج می باشند . در روان کاری هیدرودینامیکی با حرکت لغزشی ، ضخامت کمینه فیلم کاملاً به بار حساس بوده و به صورت معکوس متناسب با جذر بار عمودی وارده است .

روان کاری الاستوهیدرودینامیکی توسط سطوح ناهمدیسی مشخص شده است و مکرراً در این حالت تماس زبری سطوح جامد وجود ندارد . دو حالت از روان کاری الاستوهیدرودینامیکی وجود دارند : سخت و نرم . EHL سخت با سطوح فلزی و EHL نرم توسط سطوح ساخته شده از مواد کشسانی مشخص می شوند . فشارهای توسعه یافته در EHL سخت ، بالا هستند (معمولاً بین 0.5 و 3 GPa) به ترتیبی که تغییرشکل کشسانی سطوح جامد و اثرات فشار ـ لزجت روان کننده مهمّ می شود . مثل حالت روان کاری هیدرودینامیکی ، اصطکاك به دلیل خاصیت برشی لزجت روان کننده است . ضخامت کمینه فیلم در EHL سخت ، نسبتاً غیرحساس به بار است ؛ زیرا با افزایش بار سطح تماس افزایش یافته و در نتیجه سطح روان کاری بزرگتری برای تحمّل بار را فراهم می آورد . در EHL نرم حتّی برای بارهای سبک تغییرشکل کشسانی بزرگ بوده و لزجت در داخل اتصال به مقدار کمی با فشار تغییر می کند ، زیرا فشارها نسبتاً پایین بوده و اثر کشسانی غلبه می کند . روان کاری هیدرودینامیکی و الاستوهیدرودینامیکی هر دو پدیده روان کاری فیلم سیّال هستند که در آن این قشر به اندازه کافی ضخیم است که بتواند از تماس سطوح جامد مقابل یکدیگر ممانعت کند .

در روان کاری مرزی تماس زبری قابل ملاحظه ای اتفاق می افتد و خواصّ شیمیایی و فیزیکی فیلمهای سطحی نازك با ابعاد مولکولی (از 1 تا 10mm) حاکم بر مکانیزم روان کاری هستند . مشخصه های اصطکاکی ، توسط خواصّ جامدات و فیلم روان کننده در سطوح مشترك تعیین می شوند . اثرات مخلوطی از فیلم سیّال و مرزی حاکم بر روان کاری جزئی (بعضی اوقات «روان کاری مختلط» نامیده می شود) هستند . بیشترین مجهولات علمی ، در این نوع شیوهٔ روان کاری قرار دارد .

۱-۴ مسائل

۱-۴-۱ حداقل سه کاربرد برای هر کدام از چهار شیوهٔ روان کاری ، شرح دهید ؟

۱-۴-۲ تفاوت بین سطوح همدیسی و ناهمدیسی را شرح دهید ؟

۱-۵ فهرست منابع و ماخذ

Beerbower, A. (1972): Boundary Lubrication. GRU.IGBEN.72, Report on Scientific and Technical Application Forecasts (Avail. NTIS, AD-747336).

Bowden, F. P., and Tabor, D. (1973): *Friction—An Introduction to Tribology*. Anchor Press/Doubleday, New York.

Department of Education and Science, Great Britain (1966): *Lubrication (Tribology), Education and Research; A Report on the Present Position and Industry's Needs*. HMSO, London.

Dowson, D. (1979): *History of Tribology*. Longman, London and New York.

Hamrock, B. J., and Anderson, W. J. (1983): Rolling-Element Bearings. *NASA Ref. Publ.* 1105.

Hamrock, B. J., and Dowson, D. (1977): Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part III—Fully Flooded Results, *J. Lubr. Technol.*, vol. 99, no. 2, pp. 264–276.

Hardy, W. B., and Doubleday, I. (1922a): Boundary Lubrication—The Paraffin Series. *Proc. R. Soc. London Ser. A*. vol. 100, Mar. 1, pp. 25–39.

Hardy, W. B., and Doubleday, I. (1922b): Boundary Lubrication—The Temperature Coefficient. *Proc. R. Soc. London Ser. A*, vol. 101, Sept. 1, pp. 487–492.

Hutchings, I. M. (1992): *Tribology-Friction and Wear of Engineering Materials*. Edward Arnold, London.

Petrov, N. P. (1883): Friction in Machines and the Effect of the Lubricant. *Inzh. Zh. St. Petersburg*, vol. 1, pp. 71–140; vol. 2, pp. 227–279; vol. 3, pp. 377–436; vol. 4, pp. 535–564.

Rabinowicz, E. (1965): *Friction and Wear of Materials*. Wiley, New York.

Reynolds, O. (1886): On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of Viscosity of Olive Oil. *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, vol. 177, pp. 157–234.

Tower, B. (1885): Second Report on Friction Experiments (Experiments on the Oil Pressure in a Bearing). *Proc. Inst. Mech. Eng.*, pp. 58–70.

فصل دوم

طبقه بندی و انتخاب یاتاقان

طراحی فرآیندی است خلاق ، جهت یافتن راه حلّ مناسب برای یک مسأله مخصوص . در تمام اشکال طراحی ، یک مسأله بخصوص ممکن است راه حلهای مختلفی داشته باشد ؛ زیرا ملزومات طراحی می توانند به طرق مختلف برداشت شود . برای مثال ، ممکن است مقصود فراهم آوردن موارد ذیل باشد :

الف ـ ارزان ترین طراحی ؛

ب ـ یا ساخت آسانترین طرح با مواد موجود در دسترس ؛

ج ـ یا قابل اعتمادترین طرح ؛

د ـ یا یک طراحی که کمترین جا را اشغال می کند ؛

هـ ـ یا یک طراحی که از لحاظ وزنی سبکترین است ؛

و ـ یا بهترین طراحی از لحاظ تمام جوانب احتمالی باشد .

بنابراین کار طراح روشن وصریح نیست، زیرا اومجبوراست توافقی منطقی بین همه این ملزومات انتخاب کرده و سپس تصمیم بگیرد تا این طراحی ، تلفیقی از همه این شرایط باشد .

فرآیند انتخاب و طراحی یاتاقان ، معمولاً شامل اقدامات زیر است :

۱ - انتخاب یاتاقان مناسب .

۲ - تخمین اندازه یاتاقان که احتمال دارد مطلوب باشد .

۳- تجزیه و تحلیل کردن عملکرد یاتاقان برای ارضاء ملزومات در نظر گرفته شده .

۴- و سپس تعدیل این طراحی و ابعاد آن تا زمانی عملکرد آن نزدیک به بهینه ای که از همه مهم تر است ، شود .

دوگام آخری دراین فرآیندمی توانده‌به آسانی توسط شخصی که آموزش درروشهای تحلیلی داشته و اصول اصلی موضوع را درك می کند ، انجام گیرد . ولی دوگام اوّلی احتیاج به مقداری تصمیم گیریهای خلاق داشته وبرای خیلی ازطراحان مشکل ترین قسمت یک فرآیندطراحی است .

۱-۲ طبقه بندی یاتاقان

یاتاقـان یک تکیه گـاه یا راهنمـا است که یک جـزء ماشین را به ترتیبی با اجزاء دیگر قـرار می دهد کـه حـرکت نسبی مـعیّن شـده بتوانـد انجام گیـرد ، ضمن این که نیـروهای در ارتبـاط با کارکرد در این ماشین بتوانند به نرمی و با راندمان منتقل شوند . یاتاقانها را می توان به چند طریق دسته بندی کـرد : تقسیم بندی بر اسـاس حـالت اسـاسی کـاری (مـالش ، هیـدرودینامیک ، هیدرواستاتیک ، یا جزء چرخنده) ، تقسیم بندی بر اساس جهت و طبیعت بار وارده (کف گرد یا ژورنال) ، یا تقسیم بندی بر اساس شکل هندسی (یخ زده ، سطح موازی پله ای ، یا کفشک متمایل) . مطالب زیادی برای طبقه بندی برحسب حالت اساسی عمل با تقسیم بندی های جزئی آن برای به حساب آوردن شرایط بار و شکلهـای هندسی مـختلف وجود دارد . این طبقـه بندی در این کتاب مورد استفاده قرار می گیرد .

۱-۱-۲ *یاتاقانهای با مالش خشک*

درپاتاقـانهای با مـالش خشک ، دو سطح یاتاقـان با چرخش یا حرکت لغـزشی یا به هردو صورت به یکدیگر مالیده شده وبه طریق روان کاری مرزی روان کاری می شوند . مثالهای یاتاقان بامالش خشک ، ژورنالهـای بدون روان کاری ، ساخته شده از مـوادی مثل نایلون ، پولی تترافلور و اتیلین ، و کربن و پرچهای الماس در ابزارها هستند . مشخصه های اصطکاکی و حمل بار این طبقه از یاتاقانها را می توان مستقیماً به خواص اساسی تماس مواد یاتاقان مرتبط ساخت .

۲-۱-۲ *یاتاقانهای آغشته شده*

دراین نوع یاتاقـان یک مـاده متـخلخل (مـعـمـولاً فلز) آغشـتـه بـه یک روان کـار شـده و

بدین ترتیب یک اثر خود روان کننده پیدا می کند . فلز متخلخل معمولاً توسط تف جوشی (حرارت دادن برای خلق یک جرم یکنواخت بدون ذوب شدن) یک پودر فلزی متراکم ، ساخته می شود (مثال ، آهن تف جوش یا برنز) . قسمتهای متخلخل ، به عنوان یک منبع ذخیره برای روان کننده هستند . مشخصه های حمل بار و اصطکاک این یاتاقان بستگی به خواصّ ماتریسی جامد و روان کننده در اتّصال با جامد متقابل به آن دارد . این روان کننده ممکن است مایع یا یک چربی باشد .

عموماً به کارگیری یاتاقانهای آغشته شده محدود به سرعتهای لغزشی پایین است (معمولاً کمتر از 1 یا 1.5 m/s) ولی آنها می توانند فشارهای متوسط بالایی را تحمّل کنند (معمولاً تا 7 یا 15 MPa) . بزرگترین امتیاز این یاتاقانها ارزانی و سادگی آنها است و غالباً درموقعیتهای با سرعت پایین با حرکت میانی ، مثل شاسی اتوموبیل ، بادامکها ، و مکانیزمهای مرتعشی به کار می روند .

جداکننده های آغشته شده برای بلبرینگهای کوچک ، مثل موارد استفاده شونده در ابزار دقیق ، بعضی مواقع به عنوان منبع روان کننده برای اعضاء چرخنده و وقتی که مقدار کمیّنه ای از روان کننده لازم است ، مورد استفاده قرار می گیرند . در این مورد ماده متخلخل معمولاً یک پلاستیک است (مثال ، نایلون) .

به دلیل وجود مقدار کم روان کننده ، معمولاً جای شک است که یک یاتاقان آغشته شده بتواند به صورت هیدرودینامیکی واقعی کار کند . این رفتار می تواند به عنوان روان کاری الاستوهیدرودینامیکی جزئی تشریح شود و بنابراین دلالت بر روان کاری جزئی می کند . عملکرد هیدرودینامیکی یاتاقان می تواند با فرض این که یک فیلم کامل در فضای لقی وجود دارد، و این که جریان روان کننده در داخل ماده متخلخل تابع «قانون دارسی» است ، تجزیه و تحلیل شود (قانون دارسی به طور مثال در کامرون (۱۹۷۶) بحث شد) فرمول ساده دارسی برای یاتاقانهای متخلخل ، گرادیان فشار را به جریان داخل ماده متخلخل مربوط می سازد ، ضمن این که از اثرات اینرسی صرف نظر کرده و فرض می کند که سرعت سطحی نسبی وجود ندارد . حل هم زمان معادله رینولدز و معادله جریان برای یک ماتریس متخلخل ، الگوهای جریان ، توزیعهای فشار ، و ظرفیتهای حمل باری را که می توانند سازنده جداول طراحی باشند ، به دست می دهند . البته فرآیند طراحی رضایتبخش ، معمولاً مقدار قابل توجّهی اطلاعات تجربی و تجزیه کاری برای کمک به تجزیه و تحلیل هیدرودینامیکی لازم دارد . مشکل در قبول

عملهای جداگانه ، که بر رفتار یاتاقان حاکم است ، منعکس کننده عمل هیدرودینامیکی جزئی خیلی از یاتاقانها در این گروه است .

۲-۱-۳ یاتاقانهای فیلم سیّال همدیسی

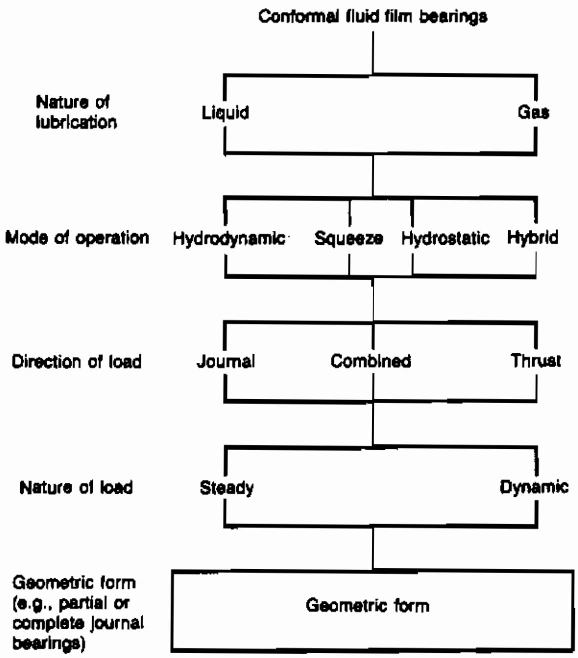
سطوح متقابل یاتاقانهای فیلم سیّال هیدرودینامیکی توسط یک فیلم روان کننده کاملاً از یکدیگر جدا می شوند . این روان کننده ممکن است یک مایع یا یک گاز بوده و ظرفیت حمل بار به دست آمده از فشار داخل فیلم روان کننده ممکن است توسط حرکت اجزاء ماشین (یاتاقانهای هیدرودینامیکی یا خود عمل کننده) یا توسط فشار از خارج (هیدرواستاتیک) یا حرکت فشردگی هیدرودینامیکی ، یا توسط ترکیبی از این عملها تولید شود . در تمام این موارد ، قوانین جریان لزج حاکم بر مشخصه های اصطکاکی یاتاقانها هستند . ظرفیتهای حمل بار به طور مشابه توسط عمل هیدرودینامیکی انجام می شوند ، ولی در سرعتهای کاملاً پایین ، خواص مواد یاتاقان باید در نظر گرفته شوند (مثال ، خواصّ عمر خستگی یا اصطکاك پایین) .

روشهای تغذیه روان کننده به یک یاتاقان فیلم سیّال همدیسی ، کاملاً متفاوت هستند . در سرعتهای پایین و بارهای متوسط ، یک حلقه روغن زن ، که روغن را از یک منبع توسط خاصیّت بالابری لزجت می کشد ، کافی است ؛ ولی در خیلی از ماشینهای مدرن ، روغن تحت فشار به یاتاقان می رسد تا از پر شدن کافی فضاهای لق اطمینان حاصل شود . یاتاقانهای تحت فشار از خارج یا هیدرواستاتیک ، سیستمهای تهیه روان کننده مفصلی را ایجادمی کنند و روان کننده تحت فشاری از مرتبه مگاپاسکال وارد یاتاقان می شود . این گونه یاتاقان به طور مخصوصی برای بارهای بالا و سرعتهای پایین یا وقتی شقی فیلم عمود بر حرکت سطح مهمّ است ، مفید است .

یک تقسیم بندی از یاتاقانهای فیلم سیّال همدیسی که طبیعت روان کننده ، حالت عمل ، جهت حرکت ، طبیعت بار و شکل هندسی یاتاقان را در نظر می گیرد ، در شکل ۱-۲ نشان داده می شود .

۲-۱-۴ یاتاقانهای با عضو چرخنده

اجزاء ماشین در یاتاقانهای با عضو چرخنده ، توسط اجزاء غالب در حرکت چرخنده ، جدا می شوند . شکل ۲-۲ گروه بندی یاتاقانهای با عضو چرخنده را نشان می دهد . اجزاء



شکل ۱-۲- تقسیمات یاتاقانهای فیلم سیّال همدیسی

چرخنده ممکن است توپها ، غلطکها یا سوزنها باشند (غلطک با نسبتهای بزرگ عرض به قطر) . حرکت نسبی بین اجزاء ماشین ، ازجایگزینی عمل لغزشی با حرکتی که اصولاً غلطکی است به وجود می آید . معمولاً مقداری لغزش ، حرکت کشویی ، یا چرخش نیز انجام می گیرد و مشخصه های اصطکاکی توسط حرکت نسبی و شرایط بار و خواص روان کننده تعیین می شوند . یاتاقانهای با عضو چرخنده ممکن است با مایعات یا گازها روان کاری شوند (روغنهای معدنی یا روان کننده های مصنوعی) . این روان کننده (معمولاً یک چربی) بعضی اوقات در داخل دستگاه یاتاقان آب بندی شده و یا ممکن است به صورت قطرات خیلی ریز به کار گرفته شود . انواع بسیار زیادی از یاتاقانهای با عضو چرخنده وجود دارند که برای ارضاء شرایط عمل موجود در صنعت طراحی شده اند .

۲-۲ انتخاب یاتاقان

طراح غالباً با مشکل تصمیم گیری جهت انتخاب یاتاقان با عضو چرخنده یا

هیدرودینامیکی که برای کاربرد بخصوص استفاده می شوند ، مواجه می شود . مشخصه های ذیل یاتاقانهای با عضو چرخنده در خیلی از موقعیّتها مطلوبتر از یاتاقانهای هیدرودینامیکی است . (فیلم سیّال همدیسی) :

۱- اصطکاك کم در شروع و حین عمل ؛

۲- قدرت تحمّل بارهای ترکیبی از شعاعی و کف گرد ؛

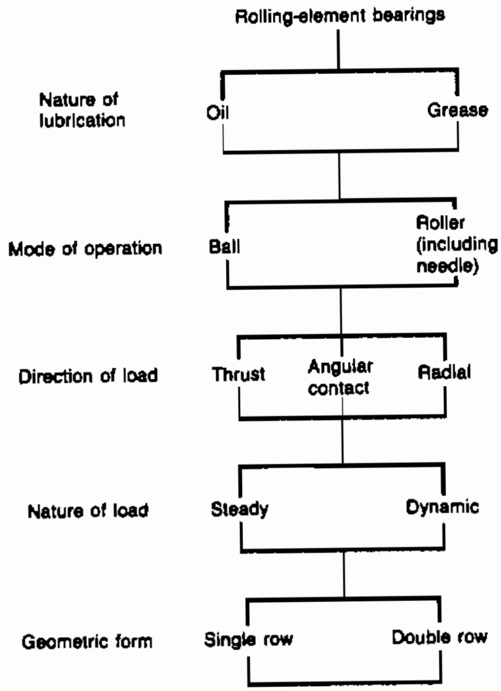
۳- حساسیّت کمتر به قطع شدن موقّت روان کاری ؛

۴- نداشتن عامل به وجود آورنده ناپایداری ؛

۵- حسن دمای شروع پایین ؛

۶- قدرت آب بندی کردن روان کننده در داخل یاتاقان .

تا حدود منطقی تغییرات در بار ، سرعت ، و دمای عمل ، اثر کمی در عملکرد مطلوب یاتاقانهای با عضو چرخنده دارند .



شکل ۲-۲- تقسیمات یاتاقانهای با عضو چرخنده

مشخصه های ذیل یاتاقانهای با عضو چرخنده را کمتر از یاتاقانهای هیدرودینامیکی مطلوب جلوه می دهند (فیلم سیّال همدیسی) :

۱ - عمر خستگی معیّن به دلیل نوسانات زیاد ؛

۲- لزوم فضای بزرگتر در جهت شعاعی ؛

۳- ظرفیت ضربه گیری کمتر ؛

۴- سر و صدای بالاتر ؛

۵- لزوم جدی تر هم محور بودن ؛

۶- هزینه بیشتر .

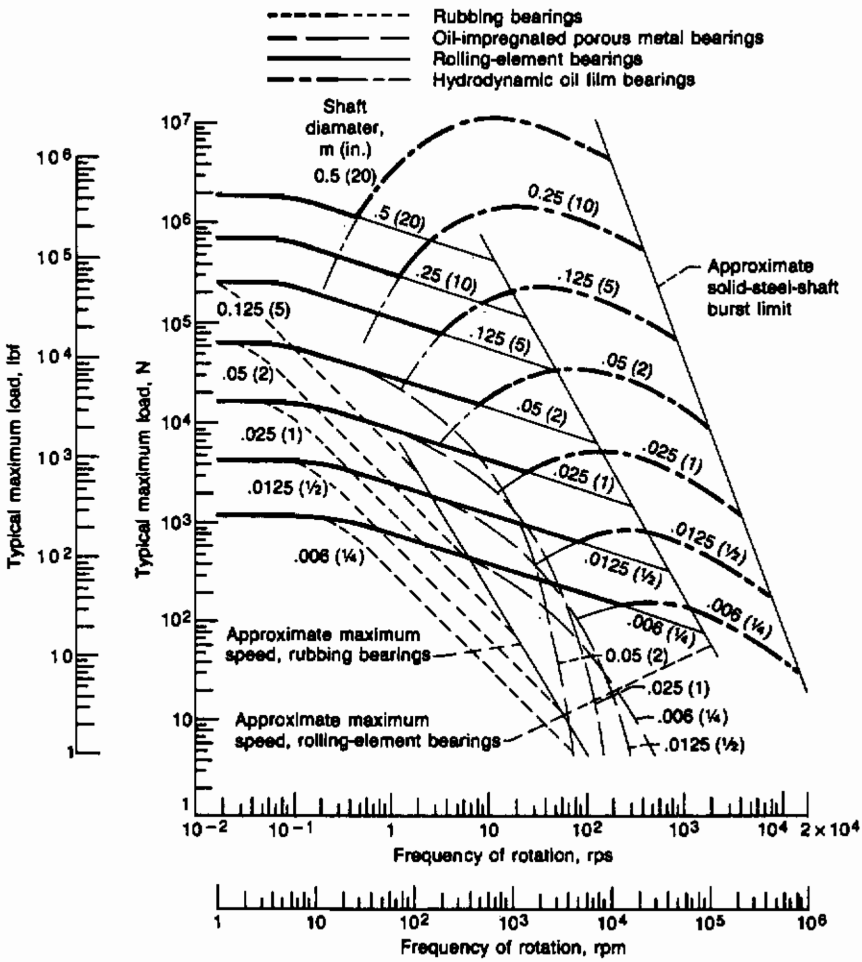
هر نوع یاتاقان ، نقاط قوی و مثبت مربوط به خود را داشته و باید در انتخاب مناسبترین نوع آن برای کارگیری معیّن دقّت کافی به عمل آورد . راهنمایی مفید در مورد مسأله مهمّ انتخاب یاتاقان ، توسط واحد داده های علوم مهندسی (ESDU) ارائه شده است . اسناد (ESDU) (۱۹۶۷/ ۱۹۶۵) راهنماییهای عالی در مورد انتخاب نوع یاتاقان ژورنال یا کف گرد با بهترین احتمال برای برآورده کردن احتیاجات عملکرد ضمن در نظرگیری بار ، سرعت و شکل هندسی یاتاقان دارد .

شکل ۳-۲ گردآوری شده از ESDU (۱۹۶۵) نشان دهنده بار بیشینه معمولی تحمّل شونده در سرعتهای مختلف برای عمر اسمی ۱۰،۰۰۰ ساعت در درجه حرارت اطاق ، درمورد انواع مختلف یاتاقانهای ژورنال بر روی محورهای با قطرهای نشان داده شده می باشد . منحنیهای پررنگ دلالت بر نوع یاتاقان ژورنال ترجیحی برای یک حالت بخصوص از بار ، سرعت و قطر دارد ، بنابراین دیاگرام را به نواحی مشخّص تقسیم بندی می کند . بار وارده و سرعت معمولاً معلوم هستند و این باعث می شود بتوان جستجوی اولیه در یافتن نوع یاتاقان ژورنال (که مناسب ترین برای یک کاربرد ویژه است) انجام داد . در خیلی از موارد قطر محور قبلاً توسط ملاحظات دیگری تعیین شده است و شکل ۳-۲ را می توان برای یافتن نوع یاتاقان ژورنال ، که ظرفیت حمل بار کافی در سرعت لازم را می دهد ، مورد استفاده قرار داد .

این منحنیها بر اساس تجربه مهندسی خوب و قطعات تجارتی موجود ، می باشند . موارد در بارها و سرعتهای بالاتر یا قطرهای محوری کوچکتر با استانداردهای مهندسی استثنایی یا مواد تولید شده ویژه ، امکان دارند . بجز برای یاتاقانهای با عضو چرخنده ، این منحنیها برای یاتاقانهای با قطرهای برابر با عرض آنها رسم شده اند . یک روان کننده از نوع

روغن معدنی با لزجت متوسط ، برای یاتاقانهای هیدرودینامیکی در نظر گرفته می شود .

ملاحظات دیگری غیر از بار و سرعت در انتخاب یاتاقان ، تأثیر بیشتری دارند . جدول ۱-۲ امتیازها و محدودیتهای مختلف یاتاقانها را در ارتباط با شرایط محیطی و الزامات ویژه ، می دهد . تأکید می شود که شکل ۳-۲ و جدول ۱-۲ فقط به منظور راهنمایی هستند .



شکل ۳-۲- راهنمای عمومی برای نوع یاتاقان ژورنال بجز برای یاتاقانهای با عضو چرخنده ، منحنیها برای یاتاقانهای با عرض و قطر برابر رسم شده‌اند . روغن معدنی با لزجت متوسط برای یاتاقانهای هیدرودینامیکی در نظر گرفته می‌شود .

جدول ۱-۲- امتیازها و محدودیتهای یاتاقانهای ژورنال

[From ESDU 1965)]

Condition	General comments	Journal bearing type						
		Rubbing bearings	Oil-impregnated porous metal bearings	Rolling-element bearingx	Hydrodynamic fluid film bearings	Hydrostatic fluid film bearings	Self-acting gas bearings	Externally pressurized gas bearings
High temperature	Attention to differential expansions and their effect on fits and clearances is necessary	Normally satisfactory depending on material	Attention to oxidation resistance of lubricant is necessary	Up to 100 °C no limitations; from 100 to 250 °C stabilized bearings and special lubrication procedures are probably required	Attention to oxidation resistance of lubricant is necessary		Excellent	Excellent
Low temperature	Attention to differential expansions and starting torques is necessary		Lubricant may impose limitations; consideration of starting torque is necessary	Below −30 °C special lubricants are required; consideration of starting torque is necessary	Lubricant may impose limitations; consideration of starting torque is necessary	Lubricant may impose limitations	Excellent; thorough drying of gas is necessary	
External vibration	Attention to the possibility of fretting damage is necessary (except for hydrostatic bearings)	Normally satisfactory except when peak of impact load exceeds load-carrying capacity		May impose limitation; consult manufacturer	Satisfactory	Excellent	Normally satisfactory	Excellent
Space requirements		Small radial extent		Bearings of many different proportions; small axial extent	Small radial extent but total space requirement depends on the lubrication feed system		Small radial extent	Small radial extent, but total space requirement depends on the gas feed system
Dirt or dust		Normally satisfactory; sealing is advantageous	Sealing is important		Satisfactory; filtration of lubricant is important		Sealing important	Satisfactory
Vacuum		Excellent	Lubricant may impose limitations				Not normally applicable	Not applicable when vacuum has to be maintained

ادامهٔ جدول ۱–۲

Condition	General comments	Journal hearing type						
		Rubbing bearings	Oil-impregnated porous metal bearings	Rolling-element bearings	Hydrodynamic fluid film bearings	Hydrostatic fluid film bearings	Self-acting gas bearings	Externally pressurized gas hearings
Simplicity of lubrication		Excellent		Excellent with self-contained grease or oil lubrication	Self-contained assemblies can be used with certain limits of load, speed, and diameter; beyond this, oil circulation is necessary	Auxiliary high pressure is necessary	Excellent	Pressurized supply of dry, clean gas is necessary
Availability of standard parts	·	Good to excellent depending on type	Excellent		Good	Not available		
Prevention of contamination product and surroundings		Improved performance can be obtained by allowing a process liquid to lubricate and cool the bearing, but wear debris may impose limitations	Normally satisfactory, but attention to sealing is necessary, except where a process liquid can be used as a lubricant				Excellent	
Frequent stop-starts		Excellent	Good	Excellent	Good	Excellent	Poor	Excellent
Frequent change of rotating direction			Generally good		Generally good			
Running costs		Very low			Depends on complexity of lubrication system	Cost of lubricant supply has to be considered	Nil	Cost of gas supply has to be considered

ادامهٔ جدول ۱–۲

Condition	General comments	Journal bearing type						
		Rubbing bearings	Oil-impregnated porous metal bearings	Rolling-element bearings	Hydrodynamic fluid film bearings	Hydrostatic fluid film bearings	Self-acting gas bearings	Externally pressurized gas bearings
Wetness and humidity	Attention to possibility of metallic corrosion is necessary	Normally satisfactory depending on material	Normally satisfactory; sealing advantageous	Normally satisfactory, but special attention to sealing may be necessary	Satisfactory		Satisfactory	
Radiation		Satisfactory	Lubricant may impose limitations				Excellent	
Low starting torque		Not normally recommended	Satisfactory	Good	Satisfactory	Excellent	Satisfactory	Excellent
Low running torque								
Accuracy of radial location		Poor	Good			Excellent	Good	Excellent
Life		Finite but predictable			Theoretically infinite but affected by infinite filtration and number of stops and starts	Theoretically infinite	Theoretically infinite but affected by number of stops and starts	Theoretically infinite
Combination of axial and load-carrying capacity		A thrust face must be provided to to carry the axial loads		Most types capable of dual duty	A thrust face must be provided to carry the axial loads			
Silent running		Good for steady loading	Excellent	Usually satisfactory; consult manufacturer	Excellent	Excellent except for possible pump noise	Excellent	Excellent except for possible compressor noise

جدول ۲-۲

[From ESDU (1967)]

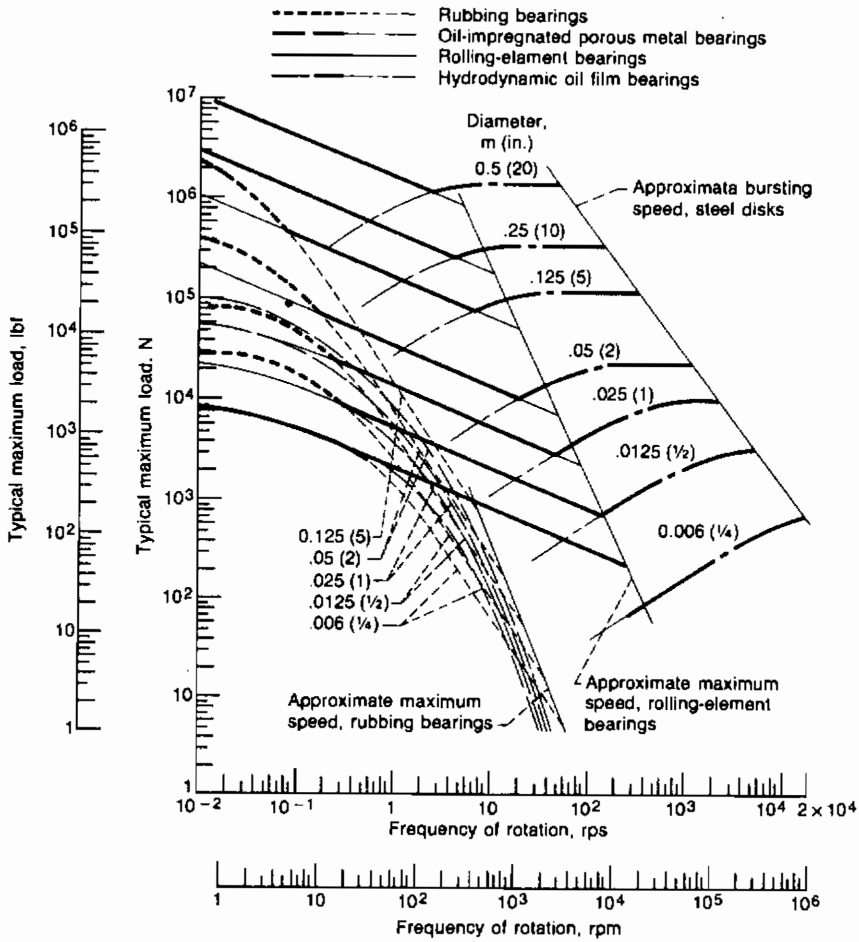
Condition	General comments	Thrust bearing type						
		Rubbing bearings	Oil-impregnated porous metal bearings	Rolling-element bearings	Hydrodynamic fluid film bearings	Hydrostatic fluid film bearings	Self-acting gas bearings	Externally pressurized gas bearings
High temperature	Attention to differential expansions and their effect upon axial clearance is necessary	Normally satisfactory depending on material	Attention to oxidation resistance of lubricant is necessary	Up to 100 °C no limitations; from 100 to 250 °C stabilized bearings and special lubrication procedures are probably required	Attention to oxidation resistance of lubricant is necessary		Excellent	
Low temperature	Attention to differential expansions and starting torques is necessary		Lubricant may impose limitations; consideration of starting torque is necessary	Below −30 °C special lubricants are required; consideration of starting torque is necessary	Lubricant may impose limitations; consideration of starting torque is necessary	Lubricant may impose limitations	Excellent; thorough drying of gas is necessary	
External vibration	Attention to the possibility of fretting damage is necessary (except for hydrostatic bearings)	Normally satisfactory except when peak of impact load exceeds load-carrying capacity		May impose limitations; consult manufacturer	Satisfactory	Excellent	Normally satisfactory	Excellent
Space requirements		Small radial extent		Bearings of many different proportions are available	Small radial extent but total space requirement depends on the lubrication feed system		Small radial extent	Small radial total space requirement depends on gas feed system
Dirt or dust		Normally satisfactory; sealing advantageous		Sealing is important	Satisfactory; filtration of lubricant is important		Sealing important	Satisfactory
Vacuum		Excellent	Lubricant may impose limitations				Not normally applicable	Not applicable when vacuum has to be maintained
Wetness and humidity	Attention to possibility of metallic corrosion is necessary	Normally satisfactory depending on material	Normally satisfactory; sealing advantageous	Normally satisfactory, but special attention to sealing is perhaps necessary	Satisfactory			
Radiation		Satisfactory	Lubricant may impose limitations				Excellent	

ادامهٔ جدول ۲-۲

Condition	General comments	Thrust bearing type						
		Rubbing bearings	Oil-impregnated porous metal bearings	Rolling-element bearings	Hydrodynamic fluid film bearings	Hydrostatic fluid film bearings	Self-acting gas bearings	Externally pressurized gas bearings
Low starting torque		Not normally recommended	Satisfactory	Good	Satisfactory	Excellent	Satisfactory	Excellent
Low running torque					Satisfactory		Excellent	
Accuracy of radial location		Good				Excellent	Good	Excellent
Life		Finite but can be estimated			Theoretically infinite but affected by filtration and number of stops and starts	Theoretically infinite	Theoretically infinite but affected by number of stops and starts	Theoretically infinite
Combination of axial and load-carrying capacity		A journal bearing surface must be provided to carry the radial loads		Some types capable of dual duty	A journal bearing surface must be provided to carry the radial loads			
Silent running		Good for steady loading	Excellent	Usually satisfactory: consult manufacturer	Excellent	Excellent, except for possible pump noise	Excellent	Excellent, except for possible compressor noise
Simplicity of lubrication		Excellent		Excellent with self-contained grease lubrication; with large sizes or high speeds, oil lubrication might be necessary	Self-contained assemblies can be used with certain limits of load, speed, and diameter; beyond this, oil circulation is necessary	Auxiliary high pressure is necessary.	Excellent	Pressurized supply of dry, clean gas is necessary

ادامهٔ جدول ۲-۲

Condition		General comments	Thrust bearing type						
			Rubbing bearings	Oil-impregnated porous metal bearings	Rolling-element bearings	Hydrodynamic fluid film bearings	Hydrostatic fluid film bearings	Self-acting gas bearings	Externally pressurized gas bearings
Availability of standard parts			Good to excellent depending on type	Excellent		Good	Poor		
Prevention of contamination of product and surroundings			Performance can be improved by allowing a process liquid to lubricate and cool the bearing, but wear debris may impose limitations	Normally satisfactory, but attention to sealing is necessary, except where a process liquid can be used as a lubricant				Excellent	
Tolerance to manufacturing and assembly inaccuracies			Good		Satisfactory	Poor	Satisfactory	Poor	Satisfactory
Type of motion	Frequent start-stops		Excellent			Good	Excellent		Excellent
	Unidirectional		Suitable						
	Bidirectional		Suitable			Some types are suitable	Suitable	Some types are suitable	Suitable
	Oscillatory					Unsuitable		Unsuitable	
Running costs			Very low			Depends on complexity of lubrication system	Cost of lubricant supply has to be considered	Nil	Cost of gas supply has to be considered



شکل ۴-۲- راهنمای عمومی برای نوع یاتاقان کف‌گرد . بجز برای یاتاقانهای با عضو چرخنده منحنیها برای نسبتهای قطر داخلی به خارجی معمولی رسم شده‌اند . روغن معدنی با لزجت متوسط برای یاتاقانهای هیدرودینامیکی در نظر گرفته می‌شود .

به طور مشابه شکل ۴-۲ ، به دست آمده از ESDE (۱۹۶۷) ، بار بیشینه معمولی را نشان می دهد که می توانـد در سرعتهای مختلف برای عمر اسمی ۱۰٫۰۰۰ ساعت در دمای اطاق توسط انواع مختلف یاتاقانهای کف گرد ، روی محورهای با قطرهای نشان داده شده حمل شود . منحنیهای پررنگ دوباره دلالت بر نوع ترجیحی یاتاقان برای یک بار بخصوص ،

سـرعت و قطر بخصـوص دارد ؛ بنابراین شکل را به نواحی اصلی تقـسیم بندی می کند . درانتخاب یاتاقانهای کف گرد غیر از بار و سرعت ، عوامل مهم دیگری را نیز باید در نظر گرفت که دز جدول ۲-۲ نشان داده شده است .

۲-۳ مؤخره

این فصل بحث عمومی در مورد فرآیند طراحی یاتاقان شروع شد . چهار گام اوّلیه در طراحی یاتاقان ، انتخاب نوع مناسب ، تخمین اندازه یاتاقان ، تجزیه و تحلیل عملکرد ، و تعدیل یا تنظیم آن هستند . خاطرنشان شد که دو قدم اوّلی مشکل ترین قسمت بوده و احتیاج به تصمیم گیری خلاق دارد . در حالی که دو قدم آخری را نسبتاً می توان توسط شخصی با آموزش در روشهای تحلیلی ، آسانتر به انجام رساند . با در نظرگیری موارد مختلف ، عمل طبقه بندی یاتاقانها را می توان با در نظر گرفتن حالتهای کاری آنها به بهترین وجه انجام داد . گروه بندیهای چهارگانه اولیه یاتاقان که در نظر گرفته شدند عبارتند از : یاتاقانهای خشک یا مالشی که در صورت لزوم در آنها از روان کاری مرزی استفاده می شود . یاتاقانهای آغشته شده که در آنها از روان کاری جزئی استفاده می شود . یا یاتاقانهای با عضو چرخنده که در آنها از روان کاری الاستوهیدرودینامیکی استفاده می شود و یاتاقانهای فیلم سیّال هیدرودینامیکی که در آنها از روان کاری هیدرودینامیکی استفاده می شود . اسناد واحد داده های علوم مهندسی می تواند به عنوان راهنما در انتخاب نوع یاتاقان ژورنال یا کف گرد استفاده شود ، تا بهترین عملکرد لازم را ضمن در نظرگیری بار ، سرعت و شکل هندسی به دست دهد .

تمهیدات دیگری غیر از بار و سرعت در انتخاب یاتاقان مهمّ هستند . بنابراین جداولی ارائه می شوند که امتیازها و محدودیتهای یاتاقانهای مختلف را در ارتباط با شرایط محیطی و لزومات ویژه ارائه می دهند . باید توجه داشت که اطلاعات مربوط به یاتاقان که در این فصل ارائه شده به منظور راهنمایی برای انتخاب نوع مناسب یاتاقان و تخمین اندازه آن برای شرایط مطلوب می باشد .

۲-۴ مسائل

۲-۴-۱ شکلهای ۳-۲ و ۴-۲ رابطه بین بار و سرعت برای چهار نوع مختلف یاتاقان را نشان

می دهند . چگونه این شکلها را برای کمک گیری در انتخاب یاتاقان مناسب برای کاربرد بخصوصی مورد استفاده قرار می دهید ؟

۲-۴-۲ انواع مناسب یاتاقان را برای ارضاء وضعیّتهای ذیل پیشنهاد کنید :

الف ـ بار بالا ، سرعت خیلی پایین ، اصطکاک خیلی پایین .

ب ـ بار سبک ، سرعت خیلی بالا ، بدون روان کاری کنندهٔ مایع .

ج ـ بار سبک ، سرعت پایین ، بدون روان کاری کننده مایع .

۲-۴-۳ توضیح دهید که چرا یاتاقانهای روان کاری کنندهٔ با گاز مهم هستند . محدودیتهای این نوع یاتاقان را شرح دهید .

۲-۵ فهرست منابع و مآخذ

Cameron, A. (1976): *Basic Lubrication Theory*, 2d ed. Ellis Horwood Limited, Chichester, England.

Engineering Sciences Data Unit (ESDU) (1965): *General Guide to the Choice of Journal Bearing Type*. Item 65007, Institution of Mechanical Engineers, London.

Engineering Sciences Data Unit (ESDU) (1967): *General Guide to the Choice of Thrust Bearing Type*. Item 67033, Institution of Mechanical Engineers, London.

فصل سوم

موضع نگاری سطوح

سرعت افزایندهٔ تولید و روشهای جدید برش از قبیل برش پلاسما ، فرسایش جرقه ، و برش لیزری مشخصات سطوح ماشین شده را تغییر می دهند . ملزومات مربوط به دقّت سطح و صیقلی بودن آن نیز به مقدار زیادی افزایش یافته است . اهمیّت تشریح یک سطح با مقیاس دقیق ، در ترایبولوژی بخوبی نمایش داده می شود . شکست لایه های روان کاری کننده روغن در سیلندرهای موتور یا در یاتاقانها ، می تواند بخاطر شکل سطح نامناسب از مقیاس میکرونی باشد .

گرچه تئوری طراحی یاتاقان به مقدار زیادی متکی به مکانیزم سیّال و سینماتیک است ، ولی نهایتاً ، مسأله دو سطح است که یا در تماس هستند و یا توسط یک فیلم سیّال نازك از یکدیگر جدا می شوند . در هر مورد بافت این سطح در اطمینان از روان کاری مناسب ، می تواند مهمّ باشد .

اولین گام در به دست آوردن بصیرت در روان کاری سطوح جامد ، امتحان کردن نمایه سطح ، یا موضع نگاری است . سطوح صاف در مقیاس اتمی به صورت تخت نیستند . زبری سطوح تولیدی مصرفی در روان کاری بین 0.1 و 10μ m است در صورتی که قطر اتمهای معمولی بین 0.0001 و 0.001μ m هستند . حتی یک سطح کاملاً صیقلی وقتی با میکروسکوپ یا با نمایه گر آزمایش شود ، شکل ناصاف دارد . این سطح از بخشهای پست و بلند تشکیل شده است . نقاط بلند یا برجستگیها ، به نام «زبری» خوانده می شود .

۳-۱ مشخصه های هندسی سطوح

مشخصه های هندسی ، یا بافت سطوح به ترتیبی که در شکل ۱-۳ نشان داده می شود را می توان به راحتی به سه طبقه اصلی تقسیم بندی کرد :

۱- **خطای شکل** : سطوح بخاطر خطاهای به وجود آمده در فرآیند ساخت ، از فرم تعریف شدهٔ کامل خویش منحرف می شوند .

۲- **موجی بودن** : موجهای نسبتاً بلند در یک نمایه سطح ، غالباً همراه با ارتعاشات ناخواسته ای هستند که همیشه در سیستمهای ماشین ابزار اتّفاق می افتد .

۳- **زبری** : به غیر از موجی بودن و خطای شکل ، بی نظمی هایی در سطح فرآیند برش و صیق دادن در زمان تولید به وجود می آیند .

در مطالعه سطوح روان کاری شونده ، زبری ، یک تغییر هندسی است که عموماً قابل توجّه است . گرچه غالباً تمایززیادی نمی توان بین این طبقه بندیها قائل شد، ولی زبری به سادگی به فضای افقی (طول موج) این سطح ارتباط دارد . از دیدعملی، درطبقه بندی کردن سطوح مورد استفاده درترایبولوژی، هردوجهت عمودی (یا پارامتر دامنه) و جهت افقی (یا طول موج) مهمّ هستند .

۳-۲ اندازه گیریهای سوزنی[1]

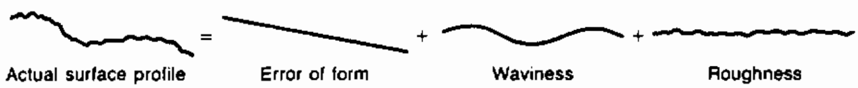
دو دسته سخت افزار عمومی به صورت رایج برای اندازه گیری صیقل سطح به کار گرفته می شوند : روشهای تماسی که از تکنیک سوزنی استفاده می کنند و روشهای بدون تماس . اندازه گیریهای سوزنی در این قسمت مورد بحث قرار می گیرند . اندازه گیریهای سوزنی بر مبنای تبدیل حرکت عمودی نوك سوزن در ضمن طی عرض یک سطح ، به یک ولتاژ الکتریکی است . سپس این ولتاژ توسط استفاده از آنالوگ مداری یا تبدیل آن به اطلاعات دیجیتال ، متحوّل می شود . این روش توسط آبات[2] و فایرستون[3]در سال ۱۹۳۳ ارائه شد .

این سوزن معمولاً از الماس ساخته می شود و نوکی با شعاع 2μ m و یک بار امتاتیکی کمتر از 0.0007 N (0.00256 oz) دارد . شعاع نوك در مقایسه با زبری معمولی ، نسبتاً بزرگ است . بنابراین، معمولاًبه دست آوردن یک تصویرحقیقی ازاندازه گیری یک سطح باسوزن مشکل

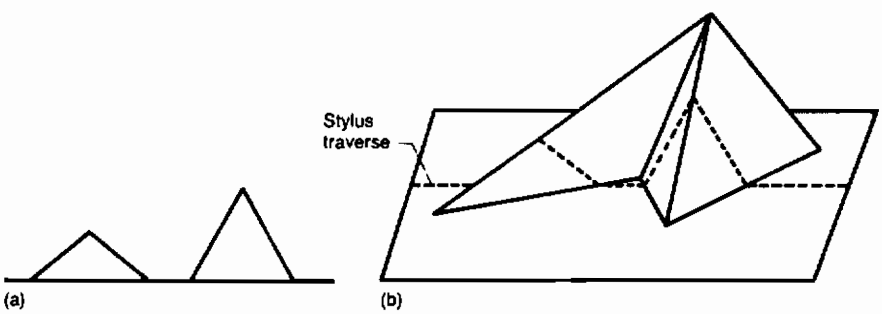
1- Stylus measurements
2- Abbot
3- Firestone

است . جنبه هایی که به نظر می رسند «مطابق شکل ۲-۳» اوج زبری روی یک نمایه واحدباشند، ممکن است در واقع پاشنه های محلی روی دامنه یک قلّه حقیقی باشند . به علاوه ، خیلی از سطوح واقعی جالب توجه از لحاظ عملی برای متخصصین تریبولوژی ، بافت یک سطح غیرهم سو دارند . بنابراین ، نمایه های گرفته شده در جهات مختلف ، کاملاً متفاوت به نظر می رسند .

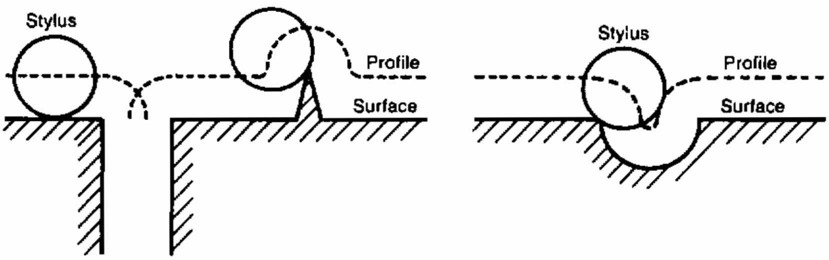
محدودیّت اصلی اندازه گیری با سوزن ، اندازه معیّن نوك آن است که مانند شکل ۳-۳ نمایه سطح را از بین برده و اوجها را بازتر و دره ها را باریک تر می کند . بزرگ سازی در جهت عمودی ، عموماً ۱۰۰ تا ۱۰۰٬۰۰۰ و در جهت افقی ۱۰ تا ۵۰۰۰ مرتبه است . نسبت رایج بزرگ سازی عمودی به افقی ، ۵۰ به ۱ است . بنابراین مهمّ است که این تفاوت در بزرگ سازی را مدنظر داشته باشیم . غالباً این کار انجام نمی شود و تصویری غلط از طبیعت سطوح حاصل می شود . شکل ۴-۳ سعی درنشان دادن این موضوع را دارد . شکل ۴-۳ (الف) اثر نمایه گر رایج با بزرگ سازی افقی ۸ را نشان می دهد و شکل ۴-۳ (ب) اثر بزرگ سازی افقی ۴۰ را نشان می دهد و شکل ۴-۳ (ج) یک قسمت کوچک از اثر بزرگ سازی ۲۰۰ بر اساس مقیاس افقی و عمودی برابر را نشان می دهند .



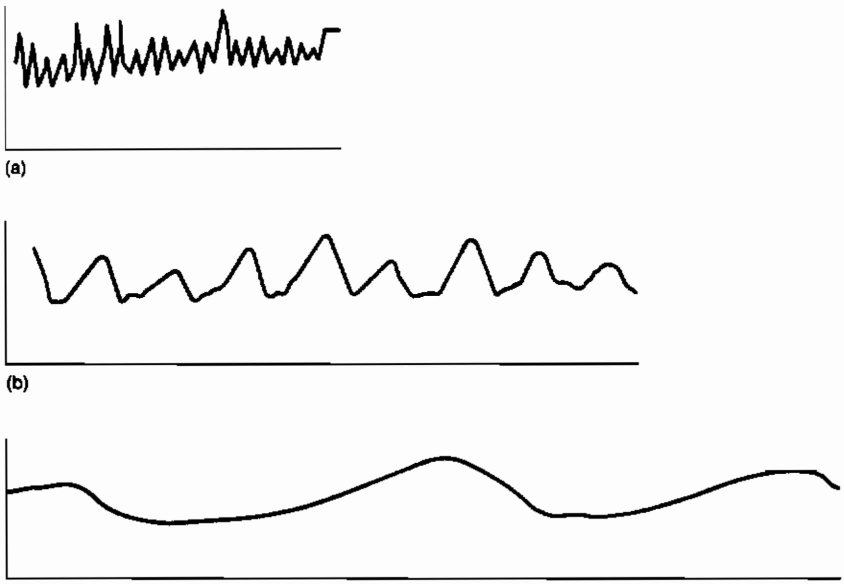
شکل ۱-۳- مشخصه های هندسی سطوح جامد



شکل ۲-۳- مشکل در تعبیر دنبالهای نمایه گر . (الف) نمایه سطح ، (ب) زبری سطح



شکل ۳-۳- خطا بخاطر شعاع قلم



شکل ۴-۳- تصورات گمراه‌کننده از سطح رسم شده توسط قلم در بزرگ‌نمایی عمودی ۲۰۰ و سه بزرگ‌سازی افقی ، خط محوری متوسط $10\mu m$. (الف) بزرگ‌سازی افقی ۸ ، (ب) بزرگ‌سازی افقی ۴۰ ، (ج) بزرگ‌سازی افقی ۲۰۰ (شکل حقیقی) .

۳-۳ چند وسیله اندازه گیر بدون تماس

روشهای بدون تماس برای تعیین مشخصه های سطوح ، چندین وسیله و اصول اندازه گیریهای مختلف را به کار می گیرند :

۱ - وسایل بادی : این روش بر اساس اندازه گیری نشت هوا است . یک توپی اندازه گیر تخت و کاملاً صیقلی شده ، یک روزنه هوا دارد . اندازه گیری جریان هوا وقتی این توپی روی سطح گذاشته می شود ، دلالت بر تغییرات در زبری سطح دارد . دستگاههای بادی ، طریقی ساده ، ارزان ، قابل حمل ، سریع و مقاوم در ارزیابی زبری سطح، وکاملاً مناسب برای استفاده در تعیین کیفیّت سطوح در کارگاه هستند .

۲ - دستگاههای نوری : شدّت نور لیزر منعکس شده ، بافت سطح را تعریف کرده و متوسطی در مساحت یک سطح به دست می دهد . این روش بر حسب تعداد افرادی که به طور معمول از آن استفاده می کنند ، پایه گذاری قطعی نشده است .

۳ - دستگاههای میکروسکوپ الکترونی : این روش راه حل بهتر و عمیق تری نسبت به روشهای نوری پیشنهاد می کند و اساساً بخاطر پرتوهای الکترون میکروسکوپی با طول موج کاملاً کوتاه در مقایسه با نور است . شرینگتون[1] و اسمیت[2] (۱۹۸۸) به دو نوع الکترون میکروسکوپی اشاره کرده اند :

الف ـ الکترون میکروسکوپی انتقالی (TEM) : الکترونهابرروی یک نمونه نازك (ضخامت کمتر از 1μ m) که آنها راضمن عبور ازداخل نمونه منعکس وپخش می کند، برخورد می کنند . یک سیستم لنزی الکترونهای پخش شده را بزرگ و متمرکز کرده و یک تصویرمجازی برروی یک صفحه یافیلم عکاسی تشکیل می دهند . برای آزمایش کردن سطح یک ترکیب فلزی با TEM ، معمولاً لازم است یک المثنی ازسطح این نمونه ساخته شود . TEM عموماً قادربه حل کردن جنبه هایی تادرجه جدایی حدود 0.3 nm بوده وبرای مطالعه تغییرات درساختارسطح درضمن سایدگی به کارگرفته شده است .

ب ـ انعکاس الکترون میکروسکوپی(REM) : الکترونها از سطح نمونه پخش شده و به یک جمع کننده برخورد می نمایند و تولید علامتی الکتریکی می کنند . این علامت در نهایت متحول شده و برای تشکیل یک تصویر مجازی ارائه کننده سطح نمونه روی صفحه تلویزیون به کار می رود . الکترونهای پخش شده توسط یک پرتو از

1- Sherrington 2- Smith

الکترونهای متمرکز ، که این نمونه را به صورت الگوی راستر بدقّت کنترل می کنند ، تولید می شوند . این فرآیند «کنترل میکروسکوپی الکترون» (SEM) نامیده می شود . میکروسکوپهای کنترل کننده الکترون را می توان طوری تنظیم کرد تا تجزیه بیشینه ای در حدود 10 nm ، کمی کمتر از TEM در دسترس ، داشته باشند . گرچه که این اشکال ، توسط این حقیقت که تهیه نمونه به مقدار قابل توجّهی ساده تر است ، جبران می شود .

علاوه بر این دستگاههای بدون تماس ، کنترل تونلی میکروسکوپی نیز در دسترس است که از حوصله این کتاب خارج می باشد . شرینگتون و اسمیت (۱۹۸۸) شرح مفصّلی از این دستگاه و نیز از روشهای اندازه گیری مدرن استفاده شده در تعیین مشخصه های سطوح مربوط به ترایبولوژی ، به دست می دهند .

جدول ۱-۳- خلاصه مشخصه‌های معمولی دستگاههای استفاده شده در آزمایشگاه اندازه گیری موضع‌نگاری سطح

[From Sherrington and Smith (1988)]

Device	Resolution				Vertical measurement range or depth of field		Measurable area
	Lateral		Vertical				
	Lowest	Highest	Lowest	Highest	At lowest resolution	At highest resolution	
Stylus instrument	(a)	(a)	0.5 μm	0.00025 μm	500 μm	0.25 μm	Depends on traverse length; typically a few millimeters
Optical light microscope	2.5 μm	0.1 μm	(b)	(b)	42 μm	0.04 μm	Depends on magnification
Transmission electron microscope	2.5 nm	0.5 nm	(c)	(c)	400 nm	80 nm	Depends on magnification
Scanning electron microscope	5 μm	10 nm	(d)	(d)	1 mm	2 μm	Depends on magnification

[a]Not easily defined.
[b]Not applicable.
[c]Approximately the same as the lateral resolution.
[d]Not available.

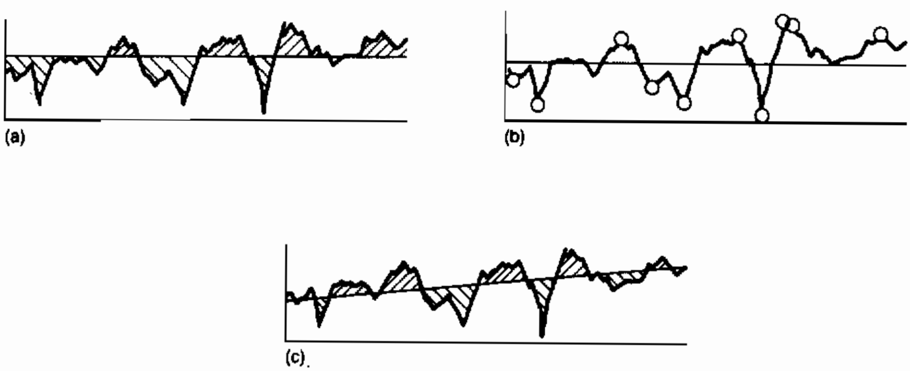
چندین روش اندازه گیری موضع نگاری سطح در این قسمت و در قسمت قبلی ، تشریح شده است . از این روشها ، دستگاه اندازه گیری با سوزن از همه بیشتر مورد استفاده قرار می گیرد . جدول ۱-۳ به دست آمده از شرینگتون و اسمیت (۱۹۸۸) خلاصه ای است از مشخصات چند دستگاه در این قسمت و همچنین در قسمت قبلی . در این جدول تجزیه ، عمق میدان ، و مساحت قابل اندازه گیری برای چهار دستگاه مختلف تشریح می شوند .

۳-۴ خطوط مرجع

در محاسبه پارامترهایی که بافت سطح را تعریف می کنند ، تمام اندازه گیریهای ارتفاعی از یک خط مرجع معیّن انجام می شود . چندین روش استفاده شده است . این روشها در زیر به صورت خلاصه آمده و در شکل ۵-۳ نیز به صورت رسم شده ذکر شده اند .

۳-۴-۱ سیستم مربوط یا *M*

سیستم متوسط یا M ، روشی است که برمبنای انتخاب خط متوسط به عنوان مرکز محور نمایه می باشد . بنابراین مساحت دربالا و پایین این خط برابر هستند . اگربرای نمایه های گسسته ، سطح هر نمایه یک مستطیل باشد ، این روش به سادگی متوسط ارتفاع های اندازه گیری خواهد بود . این روش یک مرجع «افقی» را می دهد که جبران خطاهای شکل یا کجی[1] را نمی کند .



شکل ۵-۳- مقایسه سه نوع از خط مرجع : الف ـ سیستم M ، ب ـ متوسط ده نقطه‌ای ، ج ـ کوچکترین مربعات

1- tilt

۲-۴-۳ متوسط ده نقطه

روش متوسط ده نقطه بر مبنای یافتن پنج بلندی و پنج پستی است . متوسط این ده نقطه ، خط مرجع را به دست می آورد . برای سطوح کاملاً چاله دار ، این روش می تواند منتهی به خط مرجعی شود که زیر سطح اصلی است .

۳-۴-۳ کوچکترین مربعات[1]

روش کوچکترین مربّعات بر مبنای فرض یک خط مرجع شیب دار بجای یک خط افقی ، مانند مورد سیستم M است . بنابراین ، امتیاز اصلی این رهیافت این است که می تواند برای جبران خطای خطی شکل یا کجی مورد استفاده قرار گیرد . در ذیل سعی خواهد شد خطوط مرجع کوچکترین به صورت ریاضی تشریح شوند . از معادله یک خط

$$z = \bar{m}x + \bar{b}$$

که در آن ،

$\bar{m}$ = شیب

$\bar{b}$ =z عرض از مبدأ روی محور z=

است .

با داشتن یک دسته نقاط $P_1\ (x_1 , z_1)$ ، $P_2\ (x_2 , z_2)$ ، . . . ، $P_n\ (x_n , z_n)$ مرتبط با هر مقدار از x ، دو مقدار برای z در نظر بگیرید : (۱) z اندازه گیری شده و (۲) z به دست آمده از معادله $\bar{m}x + \bar{b}$. تفاوت آنها را $\bar{d}$ بنامید ، به طوری که :

$$\bar{d}_1 = \left[z_1 - (\bar{m}x_1 + \bar{b}) \right], \ldots, \bar{d}_n = \left[z_n - (\bar{m}x_n + \bar{b}) \right]$$

مجموعه تمام خطاهای اندازه گیری ، تصویری از مناسب بودن داده های مشاهده شده به صورت یک خط است . اگر $\sum_{i=1}^{n} \bar{d}_i^{\,2} = 0$ باشد ، این تناسب کامل است . در عالم واقع چنین اتفاقی نمی افتد و در آن جایی است که روش کوچکترین مربّعات به میان می آید .

نه تنها برقراری یک خط مرجع یا خط متوسط در جهت z مهم است ، بلکه برقراری یک طول نمونه یا فاصله در جهت x نیز از اهمیت بالایی برخوردار است چرا که بخوبی تفاوت بین زبری و موجی بودن را مشخّص می کند :

1- Least squares

$$\bar{f}(\bar{m},\bar{b}) = \sum_{i=1}^{n} \bar{d}_i^2$$

یا

$$\bar{f}(\bar{m},\bar{b}) = \left(z_1 - \bar{m}x_1 - \bar{b}\right)^2 + \left(z_2 - \bar{m}x_2 - \bar{b}\right)^2 + \cdots + \left(z_n - \bar{m}x_n - \bar{b}\right)^2$$

پیدا کردن مقادیر $\bar{m}$ و $\bar{b}$ که کوچکترین $\bar{f}(\bar{m},\bar{b})$ را می‌دهد ، ایجاب می‌کند که مقادیر $\bar{m}$ و $\bar{b}$ به گونه‌ای یافت شوند که :

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{m}} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{b}} = 0$$

با حل کردن این دو معادله با دو مجهول ، خط مرجعی به دست می‌آید که شکل شیب ـ فاصله از مبدأ را نشان می‌دهد .

وقتی که در مورد روش انتخاب یک خط مرجع توافق حاصل شود ، تمام اندازه گیریهای ارتفاعی سطح نسبت به آن انجام می‌گیرد . روشهای مرکز هندسی (یا سیستم M) و خط مرجع کوچکترین مربّعات ، آسانترین روشها به صورت تحلیلی می‌باشند ، زیرا که مجموع تمام انحرافات همیشه صفر است .

۳-۵ محاسبه پارامترهای سطح

اندازه گیری با ابزار سوزنی فرض می‌شود . خط مرجع استفاده شده توسط روش سیستم M و یا روش کوچکترین مربّعات ، طوری به دست می‌آید که متوسط z_i صفر باشد . فرض بر این است که نمونه‌ها در فواصل طولی یکنواخت Δ در نظر گرفته می‌شوند . این Δ مقدار کوچکی تعریف می‌شود . مقادیر گسسته به دست آمده توسط z_i ، $i = 1, 2, ..., N$ مشخّص می‌شوند .

در این جا سه پارامتر متفاوت سطح را می‌توان محاسبه کرد :

۱ - متوسط محوری (CLA) یا متوسط حسابی(AA) مشخّص شده با R_a به صورت :

$$R_a = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} |z_i| \qquad (۳-۱)$$

از $\partial\bar{f} / \partial\bar{b} = 0$ فوراً نتیجه می‌شود که $\sum \bar{d}_i = 0$ بوده ، به ترتیبی که $z_i' = z_i - \bar{m}x_i - \bar{b}$ متوسط صفر دارد .

۲- جذر متوسط مجذور (rms) ، توسط R_q مشخص می شود .

$$R_q = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} z_i^2 \right)^{1/2} \qquad (۳-۲)$$

اگرتوزیع گوسی[1] درنظرگرفته شود این R_g امتیازبودن انحراف استانداردنمایه را دارد .

۳- ارتفاع اوج به درّه بیشینه ، مشخّص شده با R_t ،

$$R_t = \max(z) - \min(z) \qquad (۳-۳)$$

عموماً ،

$$R_a \le R_q \le R_t \qquad (۳-۴)$$

همچنین برای یک توزیع سینوسی ساده ، نسبت R_q به R_a عبارت است از :

$$\frac{R_q}{R_a} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11 \qquad (۳-۵)$$

از استفادهٔ واژه هایی از قبیل «زبر» ، «ظریف» ، «صاف» و «خیلی صاف» در تشریح موضع نگاری سطوح باید اجتناب شود ، زیرا معنایی آن بستگی به کاربرد مورد استفاده آن دارد . برای مثال یک سطح با $R_q = 40$ nm برای کسانی که در زمینه نوری کار می کنند «خیلی زبر» است ؛ در صورتی که برای یک سطح ماشین کار می شده ، «خیلی صاف» منظور می شود .

جدول ۲-۳ مقادیر معمولی متوسط حسابی R_a برای فرآیندها و مؤلفه های مختلف را نشان می دهد . شکل ۶-۳ شش نمایه مختلف سطح با R_a یکسان یا زبری متوسط حسابی را نشان می دهد . بنابراین R_a یک پارامتر پیچیده است ، زیرا مشخص نمی کند که آیا این مقدار R_a ، متوسط تعداد زیادی از انحرافات کوچک از مقدار متوسط است یا مربوط به چندتایی از مقادیر بزرگ می باشد . بدین دلیل ، متخصصین تریبولوژی در جستجوی پارامترهای دیگر سطح ، که اطلاعات بیشتری به دست دهد ، هستند .

تاکنون بحث زبری سطح ، در مورد تعریف نمایه در جهت z بوده است . برای مشخص کردن ارتفاع این زبریها طول یاتاقان معرفی می شود . نمایه طول یاتاقان توسط برش قله های نمایه توسط یک خط موازی با خط متوسط در فاصله داخل طول نمونه در یک ارتفاع

1- Gaussian

مقطعی داده شده ، به دست می‌آید . از شکل ۷-۳ جهت تشریح طول یاتاقان l^* استفاده می‌شود . به صورت معادله ریاضی می توان نوشت :

$$\ell^* = \ell_1^* + \ell_2^* + \cdots + \ell_n^* \qquad (۳-۶)$$

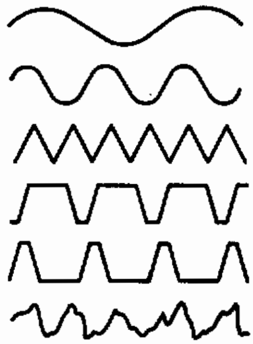
نمایه نسبت طول یاتاقان t_p ، به صورت :

$$t_p = \frac{\ell^*}{\ell} \qquad (۳-۷)$$

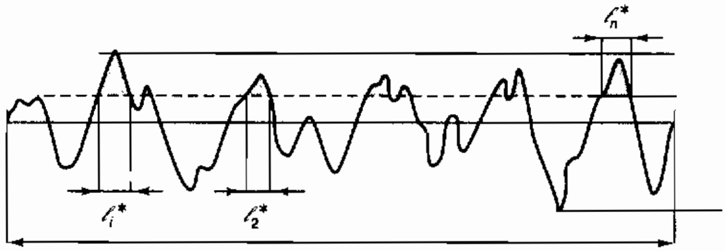
تعریف می‌شود که l طول نمونه برحسب متر است .

جدول ۲-۳- متوسط‌های حسابی معمولی برای فرآیندها و مؤلفه‌های مختلف

	Arithmetic average, R_a	
	μm	μin.
Processes		
Sand casting; hot rolling	12.5-25	500-1000
Sawing	3.2-25	128-1000
Planing and shaping	.8-25	32-1000
Forging	3.2-12.5	128-500
Drilling	1.6-6.3	64-250
Milling	.8-6.3	32-250
Boring; turning	.4-6.3	16-250
Broaching; reaming; cold rolling; drawing	.8-3.2	32-128
Die casting	.8-1.6	32-64
Grinding, coarse	.4-1.6	16-120
Grinding, fine	.1-.4	4-16
Honing	.1-.8	4-32
Polishing	.05-.4	2-16
Lapping	.025-.4	1-16
Components		
Gears	0.25-10	10-400
Plain bearings—journal (runner)	.12-.5	5-20
Plain bearings—bearing (pad)	.25-1.2	10-50
Rolling bearings—rolling elements	.025-.12	1-5
Rolling bearings—tracks	.1-.3	4-12



شکل ۶-۳- نمایه‌های هندسی دارای مقادیر متوسط حسابی یکسان



شکل ۷-۳- نمایه سطح نشان‌دهنده ارتفاع یاتاقان

منحنی ابوت[1] که به «منحنی طول یاتاقان» نیز معروف است ، در شکل ۸-۳ نشان داده می شود . محور عمودی ، نسبت طول یاتاقان ضرب در عدد ۱۰۰ است . این منحنیها تشریح می کنند که چه مقدار از نمایه ، فاصله معیّنی در بالای سطح به پیش می آید . در خلال تست نهایی ، مقدار معیّنی از سطح توسط تغییر شکل پلاستیک برداشته خواهد شد . این منحنیها همچنین نوك تیزی و مقدار ماده بین ارتفاعات داده شده را محاسبه می کنند . در نمایه بالایی ، زبریها اوج تندتری نسبت به نمایه پایینی دارند .

بافت یک سطح رامی توان برحسب تابع توزیع نمایه ارتفاعات مربوط به آن تشریح کرد . برحسب آماری ، توزیع جمع شونده منحنی توزیع درتمام جهات رامی توان به صورت ذیل نوشت :

$$\bar{F}(z) = \int_{-\infty}^{z} \bar{\psi}\, dz$$

که در آن z به نمایه ارتفاع ارجاع می شود و $\bar{\psi}$ تابع جرم مخصوص احتمالی توزیع این

1- Abbot

ارتفاعات است . تابع جرم مخصوص احتمالی را می توان به عنوان کسری ازارتفاعات در یک فاصله معیّن ، تعریف کرد . بنابراین به دست آوردن عملی یک چنین منحنی توزیع ، شامل اندازه گیری z_1 و z_2 و غیره در یک فاصله گسسته و جمع بستن این تعداد جهات در هر ارتفاع داده شده می باشد . شکل ۹-۳ روش محاسبه توزیع در تمام جهات را نمایش می دهد . منحنی توزیع در شکل ۹-۳ ، صافترین منحنی است که می توان در شکل ترسیم شدهٔ به دست آمده توسط فرآیند نمونه گیری ، رسم کرد . این منحنی صاف ، جهت بسیاری از سطوح سعی بر نمایش دادن توزیع «گوسی» ارتفاعات بافت سطح را دارد .

اگر این قبیل ایده های توزیع ارتفاع معرفی شوند، جرم مخصوص احتمالی تقریبی یا ترسیمه نگار را می توان برای محاسبه R_a و R_q مورداستفاده قراردارد. اگر کسری از ارتفاعات در یک فاصله برابر $z_j - \Delta \le z_j \le z_j + \Delta$ باشد و آن را برای $j = -L, ..., 0, ..., L$ به Ψ_j نمایش دهیم ، سپس همان مقادیر داده شده در معادلات (۱-۳) و (۲-۳) را می توان به صورت ذیل به دست آورد :

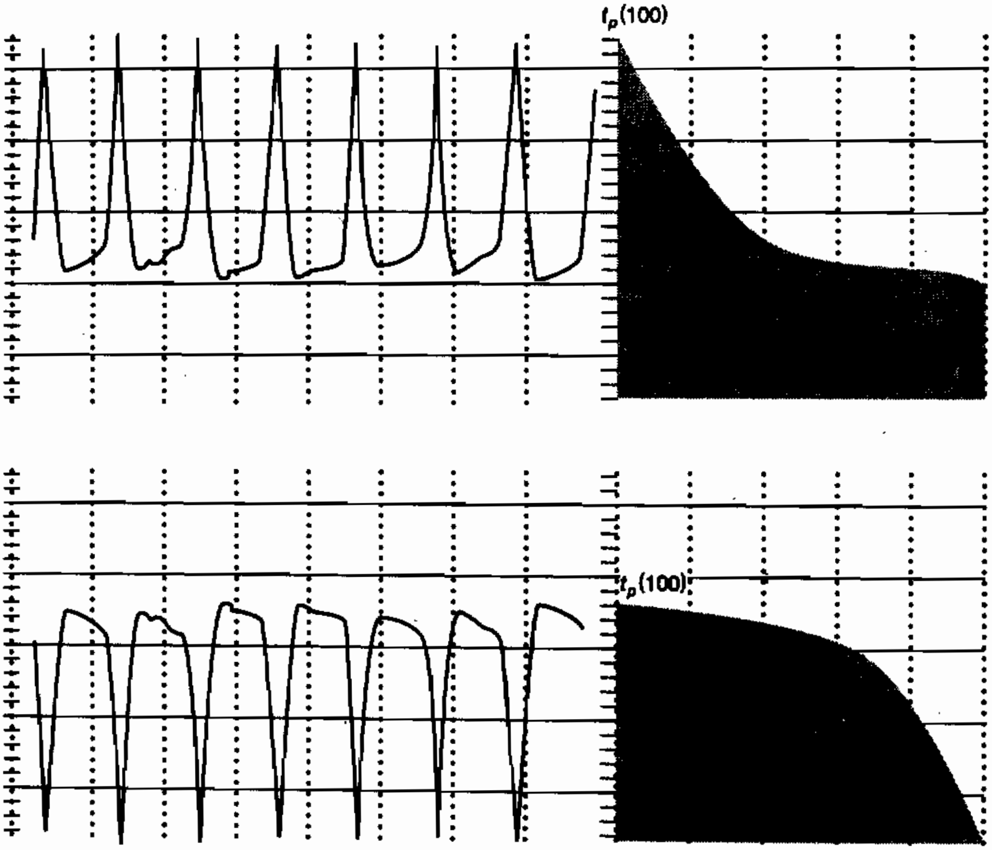
$$R_a = \int_{-L}^{L} |z| \bar{\psi}\, dz \qquad (۳-۸)$$

$$R_q = \left(\int_{-L}^{L} z^2 \bar{\psi}\, dz \right)^{1/2} \qquad (۳-۹)$$

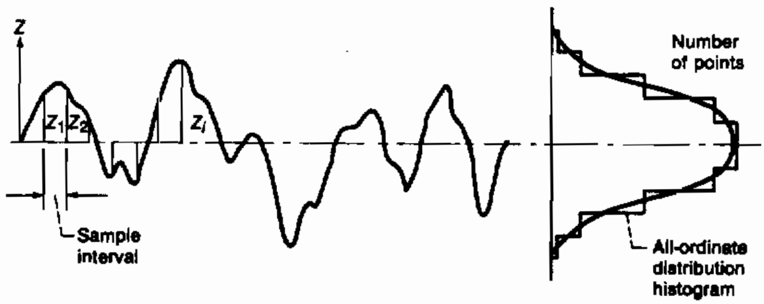
از قانون «گوس ـ لاپلاس» یک رابطه عمومی برای تابع جرم مخصوص احتمالی ضمن فرض توزیع گوسی ، عبارت است از :

$$\bar{\psi} = \frac{1}{\bar{\sigma}(2\pi)^{1/2}} \exp \frac{-(z - z^*)^2}{2\bar{\sigma}^2} \qquad (۳-۱۰)$$

که در آن $\bar{\sigma}$ انحراف استاندارد و z^* فاصله متوسط از مقدار انتخاب شده به عنوان مبدأ است . مقادیر محور عمودی Ψ از منحنی توزیع گوسی برای $z^* = 0$ در اکثر کتابهای آماری پیدا می شوند . شکل توزیع گوسی یک گستره از $-\infty$ تا $+\infty$ را ایجاب می کند که با سطوح معمولی اتفاق نمی افتد . در علم این منحنی توزیع در مقدار $\pm 3\bar{\sigma}$ قطع می شود . چون تقریباً ۹۹٫۹ درصد تمام وقایع در این ناحیه رخ می دهد ، این قطع شدن منتهی به خطای قابل اغماض، ضمن ساده سازی مفید ، می شود .



شکل ۸-۳- منحنیهای ابوت برای دوغابه مختلف



شکل ۹-۳- روش به‌دست آوردن توزیع تمام جهات

گشتاور n ام این منحنی توزیع $\tilde{\psi}\,dz$ حول محور متوسط به صورت زیر تعریف می شود :

$$M_n = \int_{-\infty}^{\infty} z^n \tilde{\psi}\, dz \qquad (۳-۱۱)$$

مشاهده می شود که دوبرابر گشتاور اول نصف $\tilde{\psi}\,dz$ برابر با متوسط خط محور R_a ، تعریف شده در معادله (۸-۳) یا :

$$R_a = 2\int_{0}^{\infty} z\tilde{\psi}\, dz = \text{twice the first moment of half } \tilde{\psi}\, dz$$

می باشد . گشتاور اول تمام $\tilde{\psi}\,dz$ حول خط مرجع متوسط ، صفر است . به همین ترتیب ، با مقایسه گشتاور دوم $\tilde{\psi}\,dz$ و جذر متوسط مجذور R_q از معادله (۹-۳) ، رابطه زیر به دست می آید :

$$R_q = \bar{\sigma} = \left(\int_{-\infty}^{\infty} z^2\tilde{\psi}\, dz\right)^{1/2} = \left(\text{second moment of } \tilde{\psi}\, dz\right)^{1/2}$$

گشتاور سوم $\tilde{\psi}\,dz$ مربوط به کجی یک منحنی ، یا خارج شدن یک منحنی از حالت تقارن می شود . عبارت ریاضی برای کجی بدون بعد :

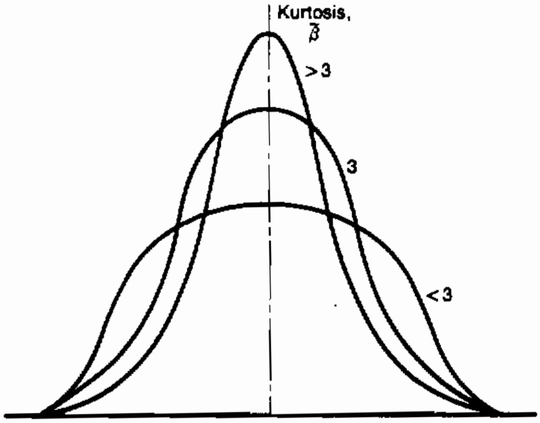
$$\bar{\alpha} = \frac{1}{R_q^3}\int_{-\infty}^{\infty} z^3\tilde{\psi}\, dz \qquad (۳-۱۲)$$

است . اگر پستی ها و بلندیها از خط مرجع تقریباً به یک اندازه منحرف شوند ، این کجی صفر خواهد بود . اگر از طرف دیگر این سطوح کاملاً به صورت چاله ای باشند ، این کجی یک مقدار منفی خواهد داشت .

گشتاور چهارم $\tilde{\psi}\,dz$ در ارتباط با قله یا کشیدگی منحنی بوده و به صورت زیر بیان می شود :

$$\bar{\beta} = \frac{1}{R_q^4}\int_{-\infty}^{\infty} z^4\tilde{\psi}\, dz \qquad (۳-۱۳)$$

1- Kurtosis



شکل ۱۰-۳- نمایش سه مقدار کشیدگی مختلف

کشیدگی $\bar{\beta}$ همیشه یک مقدار مثبت داشته و تیزی یک توزیع متقارن را اندازه می گیرد . برای یک توزیع گوسی ، این منحنی کشیدگی ۳ را دارد . وقتی که بیشتر ارتفاعات نمایه نزدیک به خط مرجع باشند ، $\bar{\beta}$ کاملاً بزرگ بوده و یک توزیع ارتفاع نسبتاً تخت ، $\bar{\beta}$ نزدیک به صفر دارد . منحنیهای با مقادیر $\bar{\beta}$ کمتر از ۳ «پلاتی کورتیک» و با $\bar{\beta}$ بزرگتر از ۳ «لپتوکورتیک» نامیده می شوند . شکل ۱۰-۳ منحنیهای کشیدگی از انواع مختلف را نشان می دهد .

برای یک توزیع گوسی با منحنی Ψ ، همان طور که در معادله (۱۰-۳) بیان شده ، عبارت عمومی برای گشتاور n ام توسط عبارت زیر داده می شود :

$$M_n = \frac{1}{\bar{\sigma}(2\pi)^{1/2}}\int_{-\infty}^{\infty} z^n \exp\frac{-z^2}{2\sigma^2}\,dz \qquad (۳-۱۴)$$

که در آن $\bar{\sigma} = R_q$ انحراف استاندارد است . از معادله (۱۴-۳) مشاهده می شود که ، اگر n فرد باشد ، M_n حذف شده و منحنی باید متقارن باشد . اگر n جفت باشد ، سپس :

$$M_n = \frac{n!}{2^{n/2}(n/2)!}\bar{\sigma}^n \qquad (۳-۱۵)$$

خواهد . توجه کنید که گشتاور دوم برابر $\bar{\sigma}^2$ ، که واریانس است ، می شود . بنابراین :

$$\therefore M_2 = \bar{\sigma}^2 = R_q^2 = \text{variance} \qquad (۳-۱۶)$$

چند پارامتر اضافی دیگر که در روان کاری فیلم سیّال برای تعریف سطوح استفاده می شوند و همچنین حدود مقادیر آنها در زیر آورده می شوند :

جرم مخصوص زبریها ، 10^2 تا 10^6 برحسب mm^2/ اوج .

فاصله زبری ، 1 تا $75\mu m$.

شیبهای زبری ، 0° تا 25° ولی اغلب 5 تا 10° .

شعاع اوج ها ، غالباً 10 تا $30\mu m$.

این تعاریف اضافی سطح ، بافت سطح مورد استفاده در روان کاری فیلم سیّال را بهتر معرفی می کند .

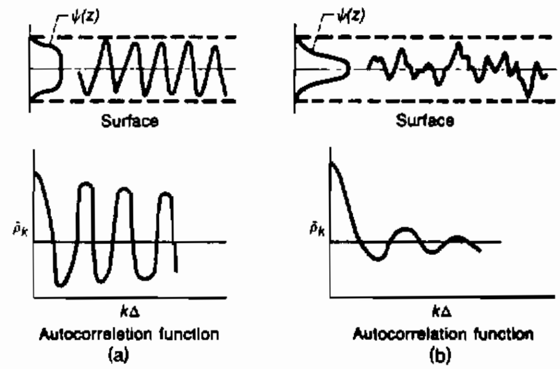
۳-۶ پارامتر همبستگی اتوماتیک

پارامترهای بحث شدهٔ قبلی (R_a ، R_q ، و R_t) ، فقط بستگی به ارتفاعات نمایه داشته و ربطی به فضای بین این ارتفاعات ندارد . در نتیجه آنها واقعاً همان طور که شکل ۹-۳ نشان می دهد ، شکل نمایه را منعکس نمی کنند . این همبستگی ، فضای بین ارتفاعات را می توان به هم مربوط کرده و با ضرب کردن هر ارتفاع نمایه در ارتفاع این نقطه در فاصله افقی معیّنی دورتر بر روی نمایه ، به دست می آید . پس از به دست آوردن متوسط این حاصل ضرب برای طول نمایه و نرمال کردن توسط واریانس R^2_q ، این همبستگی عبارت خواهد بود از :

$$\bar{\rho}_k = \frac{1}{R_q^2(N-k)} \sum_{i=1}^{N-k} z_i z_{i+k} \qquad (۳-۱۷)$$

این رابطه تابعی از k می باشد و اندازه گیر تشابه ارتفاعات جدا شده توسط فاصله $k\,\Delta$ است (در این جا Δ فاصله نمونه ثابت فرض می شود) . در فرآیندهای ماشین کاری ، از قبیل تراشکاری و فرزکاری که علایم تغذیه مشخصی دارند ، این همبستگی در جایی که $k\,\Delta$ ضریب عدد صحیحی از تغذیه خطی باشد ، بیشینه خواهد داشت . این فاصله غالباً «طول موج مشخّصه» نامیده می شود .

ترسیم های معمولی از تابع همبستگی ، برای دو نمایه مختلف در شکل ۱۱-۳ نشان داده می شوند . واریانس به صورت σ^2 معرفی می شود . شکل این تابع در آشکار نمودن بعضی از مشخصه های این نمایه مفیدترین است . میرایی کلی این تابع ، مؤلفه اتفاقی نمایه



شکل ۱۱-۳- دو سطح مختلف و توابع همبستگی منتجه . الف ـ نمایه نوسانی ، ب ـ نمایه میرا

سطح بوده و مطابق شکل ۱۱-۳ (ب) دلالت بر کاهش در همبستگی ، ضمن افزایش $k\Delta$ دارد . مؤلفه نوسانی تابع ، مطابق شکل ۱۱-۳ (الف) ، دلالت بر هرگونه نوسان بودن این نمایه دارد .

۳-۷ توزیع شیب و انحناء

با در نظر گرفتن نمایه به عنوان یک تابع اتفاقی با مشتقهای اول و دوم ، می توان تشریح هندسی اساسی از یک نمایه را به دست داد . هر کدام از مشتقها نیز یک توزیع آماری همراه خود دارند . آسانترین راه برای پی بردن به این اطلاعات ، استفاده از تفاوتها در نمایه برای ارائه مشتقها است ، یا :

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_i \approx \frac{z_{i+1} - z_i}{\Delta} \tag{۳-۱۸}$$

$$\left(\frac{d^2z}{dx^2}\right)_i \approx \frac{z_{i+1} - 2z_i + z_{i-1}}{\Delta^2} \tag{۳-۱۹}$$

معادله (۱۸-۳) شیب این نمایه و معادله (۱۹-۳) انحناء آن را به دست می دهد . به هر حال چون این نمایه یک تابع اتفاقی همراه با «سر و صدا(noise) » است ، تفاوت یابی بهترین راه نیست ؛ زیرا این سر و صدا را بزرگتر می کند . به طریقی این داده ها باید هموار شوند تا این اثر کمینه شود . یک راه برای این عمل ، استفاده از معادلات (۱۸-۳) و (۱۹-۳) با نمونه گیری

در فواصل Δ ، 2Δ ، 3Δ ، . . . و سپس به دست آوری متوسط های وزنی این عبارات است . برای مثال با استفاده از وزنهای 1.5 ، 0.6– و 0.1 برای مشتقهای تشکیل شده دربه ترتیب Δ ، 2Δ و 3Δ عبارات زیر به دست می آیند :

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_i = \frac{1}{60\Delta}\left[45(z_{i+1}-z_{i-1}) - 9(z_{i+2}-z_{i-2}) + (z_{i+3}-z_{i-3})\right] \quad (۳-۲۰)$$

$$\left(\frac{d^2z}{dx^2}\right)_i = \frac{1}{180\Delta^2}\left[-490z_i + 270(z_{i+1}-z_{i-1}) -27(z_{i+2}-z_{i-2}) + 2(z_{i+3}-z_{i-3})\right] \quad (۳-۲۱)$$

از این طریق یک نمایه شیب و انحناء ، از نمایه ارتفاع می توان به وجود آورد و با استفاده از روابط یکسان برای ارتفاعات ، یک شیب متوسط و انحناء و نیز انحراف استاندارد مربوطه را از توزیعات به دست آورد . به همین ترتیب کجی و کشیدگی را می توان محاسبه نمود تا شکل این توزیعات مشخص شود .

خواص تعریف شده قبلی، چند پارامتری هستند که می توان آنها را از تجزیه و تحلیل یک نمایه پیدا کرد . این مشخصه ها ممکن است در ارتباط دادن تابع به سطوح ساخته شده یا در تجزیه و تحلیل چگونگی ارتباط یک سطح با سطح دیگر ، مهم باشند . آنها نمایش دهنده بعضی از تواناییهای مهم در بیرون کشیدن اطلاعات بیشتر از اندازه گیری سطح بوده و فقط پارامترهای حساس در مقابل ارتفاع نیستند .

درنهایت‌بایدکاملاً به ارتباط بین‌تابع وهندسه سطح پی‌برد . با این‌کار ، عمل متقابل‌نزدیکتری بین مهندس ساخت که سطح را می سازد وطراح که سطح را ویژه سازی می کند، ایجادمی شود .

۳-۸ پارامترهای فیلمی برای نواحی مختلف روان کاری

اگر یک جزء ماشین به طور مناسب طراحی و روان کاری فیلم سیّال شده باشد ، سطوح روان کاری شده کاملاً توسط یک فیلم روان کننده مجزا از یکدیگر هستند . به طور مثال آزمایش مربوط به بلبرینگها که توسط تالیان[1] و دیگران (۱۹۶۷) انجام شده ، نشان می دهد که وقتی فیلم روان کننده به اندازه کافی ضخامت دارد تا بتواند اجسام در تماس را از یکدیگر جدا کند ،

1- Tallian

عمر خستگی یاتاقان به مقدار خیلی زیادی افزایش می یابد . برعکس ، وقتی که فیلم به اندازه کافی ضخامت ندارد که جدایی کامل بین زبری ها را در نواحی تماس فراهم کند ، عمر یاتاقان به صورت سوء به واسطه برش زیاد حاصل از تماس مستقیم فلز به فلز ، مؤثر واقع می شود .

چهار ناحیه روان کاری ، در قسمت ۲-۱ تعریف و روشهای محاسباتی برای تعیین rms سطح صیقلی در قسمت ۵-۳ معرفی شدند . این قسمت ، یک پارامتر فیلم را معرفی می کند و طیف مقادیر برای چهار ناحیه روان کاری را تشریح می کند . رابطه بین پارامتر فیلم بدون بعد Λ و ضخامت فیلم $h_{\min}$ برابر است با :

$$\Lambda = \frac{h_{\min}}{\left(R_{q,a}^2 + R_{q,b}^2\right)^{1/2}} \tag{۳-۲۲}$$

که در آن ؛

$R_{q,a} = a$ قسمت صیقلی سطح rms

$R_{q,b} = b$ قسمت صیقلی سطح rms

پارامتر فیلم ، برای تعریف چهار ناحیه مهم روان کاری ، مورد استفاده قرار می گیرد . طیف Λ برای این چهار ناحیه عبارتند از :

۱- روان کاری هیدرودینامیکی $5 \le \Lambda < 100$.

۲- روان کاری الاستوهیدرودینامیکی $3 \le \Lambda < 10$.

۳- روان کاری جزئی $1 \le \Lambda < 5$.

۴- روان کاری مرزی $\Lambda < 1$.

این مقادیر تخمینهای با تقریب زیاد هستند . تفاوت زیاد همدیسی هندسی ، در رفتن از اتصالات روان کاری شده هیدرودینامیکی به اتصالات روان کاری شده به صورت الاستوهیدرودینامیکی کار را برای تمایز آشکار ، مشکل می کند .

۳-۹ عبور بین نواحی روان کاری

ضمن کاهش شدت بار ، انتقال سریع از روان کاری مرزی به فیلم سیّال وجود ندارد و به جای آن ، قسمت افزاینده ای از بار توسط فشارهای داخل فیلم ، که بیشتر فضاهای بین

قسمت جامد مقابل به یکدیگر را پر می کنند ، تحمّل می شود . غالباً حذف کردن اثرات روان کاری فیلم سیّال به ترتیبی که روان کاری مرزی حقیقی بتواند اتفاق بیفتد ، واقعاً مشکل است ، و شواهدی وجود دارد که نشان می دهد که روان کاری فیلم سیّال در حد میکرونی که توسط بی نظمیهای سطحی تشکیل می شود ، اثری مهم است .

تغییرات ضریب اصطکاک μ با پارامتر فیلم ۸ ، در شکل ۱۲-۳ نشان داده شده است . ضریب اصطکاک به صورت :

$$\mu = \frac{f}{w_z} \qquad (۳-۲۳)$$

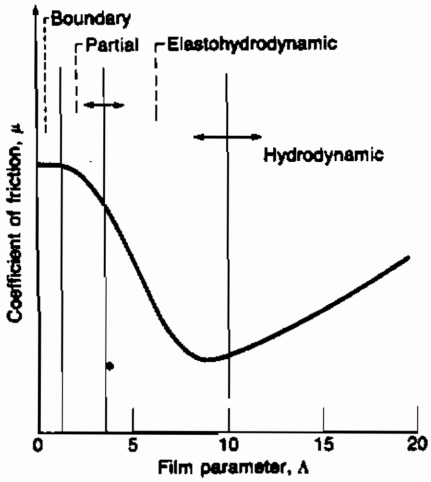
تعریف می شود که در آن f نیروی مماسی (اصطکاک) و w_z بار عمودی وارده است . در شکل ۱۲-۳ موقعیتهای تقریبی نواحی مختلف روان کاری بحث شده در قسمت ۸-۳ ، نشان داده شده است . این شکل نشان می دهد که ضمن افزایش پارامتر فیلم ۸ ، ابتدا ضریب اصطکاک در ناحیه الاستوهیدرودینامیکی کاهش یافته و سپس در ناحیه هیدرودینامیک ، افزایش می یابد . در توضیح این پدیده ، فرض می کنیم که زبری سطحی در هر دو ناحیه روان کاری یکسان است .

در روان کاری هیدرودینامیکی سطوح همدیسی و همان طور که در یاتاقانهای ژورنال و کف گرد یافت می شود ، $w_z \,\alpha\, 1/h^2$ است . در روان کاری الاستوهیدرودینامیکی سطوح ناهمدیسی ، بار عمودی وارده اثر ناچیزی روی ضخامت فیلم دارد . بنابراین w_z به طور لازم متناسب با یک مقدار ثابت است . در هر دو روان کاری هیدرودینامیکی و الاستوهیدرودینامیکی نیروی اصطکاکی در اثر خاصیت برشی روان کننده بوده و در هر دو ناحیه می تواند به صورت $f \,\alpha\, 1/h$ بیان شود . با استفاده از این ، داریم :

$$\mu_{HL} \,\alpha\, \frac{1/h}{(1/h)^2} \,\alpha\, h \qquad (۳-۲۴)$$

$$\mu_{EHL} \,\alpha\, \frac{1/h}{\text{constant}} \,\alpha\, \frac{1}{h} \qquad (۳-۲۵)$$

بدین ترتیب این تعاریف ، شیب معکوس ضریب اصطکاک در شکل ۱۲-۳ را توضیح می دهند .



شکل ۱۲-۳- تغییر ضریب اصطکاک با پارامتر فیلم

۳-۱۰ مؤخره

چون روان کاری فیلم سیّال به زوان کاری بین سطوح جامد جدا شده توسط یک ضخامت فیلم کوچک مربوط می شود ، لازم است که طبیعت فیزیکی موضع نگاری سطح جامد ، درك شود . برای درك بهتر مطلب ، این فصل سخت افزار اندازه گیری سطح را مورد بررسی قرار داد . روش تماسی اندازه گیری با سوزن بر مبنای انتقال حرکت عمودی نوك سوزن ضمن عبور از روی این سطح ، به ولتاژ الکتریکی است . محدودیت اصلی این رهیافت ، اندازه معیّن نوك سوزن است که نمایه سطح را متغیّر و اوجها را پهن و پستیها را باریک می کند . وسایل اندازه گیری بدون تماس یاد شده ، در زیر ارائه شده اند :

۱- وسایل بادی ؛ جریان هوا را وقتی که یک ارتفاع کاملاً صیقل شده بر روی یک سطح قرار می گیرد ، اندازه گرفته و تغییرات در زبری سطح را نشان می دهد .
۲- وسایل نوری ؛ شدت نور لیزر منعکس شده را برای تعریف بافت سطح به کار می گیرد .
۳- در وسایل الکترونی میکروسکوپی وقتی الکترونها به نمونه برخورد می کنند ، تصویر می کنند .

در محاسبه پارامترهایی که بافت سطح را تعریف می کنند ، تمام اندازه گیریهای ارتفاع

نسبت به خط مرجع معیّنی انجام گرفته است . دو روش در تعریف این خط مرجع هستند که عبارتند از :

۱- سیستم M یا متوسط ، بر مبنای انتخاب خط متوسط به عنوان مرکز هندسی نمایه . مساحت بالای این خط برابر با مساحت زیر آن است .
۲- کوچکترین مربعات ، بر مبنای فرض یک شکل شیب ـ فاصله از مرکز برای خط مرجع . که می تواند برای خطای شکل یا کجی ، جبران کننده باشد .

روشهای محاسبه پارامترهای سطح مورد بحث قرار گرفته و نیز دو پارامتر مهم به شرح زیر می باشند :

۱- متوسط خط محور (CLA) یا متوسط حسابی (AA) مشخص شده با R_a :

$$R_a = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|z_i| \qquad (۳-۱)$$

۲- جذر متوسط مجذور زبری (rms) مشخص شده توسط :

$$R_q = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}z_i^2\right)^{1/2} \qquad (۳-۲)$$

که عموماً ؛ $R_a \le R_q$ است .

پارامتر فیلم Λ به عنوان نسبت ضخامت فیلم کمینه ، زبری سطح مرکب تعریف شد . این پارامتر فیلم برای تعریف چهار ناحیه مهم روان کاری : هیدرودینامیک ، الاستوهیدرودینامیکی ، جزئی و مرزی استفاده گردید .

۳-۱۱ مسائل

۳-۱۱-۱ نشان دهید که برای یک توزیع گوسی و متوسط صفر ($z^* = 0$) از خط مرجع (تعیین شده توسط سیستم M) ، کجی تئوری صفر و کشیدگی ۳ است .

۳-۱۱-۲ نشان دهید که کجی برای یک سطح با چاله های عمیق ، کمتر از صفر است ($\alpha < 0$) و کشیدگی برای یک توزیع ارتفاع نسبتاً تخت ، به سمت صفر میل می کند ($\beta \to 0$) .

۳-۱۱-۳ نسبت R_q/R_a برای یک توزیع گوسی با متوسط صفر $(z^* = 0)$ را پیدا کنید .

۳-۱۱-۴ ثابت کنید که $R_a \le R_q$ است .

۳-۱۱-۵ چه نمایه ای $R_a = R_q$ را تولید می کند ؟

۳-۱۱-۶ ثابت کنید که کشیدگی ، بزرگتر یا برابر با یک است .

۳-۱۱-۷ نابرابری کشیدگی ـ کجی چیست ؟ یعنی وقتی کشیدگی در برابر کجی رسم می شود ، منحنی بحرانی که نتایج مجاز و غیرمجاز را جدا می کنند ، توضیح دهید .

۳-۱۱-۸ نشان دهید که برای یک توزیع گوسی با متوسط غیرصفر $(z^* \neq 0)$ از خط مرجع (تعیین شده متوسط سیستمM) ، کجی تئوری صفر و کشیدگی ۳ است .

۳-۱۲ فهرست منابع و مآخذ

Abbot, E. J., and Firestone, F. A. (1933): Specifying Surface Quality. *J. Mech. Eng.*, vol. 55, no. 9, pp. 569–572.

Barwell, F. T. (1979): *Bearing System: Principles and Practice*, Oxford University Press, Oxford.

Halling, J. (ed.) (1975): *Principles of Tribology*. Macmillan Press, London and Basingstoke.

Halling, J. (1976): *Introduction to Tribology*. Wykeham Publications, London.

Hamrock, B. J., and Dowson, D. (1981): *Ball Bearing Lubrication—The Elastohydrodynamics of Elliptical Contacts*. Wiley-Interscience, New York.

Persson, U. (1992): "Surface Topography—Speckle Technique and Image Analysis Applied to Surface Roughness Measurement on Machined Surfaces." Ph.D. Thesis. Instrumentation Laboratory, Royal Institute of Technology, Stockholm, TRITA-ILA 92.06

Sherrington, I., and Smith, E. H. (1988): Modern Measurement Techniques in Surface Metrology: Part I: Stylus Instruments, Electron Microscopy and Non-Optical Comparators. *Wear*, vol. 125, pp. 271–288.

Tallian, T. E., et al. (1967): On Computing Failure Modes in Rolling Contacts. *ASLE Trans.*, vol. 10, no. 4, pp. 418–435.

فصل چهارم

خواص روان کننده

عمل اصلی یک روان کننده ، کنترل اصطکاك و سایدگی است . اما روان کننده های مایع دارای خواص و مشخصه های مطلوب ثانویه زیر نیز هستند :

۱ - آنها را می توان به طور هیدرولیکی بین اجزاء در حال حرکت کشاند .

۲- آنها دارای ظرفیت ذخیره حرارتی نسبتاً بالایی هستند تا اجزاء درتماس را خنک کنند .

۳- آنها را می توان به سادگی با مواد شیمیایی مخلوط نمود تا خواص مختلفی از قبیل ایستادگی در مقابل خوردگی ، پاك کنندگی ، یا لایه های سطحی فعال را به دست آورند .

۴- آنها می توانند ذرات ساییده شده را به خارج انتقال دهند .

روان کننده ها را می توان به دونوع با منشأ نفتی، که با نام «روغنهای معدنی» شناخته می شوند، و بامنشأ گیاهی یاحیوانی به نام «روغنهای چرب» تقسیم بندی کرد. روغنهای مصنوعی غالباًجزء دسته دوم محسوب می شوند. برای این که یک روان کننده از کارآیی خوبی برخوردار باشدباید به اندازه کافی لزج باشد ، تا تحت شرایط کاری وجود فیلم روان کننده را تأمین کند و درعین حال به اندازه کافی سیّال باشدتاحرارت را از محیط خارج کرده و از اتلاف قدرت، که به دلیل نیروی مقاوم لزجت وجود دارد ، جلوگیری کند . یک روان کننده همچنین باید تحت تنشهای حرارتی و اکسیدشدن پایداربوده و قابلیّت شعله ورشدن آن پایین باشد و قدرت کنترل اصطکاك وسایدگی را دارا باشد . همان طور که دیده می شود ، انتظار زیادی از یک روان کننده

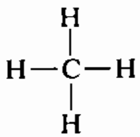
می رود. برای درک بهتر عملکرد یک روان کننده، مروری کوتاه بر مبانی شیمی مورد نیاز به شرح ذیل خواهیم داشت :

۴-۱ مبانی شیمیایی

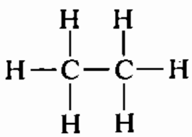
چون بعضی از روان کننده ها از مشتقات نفتی هستند که شامل ترکیبات کربن و هیدروژن می باشند ، لازم است تا بحث خلاصه ای از شیمی هیدروکربنها داشته باشیم . این بحث همچنین می تواند پایه ای برای مطالعه الکل ها ، اسیدهای چرب و هیدروکربنهای دوره ای باشد . بیشتر مطالب این قسمت از منابع پو[1] (۱۹۷۰) و هس[2] (۱۹۸۱) گرفته شده است .

۴-۱-۱ هیدروکربنها

هیدروکربنها ترکیباتی از کربن و هیدروژن هستند . ظرفیت شیمیایی ، یا قدرت پیوند شیمیایی ، کربن و هیدروژن به ترتیب ۴ و ۱ است. ساده ترین هیدروکربن را می توان به صورت :



نشان داد که به نام متان و با فرمول شیمیایی CH_4 است . اتمهای کربن خاصیت بی نظیر پیوند با یکدیگر را داشته و هر کدام می توانند به اتمهای هیدروژن بیشتری اتصال یابند ، مانند اتان (C_2H_6) که در زیر نشان داده شده است :



توجه کنید که این زنجیره متقارن است .

با تغییر دادن تعداد اتمهای کربن در مولکول ، امکان ارائه «هیدروکربنهای با زنجیرهٔ مستقیم» وجود دارد . این خانواده به عنوان «آلکانها» یا «پارافینها» شناخته شده اند که دارای

1- Pugh 2- Hess

فرمول کلی $C_n H_{2n+2}$ هستند که در آن ، n تعداد کلی اتمهای کربن موجود در مولکول است . این فرمول یک سری از موادرا شامل می شودکه مشخصه های فیزیکی ازقبیل نقطه جوش و چگالی آنها[1] با ازدیاد مقدار n افزایش می یابد. جدول ۱-۴، که ۱۰ عضو اول این سری را نشان می دهد ، حاکی از این است که افزایش تعداد اتمهای کربن ، نقطه جوش ترکیبات را افزایش می دهد و در نتیجه سبب کاهش فعالیت شیمیایی آنها می شود . این خانواده از هیدروکربنها با نام «سری هیدروکربنهای مشابه»[2] شناخته می شوند که تمام اعضاء آن دارای فرمولهایی در قالب فرمول عمومی سری می باشند. سریهای اصلی هیدروکربنهای متشابه درجدول ۲-۴ جمع آوری شده اند. بیشتر باقی ماندهٔ این بخش از مبانی شیمیایی ، مربوط به جزئیات بیشتری در باره اعضاء سریهای متشابه داده شده در جدول ۲-۴ می باشد . تفاوت اصلی در این سریها نوع پیوندهای آنها می باشد . یک پیوند یکتایی از یک جفت الکترون تشکیل شده است . مانند آنچه که در متان دیده می شود بین دو اتم مشترك می باشد . در پیوندهای دوتایی دو جفت الکترون مشترك و در پیوندهای سه تایی سه جفت الکترون مشترك وجود دارند . در ترکیبات آلی ، پیوندها معمولاً توسط پاره خطهایی ، مانند آنچه که در مثالهای زیر آمده است ، مشخص می شوند :

جدول ۱-۴- پارافینهای زنجیره مستقیم

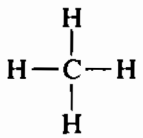
[از پو[3]، ۱۹۷۰]

Number of carbon atoms	Name	Formula	Boiling point, °C	Specific gravity	Physical state at NTP[a]
1	Methane	CH_4	−161.5	-----	Gas
2	Ethane	C_2H_6	−88.3	-----	↓
3	Propane	C_3H_8	−44.5	-----	
4	Butane	C_4H_{10}	−.5	-----	
5	Pentane	C_5H_{12}	36.2	0.626	Liquid
6	Hexane	C_6H_{14}	69	.660	↓
7	Heptane	C_7H_{16}	98.4	.684	
8	Octane	C_8H_{18}	125.8	.704	
9	Nonane	C_9H_{20}	150.6	.718	
10	Decane	$C_{10}H_{22}$	174	.730	

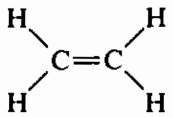
[a]Normal temperature and pressure.

1- Specific gravity
2- Homologous series
3- Pugh

۱ - یکتایی (متان یا CH_4) :



۲- دوتایی (اتیلین یا C_2H_4) :



۳- سه تایی (استیلین یا C_2H_2) :

$$H-C\equiv C-H$$

جدول ۲-۴- سریهای هیدروکربنهای متشابه

[از هس[1] (۱۹۸۱)]

Name	Formula	Sample of familiar member
Alkane or paraffin	C_nH_{2n+2}	Methane (CH_4)
Olefin or alkene	C_nH_{2n}	Ethylene (C_2H_4)
Acetylene or alkyne	C_nH_{2n-2}	Acetylene (C_2H_2)
Cycloparaffin or naphthene	C_nH_{2n}	Cyclopentane (C_5H_{10})
Aromatic	C_nH_{2n-6}	Benzene (C_6H_6)

جدول ۳-۴- تولیدات نفتی با محدوده نقطهٔ جوش و تعداد اتمهای کربن در آنها

Petroleum product	Boiling point range, °C	Number of carbon atoms present
Natural gas	<32	1–4
Gasoline	40–200	4–12
Naphtha (benzine)	50–200	7–12
Kerosene	175–275	12–15
Fuel oil	200–300	15–18
Lubricating oil	>300	16–20
Wax	>300	20–34
Asphalt	Residue	Large

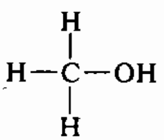
1- Hess

اگرچه سری اولفین یا آلکین و سیکلوپارافین یا نفتین در جدول ۲-۴ دارای فرمول یکسان می باشند ، ولی رفتار آنها کاملاً متفاوت است . در سری آلکین ، پیوند دوتایی حاضر بین دو اتم کربن ، دو باره فعال شدن این هیدروکربنها را به مقدار زیادی افزایش می دهد . در سری سیکلو پارافین ، اتمهای کربن به یکدیگر متصل بوده و یک حلقه را تشکیل می دهند . چنین ساختاری نسبتاً غیرفعال است .

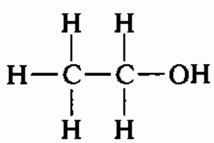
در تصفیه نفت ، تعداد زیادی از مخلوطهای مفید هیدروکربنها به دست می آیند . فرآیند اصلی در تصفیه ، تقطیر جزئی است که مواد مختلف را بر اساس محدوده نقاط جوش آنها جداسازی می کند. مواد به دست آمده از تقطیر اولیهٔ نفت خام، به نام «تولیدات تقطیر مستقیم»[1] شناخته می شوند . جدول ۳-۴ تولیدات اصلی حاصل از تصفیه نفت را ، همراه با دیگر اطلاعات مربوط به آنها ، نشان می دهد .

۲-۱-۴ *الکلها*

اگر در ساختار متان ، یک اتم هیدروژن با گروه هیدروکسیل یک ظرفیتی OH جایگزین شود ، متانول یا متیل الکل به دست می آید :



که فرمول شیمیایی آن CH_3OH است . این مایع قابل اشتعال ، همچنین با نام «الکل چوب» شناخته می شود زیرا یک تولید مهم حاصل از تقطیر چوب برای تهیه ذغال است . متانول یک حلال مهم بوده و به عنوان ضدیخ و به عنوان تقلب کننده برای الکل اتیل به کار می رود . متانول نقطه شروع تولید خیلی از مواد شیمیایی مصنوعی است . ساختار اتان نیز مثل آنچه برای رسیدن به اتانول یا اتیل الکل (C_2H_5OH) از متان انجام شد ، می تواند تعدیل شود :



1- Straight-run products

اتانل به نام «الکل دانه»[1] نیز شناخته می شود . این ماده از تخمیر ترکیبات کربوهیدرات موجود در ملاسها ، ذرت ، گندم سیاه ، جو و سیب زمینی تولید می شود . آنزیمها در مایه خمیر ترش ، باعث تخمیر می شوند . اتانل خاصیت جذب رطوبت از محیط را داراست تا زمانی که از ۹۵ درصد الکل و ۵ درصد آب باشد . این ماده به صورت خیلی وسیع در صنایع آماده سازی دارو ، و مواد دارویی و زیبایی به کار می رود . اتانل در انواع نوشابه ها وجود داشته و باعث مستی می شود .

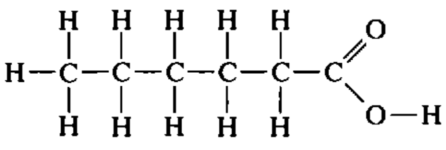
با تماشای ساختار متانول و اتانول ، می توان ترکیبات خانوادگی الکل را با فرمول کلی :

$C_nH_{2n+1}OH$

نوشت که هر کدام به پیروی از هیدروکربنی که از آن مشتق شده نامگذاری می شود ، و پسوند «ای» با «اول» جایگزین می شود .

۴-۱-۳ اسیدهای چرب

اسیدهای چرب ممکن است که از لحاظ ظاهر ساختار مولکولی آنها که از پارافینها با جایگزینی یک پسوند گروه متیل (CH_3) با یک گروه کاربوکسیل (CO_2H) مشتق می شوند ، در نظر گرفته شوند . اسید مربوطه به پیروی از هیدروکربن ریشه نامیده شده و پسوند «ای» دراین نام به «اویک» تغییر می یابد . برای مثال ، اسید هگزانیک شامل شش اتم کربن می باشد و ساختار آن عبارت است از :



این اسید می توانست به صورت $CH_3(CH_2)_4CO_2H$ بیان شود . جدول ۴-۴ اسیدهای چرب زنجیره مستقیم را که نتیجه تغییر تعداد اتمهای کربن حاضر در مولکول از ۱ تا ۲۰ است را نشان می دهد . توجه کنید که ساختارهای مولکولی اسیدهای چرب ، مثل حالت هیدروکربنها ، دیگر به صورت قرینه نیستند ، زیرا در تمام موارد یک گروه متیل انتهایی توسط گروه کاربوکسیل

1- Grain alcohol

CO_2H جایگزین شده است .

همان طور که در جدول ۲-۴ نشان داده شد ، اگر یک هیدروکربن زنجیره مستقیم دارای فرمولی باشد که دو اتم هیدروژن کم دارد ، «اولفین» نامیده می شود . اولفینها یک سری خانوادگی از هیدروکربنهای اشباع نشده را تشکیل می دهند . آنها اشباع نشده نامیده می شوند ، زیرا که ظرفیت بعضی از اتمهای کربن دراین مولکول کاملاً توسط اتمهای هیدروژن ارضاء نشده اند و در نتیجه این پیوند به طور ویژه این پیوند از لحاظ شیمیایی فعال است . کیفیت اصلی خانواده اولفینها پیوند دوتایی اتم کربن است که به سادگی شکسته شده و منبع اصلی ضعیف مولکولی آن است . این خانواده که فرمول آن $C_n H_{2n}$ است ، با اتیلن شروع می شود .

همان طور که توسط پو[1] (۱۹۷۰) خاطر نشان شد ، اولفینها از لحاظ روان کاری مستقیماً جالب توجه نیستند و اگرچه انفعالات آنها در صنعت ساخت روان کننده های مصنوعی مورد بررسی قرار می گیرد ، ولی اشباع نبودن اسیدهای چرب کاملاً جالب توجه می باشد ؛ زیرا تعدادی از اسیدهای چرب در روغنهای حیوانی و گیاهی تا اندازه ای اشباع نشده هستند . اسیدهای اشباع نشدهٔ در درجه اول مورد توجه ، در مطالعه روغنهای روان کاری کننده درجدول ۵-۴ آورده شده اند .

جدول ۴-۴- فرمولهای هیدروکربنهای زنجیره مستقیم و اسیدهای چرب

Number of carbon atoms in molecule	Hydrocarbon		Fatty acid		
	Formula	Name	Formula	Chemical name	Common name
1	$H.CH_3$ or CH_4	Methane	$H.CO_2H$	Methanoic	Formic
2	$H.(CH_2).CH_3$ or C_2H_6	Ethane	$CH_3.CO_2H$	Ethanoic	Acetic
3	$CH_3.(CH_2)CH_3$	Propane	$CH_3.CH_2.CO_2H$	Propanoic	Propionic
4	$CH_3.(CH_2)_2.CH_3$	Butane	$CH_3.(CH_2)_2.CO_2H$	Butanoic	Butyric
6	$CH_3.(CH_2)_4.CH_3$	Hexane	$CH_3.(CH_2)_4.CO_2H$	Hexanoic	Caproic
8	$CH_3.(CH_2)_6.CH_3$	Octane	$CH_3.(CH_2)_6.CO_2H$	Octanoic	Caprylic
10	$CH_3.(CH_2)_8.CH_3$	Decane	$CH_3.(CH_2)_8.CO_2H$	Decanoic	Capric
12	$CH_3.(CH_2)_{10}.CH_3$	Dodecane	$CH_3.(CH_2)_{10}.CO_2H$	Dodecanoic	Lauric
14	$CH_3.(CH_2)_{12}.CH_3$	Tetradecane	$CH_3.(CH_2)_{12}.CO_2H$	Tetradecanoic	Myristic
16	$CH_3.(CH_2)_{14}.CH_3$	Hexadecane	$CH_3.(CH_2)_{14}.CO_2H$	Hexadecanoic	Palmitic
18	$CH_3.(CH_2)_{16}.CH_3$	Octadecane	$CH_3.(CH_2)_{16}.CO_2H$	Octadecanoic	Stearic
20	$CH_3.(CH_2)_{18}.CH_3$	Eicosane	$CH_3.(CH_2)_{18}.CO_2H$	Eicosanoic	Arachidic

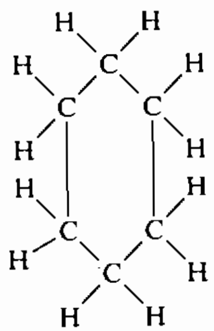
1- Pugh

جدول ۵-۴- فرمولهای بعضی از اسیدهای چرب اشباع نشده

Number of carbon atoms in molecule	Common name	Chemical name	Formula
16	Palmitoleic	Hexadec-9-enoic	$CH_3.(CH_2)_5.CH:CH.(CH_2)_7.CO_2H$
18	Oleic	Octadec-9-enoic	$CH_3.(CH_2)_7.CH:CH.(CH_2)_7.CO_2H$
↓	Ricinoleic	12-Hydroxyoctadec-9-enoic	$CH_3.(CH_2)_5.CH(OH).CH_2.CH:CH.(CH_2)_7.CO_2H$
	Linoleic	Octadeca-9:12-dienoic	$CH_3.(CH_2)_4(CH:CH.CH_2)_2.(CH_2)_6.CO_2H$
	Linolenic	Octadeca-9:12:15-trienoic	$CH_3.CH_2.(CH:CH.CH_2)_3.(CH_2)_6.CO_2H$
20	Arachidonic	Eicosa-5:8:11:14-tetraenoic	$CH_3.(CH_2)_4.(CH:CH.CH_2)_4.(CH_2)_2.CO_2H$

۴-۱-۴ هیدروکربنهای دوره‌ای

هیدروکربنهای دوره‌ای ، دو گروه متمایز سیکلو پارافینها ، یا «نفتین‌ها» و آروماتیکها را تشکیل می‌دهند . مثالی از نفتین ، سیکلوهگزان است که ساختاری به شکل زیر دارد :

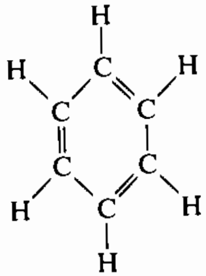


این ماده یک ترکیب اشباع شده بوده و مولکول آن شامل ۶ اتم کربن و ۱۲ اتم هیدروژن است . فرمول خانواده نفتین $C_n\ H_{2n}$ است . می‌دانید که اولفینها فرمول یکسانی دارند ، ولی ساختار آنها کاملاً با خانواده نفتینها متفاوت هستند . یک تفاوت این است که اولفینهای اتم‌های کربن با پیوند دوتایی دارند ، در صورتی که نفتینها ، اتمهای کربن با پیوند تکی دارند .

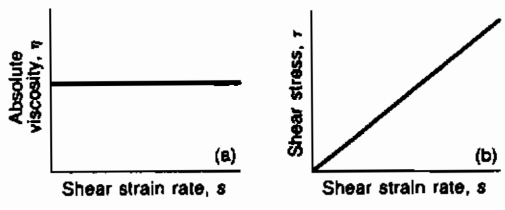
سیکلو پارافینهای به پیروی از پارافینهای ، زنجیره مستقیم که شامل تعداد اتمهای کربن یکسان هستند نامگذاری می‌شوند ولی چون حداقل ، احتیاج به سه اتم کربن برای تشکیل یک حلقه است ، لذا این سری با سیکلو پروپان شروع می‌شود . خواص فیزیکی سیکلو پارافینها با

پارافینهای زنجیره مستقیم مربوطه متفاوت می باشند ، ولی از لحاظ شیمیایی کاملاً شبیه بهم هستند .

آخرین عضو سری متشابه (جدول ۲-۴) آروماتیکها هستند . آنها گروه ترکیبات مجزا ، متمایز و بخصوصی را تشکیل می دهند و وقت زیادی صرف مطالعه ساختار عمومی آنها شده است . آروماتیکها دارای ساختار اصلی حلقوی شکل شامل سه پیوند در هر مولکول می باشند . یکی از اعضاء این خانواده بنزین است که ساختار آن در ذیل ارائه می شود :



دیگر آروماتیکها را می توان از این ساختار اصلی با جایگزینی یک اتم هیدروژن و یا بیشتر با یک CH_3 یا گروه اتمهای پیچیده تر ، به دست آورد . این سیستم حلقوی به صورت استثنایی پایدار می باشد . از آنچه گذشت ، مشاهده می شود که بین روغن روان کاری کننده ساخته شده از یک مبنای نفتینی و ساخته شده از مبنای آروماتیک ، تفاوت اساسی وجود دارد .



شکل ۱-۴- خواص یك سیّال نیوتنی ، الف ـ اثر لزجت روی نرخ کرنش برشی ، ب ـ اثر تنش برشی روی نرخ کرنش برشی .

۴-۲ سیّالات نیوتنی

اصطکاك بین سطوحی که کـاملاً از یکدیگر جدا هستند (بدون تماس زبری) ، تنها به خاطر اصطکاك داخلی سیّال است که لزجت نامیده می شود . نیوتن در سال ۱۶۸۷ دریافت که ، لزجت مطلق یک مایع را می توان به شکل زیر بیان نمود :

$$\eta = \frac{\tau}{s} \tag{۴-۱}$$

که در آن :

$\tau = N/m^2$ ، تنش برشی ،

$s = s^{-1}$ ، du / dz ، نرخ کرنش برشی ،

$\eta = N.s / m^2$ ، لزجت مطلق ،

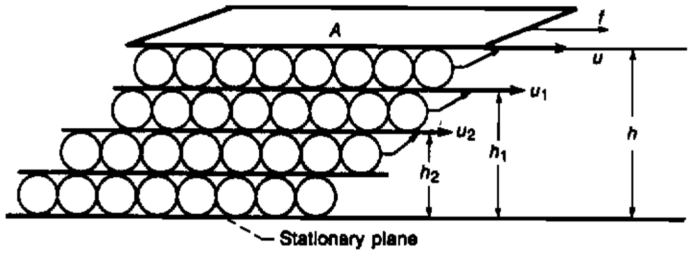
هستند . لزجت یک سیّال ممکن است مرتبط با مقاومت آن در مقابل جریان باشد . این مقاومت از نیروهای بین مولکولی واصطکاك داخلی ضمن حرکت این مولکولها درمقابل یکدیگربه وجود می آید . سیّالات غلیظ ، مثل ملاسها لزجت نسبتاً بالا داشته و به آسانی جاری نمی شوند . سیّالات رقیق تر مثل آب ، لزجت کمتر داشته و به آسانی جاری می شوند . مشخصه های جریان مایعات نیوتنی برحسب تابعی از نرخ کرنش برشی در شکل ۱-۴ نشان داده می شوند .

۴-۳ فرضیه نیوتن

اجازه دهید دوباره به معادله (۱-۴) و آن گونه که نیوتن نگریست ، ضمن استفاده از ترسیم شکل ۲-۴ بنگریم . مولکولهای روغن به صورت توپهای کوچک تصور شدند که به صورت لایه ای بین صفحات تخت می چرخند . چون روغن دو سطح را «تر» کرده و به آن خواهد چسبید ، پایین ترین لایه هیچ حرکتی نخواهد داشت و بالاترین لایه با سرعتی برابر با سرعت صفحه بالایی حرکت کرده و لایه مابین آنها با سرعتی که مستقیماً متناسب با فاصله بین این دوصفحه است ، حرکت می کند .

این نوع حرکت مرتب در لایه های موازی ، به نام «خط جریان آرام» یا «لزج» شناخته می شود . نیوتن ادامه داده و تعریف نمود که :

$$s = \text{shear strain rate} = \frac{u}{h} = \frac{u_1}{h_1} = \frac{u_2}{h_2} = \cdots$$



شکل ۲-۴- نمایش فیزیکی فرضیه نیوتن که در آن f نیروی اصطکاک برحسب N و A مساحت برحسب m^2 و u برابر با سرعت برحسب m/s و h ضخامت فیلم برحسب m است

او به درستی نتیجه گرفت که نیروی لازم برای نگه داری سرعت ثابت u لایه بالایی ، متناسب با مساحت A و گرادیان سرعت یا نرخ کرنش برشی بود ($s = u/h$) .

$$f = \eta A \frac{u}{h}$$

در این ارتباط η ثابت تناسب ، ضریب لزجت یا لزجت مطلق است . لزجت ، لزجت مطلق و لزجت دینامیکی ، همان طور که در بالا تعریف شد ، همگی معنی یکسان دارند . با مرتب کردن معادله (۲-۴) ، لزجت مطلق را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\eta = \frac{f/A}{u/h} = \frac{\text{shear stress}}{\text{shear strain rate}}$$

۳-۴ واحدهای لزجت مطلق

از معادله (۳-۴) نتیجه می شود که واحدهای لزجت باید واحدهای تنش برشی تقسیم بر واحدهای نرخ برش باشند . واحدهای لزجت η برای سه سیستم واحد متفاوت ، عبارتند از :

۱- سیستم SI : $N.s/m^2$ یا ، چون نیوتن بر مترمربع پاسکال نامیده می شود ، Pa . s .

۲- سیستم cgs : $dyn . s/cm^2$ (دین ـ ثانیه بر سانتی مترمربع) یا پویز که در آن $1\ cP = 10^{-2}\ P$ است .

۳- سیستم انگلیسی : $lbf.s/in^2$ (پوند ـ نیرو ـ ثانیه بر اینچ مربع) به نام رین به افتخار آزبورن رینولدز .

برای تبدیل لزجت مطلق از یک سیستم به سیستم دیگر می توان از جدول ۶-۴ استفاده کرد . برای تبدیل یک واحد در ستون سمت چپ جدول ، به واحدی در بالای جدول ، آن را در مقدار داده شده در جدول ضرب کنید .

مسأله نمونه ۱-۴

$$\eta = 0.04\ \mathrm{N \cdot s/m^2} = (0.04)1.45 \times 10^{-4}\ \mathrm{lbf \cdot s/in^2} = 5.8 \times 10^{-6}\ \mathrm{lbf \cdot s/in^2}$$

همچنین توجه داشته باشید که :

$$\eta = 0.04\ \mathrm{N \cdot s/m^2} = 0.04\ \mathrm{Pa \cdot s} = 5.8 \times 10^{-6}\ \mathrm{reyn}$$

و

$$\eta = 0.04\ \mathrm{N \cdot s/m^2} = (0.04)(10^3)\mathrm{cP} = 40\ \mathrm{cP} = 0.4\ \mathrm{P}$$

جدول ۶-۴- فاکتورهای تبدیل لزجت

To convert from–	To–			
	cP	kgf s/m^2	N s/m^2	lbf s/in.^{2}
	Multiply by–			
cP	1	1.02×10^{-4}	10^{-3}	1.45×10^{-7}
kgf s/m^2	9.807×10^3	1	9.807	1.422×10^{-3}
N s/m^2	10^3	1.02×10^{-1}	1	1.45×10^{-4}
lbf s/in.^{2}	6.9×10^2	7.03×10^2	6.9×10^3	1

۵-۴ لزجت سینماتیک

در خیلی از مواقع استفاده از لزجت سینماتیکی به جای لزجت مطلق راحت تر است . لزجت سینماتیک η_k به صورت زیر تعریف می شود :

$$\eta_k = \frac{\text{absolute viscosity}}{\text{force density}} = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\mathrm{N \cdot s/m^2}}{\mathrm{N \cdot s^2/m^4}} = \mathrm{m^2/s} \tag{۴-۴}$$

دانسیته سیّال ρ^* ، جرم حجم واحد این سیّال است . در سیستم واحد SI دانسیته جرم ، کیلوگرم جرم بر مترمکعب [$(kg)_{جرم} / m^3$] است . یک کیلوگرم جرم ، برابر با کیلوگرم نیرو تقسیم بر شتاب ثقل است . کیلوگرم نیرو را می توان به نیوتن مربوط کرد که دانسیته نیرو ρ در سیستم واحد SI ، برحسب نیوتن ثانیه مربع بر متر به توان چهار $(N \cdot s^2 / m^4)$ باشد . یعنی :

$$\frac{(\mathrm{kg})_{\mathrm{mass}}}{\mathrm{m}^3} = \frac{\mathrm{N \cdot s^2}}{\mathrm{m}^4}$$

بنابراین (۵-۴)

$$\therefore \rho^* = \rho$$

که در آن ؛

$\rho^* =$ دانسیته جرم $(kg)_{جرم} / m^3$

$\rho =$ دانسیته نیرو $(N \cdot s^2 / m^4)$

نسبت داده شده در معادله (۴-۴) ، صرفاً سینماتیک است ، زیرا واحدهای نیرو یا جرم حذف می شوند . واحدهای لزجت سینماتیکی عبارتند از :

۱- واحدهای SI : مترمربع بر ثانیه (m^2 / s) .

۲- واحدهای cgs : سانتی مترمربع بر ثانیه (cm^2 / s) به نام استوك (st) .

۳- واحدهای انگلیسی : اینچ مربع بر ثانیه (in^2 / s) .

جدول ۷-۴ تفاوت بین لزجت مطلق وسینماتیک با افزایش دمابرای دو نوع از روغن روان کاری کننده را نشان می دهد . به دلیل کاهش در جرم مخصوص ، تفاوت بین لزجت مطلق و سینماتیکی با افزایش دما افزایش می یابد . لزجت مطلق برای محاسبه روان کاری الاستوهیدرودینامیکی در ارتباط با یاتاقانهای عضو چرخنده و چرخ دنده هالازم است . به هرحال لزجت سینماتیک را می توان به صورت آزمایشگاهی ، آسانتر و با دقت بیشتری تعیین کرد وبنابراین استفاده از آن در مشخص کردن روان کننده ها ترجیح دارد .

جدول ۷-۴- واگرایی بین لزجت سینماتیک و مطلق با افزایش دما

Temperature t_m, C	Paraffinic base oil			Naphthenic base oil		
	Kinematic viscosity, η_k, mm²/s	Absolute viscosity, η, mPa s	Viscosity difference, Δ, percent	Kinematic viscosity, η_k, mm²/s	Absolute viscosity, η, mPa s	Viscosity difference, Δ, percent
0	287	253	13.4	1330	1245	6.8
20	78.4	68	15.3	218	201.0	8.5
40	30.2	25.8	17.1	60.5	55.0	10.0
60	14.7	12.33	19.2	23.6	21.2	11.3
80	8.33	6.91	20.5	11.6	16.2	13.7
100	5.3	4.32	22.7	6.66	5.80	14.8
120	3.65	2.93	24.6	4.27	3.66	16.7
150	2.33	1.83	27.3	2.53	2.12	19.3

۴-۶ سیستم درجه لزجت

سیستم بین المللی برای استاندارد کردن (ISO) بر مبنای لزجت سینماتیک روغن برحسب سانتی استوکس در 40° است . هر درجه لزجت به صورت عددی برابر با لزجت سینماتیک در نقطه میانی این محدوده است . برای رسیدن به درجه لزجت داده شده ، این روغن باید بین ۱۰ درصد نقطه میانی لزجت سینماتیک باشد .

شکل ۳-۴ درجات لزجت متفاوتی را نشان می دهد . قصد این شکل ، نشان دادن چگونگی مشخصات مختلف و مقایسه درجات مابین آنها است . پایین ترین درجات ، به دلیل محدودیت مکانی در این جا ارائه نمی شوند . واحد جهانی «سیبولت»[1] لزجت در این شکل ، اندازه گیر تجاری لزجت سینماتیک بیان شده به عنوان ، زمان لازم برحسب ثانیه برای $60\ cm^2$ از یک سیال برای جاری شدن از داخل گذرگاه لزجت سنج استاندارد جهانی سیبولت در دمای $38^{\circ c}$ است .

هرشل[2] در سال ۱۹۱۸ دریافت که لزجت سینماتیک برحسب سانتی استوکس را می توان برحسب یک سیبولیت ثانیه توسط فرمول کلی :

$$\eta_k = \mathscr{A}t - \frac{\mathscr{B}}{t}$$

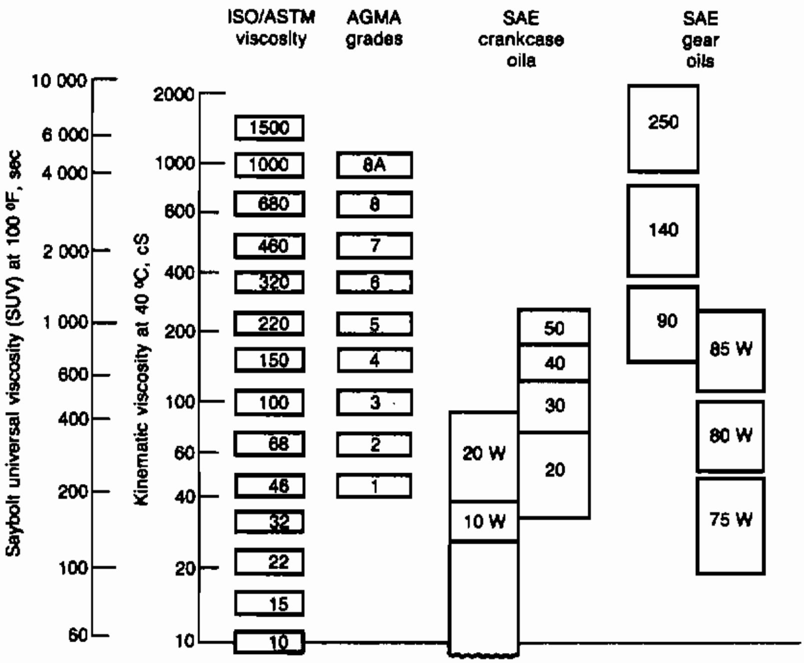
1- Saybolt
2- Herschel

بیان کرد ، که در آن $\mathscr{A}$ و $\mathscr{B}$ ثابت هایی هستند با واحدهایی به ترتیب سانتی مترمربع بر ثانیه مربع و سانتی مترمربع که به روش تجربی تعیین می شوند . در این عبارت t برحسب سیبولت ثانیه است . مقادیر $\mathscr{A}$ و $\mathscr{B}$ توسط آزمایش به دست آمدند و معادله قبلی شد :

$$\eta_k = 0.22t - \frac{180}{t} \tag{۴-۶}$$

این معادله در تبدیل لزجت سینماتیکی از سیبولت ثانیه به سانتی استوکس ، کمک می کند . اگر ما لزجت سینماتیک را بدانیم و بخواهیم آن را بر حسب سیبولت ثانیه تعیین کنیم ، عبارت مناسب از معادله زیر می تواند تعیین شود :

$$t = 2.27\left[\eta_k + \left(\eta_k^2 + 158.4\right)^{1/2}\right] \tag{۴-۷}$$



شکل ۳-۴- مقایسه‌های درجه لزجت [از لیت (۱۹۸۶)]

معادلات (۴-۶) و (۴-۷) فقط وقتی اعتبار دارند که لزجت سینماتیک η_k برحسب سانتی استوکس و زمان t بر حسب سیبولت ثانیه بیان شود .

لزجت ، مهمترین خاصیت روان کننده های به کار گرفته شده در روان کاری هیدرودینامیکی و الاستوهیدرودینامیکی است . ولی روان کننده داده شده به سادگی یک مقدار لزجت یکنواخت ندارد . این امر به دلیل نامعین بودن فشار و دمای فیلم روان کننده است . در واقع ، خیلی از اجزاء ماشین روغن کاری شونده به صورت الاستوهیدرودینامیکی در محدودهٔ وسیعی از فشار و یا دما کار می کنند که تغییرات حاصله در لزجت روان کننده ممکن است آنقدر زیاد شود که غالب بر مشخصه های کار این جزء ماشین شود . بنابراین دانش کافی در مورد لزجت ـ فشار و روابط لزجت ـ فشار ـ دما برای روان کننده ها ، غیرقابل اجتناب است . سه بخش بعدی در مورد این چنین روابطی است .

۴-۷ اثرات لزجت ـ فشار

در سال ۱۸۹۳ ، باروس[1] فرمول زیر را برای وابستگی حالت دما ثابت لزجت ـ فشار برای مالیات پیشنهاد کرد :

$$\ln \frac{\eta}{\eta_0} = \xi p \tag{۴-۸}$$

که در آن :

$\ln = \log_2$ ، لگاریتم نپریا[2] طبیعی

$\eta_0 =$ N. s / m^2 ، لزجت مطلق در $p = 0$ و در دمای ثابت

m^2 / N ، ضریب فشار ـ لزجت روان کننده وابسته به دما

$p =$ N / m^2 ، فشار

جدول ۴-۸ لزجتهای سینماتیک برحسب مترمربع بر ثانیه و لزجتهای مطلق برحسب سانتی پویز تعداد ۱۱ روان کننده در فشار صفر و سه دما را نشان می دهد . این مقادیر لزجت مطلق ، مربوط به η_0 در معادلهٔ (۴-۸) برای سیال بخصوص و دمای مورد استفاده است سازنده و برحسب مشخصه این ۱۱ روان کننده ، در جدول ۴-۹ نشان داده می شود و ضریبهای فشار ـ لزجت ξ مترمربع بر نیوتن در جدول ۴-۱۰ آمده است . این مقادیر مرتبط با ξ

1- Barus
2- Napierian

استفاده شده در معادله (۸-۴) است .

گرچه معادله (۸-۴) به وفور استفاده می شود ، ولی به طور عموم قابلیت کاربرد نداشته و به عنوان یک تقریب منطقی ، فقط در فشارهای متوسط اعتبار دارد . به دلیل این نقص معادله (۸-۴) ، چندین فرمول برای حالت دما ثابت لزجت ـ فشار پیشنهاد شده که معمولاً داده های آزمایشگاهی را بهتر از فرمول داده شده توسط باروس (۱۹۸۳) کامل می کند . یکی از رهیافتها ، که در این کتاب استفاده می شود ، توسط رینولدز[1] (۱۹۶۶) گسترش یافت . وی مطالعه بسیار وسیعی در مورد اثرات فشار بر روی لزجت روان کننده ها داشت . برای شرایط دما ثابت فرمول رینولدز (۱۹۶۶) را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\log \eta + 1.200 = (\log \eta_0 + 1.200)\left(1 + \frac{p}{2000}\right)^{Z_1} \qquad (۴-۹)$$

جدول ۸-۴- لزجتهای مطلق و سینماتیك سیالات در فشار آتمسفر و سه دما

[از جونز و دیگران (۱۹۷۵)]

Fluid	Temperature, t_m, °C					
	38	99	149	38	99	149
	Absolute viscosity at $p = 0$, η_0, cP			Kinematic viscosity at $p = 0$, η_k, m^2/s		
Advanced ester	25.3	4.75	2.06	2.58×10^{-5}	0.51×10^{-5}	0.23×10^{-5}
Formulated advanced ester	27.6	4.96	2.15	2.82	.53	.24
Polyalkyl aromatic	25.5	4.08	1.80	3.0	.50	.23
Synthetic paraffinic oil (lot 3)	414	34.3	10.9	49.3	4.26	1.4
Synthetic paraffinic oil (lot 4)	375	34.7	10.1	44.7	4.04	1.3
Synthetic paraffinic oil (lot 2) plus antiwear additive	370	32.0	9.93	44.2	4.0	1.29
Synthetic paraffinic oil (lot 4) plus antiwear additive	375	34.7	10.1	44.7	4.04	1.3
C-ether	29.5	4.67	2.20	2.5	.41	.20
Superrefined naphthenic mineral oil	68.1	6.86	2.74	7.8	.82	.33
Synthetic hydrocarbon (traction fluid)	34.3	3.53	1.62	3.72	.40	.19
Fluorinated polyether	181	20.2	6.68	9.66	1.15	.4

1- Reynolds

جدول ۹-۴- سیالات با اسم سازنده و مشخصات آن

[از جونز و دیگران (۱۹۷۵)]

Fluid	Manufacturer	Designation
Advanced ester	Shell Oil Co.	Aeroshell turbine oil 555 (base oil)
Formulated advanced ester	Shell Oil Co.	Aeroshell turbine oil 555 (WRGL-358)
Polyalkyl aromatic	Continental Oil Co.	DN-600
Synthetic paraffinic oil (lot 3)	Mobil Oil Co.	XRM 109-F3
Synthetic paraffinic oil (lot 4)	↓	XRM 109-F4
Synthetic paraffinic oil (lot 2) plus antiwear additive	↓	XRM 177-F2
Synthetic paraffinic oil (lot 4) plus antiwear additive	↓	XRM 177-F4
C-ether	Monsanto Co.	MCS-418
Superrefined naphthenic mineral oil	Humble Oil and Refining Co.	FN 2961
Synthetic hydrocarbon (traction fluid)	Monsanto Co.	MCS-460
Fluorinated polyether	DuPont Co.	PR 143 AB (lot 10)

که در آن : لگاریتم یا بریگسیان[1] ، یا متداول ، $\log = \log_{10}$

لزجت مطلق ، $\eta = \mathrm{cP}$

لزجت مطلق در $p = 0$ و دما ثابت ، $p = \mathrm{cP}$

فشار جزئی ، $p = (\mathrm{kg})_{\text{نیرو}} / \mathrm{cm}^2$

اندیس لزجت ـ فشار ، یک ثابت بدون بعد = Z_1

با گرفتن لگاریتم معکوس از دو طرف معادله (۹-۴) و مرتب کردن جملات داریم :

1- Briggsian

با مرتب کردن این معادله داریم :

$$\bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} = \left(\frac{\eta_\infty}{\eta_0}\right)^{1-(1+p/c_p)^{Z_1}} \qquad (۴-۱۰)$$

که در آن :

$\eta_\infty = 6.31 \times 10^{-5}\ \mathrm{N \cdot s/m^2}\ (9.15 \times 10^{-9}\ \mathrm{lbf \cdot s/in^2})$

$c_p = 1.96 \times 10^{8}\ \mathrm{N/m^2}\ (28{,}440\ \mathrm{lbf/in^2})$

جدول ۱۰-۴- ضرایب فشار ـ لزجت برای سیالات در سه دما

[از جونز[1] و دیگران (۱۹۷۵)] .

Fluid	Temperature, t_m, °C		
	38	99	149
	Pressure-viscosity coefficient, ξ, m^2/N		
Advanced ester	1.28×10^{-8}	0.987×10^{-8}	0.851×10^{-8}
Formulated advanced ester	1.37	1.00	.874
Polyalkyl aromatic	1.58	1.25	1.01
Synthetic paraffinic oil (lot 3)	1.77	1.51	1.09
Synthetic paraffinic oil (lot 4)	1.99	1.51	1.29
Synthetic paraffinic oil (lot 2) plus antiwear additive	1.81	1.37	1.13
Synthetic paraffinic oil (lot 4) plus antiwear additive	1.96	1.55	1.25
C-ether	1.80	.980	.795
Superrefined naphthenic mineral oil	2.51	1.54	1.27
Synthetic hydrocarbon (traction fluid)	3.12	1.71	.939
Fluorinated polyether	4.17	3.24	3.02

1- Jones

در معادله (۱۰-۴) باید توجه داشت که در تعریف ثابتهای η_0 و c_p ابعاد یکسانی مانند η_0 و p مورد استفاده قرار گیرد .

شکل ۴-۴ معادله باروس[1] [معادله (۸-۴)] را با معادله رولندز [معادله (۱۰-۴)] برای سه سیال مختلف ارائه شده در جدولهای ۸-۴ تا ۱۰-۴ مقایسه می کند . دما در $38^{\circ c}$ ثابت است . این شکل دلالت بر این دارد که برای فشارهای متداول در اتصالات روان کاری شونده به صورت الاستوهیدرودینامیکی (تقریباً 1 GPa) ، تفاوت بین دو فرمول قابل توجه است . شکل ۴-۴ نشان می دهد که لزجت از فرمول باروس برای روغنهای ۱ و ۲ سریعتر از فرمول رولندز و برای روغن ۳ فرمول رولندز از فرمول باروس سریعتر افزایش می یابد . تفاوت بین این فرمولها با روان کننده تغییر می کند . این تفاوت برای سیالات برشی ، کمتر است . وقتی فشار به سمت صفر می رود ، از این دو فرمول لزجت یکسانی به دست می آید .

جدول ۱۱-۴ مقادیر اندیس Z_1 برای لزجت ـ فشار توسط جونز و دیگران (۱۹۷۵) و برای روان کننده های موجود در جداول ۸-۴ تا ۱۰-۴ را نشان می دهد . رولندز (۱۹۶۶) دریافت که برای بیشتر سیالات ، معمولاً Z_1 برای محدوده وسیعی از دما ، ثابت است . جدول ۱۱-۴ این موضوع را تأیید می کنند و تنها مورد استثناء ، هیدروکربن مصنوعی (سیال برشی) و اتر[2] C است .

بلوک[3] (۱۹۶۵) به این نتیجه مهم رسید که تمام نتایج روان کاری الاستوهیدرودینامیکی که از فرمول باروس [معادله (۸-۴)] به دست آمده است را می توان با تقریب خوب و به سادگی با جایگزینی معکوس فشار ـ لزجت ثابت مجانب $1/p_{iv,as}$ برای ضریب فشار ـ لزجت η مربوطه ، عمومیت داد . نتیجه آن می شود :

$$\xi \approx \frac{1}{p_{\mathrm{iv,as}}}$$

که در آن :

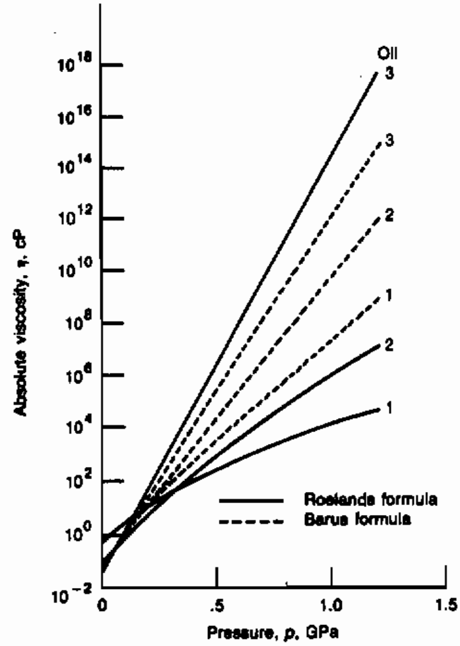
$$p_{\mathrm{iv,as}} = \eta_0 \int_0^{\infty} \frac{dp}{\eta} \qquad (۴-۱۱)$$

1- Barus
2- Ether
3- Blok

با جایگذاری معادله (۸-۴) در (۱۱-۴) به سرعت ثابت می شود که $\xi = 1/p_{iv,as}$ است .

آنچه گذشت برابری ضریب فشار ـ لزجت ξ در فرمول باروس [معادله (۸-۴)] و ایندکس لزجت ـ فشار Z_1 در فرمول رولندز [معادله (۱۰-۴)] را نشان می دهد . با استفاده از این حقیقت که این دو فرمول متفاوت ضمن میل فشار به سمت صفر ، به سمت یکدیگر میل می کنند ، داریم :

$$\frac{\partial}{\partial p}(\ln \eta|_{\text{Roelands}})_{p\to 0} \equiv \frac{\partial}{\partial p}(\ln \eta|_{\text{Barus}})_{p\to 0} = \xi$$



شکل ۴-۴- مقایسه لزجت مطلق به دست آمده از فرمولهای باروس و رولندز برای محدودهٔ وسیعی از فشار ـ نتایج برای سه روان کننده مختلف در $38^{\circ c}$ نشان داده می‌شوند : ۱- روغن پارافین مصنوعی، ۲- روغن معدنی نفتین کاملاً تصفیه شده ، ۳- هیدروکربن مصنوعی (سیال برشی)

جدول ۱۱-۴- ایندکس لزجت ـ فشار برای سیالات در سه درجه حرارت

Fluid	Temperature, t_m, °C					
	38	99	149	38	99	149
	Dimensionless viscosity-pressure index, Z_1.					
	From Jones et al. (1975)			From equation (4-12)		
Advanced ester	0.48	0.48	0.48	0.42	0.45	0.48
Formulated advanced ester	.49	.47	.49	.44	.45	.49
Polyalkyl aromatic	.55	.54	.55	.52	.59	.59
Synthetic paraffinic oil (lot 3)	.43	.44	.39	.40	.47	.42
Synthetic paraffinic oil (lot 4)	.44	.46	.47	.45	.47	.50
Synthetic paraffinic oil (lot 2) plus antiwear additive	.43	.44	.43	.41	.43	.44
Synthetic paraffinic oil (lot 4) plus antiwear additive	.44	.46	.46	.44	.48	.48
C-ether	.72	.50	.50	.57	.45	.44
Superrefined naphthenic mineral oil	.67	.67	.64	.71	.64	.66
Synthetic hydrocarbon (traction fluid)	1.06	.85	.69	.97	.83	.57
Fluorinated polyether	.77	.79	.80	1.03	1.10	1.27

با استفاده از معادله (۱۰-۴) داریم :

$$Z_1 = \frac{\xi}{(1/c_p)(\ln \eta_0 - \ln \eta_\infty)} \qquad (۴-۱۲)$$

ولی ؛

$$\frac{1}{c_p} = \frac{1}{1.96 \times 10^8}\ \mathrm{m^2/N} = 5.1 \times 10^{-9}\ \mathrm{m^2/N}$$

$$\ln \eta_\infty = \ln(6.31 \times 10^{-5}\ \mathrm{N \cdot s/m^2}) = -9.67$$

$$\therefore Z_1 = \frac{\xi}{5.1 \times 10^{-9}(\ln \eta_0 + 9.67)}$$

این معادله به نوع سیستم آحاد خیلی حساس بوده و فقط برای واحدهای SI قابلیت کاربردی دارد . معادله کلی (۱۲-۴) ، باعث می شود تا که بتوان به سرعت ایندکس لزجت ـ فشار را مستقیماً با دانستن ضریب فشار ـ لزجت ، یا برعکس ، تعیین کرد .

جدول ۱۱-۴ همچنین ایندکسهای لزجت ـ فشار حاصله از جونز و دیگران (۱۹۷۵) و از معادله (۱۲-۴) برای سیالات در جداول ۸-۴ تا ۱۰-۴ را با هم مقایسه می کند . بجز برای پولی اثر فلورنیتد که استثناء می باشد ، توافق بین دو روش کسب Z_1 کاملاً خوب است . بنابراین معادله (۱۲-۴) می تواند برای مربوط ساختن لزجت کسب شده از فرمولهای رولندز و باروس ، مؤثر باشد .

۸-۴ اثرات لزجت ـ دما

لزجت روغنهای معدنی و مصنوعی با افزایش دما ، کاهش می یابد . بنابراین دمایی که در آن لزجت اندازه گیری شود باید همراه آن قید شود . شکلهای ۵-۴ و ۶-۴ چگونگی تغییرات لزجت با دما را نشان می دهند . لزجت مطلق تعداد مختلفی از سیالات برای محدوده وسیعی از دما در شکل ۵-۴ ارائه می شود . نکته جالب توجه در این شکل ، چگونگی تغییر شدید شیب و سطح لزجت برای سیالات مختلف است . لزجت به اندازه پنج مرتبه بزرگی تغییر می کند . شیب این تغییرات برای روغنهای SAE ، بسیار منفی و برای گازها مثبت است . شکل ۶-۴ ، اثرات لزجت ـ دما را برای روغنهای SAE می دهد .

عبارت استفاده شده توسط رولندز (۱۹۶۶) برای تشریح اثر دما بر روی لزجت ، به صورت :

$$\log(\log \eta + 1.200) = -S_0 \log\left(1 + \frac{t_m}{135}\right) + \log G_0 \qquad (۱۳-۴)$$

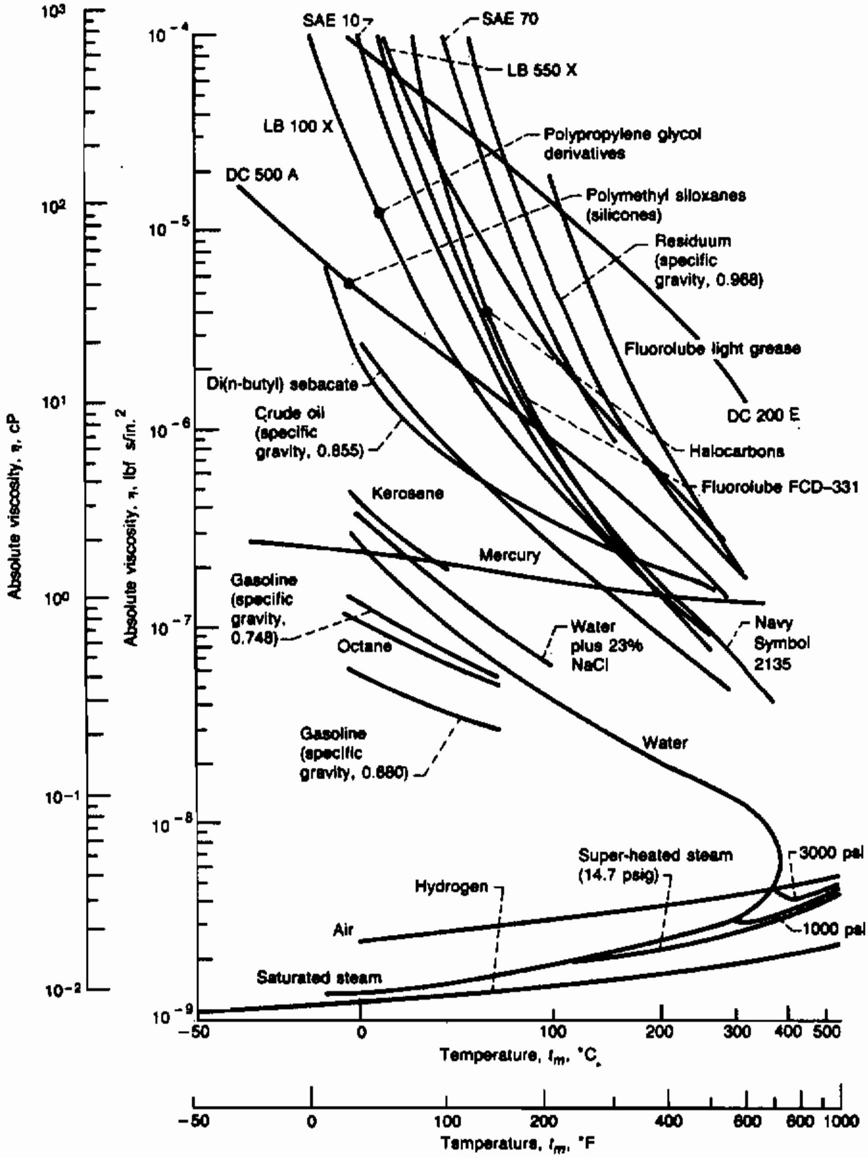
است که در آن :

$\eta = cP$ ، لزجت مطلق

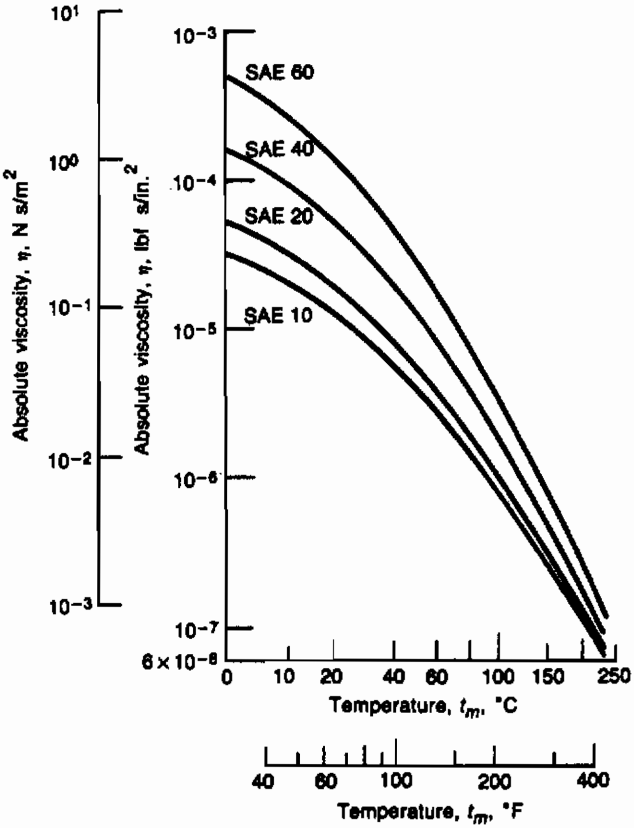
$t_m = {}^\circ C$ ، دما

$G_0 =$ ثابت بدون بعد دلالت کننده بر درجه لزجت مایع

$S_0 =$ ثابت بدون بعد که دلالت کننده بر شیب رابطه بین لزجت و دما است



شکل ۵-۴- لزجتهای مطلق تعدادی سیال برای محدوده بزرگی از دما



شکل ۶-۴- لزجتهای مطلق SAE روغنهای روان‌کننده در فشار آتمسفر

با گرفتن لگاریتم از معادله (۱۳-۴) داریم :

$$\log \eta + 1.2 = G_0 \times 10^{-S_0 \log(1 + t_m/135)} \qquad (۴-۱۴)$$

معادله (۱۴-۴) را می‌توان برحسب جملات بدون بعد به صورت :

$$\bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} = \left(\frac{\eta_\infty}{\eta_0}\right) 10^{G_0(1 + t_m/135)^{-S_0}} \qquad (۴-۱۵)$$

نوشت ، که در آن داریم :

$$\eta_\infty = 6.31 \times 10^{-5}\ \mathrm{N \cdot s/m^2}\ (9.15 \times 10^{-9}\ \mathrm{lbf \cdot s/in^2})$$

جدول ۱۲-۴- خواص حرارتی متداول چند مایع

[از ونیر و چنگ[1] (۱۹۸۰)]

Temperature, t_m, °C	Mass density, ρ^*, kg/m^3	Specific heat, C_p, kJ/kg °C	Kinematic viscosity, $\eta_k = \eta/\rho$, m^2/s	Thermal conductivity, K_f, W/m °C	Thermal diffusivity, $\alpha_t = K_f/\rho^* C_p$, m^2/s
Glycerin ($C_3H_5(OH)_3$)					
0	1 276	2.261	0.00831	0.282	0.983×10^{-7}
10	1 270	2.319	.00300	.284	.965
20	1 264	2.386	.00118	.286	.947
30	1 258	2.445	.00050	.286	.929
40	1 252	2.512	.00022	.286	.914
50	1 244	2.583	.00015	.287	.893
Ethylene glycol ($C_2H_4(OH)_2$)					
0	1 130	2.294	57.53×10^{-6}	0.242	0.934×10^{-7}
20	1 116	2.382	19.18	.249	.939
40	1 101	2.474	8.69	.256	.939
60	1 087	2.562	4.75	.260	.932
80	1 077	2.650	2.98	.261	.921
100	1 058	2.742	2.03	.263	.908
Engine oil (unused)[a]					
0	899	1.796	0.00428	0.147	0.911×10^{-7}
20	888	1.880	.00090	.145	.872
40	876	1.964	.00024	.144	.834
60	864	2.047	$.839 \times 10^{-4}$	.140	.800
80	852	2.131	.375	.138	.769
100	840	2.219	.203	.137	.738
120	828	2.307	.124	.135	.710
140	816	2.395	.080	.133	.686
160	805	2.483	.056	.132	.663

1- Winer and Cheng

ادامهٔ جدول ۱۲-۴

Temperature, t_m, °C	Mass density, ρ^*, kg/m³	Specific heat, C_p, kJ/kg °C	Kinematic viscosity, $\eta_k = \eta/\rho$, m²/s	Thermal conductivity, K_f, W/m °C	Thermal diffusivity, $\alpha_t = K_f/\rho^* C_p$, m²/s
Mercury (Hg)					
0	13 628	0.1403	0.1240×10^{-6}	8.20	42.99×10^{-7}
20	13 579	.1394	.1140	8.69	46.06
50	13 505	.1386	.1040	9.40	50.22
100	13 384	.1373	.0928	10.51	57.16
150	13 264	.1365	.0853	11.49	63.54
200	13 144	.1570	.0802	12.34	69.08
250	13 025	.1357	.0765	13.07	74.06
315.5	12 847	.1340	.0673	14.02	81.50
Diester					
30	910	1.93	-------------	0.151	0.860×10^{-7}
Phosphate ester					
30	1 060	1.76	-------------	0.125	0.670×10^{-7}
Polyglycol					
30	1 000	1.97	-------------	0.152	0.772×10^{-7}
Polyphenylether					
30	1 180	1.80	-------------	0.132	0.621×10^{-7}
Dimethyl silicone					
30	970	1.42	-------------	0.142	1.03×10^{-7}
Chlorofluorocarbon					
30	1 900	1.22	-------------	0.069	0.298×10^{-7}
Fluorinated polyether					
30	1 870	0.96	-------------	0.093	0.518×10^{-7}

a = مقادیر لزجت فقط زمانی استفاده می شود که اطلاع دیگری مربوط به روان کاری کننده موجود نباشد . خواص حرارتی (ρ , C_p , K_f , α_t) باید نماینده بیشتر روغنهای معدنی باشد .

علاوه بر تغییرات لزجت با دما ، خواص حرارتی دیگری سیالات در روان کاری مهم هستند . بعضی از آنها گرمای ویژه ، گرمای ویژه حجمی ، هدایت حرارتی و پخش حرارتی هستند . گرمای ویژه حجمی C_s ، به صورت دانسیته ضرب در گرمای ویژه $(C_s = \rho^{*} C_p)$ ، تعریف می شود وبنابراین واحدکیلوژول بردرجه سیلسیوس برمترمکعب را دارد $(kJ / {}^{\circ}C \, . \, m^3)$. وینر[1] و چنگ[2] (۱۹۸۰) خاطرنشان نمودند که C_s برای گروه سیالات بر مبنای ترکیبات شیمیایی ، نسبتاً ثابت است .

وینر و چنگ (۱۹۸۰) همچنین یادآور شدند که هدایت حرارتی K_f ، مثل گرمای ویژه حجمی ، برای گروهی از روان کننده ها بر مبنای ترکیبات شیمیایی ، نسبتاً ثابت است . برای روغنهای معدنی ، هدایت حرارتی بین 0.12 و $0.15 \; W / m \, . \, {}^{\circ}C$ است . یادآوری می شود که یک وات برابر با یک ژول بر ثانیه $(W = J/s)$ ، یک ژول برابر با یک نیوتن متر $(J = N \, . \, m)$ و یک نیوتن برابر با یک کیلوگرم متر برمجذور ثانیه $(N = kg \, . \, m/s^2)$ است . مقادیر معمولی خواص حرارتی سیالات دیگر در جدول ۱۲-۴ نشان داده می شود . در این جدول پخش حرارتی به صورت $K_f / \rho^{8} C_p$ تعریف می شود .

۴-۹ اثرات لزجت ـ فشار ـ دما

لزجت شدیداً به فشار و دما حساس است . این حساسیت شدید ، مانع بزرگی برای تشریح تحلیلی تغییرات لزجت حاصله می باشد . رولندز (۱۹۶۶) متوجه شد که در فشار ثابت ، لزجت ، کم و بیش به صورت نمایی با معکوس دمای مطلق افزایش می یابد . به طور مشابه در دمای ثابت همان طور که قبلاً در این فصل نشان داده شد ، لزجت ، کم و بیش به صورت نمایی با فشار افزایش می یابد ؛ ولی عموماً این روابط نمایی فقط تقریب از درجه اول بوده و فقط برای محدوده متوسطی از دما ، مورد استفاده قرار می گیرد .

از رولندز (۱۹۶۶) ، معادله لزجت ـ دما ـ فشار را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\log \eta + 1.200 = G_0 \frac{(1 + p/2000)^{-C_2 \log(1 + t_m/135) + D_2}}{(1 + t_m/135)^{S_0}} \qquad (۴-۱۶)$$

از مقایسه معادلات (۴-۹) و (۴-۱۴) یامعادله قبلی ، نقش اثرات فشار و دما درمعادله (۴-۱۶)

1- Winer 2- Cheng

آشکار می شود . معادله (۱۶-۴) را می توان به صورت :

$$\overline{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} = \frac{\eta_\infty}{\eta_0} 10^{G_0(1+t_m/135)^{-S_0}(1+p/2000)^{D_2}-C_2\log(1+t_m/135)} \qquad (۴-۱۷)$$

بیان کرد . بر اساس معادله (۱۷-۴) ، چهار پارامتر (G_0 , S_0 , C_2) که به صورت تجربی تعیین می شوند ، برای ارائه لزجت η برحسب سانتی پویز با یک تابع درجه حرارت t_m برحسب درجه سلسیوس و فشار جزئی p برحسب کیلوگرم برسانتی مترمربع کافی هستند .

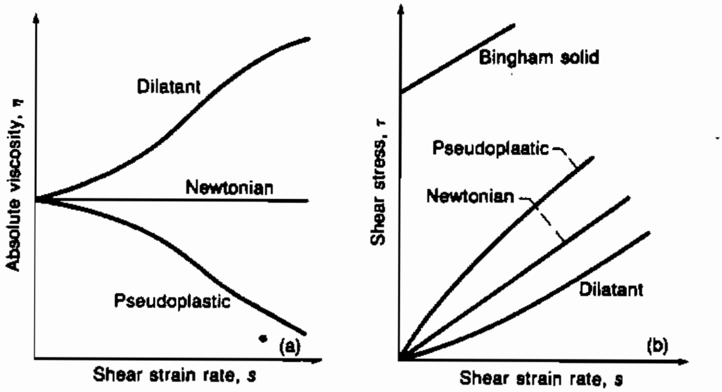
۴-۱۰ اثرات نرخ لزجت ـ برش

مایعاتی که لزجت آنها مستقل از نرخ برشی باشد ، به نام «نیوتنی» معروفند . مایعاتی که لزجت آنها با نرخ برشی تغییر می کند ، به نام «غیرنیوتنی» معروفند . شکل ۷-۴ لزجت و تنش برشی در برابرنرخ برش برای سیالات نیوتنی وغیرنیوتنی را نشان می دهد. در شکل ۷-۴ (الف) سیالات شبه پلاستیکی ، با افزایش نرخ برش ، کاهش در لزجت را نشان می دهند . این رفتار ممکن است برای محدوده خاصی از نرخ برشی باشد. سیال انبساطی[1] ، با افزایش نرخ برش ، افزایش لزجت را نشان می دهد .

در شکل ۷-۴ (ب) تنش برشی برحسب نرخ برش برای یک سیال نیوتنی ، یک شبه پلاستیک ، و یک سیال انبساطی و یک جامد بینگام نشان داده می شود . یک جامد بینگام[2] ، جامدی پلاستیکی است مانند گریس که فقط در بالاتر از تنش برشی تسلیم بخصوص، جاری می شود . سیالات شبه پلاستیک ، توسط خطی بودن در نرخهای برش خیلی پایین و خیلی بالا مشخص می شوند . سیالات انبساطی افزایش لزجت با افزایش نرخ برش را نمایش می دهند . توضیح این رفتار در مورد ذرات معلق ، این است که ، ذرات در یک حالت معلق متمرکز ، در حالت سکون قرار خواهند گرفت . به ترتیبی که فضای تهی به مقدار کمینه است . این با ذرات مایع معلق ، فقط برای پر کردن فضاهای تهی در این حالت کافی است . افزایش در ایجاد فضای تهی توسط خاصیت برش یک ماده انبساطی ، بدین معنی است که فضای بین ذرات به صورت غیرکامل با مایع پر می شود . تحت این شرایط روان کاری غیرکافی ، سطوح ذرات مجاور، در تماس مستقیم قرارگرفته وباعث افزایش لزجت با افزایش نرخ برش می شوند .

1- dilatant

2- Bingham



شکل ۷-۴- مشخصه‌های سیالات مختلف برحسب تابعی از نرخ برش . الف ـ منحنی لزجت ، ب ـ منحنی جریان

۴-۱۱ ایندکس لزجت

برای محاسبه بهتر رابطه بین لزجت و دما ، دین[1] و دیویس[2] (۱۹۲۹) یک سیستم مقایسه اختیاری به نام «ایندکس لزجت» (VI) ایجاد کردند . استاندارد این مقایسه بر مبنای روغنهای پنسیلوانیا تصفیه شده با روش اسید سولفوریک و بر مبنای روغنهای تگزاس یا کالیفرنیای تصفیه شده با همان روش است . روغنهای پنسیلوانیا دیرتر از دیگر انواع روغنهای معدنی در معرض افزایش دما رقیق می شوند (کمتر لزج می شوند) . آن روغنها برای این خاصیت ۱۰۰ و روغنهای نفتنیک تگزاس 0 در نظر گرفته شدند .

گرچه روغنها از سال ۱۹۲۹ ، به طور قابل ملاحظه ای تغییر کرده اند ؛ ولی میل به بیان تغییر نسبی لزجت با دما ، تغییر نکرده است . تا جایی که تعیین دو حد مورد نظر باشد، سؤالی در مورد اثر و معنی ایندکس لزجت وجود ندارد . ایندکس لزجت ۷۵ بدین معنی است که ، کیفیت یک روغن از نظر لزجت به ۷۵ درصد محدوده ضعیف ترین روغن نفتنیک (VI = 0) تا بهترین روغن پنسیلوانیا (VI = 100) رسیده است . وقتی که روغنهای حدی انتخاب شدند ، برای توسعه روشهای ساخت و معرفی روان کننده های مصنوعی اجازه ای داده نشد . درنتیجه ، امروزه روان کننده هایی با ایندکس لزجت خیلی بیشتر از ۱۰۰ تولید می شوند . به هر حال رسم بر این است که ایندکس لزجت را مطابق فرمول

$$\mathrm{VI}\% = \left(\frac{\overline{L} - \bar{x}}{\overline{L} - \overline{H}}\right)100 \qquad (۴-۱۸)$$

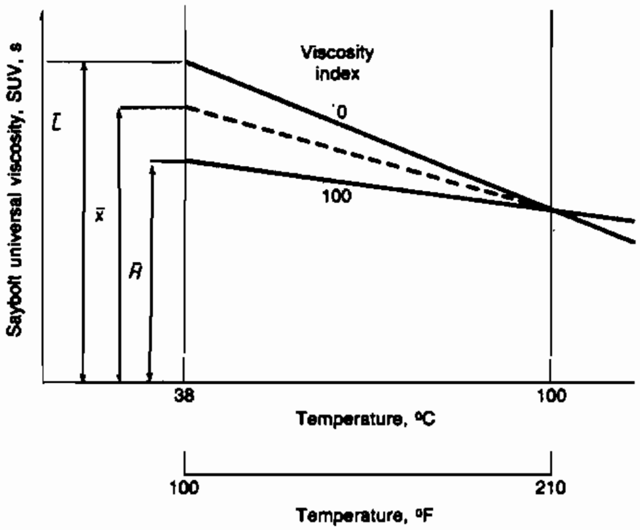
1- Dean　　2- Davis

محاسبه کرد که در آن : لزجت جهانی سیبولت (SUV) روغن مرجع با Vi پایین ، = $\overline{L}$
SUV روغن مرجع با VI بالا ، = $\overline{H}$
SUV روغن ناشناخته ، = $\bar{x}$

است . توجه کنید که مقادیر $\overline{L}$ ، $\overline{H}$ ، و $\bar{x}$ در 100° ، یکسان فرض می شوند . معادله (۱۸-۴) به صورت ترسیمی در شکل ۸-۴ نشان داده شده است .

شکل ۸-۴ چگونگی محاسبه ایندکس لزجت و همچنین لزجت سیبولت[1] یکسان روغنهای مرجع و روغن مجهول را در $100^{\circ}C$ نشان می دهد . در $38^{\circ}C$ لزجتهای سیبولت متفاوتند بنابراین مقادیر از $\overline{H}$ ، $\overline{L}$ و $\bar{x}$ در معادله (۱۸-۴) استفاده می شوند .

جدول ۱۳-۴ ، مقادیر $\overline{H}$ و $\overline{L}$ در $38^{\circ}C$ برای مقادیر معینی از لزجت جهانی سیبولت روغن مجهول در $100^{\circ}C$ را می دهد . این مقادیر در معادله (۱۸-۴) استفاده می شوند .



شکل ۸-۴- توضیح ترسیمی ایندکس لزجت وقتی که روغن با VI پایین = $\overline{L}$ ، روغن ناشناخته = $\bar{x}$ ، و روغن با VI بالا = $\overline{H}$

1- Saybolt

جدول ۱۳-۴- داده‌های ایندکس لزجت برای استفاده در معادله (۱۸-۴)

SUV at 100 °C, $\bar{x}$	SUV at 38 °C		SUV at 100 °C, $\bar{x}$	SUV at 38 °C		SUV at 100 °C, $\bar{x}$	SUV at 38 °C	
	$\bar{H}$	$\bar{L}$		$\bar{H}$	$\bar{L}$		$\bar{H}$	$\bar{L}$
40	93	107	---	----	----	---	----	----
41	109	137	81	810	1674	121	1643	3902
42	124	167	82	829	1721	122	1665	3966
43	140.	197	83	849	1769	123	1688	4031
44	157	228	84	868	1817	124	1710	4097
45	173	261	85	888	1865	125	1733	4163
46	189	291	86	907	1914	126	1756	4229
47	205	325	87	927	1964	127	1779	4296
48	222	356	88	947	2014	128	1802	4363
49	238	389	89	966	2064	129	1825	4430
50	255	422	90	986	2115	130	1848	4498
51	272	456	91	1006	2166	131	1871	4567
52	288	491	92	1026	2217	132	1894	4636
53	305	525	93	1046	2270	133	1918	4705
54	322	561	94	1066	2322	134	1941	4775
55	339	596	95	1087	2375	135	1965	4845
56	356	632	96	1107	2428	136	1988	4915
57	374	669	97	1128	2481	137	2012	4986
58	391	706	98	1148	2536	138	2036	5058
59	408	743	99	1168	2591	139	2060	5130
60	426	481	100	1189	2646	140	2084	5202
61	443	819	101	1210	2701	141	2108	5275
62	461	857	102	1231	2757	142	2132	5348
63	478	897	103	1252	2814	143	2156	5422
64	496	936	104	1273	2870	144	2180	5496
65	514	976	105	1294	2928	145	2205	5570
66	532	1016	106	1315	2985	146	2229	5645
67	550	1057	107	1337	3043	147	2254	5721
68	568	1098	108	1358	3102	148	2278	5796
69	586	1140	109	1379	3161	149	2303	5873
70	604	1182	110	1401	3220	150	2328	5949
71	623	1225	111	1422	3280	151	2353	6026
72	641	1268	112	1444	3340	152	2378	6104
73	660	1311	113	1466	3400	153	2403	6182
74	678	1355	114	1488	3462	154	2428	6260
75	697	1399	115	1510	3524	155	2453	6339
76	716	1444	116	1532	3585	156	2478	6418
77	734	1489	117	1554	3648	157	2503	6498
78	753	1534	118	1576	3711	158	2529	6578
79	772	1580	119	1598	3774	159	2554	6659
80	791	1627	120	1620	3838	160	2580	6740

مسأله نمونه ۲-۴ فرض کنید یک روغن مجهول لزجت جهانی سیبولت 2730 SUV در 38°C و 120 SUV در 100°C را دارد . VI این روغن چقدر است ؟

جواب : از اولین ستون جدول ۱۳-۴ دو روغنی که لزجت جهانی سیبولت 120 SUV در 100°C خواهد داشت را پیدا کنید ؛ بنابراین :

$\overline{H} = 1620$ SUV at 38°C
$\overline{L} = 3838$ SUV at 38°C

بنابراین با استفاده از معادله (۱۸-۴) برای $\bar{x} = 2730$ SUV داریم :

$$\mathrm{VI} = \left(\frac{3838 - 2730}{3838 - 1620}\right)100 = 50$$

۱۲-۴ پایداری اکسیداسیون

واکنش شیمیایی که در آن اکسیژن هوا با هیدروژن یک روغن ترکیب می شود ، «اکسیداسیون» نام دارد . روغنهای معدنی خالص ، در مراحل اولیه کار ، در مقابل اکسیداسیون مقاومت دارند ؛ ولی بعداً به خاطر اکسیداسیون سریعاً فاسد می شوند . شرایط کاری که در آن اکسیداسیون می تواند اتفاق افتد ، عبارتند از :

۱- دمای بالا ،
۲- ظهور ذرات فلزی سایدگی ،
۳- وجود رطوبت و آلودگیها از قبیل خاك ، گرد و غبار و تولیدات زنگ زدگی دیگر مواد خورنده .
۴- کف کردن[1] و آشفتگی .

اکسیداسیون روغنهای معدنی خالص در دمای اطاق به آهستگی ، انجام می گیرد ، در 140°F (60°C) اکسیداسیون هنوز آهسته ، ولی با اهمیت است و بالای 200°F (93°C) بشدت شتاب می گیرد .

1- Churning

تولیدات اکسیداسیون روغن ، بدلایل ذیل مطلوب نیستند : تولیدات حل نشدنی (لجن) با گرفتگی مسیر مانع مؤثر روان کاری می شوند . گردش تولیدات حل نشدنی با روغن ، اسیدی بوده و در نهایت یا منجر به خوردگی یا زبر شدن سطوح یاتاقان گشته و یا برروی قسمتهای کاری ، دمای بالا ، رسوبات بجای می گذارد .

۴-۱۳ نقطه ریزش[1]

نقطه ریزش ، کمترین دمایی است که روان کننده در آن حالت می تواند جریان داشته باشد . نقطه ریزش مربوط به لزجت می شود ، زیرا تعیین می کند که آیا روغن دماهای پایین جریان خواهد یافت یا فقط به زحمت تحت شرایط معین جاری می شود .

روغنهای مصرفی تحت شرایط دمای کم ، باید نقطه ریزش پایین داشته باشند . روغنها باید نقاط ریزش ، ۱- پایین تر از دمای کاری کمینه سیستم و ۲- پایین تراز دمای محیط کمینه ای که روغن در معرض آن قرار خواهد گرفت ، داشته باشند .

۴-۱۴ جرم مخصوص

دانسیته جرم ρ یک سیال ، جرم واحد حجم آن سیال است . واحد SI دانسیته جرم ، کیلوگرم جرم بر مترمکعب است . در قسمت ۸-۴ اهمیت اثرات دما روی لزجت بحث شد . برای یک تغییر قابل قیاس در فشار ، دما ، یا هر دو ، تغییر جرم مخصوص نسبت به تغییر لزجت ، کم است . ولی در فیلمهای الاستوهیدرودینامیکی فشار خیلی زیاد وجود داشته و روان کننده دیگر نمی تواند به عنوان یک محیط پیوسته غیرقابل تراکم در نظر گرفته شود . بنابراین لازم است که بستگی جرم مخصوص به فشار مورد نظر قرار گیرد .

تغییرات جرم مخصوص با فشار ، تقریباً برای فشارهای پایین ، خطی است ؛ ولی نرخ افزایش در فشارهای بالا می افتد . حد تراکم روغنهای معدنی برای افزایش جرم مخصوص بیشینه ، حدود ۳۳ درصد فقط ۲۵ درصد است . جرم مخصوص بدون بعد برای روغن معدنی را می توان از داوسان و هیگنیسن (۱۹۶۶) نوشت :

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{0.6p}{1 + 1.7p} \qquad (۴-۱۹)$$

1- Pour point

که در آن : جرم مخصوص وقتی $p = 0$ ، $\rho_0 = N . s^2/m^4$
فشار جزئی ، $p = GPa$

است . بنابراین عبارت عمومی برای جرم مخصوص بدون بعد را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\bar{\rho} = 1 + \frac{0.6E'P}{1 + 1.7E'P} \qquad (۴-۲۰)$$

که :

$$E' = 2\left(\frac{1 - \nu_a^2}{E_a} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b}\right)^{-1}$$

مدول کشسانی ، $E = Pa$
نسبت پوسان[۱] $= \nu$

و E' در معادله (۲۰-۴) باید برحسب جیگاپاسکال و $P = p / E'$ بیان شود .

جدول ۱۴-۴- سیالات پایه‌ای تست شده با لزجت سینماتیک مربوطه به وزن مخصوص مولکولی متوسط

Base fluid	Kinematic viscosity, at 40 °C, η_k, mm²/s	Average molecular weight
Naphthenic distillate	26	300
Naphthenic raffinate	23	320
Polypropylene glycol 1	175	2000
Polypropylene glycol 2	80	2000
Ditridecyl adipate	26	510
Poly alpha olefin	450	500

1- Poisson's ratio

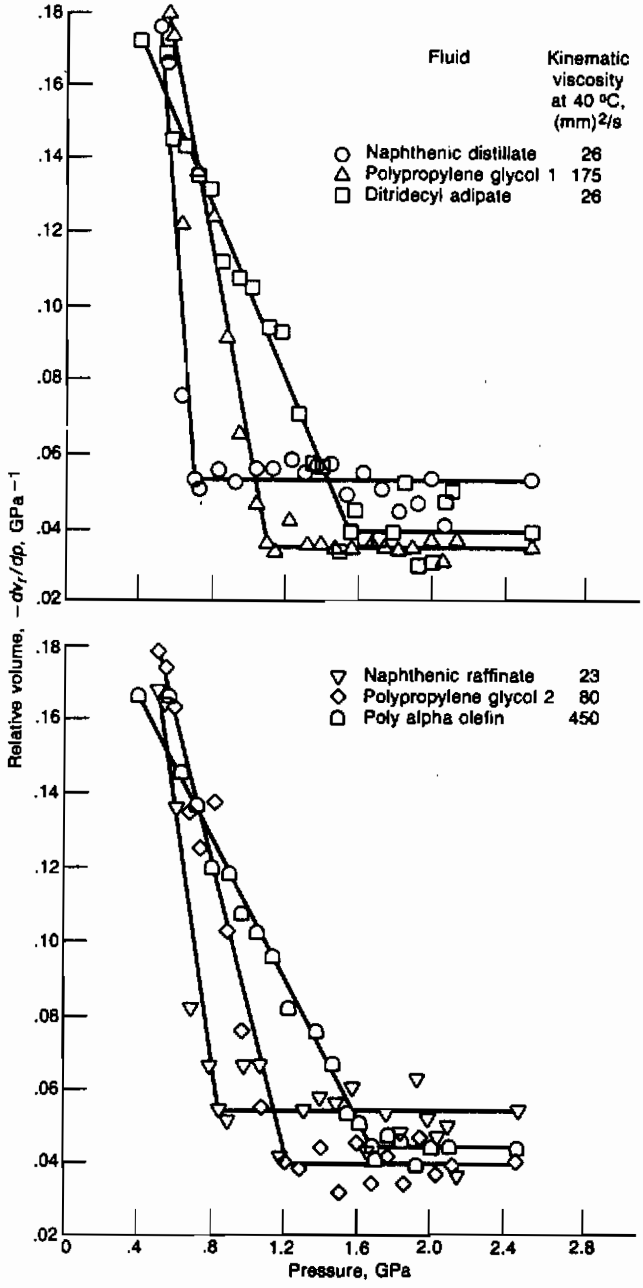
معادله (۲۰-۴) بیان می کند که تغییرات جرم مخصوص با فشار ، تقریباً در فشارهای پایین ، خطی است ؛ ولی نرخ افزایش آن در فشارهای بالا ، کم می شود . افزایش جرم مخصوص بیشینه از فشار آتمسفر ، ۳۵ درصد است . داده های استفاده شده در به دست آوری معادله (۲۰-۴) ، نسبتاً به فشارهای پایین(< 0.4 GPa) محدود شد .

اخیراً همراك[1] و دیگران (۱۹۸۷) ، اطلاعات آزمایشگاهی به دست آوردند که نشان دهنده اثر فشار بر روی جرم مخصوص برای محدودهٔ فشار از 0.4 تا 2.2 GPa و برای شش سیال مبنا در دمای فرض شده در 20°C ثابت است . شش سیال پایه آزمایش شده ، در جدول ۱۴-۴ و همراه با لزجت سینماتیکی و وزن مولکولی متوسط آنها لیست شده اند . یک پارامتر مهم در تشریح این نتایج ، تغییر حجم نسبی با تغییر فشار dV_r/dp است . برای فشارهای کمتر از فشار انجماد ($p > p_s$) ، تغییر کوچکی در فشار ، تغییر بزرگی در dV_r/dp ایجاد می کند . برای فشارهای بیشتر از فشار انجماد ($p > p_s$) ، تغییر کمی از dV_r/dp به وجود می آید . وقتی که مولکولهای روان کننده کاملاً به یکدیگر نزدیک شوند ، افزایش فشار نمی تواند مقدار dV_r/dp را تغییر دهد .

در روان کاری الاستوهیدرودینامیکی که با دقت بیشتری در این کتاب مطالعه خواهد شد ، نرخ افزایش فشار خیلی بالا ، حدود 10^{13} Pa/s است . روان کننده تحت این شرایط ، وقت کریستال شدن را نداشته بلکه متراکم و تبدیل به جامد بی شکلی می شود . از نظر فیزیکی ، این بدان معنی است که ضمن متراکم شدن روان کننده ، فاصله بین مولکولهای آن کوچک و کوچکتر می شود . نقطه ای وجود دارد که در آن ، مولکولها نمی توانند آزادانه حرکت کنند و تراکم بیشتر ، باعث تغییرشکل مولکولها می شود . فشاری که ابتدا شروع این حالت است ، فشار انجماد می باشد که برای روان کننده های مختلف کاملاً متفاوت است .

شکل ۹-۴ ، تغییر در حجم نسبی با فشار متغیر برای شش سیال مبنایی را نشان می دهد . فشار انجماد ، برای سیالهای آزمایش شده بر مبناهای مختلف به طور قابل ملاحظه ای فرق می کند . به علاوه برای $p < p_s$ ، اطلاعات آزمایشگاهی ، شیبهای متفاوت برای سیالات مبنایی مختلف دارند . یک فرمول فشار ـ جرم مخصوص جدید توسط همراك و

1- Hamrock



شکل ۹-۴- اثر فشار روی حجم نسبی برای شش سیال مینایی . دما ثابت $20^{\circ}C$ فرض شد

دیگران (۱۹۸۷) گسترش داده شد که اثر فشار روی جرم مخصوص را برحسب چهار ثابت ، تشریح می کند . این فرمول بدین گونه است :

$$\bar{\rho} = \begin{cases} \dfrac{1}{1 - C_1 p^2 - C_2 p} & \text{for } p \le p_s \quad (۴-۲۱) \\ \dfrac{1}{1 - C_3 p + C_4} & \text{for } p > p_s \quad (۴-۲۲) \end{cases}$$

$$C_1 = \frac{\bar{m}}{2C} \qquad (\text{GPa})^{-2} \quad (۴-۲۳)$$

$$C_2 = \frac{n_2 - \bar{m} p_s}{C} \qquad (\text{GPa})^{-1} \quad (۴-۲۴)$$

$$C_3 = \frac{n_2}{C} \qquad (\text{GPa})^{-1} \quad (۴-۲۵)$$

$$C_4 = \frac{\bar{m} p_s^2}{2C} \quad (۴-۲۶)$$

که : (۴-۲۷)

$$C = 1 + \frac{\bar{m}}{2} (\bar{p}_i)^2 + (n_2 - \bar{m} p_s) \bar{p}_i$$

و $\bar{p}_i$ فشار اولیه برحسب جیگاپاسکال است . مقادیر تجربی به دست آمده برای $\bar{m}$ ، n_2 ، و p_s برای هر سیال مبنا ، در جدول ۱۵-۴ داده شده است و جدول ۱۶-۴ مقادیر مربوط C_1 ، C_2 ، C_3 ، C_4 را نشان می دهد .

جدول ۱۵-۴- پارامترهای به دست آمده از روش کوچکترین مربعات داده های آزمایشگاهی

Base fluid	Slope, $\bar{m}$, $(\text{GPa})^{-2}$	Asymptote, n_2, $(\text{GPa})^{-1}$	Solidification pressure, p_s, GPa
Naphthenic distillate	−0.626	0.0538	0.706
Naphthenic raffinate	−.336	.0542	.839
Polypropylene glycol 1	−.271	.0360	1.092
Polypropylene glycol 2	−.195	.0395	1.213
Ditridecyl adipate	−.115	.0395	1.561
Poly alpha olefin	−.0958	.0439	1.682

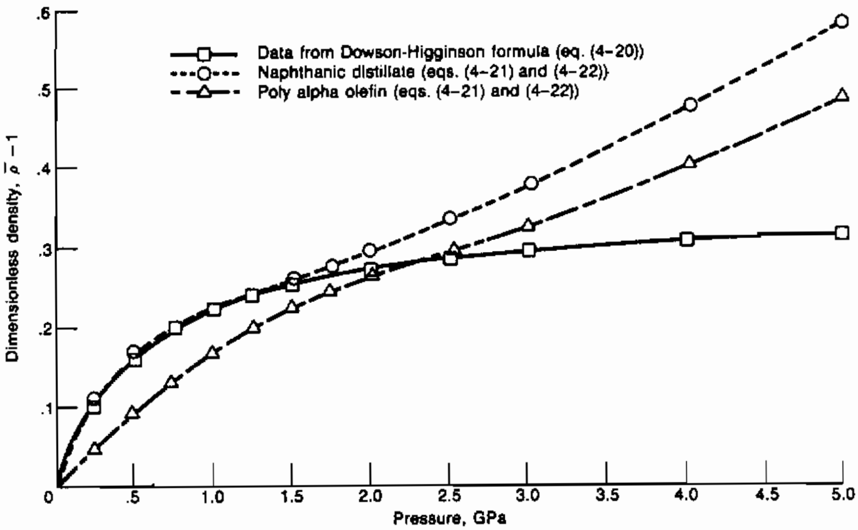
جدول ۱۶-۴- ثابتهای استفاده شده در تعریف اثر فشار روی جرم مخصوص

Base fluid	Pressure-density constants			
	C_1, $(\mathrm{GPa})^{-2}$	C_2, $(\mathrm{GPa})^{-1}$	C_3, $(\mathrm{GPa})^{-1}$	C_4
Naphthenic distillate	−0.271	0.430	0.0466	−0.135
Naphthenic raffinate	−.151	.302	.0487	−.106
Polypropylene glycol 1	−.121	.297	.0323	−.145
Polypropylene glycol 2	−.0887	.251	.0395	−.131
Ditridecyl adipate	−.0531	.202	.0365	−.129
Poly alpha olefin	−.0444	.190	.0407	−.126

همراك و دیگران (۱۹۸۷) فرمول اثبات شده خود را در به دست آوردن شکل ۱۰-۴ که اثر فشار روی جرم مخصوص دو سیال را نشان می دهد ، استفاده گردند . همچنین در این شکل ، منحنی فشار ـ جرم مخصوص داوسان و هیگینسن[1] (۱۹۶۶) وجود دارد . ضمن افزایش فشار بالاتر از 2 GPa ، تفاوت بین فرمول داوسان و هیگینسن (۱۹۶۶) و نتایج حاضر نیز افزایش می یابد . برای فشارهای تا 2 GPa برای نفتنیک مقطر ، توافق خوبی با فرمول داوسان و هیگینسن (۱۹۶۶) وجود داشت . برای پولی آلفا اولفین ، این نتیجه یکسان نیست . پیش بینی می شود که این تفاوتها از فرمول متداول داوسان و هیگینسن برای فشار ـ جرم مخصوص ، در تعریف نمایه فشار در اتصالات روان کاری شونده به صورت الاستوهیدرودینامیکی اثر قابل توجهی دارند .

به علاوه ، از شکل ۱۰-۴ می توان دریافت که برای سیالاتی غیر از روغنهای معدنی ، فرمول داوسان و هیگینسن (۱۹۶۶) ، همان طور که با پولی آلفا اولفین شروع شد ، معتبر نیست . بنابراین همراك و دیگران (۱۹۸۷) ادعا می کنند که معادلات (۲۱-۴) و (۲۲-۴) ، تا جایی که مقادیر اندازه گیری شده برای ثابتهای C_1 ، C_2 ، C_3 ، C_4 و همچنین برای $\overline{m}$ ، n_2 ، و p_s وجود داشته باشند ، برای هر روان کننده معتبر است .

1- Dowson & Higginson



شکل ۱۰-۴- اثر فشار روی جرم مخصوص

۴-۱۵ تنش برشی حدی

در اغلب تجزیه و تحلیلهای روان کاری فیلم سیال ، فرض بر این است که روان کننده نیوتنی رفتار می کند . این رفتار از معادله (۱-۴) معلوم می شود که در آن تنش برشی τ به صورت خطی با نرخ کرنش برشی مرتبط است ، یا :

$$s = \frac{\tau}{\eta} \qquad (۴-۲۸)$$

که η لزجت مطلق یا ثابت متناسب است و با دما و فشار ممکن است تغییر کند . ولی روان کننده در اتصالات روغن کاری شونده به صورت الاستوهیدرودینامیکی ، تغییرات فشار خیلی زیاد و سریع ، زمان گذاری سریع ، احتمالاً تغییرات دمای بالا ، و بخصوص در تماسهای کشویی نرخهای برشی بزرگی را تجربه می کند . جدی بودن این شرایط ، فرضیات معمولی رفتار نیوتنی سیالاتْ در اتصالات روغن کاری شونده به صورت هیدرودینامیکی را زیرسؤال برده است . یعنی این که تنش برشی روغنکاری هنوز تابعی از نرخ کرنش برشی است ؛ ولی این رابطه دیگر مثل معادله (۴-۲۸) ، خطی نیست . برای سیالی که مشخصه های غیرنیوتنی دارد ، نرخ برش سریعتر از تنش برشی افزایش می یابد .

شکل ۱۱-۴ رابطه بین نرخ کرنش برشی و تنش برشی بدون بعد برای سه مدل سیال غیرخطی و لزج را نشان می دهد . شرایط دما ثابت فرض می شود . دو مدل حدی تنش برشی شکل ۱۱-۴ ، از بیر[1] و وینر[2] (۱۹۷۹) به دست آورده شدند و به صورت زیر بیان می شود :

$$s = \frac{\tau_L}{\eta} \ln \left(1 - \frac{\tau}{\tau_L}\right)^{-1} \tag{۴-۲۹}$$

$$s = \frac{\tau_L}{\eta} \tanh^{-1} \frac{\tau}{\tau_L} \tag{۴-۳۰}$$

که در آن داریم :

$\tau_L = \tau_0 + \gamma^* p$ ، تنش برشی حدی ، Pa

τ_0 = تنشی برشی در فشار صفر ، Pa

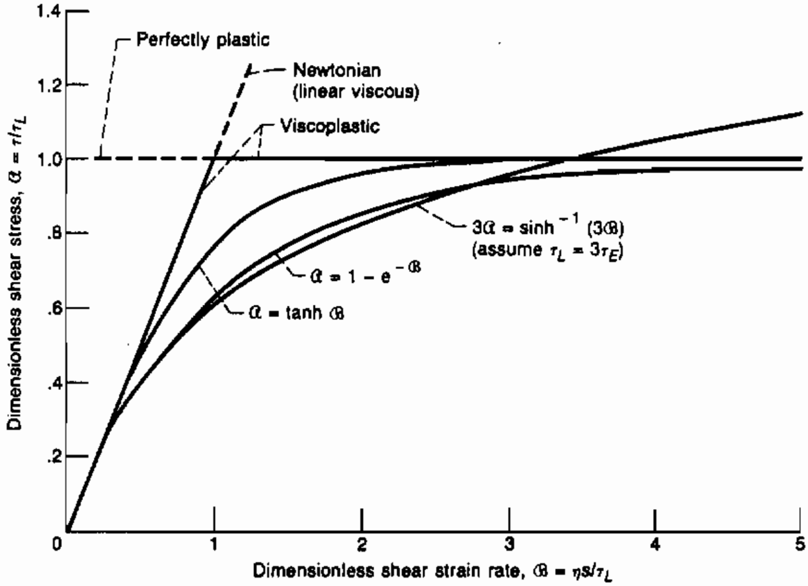
$\gamma^* = \partial\tau_L/\partial p$ ، ثابت تناسب مقاومت برشی حدی

با نوشتن این معادلات به شکل بدون بعد ، داریم :

$$\mathscr{A} = 1 - e^{-\mathscr{B}} \tag{۴-۳۱}$$

و

$$\mathscr{A} = \tanh \mathscr{B} \tag{۴-۳۲}$$



شکل ۱۱-۴ - مقایسه مدلها برای شرایط هم‌دمایی

1- Bair　　　2- Winer

که در آن (۴-۳۳)

$$\mathscr{A} = \frac{\tau}{\tau_L}$$

$$\mathscr{B} = \frac{\eta s}{\tau_L} \qquad (۴-۳۴)$$

مدل لزج غیرخطی دیگر نشان داده شده در شکل ۱۱-۴ ، مربوط به آیرینگ[1] (۱۹۳۶) است و می توان نوشت :

$$s = \frac{\tau_E}{\eta} \sinh \frac{\tau}{\tau_E} \qquad (۴-۳۵)$$

τ_E تنش برشی است که در آن سیال ابتدا شروع به رفتار غیرخطی در برابر نرخ کرنش برشی می کند . در مقایسه این مدل با مدلهای تنش برشی حدی ، عبارت زیر بین τ_E و τ_L فرض خواهد شد :

$$\tau_E = \frac{\tau_L}{3} \qquad (۴-۳۶)$$

با استفاده از معادله (۴-۳۶) ضمن دوباره نویسی معادله (۴-۳۵) به شکل بدون بعد ، داریم :

$$3\mathscr{A} = \sinh^{-1}(3\mathscr{B}) \qquad (۴-۳۷)$$

شکل ۱۱-۴ نشان می دهد که برای مدل آیرنیگ ، تنش برشی با افزایش نرخ کرنش به صورت یک به یک افزایش می یابد .

بیر و وینر (۱۹۷۹) ، جکوبسون[2] (۱۹۸۵) ، وهاگلاند و جکوبسون (۱۹۸۶) مشاهده نمودند که در یک فشار و دمای معین ، تنش برشی بحرانی وجود دارد که در آن روان کننده بدون افزایش بیشتر در تنش برشی و با افزایش نرخ کرنش برشی ، به صورت پلاستیک برشی خواهد خورد . جکوبسون و همراك (۱۹۸۴) ، مفهوم تنش برشی حدی را بدین ترتیب به کار گرفتند که وقتی برشی در سطوح یاتاقان از تنش برشی حدی افزایش یابد ، آن را برابر با تنش برشی حدی قرار دهند . چون مدل آنها هم دما بود ، در تنش برشی خیلی زیاد صفحات لغزشی درسطوح یاتاقان به وجود آمد . بستگی به تنش برشی در سطوح یاتاقان ، سه نوع معادله

1- Eyring

2- Jacobson

مختلف برای فشار استفاده شد . همان طوری که قبلاً اشاره شد ، هوپرت و همراك (۱۹۸۵) مدل آیرینگ را استفاده کردند تا معادله رینولدز جدیدی را که نشان دهنده اثرات غیرخطی لزجت است ، به دست آورند .

خواص مختلف روان کننده ها در قسمتهای قبلی تشریح شدند و در چهار قسمت بعدی چگونگی تغییر این خواص برای سه نوع مختلف روان کننده از قبیل مایعات ، روغنها و گازها تشریح خواهد شد . روان کننده های مایع به روغنهای نفتی یا معدنی و روغنهای مصنوعی دسته بندی می شوند .

۴-۱۶ روغن مصرفی نفتی یا معدنی

روغنهای نفتی یا معدنی عموماً مخلوط پیچیده ای از هیدروکربنها هستند ؛ ولی به طور تقریبی می توانند بر اساس خانواده شیمیایی ماده غالب تشکیل دهنده آنها ، مثل پارافینها یا نفتینها (بعضی وقتها پارافینهای دوره ای نامیده می شوند) تقسیم بندی شوند . روغنهای پارافینی ، توسط نقطه ریزش خود که معمولاً 17.8– تا 6.7°C– است و توسط تغییر متوسط در لزجت با افزایش درجه حرارت ، مشخص می شوند . عموماً ایندکس لزجت آنها از 85 تا 100 تغییر خواهد کرد . روغنهای پارافینی از روغنهای نفتینی جرم مخصوص پایین تری دارند . روغنهای نفتینی ، با نقاط ریزش از 50– تا 12°C– و تغییر بیشتری در لزجت با افزایش درجه حرارت ، مشخص می شوند . عموماً ایندکس لزجت آنها بین 0 تا 60 متغیر است . روغنهای نفتینی و پارافینی هر دو نقاط اشتعال با محدوده وسیعی دارند .

روغنهای پارافینی ، هیدروکربنهای پارافینی زیادی داشته و مقداری موم دارند . روغنهای نفتینی ، هیدروکربنهای نفتینی زیاد داشته و شامل کمی موم است . در کاربردهایی که در محدوده دمای وسیعی کار می کنند ، یک روغن نفتینی معمولاً از یک روغن پارافینی مناسبت کمتری دارد. تولیدات نفتینی معمولاً در کاربردهایی مورد استفاده قرار می گیرند که دمای کاری محدودی از خود نشان داده و ایجاد نقطه ریزش نسبتاً پایینی می کنند . همچنین روغنهای نفتینی بیشتر از روغنهای پارافینی سعی در متورم کردن مواد آب بندی کننده دارند .

۴-۱۷ روغن مصرفی مصنوعی

روان کننده های مصنوعی ، پتانسیل ارضاء کردن محدوده وسیعی از احتیاجات را

دارند ، زیرا آنها را می توان تقریباً در هر محدوده دلخواهی از کمیت بخصوص به صورت فرمولی در آورد . ولی خواص ویژه دیگری ، ثابت شده توسط ساختارهای شیمیایی باید در خیلی از موارد قابل قبول باشند . کاربردها باید برحسب تمام خواص مربوط به سیال مصنوعی پیشنهادی در نظر گرفته شوند . انتخاب سیال مصنوعی مناسب می تواند گمراه کننده باشد ، زیرا برای به دست آوردن مشخصه های ویژه ، استفاده کننده معمولاً باید از جنبه های عملکرد دیگری صرف نظر کند . معمولاً مصنوعات ، پایداری حرارتی و اکسیداسیون خوبی دارند ، ولی ضعف رایج آنها محدودیت روان کاری کردن است (قدرت روان کننده برای کاهش ساییدگی و اصطکاك غیر از صرفاً خواص لزجت آنها است) . معمولاً ارزش واحد حجم روغنهای مصنوعی از روغنهای نفتی جایگزین شونده خیلی بیشتر است ؛ ولی ارزش واقعی این روان کننده باید بر اساس قیمت برای عملکرد محاسبه شود . بیشتر باقی مانده این قسمت خلاصه ای است از معادلهٔ هاتون[1] (۱۹۷۳) .

زمینه روان کننده های مصنوعی از صدها ترکیبات آلی و نیمه آلی تشکیل شده که به سادگی نمی تواند در این کتاب بگنجد . بنابراین روغنهای مصنوعی در این جا توسط ساختار شیمیایی گروه بندی می شوند . این قسمت به صورت خلاصه ، خواص بعضی از مصنوعات معروفتر را جمع بندی می کند (جدول ۱۷-۴ را ببینید) .

۱-۱۷-۴ هیدروکربنهای مصنوعی

هیدروکربنهای مصنوعی ترکیباتی هستند تنها شامل کربن و هیدروژن ، که توسط واکنشهای شیمیایی تهیه می شوند ؛ که این عمل از مواد ، با وزن مولکولی پایین شروع می شود . معمولاً هیدروکربنهای مصنوعی در یک لزجت معین دارای نقطه جوش با محدوده کمتری از روغنهای نفتی هستند . در سازش با دیگر سیالات ، یعنی زنگ زدگی و غیره ، انها شبیه روغنهای معمولی هستند .

دلایل برای آماده سازی هیدروکربنهای مصنوعی برای استفاده به عنوان روان کننده ها ، این است که مصنوعات شیمیایی ، تولید ساختارها و مشخصه های ویژه ای می کنند و وزن مولکولی می تواند در محدوده باریکتری کنترل شود . بنابراین خواصی که تابع وزن مولکولی هستند از قبیل فشار بخار ، نقطه جوش ، لزجت و مشخصه های دمای پایین ، می تواند

1- Hatton

در محدوده های پایین تری کنترل شوند .

۴-۱۷-۲ استرهای آلی[1]

عبارت «استرهای آلی» در مورد موادی به کار گرفته می شود که شامل کربن ، هیدروژن ، و اکسیژن بوده و دارای یک استر یا ارتباط کاربوکسیل در مولکول هستند . گسترده ترین آنها به عنوان روان کننده ها ، از دو گروه استر و اسیدهای دوپایه ای ساخته می شوند و معمولاً «دایستر[2]» نامیده می شوند . دایسترها گسترده ترین روان کننده های مصنوعی مصرفی هستند .

استرها ، خاصیتهای متعادل همه جانبه خوب ، بخصوص در محدوده مایعات و مشخصه های لزجت ـ اشتعال دارند . آنها دارای لزجت نسبتاً خوبی هستند ؛ زیرا با مواد افزونی سازش دارند . استرهای آلیفاتیک از نظر حرارتی تا حدود $260^{\circ}C$ پایدار بوده ولی به مقدار زیادی در مقابل اکسیداسیون بالای $149^{\circ}C$ ، آسیب پذیر هستند . این باعث افزایش در لزجت شده و تولید روغن حل نشدنی و مقدار زیادی اسید یا مواد زنگ زدنی می کند .

استرهای پولیول[3] توسعه داده شدند تا پایداری حرارتی دایسترها را در ضمن نگهداری دیگر خواص آنها ، بهتر نمایند . به هر حال آنها عملکرد ضعیف تری در دمای پایین دارند . استرهای پولیول در کاربردهای دیگری که لزوم افزایش پایداری حرارتی وجود دارد ، به کار گرفته می شوند .

۴-۱۷-۳ پولی گلیلوکز[4]

از این گروه پولی آلکلین گلیکولها به طور گسترده ای مورد استفاده قرار می گیرد . آنها پلیمرهای با وزن مولکولی بالا از اتیلن یا اکسیدپروپیلن قابل دسترس در محدوده وسیعی از لزجت هستند . بعضی از پلیمرها کاملاً در آب حل شدنی هستند و غالباً رقیق شده و به عنوان سیالات هیدرولیکی مقاوم در مقابل آتش یا روان کننده ها مورد استفاده قرار می گیرند . نوع دیگری از پولی گلیکول در آب حل نشدنی است و به عنوان یک روان کننده استفاده می شود .

1- Organic esters
2- Diester
3- polyol esters
4- Polyglycols

جدول ۱۷-۴- درجه‌بندی مقایسه‌ای روان‌کننده‌های مصنوعی

Class	Property[a]												
	Viscosity-temperature relationship	Liquid range	Low-temperature properties	Thermal stability	Oxidative stability	Hydrolytic stability	Fire resistance	Lubricating ability	Bulk modulus	Volatility	Radiation resistance	Density	Handling and storage
Petroleum oils	G	G	G	F	F	E	L	G	A	A	H	L	G
Superrefined petroleum oils	E	G	↓	G	↓	E	↓	↓	↓	L	H	L	↓
Synthetic hydrocarbons	G	G	↓	G	↓	E	↓	↓	↓	L	H	L	↓
Organic esters	G	E	↓	F	↓	F	↓	↓	↓	A	A	A	↓
Polyglycols	G	G	↓	F	↓	G	↓	↓	↓	L	A	A	↓
Polyphenyl esters	P	G	P	E	G	E	↓	↓	H	A	H	H	↓
Phosphate esters, alkyl	G	G	G	F	G	F	H	↓	H	A	L	H	↓
Phosphate esters, aryl	F	P	P	G	G	F	H	↓	H	L	↓	H	↓
Silicate esters and polysiloxanes	E	E	E	↓	F	P	L	F	A	A	↓	A	F
Silicones	E	E	E	↓	G	G	L	P	L	L	↓	A	G
Silanes	G	G	G	↓	F	E	L	F	A	H	↓	L	G
Halogenated polyaryls	G	↓	F	↓	G	E	H	G	H	H	↓	H	G
Fluorocarbons	F	↓	F	↓	G	F	H	P	L	A	↓	H	F
Perfluoropolyglycols	F	↓	G	↓	G	G	H	G	L	A	↓	H	G

[a]Ratings: E = excellent, G = good, F = fair, P = poor, H = high, L = low, A = average.

پولی گیلکولها روان کننده های عالی بوده و با مواد اضافه شونده سازش خوبی دارند . آنها نقاط اشتعال بالا ، خواص لزجت ـ دمای خوب ، نقاط ریزش بدون موم پایین و پایداری برشی دارند . آنها بر روی موادی که به صورت معمول آب بندی شده اند اثر سوء نداشته ؛ ولی عمل حل کنندگی قوی ، در مقابل رنگ بدون مقاوم دارد . قابل اشتعال بودن می تواند بخصوص تحت شرایط اکسیدکننده و حرارتی ، یک مسأله باشد . مشخصه های پایداری آنها حتی از اضافه شدن مواد مناسب ، در میان مصنوعات عالی نیستند . مشخصه های مقاومت در مقابل زنگ آنها عموماً ضعیف است .

پولی گلیکوزها به عنوان روان کننده های صنعتی در کاربردهای تولید لاستیک ، به عنوان روان کننده ها در ماشین کاری ، به عنوان روان کننده برای مواد آب بندی لاستیکی ، و در کابردهای انتقال حرارت استفاده می شوند .

۴-۱۷-۴ *استرهای فوسفاته*

استرهای فوسفاته گروهی از ترکیبات شیمایی همه جانبه با مشخصه های شیمیایی و فیزیکی معتبر هستند . پایداری اکسیداسیون بیشتر استرهای فوسفاته خوب و پایداری حرارتی آنها دز دماهای میانی ، عالی ؛ ولی در دماهای بالاتر ، ضعیف تر است . در محیطهای با شرایط سخت ، شکست حرارتی گسترده ، اکسیداسیون ، یا هیدرولیکی استرهای فوسفاته می تواند مواد اسیدی تولید کند که فلزات را می خورد . از خواص عالی استرهای فوسفاته ، پایداری آنها در مقابل روان کاری سطوح در حال حرکت و مقاومت خوب آنها در مقابل آتش است . آنها به عنوان تنها مؤلفه یا به عنوان مؤلفه اصلی روان کننده های مصنوعی و سیالات هیدرولیکی مورد استفاده قرار می گیرند . همچنین به عنوان مواد اضافه شونده در روان کننده های مصنوعی و روغنهای نفتی به صورت گسترده ای استفاده می شوند . استرهای فوسفاته احتیاج به ملاحظات ویژه نسبت به سازگاری مواد دارند . فراهم آوردن یک ماده مناسب برای عملکرد موفقیت آمیز ، امری حیاتی است .

۴-۱۷-۵ *ترکیبات سیلیکون دار*

یکی از قسمتهای پربارتر تحقیقات در تعدیل کربن ، هیدروژن و ترکیبات اکسیژن ، افزودن سیلیکون به مولکول آنها است .

۴-۱۷-۵-۱ استرهای سیلکاته

این مصنوعات به عنوان مواد مصرفی اصلی برای سیالات با محدودهٔ وسیع دما و روان کننده ها مورد استفاده قرار گرفته اند . آنها مشخصه های لزجت ـ دمای عالی و خواص روان کنندگی خوبی دارند .

۴-۱۷-۵-۲ سیلیکونها

سیلیکونهای با نام مناسب «پلیمرهای سیلکاته» با طبیعت موادی که مستقیماً به اتمهای سیلیکون اتصال دارند، مشخص می شوند . سیلیکونهای دی متیل با نقاط انجماد پایین واحتمالاً بهترین خواص لزجت ـ دما ، در هر روان کننده مصنوعی مشخص می شوند . آنها خواص اکسیداسیون و حرارتی بهتری از هیدروکربنهای مربوطه ، پولی گلیکوز ، یا دواستری های آلیفاتیک دارند . سیلیکونها در موقع تجزیه شدن بخصوص دمای $200^{\circ}C$ تشکیل ژله می دهند . وقتی که سیالات مناسب دردماهای $315^{\circ}C$ مورد استفاده قرارگیرند، احتمال پایداری دارد . سیلیکونهای دی متیل ازنظرشیمیایی غیرفعال، ضدخوردگی وخنثی نسبت به بیشتر پلاستیکهای متداول ، الاستوفرها و رنگها هستند که دارای تنش سطحی پایین و برشی پایداری می باشند . اشکال اصلی آنها فقدان قدرت روان کنندگی برای سطوح فولاد به فولاد است . آنها پاسخگویی نسبتاً ضعیفی در مقابل مواد اضافه شونده روان کننده های معمولی دارند . خواص روان کنندگی سیلیکونها را می توان با افزودن کلورین یا فلورین به مولکول آنها ، بهتر کند .

۴-۱۷-۵-۳ سیلن ها[1]

سیلنها ترکیباتی هستند که فقط شامل پیوندهای کربن ـ سیلیکون هستند . این ترکیبات محدوده وسیعی از سیالات و پایداری حرارتی تا $370^{\circ}C$ را شامل می شوند ؛ ولی برای سطوح لغزشی روان کننده های ضعیفی هستند .

۴-۱۷-۶ ترکیبات هالوژن دار

افزودن اتمهای هالوژن در مولکولهای آلی ، باعث بالا رفتن جرم مخصوص و پایین آمدن نقطه اشتعال نسبت به ترکیب مادر آنها می شود . کلورین باعث افزایش نقطه ریزش و

1- Silnae

لزجت می شـود . فلورین ، اثر کـمی روی نقطه ریزش یا لزجت دارد ، ولی تنش سطحی به مقدار زیادی کاهش می دهد .

به خاطر این که پیوندهای کربن کلورین ـ آلیفاتیک عموماً ضعیف هستند ، ترکیبات کلورین آلیفاتیک دار استفاده کمی در روان کننده های مصنوعی دارند . آنها به عنوان مواد اضافه شونده در روان کننده ها استفاده می شوند تا یک منبع کلورین که می تواند با سطح واکنش داشته باشد ، فراهم شود و بدین ترتیب روان کاری مرزی را بهتر می کند .

مواد فلورین دار به طور ویژه کاربردی به عنوان روان کننده پیدا نکرده اند ، زیرا بر مبنای قیمت در عملکرد ، می توان مواد دیگری جایگزین کرد .

۴-۱۷-۷ *پولی آریلهای هالوژن دار*

کلورین دارای بایفنیلها را و پولی فنیلها ، مواد استفاده ای به عنوان روان کننده پیدا کرده اند . این تولیدات از مایعات قابل حرکت تا جامدات ساکن ، تشکیل می شوند . درگذشته اینها ، موارد استفاده ای به عنوان روان کننده ، عامل انتقال حرارت ، روان کننده های صنعتی و مواد اضافه شونده داشتند ؛ ولی این موارد استفاده در حال حاضر به دلیل پتانسیل مسایل طبیعی ، ممنوع است . نام رایج این مواد "PCB" است .

۴-۱۷-۸ *فلوروکربنها*

فلوروکربنها ترکیباتی شامل فلورین و کربن هستند . این ترکیبات به عنوان مواد روان کننده مصنوعی ساخته و پیشنهاد شده اند . عموماً آنها از لحاظ حرارتی و اکسیداسیون پایدار بوده و خواص فیزیکی کاملاً مشابهی با هیدروکربنهای مربوطه دارند ؛ ولی جرم مخصوص آنها بالاتر و تنش سطحی پایین تری دارند . آنها تمایل به خزش روی سطوح دارند ، ولی به نظر نمی رسد که این سطوح را بر اساس روان کاری مرزی ، تر کنند . این چنین ترکیباتی بخصوص کاربرد بخصوص داشته و بیشتر بخاطر غیرفعال بودن آنها از لحاظ شیمیایی است . این ترکیبات در مقابل جرقه توسط هر منبعی مقاوم هستند و معرف بعضی از شناخته شده ترین ترکیبات آلی مقاوم در مقابل آتش می باشند .

مطالعات اخیر ، بر روی پلیمرهای تترافلور و اتیلین[1] متمرکز شده است . اینها

1- tetrafluoroethylene

به عنوان سیالات مقاوم در برابر اکسیژن ـ مایع ، و روان کننده ها و روغنها به کار رفته اند .

گرچه نه تنها فلوروکربنها ، بلکه پلیمرهای کلروتری فلورواتیلین کاربردهایی پیدا کرده اند و روان کننده های بهتری از فلوروکربنها هستند ؛ زیرا کلورین با فلزات ، از فلورین بیشتر واکنشی است . این مواد عموماً خواص شبیه خواص فلوروکربنها داشته ، ولی از پایداری کمتری برخوردارند .

۴-۱۷-۹ *پرفلوروپولی گلیکولها*[1]

پرفلوروپولی گلیکولها پولی الکلین گلیکولهایی هستند که در آن تمام هیدروژنها ، با فلورینها تعویض شده اند . انواع این تولید از اکسیدپروپلین مشتق شده و جهت چند کاربرد ، تحت مطالعه هستند ، امتیاز اولیه آنها ، پایداری حرارتی بالا ، مقاومت زیاد در مقابل آتش ، محدوده نسبتاً خوب مایع ، و مشخصه های روان کنندگی متوسط هستند . به هر حال این مواد در روبرویی با بعضی از فلزات با دمای بالا ، فاقد پایداری بوده و چگالی بزرگ داشته و با مواد اضافه شونده متداول آمیزش خوبی ندارند . جهت بهترنمودن عملکرد این زمینه ها ، مطالعاتی در دست انجام است .

۴-۱۸ مواد مصرفی چربی

یک چربی نفتی ، یک روغن روان کاری است که به آن یک غلیظ کننده ، معمولاً یک صابون فلزی، افزوده شده است . نوع غلیظ کننده ای که افزوده می شود ، تعیین کننده مشخصه های چربی است . وقتی که کاربرد مداوم تهیه یک روان کننده غیرعملی باشد ، چربیها بر روان کننده های مایع ترجیح داده می شوند . چربیها همچنین در زمانی که وسایل به سادگی قابل دسترس نیستند و محفظه در بسته ای برای یک روان کننده مایع وجود ندارد ارجحیّت دارند.

۴-۱۸-۱ *غلیظ کننده ها*

پارامتر اصلی مؤثر در خواص یک چربی روان کننده ، غلیظ کنندهٔ به کار گرفته شده در آن است . غلیظ کننده ها ۵ تا ۱۷ درصد فرمولِ ساده یک چربی را تشکیل می دهند .

1- Perfluoropolyglycol

نود درصد تمام چربیهای فروخته شده در ایالات متحده بر مبنای ماده به نام «صابون فلزی» است . صابونهای استفاده شده در چربیها روان کننده در ضمن ساخت چربی توسط صابونی کردن (خنثی کردن) چربیها تولید می شوند . ترکیباتی که (خنثی کننده) بیشتر از همه استفاده می شوند هیدروکسیدلیتیوم ، کلسیم ، سدیم ، باریم ، و آلومینیوم هستند . ترکیبات صابونی کننده شامل تالو ، روغن پیه خوك ، روغنها و چربیهای هیدروژنه ، روغن ماهی ، اسیدهای چربی و روغنهای گیاهی می باشند . دو اسید چربی رایج ، استریک و هایدروکسی استریک ۱۲ هستند .

در ضمن ساخت چربی ، روغن و اسیدهای چربی از 135 تا $150^{\circ}C$ حرارت داده می شوند که در آن زمان ترکیب آلکالین افزوده شده و صابونی شدن اتفاق می افتد . آب به دست آمده از واکنش شیمیایی جوشانده می شود .

مقدار اسید چربی و هیدروکسید فلز اضافه شده به روغن ، تعیین کننده مقدار صابون تشکیل شده است . صابون غلیظ کننده است . عمل غلیظ سازی متجه ، در صنعت چربی به نام «قوام» معروف است . قوام اندازه گیر سختی یا نرمی چربی است .

انواع غلیظ کننده های اصلیّ و خواص مربوط به آنها ، در متن آینده به تفضیل آمده است . خواص تشریح شده برای هر غلیظ کننده به صورت معمول است ، ولی در بعضی فرمولها ، آنها ممکن است که به خاطر اثر مؤلفه های چربی دیگر به شدت تغییر کنند .

۴-۱۸-۱-۱ *صابون کلسیم پایدارشده با آب (غلیظ کننده نوع فنجانی)*

معمولاً این غلیظ کننده بر مبنای استریت کلسیم پایدارشده با آب است . این عمل یک چربی کره مانند با مقاومت عالی در مقابل آب ایجاد می کند . ولی کار آن تا حدود $80^{\circ}C$ است ؛ زیرا در دماهای بالاتر ، آب پایدارکننده از بین رفته و باعث می شود که صابون از روغن جدا شود . این نوع چربی اصولاً برای کاربردهای نه چندان سخت به کار گرفته می شود .

۴-۱۸-۱-۲ *صابون انهایدروس ـ کلسیم*[1]

معمولاً ، این غلیظ کننده کلسیم هایدروکسی استریت ۱۲ است . چربیها با این غلیظ کننده شبیه تولیدات از نوع فنجانی هستند . ولی چون آنها برای پایدار کردن سیستم احتیاج

1- Anhydrous-calcium soap

به آب ندارند ، محدودهٔ دمای کاری بالاتری داشته که معمولاً حدود $120^{\circ}C$ است . در حدود $145^{\circ}C$ آنها ذوب می شوند که غالباً به دو فاز صابون و روغن جدا می شوند . به طور متداول این چنین چربیها برای یاتاقانهای با اجزاء چرخنده که در آنها دماهای خیلی بالا اتفاق نمی افتد ، به کار گرفته می شوند .

۴-۱۸-۱-۳ صابون سدیم

چربیهای صابون سدیم ، معمولاً سدیم استریت یا مواد مشابه را به کار می گیرند . آنها نسبت به انواع دیگر غلیظ کننده ها ، فیبری هستند . معمولاً تا حدود $120^{\circ}C$ قابل استفاده هستند و نقطه ذوب آنها در محدوده 150 تا $230^{\circ}C$ است . اگرچه غلیظ کننده مقداری حالت ضدزنگ فراهم می آورد ، مقدار زیاد آلودگی آب باعث شسته شدن این چربیها به خارج می شوند . چربیهای صابون سدیم همچنین عموماً فاقد مقاومت اکسیداسیون لیتیوم و چربیهای رسی هستند . آنها معمولاً در ژورنالهای ساده و یاتاقانهای لغزشی و چرخ دنده ها به کار می روند . بعضی از تولیدات فیبری کوتاه را می توان در چربیها برای یاتاقانهای با اجزاء چرخنده به کار گرفت .

۴-۱۸-۱-۴ صابون لیتیوم

این غلیظ کننده معمولاً لیتیوم هایدروکسی استریت ۱۲ است . صابونهای لیتیوم قابل استفاده ترین نوع چربی هستند . آنها به حالت کره ای بوده و دارای نقطه ذوب حدود $195^{\circ}C$ هستند . وقتی که ذوب شده و دوباره خنک شوند ، به حالت چربی بر می گردند (گرچه خواص چربی دوباره سرد شده با چربی ذوب نشده متفاوت است) . چربیهای صابون سدیم همچنین مقاوم در برابر آب ، اکسیداسیون و کار مکانیکی هستند . بیشتر فرمولها برای مدت طولانی در $120^{\circ}C$ کار می کنند و بعضی برای مدتهای متمادی تا حدود $165^{\circ}C$ کار خواهند کرد . آنها به صورت گسترده به عنوان چربیهای چندکاره مورد استفاده قرار می گیرند و مخصوصاً مناسب برای یاتاقانهای با اجزاء چرخنده هستند . استفاده چربیهای صابون سدیم تعداد چربیهای روان کننده پیچیده ویژه که در کارگاههای ساخت جدید مورد لزوم است ، را کاهش می دهند .

۴-۱۸-۱-۵ صابونهای پیچیده

غلیظ کننده های صابون مختلط عموماً توسط واکنش چندین اسید کاملاً متفاوت با آلکالی تشکیل می شوند . برای مثال چربیهای صابون پیچیده کلسیم می تواند از کلسیم ۱۲ هایدروکسی استریت و کلسیم استیت تشکیل شوند . چربیهای ضخیم شده با صابون پیچیده کلسیم ، صابون پیچیده لیتیوم ، و صابون کلسیم آلومینیوم نسبتاً متداول بوده و بعضی دیگر به صورت غیرمداوم استفاده می شوند . امتیاز اساسی بیشتر صابونهای پیچیده غلیظ کننده ، نقطه ذوب بالای آنها می باشد که معمولاً حدود $260^{\circ}C$ یا بالاتر است . این موضوع سبب کارآیی آنها در دمای زیاد و گاهی بیشتر از نقطه ذوب غلیظ کننده های صابون ساده خواهد شد و به همین دلیل است که امروزه مورد استفاده زیادی دارند . عموماً اگر این چربیها در سرویسهای حدود بالای $120^{\circ}C$ استفاده شوند ، روان کاری مجدد مورد نیاز است ، مگر این که این تولید به صورت ویژه برای سرویسهای با دمای بالا فرموله شده باشد .

۴-۱۸-۱-۶ پولی اوریها[1]

پولی اوریها غلیظ کننده های غیرصابونی هستند که جانشین اوریهای پلیمرشده می شوند . آنها مانند صابونهای پیچیده معمولاً در حدود $260^{\circ}C$ ذوب و در سرویسهای مشابه استفاده می شوند .

۴-۱۸-۱-۷ غلیظ کننده های رسی

این غلیظ کننده ها عموماً بنتونیت[2] یا هکتوریت[3] رس هستند که به گونه ای به صورت شیمیایی ساخته شده اند که باعث غلیظ شدن روغن گردند . جنبه اصلی چربیهای رسی غلیظ کننده این است که ذوب نمی شوند . بنابراین این چربیها را می توان در مواردی استفاده نمود که دما گاهی اوقات از نقاط ذوب دیگر غلیظ کننده ها می گذرد . پایداری اکسیداسیون آنها عموماً بهتر از تولیدات نفتی دیگر نیست . بنابراین اگر این چربیها در سرویسهای بالای حدود $120^{\circ}C$ استفاده شوند ، روان کاری مرتب لازم است ، مگر این که این تولیدات به طور بخصوص برای سرویس در دمای بالاتر ساخته شده باشد .

1- Polyureas
2- Bentonite
3- Hectorite

۲-۱۸اَ-۴ روغن روان کاری کننده

روغن روان کاری کننده عمده ترین کار یک چربی روان کاری کننده است . چربیهای ساده ، فقط روغن و غلیظ کننده ، معمولاً شامل ۶۵ تا ۹۵ درصد روغن است ؛ ولی خواص نگهدارنده چربی و همچنین مقاومت آن در مقابل حرارت ، آب و بارهای زیاد بستگی به نسبت و نوع صابون داشته و مشخصات اصطکاکی چربی بر اساس روغن موجود در آن است .
مهمترین خواص روغن که تأثیر در عملکرد کلی چربی دارند ، به ترتیب زیر می باشند :

۱- لزجت و مشخصه های لزجت ـ دما ، که تأثیر در توان یک چربی برای تشکیل یک فیلم روان کننده برای سرویس و همچنین تأثیر در رفتار آن در دماهای پایین دارد .
۲- مقاومت در مقابل اکسیداسیون و مشخصه های تبخیری ، که مؤثر در قدرت یک چربی برای روان کاری کردن در مدت طولانی ، بخصوص در دماهای بالا است .
۳- مشخصه های تأثیرگذارنده در الاستومترها که تأثیر در سازش داشتن یک چربی با مواد آب بندی کننده در یاتاقانها و دیگر دستگاهها است .

بیشتر چربیها ، یک روغن بر پایه نفتی را به عنوان روغن روان کننده به کار می گیرند ؛ ولی بعضی ، سیالات مصنوعی را استفاده می کنند . دواستریها ، سیلیکونها ، پولیول استرها ، پولی آلکلین گلیکولها ، و فلورسیلیکونها به طور معمول استفاده می شوند . این سیالات مشخصه های ویژه ای را فراهم می آورند ، از قبیل عملکرد در دمای بالا ، مقاومت شیمیایی و عملکرد در دمای پایین که روغنهای نفتی تصفیه شده را اغفال می کند . قیمت آنها به مقدار زیاد ، بالاتر از روغنهای نفتی تصفیه شده است .

مشخصه های معمولی بعضی از چربیها در جدول ۱۸-۴ نشان داده شده است . دانستن این مشخصه ها در تعیین آن که کدام چربی در کاربرد ویژه مورد استفاده قرار گیرد ، مهم است . در این جدول نقطه اُفت چربیهای مختلف آمده است . این مشخصه ها نتایج یک آزمایش (ASTM = D-566 و D-2265 ، IP-132 و DIN 51801) را که در دمایی که غلیظ کننده از بین می رود را مشخص می کند (ذوب می شود ، ، آب پایداری را از دست می دهد ، غیره) . معمولاً چربیها نباید برای بالاتر از دمای نقطه اُفت مورد استفاده قرارگیرند، ولی خیلی از چربیها حتی نزدیک به آنها نمی توانند استفاده شوند و آن به دلیل محدود بودن پایداری اکسیداسیون روغن مبنایی ، پایداری مواد اضافه شونده و غیره است . مشخصات آزمایش ASTM ، برای آزمایشات توسعه یافته در ایالات متحده ، IP برای انگلیس ، DIN برای آلمان است .

جدول ۱۸-۴- مشخصه‌های معمولی چربیهای روان کننده

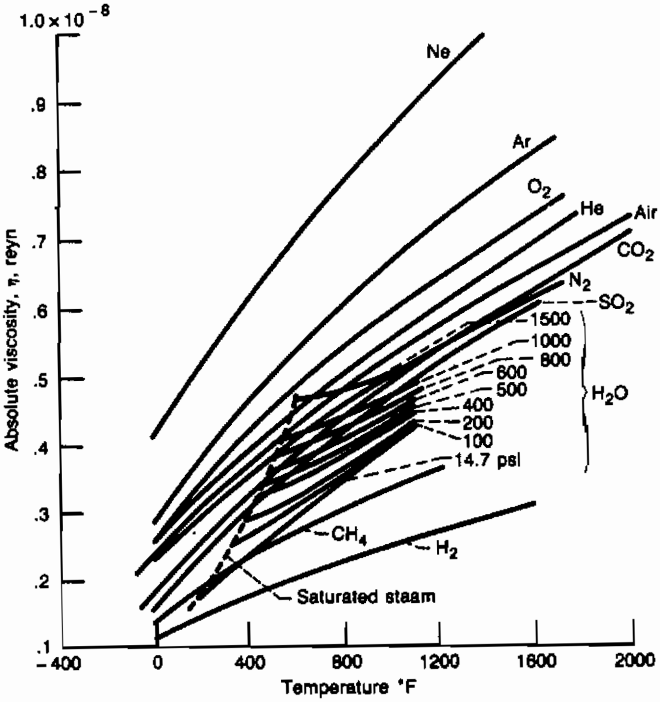
Thickener	Grease solid, percent of total	Texture	Dropping point °F	Dropping point °C	Water resistant ?	Mechanical stability	Maximum temperature for continuous use °F	Maximum temperature for continuous use °C	Relative cost[a]
Soap base:									
Lithium	59.2	Smooth to buttery	375	190	Yes	Fair to good	250	120	3
Calcium:	17.0								
Hydrated	9.0	Smooth	190	88		Poor to good	150	65	2
Anhydrous	3.8	Smooth	290	143		Fair to good	---	---	3
Complex	3.8	Smooth	500+	260+		Poor to good	300	149	5
Sodium	5.0	Buttery to fibrous	360	182	No	Fair to good	250	120	1
Aluminum:	6.0								
Normal	.4	Smooth	180	87	Yes	Poor to fair	150	65	2
Complex	5.6	Smooth	480	249		Fair to good	300	149	4
Barium	2.6	Buttery to fibrous	400	204		Good	250	120	4
Nonsoap base:									
Clay	2.8	Smooth	500+	260+		Fair to good	300	149	4
Polyurea	2.3	Smooth	470	243		Good	300	149	5
Other	4.9	Smooth	470+	243+		Fair to good	300	149	5

[a]Cost: 1 = low; 5 = high.

سه قسمت قبلی (۱۶-۴ تا ۱۸-۴) ، با مواد مصرفی در ارتباط با روغنهای معدنی ، روغنهای مصنوعی و چربیها سر و کار دارند . به دلیل محدودیت کتاب ، صحبتی از مواد اضافه شونده به میان نیاورده‌ایم . کافی است که بگوییم مواد اضافی قادرند به مقدار خیلی زیادی عملکرد اجزاء ماشین روان شونده را بهتر نمایند .

۱۹-۴ گازها

گازها به نحوی که کاملاً در فصلهای ۱۶ و ۱۷ آمده است همانند چربیها می توانند به عنوان روان کننده استفاده می شوند . در این قسمت بعضی از خواص گازها تشریح خواهد شد . مطابق شکل ۵-۴ ، جالبترین جنبه گازها ، رابطه بین لزجت ـ دما در آنها می باشد . یعنی لزجت گازها با دما افزایش می یابد و فقط به طور متوسط متأثر از تغییرات در دما و فشار است . بر خلاف این وضعیت ، همان طور که قبلاً در این فصل گفته شد ، مایعات به صورت معکوس با دما تغییر می کنند و به طور قوی به تغییرات دما و فشار حساس هستند .



شکل ۱۲-۴- لزجت گازهای معمولی برحسب دما

شکل ۱۲-۴ لزجت گازهای متداول برحسب تابعی از دما را نشان می دهد . لزجت هوا در محدوده میانی این گازها قرار دارد . هیدروژن پایین ترین و نئون بالاترین مقدار را دارد . اطلاعات داده شده در شکل ۱۲-۴ ، در جدول ۱۹-۴ برای محدودهٔ کاملی از دما مشخص شده اند . به علاوه داده های لزجت ، جدول ۱۹-۴ ، همچنین دمای جوش و ثابت گاز را می دهد . جدول ۲۰-۴ نشان می دهد که چگونه خواص گازها و مایعات فرق می کنند . فقط تعداد کمی از مایعات مختلف و گازها برای نمایش این تفاوتها نشان داده می شوند . توجه داشته باشید که جدولهای ۱۹-۴ و ۲۰-۴ و نیز شکل ۱۲-۴ برحسب واحدهای انگلیسی ، بجای واحدهای SI هستند . جدول ۶-۴ کمک خوبی برای تبدیل به SI است .

جدول ۱۹-۴- لزجت گازهای مختلف در 14.7 psia

Temperature °F	Temperature °R	Air	Ar	CO_2	H_2O	He	Kr	N_2	Ne	Xe
		Absolute viscosity, η, lbf s/in.^{2} (reyn)								
−280	180	1.07×10^{-9}	1.27×10^{-9}	0.74×10^{-9}	---------	1.45×10^{-9}	---------	1.05×10^{-9}	2.12×10^{-9}	---------
−100	360	1.97	2.41	1.49	---------	2.27	2.50×10^{-9}	1.91	3.48	2.24×10^{-9}
80	540	2.68	3.32	2.20	---------	2.96	3.67	2.57	4.56	3.35
260	720	3.29	4.10	2.84	2.08×10^{-9}	3.56	4.69	3.15	5.50	4.38
440	900	3.84	4.80	3.41	2.59	4.11	5.61	3.66	6.35	5.29
620	1080	4.34	5.44	3.93	3.12	4.62	6.46	4.14	7.16	6.15
800	1260	4.80	6.04	4.41	3.64	5.11	7.23	4.57	7.91	6.93
980	1440	5.24	6.59	4.86	4.17	5.56	7.95	4.99	8.64	7.67
1160	1620	5.64	7.11	5.29	4.69	6.00	8.65	5.39	9.31	8.36
1340	1800	6.05	7.60	5.70	5.20	6.43	9.30	5.75	9.96	9.03
1520	1980	6.44	8.09	6.09	5.70	6.84	9.92	6.13	10.60	9.66
1700	2160	6.80	8.55	6.45	6.19	7.23	10.52	6.49	11.19	10.26
2600	3060	8.55	11.82	8.14	8.41	9.05	13.26	8.14	14.00	13.00
Boiling temperature, °R		---------	147.2	---------	67.2	7.9	219.2	139	48.7	298.4
Gas constant, in.^{2}/(s^2 °R)		2.47×10^5	1.79×10^5	1.63×10^5	39.8×10^5	17.9×10^5	0.85×10^5	2.55×10^5	3.54×10^5	0.55×10^5

جدول ۲۰-۴- چند خاصیت از مایعات و گازهای متداول در $68^{\circ}C$ و 14.7 psia

Liquid or gas	Force density, ρ, lbf s^2/in.^{4}	Absolute, viscosity, η, lbf s/in.^{2} (reyn)	Kinematic viscosity, η_k, in.^{2}/s	Specific heat, C_p, in./°F	Thermal conductivity, K_f, lbf/s °F
Liquids					
Carbon tetrachloride	1.48×10^{-4}	1.41×10^{-7}	9.52×10^{-4}	1.87×10^{3}	2.4×10^{-2}
Glycerine	1.18×10^{-4}	1.25×10^{-4}	1.06	5.4×10^{3}	3.54×10^{-2}
Olive oil	8.49×10^{-5}	1.22×10^{-5}	1.44×10^{-1}	4.4×10^{3}	2.10×10^{-2}
Lubricating oil	8.02×10^{-5}	4.44×10^{-5}	5.54	4.7×10^{3}	1.83×10^{-2}
Water	9.33×10^{-5}	1.46×10^{-7}	1.56×10^{-3}	9.32×10^{3}	7.50×10^{-2}
Gases					
Air	1.15×10^{-7}	2.62×10^{-9}	2.28×10^{-2}	2.24×10^{3}	3.22×10^{-3}
Helium	1.61×10^{-8}	2.85×10^{-9}	1.77×10^{-1}	1.17×10^{3}	2.4×10^{-2}
Hydrogen	8.08×10^{-9}	1.31×10^{-9}	1.62×10^{-1}	3.20×10^{4}	2.29×10^{-2}
Nitrogen	1.12×10^{-7}	2.56×10^{-9}	2.28×10^{-2}	2.32×10^{3}	3.11×10^{-3}

۴-۲۰ مؤخره

در این فصل خواصی از روان کننده ها که در روان‌کاری فیلم سیال مهم هستند ، تشریح شد . چون روغنهای روان کننده از نفت مشتق می شوند ، که شامل ترکیبات کربن و هیدروژن هستند ، مبنای شیمی به صورت خلاصه بحث شده است . در روغن‌کاری فیلم سیال ، مهمترین خاصیت فیزیکی یک روان کننده ، لزجت است . لزجت یک سیال مربوط به مقاومتش در مقابل جاری شدن ، یعنی با مقاومت پیداشونده از نیروهای بین مولکولی و اصطکاك داخلی ضمن حرکت آنها از مقابل یکدیگر است . نیوتن نشان داد که نیروی لازم برای نگهداری یک سرعت ثابت u یک صفحه بالایی ضمن این که صفحه پایینی ثابت است ، متناسب با مساحت A و گرادیان سرعت یا نرخ برش بود . بنابراین

$$f = \eta A \frac{u}{h}$$

که در آن η ثابت تناسب یا لزجت مطلق است .

همچنین در این فصل نشان داده شد که لزجت به مقدار زیاد متأثر از دما ، فشار ، و نرخ برشی است . عبارات مناسبی که ارائه دهندهٔ این روابط بودند ، تشریح شدند . همچنین اثرات

جرم مخصوص ـ فشار بحث شده و مفهوم فشار انجماد نیز معرفی گردید .

در این فصل دریافتیم که روان کننده در اتصالات روان کاری شونده به صورت الاستوهیدرودینامیکی تغییرات خیلی زیاد و سریع فشار ، زمان گذاری سریع ، احتمالاً تغییرات دمای زیاد ، و بخصوص در تماسهای لغزشی ، نرخهای برشی بالا را تجربه می کند . مهم بودن این شرایط فرض معمولی رفتار سیال نیوتنی را به معرض سؤال گذاشته است . مفهوم یک تنش برشی حدی معرفی شده و چند مدل از سیال غیرنیوتنی ارائه گردید . این فصل با بحثی درمورد روغنهای مصرفی مصنوعی ، چربیها ، که همه آنها به عنوان روان کننده ها در روان کاری فیلم سیال استفاده می شوند ، به پایان رسید .

۴-۲۱ مسائل

۴-۲۱-۱ لزجت مطلق یک سیال معین در شرایط آتمسفر برابر با $6 \times 10^{-3}(\mathrm{kg})_{نیرو}.\mathrm{s/m^2}$ ، برحسب واحدهای ذیل ، چه خواهد بود ؟

الف ـ رین

ب ـ P

ج ـ $\mathrm{lbf\,.\,s\,/\,in^2}$

د ـ $\mathrm{N\,.\,s\,/\,m^2}$

۴-۲۱-۱ یک سیال سیلیکونی دارای لزجت جهانی سیبولت برابر ، 1000 SUN در $38^\circ C$ و 130 SUN در $100^\circ C$ است . VI این روغن چه می باشد ؟

۴-۲۱-۳ با فرض این که یک جزء ماشین به صورت الاستوهیدرودینامیکی با روغن روان کاری می شود ؛ بعضی از خواص این روغن را که شما دوست دارید ببینید ، تشریح کنید آیا مقادیر پایین یا بالا مطلوب هستند ؟

۴-۲۲ فهرست منابع و مآخذ

Bair, S., and Winer, W. O. (1979): Shear Strength Measurements of Lubricants at High Pressure. *J. Lubr. Technol.*, vol. 101, no. 3, pp. 251–257.

Barus, C. (1893): Isothermals, Isopiestics, and Isometrics Relative to Viscosity. *Am. J. Sci.*, vol. 45, pp. 87–96.

Blok, H. (1965): Inverse Problems in Hydrodynamic Lubrication and Design Directions for Lubricated Flexible Surfaces. *Proceedings of International Symposium on Lubrication and Wear*, D. Muster and B. Sternlicht (eds.), McCutchan, Berkeley, pp. 1–151.

Cameron, A. (1976): *Basic Lubrication Theory*, 2d ed. Ellis Harwood Limited, Chichester, England.

Dean, E. W., and Davis, G. H. B. (1929): Viscosity Variations of Oils With Temperature. *J. Chem. Met. Eng.*, vol. 36, no. 10, pp. 618–619.

Dowson, D., and Higginson, G. R. (1966): *Elastohydrodynamic Lubrication: The Fundamentals of Roller and Gear Lubrication*. Pergamon, Oxford.

Eyring, H. (1936): Viscosity, Plasticity, and Diffusion as Examples of Absolute Reaction Rates. *J. Chem. Phys.*, vol. 4, no. 4, pp. 283–291.

Gross, W. A. (1980): *Fluid Film Lubrication*. Wiley-Interscience, New York.

Hamrock, B. J., Jacobson, B. O., and Bergström, S. I. (1987): Measurement of the Density of Base Fluids at Pressures to 2.2 GPa. *ASLE Trans.*, vol. 30, no 2, Apr., pp. 196–202.

Hatton, R. E. (1973): Synthetic Oils. *Interdisciplinary Approach to Liquid Lubricant Technology*. *NASA Spec. Publ.* 318, P. M. Ku (ed.), pp. 101–135.

Herschel, W. H. (1918): Standardization of the Saybolt Universal Viscosimeter. *Tech. Pap.* 112, *Nat. Bur. Stands.*

Hess, F. C. (1981): *Chemistry Made Simple*. Heinemann, London.

Höglund, E., and Jacobson, B. (1986): Experimental Investigations of the Shear Strength of Lubricants Subjected to High Pressure and Temperature. *J. Tribology*, vol. 108, no. 4, pp. 571–578.

Houpert, L. G., and Hamrock, B. J. (1985): Elastohydrodynamic Lubrication Calculations Used as a Tool to Study Scuffing. *Mechanisms and Surface Distress: Global Studies of Mechanisms and Local Analyses of Surface Distress Phenomena*, D. Dowson et al. (eds.), Butterworths, England, pp. 146–162.

Jacobson, B. O. (1985): A High Pressure-Short Time Shear Strength Analyzer for Lubricants. *J. Tribology*, vol. 107, no. 2, pp. 220–223.

Jacobson, B. O., and Hamrock, B. J. (1984): Non-Newtonian Fluid Model Incorporated into Elastohydrodynamic Lubrication of Rectangular Contacts. *J. Tribology*, vol. 106, no. 2, pp. 275–284.

Jeng, Y. R., Hamrock, B. J., and Brewe, D. E. (1987): Piezoviscous Effects in Nonconformal Contacts Lubricated Hydrodynamically. *ASLE Trans.*, vol. 30, no. 4, pp. 452–464.

Jones, W. R., et al. (1975): Pressure-Viscosity Measurements for Several Lubricants to 5.5×10^8 Newtons Per Square Meter (8×10^4 psi) and 149°C (300°F). *ASLE Trans.*, vol. 18, no. 4, pp. 249–262.

Klamann, D. (Killer, A., transl.) (1984): *Lubricants and Related Products*. Verlag Chemie, Weinheim.

Litt, F. A. (1986): Viscosity Index Calculations. *Lubr. Eng.*, vol. 42, no. 12, pp. 752–753.

Newton, I. (1687): *Philosophiae Naturales Principia Mathematica*. Revised and supplied with a historical and explanatory appendix by F. Cajori, edited by R. T. Crawford (1934), and published by the University of California Press, Berkeley and Los Angeles (1966).

Pugh, B. (1970): *Practical Lubrication*. Newnes-Butterworths, London.

Roelands, C. J. A. (1966): *Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils*. Druk, V. R. B., Groingen, Netherlands.

Svehla, R. A. (1962): Estimated Viscosities and Thermal Conductivities of Gases at High Temperatures. *NASA Tech. Rep.* R–132.

Winer, W. O., and Cheng, H. S. (1980): Film Thickness, Contact Stress and Surface Temperatures. *Wear Control Handbook*, ASME, New York, pp. 81–141.

فصل پنجم

مواد یاتاقان

پارامتر دیگری که می تواند در عملکرد موفقیّت آمیز اجزاء تریبولوژی مؤثر باشد، جنس مواد جامد استفاده شده است. اگر یاتاقانها بخواهند که به صورت موفقیّت آمیز کار کنند، باید مواد به کار گرفته شده در این یاتاقانها دارای مشخصه های ویژه ای باشند. بعضی از مشخصه های مطلوب، که در این فصل بررسی خواهند شد، عبارتند از: سازگاری با مواد سطح متقابل تماسی، جا دادن ذرّات آشغال و ذرّات حاصل از سایندگی، قابلیّت تطابق عملکرد یاتاقان در شرایط کاری خارج از محوری، اشتباهات هندسی و تغییر مکان ساختاری، پایداری حرارتی، مقاومت در مقابل خوردگی و مقاومت در مقابل خستگی.

۵-۱ مشخصه های مواد

انتخاب جنس یاتاقان برای کاربرد بخصوص بستگی دارد به:

۱- نوع یاتاقان (ژورنال، کف گرد، ساچمه ای، غیره)

۲- نوع روان کننده (چربی، روغن، آب، گاز، غیره)

۳- شرایط محیط اطراف (درجه حرارت، فشار، غیره)

هیچ مادّه ای به تنهایی نمی تواند تمام احتیاجات یک ماده یاتاقانی خوب را برآورده سازد. بنابراین، انتخاب جنس یاتاقان در کاربرد موردنظر از اهمیّت زیادی برخوردار بوده و باید براساس مشخصه های در نظر گرفته شده باشد.

۱ - سازگاری

گرچه یک یاتاقان هیدرو دینامیکی با کارکرد مناسب، یاتاقانی است که در آن محور و یاتاقان توسط فیلم روان کننده از یکدیگر جدا شوند، ضمن عمل موقعیّتهایی وجود دارند که محور و یاتاقان تماس پیدا می کنند. نقاط برجسته روی محور و یاتاقان به یکدیگر ساییده شده و حرارت دادن محلّی اتفاق افتاده، نقاط برجسته جوش خورده و این جوشهای میکروسکپی می توانند بشکنند. این سری اتفاقّات باعث خسارت به مواد محور و یاتاقان می شوند. قابلیّت مقاومت ترکیب این مواد در مقابل جوش و خراش، مقدار سازگاری آنها است.

۲ - قابلیّت جا دادن

ذرات آشغال و یا دیگر ذرات خارجی، ضمن عمل یاتاقانها توسط روان کننده و توسط چرخش محور به داخل محوط لقی یاتاقان حمل می‌شوند. اگر این ذرات آشغال نتوانند در ماده یاتاقان جا داده شوند، باعث خسارت ناشی از خراشیدگی می شوند. قابلیت جا دادن یا جذب این ذرات، مشخصه قابلیت جا دادن ماده یاتاقان را تعیین می کند.

۳- قابلیت تطابق

همان طور که از معنی کلمه پیداست، قابیت تطابق عبارت از اندازه قابلیت ماده یاتاقان در مطابقت دادن خود به خارج از محوری بین محور و یاتاقان، یا مربوط به خطاهای هندسی حاصل از ساخت اجزاء آن می باشد. معمولاً مواد یاتاقان با مدول کشسانی پایین (E کم) به آسانی قابلیت تطابق دارند.

۴ - مقاومت در مقابل خوردگی

جنس یاتاقان باید در مقابل حمله روان کننده یا هر تولید اکسیداسیون حاصله ضمن تجزیه روان کننده قابلیت مقاومت داشته باشد. برای مثال، روغنهای روان کننده بدون کنترل اکسیداسیون، تولید اسیدهای آلی می کنند که بعضی از مواد یاتاقانی را می خورند. انتخاب مواد در حالتی که روان کننده آب است، لزوماً محدود به مواد ضد زنگ هستند.

۵ - مقاومت در مقابل خستگی

در کاربردهایی که در آن بار تغییر جهت داده یا در آن شدت بار به صورت دوره ای تغییر

می کند، مقاومت بالا در مقابل خستگی لازم است. شکستهای ناشی از خستگی ابتدا به صورت ترك در سطح یاتاقان ظاهر می شود. این ترکها در سرتاسر ماده یاتاقان منتشر شده و به ترکهای دیگر ملحق شده و در نتیجه باعث جداشدن قسمتهای مختلف ماده یاتاقان می شوند. مقاومت در مقابل خستگی، بخصوص د مورد بارگذاری دوره ای مهم است.

۶- پایداری حرارتی و بُعدی

مشخصه های حرارتی ماده یاتاقان بستگی به اتلاف حرارتی و تغییر شکل حرارتی مهم هستند. ضریب هدایت حرارتی K_f ماده یاتاقان وقتی که شرایط روان کاری هیدرودینامیکی نمی تواند رعایت شود، باید به اندازه کافی بالا باشد تا اتلاف بیشینه حرارت تولید شده اصطکاکی را تضمین کند. ضریب انبساط حرارتی خطی $\bar{a}$ باید در محدوده کلی طراحی قابل قبول باشد، به طوری که اثرات تغییرات دما زیان آور نباشند. مقادیر K_f و $\bar{a}$ در قسمت ۶-۵ داده می شوند. حتی اگر یک ماده این مشخصه های مطلوب را داشته باشد، شرایط ارزش قابل قبول و فراهم بودن ماده نیز باید رعایت شوند.

جدول ۱-۵- خواص و مشخصه‌های فلزات مختلف یاتاقان همدیسی

Bearing metal	Brinell hardness number		Load-carrying capacity		Maximum operating temperature		Fatigue strength[a]	Antiseizure[a] property	Conformability and embeddability[a]
	Room temperature	149 °C (300 °F)	MPa	psi	°C	°F			
Tin-base babbitt	20–30	6–12	5.5–10.4	800–1500	149	300	3	1	1
Lead-base babbitt	15–20	6–12	5.5–8.3	800–1200	149	300			
Alkali-hardened lead	22–26	11–17	8.3–10.4	1200–1500	260	500			
Cadmium base	30–40	15	10.4–13.8	1500–2000	260	500			
Copper lead	20–30	20–23	10.4–17.2	1500–2500	177	350	2	2	2
Tin bronze	60–80	60–70	>27.6	>4000	260+	500+	1	3	3
Lead bronze	40–70	40–60	20.7–31.1	3000–4500	232–260	450–500	1	3	
Phosphor bronze	75–100	65–100	>27.6	>4000	260+	500+	1	3	
Aluminum alloy	45–50	40–45	>27.6	>4000	107–149	225–300	2	2	
Silver (overplated)	25	25	>27.6	>4000	260+	500+	1	2	
Copper-nickel matrix	10	7	13.8	2000	177	350	2	1	2
Trimetal and plated	(b)	(b)	>27.6	>4000	107–149	225–300			
Grid type			>27.6	>4000	107–149	225–300			
Thin babbitt overlay, 0.051–0.178 mm (0.002–0.007 in.)			13.8	2000	149	300			
Conventional babbitt overlays, 0.51 mm (0.020 in.)			10.4	1500	149	300			

[a]This is an arbitrary scale with 1 being the highest rating.
[b]Approximately the same as the babbitts.

در جدول ۱-۵، خواص و مشخصه های مواد مختلف یاتاقان عدد سختی برنیل[1]، ظرفیت حمل بار، و دمای بیشینه کاری نشان داده شده اند. در این جدول همچنین درجات مقاومت در مقابل خستگی، خواص ضد شکست، قابلیت همدیسی، و قابلیت جذبی براساس مقیاس دلخواه که در آن ۱ مطلوبترین است، داده شده اند.

۲-۵ یاتاقانهای فلزی

مواد یاتاقانی برای سطوح همدیسی به دو دسته اصلی تقسیم میشوند:

۱- فلزات؛ بابیتها، برنزها، آلیاژهای آلومنیوم، فلزات متخلخل، و فلزات جایگزین از قبیل نقره، بابیتها، و ایندیوم.

۲- غیر فلزات؛ پلاستیکها، لاستیک، گرافیت، چوب، سرامیکها، کاربیدهای سیمانی، اکسیدهای فلزی (مثل، اکسید آلومنیوم) و شیشه.

در این جا اصول مواد فلزی با جزئیات بیشتری بحث می شود.

۱-۲-۵ *آلیاژهای بر مبنای قلع و سرب*

بابیتها جزو متداولترین مواد مصرفی برای یاتاقانها روان کاری شونده به صورت هیدرو دینامیکی هستند. بابیتها بر مبنای آلیاژهای قلعی یا سربی بوده و دارای مشخصه های عالی قابلیت جا دادن و قابلیت تطابق می باشند. آنها از لحاظ قابلیت سازگاری غیر قابل رقابت بوده و بنابراین از خراش دادن محور جلوگیری به عمل می آورند.

بابیتهای بر مبنای قلع و سرب ظرفیت حمل بارنسبتاً پایینی دارند. این ظرفیت بامحدودیت متالورژی این آلیاژها به مواد پشتیبانی از قبیل فولاد، چدن یا برنز افزایش می یابد. آستریهای بابیت یا به صورت تقطیر و یا گریزاز مرکز به مواد ارزان قالب زده می شوند. مقاومت خستگی با کاهش ضخامت این آستری بابیت، افزایش می یابد. داسون[2] (۱۹۷۹) خاطر نشان می کند که در اوایل این قرن، آستریهای بابیت به ندرت کمتراز 3mm وغالباً حداقل 6.4 mm ضخامت داشته اند. احتیاج به فراهم آوردن مقاومت فشاری ومقاومت خستگی کافی درازاء پدیده های دیگری از قبیل قابلیت جا دادن وقابلیت تطابق، به تدریج ضخامت این آستریهارا تا 500 μm پائین آورد. ضخامت بهینه این لایه یاتاقان بستگی به کاربردآن تغییرمی کند؛ ولی معمولاً بین 0.02 و 0.12 mm است.

1- Brinell
2- Dowson

جدول ۲-۵- ترکیب و خواص فیزیکی آلیاژهای یاتاقان فلز سفید

Alloy number[b]	Tin	Antimony	Lead	Copper	Arsenic	Specific gravity[c]	Tin	Antimony	Lead	Copper	20 °C (68 °F)		100 °C (212 °F)	
	Specified nominal composition of alloys, percent						Composition of alloys tested, percent				Yield point[d]			
											MPa	psi	MPa	psi
1	91.0	4.5	--------	4.5	----	7.34	90.9	4.52	None	4.56	30.3	4400	18.3	2650
2	89.0	7.5	--------	3.5	----	7.39	89.2	7.4	0.03	3.1	42.0	6100	20.6	3000
3	84.0	8.0	--------	8.0	----	7.46	83.4	8.2	.03	8.3	45.5	6600	21.7	3150
7	10.0	15.0	Remainder	---	.45	9.73	10.0	14.5	75.0	.11	24.5	3550	11.0	1600
8	5.0	15.0	Remainder	---	.45	10.04	5.2	14.9	79.4	.14	23.4	3400	12.1	1750
15	1.0	16.0	Remainder	---	1.0	10.05	----	----	----	----	----	----	----	----

Alloy number[b]	20 °C (68 °F)		100 °C (212 °F)		20 °C (68 °F)		100 °C (212 °F)		20 °C (68 °F)	100 °C (212 °F)	Melting point		Temperature of complete liquefaction		Proper pouring temperature	
	Johnson's apparent elastic limit[e]				Ultimate strength in compression[f]				Brinell hardness[g]		°C	°F				
	MPa	psi	MPa	psi	MPa	psi	MPa	psi	MPa	psi			°C	°F	°C	°F
1	16.9	2450	7.2	1050	88.6	12 850	47.9	6950	8.0	17.0	223	433	371	700	441	825
2	23.1	3350	7.6	1100	102.7	14 900	60.0	8700	12.0	24.5	241	466	354	669	424	795
3	36.9	5350	9.0	1300	121.3	17 600	68.3	9900	14.5	27.0	240	464	422	792	491	915
7	17.2	2500	9.3	1350	107.9	15 650	42.4	6150	10.5	22.5	240	464	268	514	338	620
8	18.3	2650	8.3	1200	107.6	15 600	42.4	6150	9.5	20.0	237	459	272	522	341	645
15	----	----	----	----	----	------	----	----	13.0	21.0	248	479	281	538	350	662

[a]Compression test specimens were cylinders 1.5 in. (38 mm) in length and 0.5 in. (13 mm) in diameter, machined from chill castings 2 in. (51 mm) in length and 0.75 in. (19 mm) in diameter. The Brinell tests were made on the bottom of parallel machined specimens cast in a mold 2 in. (51 mm) in diameter and 0.625 in. (16 mm) deep at room temperature.
[b]Data not available on alloys 11 and 13.
[c]The specific gravity multiplied by 0.0361 equals the mass density in pounds per cubic inch.
[d]The values for yield point were taken from stress-strain curves at a deformation of 0.125 percent of gage length.
[e]Johnson's apparent elastic limit is taken as the unit stress at the point where the slope of the tangent to the curve is two-thirds its slope at the origin.
[f]The ultimate strength values were taken as the unit load necesary to produce a deformation of 25 percent of the specimen length.
[g]These values are the average Brinell number of three impressions on each alloy, using a 10-mm (0.39-in.) ball and a 500-kg (1102.3 lb) load applied for 30 s.

جدول ۳-۵- ترکیب شیمیایی آلیاژها در موارد استفاده عمومی‌تر

Element	Alloy number[a,b]							
	Tin base				Lead base			
	1	2	3	11	7	8	13	15
	Chemical composition, percent							
Tin	90.0–92.0	88.0–90.0	83.0–85.0	86.0–89.0	9.3–10.7	4.5–5.5	5.5–6.5	0.8–1.2
Antimony	4.0–5.0	7.0–8.0	7.5–8.5	6.0–7.5	14.0–16.0	14.0–16.0	9.5–10.5	14.5–17.5
Lead	.35	.35	.35	.50	Remainder[c]	Remainder	Remainder	Remainder
Copper	4.0–5.0	3.0–4.0	7.5–8.5	5.0–6.5	.50	.50	.50	.6
Iron	.08	.08	.08	.08	.10	.10	.10	.10
Arsenic	.10	.10	.10	.10	.30–.60	.30–.60	.25	.8–1.4
Bismuth	.08	.08	.08	.08	.10	.10	10	.10
Zinc	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005
Aluminum	.005	.005	.005	.005	005	.005	.005	.005
Cadmium	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05
Total named elements, minimum	99.80	99.80	99.80	99.80	---------	--------	--------	

[a]All values not given as ranges are maximum unless shown otherwise.
[b]Alloy 9 was discontinued in 1946 and 4, 5, 6, 10, 11, 12, 16, and 19 were discontinued in 1959. A new number 11, similar to SAE grade 11, was added in 1966.
[c]To be determined by difference

جداول ۲-۵ و ۳-۵ ترکیب و خواص فیزیکی بعضی از آلیاژهای بر مبنای قلع و سرب را که اخیراً مورد استفاده قرار می گیرند، نشان می دهند. جدول ۲-۵ نیز اثر مهم دما را در افزایش خواص مقاومت این آلیاژها نشان می دهد. آلیاژهای با موارد استفاده عمومی تر در جدول ۳-۵ نشان داده می شوند. اثر درصدهای متفاوت اجزاء آلیاژی روی خواص مکانیکی و فیزیکی آلیاژهای بر مبنای حلب و سرب می تواند قابل ملاحظه باشد. افزایش مس یا سنگ سرمه، سختی و مقاومت کششی را افزایش داده و قابلیت نوردشدن را کاهش می دهد. به هرحال افزایشهای بیشتر از درصد نشان داده شده در جدول ۳-۵ می تواند کاهش مقاومت خستگی را نتیجه دهد.

۲-۲-۵ *آلیاژهای بر مبنای مس*

دو آلیاژ، یکی شامل ۶۰ درصد مس و ۴۰ درصد سرب و دیگری ۷۰ درصد مس و ۳۰ درصد سرب یا با کمی تفاوت، به عنوان مواد آستری روی یاتاقانهای با جنس فولادی استفاده می شوند. این آلیاژها یا به صورت قالب نواری یا تف جوش به صورت مصالح نواری در آمده و بنابراین یاتاقانی با ظرفیت محل بار بیشتری از یاتاقان با آستری با آلیاژ بابیت فراهم می آورند. آنها همچنین دارای مقاومت خستگی بالاتر بوده و می توانند در دمای بالاتری عمل نمایند ولی خواص ضد شکست ضعیفی دارند. این آلیاژها در موتورهای احتراق داخلی صنعت اتومبیل و هواپیما و در موتورهای دیزلی مورد استفاده قرار می گیرند. مقدار سرب بالای این آلیاژها، سطح یاتاقانی خوبی فراهم می آورند؛ ولی آنها را مستعد خوردگی می کند. مقاومت در مقابل خوردگی و خواص ضد شکست این آلیاژها وقتی که به صورت یاتاقانهای سه فلزی با یک روکش الکترولیزی سرب ـ حلب ـ یا سرب ـ ایندیوم روی سطح مس ـ سرب، مورد استفاده قرار گیرند، افزایش می یابد.

۳-۲-۵ *برنزها*

چندین آلیاژ برنزی شامل سرب، حلب، و برنزهای آلومینیومی به صورت گسترده ای به عنوان مواد یاتاقان مورد استفاده قرار می گیرند. بعضی از اینها در جدول ۴-۵ تشریح شده اند. به دلیل خواص ساختاری خوب، آنها را می توان به عنوان یاتاقانهای قالبی بدون مصالح فولادی به کار برد. یاتاقانها را همچنین می توان به صورت استاندارد ماشین کاری کرد.

جدول ۴-۵- مواد یاتاقان متداول از آلیاژ برنز و مس

Designation	Material	Cu	Sn	Pb	Zn	Fe	Al	Brinell hardness number, BNH	Tensile strength		Maximum operating temperature		Maximum load	
		Nominal composition, percent							MPa	ksi	°C	°F	MPa	ksi
SAE 480	Copper lead	65	--	35	--	--	--	25	55.2	8	177	350	13.8	2
AMS 4840	High-lead tin bronze	70	5	25	--	--	--	48	172.5	25	204+	400+	20.7+	3+
SAE 67	Semiplastic bronze	78	6	16	--	--	--	55	207.0	30	232	450	20.7+	3+
SAE 40	Leaded red brass	85	5	5	5	--	--	60	241.5	35	232	450	24.2	3.5
SAE 660	Bronze	83	7	7	3	--	--	60	241.5	35	232+	450+	27.6	4
SAE 64	Phosphor bronze	80	10	10	--	--	--	63	241.5	35	232+	450+	27.6	4
SAE 62	Gunmetal	88	10	--	2	--	--	65	310.5	45	260+	500+	27.6	4
SAE 620	Navy G	88	8	--	4	--	--	68	276.0	40	260	500	27.6+	4+
SAE 63	Leaded gunmetal	88	10	2	--	--	--	70	276.0	45	260	500	27.6+	4+
ASTM B148-52-9c	Aluminum bronze	85	--	--	--	4	11	195	621.0	90	260+	500+	31.1+	4.5+

برنزهای سربی شامل ۲۵ درصد سرب، ظرفیت حمل بار و مقاومت خستگی بالاتر و ظرفیتهای دمایی بالاتری از آلیاژهای بابیت فراهم می‌آورند. آلیاژهای شامل تا حدود ۱۰ درصد حلب، برای بهبود خواص مقاومتی استفاده می‌شوند. برنزهای با سرب بالاتر (۷۰ درصد مس، ۵ درصد حلب، و ۲۵ درصد سرب) را می‌توان برای محورهای نرم به کار برد؛ ولی برای محورهای سخت‌تر(300 BHN) بخصوص تحت شرایط روان‌کاری به صورت غیرمتمرکز، برنزهای سخت‌تر با سرب پایین‌تر توصیه می‌شوند. یاتاقانهای برنزی سربی در پمپها، موتورهای دیزلی، واگنهای راه آهن، وسایل منزل و موارد دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

برنزهای حلبی که شامل ۹ تا ۲۰ درصد حلب و مقادیر کوچکی از سرب (معمولاً کمتر از ۱ درصد) باشند، از برنزهای سربی سخت‌تر بوده و بدین جهت در کاربردهای در مقیاس سنگین‌تری استفاده می‌شوند.

۳-۵ غیرفلزات

اگرچه که مواد غیرفلزی مثل لاستیک و گرافیت کاربرد بسیاری یافته‌اند؛ ولی مواد پولیمری و پلاستیکی اخیراً بزرگترین اثر در اجزاء مربوط به تریبولوژی را داشته‌اند. این مواد به دو دسته تقسیم می‌شوند: موادترموستها(thermosetting) و ترموپلاستیک. درمواد ترموست، بافتهای همراه با الیاف بدون جهت، عموماً فنولیکها، یا گاهی کرسلیکها، و رزینها هستند.

جدول ۵-۵- محدودیتهای کاربردی مواد یاتاقان غیرفلزی

Material	Load-carrying capacity		Maximum temperature		Maximum speed		PV limit[a]
	MPa	psi	°C	°F	m/s	ft/min	
Carbon graphite	4.1	600	399	750	12.7	2500	15×10^3
Phenolics	41.4	6 000	93	200	12.7	2500	15
Nylon	6.9	1 000	93	200	5.1	1000	3
PTFE (Teflon)	3.4	500	260	500	.51	100	1
Reinforced PTFE	17.2	2 500	260	500	5.1	1000	10
PTFE fabric	414.0	60 000	260	500	.25	50	25
Polycarbonate (Lexan)	6.9	1 000	104	220	5.1	1000	3
Acetal resin (Delrin)	6.9	1 000	82	180	5.1	1000	3
Rubber	.34	50	66	150	7.6	1500	15
Wood	13.8	2 000	66	150	10.2	2000	15

[a] P = load (psi); V = surface speed (ft/min).

از مواد ترموپلاستیک نایلون به عنوان یک ماده یاتاقانی با ارزش شناخته شده است؛ زیرا دارای پولیمر پولی تترافلوریتلین[1] (PTFE) با اصطکاك پائین می باشد. امتیاز بزرگ این مواد این است که آنها را می توان بدون روان کاری به طور مؤثر به کار گرفت؛ گرچه خواص مکانیکی آنها عموماً کاربردشان را محدود به شرایط باری سبک و غالباً سرعتهای پایین و سطوح همدیسی می کنند.

محدودیتهای به کارگیری مواد غیر فلزی در جدول ۵-۵ نشان داده شده است. محدودیتهای ویژه نشان داده شده در این جدول، عبارت است از: ظرفیت حمل بار، دمای بیشینه، سرعت بیشینه، و حد PV که در آن P بار بر حسب پوند نیرو در اینچ مربع و V سرعت سطحی برحسب فوت در دقیقه، هستند.

۵-۳-۱ گرافیتهای کربنی

گرافیتهای کربنی علاوه بر خواص عالی خود روان کاری کننده، دارای چندین امتیاز دیگر نسبت به مواد معمولی و روان کننده ها هستند. آنها می توانند در مقابل دماهای حدود 370°C در آتمسفر اکسیداسیونی از قبیل هوا، ایستادگی کرده و در آتمسفرهای خنثی تا درجه

1- Polytetrafluoroeth

حرارت $700^{\circ}C$ یا در دماهای خیلی پایین مورد استفاده قرار گیرند. همچنین آنها را می توان در وسایلی که نیاز به جلوگیری از آلودگی روان کننده دارند، مثل ماشینهای نساجی و ماشین آلات مربوط به صنایع غذایی به کار برد. گرافیتهای کربنی به مقدار زیادی در مقابل حملات شیمیایی مقاومت داشته و در کاربردهایی که در آن مواد شیمیایی روان کننده های معمولی را مورد حمله قرار می دهند، مورد استفاده قرار می گیرند. آنها را می توان با روان کننده های بالزجت پایین مثل آب، گازوئیل یا هوا به کار گرفت.

گرافیتهای کربنی را می توان برای یاتاقانهای محور پمپها، رینگهای قسمتهای چرخنده پمپهای خارج از مرکز، و یاتاقانهای ژورنال و کف گرد در موتور پمپهای پوشیده و کاربردهای زیاد دیگری به کار گرفت. به خاطر ضریب انبساط پایین 2.7×10^{-6} mm/mm . $^{\circ}C$ ، آستری گرافیت کربنی به راحتی در داخل یک آستین فولادی قرار می گیرد. مصالح فولادی حمایت مکانیکی فراهم آورده، انتقال حرارت را بهبود بخشیده، و در نگهداری لقی محور کمک می کند. محور درگیرشونده باید از فلزات سخت تر ساخته شود؛ لذا صفحات کرومیوم، ابزار فولادی سخت، یا حتی بعضی از سرامیکها می توانند مورد استفاده قرار می گیرند.

یک PV با مقدار 15000 در حضور روان کننده استفاده می شود. بستگی به درجه ماده و کاربرد آن، ضرایب اصطکاک در محدوده از %4 تا 0.25 قابل کسب هستند. بخار آب جذب شده، تشکیل فیلم را افزایش داده و اصطکاک و فرسایش گرافیت کربنی را کاهش می دهد. بدون حضور بخار آب (رطوبت پایین) فرسایش افزایش می یابد. عموماً در کاربردهای روان کاری نشده باید از سرعتهای پایین و بارهای سبک استفاده نمود.

۲-۳-۵ فنولیکها[1]

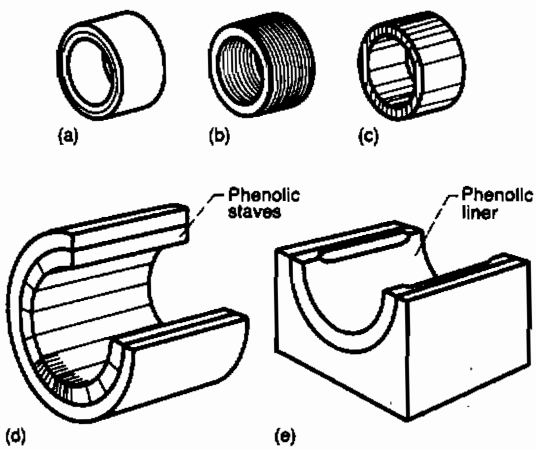
فنولیکها یکی از چندین نوع یاتاقانهای پلاستیکی هستند که در حال حاضر مورد استفاده قرار می گیرند. اینها به صورت فنولیکهای لایه ای هستند که از به عمل آوردن صفحات کاغذ یا پارچه با رزین فنولیک ساخته می شوند. این کار با چیدن تعدادی صفحات موردنظر و خشک کردن با حرارت و فشار برای درگیر کردن با یکدیگر و نیز قراردادن رزین انجام می شود. مواد پر کننده دیگر از قبیل گرافیت و سولفور مولیبدینوم[2] به صورت پودر اضافه می شوند تا کیفیت و مقاومت روان کننده را بهبود بخشند.

1- Phenolics

2- Molybdenum sulfure

شکل ۱-۵ ، جهات مختلف لایه های فنولیک به کار گرفته شده در یاتاقانها را نشان می دهد. یاتاقانهای لوله ای[شکل ۱-۵ (الف)] در جایی استفاده می شوند که در برگیری کامل مورد نظر باشد. در انجام خدمات با بار سبک یاتاقانهایی که در آن بار توسط لبه های لایه ها تحمل می شوند [شکل۱-۵ (ب) و (ج)] ، مورد استفاده قرار می گیرند. یاتاقانهای خمیده [شکل ۱-۵ (د)] اصولاً برای یاتاقانهای با لوله انتهایی و فرمان کشتیها و نیز برای یاتاقانهای هادی روی توربینهای با چرخ آبی عمودی، استفاده می شوند. یاتاقانهای قالبی [شکل ۱-۵ (هـ)] برای یاتاقانهای گردن چرخشی در کارخانجات فولاد، یا برای یاتاقانهای ساچمه ای مورد استفاده قرار می گیرند. جدول ۶-۵ بعضی از کاربردهای عمومی یاتاقانهای فنولیک را نشان می دهد.

فنولیکهای لایه ای بخوبی با ژورنالهای فولادی یا برنز کار می کنند. البته در زمانی که این یاتاقانها با روغن، آب و یا سایر مایعات روان کاری شوند. آنها در مقابل شکست، مقاومت خوبی دارند. یکی از عیبهای اصلی این مواد، ضرب هدایت حرارتی پایین 0.35 W / (m . C) ، حدود 1/150فولاد) آنهاست که باعث ممانعت از پخش حرارت اصطکاکی شده و یاتاقان را تبدیل به‌ذغال می کند. در یاتاقانهای گردن چرخشی، حرارت توسط یک جریان زیاد از آب از داخل یاتاقان دفع می شود.



شکل ۱-۵ - یاتاقانهای فنولیك لایه‌ای:(الف) یاتاقان لوله‌ای؛ ب ـ یاتاقان لایه‌ای محیطی؛ ج ـ یاتاقان لایه‌ای محوری؛ د ـ یاتاقان خمیده؛ هـ ـ یاتاقان قالبی

جدول ۶-۵- کاربردهای معمولی یاتاقانهای فنولیک لایه‌ای

Bearing application	Type[a]	Size range		Fabric weight		Resin, percent	Lubricant	Diametral clearance[b]		Principal reasons for using laminated phenolic bearing material
		mm	in.	g/m	oz/yd			mm	in.	
Roll neck	(e)	76–762	3–30	466–1552	15–50	40–60	Water or emulsion	0–13	0–0.5	Longer life, power saving due to lower friction, lower-cost water lubrication, greater cleanliness of operation, better holding of gage due to less water
Ship, stern tube	(d)	76–660	3–26	248	8	60	Water	0.001/mm diameter over 127 mm	0.001/in. diameter over 5 in.	Longer life, greater ease of handling and installing, higher load-carrying capacity particularly with impact loads, lower friction, greater corrosion and decay resistance, lower journal wear, greater local availability
Rudder, pintle	(a),(d)	76–660	3–26	93–248	3–8	55–60	Grease or water	0.001/mm diameter over 127 mm	0.001/in. diameter over 5 in.	
Small craft, stern tube	(c)	13–76	.5–3	248	8	60	Water	.127	.005	
Centrifugal pump	(a),(b),(c)	13–102	.5–4	93–248	3–8	60	Pumped liquid	127	.005	Longer life, better lubrication with pumped liquid (water, gasoline, chemical solutions, etc.)
Water wheel turbine, guide bearing	(d)	102–610	4–24	248	8	60	Water	.127	.005	Longer life, lower friction, no decay, less journal wear
Ball mill	(a),(e)	381–1219	15–49	202–466	6.5–15	55–60	Water or emulsion of water and grease	.381–.762	.015–.030	Longer life, higher load-carrying capacity, lower friction, lower lubricant cost
Aircraft, landing gear	(a)	51–381	2–12	93	3	60	Oil	0.001/mm diameter over 127 mm	0.001/in. diameter over 5 in.	Lighter weight, satisfactory dimensional stability and load-carrying capacity
Railway, bolster cup	Molded cone	--------	---	202	6.5	53	Grease	-----------	--------	Longer life, lower noise and vibration transmission

[a]See figure 5-1.
[b]Running clearance, does not include allowance for swelling.

فنولیکهای لایه ای دارای مقاومت خیلی خوبی درمقابل حملات شیمیایی بوده ومی توانند با آب، روغن، اسیدهای رقیق و محلولهای قلیایی به کار گرفته شوند. آنها با داشتن مدول کشسانی 3.45 تا 6.90 GPa در مقایسه با مدول کشسانی 3.45 GPa برای بابیتها، دارای قابلیت تطابق خوبی می باشند. فنولیکهای لایه ای همچنین دارای درجات بالایی از جا دادن هستند. این خاصیت در یاتاقانهای لوله عقبی در کشتی دارای امتیاز خوبی است که توسط آبی که شامل شن و دیگر رسوبات است، روان کاری می شود. آنها به خاطر خاصیت خوب برجهندگی،

بخوبی در مقابل خسارات ناشی از خستگی و بارگذاری ناگهانی مقاوم هستند و مثل بعضی از آلیاژهای بابیت چکش خوار نبوده یا تحت بارهای ناگهانی قابل کشیده شدن از حدیده نیستند. چون فنولیکهای لایه ای از الیاف آلی تشکیل شده اند، که بعضی از مایعات را جذب کرده و منبسط می شوند، تغییرات کوچکی در ابعاد آنها به وجود می آید. آب یا روان کننده های دارای آب، اثر قابل اندازه گیری بیشتری نسبت به روغنها در پایداری ابعادی فنولیکها دارند. انبساط در جهت عمود بر لایه ها (2 تا 3 درصد) بیشتر از آن در جهت موازی (0 تا 0.3 درصد) هست.

۵-۳-۳ نایلون

نایلون یکی از گروه های مواد ترموپلاستیک است که از پلاستیکهای ترموست و فنولیکها، متمایزاند. یاتاقانهای نایلونی را می توان قالب زد؛ یا پودرهای نایلونی را مانند حالت ساخت فلزات متخلخل تف جوش کرد. روغنهای نفتی و گریس ها، اسیدهای غذایی، شیر، محلولهای عکاسی و غیره تأثیری بر نایلون نداشته و بدین جهت در کاربردهایی که این گونه سیّالات شرکت دارند، می تواند مورد استفاده قرار گیرند.

نایلون مقاومت خوبی در برابر سایش و نرخ پایین فرسایش و خاصیت جذبی خوبی دارد. مثل بیشتر پلاستیکها خواص خوب ضدشکست داشته و به جای از بین رفتن، نرم و یا ذغال می شوند. ضریب هدایت حرارتی پایین [$0.24\ W/(m\ ^{\circ}C)$] داشته و در اثر گرماگرفتن زیاد از بین می روند. جریان سرد (خیز) تحت بار، یکی از معایب اصلی آن است. این اثر را می توان با حمایت کردن آستری نازك نایلونی در آستینهای فلزی کمینه کرد. یاتاقانهای نایلونی در وسایل منزل مثل همزنها، مخلوط کنها و دیگر کارهای با بار سبک کاربرد دارند.

۵-۳-۴ تفلون

تفلون یک ماده ترموپلاستیک برمبنای پولیمر پولی تترافلوروتیلن (PTFE) است که ضریب اصطکاك پایینی دارد. دارای خواص عالی خودروان کننده بوده و درخیلی ازکاربردها می تواندبه صورت خشک مورداستفاده قرار گیرد. درمقابل حمله شیمیایی توسط خیلی از حلالها و موادشیمیایی مقاوم بوده و می تواند درمحدوده دمای -260 تا $260\ ^{\circ}C$ مورد استفاده قرار گیرد. مثل نایلون، تحت بارمتمایل به شکل گیری دردمای محیط دارد. تفلون به شکل تعدیل نیافته نیز معایب شقی پایین، ضریب انبساط حرارتی بالا، ضریب هدایت حرارتی پایین، ومقاومت ضعیف

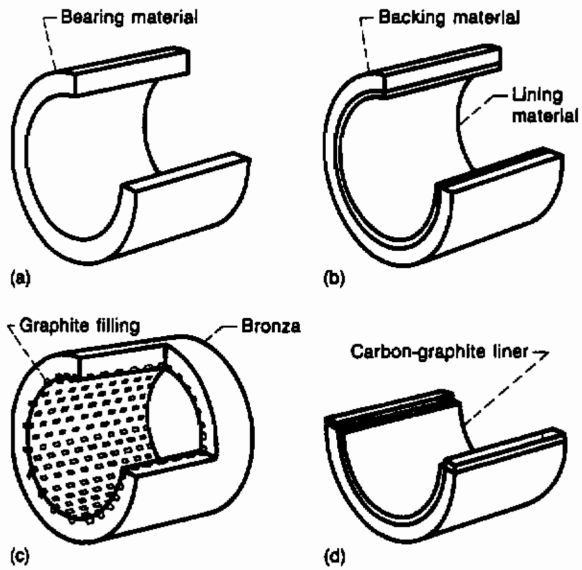
در برابر فرسایش را دارد. این خواص ضعیف را می توان با اضافه کردن الیافی از قبیل شیشه، سرامیکها، پودرهای فلزی و اکسیدهای فلزات، گرافیت، و یاسولفور مولیبدیوم، بهبود بخشید.

۵-۴ شکل سطوح یاتاقان

مطابق شکل ۲-۵، مواد فلزی و غیر فلزی تشریح شده در دو قسمت قبلی را می توان به چندین طریق در مورد سطوح یاتاقانها به کار گرفت.

۱ - **یاتاقان صلب** [شکل ۲-۵ (الف)] ؛ یاتاقانها مستقیماً از یک ماده ماشین کاری می شوند (چدن، آلیاژهای آلومنیوم، برنزها، فلزات متخلخل، غیره).

۲ - **یاتاقان آستری شده** [شکل ۲-۵ (ب)] ؛ ماده یاتاقان محدود به مصالح قویتر است. ضخامت آستری یاتاقان در محدوده از 0.25 mm تا مقدار 13 mm می تواند باشد. بیشتر روشهای پیوند جدید، به صورت متالورژی هستند، گرچه روشهای شیمیایی و مکانیکی نیز استفاده می شوند. ماده آستری می تواند به صورت قالب، اسپری، رسوب الکترولیز و یا به صورت شیمیایی به کار گرفته شود.



شکل ۲-۵- شکلهای مختلف سطوح یاتاقان: الف ـ یاتاقان صلب ؛ ب ـ یاتاقان آستری‌شده؛ ج ـ یاتاقان پرشده؛ د ـ یاتاقان با آستری جا زده شده.

۳- **یاتاقان پوشده** [شکل ۲-۵ (ج)] ؛ یک ماده قویتر یاتاقان با یک ماده ای که خواص روان کنندگی بهتری دارد، آغشته می شود (مثلاً، گرافیت آغشته شده به برنز).
۴- **یاتاقان با آستری جا زده شده** [شکل ۲-۵ (د)] ؛ گرافیت کربنی یا آستریهای پلاستیکی توسط وسایل نگه دارنده مثل گیره یا میخ چوبی یا پیچ ضامن در داخل آستینی فلزی جا زده می شوند.

۵-۵ مواد و رهیافتهای ساخت یاتاقانهای با عضو چرخنده

سطوح غیر همدیسی از قبیل یاتاقانهای با عضو چرخنده، در شرایطی کار می کنند که برای میلیونهاچرخه تنش، ضمن این که ساچمه ها یا چرخنده ها درمنطقه بار یایاقان می چرخند، تنشهای فشاری بالایی را اعمال می کنند. برای این چنین کاربردهایی، مواد ساچمه و ساچمه رو باید سخت بوده و در مقابل خستگی دارای مقاومت بالایی باشند.

تا حدود سال ۱۹۵۵، تکنولوژی مواد یاتاقان با جزء چرخنده، از طرف دانشمندان مواد مورد توجه زیادی قرار نگرفت. علی رغم محدودیت دمای $176^\circ C$ حدود برای فولاد 52100، مواد یاتاقان محدود به SAE 52100 و بعضی مرتبه های کربنی مثل AISI 4320 و AISI 9310 شدند که به نظر می رسید که برای بیشتر کاربردهای یاتاقانی کافی باشند. یک کمینه سختی قابل قبول راکول[1] C 58 معین شد. آزمایشها دلالت براین داشتند که عمر خستگی با افزایش سختی افزایش می یابد.

اختراع موتور توربین گازی هواپیما و احتیاج آن به یاتاقانهای با عضو چرخنده، تحرك عمده برای پیش بردن تکنولوژی مواد یاتاقان با عضو چرخنده را به وجود آورد. دماهای بالاتر، بارها و سرعتهای بالاتر و احتیاج برای دوام و اعتماد بیشتر، همگی محرکی برای توسعه و برآورد محدوده وسیعی از مواد جدید و روشهای رهیافت آنها بوده اند، ترکیب زحمات سازندگان یاتاقان، سازندگان موتور و مؤسسات دولتی ظرف سه دهه گذشته، نتایج تکان دهنده ای از پیشرفت عمر و قابلیت اعتماد و عملکرد یاتاقان با عضو چرخنده را ارائه داده اند. البته این بحث در این جا خیلی خلاصه است لذا برای بررسی کامل وضعیت پژوهش اخیر تکنولوژی یاتاقان و نیز طراحیهای اخیر آن، رجوع شود به بمبرگر[2] و دیگران (۱۹۸۰).

1- Rockwell
2- Bamberger et al

۱ -۵-۵ آلیاژهای آهنی

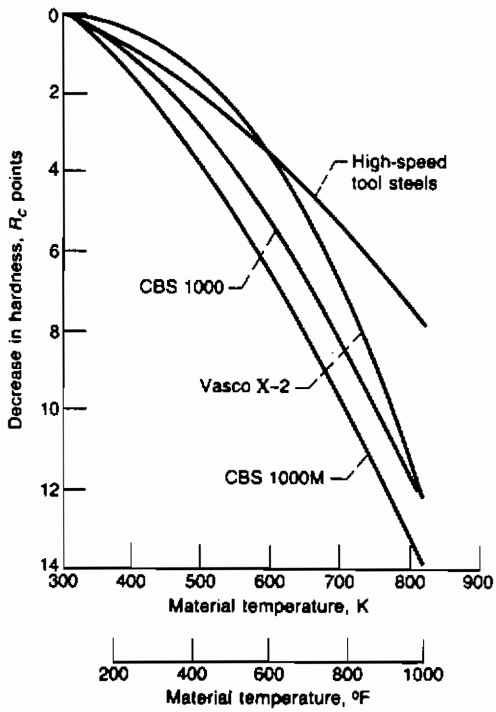
احتیاج برای قابلیت عمل در دماهای بالاتر، منتهی به بررسی چندین آلیاژ ابزار فولادی مولیبدنیوم و تانگستن به‌عنوان مواد یاتاقان شد. این آلیاژها دارای قابلیت نگهدارنده سختی در دمای بالا می باشند. اگرچه که چنین آلیاژهایی که ذوب شده و در محیط هوا قالب زده می شوند، عموماً به خاطر مواد خارجی غیر فلزی در مقابل خستگی مقاومت خوب ندارند. روشهای رهیافت در خلأ می تواند این مواد خارجی را کاهش داده یا حذف کند. روش استفاده شده شامل ذوب القایی در خلأ (VIM) و دوباره ذوب کردن با قوس الکتریک در خلأ می باشند (VAR). این آلیاژها کاملاً مورد بررسی قرار گرفته اند که نه تنها با ابزار فولادی به‌عنوان مواد یاتاقانی اکنون استفاده می شوند، بلکه با SAE 52100 و بعضی از فولادهای کربنی نیز مورد استفاده قرار می گیرند. جدول ۷-۵ نسبتاً به طور کامل آلیاژهای آهنی را که از هردو طریق تجربی و کاملاً توسعه یافته بدست آمده اند، نشان می دهد که طبق آن یاتاقانهای امروزه ساخته می شوند. AISI M–50، معمولاً VIM–VAR یا الکترود مصرفی ذوب خلأ (CEVM)، یک ماده کاملاً گسترده ای برای یاتاقان استفاده می شود. این ماده تا دماهای 315°C قابل استفاده بوده و معمولاً فاکتور عمر ۳ تا ۵ برای آن معین می شود. فولاد ابزار T–1 به طور نسبتاً گسترده در یاتاقانها و بخصوص در اروپا استفاده می شود. قابلیت نگهدارندگی سختی آن کمی بیشتر از M–50 بوده و تقریباً برابر با M–1 و M–2 است. این آلیاژها سختی کافی را تا حدود 400°C نگه می دارند.

فولادهای کربن یا با سطح سخت شده در خیلی از یاتاقانها استفاده می شوند، که در آنها به خاطر بارهای ناگهانی یا تنشهای خمش دوره‌ای، سختی فولادها کافی نیست. بعضی از مواد جدید در حال توسعه، مثل CBS 1000 و Vasco X–2، دارای قابلیت نگه دارنده قابل مقایسه ای با فولادهای ابزار دارند (شکل ۳-۵). آنها نیز به‌عنوان مواد با فرآیند خلأ کاملاً تمیزدر دسترس هستند و باید مقاومت کافی در مقابل خستگی ارائه دهند. فولادهای کربن در کاربردهای با سرعت خیلی بالا، از اهمیت بالایی برخوردارند. یاتاقانهای با ساچمه روهای تمام سخت، اخیراً محدود به ۲/۵ میلیو ن d_bN_a هستند (که در آن d_b قطر داخلی دهانه برحسب میلی متر و N_a سرعت چرخشی برحسب گردش در دقیقه می باشند). در مقادیر بزرگ تر d_bN_a، ترکهای خستگی به‌علت تنش محیطی زیاد، از میان ساچمه رو در حال گردش پخش می شود (بامبرگر و دیگران، ۱۹۷۶).

جدول ۷-۵- ترکیبات معمول یاتاقانهای فولادی انتخاب شده

Designation	C	P (max)	S (max)	Mn	Si	Cr	V	W	Mo	Co	Cb	Ni
	Alloying element, wt %											
SAE 52100[a]	1.00	0.025	0.025	0.35	0.30	1.45	---	---	---	---	---	---
MHT[b]	1.03	.025	.025	.35	.35	1.50	---	---	---	---	---	---
AISI M-1	.80	.030	.030	.30	.30	4.00	1.00	1.50	8.00	---	---	---
AISI M-2[a]	.83	↓	↓	.30	.30	3.85	1.90	6.15	5.00	---	---	---
AISI M-10	.85	↓	↓	.25	.30	4.00	2.00	---	8.00	---	---	---
AISI M-50[a]	.80	↓	↓	.30	.25	4.00	1.00	---	4.25	---	---	---
T-1 (18-4-1)[a]	.70	↓	↓	.30	.25	4.00	1.00	18.0	---	---	---	---
T15	1.52	.010	.004	.26	.25	4.70	4.90	12.5	.20	5.10	---	---
440C[a]	1.03	.018	.014	.48	.41	17.30	.14	---	.50	---	---	---
AMS 5749	1.15	.012	.004	.50	.30	14.50	1.20	---	4.00	---	---	---
Vasco Matrix II	.53	.014	.013	.12	.21	4.13	1.08	1.40	4.80	7.81	---	0.10
CRB-7	1.10	.016	.003	.43	.31	14.00	1.03	---	2.02	---	0.32	---
AISI 9310[c]	.10	.006	.001	.54	.28	1.18	---	---	.11	---	---	3.15
CBS 600[c]	.19	.007	.014	.61	1.05	1.50	---	---	.94	---	---	.18
CBS 1000M[c]	.14	.018	.019	.48	.43	1.12	---	---	4.77	---	---	2.94
Vasco X-2[c]	.14	.011	.011	.24	.94	4.76	.45	1.40	1.40	.03	---	.10

[a]Balance, iron.
[b]Also contains 1.36% Al.
[c]Carburizing grades.



شکل ۳-۵- سختی داغ CBS 1000 ، CBS 1000M ، Vasco X-2 ، و فولادهای ابزار با سرعت بالا

در کاربردهایی که یاتاقانها با روغنهای متداول روان کاری نمی شوند و در تمام اوقات در مقابل خوردگی محافظت نمی گردند، یک آلیاژ مقاوم در مقابل خوردگی باید به کار رود. یاتاقانهای روان کاری شونده با فیلم خشک، یاتاقانهای خنک شونده توسط گازهایی با دمای پایین قابل تبدیل به مایع، و یاتاقانهای متقابل با محیطهای خورنده مثل رطوبت زیاد و آب شور، کاربردهایی هستند که در آنها آلیاژهای مقاوم در مقابل خوردگی باید در نظر گرفته شوند. از آلیاژهای نشان داده شده در جدول ۷-۵، 440C و AMS 5749 هردو به آسانی در حرارتهای ذوب خلأ در دسترس هستند.

روشهای آهنگری و شکل دادن که باعث بهبود مقاومت در مقابل خستگی می شوند نیز توسعه داده شده اند. تجربیات نشان می دهند که جریان الیاف یا دانه موازی با سطح تحت تنش، برتر از جریان الیافی هستند که این سطح را قطع می کنند (بمبرگر، ۱۹۷۰؛ زارتسکی و اندرسون، ۱۹۶۶). روشهای شکل دادن که باعث ایجاد جریان دانه موازی بیشتری می شوند اکنون در ساخت خیلی از یاتاقانها، بخصوص یاتاقانهای با کاربرد بار زیاد، استفاده می شوند.

۲-۵-۵ *سرامیکها*

یاتاقانهای آزمایشگاهی از سرامیکهای مختلف از قبیل آلومین، سیلیکون کار باید، تیتانیوم کار باید، و سیلیکون نیتراید ساخته شده اند. استفاده از سرامیکها به عنوان ماده یاتاقان برای کاربردهای خاص به دلایل ذیل رو به رشد می باشد :

۱- دوام در دمای بالا؛ چون سرامیکها می توانند تا دمای $1000^\circ C$ رفتار کشسانی نشان دهند، آنها به وضوح انتخاب خوبی برای کاربردهای دمای بالا می باشند.

۲- مقاومت در مقابل خوردگی؛ سرامیکها لزوماً از لحاظ شیمیایی خنثی بوده و می توانند در خیلی از محیطهای مخالف با آلیاژهای آهن کار کنند.

۳- دانسیته پائین؛ این می تواند به بهبود ظرفیت یاتاقان در سرعتهای بالا تعبیر شود، که در آن اثرات خارج از مرکز غلبه می کنند.

۴- ضریب انبساط حرارتی پایین، تحت گرادیانهای حرارتی جدی، یاتاقانهای سرامیکی تغییرات ناگهانی کمتری از لحاظ هندسی و نقش داخلی در مقایسه با

یاتاقانهای از آلیاژهای آهنی از خود نشان می دهند .

نیترات سیلیکون به عنوان یک ماده یاتاقان توسعه داده شده است (سیبلی ، ۱۹۸۲ ؛ کاندیل و جیوردانو ، ۱۹۸۲) . یاتاقانهای نیترات سیلیکون عمرهای خستگی قابل مقایسه ، و در بعضی مثال ها ، بیشتر از M-50 ذوب شده در خلأ با کمیت بالا ، از خود نشان داده اند . دو مسأله باقی می ماند : ۱ - کنترل کیفیت و روشهای دقیق بازرسی ضد شکست برای تعیین قابلیت آنها ، ۲- قیمت تمام شده ؛ تراکم استاتیکی بهبود یافته ، مترولوژی ، و روشهای پرداخت کاری ، به صورت فعالانه در حال دنبال شدن می باشند .

۶-۵ خواص مواد متداول یاتاقان

این قسمت مقادیر شاخصی را برای تعدادی از خواص مواد صلب لازم در ارزشیابی یاتاقانهای فیلم سیّال فراهم می آورد . جداول و شکلهای ارائه شده در این قسمت از (۱۹۸۴) ESDU به دست آمدند . با خیلی از مواد ، محدوده وسیعی از خواص مقادیر توسط ، مثلاً عملیات حرارتی یا تغییر کوچکی در ترکیب ماده ، به دست می آیند . بنابراین مقادیر یادشده در این جداول ، فقط مقادیر معمولی هستند که به احتمال زیاد در کاربردهای روان کاری فیلم ساده با آنها روبرو می شویم . تمام خواص مواد برای دمای اطاق ($20^{\circ}C$) معرفی می شوند ، مگر آن که غیر از این بیان شده باشد .

مواد یاتاقانها به آسانی در سه گروه پایه ای دسته بندی می شوند : فلزات ، سرامیکها و پولیمرها ، این رویه در ابتدا برمبنای آرایش شیمیایی و ساختار اتمی بوده و بیشتر مواد به طور مستقل جزو یکی از این گروهها می باشند ؛ گرچه حالتهای میانی نیز وجود دارند . علاوه براین سه طبقه بندی اصلی ، یک گروه اضافی دیگر از مواد یاتاقانها به نام گروه مرکب ممکن است که در نظر گرفته شود . توضیح خلاصه طبقه بندی ماده و مشخصه های بیان کننده آنها در این جا داده می شود :

۱- **فلزات :** مواد فلزی معمولاً ترکیبی از اجزاء فلزی هستند که دارای تعداد زیادی الکترونهای غیرمحلی هستند . این بدان معنی است که این الکترونها متصل به اتمهای خاصی نیستند . فلزات هدایت کننده خیلی خوبی از الکتریسته و حرارت بوده و در نور قابل رؤیت شفاف نیستند ، یک سطح فلز صیقل داده شده

دارای ظاهر براقی می باشد. به علاوه فلزات با وجود محکمی، می توانند تغییر شکل دهند.

۲- **سرامیکها**؛ سرامیکها ترکیبی از اجزاء فلزی و غیر فلزی هستند. آنها معمولاً اکسیدها، نیتریدها و کاربیدها می باشند. محدوده گسترده موادی که در این طبقه بندی قرار دارند، شامل سرامیکهایی هستند که از خاك رس، سیمان، و شیشه تشکیل شده اند. این مواد عموماً عایق عبور الکتریسته و حرارت بوده و بیشتر از فلزات و پولیمرها مقاوم در مقابل دماهای بالا و محیطهای سخت هستند. از نظر رفتار مکانیکی، سرامیکها سخت ولی شکننده هستند.

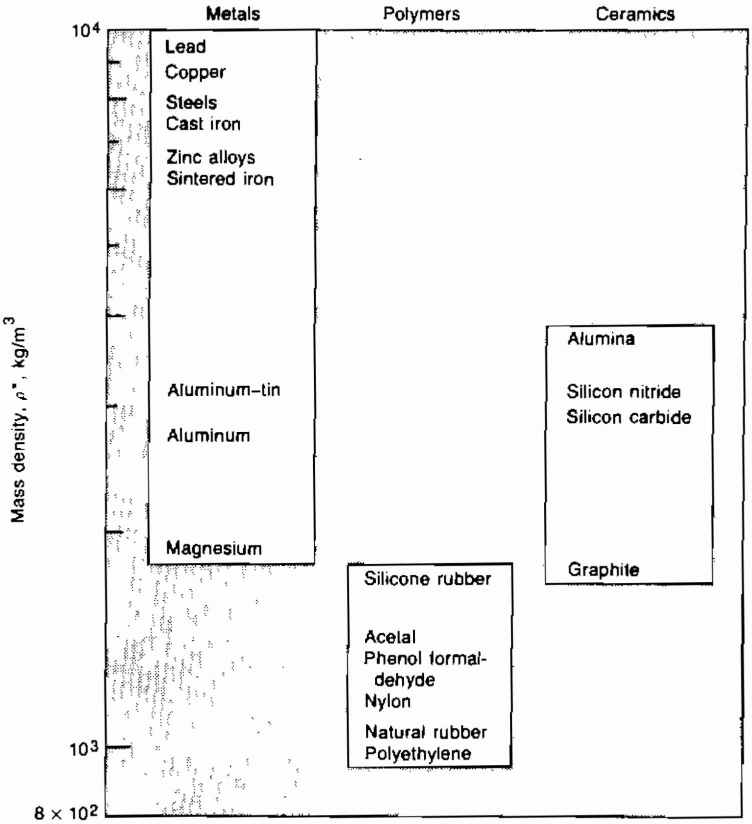
۳- **پولیمرها**؛ پولیمرها شامل مواد پلاستیکی و لاستیک هستند. خیلی از پولیمرها ترکیبات آلی هستند که از نظر شیمیایی بر مبنای کربن، هیدروژن، و دیگر اجزاء غیر فلزی می باشند. به علاوه آنها دارای ساختار مولکولی خیلی بزرگی هستند. این مواد عموماً دارای دانسیته پایین و بسیار قابل انعطاف می باشند.

۴- **مواد مرکب**:آنها دارای بیش از یک نوع ماده هستند. فایبرگلاس مثالی است که در آن الیاف شیشه در داخل یک ماده پولیمری جا داده می شود. یک ماده مرکب به این جهت طراحی می شود که ترکیبی از بهترین مشخصه های از مواد متشکله را به نمایش بگذارد. فایبرگلاس مقاومتش را از شیشه و قابلیت انعطافش را از پولیمر بدست می آورد.

اگرچه مواد مرکب موضوع این کتاب نیستند؛ ولی خواص سه طبقه بندی اصلی دیگر مواد، همراه با تعدادی از مواد شامل این طبقه بندی، بررسی خواهند شد.

۵-۶-۱ *دانسیته جرمی*

همان طور که در قسمت ۵-۴ خاطرنشان شد، دانسیته جرمی یک ماده صلب، عبارت است از جرم تقسیم بر حجم؛ بدین جهت واحد متریک برابر با کیلوگرم بر متر مکعب را دارد. مقادیر معمولی بین 10^3 و $10^4 kg/m^3$ قرار می گیرد. شکل ۵-۴، دانسیته جرم فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها را و جدول ۵-۸ مقادیر دانسیته جرم مواد مختلف در دمای اتاق $(20^{\circ}C)$ را نشان می دهند.



شکل ۴-۵- نمایش دانسیته جرمی برای فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها در درجه حرارت اتاق (68°F ، 20°C)

آلیاژ شدن دانسیته جرم را فقط به مقدار کمی تغییر می دهد؛ تا تقریب درجه اول، دانسیته جرم یک آلیاژ (جامد فلزی، نتیجه شده از تجزیه دو یا بیشتر از فلزات ذوب شده دریکدیگر) توسط «قانون مخلوطها» داده شود (مثلاً، درونیابی خطی بین دانسیته های جرم اجزاء آلیاژ).

۲-۶-۵ مدول کشسانی و ضریب پویسان[1]

یک بار کششی ساده اعمال شده بر یک میله، تنش σ_1 و کرنش ε_1 که :

1- Poisson's ratio

$$\sigma_1 = \frac{\text{بار}}{\text{مساحت سطح مقطع}} = \text{تنش در جهت محوری}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\text{تغییر در طول}}{\text{طول اولیه}} = \text{کرنش در جهت محوری}$$

ثابت کشسانی، یا مدول کشسانی (بعضی اوقات به عنوان «مدول یانگ[1]» نامیده می شود) را می توان نوشت:

$$E = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} \qquad (۵-۱)$$

گرچه تنشی در جهت عمود بر جهت محوری عمل نمی کند، به هرحال تغییرات ابعادی در این جهت وجود دارد؛ زیرا ضمن کشیده شدن میله در جهت محوری، در جهت عرضی، جمع خواهد شد. کرنش مربوط به جهت عرضی ε_2، توسط نسبت پویسان ν به کرنشهای محوری مربوط می شوند، به طوری که داریم:

$$\varepsilon_2 = -\nu\varepsilon_1 \qquad (۵-۲)$$

که در آن علامت منفی بدین معنی است که تغییرشکل عرضی در جهت مخالف با تغییر شکل محوری است. واحد متریک مدول کشسانی، نیوتن بر متر مربع یا پاسکال است و نسبت پویسان بدون بعد می باشد.

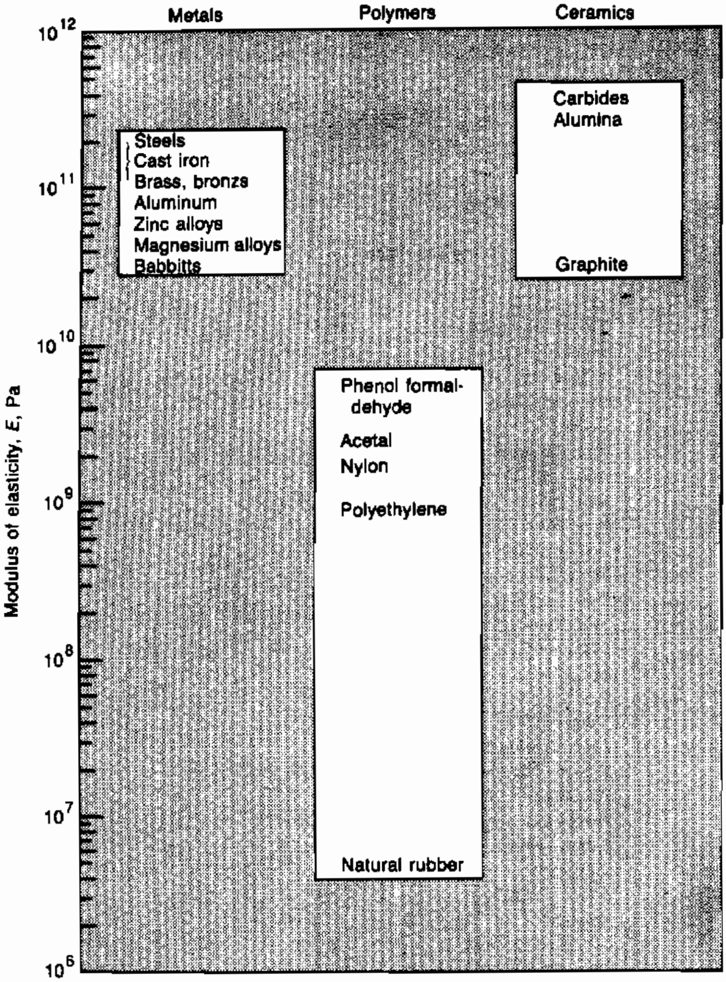
شکل ۵-۵، مقادیر مدول کشسانی برای فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها را در درجه حرارت اتاق (20°C) نمایش می دهد. جدول کشسانی برای فلزات و سرامیکها کاملاً مشابه هستند؛ ولی برای پلیمرها به مقدار قابل ملاحظه ای پایین تر هستند. جداول ۹-۵ و ۱۰-۵ مقادیر عددی مدولهای کشسانی و نسبت پویسان را به ترتیب برای فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها در دمای اتاق را نشان می دهند.

1- Young's Modulus

جدول ۸-۵- دانسیته جرم فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها در دمای اتاق

Material	Mass density, ρ[a]	
	kg/m^3	lbm/in.^{3}
Metals:		
Aluminum and its alloys[a]	2.7×10^3	0.097
Aluminum tin	3.1	.11
Babbitt, lead-based white metal	10.1	.36
Babbitt, tin-based white metal	7.4	.27
Brasses	8.6	.31
Bronze, aluminum	7.5	.27
Bronze, leaded	8.9	.32
Bronze, phosphor (cast)[b]	8.7	.31
Bronze, porous	6.4	.23
Copper	8.9	.32
Copper lead	9.5	.34
Iron, cast	7.4	.27
Iron, porous	6.1	.22
Iron, wrought	7.8	.28
Magnesium alloys	1.8	.065
Steels[c]	7.8	.28
Zinc alloys	6.7	.24
Polymers:		
Acetal (polyformaldehyde)	1.4	.051
Nylons (polyamides)	1.14	.041
Polyethylene, high density	.95	.034
Phenol formaldehyde	1.3	.047
Rubber, natural[d]	1.0	.036
Rubber, silicone	1.8	.065
Ceramics:		
Alumina (Al_2O_3)	3.9	.14
Graphite, high strength	1.7	.061
Silicon carbide (SiC)	2.9	.10
Silicon nitride (Si_3N_4)	3.2	.12

[a]Structural alloys.
[b]Bar stock typically 8.8×10^3 kg/m^3 (0.30 lbm/in.^{3}).
[c]Excluding "refractory" steels.
[d]"Mechanical" rubber.



شکل ۵-۵- نمایش مدولهای کشسانی برای فلزات مختلف پولیمرها ، و سرامیکها در دمای اتاق ($68^\circ F$ ، $20^\circ C$)

جدول ۹-۵- مدول کشسانی برای فلزات مختلف، پولیمرها ،وسرامیکها دردمای‌اتاق(68 F ، 20°C)

Material	Modulus of elasticity, E	
	GPa	Mlbf/in.^{2}
Metals:		
Aluminum	62	9.0
Aluminum alloys[a]	70	10.2
Aluminum tin	63	9.1
Babbitt, lead-based white metal	29	4.2
Babbitt, tin-based white metal	52	7.5
Brasses	100	14.5
Bronze, aluminum	117	17.0
Bronze, leaded	97	14.1
Bronze, phosphor	110	16.0
Bronze, porous	60	8.7
Copper	124	18.0
Iron, gray cast	109	15.8
Iron, malleable cast	170	24.7
Iron, spheroidal graphite[b]	159	23.1
Iron, porous	80	11.6
Iron, wrought	170	24.7
Magnesium alloys	41	5.9
Steel, low alloys	196	28.4
Steel, medium and high alloys	200	29.0
Steel, stainless[c]	193	28.0
Steel, high speed	212	30.7
Zinc alloys[d]	50	7.3
Polymers:		
Acetal (polyformaldehyde)	2.7	.39
Nylons (polyamides)	1.9	.28
Polyethylene, high density	.9	.13
Phenol formaldehyde[e]	7.0	1.02
Rubber, natural[f]	.004	.0006
Ceramics:		
Alumina (Al_2O_3)	390	56.6
Graphite	27	3.9
Cemented carbides	450	65.3
Silicon carbide (SiC)	450	65.3
Silicon nitride (Si_3N_4)	314	45.5

[a]Structural alloys.
[b]For bearings.
[c]Precipitation-hardened alloys up to 211 GPa (30 lbf/in.^{2}).
[d]Some alloys up to 96 GPa (14 lbf/in.^{2}).
[e]Filled.
[f]25-Percent-carbon-black "mechanical" rubber.

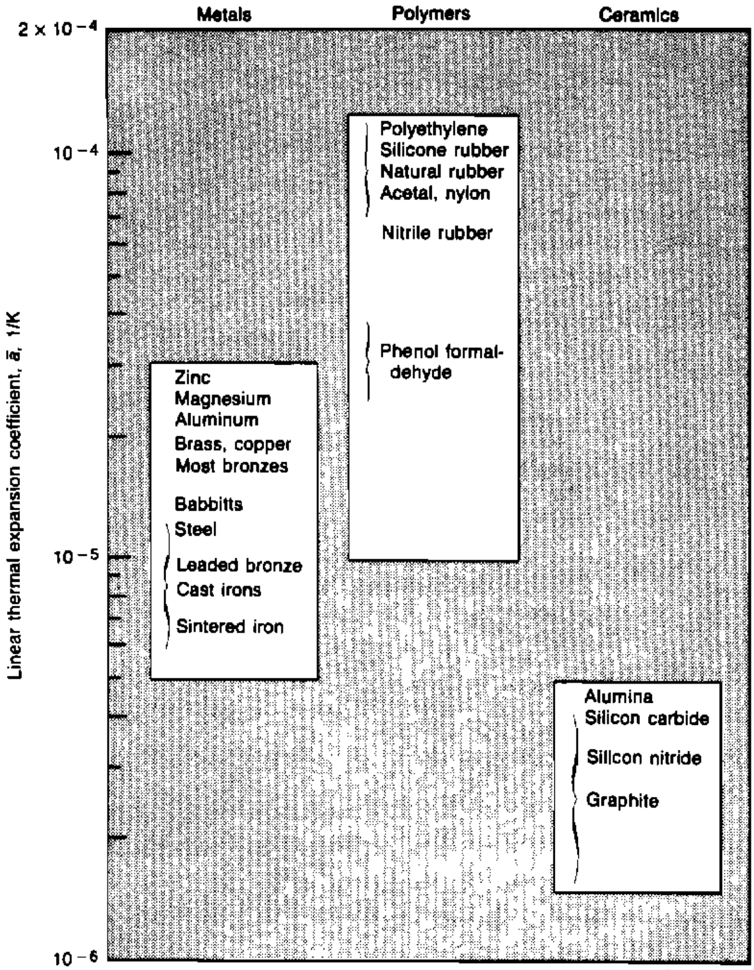
جدول ۱۰-۵- نسبت پویسان برای فلزات مختلف، پولیمرها ،وسرامیکها دردمای اتاق(20°C ، 68°F)

Material	Poisson's ratio, ν
Metals:	
Aluminum and its alloys[a]	0.33
Aluminum tin	----
Babbitt, lead-based white metal	----
Babbitt, tin-based white metal	----
Brasses	.33
Bronze	.33
Bronze, porous	.22
Copper	.33
Copper lead	----
Iron, cast	.26
Iron, porous	.20
Iron, wrought	.30
Magnesium alloys	.33
Steels	.30
Zinc alloys	.27
Polymers:	
Acetal (polyformaldehyde)	----
Nylons (polyamides)	.40
Polyethylene, high density	.35
Phenol formaldehyde	----
Rubber	.50
Ceramics:	
Alumina (Al_2O_3)	.28
Graphite, high strength	----
Cemented carbides	.19
Silicon carbide (SiC)	.19
Silicon nitride (Si_3N_4)	.26

[a]Structural alloys.

۵-۶-۳ ضریب انبساط خطی حرارتی

مواد مختلف در اثر حرارت با نرخ متفاوتی منبسط می شوند. طول یک جسم صلب برای هر درجه افزایش دما به اندازه معینی افزایش می یابد. این نتیجه برای محدوده نسبتاً بزرگی از دما، دقیق است. ضریب انبساط خطی حرارتی را می توان برای تغییر دمای انبساط یک جسم به کار برد. این مقدار برای هرماده توسط عددی به نام «انبساط خطی» یا «ضریب انبساط خطی حرارتی» $\bar{a}$ نامیده می شود. واحد متریک $\bar{a}$ ، برابر با معکوس کلوین است.



شکل ۶-۵- نمایش ضریب انبساط خطی حرارتی برای فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها در محدوده دمای 20 تا 200°C (68 تا 392°F)

شکل ۶-۵، ضریب انبساط خطی حرارتی برای فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها در محدوده دمای 200 تا 200°C را نشان می دهد. پولیمرها بالاترین مقدار را دارند و بعد از آن فلزات و سپس سرامیکها هستند. جدول ۱۱-۵ مقادیر ضریب انبساط خطی حرارتی برای فلزات مختلف، پولیمرها و سرامیکها را از 20 تا 200°C نشان می دهد.

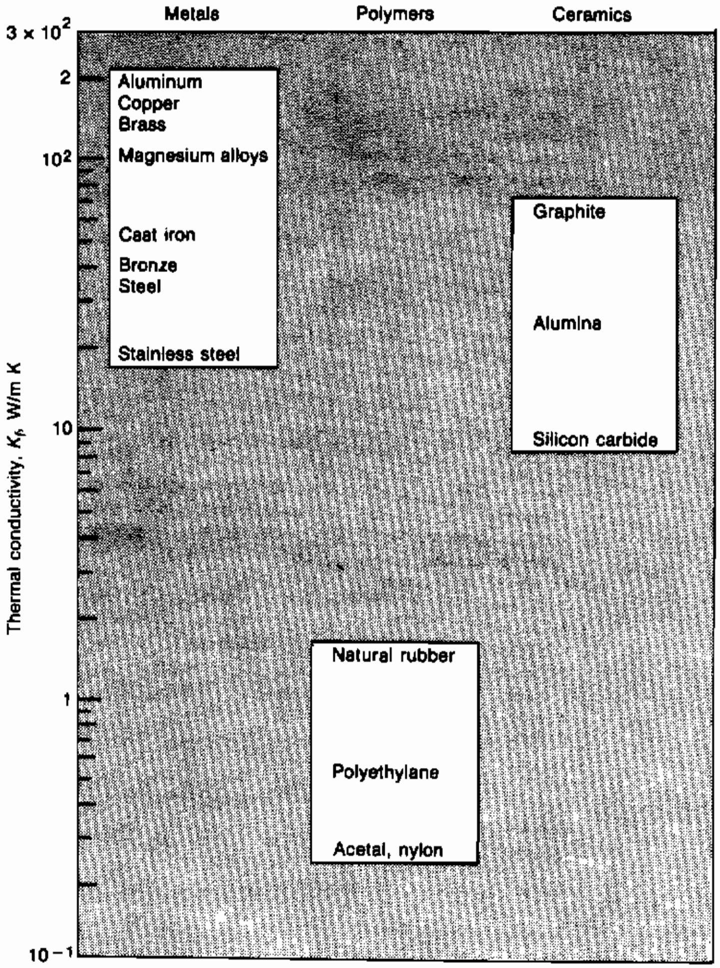
جدول ۱۱-۵، ضریب انبساط خطی حررتی برای فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها در محدوده دمای 20 تا 200 (68 تا 392°F)

Material	Linear thermal expansion coefficient, $\bar{a}$	
	1/K	1/°F
Metals:		
Aluminum	23×10^{-6}	12.8×10^{-6}
Aluminum alloys[a]	24	13.3
Aluminum tin	24	13.3
Babbitt, lead-based white metal	20	11
Babbitt, tin-based white metal	23	13
Brasses	19	10.6
Bronzes	18	10.0
Copper	18	10.0
Copper lead	18	10.0
Iron, cast	11	6.1
Iron, porous	12	6.7
Iron, wrought	12	6.7
Magnesium alloys	27	15
Steel, alloy[b]	11	6.1
Steel, stainless	17	9.5
Steel, high speed	11	6.1
Zinc alloys	27	15
Polymers:		
Thermoplastics[c]	$(60\text{–}100) \times 10^{-6}$	$(33\text{–}56) \times 10^{-6}$
Thermosets[d]	$(10\text{–}80) \times 10^{-6}$	$(6\text{–}44) \times 10^{-6}$
Acetal (polyformaldehyde)	90×10^{-6}	50×10^{-6}
Nylons (polyamides)	100	56
Polyethylene, high density	126	70
Phenol formaldehyde[e]	$(25\text{–}40) \times 10^{-6}$	$(14\text{–}22) \times 10^{-6}$
Rubber, natural[f]	$(80\text{–}120) \times 10^{-6}$	$(44\text{–}67) \times 10^{-6}$
Rubber, nitriles[g]	34×10^{-6}	62×10^{-6}
Rubber, silicone	57	103
Ceramics:		
Alumina (Al_2O_3)[h]	5.0	2.8
Graphite, high strength	4.5	.8-2.2
Silicon carbide (SiC)	4.3	2.4
Silicon nitride (Si_3N_4)	3.2	1.8

[a] Structural alloys.
[b] Cast alloys can be up to $15 \cdot 10^{-6}$/K.
[c] Typical bearing materials.
[d] 25×10^{-6}/K to 80×10^{-6}/K when reinforced.
[e] Mineral filled.
[f] Fillers can reduce coefficients.
[g] Varies with composition.
[h] 0 to 200°C.

۴-۶-۵ ضریب هدایت حرارتی

وقتی دو جسم با دماهای متفاوت را به یکدیگر بچسبانیم، مولکولهای جسم گرمتر که سریعتر حرکت می کنند با مولکولهای جسم سردتر که آهسته تر حرکت می کنند برخورد نموده و مقداری ازحرکتشان را به این مولکولها منتقل می کنند. جسم گرمتر انرژی از دست داده (دما پایین می آید)، ضمن این که جسم سردتر انرژی کسب می کند (دما بالا می رود). این فرآیند انتقال، وقتی که دو جسم به یک دما می رسند، متوقف می شود. این انتقال حرکت مولکولی در میان یک ماده به نام «ضریب هدایت حرارتی» نامیده می شود. مواد مختلف دارای سرعتهای انتقال مختلف می باشند. واحد متریک ضریب هدایت حرارتی K_f، وات بر متر-کلوین می باشد.



شکل ۷-۵- نمایش ضریب هدایت حرارتی برای فلزات مختلف، پولیمرها و سرامیکها

شکل ۷-۵ ، ضریب هدایت حرارتی فلزات مختلف ، پولیمرها ، و سرامیکها را نمایش می دهد . فلزات و سرامیکها عموماً هدایت دهنده های خوبی هستند و پولیمرها عایقهای خوبی می باشند . جدول ۱۲-۵ مقادیر عددی ضریب هدایت حرارتی داده شده در شکل ۷-۵ را نشان می دهد . در شکل ۷-۵ و جدول ۱۲-۵، بجز در مواقع ذکر شده منظور از دما ، دمای اتاق ($20^{\circ}C$ ، $68^{\circ}F$) می باشد .

۵-۶-۵ *ظرفیت ویژه حرارتی*

طبیعت یک ماده تعیین کننده مقدار حرارت منتقل شده به ، یا از یک جسم ، وقتی که دمای آن به اندازه معینی تغییر می کند ، است . تصور کنید که در یک آزمایش ، یک توپ چدنی و یک توپ از جنس بابیت (فلز سفید بر مبنای سرب) به اندازه یکسان را در نظر گرفته و هردو را تا دمای آب جوشان حرارت داده و سپس آنها را بر روی موم قرار می دهیم . خواهید دید که توپ چدنی مقدار قابل توجهی از موم را ذوب می کند ؛ ولی توپ از جنس بابیت هرچند که جرمش بیشتر است ، اما هیچ مقداری از موم را نمی تواند ذوب کند . بنابراین به نظر می رسد که مواد مختلف ، درسردکردن در محدوده یکسانی از دما ، مقدار حرارت متفاوتی را از دست می دهند .

مقدار انرژی حرارتی اتلافی و یا دریافتی ، وقتی که یک جسم دمایش تغییر می کند متناسب با جرم جسم ، مقدار تغییر دما و عدد مشخصه به نام «ظرفیت حرارتی ویژه» که ماده از آن تشکیل شده ، می باشد .

$$\therefore \hat{Q} = C_p m_a (\Delta t_m) \qquad (۵-۳)$$

که در آن داریم :

مقدار حرارت برحسب $\hat{Q} = J$

حرارت ویژه ماده بر حسب $C_p = J/(kg \cdot K)$

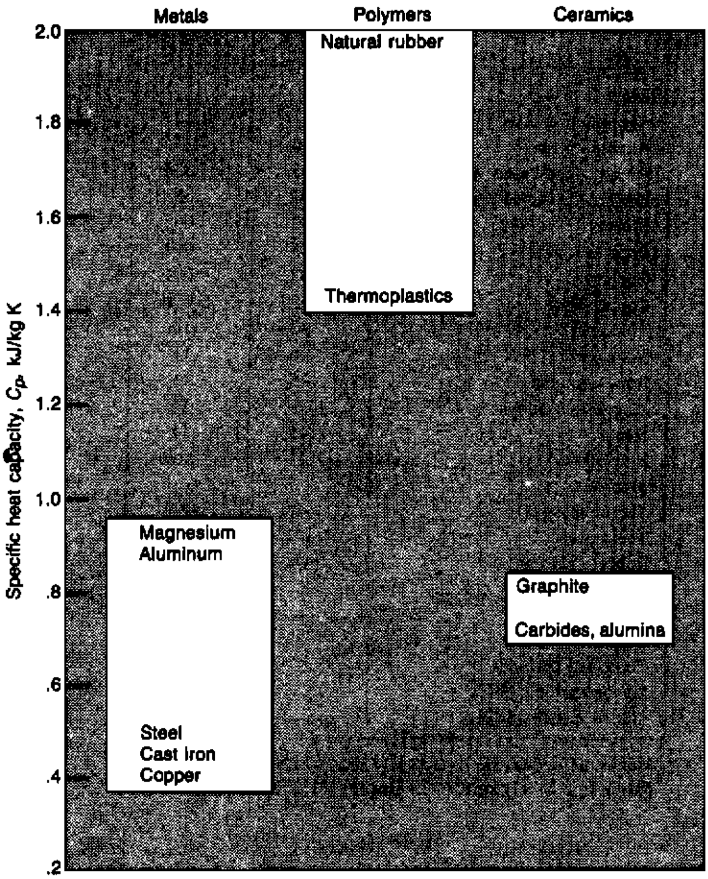
جرم جسم برحسب $m_a = kg$

تغییر دما برحسب ، $\Delta t_m = K$

جدول ۱۲-۵- ضریب هدایت حرارتی برای فلزات مختلف، پولیمرها، سرامیکها

Material	Thermal conductivity, K_f	
	W/m K	Btu/ft hr °F
Metals:		
Aluminum	209	120
Aluminum alloys, casting[a]	146	84
Aluminum alloys, silicon[b]	170	98
Aluminum alloys, wrought[c]	151	87
Aluminum tin	180	100
Babbitt, lead-based white metal	24	14
Babbitt, tin-based white metal	56	32
Brasses[a]	120	69
Bronze, aluminum[a]	50	29
Bronze, leaded	47	27
Bronze, phosphor (cast)[d]	50	29
Bronze, porous	30	17
Copper[c]	170	98
Copper lead	30	17
Iron, gray cast	50	29
Iron, spheroidal graphite	30	17
Iron, porous	28	16
Iron, wrought	70	40
Magnesium alloys	110	64
Steel, low alloy[c]	35	20
Steel, medium alloy	30	17
Steel, stainless[f]	15	8.7
Zinc alloys	110	64
Polymers:		
Acetal (polyformaldehyde)	.24	.14
Nylons (polyamides)	.25	.14
Polyethylene, high density	.5	.29
Phenol formaldehyde	------	------
Rubber, natural	1.6	.92
Ceramics:		
Alumina (Al_2O_3)[g]	25	14
Graphite, high strength	125	72
Silicon carbide (SiC)	15	8.6
Silicon nitride (Si_3N_4)	------	------

[a]At 100°C.
[b]At 100°C (~ 150 W/m K at 25°C).
[c]20 to 100°C.
[d]Bar stock typically 69 W/m K.
[f]Typically 22 W/m K at 200°C.
[g]Typically 12 W/m K at 400°C.



شکل ۸-۵- نمایش ظرفیت حرارتی ویژه برای فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها دردرجه حرارت اتاق ($20^\circ C$ تا $68^\circ F$)

جدول ۱۳-۵- ظرفیت حرارتی ویژه برای فلزات مختلف، پولیمرها، و سرامیکها در دمای اتاق

Material	Specific heat capacity, C_p	
	kJ/kg K	Btu/lb °F
Metals:		
Aluminum and its alloys	0.9	0.22
Aluminum tin	.96	.23
Babbitt, lead-based white metal	.15	.036
Babbitt, tin-based white metal	.21	.05
Brasses	.39	.093
Bronzes	.38	.091
Copper[a]	.38	.091
Copper lead	.32	.076
Iron, cast	.42	.10
Iron, porous	.46	.11
Iron, wrought	.46	.11
Magnesium alloys	1.0	.24
Steels[b]	.45	.11
Zinc alloys	.4	.096
Polymers:		
Thermoplastics	1.4	.33
Thermosets	----	----
Rubber, natural	2.0	.48
Ceramics:		
Alumina (Al_2O_3)	----	----
Graphite	.8	.2
Cemented carbides	.7	.17
Silicon carbide (SiC)	----	----
Silicon nitride (Si_3N_4)	----	----

[a]Aluminum bronze up to 0.48 kJ/kg K (0.12 Btu/lb °F).
[b]Rising to 0.55 kJ/kg K (0.13 Btu/lb °F) at 200°C (392°F).

شکل ۸-۵، ظرفیت ویژه حرارتی فلزات مختلف، پولیمرها و سرامیکها را در دمای اتاق (20°C) نشان می دهد. پولیمرها دارای گرمای ویژه کاملاً بالاتری از فلزات و سرامیکها هستند. جدول ۱۳-۵ مقادیر عددی اطلاعات ارائه شده در شکل ۸-۵ را نشان می دهند.

۷-۵ مؤخره

در این فصل، مشخصه های عمومی مواد یاتاقانها معین و بحث شد. بعضی از مشخصه های مطلوب بررسی شده در این فصل عبارتند از: قابلیت سازگاری با مواد در حال

تماس متقابل، قابلیت جذبی ذرات آشغال و فرسایندگی، و تغییر مکانها در ساختار، مقاومت، مقاومت در مقابل خوردگی، و مقاومت در مقابل خستگی هستند. انواع مختلف جنس یاتاقان که اکنون در دسترس هستند، برحسب این مشخصه ها ارزش یابی شده اند. این مواد شامل فلزات (بابیتها، برنزها، آلیاژهای آلومینیوم، فلزات متخلخل، و جایگزین فلز مثل نقره و ایندیوم) یا غیر فلزات (پلاستیکها، لاستیک، گرافیک کربنی، سرامیکها، کاربیدهای سیمانی، و اکسیدهای فلزی) هستند. مواد یاتاقانی قابل کاربرد در سطوح همدیسی که روان کاری هیدرودینامیکی در آن اتفاق می افتد و همچنین در مورد سطوح غیرهمدیسی که روان کاری الاستو هیدرو دینامیکی اتفاق می افتد، بحث شدند. تنشهای اعمال شده روی سطوح همدیسی و غیرهمدیسی به مقدار قابل ملاحظه ای متفاوت هستند؛ بنابراین احتیاجات سطح جامد کاملاً متفاوت می باشند. مقادیر خواص تعدادی از مواد، صلب لازم در ارزیابی یاتاقانهای فیلم سیّال را لیست می کند. این خواص شامل دانسیته جرم، مدول کشسانی، نسبت پویسان، ضریب انبساط خطی حرارتی، ضریب هدایت حرارتی، و ظرفیت حرارتی ویژه هستند. مقادیر این پارامترها برای فلزات مختلف، پولیمرها، سرامیکها در دمای اتاق مشخص شدند. موضوع توضیح داده شده و بسط یافته در این فصل، در فصلهای بعدی نیز مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۵-۸ مسائل

۵-۸-۱ انواع اصلی موادی که برای استفاده در یک یاتاقان ژورنال ساده، وقتی که یک روغن یا یک چربی به عنوان یک روان کننده غیر مطلوب در دسترس است را تشریح و مقایسه کنید.

۵-۹ فهرست منابع و مآخذ

Anderson, N. E., and Zaretsky, E. V. (1975): Short-Term Hot-Hardness Characteristics of Five Case-Hardened Steels. *NASA Tech. Note* D-8031.

Bamberger, E. N. (1970): Effect of Materials—Metallurgy Viewpoint. *Interdisciplinary Approach to the Lubrication of Concentrated Contacts*, P. M. Ku (ed.), *NASA Spec. Publ.* 237, pp. 409–437.

Bamberger, E. N., Zaretsky, E. V., and Signer, H. (1976): Endurance and Failure Characteristics of Main-Shaft Jet Engine Bearing at 3×10^6 *DN*. *J. Lubr. Technol.*, vol. 98, no. 4, pp. 580–585.

Bamberger, E. N., et al. (1980): Materials for Rolling Element Bearings. *Bearing Design–Historical*

Aspects, Present Technology and Future Problems, W. J. Anderson (ed.), *ASME*, New York, pp. 1–46.

Booser, E. R. (1966): Bearing Materials and Properties. *Mach. Des.*, vol. 38, Mar., pp. 22–28.

Clauser, H. R. (1948): Bearing Metals. (Materials and Methods Manual 40), *Mater. Methods*, vol. 28, no. 2, pp. 75–86.

Cundill, R. T., and Giordano, F. (1982): Lightweight Materials for Rolling Elements in Aircraft Bearings. *Problems in Bearings and Lubrication*, *AGARD/Conf. Proc.* 323, pp. 6–1 to 6–11.

Dowson, D. (1979): *History of Tribology*, Longman, London and New York.

Engineering Sciences Data Unit (ESDU) (1984): *Properties of Common Engineering Materials*. Item 84041, London.

Kaufman, H. N. (1980): Bearing Materials. *Tribology–Friction, Lubrication, and Wear*, A. Z. Szeri (ed.). Hemisphere Publishing Corp., Washington, D. C., pp. 477–505.

O'Conner, J. J., Boyd, J., and Avellone, E. A. (eds.) (1968): *Standard Handbook of Lubrication Engineering*. McGraw-Hill, New York.

Sibley, L. B. (1982): *Silicon Nitride Bearing Elements for High-Speed High-Temperature Applications*. *AGARD/Conf. Proc.* 323, pp. 5–1 to 5–15.

Zaretsky, E. V., and Anderson, W. J. (1966): Material Properties and Processing Variables and Their Effect on Rolling-Element Fatigue. *NASA Tech. Memo*. X–52227.

فصل ششم

جریان لزج

مطالب این فصل در بارهٔ جنبه هایی از مکانیک سیّالات است، که در درك روان کاری فیلم سیّال اهمیت دارند. چهار جنبه از جریان لزج که دارای اهمیت هستند، عبارتند از:

۱- نیروی مقاوم لزجت ناشی از سیّال، با نرخ تغییر شکل افزایش می یابد[1]. برای به حرکت درآوردن سیّال با سرعت بیشتر، به نیروی بزرگتری نیاز است.

۲- هنگامی که نیروی وارد بر سیّال حذف می شود، مولکولها به موقعیت اولیه خود بر نمی گردند. جریان سیّال به صورت یک تغییر حالت برگشت ناپذیر است و کاری که برای به حرکت درآوردن سیّال لزج انجام می شود، به حرارت تبدیل می گردد.

۳- لزجت یک مایع با افزایش دما کاهش می یابد. هرچه انرژی حرارتی بیشترباشد، آزادی حرکت مولکولها بیشتر است. (نیروی خارجی کمتری برای شتاب دادن آنها لازم است).

۴- لزجت مایع با افزایش فشار مثلاً در اتصالات ناهمدیسی[2] معمولاً افزایش می یابد. این افزایش لزجت ممکن است که تا چندین برابر لزجت اولیه باشد. این امر یک نکته مثبت محسوب می شود، زیرا بدان معنی است که هرچه که فشار بیشتری برای به خارج راندن یک روان کننده وارد شود، لزجت آن افزایش یافته و در مقابل خارج شدن مقاومت بیشتری از خود نشان می دهد.

1- Rate of deformation

2- Nonconformal

۶-۱ معادله پتروف[1]

در این بخش فرضیه نیوتن[2] (قسمت ۳-۴) برای یک یاتاقان ژورنال کامل و متحدالمرکز (شکل ۶-۱) به کار گرفته می شود. سپس نشان داده خواهد شد که ژورنال فقط هنگامی به صورت متحدالمرکز کار خواهد کرد که یکی از شرایط ذیل برقرار باشد:

۱- بار شعاعی وارده بر یاتاقان برابر با صفر باشد.
۲- لزجت روان کننده بی نهایت باشد.
۳- سرعت ژورنال بی نهایت باشد. هیچ کدام از این شرایط عملاً وجود ندارند؛ ولی اگر بار به اندازه کافی سبک، بوده و سرعت ژورنال هم به قدر کافی زیاد باشد و همچنین لزجت سیّال به اندازه کافی بالا باشد، در آن صورت خارج از مرکزی ژورنال نسبت به یاتاقان ممکن است آنقدرکوچک باشد که بتوان ضخامت فیلم روغن اطراف ژورنال را عملاً یکنواخت در نظر گرفت.

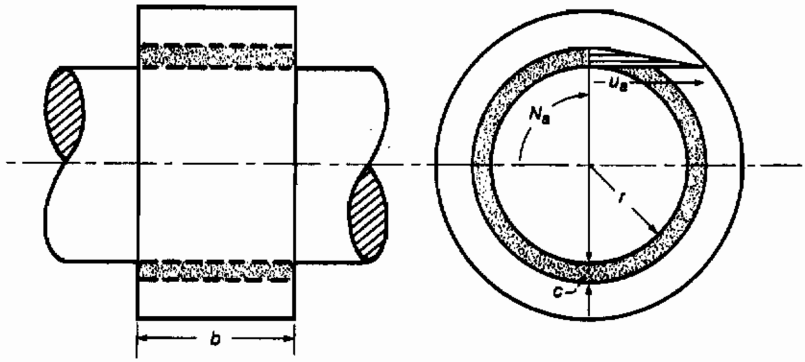
در یک یاتاقان ژورنال، همیشه فیلم روغن نسبت به شعاع ژورنال نازك است. بنابراین انحناء سطح یاتاقان را می توان نادیده گرفت و این فیلم را به صورت لایه جامدی با ضخامتی برابربا لقی شعاعی[3] و طولی برابر با $2\pi r$ و پهنایی برابر با b یا عرض یاتاقان در نظر گرفت (شکل ۶-۲). فرض کنید که لزجت در سرتاسر فیلم روغن ثابت باشد؛ در شکل ۶-۲، سطح تحتانی ثابت و سطح فوقانی با سرعت ثابت u_aدر حال حرکت است. پتروف (۱۸۸۳)، برای به دست آوردن معادله خود، شرط بدون لغزش بودن در فصل مشترك بین روان کننده و سطوح جامد را در نظر گرفت.

با به کارگیری فرض نیوتن به صورت معادله (۴-۲)، نیروی اصطکاك در یک ژورنال متحدالمرکز به صورت:

$$f = \eta_0 A \frac{u_a}{c} = \eta_0 2\pi r b \frac{2\pi r N_a}{c} = \frac{4\pi^2 \eta_0 r^2 b N_a}{c} \qquad (۶-۱)$$

1- Petrov　　2- Newton

3- Radial clearance



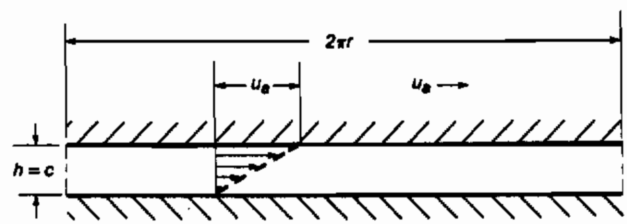
شکل ۱-۶ -یاتاقان ژورنال متحدالمرکز

بدست می آید که در آن، N_a سرعت برحسب دور در ثانیه و η_0 لزجت در $p = 0$ و دمای ثابت است. ضریب اصطکاك برای یک یاتاقان ژورنال متحدالمرکز را می توان به صورت:

$$\mu = \frac{f}{w_z} = \frac{4\pi^2\eta_0 r^2 bN_a}{c\,w_z} \qquad (۶-۲)$$

نوشت که در آن ω_z بار عمودی اعمال شده است. گشتاور اصطکاك برای یک یاتاقان ژورنال متحدالمرکز را می توان به صورت:

$$t_q = fr = \frac{4\pi^2\eta_0 r^3 bN_a}{c} = \frac{2\pi\eta_0 r^3 b\omega}{c} \qquad (۶-۳)$$



شکل ۲-۶- سطوح بازشده یاتاقان و ژورنال برای یك یاتاقان ژورنال متحدالمرکز

نوشت که در آن، $\omega = 2\pi N_a$ سرعت زاویه ای برحسب راویان بر ثانیه می باشد. معادله (۳-۶) معمولاً «معادله پتروف» نامیده می شود (به نام کسی که معادلهٔ مشابهی برای گشتاور، در تحقیقات خود که در سال ۱۳۸۳ منتشر شد، پیشنهاد کرد).

اتلاف قدرت برابر با سرعت ضرب در نیروی اصطکاك است. این اتلاف قدرت، برای یک یاتاقان ژورنال متحدالمرکز (با بار سبک)، را می توان برحسب توان اسب و به صورت:

$$H_p = \frac{8\pi^3}{(12)(550)}\frac{\eta_0 r^3 bN_a^2}{c} = (0.03758)\frac{\eta_0 r^3 bN_a^2}{c} \qquad (۶-۴)$$

بیان کرد، که در آن؛ لزجت در $p = 0$ و دمای ثابت، برحسب $\eta_0 = \text{lbf . s / in}^2$

شعاع ژورنال برحسب اینچ $= r$

پهنای ژورنال بر حسب اینچ $= b$

سرعت برحسب ثانیه ـ دور $= N_a$

لقی شعاعی برحسب اینچ $= c$

توجه شود که معادله (۴-۶) فقط برای این واحدها معتبر است.

۶-۲ معادلات ناویر ـ استوکس

در تجزیه و تحلیل روانکاری هیدرودینامیکی و در بسیاری از تجزیه و تحلیلهای مربوط به روان کاری الاستو هیدرو دینامیکی، روان کننده ها به صورت سیّالی نیوتونی فرض می شوند. همان طور که در فصل ۴ آورده شده است، در این نوع سیّالات تنش برشی رابطه بین نرخ تغییرشکل زاویه ای و به صورت خطی است. علاوه بر فرض رفتار نیوتنی سیّال، همچنین فرض کنید که جریان آرام وجود دارد. برای این شرایط، با در نظر گرفتن خواص مولکولی سیّال و استفاده از فرضیه لزجت نیوتن، ناویر[1] (۱۸۲۳) معادلات حرکت سیّالات لزج را بدست آورد. همچنین، معادلات حاکم بر جریان سیّالات لزج، به صورتی که فرم آنها مختصر تفاوتی با معادلات ناویر داشت، توسط استوکس[2] (۱۸۴۵) بدست آمد؛ لذا این معادلات با عنوان «معادلات حرکت ناویر ـ استوکس» شناخته می شوند.

1- Navier

2- Stokes

معادلات ناویر ـ استوکس را می توان با در نظر گرفتن تعادل دینامیکی یک المان سیّال بدست آورد. برای این منظور، لازم است که نیروهای اینرسی (یا شتاب دهنده)، نیروهای جرمی و نیروهای سطحی در نظر گرفته شوند.

۶-۲-۱ نیروهای سطحی

شکل ۶-۳، بعضی از تنشهای وارد بر سطوح المانی از یک سیّال لزج را نشان می دهد. بر روی هریک از سه سطح عمود بر یکدیگر، سه تنش وجود دارد که جمعاً نه مؤلفه تنش را بدست می دهد. از هر سه تنش عمل کننده روی یک سطح، تنش عمودی با σ و تنش برشی با τ مشخص شده اند. به منظور جلوگیری از شلوغی شکل، تنشهای روی سطح عمود بر محور در شکل نشان داده نشده اند. اولین اندیس در تنشهای برشی، جهت عمود بر صفحه ای را نشان می دهد که تنش برروی آن عمل می کند و دومین اندیس نیز جهت تنش را مشخص می کند.

در مورد تنشهای سطحی به پنج رابطه زیر باید توجه شود:

۱- برای برقراری تعادل گشتاورهای نیروهای وارد بر المان سیّال، تنشها باید متقارن باشند؛ یعنی جای اندیسها در تنشهای برشی را می توان تغییر داد:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \qquad \tau_{xz} = \tau_{zx} \qquad \tau_{yz} = \tau_{zy} \tag{۶-۵}$$

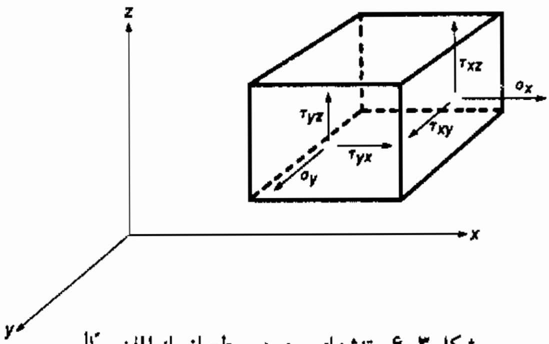
۲- فشار هیدرواستاتیک سیّال برابر با متوسط سه مؤلفه تنش عمودی در نظر گرفته می شود:

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = -3p \tag{۶-۶}$$

علامت منها به کار برده می شود؛ زیرا که فشار هیدروستاتیکی به صورت تنش فشاری است، در صورتی که تنشهای مثبت کششی هستند.

۳- اندازه تنشهای برشی به نرخ تغییر شکل سیّال بستگی دارد. برای بیشتر سیّالات این وابستگی به صورت:

$$\tau_{ij} = \eta\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{۶-۷}$$



شکل ۳-۶- تنشهای روی دو سطح از یك المان سیّال

می باشد، که در آن : لزجت مطلق برحسب $\eta = N . s / m^2$

مؤلفه های بردار سرعت برحسب u_i = m/s $(u_x = u, u_y = v, u_z = w)$

مؤلفه های بردار مختصات برحسب x_i = m $(x_x = x, x_y = y, x_z = z)$

به شباهت معادله (۷-۶) و فرض نیوتن [معادله (۱-۴)] توجه کنید. جملات داخل پرانتز در معادله (۷-۶) به اندازه تغییرشکل المان سیّالی ارتباط دارند.

۴- تنشهای عمودی را می توان به صورت :

$$\sigma_i = -p + \lambda_a \xi_a + 2\eta \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \tag{۶-۸}$$

نوشت، که در آن :

$$\xi_a = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \tag{۶-۹}$$

و λ_a ضریب دوم لزجت می باشد. ξ_a، دیورژانس بردار سرعت، نرخی را که سیّال از هر نقطه به خارج جاری می شود، یعنی تغییر حجم[1] یا انبساط سیّال را اندازه می گیرد.

۵- از معادله (۸-۶) :

$$\sigma_x = -p + \lambda_a \xi_a + 2\eta \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_y = -p + \lambda_a \xi_a + 2\eta \frac{\partial v}{\partial y}$$

1- Dilatation

$$\sigma_z = -p + \lambda_a \xi_a + 2\eta \frac{\partial w}{\partial z}$$

با جای گذاری این عبارات در معادله (۶-۶) داریم :

$$-3p + 3\lambda_a \xi_a + 2\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -3p$$

$$3\lambda_a \xi_a + 2\eta \xi_a = 0$$

یا :

$$\therefore \lambda_a = -2\eta/3 \tag{۶-۱۰}$$

بنابراین ضریب دوم لزجت را می توان به سادگی برحسب لزجت مطلق بیان کرد.

نتیجه گیری در مورد تنشهای سطحی را می توان به صورت :

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} \tag{۶-۱۱}$$

$$\tau_{ij} = \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{۶-۱۲}$$

$$\sigma_i = -p - 2\eta \xi_a/3 + 2\eta \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \tag{۶-۱۳}$$

بیان کرد. تنشهای عمودی و برشی سبب به حرکت درآمدن المان در جهتهای x ، y ، و z می شوند. نیروهای سطحی حاصل از این تنشها را می توان به صورت :

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_i} dx\,dy\,dz \tag{۶-۱۴ الف}$$

و :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dx\,dy\,dz \tag{۶-۱۴ ب}$$

بیان کرد.

۶-۲-۲ نیروهای جرمی

قسمتی از نیروهای لازم جهت به شتاب درآوردن یک المان سیّال را می توان توسط میدان نیروهای خارجی، مانند گرانش، که به تمام جرم المان بستگی دارد، فراهم آورد. اگر مؤلفه های میدان نیروی خارجی برای هر واحد جرم X_a، Y_a ، و Z_a باشند، مقدار این نیروها که بر یک المان وارد می شوند، عبارتند از :

$$X_a \rho \, dx \, dy \, dz \qquad Y_a \rho \, dx \, dy \, dz \qquad Z_a \rho \, dx \, dy \, dz \tag{۶-۱۵}$$

توجه کنید که واحدهای X_a ، Y_a ، Z_a متر بر مجذور ثانیه هستند، زیرا که جرم مخصوص نیرو دارای واحد نیوتن ـ مجذور ثانیه برمتر به توان چهار است .

۶-۲-۳ نیروهای اینرسی

سه مشتق کلی Du/Dt ، Dv/Dt ، و Dw/Dt سه مؤلفه شتاب سیّال را تشکیل می دهند . آنچه که در ذیل می آید اهمیت مشتق کلی را مشخص می کند. فقط مؤلفه سرعت درجهت x را در نظر بگیرید :

$$\therefore u = f(x, y, z, t) \tag{۶-۱۶}$$

مقدار تغییر u که درفاصله زمانی dt اتفاق می افتد، عبارت است از :

$$Du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \tag{۶-۱۷}$$

در حدّ، ضمن این که $dt \to 0$، داریم : $dx/dt = u$ ، $dy/dt = v$ و $dz/dt = w$. بنابراین اگر معادله (۶-۱۷) بر dt تقسیم شود، مشتق کلی برای مؤلفه u را می توان به صورت :

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \tag{۶-۱۸}$$

نوشت . به طور مشابه نیز برای مؤلفه های سرعت v و w ، داریم :

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \tag{۶-۱۹}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \qquad (۶-۲۰)$$

مشتق کلی تغییر سرعت یک المان سیّال را ضمن حرکت در فضا نشان می دهد. عبارت $\partial / \partial t$ به عنوان «مشتق موضعی»[1] شناخته می شود، زیرا که تغییرات سرعت نسبت به زمان در یک نقطه ثابت را نشان می دهد، سه جمله بعدی با یکدیگر دسته بندی شده و «دیفرانسیل جابجایی»[2] نامیده می شوند.

بنابراین، نیروهای لازم برای شتاب دادن المان سیّال در جهتهای x و y و z عبارتند از:

$$\rho\frac{Du}{Dt}\,dx\,dy\,dz \qquad \rho\frac{Dv}{Dt}\,dx\,dy\,dz \qquad \rho\frac{Dw}{Dt}\,dx\,dy\,dz \qquad (۶-۲۱)$$

۶-۲-۴ تعادل

با تعریف نیروهای سطحی، جرمی، و اینرسی وارده بر روی یک المان سیّال، حال لزوم تعادل دینامیکی را می توان به صورت ریاضی نوشت. وقتی که جمله مشترك $dx\ dy\ dz$ از هرجمله حذف شودو منتجه نیروی اینرسی برابربا مجموع نیروهای جرمی وسطحی قرارداده شوند:

$$\rho\frac{Du}{Dt} = \rho X_a + \frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} \qquad (۶-۲۲)$$

$$\rho\frac{Dv}{Dt} = \rho Y_a + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z} \qquad (۶-۲۳)$$

$$\rho\frac{Dw}{Dt} = \rho Z_a + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} \qquad (۶-۲۴)$$

با استفاده کردن از معادلات (۶-۱۱) تا (۶-۱۳)، معادلات ناویر ـ استوکس در مختصات کارتزین، عبارتند از:

$$\rho\frac{Du}{Dt} = \rho X_a - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}(\eta\xi_a) + 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\eta\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left[\eta\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\eta\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] \qquad (۶-۲۵)$$

1- Local derivative

2- Convective differential

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho Y_a - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial y}(\eta \xi_a) + 2\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[\eta\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\eta\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\right] \tag{۶-۲۶}$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho Z_a - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial z}(\eta \xi_a) + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta \frac{\partial w}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[\eta\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\eta\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\right] \tag{۶-۲۷}$$

عبارات سمت چپ این معادلات نماینده اثرات اینرسی و عبارات سمت راست به ترتیب نیروی جرمی، گرادیان فشار و جملات مربوط به لزجت هستند. معادلات (۲۵-۶) تا (۲۷-۶) عمومی ترین شکل معادلات ناویر ـ استوکس بیان شده در دستگاه مختصات کارتزین برای یک سیّال نیوتنی است. این معادلات در مکانیک سیّالات نقش اساسی را بازی می کنند و تقریباً همه کارهای تحلیلی درگیرباسیّال لزج، برمبنای آنها است. این معادلات هنوز به جرم مخصوص ثابت یا لزجت ثابت محدودنشده است. آنها، برای جریان متراکم لزج، با لزجت متغیرمعتبر هستند.

توجه داشته باشید که اگر از جملات مربوط به اینرسی در معادلات (۲۵-۶) تا (۲۷-۶) چشم پوشی شوند (سمت چپ این معادلات برابر با صفر قرار گیرند)، این شکل از معادلات، بعضی اوقات به عنوان «معادلات استوکس» نامیده می شوند.

۶-۲-۵ شکلهای استاندارد

برای تمام فرمهای معادلات ناویر ـ استوکس که در این قسمت ارائه می شوند، فرض براین است که لزجت ثابت است $(\eta = \eta_0)$.

۶-۲-۵-۱ مختصات کارتزین

اگر لزجت ثابت فرض شود، معادلات ناویر ـ استوکس در دستگاه مختصات کارتزین را می توان ساده کرده و به صورتهای زیر نوشت:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho X_a - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta_0\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \frac{\eta_0}{3}\frac{\partial \xi_a}{\partial x} \tag{۶-۲۸}$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho Y_a - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta_0\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + \frac{\eta_0}{3}\frac{\partial \xi_a}{\partial y} \qquad (۶-۲۹)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho Z_a - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta_0\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \frac{\eta_0}{3}\frac{\partial \xi_a}{\partial z} \qquad (۶-۳۰)$$

حال اگر علاوه بر لزجت، دانسیته نیرو نیز ثابت باشد $(\rho = \rho_0)$ ، آنوقت آخرین جمله در سمت راست این معادلات صفر می شود. قبلاً [معادله (۹-۶)] $\xi_a = \partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z$ به عنوان تغییر حجم یا اندازه گیر نرخی که در آن سیّال از هر نقطه خارج می شود، یعنی اندازه گیر انبساط سیّال، تعریف شد. اگر جرم مخصوص سیّال برابر با دانسیته نیرو در $\partial\rho = 0$ و در دمای ثابت باشد $(\rho = \rho_0)$ ، سپس $\xi_a = 0$ است.

۶-۲-۵-۲ مختصات استوانه ای

در سیستم مختصات استوانه ای با r, θ, z به ترتیبی که $x = r \cos\theta$، $y = r \sin\theta$، و $z = z$ باشد، معادلات ناویر-استوکس برای لزجت و جرم مخصوص ثابت را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\rho_0\left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r}\right)$$
$$= \rho_0 X_c - \frac{\partial p}{\partial r} + \eta_0\left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right) \qquad (۶-۳۱)$$

$$\rho_0\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r}\right)$$
$$= \rho_0 Y_c - \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \eta_0\left(\nabla^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right) \qquad (۶-۳۲)$$

$$\rho_0\left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) = \rho_0 Z_c - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta_0\nabla^2 v_z \qquad (۶-۳۳)$$

که در آن :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{۶-۳۴}$$

است .

۶-۲-۵-۳ مختصات کروی

معادلات قابل مقایسه با (۳۱-۶) تا (۳۴-۶) برای معادلات ناویر- استوکس در مختصات کروی ϕ ، θ ، r که در آن :

$$\begin{aligned} x &= r\sin\theta\cos\phi \\ y &= r\sin\theta\sin\phi \\ z &= r\cos\theta \end{aligned} \tag{۶-۳۵}$$

عبارتند از :

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r}$$
$$= X_s + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\eta_0}{\rho_0}\left(\nabla^2 v_r - \frac{2v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{2v_\theta\cot\theta}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}\right) \tag{۶-۳۶}$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\theta}{r} - \frac{v_\phi^2\cot\theta}{r}$$
$$= Y_s - \frac{1}{\rho_0}\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\eta_0}{\rho_0}\left(\nabla^2 v_\theta + \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2\sin^2\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}\right) \tag{۶-۳۷}$$

$$\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_\phi v_r}{r} + \frac{v_\theta v_\phi\cot\theta}{r}$$
$$= Z_s - \frac{1}{\rho_0}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial p}{\partial \phi}$$
$$+ \frac{\eta_0}{\rho_0}\left(\nabla^2 v_\phi - \frac{v_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial v_r}{\partial \phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial v_\theta}{\partial \phi}\right) \tag{۶-۳۸}$$

که در آن :

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \qquad (۶-۳۹)$$

می باشد .

۶-۲-۵-۴ جریان مغشوش ـ مختصات کارتزین

تا این جا ، فرض بر آرام بودن جریان بوده است ؛ لذا بیشتر این کتاب فقط درمورد جریان آرام خواهد بود . ولی تشریح معادلات ناویر ـ استوکس درجریان مغشوش نیزلازم و مهم است .

درجریان آرام الگوی سرعت یکنواخت وقابل پیش بینی است ، درصورتی که برای جریان مغشوش الگوی سرعت درجایی که ادیها[1] و گردابه ها[2] وجوددارند ، تغییرمی کندوجریان نامنظم است . بنابراین خواص جریان ازقبیل سرعتها و فشار ، نسبت به زمان و مکان تغییرات اتفاقی نشان می دهند . به این دلیل ، مقدارلحظه ای اهمیت‌کاربردی کمی داردومقدارمتوسط ، قابل توجه است .

بنابر این ممکن است که ما فشار و سرعتها را به صورت ذیل بیان کنیم :

$$\begin{aligned} p &= p^* + p' \qquad v = v^* + v' \\ u &= u^* + u' \qquad w = w^* + w' \end{aligned} \qquad (۶-۴۰)$$

که در آن مقادیر ستاره دار مقدار متوسط و مقادیر پریم دار انحراف از مقدار متوسط هستند .

با جایگذاری معادله (۶-۴۰) در معادلات (۶-۲۸) تا (۶-۳۰) ، و با پیروی کردن از طرز عمل ، مثلاً ، سزری[3] (۱۹۸۰) داریم :

$$\begin{aligned} &\rho^*\frac{\partial u^*}{\partial t} + \rho^* u^*\frac{\partial u^*}{\partial x} + \rho^* v^*\frac{\partial u^*}{\partial y} + \rho^* w^*\frac{\partial u^*}{\partial z} \\ &\quad = \rho^* X_a - \frac{\partial p^*}{\partial x} + \eta_0\frac{\partial^2 u^*}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial x}[\rho^*(u'u')^*] \\ &\qquad - \frac{\partial}{\partial y}[\rho^*(u'v')^*] - \frac{\partial}{\partial z}[\bar{\rho}(u'w')^*] \end{aligned} \qquad (۶-۴۱)$$

1- eddy
2- vortices
3- Szeri

$$\rho^*\frac{\partial v^*}{\partial t}+\rho^*u^*\frac{\partial v^*}{\partial x}+\rho^*v^*\frac{\partial^*}{\partial y}+\rho^*w^*\frac{\partial v^*}{\partial z}$$
$$=\rho^*Y_a-\frac{\partial p^*}{\partial y}+\eta_0\frac{\partial^2 v^*}{\partial z^2}-\frac{\partial v^*}{\partial x}[\rho^*(u'v')^*]$$
$$-\frac{\partial}{\partial y}[\rho^*(v'v')^*]-\frac{\partial}{\partial z}[\rho^*(v'w')^*] \tag{۶-۴۲}$$

$$\rho^*\frac{\partial w^*}{\partial t}+\rho^*u^*\frac{\partial w^*}{\partial x}+\rho^*v^*\frac{\partial w^*}{\partial z}+\rho^*w^*\frac{\partial w^*}{\partial z}$$
$$=\rho^*Z_a-\frac{\partial p^*}{\partial z}+\eta_0\frac{\partial^2 u^*}{\partial z^2}-\frac{\partial}{\partial x}[\rho^*(u'w')^*]$$
$$-\frac{\partial}{\partial y}[\rho^*(v'w')^*]-\frac{\partial}{\partial z}[\rho^*(w'w')^*] \tag{۶-۴۳}$$

اگر ما از جملات اینرسی و نیروی جرمی صرف نظر کرده و فقط تنشهای مغشوش غالب را نگهداریم، معادلات بالا می شوند.

$$0=-\frac{\partial p^*}{\partial x}+\eta_0\frac{\partial^2 u^*}{\partial z^2}-\frac{\partial}{\partial z}[\rho^*(u'w')^*] \tag{۶-۴۴}$$

$$0=-\frac{\partial p^*}{\partial y}+\eta_0\frac{\partial^2 v^*}{\partial z^2}-\frac{\partial}{\partial z}[\rho^*(v'w')^*] \tag{۶-۴۵}$$

$$0=-\frac{\partial p^*}{\partial z}+\eta_0\frac{\partial^2 w^*}{\partial z^2}-\frac{\partial}{\partial z}[\rho^*(w'w')^*] \tag{۶-۴۶}$$

معادلات (۶-۴۴) تا (۶-۴۶) نشان می دهند که برخلاف جریان آرام، در جریان مغشوش گستره فشار در عرض فیلم دیگر هیدرواستاتیک نیست.

۶-۳ معادله پیوستگی

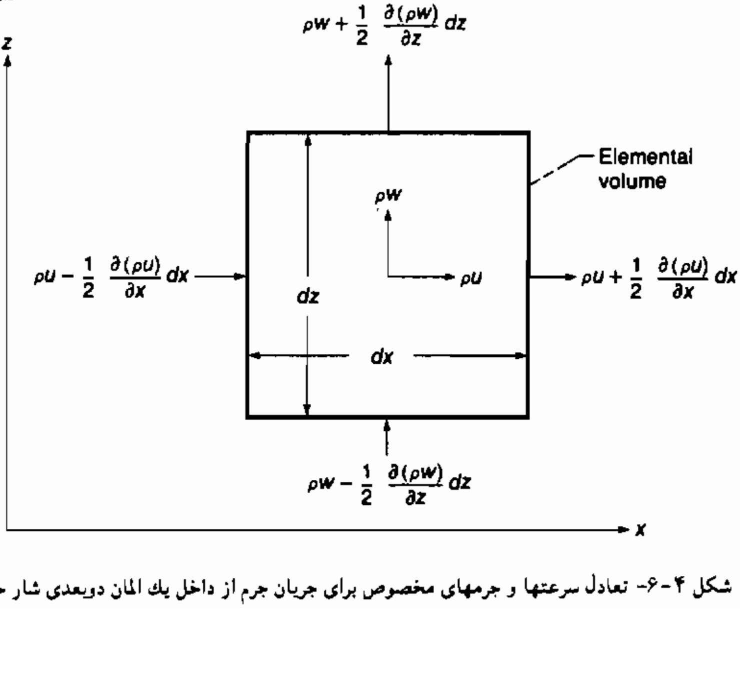
معادلات ناویر ـ استوکس شامل سه معادله و چهار مجهول هستند: u، v، w، و p.

لزجت و جرم مخصوص را می توان به عنوان تابعی از فشار و دما نوشت. چهارمین معادله توسط «معادله پیوستگی» فراهم می شود. اصل بقاء جرم ایجاب می کند که، جرم مؤثر خارج شده از یک حجم سیّال، باید برابر با کاهش جرم داخل این حجم باشد. این امر به سادگی با مراجعه به شکل ۴-۶، محاسبه می شود. جریان جرم در واحد زمان و مساحت، از داخل یک سطح، برابر با حاصل ضرب سرعت عمود براین سطح و جرم مخصوص است. بنابراین مؤلفه xشار جرم در واحد سطح در مرکز حجم، ρu است. ولی این شار، همان طوری که در شکل ۴-۶ نشان داده شده است، از یک نقطه تا نقطه دیگر تغییر می کند؛ بنابراین جرم مؤثر خارج شونده در واحد زمان برابر با :

$$\left[\rho u + \frac{1}{2}\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\,dx\right]dz + \left[\rho w + \frac{1}{2}\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\,dz\right]dx - \left[\rho u - \frac{1}{2}\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\,dx\right]dz - \left[\rho w - \frac{1}{2}\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\,dz\right]dx$$

است، و این مقدار باید برابر با نرخ جرم کاهش شونده در داخل المان باشد؛ یعنی داریم:

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t}\,dx\,dz$$



شکل ۴-۶- تعادل سرعتها و جرمهای مخصوص برای جریان جرم از داخل یك المان دوبعدی شار حجمی

با ساده سازی این مقدار برابر است با :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0$$

که وقتی جهت y در آن گنجانده شود معادله پیوستگی حاصل می گردد :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \qquad (۶-۴۷)$$

اگر دانسیته نیرو ثابت باشد، معادله پیوستگی می شود :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (۶-۴۸)$$

اعتبار این معادله، بستگی به تابعیت سرعت از زمان ندارد.

معادله پیوستگی در مختصات استوانه ای که $z = z$ ، $x = r \cos\theta$ و $y = r \sin\theta$ است را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r v_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \qquad (۶-۴۹)$$

معادله پیوستگی در مختصات کروی (r, θ, ϕ) و با استفاده از معادله (۶-۳۵) به صورت زیر است :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r^2 v_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}(\rho v_\phi) = 0 \qquad (۶-۵۰)$$

این معادله پیوستگی برای جریان مغشوش می شود :

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \frac{\partial(\rho^* u^*)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho^* v^*)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho^* w^*)}{\partial z} = 0 \qquad (۶-۵۱)$$

حال که عبارات عمومی برای معادلات ناویر ـ استوکس و معادله پیوستگی به دست آمدند، چهار قسمت بعدی نشان خواهند داد که چگونه شکل ساده شده این معادلات را می توان برای کاربردهای ویژه به کار گرفت.

۶-۴ جریان بین صفحات تخت موازی

نرخ جریان در لقی بین دو سطح موازی مطابق شکل ۵-۶ را در نظر بگیرید. سطح بالایی با سرعت u_a در حال حرکت، و سطح پایینی در حالت سکون است.

فرضهای ذیل اعمال می شوند:

۱- اثر اینرسی کوچک است.

۲- عبارات نیروی جرمی می توانند صرف نظر شوند.

۳- لزجت و جرم مخصوص را می توان ثابت در نظر گرفت.

۴- $dp/dz = dp/dy = 0$.

۵- ضخامت فیلمی، خیلی کوچکتر از ابعاد دیگر است.

برای این گونه کاربردها، معادله ناویر ـ استوکس به صورت تعدیل می یابد:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\eta_0}\frac{dp}{dx}$$

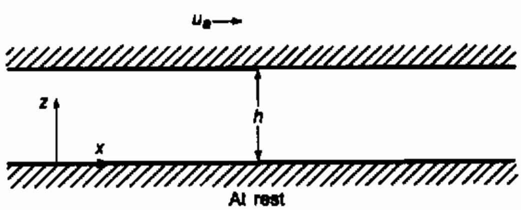
با دوبار انتگرال گیری داریم:

$$u = \frac{1}{\eta_0}\frac{dp}{dx}\frac{z^2}{2} + \bar{A}z + \bar{B} \qquad (۶-۵۲)$$

که در آن $\bar{A}$ و $\bar{B}$ ثابتهای انتگرال هستند. شرایط مرزی، بدون لغزش، اعمال می شوند:

۱- $z = 0, u = 0$

۲- $z = h, u = u_a$



شکل ۵-۶- جریان بین ضخامت تخت موازی

از شرط مرزی ۱ داریم، $B = 0$. شرط مرزی ۲ می دهد.

$$\tilde{A} = \frac{u_a}{h} - \frac{h}{2\eta_0}\frac{dp}{dx} \tag{۶-۵۳}$$

$$\therefore u = \frac{1}{2\eta_0}\frac{dp}{dx}(z^2 - zh) + \frac{u_a z}{h}$$

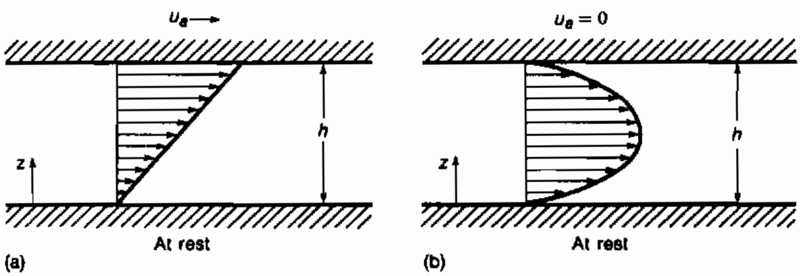
برای $dp/dx = 0$ عبارت کوئت[1] برابر با $u = u_a z/h$ است. برای $u_a = 0$ عبارت پویزل[2] برابر با $u = -(dp/dx)\, z\,(h-z)/2\eta_0$ می شود. شکل ۶-۶ گستره سرعت کوئت و پویزل را نشان می دهد. گرادیان سرعت را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{du}{dz} = \frac{1}{2\eta_0}\frac{dp}{dx}(2z - h) + \frac{u_a}{h} \tag{۶-۵۴}$$

$$\left(\frac{du}{dz}\right)_{z=0} = -\frac{h}{2\eta_0}\frac{dp}{dx} + \frac{u_a}{h} \tag{۶-۵۵}$$

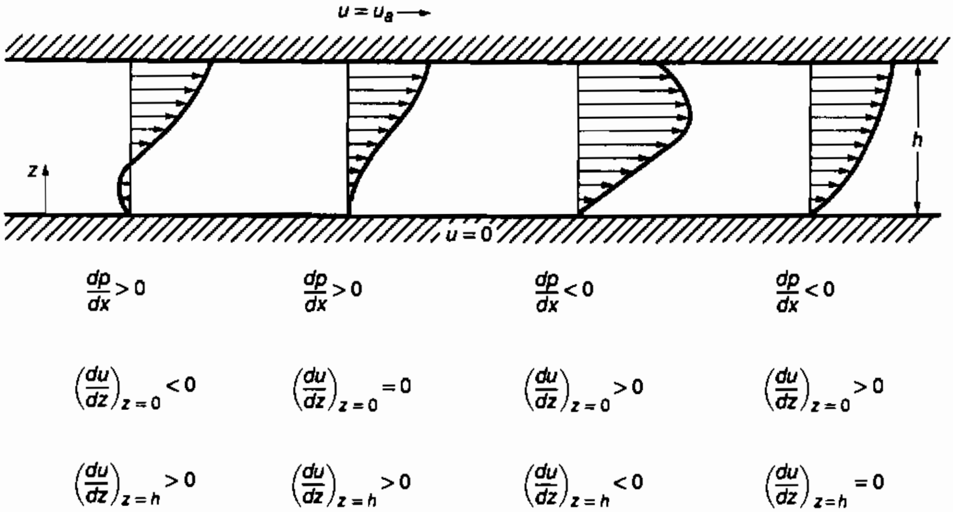
$$\left(\frac{du}{dz}\right)_{z=h} = \frac{h}{2\eta_0}\frac{dp}{dx} + \frac{u_a}{h} \tag{۶-۵۶}$$

دیگر گستره های سرعت جالب توجه، در شکل ۶-۷ نشان داده می شوند.



شکل ۶-۶- الف ـ کوئت ب ـ گستره سرعت پویزل

1- Couette 2- Poiseuille



شکل ۷-۶- چند گستره سرعت جالب توجه

نرخ جریان حجمی در واحد عرض را می توان به صورت زیر نوشت :

$$q' = \int_0^h u\, dz \tag{۶-۵۷}$$

با جایگذاری معادله (۵۳-۶) در این معادله داریم :

$$\begin{aligned} q' &= \frac{1}{2\eta_0}\frac{dp}{dx}\left(\frac{z^3}{3} - \frac{z^2 h}{2}\right)_{z=0}^{z=h} + \frac{u_a}{h}\left(\frac{z^2}{2}\right)_{z=0}^{z=h} \\ &= \underbrace{-\frac{h^3}{12\eta_0}\frac{dp}{dx}}_{\text{Poiseuille}} + \underbrace{\frac{u_a n}{2}}_{\text{Couette}} \end{aligned} \tag{۶-۵۸}$$

۶-۵ جریان در یک لوله مدور

جریان در یک لوله مدور، مطابق شکل ۸-۶، را در نظر بگیرید؛ مختصات استوانه ای با مبدأ، منطبق بر مرکز لوله مورد استفاده قرار می گیرد. سرعت سیّال در دیواره های لوله صفر

است . فشار درانتهای چپ لوله، بیشتر ازفشار درانتهای راست بوده، و در طول لوله به صورت تدریجی افت می کند. این فشار باعث می شود که سیّال از چپ به راست جریان یابد.

فرضهای ذیل اعمال می شوند:

۱- لزجت و جرم مخصوص را می توان ثابت در نظر گرفت.

۲- اثر اینرسی کوچک است.

۳- از عبارات نیروی جرمی می توان چشم پوشی کرد.

۴- $dp/dr = dp/d\theta = 0$

۵- $v_r = v_\theta = 0$ و $v_z = f(r)$

با این فرضیات ، معادلات ناویر ـ استوکس در مختصات استوانه ای یعنی معادلات (۳۱-۶) تا (۳۳-۶)، به صورت معادلات ذیل تعدیل می یابند:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta_0\left(\frac{d^2 v_z}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dv_z}{dr}\right)$$

یا

$$\frac{r}{\eta_0}\frac{dp}{dz} = r\frac{d^2 v_z}{dr^2} + \frac{dv_z}{dr} = \frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_z}{dr}\right)$$

یک بار انتگرالگیری می دهد:

$$\frac{dv_z}{dr} = \frac{r}{2\eta_0}\frac{dp}{dz} + \frac{\tilde{A}}{r} \tag{۶-۵۹}$$

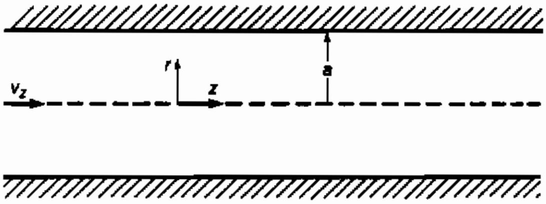
با انتگرال گیری دوباره داریم:

$$v_z = \frac{r^2}{4\eta_0}\frac{dp}{dz} + \tilde{A}\ln r + \tilde{B} \tag{۶-۶۰}$$

شرایط مرزی عبارتند از:

۱- $v_z = 0$ وقتی $r = a$.

۲- با در نظر گرفتن تقارن، $dv_z/dr = 0$ وقتی که $r = 0$ است.



شکل ۸-۶- جریان در یک لوله مدور

به کارگیری شرط مرزی ۲ و معادله (۵۹-۶)، نتیجه $\bar{A} = 0$ را می دهد. از به کارگیری شرط مرزی ۱ داریم:

$$\bar{B} = -\frac{a^2}{4\eta_0}\frac{dp}{dz} \qquad (۶-۶۱)$$

$$\therefore v_z = -\frac{1}{4\eta_0}\frac{dp}{dz}(a^2 - r^2)$$

نرخ جریان حجمی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$q = 2\pi\int_0^a v_z r\, dr$$

با جایگذاری معادله (۶۱-۶) در این معادله داریم:

$$q = -\frac{\pi}{2\eta_0}\frac{dp}{dz}\int_0^a (a^2 r - r^3)\, dr$$

یا

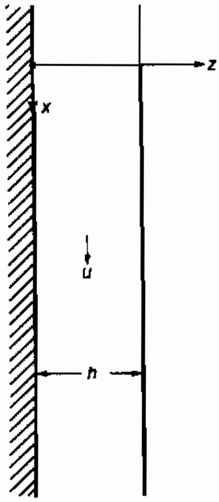
$$q = -\frac{\pi a^4}{8\eta_0}\frac{dp}{dz} \qquad (۶-۶۲)$$

توجه داشته باشید که گرادیان فشار منفی در بدست آوردن جریان مثبت در جهت Z لازم است.

۶-۶ جریان به سمت پایین روی یک صفحه عمودی

شکل ۹-۶، یک صفحه عمودی و سیّالی که در اثر نیروی گرانش روی این صفحه

به سمت پایین حرکت می کند را نشان می دهد. این سیّال ضخامت یکنواخت h در طول صفحه را دارد.



شکل ۹-۶- جریان به سمت پائین روی یك صفحه عمودی

فرضهای ذیل اعمال می شوند:

۱- لزجت و جرم مخصوص، ثابت در نظر گرفته می شوند.
۲- اثر اینرسی کوچک است.
۳- عبارت نیروی جرمی در جهت x، شامل شتاب مربوط به گرانش است و جملات نیروی جرمی در جهات yو z صفر هستند($Y_a = Z_a = 0$).
۴- گرادیان فشار وجود ندارد.
۵- سرعت سیّال فقط در جهت z تغییر می کند.
۶- ضخامت فیلمی، خیلی کوچکتر از ابعاد دیگر است.

با این فرضها معادلات ناویر ـ استوکس ارائه شده در معادلات (۲۸-۶) تا (۳۰-۶)، به صورت زیر تعدیل می شود:

$$\frac{d^2u}{dz^2} = -\frac{\rho_0 g}{\eta_0}$$

با انتگرال گیری داریم:

$$\frac{du}{dz} = -\frac{\rho_0 g}{\eta_0} z + \bar{A} \tag{۶-۶۳}$$

با انتگرال گیری مجدد داریم :

$$u = -\frac{\rho_0 g}{\eta_0} \frac{z^2}{2} + \bar{A} z + \bar{B} \tag{۶-۶۴}$$

شرایط مرزی عبارتند از :

۱- $u = 0$ وقتی $z = 0$.

۲- با فرض این که مقاومت هوا قابل صرف نظر است، تنش برشی روی سطح آزاد، باید صفر باشد :

$$\therefore \frac{du}{dz} = 0 \qquad \text{when } z = h$$

از شرط مرزی ۲ و معادله (۶-۶۳) داریم :

$$\bar{A} = \frac{\rho_0 g h}{\eta_0} \tag{۶-۶۵}$$

$$\therefore u = -\frac{\rho_0 g}{\eta_0} \frac{z^2}{2} + \frac{\rho_0 g h z}{\eta_0} + \bar{B}$$

از شرط مرزی ۱ ، $\bar{B} = 0$ و داریم :

$$\therefore u = \frac{\rho_0 g z}{2\eta_0}(2h - z) \tag{۶-۶۶}$$

نرخ جریان حجمی در واحد عرض را می توان به صورت زیر نوشت :

$$q' = \int_0^h u \, dz$$

جای گذاری معادله (۶-۶۶) در این معادله می دهد :

$$q' = \frac{\rho_0 g h^3}{3\eta_0} \tag{۶-۶۷}$$

هدف اصلی از ارائه سه مثال ساده جریان لزج، که بدان اشاره شد، نشان دادن اهمیت جملات مختلف در معادلات ناویر ـ استوکس است. این حلهای ساده، همچنین در قسمت بعدی

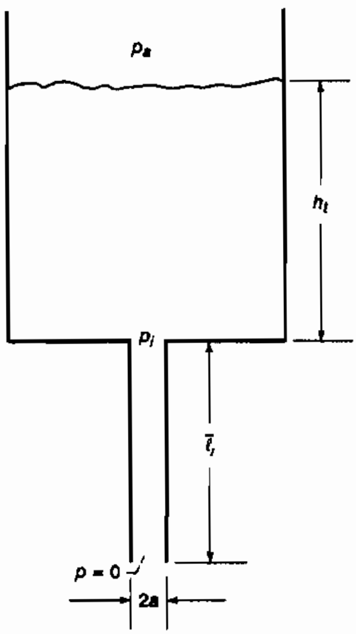
در تشریح انواع مختلف لزجت سنج به کار گرفته می شوند.

۶-۷ لزجت سنجها

لزجت سیّالات را می توان توسط روشهای مختلف که براساس اصول متفاوتی هستند، اندازه گرفت. فقط معمول ترین یا مهم ترین انواع لزجت سنجها در این بخش بحث می شوند. همچنین تأکید بر اصولی است که این لزجت سنجها با تکیه بر آنها عمل می کنند. طبقه بندیهای زیر از لزجت سنجها را در نظر می گیریم: کاپیلاری، چرخشی و سقوط ساچمه. هرکدام از این موارد را به طور جداگانه در نظر گرفته و بحث می کنیم.

۶-۷-۱ لزجت سنج کاپیلاری

این نوع لزجت سنج (در شکل ۱۰-۶ نشان داده شده است) براساس اندازه گیری نرخ سیّالی است که ازداخل لوله ای با قطر کوچک عبور می کند. معمولاً این روش، اندازه گیری زمان لازم برای کلیه مقدار معینی از سیّال است.



شکل ۱۰-۶- جنبه‌های مهم یک لزجت سنج کاپیلاری

از قسمت جریان در یک لوله مدور که قبلاً در این فصل [معادله (۲-۶۲)] بحث شد، داریم:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{8\eta_0 q}{\pi a^4}$$

اگر p_i فشار ورودی لوله کاپیلاری و $\bar{\ell}_t$ طول این لوله باشد، داریم:

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{p_i}{\bar{\ell}_t}$$

$$\therefore p_i = \frac{8\eta_0 q \bar{\ell}_t}{\pi a^4}$$

ولی هد فشار بوجود آمده به سادگی عبارت است از:

$$p_i = \rho_0 g h_t$$

که در آن h_t ارتفاع لوله کاپیلاری و ρ_0 دانسیته نیرو در $p = 0$ و دمای ثابت است.

$$\therefore \rho_0 g h_t = \frac{8\eta_0 q \bar{\ell}_t}{\pi a^4}$$

یا:

$$h_t = \frac{8\eta_0 q \bar{\ell}_t}{\pi a^4 \rho_0 g} = A^* \eta_{k,0} q \tag{۶-۶۸}$$

که در آن $\eta_{k,0} = \eta_0/\rho_0$ لزجت سینماتیکی در $p = 0$ و دمای ثابت و

$$A^* = \frac{8\bar{\ell}_t}{\pi g a^4}$$

است. به یادآورید که q نرخ جریان حجمی در واحد زمان می باشد.

$$q \propto \frac{1}{t}$$

$$\therefore \eta_{k,0} = \frac{h_t}{A^* q} = B^* t \tag{۶-۶۹}$$

که در آن B^* ثابتی است که تابع دستگاهی است که با آن کار می کنیم.

۲-۷-۶ لزجت سنج چرخشی

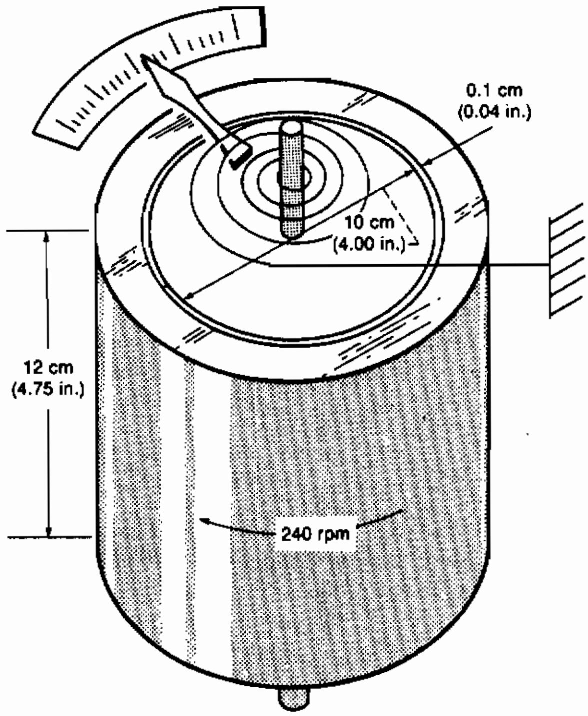
دو نوع مختلف از لزجت سنج چرخشی در نظر گرفته می شود: لزجت سنج چرخشی استوانه ای و لزجت سنج شامل مخروط و صفحه.

۱-۲-۷-۶ لزجت سنج چرخشی استوانه ای

همان طور که در شکل ۱۱-۶ نشان داده می شود، لزجت سنج چرخشی استوانه ای شامل دو استوانه متحدالمرکز، با سیّالی مابین آنها است. استوانه خارجی می چرخد و گشتاور در روی استوانه داخلی اندازه گیری می شود. فرض کنید که داریم:

شعاع استوانه داخلی r_i

شعاع استوانه خارجی r_o



شکل ۱۱-۶- لزجت سنج چرخشی استوانه ای

طول تاج دایره l_a

شعال لقی ، $r_o - r_i (c << r_i)$ c

سرعت زاویه‌ای ω

از فرضیه نیوتن [معادله (۲-۴)] داریم :

$$f = \eta_0 A \frac{u}{c} \tag{۴-۲}$$

که در آن :

$A = 2\pi r_0 l_a$ ، مساحت

$u = r_0 \omega$ ، سرعت

$$\therefore f = \eta_0 (2\pi r_o \ell_a) \frac{\omega r_o}{c}$$

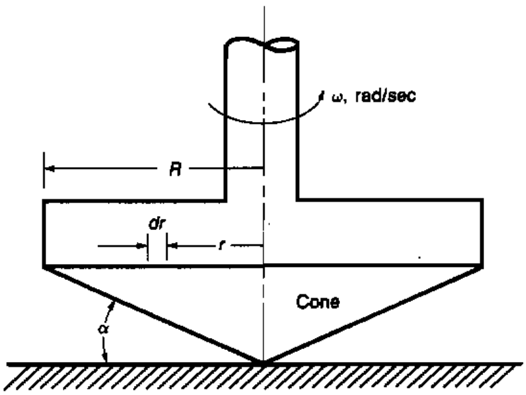
گشتاور روی استوانه داخلی :

$$t_q = f r_i = \frac{2\pi \eta_0 \omega r_o^2 r_i \ell_a}{c}$$

یا :

$$\eta_0 = \frac{t_q c}{2\pi \omega r_o^2 r_i \ell_a} \tag{۶-۷۰}$$

است .



شکل ۱۲-۶- لزجت‌سنج مخروط و صفحه

۲-۲-۷-۶ لزجت سنج شامل مخروط و صفحه

شکل ۱۲-۶ ملزومات در یک لزجت سنج مخروط و صفحه را نشان می دهد. زاویه α کوچک است. سرعت سطح مخروط در هر شعاعی مثل r، برابر با $u = \omega r$ است. ضخامت فیلمی، $h = r \tan \alpha \approx r\alpha$ می باشد. از فرضیه نیوتن داریم:

$$f = \eta_0 A \frac{u}{h} = \int_0^R \eta_0 (2\pi r\, dr) \frac{\omega r}{r\alpha} = \int_0^R \frac{2\pi \eta_0 \omega}{\alpha} r\, dr$$

و گشتاور برابر است با.

$$t_q = \frac{2\pi \eta_0 \omega}{\alpha} \int_0^R r^2\, dr = \frac{2\pi \eta_0 \omega R^3}{3\alpha} \qquad (۶-۷۱)$$

$$\therefore \eta_0 = \frac{3 t_q \alpha}{2\pi \omega R^3}$$

۳-۷-۶ لزجت سنج ساچمه ای با سقوط آزاد

لزجت مطلق η_0 مربوط به یک سیّال در $p = 0$ و در دمای ثابت را می توان با اندازه گیری زمان لازم برای سقوط آزاد یک ساچمه از داخل لوله بدست آورد. (ترجیحاً شیشه ای به ترتیبی که بتوان به سادگی توپ را مشاهده کرد). اگر ساچمه ای تحت یک نیروی ثابت از داخل سیّالی سقوط کند، دارای سرعت ثابتی خواهد بود. فرمول استوکس را می توان برای یک ساچمه درحال حرکت ازمیان یک سیّال نامحدود، به کار گرفت. ساچمه ای که تحت نیروی گرانش به طور آزاد در یک مایع سقوط می کند، سرعت u_a به دست می آورد که به صورت زیر داده می شود:

$$u_a = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f) g}{\eta_0} \qquad (۶-۷۲)$$

در این ارتباط داریم:

r شعاع کره به متر

$\rho_s = N. s^2 / m^2$ دانسیته نیروی کره، بر حسب

$\rho_f = N. s^2 / m^4$ دانسیته نیروی سیّال برحسب،

$g = m / s^2$ شتاب نیروی گرانش، برحسب

$\eta_0 = N . s / m^2$ لزجت مطلق در $p = 0$ و دمای ثابت، بر حسب

فرمول استوکس ارائه شده در معادله (۷۲-۶) برای یک سیّال نامحدود بوده و مثل مورد لزجت سنج سقوط ساچمه، برای یک سیّال در داخل یک لوله شیشه ای نیست. تصحیح در نظر گرفته شده برای قطر لوله عبارت است از :

$$u_a = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)g}{\eta_0}c_f \tag{۶-۷۳}$$

که در آن :

$$c_f = 1 - 2.104\left(\frac{r}{R}\right) + 2.09\left(\frac{r}{R}\right)^3 - 0.9\left(\frac{r}{R}\right)^5 \tag{۶-۷۴}$$

و R شعاع لوله است.

اگر این ساچمه با سرعت ثابت $u_a = \bar{h}t / t$ سقوط کند، دراین ارتباط $\bar{h}_t$ این ارتفاعی است که ازآن ساچمه سقوط کرده و زمانی است که سقوط در این فاصله طول می کشد، لزجت مطلق در $p = 0$ و دمای ثابت را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\eta_0 = \frac{2r^2(\rho_s - \rho_f)gtc_f}{\bar{h}_t} \tag{۶-۷۵}$$

به دلیل این که تمام پارامترهای دیگر برای این لزجت سنج ثابت هستند، برای یک لزجت سنج با سقوط یک ساچمه، مقدار لزجت مطلق، مستقیماً متناسب با زمانی است که صرف می شود تا ساچمه یک فاصله ثابت را طی کند.

۸-۶ مؤخره

مطالب این فصل در مورد جریان سیّال لزج بود که در درک روان کاری فیلم سیّال مهم است. معادله پتروف به دست آورده شد که گشتاور اصطکاکی در یک یاتاقان ژورنال متحدالمرکز را تعیین نمود. شکل کلی معادلات ناویر ـ استوکس بدست آمد و تعادل دینامیکی یک المان سیّال را فراهم آورد. لازم بود که نیروهای سطحی، نیروهای جرمی، و اینرسی المان سیّال در نظر گرفته شود. معادله پیوستگی نیز با به کارگیری اصل بقاء جرم یک المان سیّال، به دست آمد. معادلات ناویر ـ استوکس و معادله پیوستگی در دستگاه های مختصات کارتزین،

استوانه ای و کره ای نیز ارائه شدند.

با داشتن عبارات کلی برای معادلات ناویر-استوکس و پیوستگی، کار بعدی در این فصل نمایش چگونگی به کارگیری این معادلات برای شرایط فیزیکی مختلف بود. بعضی از این شرایط فیزیکی، جریان بین صفحات تخت موازی، جریان در یک لوله، جریان به سمت پائین روی یک صفحه عمودی؛ و انواع مختلف لزجت سنجها بودند. تأکید در به کارگیری این موارد، خاطر نشان کردن اهمیت جملات مختلف در معادلات ناویر-استوکس بود. همچنین بر حضور عبارات کوئت و پویزل در سرعت و جریان، تأکید شد.

۶-۹ مسائل

۶-۹-۱ یک سیّال لزج، موازی با محور، در فضای تاج دایره بین دو استوانه هم محور، با شعاعهای R_1 و R_2 و طول بی نهایت، جریان دارد. نشان دهید که نرخ جریان بین این استوانه های هم محور، وقتی که هردو استوانه ساکن بوده و گرادیان فشار محوری وجود دارد، برابر با:

$$q = -\frac{\pi R_1^4}{8\eta_0}\frac{dp}{dz}\left\{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4 - 1 - \frac{\left[(R_2/R_1)^2 - 1\right]^2}{\ln(R_2/R_1)}\right\}$$

۶-۹-۲ دو مایع مخلوط نشدنی با لزجتهای η_1 و η_2، با یکدیگر به سمت پائین در روی یک صفحه عمودی در لایه های متفاوت با ضخامتهای h_1 و h_2 جریان دارند. فرض براین است که سیّال نازکتر به صفحه نزدیکتر است.

شرایط مرزی که تعیین کننده گستره سرعت می باشند، کدامند؟ نرخ سرعت و جریان را برای این دوناحیه تعیین کنید. برای حالت خاص $\eta_2 = 2\eta_1$، $\rho_1 = \rho_2$ و $h_1 = h_2$ نشان دهید که $q_2/q_1 = 2$ است.

۶-۹-۳ سیّال لزجی بین دو صفحه تخت موازی به فاصله h از یکدیگر قرار دارد. یکی از این صفحات، در راستای خود و با سرعت $3u_a$ و دیگری در جهت مخالف و سرعت u_a حرکت می کند. اگر جریان در جهت حرکت صفحه سریعتر، $u_a h/2$ در واحد عرض باشد، گرادیان فشار را تعیین کند.

۶-۹-۴ سیّال لزجی بین دو صفحه تخت موازی به فاصله h از یکدیگر قرار دارد. یکی از این

صفحات ثابت، در حالی که دیگری در راستای خود و با سرعت u_a حرکت می کند؛ گرادیان فشار dp/dx، در جهت حرکت وجود دارد؛ نشان دهید که گستره سرعت را می توان به شکل زیر بیان کرد:

$$\frac{u}{u_a} = \lambda(\zeta - \zeta^2) + \zeta$$

که در آن:

$$\zeta = \frac{z}{h} \qquad \lambda = 6\frac{u_m}{u_a}$$

و u_m سرعت متوسط و تنها در اثر گرادیان فشار است. مقدار λ، مربوط به وضعیتهای زیر را پیدا کنید:

الف ـ جریان کوئت

ب ـ جریان پویزل

ج ـ جریانی که برای آن نرخ جریان حجمی صفر است.

د ـ تنش برشی روی صفحه ساکن صفر است.

هـ ـ تنش برشی روی صفحه در حال حرکت صفر است.

۶-۹-۵ سیّالی با جریان آرام در لوله ای به شعاع a که نسبت به افق زاویه α دارد، در حال حرکت است. معادلات ناویر ـ استوکس مناسب را تعریف کنید؛ سرعت (v_z)، سرعت متوسط ($\bar{v}_z$) و نرخ جریان حجمی در لوله را تعیین کنید؛ همچنین نشان دهید که وقتی:

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{8\eta_0\bar{v}_z}{\rho_0 g a^2}$$

باشد؛ فشار در طول لوله ثابت باقی خواهد ماند. لزجت (η_0) و جرم مخصوص (ρ_0) در سرتاسر لوله ثابت فرض می شوند.

۶-۹-۶ میله ای به شعاع R_1، در داخل بوشی به شعاع R_2، هم محور نگه داشته می شود. اگر این محور ساکن باشد، ضمن این که آستین سرعت محوری u_0 حرکت می کند، معادله ای برای نرخ جریان حجمی در این مورد تعیین کنید. همچنین نیروی لازم در واحد طول برای به حرکت درآوردن آستین چیست؛ گرادیان فشار

درجهت حرکت، صفر فرض می شود. فرض براین است که لزجت و جرم مخصوص ثابتند. از جملات اینرسی و نیروی جرمی چشم پوشی می شود. فرض کنید $(R_2 - R_1)/R_1 \approx \times 10^{-3}$ است.

۶-۱۰ فهرست منابع و مآخذ

Navier, C. L. M. H. (1823): Memoire sur les lois du mouvement des fluides. *Mem. Acad. Sci. Inst. Fr.*, vol. 6, pp. 389–416.

Petrov, N. P. (1883): Friction in Machines and the Effect of the Lubricant. *Inzh. Zh. St. Petersburg*, vol. 1, pp. 71–140; vol. 2, pp. 227–279; vol. 3, pp. 377–463; vol. 4, pp. 535–564.

Stokes, G. G. (1845): On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids. *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, vol. 8, pp. 287–341.

Szeri, A. Z. (ed.) (1980): *Tribology—Friction, Lubrication, and Wear*. Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C.

فصل هفتم

معادله رینولدز

معـادلات کامـل ناویر ـ استـوکس ارائه شده در فـصل قبلی، کـه در آن جمـلات اینرسی، جرمی، فشار، و لزجت شرکت می کنند، به اندازه کافی پیچیده است که در اکثر مسایل عملی، حلهـای تحلیـلی به دست ندهد. ولی دستـه ای از شـرایط جـریان، بـه نام «حـرکت لزج آهسـتـه» وجـود دارد کـه در آن جملات فـشار و لزجت، غالب هـستند. مسـایل روان کاری فیلم سـیال، از این دسته هسـتند. ابتدا نشـان داده خـواهد شد کـه در واقع جمـلات فشـار و لزجت در معـادلات ناویر ـاستوکس از مهم ترین جملات آنها می باشند.

۱ - ۷ اعداد بدون بعد

پارامترهای مشخصه زیر، ممکن است تعریف شوند:

مشخصه طول در جهت y، برحسب m	b_0
مشخصه طول در جهت z، برحسب m	h_0
مشخصه طول در جهت x، برحسب m	l_0
مشخصه زمان، برحسب s	t_0
مشخصه سرعت درجهت x، برحسب m/s	u_0
مشخصه سرعت در جهت y، برحسب m/s	v_0
مشخصه سرعت در جهت z، برحسب m/s	w_0

ρ_0 مشخصه جرم مخصوص نیرو، برحسب $N . s^2 / m^4$

η_0 مشخصه لزجت مطلق، برحسب $N . s^2 / m^4$

این مشخصه های پارامتری، برای تعریف پارامترهای بدون بعد زیر مورد استفاده قرار می گیرند.

$$X = \frac{x}{\ell_0} \quad Y = \frac{y}{b_0} \quad Z = \frac{z}{h_0} \quad T = \frac{t}{t_0} \quad \bar{u} = \frac{u}{u_0}$$
$$\bar{v} = \frac{v}{v_0} \quad \bar{w} = \frac{w}{w_0} \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0} \quad P = \frac{h_0^2 p}{\eta_0 u_0 \ell_0} \tag{۷-۱}$$

با جای گذاری معادلات (۱-۷) در اولین معادله ناویر-استوکس ارائه شده در معادله (۲۵ - ۶)، ضمن استفاده از معادلات (۹-۶) و (۱۸-۶) و همچنین X_a در عبارت نیروی جرمی معادل با شتاب نیروی گرانش g، می دهد:

$$\frac{\ell_0}{u_0 t_0}\frac{\partial \bar{u}}{\partial T} + \bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial X} + \frac{\ell_0}{b_0}\frac{v_0}{u_0}\bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} + \frac{\ell_0}{h_0}\frac{w_0}{u_0}\bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial Z}$$
$$= \frac{\ell_0 g}{u_0^2} - \frac{\eta_0}{\rho_0 u_0 \ell_0}\left(\frac{\ell_0}{h_0}\right)^2 \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{2}{3}\frac{\eta_0}{\rho_0 u_0 \ell_0}\frac{1}{\bar{\rho}}$$
$$\times \frac{\partial}{\partial X}\left[\bar{\eta}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial X} + \frac{v_0}{u_0}\frac{\ell_0}{b_0}\frac{\partial \bar{v}}{\partial Y} + \frac{w_0}{u_0}\frac{\ell_0}{h_0}\frac{\partial \bar{w}}{\partial Z}\right)\right]$$
$$+ 2\frac{\eta_0}{\rho_0 u_0 \ell_0}\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial X}\left(\bar{\eta}\frac{\partial \bar{u}}{\partial X}\right) + \frac{\eta_0}{\rho_0 u_0 \ell_0}\left(\frac{\ell_0}{b_0}\right)^2 \frac{1}{\bar{\rho}}$$
$$\times \frac{\partial}{\partial Y}\left[\bar{\eta}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} + \frac{v_0}{u_0}\frac{b_0}{\ell_0}\frac{\partial \bar{v}}{\partial X}\right)\right] + \frac{\eta_0}{\rho_0 u_0 \ell_0}\left(\frac{\ell_0}{h_0}\right)^2 \frac{1}{\bar{\rho}}$$
$$\times \frac{\partial}{\partial Z}\left[\bar{\eta}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Z} + \frac{w_0}{u_0}\frac{h_0}{\ell_0}\frac{\partial \bar{w}}{\partial X}\right)\right] \tag{۷-۲}$$

اثرات اینرسی، فشار، لزجت و کرانش از معادله (۲-۷) در تعریف چندین عدد بدون بعد، مقایسه می شوند.

۷-۱-۱ عدد رینولدز

در هر مسأله جریان اهمیت نیروی اینرسی به نیروی لزجت را می توان از مقدار عدد رینولدز $\mathscr{R}$ قضاوت کرد.

$$\mathscr{R} = \frac{\text{inertia}}{\text{viscous}} = \frac{\rho_0 u_0 \ell_0}{\eta_0} \tag{۷-۳}$$

توجه داشته باشید که در سرتاسر معادله (۲-۷) معکوس عدد رینولدز ظاهر می شود. عدد رینولدز ارائه شده در معادله (۳-۷)، عدد رینولدز متداولی است که در مکانیک سیالات به کار می رود. ولی در روان کاری فیلم سیالها به دلیل غلبه جمله لزجت $\partial^2\overline{u} / \partial Z^2$ ، عدد رینولدز تعدیل یافته $\mathscr{R}_x$ به کار گرفته می شود. این عدد به صورت زیر تعریف می شود.

$$\mathscr{R}_x = \frac{\text{inertia}}{\text{viscous}} = \frac{\rho_0 u_0 h_0^2}{\eta_0 \ell_0} \tag{۷-۴}$$

به ظهور عدد رینولدز تعدیلی در معادله (۲-۷) توجه کنید. اعداد رینولدز تعدیلی در جهتهای yو z به صورت

$$\mathscr{R}_y = \frac{\rho_0 v_0 h_0^2}{\eta_0 b_0} \tag{۷-۵}$$

$$\mathscr{R}_z = \frac{\rho_0 w_0 h_0}{\eta_0} \tag{۷-۶}$$

نیز تعریف می شوند. عدد فشردگی نیز به صورت زیر تعریف می شود.

$$\sigma_s = \frac{\rho_0 h_0^2}{\eta_0 t_0} \tag{۷-۷}$$

به خاطر داشته باشید که $\mathscr{R}_x$ ، $\mathscr{R}_y$ ، $\mathscr{R}_z$ ، و σ_s ، همگی بدون بعد و از مرتبه h_0/l_0 می باشند.

دو مسأله نمونه، این واقعیت را نمایش می دهند :

مسأله نمونه ۱-۷: یاتاقان ژورنال معمولی : مقادیر متداول پارامترهای استفاده شده در تعریف اعداد رینولدز برای یاتاقان ژورنال عبارتند از :

$$
\begin{aligned}
d &= 0.05\ \mathrm{m}\\
\ell_0 &\approx \pi d = 0.157\ \mathrm{m}\\
\eta_0 &= 0.5\ \mathrm{N\cdot s/m^2}\\
\rho_0 &= 850\ \mathrm{N\cdot s^2/m^4}\\
N_a &= 2000\ \mathrm{r/min}\\
u_0 &= 2000\ \mathrm{r/min}\ (\pi d/1\ \mathrm{r})(1\ \mathrm{min}/60\ \mathrm{s}) = 5.24\ \mathrm{m/s}\\
h_0 &= c = d/1000 = 5\times10^{-5}\ \mathrm{m}
\end{aligned}
$$

از معادله (۴-۷) داریم :

$$\mathscr{R}_x = \frac{\rho_0 u_0 h_0^2}{\eta_0 \ell_0} = \frac{(850)(5.24)(5\times10^{-5})^2}{(0.5)(0.157)} = 0.142\times10^{-3}$$

مسأله نمونه ۲-۷: بالشتک یاتاقان کف گرد متداول:

$$
\begin{aligned}
\ell_0 &= 0.03\ \mathrm{m}\\
h_0/\ell_0 &= 1\times10^{-3}\\
u_0 &= 20\ \mathrm{m/s}\\
\eta_0 &= 0.5\ \mathrm{N\cdot s/m^2}\\
\rho_0 &= 850\ \mathrm{N\cdot s^2/m^4}
\end{aligned}
$$

از معادله (۴-۷) داریم :

$$\mathscr{R}_x = \frac{\rho_0 u_0 h_0^2}{\eta_0 \ell_0} = \frac{(850)(20)(0.03)(10^{-6})}{(0.5)} = 1.02\times10^{-3}$$

دَر هردو مسأله نمونه، عدد رینولدز تعدیل شده به مقدار قابل توجهی از یک کمتر بوده و از مرتبه h_0/l_0 است. واضح است که در یاتاقانهای روان کاری شده به صورت هیدرودینامیکی، نیروهای لزجت به مقدار خیلی زیادی از نیروهای اینرسی بزرگتر هستند.

با جایگذاری معادلات (۴-۷) تا (۷-۷) در معادله (۲-۷) اولین معادله ناویرـ استوکس را به صورت زیر به دست می دهد:

$$
\begin{aligned}
&\sigma_s \frac{\partial \bar{u}}{\partial T} + \mathscr{R}_x \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial X} + \mathscr{R}_y \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} + \mathscr{R}_z \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial Z} \\
&\quad = g \frac{\ell_0}{u_0^2} \mathscr{R}_x - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial Z}\left(\bar{\eta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial Z}\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{h_0}{\ell_0}\right)^2 \frac{1}{\bar{\rho}} \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial X}\left[\bar{\eta}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial X} + \frac{v_0}{u_0}\frac{\ell_0}{b_0}\frac{\partial \bar{v}}{\partial Y} + \frac{w_0}{u_0}\frac{\ell_0}{h_0}\frac{\partial \bar{w}}{\partial Z}\right)\right] + \left(\frac{h_0}{b_0}\right)^2 \frac{1}{\bar{\rho}} \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial Y}\left[\bar{\eta}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} + \frac{v_0}{u_0}\frac{b_0}{\ell_0}\frac{\partial \bar{v}}{\partial X}\right)\right] + 2\left(\frac{h_0}{\ell_0}\right)^2 \frac{1}{\bar{\rho}} \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial X}\left(\bar{\eta}\frac{\partial \bar{u}}{\partial X}\right) + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\bar{\eta}\frac{w_0}{u_0}\frac{h_0}{\ell_0}\frac{\partial \bar{w}}{\partial X}\right)
\end{aligned} \tag{۷-۸}
$$

در معادله (۸-۷) عبارات اینرسی و عبارات مربوط به گرانش، از مرتبه h_0/l_0 هستند. عبارت ω_0/u_0 نیز از مرتبه h_0/l_0 است. عبارت گرادیان فشار و عبارت اول مربوط به لزجت، از مرتبه ۱ هستند. بقیه عبارات مربوط به لزجت، از مرتبه $(h_0/l_0)^2$ یا $(h_0/b_0)^2$ می باشند. بنابراین با صرف نظر کردن از عبارات از مرتبه $(h_0/l_0)^2$ یا $(h_0/b_0)^2$ در معادله (۸-۷) داریم:

$$
\sigma_s \frac{\partial \bar{u}}{\partial T} + \mathscr{R}_x \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial X} + \mathscr{R}_y \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} + \mathscr{R}_z \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial Z} = \frac{g\ell_0}{u_0^2}\mathscr{R}_x - \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\bar{\eta}\frac{\partial \bar{u}}{\partial Z}\right) \tag{۷-۹}
$$

به طور مشابه برای دومین و سومین معادله ناویرـ استوکس، با چشم پوشی از جملات از مرتبه $(h_0/l_0)^2$ یا $(h_0/b_0)^2$ داریم:

$$
\sigma_s \frac{\partial \bar{v}}{\partial T} + \mathscr{R}_x \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial X} + \mathscr{R}_y \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial Y} + \mathscr{R}_z \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial Z} = \frac{gb_0}{v_0^2}\mathscr{R}_y - \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\bar{\eta}\frac{\partial \bar{v}}{\partial Z}\right) \tag{۷-۱۰}
$$

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = 0 \qquad \rightarrow \qquad P = f(X, Y, T) \tag{۷-۱۱}$$

همچنین معادله پیوستگی را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\sigma_s \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial T} + \mathscr{R}_x \frac{\partial}{\partial X}(\bar{\rho}\bar{u}) + \mathscr{R}_y \frac{\partial}{\partial Y}(\bar{\rho}\bar{v}) + \mathscr{R}_z \frac{\partial}{\partial Z}(\bar{\rho}\bar{w}) = 0 \tag{۷-۱۲}$$

بنابراین معادلات (۹-۷) تا (۱۲-۷)، معادلات ناویر ـ استوکس و پیوستگی هستند که ، مثل فصل ۱۵ ، وقتی اثرات از مرتبه های بالاتر موردنظرند، باید استفاده شوند .

۲-۱-۷ عدد تیلور

در یاتاقانهای ژورنال ، قبل از تبدیل شدن جریان آرام به مغشوش ، ممکن است که یک جریان گردابه ای حلقوی[1] اتفاق افتد . این پدیده ، توسط ج ـ آی ـ تیلور[2] در ارتباط با استوانه ای هم مرکز مطالعه شد ؛ او در سال ۱۹۲۳ گزارش داد که گردابه ها در عدد رینولدزی برابر با :

$$\frac{\rho_0 u_0 c}{\eta_0} > 41.3\left(\frac{r_o}{c}\right)^{1/2} \tag{۷-۱۳}$$

تشکیل شدند . بنابراین عدد تیلور (T_a)که شروع جریان گردابه ای را توضیح می دهد به صورت ذیل بیان می شود :

$$T_a = \frac{\rho_0 u_0^2 c^3}{r_o \eta_0^2} \geq 1700 \tag{۷-۱۴}$$

این عدد، «عدد تیلور» نامیده شده و نشان می دهد که چه موقع گردابه ها ظهور می کنند . با مربوط ساختن این عدد به عدد رینولدز تعدیلی تعریف شده در معادله (۴-۷)، ایجاب می کند که دو طرف معادله (۱۳-۷) در $h_0^2 / c l_0$ضرب شود ، که می دهد :

$$\mathscr{R}_x = \frac{\rho_0 u_0 \ell_0}{\eta_0}\left(\frac{h_0}{\ell_0}\right)^2 > 41.3\left(\frac{r_o}{c}\right)^{1/2} \frac{h_0^2}{c\,\ell_0} \tag{۷-۱۵}$$

1- toroidal vortex

2- G. I. Taylor

اگر $h_0 = c$ و $r_0/c = l_0/c \times 10^3$ باشد، داریم:

$$\mathscr{R}_x = \frac{\rho_0 u_0 \ell_0}{\eta_0}\left(\frac{h_0}{\ell_0}\right)^2 > 1$$

این دلالت برآن دارد که وقتی که جملات اینرسی به سمت جملات لزجت میل کنند، دیگر شرایط جریان آرام وجود نداشته و گردابه‌ها تشکیل می‌شوند.

۳-۱-۷ عدد فرود[1]

تنها نیروهای جرمی که معمولاً در روان‌کاری با آن روبرو می‌شویم، نیروهای گرانش و مغناطیسی هستند. «عدد فرود» نسبت نیروهای اینرسی به گرانش را نشان می‌دهد.

$$\text{Froude number} = \frac{\text{inertia}}{\text{gravity}} = \frac{u_0^2}{g\ell_0} \tag{۷-۱۶}$$

نسبت مستقیم نیروهای گرانش به لزجت، باتقسیم «عدد رینولدز» توسط «عدد فرود» به دست آورد:

$$\frac{\text{Reynolds number}}{\text{Froude number}} = \frac{\dfrac{\text{inertia}}{\text{viscous}}}{\dfrac{\text{inertia}}{\text{gravity}}} = \frac{\text{gravity}}{\text{viscous}} = \frac{\rho_0 h_0^2 g}{\eta_0 u_0} \tag{۷-۱۷}$$

برای مثال، در یک یاتاقان ژورنال متداول، علاوه بر اطلاعات داده شده در قبل $g = 9.8\ \text{m/s}^2$، بنابراین داریم:

$$\therefore \text{Froude number} = \frac{u_0^2}{g\ell_0} = \frac{(5.24)^2}{(9.8)(0.157)} = 17.8$$

این دلالت بر آن دارد که نیروهای اینرسی از نیروهای گرانش بزرگتر هستند. همچنین داریم:

$$\frac{\text{Reynolds number}}{\text{Froude number}} = \frac{\rho_0 h_0^2 g}{\eta_0 u_0} = \frac{(850)(25\times 10^{-10})(9.8)}{(0.5)(5.24)} = 0.8\times 10^{-5}$$

1- Froude

بنابر این نیروهای گرانش نسبت به نیروهای لزجت قابل چشم پوشی هستند.

۴-۱-۷ عدد اولر[1]

اهمیت عبارت فشار، نسبت به جمله اینرسی را می توان از روی مقدار «عدد اولر» که به صورت زیر تعریف می شود، قضاوت کرد:

$$\text{Euler number} = \frac{\text{pressure}}{\text{inertia}} = \frac{p_0}{\rho_0 u_0^2} \qquad (۷-۱۸)$$

نسبت مستقیم فشار به نیروهای لزجت را می توان با ضرب کردن عدد اولر با عدد رینولدز به دست آورد:

$$\begin{aligned}(\text{Euler number})(\text{Reynolds number}) &= \frac{\text{pressure}}{\text{inertia}}\,\frac{\text{inertia}}{\text{viscous}} = \frac{\text{pressure}}{\text{viscous}} \\ &= \frac{p_0}{\rho_0 u_0^2}\,\frac{\rho_0 u_0 \ell_0}{\eta_0}\left(\frac{h_0}{\ell_0}\right)^2 = \frac{p_0 \ell_0}{\eta_0 u_0}\left(\frac{h_0}{\ell_0}\right)^2\end{aligned} \qquad (۷-۱۹)$$

برای مثال، برای یک یاتاقان ژورنال معمولی، علاوه بر اطلاعات داده شده در قبل، $p_0 = 5\ \text{MPa} = 5 \times 10^6\ \text{N/m}^2$ است؛ بنابراین داریم:

$$\therefore \text{Euler number} = \frac{p_0}{\rho_0 u_0^2} = \frac{5 \times 10^6}{(850)(5.24)^2} = 214.3$$

پس جمله فشار، خیلی بزرگتر از جمله اینرسی است. بعلاوه از معادله (۷-۱۹) داریم:

$$(\text{Euler number})(\text{Reynolds number}) = \frac{(5 \times 10^6)(0.157)}{(3142)^2(0.5)(5.24)} = 0.03$$

بنابراین جمله لزجت بزرگتر ازجمله فشار است؛ ولی هردو جمله باید در نظر گرفته شوند. به علاوه، در روان کاری الاستو هیدرودینامیکی در فصل ۱، نشان دادیم که معمولاً فشار تا حدود سه برابر از روان کاری هیدرودینامیکی بزرگتر است و همچنین ممکن است پی ببریم که، جمله فشار با اهمیت تر از جمله لزجت است.

1- Euler

۷-۲ معادله رینولدز به دست می‌آید

معادله دیفرانسیل حاکم بر گستره فشار در روان کاری فیلم سیّال ، به عنوان «معادله رینولدز» شناخته می شود . این معادله ابتدا در مقاله بسیار جالب آزمون رینولدز در سال ۱۸۶۶ ، بیان شد . مقاله قدیمی رینولدز ، نه تنها معادله دیفرانسیل اساسی روان کاری فیلم سیّال را در برداشت ، بلکه شامل یک مقایسه مستقیم بین پیش گوییهای تئوری او با نتایج تجربی به دست آمده توسط تاور (۱۸۸۳) نیز بود . ولی رینولدز تجزیه و تحلیل خویش را محدود به سیّال غیرقابل تراکم نمود ، اگرچه که محدودیت لازم نیست ؛ و هریسون[1] (۱۹۱۳) اثر قابلیت تراکم را اضافه نمود . در این قسمت ، معادله رینولدز از دو روش متفاوت ، از معادلات ناویر ـ استوکس و پیوستگی و نیز مستقیماً از اصل بقاء جرم به دست می آید .

۷-۲-۱ از معادلات ناویر ـ استوکس و پیوستگی

از تجزیه و تحلیل بعدی در قسمت قبلی ، یافتیم که معادلات عمومی ناویر ـ استوکس ارائه شده بامعادلات (۶-۲۵) تا (۶-۲۷)، با چشم پوشی جملات ازمرتبه $(h_0/l_0)^2$ و $(h_0/b_0)^2$ و کوچکتر ، تبدیل به معادلات (۷-۹) تا (۷-۱۱) می شوند . این امر ، نقطه شروع به دست آوردن این معادله است . با چشم‌پوشی بیشتر ، جملات از مرتبه h_0/l_0 یا h_0/b_0 و نگهداشتن جملات فقط از مرتبه ۱ ، معادلات (۶-۲۵) تا (۶-۲۷) را تبدیل به روابط زیر می‌کند :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\eta \frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{۷-۲۰}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\eta \frac{\partial v}{\partial z}\right) \tag{۷-۲۱}$$

از معادله (۷-۱۱) برای شرایط حالت یکنواخت ، نشان داده شده است که فشار فقط تابعی از x و y باشد . بنابراین معادلات (۷-۲۰) و (۷-۲۱) را می توان مستقیماً انتگرال گرفته و ارتباطهای عام زیر را برای گرادیان سرعتها به دست آورد :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{z}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tilde{A}}{\eta} \tag{۷-۲۲}$$

1- Harrison

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{z}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\bar{C}}{\eta} \qquad (۷-۲۳)$$

که در آن $\bar{A}$ و $\bar{C}$ ثابتهای انتگرال هستند .

لزجت روان کننده به خاطر تغییرات دمایی که در بعضی از مسایل یاتاقان پیش می آید ، ممکن است که در عرض فیلم نازك (جهت z) تغییر قابل ملاحظه ای داشته باشد . در این مورد پیشرفت به سمت یک معادله رینولدز ساده ، به صورت قابل ملاحظه ای پیچیده می شود .

رهیافتی که درغالب کاربردهای فیلم سیال نتیجه رضایت بخشی می دهد ، به حساب آوردن η به عنوان مقدار متوسط لزجت در عرض فیلم است . توجه داشته باشید که این امر تغییرات لزجت درجهتهای x و y را محدود نمی کند . این رهیافت در این بخش دنبال می شود .

با ηارائه گر یک مقدار متوسط از لزجت در عرض فیلم و با انتگرال گیری معادلات (۷-۲۲) و (۷-۲۳) مؤلفه های سرعت به شکل زیر را به دست می دهد :

$$u = \frac{z^2}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial x} + \bar{A}\frac{z}{\eta} + \bar{B} \qquad (۷-۲۴)$$

$$v = \frac{z^2}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial y} + \bar{C}\frac{z}{\eta} + \bar{D} \qquad (۷-۲۵)$$

اگر در فصل مشترك سیال ـ جامد ، شرط بدون لغزش را فرض کنیم ، مقادیر مرزی برای سرعت عبارتند از :

1. $z = 0,\ u = u_b,\ v = v_b$
2. $z = h,\ u = u_a,\ v = v_a$

اندیسهای a و b به ترتیب به شرایط سطوح بالایی (منحنی) و پایینی (صفحه) ارجاع می دهند . بنابراین u_a ، v_a و w_aبه ترتیب به مؤلفه های سرعت سطح بالایی جهتهای x ، y ، z اشاره کرده و u_b ، v_b ، و w_bبه مؤلفه های سرعت سطح پایینی در همان جهتها ارجاع می دهند .

با اعمال شرایط مرزی در معادلات (۷-۲۴) و (۷-۲۵) ، گرادیان سرعت و مؤلفه های سرعت عبارتند از :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \left(\frac{2z - h}{2\eta}\right)\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{u_b - u_a}{h} \qquad (۷-۲۶)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \left(\frac{2z - h}{2\eta}\right)\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{v_b - v_a}{h} \qquad (۶-۲۷)$$

$$u = -z\left(\frac{h - z}{2\eta}\right)\frac{\partial p}{\partial x} + u_b\frac{h - z}{h} + u_a\frac{z}{h} \qquad (۷-۲۸)$$

$$v = -z\left(\frac{h - z}{2\eta}\right)\frac{\partial p}{\partial y} + v_b\frac{h - z}{h} + v_a\frac{z}{h} \qquad (۷-۲۹)$$

توجه داشته باشید که اگر $u_b = 0$ باشد ، معادله (۲۶-۷) دقیقاً معادله (۵۴-۶) و معادله (۲۸-۷) دقیقاً معادله (۵۳-۶) هستند . با این عبارات برای گرادیانهای سرعت و مولفه های سرعت می توان عبارات مربوط به تنشهای برشی سطحی ونرخ جریان حجمی را به دست آورد .

تنشهای برشی لزج اعمال شونده روی جامدات ، به شکل تعریف شده آن در معادله (۷-۶) را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$\tau_{zx} = \eta\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$\tau_{zy} = \eta\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

با در نظر گرفتن تعیین بعدی ، $\partial w/\partial x$ و $\partial w/\partial y$ به مراتب کوچکر از $\partial u/\partial z$ و $\partial v/\partial z$ هستند . بنابراین داریم :

$$\tau_{zx} = \eta\frac{\partial u}{\partial z} \qquad (۷-۳۰)$$

$$\tau_{zy} = \eta\frac{\partial v}{\partial z} \qquad (۷-۳۱)$$

و تنشهای برشی لزج اعمال شونده روی سطوح جامد و با استفاده از معادلات (۲۶-۷) و (۲۷-۷) را می توان به صورت زیر نوشت :

$$(\tau_{zx})_{z=0} = \left(\eta\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0} = -\frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\eta(u_b - u_a)}{h} \qquad (۷-۳۲)$$

$$(-\tau_{zx})_{z=h} = -\left(\eta\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=h} = -\frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta(u_b - u_a)}{h} \tag{۷-۳۳}$$

$$(\tau_{zy})_{z=0} = \left(\eta\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0} = -\frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\eta(v_b - v_a)}{h} \tag{۷-۳۴}$$

$$(-\tau_{zy})_{z=h} = -\left(\eta\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=h} = -\frac{h}{2}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\eta(v_b - v_a)}{h} \tag{۷-۳۵}$$

علامتهای منفی روی تنش برش لزج دلالت بر این دارد که جهت عمل کرد آنها مخالف با جهت حرکت است .

نرخهای جریان حجمی در واحد عرض درجهتهای x و y به صورت زیر تعریف می شوند :

$$q'_x = \int_0^h u\,dz \tag{۷-۳۶}$$

$$q'_y = \int_0^h v\,dz \tag{۷-۳۷}$$

با جایگذاری معادلات (۷-۲۸) و (۷-۲۹) در این معادلات داریم :

$$q'_x = -\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{u_a + u_b}{2}h \tag{۷-۳۸}$$

$$q'_y = -\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{v_a + v_b}{2}h \tag{۷-۳۹}$$

توجه داشته باشید که اگر $u_b = 0$ باشد ، معادله (۷-۳۸) ، دقیقاً معادله (۵۸-۶) به دست آمده برای نرخ جریان حجمی بین صفحات تخت موازی است . اولین جمله در سمت راست معادلات (۷-۳۸) و (۷-۳۹) نماینده جریان شناخته شده پویزل[1] (یا فشار) و عبارت دوم ، نماینده جریان کوئت[2] (یا سرعت) است .

با بازگشت به معادلات (۷-۲۸) و (۷-۲۹) ، معادله رینولدز توسط معرفی این عبارات در معادله پیوستگی به دست آمده در معادله (۴۷-۶) ، شکل می گیرد . قبل از انجام این عمل ،

1- Poiseuille 2- Couette

راحت تر است که معادله پیوستگی به شکل انتگرالی بیان شود .

$$\int_0^h \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \right] dz = 0$$

یک قانون عمومی انتگرال گیری عبارت است از :

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial x}[f(x,y,z)]\, dz = -f(x,y,h)\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_0^h f(x,y,z)\, dz\right] \qquad (۷-۴۰)$$

بنابراین اگر ρ دانسیته نیروی متوسط در عرض فیلم فرض شود (همان طور که قبلاً برای لزجت در عرض فیلم انجام گرفت) ، جمله مؤلفه u در معادله پیوستگی انتگرال گرفته شده برابر است با :

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial x}(\rho u)\, dz = -(\rho u)_{z=h}\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\int_0^h \rho u\, dz\right) = -\rho u_a \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \int_0^h u\, dz\right)$$

به طور مشابه برای مؤلفه v داریم :

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial y}(\rho v)\, dz = -\rho v_a \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \int_0^h v\, dz\right)$$

جمله مؤلفه w را می توان مستقیماً انتگرال گرفت ؛ سپس داریم :

$$\int_0^h \frac{\partial}{\partial z}(\rho w)\, dz = \rho(w_a - w_b)$$

بنابراین معادله پیوستگی انتگرال گرفته شده و می شود :

$$h\frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho u_a \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \int_0^h u\, dz\right) - \rho v_a \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \int_0^h v\, dz\right) + \rho(w_a - w_b) = 0$$
(۷-۴۱)

انتگرالها در این معادله نماینده نرخهای جریان حجمی در واحد عرض (q'_x و q'_y) ، تشریح شده در معادلات (۷-۳۸) و (۷-۳۹) هستند . با معرفی این عبارات مربوط به نرخ جریان در معادله پیوستگی انتگرال گرفته شده ، معادله عمومی رینولدز به دست می آید :

$$0 = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho h(u_a + u_b)}{2}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho h(v_a + v_b)}{2}\right] + \rho(w_a - w_b) - \rho u_a\frac{\partial h}{\partial x} - \rho v_a\frac{\partial h}{\partial y} + h\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (۷-۴۲)$$

۷-۲-۲ از قوانین جریان لزج و اصل بقاء جرم

معادله رینولدز را می توان ، مستقیماً با در نظر گرفتن یک حجم کنترل ثابت در فضا و امتدادیافته در عرض فیلم روان کاری شونده ، به دست آورد . نرخ جریان جرم از داخل مستطیلی به ابعاد Δx و Δy را در نظر بگیرید ، مطابق شکل ۱-۷ ، سیستم مختصات را ثابت در نظر گرفته و فیلم روان کاری شونده بین سطوح امتداد دارد . توجه کنید که یک سطح با صفحه $z = 0$ و دیگری با سطح منحنی ارائه می شود ، به ترتیبی که ضخامت فیلم در هر لحظه فقط تابعی از x و y است . این دقیقاً همان سیستم مختصات به کار گرفته شده در قبل برای به دست آوردن معادله رینولدز است .

جرم روان کننده در حجم کنترل در هر لحظه ، $\rho h\ \Delta x \times \Delta y$ است . نرخ تغییر در داخل حجم کنترل از تغییر تفاوت بین نرخ جرم جاری به داخل حجم کنترل و نرخ خارج شونده از حجم کنترل ایجاد می شود که برابر با $-(\partial \rho q'_x / \partial x)\,\Delta x \times \Delta y$ در جهت x و $-(\partial \rho q'_y / \partial y)\,\Delta x \times \Delta y$ در جهت y است .

طبق اصل بقاء جرم نرخی که در آن جرم در حجم کنترل انبار می شوند ، یعنی $\partial(\rho h)/\partial t$ ، باید برابر با تفاوت بین نرخهای خروجی و ورودی جرم باشد ؛ بنابراین داریم :

$$-\frac{\partial \rho q'_x}{\partial x} - \frac{\partial \rho q'_y}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho h) \quad (۷-۴۳)$$

ولی داریم :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) = \rho\frac{\partial h}{\partial t} + h\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

و

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) = \rho\left(w_a - w_b - u_a\frac{\partial h}{\partial x} - v_a\frac{\partial h}{\partial y}\right) + h\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (۷-۴۴)$$

که با استفاده از معادلات (۳۸-۷) و (۳۹-۷) و (۴۴-۷) ، معادله (۴۳-۷) می شود .

$$0 = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho h(u_a + u_b)}{2}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho h(v_a + v_b)}{2}\right] + \rho(w_a - w_b) - \rho u_a\frac{\partial h}{\partial x} - \rho v_a\frac{\partial h}{\partial y} + h\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (۷-۴۵)$$

این دقیقاً معادله (۴۲-۷) یعنی معادله رینولدز عمومی به دست آمده ازمعادلات ناویر ـ استوکس و پیوستگی است .

۳-۷ اهمیت فیزیکی جملات در معادله رینولدز

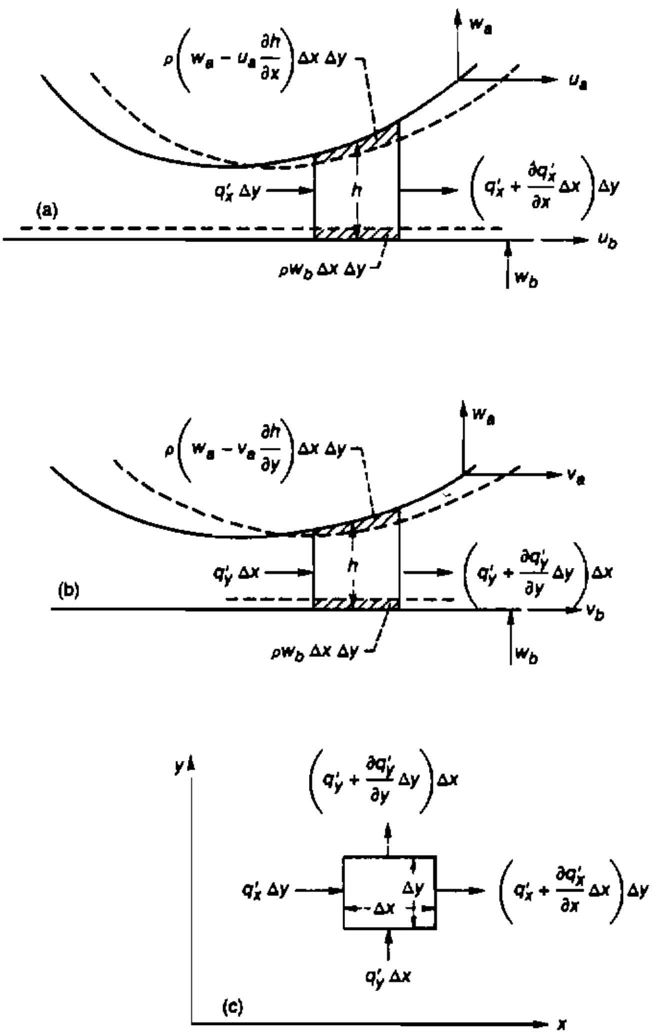
دو جمله اول معادله (۴۵-۷) ، عبارات پویزل بوده و نرخهای خالص جریان به خاطر گرادیان های فشار ازداخل سطح روان کاری شونده را تشریح می کنند . عبارات سوم و چهارم ، عبارات کوئت بوده ونرخهای خالص جریان ادغام شونده به علت سرعتهای سطحی را تشریح می کنند . عبارات پنجم تا هفتم ، نرخهای خالص و جریان به خاطر حرکت فشردگی و عبارت آخری نرخ خالص جریان به علت انبساط محلی را تشریح می کنند . جریانها یا «عملها» را می توان بدون از دست دادن حالت عمومی آن ، با حذف عبارات نشت کناری[1] $(\partial / \partial y)$ در معادله (۴۵-۷) در نظر گرفت .

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)}_{\text{Poiseuille}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho h(u_a + u_b)}{2}\right]}_{\text{Couette}} + \underbrace{\rho\left(w_a - w_b - u_a\frac{\partial h}{\partial x}\right)}_{\text{Squeeze}} + \underbrace{h\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{Local expansion}} \qquad (۷-۴۶)$$

Couette:

$$\underbrace{\frac{h(u_a + u_b)}{2}\frac{\partial \rho}{\partial x}}_{\text{Density wedge}} \qquad \underbrace{\frac{\rho h}{2}\frac{\partial}{\partial x}(u_a + u_b)}_{\text{Stretch}} \qquad \underbrace{\frac{\rho(u_a + u_b)}{2}\frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{Physical wedge}}$$

1- Side-leakage terms



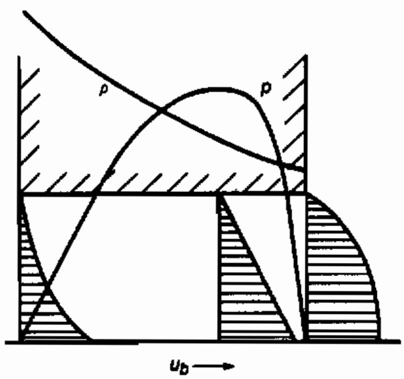
شکل ۱-۷- جریان جرم از داخل سطح مقطع مستطیلی حجم کنترل . الف ـ صفحه x ، z ، ب ـ صفحه y و z ، ج ـ صفحه x و y . از [از همراک و داوسون (۱۹۸۱)] .

می توان دید که جمله کوئت منجر به سه عمل متفاوت می شود . حال اهمیت فیزیکی هر جمله در معادله رینولدز به طور مفصل بحث می شود .

۷-۳-۱ عبارت گوه‌ای جرم مخصوص[1] $[(u_a + u_b)h / 2)](\partial \rho / \partial x)$

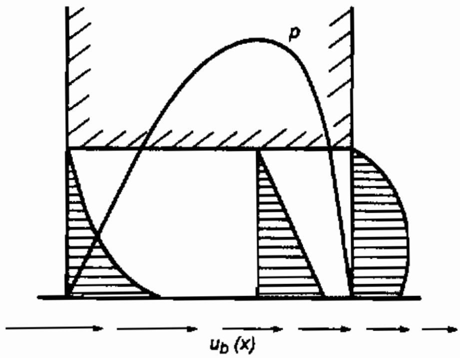
عمل گوه‌ای جرم مخصوص مربوط به نرخی است که در آن ، جرم مخصوص روان کننده ، مطابق شکل ۲-۷ ، در جهت لغزش تغییر می کند . اگر جرم مخصوص روان کننده در جهت لغزش کاهش یابد ، جریانهای جرمی کوئت برای هر کدام از موقعیتهای سه نمایه سرعت در شکل ۲-۷ ، فرق می کند . برای پیوستگی جریان جرم ، این تفاوت باید با تولید یک جریان پویزل موازنه کننده ، حذف شود .

توجه داشته باشید که از شکل ۲-۷ ، برای تولید فشارهای مثبت ، جرم مخصوص باید در جهت لغزش کاهش یابد . این اثر را می توان با افزایش دمای روان کننده ضمن عبور از داخل یاتاقان ایجاد کرد . مکانیزم گوه‌ای جرم مخصوص (بعضی اوقات «گوه‌ای حرارتی» نامیده می شود) ، در اکثر یاتاقانها بی اهمیت است . گفته شده است که این مکانیزم می تواند نقش مهمی در عملکرد یاتاقانهای کف گرد با سطوح موازی و در جایی که عملهای اصلی تولید فشار غائبند داشته باشد .



شکل ۲-۷- گوه جرم مخصوص

1- Density wedge term



شکل ۳-۷- مکانیزم کشیدگی

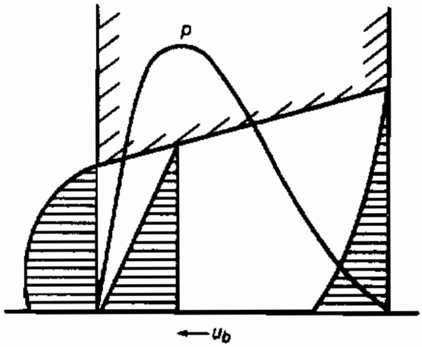
۷-۳-۲ عبارت کشیدگی[1] $[(\rho h/2)[\partial(u_a+u_b)/\partial x]]$

عمل کشیدگی ، نرخی را که در آن سرعت سطحی در جهت لغزش تغییر می کند ، در نظر می گیرد . این اثر وقتی تولید می شود که جامدات محدودکننده کشسان بوده و اندازه ای که این سطوح کشیده می شوند ، در داخل یاتاقان تغییر کند . برای تولید فشارهای مثبت ، مطابق شکل ۳-۷ سرعتهای سطحی مجبور به کاهش در جهت لغزش هستند . این عمل درياتاقانهای معمولی به وجود نمی آید .

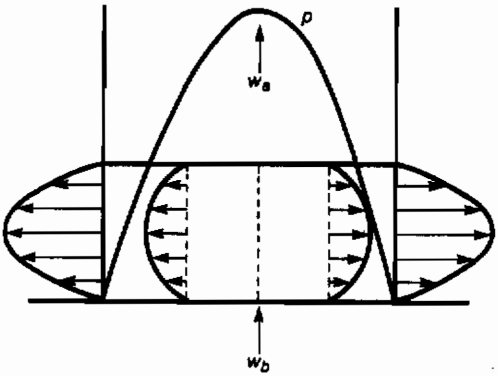
۷-۳-۳ جمله گوه ای فیزیکی $[\rho(u_a+u_b)/2](\partial h/\partial x)$

عمل گوه فیزیکی ، خیلی مهم بوده و بهترین وسیله برای تولید فشار است . این عمل در شکل ۴-۷ و برای مورد یک صفحه لغزنده و یک کفشک یاتاقان ساکن ، نشان داده شده است . در هر سه قسمت ، نرخ جریان حجمی کوئت متناسب با مساحت مثلث با ارتفاع h و قاعده uاست . چون h در طول یاتاقان تغییر می کند ، نرخ جریان کوئت در هر قسمت متفاوت بوده و پیوستگی جریان فقط نهایی به دست می آید که یک جریان پویزل موازنه کننده اضافه شود . برای یک ظرفیت حمل بار مثبت ، ضخامت فیلم روان کننده باید در جهت لغزش کاهش یابد .

1- Stretch term



شکل ۴-۷- مکانیزم گوه فیزیکی



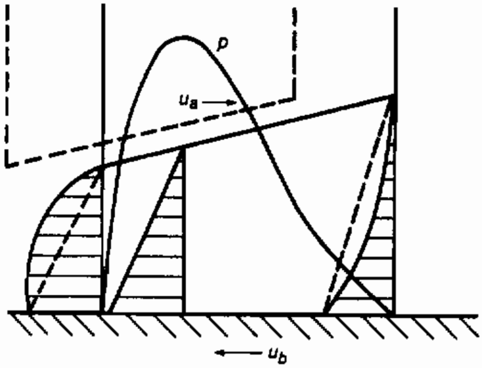
شکل ۵-۷- مکانیزم فشردگی عادی

۷-۳-۴ عبارت فشردگی معمولی $\rho\,(w_a - w_b)$

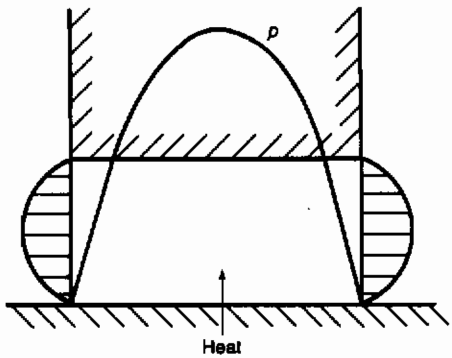
عمل فشردگی معمولی ، وقتی که سطوح یاتاقان تمایل به تماس به یکدیگر داشته باشند ، اثر بالشتکی باارزشی را فراهم می‌آورد . فشارهای مثبت وقتی تولید خواهد شد که ضخامت فیلم به تدریج تعدیل یابد . اعمال گوه فیزیکی و فشردگی عادی ، دو وسیله اصلی تولید فشار در یاتاقانهای هیدرودینامیکی یا فیلم سیال خود عمل کننده ، هستند . در غیاب لغزش ، مطابق شکل ۵-۷ ، این اثر مستقیماً از تفاوت سرعتهای عمودی $(w_a - w_b)$ حاصل می‌شود . به طور آشکار فشارهای مثبت زمانی به دست خواهند آمد که ضخامت فیلم در حال کاهش باشد $(w_a > w_a)$.

۷-۳-۵ جمله فشردگی انتقال ($-\rho u_a (\partial h / \partial x)$)

عمل انتقال فشردگی ، نتیجه ای است از انتقال سطوح شیبدار . ضخامت موضعی فیلم ممکن است مثل شکل ۶-۷ ، با لغزش سطح شیبدار یاتاقان فشرده شود . نرخی که در آن ضخامت فیلم کاهش می یابد ، در شکل نشان داده شده است . توجه داشته باشید که در این مورد ، نمایه فشار روی فضای پوشیده شده توسط سیستم مختصات ثابتی که فشار در هر نقطه ثابت آن تابع زمان است ، در حال حرکت است .



شکل ۶-۷- مکانیزم انتقال فشردگی



شکل ۷-۷- مکانیزم انبساط محلی

۶-۳-۷ جمله انبساط موضعی ($h\,(\partial \rho/\partial t)$

نرخ محلی زمانی تغییر جرم مخصوص ، حاکم بر جمله انبساط محلی است . مطابق شکل ۷-۷ ، مکانیزم تولید فشار را می توان با در نظر گرفتن انبساط حرارتی روان کننده بین سطوح ساکن یاتاقان ، تصور کرد . اگر حرارت به روان کننده اضافه شود ، منبسط شده و حجم اضافی مجبور است که از فضای بین سطوح یاتاقان خارج شود . در غیاب سرعتهای سطحی ، حجم اضافی روان کننده باید توسط یک عمل جریان فشار (پویزل) خارج شود . بنابراین فشارها در روان کننده تولید شده و برای یک ظرفیت حمل بار مثبت ، $\partial\rho/\partial t$ باید منفی باشد (مثلاً حجم جرم داده شده روان کننده باید افزایش یابد) . انبساط محلی ، که یک مکانیزم انتقال تولید فشار است ، معمولاً در تجزیه و تحلیل یاتاقان بی اهمیت است .

۴-۷ شکلهای تعدیل‌یافته استاندارد معادله رینولدز

فقط برای حرکت مماسی که در آن : $w_a = u_a\,\partial h/\partial x + v_a\,\partial h/\partial y$ و $w_a = 0$ است ؛ معادله رینولدز ارائه شده با رابطه (۴۵-۷) می شود :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 12\tilde{u}\frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 12\tilde{v}\frac{\partial(\rho h)}{\partial y} \qquad (۴۷-۷)$$

که در آن :

$$\tilde{u} = \frac{u_a + u_b}{2} = \text{constant} \qquad \tilde{v} = \frac{v_a + v_b}{2} = \text{constant}$$

است . این معادله برای روان کاری الاستوهیدرودینامیکی ، قابلیت کاربرد دارد . برای روان کاری هیدرودینامیکی ، خواص سیال در سرتاسر یاتاقان تغییر قابل توجهی نکرده ؛ بنابراین می تواند ثابت در نظر گرفته شود . همچنین برای روان کاری هیدرودینامیکی ، حرکت کاملاً لغزشی بوده به ترتیبی که $\tilde{v}$ صفر است . بنابراین، معادله رینولدز مربوط می شود به :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 12\tilde{u}\eta_0\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (۴۸-۷)$$

معادله (۷-۴۷) نه تنها فقط اجازه می دهد که خواص سیال در جهتهای x و y تغییر کند ، بلکه همچنین اجازه می دهد که سطوح یاتاقان در جهت y طول معین داشته باشد . نشت کناری یا جریان در جهت y ، مرتبط با جمله دوم در معادلات (۷-۴۷) و (۷-۴۸) است . اگر فشار در فیلم روان کننده مجبور به در نظر گرفته شدن به‌عنوان تابعی از x و y باشد ، حل معادله (۷-۴۷) به صورت تحلیلی بندرت قابل به دست آمدن است .

درخیلی ازمسایل روان کاری متداول، ازنشت کناری می توان چشم پوشی کردکه این امر غالباً به راه حل تحلیلی می انجامد. اگرازنشت کناری صرف نظرشود، معادله (۷-۴۷)می شود :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = 12\bar{u}\frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \qquad (۷-۴۹)$$

این معادله را می توان نسبت به xانتگرال گرفت ، تا داشته باشیم :

$$\frac{1}{\eta}\frac{dp}{dx} = \frac{12\bar{u}}{h^2} + \frac{\bar{A}}{\rho h^3} \qquad (۷-۵۰)$$

با به کارگیری شرایط مرزی زیر :

$$\frac{dp}{dx} = 0 \qquad \text{when } x = x_m \qquad \rho = \rho_m \qquad h = h_m$$

داریم :

$$\bar{A} = -12\bar{u}\rho_m h_m$$

با جایگذاری این مقدار در معادله (۷-۵۰) ، می دهد :

$$\frac{dp}{dx} = 12\bar{u}\eta\frac{\rho h - \rho_m h_m}{\rho h^3} \qquad (۷-۵۱)$$

این شکل انتگرال گرفته شده معادله رینولدز است . توجه داشته باشید که اندیس m به شرط $dp/dx = 0$ درتمام نقاط ارجاع می دهد . مثال آن نقطه فشار بیشینه است . هیچ فرضی در مورد جرم مخصوص یا لزجت سیال در معادله (۷-۵۱) انجام نگرفت . اگر جرم مخصوص درسرتاسر اتصال تغییرزیادی نکند می توان آن را ثابت درنظر گرفته ؛ و معادله (۷-۵۱)

به شکل زیر تعدیل یابد :

$$\frac{dp}{dx} = 12\bar{u}\eta\frac{h - h_m}{h^3} \qquad (۷-۵۲)$$

معادله رینولدز که برای یاتاقانهای روان کاری شونده توسط گاز معتبر است ، در این قسمت مورد بحث قرار می گیرد . معادله حالت برای یک گاز کامل عبارت است از :

$$p = \rho\bar{R}t_m \qquad (۷-۵۳)$$

که در آن :

where $\bar{R}$ = gas constant (universal gas constant ÷ molecular weight)
t_m = absolute temperature

است ؛ بنابراین از معادله (۵۳-۷) داریم :

$$\rho = \frac{p}{\bar{R}t_m} \qquad (۷-۵۴)$$

با جایگذاری این معادله در رابطه (۴۷-۷) ، معادله رینولدزی به دست می آید که معمولاً برای یاتاقانهای روان کاری شونده توسط گاز و فقط برای حرکت مماسی به کار می روند . به دلیل این که لزجت یک گاز تغییر زیادی نمی کند ، می توان آن را ثابت در نظر گرفت .

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(ph^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(ph^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 12\bar{u}\eta_0\frac{\partial(ph)}{\partial x} \qquad (۷-۵۵)$$

معادله قابل مقایسه با (۴۷-۷) ، در سیستم مختصات استوانه ای عبارت است از :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial\theta}\right) = 12\left[\bar{v}_r\frac{\partial}{\partial r}(\rho rh) + \bar{v}_\theta\frac{\partial}{\partial\theta}(\rho h)\right] \qquad (۷-۵۶)$$

که در آن : $\bar{v}_r = (v_{ra} + v_{rb})/2$ و $\bar{v}_\theta = (v_{\theta a} + v_{\theta b})/2$ می باشد . اگر لزجت و جرم مخصوص ثابت فرض شوند ، این معادله به صورت زیر تعدیل می شود :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(rh^3\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial\theta}\right) = 12\eta_0\left[\bar{v}_r\frac{\partial}{\partial r}(rh) + \bar{v}_\theta\frac{\partial h}{\partial\theta}\right] \qquad (۷-۵۷)$$

باید خاطر نشان ساخت که معادلات (۵۶-۷) و (۵۷-۷) ، معادله رینولدز برای مختصات استوانه ای برای یک یاتاقان کف گرد که در آن مسیر فیلم در جهت z بوده و ابعاد یاتاقان در r و θ هستند ، می باشد . اگر کسی مایل به ارائه آن در مختصات استوانه ای در به کارگیری برای یاتاقان ژورنال باشد ، معادله رینولدز متفاوت خواهد بود و در آن θ و z ابعاد این یاتاقان و r شکل فیلم را تشریح می کنند .

معادله رینولدزبه دست آمده برای ارائه عمومی معادله (۴۵-۷)، به صورت زیرمی باشد :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho h(u_a+u_b)}{2}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho h(v_a+v_b)}{2}\right]+\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \tag{۷-۵۸}$$

این معادله دقیقاً مشابه (۴۵-۷) است ؛ اگر داشته باشیم :

$$\rho(w_a-w_b)-\rho u_a\frac{\partial h}{\partial x}-\rho v_a\frac{\partial h}{\partial y}+h\frac{\partial \rho}{\partial t}=\frac{\partial(\rho h)}{\partial t}$$

این دلالت بر آن دارد که :

$$\frac{\partial h}{\partial t}=w_a-w_b-u_a\frac{\partial h}{\partial x}-v_a\frac{\partial h}{\partial y} \tag{۷-۵۹}$$

است . سعی خواهد شد که واقعیت معادله (۵۹-۷) اثبات شود . در ابتدا توجه داشته باشید که ضخامت فیلم h تابع x ، y و t است .

$$h=f(x,y,t)$$

از تعریف مشتق کلی داریم :

$$Dh=\frac{\partial h}{\partial t}dt+\frac{\partial h}{\partial x}dx+\frac{\partial h}{\partial y}dy$$

یا

$$\frac{Dh}{Dt}=\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial h}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial h}{\partial y}\frac{dy}{dt}$$

ولی ؛

$$u_a = \frac{dx}{dt} \qquad v_a = \frac{dy}{dt} \qquad \text{and} \qquad \frac{Dh}{Dt} = w_a - w_b$$

یا

$$\therefore w_a - w_b = \frac{\partial h}{\partial t} + u_a \frac{\partial h}{\partial x} + v_a \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = w_a - w_b - u_a \frac{\partial h}{\partial x} - v_a \frac{\partial h}{\partial y} \qquad (۷-۶۰)$$

بنابراین اثبات می شود که معادلات (۴۵-۷) و (۵۸-۷) یکسان هستند .

با استفـاده از معـادلات (۵۱-۶) و (۴۴-۶) تا (۴۶-۶) ، و پیروی از روش سزری [1] (۱۹۸۰) ، معادله رینولدز برای جریان مغشوش به صورت زیر است :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{\eta k_x}\frac{\partial p^*}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{\eta k_y}\frac{\partial p^*}{\partial y}\right) = \frac{u^*}{2}\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (۷-۶۱)$$

معادله (۶۱-۷) برای یاتاقـانهای کف گرد و ژورنال به کـار می رود . کونستانتیسکو [2] (۱۹۶۲) ثابت کرد که :

$$k_x = 12 + 0.53\left(k^2 R_{eh}\right)^{0.725} \qquad (۷-۶۲)$$

$$k_y = 12 + 0.296\left(k^2 R_{eh}\right)^{0.65} \qquad (۷-۶۳)$$

هستند ؛ که در آن داریم :

$$R_{eh} = \frac{r\omega h\rho}{\eta} \qquad (۷-۶۴)$$

$$k \approx 0.125 R_{eh}^{0.07} \qquad (۷-۶۵)$$

1- Szeri

2- Constantinescu

۷-۵ حرکتهای مختلف عمودی فشرده و لغزشی

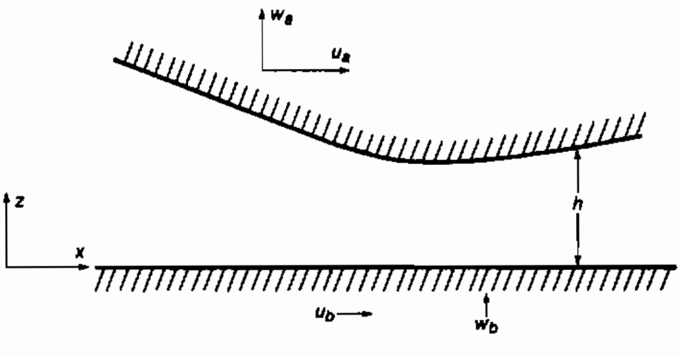
در قسمت قبلی معادلات مختلف رینولدز ، تنها زمانی که حرکت مماسی وجود دارد ، مورد بحث قرار گرفتند . در این قسمت چگونگی تغییر دادن معادله رینولدز ، وقتی که مؤلفه های مختلف مماسی و عمودی سرعت فشردگی در نظر گرفته می شود ، تشریح می گردد . مؤلفه های سرعت و مختصات به کار گرفته شده در شکل ۷-۸ ، نشان داده می شوند . اگر برای سادگی ، جرم مخصوص ثابت فرض شده و از نشت کناری صرف نظر شود ، معادله رینولدز ارائه شده در معادله (۷-۴۵) را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = \frac{u_a + u_b}{2}\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{h}{2}\frac{\partial}{\partial x}(u_a + u_b) + w_a - w_b - u_a\frac{\partial h}{\partial x}$$

با جمع آوری جملات داریم :

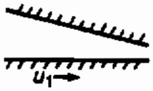
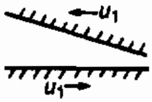
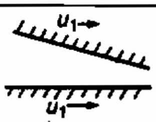
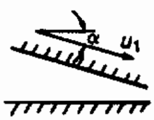
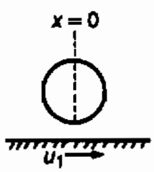
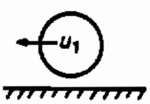
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = \underbrace{\frac{u_b - u_a}{2}\frac{\partial h}{\partial x}}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\frac{h}{2}\frac{\partial}{\partial x}(u_a + u_b)}_{\mathrm{II}} + \underbrace{w_a - w_b}_{\mathrm{III}} \qquad (۷-۶۶)$$

تعداد متفاوتی از حرکتهای مماسی و عمودی فشرده ممکن است اتفاق بیفتد که در جدول ۷-۱ نشان داده می شود . جملات سمت راست معادله (۷-۶۶) با I ، II ، و III مشخص می شوند . همان طور که جدول نشان می دهد ، باید دقت شود که حرکت فیزیکی انجام شونده در کاربرد بخصوص توسط معادله رینولدز مناسب با آن ارائه می شود . توجه داشته باشید که وضعیتهای هندسی و سرعتهای کاملاً متفاوت ، معادله یکسانی تولید می کنند ؛ ولی درك این که چرا این چنین است ، برای جلوگیری از برداشت غیرمناسب مهم است .

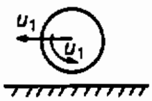
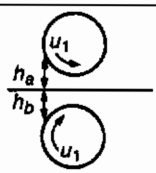


شکل ۷-۸- فشردگی عمودی و سرعتهای لغزشی

جدول ۱-۷- حرکتهایی مختلف مماسی و عمودی فشرده که در یاتاقانها اتفاق می‌افتد

	$u_a = w_a = 0$ $u_b = u_1,\ w_a = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx} + 0 + 0 = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx}$
	$u_a = -u_1,\ w_a = 0$ $u_b = 0,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx} + 0 + 0 = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx}$
	$u_a = -u_1,\ w_a = 0$ $u_b = u_1,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \frac{u_1 + u_1}{2}\frac{dh}{dx} + 0 + 0 = u_1\frac{dh}{dx}$
	$u_a = u_1,\ w_a = 0$ $u_b = u_1,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \frac{u_1 - u_1}{2}\frac{dh}{dx} + 0 + 0 = 0$
	$u_a = u_1\cos\alpha \approx u_1$ $w_a = -u_1\sin\alpha = u_1\frac{dh}{dx}$ $u_b = 0,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = -\frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx} + 0 + u_1\frac{dh}{dx} = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx}$
	$u_a = 0,\ w_a = 0$ $u_b = u_1,\ w_b = 0$ Note that $x < 0 \quad \frac{dh}{dx} < 0$ $x > 0 \quad \frac{dh}{dx} > 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx} + 0 + 0 = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx}$
	$u_a = -u_1,\ w_a = 0$ $u_b = 0,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx} + 0 + 0 = \frac{u_1}{2}\frac{dh}{dx}$

ادامهٔ جدول ۱-۷

	$u_a = u_1,\ w_a = u_1 \dfrac{\partial h}{\partial x}$ $u_b = 0,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = -\dfrac{u_1}{2}\dfrac{dh}{dx} + 0 + u_1 \dfrac{dh}{dx} = \dfrac{u_1}{2}\dfrac{dh}{dx}$
	$u_a = -u_1 + u_1 = 0,$ $w_a = u_1 \dfrac{\partial h}{\partial x}$ $u_b = 0,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = 0 + 0 + u_1 \dfrac{dh}{dx} = u_1 \dfrac{dh}{dx}$
	$u_a = u_1,\ w_a = u_1 \dfrac{\partial h}{\partial x}$ $u_b = u_1,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \dfrac{u_1 - u_1}{2} + 0 + u_1 \dfrac{\partial h}{\partial x} = u_1 \dfrac{\partial h}{\partial x}$
	$u_a = u_1,\ w_a = u_1 \dfrac{dh_a}{dx}$ $u_b = u_1,\ w_b = u_1 \dfrac{dh_b}{dx}$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \dfrac{u_1 - u_1}{2}\dfrac{dh}{dx} + 0 + u_1 \dfrac{dh_a}{dx}$ $+ u_1 \dfrac{dh_b}{dx} = u_1 \dfrac{dh}{dx}$
	$u_a = u_1,\ w_a = u_1 \dfrac{dh_a}{dx}$ $u_b = -u_1,\ w_b = -u_1 \dfrac{dh_b}{dx}$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = \dfrac{-u_1 - u_1}{2}\dfrac{dh}{dx} + 0 + u_1 \dfrac{dh_a}{dx}$ $+ u_1 \dfrac{dh_b}{dx} = 0$
	$u_a = u_1,\ w_a = u_1 \dfrac{dh}{dx}$ $u_b = 0,\ w_b = 0$	$\mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III} = -\dfrac{u_1}{2}\dfrac{dh}{dx} + 0 + u_1 \dfrac{dh}{dx} = \dfrac{u_1}{2}\dfrac{dh}{dx}$

۶-۷ مؤخره

این فصل با کاوش در اعداد بدون بعد مختلف ، که تشریح کننده اهمیت عبارات شرکت کننده در معادله رینولدز هستند ، آغاز شد . عدد رینولدز ، جملات اینرسی و لزجت را مقایسه می کند و عدد فرود ، جملات اینرسی و گرانش را . نسبت عدد رینولدز به عدد فرود نیز ، جملات مربوط به گرانش و لزجت را مقایسه می نماید .

معادله رینولدز از به هم پیوستن معادلات ناویر ـ استوکس و معادله پیوستگی و نیز با استفاده از قوانین جریان لزج و اصل بقاء جرم به دست آمد . معادله رینولدز شامل جملات

پویزل ، گوه فیزیکی ، کشیدگی ، تراکم موضعی و فشردگی عمودی و عرضی است . هر کدام از این عبارات ، حرکت فیزیکی از نوع بخصوصی را تشریح می کنند که اهمیت فیزیکی هر جمله بحث شد . شکلهای استاندارد معادلات رینولدز که در سرتاسر این کتاب مورد استفاده قرار می گیرند نیز مورد بحث قرار گرفتند . این فصل با تشریح ۱۳ حرکت مختلف لغزشی و یا فشردگی عمودی با معادله رینولدز مربوطه ، به اتمام رسید .

۷-۷ مسائل

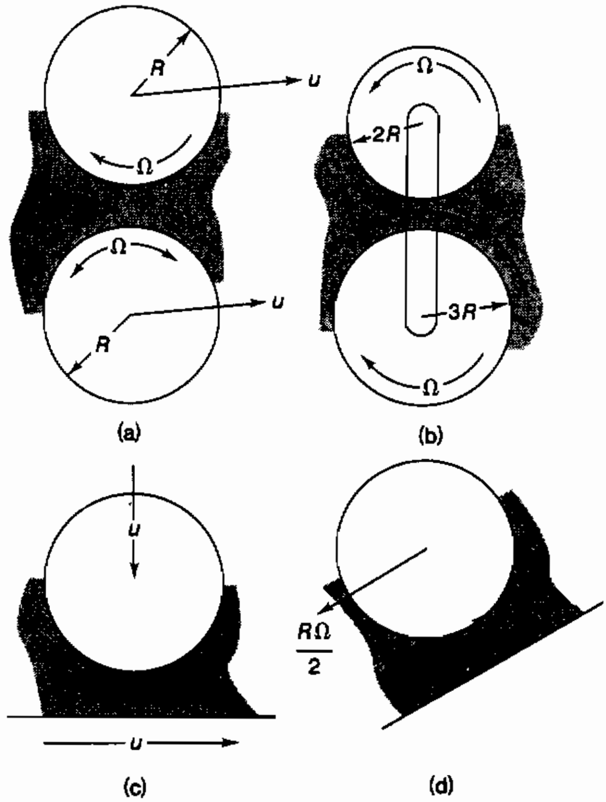
۷-۷-۱ با شروع از معادلات ناویر ـ استوکس ارائه شده در مختصات استوانه ای [معادلات (۳۱-۶) و (۳۳-۶)] ، معادله رینولدز ارائه شده در معادله (۵۶-۷) را به دست آورید. فرض کنید که شما مختصات استوانه ای (r, θ, z) را در مورد یاتاقان کف گرد که z در جهت فیلم روان کننده (h) و $h \geq r$ است را به کار می برید .

۷-۷-۲ از روابط بین مختصات کارتزین و استوانه ای ثابت کنید که معادله (۴۷-۷) وقتی که لزجت و جرم مخصوص ثابت باشد ($\rho = \rho_0$ و $\eta = \eta_0$) معادل معادله (۵۷-۷) است .

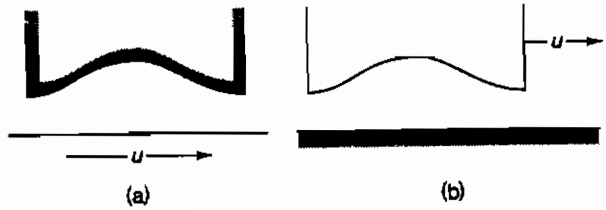
۷-۷-۳ معادله رینولدز برای شرایط جریان آرام را با شرایط مناسب برای جریان مغشوش مقایسه کنید . همچنین شرایط کاری و کاربردی که در آن اغتشاش در گستره فیلم سیال بیشترین احتمال اتفاق را دارد ، لیست کنید .

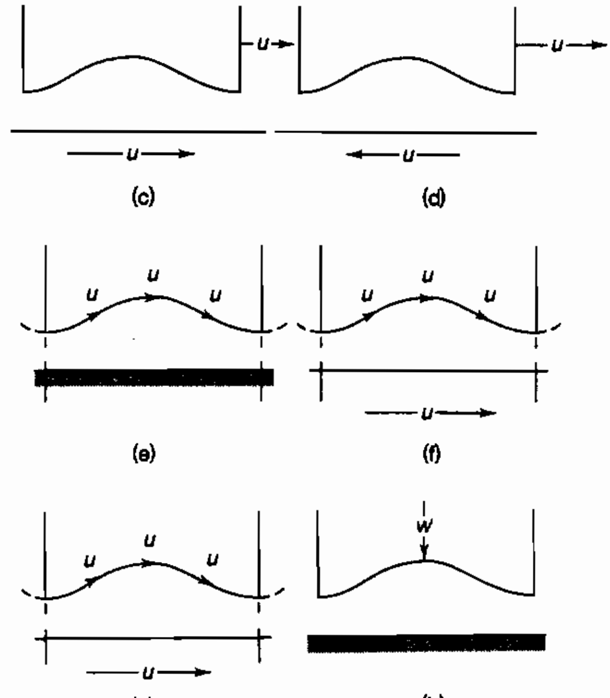
۷-۷-۴ یک یاتاقان ژورنال روان کاری شونده با آب در یک پمپ تغذیه دیگ دارای میله 0.10 m بوده که در 10 r/s می چرخد . لزجت سینماتیک در ناحیه فیلم سیال کامل را می توان مستقیماً متناسب با ضخامت فیلم در نظر گرفته و مقدار $4 \times 10^{-7}\ m^2/s$ در یک ضخامت فیلم برابر با لقی شعاعی 0.1 mm دارد . تعیین کنید که آیا این یاتاقان درناحیه جریان آرام یا مغشوش کار می کند ؛ اگر جریان آرام پیش بینی می شود ، چه تغییری در این شرایط کاری ، شروع جریان گردابه ای را تولید می کند .

۷-۷-۵ معادله رینولدز برای موقعیتهای نشان داده شده در زیر را بنویسید . دوایر ، نماینده استوانه های بی نهایت طویل بوده و تمام سرعتها نسبت به یک سیستم ثابت هستند . روان کننده را می توان نیوتنی ، غیرقابل تراکم ، و لزجت ثابت فرض کنید .



۶-۷-۷ برای هر وضعیت تشریح شده که در نمودارهای زیر آمده است ، معادله رینولدز مناسب را بیان کرده و گسترده های فشار انتظار رونده را ترسیم کنید . می توان فرض کرد که یاتاقانها عرض بی نهایت داشته و روان کننده نیوتنی ، لزجت ثابت ، و غیرقابل تراکم بوده و کاویتاسیونی وجود ندارد . اجزاء نشان داده شده در نمودارها به صورت سایه ، ساکن هستند .





(c) (d)

(e) (f)

(g) (h)

۷-۸ فهرست منابع و مآخذ

Constantinescu, V. N. (1962): Analysis of Bearings Operating in Turbulent Regime, Trans of ASME, Series D, *J. of Basic Engr.*, vol. 84, no. 1, pp. 139–151.

Hamrock, B. J., and Dowson, D. (1981): *Ball Bearing Lubrication—The Elastohydrodynamics of Elliptical Contacts*. Wiley-Interscience, New York.

Harrison, W. J. (1913): The Hydrodynamical Theory of Lubrication With Special Reference to Air as a Lubricant. *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, xxii (1912–1925), pp. 6–54.

Reynolds, O. (1886): On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Philos. Trans. R. Soc.*, vol. 177, pp. 157–234.

Szeri, A. Z. (ed.) (1980): *Tribology-Friction, Lubrication, and Wear*. Hemisphere Publishing Corp., Washington, D.C.

Taylor, G. I. (1923): Stability of a Viscous Liquid Contained Between Two Rotating Cylinders. *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A*, vol. 223, pp. 289–343.

Tower, B. (1883): First Report on Friction Experiments (Friction of Lubricated Bearings). *Proc. Inst. Mech. Eng. (London)*, pp. 632–659.

فصل هشتم

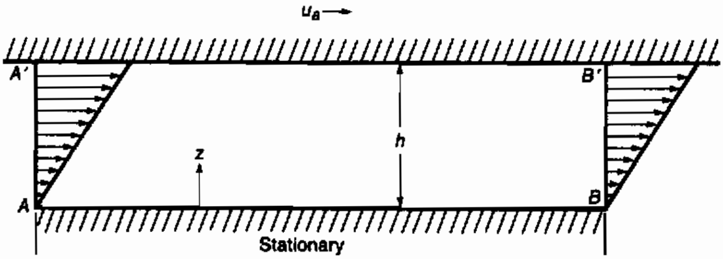
یاتاقانهای کف گرد هیدرودینامیکی حلهای تحلیلی

یک یاتاقان روان کاری شونده هیدرودینامیکی ، یاتاقانی است که ظرفیت حمل بار را به واسطه حرکت نسبی دو سطح جدا شده توسط فیلم سیال به وجود می آورد . فرآیندهای اتفاق افتاده در یک یاتاقان با روان کاری فیلم سیال را می توان با در نظرگیری کیفیت توسعه فشار روغن بهتر درك نمود .

۱-۸ مکانیزم توسعه فشار

درك توسعهٔ فشارهای حمل بار در یاتاقانهای هیدرودینامیکی را می توان از نظر فیزیکی با در نظر گرفتن شرایط هندسی و حرکت لازم برای توسعه این فشار به دست آورد . درك وضعیت فیزیکی می تواند ریاضی روان کاری هیدرودینامیکی را خیلی با معنی تر کند . تنها با درنظرگرفتن این که چه اتفاقی باید بیفتد تا پیوستگی جریان برقرار باشد ، می توان بیشتر آنچه که معادلات ریاضی بعداً در این فصل به ما می گویند را به دست آورد .

شکل ۱-۸ نمایه های سرعت برای دو سطح صاف جدا شده توسط یک ضخامت ، ثابت فیلم روان کاری کننده را نشان می دهند . این صفحات کاملاً پهن هستند ؛ به طوری که می توان از جریان نشت کناری (به داخل و خارج از صفحه کاغذ) صرف نظر کرد . صفحه بالایی با سرعت u_a در حرکت و صفحه پایینی به صورت ساکن نگه داشته می شود . لغزش صفر در سطوح وجود دارد . سرعت به طور یکنواخت از صفر در سطح AB تا u_a در سطح $A'B'$



شکل ۱-۸- نمایه‌های سرعت در یک یاتاقان کشویی با سطوح موازی

تغییر می کند ، بنابراین دلالت بر آن دارد که نرخ برش du/dz در سرتاسر فیلم روغن ثابت است . حجم سیال جاری شونده در عرض مقطع AA' در واحد زمان ، برابر با سیال جاری شونده در عرض مقطع BB' است . جریان عبورکننده از دو مرز ، فقط از گرادیانهای سرعت نتیجه شده و چون آنها با هم برابرند لزوم پیوستگی جریان بدون به وجود آمدن فشار در داخل فیلم به دست می آید . چون توان یک فیلم روان کاری شونده در حمایت از بار بستگی به فشار تولید شده در فیلم دارد ، یک یاتاقان کشویی با سطوح موازی نمی تواند این بار را توسط یک فیلم سیال تحمل کند . اگر باری به سطح AB وارد شود ، ماده روان کاری کننده با فشار خارج شده و این یاتاقان تحت شرایط روان کاری مرزی عمل خواهد کرد .

حال مورد دو صفحه ناموازی نشان داده شده در شکل ۲-۸ (الف) را در نظر بگیرید . در این مورد نیز پهنای صفحات در جهت عمود بر حرکت بزرگ است ، به ترتیبی که جریان روان کاری کننده دراین جهت بسیارکوچک است. حجم روان کاری کننده که سطح $A'B'$ سعی بر انتقال به داخل فضای بین سطوح AB و $A'B'$ ازطریق مقطع AA' درواحدزمان می کند، برابر $AC'A'$ است . حجم روان کاری کننده که این سطوح سعی بر خارج کردن از این فضا در مقطع BB' درهمین زمان می کند، برابر با $BD'B'$ است . چون فاصلهٔ AA' بزرگتر از فاصلهٔ BB' است ، حجم $AC'A'$ به اندازه AEC' از حجم $BD'B'$ بزرگتر است . طبق پیوستگی جریان ، حجم واقعی روغن حمل شده به داخل این فضا باید برابر با حجم خارج شده از این فضا باشد .

می توان به سادگی حدس زد که فشار تولیدشونده ای در فیلم روان کاری کننده تا ارضاء پیوستگی جریان وجود خواهد داشت . نمایه های سرعت به خاطر جریان «پویزل»[1]

1- Poiseuill

در شکل ۲-۸ (ب) ، نشان داده می شوند . این جریان از هر دو لبه های انتهایی و جلویی یاتاقان به سمت خارج است ؛ زیرا همیشه جریان از یک ناحیه با فشار بالاتر به ناحیه با فشار پایین تر خواهد بود . توجه داشته باشید که جریان فشار در مرز AA' در جهت مخالف با جریان سرعت است ، ولی جریان فشار در BB' در جهت جریان سرعت می باشد .

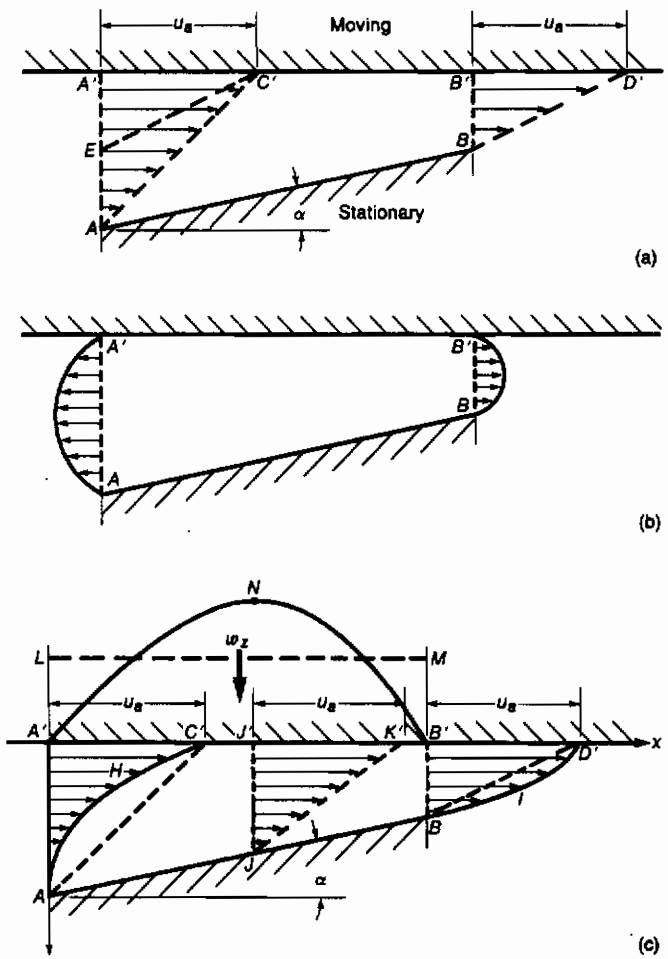
نتیجه بر هم نهش جریانهای کوئت[1] و پویزل در شکل ۲-۸ (ج) نشان داده می شوند . شکل منحنیهای توزیع سرعت به دست آمده از این طریق باید شرط این که نرخ جریان از مقطع AA' برابر با نرخ جریان در مقطع BB' باشد را ، برآورده کند . بنابراین مساحت $AHC'A'$ باید برابر با مساحت $BID'B'$ باشد . مساحت بین خط راست نقطه چین AC' و منحنی AHC' در مقطع AA' و مساحت بین خط نقطه چین BD' و منحنی BID' جریان القایی فشاری از داخل این مساحتها را ارائه می دهند .

این فشار در مقطع JJ' جایی بین مقاطع AA' و BB' بیشینه است . چون گرادیان فشار در مقطع JJ' صفر بوده و تمام جریان کوئت می باشد ، بنابراین جریان پویزل در این مقطع نقشی ندارد . توجه داشته باشید که پیوستگی جریان در مثلث $JK'J'$ ، که برابر با مساحتهای $AHC'A'$ و $BID'B'$ است ، برآورده می شود .

۲-۸ تئوری عمومی یاتاقان کف گرد

حلهای معادله رینولدز برای وضعیتهای واقعی یاتاقان معمولاً به شکل تقریب عددی به دست می آیند . حلهای تحلیلی فقط برای آسانترین مسایل امکان پذیرند . با محدود کردن جریان به دو بعد ، مثل صفحه xz ، حلهای تحلیلی برای خیلی از اشکال یاتاقانهای متداول ، قابل دسترس می شوند . مقدار کمی این راه حلها محدود است ؛ زیرا جریان در بعد سوم ، مثلاً y که به نام «نشت کناری» شناخته می شود ، در عملکرد یاتاقان فیلم سیال نقش مهمی ایفا می کند . چون حلهای دوبعدی مقدار زیادی اطلاعات در باره مشخصه های عمومی یاتاقانها به دست می دهند که منجر به تصویر فیزیکی واضحی از عملکرد فیلمهای روان شونده می شوند، ارزشمند هستند .

1- Couette



شکل ۲-۸- جریـان داخل یك یاتاقان کشویی با شیب ثابت ؛ الف ـ جریان کوئت ،
ب ـ جریان پویزل ، ج ـ نمایه سرعت منتجه

عـلاوه بر نادیده گرفتن نشت کناری ، ساده سازی دیگری با چشم پوشی اثرات فشار و دمای خواص روان کاری کننده مانندلزجت و دانسیته ، به دست می آید . لزجت روان کننده های رایج به طور خاص به دما حساس بوده و چون حرارت تولیدشده در یاتاقانهای هیدرودینامیکی معمولاً زیاد است ، محدودیت ایجاد شده توسط این فرض به طور سریع معلوم می شود .

با معرفی لزجت و دانسیته متغیر، حتی درموردتجزیه وتحلیل جریان دوبُعدی، مشکلات فراوانی به وجود می آورند . افزایش دما در داخل فیلم را می توان با فرض این که تمام حرارت تولیدشده توسط عمل لزجت با روان کننده انتقال می یابد (فرض آدیاباتیک) ، محاسبه کرد .

از فصل ۷ ، معادله (۵۲-۷)، معادله رینولدز دوبُعدی بیان شده به شکل انتگرالی برای جرم مخصوص ثابت را می توان این گونه نوشت :

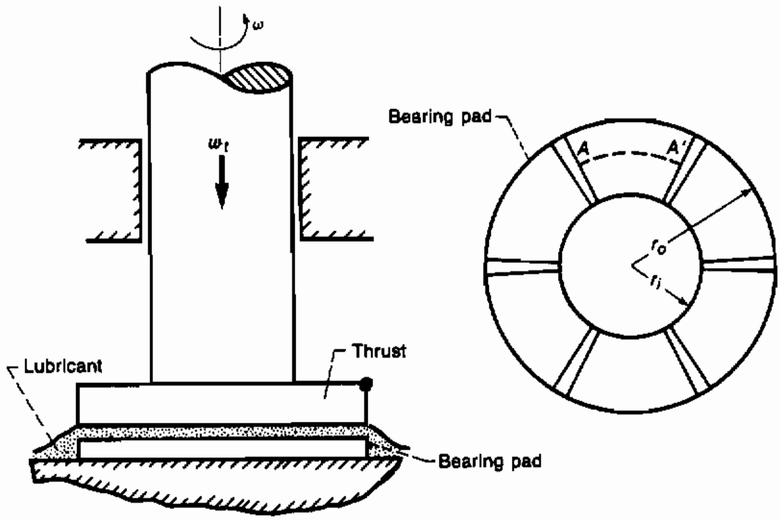
$$\frac{dp}{dx} = 12\bar{u}\eta\frac{h - h_m}{h^3} \tag{۷-۵۲}$$

در این فصل این معادله به عنوان نقطه شروع برای وضعیتهای مختلف یاتاقان کف گرد به کار گرفته می شود . قبل از ادامه بررسی موقعیتهای متفاوت فیلم در یاتاقانهای کف گرد ، لازم به بحث بیشتر در مورد یاتاقانهای کف گرد به طور عموم است .

خیلی از بارهایی که توسط ماشینهای چرخشی حمل می شوند ، مؤلفه هایی دارند که در جهت چرخش محور اصلی عمل می کنند . این بارهای کف گرد عموماً توسط یاتاقانهای خودعمل کننده یا هیدرودینامیکی نشان داده شده در شکل ۳-۸ ، صورت می پذیرند . یک صفحه کف گرد متصل شده یا تشکیل دهندهٔ قسمتی از محور چرخنده ، توسط یک فیلم روان کننده از کفشکهای یاتاقان به شکل قطاعی جدا می شود . ظرفیت حمل بار این یاتاقان کاملاً از فشارهای تولید شده توسط هندسه این صفحه کف گرد روی کفشکهای یاتاقان به وجود می آید . چیزی که قبلاً به طور فیزیکی در این فصل مشاهده گردید به صورت تحلیلی نشان داده خواهد شد . عمل روان کاری فقط وقتی انجام می شود که فضای لقی بین مؤلفه های ساکن و در حال حرکت با شکلهای هندسی بخصوص فراهم شوند .

واضح است که جریان روان کنندهٔ بین صفحه کف گرد و کفشکهای یاتاقان ، یک مسأله جریان سه بُعدی را ارائه می دهد . به هر حال برای این منظور ، از جریان در جهت شعاعی صرف نظر می شود . در این فصل هر کفشک در طول یک قسمت تشکیل یافته توسط قوس AA' که در شکل ۳-۸ نشان داده شده تجزیه و تحلیل می شود . از اثر انحنا در مورد این قسمت صرفن نظر می شود ؛ زیرا هندسه فیلم روغن با صفحه xz ارائه می گردد . این ارائه ساده ، اجازه می دهد تا ظرفیت حمل بار یاتاقان کف گرد به صورت :

$$w_t = N_0 w'_z(r_o - r_i) \tag{۸-۱}$$



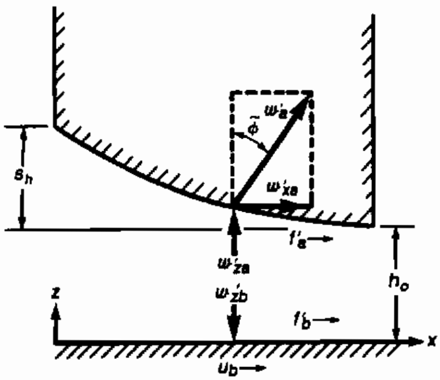
شکل ۳-۸- هندسه یاتاقان کف گرد

نوشته شود که در آن $N_{\rm H}$ تعداد کفشکهای یاتاقان کف گرد و w'_z ظرفیت حمل بار عمودی در واحد عرض یک کفشک برحسب N/m است .

این عبارت منتهی به تخمین اضافی ظرفیت حمل بار برای یک ضخامت فیلم روغن معین می شود؛ زیرا جریان روان کننده درجهت شعاعی (جهت نشت کناری) سعی درکاهش فشار متوسط فیلم روغن خواهد شد. اثرات نشت کناری درفصل ۹ مورد بحث قرارخواهند گرفت .

نتایج تجزیه و تحلیل وضعیتهای مختلف یاتاقان ، جهت راحتی در مقایسه مشخصه های مهم یاتاقان به شکل بدون بُعد بیان می شوند . تعاریف عمومی و روابط زیر مورد استفاده قرار می گیرند . این تعاریف باید مرتبط با شکل هندسی یاتاقان نشان داده شده در شکل ۴-۸ باشد .

نیروهای عمل کننده روی سطوح صلب ، در دو گروه می توانند در نظر گرفته شود . بارهایی که درجهت عمود به سطح عمل می کنند ، بارهای قائمی به دست می دهند که به دومؤلفه w'_x و w'_z تجزیه می شوند . تنشهای سطحی لزج که در جهت مماس بر سطح عمل می کند ، نیروهای برشی روی سطوح جامد به وجود می آورد که مؤلفه های f' در جهت x دارد. مؤلفه نیروهای برشی در جهت z را می توان نادیده گرفت .



شکل ۴-۸- مؤلفه‌های نیرو و شکل هندسی فیلم روغن در یك قطاع کف‌گرد روغن‌کاری شده به‌صورت هیدرودینامیکی

وقتی فشار برای یک وضعیت فیلم بخصوص از معادله رینولدز به دست آمد ، فشار و مؤلفه های نیروی زیر بر روی سطوح جامد اعمال خواهند شد .

$$w'_{za} = w'_{zb} = \int_0^{\ell} p\,dx \tag{۸-۲}$$

$$w'_{xb} = 0 \tag{۸-۳}$$

$$w'_{xa} = -\int_{h_o+s_h}^{h_o} p\,dh = -\int_0^{\ell} p\frac{dh}{dx}\,dx \tag{۸-۴}$$

$$\therefore w'_{xa} = -(ph)_0^{\ell} + \int_0^{\ell} h\frac{dp}{dx}\,dx = \int_0^{\ell} h\frac{dp}{dx}\,dx$$

$$w'_b = \left(w'^2_{zb} + w'^2_{xb}\right)^{1/2} = w'_{zb} \tag{۸-۵}$$

$$w'_a = \left(w'^2_{za} + w'^2_{xa}\right)^{1/2} \tag{۸-۶}$$

$$\tilde{\phi} = \tan^{-1}\frac{w'_{xa}}{w'_{za}} \tag{۸-۷}$$

نیروهای برشی در واحد عرض عمل کننده بر روی این سطوح جامد عبارتند از :

$$f'_b = \int_0^{\ell} (\tau_{zx})_{z=0}\,dx$$

با جایگذاری معادله (۳۲-۷) در این معادله داریم :

$$f'_b = \int_0^\ell \left(-\frac{h}{2}\frac{dp}{dx} - \frac{\eta u_b}{h} \right) dx$$

با استفاده از معادله (۴-۸) ، به دست می آید :

$$f'_b = -\frac{w'_{xa}}{2} - \int_0^\ell \frac{\eta u_b}{h}\, dx \tag{۸-۸}$$

به طور مشابه نیروی برشی در واحد عرض عمل کننده روی سطح جامد a :

$$f'_a = -\int_0^\ell (\tau_{zx})_{z=h}\, dx = -\frac{w'_{xa}}{2} + \int_0^\ell \frac{\eta u_b}{h}\, dx \tag{۸-۹}$$

است . توجه کنید که از شکل ۴-۸ داریم :

$$f'_b + f'_a + w'_{xa} = 0 \tag{۸-۱۰}$$

$$w'_{zb} - w'_{za} = 0 \tag{۸-۱۱}$$

این معادلات شرط تعادل ایستاتیکی را ارائه می دهند .

تنشهای لزج تولیدشده توسط برش فیلم روان کننده، نیروی مقاوم با مقدار $-f_b$ را بر روی سطح درحال حرکت به وجودمی آورند . نرخ کاری درمقابل تنشهای لزجت ، یا اُفت قدرت برای یک کفشک :

$$h_p = -f_b u_b = -f'_b (r_o - r_i) u_b \tag{۸-۱۲}$$

است . کار انجام شده در مقابل تنشهای لزج به صورت حرارت در داخل روان کننده ظاهر می شود . مقداری از این حرارت ممکن است به صورت تشعشع یا هدایت به محیط اطراف انتقال یابد ، یا توسط جریان روان کننده از فضای لقی به صورت جابجایی خارج شود .

افزایش دمای کلی روان کننده برای موردی که در آن تمام حرارت به صورت جابجایی خارج می شود به عنوان «افزایش دمای آدیاباتیک» شناخته می شود . این افزایش دمای کلی را می توان با مساوی قرار دادن نرخ حرارت تولیدی در داخل روان کننده با نرخ حرارت انتقال یافته توسط جابجایی به دست آورد :

$$h_p = J\rho q C_p (\Delta t_m) g$$

یا افزایش دمای آدیاباتیک برحسب درجه سلسیوس را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$\Delta t_m = \frac{h_p}{J\rho q C_p g} \qquad (\text{۸–۱۳})$$

که در آن :
حرارت معادل مکانیکی ژول برحسب $J = \mathrm{N.m/J}$
جرم مخصوص نیروی روان کننده برحسب $\rho = \mathrm{N.s^2/m^2}$
نرخ جریان حجمی در جهت حرکت برحسب $q = \mathrm{m^3/s}$
گرمای ویژه ماده در فشار ثابت برحسب $C_p = \mathrm{J / (N . ^\circ C)}$
شتاب ثقل $g = 9.8 \mathrm{~m / s^2}$

است .

با تعریف بعضی از معادلات که در تجزیه و تحلیل یاتاقان کف گرد مورد استفاده قرار می گیرند ، سه یاتاقان کشویی زیر توجه را به خود جلب می نمایند :

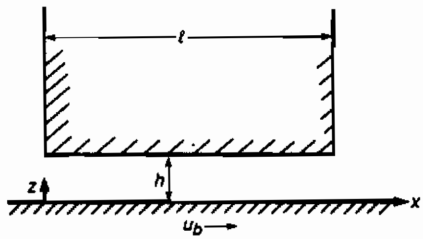
۱ - سطح موازی
۲ - شیب ثابت
۳- پله موازی .

بدون بُعد کردن برای تعریف پارامترهای عملکرد منتجه جهت هر سه نوع یاتاقان به طور یکسان به کار گرفته می شود ، به طوری که آنها را بتوان مستقیماً مقایسه کرد . در سرتاسر این فصل فرض می کنیم که مکانیزم تولید فشار ، گوه فیزیکی بحث شده در قسمت ۳-۳-۷ است .

۸-۳ یاتاقان کشویی با سطوح موازی

شکل ۵-۸ یک یاتاقان کشویی با سطوح موازی را نشان می دهد . ضخامت فیلم برای طول یاتاقان ثابت است . با استفاده از معادله رینولدز تعریف شده در معادله (۴۸-۷) و در ضمن چشم پوشی از جمله نشت کناری و فرض ضخامت فیلم ثابت معادله رینولدز تعدیل شده به صورت زیر به دست می آید :

$$\frac{d^2p}{dx^2} = 0 \qquad (\text{۸–۱۴})$$



شکل ۵-۸- یاتاقان کشویی با سطوح موازی

با دو بار انتگرال گیری داریم :

$$p = \bar{A}x + \bar{B}$$

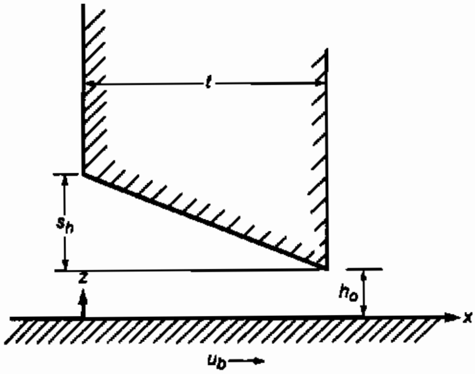
شرایط مرزی عبارتند از :

1. $p = 0$ at $x = 0$.
2. $p = 0$ at $x = \ell$.

با استفاده از این شرایط مرزی ، $p = 0$ می شود . بنابراین یک یاتاقان کشویی با سطوح موازی ، به صورت مکانیزم گوه فیزیکی فشار تولید نمی کند . عدم وجود تولیدکننده فشار ، دلال بر این است که این دسته از یاتاقانها نمی توانند بار شعاعی تحمل کنند . این همان نتیجه ای است که قبلاً در فصل (قسمت ۱-۸) از بحث فیزیکی به آن رسیدیم .

۴-۸ یاتاقان کشویی با شیب ثابت

شکل ۶-۸ یک یاتاقان کشویی با شیب ثابت را نشان می دهد . یک کشویی با شیب ثابت شامل دو سطح غیرموازی جداشده توسط یک فیلم روغن می باشد . یک سطح ثابت است ، در حالی که دیگری با سرعت یکنواخت حرکت می کند . جهت حرکت و شیب سطوح طوری هستند که یک فیلم روغن همگرا بین سطوح تشکیل شده و مکانیزم تولید فشار گوه فیزیکی (تشریح شده در قسمت ۳-۳-۷) در فیلم روغن توسعه می یابد . این مکانیزم تولید فشار است که یاتاقان را قادر به تحمل بار می کند .



شکل ۶-۸- یاتاقان کشویی با شیب ثابت

۱-۴-۸ توزیع فشار

تجزیه و تحلیل این نوع یاتاقان با شکل انتگرالی معادله رینولدز که توسط معادله (۵۲-۷) انجام می‌شود . تنها تغییر در این معادله $v_a = 0$ و لزجت ثابت η_0 فرض می‌شود .

$$\frac{dp}{dx} = 6\eta_0 u_b \frac{h - h_m}{h^3} \tag{۸-۱۵}$$

که h_m ضخامت فیلم در $dp/dx = 0$ است .

ضخامت فیلم روغن را می‌توان برحسب تابعی از x نوشت :

$$h = h_o + s_h\left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \tag{۸-۱۶}$$

انتخاب ضخامت فیلم و فشار برحسب عبارات بدون بُعد زیر :

$$P = \frac{ps_h^2}{\eta_0 u_b \ell} \qquad H = \frac{h}{s_h} \qquad H_m = \frac{h_m}{s_h} \qquad H_o = \frac{h_o}{s_h} \qquad X = \frac{x}{\ell} \tag{۸-۱۷}$$

باعث می‌شود که معادلات (۱۵-۸) و (۱۶-۸) به این شکل درآیند :

$$\frac{dP}{dX} = 6\left(\frac{H - H_m}{H^3}\right) \tag{۸-۱۸}$$

$$H = \frac{h}{s_h} = H_o + 1 - X \tag{۸-۱۹}$$

$$\frac{dH}{dX} = -1 \tag{۸-۲۰}$$

با انتگرال گیری از معادله (۱۸-۸) داریم :

$$P = 6\int \left(\frac{1}{H^2} - \frac{H_m}{H^3} \right) dX$$

همچنین با به کارگیری معادله (۲۰-۸) در معادله قبلی ، داریم :

$$P = -6\int \left(\frac{1}{H^2} - \frac{H_m}{H^3} \right) dH$$

$$\therefore P = 6\left(\frac{1}{H} - \frac{H_m}{2H^2} \right) + \tilde{A} \tag{۸-۲۱}$$

شرایط مرزی عبارتند از :

1. $P = 0$ when $X = 0 \rightarrow H = H_o + 1.$
2. $P = 0$ when $X = 1 \rightarrow H = H_o.$

با استفاده از شرایط مرزی ۱ و ۲ داریم :

$$H_m = \frac{2H_o(1 + H_o)}{1 + 2H_o} \tag{۸-۲۲}$$

و

$$\tilde{A} = -\frac{6}{1 + 2H_o} \tag{۸-۲۳}$$

با جایگذاری معادلات (۲۲-۸) و (۲۳-۸) در (۲۱-۸) این نتیجه را داریم :

$$P = \frac{6X(1 - X)}{(H_o + 1 - X)^2(1 + 2H_o)} \tag{۸-۲۴}$$

توجه داشته باشید که فشار بدون بُعد ، تابعی از X و H_0 است . تغییرات P با X برای مقادیر مختلف H_0 ، در شکل ۷-۸ نشان داده شده است . در آنجا می توان دید که توزیع فشار با

کاهش H_0 افزایش می یابد . به خاطر داشته باشید که $H_0 = h_0 / s_h$ است . بنابراین اگر ارتفاع پله ، s_h ، ثابت باقی بماند ، شکل ۷-۸ دلالت بر این دارد که در ضمن کوچکتر شدن ضخامت فیلم خروجی h_0 ، نمایه فشار ، بدون محدودیت افزایش می یابد . این شکل همچنین نشان می دهد که برای H_0 بزرگ ، تولید فشار کمی در یاتاقان کف گرد با شیب ثابت وجود دارد .

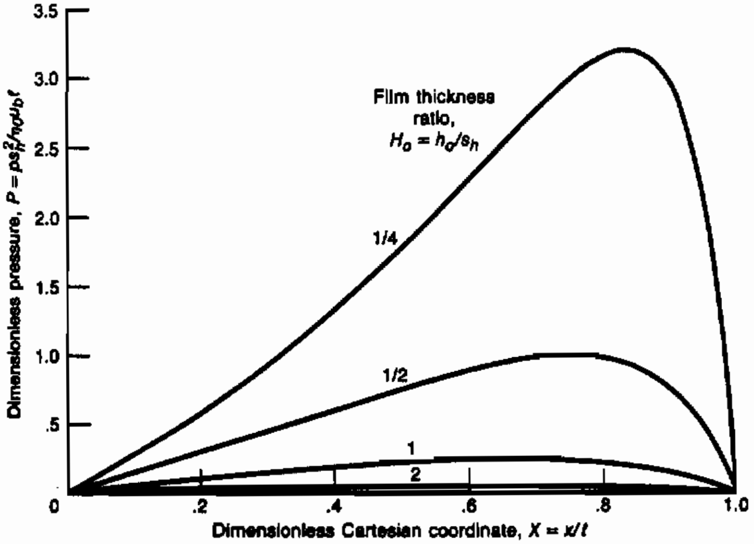
محاسبه ضخامت فیلم در مقطعی که گرادیان فشار برابر با صفر است ، می شود :

$$H_m = H_o + 1 - X_m$$

با استفاده از معادله (۸-۲۲) داریم :

$$X_m = \frac{1 + H_o}{1 + 2H_o} \qquad (۸-۲۵)$$

ضمن $H_0 \to 0$ ، مقطع فشاربیشینه ، $X_m \to 1$ میل کرده ، ولی ضمن $H_0 \to \infty$ ، $X_m \to \frac{1}{2}$ میل می کند . توجه داشته باشید که $H_0 \to 0$ دلالت بر این دارد که یا $h_0 \to 0$ یا $s_h \to \infty$ ولی $H_0 \to \infty$ دلالت براین دارد که $h_0 \to \infty$ یا $s_h \to 0$ میل می کند . وضعیت $s_h \to 0$ دلالت برموازی بودن سطوح دارد؛ ولی همانطور که در قسمت ۸-۳ نتیجه گرفتیم ، سطوح موازی فشار تولید نمی کنند .



شکل ۷-۸- توزیع فشار در یاتاقان کشویی با شیب ثابت

با تعریف مقطع فشار بیشینه توسط معادله (۸-۲۵) ، این فشار بیشینه را می توان مستقیماً از معادله (۸-۲۴) پیدا کرد که وقتی $X = X_m$ باشد ، داریم :

$$P_m = \frac{3}{2H_o(1 + H_o)(1 + 2H_o)} \qquad (۸-۲۶)$$

توجه داشته باشید که ضمن $H_0 \to 0$ ، $P_m \to \infty$ و این که ضمن $H_0 \to \infty$ ، $P_m \to 0$ میل می کند . این نتیجه منطبق بر نتیجه گیری قبلی ، ضمن بحث شکل ۷-۸ می باشد . معادله (۸-۲۶) می تواند به شکل بدون بُعد زیر بیان شود :

$$p_m = \frac{3\eta_0 u_b \ell s_h}{2h_o(s_h + h_o)(s_h + 2h_o)} \qquad (۸-۲۷)$$

از معادله (۸-۲۷) مشاهده می شود که وقتی $s_h \to 0$ که منطبق بر فیلم موازی است و وقتی $s_h \to \infty$ میل می کند ، هر دو باعث $P_m \to 0$ می شوند .

ارتفاع پله که تولید فشار بیشینه می کند را می توان از رابطه $\partial p_m / \partial s_h = 0$ به دست آورد . با محاسبه این مقدار داریم :

$$(s_h)_{\text{opt}} = \sqrt{2}\, h_o \qquad (۸-۲۸)$$

معادله (۸-۲۸) در طراحیهای عملی کاربرد دارد ؛ به این دلیل که اگر جزئیات سطحی را بدانیم آن وقت می توان پیش بینی کرد که (مثلاً از جدول ۲-۹) ضخامت فیلم خروجی کمینه چه مقداری باید باشد . این ارتفاع شانه سپس با استفاده از یک فاکتور اطمینان و معادله (۸-۲۸) می تواند برقرار شود .

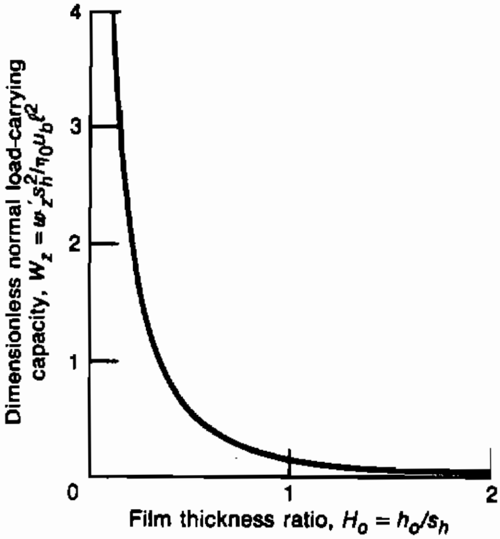
۸-۴-۲ مؤلفه بار عمودی

بار عمودی در واحد عرض را می توان این گونه نوشت :

$$w'_z = \int_0^{\ell} p\, dx$$

این معادله را می توان با استفاده از معادله (۸-۱۷) به شکل بدون بُعد زیر نیز بیان کرد :

$$W_z = \frac{w'_z s_h^2}{\eta_0 u_b \ell^2} = \int_0^1 P\, dX$$



شکل ۸-۸- اثر نسبت ضخامت فیلم روی ظرفیت حمل بار عمودی

چون $dH/dX = -1$ ، همانطور که معادله (۸-۲۰) نشان می دهد ، داریم :

$$W_z = -\int_{H_o+1}^{H_o} P\,dH \tag{۸-۲۹}$$

با جایگذاری معادلات (۸-۲۱) و (۸-۲۳) در این معادله ، داریم :

$$W_z = 6\ln\left(\frac{H_o+1}{H_o}\right) - \frac{12}{1+2H_o} \tag{۸-۳۰}$$

تغییرات W_z با H_0 ، در شکل ۸-۸ نشان داده شده ، بیان می دارد که ضمن $H_0 \to 0$ این یاتاقان ، پتانسیل بسیار زیادی برای حمایت از بار شعاعی دارد . این نتایج باید با دانش فرضیات اعمال شده در گرفتن این نتیجه تعدیل شوند . در این فرضیات نشت کناری نادیده انگاشته شده و سطوح صاف و شرایط تک دمایی در نظر گرفته شدند .

۸-۴-۳ مؤلفه های نیروی مماسی

نیرو در واحد عرض در جهت حرکت به دلیل فشار ، عبارت است از :

$$w'_{xb} = 0$$

$$w'_{xa} = -\int_{h_o+s_h}^{h_o} p\,dh$$

با استفاده از معادله (۱۷–۸) این معادله را می توان به صورت بدون بُعد ، به شکل زیر نوشت :

$$W_{xa} = \frac{w'_{xa}}{\eta_0 u_b}\frac{s_h}{\ell} = -\int_{H_o+1}^{H_o} P\,dH = W_z \qquad (8\text{-}31)$$

۸–۴–۴ مؤلفه های نیروی برشی

مؤلفه های نیروی برشی در واحد عرض اعمال شونده بر روی سطوح جامد عبارتند از :

$$f'_b = \int_0^\ell (\tau_{zx})_{z=0}\,dx = \int_0^\ell \left(\eta_0 \frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0} dx$$

$$f'_a = \int_0^\ell (-\tau_{zx})_{z=h}\,dx = -\int_0^\ell \left(\eta_0 \frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=h} dx$$

تنشهای برشی لزج در فصل ۷ (معادلات (۳۲–۷) و (۳۳–۷)) تعریف شدند . با استفاده ازاین معادلات و با فرض لزجت ثابت و این که $u_a = 0$ باشد ، داریم :

$$f'_b = -\int_0^\ell \left(\frac{h}{2}\frac{dp}{dx} + \frac{u_b \eta_0}{h}\right) dx$$

$$f'_a = -\int_0^\ell \left(\frac{h}{2}\frac{dp}{dx} - \frac{u_b \eta_0}{h}\right) dx$$

این معادلات را می توان با استفاده از معادله (۱۷–۸) بدون بُعد کرد :

$$F_b = \frac{f'_b}{\eta_0 u_b}\frac{s_h}{\ell} = -\int_0^1 \left(\frac{H}{2}\frac{dP}{dX} + \frac{1}{H}\right) dX$$

$$F_a = \frac{f'_a}{\eta_0 u_b}\frac{s_h}{\ell} = -\int_0^1 \left(\frac{H}{2}\frac{dP}{dX} - \frac{1}{H}\right) dX$$

با استفاده از معادلات (۱۸–۸) و (۱۹–۸) ، این معادلات به صورت زیر بیان می شوند :

$$F_b = 4\ln\left(\frac{H_o}{H_o+1}\right) + \frac{6}{1+2H_o} \qquad (8\text{-}32)$$

$$F_a = 2\ln\left(\frac{H_o}{H_o+1}\right) + \frac{6}{1+2H_o} \tag{۸-۳۳}$$

مؤلفه های نیروی بدون بُعد W_{xa} ، F_b ، و F_a برحسب تابعی از H_0 در شکل ۹-۸ نشان داده می شود . توجه داشته باشید که مؤلفه های نیروی برون بُعد W_{xa} ، F_b ، و F_a جملهٔ $sh\ /l$ ، درصورتی که W_z جمله $(sh/l)^2$ را دارا هستند .

۸-۴-۵ ضریب اصطکاك

ضریب اصطکاك را می توان به شکل زیر بیان کرد :

$$\mu = -\frac{f'_b}{w'_{zb}} = \frac{f'_a + w'_{xa}}{w'_{za}}$$

با استفاده از معادلات (۸-۳۰) و (۸-۳۲) داریم :

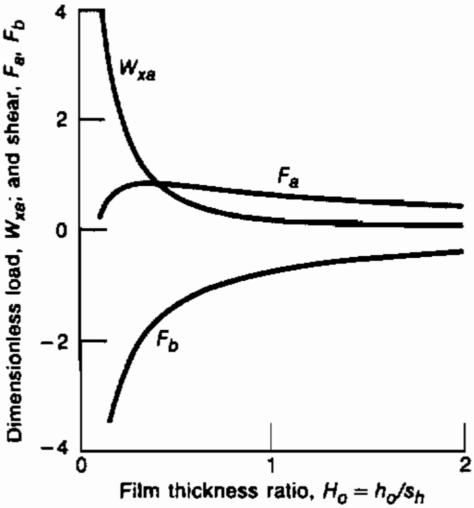
$$\mu = \frac{2s_h \ln\left(\frac{H_o}{H_o+1}\right) + \frac{3s_h}{1+2H_o}}{3\ell\ \ln\left(\frac{H_o}{H_o+1}\right) + \frac{6\ell}{1+2H_o}} \tag{۸-۳۴}$$

تغییرات $\mu l\ /s_h$ با H_0 در شکل ۱۰-۸ نشان داده شده می شود . توجه داشته باشید که ضمن $h_0 \to 0$ ، ضریب اصطکاك به صفر متمایل می شود . این دلیلی است بر این که مؤلفه بار عمودی در ضمن کاهش h_0 به مقدار خیلی زیادی بیشتر از مؤلفه بار محاسبه می شود .

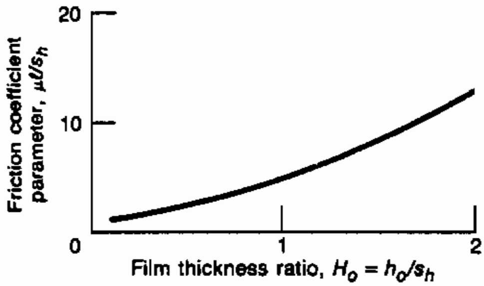
۸-۴-۶ نرخ جریان حجمی

نرخ جریان حجمی در واحد عرض از فصل ۷ را می توان به صورت زیر بیان کرد :

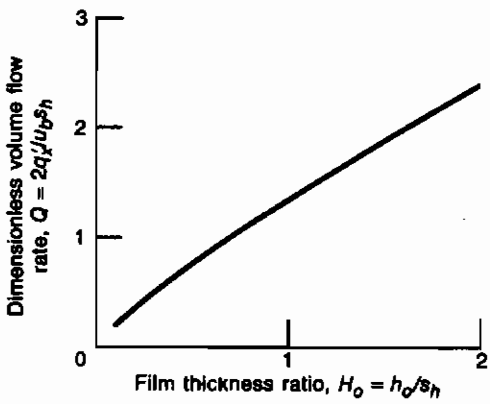
$$q'_x = -\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{h(u_b+u_a)}{2} \tag{۷-۳۸}$$



شکل ۹-۸- اثر نسبت ضخامت فیلم روی مؤلفه‌های نیرو



شکل ۱۰-۸- اثر نسبت ضخامت فیلم روی پارامتر ضریب اصطکاک



شکل ۱۱-۸- اثر نسبت ضخامت فیلم روی نرخ جریان حجمی بدون بُعد

محاسبه نرخ جریان در جایی که $dp/dx = 0$ و برقرار کردن $u_a = 0$ نرخ جریان حجمی به صورت زیر به دست می آید :

$$q'_x = \frac{u_b h_m}{2} \tag{۸-۳۵}$$

نرخ جریان حجمی بدون بُعد را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$Q = \frac{2q'_x}{u_b s_h} = H_m = \frac{2H_o(1 + H_o)}{1 + 2H_o} \tag{۸-۳۶}$$

نرخ جریان حجمی بدون بُعد Q برحسب تابع H_0 در شکل ۱۱-۸ ترسیم می شود . این شکل نشان می دهد که ضمن افزایش H_0 نرخ جریان حجمی بدون بُعد افزایش می یابد .

۸-۴-۷ اُفت قدرت و افزایش دما

نرخ کلی کار در مقابل تنشهای لزج یا اُفت قدرت را می توان از معادله (۱۲-۸) بیان کرد :

$$h_p = -f_b u_b = -f'_b(r_o - r_i)u_b \tag{۸-۱۲}$$

که به صورت بدون بُعد به این شکل است :

$$H_p = \frac{h_p s_h}{\eta_0 u_b^2 \ell (r_o - r_i)} = -\frac{f'_b s_h}{\eta_0 u_b \ell} = -F_b = -4\ln\left(\frac{H_o}{H_o + 1}\right) - \frac{6}{1 + 2H_o} \tag{۸-۳۷}$$

فرض می شود که تمام حرارت تولید شده توسط برش لزج توسط روان کننده دفع شود (شرط آدیاباتیک) . افزایش دمای کلی با مساوی قرار دادن نرخ حرارت تولیدی در داخل روان کننده با نرخ حرارت انتقال یافته از طریق جابجایی محاسبه می شود . بنابراین از معادله (۱۳-۸) افزایش دمای روان کننده به قرار زیر است :

$$\Delta t_m = \frac{h_p}{J\rho_0 q'_x C_p g} = \frac{2u_b \ell \eta_0}{J\rho_0 C_p s_h^2 g}\frac{H_p}{Q} \tag{۸-۱۳}$$

که در آن : حرارت معادل مکانیکی ژول برحسب $J = \mathrm{N.m/J}$

$\rho_0 = \mathrm{N\,.\,s^2/\,m^4}$ جرم مخصوص نیروی روان کننده ثابت برحسب

$q'_1 = \mathrm{m^2/s}$ نرخ جریان حجمی در واحد عرض در جهت کشویی برحسب

$C_p = \mathrm{J\,/\,(N\,.\,^\circ C)}$ گرمای ویژه ماده در فشار ثابت برحسب

$g = 9.8\ \mathrm{m\,/\,s^2}$ شتاب ثقل

افزایش دمای بدون بُعد را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$\frac{gJ\rho_0 C_p s_h^2}{2u_b \ell \eta_0}\,\Delta t_m = \frac{H_p}{Q} = \frac{2(1+2H_o)}{H_o(1+H_o)}\ln\left(\frac{H_o+1}{H_o}\right) - \frac{3}{(1+H_o)H_o} \qquad (\text{۸-۳۸})$$

شکل ۱۲-۸ اثر نسبت ضخامت فیلم و افزایش دمای آدیاباتیک بدون بُعد را نشان می دهد . ضمن $H_0 \to 0$ افزایش دمای آدیاباتیک بدون بُعد به سمت بی نهایت میل می کند .

۸-۴-۸ مرکز فشار

محل مرکز فشار x_{cp} دلالت بر موقعیت عمل منتجه نیرو دارد . عبارت ذیل محاسبه موقعیت مرکز فشار را نشان می دهد :

$$w'_z x_{\mathrm{cp}} = \int_0^\ell px\,dx = \frac{\eta_0 u_b \ell^3}{s_h^2}\int_0^1 PX\,dX$$

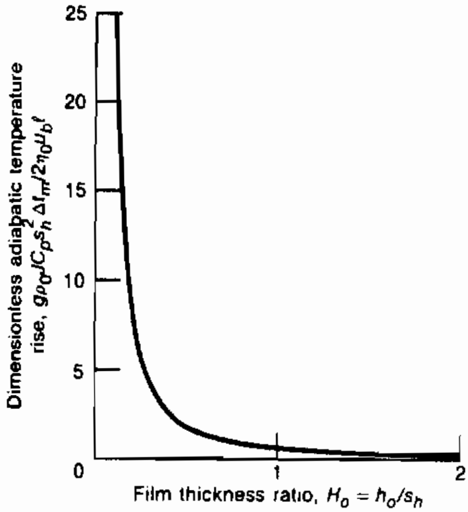
بنابراین مرکز فشار بدون بُعد را می توان این گونه نوشت :

$$X_{\mathrm{cp}} = \frac{x_{\mathrm{cp}}}{\ell} = \frac{1}{W_z}\int_0^1 PX\,dX \qquad (\text{۸-۳۹})$$

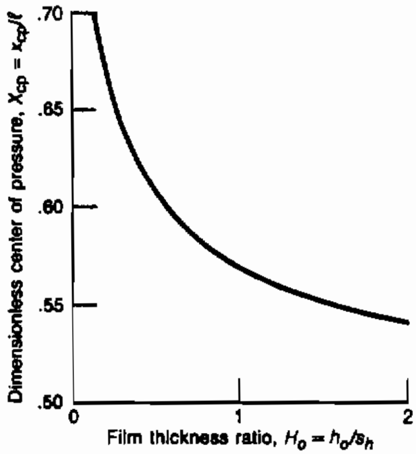
با جایگذاری معادلات (۱۹-۸) تا (۲۱-۸) در (۳۹-۸) داریم :

$$X_{\mathrm{cp}} = \frac{-6}{W_z(1+2H_o)}\left[(H_o+1)(3H_o+1)\ln\left(\frac{H_o}{H_o+1}\right) + 3H_o + \frac{5}{2}\right] \qquad (\text{۸-۴۰})$$

شکل ۱۳-۸ اثر ضخامت فیلم روی مرکز فشار را نشان می دهد . همیشه موقعیت مرکز فشار بیشتر به سمت محل خروج است تا به سمت محل ورودی $(X_{cp} > 0.5)$.



شکل ۱۲-۸- اثر نسبت ضخامت فیلم روی افزایش درجه حرارت آدیاباتیک بدون بُعد



شکل ۱۳-۸- اثر نسبت ضخامت فیلم روی مرکز فشار بدون بُعد

۹-۴-۸ نمایه سرعت و تابع جریان

از معادله (۲۸-۷) برای یک سطح بالایی ثابت ($u_a = 0$) ، سرعت سیال را می توان این گونه نوشت :

$$u = -\frac{z(h-z)}{2\eta_0}\frac{dp}{dx} + \frac{u_b(h-z)}{h} \tag{۸-۴۱}$$

با استفاده از معادله (۸-۱۷) این معادله را می توان به صورت بدون بُعد زیر بیان کرد :

$$\frac{u}{u_b} = \left(1 - \frac{Z}{H}\right)\left(1 - \frac{ZH}{2}\frac{dP}{dX}\right) \tag{۸-۴۲}$$

که در آن :

$$Z = \frac{z}{s_h} \qquad \text{and} \qquad 0 \le Z \le H \tag{۸-۴۳}$$

از معادله (۸-۴۲) ، $u/u_b = 0$ است ، وقتی که :

1. $Z_{cr} = H$

یا در سطح بالایی ؛

$$2.\ \ Z_{cr} = \frac{2}{H(dP/dX)} \tag{۸-۴۴}$$

توجه داشته باشیدکه شرط ۲ تنها زمانی وجود دارد که $dP/dX > 0$ و بنابراین زمانی که $X < X_m$ باشد .

با جایگذاری معادله (۸-۱۸) در معادله (۸-۴۴) و ضمن اطمینان از برقراری نابرابری در معادله (۸-۴۳) خواهیم داشت :

$$0 \le 2H - 3H_m \tag{۸-۴۵}$$

با استفاده از معادلات (۸-۱۹) و (۸-۲۲) این نابرابری می شود :

$$X \le \frac{1 - H_o^2}{2H_o + 1} \tag{۸-۴۶}$$

این نابرابری تنها زمانی برقرار است که اگر $H_0 \le 1$ باشد ؛ و دلیلی است بر این که جریان معکوس وقتی وجود دارد که :

$$H_o \le 1 \qquad \text{and} \qquad X \le \frac{1 - H_o^2}{2H_o + 1} \tag{۸-۴۷}$$

باشد . اگر این نابرابریها برقرار باشند ، سپس $dP/dX > 0$ و $X < X_m$ می شود .

جایگذاری این معادله (۱۸-۸) در معادله (۴۲-۸) نتیجه می دهد :

$$\frac{u}{u_b} = \left(1 - \frac{Z}{H}\right)\left[1 - \frac{3Z}{H}\left(1 - \frac{H_m}{H}\right)\right] \qquad (۷-۴۸)$$

که در آن :

$$\frac{Z}{H} = \frac{Z}{H_o + 1 - X} \qquad (۸-۴۹)$$

$$\frac{H_m}{H} = \frac{2H_o(1 + H_o)}{(1 + 2H_o)(H_o + 1 - X)} \qquad (۸-۵۰)$$

بنابراین u/u_b فقط تابعی از X ، Z و H_0 است .

یک «خط جریان» نوعی منحنی است که جهت تشریح جریان سیال مورد استفاده قرار می گیرد . به طور بخصوص ، خط جریان ، منحنی است که در همه جا موازی با جهت جریان سیال است . سطوح مرزی ، خطوط جریان هستند ؛ زیرا سیال نمی تواند از این سطوح مرزی عبور کند . تعریف یک خط جریان را ممکن است به صورت ریاضی بیان کرد ، که اگر از جمله نشت کناری صرف نظر شود ، داریم :

$$\frac{dx}{u} = \frac{dz}{w} \qquad (۸-۵۱)$$

معادله پیوستگی بیان شده توسط معادله (۴۸-۶) ضمن صرف نظر کردن از جمله نشت کناری توسط معرفی یک تابع جدید به صورت زیر می تواند بیان شود :

$$u = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \qquad \text{and} \qquad w = -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \qquad (۸-۵۲)$$

که در آن $\bar{\phi}$ تابعی از x و z است و «تابع جریان» نامیده می شود . با استفاده از قانون مشتق زنجیره ای مشتق جزئی ، مشتق کلی $\bar{\phi}$ را می تون به صورت زیر بیان کرد :

$$d\bar{\phi} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x}\, dx + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z}\, dz \qquad (۸-۵۳)$$

با استفاده از معادله (۵۲-۸) داریم :

$$d\overline{\phi} = -w\,dx + u\,dz \qquad (\text{۸-۵۴})$$

اگر $d\overline{\phi}$ را برابر با صفر قرار دهیم ، تعریف خط جریان در معادله (۵۱-۸) به دست می آید . یعنی خطوط با $\overline{\phi}$ ثابت ، خطوط جریان را ارائه می دهند .

معادله (۵۲-۸) نیز می تواند برحسب جملات بدون بُعد یک تابع جریان $\overline{\phi}$ به صورت زیر بیان شود :

$$\frac{u}{u_b} = \frac{1}{u_b}\frac{\partial\overline{\phi}}{\partial z} = \frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial Z} \qquad (\text{۸-۵۵})$$

که درآن $\overline{\Phi} = \overline{\phi} / u_b s_h$ است . باجایگذاری معادله (۴۲-۸) دراین معادله و انتگرال گیری داریم :

$$\overline{\Phi}(X,Z) = \frac{Z^3}{6}\frac{dP}{dX} - \frac{Z^2}{2H}\left(1 + \frac{H^2}{2}\frac{dP}{dX}\right) + Z = \text{constant} \qquad (\text{۸-۵۶})$$

این معادله را می توان به آسانی با استفاده ازمعادلات (۱۸-۸) ، (۱۹-۸) و (۲۲-۸) به دست آورد .

همچنین از معادله پیوستگی ، ضمن چشم پوشی از جمله نشت کناری ، سرعت درجهت z را می توان این گونه نوشت :

$$w = \int\left(-\frac{\partial u}{\partial x}\right)dz = \frac{s_h u_b}{\ell}\int\left[-\frac{\partial(u/u_b)}{\partial X}\right]dZ$$

$$\therefore \frac{w}{u_b}\frac{\ell}{s_h} = -\int_0^Z\left[\frac{\partial(u/u_b)}{\partial H}\right]\frac{\partial H}{\partial X}dZ = \int_0^Z\left[\frac{\partial(u/u_b)}{\partial H}\right]dZ$$

با جایگذاری معادله (۴۸-۸) در این معادله داریم :

$$\frac{w\ell}{u_b s_h} = \left(Z^2 - \frac{Z^3}{H}\right)\left(\frac{2}{H^2} - \frac{3H_m}{H^3}\right) = \frac{Z^2}{H^4}(Z-H)(3H_m - 2H) \qquad (\text{۸-۵۷})$$

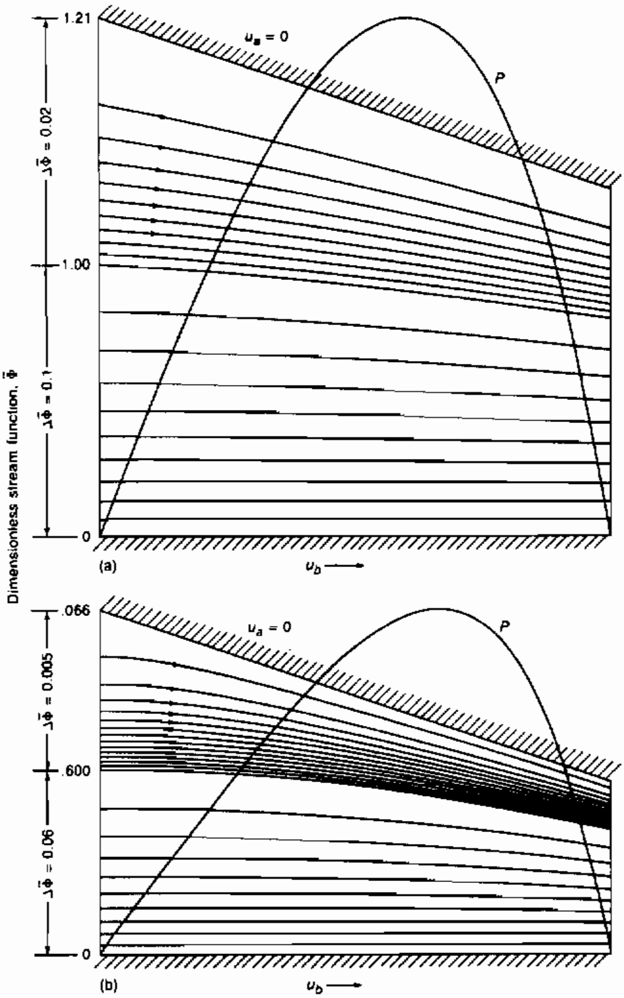
توجه داشته باشیم که از این معادله $w/u_b\,(l/s_h) = 0$ وقتی $Z = 0$ ، وقتی $Z = H$ و در $H = \frac{3}{2}H_m$ است . استفاده از معادلات (۱۹-۸) و (۲۲-۸) مقدار بحرانی x در $H = \frac{3}{2}H_m$ را به دست می دهد :

$$X_{cr} = \frac{1 - H_o^2}{1 + 2H_o} \qquad (\text{۸-۵۸})$$

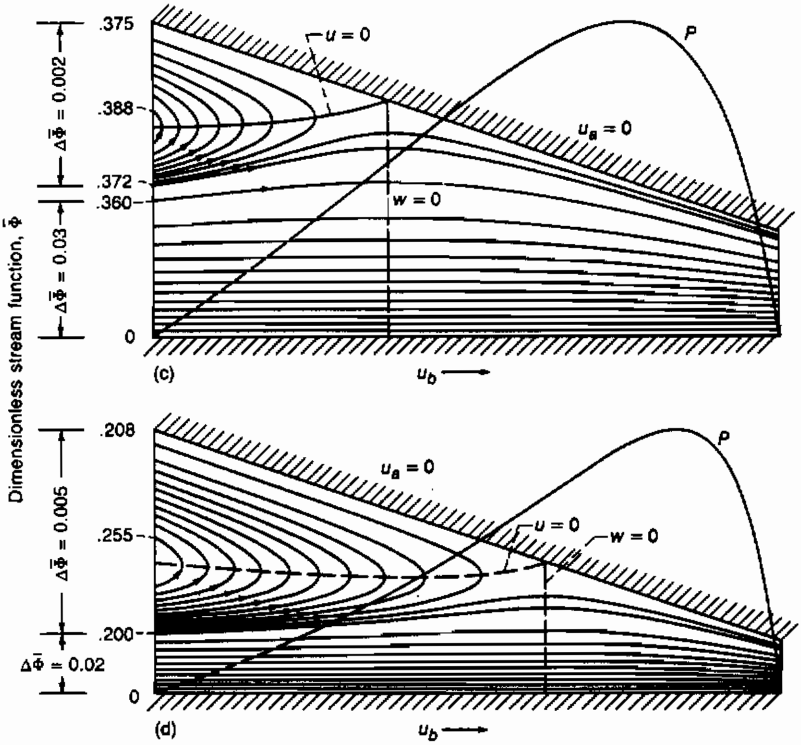
توجه داشته باشیم که وقتی $H_0 \le 1$ ، $0 \le X_{cr} \le 1$ است .

با استفاده از معادله (۵۲-۸) تابع جریان را می توان این گونه نوشت :

$$\frac{w\ell}{u_b s_h} = -\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial X} = -\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial H}\frac{\partial H}{\partial X} = \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial H} \qquad (۸-۵۹)$$



شکل ۱۴-۸- توابع جریان برای یاتاقان با شیب ثابت در چهار نسبت ضخامت فیلم H_0.
الف ـ $H_0 = 2$ ، ب ـ $H_0 = 1$ (مقدار بحرانی) .



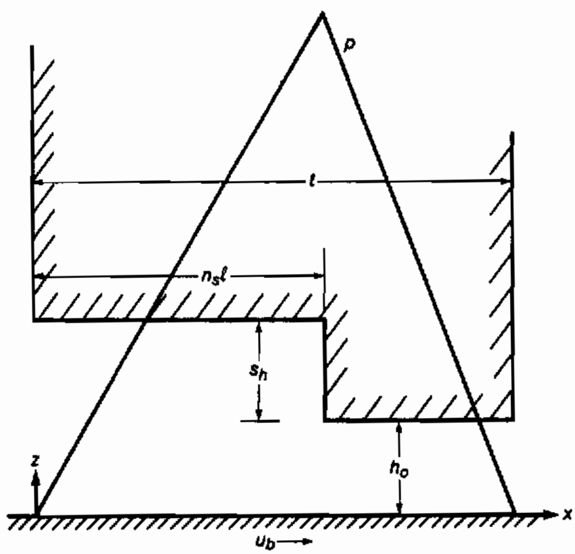
شکل ۱۴-۸- ج . $H_2 = 0.5$ ، د . $H_0 = 0.25$

شکل ۱۴-۸ خطوط جریان در داخل فیلم روان کننده برای چهار نسبت ضخامت فیلم را نشان می‌دهد . در این شکل مقدار $\Delta\bar{\Phi}$ دلالت بر نمو ثابت $\bar{\Phi}$ بین مقادیر معین $\bar{\Phi}$ را دارد . جریان معکوسی در قسمتهای (الف) و (ب) اتفاق نمی‌افتد که به ترتیب مربوط به $H_0 = 2$ و $H_0 = 1$ است ؛ ولی جریان معکوس در قسمتهای (ج) و (د) که به ترتیب مربوط به $H_0 = 0.5$ و $H_0 = 0.25$ هستند ، وجود دارند . همچنین در این شکل توزیع فشار در داخل یاتاقان و همچنین موقعیت $w = 0$ و $u = 0$ نشان داده شده است . خط راست نشان داده شده برای $w = 0$ وقتی است که $H = \frac{3}{2}H_m$ و معادله (۵۸-۸) به دست می‌آید . خط منحنی نشان داده شده است وقتی است که $u = 0$ و معادله (۴۴-۸) محاسبه می‌شود . نتایج شکل ۱۴-۸ بیان می‌دارد که ضمن کوچکتر شدن H_0 برای سیال مشکلتر می‌شود که از داخل یاتاقان بگذرد .

۸-۵ یاتاقان کشویی پله موازی

لرد رایلی[1] در ۱۹۱۸ بیان نمود که شکل هندسی یک یاتاقان پله موازی وقتی که نشت کناری نادیده گرفته شود ، ظرفیت حمل بار بهینه را تولید می کند ؛ ولی این یاتاقان از پیشرفت و کاربردی مثل یاتاقان کشویی کفشک پرچی برخوردار نیست . غفلت پیشین از این وضعیت قابل توجه از لحاظ ریاضی به خاطر شک در باره اهداف نسبی این یاتاقان است ، وقتی که نشت کناری مورد نظر قرار می گیرد . شکل ۱۵-۸ شکل هندسی فیلم در این یاتاقان و همچنین یک نمایه فشار نمونه حاصله از تجزیه و تحلیل را به دست می دهد .

یاتاقان کشویی پله موازی در این جا توسط دو یاتاقان با سطوح موازی مرتبط تجزیه و تحلیل می شوند . زیرنویسهای i و o به ترتیب برای مشخص کردن شرایط در فیلمهای ورودی و خروجی به کار گرفته می شوند .



شکل ۱۵-۸- یاتاقان کشویی پله موازی

1- Lord Rayleigh

۸-۵-۱ توزیع فشار

از معادله (۷-۴۸) و با صرف نظر کردن از نشت کناری و ضخامت فیلم ثابت در نواحی ورودی و خروجی ، معادله رینولدز مناسب عبارت است از :

$$\frac{d^2p}{dx^2} = 0$$

اگر از این معادله انتگرال بگیریم ، داریم :

$$\frac{dp}{dx} = \text{constant}$$

این نتیجه نشان می دهد که گرادیانهای فشار در نواحی ورودی و خروجی ثابت هستند . چون ضخامتهای فیلم در دو ناحیه متفاوتند گرادیانهای فشار آنها نیز مختلف هستند . بنابراین چون در پله هیچ گونه ناپیوستگی فشار به‌وجود نخواهد آمد ، داریم :

$$p_m = n_s \ell \left(\frac{dp}{dx}\right)_i = -(\ell - n_s \ell)\left(\frac{dp}{dx}\right)_o \qquad (۸-۶۰)$$

همچنین نرخ جریان درپله باید یکسان ، یا $q'_{x,o} = q'_{x,i}$ باشد . با استفاده از معادله (۷-۳۸) و مساوی قرار دادن جریان برای نواحی ورودی و خروجی در ضمن فرض ثابت بودن لزجت داریم :

$$-\frac{(h_o + s_h)^3}{12\eta_0}\left(\frac{dp}{dx}\right)_i + \frac{u_b(h_o + s_h)}{2} = -\frac{h_o^3}{12\eta_0}\left(\frac{dp}{dx}\right)_o + \frac{u_b h_o}{2} \qquad (۸-۶۱)$$

معادلات (۸-۶۰) و (۸-۶۱) نماینده یک جفت معادلات همزمان با مجهولات $(dx\ /dx\ )_i$ و $(dp\ /dx\ )_o$ هستند . صورتهای حل شدهٔ این معادلات عبارتند از :

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_i = \frac{6\eta_0 u_b(1 - n_s)s_h}{(1 - n_s)(h_o + s_h)^3 + n_s h_o^3} \qquad (۸-۶۲)$$

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_o = \frac{-6\eta_0 u_b n_s s_h}{(1 - n_s)(h_o + s_h)^3 + n_s h_o^3} \qquad (۸-۶۳)$$

فشار بیشینه (در پله) رامی توان مستقیماً باجایگذاری معادلات (۸-۶۲) و (۸-۶۳) در (۸-۶۰)

پیدا کرد :

$$p_m = \frac{6\eta_0 u_b \ell n_s(1-n_s)s_h}{(1-n_s)(h_o+s_h)^3+n_s h_o^3} \qquad (۸-۶۴)$$

با استفاده از معادله (۱۷-۸) ، معادله (۶۴-۸) را می توان به شکل بدون بُعد زیر نوشت :

$$P_m = \frac{p_m s_h^2}{\eta_0 u_b \ell} = \frac{6n_s(1-n_s)}{(1-n_s)(H_o+1)^3+n_s H_o^3} \qquad (۸-۶۵)$$

وضعیت یاتاقانی که بزرگترین p_m را به دست می دهد ، وقتی است که داشته باشیم :

$$\frac{\partial p_m}{\partial n_s} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial p_m}{\partial s_h} = 0$$

با استفاده از این شرایط در معادله (۶۴-۸) داریم :

$$0 = (1-n_s)^2(h_o+s_h)^3 - n_s^2 h_o^3 \qquad (۸-۶۶)$$

و ،

$$0 = (1-n_s)(h_o+s_h)^2(h_o-2s_h) + n_s h_o^3 \qquad (۸-۶۷)$$

با حل کردن برای n_s و s_h از این معادلات داریم :

$$H_o = \frac{h_o}{s_h} = 1.155 \qquad (۸-۶۸)$$

$$n_s = 0.7182 \qquad (۸-۶۹)$$

این وضعیت بهینه یاتاقان پله موازی است که لرد رایلی (۱۹۱۸) در مقالهٔ ذکرشده اش شرح داد . با دانستن فشار بیشینه و این که گرادیانهای فشار ثابت هستند ، می توان فشار بدون بُعد در نواحی ورودی و خروجی را به صورت زیر نوشت :

$$P_i = \frac{XP_m}{n_s} = \frac{6X(1-n_s)}{(1-n_s)(H_o+1)^3+n_s H_o^3} \qquad 0 \le X \le n_s \qquad (۸-۷۰)$$

$$P_o = \frac{(1-X)P_m}{1-n_s} = \frac{6(1-X)n_s}{(1-n_s)(H_o+1)^3+n_sH_o^3} \qquad n_s \le X \le 1 \qquad (۸-۷۱)$$

توزیع فشـار به شکل نمودار در شکل ۱۵-۸ نشان داده شـده است . توجه داشته باشید که اگر $H_0 \to \infty$ یا اگر $n_s = 0$ یـا 1 باشد در همه جـا $P = 0$ می شود . همچنین توجه داشته باشید که $H_0 \to \infty$ دلالت بر این دارد که $s_h \to 0$ (یک فیلم موازی) یا این که $h_0 \to \infty$ میل می کند .

۲-۵-۸ مؤلفه های بار عمودی و مماسی

بار عمودی در واحد عرض به آسانی برای این شکل ساده توزیع فشار تعیین می شود . یعنی w_z مستقیماً متناسب با مساحت مثلث تشکیل شده توسط توزیعات فشار است .

$$w'_z = \frac{p_m \ell}{2} = \frac{3\eta_0 u_b \ell^2 n_s(1-n_s)s_h}{(1-n_s)(h_o+s_h)^3+n_sh_o^3} \qquad (۸-۷۲)$$

بار عمودی بدون بُعد را می توان به شکل زیر بیان کرد :

$$W_z = \frac{w'_z}{\eta_0 u_b}\left(\frac{s_h}{\ell}\right)^2 = \frac{3n_s(1-n_s)}{(1-n_s)(H_o+1)^3+n_sH_o^3} = \frac{P_m}{2} \qquad (۷-۷۳)$$

توجه داشته باشید که اگر $H_0 \to \infty$ یا اگر $n_s = 0$ یا 1 باشد ، $W_z = 0$ و بنابراین تابعی از n_s و H_0 است .

مولفه های بار مماسی در واحد عرض عمل کننده روی این یاتاقان در جهت حرکت برابر با فشار در پله ، ضرب در ارتفاع پله است :

$$w'_{xb} = W_{xb} = 0 \qquad (۸-۷۴)$$

$$w'_{xa} = -\int_{h_o+s_h}^{h_o} p\,dh = p_m s_h$$

یا

$$w'_{xa} = \frac{6\eta_0 u_b \ell n_s(1-n_s)s_h^2}{(1-n_s)(h_o+s_h)^3+n_sh_o^3}$$

در شکل بدون بُعد ، این معادله به گونهٔ زیر خواهد بود :

$$W_{xa} = \frac{w'_{xa}}{\eta_0 u_b}\frac{s_h}{\ell} = \frac{6n_s(1-n_s)}{(1-n_s)(H_o+1)^3 + n_s H_o^3} = P_m \tag{۸-۷۵}$$

توجه داشته باشید که اگر $H_0 \to \infty$ یا اگر $n_s = 0$ یا 1 باشد ، داریم $W_{xa} = 0$.

عبارت عمومی برای نیروی برشی در واحد عرض در سطح در حال حرکت را می توان این گونه نوشت :

$$f'_b = \int_0^{n\ell} (\tau_{zx,i})_{z=0}\, dx + \int_{n\ell}^{\ell} (\tau_{zx,o})_{z=0}\, dx$$

با استفاده از معادله (۳۴-۷) ، داریم :

$$f_b = \left[-\frac{h_o + s_h}{2}\left(\frac{dp}{dx}\right)_i - \frac{\eta_0 u_b}{h_o + s_h}\right] n_s \ell + \left[-\frac{h_o}{2}\left(\frac{dp}{dx}\right)_o - \frac{\eta_0 u_b}{h_o}\right](1-n_s)\ell$$

استفاده از معادله (۶۰-۸) نیز می دهد :

$$f'_b = -\frac{p_m s_h}{2} - \eta_0 u_b \ell \left(\frac{n_s}{h_o + s_h} - \frac{1-n_s}{h_o}\right)$$

با استفاده از معادله (۷۴-۸) نیز داریم :

$$f'_b = -\frac{w'_{xa}}{2} - \frac{\eta_0 u_b \ell\,[n_s h_o + (1-n_s)(h_o+s_h)]}{h_o(h_o+s_h)} \tag{۸-۷۶}$$

به طور مشابه ،

$$f'_a = -\frac{w'_{xa}}{2} + \frac{\eta_0 u_b \ell\,[n_s h_o + (1-n_s)(h_o+s_h)]}{h_o(h_o+s_h)} \tag{۸-۷۷}$$

معادلات (۷۶-۸) و (۷۷-۸) به شکل بدون بُعد ، عبارتند از :

$$F_b = \frac{f'_b}{\eta_0 u_b}\frac{s_h}{\ell} = -\frac{P_m}{2} - \frac{H_o + 1 - n_s}{H_o(1+H_o)} \tag{۸-۷۸}$$

$$F_a = \frac{f'_a}{\eta_0 u_b}\frac{s_h}{\ell} = -\frac{P_m}{2} + \frac{H_o + 1 - n_s}{H_o(1+H_o)} \tag{۸-۷۹}$$

۸-۵-۳ ضریب اصطکاک و نرخ جریان حجمی

ضریب اصطکاک برای یک یاتاقان کشویی پله موازی را می توان مستقیماً از معادلات (۸-۷۸) و (۸-۷۳) ، به صورت زیر بیان کرد :

$$\mu = -\frac{f_b'}{w_z'} = -\frac{s_h}{\ell}\frac{F_b}{W_z} = \frac{s_h}{\ell}\left[1 + \frac{2(H_o + 1 - n_s)}{P_m H_o(1 + H_o)}\right] \tag{۸-۸۰}$$

سپس با استفاده از معادلات (۸-۳۸) و (۸-۶۰) می توان نرخ جریان حجمی در واحد عرض را به صورت زیر بیان کرد :

$$q_x' = -\frac{(h_o + s_h)^3 p_m}{12\eta_0 n_s \ell} + \frac{u_b(h_o + s_h)}{2}$$

این نرخ جریان حجمی به صورت بدون بُعد به این شکل است :

$$Q = \frac{2q_x'}{u_b s_h} = -\frac{P_m(H_o + 1)^3}{6n_s} + H_o + 1 \tag{۸-۸۱}$$

اگر $H_0 \to \infty$ یا اگر $n_s = 0$ یا 1 باشد ، این عبارت به نتیجه یاتاقان کشویی پله موازی ساده ($Q = 1$) تبدیل می شود ، که مرتبط با جریان کوئت بین صفحات تخت است .

۸-۵-۴ اُفت قدرت ، افزایش دما ، و مرکز فشار

نرخ کار تولید شده در مقابل برش لزج یا اُفت قدرت را می توان از معادله (۸-۱۲) به صورت بدون بُعد این گونه بیان کرد :

$$H_p = \frac{h_p s_h}{\eta_0 u_b^2 \ell (r_o - r_i)} = -\frac{f_b' s_h}{\eta_0 u_b \ell} = -F_b \tag{۸-۸۲}$$

افزایش دمای آدیاباتیک را می توان از معادله (۸-۱۳) نوشت :

$$\Delta t_m = \frac{h_p}{J\rho_0 q_x' C_p g} = \frac{2u_b \ell \eta_0}{J\rho_0 C_p g s_h^2}\frac{H_p}{Q} \tag{۸-۱۳}$$

از معادلات (۸-۸۲) و (۸-۸۱) در این معادله استفاده شد . می توان مرکز فشار را وقتی که

هردو نواحی ورودی و خروجی در نظر گرفته شوند ، به صورت زیر بیان کرد :

$$w_z' x_{cp} = \int_0^{n_s \ell} p_i x \, dx + \int_{n_s \ell}^{\ell} p_o x \, dx$$

این معادله به صورت بدون بُعد عبارت است از :

$$W_z X_{cp} = \int_0^{n_s} P_i X \, dX + \int_{n_s}^{1} P_o X \, dX$$

با استفاده از معادلات (۷۰-۸) و (۷۱-۸) ، و (۷۳-۸) داریم :

$$X_{cp} = \frac{x_{cp}}{\ell} = \frac{2}{n_s}\int_0^{n_s} X^2 \, dX + \frac{2}{1 - n_s}\int_{n_s}^{1} X(1 - X) \, dX \qquad (۸-۸۳)$$

$$\therefore X_{cp} = \frac{1 + n_s}{3}$$

بنابراین وقتی $n_s = \frac{1}{2}$ است ، مرکز فشار بر موقعیت پله منطبق می شود . همچنین $X_{cp} \to \frac{1}{3}$ ضمن $n_s \to 0$ و $X_{cp} \to \frac{2}{3}$ ضمن $n_s \to 1$ می باشد . این نتایج مرتبط با نمایه های فشاری است که در کفشکهای دارای پله ها در نزدیکی انتهای آنها متمایل به شکل مثلثهای قائم می شوند .

۶-۸ مؤخره

در این فصل شکل فیلم در سه یاتاقان کشویی مختلف در نظر گرفته شده است : سطح موازی ، شیب ثابت و پله موازی . فقط جریان در صفحه xz یا در جهت حرکت در نظر گرفته شده است . خواص روان کننده مثل جرم مخصوص و لزجت ثابت فرض شدند . یک نمایه فشار مثبت از اثر گوه فیزیکی برای تمام شکلهای فیلم بجز یک فیلم موازی که در آن فشار در مسیر طول یاتاقان صفر است به دست آمد . معادلهٔ رینولدز مناسب برای به دست آوردن این اشکال فیلم عبارت بودند از :

$$\frac{d}{dx}\left(h^3 \frac{dp}{dx}\right) = 6\eta_0 u_b \frac{\partial h}{\partial x}$$

یا

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\eta_0 u_b(h - h_m)}{h^3}$$

از این معادله نمایه فشار تعیین و شکل فیلم به دست آمد ؛ سپس برای محاسبه مؤلفه های بار ، مؤلفه های نیروی برشی ، اُفت قدرت ، افزایش دمای آدیاباتیک ، ضریب اصطکاك ، نرخ جریان حجمی ، توابع جریان و مرکز فشار مورد استفاده قرار گرفت .

از تمام این محاسبات مهمترین عامل در اغلب طراحیها ظرفیت حمل بار عمودی در واحد عرض ، w'_z ، می باشد . برای یاتاقان کشویی با شیب ثابت ، این ظرفیت حمل بار عمودی بدون بُعد این گونه به دست آمد :

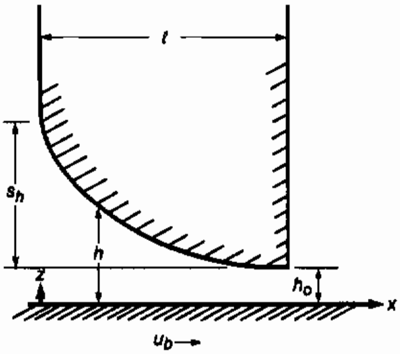
$$W_z = \frac{w'_z}{\eta_0 u_b}\left(\frac{s_h}{\ell}\right)^2 = f(H_o)$$

این دلیلی است بر این که بار اعمال شده عمودی در واحد عرض مستقیماً متناسب با لزجت η_0 ، سرعت u_b ، و طول l مربع بوده ؛ در ضمن این که همچنین به طور معکوس متناسب با ارتفاع شانه s_h مربع می باشد . نسبت ضخامت فیلم به صورت $H_0 = h_0/s_h$ تعریف می شود . توابع جریان در داخل فیلم روان شده در یک یاتاقان کشویی با شیب ثابت بی نهایت بلند ارائه می شوند . موقعیتهای جریان معکوس در داخل این اتصال به وضوح قابل رؤیت هستند .

برای یک یاتاقان کشویی پله موازی ، بار اعمال شده عمودی بدون بُعد تابعی نه فقط از نسبت ضخامت فیلم ، مثل آنچه برای یاتاقان کشویی با شیب ثابت پیدا شد ، بلکه همچنین تابع موقعیت پله می باشد . به خاطر داشته باشید که در این فصل نشت کناری نادیده انگاشته شد و از آن صرف نظر گردید .

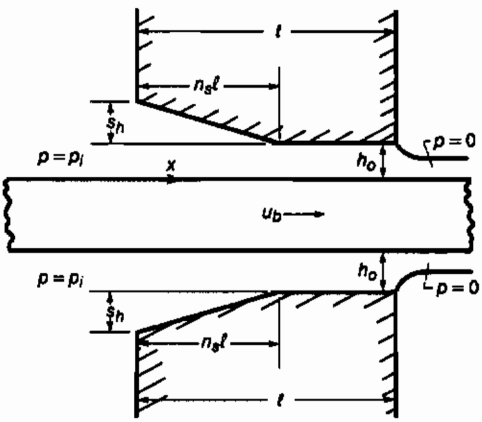
۸-۷ مسائل

۸-۷-۱ شکل نمایی فیلم یک یاتاقان کشویی مطابق شکل زیر بوده و ضخامت فیلم نیز به صورت $h = (h_0 + s_h)\, e^{ax}$ تعریف می شود . یک سیال غیرقابل تراکم فرض شده و جریان بدون لغزش در نظر گرفته می شود (فقط جریان در صفحه xz) .



فشار در داخل یاتاقان و همچنین مؤلفه های بار عمودی ، مؤلفه های نیروی برشی ، ضریب اصطکاک ، نرخ جریان حجمی ، اُفت قدرت ، و افزایش دمای آدیاباتیک در داخل یاتاقان را تعیین کنید ؟

۸-۷-۲ یک نوار تخت فلزی از حمام مایعی با لزجت η_0 و فشار p_i بالای محیط اطراف خارج شده و دارای سرعت u_b در عبور از داخل سوراخی به شکل زیر می باشد . در قسمت همگرای اولیه این سوراخ ضخامت فیلم به صورت خطی از $h_0 + s_h$ تا h_0 روی یک طول $n_s l$ روی هر طرف این نوار کاهش می یابد . در قسمت آخری این سوراخ فیلم درهرطرف این نوار ضخامت ثابت h_0 روی یک طول $l\ (1 - n_s)$ دارد .



به طور روشن و آشکار شرایط مرزی لازم برای تعیین توزیع فشار در طول این سوراخ در جهت کشویی را تعیین کنید ، با این فرض که مایع لزجت ثابت و غیرقابل تراکم بوده و این سوراخ عرض بی نهایت دارد .

همچنین توزیع فشار در طول محور x را رسم کرده و نشان دهید که نرخ جریان حجمی در واحد عرض که q'_x در هر طرف این نوار را می توان برحسب بدون بُعد به شکل زیر نوشت :

$$Q = \frac{2q'_x}{u_b s_h} = \frac{(H_o^3 P_i/3)(H_o + 1)^2 + 2H_o(H_o + 1)(1 + H_o - n_s)}{n_s H_o(2H_o + 1) + 2(1 - n_s)(H_o + 1)^2}$$

که در آن :

$$P_i = \frac{p_i s_h^2}{\eta_0 u_b \ell} \quad \text{and} \quad H_o = \frac{h_o}{s_h}$$

است .

نشان دهید که برای P_i برابر با صفر ، عبارت Q تبدیل به فرمی مناسب برای یاتاقان سطح موازی و سطح با شیب ثابت ، ضمن میل کردن n_s به ترتیب به سمت صفر بی نهایت می باشد .

مقدار کمینه P_i لازم را به گونه ای تعیین کنید که این اطمینان را به دست می دهد که بیشینه فشار در این سوراخ در ورودی جایی که $h = h_0 + s_h$ اگر $n_s = \frac{1}{2}$ و $H_0 = 1$ می باشد .

۸-۷-۳ در طراحی کفشک کف گرد خودعمل کننده با شیب ثابت ، وقتی که عرض این کفشک خیلی بزرگتر از طول است ، می خواهیم بدانیم که مقدار و محل فشار بیشینه چیست ؟ لزجت روان کننده $0.05\ \mathrm{N\,.\,s/m^2}$ و سرعت کشویی $10\ \mathrm{m/s}$ و طول کفشک $0.3\mathrm{m}$، ضخامت فیلم کمینه $15\mu\mathrm{m}$ و ضخامت فیلم ورودی دوبرابر ضخامت فیلم خروجی است .

۸-۷-۴ در زیر یک یاتاقان کف گرد پله موازی نشان داده می شود . از نشت کناری صرف نظر شده است . فشار ورودی از صفر بزرگتر ، از p_m فشار در پله کمتر است . فشار خروجی صفر است . سرعت سیال در عرض فیلم ضمن وجود در نواحی ورودی و

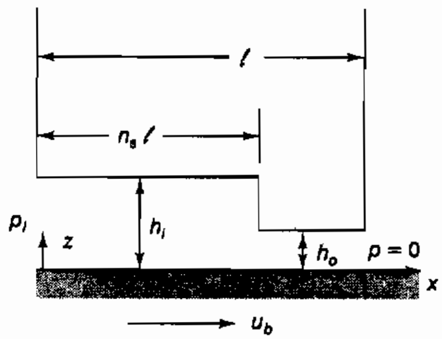
خروجی را تعیین کنید ؛ یعنی :

$$U_i = \frac{u_i}{u_b} = f(Z, P_i, P_m, H_i, n_s)$$

$$U_0 = \frac{u_0}{u_b} = g(Z, P_i, P_m, H_i, n_s)$$

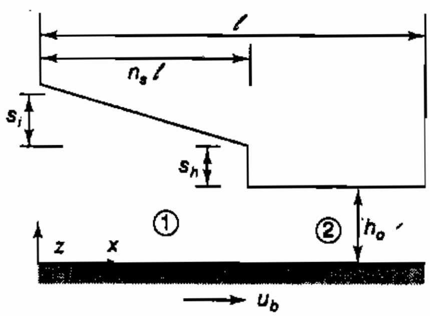
که در آن :

$$Z = \frac{z}{h_o} \qquad P_i = \frac{p_i h_o^2}{\eta_o u_b \ell} \qquad P_m = \frac{p_m h_o^2}{\eta_0 u_b \ell} \qquad H_i = \frac{h_i}{h_o}$$



۸-۷-۵ از نتایج مسأله ۴-۷-۸ ، نمایه سرعت در نواحی ورودی و خروجی وقتی $n_s = 0.75$ ، $H_i = 2.0$ ، $P_m = 1.0$ و $P_i = 0.5$ است ، را تعیین و ترسیم کنید .

۸-۷-۶ تجزیه و تحلیل یاتاقان کف گرد بر روی یاتاقـان نشان داده شده است در زیر باید انجام گیرد . فشار در $x = 0$ و در $x = l$ صفر است .



این تجـزیـه و تحـلیـل بـایـد شـامـل در نظـر گـیـری روان کـاری در دو ناحـیـه مـجـزای $0 \le x \le n_s \ell$ ① و $n_s \ell < x \le \ell$ ② و بـرابـر در مـرز مـتـداول $(x = n_s l)$ باشـد . نشـت کناری باید صـرف نظر شـود . با شـروع از مـعـادله رینولدز مناسب ، فشار در سرتاسر یاتاقان را تعیین کنید . همچنین نشان دهید که فشار در مرز مـشـتـرک $(x = n_s l)$ وقتی $s_i = 0$ است ، دقـیـقاً مـعـادله (۸-۷۰) یا (۸-۷۱) برای یاتاقان پله موازی است .

۸-۸ فهرست منابع و مآخذ

Lord Rayleigh (1918): Notes on the Theory of Lubrication, *Philos. Mag.*, vol. 35, no. 1, pp. 1–12.

فصل نهم

یاتاقانهای کف گرد هیدرودینامیکی ـ حلهای عددی

درفصل ۸ ، با تجزیه و تحلیل یاتاقانهای کشویی کف گرد ، جریان روان کننده را به دو جهت (x, z) محدود کردیم . جریان روان کننده (y) به نام «نشت کناری» شناخته می شود . محور x در جهت کشویی ، y در جهت متقابل جهت حرکت کشویی و z متقابل با فیلم سیال است . این فصل مربوط به اثر نشت کناری در یاتاقانهای کشویی می باشد .

برای یاتاقانهای با پهنای معین ، فشار در طول لبه های کناری یاتاقان برابر فشار محیط است و اگر فشارهای هیدرودینامیکی در داخل فیلم روان کننده به دلیل مکانیزم گوه فیزیکی به وجود آید ، مقداری جریان در جهت سوم (y) رخ خواهد داد . در این مورد ، جریان عمود بر جریان حرکت در اثر نشت کناری باید همراه باشد و معادله رینولدز مناسب ، معادله (۷-۴۸) با $u_a = 0$ است :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6\eta_0 u_b \frac{\partial h}{\partial x} \qquad (۹-۱)$$

حلهای تحلیلی برای یاتاقان کشویی که نشت کناری را در نظر می گیرند ، معمولاً در دسترس نمی باشند . عموماً حلهای عددی را وقتی که جهت نشت کناری در نظر گرفته می شود ، به کار می گیریم . تعداد کمی حلهای تحلیلی برای یاتاقان کشویی پله موازی در دسترس می باشند .

برای یک یاتاقان کف گرد ، که در فصل ۸ و نیز در این فصل در نظر گرفته می شود ،

یک صفحه کف گرد متصل به ، یا تشکیل دهنده قسمتی از محور چرخنده از کفشکهای یاتاقان قطاع شکل (شکل ۳-۸ را ببینید) ، توسط یک فیلم روان کننده مجزا می شود . ظرفیت حمل بار این یاتاقان به طور کامل از فشار تولیدشده توسط صفحه کف گرد روی این کفشکهای یاتاقان به وجود می آید . این عمل فقط اگر فضای لقی بین مؤلفه های ساکن و در حال حرکت در جهت حرکت همگرا باشد (مکانیزم تولید فشار گوه فیزیکی) به دست می آید .

پارامترهای هندسی کفشک در تولید فشار مؤثر بوده و بنابراین ظرفیت حمل بار این یاتاقان عبارت است از : (۱) نسبت طول به عرض کفشک $\lambda = l/b$ ، (۲) نسبت ضخامت فیلم $H_0 = h_0/s_h$ ، (۳) پارامتر موقعیت پله یا لولا n_s ، هستند . این آخرین پارامتر ، در مورد یک یاتاقان کف گرد با شیب ثابت کاربرد ندارد . به خاطر داشته باشید که نسبت طول به عرض کفشک درفصل ۸ ظاهر نشد، زیرا نشت کناری صرف نظر شد. نشت کناری در این فصل درنظر گرفته می شود و سه نوع مختلف از یاتاقان کف گرد مورد بررسی قرار خواهند گرفت : دو نوع با کفشک ثابت (مثل یک پله موازی و یک شیب ثابت) و یک یاتاقان کفشک لولایی می باشند .

۱-۹ یاتاقان کشویی کفشك پله ای موازی با عرض معین

یاتاقان کشویی پله موازی در شکل ۱-۹ نشان داده شده است . در حل ، نواحی ورودی و خروجی ابتدا به طور مجزا و سپس به صورت ترکیبی در مرز مشترك مورد نظر قرار می گیرند . بنابراین ضخامت فیلم در این دو ناحیه ثابت در نظر گرفته می شود .

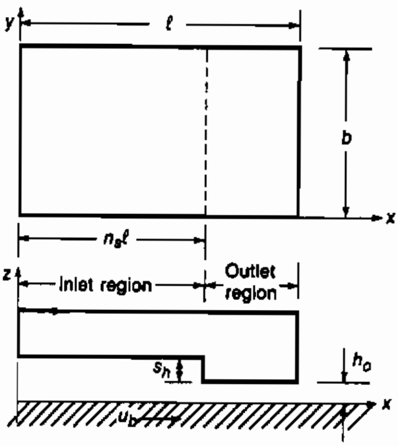
۱-۱-۹ توزیع فشار

معادله رینولدز داده شده در معادله (۱-۹) به شکل زیر تعدیل می یابد .

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0 \qquad (۹-۲)$$

که در آن ضخامت فیلم ثابت است . معادله (۲-۹) یک معادله با مشتقهای جزئی لاپلاس است . انتخاب پارامترهای زیر :

$$x = \ell X \qquad y = bY \qquad \lambda = \frac{\ell}{b} \qquad p = \frac{\eta_0 u_b \ell}{s_h^2} P \qquad (۹-۳)$$



شکل ۱-۹- یاتاقان کشویی کفشک پله موازی معین

باعث تبدیل معادله (۲-۹) به این شکل می گردد :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + \lambda^2 \frac{\partial^2 P}{\partial Y^2} = 0 \tag{۹-۴}$$

فشار روی مرزهای خارجی نواحی ورودی و خروجی صفر است ، ولی فشار بر روی مرز مشترک شناخته نیست . فشار در مرز مشترک ، توسط سری فوریه سینوسی زیر فرض می شود :

$$(P)_{X=n_s} = \sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty} F_j^* \sin(j\pi Y) \tag{۹-۵}$$

این مجموعه به خاطر تقارن برای مقادیر فرد ، بوده و F_j^* ضریب فوریه است که بعداً به دست می آید .

حل عمومی برای P را می توان برای ناحیه ورودی به شکل زیر در نظر گرفت :

$$P_i = \sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty} \left[\bar{A}_j \cos(j\pi Y) + \bar{B}_j \sin(j\pi Y)\right] \times \left[\bar{C}_j \cosh(j\pi\lambda X) + \bar{D}_j \sinh(j\pi\lambda X)\right] \tag{۹-۶}$$

توجه داشته باشید که معادله (۶-۹) معادله (۴-۹) را برآورده می کند .

شرایط مرزی برای ناحیه ورودی عبارتند از :

۱- $P_i = 0$ وقتی $X = 0$ برای تمام مقادیر Y باشد .

۲- $P_i = 0$ وقتی $Y = 0$ برای تمام مقادیر X باشد .

۳- $P_i = 0$ وقتی $Y = 1$ برای تمام مقادیر X باشد .

۴- $P_i = \sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty} F_j^* \sin(j\pi Y)$ وقتی $X = n_s$ باشد .

از شرط مرزی ۱ و ۲ ، $\tilde{A}_j = \tilde{C}_j = 0$ است . از شرط مرزی ۴ :

$$\sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty} F_j^* \sin(j\pi Y) = \sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty} \tilde{B}_j \tilde{D}_j \sin(j\pi Y) \sinh(j\pi\lambda n_s)$$

$$\therefore \tilde{B}_j \tilde{D}_j = \frac{F_j^*}{\sinh(j\pi\lambda n_s)} \tag{۹-۷}$$

$$\therefore P_i = \sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{F_j^* \sin(j\pi Y) \sinh(j\pi\lambda X)}{\sinh(j\pi\lambda n_s)} \qquad 0 \le X \le n_s \tag{۹-۸}$$

توجه داشته باشید که شرط مرزی ۳ به صورت خودبخود توسط معادله (۸-۹) ایفا می شود .

برای ناحیه خروجی حل را همانند معادله (۶-۹) در نظر می گیریم :

$$P_o = \sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty} \left[\tilde{E}_j \cos(j\pi Y) + \tilde{G}_j \sin(j\pi Y)\right] \times \left[\tilde{H}_j \cosh(j\pi\lambda X) + \tilde{I}_j \sinh(j\pi\lambda X)\right] \tag{۹-۹}$$

شرایط مرزی برای ناحیه خروجی عبارتند از :

۱- $P_0 = 0$ وقتی $X = 1$ برای تمام مقادیر Y باشد .

۲- $P_0 = 0$ وقتی $Y = 0$ برای تمام مقادیر X باشد .

۳- $P_0 = 0$ وقتی $Y = 1$ برای تمام مقادیر X باشد .

۴- $P_0 = \sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty} F_j^* \sin(j\pi Y)$ وقتی $X = n_s$ باشد .

از شرط مرزی ۲ ، $\bar{E}_j = 0$ است . از شرط مرزی ۱ داریم :

$$\bar{H}_j = -\bar{I}_j \tanh(j\pi\lambda) \tag{۹-۱۰}$$

بنابراین ، معادله (۹-۹) را می توان این گونه نوشت :

$$P_o = \sum_{j=1,3,\dots}^{\infty} \bar{G}_j \bar{I}_j \sin(j\pi Y)[\sinh(j\pi\lambda X) - \tanh(j\pi\lambda)\cosh(j\pi\lambda X)] \tag{۹-۱۱}$$

از شرط مرزی ۴ ، داریم :

$$\sum_{j=1,3,\dots}^{\infty} F_j^* \sin(j\pi Y) = \sum_{j=1,3,\dots}^{\infty} \bar{G}_j \bar{I}_j \sin(j\pi Y) \times [\sinh(j\pi\lambda n_s) - \tanh(j\pi\lambda)\cosh(j\pi\lambda n_s)]$$

$$\therefore \bar{G}_j \bar{I}_j = \frac{F_j^*}{\sinh(j\pi\lambda n_s) - \tanh(j\pi\lambda)\cosh(j\pi\lambda n_s)} \tag{۹-۱۲}$$

با جایگذاری معادله (۹-۱۲) در (۹-۱۱) خواهیم داشت :

$$P_o = \sum_{j=1,3\dots}^{\infty} \frac{F_j^* \sin(j\pi Y) \sinh[j\pi\lambda(1-X)]}{\sinh[j\pi\lambda(1-n_s)]} \qquad n_s \le X \le 1 \tag{۹-۱۳}$$

توجه داشته باشید که شرط مرزی ۳ خودبخود توسط معادله (۹-۱۳) ایفا می شود .

برای محاسبه فشار ، ضریب فوریه F^*_j باید به دست آید . این کار را با استفاده از اصل پیوستگی جریان انجام می گیرد . خواهیم دید که در هر نقطه در مرز مشترك ($X = n_s$) ، نرخ حجمی جریان ورودی یکسان با نرخ حجمی جریان خروجی است :

$$\therefore q_{xi}|_{X=n_s} = q_{xo}|_{X=n_s} \tag{۹-۱۴}$$

با استفاده از معادله (۷-۳۸) ضمن انتخاب $u_a = 0$ و فرض لزجت ثابت ، داریم :

$$-\frac{(h_o+s_h)^3}{12\eta_0}\left(\frac{dp_i}{dx}\right)_{n_s\ell} + \frac{u_b(h_o+s_h)}{2} = -\frac{h_o^3}{12\eta_0}\left(\frac{dp_o}{dx}\right)_{n_s\ell} + \frac{u_b h_o}{2}$$

سپس با استفاده از معادله (۹-۳) نیز داریم :

$$-H_o^3\left(\frac{dP_o}{dX}\right)_{X=n_s}+(1+H_o)^3\left(\frac{dP_i}{dX}\right)_{X=n_s}=6 \qquad (۹-۱۵)$$

که در آن $H_0 = h_0 / s_h$ است . از معادلات (۸-۹) و (۱۳-۹) خواهیم داشت :

$$\left(\frac{\partial P_i}{\partial X}\right)_{X=n_s}=\sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{j\pi\lambda F_j^*\sin(j\pi Y)}{\tanh(j\pi\lambda n_s)} \qquad (۹-۱۶)$$

$$\left(\frac{\partial P_o}{\partial X}\right)_{X=n_s}=\sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty}-\frac{j\pi\lambda F_j^*\sin(j\pi Y)}{\tanh[j\pi\lambda(1-n_s)]} \qquad (۹-۱۷)$$

با جایگذاری معادلات (۱۶-۹) و (۱۷-۹) در (۱۵-۹) می دهد :

$$H_o^3\sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{j\pi\lambda F_j^*\sin(j\pi Y)}{\tanh[j\pi\lambda(1-n_s)]}$$

$$+(1+H_o)^3\sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{j\pi\lambda F_j^*\sin(j\pi Y)}{\tanh(j\pi\lambda n_s)}=6 \qquad (۹-۱۸)$$

ولی داریم :

$$6=\sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty}6\frac{4}{j\pi}\sin(j\pi Y) \qquad (۹-۱۹)$$

سپس با جایگذاری معادله (۱۹-۹) در معادله (۱۸-۹) می دهد :

$$\sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty}j\pi\lambda F_j^*\sin(j\pi Y)\{H_o^3\coth[j\pi\lambda(1-n_s)]+(1+H_o)^3\coth(j\pi\lambda n_s)\}$$

$$=\sum_{j=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{24\sin(j\pi Y)}{j\pi}$$

$$\therefore F_j^*=\frac{24}{j^2\pi^2\lambda\{H_o^3\coth[j\pi\lambda(1-n_s)]+(1+H_o)^3\coth(j\pi\lambda n_s)\}} \qquad (۹-۲۰)$$

توجه داشته باشیدکه ضمن ، $H_0 \to \infty$ که یک یاتاقان باسطح موازی است، $F^*_j \to 0$ و $P \to 0$ میل می کند . وقتی که عبارتی برای ضریب فوریه در نظر گرفته شد ، فشار ناحیه ورودی و خروجی را می توان با جایگذاری معادله (۲۰-۹) در معادلات (۸-۹) و (۱۳-۹)

به دست آورد.

۹-۱-۲ مؤلفه عمودی بار

بار واردهٔ عمودی را می توان این گونه نوشت :

$$w_z = \int_0^b \int_0^{n_s \ell} p_i \, dx \, dy + \int_0^b \int_{n_s \ell}^{\ell} p_0 \, dx \, dy$$

این معادله به صورت بدون بُعد را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$W_z = \frac{w_z}{\eta_0 u_b b}\left(\frac{s_h}{\ell}\right)^2 = \int_0^1 \int_0^{n_s} P_i \, dX \, dY + \int_0^1 \int_{n_s}^1 P_o \, dX \, dY \tag{۹-۲۱}$$

با جایگذاری معادلات (۸-۹) و (۱۳-۹) در این معادله داریم :

$$W_z = \frac{w_z}{\eta_0 u_b b}\left(\frac{s_h}{\ell}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2F_j^*}{j^2\pi^2\lambda}\left\{\frac{\cosh(j\pi\lambda n_s) - 1}{\sinh(j\pi\lambda n_s)} + \frac{\cosh[j\pi\lambda(1-n_s)] - 1}{\sinh[j\pi\lambda(1-n_s)]}\right\} \tag{۹-۲۲}$$

معادلات (۲۰-۹) و (۲۲-۹) نشان می دهند که وقتی نشت کناری در نظر گرفته شود ، بار وارده عمودی بدون بُعد W_z تابعی از λ و همچنین H_0 و n_s است .

۹-۱-۳ نتایج

در نظرگیری اثرات نشت کناری یک پارامتر اضافی ، نسبت طول به عرض $\lambda = l/b$ را معرفی کرده است . شکل ۲-۹ اثر نسبت ضخامت فیلم H_0 روی ظرفیت حمل بار بدون بُعد W_z برای پنج موقعیت n_s و چهار مقدار λ ($\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ ، 1 و 2) را نشان می دهد . از شکل ۲-۹ نتایج زیر به دست می آید :

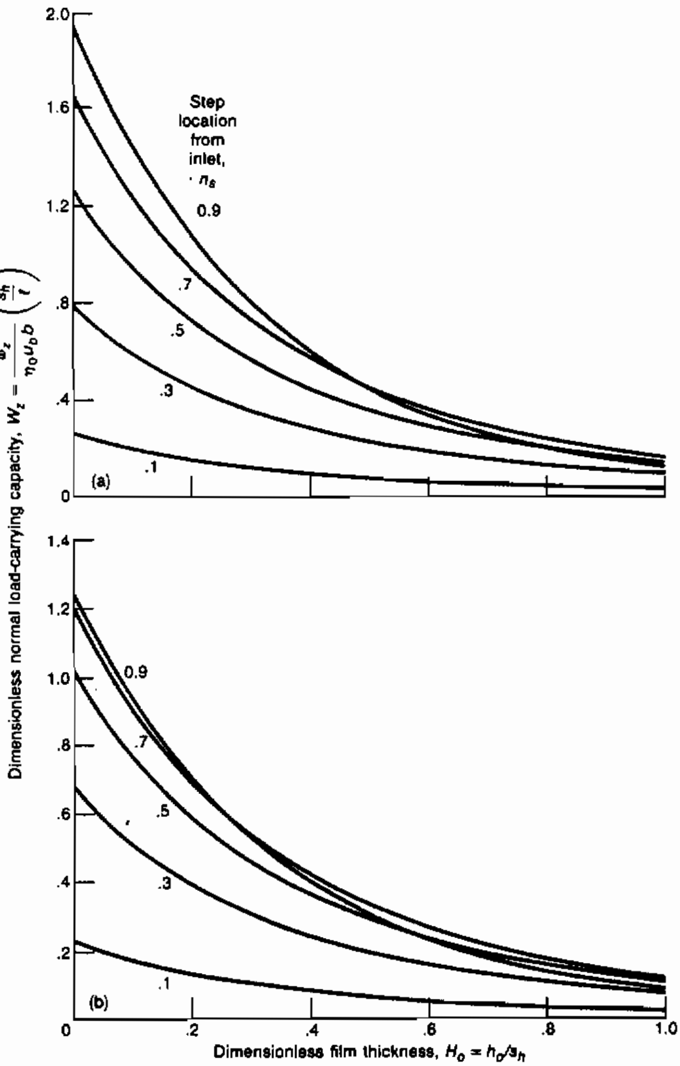
۱ - برای هر ترکیبی از H_0 و λ شرط بیشینهٔ بار وقتی که موقعیت پله کمتر از 0.5 است هرگز ظاهر نمی شود . موقعیت پله باید نزدیکتر به خروجی باشد

تا ورودی .

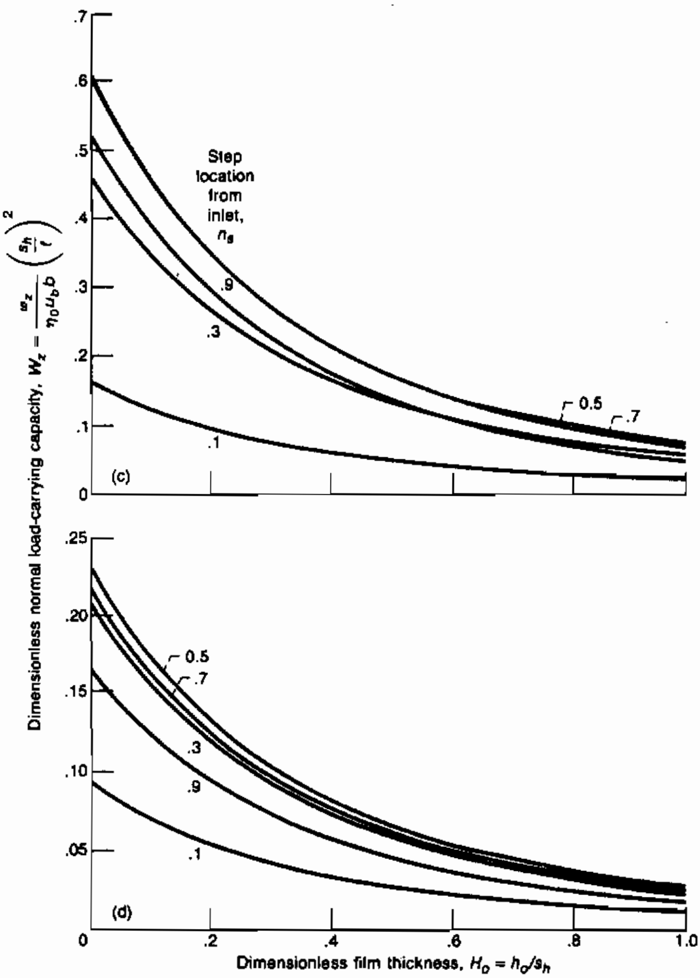
۲- برای λ کوچک که نشت کناری اهمیت کمتری دارد ، موقعیت پله که بار بدون بُعد بیشینه تولید می کند ، بزرگتر از وقتی است که نشت کناری در نظر گرفته شود .

جدول ۱-۹ نتایج شکل ۲-۹ برای $H_0 \rightarrow 0$ و همچنین نتایج برای سه λ اضافی را نشان می دهد . از این جدول مشاهده می شود که با کوچکتر شدن λ ، بار بیشینه افزایش می یابد . این منطبق با نتایج فصل ۸ (معادله (۷۳-۸)) است ، که دلالت بر این داشت که وقتی نشت کناری صرف نظر شود و $H_0 \rightarrow \infty$ میل کند ، ظرفیت حمل بار عمودی بدون بُعد به سمت صفر میل می کند .

یاتاقان پله موازی نشان داده شده در شکل ۱-۹ مقدار زیادی نشت کناری دارد ، بخصوص برای λ بزرگ ، که ظرفیت حمل بار عمودی آن کاهش می یابد . بعضی اوقات وسایل کمکی برای محدود کردن این نشت کناری به کار گرفته شده و بدین ترتیب ظرفیت حمل بار عمودی یاتاقان را افزایش می دهد . دو نمونه از این یاتاقانها در شکل ۳-۹ نشان داده می شوند : یاتاقان تصحیح شده پله نیم دایره ای (شکل ۳-۹ الف) دارای شعاع پله $l/2$ و نسبت ضخامت فیلم 1.43 و نسبت طول به عرض 1 است . ظرفیت بار عمودی نتیجه شده برای این یاتاقان در مقایسه با یاتاقان کف گرد پله موازی تصحیح نشده در حالت بهینه ، ۴۵ درصد افزایش نشان می دهد . برای یک یاتاقان پله مستطیلی تصحیح شده (شکل ۳-۹ ب) با $H_0 = 0.89$ ، W_z نتیجه شده در مقایسه با یک یاتاقان بدون تصحیح ۶۷ درصد افزایش نشان می دهد .



شکل ۲-۹- اثر ضخامت فیلم روی ظرفیت حمل بار عمودی بدون بُعد در پنج موقعیت پله n_s و چهار نسبت طول به‌عرض λ ، الف- $\lambda = \frac{1}{4}$ ، ب- $\lambda = \frac{1}{2}$.

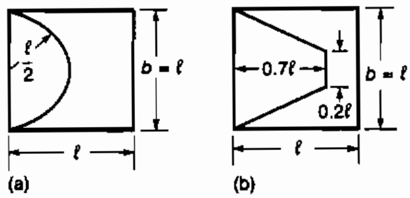


شکل ۲-۹- ج. $\lambda = 1$، د. $\lambda = 2$.

جدول ۱-۹- ظرفیت حمل بار عمودی بدون بُعد بیشینه

[Dimensionless outlet film thickness $H_o \to 0$]

Step location, n_s	Length-to-width ratio, λ						
	1/100	1/4	1/2	3/4	1	3/2	2
	Maximum dimensionless normal load-carrying capacity, W_z						
0.1	0.298570	0.264269	0.228659	0.194657	0.164811	0.120508	0.092064
.2	.597193	.529825	.459748	.391479	.329074	.230908	.165224
.3	.895500	.787513	.675112	.564927	.463443	.305444	.205006
.4	1.193245	1.031140	.862610	.700004	.555898	.346178	.223081
.5	1.490253	1.256341	1.014517	.791103	.607007	.362142	.228742
.6	1.786400	1.460020	1.127112	.839600	.622694	.359732	.225744
.7	2.081597	1.640043	1.200150	.850630	.609714	.342147	.214448
.8	2.375785	1.795099	1.236016	.830670	.574190	.311116	.193714
.9	2.668928	1.924660	1.238860	.786357	.521621	.268646	.162993



شکل ۳-۹- یاتاقانهای کشویی پله‌ای تصحیح شده ، الف ـ پله نیم‌دایره‌ای ، ب ـ پله مستطیلی

۹-۴ یاتاقان کشویی با کفشک با شیب ثابت

ساده ترین شکل یاتاقـان کف گرد با کـفشک ثـابت ، تنها حـرکت خط مـستقیم به وجـود می آورد و شـامل یک سطح تخت است کـه روی یک کـفشک ثابـت می لغزد و نمایه ای مـشـابه با شکل ۴-۹ می باشد . عمل این یاتاقان با کفشک ثابت وابسته به این است که روان کننده به داخل یک فـضای گـوه شکل کشیـده شود ؛ و بنابراین تـولید فـشاری بکنـد که در برابر بار اعـمال شـده مقابله کرده و از تماس بین قسمتهای لغزنده جلوگیری می کند . چون عمل گوه تنها زمانی انجام می پذیرد که سطح لغزنده در جهـتی حرکت کند کـه در آن جهت فـیلم روان کننده همگرا است ، یاتاقان با شیب ثابت (شکل ۴-۹) می تواند بار را در این جهت حمـل کند . اگر بر گشت پذیری مطلوب باشـد ، ترکـیبی از دو یا بیـشتـر کـفشک با سطوحی شـیب دار در جـهات مـخالف لازم

است . کفشکهای با شیب ثابت به صورت چندتایی مثل یاتاقان کف گرد شکل ۵-۹ به کار گرفته می شوند .

رهیافت زیر در طراحی یک یاتاقان کف گرد با کفشک با شیب ثابت کمک می کند :

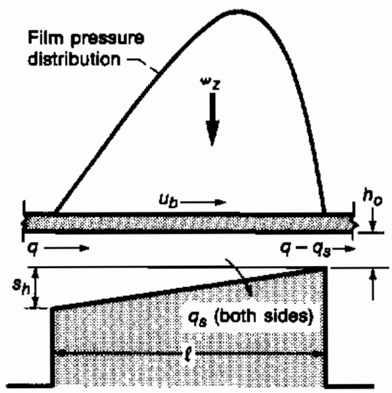
۱- یک نسبت طول به عرض کفشک انتخاب کند . یک کفشک مربع ($\lambda = 1$) به نظر می رسد که عموماً عملکرد خوبی دارد . اگر بدانیم که آیا بار بیشینه یا اُفت توان کمینه در کاربرد بخصوص مهم تر است ، یک مقدار برای نسبت ضخامت فیلم کمینه می تواند از شکل ۶-۹ تعیین شود .

۲- دمای روان کننده را تعیین کنید ؛ دمای روان کننده می تواند به صورت زیر بیان شود :

$$t_m = t_i + \frac{\Delta t_m}{2} \tag{۹-۲۳}$$

که در آن :
$t_i =$ دمای ورودی
$\Delta t_m =$ تغییر در دما به خاطر گرمایش لزجت برشی

معمولاً دمای ورودی قبلاً معلوم است ؛ ولی تغییر دما به خاطر گرمایش لزجت برشی ، باید در ابتدا حدس زده شود . وقتی که دمای t_m شناخته شده باشد ، می توان آن را در شکل ۶-۴ به کار گرفته تا لزجت SAE روغنها را تعیین کرد .



شکل ۴-۹- تصویر جانبی یاتاقان با کفشک شیب‌دار ثابت

۳- ضخامت فیلم خروجی را تعیین کنید . وقتی لزجت را بدانیم، پارامتربعدی که کمترین احتمال از قبل تعیین شدن را داشته باشد ، ضخامت فیلم خروجی است . یعنی وقتی یک نسبت طول به عرض λ و ضخامت فیلم کمینه بدون بُعد (از شکل ۷-۹) شناخته شده باشد، می توان باربدون بُعدرا تعیین کرد . ضخامت فیلم خروجی را می توان ازرابطه زیرتعیین کرد :

$$h_o = H_o \ell \left(\frac{W_z \eta_0 u_b b}{w_z} \right)^{1/2} \qquad (۹-۲۴)$$

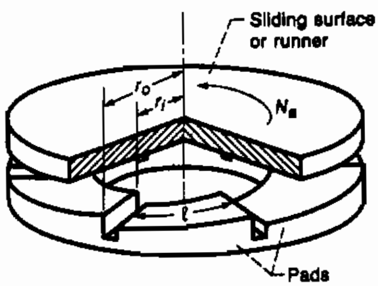
۴- با توجه به جدول ۲-۹ ببینید که آیا ضخامت فیلم (خروجی) کمینه برای پیش بینی مقدار صافی سطح کافی است . اگر $(h_0)_{\text{جدول ۲-۹}} \geq (h_0)_{\text{معادله (۹-۲۴)}}$ باشد به مرحلهٔ ۵ بروید . اگر $(h_0)_{\text{جدول ۲-۹}} < (h_0)_{\text{معادله (۹-۲۴)}}$ باشد مراحل زیر را در نظر بگیرید .

الف ـ سرعت یاتاقان را افزایش دهید .

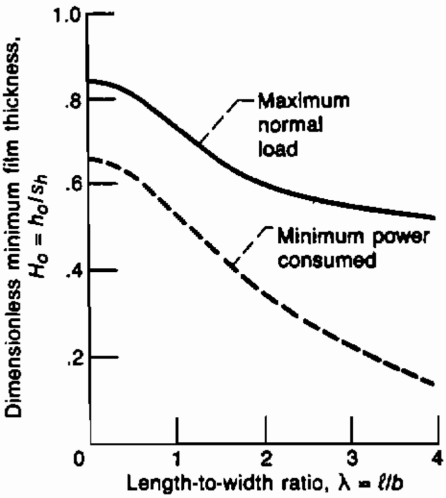
ب ـ بار یا صافی سطح ، یا دمای ورودی را کاهش دهید .

با انجام این تغییر به مرحله ۲ برگردید .

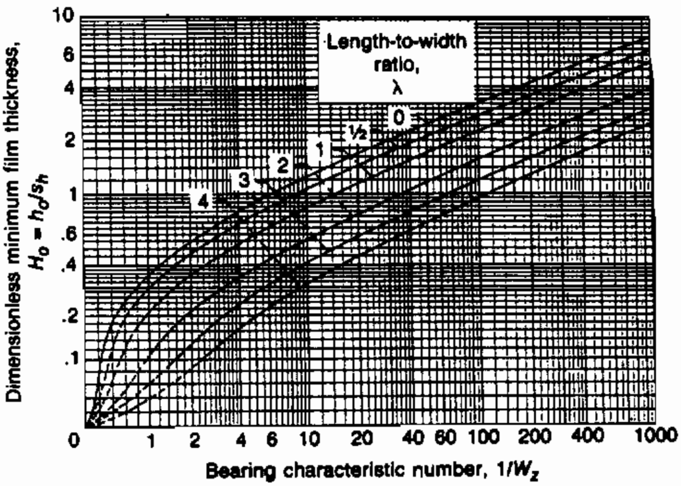
۵- از شکل ۸-۹ افزایش دما به خاطر گرمای برشی برای یک نسبت طول به عرض ، عدد مشخصه یاتاقان را تعیین کنید . از قسمت ۸-۴ به خاطر داشته باشید که گرمای ویژه حجمی $C_s = \rho^* C_p$ که برحسب پارامتر افزایش دمای بدون بُعد است ، نسبتاً برای روغنهای معدنی ثابت و برابر با 1.36×10^6 N / (m^2 . C) می باشد . اگر افزایش دمای کسب شده از شکل ۸-۹ در محدوده ۵ درصد مقدار قبلی است ، به مرحله ۶ بروید ، در غیراین صورت یا یک مقدار افزایش دمای جدید به مرحله ۲ برگردید .



شکل ۵-۹- شکل یاتاقان کف گرد با کفشک شیب‌دار ثابت چندتایی



شکل ۶-۹- جدول برای تعیین ضخامت فیلم کمینه مربوط به بار بیشینه یا اُفت توان کمینه برای نسبتهای مختلف کفشک. یاتاقان کفشکی با شیب ثابت

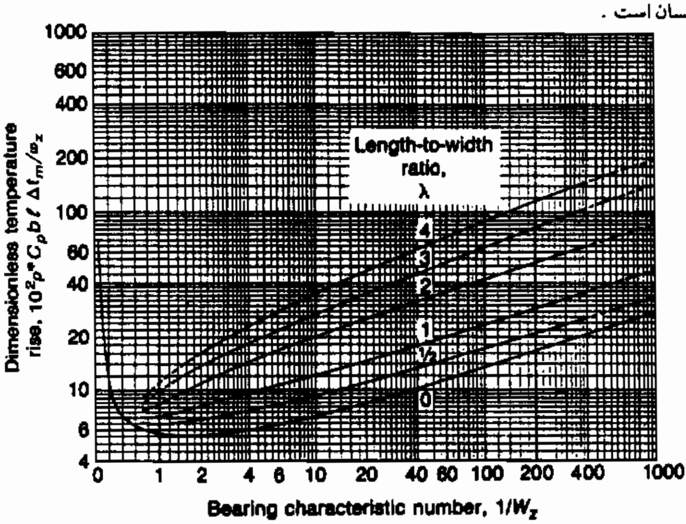


شکل ۷-۹- جدول برای تعیین ضخامت فیلم کمینه‌ای برای یاتاقانهای کف‌گرد با کفشک شیب‌دار ثابت

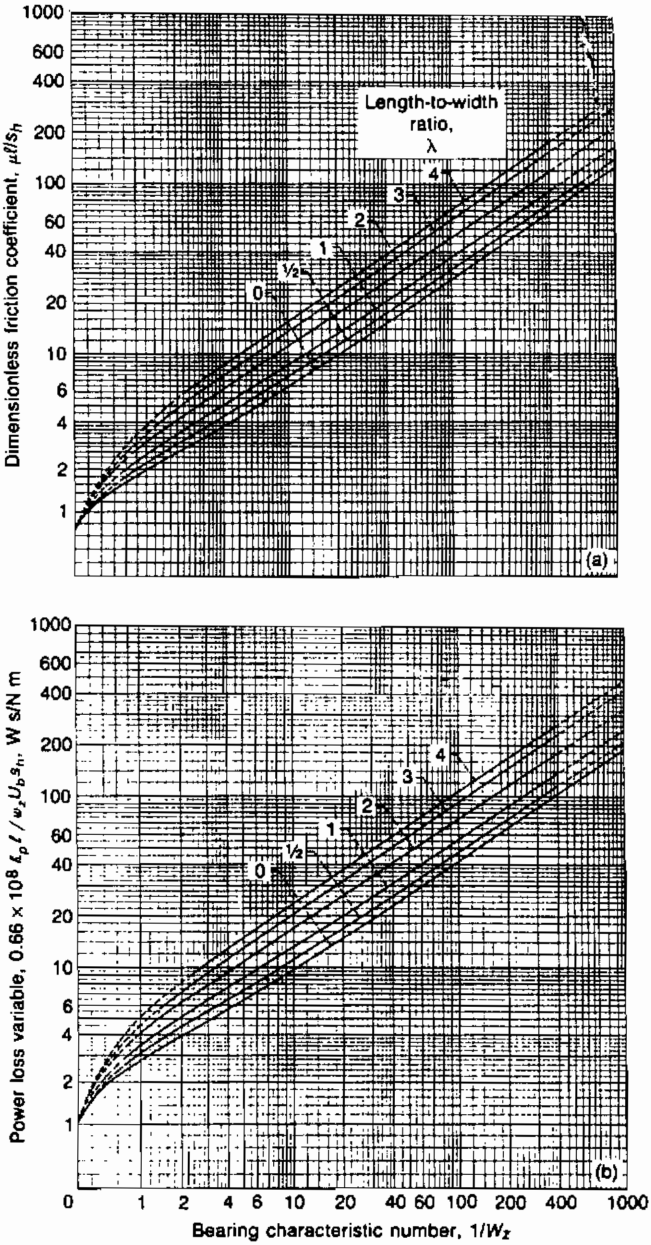
جدول ۲-۹- ضخامتهای فیلم خروجی کمینه مجاز برای یك سطح صاف داده شده

Surface finish (centerline average, R_a)		Description of surface	Examples of manufacturing methods	Approximate relative costs	Allowable minimum outlet film thickness[a], h_o	
μm	μin.				μm	μin.
0.1–0.2	4–8	Mirror-like surface without toolmarks; close tolerances	Grind, lap, and super-finish	17–20	2.5	100
.2–.4	8–16	Smooth surface without scratches; close tolerances	Grind and lap	17–20	6.2	250
.4–.8	16–32	Smooth surface; close tolerances	Grind, file, and lap	10	12.5	500
.8–1.6	32–63	Accurate bearing surface without toolmarks	Grind, precision mill, and file	7	25	1000
1.6–3.2	63–125	Smooth surface without objectionable toolmarks; moderate tolerances	Shape, mill, grind, and turn	5	50	2000

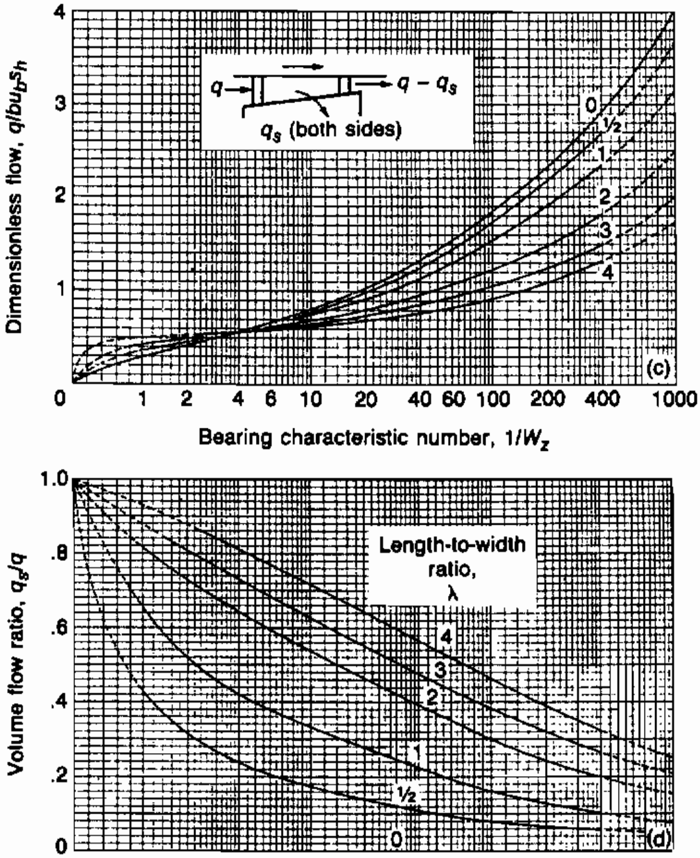
[a] مقادیر ضخامت فیلم فقط برای راهنمایی داده می شوند . آنها دلالت بر ضخامت فیلم لازم برای جلوگیری از تماس فلز به فلز تحت شرایط روغن تمیز با هم محوری کامل دارد . ممکن است لازم باشد ، یک ضخامت فیلم را بزرگتر از آنچه مشخص شده در نظر گرفت (مثلاً برای به دست آوردن یک افزایش دمای قابل قبول) . فرض شده است که صافی سطح متوسط کفشکها با قسمت دونده یکسان است .



شکل ۸-۹- جدول برای تعیین افزایش دما به‌خاطر گرما دادن برشی لزجی روان‌کننده در یاتاقانهای کف گرد کفشك‌دار با شیب ثابت



شکل ۹-۹- جدول برای تعیین عملکرد پارامترهای یاتاقانهای کف‌گرد کفشک‌دار ، با شیب ثابت . الف ـ ضریب اصطکاک ، ب ـ اُفت قدرت



شکل ۹-۹- ج ـ جریان روان کننده ، د ـ جریان جانبی روان کننده

۶- پارامترها را به دست آورید . وقتی ضخامت فیلم کمینه کافی و دمای روان کننده مناسب تعیین شدند ، پارامترهای عملکرد می توانند محاسبه شوند . بخصوص از شکل ۹-۹ می توان اُفت قدرت ، ضریب اصطکاك و جریان کلی و جانبی را تعیین کرد .

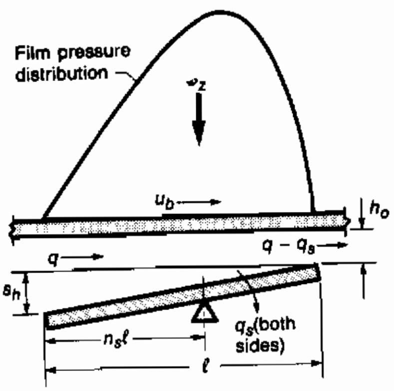
۹-۳ یاتاقان کشویی کفشك لولایی

ساده ترین شکل یاتاقان کفشک لولایی ایجاد حرکت روی خط مستقیم کرده است و شامل یک سطح تخت لغزنده روی یک کفشک لولایی مطابق شکل ۱۰-۹ می باشد . اگر

فرض شود که کفشک تحت شرایط کاری معینی در حال تعادل است ، هر تغییری در این شرایط ، از قبیل تغییر در بار ، سرعت ، یا لزجت ، توزیع فشار را تغییر خواهد داد ؛ بنابراین به صورت لحظه ای مرکز فشار را جابجا کرده و گشتاوری به وجود می آورد که باعث تغییر شیب و ارتفاع شانه s_h کفشک می شود . بنابراین یک یاتاقان کشویی کفشک لولایی در یک نقطه حمایت می شود تا این که زاویه شیب تغییر کند و تحت شرایط کاری متغیری دارای پایداری بهتری از یک کشویی با شیب ثابت باشد . موقعیت نقطه لولای کفش را می توان از تعادل گشتاورهای عمل کننده روی کفش حول این نقطه یافت . برای تمام منظورهای عملی ، فقط دو نیروی مهم در این تعادل گشتاور ممکن است در نظر گرفته شود : منتجه به خاطر فشار فیلم و عکس العمل نیرو عمود بر سطح کفش . از نیروی مربوط به اصطکاك در لولا صرف نظر می شود .

کفشکهای لولایی بعضی اوقات به صورت چندتایی در یاتاقانهای کف گرد کفشک لولایی ، مطابق شکل ۱۱-۹ ، به کار گرفته می شوند . محاسبات برای یک کفشک به تنهایی انجام می شود و خواص برای یاتاقان کامل توسط ترکیب این محاسبات با روش مناسبی ، طبق بحث قسمت ۴-۹ ، صورت می گیرد .

معمولاً یک کفشک لولایی فقط وقتی بار حمل می کند که این لولا جایی بین مرکز کفشک و لبه خروجی $(0.5 \le n_s \le 1.0)$ قرار داده شود . برای عمل دو جهته ، این لولا در مرکز کفشک یا در $n_s = 0.5$ قرار داده می شود .



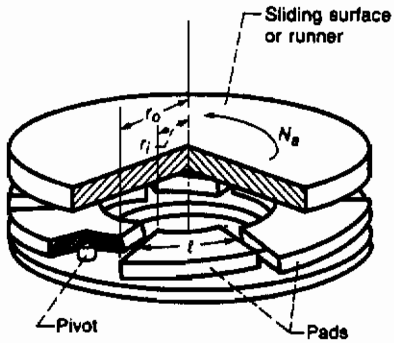
شکل ۱۰-۹- تصویر جانبی یاتاقان کف‌گرد کفشك لولایی

رهیافت زیر در طراحی یاتاقانهای کف گرد کفشک لولایی کمک می کند :

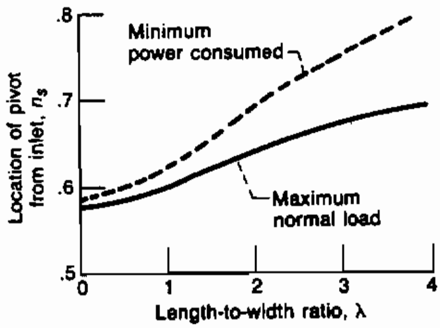
۱- با برقرار کردن این که آیا قدرت کمینه یا بار بیشینه در کاربرد بخصوصی بحرانی تر است و انتخاب یک نسبت طول به عرض کفشک ، از شکل ۲-۹ موقعیت لولا را تعیین کنید .

۲- همان طور که برای یک یاتاقان کف گرد با شیب ثابت انجام گرفت ، با استفاده از معادله (۲۳-۹) دمای روان کننده را برقرار کنید . وقتی این دما شناخته شد ، لزجت را می توان از شکل ۶-۴ به دست آورد .

۳- بار بدون بُعد را از شکل ۱۳-۹ تعیین کرده و ضخامت فیلم کمینه یا خروجی از معادله (۲۴-۹) تعیین کنید .



شکل ۱۱-۹- وضعیت یاتاقان کف گرد کفشک لولایی چندتایی



شکل ۱۲-۹- جدول برای تعیین موقعیت لولا مربوط به بیشینه یا قدرت کمینه برای نسبتهای مختلف کفشک

۴- ضمن مشاهده مجدد جدول ۲-۹ ، ببینید که آیا ضخامت فیلم خروجی برای پیش بینی صافی سطح کافی است یا خیر . اگر $(h_0)_{\text{معادله (۲۴-۹)}} \geq (h_0)_{\text{جدول ۲-۹}}$ باشد به مرحلهٔ ۵ بروید .
اگر $(h_0)_{\text{معادله (۲۲-۹)}} < (h_0)_{\text{جدول ۲-۹}}$ باشد موارد زیر را در نظر بگیرید .

الف ـ سرعت یاتاقان را افزایش دهید .

ب ـ دمای ورودی یاتاقان را کاهش دهید .

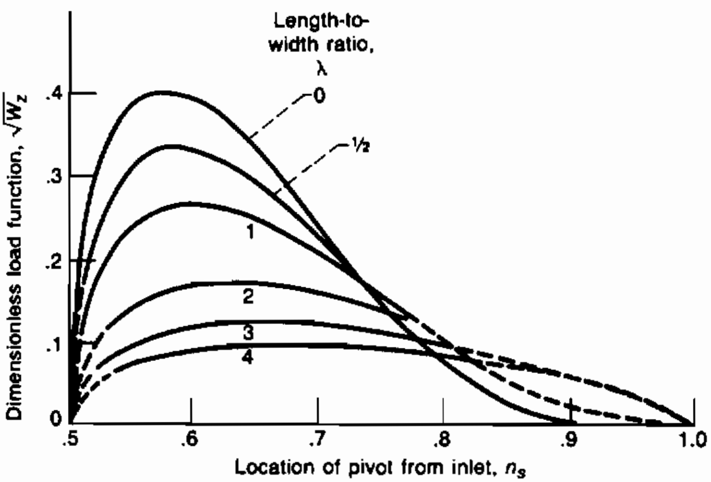
ج ـ بار ورودی یاتاقان را کاهش دهید .

د ـ ماشین کاری روی یاتاقان سطوح روان شونده را کاهش داده در نتیجه آنها را صافتر کنید .

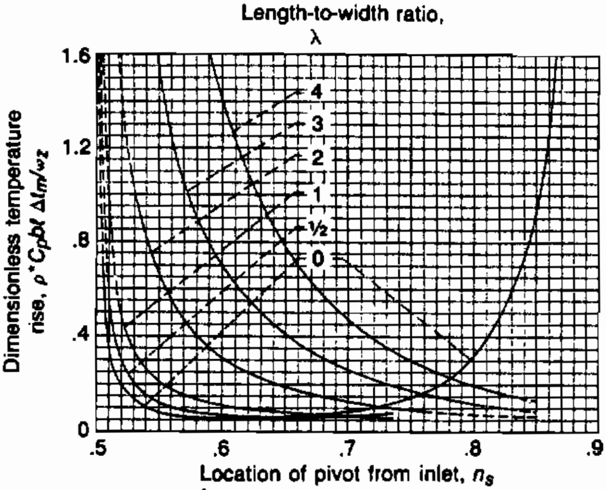
پس از این تغییر به مرحله ۲ برگردید .

۵- از شکل ۱۴-۹ افزایش دما را به خاطر گرمایش برشی برای یک نسبت طول به عرض داده شده و عدد مشخصه یاتاقان تعیین کنید . اگر این مقدار در محدوده ۵ درصد از مقدار حدس زده شده است ، به مرحله ۶ بروید ، در غیر این صورت اجازه دهید که این مقدار افزایش دما مقدار جدید حدس باشد و به مرحله ۲ برگردید .

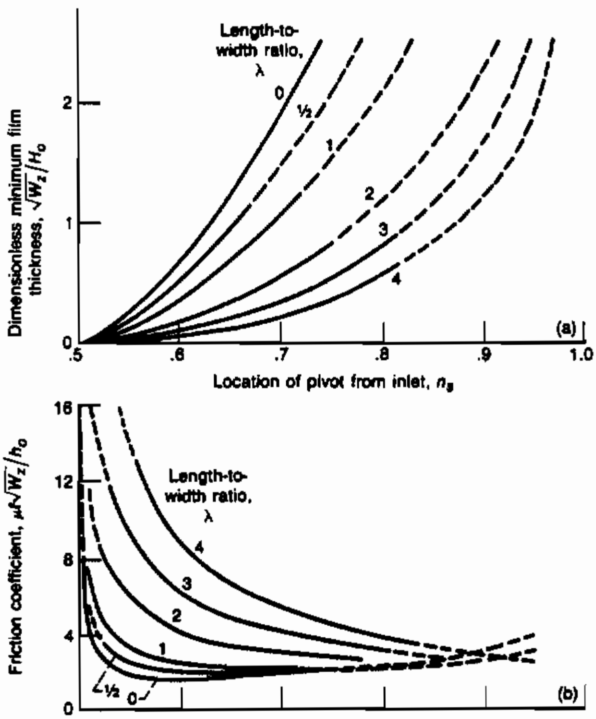
۶- پارامترهای عملکرد را وقتی که ضخامت فیلم کمینه و دمای روان کننده کافی تعیین شده است حساب کنید . بخصوص از شکل ۱۵-۹ نسبت ضخامت فیلم $H_0 = h_0/s_h$ ، ضریب اصطکاك μ ، جریان کلی q ، جریان جانبی q_s ، و اُفت قدرت h_p می تواند محاسبه شود .



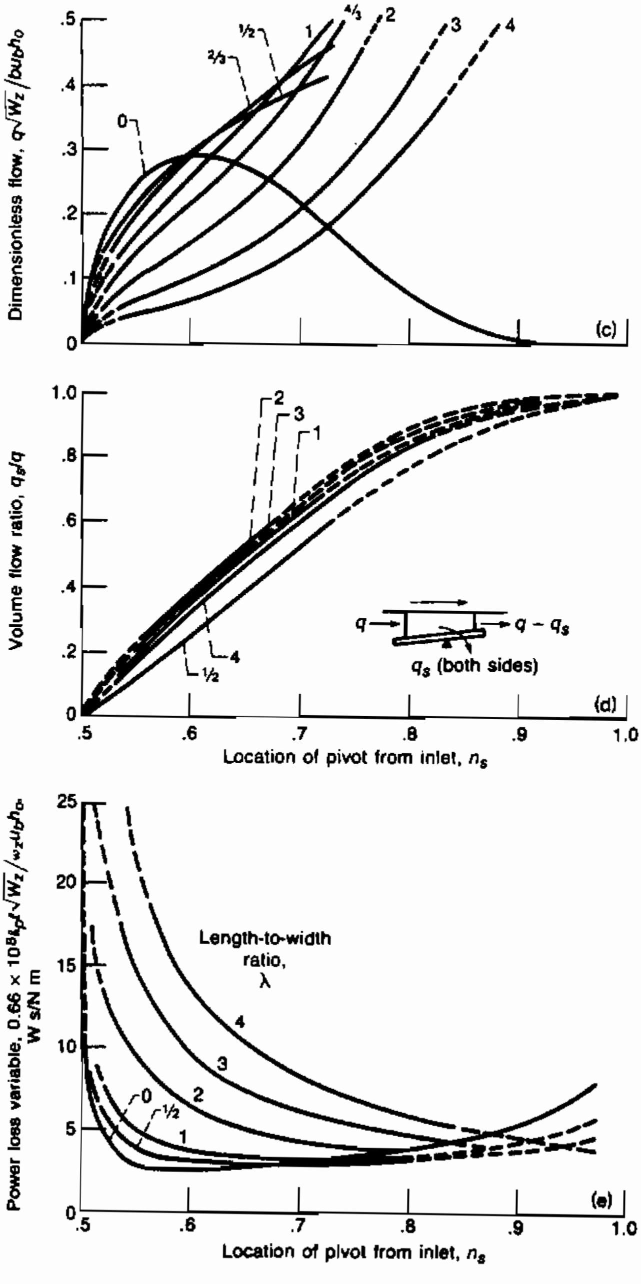
شکل ۱۳-۹- ترسیمه برای تعیین ضخامت فیلم خروجی برای یاتاقانهای کف گرد کفشک لولایی



شکل ۱۴-۹- ترسیمه برای تعیین افزایش دمای بدون بُعد به‌خاطر لزجت گرم کردن برشی روان‌کننده برای یاتاقانهای کف‌گرد کفشک لولایی



شکل ۱۵-۹- ترسیمه برای تعیین پارامترهای عملکرد یاتاقانهای کف‌گرد کفشک لولایی. الف - نسبت ضخامت فیلم ، ب - ضریب اصطکاک



شکل ۱۵-۹- ج ـ جریان روان‌کننده ، د ـ جریان جانبی روان‌کننده ، هـ ـ اُفت قدرت

مسأله نمونه ۱-۹- یک کفشک کف گرد متمایل طول و عرض ۱ اینچ دارد . موقعیت لولا ، وقتی که این یاتاقان با مصرف کمینه کار کند ، تعیین کنید . تعیین کنید که وقتی بار اعمال شده عمودی 2000 lbf در یک سرعت سطح 300 in/s است ، ضخامت فیلم کمینه چیست ؟ لزجت روان کننده در 5×10^6 reyn ثابت فرض می شود . آیا اگر ماشین کاری سطح 20μin باشد ، ضخامت فیلم کمینه به دست آمده از محاسبات شما کافی است ؟ اگر جواب منفی است ، می توانید پیشنهادی بدهید که این نیاز را برطرف سازد ؟

حل. از شکل ۱۲-۹ برای $\lambda = 1$ و مصرف قدرت کمینه فرض می شود :

$$n_s = 0.62$$

از شکل ۱۳-۹ برای $n_s = 0.62$ و $\lambda = 1$

$$\sqrt{W_z} = 0.26$$

یا

$$W_z = (0.26)^2 = 0.0676$$

$$W_z = \frac{w_z}{\eta_0 u_b b}\left(\frac{s_h}{\ell}\right)^2$$

ولی ، می دانیم که :

$$\eta_0 = 5 \times 10^{-6} \text{ reyn} = 5 \times 10^{-6} \text{ lbf} \cdot \text{s/in}^2$$

$$w_z = 2000 \text{ lbf}$$

$$u_b = 300 \text{ in/s}$$

$$\ell = b = 1 \text{ in}$$

$$\therefore (s_h)^2 = \frac{W_z \eta_0 u_b b \ell^2}{w_z} = \frac{(0.0676)(5)(10^{-6})(300)(1)}{2000}$$

$$= 5.07 \times 10^{-8} \text{ in}^2$$

$$\underline{s_h = 2.25 \times 10^{-4} \text{ in}}$$

از شکل ۱۵-۹ برای $n_s = 0.62$ و $\lambda = 1$ ، و $\sqrt{W_z}$ داریم :

$$\sqrt{W_z} H_o = 0.45$$

یا

$$H_o = \frac{0.45}{0.26} = 1.73$$

ولی ؛

$$H_o = \frac{h_o}{s_h}$$

$$\therefore h_o = H_o s_h = (1.73)(2.25)(10^{-4}) \text{ in}$$
$$= \underline{3.89 \times 10^{-4} \text{ in}}$$

از جدول ۲-۹ برای یک سطح ماشین کاری شده $20\ \mu\text{in}$، ضخامت فیلم کمینه مجاز $500\ \mu\text{in}$ است . بنابراین

$$(h_o)_{\min} = 5 \times 10^{-4} \text{ in}$$

چون ضخامت فیلم کمینه ، که ما را از معادله (۲۴-۹) حساب کردیم کمتر از ضخامت فیلم کمینه مجاز (h_0) به دست آمده ازجدول ۲-۹ است، این کفشک بایددوباره طراحی شود .

پیشنهادات احتمالی جهت طراحی دوباره ، عبارتند از :

۱- ماشین کاری سطح را از 20 به$12\mu\text{in}$ تغییر دهید .

۲- لزجت سیال را از 5×10^{6} به reyn 2×10^{-5} افزایش دهید .

۳- سرعت از 300 را به 1200 in/s افزایش دهید .

۴- بار را از 2000 به 500 lbf کاهش دهید .

فقط یکی از این تغییرات برای رسیدن به احتیاج لازم است ، ولی ترکیبی از این تغییرات ، طراحی در باره را ساده‌تر می کند .

۴-۹ هندسه یاتاقان کف گرد

در این فصل و همچنین فصل ۸ ، کارکرد یک کفشک مربوط به یک یاتاقان کف گرد را مطالعه کردیم . معمولاً همان طور که برای مثال در شکلهای ۵-۹ و ۱۱-۹ نشان داده شد ، تعدادی از کفشکهای مشابه در یک یاتاقان کف گرد قرار می گیرند (مونتاژ می شوند) . طول ، عرض ، سرعت و بار یک کفشک می تواند مرتبط با شکل هندسی یک یاتاقان کف گرد به وسیله فرمول زیر باشد :

$$b = r_o - r_i \tag{۹-۲۵}$$

$$\ell = \frac{r_o + r_i}{2}\left(\frac{2\pi}{N_0} - \frac{\pi}{36}\right) \qquad (۹-۲۶)$$

$$u_b = \frac{(r_o + r_i)\omega}{2} \qquad (۹-۲۷)$$

$$w_t = N_0 w_z \qquad (۹-۲۸)$$

وقتی که N_0 تعداد کفشکهای مشابه در یاتاقان کف گرد (معمولاً N_0 بین 3 و 20) است . قسمت $\pi/36$ معادله (۹-۲۶) مربوط به شیارهای تغذیه بین کفشکها است . اینها شیارهای عمیق هستند که اطمینان می دهند که فشار محیط بین کفشکها باقی می ماند . همچنین معادله (۹-۲۸) w_t بار کف گرد کلی روی یاتاقان است .

در طراحی یاتاقانهای کف گرد ، ظرفیت حمل تمامی بار عمودی w_t و سرعت زاویه ای w معمولاً همراه با ابعاد کلی یاتاقان مثل r_0 و r_i معین می شوند . این روان کننده معمولاً طوری تعریف می شود تا احتیاجات طراحی مؤلفه های همراه یاتاقان ژورنال را برآورده سازد . بنابراین فقط باید تعداد کفشکها N_0 دهند که کفشک (H_0 ، n_s و λ) را تعیین کنیم . سپس می توان مشخصه های عملکرد یاتاقان را محاسبه کرد ، تا مشاهده گردد که این طراحی مشخصات لازم را داشته باشد .

۹-۵ مؤخره

شکل مناسب معادله رینولدز برای یک یاتاقان کف گرد روان کاری شده به صورت هیدرودینامیکی وقتی نشت کناری در نظر گرفته شود ، عبارت است از :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6\eta u_b\frac{\partial h}{\partial x}$$

تنها شکل فیلمی که می تواند با در نظرگیری نشت کناری به صورت تحلیلی حل شود ، برای یک یاتاقان کشویی پله موازی است . چون شکل فیلم در داخل نواحی ورودی و خروجی ثابت است ، معادله قبلی به یک معادله لاپلاس تعدیل شده ، که می تواند به سادگی برای فشار حل شود . با انتگرال گیری فشار روی مساحت یاتاقان می توان بار اعمال شده عمودی را به دست آورد . نشت کناری که ظرفیت حمل بار عمودی را کاهش می دهد ، برای یک یاتاقان پله موازی

قابل ملاحظه است . بنابراین پیشنهاد شد تا وسایل تصحیح کننده در اطراف قرار گیرند تا نشت کناری را محدود کرده و بدین وسیله ظرفیت حمل بار یاتاقان افزایش یابد .

نتایج برای یاتاقانهای کف گرد کفشک لولایی و کفشک با شیب ثابت از محاسبه عددی معادله رینولدز ارائه شدند . راه‌حلی پیشنهاد شد که در طراحی این یاتاقانها کمک می کند . این راه‌حلها وضعیت کفشک بهینه را فراهم کرده و همچنین پارامترهای عملکردی از قبیل بار اعمال شده عمودی ، ضریب اصطکاک ، اُفت قدرت ، جریان روان کننده از داخل یاتاقان را شرح و توضیح می دهند .

۹-۶ مسائل

۹-۶-۱ بار اعمال شده عمودی بدون بُعد W_z برای سه نوع کفشک کف گرد زیر را مقایسه کنید : الف ـ پله موازی ، ب - شیب ثابت ، ج ـ کفشک متمایل برای $\lambda = l/b$ برابر با $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، 1 و 2 . اثرات نشت کناری را در نظر بگیرید . برای هر نوع کفشک در هر λ ، هندسه بهینه را استفاده کنید . همچنین این نتایج را با W_z وقتی نشت کناری صرف نظر می شود ، مقایسه کنید .

۹-۶-۲ نمایه فشار یک کفشک پله موازی تصحیح نشده برای $\lambda = 1$ ، $H_0 = 1$ ، $n_s = 0.5$ و $Y = 0.5$ برای $X = 0.1, 0.2, ..., 0.9$ را رسم کنید . معادلات (۹-۸) و (۹-۱۳) را در محاسباتتان به‌کار ببرید . مقادیر عددی فشار در مقادیر مختلف X را بدهید . همچنین برای شکل فیلم داده شده ، بار اعمال شده عمودی بدون بُعد W_z را تعیین نمایید .

۹-۶-۳ یک یاتاقان کف گرد بار 50,000 N را در سرعت چرخشی 2000 r/min حمل می کند . این یاتاقان شعاع خارجی 0.25 m و شعاع داخلی 0.15 m را دارد . ماشین کاری سطح 1 µm CLA توصیه می شود . روغن با SAE = 10 بوده و دمای ورودی کار $50^\circ C$ است . یک یاتاقان کفشک متمایل مناسب برای بار کف گرد بیشینه طراحی کند . شکل هندسی کفشک انتخاب شده ، موقعیت لولا ، تعداد کفشکها و ضخامت فیلم کمینه همراه با تخمین Δt_m ، s_h ، h_p ، μ ، q و q_s باید بیان شود .

۹-۶-۴ برای یک یاتاقان کف گرد کشویی با کفشک با شیب ثابت با $w_z = 3600$ lbf ، $u_b = 1200$ in/s ، $l = 3$ in ، $b = 3$ in و روغن SAE 10 با دمای ورودی $40^\circ C$ ،

موارد زیر را برای بار عمودی بیشینه تعیین کنید : s_h ، h_p ، Δt_m ، μ ، h_p ، q و q_s .

۹-۶-۵ برای یک یاتاقان کف گرد ، با کفشک با شیب ثابت با بار عمودی کلی 12000 lbf ، $r_0 = 4\text{in}$ ، $r_i = 2$ in ، $w = 30$ r/s ، $l/b = 1$ ، روغن SAE 10 ، $t_i = 100^\circ\text{F}$ ، موارد زیر را تعیین کنید : N_0 ، s_h ، h_0 ، Δt_m ، μ ، h_p ، q ، q_s .

۹-۶-۶ برای داده های پارامترهای مسأله ۵-۶-۹ پارامترهای خروجی در مسأله ۵-۶-۹ را تعیین کنید ، ولی برای یاتاقان کف گرد کفشک لولایی متمایل .

۹-۶-۷ با شروع این معادله (۲۲-۹) نشان دهید که ضمن $\lambda \to 0$ ، یا ضمن میل وضعیت به حالتی که نشت کناری بتواند صرف نظر شود ، بار عمودی همان مقدار به دست آمده در فصل ۸ ، یعنی معادله (۷۳-۸) است .

۹-۷ فهرست منابع و مآخذ

Engineering Sciences Data Unit (ESDU) (1967): *General Guide to the Choice of Thrust Bearing Type*. Item 67033. Institution of Mechanical Engineers, London.

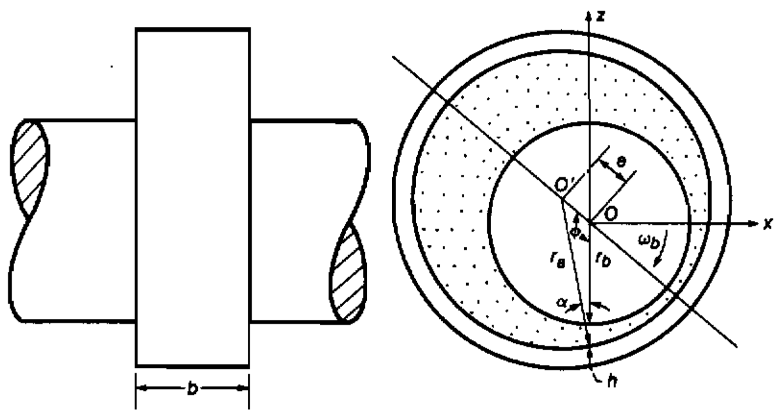
Raimondi, A. A., and Boyd, J. (1955): Applying Bearing Theory to the Analysis and Design of Pad-Type Bearings. *ASME Trans.*, vol. 77, no. 3, pp. 287–309.

فصل دهم

یاتاقانهای ژورنال هیدرودینامیکی حلهای تحلیلی

در دو فصل قبلی کفشکهایی یاتاقان کشویی تحت عنوان یاتاقانهای کف گرد ، مورد بررسی قرار گرفتند . سطوح یاتاقانهای کف گرد ، همان طور که در شکل ۳-۸ نشان داده می شود ، عمود بر محور چرخش هستند . این فصل و فصل دیگر یاتاقانهای ژورنال را مورد بررسی قرار می دهند ، که در آنها سطوح یاتاقان با محور چرخش موازی هستند . یاتاقانهای ژورنال برای حمایت محورها و حمل بارهای شعاعی با اُفت قدرت کمینه و خوردگی کمینه به کار گرفته می شوند . یاتاقان ژورنال می تواند توسط یک آستری سیلندری ساده (بوش) پیچیده حول ژورنال (محور) باشد ؛ ولی یاتاقانها می توانند به شکلهای مختلف باشند . روان کننده از نقطه مناسبی در این یاتاقان و از طریق یک سوراخ یا یک شیار تعبیه می شود . اگر یاتاقان حول 360° کامل ادامه داشته باشد ، به عنوان «یاتاقان ژورنال کامل» نامیده می شود . اگر زاویه پوشش از 360° کمتر باشد ، عبارت «یاتاقان ژورنال جزئی» به کار برده می شود .

یاتاقانهای ژورنال متکی به حرکت محور برای تولید فشارهای متحمل شونده بار در فیلم روان کننده هستند. شکل هندسی یاتاقان ژورنال درشکل ۱-۱۰ نشان داده می شود. محورمعمولاً هم مرکزبایاتاقان نمی چرخد. خارج ازمرکزی محورنسبت به مرکزیاتاقان‌به عنوان «خارج ازمرکز» شناخته می شود. موقعیت متحدالمرکزمحوردرداخل لقی یاتاقان توسط بارحمل شونده تحت تأثیر قرارمی گیرد. مقدار این خارج از مرکزی خودش را تنظیم می کند تا بار با فشار تولیدشده در فیلم



شکل ۱ - ۱۰- شکل هندسی یاتاقان ژورنال هیدرودینامیکی

روان کننده همگراشونده موازنه شود. خط رسم شده ازمرکز محور و مرکز یاتاقان «خط مرکزها» نامیده می شود .

فشار تولید شده ، در نتیجه ظرفیت حمل بار یاتاقان بستگی به خارج از مرکزی محور ، سرعت زاویه ای ، لزجت مؤثر روان کننده و ابعاد و لقی یاتاقان دارد .

$$w_z = f(e, \omega, \eta_0, r, b, c)$$

بار و سرعت زاویه ای معمولاً مشخص می شوندو قطر کمینه محور معمولاً از قبل تعیین می شود . برای تکمیل طراحی ، لازم است ابعاد یاتاقان و لقی محاسبه شده و اگر قبلاً مشخص نشده ، یک روان کننده مناسب انتخاب شود .

رهیافت استفاده شده دراین فصل ارائه دو راه حل تقریبی برای یاتاقان ژورنال است : (۱) یک حل با عرض بی نهایت (صرف نظر شده از نشت کناری) ، (۲) تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه، این دو راه حل تقریبی خیلی ازمشخصه های مهم یاتاقانهای ژورنال رانشان خواهند داد .

۱ - ۱۰ راه حل یاتاقان ژورنال با عرض بی نهایت

برای راه حل یک یاتاقان ژورنال با عرض بی نهایت ، فشار در جهت محوری ثابت

فرض می شود . این رهیافت برای نسبتهای قطربه عرض($\lambda_k = 2r_b/b$) کمتراز0.5 معتبراست . شکل انتگرال گرفته معادله‌رینولدز(۷-۵۲)ضمن فرض‌لزجت ثابت می تواندبه صورت‌زیر نوشته‌شود :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\eta_0 r_b \omega_b (h - h_m)}{h^3} \tag{۷-۵۲}$$

که در آن h_m دلالت بر ضخامت فیلم وقتی $dp/dx = 0$ ، دارد . حال :

$$dx = r_b\, d\phi$$

$$\therefore \frac{dp}{d\phi} = \frac{6\eta_0 r_b^2 \omega_b (h - h_m)}{h^3} \tag{۱۰-۱}$$

حالت گذرا از معادله (۷-۵۲) تا (۱۰-۱) قابل قبول است ؛ زیرا ضخامت فیلم نسبت به شعاع محور کوچک است و انحناء فیلم روان کننده می تواند صرف نظر شود . این دلیلی است بر آن که شکل فیلم را می توان از اطراف محور باز کرده و آن را به عنوان یک نمایه ساکن متناوب با طول موج $2\pi r_b$ در نظر گرفت و این که سطح صفحه محور طبق شکل ۲-۱۰ با سرعت $r\omega$ می چرخد . از شکل ۱-۱۰ ، داریم :

$$\cos\alpha = \frac{1}{r_a}\left[h + r_b + e\cos(\pi - \phi)\right]$$

$$\therefore h = r_a\cos\alpha - r_b + e\cos\phi \tag{۱۰-۲}$$

از قانون سینوسها ، می توان نوشت :

$$\frac{e}{\sin\alpha} = \frac{r_a}{\sin\phi}$$

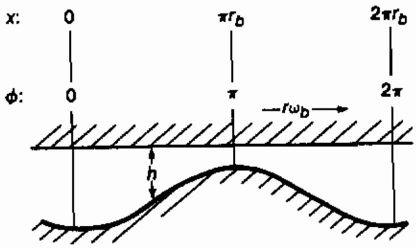
$$\therefore \sin\alpha = \frac{e\sin\phi}{r_a}$$

و

$$\cos\alpha = (1 - \sin^2\alpha)^{1/2} = \left[1 - \left(\frac{e}{r_a}\right)^2 \sin^2\phi\right]^{1/2} \tag{۱۰-۳}$$

با جایگذاری معادله (۱۰-۳) در معادله (۱۰-۲) می دهد :

$$h = r_a\left[1 - \left(\frac{e}{r_a}\right)^2 \sin^2\phi\right]^{1/2} - r_b + e\cos\phi$$



شکل ۲-۱۰- شکل فیلم باز شده در یک یاتاقان ژورنال

ولی :

$$\left[1-\left(\frac{e}{r_a}\right)^2 \sin^2\phi\right]^{1/2} = 1-\frac{1}{2}\left(\frac{e}{r_a}\right)^2 \sin^2\phi - \frac{1}{8}\left(\frac{e}{r_a}\right)^4 \sin^4\phi - \cdots$$

$$\therefore h = r_a\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{e}{r_a}\right)^2 \sin^2\phi - \frac{1}{8}\left(\frac{e}{r_a}\right)^4 \sin^4\phi - \cdots\right] - r_b + e\cos\phi$$

یا ؛ چون $r_a - r_b = c$:

$$h = c + e\left[\cos\phi - \frac{1}{2}\left(\frac{e}{r_a}\right)\sin^2\phi - \frac{1}{8}\left(\frac{e}{r_a}\right)^3 \sin^4\phi - \cdots\right] \qquad (۱۰-۴)$$

چون نسبت e/r_a از درجه بزرگی 10^{-3} است ، می توان معادله (۱۰-۴) را با اطمینان به شکل زیر ساده کرد :

$$h = c(1+\varepsilon\cos\phi) \qquad (۱۰-۵)$$

که :

$$\varepsilon = \frac{e}{c} \qquad (۱۰-۶)$$

نسبت خارج از مرکزی است . توجه داشته باشید که $0 \le \varepsilon \le 1$ است .

با جایگذاری ضخامت فیلم ، معادله (۱۰-۵) در معادله (۱۰-۱) می دهد :

$$\frac{dp}{d\phi} = 6\eta_0\omega_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\left[\frac{1}{(1+\varepsilon\cos\phi)^2} - \frac{h_m}{c(1+\varepsilon\cos\phi)^3}\right] \qquad (۱۰-۷)$$

با انتگرال گیری مستقیم از معادله (۷-۱۰) می توان عبارتی برای توزیع فشار به دست آورد :

$$p = 6\eta_0\omega_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\int\left[\frac{1}{(1+\varepsilon\cos\phi)^2} - \frac{h_m}{c(1+\varepsilon\cos\phi)^3}\right]d\phi + \tilde{A} \qquad (۱۰-۸)$$

۱۰-۱-۱ حل کامل سامرفیلد[1]

روش محاسبه انتگرالهایی از نوع زیر :

$$\int\frac{d\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^n}$$

معرفی یک متغیر جدید $\gamma = \tan(\phi/2)$ است . با این روش فشار می تواند محاسبه شود ، ولی این عبارت به طور بخصوص مفید نیست ؛ زیرا مشکل است که مؤلفه های بار را با ادامه انتگرال گیری به دست آورد .

سامرفیلد ، در سال ۱۹۰۴ به خوبی با استفاده از جایگذاری زیر این مشکل را برطرف ساخت :

$$1 + \varepsilon\cos\phi = \frac{1-\varepsilon^2}{1-\varepsilon\cos\gamma} \qquad (۱۰-۹)$$

این رابطه به نام «جایگذاری سامرفیلد» نامیده شده و γ به عنوان «متغیر سامرفیلد» شناخته می شود . جدول ۱-۱۰ رابطه بین محور محیطی زاویه ϕو γ تعدادی از نسبتهای خارج از مرکز را نشان می دهند . از معادله (۹-۱۰) موارد زیر را می توان نوشت :

$$\sin\phi = \frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}\sin\gamma}{1-\varepsilon\cos\gamma} \qquad (۱۰-۱۰)$$

$$\cos\phi = \frac{\cos\gamma - \varepsilon}{1-\varepsilon\cos\gamma} \qquad (۱۰-۱۱)$$

$$\sin\gamma = \frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}\sin\phi}{1+\varepsilon\cos\phi} \qquad (۱۰-۱۲)$$

1- Sommerfeld

$$\cos\gamma = \frac{\varepsilon + \cos\phi}{1 + \varepsilon\cos\phi} \qquad (۱۰-۱۳)$$

$$d\phi = \frac{(1-\varepsilon^2)^{1/2}\, d\gamma}{1 - \varepsilon\cos\gamma} \qquad (۱۰-۱۴)$$

با به کارگیری جایگذاری سامرفیلد و شرط مرزی متناوب ، داریم :

$$p - p_0 = \frac{6\eta_0\omega_b (r_b/c)^2 \varepsilon\sin\phi\,(2 + \varepsilon\cos\phi)}{(2+\varepsilon^2)(1+\varepsilon\cos\phi)^2} \qquad (۱۰-۱۵)$$

که در آن p_0 فشار در نقطه ضخامت فیلم بیشینه است . این معادله راه‌حل سامرفیلد برای توزیع فشار در یک یاتاقان ژورنال کامل را ارائه می دهد . این معادله به شکل بدون بُعد می شود :

$$P = \frac{p - p_0}{\eta_0\omega_b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \frac{6\varepsilon\sin\phi\,(2+\varepsilon\cos\phi)}{(2+\varepsilon^2)(1+\varepsilon\cos\phi)^2} \qquad (۱۰-۱۶)$$

بوکر[1] (۱۹۶۵) ، جدول مفیدی از انتگرالهای لازم در تجزیه و تحلیل یاتاقان ژورنال را فراهم آورده است .

توزیع فشار در حل کامل معادله در سامرفیلد شکل ۳-۱۰ نشان شده است . توجه داشته باشید که فشارهای مثبت در فیلم همگراشونده ($0 \le \phi \le \pi$) و فشارهای منفی در فیلم واگراشونده ($\pi \le \phi \le 2\pi$) تولیدی هستند . شکل ۳-۱۰ نشان می دهد که توزیع فشار وقتی مقادیر عددی فشارهای بیشینه و کمینه و موقعیتهای آنها نسبت به ضخامت فیلم کمینه آن نقطه برابر باشند ، به صورت متقارن منفی است . در به دست آوری معادله (۱۵-۱۰) ، که خود مسأله ای است در پایان این فصل ، داریم :

$$h_m = \frac{2c(1-\varepsilon^2)}{2+\varepsilon^2} \qquad (۱۰-۱۷)$$

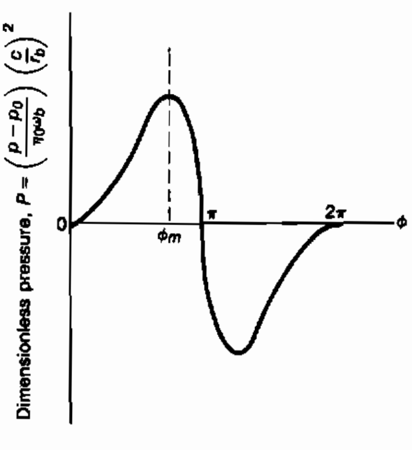
با استفاده از معادلات (۱۷-۱۰) و (۵-۱۰) مقدار ϕ که در آن $dp/dx = 0$ است ، به صورت زیر به دست می آید :

$$\phi_m = \cos^{-1}\frac{-3\varepsilon}{2+\varepsilon^2} \qquad (۱۰-۱۸)$$

1- Booker

جدول ۱-۱۰- رابطه بین زاویه ϕ و متغیر سامرفیلد γ برای نسبتهای خارج از مرکزی مختلف ε
[وقتی $\varepsilon=0$ ، $\gamma=0$ وقتی $\varepsilon=1$ ، $\gamma=0$. برای $180^\circ \le \phi \le 360^\circ$ رابطه $\gamma(-\phi) = -\gamma(\phi)$]

Circumferential coordinate angle, ϕ, deg	Eccentricity ratio, ϵ							
	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
	Sommerfeld variable, γ, deg							
0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	8.172	6.556	5.783	5.010	4.210	3.341	2.300	1.605
20	16.385	13.169	11.626	10.077	8.473	6.727	4.633	3.235
30	24.681	19.899	17.588	15.261	12.844	10.208	7.035	4.914
40	33.102	26.804	23.735	20.628	17.368	13.835	9.546	6.671
50	41.688	33.952	30.136	26.249	22.166	17.670	12.212	8.541
60	50.479	41.410	36.870	32.204	27.266	21.787	15.090	10.564
70	59.515	49.253	44.024	38.591	32.782	26.276	18.252	12.795
80	68.832	57.562	51.696	45.521	38.834	31.253	21.793	15.305
90	78.463	66.422	60.000	53.130	45.573	36.870	28.842	18.195
100	88.436	75.922	69.061	61.579	53.188	43.331	30.583	21.608
110	98.769	86.149	79.014	71.059	61.923	50.914	36.282	25.763
120	109.471	97.181	90.000	81.787	72.080	60.000	43.342	31.003
130	120.538	109.076	102.147	93.994	84.030	71.117	52.393	37.905
140	131.948	121.854	115.544	107.895	98.187	84.969	64.448	47.494
150	143.663	135.482	130.208	123.626	114.937	102.412	81.140	61.726
160	155.628	149.851	146.034	141.149	134.460	124.244	104.909	84.487
170	167.768	164.776	162.767	160.150	156.471	150.587	138.251	122.699
180	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000	180.000



شکل ۳-۱۰- توزیع فشار برای حل کامل معادله سامرفیلد

توجه داشته باشید که $\phi_m \to \pm\pi/2$ ضمن $\varepsilon \to 0$ و $\phi_m \to \pm\pi$ ضمن میل $\varepsilon \to 1$ است . از شکل ۳-۱۰ فشار بیشینه در ربع دوم اتفاق می افتد و فشار کمینه در ربع سوم رخ می دهد . فشارهای بیشینه و کمینه از خط مرکزها به یک فاصله هستند .

فشار بیشینه بدون بُعد را می توان از معادله (۶-۱۰) این گونه نوشت :

$$P_m = \frac{p_m - p_0}{\eta_0 \omega_b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \frac{6\varepsilon \sin\phi_m\,(2 + \varepsilon\cos\phi_m)}{(2+\varepsilon^2)(1+\varepsilon\cos\phi_m)^2}$$

با استفاده از معادله (۱۸-۱۰) و رابطه زیر :

$$\sin\phi_m = \left(1 - \cos^2\phi_m\right)^{1/2} = \frac{\left(4 - 5\varepsilon^2 + \varepsilon^4\right)^{1/2}}{2 + \varepsilon^2}$$

داریم

$$P_m = \frac{3\varepsilon\left(4 - 5\varepsilon^2 + \varepsilon^4\right)^{1/2}\left(4 - \varepsilon^2\right)}{2\left(2+\varepsilon^2\right)\left(1 - \varepsilon^2\right)^2} \qquad (۱۰-۱۹)$$

توجه داشته باشید که $P_m \to 0$ ضمن $\varepsilon \to 0$ و $P_m \to \infty$ ضمن $\varepsilon \to 1$ است .

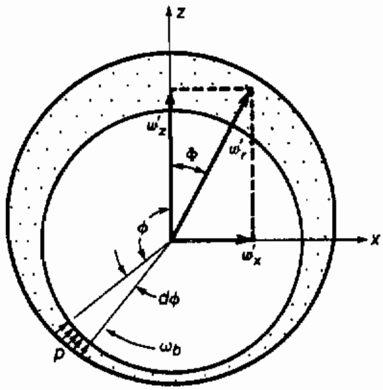
وقتی فشار معلوم باشد ، مؤلفه های بار را می توان محاسبه کرد . به سادگی می توان مؤلفه های منتجه بار را در طول و عمود بر خط مرکز تعیین کرد . محورهای مختصات و مؤلفه های بار در شکل ۴-۱۰ نشان داده می شوند ، که در آن :

ω = مؤلفه بار بر واحد عرض عمود بر خط مرکزها برحسب N / m .

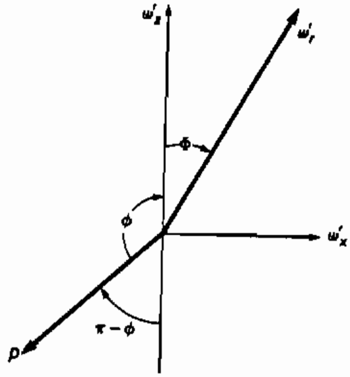
ω = مؤلفه بار بر واحد عرض عمود در طول خط مرکزها برحسب N / m .

ω = بار منتجه بر واحد عرض (برابر ، ولی عمل کننده در جهت مخالف بار اعمال شده) ، برحسب N / m .

Φ = زاویه جهت وضعی (زاویه ای که در آن بردار بار باید در جهت چرخش ژورنال چرخانده شود تا در خط مرکزها قرار گیرد) .



شکل ۴ - ۱۰- محور مختصات و مؤلفه‌های نیرو در یك یاتاقان ژورنال



شکل ۵ - ۱۰- نیروهای بردار عمل‌کننده روی یك ژورنال

از شکل ۵−۱۰ ، که نشان می دهد که نیروهای برداری روی ژورنال عمل می کنند ، داریم :

$$w'_x = \int_0^{2\pi} p r_b \sin(\pi - \phi)\, d\phi$$

$$w'_z = \int_0^{2\pi} p r_b \cos(\pi - \phi)\, d\phi$$

این معادلات به صورت زیر تبدیل می شوند :

$$w'_x = \int_0^{2\pi} p r_b \sin\phi\, d\phi \qquad (۱۰-۲۰)$$

$$w'_z = -\int_0^{2\pi} p r_b \cos\phi \, d\phi \tag{۱۱-۲۱}$$

معـادلات (۲۰-۱۰) و (۲۱-۱۰) را می توان با انتگرال گـیری جـزء به جـزء به صـورت زیر به دست آورد :

$$w'_x = r_b \int_0^{2\pi} \cos\phi \frac{dp}{d\phi} \, d\phi \tag{۱۰-۲۲}$$

$$w'_x = r_b \int_0^{2\pi} \sin\phi \frac{dp}{d\phi} \, d\phi \tag{۱۰-۲۳}$$

با جایگذاری معادله (۷-۱۰) در این معادلات داریم :

$$w'_x = 6\eta_0 \omega_b r_b \left(\frac{r_b}{c}\right)^2 \int_0^{2\pi} \left[\frac{\cos\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^2} - \frac{h_m \cos\phi}{c(1+\varepsilon\cos\phi)^3} \right] d\phi \tag{۱۰-۲۴}$$

$$w'_z = 6\eta_0 \omega_b r_b \left(\frac{r_b}{c}\right)^2 \int_0^{2\pi} \left[\frac{\sin\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^2} - \frac{h_m \sin\phi}{c(1+\varepsilon\cos\phi)^3} \right] d\phi \tag{۱۰-۲۵}$$

حال :

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^2} \, d\phi = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\gamma}{(1-\varepsilon^2)^{1/2}} - \frac{\gamma - \varepsilon\sin\gamma}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} \right]_{\gamma=0}^{\gamma=2\pi}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos\phi \, d\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^3}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\gamma - \varepsilon\sin\gamma}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} + \frac{-2\gamma(2+\varepsilon^2) + 8\varepsilon\sin\gamma - \varepsilon^2\sin 2\gamma}{4(1-\varepsilon^2)^{5/2}} \right]_{\gamma=0}^{\gamma=2\pi}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin\phi \, d\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^2} = \left[\frac{1}{\varepsilon(1+\varepsilon\cos\phi)} \right]_{\phi=0}^{\phi=2\pi}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin\phi \, d\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^3} = \left[\frac{1}{2\varepsilon(1+\varepsilon\cos\phi)^2} \right]_{\phi=0}^{\phi=2\pi}$$

با جایگذاری این انتگرالها در معادلات (۲۴-۱۰) و (۲۵-۱۰) داریم :

$$w'_x = 6\eta_0\omega_b r_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\frac{1}{\varepsilon}\left[\frac{\gamma}{(1-\varepsilon^2)^{1/2}} - \frac{\gamma-\varepsilon\sin\gamma}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}}\right] - \frac{h_m}{c\varepsilon}$$

$$\times\left[\frac{\gamma+\varepsilon\sin\gamma}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} + \frac{-2\gamma(2+\varepsilon^2)+8\varepsilon\sin\gamma-\varepsilon^2\sin 2\gamma}{4(1-\varepsilon^2)^{5/2}}\right]_{\gamma=0}^{\gamma=2\pi}$$

$$w'_z = 6\eta_0\omega_b r_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\left[-\frac{2\pi\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} + \frac{3\pi\varepsilon h_m}{c(1-\varepsilon^2)^{5/2}}\right]$$

با استفاده از معادله (۱۷-۱۰) نیز ، داریم :

$$w'_x = 12\pi\eta_0\omega_b r_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\frac{\varepsilon}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \qquad (۱۰-۲۶)$$

و

$$w'_z = 6\eta_0\omega_b r_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\left[\frac{1}{\varepsilon(1+\varepsilon\cos\phi)} - \frac{h_m}{2c\varepsilon(1+\varepsilon\cos\phi)^2}\right]_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \qquad (۱۰-۲۷)$$

این نتیجه نشان می دهد که برای حل کامل معادله سامرفیلد ، منتجه بار عمودی به صورت قائم بر خط مرکزها عمل می کند ؛ یعنی زاویه فراز برابر 90° است . ضمن وارد آوردن بار به یاتاقان ، مرکز ژورنال از مرکز یاتاقان در زاویه قائم نسبت به بردار بار دور می شود :

$$\therefore\ \Phi = 90^\circ \qquad (۱۰-۲۸)$$

$$w'_r = w'_x \qquad (۱۰-۲۹)$$

با استفاده از معادله (۱۷-۱۰) داریم :

$$W_r = \frac{w'_r}{r_b\omega_b\eta_0}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \frac{12\pi\varepsilon}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \qquad (۱۰-۳۰)$$

که ظرفیت حمل بار منتجه بدون بُعد تنها تابعی از نسبت خارج از مرکزی است .

به دو مورد مهم برای حلهای کامل سامرفیلد توجه کنید :

۱- $\varepsilon \to 0$ ضمن $W_r \to 0$.

۲- $\varepsilon \to 1$ ضمن $W_r \to \infty$.

اولین مورد نشان می دهد که وقتی محور نسبت به یاتاقان متحدالمرکز است (لقی ثابت در حول یاتاقان) ، یاتاقان دارای ظرفیت حمل باری نیست . مورد دوم پتانسیل بسیار زیادی از یک یاتاقان ژورنال فیلم سیال برای حمایت بارهای شعاعی را نشان می دهد . نتیجه بیان می دارد که افزایشهای بار را می توان با عمل در نسبتهای خارج از مرکزی بیشتری جای دارد ، ولی این پیشنهاد باید توسط دانش این که نشت کناری صرف نظر شده است ، که سطوح یاتاقان کاملاً صاف نیستند ، و این که به طور محدود دماهای بالا در فیلمهای نازك روغن اتفاق خواهد افتاد که در خارج از مرکزیهای بالا وجود دارد ، مورد مطالعه قرار گیرد . خارج از مرکزی عمل باید با نکات دیگر طراحی انتخاب شود ، ولی به عنوان یک راهنمای طراحی ارزشمند است . توجه شود که بیشتر یاتاقانهای ژورنال با نسبتهای خارج از مرکزی بین 0.5 و 0.8 عمل می کنند .

۲-۱۰-۱۰ حل نیمه سامرفیلد

متوجه شده ایم که حل سامرفیلد برای یک یاتاقان ژورنال 360° منتهی به توزیع فشار منفی متقارن نشان داده در شکل ۳-۱۰ می شود . فشارها در فیلم واگرا همه پایین تر از فشار محیط هستند . این فشارها بندرت در یاتاقانهای واقعی پیش می آیند . روغنهای معدنی شامل ۸ تا ۱۲ درصد هوای حل نشده هستند . این هوا وقتی که فشار زیر فشار اشباع باشد ، شروع به بیرون آمدن از محلول می کند . در خیلی از وضعیتها این فشار اشباع مشابه فشار محیط اطراف یاتاقان است و در این موارد آزادسازی گاز ، فشار در فضای لقی واگرا را در سطح نزدیک به محیط نگه می دارد .

این سرگردانی برای پیش بینی فشارهای زیر محیط توسط تجزیه و تحلیل معمولی سامرفیلد منتهی به این پیشنهاد شده که فشارهای پیش بینی شده زیر محیط توسط این تجزیه و تحلیل نباید در نظر گرفته شود . این رهیافت که تجزیه و تحلیل را محدود به فیلم همگرا می کند، به عنوان «حل نیمه سامرفیلد» شناخته می شود . این تقریب در واقع منتهی به پیش بینی های واقعی تری از بعضی مشخصه های یاتاقان می شود ، ولی این رهیافت ساده منتهی به عدم رعایت شرط پیوستگی جریان جرم در انتهای منحنی فشار می شود . شرط مرزی اعمال شونده در انتهای خروجی منحنی فشار ، یعنی جایی که فیلم روان کننده کامل راه به فیلم

گسیخته شده مرکب از یک مخلوط گاز و مایع که بعداً بحث خواهد شد ، می دهد .

توزیع فشار فرض شده برای حل نیمه سامرفیلد دقیقاً در شکل ۳-۱۰ برای ناحیه $\phi = 0$ تا π نشان داده شده است . ولی از $\phi = \pi$ تا 2π ، به جای فشار منفی نشان داده شده در این شکل ، فشارها صفر هستند .

$$\therefore P = \frac{p - p_0}{\eta_0 \omega_b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \frac{6\varepsilon \sin\phi\,(2 + \varepsilon\cos\phi)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon\cos\phi)^2} \qquad \text{for } 0 \le \phi \le \pi \quad (۱۰\text{-}۳۱)$$

و

$$P = 0 \qquad \text{for } \pi \le \phi \le 2\pi \quad (۱۰\text{-}۳۲)$$

معادلات برای ضخامت فیلم در موقعیت فشار بیشینه h_m ، زاویه فشار بیشینه ϕ_m ، و فشار بدون بُعد بیشینه P_m دقیقاً همان مقادیر برای حل کامل سامرفیلد می باشند . یعنی معادلات (۱۷-۱۰) تا (۱۹-۱۰) مقادیر h_m ، ϕ_m ، و P_m برای حل نیمه سامرفیلد را فراهم می آورند .

مؤلفه های بار بر واحد عرض، ω'_z و ω'_x داده شده در معادلات (۲۰-۱۰) و (۲۱-۱۰) دقیقاً همان مقادیر برای حل نیمه سامرفیلد هستند ، بجز این که حدود انتگرال باید از 0 تا π نوشته شود . وقتی این کار انجام شد مؤلفه های بار به صورت زیر به دست می آیند :

$$w'_x = 6\eta_0\omega_b r_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\left[\frac{-\pi\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} + \frac{3\pi\varepsilon h_m}{2c(1 - \varepsilon^2)^{5/2}}\right] \quad (۱۰\text{-}۳۳)$$

$$w'_z = 6\eta_0\omega_b r_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\left[\frac{2}{1 - \varepsilon^2} - \frac{2h_m}{c(1 - \varepsilon^2)^2}\right] \quad (۱۰\text{-}۳۴)$$

با معرفی معادله (۱۷-۱۰) برای h_m در معادلات (۳۳-۱۰) و (۳۴-۱۰) ، داریم

$$w'_x = 6\eta_0\omega_b r_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\frac{\pi\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)^{1/2}} \quad (۱۰\text{-}۳۵)$$

$$w'_x = 12\eta_0\omega_b r_b\left(\frac{r_b}{c}\right)^2\frac{\varepsilon^2}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)} \quad (۱۰\text{-}۳۶)$$

توجه داشته باشید که ω'_x در معادله (۳۵-۱۰) نصف حل کامل سامرفیلد می باشد ، زیرا منتجه

اثر فشارهای زیر محیط عمود بر خط مرکزها در این مورد صرف‌نظر می شود . به علاوه توجه داشته باشید که برای حل نیمه سامرفیلد ، ω'_z مثل حل کامل سامرفیلد صفر نیست ، زیرا اثرات فیلمهای همگرا و واگرا در این حالت یکدیگر را حذف نمی کنند .

شکل بدون بُعد این مؤلفه ها می شوند :

$$W_x = \frac{w'_x}{\eta_0 \omega_b r_b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \frac{6\pi\varepsilon}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \tag{۱۰-۳۷}$$

$$W_z = \frac{w'_z}{\eta_0 \omega_b r_b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \frac{12\varepsilon^2}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)} \tag{۱۰-۳۸}$$

بار منتجه عبارت است از :

$$w'_r = \left(w'^2_x + w'^2_z\right)^{1/2} = \eta_0 \omega_b r_b \left(\frac{r_b}{c}\right)^2 \frac{6\varepsilon\left[\pi^2 - \varepsilon^2(\pi^2 - 4)\right]^{1/2}}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)} \tag{۱۰-۳۹}$$

شکل بدون بُعد این بار منتجه عبارت است از :

$$W_r = \frac{w'_r}{\eta_0 \omega_b r_b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \frac{6\varepsilon\left[\pi^2 - \varepsilon^2(\pi^2 - 4)\right]^{1/2}}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)} \tag{۱۰-۴۰}$$

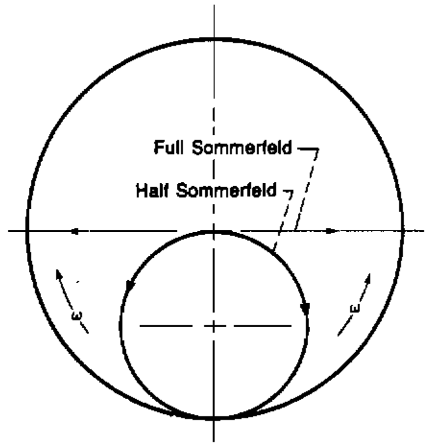
زاویه جهت وضعی را می توان نوشت :

$$\Phi = \tan^{-1}\frac{w'_x}{w'_z} = \tan^{-1}\left[\frac{\pi}{2\varepsilon}(1-\varepsilon^2)^{1/2}\right] \tag{۱۰-۴۱}$$

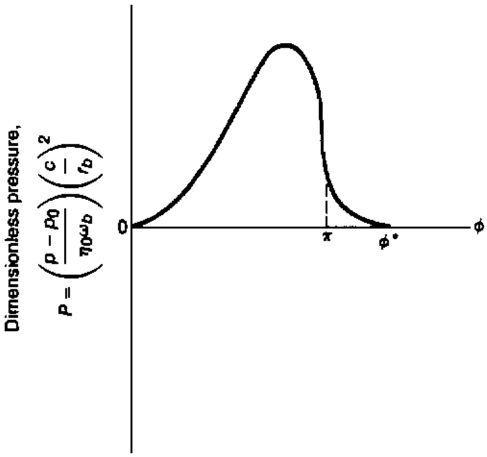
توجه داشته باشید که $\phi = 90^\circ$ وقتی $\varepsilon = 0$ و $\phi = 0^\circ$ وقتی $\varepsilon = 1$ است . محور در بارهای خیلی سبک شروع به حرکت در زاویه قائم به بار اعمال شده می کنند ، ولی در نهایت محور یاتاقان در طول خط بار ، برخورد می کنند . مکان هندسی مرکز محور برای شرایط کامل سامرفیلد و نیمه در شکل ۶-۱۰ نشان داده می شود .

۳-۱۰-۱۰ شرایط مرزی رینولدز

همان طور که قبلاً توضیح داده شد حل نیمه سامرفیلد ، نتیجه پیش بینی واقعی تری از مؤلفه های بار را می دهند ، ولی این رهیافت ساده ، منتهی به عدم رعایت پیوستگی جریان جرم



شکل ۶-۱۰- مکان هندسی مرکز محور برای حلهای یاتاقان ژورنال نیمه سامرفیلد و کامل



شکل ۷-۱۰- نمایه فشار برای یک یاتاقان ژورنال با استفاده از شرط مرزی رینولدز

در انتهای خروجی منحنی فشار می شود . یعنی در شکل ۳-۱۰ فشار به طور ناگهانی در $\phi = \pi$ صفر می شود و سپس از π تا 2π در صفر باقی می ماند . توزیع فشار میل کننده به مقدار π شرط پیوستگی جریان جرم رعایت نخواهد شد . یک شرط مرزی بهتر ، شرط مرزی رینولدز است ؛ در جایی که داریم :

$$p = 0 \quad \text{and} \quad \frac{dp}{dx} = 0 \quad \text{at } \phi = \phi^* \tag{۱۰-۴۲}$$

شکل ۷-و۱ یک نمایه فشار برای یاتاقانی است که شرط مرزی رینولدز در آن استفاده شده است .

۲-۱۰ تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه

در فصل ۹ ، ملاحظه شد که برای یاتاقانهای کف گرد نشت کناری سبب کاهش زیادی در مقدار تئوری ظرفیت حمل بار فیلم سیال یاتاقان می شود . حل کامل معادله رینولدز (معادله (۷-۴۸)) برای جریان سه بُعدی معمولاً کار عددی قابل ملاحظه ای می برد . یک حل تحلیلی تقریبی مفید ، که نشت کناری را در برداشته باشد ، در سال ۱۹۵۳ توسط دوبویث[1] و اکویرك[2] ارائه شد .

وقتی $u_a = v_a = v_b = 0$ ، $\partial x = r_b \partial\phi$ ، $u_b = r_b v_b$ و ثابت بودن لزجت ، معادلات (۷-۳۸) و (۷-۳۹) می شوند :

$$q'_\phi = -\frac{h^3}{12\eta_0 r_b}\frac{\partial p}{\partial \phi} + \frac{h r_b \omega_b}{2} \qquad (۱۰-۴۳)$$

$$q'_y = -\frac{h^3}{12\eta_0}\frac{\partial p}{\partial y} \qquad (۱۰-۴۴)$$

دوبویث و اکویرك (۱۹۵۳) بیان نمودند که برای یاتاقانهای ژورنال با عرض کوتاه ، جمله $(h^3 / 12\eta_0 r_b)(\partial p / \partial\phi)$ درمعادله (۱۰-۴۳) نسبت به $h r_b \omega_b / 2$ کوچک است . یعنی برای یاتاقانهای ژورنال با عرض کوتاه جریان القاء شده توسط فشار درجهت محیطی نسبت به جمله جریان کوئت ، کوچک است . بنابراین آنها فرض کردند که :

$$q'_\phi = \frac{h r_b \omega_b}{2} \qquad (۱۰-۴۵)$$

باید تأکید کرد که این فرض دلالت برآن ندارد که $\partial p / \partial x = 0$ بلکه بیان کنندهٔ آن است که $(h^3 / 12\eta_0 r_b)(\partial p / \partial\phi)$ در عبارات $h r_b \omega_b / 2$ برای یاتاقانهای ژورنال باعرض کم کوچک است . به علاوه این فرض دلالت بر این دارد که جریان (فشار) پویزل در جهت y ، اهمیت خیلی بیشتری در مقایسه با جهت محیطی (ϕ) دارد . نتیجه این فرض ، این است که معادله

1- Dubois 2- Ocvirk

رینولدز داده شده در معادله (۴۸-۷) به شکل زیر کاهش می یابد :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6\eta_0\omega_b\frac{\partial h}{\partial \phi} \qquad (۱۰-۴۶)$$

تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه ، تاوقتی معتبر است که نسبت قطر به عرض از 2 بزرگتر باشد $(\lambda_k > 2)$. البته هر چه λ_k بزرگتر باشد ، مقایسه بهتری با تئوری دقیق وجود دارد .

با فرض این که خارج از محوری وجود ندارد ، ضخامت فیلم فقط تابعی از ϕ می باشد؛ بنابراین قسمت سمت راست معادله (۴۶-۱۰) مستقل از y است . با دوبار انتگرال گیری داریم :

$$p = \frac{6\eta_0\omega_b}{h^3}\frac{\partial h}{\partial \phi}\frac{y^2}{2} + \frac{\bar{A}y}{h^3} + \bar{B} \qquad (۱۰-۴۷)$$

حال محور y را در مرکز یاتاقان به ترتیبی فرض می کنیم که شرایط مرزی را ضمن ارتباطشان با محور y ، بتوان به صورت زیر نوشت :

$$p = 0 \qquad \text{when } y = \pm\frac{b}{2}$$

با استفاده از این شرایط مرزی نتیجه می شود :

$$\bar{A} = 0$$

$$\bar{B} = -\frac{6\eta_0\omega_b}{h^3}\frac{\partial h}{\partial \phi}\frac{b^2}{8}$$

$$p = \frac{3\eta_0\omega_b}{h^3}\frac{\partial h}{\partial \phi}\left(y^2 - \frac{b^2}{4}\right) \qquad (۱۰-۴۸)$$

ضخامت فیلم در یاتاقان ژورنال ، با معادله (۵-۱۰) تعریف شد . گرادیان ضخامت فیلم را می توان بدین صورت نوشت :

$$\frac{dh}{d\phi} = -e\sin\phi \qquad (۱۰-۴۹)$$

با جایگذاری معادلات (۵-۱۰) و (۴۹-۲۰) در (۴۸-۱۰) داریم :

$$p = \frac{3\eta_0\omega_b\varepsilon}{c^2}\left(\frac{b^2}{4} - y^2\right)\frac{\sin\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^3} \qquad \text{for } 0 \le \phi \le \pi \tag{۱۰-۵۰}$$

این معادله را نشان می دهد که تابع سهموی حاکم بر تغییرات محوری فشار است ؛ در جایی که تابع مثلثاتی تغییرات فشار محیط را بیان می کند ، از فشارهای زیر محیطی پیش بینی شده توسط معادله (۵۰-۱۰) صرف نظر نموده و فرض می شود که ناحیه فشار مثبت از $\phi = 0$ تا $\phi = \pi$ بار کلی یاتاقان را تحمل می کند (فرض نیمه سامرفیلد) .

موقعیت فشار بیشینه در $\partial p / \partial x = 0$ به دست می آید . از معادله (۴۸-۱۰) داریم :

$$\frac{\partial p}{\partial \phi} = 3\eta_0\omega_b\left(y^2 - \frac{b^2}{4}\right)\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{1}{h^3}\frac{\partial h}{\partial\phi}\right) = 0$$

یا

$$-3h^{-4}\left(\frac{\partial h}{\partial\phi}\right)^2 + h^{-3}\frac{\partial^2 h}{\partial\phi^2} = 0$$

با جایگذاری معادلات (۵-۱۰) و (۴۹-۱۰) در این معادله ، می دهد :

$$3\varepsilon\sin^2\phi_m + \cos\phi_m(1+\varepsilon\cos\phi_m) = 0$$

ولی ؛ $\sin^2\phi_m = 1 - \cos^2\phi_m$ ، بنابراین داریم :

$$\therefore \phi_m = \cos^{-1}\left[\frac{1-(1+24\varepsilon^2)^{1/2}}{4\varepsilon}\right] \tag{۱۰-۵۱}$$

توجه داشته باشید که $\phi_m \to \pm\pi/2$ ضمن $\varepsilon \to 0$ و $\phi_m \to \pm\pi$ ضمن $\varepsilon \to 1$ است . فشار بیشینه وقتی $\phi = \phi_m$ و $y = 0$ باشد ، اتفاق می افتد . بنابراین از معادله (۵۰-۱۰) ، معادله برای فشار بیشینه می شود :

$$p_m = \frac{3\eta_0\omega_b\varepsilon b^2\sin\phi_m}{4c^2(1+\varepsilon\cos\phi_m)^3} \tag{۱۰-۵۲}$$

مؤلفه های بار منتجه از توسعه فشار موازی و عمود بر خط مرکزها تحت فرض نیمه سامرفیلد عبارتند از :

$$w_x = 2\int_0^{\pi}\int_0^{b/2} pr_b \sin\phi \, dy \, d\phi \tag{۱۰-۵۳}$$

$$w_z = -2\int_0^{\pi}\int_0^{b/2} pr_b \cos\phi \, dy \, d\phi \tag{۱۰-۵۴}$$

با جایگذاری معادله (۴۸-۱۰) در این معادلات ، می دهد :

$$w_x = \frac{\eta_0 \omega_b \varepsilon r_b b^3}{2c^2}\int_0^{\pi}\frac{\sin^2\phi \, d\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^3}$$

$$w_z = -\frac{\eta_0 \omega_b \varepsilon r_b b^3}{2c^2}\int_0^{\pi}\frac{\sin\phi\cos\phi}{(1+\varepsilon\cos\phi)^3}\,d\phi$$

وقتی جایگذاری سامرفیلد داده شده در معادله (۹-۱۰) استفاده می شود ، داریم :

$$w_x = \frac{\eta_0 \omega_b \varepsilon r_b b^3}{2c^2(1-\varepsilon^2)^{3/2}}\int_0^{\pi}\sin^2\gamma \, d\gamma$$

$$w_z = -\frac{\eta_0 \omega_b \varepsilon r_b b^3}{2c^2(1-\varepsilon^2)^2}\int_0^{\pi}(\sin\gamma\cos\gamma - \varepsilon\sin\gamma)\,d\gamma$$

با انجام این انتگرالهای معین ، داریم :

$$w_x = \frac{\eta_0 \omega_b r_b b^3}{4c^2}\frac{\pi\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} \tag{۱۰-۵۵}$$

$$w_z = \frac{\eta_0 \omega_b r_b b^3}{c^2}\frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon^2)^2} \tag{۱۰-۵۶}$$

بردار بار منتجه برابر است با :

$$w_r = \left(w_x^2 + w_z^2\right)^{1/2} = \frac{\eta_0 \omega_b r_b b^3}{4c^2}\frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^2}\left[16\varepsilon^2 + \pi^2(1-\varepsilon^2)\right]^{1/2} \tag{۱۰-۵۷}$$

زاویه جهت موضعی عبارت است از :

$$\Phi = \tan^{-1}\frac{w_x}{w_z} = \tan^{-1}\frac{\pi(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{4\varepsilon} \tag{۱۰-۵۸}$$

توجه داشته باشید که زاویه فراز بستگی مستقیم به نرخ خارج از مرکزی ε دارد ، به ترتیبی که یک منحنی قطبی ε در مقابل ϕ برای تمام نسبتهای قطر به عرض ($\lambda_k = 2r_b/b$) به کار برده می شود .
معادلات (۵۵-۱۰) تا (۵۷-۱۰) را به صورت بدون بُعد می توان این گونه نوشت :

$$W_x = \frac{w_x}{\eta_0 \omega_b r_b b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \left(\frac{b}{r_b}\right)^2 \frac{\pi\varepsilon}{4(1-\varepsilon^2)^{3/2}} \tag{۱۰-۵۹}$$

$$W_z = \frac{w_z}{\eta_0 \omega_b r_b b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \left(\frac{b}{r_b}\right)^2 \frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon^2)^2} \tag{۱۰-۶۰}$$

$$W_r = \frac{w_r}{\eta_0 \omega_b r_b b}\left(\frac{c}{r_b}\right)^2 = \left(\frac{b}{r_b}\right)^2 \frac{\varepsilon}{4(1-\varepsilon^2)^2}\left[16\varepsilon^2 + \pi^2(1-\varepsilon^2)\right]^{1/2} \tag{۱۰-۶۱}$$

جریان حجم روان کننده فراهم شده به یاتاقان از طریق یک سوراخ مرکزی یا شیار باید برابر با نرخ خالص جریان خارج رونده در طول محور یاتاقان (جهت y) باشد . نشت کلی از اطراف یاتاقان در ناحیه فیلم همگرا (فرض نیمه سامرفیلد) را می توان بیان کرد :

$$q_y = -2r_b \int_0^{\pi} \left(\frac{h^3}{12\eta_0}\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{y=b/2} d\phi$$

با معرفی معادله (۴۸-۱۰) ، داریم :

$$q_y = -\frac{\omega_b r_b b}{2}\int_0^{\pi}\frac{\partial h}{\partial \phi}\, d\phi$$

با استفاده از معادله (۴۹-۱۰) می دهد :

$$q_y = \frac{\omega_b r_b b e}{2}\int_0^{\pi} \sin\phi\, d\phi = -\frac{\omega_b r_b b e}{2}(\cos\phi)_{\phi=0}^{\phi=\pi} = \omega_b r_b b e \tag{۱۰-۶۲}$$

به صورت بدون بُعد این معادله می شود :

$$Q_y = \frac{2q_y\pi}{\omega_b r_b b c} = 2\varepsilon\pi \tag{۱۰-۶۳}$$

ازاین معادله می توان نتیجه گرفت که $q_y \to 0$ ضمن $\varepsilon \to 0$ (بدون نشت کناری)و $q_y \to \omega_b r_b\, bc$

ضمن $\varepsilon \to 1$ (نشت کناری کامل) است .

ظرفیت حمل بار به دست آمده از حل یاتاقان با عرض بلند را می توان با نتایج تئوری یاتاقان عرض کوتاه مقایسه کرد . یعنی مقایسه معادلات (۴۰-۱۰) و (۶۱-۱۰) تا داشته باشیم :

$$\frac{W\ (\text{short-width bearing})}{W\ (\text{long-width bearing})} = \left(\frac{b}{r_b}\right)^2 \frac{(2+\varepsilon^2)\left[16\varepsilon^2 + \pi^2(1-\varepsilon^2)\right]^{1/2}}{24(1-\varepsilon^2)\left[\pi^2 - \varepsilon^2(\pi^2-4)\right]^{1/2}} \quad (۱۰-۶۴)$$

توجه داشته باشید که از این معادله نسبتهای بار ، توابع b/r_b و ε هستند . تجزیه و تحلیل یاتاقان باعرض بلند، ظرفیت حمل باربرای تمام ε را تخمین اضافی می زند و باید برای $\lambda_k < 0.5$ استفاده شود . تئوری یاتاقان عرض کوتاه تخمین خیلی بهتری برای یاتاقانهای معین با نسبتهای قطر به عرض بزرگتر از 2 $(\lambda_k = 2rb\ /b > 2)$ فراهم می آورد . محدوده مفید b/r_b برای تئوری یاتاقان عرض کوتاه ، بستگی به نسبت خارج از مرکزی دارد . تئوری یاتاقان عرض کوتاه ، منتهی به ظرفیتهای حمل بار زیاد (بعضی اوقات بیشتر از مقادیر یاتاقان با عرض بلند) در نسبتهای قطر به عرض کوچک $(\lambda_k = 2rb)$ می شود .

۳-۱۰ مؤخره

دقیقاً مثل یاتاقانهای کف گرد در فصل ۸ ، در این فصل معادلات رینولدز برای یاتاقانهای ژورنال تنها به شکل تقریبی به دست آمدند . حلهای تحلیلی فقط برای آسانترین مسائل محتمل بودند . یکی از حلها (حل با عرض بی نهایت) با محدود کردن جریان به دو بُعد، جهات محیطی وعمود بر فیلم و با چشم پوشی از جریان محوری ، به دست آمد . حلهای دوبُعدی مقدار معینی دارند ، زیرا مقدار خیلی زیادی اطلاعات در باره مشخصه های عمومی یاتاقان ژورنال فراهم می آورند . سه نوع شرط مرزی روی حلهای دوبُعدی اعمال شدند . حل کامل سامرفیلد ، توزیع فشار با تقارن منحنی تولید کرد . کلیه فشارها در فیلم واگرا ، پایین تر از فشار محیط بودند و به ندرت با چنین فشارهایی در یاتاقانهای واقعی روبرو می شویم . این نتیجه منتهی شد به حل نیمه سامرفیلد که به سادگی فشار منفی را برابر صفر قرار می دهد . حل نیمه سامرفیلد در پیش بینی مشخصه های یاتاقان ژورنال ، واقعی تر از حل کامل سامرفیلد است، ولی این رهیافت ساده منتهی به عدم رعایت پیوستگی جریان جرم در خروج می شود .

این عدم رعایت پیوستگی جریان جرم منتهی به شرط مرزی سومی در تجزیه و تحلیل یاتاقانهای ژورنال به نام شرایط مرزی رینولدز $p = 0$ و $dp/dx = 0$ در انتهای خروجی به کار گرفته می شود . این نوع شرط مرزی مقایسه بسیار خوبی با نتایج تجربی را نشان می دهد .

یک رهیافت تحلیلی تقریبی کامل نیز در این فصل انجام گرفت ، که تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه بود . نتیجه گرفته شد که عبارت جریان پویزل محیطی ، اهمیت کمتری در یاتاقانهای ژورنال با عرض کوتاه در مقایسه با جمله جریان پویزل محوری یا عبارت جریان کوئت داشته ؛ بنابراین می تواند صرف نظر شود . برای نسبتهای قطر به عرض بزرگتر از 2 $(\lambda_k = 2r_b/b > 2)$ یاتاقانهای ژورنال با عرض کوتاه تخمین خوبی از ظرفیت حمل بار برای یاتاقانهای ژورنال با عرض معین می دهد . به هر حال محدوده مفید تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوچک نه فقط بستگی به $2r_b/b$ ، بلکه همچنین به نسبت خارج از مرکز ε دارد . تئوری یاتاقان با عرض کوتاه ظرفیتهای حمل بار زیادی را پیش بینی می کند که بعضی اوقات از حل یاتاقان با عرض بلند درمقدار کوچک $2r_b/b$ بزرگتر است . شرایط مرزی نیمه سامرفیلد، استفاده شده برای یاتاقان با عرض بی نهایت ، ظرفیت حمل بار عمودی برای تمام نسبتهای خارج از مرکز را تخمین اضافی می زند .

۱۰-۴ مسائل

۱۰-۴-۱ با شروع از معادله (۱۰-۷) تمام مراحل را در رسیدن به معادله (۱۰-۱۵) ، با استفاده از جایگذاری سامرفیلد ، نشان دهید .

۱۰-۴-۲ نشان دهید چگونه ظرفیت حمل بار منتجه در استفاده از حل کامل سامرفیلد متفاوت با حل نیمه سامرفیلد ، وقتی یاتاقان با عرض بی نهایت را به کار می گیریم ، است . نتایج را به شکل جدول و رسمی برای نسبتهای خارج از مرکز $0 \le \varepsilon \le 1$ و محدوده کامل نشان دهید

۱۰-۴-۳ نشان دهید چگونه منتجه ظرفیت حمل بار وقتی تجزیه و تحلیل یاتاقان با عرض بی‌نهایت و عرض کوتاه را ضمن در نظرگیری محدوده کامل نسبتهای خارج از مرکز $0 \le \varepsilon \le 1$ با یکدیگر متفاوت است . شرط مرزی نیمه سامرفیلد برای هر دو تجزیه و تحلیل در نظر بگیرید . نتایج را به صورت جدول رسمی برای نسبتهای قطر به عرض (λ_k) 1 ، 2 و 4 نشان دهید .

۵-۱۰ فهرست منابع و مآخذ

Booker, J. F. (1965): A Table of the Journal-Bearing Integrals. *J. Basic Eng.*, vol. 87, no. 2, pp. 533–535.

DuBois, G. B., and Ocvirk, F. W. (1953): Analytical Derivation and Experimental Evaluation of Short-Bearing Approximation for Full Journal Bearings. *NACA Rep.* 1157.

Sommerfeld, A. (1904): Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung. *Z. Angew. Math. Phys.*, vol. 50, pp. 97–155.

فصل یازدهم

یاتاقانهای ژورنال با بار دینامیکی

در فصل ۱۰ روشهای طراحی برای یاتاقانهای ژورنال با بارگذاری یکنواخت داده شده است و طراح را قادر به تخمین پارامترهای عملکرد برحسب پارامترهای کار می کند . برای مثال زاویه فراز و نسبت خارج از مرکز را می توان برای هر حالت کاری پایدار محاسبه کرد . از این مقادیر ضخامت فیلم کمینه ، مهمترین کمیت تأثیر گذارنده بر عملکرد یاتاقان را می توان محاسبه نمود .

در خیلی از وضعیتهای کاری مهم یاتاقان ، مقدار و جهت معمولاً به طور متناوب تغییر می کند . مثالهای این مورد شامل ماشینهای رفت و برگشتی مثل موتورهای بخار ، گازوئیل و بنزینی و کمپرسورهای گازی رفت و برگشتی و ماشینهای چرخنده خارج از تعادل از قبیل چرخنده های توربین هستند . یاتاقانها معمولاً به صورت دینامیکی بارگذاری می شوند . به علاوه باید تأکید شود که یاتاقانهای ژورنال معمولاً متعادل نیستند . برای ترکیبات بخصوصی از پارامترهای حالت پایدار عمل ، خودعمل کننده پیچشی ژورنال را می توان حفظ نمود . اگر این اتفاق بیفتد و مورد با بار متغیر باشد ، مدار این پیچش به سرعت افزایش خواهد یافت تا ژورنال و آستین با یکدیگر تماس پیدا کنند . پایداری یاتاقان ژورنال در ماشینهای چرخنده با سرعت زیاد پدیدهٔ مهمی است و در نتیجه عملهای ناپایدار همیشه باید مورد اجتناب قرارگیرند .

در یاتاقانهای ژورنال با بار دینامیکی ، خارج از مرکزی و زاویه جهت وضعی درسرتاسر دوره بارگذاری تغییر خواهد کرد و باید مواظب بود و مطمئن شد که ترکیب بار و سرعت ، یک

ضخامت فیلم کمینه کوچک خطرناکی ایجاد نکند . بیان یک مقدار مطمئن و یکه ضخامت فیلم کمینه فرض آسانی نیست ؛ زیرا به مقدار زیادی بستگی به رهیافت ساخت ، هم محوری اجزاء ماشین مرتبط با این یاتاقانها ، و شرایط عمودی کار شامل محیط این ماشین دارد .

همچنین مهم است که تفاوت بین اثرات دینامیکی دریاتاقانهای روان شونده هیدرودینامیکی و یاتاقانهای با اجزاء چرخنده ، که در فصل ۲۴ آن را بررسی خواهیم نمود ، تشخیص داده شود . گرچه ساختارحمایتی تشکیل شده توسط اجزاء چرخنده ناپیوسته و درحال حرکت است ، خود یاتاقان را هنوز ممکن است که به عنوان یک جزء صلب ، کشسان و شبه فنری در نظر گرفت . ثابتهای فنر برای یاتاقانهای با جزء چرخنده معمولاً در جهت کاربرد بار در محدوده 1×10^8 تا 4×10^8 N / m قرار می گیرد . اجزاء چرخنده بامحور به طور سری عمل کرده و ازشقی حمایت کرده وطبق معادله مجموعه رفت وبرگشتی ترکیب می شوند . بنابراین اثرات دینامیکی ضمن ارتباط با اثرات فیلم سیال درياتاقانهای باجزء چرخنده ، مهم نیستندو معمولاً در نظر گرفته نمی شوند .

یاتاقانهای فیلم سیال هیدرودینامیکی کاملاً مسأله دیگری هستند و بدین جهت موضوع مورد بحث این فصل می باشند . متأسفانه آنها نمی توانند به عنوان یک فنر مستقیم ساده درنظر گرفته شوند . گرچه یاتاقان فیلم سیال هیدرودینامیکی مقاومت شبه فنر نشان می دهد که بستگی به جابجایی ژورنال نسبت به آستین دارد ، این نیرو به طور خطی با جابجایی ارتباط نداشته و حتی هم خط با آن هم نیست . یک یاتاقان فیلم سیال هیدرودینامیکی اثرات ضربه گیری نشان می دهد که نقش مهمی در پایداری این نوع یاتاقان ، دارد .

بیشتر این فصل راه حل داده شده در لاند[1] (۱۹۶۶ ، ۱۹۷۹ ، ۱۹۸۷) را مورد بحث قرار می دهد .

۱ - ۱۱ معادله رینولدز مربوطه

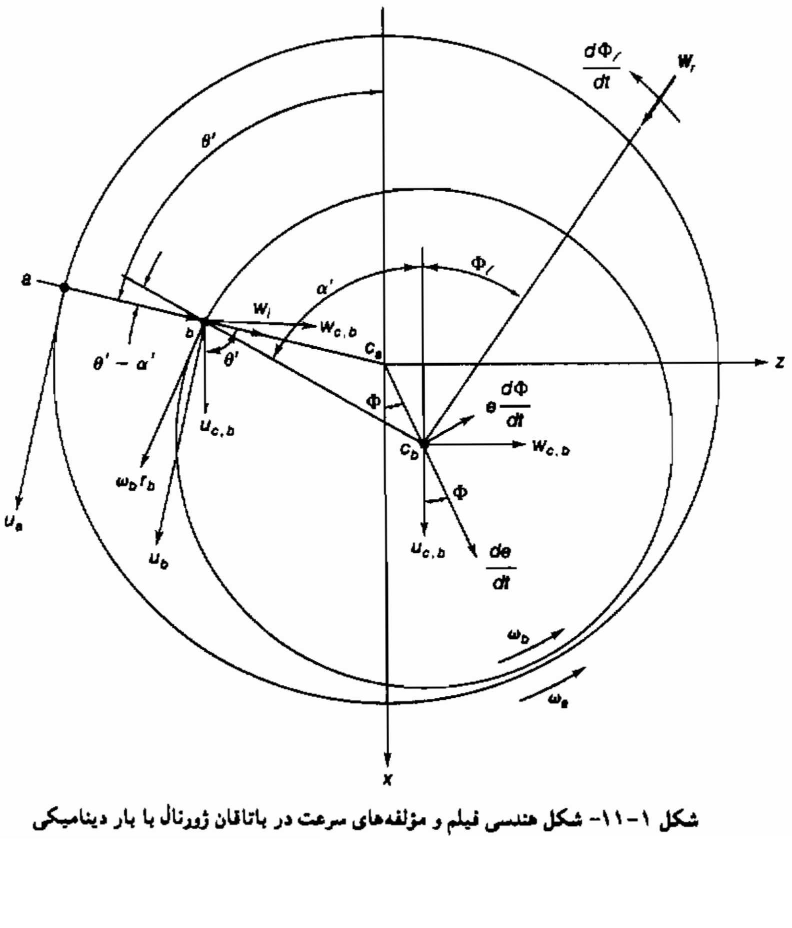
از معادله (۷-۴۵) معادله عمومی رینولدز را می توان این گونه نوشت :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho h(u_a+u_b)}{2}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho h(v_a+v_b)}{2}\right]$$
$$+\rho(w_a-w_b)-\rho u_a\frac{\partial h}{\partial x}-\rho v_a\frac{\partial h}{\partial y}+h\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (۷-۴۵)$$

1- Land

شکل هندسی فیلم و مؤلفه های سرعت در یک یاتاقان ژورنال با بار دینامیکی در شکل ۱-۱۱ نشان داده می شود . این شکل یک پارامتر Φ_l ، جهت تابع زمان بار نسبت به محور مختصات ثابت را معرفی می کند . توجه داشته باشید که زاویه فراز از محور x ثابت اندازه گیری می شود، بنابراین محور x باید درجهت قسمت حالت پایدار بار قرار گرفته شود ، به ترتیبی که با مفهوم زوایای فرازمعرفی شده درفصل ۱۰ موافقت داشته باشد. همچنین به تفاوت بین محور x به کار گرفته شده درمعادله (۴۵-۷) ، که در جهت ضخامت فیلم پیچیده نشده (شکل ۲-۱۰ را ببینید) است، و محور استفاده شده در شکل ۱-۱۱ توجه کنید . ضخامت فیلم در این فصل از $\theta = 0$ تا $\theta = 2\pi$ تشریح خواهد شد ، در جایی که θ به محور ϕ استفاده شده در فصل ۱۰ مطابق :

$$\theta' = \phi + \Phi \tag{۱-۱۱}$$



شکل ۱-۱۱- شکل هندسی فیلم و مؤلفه‌های سرعت در یاتاقان ژورنال با بار دینامیکی

مرتبط می شود . این معادله ، موقعیت در ضخامت فیلم نسبت به محور مختصات ثابت و مستقل از زاویه وضعی بلافاصله را تعیین می کند . همچنین از شکل ۱-۱۱ مشخص است که شعاع آستین r_a برابر با شعاع ژورنال r_b به‌علاوه لقی شعاع c است .

معادله عمومی رینولدز ، معادله (۴۵-۷) ، می تواند برای هر قسمت از فیلم روغن به‌کار گرفته شود . سرعتهای سطحی در نقاط a و b در شکل ۱-۱۱ را می توان به صورت زیر نوشت :

$$u_a = \omega_a r_a \qquad (۱۱-۲)$$

$$u_b = \omega_b r_b \cos(\theta' - \alpha') + u_{c,b} \sin\theta' - w_{c,b}\cos\theta' \qquad (۱۱-۳)$$

$$v_a = v_b = 0 \qquad \text{(بدون حرکت در جهت } y\text{)} \qquad (۱۱-۴)$$

$$w_a = 0 \qquad \text{(آستین حول مرکز خودش می چرخد)} \qquad (۱۱-۵)$$

$$w_b = -\omega_b r_b \sin(\theta' - \alpha') + u_{c,b}\cos\theta' + w_{c,b}\sin\theta' \qquad (۱۱-۶)$$

که در آن

$u_{c,b} =$ سرعت در مرکز ژورنال موازی با محور x

$w_{c,b} =$ سرعت در مرکز ژورنال عمود بر محور x

توجه داشته باشید که از شکل ۱-۱۱ خارج از مرکزی مشخص شده با e ، فاصله بین مرکز ژورنال c_b و مرکز آستین c_a است . از شکل ۱-۱۱ داریم :

$$u_{c,b} = \frac{de}{dt}\cos\Phi - e\frac{d\Phi}{dt}\sin\Phi \qquad (۱۱-۷)$$

$$w_{c,b} = \frac{de}{dt}\sin\Phi + e\frac{d\Phi}{dt}\cos\Phi \qquad (۱۱-۸)$$

شکل ۱-۱۱ نیز نشان می دهد که رابطه زیر بین θ' و α' وجود دارد :

$$r_b \cos\alpha' = e\cos\Phi + |c_a a|\cos\theta' \qquad (۱۱-۹)$$

$$r_b \sin\alpha' = e\sin\Phi + |c_a a|\sin\theta' \qquad (۱۱-۱۰)$$

با ضرب کردن معادله (۹-۱۱) توسط $\sin\,\theta$ ، ضرب کردن معادله (۱۰-۱۱) توسط $\cos\theta$ ، و تفریق این مقدار داریم :

$$r_b \sin(\theta' - \alpha') = e \sin(\theta' - \Phi) \tag{۱۱-۱۱}$$

با جایگذاری معادلات (۱-۱۱) ، (۷-۱۱) ، و (۸-۱۱) در معادلات (۳-۱۱) و (۶-۱۱) خواهیم داشت :

$$u_b = \omega_b r_b \left[1 - \frac{e^2}{r_b^2}\sin^2(\theta' - \Phi)\right]^{1/2} + \frac{de}{dt}\sin(\theta' - \Phi) - e\frac{d\Phi}{dt}\cos(\theta' - \Phi) \tag{۱۱-۱۲}$$

$$w_b = -\omega_b e \sin(\theta' - \Phi) + \frac{de}{dt}\cos(\theta' + \Phi) + e\frac{d\Phi}{dt}\sin(\theta' - \Phi) \tag{۱۱-۱۳}$$

ضخامت فیلم را می توان از معادلات (۵-۱۰) و (۱-۱۱) شرح داد :

$$h = c + e\cos(\theta' - \Phi) \tag{۱۱-۱۴}$$

توجه داشته باشید که در معادله (۱۴-۱۱) ، تمام جملات از اندازه e^2/r_a^2 صرف نظر شده است . همین طور در معادله (۱۲-۱۱) با صرف نظر کردن از جملات با بزرگی e^2/r_a^2 داریم :

$$u_b = \omega_b r_b + \frac{de}{dt}\sin(\theta' - \Phi) - e\frac{d\Phi}{dt}\cos(\theta' - \Phi) \tag{۱۱-۱۵}$$

به علاوه با صرف نظر کردن انحناء فیلم ، محور x در فیلم پیچیده نشده را به صورت زیر داریم :

$$x = r_a\theta'$$

بنابراین :

$$dx = r_a\, d\theta' \tag{۱۱-۱۶}$$

با جایگذاری معادلات (۲-۱۱) ، (۴-۱۱) ، (۵-۱۱) ، (۱۳-۱۱) ، (۱۵-۱۱) و (۶-۱۱) در معادله (۴۵-۷) ضمن فرض سیال غیرقابل تراکم ، داریم :

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial\theta'}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)$$

$$=\frac{1}{2r_a}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left\{h\left[\omega_b(r_a-c)+\frac{de}{dt}\sin(\theta'-\Phi)-e\frac{d\Phi}{dt}\cos(\theta'-\Phi)+\omega_a r_a\right]\right\}$$

$$-\omega_b e\sin(\theta'-\Phi)+\frac{de}{dt}\cos(\theta'-\Phi)+e\frac{d\Phi}{dt}\sin(\theta'-\Phi)$$

$$-\frac{1}{r_a}\frac{\partial h}{\partial\theta'}\left[\omega_b(r_a-c)+\frac{de}{dt}\sin(\theta'-\Phi)-e\frac{d\Phi}{dt}\cos(\theta'-\Phi)\right] \quad (۱۱-۱۷)$$

تنها با نگهداری جملات از درجه اول در سمت راست این معادله ، داریم :

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial\theta'}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(\omega_a+\omega_b)\frac{\partial h}{\partial\theta'}+\frac{de}{dt}\cos(\theta'-\Phi)+e\frac{d\Phi}{dt}\sin(\theta'-\Phi) \quad (\text{۱۱-۱۸ الف})$$

یا

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial\theta'}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)$$

$$=\left[\frac{1}{2}(\omega_a+\omega_b)-\omega\right]\frac{\partial h}{\partial\theta'}+\frac{de}{dt}\cos(\theta'-\Phi) \quad (\text{۱۱-۱۸ ب})$$

که در آن : $\omega = d\Phi / dt =$ سرعت چرخشی ژورنال حول مرکز آستین ، وقتی ω نسبت خارج از مرکز ثابت است .

معادله (۱۸-۱۱) معادله حاکم برای توزیع فشار در یاتاقانهای ژورنال با در نظرگیری موقعیت ژورنال وابسته به زمان است . این معادله برای مواقع بخصوص به شکلهای مهم زیر ساده می شود .

۱۱-۱-۱ شرایط حالت یکنواخت

برای $de/dt = d\Phi/dt = 0$ ، معادله (۱۸-۱۱) می شود :

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial\theta'}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = \frac{1}{2}(\omega_a + \omega_b)\frac{\partial h}{\partial\theta'} \qquad (۱۱-۱۹)$$

این شکل معادله رینولدز به کار گرفته شده در تجزیه و تحلیل یاتاقانهای ژورنال با بار ناپایدار است که در فصل ۱۰ (معادله ۱۰-۱) در نظر گرفته شد ، ولی با صرف نظرکردن از جمله نشت کناری است . با استفاده از فرضهای یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه ، معادله (۴۶-۱۰) از شکل (۹-۱۱) تنها زمانی که یک سطح در حال حرکت باشد ، ساده می شود . توجه داشته باشید که معادله (۱۹-۱۱) سه عمل فیزیکی مختلف ژورنال نسبت به آستین را شرح می دهد :

۱ - اگر آستین و ژورنال در یک جهت بچرخند ، جمله کوئت افزایش یافته و ظرفیت حمل بار بیشتری را باعث می شود .

۲- اگر ω_a و ω_b ، در جهتهای مخالف هستند ، ظرفیت حمل بار کاهش می یابد .

۳- اگر $\omega_b = -\omega_a$ ، یعنی این که سرعتها مساوی ، ولی با علامت مخالف ، این یاتاقان هیچ ظرفیت حمل بار نخواهد داشت .

۱۱-۱-۲ نبودن چرخش

برای $\omega_a = \omega_b = 0$ و :

$$\omega = \frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0 \qquad (۱۱-۲۰)$$

معادله (۱۸-۱۱) تبدیل به شکل زیر می شود :

$$\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial\phi}\right) + r_a^2\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 12 r_a^2\frac{\partial e}{\partial t}\cos(\theta' - \Phi) \qquad (۱۱-۲۱)$$

این معادله مربوط به فیلم فشرده معمولی برای یک یاتاقان ژورنال است .

۱۱-۱-۳ پیچش نیمه متناوب

اگر مرکز ژورنال حول مرکز آستین ، ضمن این که خارج از مرکزی ثابت باقی مانده و آستین ساکن باشد با نصف سرعت چرخشی محور بچرخد ، پیچش نیمه متناوب رخ می دهد .

$$\therefore \frac{\partial e}{\partial t} = \omega_a = 0 \qquad \text{and} \qquad \omega = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\omega_b}{2} \tag{۱۱-۲۲}$$

وقتی این اتفاق می افتد ، سمت راست معادله (۱۸-۱۱) به صفر تقلیل یافته و داریم :

$$\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial \phi}\right) + r_a^2 \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 0 \tag{۱۱-۲۳}$$

این مشخص کننده یک فشار ثابت (صفر) در سرتاسر یاتاقان است . اگر محور حول مرکز یاتاقان با سرعت چرخشی برابر با نصف سرعت محور بچرخد ، ظرفیت حمل بار تئوری صفر است و این پدیده «پیچش نیمه سرعت» نامیده می شود .

۱۱-۲ حل سامرفیلد یاتاقان ژورنال با عرض بی نهایت

حلهای تحلیلی برای معادله (۱۸-۱۱) برای هر دو فرضهای یاتاقان با عرض بی نهایت و عرض کوتاه ، که در فصل ۱۰ بحث شد ، ممکن است . در این فصل فقط حمل یاتاقان ژورنال با عرض بی نهایت و بارگذاری دینامیکی ارائه خواهد شد . اگر از جمله نشت کناری صرف نظر شود ، معادله (۱۸-۱۱) را می توان نوشت :

$$\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial \phi}\right) = 12 r_a^2 \left[\left(\frac{\omega_a + \omega_b}{2} - \omega\right)\frac{\partial h}{\partial \theta'} + \frac{de}{dt}\cos(\theta' - \Phi)\right] \tag{۱۱-۲۴}$$

با انتگرال گیری معادله (۲۴-۱۱) ضمن استفاده از معادلات (۱۴-۱۱) و (۱-۱۱) می دهد :

$$\frac{\partial p}{\partial \phi} = \frac{12\eta\left(\frac{r_a}{c}\right)^2\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\sin\phi - \varepsilon\cos\phi\left(\omega - \frac{\omega_a + \omega_b}{2}\right) - \bar{A}\right]}{(1 + \varepsilon\cos\phi)^3} \tag{۱۱-۲۵}$$

با انتگرال گیری دوباره ، ضمن فرض این که لزجت در جهت محیطی تغییر می کند ، نتیجه می دهد :

$$p = 12\eta_0\left(\frac{r_a}{c}\right)^2 \int \frac{\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial t}\sin\phi - \varepsilon\cos\phi\left(\omega - \dfrac{\omega_a+\omega_b}{2}\right) - \bar{A}}{(1+\varepsilon\cos\phi)^3}\,d\phi + \text{constant} \qquad (۱۱-۲۶)$$

از جایگذاری سامرفیلد ارائه شده در فصل ۱۰ ، فشار را می توان نوشت :

$$p = 12\eta_0\left(\frac{r_a}{c}\right)^2 \left\{ \frac{\partial\varepsilon/\partial t}{2\varepsilon(1+\varepsilon\cos\phi)^2} - \left(\omega - \frac{\omega_a+\omega_b}{2}\right) \times \left[\frac{\gamma - \varepsilon\sin\gamma}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} - \frac{\left(\dfrac{2+\varepsilon^2}{2}\right)\gamma - 2\varepsilon\sin\gamma + \dfrac{\varepsilon^2}{4}\sin 2\gamma}{(1-\varepsilon^2)^{5/2}}\right] - \frac{\bar{A}\left[\dfrac{(2+\varepsilon^2)}{2} - 2\varepsilon\sin\gamma + \dfrac{\varepsilon^2}{4}\sin 2\gamma\right]}{(1-\varepsilon^2)^{5/2}} + \bar{B} \right\} \qquad (۱۱-۲۷)$$

شرط مرزی برای حل کامل معادله سامرفیلد فرض می کند که یک فیلم روغن پیوسته در اطراف این یاتاقان به طور کامل (مثلاً بدون کاویتاسیون) وجود دارد . بنابراین $p_\phi = p_{\phi+2\pi}$ در تمام نقاط شامل $\phi = 0$ است . ازمعادله (۲۷-۱۱) داریم :

$$(p)_{\substack{\phi=0\\ \gamma=0}} = 12\eta_0\left(\frac{r_a}{c}\right)^2\left[\frac{\partial\varepsilon/\partial t}{2\varepsilon(1+\varepsilon)^2} + \bar{B}\right] \qquad (۱۱-۲۸)$$

$$(p)_{\substack{\phi=2\pi\\ \gamma=2\pi}} = 12\eta_0\left(\frac{r_a}{c}\right)^2\left[\frac{\partial\varepsilon/\partial t}{2\varepsilon(1+\varepsilon)^2} + \frac{3\pi\varepsilon^2\left(\omega - \dfrac{\omega_a+\omega_b}{2}\right)}{(1-\varepsilon^2)^{5/2}} - \frac{\pi(2+\varepsilon^2)\bar{A}}{(1-\varepsilon^2)^{5/2}} + \bar{B}\right] \qquad (۱۱-۲۹)$$

بنابراین اگر : $(p)_{\phi=0} = (p)_{\phi=2\pi} = p_0$ ، داریم :

$$\bar{A} = \frac{3\varepsilon^2}{2+\varepsilon^2}\left(\omega - \frac{\omega_a+\omega_b}{2}\right) \qquad (۱۱-۳۰)$$

$$\bar{B} = \frac{p_0}{12\eta_0(r_a/c)^2} - \frac{\partial\varepsilon/\partial t}{2\varepsilon(1+\varepsilon)^2} \qquad (۱۱-۳۱)$$

بنابراین با جایگذاری معادلات (۳۰-۱۱) و (۳۱-۱۱) در (۲۷-۱۱) ، می دهد :

$$p - p_0 = 6\eta_0\left(\frac{r_a}{c}\right)^2\left\{\frac{\partial\varepsilon/\partial t}{\varepsilon}\left[\frac{1}{(1+\varepsilon\cos\phi)^2} - \frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\right] + [2\omega - (\omega_a+\omega_b)]\frac{\varepsilon\sin\gamma(\varepsilon\cos\gamma - 2 + \varepsilon^2)}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{3/2}}\right\} \quad (۱۱\text{-}۳۲)$$

با تبدیل متغیر سامرفیلد از γ به ϕ فشار را به صورت زیر داریم :

$$p - p_0 = 6\eta_0\left(\frac{r_a}{c}\right)^2\left\{\frac{\partial\varepsilon/\partial t}{\varepsilon}\left[\frac{1}{(1+\varepsilon\cos\phi)^2} - \frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\right] + (\omega_a+\omega_b-2\omega)\frac{\varepsilon\sin\phi(2+\varepsilon\cos\phi)}{(2+\varepsilon^2)(1+\varepsilon\cos\phi)^2}\right\} \quad (۱۱\text{-}۳۳)$$

توجه داشته باشید که اگر به جای حل کامل سامرفیلد حل نیمه سامرفیلد مورد نظر باشد ، معادله (۳۳-۱۱) تا وقتی $p > 0$ است معتبر می باشد . اگر $p < 0$ باشد فشار برابر با صفر قرار می گیرد ($p = 0$) . معادله (۳۳-۱۱) قادر خواهد بود که فشار را در یک یاتاقان ژورنال با بار دینامیکی محاسبه نماید ، وقتی ω_b ، ω_a ، $d\varepsilon/dt$ بوده و $\omega = d\Phi/dt$ در هر نسبت خارج از مرکز شناخته هستند را قادر به تعیین می کند . معادله (۳۳-۱۱) اگر $\omega_a = \omega = 0$ و $\partial\varepsilon/\partial t = 0$ باشد ، به معادله (۱۵-۱۰) ، معادلات حالت یکنواخت برای حل سامرفیلد کلی ، تقلیل می یابد .

مؤلفه های نیروی عمود و در طول خط مرکزها را می توان از معادلات (۲۲-۱۰) و (۲۳-۱۰) نوشت . با جایگذاری معادلات (۲۵-۱۱) و (۳۰-۱۱) در این معادلات ، ضمن استفاده از جایگذاری سامرفیلد بحث شده در فصل ۱۰ ، داریم :

$$w'_x = 12\pi\eta_0 r_a\left(\frac{r_a}{c}\right)^2\frac{\varepsilon(\omega_a+\omega_b-2\omega)}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \quad (۱۱\text{-}۳۴)$$

$$w'_z = 12\pi\eta_0 r_a\left(\frac{r_a}{c}\right)^2\frac{\partial\varepsilon/\partial t}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} \quad (۱۱\text{-}۳۵)$$

این معادلات برای حل کامل سامرفیلد داده شده در معادلات (۲۶-۱۰) و (۲۷-۱۰) وقتی $\omega = \omega_a = \partial\varepsilon/\partial t = 0$ باشد ، به شکل حالت یکنواخت تقلیل می یابد .

از شکل ۱-۱۱ عبارات زیر را می توان بیان کرد :

$$w'_z = \frac{w_r}{b} \sin \Phi_\ell$$

$$w'_x = \frac{w_r}{b} \cos \Phi_\ell$$

موردیک چرخنده با جرم $2m_a$ ، حمایت شده در دویاتاقان ژورنال مشابه و کاملاً هم مرکزرا درنظر بگیرید . با استفاده از تقریب یاتاقان با عرض بی نهایت ، معادله حرکت برای این ژورنال را می توان نوشت :

$$\begin{Bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & m_a \end{Bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{Bmatrix} e\cos\Phi \\ e\sin\Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_r \cos\Phi_\ell \\ w_r \sin\Phi_\ell \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} w_x \\ w_z \end{Bmatrix} \tag{۱۱-۳۶}$$

که در آن ω_r و ω_z از معادلات (۳۴-۱۱) و (۳۵-۱۱) به دست می آیند . این معادلات ، حتی اگر ω_r و Φ_l توابع معلومی از زمان باشند خیلی غیرخطی هستند . عبارات مشروحه برای ε و Φ را نمی توان به دست آورد . زمانی که تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه را در نظر بگیریم ، همین مشکلات را خواهیم داشت .

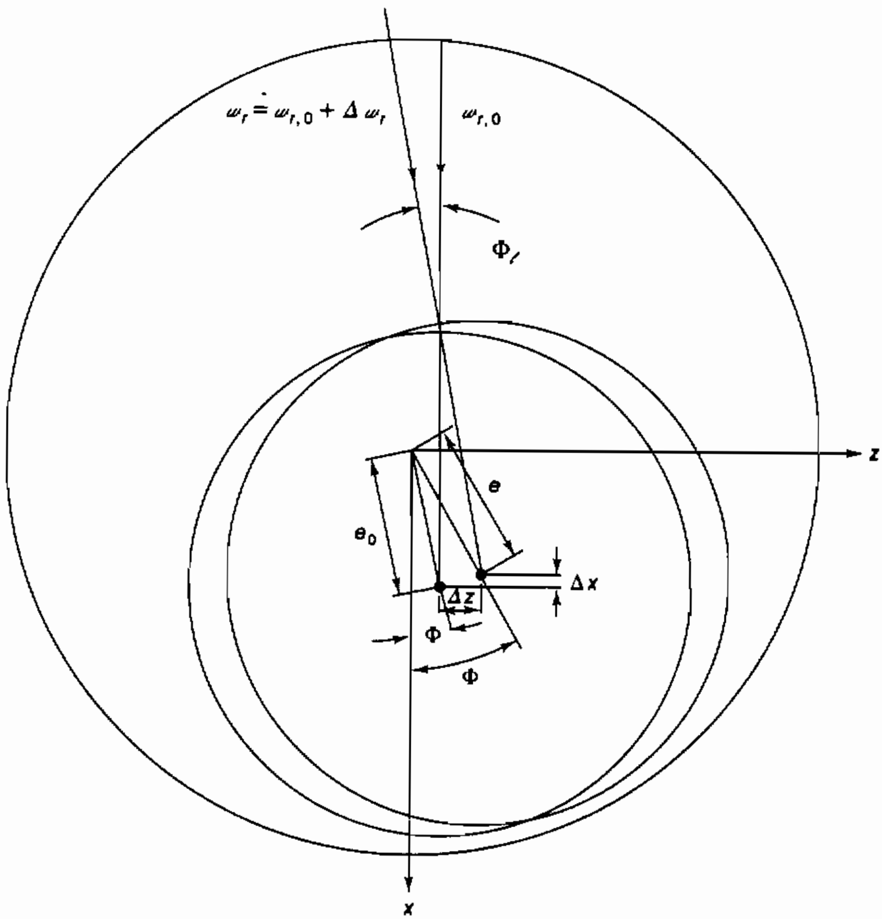
۳-۱۱ خطی سازی عکس العمل یاتاقان

یک روش برای مقابله با معادلات خیلی غیرخطی حرکت تشریح شده در قسمت قبلی ، خطی کردن عکس العمل یاتاقان حول یک موقعیت ژورنال شبه پایدار است . شکل ۲-۱۱ اثر تغییر بار روی موقعیت محور یاتاقان را نشان می دهد . پارامترهای مرتبط با این تغییرات نیز در این شکل نشان داده می شوند که در آن زیرنویس 0 به موقعیت نیمه حالت یکنواخت اشاره کرده ، و Δx و Δz جابجایی محور ، دور از این موقعیت می باشند .

منتجه بار عکس العمل ارائه شده در شکل ۲-۱۱ ، مؤلفه های ω_z و ω_x دارند . با انجام یک بسط تیلور از مرتبه اول برای این مؤلفه ها داریم :

$$w_x = (w_x)_0 + \left(\frac{\partial w_x}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial w_x}{\partial z}\right)_0 \Delta z + \left(\frac{\partial w_x}{\partial \dot{x}}\right)_0 \Delta \dot{x} + \left(\frac{\partial w_x}{\partial \dot{z}}\right)_0 \Delta \dot{z} \tag{۱۱-۳۷}$$

$$w_z = (w_z)_0 + \left(\frac{\partial w_z}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial w_z}{\partial z}\right)_0 \Delta z + \left(\frac{\partial w_z}{\partial \dot{x}}\right)_0 \Delta \dot{x} + \left(\frac{\partial w_z}{\partial \dot{z}}\right)_0 \Delta \dot{z} \tag{۱۱-۳۸}$$



شکل ۲-۱۱- اثر تغییر بار روی موقعیت محور یاتاقان و پاوامترهای مربوطه با این تغییرات

که در آن علامت (•) دلالت بر مشتق نسبت به زمان دارد . به خاطر داشته باشید که جهت محور x طوری انتخاب شده که $(\omega_z)_0 = 0$ باشد . با انتخاب :

$$k_{xx} = \left(\frac{\partial w_x}{\partial x}\right)_0 \qquad k_{xz} = \left(\frac{\partial w_x}{\partial z}\right)_0 \qquad k_{zx} = \left(\frac{\partial w_z}{\partial x}\right)_0 \qquad k_{zz} = \left(\frac{\partial w_z}{\partial z}\right)_0$$

$$b_{xx} = \left(\frac{\partial w_x}{\partial \dot{x}}\right)_0 \qquad b_{xz} = \left(\frac{\partial w_x}{\partial \dot{z}}\right)_0 \qquad b_{zx} = \left(\frac{\partial w_z}{\partial \dot{x}}\right)_0 \qquad b_{zz} = \left(\frac{\partial w_z}{\partial \dot{z}}\right)_0 \tag{۱۱-۳۹}$$

اجازه می دهد که معادلات (۳۷-۱۱) و (۳۸-۱۱) به صورت زیر بیان شوند :

$$\begin{Bmatrix} w_x \\ w_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (w_x)_0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} b_{xx} & b_{xz} \\ b_{zx} & b_{zz} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{z} \end{Bmatrix} \qquad (۱۱-۴۰)$$

این نوع معادلات خطی شده را می توان به سادگی با تعیین ضرایب خطی کننده k_{ij} و b_{ij} حل کرد.

بسط مرتبه اول مشابهی از نمایه فشار را در نظر بگیرید :

$$p = (p)_0 + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_0 \Delta z + \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{x}}\right)_0 \Delta \dot{x} + \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{z}}\right) \Delta \dot{z} \qquad (۱۱-۴۱)$$

برای سادگی علائم ، فرض کنید :

$$(p)_0 = p_0 \qquad \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_0 = p_x \qquad \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_0 = p_z \qquad \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{x}}\right)_0 = p_{\dot{x}} \qquad \left(\frac{\partial p}{\partial \dot{z}}\right)_0 = p_{\dot{z}}$$

مؤلفه های عکس العمل یاتاقان باانتگرال گیری معادله (۴۱-۱۱) روی مساحت یاتاقان پیدا می شوند :

$$\begin{Bmatrix} w_x \\ w_z \end{Bmatrix} = \int_y \int_{\theta'} \left(p_0 + p_x \Delta x + p_z \Delta z + p_{\dot{x}} \Delta \dot{x} + p_{\dot{z}} \Delta \dot{z} \right) \begin{Bmatrix} \cos \theta' \\ \sin \theta' \end{Bmatrix} r_a \, d\theta' \, dy \qquad (۱۱-۴۲)$$

جملات پرتوربیشن Δx ، Δz ، $\Delta \dot{x}$ و $\Delta \dot{z}$ مستقل از متغیرهای انتگرال بوده ؛ بنابراین، از معادلات (۴۰-۱۱) و (۴۲-۱۱) داریم :

$$\begin{Bmatrix} (w_x)_0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \int_y \int_{\theta'} p_0 \cos \theta' \, r_a \, dy \, d\theta' \\ \int_y \int_{\theta'} p_0 \sin \theta' \, r_a \, dy \, d\theta' \end{Bmatrix} \qquad (۱۱-۴۳)$$

$$\begin{Bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \int_y \int_{\theta'} p_x \cos \theta' \, r_a \, dy \, d\theta' & \int_y \int_{\theta'} p_z \cos \theta' \, r_a \, dy \, d\theta' \\ \int_y \int_{\theta'} p_x \sin \theta' \, r_a \, dy \, d\theta' & \int_y \int_{\theta'} p_z \sin \theta' \, r_a \, dy \, d\theta' \end{Bmatrix} \qquad (۱۱-۴۴)$$

$$\begin{Bmatrix} b_{xx} & b_{xz} \\ b_{zx} & b_{zz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \int_y\int_{\theta'} p_{\dot x} \cos\theta' \, r_a \, dy \, d\theta' & \int_y\int_{\theta'} p_{\dot z} \cos\theta' \, r_a \, dy \, d\theta' \\ \int_y\int_{\theta'} p_{\dot x} \sin\theta' \, r_a \, dy \, d\theta' & \int_y\int_{\theta'} p_{\dot z} \sin\theta' \, r_a \, dy \, d\theta' \end{Bmatrix} \tag{۱۱-۴۵}$$

معادله (۴۳-۱۱) حل حالت یکنواخت است . از این معادلات ما احتیاج داریم که p_x ، p_z ، $p_{\dot x}$ ، و $p_{\dot z}$ را تعیین کنیم .

از شکل ۲-۱۱ داریم :

$$e_0 \cos\Phi_0 + \Delta x = e\cos\Phi \tag{۱۱-۴۶}$$

$$e_0 \sin\Phi_0 + \Delta z = e\sin\Phi \tag{۱۱-۴۷}$$

با جایگذاری معادلات (۴۶-۱۱) و (۴۷-۱۱) در معادله (۱۴-۱۱) می دهد :

$$h = h_0 + \Delta x \cos\theta' + \Delta z \sin\theta' \tag{۱۱-۴۸}$$

که در آن ، داریم :

$$h_0 = c + e_0 \cos(\theta' - \Phi_0) \tag{۱۱-۴۹}$$

همچنین از معادله (۱۴-۱۱) ، می دهد :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{de}{dt}\cos(\theta' - \Phi) + e\frac{d\Phi}{dt}\sin(\theta' - \Phi) \tag{۱۱-۵۰}$$

یا مستقیماً از معادله (۴۸-۱۱) ، می دهد :

$$\frac{dh}{dt} = \Delta\dot x \cos\theta' + \Delta\dot z \sin\theta' \tag{۱۱-۵۱}$$

وقتی هیچ گونه خارج از محوری وجود ندارد ، $h \neq f(y)$ ، و یک سیال غیرقابل تراکم فرض شود و $\omega_a = 0$ باشد ، معادله (۵۸-۷) را می توان به صورت

زیر بیان کرد :

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial \theta'}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial \theta'}\right)+h^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=\frac{\omega_b}{2}\frac{\partial h}{\partial \theta'}+\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (۱۱-۵۲)$$

این معادله وقتی $\omega_{a}=0$ و با استفاده از معادله (۱۱-۵۰) معادل معادله (الف ۱۸-۱۱) است . با استفاده از معادلات (۱۱-۴۱) و (۱۱-۴۸) ، معادله (۱۱-۵۲) را به صورت زیر داریم :

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial \theta'}\left[\frac{(h_0+\Delta x\cos\theta'+\Delta z\sin\theta')^3}{12\eta}\right.\\
&\qquad\left.\times\frac{\partial}{\partial \theta'}\left(p_0+p_x\,\Delta x+p_z\Delta z+p_{\dot x}\Delta \dot x+p_{\dot z}\Delta \dot z\right)\right]\\
&\qquad+(h_0+\Delta x\cos\theta'+\Delta z\sin\theta')^3\\
&\qquad\times\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{12\eta}\frac{\partial}{\partial y}\left(p_0+p_x\Delta x+p_z\Delta z+p_{\dot x}\Delta \dot x+p_{\dot z}\Delta \dot z\right)\right]\\
&=\frac{\omega_b}{2}\frac{\partial}{\partial \theta'}(h_0+\Delta x\cos\theta'+\Delta z\sin\theta')+\Delta \dot x\cos\theta'+\Delta \dot z\sin\theta' \qquad (۱۱-۵۳)
\end{aligned}$$

جمع آوری جملات با مرتبه مساوی ، می دهد :

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial \theta'}\left(\frac{h_0^3}{12\eta}\frac{\partial p_0}{\partial \theta'}\right)+h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p_0}{\partial y}\right)=\frac{\omega_b}{2}\frac{\partial h_0}{\partial \theta'} \qquad (۱۱-۵۴)$$

$O(\Delta x)$:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial \theta'}\left(\frac{h_0^3}{12\eta}\frac{\partial p_x}{\partial \theta'}\right)+h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p_x}{\partial y}\right)\\
&\quad=-\tfrac{1}{2}\omega_b\sin\theta'-\left[\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial \theta'}\left(\frac{3h_0^2}{12\eta}\cos\theta'\frac{\partial p_0}{\partial \theta'}\right)+3h_0^2\cos\theta'\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p_0}{\partial y}\right)\right]
\end{aligned}$$

(۱۱-۵۵)

$O(\Delta z)$:

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h_0^3}{12\eta}\frac{\partial p_z}{\partial\theta'}\right)+h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p_z}{\partial y}\right)$$
$$=\tfrac{1}{2}\omega_b\cos\theta'-\left[\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{3h_0^2}{12\eta}\sin\theta'\frac{\partial p_0}{\partial\theta'}\right)+\frac{h_0^2}{4}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sin\theta'}{\eta}\frac{\partial p_0}{\partial y}\right)\right] \quad (۱۱-۵۶)$$

$O(\Delta\dot{x})$: $$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h_0^3}{12\eta}\frac{\partial p_{\dot{x}}}{\partial\theta'}\right)+h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p_{\dot{x}}}{\partial y}\right)=\cos\theta' \quad (۱۱-۵۷)$$

$O(\Delta\dot{z})$: $$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h_0^3}{12\eta}\frac{\partial p_{\dot{z}}}{\partial\theta'}\right)+h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p_{\dot{z}}}{\partial y}\right)=\sin\theta' \quad (۱۱-۵۸)$$

با بسط جملات دوم و سوم سمت راست معادله (۵۶-۱۱) داریم :

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{3h_0^2}{12\eta}\sin\theta'\frac{\partial p_0}{\partial\theta}\right)+\frac{h_0^2}{4}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\sin\theta'}{\eta}\frac{\partial p_0}{\partial y}\right)$$
$$=\frac{3\cos\theta'}{h_0}\left[\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h_0^3}{12\eta}\frac{\partial p_0}{\partial\theta'}\right)+h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p_0}{\partial y}\right)\right]$$
$$+\frac{h_0^3}{12\eta}\left[\frac{3}{r_a^2}\frac{\partial p_0}{\partial\theta'}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{\cos\theta'}{h_0}\right)\right] \quad (۱۱-۵۹)$$

دو جمله اول سمت راست معادله (۵۹-۱۱) دقیقاً دو جمله سمت چپ معادله (۵۴-۱۱) هستند . بنابراین معادله (۵۹-۱۱) می‌شود :

$$\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h_0^3}{12\eta}\frac{\partial p_x}{\partial\theta'}\right)+h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial p_x}{\partial y}\right)$$
$$=-\frac{\omega_b}{2}\left(\sin\theta'+\frac{3\cos\theta'}{h_0}\frac{\partial h_0}{\partial\theta'}\right)-\frac{h_0^3}{4\eta r_a^2}\frac{\partial p_0}{\partial\theta'}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{\cos\theta'}{h_0}\right) \quad (۱۱-۶۰)$$

با ادامه این رهیافت ، موارد زیر صحیح است :

$$\left[\frac{1}{r_a^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(\frac{h_0^3}{12\eta_0}\frac{\partial}{\partial\theta'}\right)+h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta_0}\frac{\partial}{\partial y}\right)\right]\begin{Bmatrix} p_0 \\ p_x \\ p_z \\ p_{\dot{x}} \\ p_{\dot{z}} \end{Bmatrix}$$

$$=\begin{Bmatrix} \dfrac{\omega_b}{2}\dfrac{\partial h_0}{\partial\theta'} \\ -\dfrac{\omega_b}{2}\left(\sin\theta'+\dfrac{3\cos\theta'}{h_0}\dfrac{\partial h_0}{\partial\theta'}-\dfrac{h_0^3}{4\eta r_b^2}\dfrac{\partial p_0}{\partial\theta'}\dfrac{\partial}{\partial\theta'}\left(\dfrac{\cos\theta'}{h_0}\right)\right) \\ \dfrac{\omega_b}{2}\left(\cos\theta'-\dfrac{3\sin\theta'}{h_0}\dfrac{\partial h_0}{\partial\theta'}-\dfrac{h_0^3}{4\eta r_b^2}\dfrac{\partial p_0}{\partial\theta'}\dfrac{\partial}{\partial\theta'}\left(\dfrac{\sin\theta'}{h_0}\right)\right) \\ \cos\theta' \\ \sin\theta' \end{Bmatrix} \tag{۱۱-۶۱}$$

بنابراین وقتی فشار در حالت پایدار به دست آمد ، می توان آن را در به دست آوری فشار پرتوربیشن به کار گرفت . به علاوه وقتی فشارهای پرتوربیشن شناخته شده باشند ، ضرایب دینامیکی داده شده در معادلات (۱۱-۴۴) و (۱۱-۴۵) می توانند محاسبه شوند .

با گرفتن مشتق دوم نسبت به زمان در معادلات (۱۱-۴۶) و (۱۱-۴۷) ، می دهد :

$$\frac{\partial}{\partial t^2}\begin{Bmatrix} e\cos\Phi \\ e\sin\Phi \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \Delta\ddot{x} \\ \Delta\ddot{z} \end{Bmatrix}$$

با جایگذاری این معادله و همچنین عکس العمل یاتاقان خطی شده معادله (۱۱-۴۰) ، در معادله حرکت داده شده در معادله (۱۱-۳۶) ضمن جمع آوری تمام جملات شامل موقعیت دینامیکی در سمت چپ معادله ، داریم :

$$\begin{Bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & m_a \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} \Delta\ddot{x} \\ \Delta\ddot{z} \end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix} b_{xx} & b_{xz} \\ b_{zx} & b_{zz} \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} \Delta\dot{x} \\ \Delta\dot{z} \end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix} k_{xx} & k_{xx} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{Bmatrix}$$

$$=\begin{Bmatrix} w_r\cos\Phi_\ell \\ w_r\sin\Phi_\ell \end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix} (w_x)_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{۱۱-۶۲}$$

این یک معادله دیفرانسیل خطی است که برای آن روشهای متفاوتی را می توان استفاده کرد تا قرارگیری دینامیکی برای مقادیر معلوم ω_r و Φ_f را به دست آورد .

معادله حرکت داده شده در (۶۲-۱۱) و منتج شده از خطی کردن عکس العمل یاتاقان ، تقریب خوبی برای جابجایی های کوچک از موقعیت اولیه داده شده توسط ε_0 و Φ_0 است . برای جابجایی های خیلی بزرگ ، اثرات غیرخطی بودن غالب می شود ولی برای بسیاری از اهداف عملی ، حل کردن معادله (۶۲-۱۱) تقریب خوبی خواهد بود . این هشت ضریب دینامیکی فقط توابع پارامترهای عمل یاتاقان هستند که توسط نسبت خارج از مرکز تعادل ایستایی و زاویه فراز مشخص می شوند . بنابراین ، خطی کردن نیروهای عکس العمل یاتاقان ، امتیاز بارز جداسازی قسمت چرخنده و یاتاقان را دارد . در یک تجزیه و تحلیل دقیق ، که نیروهای یاتاقان غیرخطی هستند ، معادلات قسمت چرخنده باید همزمان با معادلات روان کنندگی انتگرال گیری شوند ؛ ولی با خطی کردن نیروها به یاتاقان اجازه داده می شود که بدون هرگونه در نظرگیری قسمت چرخنده بخصوصی ، حل شود .

۱۱-۴ پایداری یاتاقان ژورنال

یک کاربرد مهم روش خطی کردن ارائه شده در قسمت ۳-۱۱ تجزیه و تحلیل پایداری برای یاتاقانهای ژورنال عمل کننده در شرایط حالت پایدار است .

دوباره ، محوری با جرم $2m_a$ که توسط دو یاتاقان ژورنال کاملاً هم محور حمایت می شوند را در نظر بگیرید . فرض کنید که بار ساکن ، و $\omega_r = \omega_{r,0}$ و $\Phi_f = 0$ باشد . بنابراین معادله خطی شده حرکت ژورنال (۶۲-۱۱) به شکل زیر تقلیل می یابد :

$$\begin{Bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & m_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x} \\ \Delta \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_{xx} & b_{xz} \\ b_{zx} & b_{zz} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{۱۱-۶۳}$$

منحنی و ضرایب ضربه گیری را می توان توسط معادلات زیر بدون بُعد کرد :

$$\begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} \end{pmatrix} = \frac{c}{w_r} \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{pmatrix} \tag{۱۱-۶۴}$$

$$\begin{pmatrix} B_{xx} & B_{xz} \\ B_{zx} & B_{zz} \end{pmatrix} = \frac{c\omega_b}{w_r} \begin{pmatrix} b_{xx} & b_{xz} \\ b_{zx} & b_{zz} \end{pmatrix} \tag{۱۱-۶۵}$$

با جایگذاری معادلات (۶۴-۱۱) و (۶۵-۱۱) در معادله (۶۳-۱۱) ، می دهد :

$$\begin{Bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & m_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x} \\ \Delta \ddot{z} \end{Bmatrix} + \frac{\omega_r}{c\omega_b} \begin{Bmatrix} B_{xx} & B_{xz} \\ B_{zx} & B_{zz} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{z} \end{Bmatrix} + \frac{\omega_r}{c} \begin{Bmatrix} K_{xx} & K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (۱۱-۶۶)$$

معادله (۶۶-۱۱) دارای حل واضح $\Delta x = \Delta z = \Delta\dot{x} = \Delta\dot{z} = \Delta\ddot{x} = \Delta\ddot{z} = 0$ است که با شرایط حالت یکنواخت موافق است . ما معادله (۶۶-۱۱) را حل نموده و نشان خواهیم داد که تحت شرایط بخصوصی یک حل غیرواضح وجود دارد .

حل معادله (۶۶-۱۱) این گونه است :

$$\begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_h \\ z_h \end{Bmatrix} \exp\left(\overline{\Omega} t \omega_b\right) \qquad (۱۱-۶۷)$$

با جایگذاری معادله (۶۷-۱۱) در معادله (۶۶-۱۱) ، داریم :

$$\begin{Bmatrix} M_a + \overline{\Omega} B_{xx} + K_{xx} & \overline{\Omega} B_{xz} + K_{xz} \\ \overline{\Omega} B_{zx} + K_{zx} & M_a + \overline{\Omega} B_{zz} + K_{zz} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_h \\ z_h \end{Bmatrix} \exp\left(\overline{\Omega} t \omega_b\right) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (۱۱-۶۸)$$

که :

$$M_a = \frac{c m_a \Omega^2}{\omega_r} \quad \text{and} \quad \overline{\Omega} = \frac{\Omega}{\omega_b} \qquad (۱۱-۶۹)$$

بنابراین یا $x_h = z_h = 0$ که حل واضح حالت یکنواخت است ، یا :

$$\left(M_a + \overline{\Omega} B_{xx} + K_{xx}\right)\left(M_a + \overline{\Omega} B_{zz} + K_{zz}\right) - \left(\overline{\Omega} B_{zx} + K_{zx}\right)\left(\overline{\Omega} B_{xz} + K_{xz}\right) = 0 \qquad (۱۱-۷۰)$$

حل داده شده در معادله (۷۰-۱۱) ، یک مسأله مقدار ویژه بوده و بیان می کند که اگر سیستم خودش را از موقعیت حالت یکنواخت باید جدا سازد ، یک ارتعاش گذرا نتیجه خواهد داد گرچه که بار خارجی ثابت باشد .

مقدار ویژه $\overline{\Omega}$ معمولاً مختلط خواهد بود ، به ترتیبی که :

$$\overline{\Omega} = -\overline{\Omega}_d + i\overline{\Omega}_v \tag{۱۱-۷۱}$$

و حرکت محور گذرا می شود :

$$\begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_h \\ z_h \end{Bmatrix} \exp(-\overline{\Omega}_d t\omega_b)\left[\cos(\overline{\Omega}_v t\omega_b) + i\sin(\overline{\Omega}_v t\omega_b)\right] \tag{۱۱-۷۲}$$

که در آن x_h و z_h نیز مختلط هستند . سمت چپ معادله (۱۱-۷۲) ، حقیقی است ، به ترتیبی که فقط قسمت حقیقی سمت راست لازم خواهد بود تا حرکت فیزیکی شرح داده شود . توجه داشته باشید که وقتی $\overline{\Omega}_d > 0$ ، جابجایی محور دور از موقعیت پایداری ، به طور پیوسته کاهش می یابد ، زیرا x_h و z_h ثابت هستند و بالاخره به موقعیت حالت پایدار می رسند . چنین رفتاری به وضوح پایداری است که در آن تغییرات از شرایط حالت پایدار به خاطر عمل ضربه گیری فیلم هیدرودینامیک از بین می رود .

وقتی $\overline{\Omega}_d < 0$ ، ارتعاش محور افزایش یافته و فقط توسط آستین یاتاقان محدود می شود . ناپایداری یاتاقان تحت این شرایط رخ می دهد و عبور از پایداری ($\overline{\Omega}_d > 0$) به ناپایداری ($\overline{\Omega}_d < 0$) به نام «دروازه ناپایداری» نامیده می شود ، که در $\overline{\Omega}_d = 0$ رخ می دهد . شرط حالت پایدار در $\overline{\Omega}_d < 0$ ممکن نیست .

با جایگذاری معادله (۱۱-۷۱) در معادله (۱۱-۷۰) ، دو معادله زیر را نتیجه می دهد ، که اولی برای قسمت حقیقی و دومی برای قسمت مجازی است :

$$\begin{aligned} M_a^2 - M_a\overline{\Omega}_d(B_{zz} + B_{xx}) + M_a(K_{zz} + K_{xx}) + \overline{\Omega}_d^2(B_{xx}B_{zz} - B_{zx}B_{xz}) \\ + \overline{\Omega}_d(-B_{xx}K_{zz} - B_{zz}K_{xx} + B_{zx}K_{xz} + B_{xz}K_{zx}) \\ + \overline{\Omega}_v^2(B_{zx}B_{xz} - B_{xx}B_{zz}) + K_{xx}K_{zz} - K_{zx}K_{xz} = 0 \end{aligned} \tag{۱۱-۷۳}$$

و

$$\begin{aligned} M_a(B_{xx} + B_{zz}) + 2\overline{\Omega}_d(B_{xz}B_{zx} - B_{xx}B_{zz}) \\ + B_{xx}K_{zz} + K_{xx}B_{zz} - B_{zx}K_{xz} - B_{xz}K_{zx} = 0 \end{aligned} \tag{۱۱-۷۴}$$

در دروازه ناپایداری ، $\bar{\Omega}_d = 0$ و معادله (۱۱-۷۴) می شود :

$$(M_a)_{cr} = \left(\frac{cm_a\omega_b^2}{\omega_r}\right)(\bar{\Omega}_v)_{cr}^2 = \frac{B_{xx}K_{zz} + K_{xx}B_{zz} - B_{zx}K_{xz} - B_{xz}K_{zx}}{B_{xx} + B_{zz}} \quad (۱۱-۷۵)$$

با استفاده از معادله (۱۱-۷۳) در رابطه دروازه ناپایداری ($\bar{\Omega}_d = 0$) ، می دهد :

$$(\bar{\Omega}_v)_{cr}^2 = \frac{[K_{xx} - (M_a)_{cr}][K_{zz} - (M_a)_{cr}] - K_{xz}K_{zx}}{B_{xx}B_{zz} - B_{xz}B_{zx}} \quad (۱۱-۷۶)$$

اگر M_a از $(M_a)_{cr}$ کمتر باشد ، سیستم متعادل خواهد بود ($\bar{\Omega}_d > 0$) ، ولی وقتی M_a از $(M_a)_{cr}$ بزرگتر است ناپایدار خواهد بود . بنابراین آیا این که یاتاقان در معرض ناپایداری است ؟ به وضوح بستگی به مقادیر ضرایب یاتاقان ، که به نوبه خود بستگی به نوع یاتاقان و پارامترهای عملکرد متفاوت این یاتاقانها است ، دارند .

در تمامی این فصل فقط یاتاقانهای ژورنال ساده بحث می شوند ، ولی روش خطی کردن برای هر وضعیت یاتاقان شامل قطعات دایره‌ای شکل کاربرد دارد . این محدودیت به خاطر استفاده از معادله (۱۱-۱۴) برای تشریح ضخامت فیلم باید اعمال شود .

۱۱-۵ خطی سازی عکس العمل یاتاقان در به کارگیری یاتاقانهای ژورنال با عرض کوتاه

تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه توسعه یافته در قسمت ۱۰-۲ در تعریف عکس العمل یاتاقان استفاده خواهد شد . از فصل ۱۰ به خاطر داشته باشید که تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه برای نسبتهای قطر به عرض بزرگتر از 2 ($\lambda_k = 2rb/b > 2$) معتبر هستند . برای این تئوری ، معادله (۱۱-۶۱) به شکل زیر تقلیل می یابد :

$$h_0^3\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{12\eta}\frac{\partial}{\partial y}\right)\begin{Bmatrix} p_0 \\ p_x \\ p_z \\ p_{\dot{x}} \\ p_{\dot{z}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\omega_b}{2}\frac{\partial h_0}{\partial \theta'} \\ -\frac{\omega_b}{2}\left(\sin\theta' + \frac{3\cos\theta'}{h_0}\frac{\partial h_0}{\partial\theta'}\right) \\ \frac{\omega_b}{2}\left(\cos\theta' - \frac{3\sin\theta'}{h_0}\frac{\partial h_0}{\partial\theta'}\right) \\ \cos\theta' \\ \sin\theta' \end{Bmatrix} \quad (۱۱-۷۷)$$

توجه داشته باشید که سمت راست معادله (۷۷-۱۱) از فشار پرتوربیشن p_0 مستقل است . این وضعیت برای معادله (۶۱-۱۱) وجود ندارد .

فرض می شود هیچ گونه نامحوری در یاتاقان رخ نمی دهد ، بنابراین نمایه فشار حول صفحه مرکز ، نامتقارن است یا :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{y=0} = 0 \tag{۱۱-۷۸}$$

همچنین :

$$(p)_{y=b/2} = 0 \tag{۱۱-۷۹}$$

با دوباره بیان کردن شرط مرزی قبلی در جملات معادله (۴۱-۱۱) ، می دهد :

$$\frac{\partial p_0}{\partial y} = \frac{\partial p_x}{\partial y} = \frac{\partial p_z}{\partial y} = \frac{\partial p_{\dot{x}}}{\partial y} + \frac{\partial p_{\dot{z}}}{\partial y} = 0 \qquad \text{at } y = 0 \tag{۱۱-۸۰}$$

$$p_0 = p_x = p_z = p_{\dot{x}} = p_{\dot{z}} = 0 \qquad \text{at } y = \frac{b}{2} \tag{۱۱-۸۱}$$

با جایگذاری این عبارات در معادله (۷۷-۱۱) ، داریم :

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ p_x \\ p_z \\ p_{\dot{x}} \\ p_{\dot{z}} \end{Bmatrix} = \frac{6\eta_0}{h_0^3}\left(y^2 - \frac{b^2}{4}\right)\begin{Bmatrix} \dfrac{\omega_b}{2}\dfrac{\partial h_0}{\partial \theta'} \\ -\dfrac{\omega_b}{2}\left(\sin\theta' + \dfrac{3\cos\theta'}{h_0}\dfrac{\partial h_0}{\partial \theta'}\right) \\ \dfrac{\omega_b}{2}\left(\cos\theta' - \dfrac{3\sin\theta'}{h_0}\dfrac{\partial h_0}{\partial \theta'}\right) \\ \cos\theta' \\ \sin\theta' \end{Bmatrix} \tag{۱۱-۸۲}$$

از فصل ۱۰ به خاطر داشته باشید که برای یک یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه با استفاده از شرط مرزی نیمه سامرفیلد ، داریم :

$$\frac{1}{W_r\lambda_k^2} = \frac{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^2}{\varepsilon_0\left[16\varepsilon_0^2 + \pi^2\left(1-\varepsilon_0^2\right)\right]^{1/2}} \tag{۱۰-۶۱}$$

$$\tan \Phi_0 = \frac{\pi\left(1 - \varepsilon_0^2\right)^{1/2}}{4\varepsilon_0} \qquad (۱۰-۵۸)$$

که در آن $\lambda_k = 2rb/b$ است . از معادله (۴۹-۱۱) ، داریم :

$$\frac{\partial h_0}{\partial \theta'} = -e_0 \sin(\theta' - \Phi_0) \qquad (۱۱-۸۳)$$

از معادلات (۸۲-۱۱) ، (۴۹-۱۱) و (۸۳-۱۱) ، داریم :

$$p_x = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_0$$
$$= -\frac{3\eta_0\omega_b}{c^3}\frac{y^2 - b^2/4}{\left[1 + \varepsilon_0\cos(\theta' - \Phi_0)\right]^3}\left[\sin\theta' - \frac{3\varepsilon_0\cos\theta'\sin(\theta' - \Phi_0)}{1 + \varepsilon_0\cos(\theta' - \Phi_0)}\right] \qquad (۱۱-۸۴)$$

به همین ترتیب می توان p_z ، $p_{\dot{x}}$ و $p_{\dot{z}}$ را به دست آورد .

شرط مرزی نیمه سامرفیلد بحث شده در فصل ۱۰ فرض می کند که وقتی ضخامت فیلم یاتاقان واگراست ، فشار صفر است . ضریب سختی دینامیکی k_{xx} را می توان با استفاده از معادله (۴۴-۱۱) داد :

$$k_{xx} = 2\int_0^{b/2}\int_{\Phi_0}^{\pi+\Phi_0}\frac{3\eta_0\omega_b}{c^3}\left(y^2 - \frac{b^2}{4}\right)\frac{\left[\dfrac{3\varepsilon_0\cos\theta'\sin(\theta' - \Phi_0)}{1 + \varepsilon_0\cos(\theta' - \Phi_0)} - \sin\theta'\right]}{[1 + \varepsilon_0\cos(\theta' - \Phi_0)]^3}\cos\theta'\, r_b\, d\theta'\, dy$$

با برگشت به محور ϕ ، با استفاده از معادله (۱-۱۱) ، و با انتگرال گیری نسبت به dy ضمن استفاده از معادله (۶۴-۱۱) برای بیان بدون بُعد ، داریم :

$$K_{xx} = \frac{1}{W_r}\left(\frac{b}{r_b}\right)^2\int_0^{\pi}\left[\frac{3\varepsilon_0(\cos\phi\cos\Phi_0 - \sin\phi\sin\Phi_0)^2\sin\phi}{(1 + \varepsilon_0\cos\phi)^4}\right.$$
$$\left. - \frac{(\sin\phi\cos\Phi_0 + \cos\phi\sin\Phi_0)(\cos\phi\cos\Phi_0 - \sin\phi\sin\Phi_0)}{(1 + \varepsilon_0\cos\phi)^3}\right]d\phi$$

یا

$$K_{xx} = \frac{4}{W_r\lambda_k^2}\left[\frac{\varepsilon_0 \sin^2\Phi_0}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^2} + \frac{3\pi\varepsilon_0^2 \sin\Phi_0 \cos\Phi_0}{4\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{5/2}} + \frac{2\varepsilon_0\left(1+\varepsilon_0^2\right)\cos^2\Phi_0}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^3}\right]$$
(۱۱-۸۵)

با روش مشابه و با استفاده از معادلات (۴۴-۱۱) ، (۴۵-۱۱) و (۸۲-۱۱) داریم :

$$K_{xz} = \frac{4}{W_r\lambda_k^2}\left[\frac{\pi\left(1+2\varepsilon_0^2\right)}{4\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{5/2}}\sin^2\Phi_0 + \frac{\varepsilon_0\left(1+3\varepsilon_0^2\right)}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^3}\sin\Phi_0\cos\Phi_0 + \frac{\pi\cos^2\Phi_0}{4\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{3/2}}\right]$$
(۱۱-۸۶)

$$K_{zx} = \frac{4}{W_r\lambda_k^2}\left[-\frac{\pi\sin^2\Phi_0}{4\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{3/2}} + \frac{\varepsilon_0\left(1+3\varepsilon_0^2\right)}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)}\sin\Phi_0\cos\Phi_0 - \frac{\pi\left(1+2\varepsilon_0^2\right)\cos^2\Phi_0}{4\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{5/2}}\right]$$
(۱۱-۸۷)

$$K_{zz} = \frac{4}{W_r\lambda_k^2}\left[\frac{2\varepsilon_0\left(1+\varepsilon_0^2\right)}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^3}\sin^2\Phi_0 - \frac{3\pi\varepsilon_0^2\sin\Phi_0\cos\Phi_0}{4\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{5/2}} + \frac{\varepsilon_0\cos^2\Phi_0}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^2}\right]$$
(۱۱-۸۸)

$$B_{xx} = \frac{4}{W_r\lambda_k^2}\left[\frac{\pi\sin^2\Phi_0}{2\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{3/2}} + \frac{4\varepsilon_0\sin\Phi_0\cos\Phi_0}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^2} + \frac{\pi\left(1+2\varepsilon_0^2\right)\cos^2\Phi_0}{2\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{5/2}}\right]$$
(۱۱-۸۹)

$$B_{zx} = B_{xz} = \frac{4}{W_r\lambda_k^2}\left[\frac{-4\varepsilon_0\sin^2\Phi_0}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^2} + \frac{3\pi\varepsilon_0^2\sin\Phi_0\cos\Phi_0}{2\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{5/2}} - \frac{\varepsilon_0\cos^2\Phi_0}{2\left(1-\varepsilon_0^2\right)^2}\right]$$
(۱۱-۹۰)

$$B_{zz} = \frac{4}{W_r\lambda_k^2}\left[\frac{\pi\left(1+2\varepsilon_0^2\right)\sin^2\Phi_0}{2\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{5/2}} - \frac{4\varepsilon_0\sin\Phi_0\cos\Phi_0}{\left(1-\varepsilon_0^2\right)^2} + \frac{\pi\cos^2\Phi_0}{2\left(1-\varepsilon_0^2\right)^{3/2}}\right]$$
(۱۱-۹۱)

مراحل پیروی شونده در برقراری این که اگر یک یاتاقان پایدار است ، عبارتنداز :

۱- مطمئن شوید یاتاقان ژورنال شما یک یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه است ، یعنی $2rb/b = \lambda_k > 2$ است .

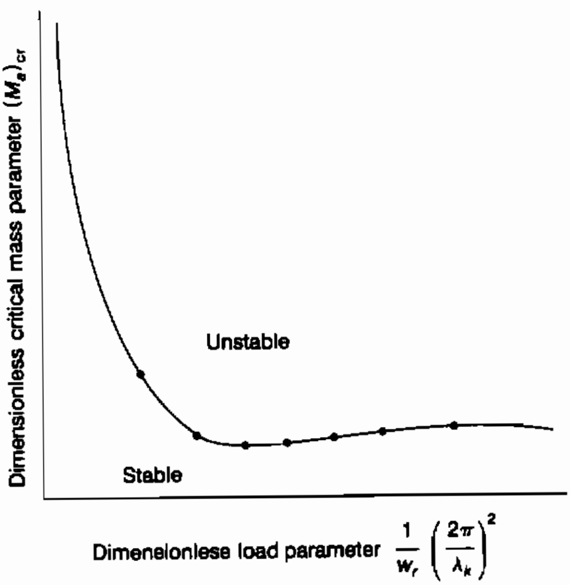
۲- برای یک نسبت خارج از مرکز حالت پایدار ثابت ، زاویه فراز حالت پایدار و بار منتجه بدون بُعد را به ترتیب از معادلات (۵۸-۱۰) و (۶۱-۱۰) محاسبه کنید .

۳- ضرایب ضربه گیر بدون بُعد B_{xx} ، B_{xz} ، B_{zx} ، B_{zz} و ضرایب سختی بدون بُعد K_{xx} ، K_{xz} ، K_{zx} ، و K_{zz} را با استفاده از معادلات (۸۵-۱۱) تا (۹۱-۱۱) محاسبه کنید .

۴- $(M_a)_{cr}$ و $(\bar{\Omega})_{cr}$ را به ترتیب از معادلات (۷۵-۱۱) و (۷۶-۱۱) محاسبه کنید . برای عمل پایدار مطمئن شوید که M_a از $(M_a)_{cr}$ بزرگتر نیست .

این محاسبات در جدول ۱-۱۱ برای محدوده ای از نسبتهای خارج از مرکز حالت پایدار داده می شوند .

شکل ۳-۱۱ نقشه پایداری برای یک یاتاقان ژورنال*با عرض کوتاه را نشان می دهد . از این شکل مشاهده می شود که تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه پیش بینی می کنند که یاتاقانهای ژورنال ساده وقتی که در بالای یک نسبت خارج از مرکزی حدود 0.756 کار می کنند، کلاً پایدارند . این یک خارج از مرکز کاملاً بزرگ برای شرط کاری می باشد ، و بدین جهت پایداری مهم می شود .



شکل ۳-۱۱- نقشه پایداری برای یاتاقانهای ژورنال ساده با عرض کوتاه

جدول ۱-۱۱- پارامترهای دینامیکی و حالت پایدار برای یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه ساده

Steady-state parameters			Dynamic parameters									
Eccentricity ratio	Dimensionless load parameter	Attitude angle, deg	Dimensionless critical mass parameter	Dimensionless speed parameter	Dimensionless stiffness coefficients				Dimensionless damping coefficients			
ϵ_0	$\frac{1}{W_r}\left(\frac{2\pi}{\lambda_k}\right)^2$	Φ_0	$(M_a)_{cr}$	$(\bar{\Omega}_r)_{cr}$	K_{xx}	K_{xz}	K_{zx}	K_{zz}	B_{xx}	B_{xz}	B_{zx}	B_{zz}
.02	15.90	88.54	7.634	.5001	1.275	50.08	−49.95	2.546	100.1	2.546	2.546	99.96
.1	3.110	82.71	7.515	.5029	1.328	10.38	−9.758	2.531	20.49	2.532	2.532	19.79
.2	1.449	75.43	7.190	.5106	1.498	5.763	−4.520	2.485	10.98	2.492	2.492	9.587
.3	.8551	68.18	6.790	.5194	1.795	4.482	−2.625	2.413	8.153	2.427	2.427	6.061
.4	.5355	60.94	6.475	.5238	2.249	4.048	−1.571	2.319	7.022	2.343	2.343	4.216
.5	.3332	53.68	6.460	.5146	2.923	3.977	−.8577	2.210	6.615	2.245	2.245	3.054
.6	.1964	46.32	7.295	.4740	3.951	4.138	−.3071	2.092	6.651	2.138	2.138	2.239
.7	.1036	38.70	13.16	.3446	5.659	4.535	.1734	1.970	7.099	2.027	2.027	1.624
.8	.04362	30.50			9.042	5.326	.6739	1.848	8.177	1.915	1.915	1.128
.9	.01041	20.83			19.10	7.264	1.421	1.729	11.00	1.806	1.806	.6869

۱۱-۶ مؤخره

معادلات تشریح کننده حرکت محور یاتاقان ژورنال ، خیلی غیرخطی هستند . با خطی کردن عکس العمل یاتاقان می توان حرکت محور را تقریب زد ، ولی این فقط برای جابجایی های کوچک است . مدل خطی برای برقراری پدیده پایداری کافی است ، زیرا پیچش ناپایدار از وضعیت حالت پایدار که $\Delta x = \Delta z = 0$ است، شروع می شود . تجزیه و تحلیل پایداری فقط اجازه می دهد که یک مقدار ویژه ای از جرم در شرایط عمل داده شده یاتاقان ژورنال حمایت شود . در عمل W_r^{-1} پارامتری است که باید نظاره شود ، ولی گول زننده است ؛ زیرا $(M_a)_{cr}$ بستگی به همان پارامترهای دارد که W_r^{-1} وابسته است . یک روش سریع انتگرال گیری حرکت محور ضمن در نظرگیری این که اثرات غیرخطی هنوز وجود دارد، شامل جدیدنمودن ضرایب دینامیکی بدون بُعد (K و B) در هر نمو زمان است .

۱۱-۷ مسائل

۱۱-۷-۱ معادله دقیق حرکت برای تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه را تعیین کنید . مؤلفه های بار ω_x و ω_z را ضمن یک سیکل زیر تعیین کنید :

$$x = x_0 + \Delta x \cos \omega t$$

$$z = z_0 + \Delta z \sin \omega t$$

با داشتن ω ، Δx ، Δz نتایج را با عکس العمل یاتاقان خطی شده به دست آمده در متن مقایسه کنید .

۱۱-۷-۲ ضرایب دینامیکی (Kو B) برای یک یاتاقان ژورنال با عرض بی نهایت را به دست آورید . فرض کنید که $p_0 = 0$ و فرض نیمه سامرفیلد را نیز قبول کنید . $(M_a)_{cr}$ را با تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه وقتی $b/2r_b = 0.5$ ، 1.0 و 2.0 است ، مقایسه کنید .

۸-۱۱ فهرست منابع و مآخذ

Lund, J. W. (1966): "Self-Excited, Stationary Whirl Orbits of a Journal in a Sleeve Bearing." Ph.D. thesis. Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, N.Y.

Lund, J. W. (1979): "Rotor-Bearing Dynamics." Lecture notes. Technical University of Denmark, ISBN 83-04-00267-1.

Lund, J. W. (1987): Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings. *ASME Trans., J. Tribology*, vol. 109, no. 1, pp. 37–41.

فصل دوازدهم

یاتاقانهای ژورنال هیدرودینامیکی ـ حلهای عددی

موضوع دو فصل قبلی و این فصل مربوط به یاتاقانهای ژورنال روان شونده به صورت هیدرودینامیکی هستند . در فصل ۱۰ حلهایی آمده بود که می توانست به صورت تحلیلی به دست آیند . اینها شامل یک یاتاقان ژورنال با عرض بی نهایت (قابل به کارگیری برای نسبتهای قطر به عرض کمتر از $(\lambda_k = 2r_b / b < \frac{1}{2})$) و یاتاقانهای ژورنال با عرض کوتاه (قابل به کارگیری برای نسبتهای قطر به عرض بزرگتر از 2 $((\lambda_k = 2r_b/b > 2)$) بودند . در فصل ۱۱ ، همین حلهای تحلیلی مورد استفاده بودند ، اما اثرات بار دینامیکی مورد نظر قرار گرفتند ؛ در صورتی که در فصل ۱۰ بارگذاری پایدار فرض شد . بایاتاقانهای ژورنال بارگذاری شده دینامیکی ، خارج از مرکزی و زاویه فراز در سرتاسر سیکل بارگذاری تغییر می کند . این فصل حلهای عددی را در به دست آوردن نتایج برای محدوده کامل نسبتهای قطر به عرض به کار می گیرد. شرایط بارگذاری پایدار تقریباً در تمامی این فصل در نظر گرفته می شود ، اما در قسمت پایانی آن اثرات بارگذاری دینامیکی بررسی خواهند شد .

۱-۱۲ پارامترهای کار و عملکرد

از معادله (۴۸-۷) ، معادله مناسب رینولدز با در نظر گیری یاتاقان ژورنال معین را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 12\bar{u}\eta_0\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (۷-۴۸)$$

حال برای یک یاتاقان ژورنال $x = r_b\phi$ و $\bar{u} = u_b / 2 = r_b \omega_b / 2$ ، داریم :

$$\therefore \frac{\partial}{\partial \phi}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \phi}\right) + r_b^2 \frac{\partial}{\partial y}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6\eta_0 \omega_b r_b^2 \frac{\partial h}{\partial \phi} \qquad (۱۲-۱)$$

در فصل ۱۰ ضخامت فیلم در اطراف ژورنالِ به صورت زیر شده است :

$$h = c(1 + \varepsilon \cos \phi) \qquad (۱۰-۵)$$

بنابراین معادله (۱-۱۲) را می توان به صورت زیر بیان نمود :

$$\frac{\partial}{\partial \phi}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \phi}\right) + r_b^2 h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -6\eta_0 \omega_b r_b^2 e \sin \phi \qquad (۱۲-۲)$$

حلهای تحلیلی معادله (۲-۱۲) معمولاً در دسترس نیستند و روشهای عددی مورد نیاز می باشند . معادله (۲-۱۲) غالباً توسط استفاده از یک روش آسایش (Relaxation method) حل می شود . در فرآیند آسایش ، قدم اول عوض کردن مشتقها در معادله (۲-۱۲) با تقریبهای تفاضل محدود است . مساحت روان کاری توسط یک شبکه پوشیده شده و روش عددی بر این واقعیت تکیه دارد که یک تابع می تواند با دقت کافی در یک محدوده کوچک توسط یک عبارت درجه دوم ارائه شود . شرط مرزی رینولدز بحث شده در قسمت ۳-۱-۱۰ استفاده می شود . فقط نتایج استفاده شده از این روش عددی در این فصل ارائه می شود .

سه گروه بدون بُعد زیر ، غالباً برای تعریف پارامترهای عمل در یاتاقانهای ژورنال مورد استفاده قرار می گیرند :

۱- نسبت خارج از مرکز $\varepsilon = e/c$.

۲- گسترش زاویه ای ژورنال (کامل یا جزئی) .

۳- نسبت قطر به عرض $\lambda_k = 2r_b/b$.

از فصل ۱۰ به خاطر داشته باشید که وقتی عبارت نشت کناری در معادله (۲-۱۲) صرف نظر شد ، λ_k در فرموله کردن وجود نداشت . در صورتی که برای تئوری یاتاقان با عرض کوتاه تمام سه پارامتر ظاهر شدند ؛ گرچه ناحیه مورد کاربرد تا حدودی محدود بود . نتایج ارائه شده در این فصل برای محدودهٔ کامل پارامترهای عمل معتبر هستند .

این فصل دربرگیرندهٔ پارامترهای عملکردی زیر است :

۱- بار بدون بُعد $W_r = \omega_r / [\eta_0 \omega_b b r_b (r_b/c)^2]$.

۲- موقعیت ضخامت فیلم کمینه ، بعضی اوقات به نام «زاویه فراز» Φ .

۳- ضریب اصطکاك μ .

۴- جریان کلی و جانبی q و q_s .

۵- زاویه فشار بیشینه ϕ_m .

۶- موقعیت پایانی فشار ϕ_0 .

۷- افزایش دما به خاطر برش روان کننده Δt_m .

پارامترهای Φ ، ϕ_m ، و ϕ_0 در شکل ۱-۱۲ تشریح شده اند که توزیع فشار اطراف یک یاتاقان ژورنال را نشان می دهد. توجه داشته باشید که از این شکل، اگر یاتاقان هم مرکز باشد $(e = 0)$ ، شکل فیلم اطراف ژورنال ثابت و برابر c است و هیچ گونه فشار فیلم سیالی به وجود نمی آید . در انتهای دیگر ، در بارهای سنگین ژورنال به سمت پایین مجبور به حرکت شده و موقعیت نهایی وقتی $h_{\text{کمینه}} = 0$ و $e = c$ باشد، به دست می آید و آن زمانی است که ژورنال یاتاقان را لمس می کند.

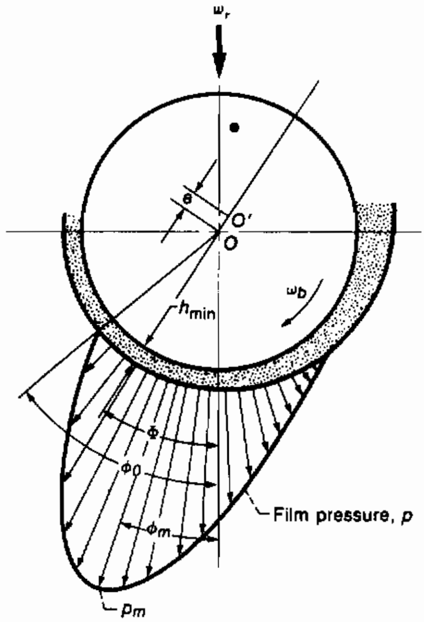
افزایش دما به خاطر روان کننده برشی در این فصل ، همانطور که در فصل ۸ برای یاتاقان کف گرد در نظر گرفته شد ، انجام می شود . در معادله (۲-۱۲) لزجت روان کننده مرتبط با لزجت $p = 0$ می شود ، ولی به صورت تابعی از دما می تواند تغییر کند . چون کار روی روان کننده ضمن برشی روی سیال انجام می پذیرد ، دمای روان کننده وقتی اتصال را ترك می کند ، بالاتر از ورودی است . در فصل ۴ (شکلهای ۵-۴ و ۶-۴) نشان داده شد که لزجت روغنها با افزایش دما به مقدار زیادی اُفت می کند . این پدیده توسط استفاده متوسط دماهای ورودی و خروجی جبران می شود .

$$t_m = t_i + \frac{\Delta t_m}{2} \qquad (۱۲-۳)$$

که در آن :

$t_i =$ درجه حرارت ورودی

$\Delta t_m =$ افزایش دمای روان کننده از ورودی تا خروجی



شکل ۱-۱۲- توزیع فشار اطراف یك یاتاقان ژورنال

لزجت استفاده شده در پارامتر بار بدون بُعد W_r و دیگر پارامترهای عملکرد ، متوسط دما t_m است . افزایش دمای روان کننده از ورودی تا خروجی ، Δt_m، را می توان از جداول عملکرد فراهم شده در این فصل تعیین کرد .

۲-۱۲ نتایج پارامتر عملکرد

با تعریف کردن پارامترهای عملکرد ، نتایج برحسب تابعی از پارامترهای عمل کننده که قبلاً بحث شد ، ارائه خواهند شد . نتایج ارائه شده برای یک یاتاقان ژورنال کامل است . نتایج برای یک یاتاقان ژورنال جزئی را می توان از ریموندی[1] و بوید[2] (۱۹۸۵) به دست آورد .

شکل ۲–۱۲ اثر پارامتر بار بدون بُعد (πW_r) روی ضخامت کمینه $h_{\text{کمینه}}$ را نشان می دهد، که در آن $h_{\text{کمینه}} = c - e$ برای λ_k برابر با 0 ، 1 ، 2 و 4 است . به خاطر داشته باشید که بار به این صورت بدون بُعد می شود : $W_r = \omega_r / [\eta_0 \omega_b b r_b (r_b / c)^2]$. در این شکل یک نسبت

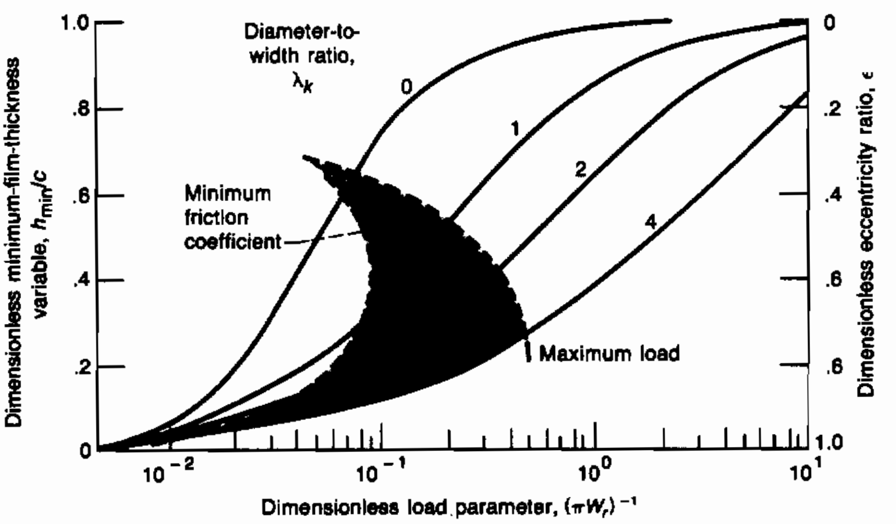
1- Raimondi 2- Boyd

خارج از مرکز عمل توصیه شده یا ضخامت فیلم کمینه و همچنین ناحیه ترجیحی عملکرد ، نشان داده می شود . مرز چپ ناحیه هاشورزده ، نسبت خارج از مرکز بهینه برای یک ضریب اصطکاک کمینه و مرز راست ، نسبت خارج از مرکز بهینه برای بار بیشینه را تعریف می کند . خارج از مرکز عمل توصیه شده بین این دو مرز می باشد .

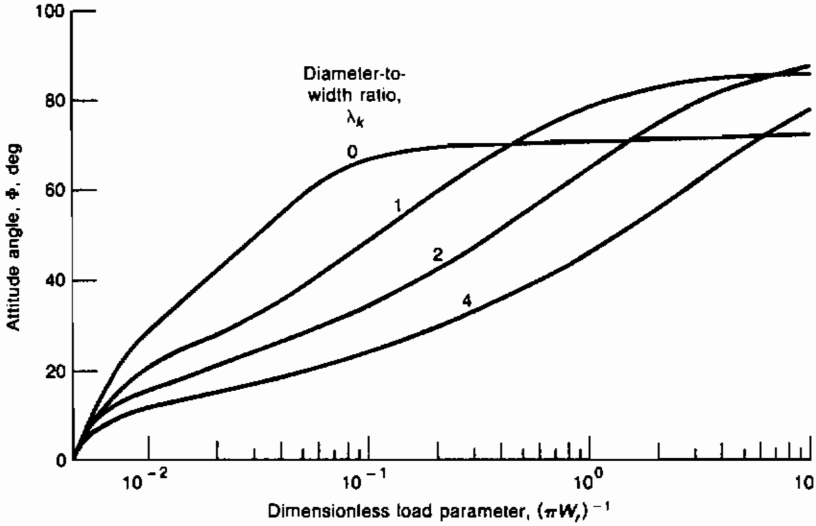
شکل ۳-۱۲ اثر پارامتر بار بدون بُعد روی زاویه وضعی Φ برای λ_k مختلف (زاویه بین جهت بار و خط رسم شده از مرکز یاتاقان و ژورنال (شکل ۱-۱۲) را نشان می دهد . این زاویه محل ضخامت فیلم کمینه و بیشینه در داخل یاتاقان را برقرار می سازد .

شکل ۴-۱۲ اثر پارامتر بار بدون بُعد روی ضریب اصطکاک برای چهار مقدار از λ_k را نشان می دهد . این اثر برای محدوده کامل پارامترهای بار بدون بُعد کوچک است .

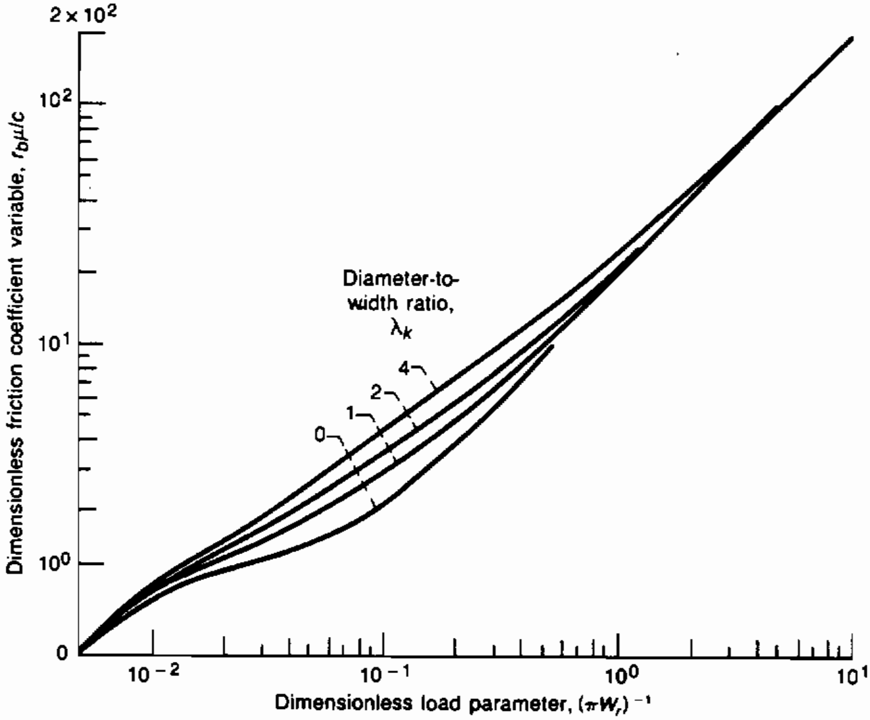
شکل ۵-۱۲ اثر پارامتر بار بدون بُعد روی نرخ جریان حجمی بدون بُعد $Q = 2\pi q / r_b c b \omega_b$ برای چهار مقدار از λ_k را نشان می دهد . نرخ جریان حجمی بدون بُعد Q را که به داخل فضای همگرا توسط ژورنال چرخنده پمپ می شود ، می توان از این شکل به دست آورد . از حجم روغن q پمپ شده توسط ژورنال چرخنده ، مقدار q_s از دو انتها خارج شده و بنابراین «جریان نشت کناری» نامیده می شود . این نشت کناری از نسبت جریان حجم q_s / q در شکل ۶-۱۲ می تواند محاسبه شود .



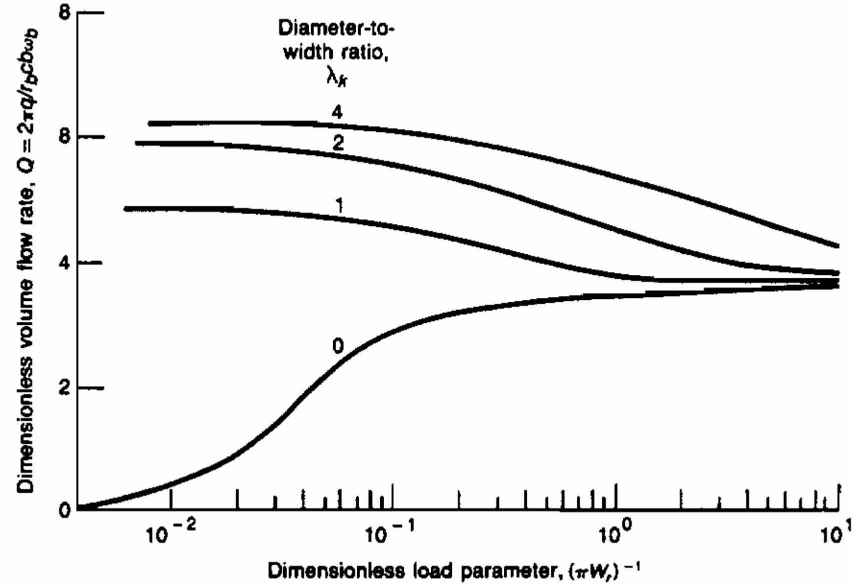
شکل ۲-۱۲- اثر پارامتر بار بدون بُعد روی ضخامت فیلم کمینه برای چهار نسبت قطر به عرض



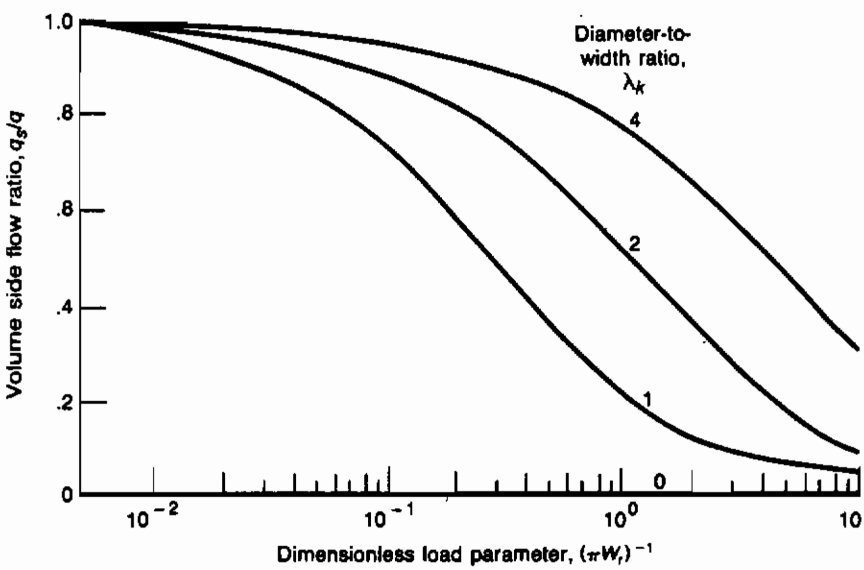
شکل ۳-۱۲- اثر پارامتر بار بدون بُعد روی زاویه وضعی برای چهار نسبت قطر به عرض



شکل ۴-۱۲- اثر پارامتر بار بدون بُعد روی ضریب اصطکاک برای نسبتهای چهار قطر به عرض



شکل ۵-۱۲- اثر پارامتر بار بدون بُعد روی نرخ جریان حجمی بدون بُعد برای چهار نسبت قطر به‌عرض



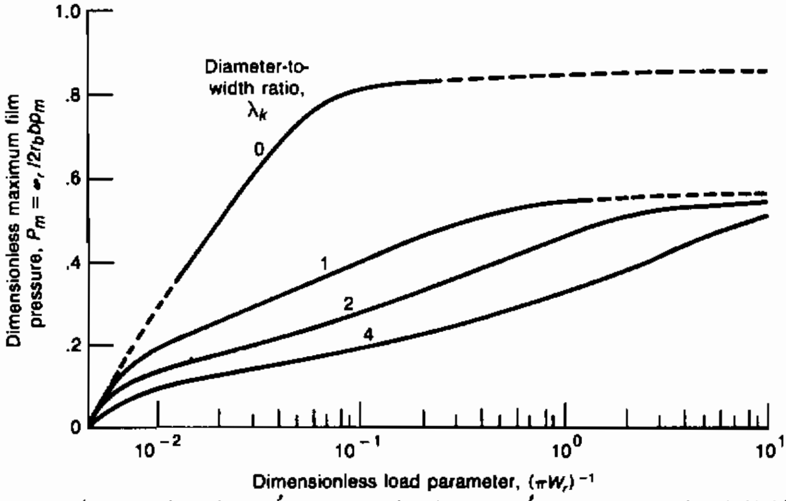
شکل ۶-۱۲- اثر پارامتر بار بدون بُعد روی نسبت جریان جانبی حجمی برای چهار نسبت قطر به‌عرض

شکل ۷-۱۲ فشار بیشینه توسعه یافته در یاتاقان ژورنال را نشان می دهد . در این شکل فشار بیشینه با بار درواحدمساحت بدون بُعد می شود. فشار بیشینه و موقعیت آن در شکل ۱-۱۲ نشان داده شده است . شکل ۸-۱۲ اثر پارامتر بار بدون بُعد روی موقعیت فشارهای پایانی و بیشینه برای چهار مقدار λ_k را نشان می دهد .

افزایش دما برحسب درجه سلسیوس روان کننده از ورودی تا خروجی می تواند از شیگلی[1] و میشل[2] (۱۹۸۳) به دست آید :

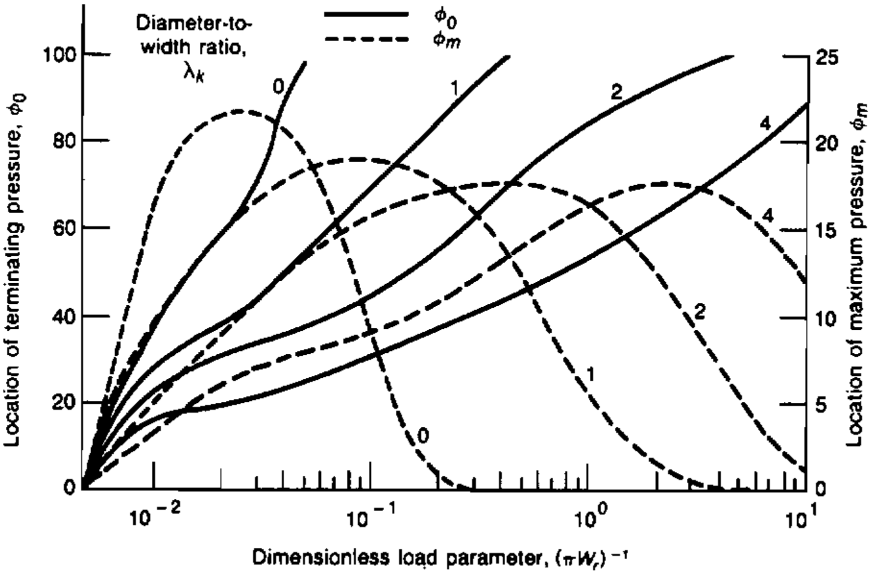
$$\Delta t_m = \frac{8.3W_r^*(r_b/c)\mu}{Q(1-0.5q_s/q)} \qquad (۱۲-۴)$$

که در آن $W^*_r = \omega_r / 2r_b b$ برحسب مگاپاسکال است . بنابراین افزایش دما را می توان مستقیماً توسط جایگذاری مقادیر μ (r_b/c) به دست آمده از شکل ۴-۱۲ ، Q از شکل ۵-۱۲ و q_s/q از شکل ۶-۱۲ درمعادله (۴-۱۲) به دست آورد . اگرمقدار Δt_m با مقدارفرض شده اولیه فرق داشته باشد ، دمای متوسط در اتصال را از معادله (۳-۱۲) دوباره حساب نموده و لزجت جدید را از شکل ۵-۴ یا ۶-۴ به دست آورید . وقتی لزجت معلوم باشد، بار بدون بُعد می تواند محاسبه و سپس پارامترهای عملکرد را از شکلهای ۲-۱۲ تا ۸-۱۲ و از معادله (۴-۱۲) به دست آورد . این رهیافت را ادامه داده تا وقتی که از یک تکرار تا تکرار بعدی تغییر کمی در Δt_m به وجود آید .



شکل ۷-۱۲- اثر پارامتر بار بدون بُعد روی فشار فیلم بیشینه بدون بُعد ، برای چهار نسبت قطر به عرض

1- Shigley 2- Mitchell



شکل ۸-۱۲- اثر پارامتر بار بدون بُعد روی موقعیت فشارهای پایانی و بیشینه برای چهار نسبت قطر به عرض

نتایج ارائه شـده تا به حال برای λ_k برابر 0 ، 1 ، 2 ، و 4 بوده اند . اگر λ_k مقدار دیگری باشد ، فرمول زیر را برای برقراری پارامتر عملکرد به کار گیرید :

$$y = \frac{1}{(b/2r_b)^3}\left[-\frac{1}{8}\left(1-\frac{b}{2r_b}\right)\left(1-\frac{b}{r_b}\right)\left(1-2\frac{b}{r_b}\right)y_0+\frac{1}{3}\left(1-\frac{b}{r_b}\right)\left(1-\frac{2b}{r_b}\right)y_1\right.$$
$$\left.-\frac{1}{4}\left(1-\frac{b}{2r_b}\right)\left(1-\frac{2b}{r_b}\right)y_2+\frac{1}{24}\left(1-\frac{b}{2r_b}\right)\left(1-\frac{b}{r_b}\right)y_4\right] \quad (۱۲\text{-}۵)$$

که در آن y هرکـدام از پارامتـرهای عـملکرد (W_r ، ϕ ، $r_b\mu/c$ ، Q ، q_s/q ، p_m ، ϕ_0 ، یا ϕ_m) بوده و زیرنویس y مقدار λ_k است . برای مثال y_1 برابر با y محاسبه شده در $\lambda_k = 1$ است . تمام نتایج ارائه شده در این جا برای یک یاتاقان ژورنال کامل معتبر است . اگر یک یاتاقان ژورنال جزئی ($180°$ یا $120°$) مطلوب باشد ، از ریموندی و بوید[1] (۱۹۸۵) استفاده نمایید . همان روش توسعه یافته برای یاتاقان ژورنال کامل باید برای یاتاقان ژورنال جزئی نیز به کار گرفته شود .

1- Raimondi & Boyd

مساله نمونه ۱-۱۲- با داشتن یک یاتاقان ژورنال کامل با مشخصات $\eta_0 = 4\mu$ reyn ، $N_a = 30$ r/s ، $\omega_r = 2220$ N ، $r_b = 2$ cm ، $c = 40\,\mu$ m و $b = 4$ cm ، با استفاده از اشکال داده شده در این فصل ، پارامترهای عمل و عملکرد برای این یاتاقان را برقرار سازید .

حل :(از جدول ۶-۴)

$$\lambda_k = \frac{2r_b}{b} = \frac{2(2)}{4} = 1$$

پارامتر بار بدون بار عبارت است از :

$$W_r = \frac{\omega_r}{\eta_0 \omega_b b r_b (r_b/c)^2} = \frac{(2.2)(10^3)}{(0.0276)(60\pi)(0.04)(0.02)(2 \times 10^{-2}/4 \times 10^{-5})^2}$$
$$= 2.358$$

$$\therefore (\pi W_r)^{-1} = 0.151$$

برای $\lambda_k = 1$ و $(\pi W_r)^{-1} = 0.151$ به دست می آوریم :

الف ـ از شکل ۲-۱۲ داریم :

$$\varepsilon = e/c = 0.55 \qquad \text{or} \qquad \frac{h_{\min}}{c} = 0.45$$

ب ـ از شکل ۳-۱۲ ، که زاویه فراز 54° است ، داریم :

ج ـ از شکل ۴-۱۲ داریم :

$$\frac{r_b \mu}{c} = 3.8$$

یا

$$\mu = 7.6 \times 10^{-3}$$

د ـ از شکل ۵-۱۲ ، نرخ جریان حجمی بدون بُعد می شود :

$$Q = \frac{2\pi q}{b r_b c \omega_b} = 4.5$$

یا :

$$q = \frac{4.3br_bc\omega_b}{2\pi} = \frac{(4.5)(0.04)(0.02)(4 \times 10^{-5})(60\pi)}{2\pi}$$
$$= 4.32 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^3/s}$$

هـ ـ از شکل ۶-۱۲ ، داریم :

$$\frac{q_s}{q} = 0.67$$
$$q_s = 2.89 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^3/s}$$

و ـ از شکل ۷-۱۲ ، داریم :

$$P_m = \frac{w_r}{2r_bbp_m} = 0.43$$
$$p_m = \frac{w_r}{2(0.43)r_bb} = \frac{2{,}200}{2(0.43)(0.02)(0.04)}$$
$$= 3.2\ \mathrm{MPa}$$

ز ـ از شکل ۸-۱۲ ، داریم :

$$\phi_0 = 77.5^\circ \qquad \phi_m = 18.7^\circ$$

ح ـ رشد دما به خاطر برش روان کننده عبارت است از :

$$\Delta t_m = 0.83\frac{w_r}{2r_bb}\frac{(r_b/c)\mu}{Q}$$

ولی ؛

$$\frac{w_r}{2r_bb} = \frac{(2.2)(10^3)}{2(2)(10^{-2})(4)(10^{-2})} = 1.375\ \mathrm{MPa}$$

به خاطر داشته باشید که درمحاسبه رشد دما $\omega_r / 2r_bb$ بایدبرحسب مگاپاسکال بیان شود :

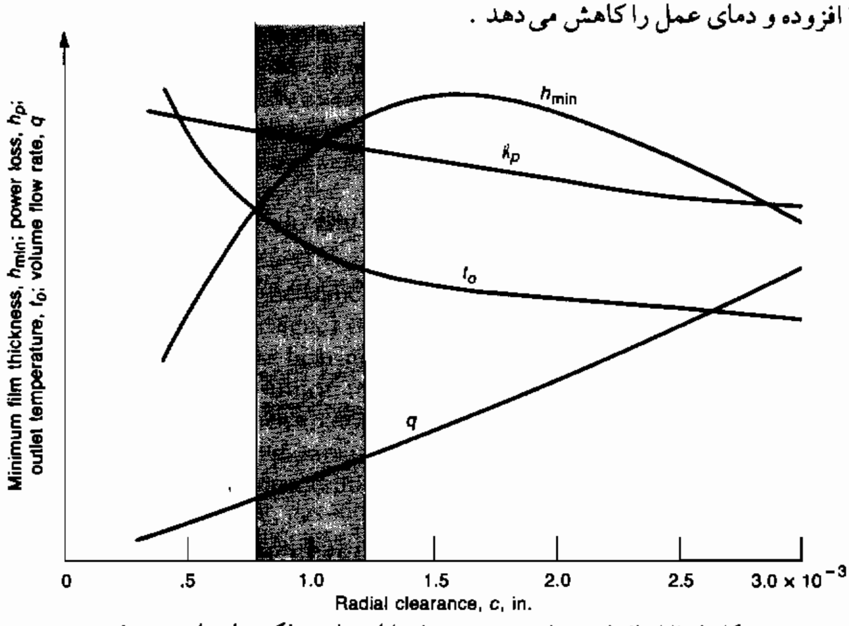
$$\Delta t_m = 8.3(1.375)\left(\frac{3.8}{4.5}\right) = 9.6\ ^\circ C$$

۳-۱۲ . روشهای بهینه سازی

مشکلترین عامل کنترل پارامترها در شرایط عمل ، لقی شعاع c است . کنترل دقیق

شعاعی درضمن ساخت مشکل است وبه دلیل خوردگی ممکن است افزایش یابد. شکل ۹-۱۲ عملکرد یک یاتاقان بخصوص محاسبه شده برای یک محدوده لقیهای شعاعی را نشان می دهد و با لقی شعاعی بر حسب متغیر مستقل رسم می شود . اگر لقی خیلی کم باشد ، دما خیلی بالا خواهد بود و ضخامت فیلم کمینه خیلی پایین می رود . دمای بالا ممکن است توسط خستگی یاتاقان باعث شکست شود . اگر فیلم روغن زیاد نازك باشد ، ذرات آشغال نمی توانند بدون ایجاد دمای خراش عبورکرده یا ممکن است درياتاقان جمع شوند. درهرصورت سایدگی و اصطکاك زیادی به وجود خواهد آمد که نتیجه آن دمای بالا و احتمال شکست (گریپاژ) است . در حالت لقی بزرگ این امکان وجود دارد که ذرات آشغال عبور کرده و همچنین جریان زیادی از روغن را فراهم می‌آورد . این وضعیت ، دما را پایین آورده و عمر یاتاقان را زیاد می کند . به هر حال اگر لقی خیلی زیاد شود . یاتاقان پرسروصدا شده و ضخامت فیلم کمینه دوباره شروع به کاهش می کند .

شکل ۹-۱۲ بهترین حالت است برای وقتی که لقی تولید و فرسایش آینده در مورد یاتاقان در نظر گرفته می شود تا محدودهٔ لقی کمی در سمت چپ بالای منحنی ضخامت فیلم کمینه باشد . از این طریق فرسایش آینده ، نقطه عمل را به راست حرکت داده و ضخامت فیلم، را افزوده و دمای عمل را کاهش می دهد .



شکل ۹-۱۲- اثر لقی شعاعی روی بعضی از پارامترهای عملکرد برای یك مورد بخصوص

۱۲-۴ وضعیتهای غیرساده

تا به حال مطالب این فصل دربرگیرندهٔ یاتاقانهای ژورنال کامل ساده بوده است . ضمن تقاضا برای کاربردهای با سرعتهای بالاتر ، مسائل ارتعاش به خاطر سرعتهای بحرانی ، نامتعادل بودن ، و ناپایداری ، احتیاج برای اشکال هندسی یاتاقان ژورنال غیر از یاتاقانهای ژورنال ساده را به وجودآورده است . این هندسه ها ، الگوهای متفاوتی از متغیر لقی دارند تا ضخامتهای فیلم کفشک که ناحیه های واگرا و همگرای قوی تری دارند را خلق کنند . شکل ۱۰-۱۲ یاتاقانهای سهموی نیمه جابه جا شده ، سه‌دایره‌ای ، و چهاردایره ای را نشان می دهد . این یاتاقانها با یاتاقان ژورنال ساده متفاوتند . یک بحث بسیار جالب از عملکرد این یاتاقانها در الیر[1] و فلاك[2] (۱۹۸۰) آمده است که بعضی از محاسبات آنها را در این جا می آوریم . در شکل ۱۰-۱۲ هر کفشک به سمت مرکز یاتاقان به اندازه کسری از لقی کفشک حرکت داده می شود تا ضخامت فیلم سیال را از آنچه در یک یاتاقان ژورنال ساده اتفاق می افتد، بیشتر همگرا و واگرا کند . مرکز انحنای کفشک توسط یک علامت (×) مشخص می شود . عموماً این یاتاقانها ناپایداری در سیستم ایجاد می کنند ، ولی در سرعتهای بالا می توانند تحت ارتعاشات همزمانی قرار گیرند . آنها همیشه دقیق ساخته نمی شوند .

پارامتر اصلی استفاده شده در تشریح این یاتاقانها کسر طولی است که در آن ضخامت فیلم تا طول کامل کفشک به نام «فاکتور جابجایی» همگرا بوده و این گونه تعریف می شود :

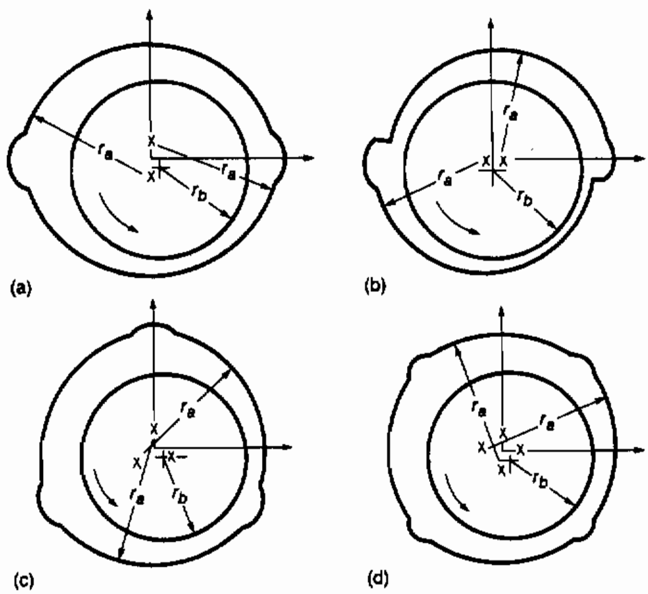
$$\alpha_a = \frac{\text{length of pad with converging film thickness}}{\text{full pad length}}$$

در یک یاتاقان سهموی (شکل ۱۰-۱۲ الف) مراکز کفشک انحناء در طول محور عمودی حرکت داده می شوند . این کار باعث خلق یک کفشک با نصف شکل فیلم همگرا و نصف دیگر واگرا (اگر این شکل مرکزی بود) می شود ، که مرتبط با فاکتور جابجایی $\alpha_a = 0.5$. یاتاقانهای نیمه جابجایی (شکل ۱۰-۱۲ ب) یک یاتاقان با شیار دومحوری است که با حرکت نیمه بالایی به صورت افقی باز می شود . این کار باعث سختی عمودی پایین می شود . عموماً مشخصه های ارتعاشی این یاتاقان طوری است که از پیچش روغن جلوگیری کرده و می تواند

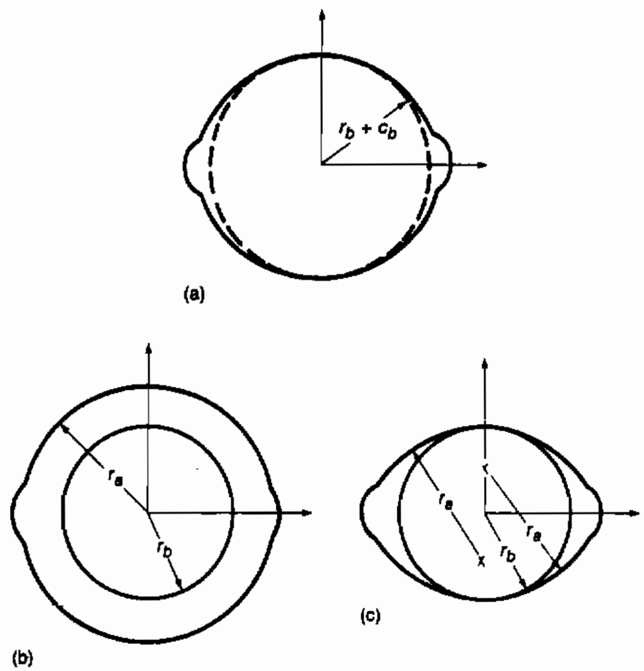
1- Allaire 2- Flack

یک ماشین را ناپایدار کند . یاتاقان نیمه جابجا شده دارای یک ضخامت فیلم همگرای خالص با یک کفشک همگرا شده طول قوس 160° است و نقطه مقابل انحناء مرکز در 180° می باشد . هردو یاتاقانهای سه دایره ای و چهاردایره ای (شکلهای ۱۰-۱۲ ج و د) $\alpha_a = 0.5$ دارند .

وقتی کفشکها به داخل آورده می شوند تقلیل کسری لقی فیلم «فاکتور از قبل بارگذاری شده» m_p نامیده می شود . فرض کنید که لقی یاتاقان در ضخامت فیلم کمینه کفشک (با مرکز محور) با c_b مشخص شود . شکل ۱۱-۱۲ الف نشان می دهد که بزرگترین محوری که می تواند در یاتاقان قرار داده شود . شعاعی برابر با $c_b + r_b$ داشته و بنابراین تعریف c_b در این جا پایه گذاری می شود . فاکتور از قبل بارگذاری شده m_p برابر است با :



شکل ۱۰-۱۲- انواع یاتاقان ژورنال بارگذاری شده با کفشک شیب ثابت و فاکتورهای انحراف α_a . فاکتور بارگذاری $m_p = 0.4$ (الف) یاتاقان سهموی ($\alpha_a = 0.5$) ، (ب) یاتاقان نیمه جابجاشده ($\alpha_a = 0.5$) ، (ج) یاتاقان سه دایره ای ($\alpha_a = 1.125$) ، (د) یاتاقان چهاردایره ای ($\alpha_a = 0.5$)



شکل ۱۱-۱۲- اثر فاکتور از قبل بارگذاری شده m_p روی یاتاقانهای دایره‌ای .
(الف) بزرگترین محور که در یاتاقانهای جای می‌گیرد . (ب) $m_p = 0$ بزرگترین محور r_a . لقی یاتاقان $c_b = c$ ، (ج) $m_p = 1.0$ بزرگترین محور r_b ؛ لقی یاتاقان $c_b = 0$

یک فاکتور از قبل بارگذاری شده برابر با صفر ، مربوط است به تمام مراکز کفشک ، انحناء که بر مرکز یاتاقان منطبق شده باشند و یک فاکتور بارگذاری 1.0 مربوط است به تمام کفشکها که محور را لمس می‌کنند. شکلهای ۱۱-۱۲ (ب) و (ج) این موقعیتهای مقابل به هم را نشان می‌دهند . برای انواع مختلف یاتاقان ژورنال ثابت نشان داده شده در شکل ۱۰-۱۲ این فاکتور 0.4 است .

تاکنون وضعیتهای غیرساده بحث شده در این فصل را می‌توان وقتی بار دینامیکی درنظر گرفته می‌شود محاسبه کرد . این روش خیلی شبیه روشی است که در فصل ۱۱ آمده است . به خاطر پیچیدگی شکل هندسی فیلم و شیارهای فیلم روان کننده ، توزیع فشار باید قبل از

ضرایب دینامیکی به صورت عددی تعیین شوند و ظرفیت حمل بار ، جریان ، اُفت قدرت اصطکاك ، و دما می تواند محاسبه شود . لاند (۱۹۷۹) یاتاقانهای ساده ، سهموی ، استوانه ای ، جابه جا شده ، و سه دایره ای را که قبلاً بحث شد ، مورد بررسی قرار داد . نتایج برای محاسبه عددی اثرات بار دینامیکی برای این چهار نوع یاتاقان در جداول ۱-۱۲ تا ۴-۱۲ داده می شوند . هر جدول دو قسمت برای نسبتهای قطر به عرض $2\lambda_k$ را دارد . فاکتور از قبل بارگذاری شده برای این جداول برابر با 0.5 قرار داده شد ($m_p = 0.5$) . ضرایب دینامیکی ، عدد یاتاقان ، نسبت خارج از مرکزی ، و زاویه فراز نیز در هر کدام از این جداول داده می شوند .

جدول ۱-۱۲- پارامترهای دینامیکی و حالت دائمی برای یک یاتاقان ژورنال ساده با شیارهای دومحوری 180° جدا از هم و ادامه هر کدام 20° محیطی

Steady-state parameters			Dynamic parameters						
Eccentricity ratio	Dimensionless load parameter	Attitude angle, deg	Dimensionless stiffness coefficients				Dimensionless damping coefficients		
ε_0	$\frac{1}{W_r}\left(\frac{2\pi}{\lambda_k}\right)^2$	Φ_0	K_{xx}	K_{xz}	K_{zx}	K_{zz}	B_{xx}	$B_{xz}=B_{zx}$	B_{zz}
(a) Diameter-to-width ratio is 2 (λ_k = 2.0)									
0.071	6.430	81.89	1.55	14.41	−6.60	1.88	28.75	1.89	13.31
0.114	3.037	77.32	1.57	9.27	−4.20	1.89	18.44	1.93	8.58
0.165	2.634	72.36	1.61	6.74	−3.01	1.91	13.36	2.00	6.28
0.207	2.030	68.75	1.65	5.67	−2.50	1.93	11.18	2.07	5.33
0.244	1.656	65.85	1.69	5.06	−2.20	1.95	9.93	2.15	4.80
0.372	0.917	57.45	2.12	4.01	−1.30	1.85	7.70	2.06	3.23
0.477	0.580	51.01	2.67	3.70	−0.78	1.75	6.96	1.94	2.40
0.570	0.375	45.43	3.33	3.64	−0.43	1.68	6.76	1.87	1.89
0.655	0.244	40.25	4.21	3.74	−0.13	1.64	6.87	1.82	1.54
0.695	0.194	37.72	4.78	3.84	0.01	1.62	7.03	1.80	1.40
0.734	0.151	35.29	5.48	3.98	0.15	1.61	7.26	1.79	1.27
0.753	0.133	33.93	5.89	4.07	0.22	1.60	7.41	1.79	1.20
0.751	0.126	33.42	6.07	4.11	0.25	1.60	7.48	1.79	1.18
0.772	0.116	32.65	6.36	4.17	0.30	1.60	7.59	1.79	1.15
0.809	0.086	30.04	7.51	4.42	0.47	1.59	8.03	1.79	1.03
0.879	0.042	24.41	11.45	5.23	0.92	1.60	9.48	1.80	0.82
(b) Diameter-to-width ratio is 1 (λ_k = 1.0)									
0.103	1.470	75.99	1.53	10.14	−3.01	1.50	20.34	1.53	6.15
0.150	0.991	70.58	1.56	7.29	−2.16	1.52	14.66	1.58	4.49
0.224	0.635	63.54	1.62	5.33	−1.57	1.56	10.80	1.70	3.41
0.352	0.358	55.41	1.95	3.94	−0.97	1.48	8.02	1.63	2.37
0.460	0.235	49.27	2.19	3.57	−0.80	1.55	7.36	1.89	2.19
0.559	0.159	44.33	2.73	3.36	−0.48	1.48	6.94	1.78	1.74
0.650	0.108	39.72	3.45	3.34	−0.23	1.44	6.89	1.72	1.43
0.734	0.071	35.16	4.49	3.50	0.03	1.44	7.15	1.70	1.20
0.773	0.056	32.82	5.23	3.65	0.18	1.45	7.42	1.71	1.10
0.793	0.050	31.62	5.69	3.75	0.26	1.45	7.60	1.71	1.06
0.811	0.044	30.39	6.22	3.88	0.35	1.46	7.81	1.72	1.01
0.883	0.024	25.02	9.77	4.69	0.83	1.53	9.17	1.78	0.83

جدول ۲-۱۲- پارامترهای دینامیکی و حالت پایدار برای یک یاتاقان سهموی (شکل ۱۰-۱۲ الف)
با بارگذاری از قبل 0.5 ($m_p = 0.5$) ادامه زاویه‌ای دو شیار 20° است

Steady-state parameters			Dynamic parameters						
Eccentricity ratio	Dimensionless load parameter	Attitude angle, deg	Dimensionless stiffness coefficients				Dimensionless damping coefficients		
ε_0	$\frac{1}{W_r}\left(\frac{2\pi}{\lambda_k}\right)^2$	Φ_0	K_{xx}	K_{xz}	K_{zx}	K_{zz}	B_{xx}	$B_{xz} = B_{zx}$	B_{zz}
(a) Diameter-to-width ratio is 2 ($\lambda_k = 2.0$).									
0.024	7.079	88.79	91.58	40.32	−57.12	1.29	159.20	−63.29	45.50
0.061	2.723	88.58	35.54	15.77	−22.03	0.74	61.63	−23.96	17.80
0.086	1.889	88.33	24.93	11.18	−15.33	0.71	43.14	−16.31	12.59
0.127	1.229	87.75	16.68	7.66	−10.03	0.78	28.65	−10.11	8.57
0.155	0.976	87.22	13.59	6.39	−7.99	0.84	23.20	−7.66	7.08
0.176	0.832	86.75	11.88	5.69	−6.82	0.90	20.14	−6.23	6.23
0.254	0.494	84.36	8.11	4.28	−3.99	1.09	13.26	−2.76	4.27
0.323	0.318	81.08	6.52	3.82	−2.34	1.23	10.03	−0.81	3.15
0.364	0.236	78.09	6.07	3.76	−1.49	1.31	8.80	0.11	2.54
0.391	0.187	75.18	6.03	3.82	−0.92	1.37	8.23	0.66	2.13
0.410	0.153	72.26	6.21	3.92	−0.52	1.41	7.98	1.02	1.82
0.424	0.127	69.31	6.53	4.04	−0.21	1.45	7.91	1.26	1.58
0.444	0.090	63.24	7.55	4.33	0.23	1.50	8.11	1.54	1.23
(b) Diameter-to-width ratio is 1 ($\lambda_k = 1.0$).									
0.050	1.442	93.91	38.58	22.65	−22.14	−1.29	79.05	−28.14	18.60
0.100	0.698	93.12	18.93	11.25	−10.79	−0.24	38.73	−12.97	9.40
0.150	0.442	91.97	12.28	7.45	−6.87	0.26	25.00	−7.50	6.36
0.200	0.308	90.37	8.93	5.58	−4.79	0.58	17.99	−4.50	4.82
0.213	0.282	89.87	8.30	5.24	−4.38	0.66	16.66	−3.91	4.53
0.220	0.271	89.61	8.03	5.09	−4.20	0.69	16.08	−3.64	4.40
0.226	0.261	89.37	7.79	4.96	−4.03	0.72	15.57	−3.41	4.28
0.239	0.240	88.80	7.31	4.70	−3.70	0.77	14.54	−2.93	4.04
0.250	0.224	88.28	6.95	4.51	−3.43	0.82	13.74	−2.55	3.86
0.260	0.211	87.79	6.65	4.36	−3.21	0.86	13.09	−2.23	3.70
0.304	0.161	83.29	5.63	3.84	−2.32	1.01	10.75	−1.02	3.07
0.350	0.120	81.80	4.99	3.54	−1.52	1.14	9.04	−0.01	2.49
0.381	0.097	78.65	4.82	3.46	−1.01	1.21	8.26	0.56	2.10
0.403	0.081	75.63	4.87	3.47	−0.65	1.26	7.87	0.92	1.82
0.419	0.069	72.65	5.06	3.52	−0.38	1.31	7.71	1.17	1.60
0.432	0.060	69.69	5.36	3.60	−0.16	1.34	7.67	1.34	1.42
0.451	0.045	63.70	6.25	3.83	0.19	1.40	7.88	1.56	1.16

جدول ۳-۱۲- پارامترهای دینامیکی و حالت پایدار برای یک یاتاقان سه‌دایره‌ای (شکل ۱۰-۱۲ ج را ببینید) با بارگذاری از قبل 0.5 ($m_p = 0.5$) ادامه زاویه‌ای هر شیار تغذیه 20° است

Steady-state parameters			Dynamic parameters						
Eccentricity ratio	Dimensionless load parameter	Attitude angle, deg	Dimensionless stiffness coefficients				Dimensionless damping coefficients		
ε_0	$\frac{1}{W_r}\left(\frac{2\pi}{\lambda_k}\right)^2$	Φ_0	K_{xx}	K_{xz}	K_{zx}	K_{zz}	B_{xx}	$B_{xz} = B_{zx}$	B_{zz}
(a) Diameter-to-width ratio is 2 ($\lambda_k = 2.0$).									
0.018	6.574	55.45	34.58	45.43	−46.78	31.32	97.87	−1.46	93.55
0.031	3.682	56.03	20.35	25.35	−26.57	17.08	56.10	−1.35	51.73
0.045	2.523	56.57	14.75	17.41	−18.48	11.48	39.52	−1.22	35.06
0.070	1.621	57.35	10.53	11.38	−12.20	7.25	26.81	−1.01	22.25
0.094	1.169	57.95	8.56	8.49	−9.06	5.26	20.62	−0.79	15.96
0.144	0.717	58.62	6.85	5.85	−5.92	3.49	14.74	−0.37	9.93
0.192	0.491	58.63	6.27	4.75	−4.34	2.77	12.07	0.02	7.12
0.237	0.356	58.14	6.15	4.26	−3.35	2.41	10.67	0.36	5.51
0.278	0.267	57.30	6.29	4.05	−2.63	2.19	9.87	0.66	4.46
0.314	0.203	56.18	6.62	4.00	−2.05	2.04	9.43	0.91	3.68
0.347	0.156	54.85	7.11	4.05	−1.55	1.90	9.23	1.12	3.06
0.360	0.141	54.26	7.35	4.10	−1.36	1.85	9.20	1.20	2.84
0.377	0.121	53.31	7.77	4.19	−1.09	1.78	9.20	1.30	2.54
0.402	0.093	51.55	8.63	4.39	−0.67	1.67	9.30	1.44	2.10
0.441	0.055	47.10	11.07	4.94	0.14	1.49	9.91	1.61	1.29
(b) Diameter-to-width ratio is 1 ($\lambda_k = 1.0$)									
0.020	3.256	59.21	28.31	43.30	−43.40	25.25	94.58	−1.11	88.33
0.035	1.818	59.68	16.74	24.39	−24.34	13.70	54.59	−0.98	48.27
0.050	1.243	60.09	12.21	16.93	−16.72	9.18	38.75	−0.84	32.37
0.076	0.796	60.62	8.82	11.26	−10.82	5.80	26.62	−0.61	20.18
0.103	0.574	60.95	7.24	8.55	−7.90	4.24	20.73	−0.37	14.27
0.155	0.383	61.00	5.91	6.07	−5.02	2.89	15.15	0.06	8.70
0.203	0.245	60.44	5.48	5.01	−3.60	2.36	12.59	0.43	6.16
0.246	0.181	59.46	5.41	4.49	−2.74	2.09	11.20	0.73	4.73
0.285	0.138	58.22	5.54	4.22	−2.12	1.92	10.39	0.98	3.81
0.320	0.108	56.80	5.83	4.10	−1.65	1.80	9.91	1.18	3.16
0.351	0.085	55.23	6.25	4.08	−1.26	1.71	9.64	1.35	2.67
0.379	0.068	53.54	6.82	4.13	−0.92	1.62	9.54	1.48	2.29
0.389	0.062	52.82	7.09	4.17	−0.79	1.59	9.54	1.52	2.16
0.403	0.054	51.68	7.56	4.25	−0.57	1.54	9.57	1.57	1.92
0.441	0.034	47.19	9.70	4.65	0.11	1.42	10.03	1.67	1.23

جدول ۴-۱۲- پارامترهای دینامیکی و حالت پایدار برای یك یاتاقان نیمه‌جابه‌جا شده (شکل ۱۰-۱۲ ب را ببینید) با بار از قبل بارگذاری شده 0.5 ($m_p = 0.5$) ادامه زاویه‌ای هر شیار تغذیه 30° است

Steady-state parameters			**Dynamic parameters**						
Eccentricity ratio	**Dimensionless load parameter**	**Attitude angle, deg**	**Dimensionless stiffness coefficients**				**Dimensionless damping coefficients**		
ϵ_0	$\frac{1}{W_r}\left(\frac{2\pi}{\lambda_k}\right)^2$	Φ_0	K_{xx}	K_{xz}	K_{zx}	K_{zz}	B_{xx}	$B_{xz} = B_{zx}$	B_{zz}
(a) Diameter-to-width ratio of 2 (λ_k = 2.0)									
0.025	8.519	− 4.87	47.06	82.04	5.48	64.74	97.59	45.00	59.71
0.050	4.240	− 4.82	23.60	41.06	2.64	32.32	49.04	22.62	29.94
0.075	2.805	− 4.72	15.81	27.42	1.65	21.49	32.97	15.22	20.06
0.100	2.081	− 4.59	11.93	20.61	1.12	16.05	25.01	11.56	15.15
0.150	1.339	− 4.14	8.08	13.79	0.54	10.56	17.15	7.98	10.25
0.200	0.953	− 3.47	6.18	10.39	0.20	7.78	13.34	6.31	7.83
0.250	0.717	− 2.76	5.14	8.45	− 0.05	6.15	11.29	5.43	6.51
0.300	0.585	− 2.02	4.63	7.20	− 0.09	5.00	10.00	4.76	5.38
0.325	0.493	− 1.78	4.56	6.72	0.01	4.53	9.49	4.38	4.74
0.400	0.383	− 1.70	4.63	5.78	0.22	3.53	8.51	3.56	3.40
0.450	0.284	− 2.00	4.85	5.40	0.33	3.08	8.17	3.18	2.79
0.500	0.228	− 2.51	5.18	5.15	0.42	2.74	7.99	2.88	2.34
0.551	0.182	− 3.19	5.65	5.01	0.51	2.48	7.95	2.65	1.98
0.576	0.162	− 3.58	5.93	4.97	0.55	2.37	7.97	2.53	1.82
0.601	0.143	− 4.02	6.26	4.95	0.60	2.27	8.02	2.46	1.69
0.627	0.126	− 4.49	6.64	4.95	0.65	2.19	8.10	2.38	1.56
(b) Diameter-to-width ratio of 1 (λ_k = 1.0).									
0.025	3.780	− 3.21	52.13	83.73	8.14	56.69	113.96	42.08	47.10
0.051	1.883	− 3.16	26.11	41.89	3.99	28.31	57.20	21.13	23.61
0.076	1.247	− 8.08	17.45	27.95	2.57	18.83	38.38	14.19	15.81
0.101	0.927	− 7.96	13.13	20.99	1.83	14.08	29.04	10.75	11.93
0.151	0.596	− 7.46	8.74	13.89	1.05	9.22	19.61	7.33	8.00
0.201	0.418	− 6.58	6.44	10.17	0.62	6.68	14.73	5.64	5.96
0.251	0.316	− 5.85	5.22	8.13	0.33	5.26	12.18	4.78	4.90
0.301	0.248	− 5.10	4.49	6.87	0.11	4.35	10.71	4.30	4.28
0.351	0.198	− 4.29	4.08	6.02	− 0.04	3.70	9.80	3.99	3.83
0.401	0.160	− 3.59	4.00	5.40	0.01	3.17	9.07	3.57	3.22
0.451	0.130	− 3.27	4.13	4.96	0.12	2.76	8.55	3.15	2.65
0.501	0.107	− 3.28	4.37	4.68	0.22	2.46	8.23	2.84	2.22
0.551	0.087	− 3.54	4.74	4.50	0.31	2.23	8.08	2.60	1.89
0.576	0.078	− 3.76	4.98	4.45	0.36	2.14	8.06	2.50	1.75
0.601	0.070	− 4.03	5.25	4.42	0.41	2.06	8.07	2.42	1.63

۱۲-۵ مؤخره

در این فصل عبارت «نشت کناری» درمعادله رینولدز ، برای یک یاتاقان ژورنال درنظر گرفته شد. معمولاً حل تحلیلی این شکل مبادله رینولدز در دسترس نیست و از روشهای عددی استفاده می شود. وقتی نشت کناری در نظر گرفته شود ، یک پارامتر عمل اضافی وجود دارد که نسبت قطر به عرض آن λ_k است. نتایج ازحل عددی معادله رینولدزارائه شدند. این نتایج متمرکز برروی یاتاقان ژورنال کامل، چهارمقدار λ_k ، و یک محدوده کامل ازنسبتهای خارج از مرکز یا ضخامت فیلم کمینه بودند . پارامترهای عملکرد ارائه شدء برای این محدوده از پارامترهای عمل ، عبارتند از :

۱- بار بدون بُعد .

۲- زاویه فراز .

۳- ضریب اصطکاك .

۴- جریان کلی و کناری .

۵- فشار بیشینه و نقطه عمل آن .

۶- موقعیت فشار پایانی .

۷- رشد دما به دلیل حالت برشی روان کننده .

این پارامترهای عملکرد ، به اشکال که بتوان به سادگی برای طراحی یاتاقانهای ژورنال ساده به کار گرفته شود ، ارائه شدند . یک فرمول تقریبی به گونه ای فراهم شد که اگر λ_k مقدار غیر از چهار مقدار معین شده باشد ، محدوده کامل λ_k می تواند در نظر گرفته شود . وضعیت ژورنال غیرساده نیز در نظر گرفته شد . معلوم شد که طراحی یاتاقان با ضخامت فیلم بیشتر همگراشونده و کمتر واگراشونده ناپایداری سیستم را پایان می دهد . پارامترهای دینامیکی و حالت یکنواخت ، برای یک یاتاقان ژورنال ساده و سه یاتاقان ژورنال غیرساده داده می شوند .

۱۲-۶ مسائل

۱۲-۶-۱ برای یاتاقان در نظر گرفته شده در مسأله نمونه ۱۲-۱ ، تعیین کنید که پارامترهای عملکرد و کارآیی چه هستند ؛ وقتی که : (الف) تئوری یاتاقان ژورنال بی نهایت بلند نیمه سامرفیلد موجود در فصل ۱۰ ، استفاده شود ، (ب) تئوری یاتاقان ژورنال با عرض کوتاه موجود در فصل ۱۰ ، استفاده شود . نتایج را مقایسه کنید .

۱۲-۶-۲ برای چهار نوع یاتاقان در نظر گرفته شده در جداول ۱-۱۲ تا ۴-۱۲ ، جرم بحرانی بدون بُعد $(M_a)_{cr}$ و سرعت بحرانی بدون بُعد $(\bar{\Omega}_v)_{cr}$ برای هر نسبت خارج از مرکز ε_0 داده شده در جداول ۱-۱۲ تا ۴-۱۲ را تعیین کنید . همچنین این نتایج $(M_a)_{cr}$ بر حسب $(\bar{\Omega}_v)_{cr}$ را برای این چهار نوع یاتاقان رسم کنید . چه نتیجه ای از این نتایج ، ضمن ارتباط آنها با پایداری این یاتاقانها ، می توانید بگیرید ؟

۱۲-۶-۳ فرآیند حالت گذرا به مغشوش در جریان بین استوانه های هم مرکز ، وقتی استوانه خارجی در حالت سکون و استوانه داخلی می چرخد را شرح دهید . این رهیافت چگونه تحت تأثیر : (الف)خارج ازمرکزی ، (ب) یک جریان محوری برهمنهش شده ، قرار می گیرند ؟

۱۲-۶-۴ یک یاتاقان ژورنال ساده دارای قطر 2 in و طول 1 in است . یاتاقان ژورنال کامل باید در سرعت 2000 r/min کار کرده و بار 750 lbf را تحمل نماید . اگر روغن SAE 10 در دمای ورودی 110°F استفاده می شود ، لقی شعاعی برای ظرفیت حمل بار بهینه چه باید باشد ؟ همچنین سطح ، که کافی و در ضمن ارزانتر است را توصیف کنید . و نیز مشخص کنید رشد دما ، ضریب اصطکاك ، نرخ جریان ، نرخ جریان کناری ، و زاویه موضعی چه هستند ؟

۱۲-۶-۵ با توجه به دستورالعلمهای رایلی پایداری جریان بین استوانه های در حال چرخش هم محور را بحث کنید . مراحل درگیر را رهیافت حالت گذرا به مغشوش از طریق ناحیه گردابه تیلور در جریان را شرح داده و با توجه به دستورالعمل رایلی اعداد تیلور بحرانی به دست آمده به صورت تجربی را با نتایج تجزیه و تحلیل مقایسه نمایید .

۱۲-۷ فهرست منابع و مآخذ

Allaire, P. E., and Flack, R. D. (1980): Journal Bearing Design for High Speed Turbomachinery. *Bearing Design—Historical Aspects, Present Technology and Future Problems*. W. J. Anderson (ed.). American Society of Mechanical Engineers, New York, pp. 111–160.

Lund, J. W. (1979): "*Rotor-Bearing Dynamics*," Lecture notes. Technical University of Denmark, ISBN 83-04-00267-1.

Raimondi, A. A., and Boyd, J. (1958): A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design–I, –II, and –III. *ASLE Trans*., vol. 1, no. 1, I- pp. 159–174; II- pp. 175–193; III- pp. 194–209.

Shigley, J. E., and Mitchell, L. D. (1983): *Mechanical Engineering Design*, 4th ed. McGraw-Hill, New York.

فصل سیزدهم

یاتاقانهای فیلم فشرده شده[1] هیدرودینامیکی

همان گونه که در فصل ۱ اشاره شد (شکل ۴-۱) ، یک فشار مثبت در سیال بین دوسطح وقتی می تواند تولید شود که این سطوح به سمت یکدیگر در حرکت باشند . زمان معینی برای فشردن سیال به سمت خارج از میان یک شکاف لازم است و این عمل یک اثر بالشتکی مفید در یاتاقانها دارد . اثر معکوس آن وقتی اتفاق می افتد که سطوح از یکدیگر جداشده و منتهی به کاویتاسیون در فیلم مایع شود . برای یاتاقانهای با فیلم فشرده شده ، رابطه ای بین بار و سرعت عمودی در هر لحظه مورد نیاز است . سپس زمان لازم برای تغییر در جداسازی سطوح به مقدار مشخصی را می توان با یک انتگرال ساده نسبت به زمان تعیین کرد .

نقطه شروع تجزیه و تحلیل ، مثل روان کاری هیدرودینامیکی ژورنال و یاتاقانهای کف گرد ، از معادله رینولدز است . اگر این حرکت محدود به رهیافت معمولی که در آن سرعتهای لغزشی صفر هستند ، باشد ($u_a = u_b = v_a = v_b = 0$) ، معادله عمومی رینولدز داده شده در معادله (۵۸-۷) به شکل زیر تقلیل می یابد .

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \qquad (۱-۱۳)$$

1- Squeeze film

اگر جرم مخصوص و لزجت ثابت فرض شوند ، معادله (۱-۱۳) می شود :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 12\eta_0\frac{\partial h}{\partial t} = -12\eta_0 w \tag{۱۳-۲}$$

که در آن $w = -\partial h/\partial t$ سرعت فشرده شدن است .

در محورهای استوانه ای قطبی معادله (۱-۱۳) را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}r\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial \theta}\right) = r\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \tag{۱۳-۳}$$

برای جرم مخصوص و لزجت ثابت این معادله ، می شود :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(rh^3\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial \theta}\right) = 12\eta_0 r\frac{\partial h}{\partial t} = -12\eta_0 rw \tag{۱۳-۴}$$

اینها معادلات رینولدزی هستند که معمولاً در تجزیه و تحلیل یاتاقانهای با فیلم فشرده به کار گرفته می شوند . این فصل محدود به وضعیتهایی است که جرم مخصوص و لزجت ثابت فرض می شوند (معادلات (۲-۱۳) و (۴-۱۳)) .

۱-۱۳ یاتاقان با سطوح موازی و با عرض بی نهایت

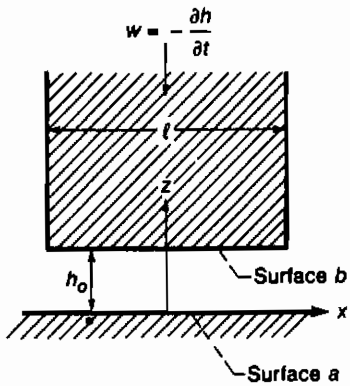
وقتی از نشت کناری صرف نظر شده و فیلم موازی فرض می شود ، معادله (۲-۱۳) می شود :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\frac{12\eta_0 w}{h_o^3} \tag{۱۳-۵}$$

در شکل ۱-۱۳ یک یاتاقان با فیلم فشرده با سطح موازی و محور مختصات استفاده شونده نشان داده شده است . تقارن هندسی فیلم روغن ، در نظر گرفتن مرکز محورهای مختصات را درنقطه میانی یاتاقان مناسب می کند .

انتگرال گیری معادله (۵-۱۳) می دهد :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{12\eta_0 w}{h_o^3}x + \bar{A} \tag{۱۳-۶}$$



شکل ۱-۱۳- یاتاقان فیلم فشرده شده با سطح موازی

با انتگرال گیری دوباره داریم :

$$p = -\frac{6\eta_0 w}{h_o^3}x^2 + \tilde{A}x + \tilde{B} \tag{۱۳-۷}$$

شرایط مرزی عبارتند از :

$$p = 0 \qquad \text{when } x = \pm\frac{\ell}{2}$$

با استفاده از این شرایط مرزی می دهد : $\tilde{A} = 0$ و $\tilde{B} = 6\eta_0 w \ell^2 / 4h_0^3$. باجایگذاری این ثابتها در معادلات (۶-۱۳) و (۷-۱۳) ، می دهد :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{12\eta_0 wx}{h_o^3} \tag{۱۳-۸}$$

و

$$p = \frac{3\eta_0 w}{2h_o^3}(\ell^2 - 4x^2) \tag{۱۳-۹}$$

با فرض :

$$P = \frac{ph_o^3}{\eta_0 \ell^2 w} \qquad \text{and} \qquad X = \frac{x}{\ell} \tag{۱۳-۱۰}$$

معادله (۹-۱۳) می شود :

$$P = \frac{ph_o^3}{\eta_0 \ell^2 w} = \frac{3}{2}(1 - 4X^2) \qquad (۱۳-۱۱)$$

که در آن $-\frac{1}{2} \le X \le \frac{1}{2}$ است .

توزیع فشار ، سهموی بوده و حول مرکز یاتاقان متقارن است و فشار بیشینه می شود .

$$P_m = \frac{p_m h_o^3}{\eta_0 \ell^2 w} = \frac{3}{2} \qquad (۱۳-۱۲)$$

یا :

$$p_m = \frac{3\eta_0 \ell^2 w}{2h_o^3} \qquad (۱۳-۱۳)$$

ظرفیت حمل بار مماسی ، طبق تعریف در شروع فصل ۸ را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$w_{xa} = w_{xb} = 0 \qquad (۱۳-۱۴)$$

ظرفیت حمل بار عمودی را می توان نوشت :

$$w'_z = w'_{za} = w'_{zb} = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} p\,dx = \frac{3\eta_0 w}{2h_o^3}\int_{-\ell/2}^{\ell/2}(\ell^2 - 4x^2)\,dx = \frac{\eta_0 \ell^3 w}{h_o^3} \qquad (۱۳-۱۵)$$

به صورت بدون بُعد ، داریم :

$$W_{xa} = W_{xb} = 0 \qquad (۱۳-۱۶)$$

$$W_z = \frac{w'_z h_o^3}{\eta_0 \ell^3 w} = 1 \qquad (۱۳-۱۷)$$

تنش برشی عمل کننده روی سطوح صلب را می توان این گونه نوشت :

$$(\tau_{zx})_{z=0} = \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0} = \frac{6\eta_0 w x}{h_o^2} \qquad (۱۳-۱۸)$$

$$(\tau_{zx})_{z=h} = -\left(\eta \frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=h} = -\frac{6\eta_0 wx}{h_o^2} \tag{۱۳-۱۹}$$

نیروهای برشی در سطوح صلب را می توان این گونه داد :

$$f_b = b\int_{-\ell/2}^{\ell/2} (\tau_{zx})_{z=0}\, dx = 0 \tag{۱۳-۲۰}$$

$$f_a = b\int_{-\ell/2}^{\ell/2} (\tau_{xx})_{z=h}\, dx = 0 \tag{۱۳-۲۱}$$

نرخ جریان حجمی را با استفاده از معادلات (۳۸-۷) و (۸-۱۳) می توان نوشت :

$$q_x = \frac{h_o^3 b}{12\eta_0}\frac{12\eta_0 wx}{h_o^3} = bwx \tag{۱۳-۲۲}$$

نرخ جریان حجمی از صفر در مرکز یاتاقان با مقدار بیشینه $wbl\ /2$ در لبه یاتاقان افزایش می یابد. نرخ جریان حجمی بدون بُعد با استفاده از معادله (۱۰-۱۳) می شود :

$$Q = \frac{2q_x}{wb\ell} = 2X \tag{۱۳-۲۳}$$

که در آن $-\frac{1}{2} \le X \le \frac{1}{2}$ است .

برای بارهای مستقل از زمان ($\acute{\omega}_z$ تابعی از t نباشد) ، معادله (۱۵-۱۳) را می توان برای تعیین زمان لازم برای تقلیل سطوح موازی بین شکاف به اندازه معینی ، مورد استفاده قرار دارد . چون $w = -\partial h/\partial t$ و $h = h_0$ است ، از معادله (۱۵-۱۳) داریم :

$$w_z' = -\frac{\eta_0 \ell^3}{h_o^3}\frac{\partial h_o}{\partial t} \tag{۱۳-۲۴}$$

با جابه جایی عبارات و انتگرال گیری داریم :

$$-\frac{w_z'}{\eta_0 \ell^3}\int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{h_{o,1}}^{h_{o,2}} \frac{dh_o}{h_o^3}$$

$$\therefore\ \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\eta_0 \ell^3}{2 w_z'}\left(\frac{1}{h_{o,2}^2} - \frac{1}{h_{o,1}^2}\right) \tag{۱۳-۲۵}$$

ضخامت فیلم خروجی انتهایی $h_{o,2}$ را می توان برحسب ضخامت فیلم خروجی اولیه $h_{o,1}$ و نمو زمان Δt به صورت بیان کرد :

$$h_{o,2} = \frac{h_{o,1}}{\left[1 + \left(2 w_z' \, \Delta t \, h_{o,1}^2 / \eta_0 \ell^3\right)\right]^{1/2}} \qquad (۱۳-۲۶)$$

مسأله نمونه ۱-۱۳- سرعت جدایی لازم به صورت تئوری برای تقلیل فشار فیلم روغن بین دو صفحه موازی 0.025 m طول و عرض بی نهایت تا فشار صفر مطلق را حساب کنید ، اگر فیلم روغن جداشونده از صفحات به ضخامت 25 μm و لزجت 0.5 N . s / m داشته باشد .

حل : با تقلیل فشار تا صفر مطلق بدان معنی است که $p_m = -0.1$ MPa در معادله (۱۳-۱۳) و :

$$\frac{\partial h_o}{\partial t} = -\frac{2h_o^3}{3\eta_0 \ell^2} p_m = \frac{-2(25)^3(10^{-6})^3(-0.1)(10^6)}{3(0.5)(0.025)^2} = 0.33 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

از این حل واضح است که یک سرعت جدایی بی نهایت کوچک منتهی به کاویتاسیون و شکست فیلم روغن خواهد بود .

مسأله نمونه ۲-۱۳- اگر بار عرض ω_z' برابر با 20,000 N / m در شرایط موجود در مسأله نمونه ۱-۱۳ اعمال شود، زمان لازم برای تقلیل ضخامت فیلم به (الف) 2.5 μm ، (ب) 0.25 μm ، و (ج) صفر را محاسبه کنید .

حل : (الف) با استفاده از معادله (۱۳-۲۵) داریم :

$$\Delta t = \frac{\eta_0 \ell^3}{2 w_z'}\left(\frac{1}{h_{o,2}^2} - \frac{1}{h_{o,1}^2}\right) = \frac{0.5(0.025)^3}{2(20,000)}\left[\frac{1}{(2.5 \times 10^{-6})^2} - \frac{1}{(25 \times 10^{-6})^2}\right]$$
$$= 1.95 \times 10^{-10}(0.16 - 0.0016)10^{12} = 30.9 \text{ s}$$

(ب)

$$\Delta t = 1.95 \times 10^{-10}\left[\frac{1}{(0.25 \times 10^{-6})^2} - \frac{1}{(25 \times 10^{-6})^2}\right]$$
$$= 3120 \text{ s}$$

$$\Delta t = 1.95 \times 10^{-10}\left[\frac{1}{0} - \frac{1}{(25 \times 10^{-6})^2}\right] = \infty \qquad \text{(ج)}$$

این مشخص می کند که به صورت تئوری روغن هرگز از فضای بین صفحات موازی با فشار خارج نخواهد شد .

تفاوت روش بدون بُعد کردن بار برای عمل فشردگی معمولی در برابر با روش بدون بُعدکردن برای یک یاتاقان کشویی باید ملاحظه شود . برای عمل فشردگی معمولی ، ضمن حرکت سطوح یاتاقان به سمت یکدیگر ، سیال لزج از خود اکراه زیادی در به صورت فشرده خارج شدن از جوانب یاتاقان نشان می دهند . سختی فیلم فشرده خیلی قابل ملاحظه است و بقاء خیلی از یاتاقانهای مدرن بستگی به این پدیده دارد . عبارت ظرفیت حمل بار عمودی بدون بُعد برای یک یاتاقان تحت عمل فشرده شدن را می توان نوشت :

$$(W_z)_{\text{squeeze}} = \frac{w'_z}{\eta_0 w}\left(\frac{h_o}{\ell}\right)^3 = O|1| \qquad (۱۳-۲۷)$$

در فصل ۸ ، ظرفیت حمل بار عمودی برای یک یاتاقان کشویی بدین طریق بدون بُعد گردید :

$$(W_z)_{\text{sliding}} = \frac{w'_z}{\eta_0 u_b}\left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 = O|1| \qquad (۱۳-۲۸)$$

به تفاوت نما در عبارت h_0/l در معادلات (۲۷-۱۳) و (۲۸-۱۳) توجه کنید .

نکته دیگری که باید در باره نتایجی که تاکنون ارائه شده است ، بدان اشاره نمود مربوط به جدایی سطوح است . سرعتهای جدایی خیلی خیلی کوچک می تواند فشارهای خیلی خیلی پایین ایجاد نموده و احتمال کاویتاسیون به صورت آزادسازی گاز یا جوشش در فشارهای تقلیل یافته را افزایش می دهد . یکی از متداول ترین احتمالات ضرر کاویتاسیون جدی دریاتاقانها ، مربوط به تغییرات در شرایط عملی است که سعی در کشیدن سطوح یاتاقان به دور از هم در حضور روان کننده دارد .

۱۳-۲ یاتاقان ژورنال

در غیاب چرخش ، از فصل ۱۱ (معادلات (۲۰-۱۱) و (۲۱-۱۱)) ، داریم :

$$\omega = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \tag{۱۱-۲۰}$$

و :

$$\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial \phi}\right) + r_a^2 \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 12 r_a^2 \frac{\partial e}{\partial t}\cos(\theta' - \Phi) \tag{۱۱-۲۱}$$

اگر از نشت کناری صرف نظر شده و لزجت ثابت در نظر گرفته شود ، این معادله به شکل زیر تقلیل می یابد :

$$\frac{\partial}{\partial \phi}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \phi}\right) = 12 r_a^2 \eta_0 \frac{\partial e}{\partial t}\cos(\theta' - \Phi) \tag{۱۳-۲۹}$$

ولی ضخامت فیلم در یک یاتاقان ژورنال در فصل ۱۰ به صورت زیر تعریف شده است :

$$h = c(1 + \varepsilon \cos \phi) \tag{۱۰-۵}$$

توجه داشته باشید که این ضخامت فیلم معادل با مقدار داده شده در فصل ۱۱ (معادله (۱۴-۱۱)) است ؛ زیرا $\phi = \theta' - \Phi$ می باشد . با استفاده از معادله (۵-۱۰) ، معادله (۱-۱۳) به شکل زیر نتیجه می دهد :

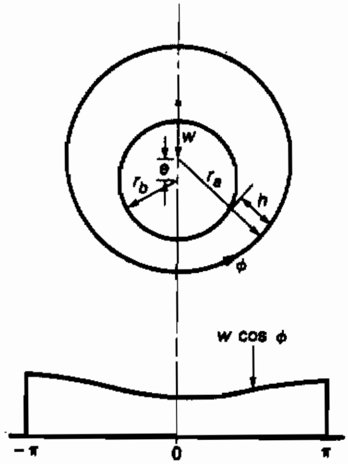
$$\frac{\partial}{\partial \phi}\left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \phi}\right) = 12 \eta_0 r_a^2 \frac{\partial h}{\partial t} = -12 \eta_0 r_a^2 w \tag{۱۳-۳۰}$$

که در آن $w = -\partial h / \partial t$ سرعت فشردگی عمودی است .

شکل فیلم بیان شده در معادله (۵-۱۰) و نشان داده شده در شکل ۱-۱۱ نشان می دهد که ضخامت فیلم در $\phi = 0$ بزرگترین مقدار را دارد . جهت شرط حرکت فشردگی معمولی در یک یاتاقان ژورنال ، شکل ۲-۱۳ می تواند مورد استفاده قرار گیرد . در این جا محور ϕ در ضخامت فیلم کمینه شروع می شود . بنابراین شکل فیلم به صورت زیر تعریف می شود :

$$h = c(1 - \varepsilon \cos \phi) \tag{۱۳-۳۱}$$

این تغییر ، معادله رینولدز بیان شده در معادله (۳۰-۱۳) را تحت تأثیر قرار نمی دهد .



شکل ۲-۱۳- یاتاقان ژورنال با عمل فشردگی فیلم عمودی . سرعتهای چرخشی همه صفر هستند

وقتی ژورنال مثل شکل ۲-۱۳ باز شود ، می توان دید که نرخی که در آن ضخامت فیلم داده شده توسط معادله (۳۱-۱۳) به خاطر حرکت فشردگی عمودی در حال تقلیل است ، برابر با $w \cos \phi$ می باشد . بنابراین برای ژورنال به صورت باز شده ، معادله رینولدز می شود :

$$\frac{d}{d\phi}\left(h^3 \frac{dp}{d\phi}\right) = -12\eta_0 r_a^2 w \cos\phi \qquad (۱۳-۳۲)$$

با انتگرال گیری نسبت به ϕ داریم :

$$\frac{dp}{d\phi} = -\frac{12\eta_0 r_a^2 w \sin\phi}{h^3} + \frac{\tilde{A}}{h^3}$$

تقارن حول خط مراکز ، ایجاب می کند که وقتی $\phi = 0$ ، $dp/d\phi = 0$ باشد ؛ بنابراین $\tilde{A} = 0$ و :

$$\frac{dp}{d\phi} = -\frac{12\eta_0 r_a^2 w \sin\phi}{h^3} \qquad (۱۳-۳۳)$$

عبارت ضخامت فیلم داده شده در معادله (۱۳-۳۱) به صورت زیر است :

$$\frac{dp}{d\phi} = -\frac{12\eta_0 r_a^2 w \sin\phi}{c^3(1-\varepsilon\cos\phi)^3}$$

با انتگرال گیری داریم :

$$p = \frac{6\eta_0 r_a^2 w}{\varepsilon c^3(1-\varepsilon\cos\phi)^2} + \bar{B} \tag{۱۳-۳۴}$$

اگر فشار p باید مقدار معینی ، وقتی $\varepsilon \to 0$ میل می کند ، داشته باشد ؛ لازم است که :

$$\bar{B} = -\frac{6\eta_0 r_a^2 w}{\varepsilon c^3} \tag{۱۳-۳۵}$$

$$\therefore p = \frac{6\eta_0 r_a^2 w}{c^3}\frac{\cos\phi(2-\varepsilon\cos\phi)}{(1-\varepsilon\cos\phi)^2} \tag{۱۳-۳۶}$$

ظرفیت حمل بار عمودی را می توان نوشت :

$$w_z' = 2\int_0^{\pi} p r_a \cos\phi \, d\phi$$

با جایگذاری معادله (۱۳-۳۶) در این معادله ، داریم :

$$w_z' = \frac{12\eta_0 r_a^3 w}{c^3}\int_0^{\pi}\frac{\cos^2\phi(2-\varepsilon\cos\phi)\,d\phi}{(1-\varepsilon\cos\phi)^2}$$

این رابطه به شکل زیر تقلیل می یابد :

$$w_z' = \frac{12\pi\eta_0 r_a^3 w}{c^3(1-\varepsilon^2)^{3/2}} \tag{۱۳-۳۷}$$

شکل ۲-۱۳ نشان می دهد که ضخامت فیلم وقتی $\phi = 0$ باشد ، یک مقدار کمینه است . بنابراین از معادله (۱۳-۳۱) داریم :

$$h_{\min} = c(1-\varepsilon) \tag{۱۳-۳۸}$$

$$\therefore \frac{dh_{\min}}{dt} = -c\frac{d\varepsilon}{dt} \tag{۱۳-۳۹}$$

زمان این رهیافت را می توان این گونه نوشت :

$$w = -\frac{dh_{\min}}{dt} = c\frac{d\varepsilon}{dt} \tag{۱۳-۴۰}$$

با جایگذاری معادله (۱۳-۴۰) در معادله (۱۳-۳۷) داریم :

$$\frac{w_z' c^2}{12\pi\eta_0 r_a^3}\int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{d\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} = \left[\frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^{1/2}}\right]_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}$$

$$\therefore t_2 - t_1 = \Delta t = \frac{12\pi\eta_0 r_a^3}{w_z' c^2}\left[\frac{\varepsilon_2}{(1-\varepsilon_2^2)^{1/2}} - \frac{\varepsilon_1}{(1-\varepsilon_1^2)^{1/2}}\right] \tag{۱۳-۴۱}$$

مسأله نمونه ۱۳-۳- زمان لازم برای افزایش نسبت خارج از مرکز از 0.6 تا 0.9 در یک یاتاقان ژورنال با قطر 5 cm و دارای لقی شعاعی 25μm ، لزجت روان کننده 1 P ، و بار بر واحد عرض 20,000 N / m را محاسبه کنید .

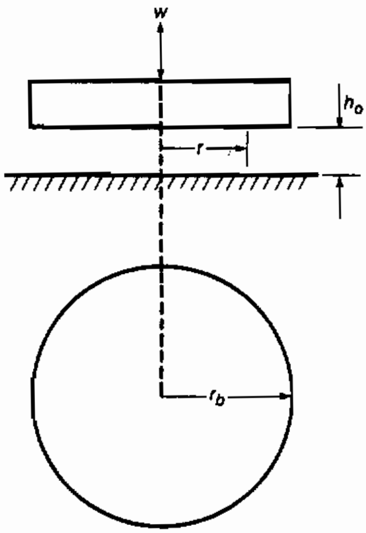
حل :از معادله (۱۳-۴۱) ؛

$$\Delta t = \frac{12\pi(0.1)(0.025)^3}{(25)^2(10^{-12})(20{,}000)}\left[\frac{0.9}{(0.19)^{1/2}} - \frac{0.6}{(0.64)^{1/2}}\right] \text{s}$$
$$= 4.71(2.064 - 0.750)\ \text{s}$$
$$= 6.2\ \text{s}$$

۱۳-۳ صفحه مدور موازی

شکل هندسی یک صفحه مدور ، میل کننده به سمت یک صفحه در یک موقعیت موازی در شکل ۱۳-۳ نشان داده شده است . معادله رینولدز مناسب برای محورهای استوانه ای ، در معادله (۱۳-۴) بیان می شود . اگر این سطوح موازی باشند ، تقارن محوری وجود داشته و فشار فقط تابعی از شعاع است . بنابراین :

$$\frac{d}{dr}\left(rh_o^3\frac{dp}{dr}\right) = -12\eta_0 r w \tag{۱۳-۴۲}$$



شکل ۳-۱۳- صفحه مدور موازی متمایل به سمت یك سطح صفحه‌ای

با انتگرال گیری داریم :

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{6\eta_0 rw}{h_o^3} + \frac{\bar{A}}{rh_o^3}$$

چون dp/dr در $r = 0$ مقدار بی نهایت به دست نخواهد داد ، سپس $\bar{A} = 0$ است . بنابراین :

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{6\eta_0 rw}{h_o^3} \qquad (۱۳-۴۳)$$

با انتگرال گیری بیشتر داریم :

$$p = -\frac{3\eta_0 r^2 w}{h_o^3} + \bar{B}$$

شرط مرزی $r = r_b$ ، $p = 0$ است ، بنابراین داریم :

$$\therefore \bar{B} = \frac{3\eta_0 r_b^2 w}{h_o^3}$$

و

$$p = \frac{3\eta_0 w}{h_o^3}\left(r_b^2 - r^2\right) \qquad (۱۳-۴۴)$$

$$p_m = \frac{3\eta_0 w r_b^2}{h_o^3} \qquad (۱۳-۴۵)$$

مؤلفه بار عمودی را می توان نوشت :

$$w_z = \int_0^{r_b} 2\pi r p\, dr = \frac{6\pi\eta_0 w}{h_o^3}\left(\frac{r_b^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right)_{r=0}^{r=r_b}$$

$$\therefore\ w_z = \frac{3\pi\eta_0 r_b^4 w}{2h_o^3} \qquad (۱۳-۴۶)$$

زمان تمایل را می توان از این معادله $w = -dh/dt$ به دست آورد :

$$\int dt = -\frac{3\pi\eta_0 r_b^4}{2w_z}\int_{h_{o,1}}^{h_{o,2}} \frac{dh}{h^3}$$

یا

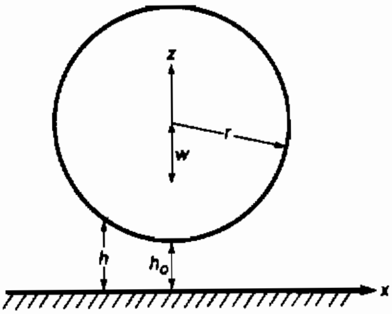
$$\Delta t = \frac{3\pi\eta_0 r_b^4}{4w_z}\left(\frac{1}{h_{o,2}^2} - \frac{1}{h_{o,1}^2}\right) \qquad (۱۳-۴۷)$$

۱۳-۴ سیلندر بی نهایت بلند نزدیک یک صفحه

تاکنون در این فصل شکل هندسی سطوح صلب روان کاری شده توسط حرکت فشرده عمودی مربوط به سطوح همدیسی بوده است . در این قسمت سطوح ناهمدیسی سیلندری بی نهایت بلند در یک صفحه مورد بررسی قرار می گیرد . شکل هندسی این سطوح و محور مختصات مربوطه در شکل ۴-۱۳ نشان داده شده است . طول این سیلندر نسبت به شعاعش بزرگ فرض می شود ، به گونه ای که از نشت کناری بتوان صرف نظر کرد . مانند تمامی موارد دیگر در این فصل ، لزجت و جرم مخصوص ثابت و سطوح جامد ، صلب فرض می شوند .

معادله رینولدز مناسب عبارت است از :

$$\frac{d}{dx}\left(h^3\frac{dp}{dx}\right) = -12\eta_0 w$$



شکل ۴-۱۳- سیلندر صلب متمایل به سمت یک سطح موازی

یک بار انتگرال گیری ، می دهد :

$$\frac{dp}{dx} = -12\eta_0 w \frac{x}{h^3} + \bar{A}$$

با استفاده از شرط مرزی $dp/d\phi = 0$ وقتی $x = 0$ نتیجه می دهد که $\bar{A} = 0$ است . با انتگرال گیری دوبار داریم :

$$p = -12\eta_0 w \int \frac{x}{h^3}\, dx + \bar{B} \qquad (۱۳-۴۸)$$

ضخامت فیلم در شکل ۴-۱۳ را می توان نوشت :

$$h = h_o + r - (r^2 - x^2)^{1/2} = h_o + r - r\left[1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2\right]^{1/2}$$

جمله آخر در سمت راست این معادله را می توان برحسب سری این گونه بیان کرد :

$$h = h_o + r - r\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{r}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{x}{r}\right)^4 - \frac{1}{16}\left(\frac{x}{r}\right)^6 - \cdots\right]$$

یا

$$h = h_o + \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{r}\right)\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{x}{r}\right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{x}{r}\right)^4 + \cdots\right] \quad (۱۳-۴۹)$$

چون در ناحیه روان کاری $r >> x$ ، به ترتیبی که $x^2/r^2 << 1$ ، این معادله می شود ؛

$$h = h_o + \frac{x^2}{2r} \quad (۱۳-۵۰)$$

یا :

$$dh = \frac{x\,dx}{r} \quad (۱۳-۵۱)$$

بنابراین معادله (۴۸-۱۳) می شود :

$$p = -12\eta_0 wr \int \frac{dh}{h^3} + \bar{B}$$
$$= \frac{6\eta_0 wr}{h^2} + \bar{B}$$

با استفاده از این شرط مرزی که h وقتی فشار صفر است بزرگ می شود ، نتیجه $\bar{B} = 0$ را می دهد، بنابراین داریم :

$$\therefore p = \frac{6\eta_0 wr}{h^2} = \frac{6\eta_0 wr}{h_o^2}\frac{1}{\left(1 + x^2/2rh_o\right)^2} \quad (۱۳-۵۲)$$

مؤلفه بار عمودی را می توان نوشت :

$$w_z' = \int_{-r}^{r} p\,dx = \frac{6\eta_0 wr}{h_o^2}\int_{-r}^{r}\frac{dx}{\left(1 + x^2/2rh_o\right)^2} \quad (۱۳-۵۳)$$

فرض کنید که $x^2/2rh_0$ ، سپس داریم :

$$dx = (2rh_o)^{1/2}\sec^2\psi\,d\psi \quad (۱۳-۵۴)$$

و

$$\left(1 + \frac{x^2}{2rh_o}\right)^2 = (1 + \tan^2\psi)^2 = \sec^4\psi$$

$$\therefore \int_{-r}^{r} \frac{dx}{(1 + x^2/2rh_o)^2} = (2rh_o)^{1/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2\psi\, d\psi = \frac{\pi}{2}(2rh_o)^{1/2} \quad (۱۳-۵۵)$$

و

$$w'_z = \frac{3\pi\eta_0 wr}{h_o}\left(\frac{2r}{h_o}\right)^{1/2} \quad (۱۳-۵۶)$$

زمان میل کردن را می توان مستقیماً از این معادله ضمن استفاده از این حقیقت که $w = -dh_0/dt$ است ، این گونه نوشت :

$$\frac{w'_z}{3\pi\eta_0 r\sqrt{2r}} \int dt = -\int_{h_{o,1}}^{h_{o,2}} \frac{dh_o}{h_o^{3/2}} = \left(\frac{2}{h_o^{1/2}}\right)_{h_o=h_{o,1}}^{h_o=h_{o,2}}$$

$$\therefore \Delta t = \frac{6\sqrt{2}\,\pi\eta_0 r}{w'_z}\left[\left(\frac{r}{h_{o,2}}\right)^{1/2} - \left(\frac{r}{h_{o,1}}\right)^{1/2}\right] \quad (۱۳-۵۷)$$

اگر $h_{0,2} << h_{0,1}$ باشد ، داریم :

$$\Delta t = \frac{6\sqrt{2}\,\pi\eta_0 r}{w'_z}\left(\frac{r}{h_{o,2}}\right)^{1/2} \quad (۱۳-۵۸)$$

۵-۱۳ مؤخره

ایجاد فشار مثبت در یک سیال بین دو سطح ، وقتی سطوح به طرف یکدیگر درحرکتند، به دست آمد . زمان معینی جهت تخلیه سیال از این شکاف لازم است . این عمل یک اثر مفید بالشتکی در یاتاقان فراهم می آورد . اثر معکوس ، یعنی که سطوح از یکدیگر جدا می شوند اتفاق می افتد ، می تواند منتهی به کاویتاسیون در فیلم مایع شود .

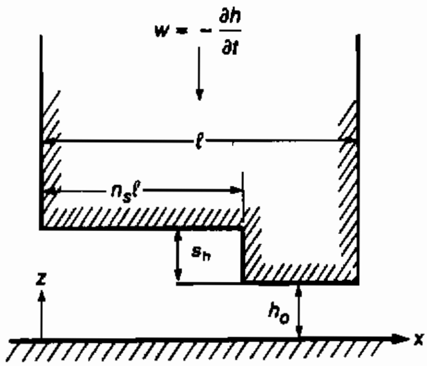
دریافتیم که یک شکل فیلم موازی ، بزرگترین ظرفیت حمل بار عمودی ، در تمام حالات ممکن از فیلم را به وجود آورد . این نتیجه مخالف با نتایج یاتاقان کشویی داده شده

در فصل ۸ است ، که در آن فیلم موازی را نشان داده شد که فشار مثبت تولیدنکرده و بنابراین ظرفیت حمل بار به وجود نمی‌آورد . همچنین نتیجه گرفتیم که در عمل فشردگی عمودی ، ضمن حرکت سطوح یاتاقان به سمت یکدیگر ، سیال لزج اکراه زیادی از این که بخواهد با فشار از جوانب یاتاقان خارج می شود ، از خود نشان می دهد . سختی یک فیلم فشرده شده قابل توجه است و بقاء خیلی از یاتاقانهای مدرن بستگی به این پدیده دارد . و نیز دریافتیم که یک سرعت میل نسبتاً کوچک ، یک ظرفیت حمل بار کاملاً بزرگی تولید می کند .

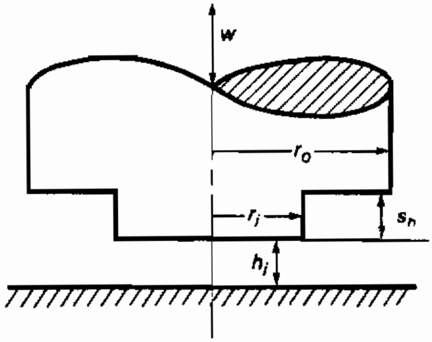
اشکال هندسی گوناگون که مورد بررسی قرار گرفتند ، یک یاتاقان با سطح موازی ، یک یاتاقان ژورنال ، یک صفحه مدور موازی ، و یک سیلندر بی نهایت بلند نزدیک یک صفحه بودند . برای هر کدام از این شکلها نه تنها فشار بلکه ظرفیت حمل بار و زمان میل نیز داده می شود .

۶-۱۳ مسائل

۱-۶-۱۳ در یاتاقان پله موازی داده شدهٔ زیر ، از نشت کناری صرف‌نظر کرده و فرض کنید که فقط یک حرکت فشردگی عمودی وجود دارد . توزیع فشار برای نواحی ورودی و خروجی را تعیین کنید . همچنین موقعیت فشار بیشینه ، ظرفیت حمل بار عمودی ، و نرخ جریان حجمی را تعیین کنید .



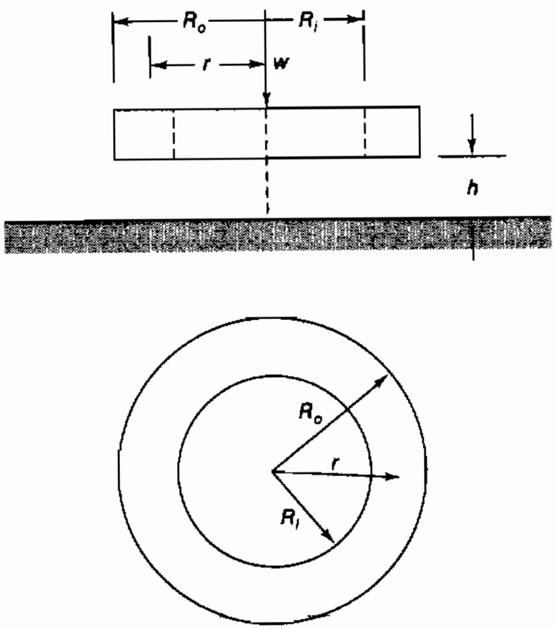
۱۳-۶-۲ عباراتی برای توزیع فشار ، ظرفیت حمل بار و زمان میل کردن برای وضعیت فیلم فشرده شده و شکل هندسی زیر به دست آورید :



در مختصات استوانه ای قطبی ، معادله رینولدز برای شرایط غیرقابل تراکم ، لزجت ثابت در معادله (۴-۱۳) بیان می شود . در این مسأله تقارن محوری فرض شده که نتیجه می دهد ، فشار فقط تابعی از شعاع است . بنابراین معادله رینولدز به صورت زیر تقلیل می یابد :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(rh^3\frac{\partial p}{\partial r}\right) = -12\eta_0 rw$$

۱۳-۶-۳ برای یاتاقان فیلم فشرده شده عمودی نشان داده شدهٔ زیر ، عباراتی برای توزیع فشار ، ظرفیت حمل بار عمودی ، و زمان میل کردن به دست آورید :



تقارن محوری فرض کرده و فشار در $r = R_i$ و $r = R_0$ صفر است .

۱۳-۶-۴ معادله رینولدز برای عمل فیلم فشرده در یک روان کننده غیرقابل تراکم موجود بین دوسطح یاتاقان غیرموازی با عرض بی نهایت میل کننده به سمت یکدیگر با سرعت w_0 :

$$\frac{d}{dx}\left(h^3\frac{dp}{dx}\right) = 12\eta_0 w_0$$

است . از نشت کناری صرف نظر می شود . عبارتی برای زمان کاهش ضخامت فیلم کمینه در یک یاتاقان با کفشک شیب دار از مقدار اولیه $h_{0,1}$ به مقدار انتهایی $h_{0,2}$ تحت عمل یک بار ثابت در واحد عرض ω بیابید . در تجزیه و تحلیل فرضیه ها باید به وضوح بیان شوند .

اگر ارتفاع شانه در ابتدا برابر با ضخامت فیلم خروجی روی یک کفشک 1.5 اینچ مربع باشد ، زمان لازم را برای این که یک بار 500 lbf روی کفشک فیلم کمینه را از 0.001 اینچ به 0.0001 اینچ تقلیل دهد ، به دست آورید ؛ اگر لزجت روان کننده 0.5 P باشد .

فصل چهاردهم

روان کاری هیدرواستاتیکی

در فصلهای ۸ تا ۱۲ روان کاری هیدرودینامیکی ، که در آن سطح یاتاقان کاملاً توسط یک فیلم سیال از یکدیگر جدا می شوند ، مورد بررسی قرار گرفتند . با استفاده از عمل لغزندگی جدایی فیلم به دست آمد تا با مکانیزم تولید فشار گوه فیزیکی ، فشار داخل یاتاقان توسعه یابد . چنین یاتاقانهایی علاوه بر داشتن نیروی بازدارنده از حرکت اصطکاکی پایین و نیز اُفت قدرت پایین ، از امتیاز بسیار خوب ساده بودن ، برخوردارند . لذا قابل اعتماد و ارزان بوده و نگهداری آنها راحت است ، یاتاقانهای کشویی روان کاری شونده به صورت هیدرودینامیکی خودعمل کننده هستند ، اگرچه که از معایب مهم و بخصوص زیر ، برخوردارند :

۱- اگر سرعت طراحی پایین باشد ، ممکن است تولید فشار هیدرودینامیکی لازم ، امکان پذیر نباشد .

۲- روان کاری فیلم سیال ممکن است در زمان شروع ، تغییر جهت داده و یا قطع شود .

۳- در یاتاقان ژورنال در نظر گرفته شده در فصلهای ۱۰ تا ۱۲ ، محور به طور هم مرکزی کارکرده و موقعیت یاتاقان با بار تغییر می کند ؛ بنابراین دلالت بر شقی پایین دارد .

در یاتاقانهای روان کاری شونده هیدرواستاتیکی (همچنین «تحت فشار از خارج» نامیده می شود) ، سطوح یاتاقان توسط یک فیلم سیال نگه داشته شده توسط یک منبع فشار در خارج

این یاتاقان جدا می شوند . یاتاقانهای هیدرواستاتیکی معایب ۱ و ۲ را نداشته و تغییرات موقعیت یاتاقان با بار ذکر شده در معایب ۳ را تقلیل می دهند . مشخصه های یاتاقانهای روان کاری شونده به صورت هیدرواستاتیکی عبارتند از :

۱- اصطکاك خیلی خیلی پایین .

۲- ظرفیت حمل بار بسیار بالا در سرعتهای پایین .

۳- دقت جایگذاری خیلی بالا در سرعت بالا و کاربرد بار سبک .

۴- یک سیستم روان کاری پیچیده تر از آن برای یاتاقانهای خود عمل کننده (در نظر گرفته شده در فصلهای ۸ تا ۱۲) .

بنابراین یاتاقانهای روان کاری شونده هیدرواستاتیکی زمانی مورد استفاده قرار می گیرند ، که نیاز مبرمی به آنها باشد ؛ مثل تلسکوپهای بزرگ و واحدهای جستجوکننده رادار ، که در آنها بارهای خیلی خیلی سنگین و سرعتهای خیلی خیلی پایین استفاده می شوند ، یا در ماشین ابزارها و ژیروسکوپها ، که در آنها سرعتهای خیلی بالا ، بارهای سبک و روان کننده های گازی استفاده می شوند .

۱۴-۱ تشکیل فیلم سیال

شکل ۱۴-۱ چگونگی تشکیل یک فیلم سیال در یک سیستم یاتاقان روان شونده هیدرواستاتیکی را نشان می دهد . در یک سیستم یاتاقان ساده بدون فشار (شکل ۱۴-۱ الف)، قسمت چرخنده که تحت تأثیر بار ω_z است ، روی کفشک یاتاقان قرار داده می شود . ضمن افزایش فشار منبع (شکل ۱۴-۱ ب) ، فشار در تورفتگی کفشک نیز افزایش می یابد . فشار قسمت تورفتگی تا نقطه ای افزایش می یابد (شکل ۱۴-۱ ج) که فشار روی قسمت چرخنده برروی مساحتی برابر با مساحت تورفتگی کفشک به اندازه کافی برای بلندکردن بار باشد . این ، به طور متداول «بالابری فشار» p_l نامیده می شود . درست بعد از این که قسمت چرخنده از کفشک یاتاقان جدا می شود (شکل ۱۴-۱ د) ، فشار تورفتگی کمتر از مقدارلازم برای بلندکردن چرخنده یاتاقان است $(p_r < p_l)$. پس از بلندشدن ، جریان به داخل سیستم وارد می شود . بنابراین یک اُفت فشار بین منبع فشار و یاتاقان و از (در عرض محدودکننده) تورفتگی تا خروجی یاتاقان وجود دارد . اگر بار بیشتری به یاتاقان اضافه شود (شکل ۱۴-۱ هـ) ، ضخامت فیلم کاهش یافته و فشار تورفتگی بالا خواهد رفت تا فشار انتگرال گرفته شده درعرض

زمین با بار برابر شود . اگر بار سپس به کمتر از مقدار اولیه تقلیل یابد (شکل ۱-۱۴ و) ، ضخامت فیلم تا مقدار بالاتری افزایش خواهد یافت و فشار تورفتگی مطابق با آن کاهش می یابد . بار بیشینه که می تواند توسط کفشک حمایت شود ، از لحاظ تئوری ، وقتی که فشار تورفتگی برابر با فشار منبع است ، به دست خواهد آمد اگر باری بزرگتر از این به کار گرفته شود، یاتاقان خواهد نشست ، و همانطور نشسته باقی می ماند تا بار تقلیل یابد و دوباره توسط فشار منبع حمایت می شود .

۱۴-۲ توزیع فشار و جریان

یاتاقان شکل ۲-۱۴ را در نظر بگیرید ، در این یاتاقان بار ω_z توسط یک سیال به تورفتگی در p_r تحمل شده و جریان روان کننده شعاعی است . تورفتگیها یا جیبها روی یکی از سطوح به عمق Δ تعبیه می شوند تا فشار منتجه را افزایش دهند . فشار در تورفتگی برروی تمام مساحت جیبها ثابت است ، اگر برای روان کننده های مایع $\Delta/h_0 > 10$ باشد . فرض کنید در سرتاسر تورفتگی $p = p_r$ است .

با فرض این که در هر وضعیت شعاعی یا زاویه ای ضخامت فیلم یکسان است ، و این که فشار در جهت θ تغییر نمی کند ، از معادله (۷-۵۷) معادله رینولدز مناسب عبارت است از :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) = 0$$

با یک بار انتگرال گیری می دهد:

$$\frac{dp}{dr} = \bar{A}$$

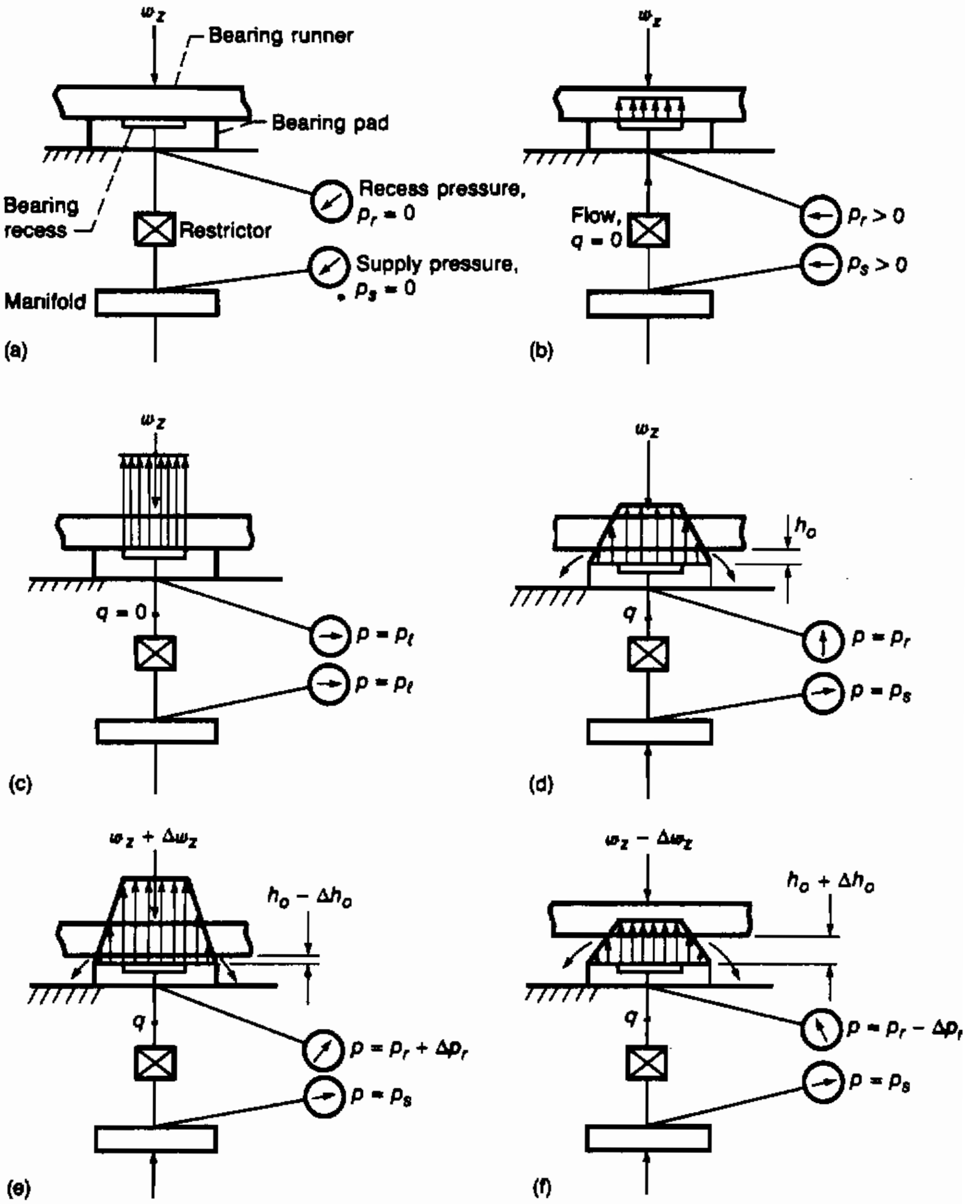
با انتگرال گیری مجدد داریم :

$$p = \bar{A}\ln r + \bar{B} \qquad (۱۴-۱)$$

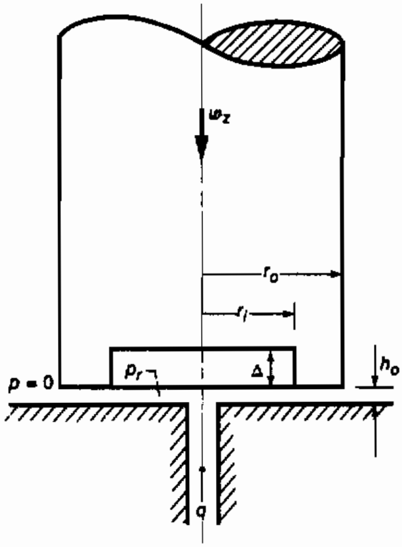
شرایط مرزی برای یاتاقان کف گرد مدور نشان داده شده در شکل ۲-۱۴ ، عبارتند از :

۱- $p = p_r$ در $r = r_i$.

۲- $p = 0$ در $r = r_0$.



شکل ۱-۱۴- تشکیل سیال در سیستم یاتاقان هیدرواستاتیک . (الف) پمپ خاموش ، (ب) فشار در حال افزایش ، (ج) فشار ضرب در مساحت تورفتگی برابر با بار عمودی اعمال شده ، (د) یاتاقان در حال عمل ، (هـ) بار افزوده شده ، (و) بار کاهش داده شده



شکل ۲-۱۴- یاتاقان کف‌گرد هیدرواستاتیک جریان شعاعی با کفشک پله‌ای مدور

با استفاده از این شرایط مرزی ، داریم :

$$p = p_r \frac{\ln(r/r_o)}{\ln(r_i/r_o)} \tag{۱۴-۲}$$

و :

$$\frac{dp}{dr} = \frac{p_r}{r\ln(r_i/r_o)} \tag{۱۴-۳}$$

نرخ جریان حجمی شعاعی بر محیط به صورت زیر داده می شود :

$$q'_r = -\frac{h_o^3}{12\eta_0}\frac{dp}{dr} = -\frac{h_o^3 p_r}{12\eta_0 r\ln(r_i/r_o)} \tag{۱۴-۴}$$

نرخ جریان حجمی کلی می شود :

$$q = 2\pi r q'_r = -\frac{\pi h_o^3 p_r}{6\eta_0\ln(r_i/r_o)} = \frac{\pi h_o^3 p_r}{6\eta_0\ln(r_o/r_i)} \tag{۱۴-۵}$$

۳-۱۴ مؤلفه بار عمودی

با استفاده از معادله (۲-۱۴) ، توزیع فشار در یک یاتاقان کف گرد هیدرواستاتیکی با جریان شعاعی (نشان داده شده در شکل ۳-۱۴) را می توان به دست آورد . مؤلفه بار عمودی توسط نیروی فشار کلی متعادل می شود و یا خواهیم داشت :

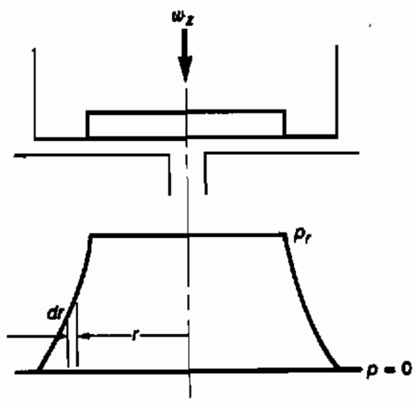
$$w_z = \pi r_i^2 p_r + \int_{r_i}^{r_o} \frac{p_r \ln(r/r_o)}{\ln(r_i/r_o)} 2\pi r\,dr$$

این عبارت ، به صورت زیر تقلیل می یابد :

$$w_z = \frac{\pi p_r\left(r_o^2 - r_i^2\right)}{2\ln(r_o/r_i)} \qquad (۱۴-۶)$$

توجه داشته باشید که بار تابعی از لزجت نیست ؛ بنابراین نمی توان از هر سیالی که ماده یاتاقان را از بین نمی برد استفاده کرد . در جایی که سیال از قبل در دستگاه وجود دارد ، این یک روان کننده ایده آل است . مثال :

۱- نفت در موتورهای هواپیما .
۲- آب در ماشینهای هیدرولیکی .
۳- اکسیژن مایع در موتور راکت .



شکل ۳-۱۴- توزیع فشار در یاتاقان کف گرد هیدرواستاتیکی با جریان شعاعی

ملاحظاتی دیگر در باره معادلات توسعه یافته :

۱- اگر $\omega_z = (\pi r_i^2)$ (فشار بالابری) باشد ، «بلندشدن» رخ می دهد که در طراحی یاتاقانهای هیدرواستاتیکی این کنترل اهمیت دارد .

۲- از معادلات (۵-۱۴) و (۶-۱۴) می توان دریافت که برای یک هندسه یاتاقان و سیال ، داریم :

$$w_z \propto p_r \qquad \text{and} \qquad p_r \propto \frac{q}{h_o^3}$$

$$\therefore q \propto w_z h_o^3$$

بنابراین برای یک نرخ جریان سیال ثابت ، ظرفیت حمل بار ω_z ضمن کاهش ضخامت فیلم افزایش می یابد . این بدان معنی است که یک یاتاقان با نرخ جریان ثابت ، خود جبران کننده است . بار حدی عملاً وقتی h_0 به اندازه زبری سطح تقلیل می یابد ، به دست می آید .

۲-۱۴ گشتاور اصطکاکی و اُفت توان

با فرض این که : ۱- مؤلفه محیطی سرعت سیال در عرض فیلم به صورت خطی تغییر می کند ، ۲- اصطکاك لزجت در داخل تورفتگی صرف نظر می شود ؛ از معادله (۱-۶) نیروی برشی روی یک المان سیال را می توان به صورت زیر نوشت :

$$f = \eta_0 A \frac{u}{h_o} = \eta_0 (r\,d\phi\,dr) \frac{\omega r}{h_o} = \frac{\eta_0 \omega r^2\,dr\,d\phi}{h_o}$$

گشتاور اصطکاکی برابر است با :

$$t_q = \frac{\eta_0 \omega}{h_o} \int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_o} r^3\,dr\,d\phi = \frac{\pi \eta_0 \omega}{2h_o} \left(r_o^4 - r_i^4\right) \qquad (۱۴-۷)$$

اُفت قدرت کلی لازم از دو قسمت تشکیل می شود :

۱- اتلاف لزجت :

$$H_v = \omega t_q = \frac{\pi \eta_0 \omega^2}{2h_o} \left(r_o^4 - r_i^4\right) \qquad (۱۴-۸)$$

۲- اُفت پمپاژ :

$$\overline{H}_p = p_r q = \frac{\pi h_o^3 p_r^2}{6\eta_0 \ln(r_o/r_i)} \qquad (۱۴-۹)$$

بنابراین اُفت قدرت کلی را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$H_t = H_v + \overline{H}_p = \frac{\pi \eta_0 \omega^2}{2h_o}\left(r_o^4 - r_i^4\right) + \frac{\pi h_o^3 p_r^2}{6\eta_0 \ln(r_o/r_i)} \qquad (۱۴-۱۰)$$

توجه داشته باشید که H_v از این معادله به طور معکوس متناسب با h_0 بوده و $\overline{H}_p$ متناسب با h_0^3 است .

غالباً سرعتهای یاتاقان کم بوده و فقط قدرت پمپاژ قابل توجه است . با فرض این که قطر خارجی یاتاقان $2r_0$ به خاطر محدودیتهای فیزیکی ثابت می شود ، بسیاری از ترکیبات اندازه تورفتگی یاتاقان و فشار ، بار را حمایت خواهد کرد . برای یاتاقانهای هیدرواستاتیکی بزرگ ، کمینه کردن قدرت می تواند مهم باشد . یعنی ما دوست داریم بدانیم که اندازه تورفتگی بهینه برای قدرت پمپاژ کمینه چیست .

با بیان فشار تورفتگی از معادله (۶-۱۴) به صورت زیر :

$$p_r = \frac{2w_z \ln(r_o/r_i)}{\pi\left(r_o^2 - r_i^2\right)}$$

و با استفاده از معادله (۵-۱۴) ، اُفت فشار را به دلیل قدرت پمپاژ ، به صورت زیر داریم :

$$\overline{H}_p = p_r q = \frac{\pi h_o^3}{6\eta_0 \ln(r_o/r_i)} \frac{4w_z^2[\ln(r_o/r_i)]^2}{\pi^2\left(r_o^2 - r_i^2\right)^2} = \frac{2h_o^3 w_z^2 \ln(r_o/r_i)}{3\pi\eta_0\left(r_o^2 - r_i^2\right)^2}$$

با مشتق گیری بر حسب r_i و برابر قرار دادن با صفر ، ضمن فرض یک بار ثابت داریم :

$$\frac{\partial \overline{H}_p}{\partial r_i} = 0 \qquad \text{and} \qquad \ln\frac{r_o}{r_i} = \frac{1}{4}\left(\frac{r_o^2}{r_i^2} - 1\right)$$

بنابراین $r_i/r_0 = 0.53$ می شود . این اُفت قدرت پمپاژ کمینه را به وجود می آورد :

مسأله نمونه ۱-۱۴ - طبق شکل ۲-۱۴ یک یاتاقان کف گرد پله ای مدور به صورت

هیدرواستاتیکی روان کاری می شود ، و این مقادیر را داریم :

$$r_o = 7.5 \text{ cm}$$

$$r_i = 5.0 \text{ cm}$$

$$w_z = 50 \text{ kN}$$

$$N_a = 15 \text{ r/s}$$

$$\eta_0 = 2.4 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$$

اگر ضخامت فیلم مطلوب $100 \mu\text{m}$ باشد ، فشار تورفتگی ، نرخ جریان ، و اُفت قدرت برای این یاتاقان را تعیین کنید .

حل :از معادله (۶-۱۴) بار عمودی می شود :

$$w_z = \frac{\pi p_r \left(r_o^2 - r_i^2\right)}{2 \ln \left(r_o/r_i\right)}$$

از این معادله ، فشار تورفتگی را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$p_r = \frac{2 w_z \ln \left(r_o/r_i\right)}{\pi \left(r_o^2 - r_i^2\right)}$$

$$= \frac{2(50)(10^3) \ln (7.5/5)}{\pi \times 10^{-4}\left[(7.5)^2 - (5)^2\right]}$$

$$= 0.413 \times 10^7 \text{ N/m}^2 = 4.13 \text{ MPa}$$

از معادله (۵-۱۴) نرخ جریان حجمی کلی می شود :

$$q = \frac{\pi h_o^3 p_r}{6 \eta_0 \ln \left(r_o/r_i\right)} = \frac{\pi (100 \times 10^{-6})^3 (4.13 \times 10^6)}{6(2.4)(10^{-2}) \ln (7.5/5)}$$

$$= 0.0133 \text{ m}^3/\text{min} = 0.8 \text{ m}^3/\text{h}$$

از معادله (۱۰-۱۴) ، اُفت قدرت کلی را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$H_t = H_r + H_p = \frac{\pi \eta_0 \omega^2}{2 h_o}\left(r_o^4 - r_i^4\right) + \frac{\pi h_o^3 p_r^2}{6 \eta_0 \ln \left(r_o/r_i\right)}$$

بنابراین اُفت قدرت به دلیل اُفت لزجت ، می شود :

$$H_r = \frac{\pi (2.4 \times 10^{-2})}{2(100 \times 10^{-6})}\left[(15)(2\pi)\right]^2 (10^{-4})(10^{-4})\left[(7.5)^4 - 5^4\right]$$

$$= 85 \text{ W} = \underline{0.085 \text{ kW}}$$

اُفت قدرت به دلیل اُفت پمپاژ ، می شود :

$$H_p = \frac{\pi(100 \times 10^{-6})^3(0.413 \times 10^7)^2}{6(2.4 \times 10^{-2}) \ln(7.5/5)}$$

$$= 0.092 \times 10^4 \text{ W} = \underline{0.92 \text{ kW}}$$

$$H_t = 0.085 + 0.92 = \underline{1.005 \text{ kW}}$$

توجه داشته باشید که $H_t \approx H_p$ و $H_p \approx H_r$ است .

۱۴-۵ ضرایب کفشک

معـادلات (۱۴-۵) ، (۱۴-۶) ، و (۱۴-۹) جـریان ، بار ، و اُفت قـدرت برای یک کفشک یاتاقان پله موازی را بیان می کنند . بدون در نظرگیری شکل یا اندازه ظرفیت حمل بار یک کفشک یاتاقان را می توان به شکل کلی تری بیان کرد :

$$w_z = a_b A_p p_r \tag{۱۴-۱۱}$$

که در آن a_b = ضریب بار کفشک یاتاقان بدون بُعد .

A_p = کل تصویر مساحت کفشک ، برحسب m^2 .

مقدار جریان روان کننده در عرض یک کفشک و از میان لقی یاتاقان ، می شود :

$$q = q_b \frac{w_z}{A_p} \frac{h_o^3}{\eta_0} \tag{۱۴-۱۲}$$

که در آن q_b ضـریب بدون بُعـد جـریان کـفـشک یاتاقـان اسـت . قـدرت پمـپـاژ لازم برای کفشک هیدرواستاتیکی را می توان توسط حاصل ضرب فشار تورفتگی و جریان به دست آورد . فـرض کنیـد کـه سـرعت زاویه ای صـفـر است به ترتیـبی کـه اُفت لزجت بـه خـاطر اُفت توان صفر است :

$$\overline{H}_p = p_r q = H_b \left(\frac{w_z}{A_p}\right)^2 \frac{h_o^3}{\eta_0} \tag{۱۴-۱۳}$$

که در آن $H_b = q_b / a_b$ ضریب بدون بعد قدرت کفشک یاتاقان است .

بنابراین طراح یاتاقانهای هیدرواستاتیکی در ابتدا سه ضریب بدون بُعد یاتاقان (a_b ، q_b، و H_b) را مورد رسیدگی قرار می دهد . مقادیر هر دو ضریب از این ضرایب برای تعیین سومی کافی است . ضرایب یاتاقان ، کمیتهای بدون بُعدی هستند که مشخصه های عملکرد بار، جریان و قدرت را به پارامترهای فیزیکی مربوط می کنند . ضرایب یاتاقان برای چندین نوع کفشک یاتاقان در نظر گرفته خواهد شد .

۱۴-۵-۱ *کفشک یاتاقان پله ای مدور*

با دوباره نویسی معادلات (۱۴-۵) ، (۱۴-۶) ، و (۱۴-۹) برحسب معادلات (۱۴-۱۱) تا (۱۴-۱۳) ، به ترتیب داریم :

$$a_b = \frac{1 - (r_i/r_o)^2}{2\ln(r_o/r_i)} \tag{۱۴-۱۴}$$

$$q_b = \frac{\pi}{3\left[1 - (r_i/r_o)^2\right]} \tag{۱۴-۱۵}$$

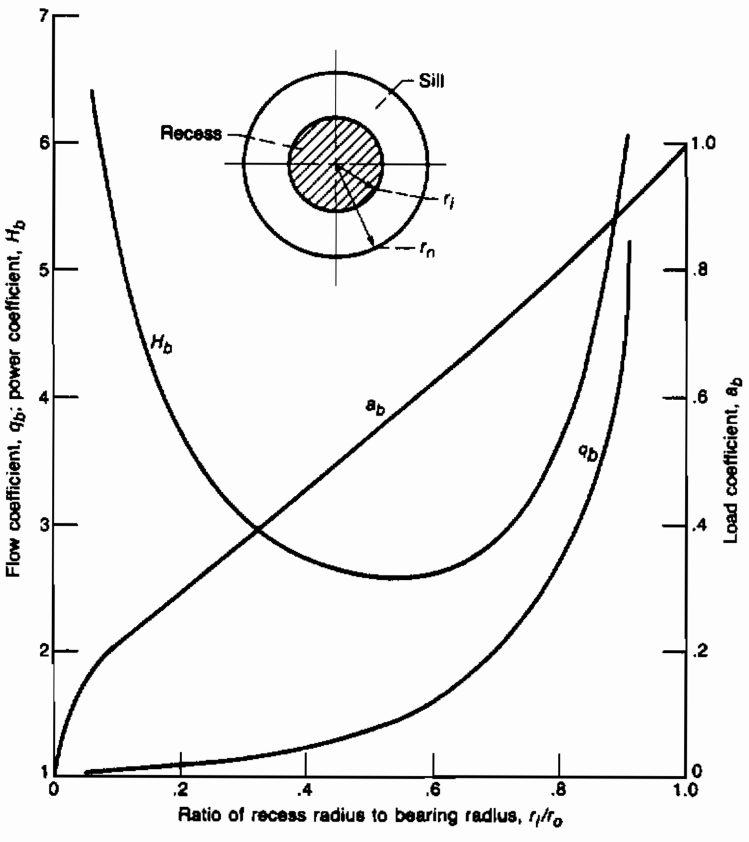
$$H_b = \frac{2\pi \ln(r_o/r_i)}{3\left[1 - (r_i/r_o)^2\right]^2} \tag{۱۴-۱۶}$$

مساحت تصویرشده کلی کفشک ، عبارت است از :

$$A_p = \pi r_o^2 \tag{۱۴-۱۷}$$

در شکل ۱۴-۴ سه ضریب کفشک یاتاقان برای نسبتهای مختلف شعاع تورفتگی به شعاع یاتاقان برای یک یاتاقان کف گرد پله مدور نشان داده می شود . ضریب بار کفشک یاتاقان a_b از صفر برای تورفتگیهای خیلی کوچک تا واحد برای یاتاقانهای دارای تورفتگیهای بزرگ نسبت به ابعاد کفشک تغییر می کند . در واقع a_b اندازه گیر راندمان یاتاقان در استفاده از فشار تورفتگی برای حمایت از بار اعمالی است . ضریب جریان کفشک یاتاقان q_b از مقدار واحد برای تورفتگیهای نسبتاً کوچک تامقداری نزدیک به بی نهایت برای یاتاقانهای با تورفتگیهای خیلی بزرگ ، تغییر می کند . به طور فیزیکی ضمن بزرگ شدن تورفتگی نسبت به یاتاقان ، مقاومت هیدرولیکی به جریان سیال کاهش می یابد و لذا جریان افزایش

پیدا می کند . همچنین از شکل (۴-۱۴) ، ضریب قدرت H_b برای تورفتگیهای خیلی خیلی کوچک به سمت بی نهایت میل می کند و ضمن افزایش اندازه تورفتگی به یک مقدار کمینه کاهش می یابد ؛ و سپس برای تورفتگیهای خیلی بزرگ دوباره به سمت بی نهایت میل می کند . برای یک یاتاقان کف گرد پله ای مدور ، مقدار کمینه H_b در $r_i / r_0 = 0.53$ اتفاق می افتد .



شکل ۴-۱۴- جدول برای تعیین ضرایب کفشك یاتاقان برای یاتاقان کف گرد پله ای مدور

۱۴-۵-۲ یاتاقان کف گرد حلقه ای

شکل (۵-۱۴) یک یاتاقان کف گرد حلقه ای با چهار شعاع مختلف برای تعریف تورفتگی و کفی را نشان می دهد . در این یاتاقان ، روان کننده از تورفتگی حلقه ای روی کفیهای داخلی و خارجی جریان پیدا می کند . یک تجزیه و تحلیل مشابه با قسمتهای ۲-۱۴ و ۴-۱۴ برای یک یاتاقان کف گرد پله مدور ، عبارات زیر را برای ضرایب کفشک به دست می دهد :

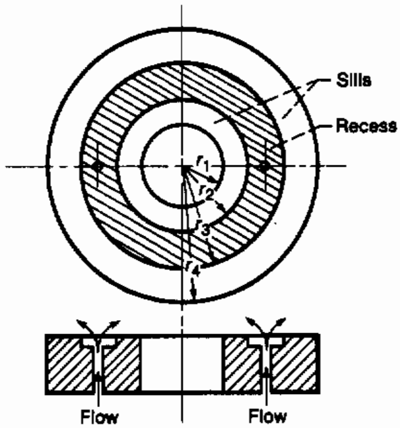
$$a_b = \frac{1}{2(r_4^2 - r_1^2)}\left[\frac{r_4^2 - r_3^2}{\ln(r_4/r_3)} - \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln(r_2/r_1)}\right] \qquad (۱۴-۱۸)$$

$$q_b = \frac{\pi}{6a_b}\left[\frac{1}{\ln(r_4/r_3)} + \frac{1}{\ln(r_2/r_1)}\right] \qquad (۱۴-۱۹)$$

$$H_b = \frac{q_b}{a_b} \qquad (۱۴-۲۰)$$

برای این نوع یاتاقان مساحت تصویر شده کفشک عبارت است از :

$$A_p = \pi(r_4^2 - r_1^2) \qquad (۱۴-۲۱)$$



شکل ۵-۱۴- وضعیت یاتاقان کفشک کف گرد حلقه‌ای

شکل ۶-۱۴ ضرایب کفشک برای یک یاتاقان کفشک کف گرد حلقه ای برای $r_1 / r_4 = \frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ را نشان می دهد. این نتایج مستقیماً توسط محاسبه معادلات (۱۸-۱۴) تا (۲۰-۱۴) به دست می آیند. برای این شکل فرض می شود که تورفتگی حلقه ای به صورت مرکزی در داخل عرض یاتاقان واقع می شود. بنابراین دلالت بر این دارد که $r_1 + r_4 = r_2 + r_3$ است. توجه کنید که منحنی برای ضریب بار a_b برای تمام نسبتهای r_1 / r_4 به کار گرفته می شود.

۳-۵-۱۴ قطاعهای مستطیلی

اگر اُفت فشار در عرض کفی قطاع مستطیلی خطی باشد، ضرایب کفشک را می توان محاسبه کرد. شکل ۷-۱۴ یک قطاع مستطیلی همراه با توزیع فشار خطی را نشان می دهد. ضرایب کفشک برای قطاع مستطیلی عبارتند از:

$$a_b = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{A_r}{A_s}\right) = 1 - \frac{b}{B} - \frac{\ell}{L} + \frac{2b\ell}{BL} \tag{۱۴-۲۲}$$

$$q_b = \frac{1}{6a_b}\left(\frac{B-b}{\ell} + \frac{L-\ell}{b}\right) \tag{۱۴-۲۳}$$

$$H_b = \frac{q_b}{a_b} \tag{۱۴-۲۴}$$

مساحتهای یاتاقان، تورفتگی و کفی عبارتند از:

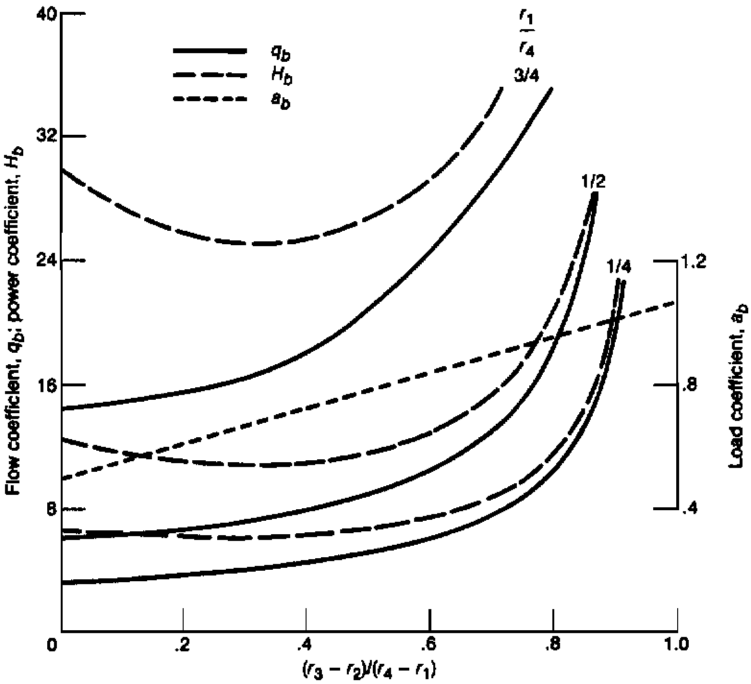
$$\begin{aligned} A_r &= (L - 2\ell)(B - 2b) \\ A_s &= A_b - A_r \\ A_b &= LB \end{aligned} \tag{۱۴-۲۵}$$

معادله (۲۳-۱۴) یک نرخ جریان پاینده و بارهای بزرگتر از آنچه عملاً تجربه می کند را تولید می کند. معادله (۲۲-۱۴) بارهایی تولید می کند که کمی کوچکتر هستند.

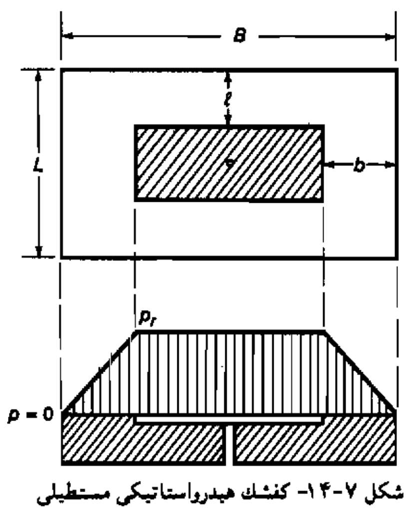
با فرض این که چهارگوشه نقشی ندارند:

$$a_b = 1 - \frac{\ell}{L} - \frac{b}{B} \tag{۱۴-۲۶}$$

$$q_b = \frac{1}{6a_b}\left(\frac{B-2b}{\ell} + \frac{L-2\ell}{b}\right) \tag{۱۴-۲۷}$$



شکل ۶-۱۴- جدول برای تعیین ضرایب کفشک برای یاتاقانهای کفشکی کف گرد حلقه‌ای



شکل ۷-۱۴- کفشک هیدرواستاتیکی مستطیلی

معادلات (۱۴-۲۶) و (۱۴-۲۷) بر معادلات (۱۴-۲۲) و (۱۴-۲۳) ترجیح داده می شوند ؛ زیرا آنها نتایج نزدیکتر به آنهایی را که عملاً تجربه می شوند به دست می دهند . برای مثال ، یک قطاع مربعی دارای $B = L$ و $b = l = B/4$ را در نظر بگیرید . سپس :

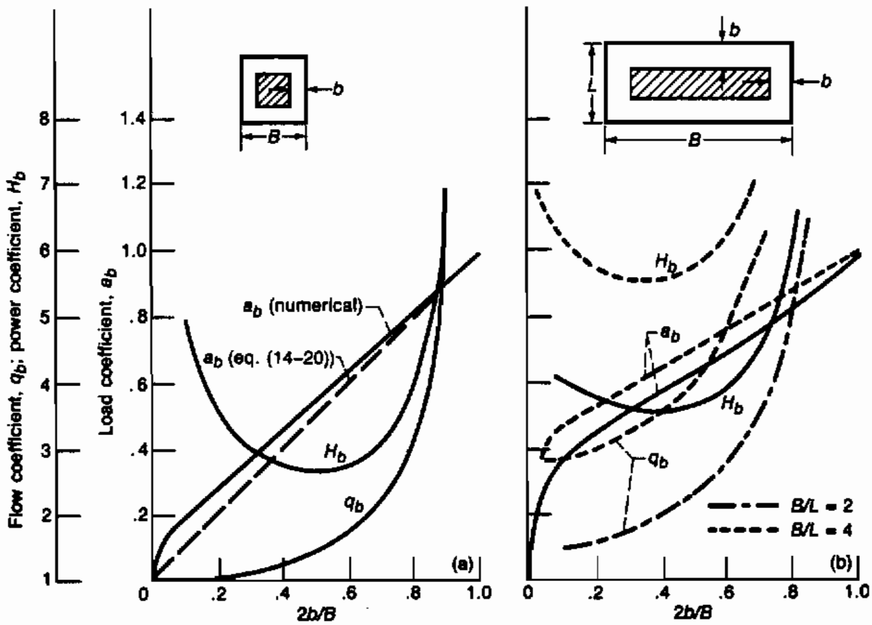
۱- از معادله (۱۴-۲۲) $a_b = 0.625$ است .

۲- از معادله (۱۴-۲۶) $a_b = 0.50$ است .

۳- $a_b = 0.54$ (مقدار دقیق) .

در نتیجه فرمول (۱۴-۲۶) در محاسبه ضریب بار ترجیح داده می شود . نتایج مشابه از معادله (۱۴-۲۷) به دست می آیند .

شکل (۱۴-۸) ضرایب کفشک برای یک کفشک مربعی و برای یک کفشک مستطیلی با $B = 2L$ و $b = l$ را نشان می دهد . ضرایب اُفت قدرت بهینه در این شکل به وضوح مشخص می شوند .



شکل ۸-۱۴- ضرایب کفشک . (الف) کفشک مربعی ، (ب) کفشک مستطیلی با $B = 2L$ و $b = l$

یاتاقانهای هیدرواستاتیکی در نظر گرفته شده در این کتاب ، محدود به یاتاقانهای بارگذاری شده کف گرد تخت بوده‌اند . اطلاعات طراحی در مورد کفشکهای مخروطی ، کروی ، و استوانه‌ای را می توان از ریپل[1] (۱۹۶۳) به دست آورد . برای یاتاقانهای بارگذاری شده کف گرد تخت ، به دست آوری ضرایب کفشک برای هندسه های پیچیده تر ، رهیافت یکسانی مورد استفاده قرار می گیرد .

۱۴-۶ اجزاء جبرانی

یاتاقانهای هیدرواستاتیکی از سیستمهای نسبتاً پیچیده تری از یاتاقانهای روان کاری شده به صورت هیدرودینامیکی که در فصلهای قبل مورد بحث قرار گرفتند ، برخوردار هستند . علاوه بر کفشک یاتاقان ، این سیستم شامل یک پمپ و یک جزء جبرانی یا محدودکننده است . سه نوع متداول از اجزاء جبرانی برای یاتاقانهای هیدرواستاتیکی لوله موبین ، روزنه لبه تیز و شیرجبرانی جریان ثابت هستند. نقش جزء جبران کننده، آوردن یک سیال فشرده شده از محفظه ورودی به قسمت تورفتگی است. نوع جبران، برکمیت سیال درتورفتگی تأثیرخواهدگذاشت .

۱۴-۶-۱ جبران موبینی

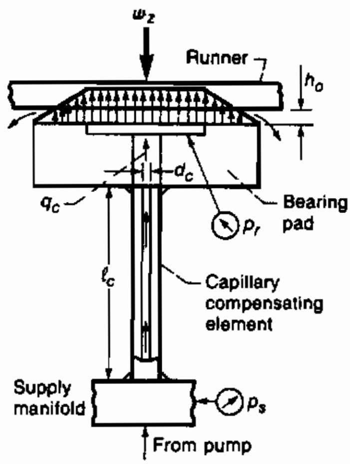
شکل (۱۴-۹) ، یاتاقان هیدرواستاتیک جبران شده موبینی به دست آمده از ریپل (۱۹۶۳) را نشان می دهد . قطر کوچک لوله موبین محدودیت و اُفت فشار منتجه ای در کفشک یاتاقان فراهم می آورد . جنبه مشخصه جبران موبینی لوله بلند با قطر نسبتاً کوچک ($l_c > 20\, d_c$) است . جریان آرام سیال از داخل چنین لوله ای ، وقتی اثرات ورودی و خروجی و تغییرات لزجت به خاطر دما و فشار صرف نظر شوند ، را می توان این گونه نوشت :

$$q_c = \frac{k_c(p_s - p_r)}{\eta_0} \tag{۱۴-۲۸}$$

که در آن :

$$k_c = \frac{\pi d_c^4}{128\, \ell_c} \tag{۱۴-۲۹}$$

1- Rippel



شکل ۹-۱۴- یاتاقان هیدرواستاتیک جبران شده موینی

برای یک لوله موین داده شده k_c ثابت بیان شده برحسب مترمکعب است . بنابراین از معادله (۱۴-۲۸) جریان در داخل یک لوله موین به صورت خطی مرتبط به اُفت فشار در عرض آن است . در یک یاتاقان هیدرواستاتیک با جبران موینی و یک فشار تولیدی ثابت ، جریان از میان یاتاقان با افزایش بار کاهش خواهد یافت ؛ زیرا فشار تورفتگی p_r متناسب با بار است . برای برآوردن جریان آرام ، وقتی عدد رینولدز به صورت زیر بیان شود باید کمتر از 2000 باشد :

$$\mathscr{R} = \frac{4\rho q_c}{\pi d_c \eta_0} < 2000 \qquad (۱۴-۳۰)$$

که در آن ρ جرم مخصوص نیروی روان کننده بر حسب $N \cdot s^2 / m^4$ است . سوزن لوله ای هایپودرمیک به عنوان لوله موین به طور کامل برای یاتاقانهای هیدرواستاتیک کار می کند . لوله با قطر خیلی کوچک در دسترس است ؛ با این حال قطرهای کمتر از 6×10^{-4}m نباید مورد استفاده قرار گیرند ، زیرا احتمال گرفتگی دارند .

۲-۶-۱۴ جبران روزنه ای

جبران روزنه ای در شکل (۱۰-۱۴) نشان داده می شود . جریان یک سیال غیرقابل تراکم از میان یک روزنه لبه تیز می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$q_o = k_o(p_s - p_r)^{1/2} \tag{۱۴-۳۱}$$

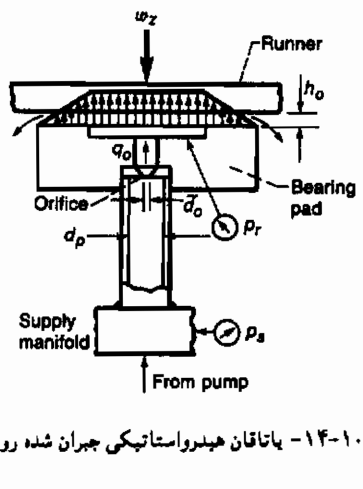
که در آن :

$$k_o = \frac{\pi c_d(\bar{d}_o)^2}{\sqrt{8\rho}} \tag{۱۴-۳۲}$$

و c_d ضریب تخلیه روزنه است . برای یک اندازه روزنه داده شده و یک روان کننده معین ، k_o یک ثابت است که بر حسب $m^4 (s \,.\, N^{1/2})$ بیان می شود . بنابراین از معادله (۱۴-۳۱) ، جریان از میان یک روزنه متناسب با جذر تفاوت فشار در عرض روزنه است .

ضریب تخلیه روزنه c_d تابعی از عدد رینولدز است . برای یک روزنه عدد رینولدز عبارت است از :

$$\mathscr{R} = \frac{\bar{d}_o}{\eta_0}\left[2\rho(p_s - p_r)\right]^{1/2} \tag{۱۴-۳۳}$$



شکل ۱۰-۱۴- یاتاقان هیدرواستاتیکی جبران شده روزنه ای

برای یک عدد رینولدز تقریباً بزرگتر از 15 ، که متداول در یاتاقانهای هیدرواستاتیک روزنه ای جبرانی است ، c_d برای $\tilde{d}_0 / d_p < 0.1$ حدود 0.6 می باشد . برای یک عدد رینولدز کمتر از 15 ، ضریب تخلیه حدوداً عبارت است از :

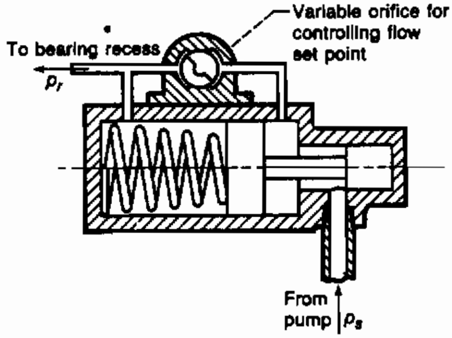
$$c_d = 0.2\sqrt{\mathscr{R}} \tag{۱۴-۳۴}$$

قطرلوله d_p درروزنه بایدحداقل10برابرقطر $\tilde{d}_0$ روزنه باشد . روزنه های لبه تیز ، بسته به قطر شان ، متمایل به گرفتگی هستند . بنابراین $\tilde{d}_0$ کمتراز 5×10^{-4}m باید مورد اجتناب قرار گیرد .

۱۴-۶-۳ شیر جبرانی با جریان ثابت

شیر جبرانی با جریان ثابت در شکل (۱۱-۱۴) ، نمایش داده شده است . این نوع مانع بدون در نظر گرفتن تفاوت فشار در عرض شیر ، دارای جریان ثابت است . بنابراین جریان مستقل از فشار تورفتگی است .

مرتبه نسبی سه نوع اجزاء جبرانی از نظر تعداد مورد نظر در جدول (۱-۱۴) داده شده است . مرتبه ۱ در این جدول دلیلی است بر این که بهترین یا مطلوبترین نوع جبران برای یک کاربرد بخصوص است . کلاً هر نوع جزء جبرانی می تواند در داخل یک سیستم یاتاقان هیدرواستاتیک طراحی شود اگر که بار روی این یاتاقان هرگز تغییر نکند . ولی اگر شقی ، بار ، یا جریان تغییر کند ، انتخاب جزء جبرانی مناسب ، مشکلتر می شود و خواننده باید مجدداً به ریپل (۱۹۶۳) مراجعه نماید .



شکل ۱۱-۱۴- یاتاقان هیدرواستاتیک با شیر جبرانی و جریان ثابت

جدول ۱-۱۴- مرتبه اجزاء جبرانی

Consideration	Compensating element		
	Capillary	Orifice	Constant-flow valve
Initial cost	2	1	3
Cost to fabricate and install	2	3	1
Space required	2	1	3
Reliability	1	2	3
Useful life	1	2	3
Commercial availability	2	3	1
Tendency to clog	1	2	3
Serviceability	2	1	3
Adjustability	3	2	1

[a]Ranking of 1 denotes best or most desirable element for that particular consideration.

۷-۱۴ مؤخره

یاتاقانهای هیدرواستاتیک ، امتیازهای کاری بخصوصی در مقایسه با انواع یاتاقان ارائه می دهند . شاید مفیدترین مشخصه یاتاقانهای هیدرواستاتیکی ، ظرفیت حمل بار بالا و اصطکاک معمولی پایین در هرسرعت ، حتی صفر می باشد. اصول و مفاهیم اساسی تشکیل فیلم مورد بحث قرار گرفت ، یک وضعیت کفشک کف گرد پله مدور تجزیه و تحلیل گردید. عبارات برای جریان ، ظرفیت حمل بار عمودی و اُفت قدرت پمپاژ برای یک وضعیت کفشک کف گرد پله مدور ، عبارتند از :

$$q = \frac{\pi h_o^3 p_r}{6\eta_0 \ln (r_o/r_i)} \tag{۱۴-۵}$$

$$w_z = \frac{\pi p_r\left(r_o^2 - r_i^2\right)}{2\ln (r_o/r_i)} \tag{۱۴-۶}$$

$$\overline{H}_p = \frac{\pi h_o^3 p_r^2}{6\eta_0 \ln (r_o/r_i)} \tag{۱۴-۷}$$

معادله (۶-۱۴) نشان می دهد که ظرفیت حمل بار ، مستقل از حرکت یاتاقان و لزجت روان کننده است . مسأله سایدگی سطح تماس در قطع و وصل ، مانند یاتاقانهای کشویی نیست .

راه عمومی تر برای بیان معادلات (۵-۱۴) ، (۶-۱۴) و (۹-۱۴) ، عبارت است از :

$$q = q_b \frac{w_z}{A_p} \frac{h_o^3}{\eta_0} \tag{۱۴-۱۲}$$

$$w_z = a_b A_p p_r \tag{۱۴-۱۱}$$

$$\overline{H}_p = H_b \left(\frac{w_z}{A_p} \right)^2 \frac{h_o^3}{\eta_0} \tag{۱۴-۱۳}$$

که در آن q_b ، a_b ، و H_b تنها توابعی از شکل هندسی کفشک در نظر گرفته شده و A_p مساحت کل تصویر شده کفشک است . نتایج برای کفشک یاتاقان پله مدور ، یک یاتاقان کف گرد حلقه ای ، و قطاعهای مستطیلی ارائه شده اند .

سه نوع متداول اجزاء جبرانی برای یاتاقانهای هیدرواستاتیک در نظر گرفته شدند ، که عبارتند از : لوله مویین ، روزنه لبه تیز و شیر جبران کننده با جریان ثابت .

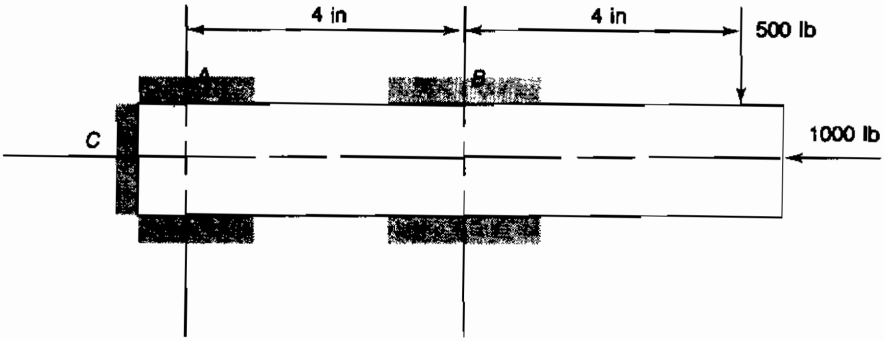
۱- جبران مویین ، دلیلی است بر این که طول لوله l_c خیلی بزرگتر از قطر مویین است ($l_c > 20d_c$) . جریان متناسب با $(p_s - p_r)$ به دست آمد .

۲- در جبران روزنه ای جریان متناسب با $(p_s - p_r)^{1/2}$ دریافت گردید .

۸-۱۴ مسائل

۱-۸-۱۴ برای یک یاتاقان کف گرد حلقه ای ، طبق شکل ۵-۱۴ ، با معادله رینولدز مناسب شروع و جریان بار ، اُفت قدرت پمپاژ برای این یاتاقان را تعیین کنید . و نیز ثابت کنید که معادلات (۱۸-۱۴) تا (۲۰-۱۴) معتبر هستند .

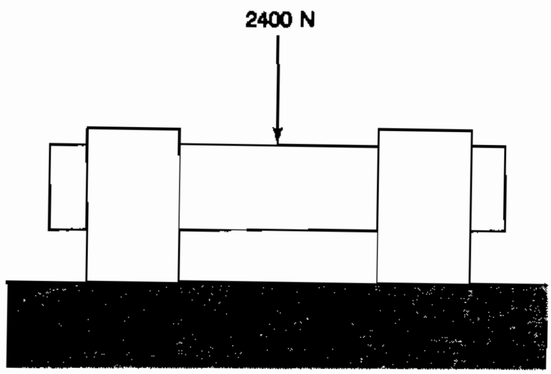
۲-۸-۱۴ یک محور با قطر 2 اینچ که به صورت پرچ در یک ماشین پژوهشی عمل می کند ، یک بار شعاعی بیشینه 500 lb و یک بار محوری 1000 lb را حمل می نماید . این میله یک جفت یاتاقان ژورنال هیدرواستاتیک را حمایت می کند ؛ در A و B متمرکزشده ، و در C یک یاتاقان کف گرد وجود دارد .



روغن در فشار $1500\ lb / in^2$ و لزجت روغن می تواند 0.8 P فرض شود . لقی شعاعی اسمی c 0.001 in است . اندازه پاکتهای مناسب ، عرض کف ، و ابعاد مویین برای یاتاقان ژورنال به گونه ای انتخاب کنید که حرکت شعاعی در نقطه عملکرد بار از 0.001 in بیشتر نشده (به غیر از هر تغییر مکان به خاطر خم شدن محور) و یک اندازه مناسب پاکت برای این یاتاقان کف گرد انتخاب نمایید .

همچنین احتیاجات بار کامل و بار صفر جریان را تعیین کنید . در مورد نتایج، به دست آمده ، هر فرض انجام گرفته ، و هر اطلاع اضافی را که در طراحی این یاتاقان مطلوب است ، مورد بحث قرار دهید .

۱۴-۸-۳ یک محور در دو یاتاقان هیدرواستاتیک قرار می گیرد و در مرکز توسط یک نیروی 2400 N ، طبق شکل بارگذاری می شود .



این محور نمی چرخد ، ولی به عنوان یک پرچ با اصطکاك پایین برای حرکت نوسانی خیلی کوچک استفاده می شود . قطر این محور 50 mm است و هر یاتاقان 50 mm طول داشته و دارای پاکت می باشد . لقی یاتاقان 40μ m و فشار باید زیر $2.4\ MN/m^2$ باشد .

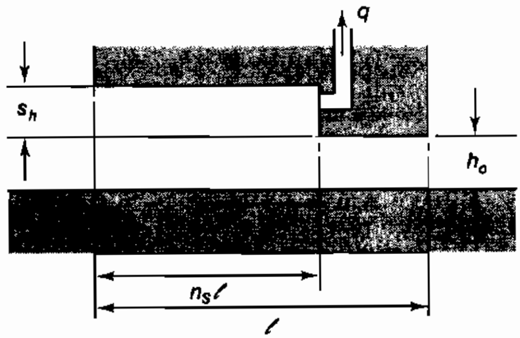
ابعاد کف این یاتاقان را چه انتخاب می کنید ؟ ضخامت فیلم کمینه تحت بار (از تغییر مکان محور صرف نظر کنید) چه خواهد بود ؟ اگر لزجت روغن $0.05\ N.s/m^2$ باشد ، نرخ جریان سیال برای این دو یاتاقان چیست ؟

محدودکننده مویین را به عنوان جبران کننده استفاده کنید و اندازه آنها را مشخص کنید (گرانش مخصوص روغن 0.9 است) .

۱۴-۸-۴ یاتاقان پله موازی که در زیر نشان داده شده ، باید به عنوان یک پمپ با نرخ جریان حجمی کوچک q بر واحد عرض یاتاقان یک روان کننده غیرقابل تراکم با جرم مخصوص l و لزجت η کشیده شونده در موقعیت پله استفاده می شود . رابطه بین نرخ جریان و فشار را ضمن صرف نظرکردن از نشت کناری و استفاده از گروههای بدون بُعد زیر ، به دست آورید :

$$Q=\frac{2q'}{us_h}\qquad P_s=\frac{s_h^2p_s}{\eta ul}\qquad H=\frac{h_o}{s_h}$$

امکان عملی بودن این وسیله را بحث کرده و پیشنهادهای خود را جهت مفیدنمودن این دستگاه ، بنویسید . همچنین هر کاربردهای احتمالی را برای این دستگاه توصیف کنید .



۱۴-۸-۵ (الف) شما در یک یاتاقان تحت فشار از خارج مدور با محدودکننده مویین چه نسبت شعاع r_i / r_0 جهت نقطه شروع برای طراحی انتخاب می کنید ، چرا ؟

(ب) معمولاً چه نسبتی برای p_r / p_s وقتی که p_r فشار تورفتگی و p_s فشار ورودی است ، انتخاب می کنید ؟ برای انتخاب خود دلیل بیاورید .

(ج) سختی با ضخامت فیلم کاهش چگونه تغییر می کند ؟

(د) اگر بار اعمالی ضمن ثابت نگه داشتن فشار ورودی تقلیل یابد ، برای فشار تورفتگی و ضخامت فیلم چه اتفاقی می افتد .

(هـ) اگر محدودکننده مویین قطرش به اندازه نصف مقدار قبلی کاهش یابد ، ضخامت فیلم انتهایی کفشک چه ضریبی از ضخامت فیلم ابتدایی خواهد بود ؟

۱۴-۹ فهرست منابع و مآخذ

Rippel, H. C. (1963): *Cast Bronze Hydrostatic Bearing Design Manual*, 2d ed. Cast Bronze Bearing Institute, Inc., Cleveland.

فصل پانزدهم

یاتاقانهای هیدرودینامیکی در نظرگیری اثرات مرتبه بالاتر

در فصل ۷ ، عدد رینولدز $\mathscr{R}$ به عنوان نسبت اثرات اینرسی به اثرات لزجت تعریف گردید . دریافتیم که در یاتاقانهای ژورنال و کف گرد روان کاری شده به صورت هیدرودینامیکی ، اثرات اینرسی نسبت به اثرات لزجت کوچکتر هستند . به هر حال اثرات اینرسی گاهی می توانند مهم باشند ، برای مثال :

۱- هر تغییری در فشار در ناحیه ورودی یک یاتاقان می تواند به مقدارزیادی بر رفتار سرتاسری یاتاقان اثر بگذارد . اگر سرعت سیال و اینرسی به اندازه کافی بالا باشند تغییرات در فشار می تواند با اثرات اینرسی ایجاد شود . مؤلفه فشاری $(\frac{1}{2}\rho u^2)$ قابل مقایسه است با فشار یاتاقان ایجادکننده (T/r_0 که در آن T کشش است) .

۲- اگر یک حباب جدایی وقتی که جریان وارد فیلم در دور یک گوشه لبه تیز می شود ، وجود داشته باشد اثرات اینرسی می توانند قابل ملاحظه باشد . این مورد در یاتاقانهای هیدرواستاتیک (همچنین اشاره شده به عنوان «تحت فشار خارجی») وقتی جریان از ناحیه تورفتگی به ناحیه یاتاقان می رود اتفاق می افتد . این اثر همان اثر «وناکنترا کتا»[1] است که در هنگام جریان ، از میان روزنه های لبه تیز اتفاق می افتد . عدد رینولدز معمولاً برای یاتاقانهای هیدرواستاتیک ، بزرگتر از هر نوع یاتاقان هیدرودینامیک است ، به خاطر این واقعیت که ضخامت فیلم ، بخصوص در ناحیه تورفتگی بزرگتر است .

1- Venacontracta

این دو مـثـال نمونه‌ای است از کـاربردهـای حـالتـهـایی کـه ممکن است اثـرات اینرسی احتیاج به بررسی داشته باشند . به‌علاوه ضـمن افزایش سـرعت عمل یاتاقانها ، اثرات اینرسی مهم‌تر می‌شود .

عـلاوه بر اهمـیت عبـارات اینرسی در مـعادلات ناویر ـ استـوکس ، جـمـلات لزجت صرف نظر شده در به‌دست آوری معادله رینولدز نیز می‌تواند در بعضی از وضعیتها مهم قلمداد شود . دو مثـال در مایلرآپ[1] و همراك[2] (۱۹۹۲) آمده است : اولین مثال برای هر سطحی است کـه منتج به شکـل هندسی فیلمی می‌شود کـه در آن $dh/dx = O(1)$ یا $d^2h/dx^2 = O(1)$ است . نقطه منفرد پدیدآمده از انحناء جدیت کمتری نسبت به نقطه منفرد پدید آمـده از گرادیان فیلم دارد ، ولی در هر دو مورد استفاده معادله رینولدز اجازه نخواهد داد که انطباق مناسبی بین نواحی سیال انجام گیرد . مثال دومی که معادله رینولدز عاجز از تشریح این است که چه اتفاقی در اتصال روان‌کننده می‌افتد ، وقتی که یک ذره جامد در این اتصال وجود داشته باشد ؟

مطالب دربرگـیرنـدهٔ این فـصل در مـورد چگونگی در نظرگـیـری جـمـلات اینرسی صرف نظرشده در معادلات ناویر ـ استوکس می‌باشد ، زیرا به‌طور کلی مشخص شده است که در نظرگیری اضافی جملات لزجت در معادلات ناویر ـ استوکس از جمله موضوعات پژوهش روز است . این تجزیه و تحلیل به‌اندازه کافی عـمـومی است و در انتـهـای فـصل نیـز کـاربردی در مورد یاتاقـان کـشویی با شیب ثابت آورده شـده است . برای نـشان دادن نتـایج در نظرگـیـری اثرات اینرسی ، یک مورد ساده بررسی می‌شود ، در صورتی که :

۱- لزجت ثابت فرض می‌شود .

۲- شرایط حالت پایدار وجود دارد .

۳- از اثرات نشت کناری صرف‌نظر می‌شود .

۴- نیروهای حجمی وجود ندارند .

۵- سیال غیرقابل تراکم فرض می‌شود .

معادلات ناویر ـ استوکس قابل به‌کارگیری تحت این شرایط را می‌توان از معادلات (۶-۲۸) تا (۶-۳۰) این‌گونه نوشت :

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta_0}{\rho_0}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \qquad (۱۵-۱)$$

1- Myllerup

2- Hamrock

$$u\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\eta_0}{\rho_0}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \tag{۱۵-۲}$$

معادله پیوستگی مربوطه ، تحت این شرایط می شود :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{۱۵-۳}$$

مؤلفه های سرعت برحسب توابع جریان تعریف می شوند که در قسمت ۹-۴-۸ معرفی شدند . بنابراین معادلات پیوستگی و ناویر ـ استوکس به قرار زیر بدون بُعد می شوند :

$$x = \ell X \qquad z = h_o Z \qquad u = u_o\overline{\Phi}_Z(X, Z) \qquad \overline{\Phi}_Z = \frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial Z} \tag{۱۵-۴}$$

$$p = \frac{\eta_0 \ell u_o}{h_o^2}P \qquad w = -\frac{u_o h_o}{\ell}\overline{\Phi}_X(X, Z) \qquad \overline{\Phi}_X = \frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial X}$$

مقیاس سرعتها بدین ترتیب انجام گرفته تا مطمئن شویم که جمله $\partial w/\partial z$ حذف نمی شود ؛ زیرا وجود آن لازم است تا از نظر فیزیکی حلهای معنی دار داشته باشیم .

با جایگذاری معادلات (۱۵-۴) در معادلات (۱۵-۱) تا (۱۵-۳) ضمن استفاده از معادله (۴-۷) ، داریم :

$$\mathscr{R}_x\left(\overline{\Phi}_Z\overline{\Phi}_{ZX} - \overline{\Phi}_X\overline{\Phi}_{ZZ}\right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2\overline{\Phi}_{ZXX} + \overline{\Phi}_{ZZZ} \tag{۱۵-۵}$$

$$\mathscr{R}_x\left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2\left(\overline{\Phi}_X\overline{\Phi}_{XZ} - \overline{\Phi}_Z\overline{\Phi}_{XX}\right) = -\frac{\partial P}{\partial Z} - \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2\left[\overline{\Phi}_{XZZ} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2\overline{\Phi}_{XXX}\right] \tag{۱۵-۶}$$

$$\overline{\Phi}_{ZX} = \overline{\Phi}_{XZ} \tag{۱۵-۷}$$

بنابراین این معادلات به ترتیب اولین و سومین معادلات ناویر ـ استوکس و معادله پیوستگی برای موقعیت تعریف شده قبلی هستند .

دیپریما[1] و استوارت[2] (۱۹۷۲) روش حل زیر را برای مسأله غیرخطی تشریح شده

1- Diprima   2- Stuart

در این معادلات پیشنهاد نموده اند :

$$\overline{\Phi} = \overline{\Phi}_{00}(X,Z) + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \overline{\Phi}_{01}(X,Z) + \mathscr{R}_x \overline{\Phi}_{10}(X,Z) + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^4 \overline{\Phi}_{02}(X,Z)$$
$$+ \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \mathscr{R}_x \overline{\Phi}_{11}(X,Z) + \mathscr{R}_x^2 \overline{\Phi}_{20}(X,Z) + \cdots \qquad (۱۵-۸)$$

و :

$$P = P_{00}(X,Z) + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 P_{01}(X,Z) + \mathscr{R}_x P_{10}(X,Z) + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^4 P_{02}(X,Z)$$
$$+ \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \mathscr{R}_x P_{11}(X,Z) + \mathscr{R}_x^2 P_{20}(X,Z) + \cdots \qquad (۱۵-۹)$$

با جایگذاری معادلات (۸-۱۵) و (۹-۱۵) در معادله (۵-۱۵) ، داریم :

$$\mathscr{R}_x \Bigg\{ \left[\frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z} + \mathscr{R}_x \frac{\partial \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z} + \cdots \right]$$
$$\times \left[\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z\, \partial X} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z\, \partial X} + \mathscr{R}_x \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z\, \partial X} + \cdots \right]$$
$$- \left[\frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial X} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial \overline{\Phi}_{01}}{\partial X} + \mathscr{R}_x \frac{\partial \overline{\Phi}_{10}}{\partial X} + \cdots \right]$$
$$\times \left[\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z^2} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z^2} + \mathscr{R}_x \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z^2} + \cdots \right] \Bigg\}$$
$$= -\frac{\partial P_{00}}{\partial X} - \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial P_{01}}{\partial X} - \mathscr{R}_x \frac{\partial P_{10}}{\partial X} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2$$
$$\times \left[\frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z\, \partial X^2} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z\, \partial X^2} + \mathscr{R}_x \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z\, \partial X^2} + \cdots \right]$$
$$+ \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z^3} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z^3} + \mathscr{R}_x \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z^3} + \cdots$$
$$(۱۵-۱۰)$$

با جمع آوری جملات $O\,(1)$ ، $O\,[h_0\,/\,l\,]^2$ ، و $O(\mathscr{R}_x)$ ، به ترتیب می دهد :

$$0 = -\frac{\partial P_{00}}{\partial X} + \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z^3} \qquad (۱۵-۱۱)$$

$$0 = -\frac{\partial P_{01}}{\partial X} + \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z\, \partial X^2} + \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z^3} \qquad (۱۵-۱۲)$$

$$\frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z}\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z\, \partial X} - \frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial X}\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z^2} = -\frac{\partial P_{10}}{\partial X} + \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z^3} \qquad (۱۵-۱۳)$$

این عبارات از اولین معادله ناویر ـ استوکس هستند . از معادله سوم ناویر ـ استوکس (معادله (۶-۱۵)) به طور مشابه ما جملات $O\,(1)$ ، $O\,[h_0\,/\,l\,]^2$ ، $O(\mathscr{R}_x)$ را به ترتیب زیر به دست می آوریم :

$$0 = -\frac{\partial P_{00}}{\partial Z} \rightarrow P_{00} = P_{00}(X) \qquad (۱۵-۱۴)$$

$$0 = -\frac{\partial P_{01}}{\partial Z} - \frac{\partial^3 \overline{\Phi}_{00}}{\partial X\, \partial Z^2} \qquad (۱۵-۱۵)$$

$$0 = -\frac{\partial P_{10}}{\partial Z} \rightarrow P_{10} = P_{10}(X) \qquad (۱۵-۱۶)$$

شرایط مرزی مرتبط با معادلات (۱۵-۱۱) تا (۱۵-۱۶) عبارتند از :

۱- وقتی $z = 0$ یا $Z = z\,/h_0 = 0$ ، سپس $u = u_0$ است .

۲- وقتی $z = h$ یا $Z = h\,/h_0 = H$ ، سپس $u = 0$ است .

با استفاده از عبارات بدون بُعدداده شده در معادله (۱۵-۱۴) و به کارگیری شرط مرزی ۱ ، داریم :

$$u = u_o \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial Z} = u_o \qquad \text{when } Z = 0 \qquad (۱۵-۱۷)$$

با یادآوری معادله (۱۵-۸) نیز داریم :

$$\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial Z} = \frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z} + \mathscr{R}_x \frac{\partial \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z} + \cdots = 1 \qquad \text{when } Z = 0$$

این دلیلی است بر این که :

$$\frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z} = 1 \qquad \frac{\partial \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z} = \frac{\partial \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z} = 0 \qquad \text{when } Z = 0 \tag{۱۵-۱۸}$$

نتیجه معادله (۱۷-۱۵) ، بیان می دارد که :

$$\overline{\Phi} = \overline{\Phi}_{00} = \overline{\Phi}_{01} = \overline{\Phi}_{10} = 0 \qquad \text{when } Z = 0 \tag{۱۵-۱۹}$$

با استفاده از معادله (۴-۱۵) و شرط مرزی ۲ داریم :

$$u = u_o \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial Z} = 0 \qquad \text{when } Z = H$$

با استفاده از معادله (۸-۱۵) ، نیز داریم :

$$u = u_o \left[\frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z} + \left(\frac{h_o}{\ell} \right)^2 \frac{\partial \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z} + \mathscr{R}_x \frac{\partial \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z} + \cdots \right] = 0 \qquad \text{when } Z = H$$

$$\therefore \frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z} = \frac{\partial \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z} = \frac{\partial \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z} = 0 \qquad \text{when } Z = H \tag{۱۵-۲۰}$$

$$\left.\begin{aligned} \overline{\Phi}_{00} &= \text{constant} = d_{00} \qquad \text{when } Z = H \\ \overline{\Phi}_{01} &= \text{constant} = d_{01} \qquad \text{when } Z = H \\ \overline{\Phi}_{10} &= \text{constant} = d_{10} \qquad \text{when } Z = H \end{aligned}\right\} \tag{۱۵-۲۱}$$

۱۵-۱ حلهای از مرتبه 1 (P_{00} و $\overline{\Phi}_{00}$)

با سه بار انتگرال گیری از معادله (۱۱-۱۵) نسبت به dz داریم :

$$\overline{\Phi}_{00}(X, Z) = \frac{1}{6} Z^3 \frac{dP_{00}}{dX} + \overline{A}_{00}(X) Z^2 + \overline{B}_{00}(X) Z + \overline{C}_{00}(X) \tag{۱۵-۲۲}$$

استفاده از شرایط مرزی در معادلات (۱۹-۱۵) و (۱۸-۱۵) گویای این است که به ترتیب $\overline{C}_{00}(X) = 0$ و $\overline{B}_{00}(X) = 1$ می باشند . بنابراین معادله (۲۲-۱۵) می شود :

$$\overline{\Phi}_{00}(X, Z) = \frac{Z^3}{6} \frac{dP_{00}}{dX} + \overline{A}_{00}(X) Z^2 + Z \tag{۱۵-۲۳}$$

با استفاده از شرط مرزی بیان شده در معادله (۲۰-۱۵) داریم :

$$0 = \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX} + 2\bar{A}_{00}(X)H + 1$$

یا

$$\bar{A}_{00}(X) = -\frac{1}{2H}\left(1 + \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) \tag{۱۵-۲۴}$$

با جایگذاری معادله (۲۴-۱۵) در معادله (۲۳-۱۵) ، می دهد :

$$\bar{\Phi}_{00}(X,Z) = \frac{Z^3}{6}\frac{dP_{00}}{dX} - \frac{Z^2}{2H}\left(1 + \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) + Z \tag{۱۵-۲۵}$$

با استفاده از شرط مرزی بیان شده در معادله (۲۱-۱۵) نیز داریم :

$$\bar{\Phi}_{00}(X,Z) = d_{00} = \frac{H^3}{6}\frac{dP_{00}}{dX} - \frac{H}{2}\left(1 + \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) + H$$

یا

$$d_{00} = -\frac{H^3}{12}\frac{dP_{00}}{dX} + \frac{H}{2} = \text{constant} \tag{۱۵-۲۶}$$

با مشتق گیری نسبت به dX، داریم :

$$\frac{d}{dX}\left(H^3\frac{dP_{00}}{dX}\right) = 6\frac{dH}{dX} \tag{۱۵-۲۷}$$

این معادله رینولدز تشریح کننده تغییرات فشار P_{00} نسبت به X است . همچنین توجه داشته باشید که معادله (۲۷-۱۵) دقیقاً معادله رینولدز استفاده شده در فصل ۸ (معادله (۱۵-۸)) ، ضمن درنظرگرفتن یاتاقانهای کف گرد وصرف نظرکردن جملات اینرسی و نشت کناری، است .

از تعریف داده شده در معادله (۴-۱۵) ، داریم :

$$\frac{u}{u_o} = \bar{\Phi}_Z = \frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial Z} = \frac{\partial\bar{\Phi}_{00}}{\partial Z} + \text{HOT}$$

که در آن HOT ، دلالت بر جملات از مرتبه بالاتر دارد . با در نظر گرفتن جملات از مرتبه بالاتر، ضمن استفاده از معادله (۲۵-۱۵) داریم :

$$\frac{u}{u_o} = \frac{Z^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX} - \frac{Z}{H}\left(1 + \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) + 1$$

یا

$$\frac{u}{u_o} = \underbrace{\left(1 - \frac{Z}{H}\right)}_{\text{Couette term}} - \underbrace{\frac{ZH}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\left(1 - \frac{Z}{H}\right)}_{\text{Poiseuille term}} \tag{۱۵-۲۸}$$

این مؤلفه سرعت ، سرعت صفحه ای یا سرعت در جهت لغزیدن است . سرعت در جهت فیلم را می توان از معادله (۴-۱۵) این گونه نوشت :

$$\frac{w}{u_o} = -\frac{h_o}{\ell}\overline{\Phi} = -\frac{h_o}{\ell}\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial X} \tag{۱۵-۲۹}$$

۲-۱۵ حلهای از مرتبه 2 (h_0 / l) ، (P_{01} و $\overline{\Phi}_{01}$)

با انتگرال گیری معادله (۵-۱۵) نسبت به dZ می دهد :

$$P_{01}(X, Z) = -\frac{\partial^2\overline{\Phi}_{00}}{\partial Z\,\partial X} + \overline{A}_{01}(X) \tag{۱۵-۳۰}$$

با جایگذاری معادله (۳۰-۱۵) در معادله (۱۲-۱۵) نیز داریم :

$$\frac{\partial^3\overline{\Phi}_{01}}{\partial Z^3} = \frac{d\overline{A}_{01}}{dX} - 2\frac{\partial^3\overline{\Phi}_{00}}{\partial Z\,\partial X^2}$$

با جایگذاری معادله (۲۵-۱۵) در این معادله داریم :

$$\frac{\partial^3\overline{\Phi}_{01}}{\partial Z^3} = \frac{d\overline{A}_{01}}{dX} - Z^2\frac{d^3P_{00}}{dX^3} + 2Z\frac{d^2}{dX^2}\left(\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX} + \frac{1}{H}\right)$$

با سه بار انتگرال گیری نسبت به dZ خواهیم داشت :

$$\overline{\Phi}_{01}(X, Z) = \frac{Z^3}{6}\frac{d\overline{A}_{01}}{dX} - \frac{Z^5}{60}\frac{d^3P_{00}}{dX^3} + \frac{Z^4}{12}\frac{d^2}{dX^2}\left(\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX} + \frac{1}{H}\right) + \overline{B}_{01}(X)Z^2 + \overline{C}_{01}(X)Z + \overline{E}_{01}(X) \tag{۱۵-۳۱}$$

با استفاده از شرایط مرزی بیان شده در معادلات (۱۸-۱۵) و (۱۹-۱۵) به ترتیب نتیجه $\overline{C}_{01} = 0$ و $\overline{E}_{01} = 0$ می دهد. با استفاده از شرط مرزی بیان شده درمعادله (۲۰-۱۵) داریم :

$$0 = \frac{H^2}{2}\frac{d\overline{A}_{01}}{dX} - \frac{H^4}{12}\frac{d^3P_{00}}{dX^3} + \frac{H^3}{3}\frac{d^2}{dX^2}\left(\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX} + \frac{1}{H}\right) + 2H\overline{B}_{01} \quad (۱۵\text{-}۳۲)$$

با جایگذاری شرط مرزی بیان شده در معادله (۲۱-۱۵) خواهیم داشت :

$$d_{01} = \frac{H^3}{6}\frac{d\overline{A}_{01}}{dX} - \frac{H^5}{60}\frac{d^3P_{00}}{dX^3} + \frac{H^4}{12}\frac{d^2}{dX^2}\left(\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX} + \frac{1}{H}\right) + H^2\overline{B}_{01} \quad (۱۵\text{-}۳۳)$$

معادلات (۳۲-۱۵) و (۳۳-۱۵) دو معادله و دو مجهول $\overline{B}_{01}$ و $d\overline{A}_{01}/dx$ هستند . با ضرب معادله (۳۲-۱۵) توسط $H/2$ ضمن تفریق از معادله (۳۳-۱۵) داریم :

$$d_{01} = -\frac{H^3}{12}\frac{d\overline{A}_{01}}{dX} + \frac{H^5}{40}\frac{d^3P_{00}}{dX^3} - \frac{H^4}{12}\frac{d^2}{dX^2}\left(\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX} + \frac{1}{H}\right) \quad (۱۵\text{-}۳۴)$$

با مشتق گیری معادله (۳۴-۱۵) نسبت به X تبدیل به یک معادله خطی از مرتبه دوم غیرهمگن برای $\overline{A}_{01}(X)$ می شود :

$$\frac{d\overline{A}_{01}}{dX} = -\frac{H^2}{5}\frac{d^3P_{00}}{dX^3} - H\frac{dH}{dX}\frac{d^2P_{00}}{dX^2} - \frac{H}{2}\frac{d^2H}{dX^2}\frac{dP_{00}}{dX} - H\frac{d^2}{dX^2}\left(\frac{1}{H}\right) - \frac{12d_{01}}{H^3} \quad (۱۵\text{-}۳۵)$$

از معادله (۲۷-۱۵) :

$$H^3\frac{d^2P_{00}}{dX^2} + 3H^2\frac{dH}{dX}\frac{dP_{00}}{dX} = 6\frac{dH}{dX} \quad (۱۵\text{-}۳۶)$$

$$H^3\frac{d^3P_{00}}{dX^3} + 6H^2\frac{dH}{dX}\frac{d^2P_{00}}{dX^2} + \frac{dP_{00}}{dX}\frac{d}{dX}\left(3H^2\frac{dH}{dX}\right) = 6\frac{d^2H}{dX^2} \quad (۱۵\text{-}۳۷)$$

از معادله (۳۶-۱۵) :

$$\frac{d^2P_{00}}{dX^2} = \frac{6}{H^3}\frac{dH}{dX} - \frac{3}{H}\frac{dH}{dX}\frac{dP_{00}}{dX} \quad (۱۵\text{-}۳۸)$$

با جایگذاری معادله (۳۸-۱۵) در معادله (۳۷-۱۵) داریم :

$$\frac{d^3P_{00}}{dX^3} = \frac{dP_{00}}{dX}\left[\frac{18}{H^2}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 - \frac{1}{H^3}\frac{d}{dX}\left(3H^2\frac{dH}{dX}\right)\right] + \frac{6}{H^3}\frac{d^2H}{dX^2} - \frac{36}{H^4}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 \qquad (۱۵-۳۹)$$

مشتقهای دوم و سوم در معادله (۳۵-۱۵) را می توان با استفاده از معادلات (۳۸-۱۵) و (۳۹-۱۵) حذف کرد تا داشته باشیم :

$$\frac{d\bar{A}_{01}}{dX} = \frac{dP_{00}}{dX}\left[\frac{3}{5}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 + \frac{H}{10}\frac{d^2H}{dX^2}\right] - \frac{4}{5H^2}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 - \frac{1}{5H}\frac{d^2H}{dX^2} - \frac{12d_{01}}{H^3} \qquad (۱۵-۴۰)$$

معادله (۳۲-۱۵) را می توان نوشت :

$$0 = \frac{H^2}{2}\frac{d\bar{A}_{01}}{dX} + \frac{H^4}{12}\frac{d^3P_{00}}{dX^3} + \frac{H^3}{3}\frac{dH}{dX}\frac{d^2P_{00}}{dX^2} + \frac{H^3}{6}\frac{d^2H}{dX^2}\frac{dP_{00}}{dX}$$
$$+\frac{2}{3}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 - \frac{H}{3}\frac{d^2H}{dX^2} + 2H\bar{B}_{01}$$

برای عبارات d^3P_{00}/dX^3 , $d\bar{A}_{01}/dX$ و d^2P_{00}/dX^2 توسعه یافته ، به ترتیب در معادلات (۴۰-۱۵) ، (۳۹-۱۵) ، و (۳۸-۱۵) ، معادله قبلی را می توان به صورت زیربازنویسی نمود :

$$0 = \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\left[\frac{3}{5}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 + \frac{H}{10}\frac{d^2H}{dX^2}\right] - \frac{2}{5}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 - \frac{H}{10}\frac{d^2H}{dX^2} - \frac{6d_{01}}{H}$$
$$+\frac{H^4}{12}\frac{dP_{00}}{dX}\left[\frac{18}{H^2}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 - \frac{3}{H}\frac{d^2H}{dX^2} - \frac{6}{H^2}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2\right] + \frac{H}{2}\frac{d^2H}{dX^2} - 3\left(\frac{dH}{dX}\right)^2$$
$$+\frac{H^3}{3}\frac{dH}{dX}\left(\frac{6}{H^3}\frac{dH}{dX} - \frac{3}{H}\frac{dH}{dX}\frac{dP_{00}}{dX}\right) + \frac{H^3}{6}\frac{d^2H}{dX^2}\frac{dP_{00}}{dX} + \frac{2}{3}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2$$
$$-\frac{H}{3}\frac{d^2H}{dX^2} + 2H\bar{B}_{01}$$

همچنین این معادله را می توان این گونه نوشت :

$$\bar{B}_{01} = \frac{dP_{00}}{dX}\left[-\frac{3H}{20}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 + \frac{H}{60}\frac{d^2H}{dX^2}\right] + \frac{11}{30H}\left(\frac{dH}{dX}\right)^2 - \frac{1}{30}\frac{d^2H}{dX^2} + \frac{3d_{01}}{H^2} \qquad (۱۵-۴۱)$$

با داشتن عبارتی برای $\bar{B}_{01}$ و همچنین معادلات (۳۵-۱۵) ، (۳۶-۱۵) ، و (۳۹-۱۵) ضمن یادآوری این که $\bar{C}_{01} = \bar{E}_{01} = 0$ ، می توانیم تابع جریان $\bar{\Phi}_{01}(X, Z)$ داده شده در معادله

(۱۵-۳۱) را محاسبه کنیم .

۱۵-۳ تصحیح اینرسی (P_{10} و $\bar{\Phi}_{10}$)

با جایگذاری معادله (۱۵-۲۵) در (۱۵-۱۳) ضمن به خاطر داشتن (۱۵-۱۶) داریم :

$$\left[\frac{Z^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}-\frac{Z}{H}\left(1+\frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)+1\right]\left[\frac{Z^2}{2}\frac{d^2P_{00}}{dX^2}-Z\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)\right]$$
$$-\left[\frac{Z^3}{6}\frac{d^2P_{00}}{dX^2}-\frac{Z^2}{2}\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)\right]\left[Z\frac{dP_{00}}{dX}-\frac{1}{H}\left(1+\frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)\right]$$
$$=-\frac{\partial P_{10}}{\partial X}+\frac{\partial^3\bar{\Phi}_{10}}{\partial Z^3}$$

با بسط این معادله خواهیم داشت :

$$\frac{Z^4}{12}\left(\frac{dP_{00}}{dX}\right)\left(\frac{d^2P_{00}}{dX^2}\right)-\frac{Z^3}{3}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)\frac{d^2P_{00}}{dX^2}+\frac{Z^2}{2}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)$$
$$\times\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)+\frac{Z^2}{2}\frac{d^2P_{00}}{dX^2}-Z\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)$$
$$=-\frac{dP_{10}}{dX}+\frac{\partial^3\bar{\Phi}_{10}}{\partial Z^3}\quad(۱۵\text{-}۴۲)$$

و با سه بار انتگرال گیری داریم :

$$\frac{2Z^7}{7!}\left(\frac{dP_{00}}{dX}\right)\left(\frac{d^2P_{00}}{dX^2}\right)-\frac{2Z^6}{6!}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)\frac{d^2P_{00}}{dX^2}+\frac{Z^5}{5!}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)$$
$$\times\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)+\frac{Z^5}{5!}\frac{d^2P_{00}}{dX^2}-\frac{Z^4}{4!}\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H}+\frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)$$
$$+\frac{Z^3}{3!}\frac{dP_{10}}{dX}+\frac{Z^2}{2!}\bar{A}_{10}(X)+Z\bar{B}_{10}(X)+\bar{C}_{10}(X)=\bar{\Phi}_{10}(X,Z)\quad(۱۵\text{-}۴۳)$$

شرایط مرزی عبارتند از :

۱- $Z=0$ و $\bar{\Phi}_{10}=0$.

۲- $Z=0$ و $\partial \bar{\Phi}_{10} / \partial Z = 0$.
۳- $Z=H$ و d_{10} = ثابت = $\bar{\Phi}_{10}$.
۴- $Z=H$ و $\partial \bar{\Phi}_{10} / \partial Z = 0$.

با استفاده از شرایط مرزی ۱ و ۲ می‌دهد $\bar{C}_{10} = \bar{B}_{10} = 0$. از شرط مرزی ۳ داریم :

$$\frac{\bar{A}_{10}}{2} = \frac{d_{10}}{H^2} - \frac{2H^5}{7!}\left(\frac{dP_{00}}{dX}\right)\left(\frac{d^2P_{00}}{dX^2}\right) + \frac{2H^4}{6!}\left(\frac{1}{H} + \frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)\frac{d^2P_{00}}{dX^2}$$
$$- \frac{H^3}{5!}\left(\frac{1}{H} + \frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H} + \frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) - \frac{H^3}{5!}\frac{d^2P_{00}}{dX^2}$$
$$+ \frac{H^2}{4!}\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H} + \frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) - \frac{H}{3!}\frac{dP_{10}}{dX} \qquad (۱۵-۴۴)$$

از شرط مرزی ۴ نیز خواهیم داشت :

$$\frac{d_{10}}{H^2} = -\frac{5H^5}{7!}\left(\frac{dP_{00}}{dX}\right)\left(\frac{d^2P_{00}}{dX^2}\right) + \frac{4H^4}{6!}\left(\frac{1}{H} + \frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)\frac{d^2P_{00}}{dX^2}$$
$$- \frac{3H^3}{4(5!)}\frac{d}{dX}\left[\left(\frac{1}{H} + \frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)^2\right] - \frac{3H^3}{2(5!)}\frac{d^2P_{00}}{dX^2}$$
$$+ \frac{H^2}{4!}\frac{d}{dX}\left(\frac{1}{H} + \frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) - \frac{H}{12}\frac{dP_{10}}{dX} \qquad (۱۵-۴۵)$$

با استفاده از معادله قبلی ، معادله (۱۵-۴۳) به صورت زیر به دست می‌آید :

$$\bar{\Phi}_{10} = \left(\frac{dP_{00}}{dX}\right)\left(\frac{d^2P_{00}}{dX^2}\right)\left[\frac{2Z^7}{7!} - \frac{HZ^6}{6!} + \frac{H^2Z^5}{4(5!)} - \frac{7H^5Z^2}{(4!)(5!)}\right]$$
$$+ \frac{d^2P_{00}}{dX^2}\left[-\frac{2Z^6}{6!H} + \frac{9H^3Z^2}{4(5!)} + \frac{3Z^5}{2(5!)} - \frac{HZ^4}{2(4!)}\right]$$
$$+ \frac{dH}{dX}\left(\frac{dP_{00}}{dX}\right)^2\frac{(2HZ^5 - 5H^4Z^2)}{8(5!)} - \frac{\left(Z^5 - \frac{5}{2}H^3Z^2\right)}{5!H^3}\frac{dH}{dX}$$
$$- \frac{dP_{00}}{dX}\frac{dH}{dX}\frac{(Z^4 - 2H^2Z^2)}{2(4!)} + \frac{dH}{dX}\frac{(Z^4 - 2H^2Z^2)}{4!H^2}$$
$$+ \frac{dP_{10}}{dX}\left(\frac{Z^3 - 3HZ^2/2}{3!}\right) \qquad (۱۵-۴۶)$$

تاکنون در این فصل فرموله کردن به شکل عمومی بوده است . ولی باقی ماندهٔ آن (چون مرتبط با یاتاقانها است) بیشتر به صورت اختصاصی خواهد بود . برای مثال ، فرض می شود فشار در دو نقطه انتهایی a و b معلوم باشد . این بیان می دارد که :

۱ - در
$$X = 0, P = P_a \rightarrow P = P_{00} + (h_o/\ell)^2 P_{01} + \mathscr{R}_x P_{10} + \cdots = P_a$$
۲ - در
$$X = 1, P = P_b \rightarrow P = P_{00} + (h_o/\ell)^2 P_{01} + \mathscr{R}_x P_{10} + \cdots = P_b$$

بنابراین این شرایط را می توان این گونه نوشت :

۱ - در
$$X = 0,\ P_{00} = P_a \text{ and } P_{01} = P_{10} = 0$$
۲ - در
$$X = 1,\ P_{00} = P_b \text{ and } P_{01} = P_{10} = 0$$

این شرایط در برقراری فشار ارضاء خواهند شد .

۱۵-۴ مؤلفه های نیرو

این قسمت ، عبارات از قبل توسعه یافته شده برای تابع جریان و فشار را در تعیین مؤلفه های نیرو ، ضمن ارتباط آنها با روان کاری یاتاقان ، مورد استفاده قرار می دهد . از معادله (۸-۶) تنشهای عمودی عمل کننده روی یک المان سیال را ، وقتی از عبارت انبساط صرف نظر شود (چون این فصل مربوط به یک سیال غیرقابل تراکم است) ، می توان این گونه نوشت :

$$\sigma_z = -p + 2\eta_0 \frac{\partial w}{\partial z} \tag{۱۵-۴۷}$$

$$\sigma_x = -p + 2\eta_0 \frac{\partial u}{\partial x} \tag{۱۵-۴۸}$$

همچنین از معادله (۱۲-۶) تنش برشی را می توان به صورت زیر نوشت :

$$\tau_{xx} = \eta_0 \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \tag{۱۵-۴۹}$$

توجه داشته باشید که فقط میدان تنش بُعد x در نظر گرفته می شود ، زیرا در ابتدای این فصل فرض شد که از نشت کناری می توان صرف نظر کرد . استفاده از بدون بُعد کردن داده شده در معادله (۱۵-۴) ضمن استفاده از معادلات (۱۵-۸) و (۱۵-۹) معادلات (۱۵-۴۷) تا

(۱۵-۴۹) را به صورت زیر تغییر می دهد :

$$\sigma_z = -\frac{\eta_0 \ell u_o}{h_o^2}\left[P_{00} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 P_{01} + \mathscr{R}_x P_{10} + 2\left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial X \partial Z} + \mathscr{R}_x \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial X \partial Z} + \cdots\right] \qquad (۱۵\text{-}۵۰)$$

$$\sigma_x = -\frac{\eta_0 \ell u_o}{h_o^2}\left[P_{00} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 P_{01} + \mathscr{R}_x P_{10} - 2\left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial X \partial Z} - \mathscr{R}_x \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial X \partial Z} + \cdots\right] \qquad (۱۵\text{-}۵۱)$$

$$\tau_{xz} = \frac{\eta_0 u_o}{h_o}\left[\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z^2} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z^2} + \mathscr{R}_x \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z^2} - \left(\frac{h_o}{\ell}\right) \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial X^2} \right.$$
$$\left. - \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^3 \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{01}}{\partial X^2} - \left(\frac{h_o}{\ell}\right) \mathscr{R}_x \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial X^2} + \cdots\right] \qquad (۱۵\text{-}۵۲)$$

بار اعمال شده عمودی بر واحد طول ، عبارت است از :

$$w_z' = \int_0^{\ell} (\sigma_z - p_a)\, dx$$

با جایگذاری معادله (۱۵-۵۰) داریم :

$$W_z = \frac{w_z' h_o^2}{\eta_0 u_o \ell^2} = -\int_0^1 \left[P_{00} - P_a + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 P_{01} + \mathscr{R}_x P_{10} \right.$$
$$\left. + 2\left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial X \partial Z} + \mathscr{R}_x \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial X \partial Z} + \cdots\right] dX$$

$$\therefore W_z = W_{z,00} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 W_{z,01} + \mathscr{R}_x W_{z,10} + \cdots \qquad (۱۵\text{-}۵۳)$$

که در آن :

$$W_{z,00} = -\int_0^1 (P_{00} - P_a)\, dX \qquad (۱۵\text{-}۵۴)$$

$$W_{z,01} = -\int_0^1 \left(P_{01} + 2\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial X \partial Z}\right) dX \qquad (۱۵\text{-}۵۵)$$

$$W_{z,10} = -\int_0^1 \left(P_{10} + \frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial X \partial Z} \right) dX \tag{۱۵-۵۶}$$

با انتگرال گیری معادله (۱۵-۲۶) ، خواهیم داشت :

$$\int_0^X \frac{dP_{00}}{dX} dX = P_{00}(X) - P_a = 6\int_0^X \frac{dX}{H^2} - 12 d_{00} \int_0^X \frac{dX}{H^3} \tag{۱۵-۵۷}$$

با استفاده از شرایط مرزی می دهد :

$$d_{00} = \frac{1}{2} \frac{\int_0^1 dX/H^2}{\int_0^1 dX/H^3} \tag{۱۵-۵۸}$$

با جایگذاری معادله (۱۵-۵۸) در (۱۵-۵۷) ، داریم :

$$P_{00}(X) - P_a = 6\int_0^X \frac{dX}{H^2} - 6\frac{\int_0^1 dX/H^2}{\int_0^1 dX/H^3} \int_0^X \frac{dX}{H^3} \tag{۱۵-۵۹}$$

با جایگذاری معادله (۱۵-۵۹) در (۱۵-۵۴) می دهد :

$$W_{z,00} = -6\int_0^1 \left(\int_0^X \frac{dX}{H^2} \right) dX + 6\frac{\int_0^1 dX/H^2}{\int_0^1 dX/H^3} \int_0^1 \left(\int_0^X \frac{dX}{H^3} \right) dX \tag{۱۵-۶۰}$$

با انتگرال گیری جزء به جزء ، خواهیم داشت :

$$\int_0^1 \left(\int_0^X \frac{dX}{H^2} \right) dX = \int_0^1 \frac{dX}{H^2} - \int_0^1 \frac{X}{H^2} dX$$

$$\int_0^1 \left(\int_0^X \frac{dX}{H^3} \right) dX = \int_0^1 \frac{dX}{H^3} - \int_0^1 \frac{X}{H^3} dX$$

با جایگذاری این دو معادله در معادله (۱۵-۶۰) ، می دهد :

$$W_{z,00} = 6\left(\int_0^1 \frac{X}{H^2} dX - \frac{\int_0^1 dX/H^2}{\int_0^1 dX/H^3} \int_0^1 \frac{X}{H^3} dX \right) \tag{۱۵-۶۱}$$

محاسبه $W_{z,01}$ و $W_{z,10}$ باید به صورت عددی انجام شود .

نیروی برشی در واحد طول در سطح در حال حرکت را می‌توان نوشت :

$$f_b' = \int_0^{\ell} (\tau_{xz})_{z=0}\, dx$$

با استفاده از معادله (۵۲-۱۵) ضمن بدون بُعد کردن معادله قبلی ، داریم :

$$F_b = \frac{f_b' h_o}{\eta_0 u_o \ell} = F_{b,00} + \left(\frac{h_o}{\ell}\right)^2 F_{b,01} + \mathscr{R}_x F_{b,10} + \cdots \tag{۱۵-۶۲}$$

که در آن :

$$F_{b,00} = \int_0^1 \left(\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z^2} - \frac{h_o}{\ell}\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial X^2}\right)_{Z=0} dX \tag{۱۵-۶۳}$$

$$F_{b,01} = \int_0^1 \left(\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{01}}{\partial Z^2} - \frac{h_o}{\ell}\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{01}}{\partial X^2}\right)_{Z=0} dX \tag{۱۵-۶۴}$$

$$F_{b,10} = \int_0^1 \left(\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial Z^2} - \frac{h_o}{\ell}\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{10}}{\partial X^2}\right)_{Z=0} dX \tag{۱۵-۶۵}$$

از معادله (۲۵-۱۵) ، داریم :

$$\left(\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial X^2}\right)_{Z=0} = 0 \tag{۱۵-۶۶}$$

$$\frac{\partial \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z} = \frac{Z^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX} - \frac{Z}{H}\left(1 + \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) + 1$$

$$\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z^2} = Z\frac{dP_{00}}{dX} - \frac{1}{H}\left(1 + \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \overline{\Phi}_{00}}{\partial Z^2}\right)_{Z=0} = -\frac{1}{H}\left(1 + \frac{H^2}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) \tag{۱۵-۶۷}$$

با جایگذاری معادلات (۶۶-۱۵) و (۶۷-۱۵) در (۶۳-۱۵) ، می‌دهد :

$$F_{b,00} = -\int_0^1 \left(\frac{1}{H} + \frac{H}{2}\frac{dP_{00}}{dX}\right) dX \tag{۱۵-۶۸}$$

از معادلات (۲۶-۱۵) و (۵۸-۱۵) ، داریم :

$$\frac{dP_{00}}{dX} = \frac{6}{H^2} - \frac{6}{H^3}\frac{\int_0^1 dX/H^2}{\int_0^1 dX/H^3} \tag{۱۵-۶۹}$$

با جایگذاری معادله (۶۹-۱۵) در (۶۸-۱۵) ، می دهد :

$$F_{b,00} = -4\int_0^1 \frac{dX}{H} + \frac{3\left(\int_0^1 dX/H^2\right)^2}{\int_0^1 dX/H^3} \tag{۱۵-۷۰}$$

۵-۱۵ یاتاقان کشویی با شیب ثابت

تاکنون در این فصل معادلات توسعه یافته به شکل عمومی نوشته شدند ، به این دلیل که نتایج برای هر شکل فیلم قابل به کارگیری باشد . در این قسمت ، همانند قسمت ۴-۸ این حلها را برای یک یاتاقان کشویی با شیب ثابت به کار می گیریم . توجه داشته باشید که حل مرتبه اول این فصل ، دقیقاً همان نتایج به دست آمده در فصل ۸ می باشد . بخصوص معادله (۳۰-۸) همان نتایج برای W_z را دارد که از معادله (۶۱-۱۵) برای $W_{z,00}$ به دست می آید ؛ وقتی که تعریف شکل فیلم داده شده در معادله (۱۹-۸) استفاده شود . به علاوه تنش برشی بدون بُعد درسطح درحال حرکت F_b برای یک یاتاقان کشویی با شیب ثابت داده شده در معادله (۳۲-۸) ، دقیقاً همان حل برای $F_{b,00}$ به دست آمده از معادله (۷۰-۱۵) با شکل فیلم داده شده در معادله (۱۹-۸) است .

جدول ۱-۱۵ چگونگی مقایسه جمله تصحیح اینرسی با جمله مرتبه اول را نشان می دهد در زمانی که هر دو بار عمودی اعمال شده و تنش برشی در سطح در حال حرکت بوده و نسبت ضخامت فیلم ورودی به خروجی تغییر می کند . تصحیح اینرسی با کاهش نسبت ضخامت فیلم قابل ملاحظه می شود . برای $H_0 = 2.0$ ، تصحیح اینرسی فقط ۳٫۳ درصد از حل مرتبه اول بار اعمالی عمودی است ؛ برای $H_0 = 0.2$ این تصحیح اینرسی ۶۷٫۶ درصد حل مرتبه اول است . برای محاسبه تنش برشی ، وقتی $H_0 = 2.0$ است ، تصحیح اینرسی فقط ۵٫۶ درصد حل مرتبه اول بوده و برای $H_0 = 0.2$ تصحیح اینرسی ۲۹٫۸ درصد حل مرتبه اول می باشد . اهمیت این تصحیح ها وقتی که در معادلات (۵۳-۱۵) و (۶۲-۱۵) جایگذاری شوند ، می تواند بـه صورت مناسب مرور شود . جدول ۱-۱۵ همچنین نشان می دهد که برای

جدول ۱-۱۵- نیروهای یك یاتاقان کشویی با شیب ثابت به‌دست آمده از حل مرتبه اول و تصحیح‌های اینرسی

Film thickness ratio, $H_o = h_o/s_h$	Normal applied load		Shear stress	
	First-order solution, $W_{z,00}$	Inertia correction, $W_{z,10}$	First-order solution, $F_{b,00}$	Inertia correction, $F_{b,10}$
2.0	0.0335	0.0011	−0.424	−0.0237
1.0	.158	.0123	−.772	−.0856
.5	.592	.113	−1.396	−.271
.2	2.175	1.470	−2.885	−.861

یک سیال غیرقابل تراکم، که دربرگیرندهٔ این فصل بود ، وضمن این که یک سطح موازی درحال میل کردن به سمت آن بود ($H_0 \to \infty$) ، تصحیح اینرسی و همچنین حل مرتبه اول به سمت صفر میل می کند . البته تصحیح اینرسی با سرعت خیلی سریع تری از حل مرتبه اول به سمت صفر میل می کند . بنابراین جریان شتاب می گیرد تا جریان ثابتی جرم را حفظ کند .

۶-۱۵ مؤخره

عدد رینولدز به صورت نسبت اثرات اینرسی به لزجت روی یک المان سیال تعریف شد . فصلهای قبل مشخص نموده اند که برای یاتاقانهای کف گرد ژورنال روان کاری شونده به صورت هیدرودینامیکی ، اثرات اینرسی نسبت به اثرات لزجت کوچک هستند . در این فصل روشهای تحلیلی ارائه شدند که نشان می دهند چگونه حلهای فشار ، توابع جریان ، و مؤلفه های نیرو را می توان ضمن در نظرگیری اثرات اینرسی ، به دست آورد . این تجزیه و تحلیل در کلی ترین طریق آن فرموله شد . فشار و توابع جریانی در جملات مرتبه اول ، تصحیح های اینرسی و جملات $(h_0/l)^2$ بیان شدند . حلهای تحلیلی برای هر کدام از این جملات ضمن صرف نظر کردن از مرتبه بالاتر ، به دست آمدند . تعدادی از فرضیات ، شامل چشم پوشی از نشت کناری و جملات نیروی حجمی و فرض غیرقابلیت تراکم ، حالت یکنواخت ، و لزجت ثابت اعمال شدند . عبارات عمومی نیز برای ظرفیت حمل بار عمودی و تنش برشی در سطح در حال حرکت به دست آمدند . در انتهای این فصل حلهای عمومی

در مورد یک یاتاقان کف گرد کشویی با شیب ثابت به کار گرفته شدند . جملات مرتبه اول برای ظرفیت حمل بار عمودی و تنش برشی ، مثل حلهای توسعه یافته در فصل ۸ ، به صورت یکسان پدید آمدند . به علاوه دریافتیم که تصحیح های اینرسی در ضمن این که به شکل فیلم موازی نزدیک شدیم ، به سمت صفر میل کرد و وقتی که نسبت ضخامت فیلم کاهش یافت با اهمیت تر گردید . به هر حال نتیجه گرفته شد که به طور کلی اگر از اثرات اینرسی در یاتاقانهای کف گرد و ژورنال خودعمل کننده صرف نظر گردد دقت کم نمی شود ؛ زیرا نقش آنها نسبت به اثرات لزجت کم است . اثرات اینرسی وقتی اثرات ورودی در یاتاقانها در نظر گرفته می شوند، یا اگر یک جدایی حباب ، زمانی که جریان وارد فیلم در اطراف یک گوشه با لبه تیز می شود پدید آید ، مثل مورد یاتاقان تحت فشار از خارج که قبلاً دیدیم ، ممکن است مهم باشد .

۱۵-۷ مسائل

۱۵-۷-۱ یک یاتاقان با شیب ثابت مانند شکل ۶-۸ را در نظر بگیرید . فرض کنید $\alpha = s_h / l$ و $h = h_0 + s_h - \alpha_x$است . برای این یاتاقان عباراتی برای P_{00}، $\bar{\Phi}_{01}$ ، $\bar{\Phi}_{10}$ ، P_{10}، $W_{z,00}$ ، $W_{z,10}$ ، $F_{b,00}$ و $F_{b,10}$ تعیین کنید .

۱۵-۸ فهرست منابع و مآخذ

Diprima, R. C., and Stuart, J. T. (1972): Flow Between Eccentric Rotating Cylinders. *J. Lubr. Technol.*, vol. 94, no. 3, pp. 266–274.

Myllerup, C. M. and Hamrock, B. J. (1992): "Local Effects in Thin Film Lubrication," Presented and published in the 19th Leeds–Lyon Symposium on Tribology.

فصل شانزدهم

یاتاقانهای کف گرد[1] روان کاری شونده با گاز

در سالهای اخیر یاتاقانهای روان کاری شونده با فیلم گاز جلب توجه زیادی نموده اند؛ زیرا دارای مشخصه هایی هستند که استفاده از آنها در خیلی از کاربردها امتیازآور است . آنها مشابه یاتاقانهای هیدرودینامیکی روان شونده با روغن می باشند با این تفاوت که سیال تراکم پذیر است . به علاوه از آن جا که هوا هزارمرتبه ، حتی از رقیق ترین روغنهای معدنی کمتر لزج است، مقاومت در برابر لزجت خیلی کم است . هر چند که نزدیکترین فاصله بین سطوح یاتاقان نیز به همان نسبت کوچکتر است ، به گونه ای که احتیاطهای بخصوص باید در ساخت این یاتاقانها به کار گرفته شود .

امتیازهای یاتاقانهای روان کاری شونده با گاز عبارتند از :

۱- اصطکاك آنها یا مقاومت در مقابل لزجت بسیار پایین است .

۲-روان کاری کننده فراوان و تمیز است .

۳- روان کننده ، سطوح را آلوده نمی کند .

۴- روان کننده در دمای کاملاً پایین تا کاملاً بالا ، به خوبی کار می کند .

۵- فیلم به دلیل کاویتاسیون یا تهویه از بین نمی رود .

چند ضعف یاتاقانهای روان کاری شونده با گاز نیز عبارتند از :

۱- برای یاتاقان با اندازه یکسان ، ظرفیت حمل بار یک یاتاقان روان کاری شونده با گاز ،

1- Thrust bearings

چندین برابر کمتر از یاتاقان روان کاری شونده با روغن است .

۲- سطوح باید به مقدار خیلی زیادی صیقل داده شده باشند .

۳- هم محوری باید کاملاً خوب باشد .

۴- ابعاد و لقیها باید کاملاً دقیق باشند .

۵- سرعت باید بالا باشد .

۶- بارگذاری باید کم باشد .

۷- مشخصه های پایداری آنها ضعیف است .

یاتاقانهای گازی مورد استفادهٔ زیادی در ماشینهای سیکل گازی ، که در آن سیکل گاز در یاتاقانها به کار گرفته می شوند ، پیدا می کنند ؛ بنابراین احتیاج برای سیستم روان کاری معمولی را از بین می برد . مثال این سیستمها عبارتند از : ژیرسکوپ که در آن دقت و بقاء گشتاور بحرانی است . در ماشین آلات تهیه غذا و نساجی که در آنها تمیزی و عدم آلودگی ضروری است و نیز در مته های دندانپزشکی با سرعت زیاد . واضح است که که یاتاقانهای گازی فقط در جایی به کار گرفته می شوند که امتیازات آن بر ضعفهایش غلبه کند . اگرچه کاربرد آنها همیشه به خاطر نقاط ضعفشان محدود خواهد بود ، ولی با این حال به اندازه کافی زیاد هست تا کاربرد آنها به عنوان یک جزء از ماشین مورد امتحان قرار گیرد .

۱-۱۶ معادله رینولدز

از معادله (۷-۵۸) ، شکل عمومی معادله رینولدز را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho h(u_a+u_b)}{2}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho h(v_a+v_b)}{2}\right]+\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (۷-۵۸)$$

حال اگر : $u_a = v_a = v_b = 0$ باشد ، این معادله به شکل زیر ساده می شود :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=6u_b\frac{\partial(\rho h)}{\partial x}+12\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (۱۶-۱)$$

لزجت گازها ، با فشار خیلی کم تغییر می کند ، بنابراین لزجت را می توان فقط تابعی از

درجه حرارت در نظر گرفته و برابر η_0 به حساب آورد . بدین ترتیب می توان فرض کرد که لزجت در سرتاسر یاتاقان ثابت است .

$$\therefore \eta = \eta_0 = \text{constant} \qquad (۱۶-۲)$$

از معادله حالت ، جرم مخصوص یک گاز کامل را به صورت زیر می نویسیم :

$$\frac{p}{\rho} = \bar{R} t_m \qquad (۱۶-۳)$$

که در آن : $\bar{R}$ = ثابت گاز = ثابت جهانی گاز + وزن مولکولی

t_m = درجه حرارت گاز

یاتاقانهای گازی معمولاً به صورت ، دما ثابت عمل می کنند . در این چنین موردی معادله (۱۶-۳) به شکل زیر تعدیل می شود :

$$\frac{p}{\rho} = \text{constant} \qquad (۱۶-۴)$$

توجه داشته باشید که شکل کلی ، یعنی قانون پولی تروپیک[1] را می توان استفاده کرد ، که :

$$\frac{p}{\rho^{\bar{n}}} = \text{constant} \qquad (۱۶-۵)$$

بوده و :

$$1 \le \bar{n} \le \frac{C_p}{C_v} \qquad (۱۶-۶)$$

است ، و :

$C_p = J / (kg . K)$ ، گرمای ویژه در فشار ثابت

$C_v = J / (kg . K)$ ، گرمای ویژه در حجم ثابت

$\bar{n}$ = نمای انبساط گاز پولی تروپیک

وقتی که جریان «آدیاباتیک» است (مثلاً ، انتقال حرارتی وجود ندارد و تغییر در انرژی داخلی

1- Polytropic

برابر با کار تراکمی است) ، $\bar{n} = C_p / C_v$ می باشد . وقتی جریان «هم دما» است ، $\bar{n} = 1$ بوده و ما معادله (۴-۱۶) ، یعنی معادله حالت را داریم . تجربه نشان می دهد که معادله (۵-۱۶) ، در بسیاری از فرآیندهای ترمودینامیکی به کار گرفته می شود .

با جایگذاری معادلات (۲-۱۶) و (۵-۱۶) در معادله (۱-۱۶) ، داریم :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(p^{1/\bar{n}}h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(p^{1/\bar{n}}h^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6\eta_0 u_b\frac{\partial}{\partial x}(p^{1/\bar{n}}h) + 12\eta_0\frac{\partial}{\partial t}(p^{1/\bar{n}}h) \quad (۱۶-۷)$$

بگذارید $p = p_a P$ ، $h = h_{\text{کمینه}} H$ ، $x = lX$ ، $y = bY$ ، $t = T/\omega$ باشد ، پس داریم :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(P^{1/\bar{n}}H^3\frac{\partial P}{\partial X}\right) + \lambda^2\frac{\partial}{\partial Y}\left(P^{1/\bar{n}}H^3\frac{\partial P}{\partial Y}\right) = \Lambda_g\frac{\partial}{\partial X}(P^{1/\bar{n}}H) + \sigma_g\frac{\partial}{\partial T}(P^{1/\bar{n}}H) \quad (۱۶-۸)$$

که در آن :

$$\lambda = \frac{\ell}{b} \quad (۱۶-۹)$$

نسبت طول به عرض و :

$$\Lambda_g \triangleq \frac{6\eta_0 u_b \ell}{p_a h_{\min}^2} \quad (۱۶-۱۰)$$

عدد بدون بُعد یاتاقان و :

$$\sigma_g = \frac{12\eta_0\omega\ell^2}{p_a h_{\min}^2} \quad (۱۶-۱۱)$$

عدد فشردگی بدون بُعد است . برای شرایط دما ثابت $\bar{n} = 1$ و معادله (۸-۱۶) می شود :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(PH^3\frac{\partial P}{\partial X}\right) + \lambda^2\frac{\partial}{\partial Y}\left(PH^3\frac{\partial P}{\partial Y}\right) = \Lambda_g\frac{\partial(PH)}{\partial X} + \sigma_g\frac{\partial(PH)}{\partial T} \quad (۱۶-۱۲)$$

یکی از معادلات (۸-۱۶) یا (۱۲-۱۶) معمولاً در تجزیه و تحلیل روان کاری با گاز ، وقتی که

جریان آرام برقراراست، مورداستفاده قرارمی گیرد . همان گونه که ازاین معادلات می توان دید، قابلیت تراکم گاز به خاطر غیرخطی کردن معادله رینولدز ، تجزیه و تحلیل را پیچیده می کند . یعنی سمت چپ معادلات (۸-۱۶) و (۱۲-۱۶) برحسب متغیر P ، غیرخطی هستند.

اولین ساده سازی در معادله (۱۲-۱۶) ، تنها در نظرگرفتن روان کاری غیرقابل تغییر نسبت به زمان بوده و در نتیجه می توان عبارت $\partial (PH) / \partial T$ را حذف کرد . دنباله این معادله غالباً باصرف نظر از جمله نشت کناری ، یعنی $\partial (PH^3 \partial P / \partial Y) / \partial Y$ یا قسمت نامیده شده به نام سهموی ، یعنی $\partial (PH^3 \partial P / \partial X) / \partial X$ جریان اصلی یاتاقان ، بیشتر ساده می شود . از این تقریبها ، اولین آن تقریب یاتاقان با بی نهایت عرض است ، و دومین آن تقریب یاتاقان با عرض کوتاه است . این هر دو مورد برای یاتاقانهای ژورنال ، در فصل ۱۰ بررسی شدند . اگر حرکت نسبی وجود نداشته باشد ، مثل یاتاقان هیدرواستاتیک ، $u_b = 0$ و جمله Λ_g در معادله (۱۲-۱۶) حذف می شود .

۱-۱-۱۶ حلهای حدّی

برای عملکرد در حالت پایدار $\omega = \sigma_g = 0$ و معادله (۱۲-۶) به شکل زیر تعدیل می شود :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(PH^3\frac{\partial P}{\partial X}\right) + \lambda^2\frac{\partial}{\partial Y}\left(PH^3\frac{\partial P}{\partial Y}\right) = \Lambda_g\frac{\partial(PH)}{\partial X} \qquad (۱۶-۱۳)$$

دو مورد حدّی مهم در حل معادله رینولدز قابل تراکم (۱۳-۱۶) ، وجود دارند .

۱-۱-۱-۱۶ سرعتهای بسیار پایین ($\Lambda_g \to 0$ ، $u_b \to 0$)

معادله (۱۳-۱۶) را می توان مشتق گرفته و رابطه ذیل را به دست آورد :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(H^3\frac{\partial P}{\partial X}\right) + \lambda^2\frac{\partial}{\partial Y}\left(H^3\frac{\partial P}{\partial Y}\right) + \frac{H^3}{P}\left[\left(\frac{\partial P}{\partial X}\right)^2 + \lambda^2\left(\frac{\partial P}{\partial Y}\right)^2\right]$$
$$= \Lambda_g\left(\frac{\partial H}{\partial X} + \frac{H}{P}\frac{\partial P}{\partial X}\right) \qquad (۱۶-۱۴)$$

حال ضمن $0 \rightarrow u_b$ و $0 \rightarrow \Lambda_g$ ، $1.0 \rightarrow P$ و نموّ یک سیال فشار ، $0 \rightarrow \Delta P$ میل می کند . بنابراین عباراتی از قبیل $\partial P / \partial X$ کوچک هستند . مخصوصاً ، $\partial P / \partial X >> (\partial P / \partial X)^2$ و بدین ترتیب قابل چشم پوشی است . به طور مشابه $\partial P / \partial Y >> (\partial P / \partial Y)^2$ ؛ لذا صرف نظر می شود . به علاوه می توان نشان داد که $\partial H / \partial X >> (\partial P / \partial X) \quad H \;\; /P$ است . بنابراین معادله (۱۴–۱۶) ، وقتی که $0 \rightarrow u_b$ و $0 \rightarrow \Lambda_g$ میل کنند ، به شکل زیر تعدیل می شود :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(H^3\frac{\partial P}{\partial X}\right) + \lambda^2\frac{\partial}{\partial Y}\left(H^3\frac{\partial P}{\partial Y}\right) = \Lambda_g\frac{\partial H}{\partial X} \qquad (۱۶–۱۵)$$

معادله (۱۵–۱۶) ، همان گونه که در معادله (۴۸–۷) تشریح شده است ، شکل غیرقابل تراکم معادله رینولدز می باشد . این ، ما را به اولین اصل مهم می رساند : در سرعتهای خیلی پایین ، روان کاری با گاز به صورت خودعمل کننده می تواند غیرقابل تراکم در نظر گرفته شود و نتایج به دست آمده برای روان کاری فیلم کامل برای مایعات مستقیماً برای روان کاری گاز با سرعت پایین به کار گرفته می شود .

۲–۱–۱–۱۶ سرعتهای بسیار بالا ($\infty \rightarrow \Lambda_g$ ، $\infty \rightarrow u_b$)

ازمعادله(۱۳–۱۶)ما می توانیم دریابیم که ضمن $\infty \rightarrow u_b$ یا ضمن $\infty \rightarrow \Lambda_g$ میل می کند، تنها راه معین ماندن فشار برای حالت $\partial PH \;/\partial X = 0$ است . این بیان کنندهٔ آن است که :

$$PH = \text{ثابت} \qquad (۱۶–۱۶)$$

بوده ، و :

$$ph = \text{ثابت} = p_a h_{\text{کب}} \qquad (۱۶–۱۷)$$

است . در معادله (۱۷–۱۶) بین روان کاری مایع و روان کاری گاز یک تفاوت اساسی وجود دارد . در روان کاری مایع فشار و بار (فشار انتگرال گیری گرفته شده) مستقیماً متناسب با سرعت و لزجت بوده و بستگی به فشار محیط اطراف ندارند . در یاتاقانهای روان کاری شونده با گاز ، که خود عمل کننده اند ، دومین اصل مهم این است که در یک سرعت بالا و فشار و بار

(فشار انتگرال گرفته شده) از سرعت و لزجت جدا شده ؛ ولی مستقیماً متناسب با فشار محیط اطراف است . توجه کنید که مجانب سرعت بالا فقط از سمت راست معادله (۱۶-۱۳) و جدا از جملات ظاهر شده در سمت چپ این معادله تعیین می شود . این بدان معنی است که مجانب سرعت بالا برای یاتاقانهای با عرض معین مانند آن برای یک یاتاقان با عرض بی نهایت است . این به سومین اصل مهم مربوط به روان کاری گازی منتهی می شود . بدین معنی که اگر سرعت به اندازه کافی بالا باشد نشت کناری حتی در یاتاقانهای با عرض کوتاه قابل صرف نظر است .

این سه اصل اساسی روان کاری با گاز خود عمل کننده ، به صورت رسم شده در شکل ۱۶-۱ ارائه می شوند ، با تکرار این نکات مهم ، داریم :

۱- با تقریب خیلی خوب ، رفتار یک یاتاقان گازی در سرعتهای خیلی پایین را می توان توسط حلهای غیر قابل تراکم یا حلهای روان کاری مایع برای هندسه یاتاقان یکسانی ، به کار گرفت .

۲- در سرعتهای خیلی بالا ، ثابت = ph و بار مستقل از سرعت می شود .

۳- در سرعتهای خیلی بالا ، اثرات نشت کناری قابل چشم پوشی است ؛ زیرا هر دو حلهای یاتاقان با عرض معین و نامعین به سمت ، ثابت = ph میل می کند .

۱۶-۱-۲ جریان لغزشی

تاکنون در مطالب بحث شده ، جریان آرام فرض شد . در جریان لغزشی ، نمایه سرعت در داخل فیلم متفاوت با حالت جریان آرام است . جریان لغزشی ، فقط در فیلمهای روان کاری گازی مهم می شوند .

عدد نادسن[1] $\mathscr{K}$ اندازه گیر معکوس متوسط تعداد برخورد مولکولها در یک ضخامت فیلم داده شده است :

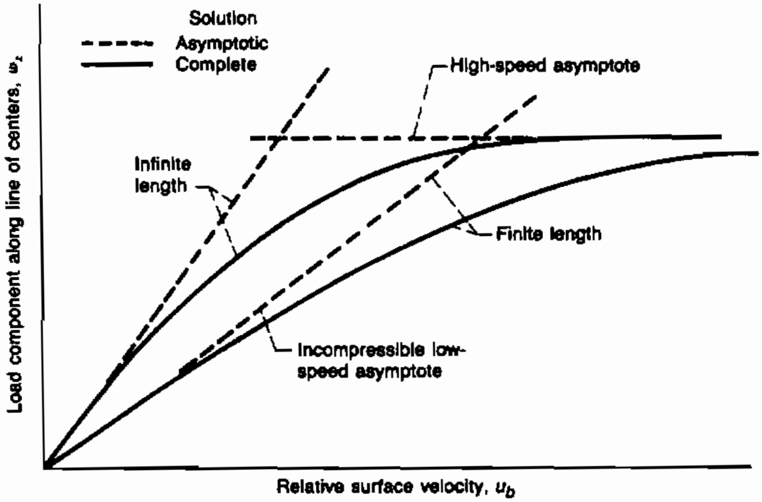
$$\mathscr{K} = \frac{\lambda_m}{h} \tag{۱۶-۱۸}$$

که در آن :

$\lambda_m = \text{m}$ ، متوسط مسیر آزاد مولکول گاز

$h = \text{m}$ ، ضخامت فیلم

1- Knudsen



شکل ۱-۱۶- تأثیر سرعت روی بار یاتاقانهای روان‌کاری‌شونده با گاز و خودعمل‌کننده [از اوسمان[1] (۱۹۶۱)]

وقتی $\mathscr{K} < 0.01$ باشد ، جریان را می توان به عنوان یک محیط پیوسته ، یا جریان آرام درنظر گرفت . وقتی $0.01 < \mathscr{K} < 15$ باشد، جریان لغزشی با اهمیت می شود ، و وقتی $\mathscr{K} > 15$ باشد ، جریان مولکولی کاملاً توسعه یافته ، نتیجه می شود . متوسط مسیر آزاد مولکولهای هوا در درجه حرارت اطاق و فشار آتمسفر ، حدود $0.064\ \mu m$ است . بنابراین یک ضخامت فیلم برابر با $2.54\ \mu m$ نتیجه $\mathscr{K} = 0.025$ را داده و لغزش کاملاً صرف نظر شونده نیست .

بورگدورفر[2] (۱۹۵۹) نشان داد که ترکیب جریان لغزشی با شرایط مرزی ، معادله رینولدز زیر را نتیجه می دهد :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left[(1+6\mathscr{K})PH^3\frac{\partial P}{\partial X}\right]+\lambda^2\frac{\partial}{\partial Y}\left[(1+6\mathscr{K})PH^3\frac{\partial P}{\partial Y}\right]$$
$$=\Lambda_g\frac{\partial(PH)}{\partial X}+\sigma_g\frac{\partial(PH)}{\partial T} \qquad (۱۶-۱۹)$$

1- Ausman 2- Burgdorfer

برای گازها $\lambda_m p = \bar{C}$ ، یک ثابت است .

$$\therefore \mathscr{K} = \frac{\bar{C}}{ph} \qquad (16-20)$$

اگر $\hat{m}$ به عنوان نماینده عدد نادسن تعریف شود ، به ترتیبی که داشته باشیم :

$$\hat{m} = \frac{\bar{C}}{p_a h_{\min}} \qquad (16-21)$$

سپس

$$\mathscr{K} = \frac{\hat{m}}{PH} \qquad (16-22)$$

است . با جایگذاری معادله (۲۲-۱۶) در معادله (۱۹-۱۶) ، داریم :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left[\left(1+\frac{6\hat{m}}{PH}\right)PH^3\frac{\partial P}{\partial X}\right]+\lambda^2\frac{\partial}{\partial Y}\left[\left(1+\frac{6\hat{m}}{PH}\right)PH^3\frac{\partial P}{\partial Y}\right] = \Lambda_g\frac{\partial(PH)}{\partial X}+\sigma_g\frac{\partial(PH)}{\partial T} \qquad (16-23)$$

۲-۱۶ یاتاقان با سطوح موازی

با فرض بدون لغزش ، در سطح مشترک گاز ، شرایط دما ثابت ، و روان کاری بدون تغییر نسبت به زمان و صرف نظر کردن از نشت کناری ، معادله رینولدز مناسب برای یاتاقانهای روان کاری شونده با گاز ، می شود :

$$\frac{d}{dX}\left(PH^3\frac{dP}{dX}\right) = \Lambda_g\frac{d(PH)}{dX} \qquad (16-24)$$

برای یک یاتاقان با سطوح موازی ، $H = 1$ است ؛ بنابراین داریم :

$$\frac{d}{dX}\left(P\frac{dP}{dX}\right) = \Lambda_g\frac{dP}{dX}$$

یا

$$\frac{d^2(P^2)}{dX^2} = 2\Lambda_g \frac{dP}{dX} \tag{۱۶-۲۵}$$

با انتگرال گیری ، داریم :

$$\frac{d(P^2)}{dX} = 2\Lambda_g P + \bar{A} \tag{۱۶-۲۶}$$

۱-۲-۱۶ نتایج عدد یاتاقان پایین

ضمن $\Lambda_g \to 0$ ، معادله (۲۶-۱۶) به صورت زیر تقلیل می یابد :

$$\frac{d(P^2)}{dX} = \bar{A}$$

با انتگرال گیری ، داریم :

$$P^2 = \bar{A}X + \bar{B}$$

شرایط مرزی عبارتند از :

1. $P = P_i$ at $X = 0.$ (۱۶-۲۷)
2. $P = P_o$ at $X = 1.$ (۱۶-۲۸)

با استفاده از این شرایط مرزی ، داریم :

$$\bar{B} = P_i^2$$
$$\bar{A} = P_o^2 - P_i^2 \tag{۱۶-۲۹}$$
$$\therefore P^2 = P_i^2 + \left(P_o^2 - P_i^2\right)X$$

توجه داشته باشید که اگر $P_i = P_0$ باشد ، سپس در همه جا $P = P_i = P_0$ است . نتایج به دست آمده در قسمت ۳-۸ برای یک یاتاقان با سطوح موازی غیرقابل تراکم ، مشابه هستند.
ظرفیت حمل بار عمودی ، فقط انتگرال فشار خواهد بود ، یا داریم :

$$w_z = b\int_0^{\ell}(p - p_a)\,dx$$

یا :

$$W_z = \frac{w_z}{b\ell p_a} = \int_0^1 (P - 1)\,dX \tag{۱۶-۳۰}$$

با جایگذاری معادله (۲۹-۱۶) در معادله (۳۰-۱۶) ، خواهیم داشت :

$$W_z = \int_0^1 \left\{ \left[P_i^2 + \left(P_o^2 - P_i^2 \right) X \right]^{1/2} - 1 \right\} dX$$

$$= \frac{2P_o^2 + 2P_oP_i + 2P_i^2 - 3P_o - 3P_i}{3(P_o + P_i)} \qquad (۱۶-۳۱)$$

توجه داشته باشید که اگر $P_i = P_0 = 1$ باشد، برای یک یاتاقان با سطوح موازی، $W_z = 0$ است .

۱۶-۲-۲ نتایج عدد یاتاقان بالا

معادله (۲۴-۱۶) آشکار می سازد که ضمن $\Lambda_g \to \infty$ ، داریم :

$$\frac{d(PH)}{dX} \to 0$$

ولی برای یک یاتاقان با سطوح موازی ، $H = 1$ است و خواهیم داشت :

$$\therefore \frac{dP}{dX} \to 0 \qquad (۱۶-۳۲)$$

یا

$$P = \text{ثابت} = P_i$$

ظرفیت حمل بار عمودی را می توان با جایگذاری معادله (۳۲-۱۶) در معادله (۳۰-۱۶) به دست آورد ، تا داشته باشیم :

$$W_z = \int_0^1 (P_i - 1)\, dX = P_i - 1 \qquad (۱۶-۳۳)$$

۱۶-۲-۳ نتایج عدد یاتاقان متوسط

با انتگرال گیری معادله (۲۴-۱۶) ، ضمن این که $H = 1$ و برای هر یک یاتاقان با سطوح موازی ، داریم :

$$P\frac{dP}{dX} = \Lambda_g P + \tilde{A} = \Lambda_g (P + \tilde{B})$$

یا :

$$\left(1 - \frac{\tilde{B}}{P + \tilde{B}}\right) dP = \Lambda_g\, dX$$

با انتگرال گیری ، داریم :

$$P - \bar{B}\ln(P + \bar{B}) = \Lambda_g X + \bar{C} \qquad (۱۶-۳۴)$$

با استفاده از شرایط مرزی بیان شده در معادلات (۲۷-۱۶) و (۲۸-۱۶) ، خواهیم داشت :

$$P_i - \bar{B}\ln\left(P_i + \bar{B}\right) = \bar{C} \qquad (۱۶-۳۵)$$

$$P_o - \bar{B}\ln\left(P_o + \bar{B}\right) = \Lambda_g + \bar{C} \qquad (۱۶-۳۶)$$

یا

$$P_i - P_o + \bar{B}\ln\frac{P_o + \bar{B}}{P_i + \bar{B}} = -\Lambda_g \qquad (۱۶-۳۷)$$

این معادله نشان می دهد که $\bar{B}$ را می توان برای مقادیر داده شده P_i ، P_0و Λ_g به صورت عددی به دست آورد .

با جایگذاری معادله (۳۵-۱۶) در معادله (۳۴-۱۶) ، داریم :

$$P - \bar{B}\ln\frac{P + \bar{B}}{P_i + \bar{B}} = P_i + \Lambda_g X \qquad (۱۶-۳۸)$$

بارعمودی وارده باید با کاربردمعادله (۳۷-۱۶) برای حل $\bar{B}$ ، و معادله (۳۸-۱۶) برای حل P و معادله (۳۰-۱۶) برای حل ظرفیت حمل بارعمودی بدون بُعد به صورت عددی حاصل شود .

توجه داشته باشید که حتی برای ساده ترین اشکال فیلم ، یک راه حل تحلیلی کامل برای یاتاقانهای کف گرد روان کاری شونده با گاز ، امکان پذیر نیست . بنابراین یک تجزیه و تحلیل خطی باید به کار گرفته شود ، تا این که حلهای تحلیلی به دست آید .

۳-۱۶ یاتاقان با پله موازی

دقیقاً مثل قسمت ۱-۹ که یاتاقان لغزشی با عرض معین و پله موازی برای روان کاری غیرقابل تراکم تجزیه و تحلیل شد ، در این قسمت همان یاتاقان را (شکل ۲-۱۶) ، ولی با روان کاری کننده گاز ، تجزیه و تحلیل می کنیم . در شکل ، پاشنه جایی است که ضخامت فیلم برابر با h_r و پله جایی است که ضخامت فیلم برابر با h_sیا $h_r + \Delta$ است . شیار تغذیه ، شیار عمیقی است که انتهای یک پاشنه و شروع پله بُعدی را جدا می سازد . اگرچه در این شکل نشان

داده نشده است ، ولی شیار تغذیه به اندازه چند برابر از h_r عمیق تر است . یک «کفشک» به عنوان یک پاشنه ، یک پله و یک شیار تغذیه ، تعریف می شود . این شیار تغذیه نسبت به طول کفشک کوتاه است . توجه داشته باشید که هر کفشک به صورت مستقل عمل می کند ، زیرا که نمایه فشار در شیار تغذیه روان کاری به صورت خط چین است .

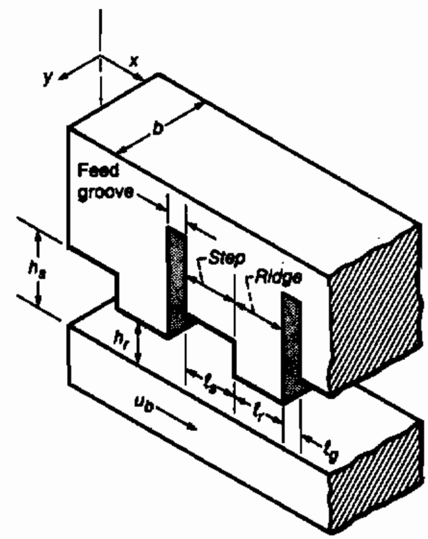
۱-۱۳-۱۶ توزیع فشار

با در نظر گرفتن شرط بدون لغزش در سطح مشترک گاز ، شرایط هم دمایی ، روان کاری بدون تغییر نسبت به زمان و ضخامت فیلم ثابت ، معادله (۷-۱۶) برابر است با :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(p\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(p\frac{\partial p}{\partial y}\right) = \frac{6\eta_0 u_b}{h^2}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{۱۶-۳۹}$$

با باز نمودن و مرتب کردن جملات ، داریم :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{6\eta_0 u_b}{ph^2}\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{p}\left[\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2\right] \tag{۱۶-۴۰}$$



شکل ۲-۱۶- یاتاقان کف گرد پله مستطیلی [از همراک (۱۹۷۲)]

برای حل کردن این معادله به صورت تحلیلی ، باید شرایط خطی کردن اعمال شود . اوسمان (۱۹۶۱) ابتدا این خطی سازی را ، که به صورت زیر است ، معرفی نمود :

۱- جملات سمت راست معادله (۴۰-۱۶) نسبت به جملات سمت چپ کوچک بوده ؛ بنابراین قابل چشم پوشی هستند .

۲- p که به عنوان ضریب جمله سوم در معادله (۴۰-۱۶) ظاهر می شود ، با فشار آتمسفر p_a جایگزینی می شود .

با استفاده از این خطی کردنها ، معادله (۴۰-۱۶) به شکل زیر تعدیل می یابد :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{6\eta_0 u_b}{p_a h^2}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (۱۶-۴۱)$$

از قسمت ۱-۹ ، به خاطر داشته باشید که برای یاتاقانی یکسان ، ولی با روان کننده غیرقابل تراکم ، معادله مناسب رینولدز ، معادله (۴۱-۱۶) می باشد ، ولی با سمت راست معادله برابر با صفر است [معادله (۲-۹) را ببینید] .

از معادله (۴۱-۱۶) ، معادلات رینولدز مجزا برای نواحی پاشنه و پله برای کشویی پله موازی و عرض معین عبارت است از :

$$\frac{\partial^2 p_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_r}{\partial y^2} = \frac{6\eta_0 u_b}{p_a h_r^2}\frac{\partial p_r}{\partial x} \qquad (۱۶-۴۲)$$

$$\frac{\partial^2 p_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_s}{\partial y^2} = \frac{6\eta_0 u_b}{p_a h_s^2}\frac{\partial p_s}{\partial x} \qquad (۱۶-۴۳)$$

اندیس r اشاره به پاشنه (شکل ۲-۱۶ را ببینید) ، اندیس s اشاره به پله و اندیس g اشاره به شیار تغذیه دارند . فرضهای زیر :

$$x = bX \qquad y = bY \qquad p_r = p_a(P_r + 1) \qquad p_s = p_a(P_s + 1) \qquad (۱۶-۴۴)$$

معادلات (۴۲-۱۶)و (۴۳-۱۶) را به شکل معادلاتی که در زیر می آیند ، تغییر می دهند :

$$\frac{\partial^2 P_r}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P_r}{\partial Y^2} = \Lambda_a \frac{\partial P_r}{\partial X} \qquad (۱۶-۴۵)$$

$$\frac{\partial^2 P_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P_s}{\partial Y^2} = \frac{\Lambda_a}{H_a^2}\frac{\partial P_s}{\partial X} \qquad (۱۶-۴۶)$$

که در آن :

$$\Lambda_a = \frac{6\eta_0 u_b b}{p_a h_r^2} \qquad (۱۶-۴۷)$$

$$H_a = \frac{h_s}{h_r} \qquad (۱۶-۴۸)$$

با استفاده از جداسازی متغییرات در ضمن به دست آوردن حل برای فشار ، داریم :

$$P_r = \exp\left(\frac{\Lambda_a X}{2}\right)\left\{\bar{A}_r \exp\left[X\left(\frac{\Lambda_a^2}{4} + J_r^2\right)^{1/2}\right] + \bar{B}_r \exp\left[-X\left(\frac{\Lambda_a^2}{4} + J_r^2\right)^{1/2}\right]\right\}$$
$$\times\left[\bar{D}_r \sin(J_r Y) + \bar{E}_r \cos(J_r Y)\right] \qquad (۱۶-۴۹)$$

$$P_s = \exp\left(\frac{\Lambda_a X}{2H_a^2}\right)\left\{\bar{A}_s \exp\left[X\left(\frac{\Lambda_a^2}{4H_a^4} + J_s^2\right)^{1/2}\right] + \bar{B}_s \exp\left[-X\left(\frac{\Lambda_a^2}{4H_a^4} + J_s^2\right)^{1/2}\right]\right\}$$
$$\times\left[\bar{D}_s \sin(J_s Y) + \bar{E}_s \cos(J_s Y)\right] \qquad (۱۶-۵۰)$$

که در آن J_r و J_s ثابتهای جداسازی هستند . شرایط مرزی عبارتند از :

۱- $P_s = 0$ وقتی $X = 0$

۲- $P_r = 0$ وقتی :

$$X = \frac{\ell_s + \ell_r}{b} = \frac{\ell_s + \ell_r}{\ell_s + \ell_r + \ell_g}\frac{\ell_s + \ell_r + \ell_g}{b} = \beta_g \lambda$$

۳- $$P_r = P_s = \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} F_m^* \cos(m\pi Y)$$

$$X = \frac{\ell_s}{b} = \frac{\ell_s}{\ell_s + \ell_r + \ell_g}\frac{\ell_s + \ell_r + \ell_g}{b}$$

یا : ضریب فوریه است $X = \psi_g \lambda$ when F_m^*

۴- $\frac{\partial P_r}{\partial Y} = \frac{\partial P_s}{\partial Y} = 0$ when $Y = 0.$

۵- $P_r = P_s = 0$ when $Y = \frac{1}{2}.$

۶- $q_r = q_s$ when $X = \psi_g \lambda.$

برای شرایط مرزی ۱ تا ۵ ، معادلات (۴۹-۱۶) و (۵۰-۱۶) می شوند :

$$P_r = \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{F_m^* \cos(m\pi Y) e^{(\Lambda_a/2)(X-\psi_g\lambda)}}{e^{-\psi_g\lambda\xi_r} - e^{-\lambda\xi_r(2\beta_g-\psi_g)}} \left[e^{-X\xi_r} - e^{\xi_r(2\lambda\beta_g - X)}\right] \quad (۱۶-۵۱)$$

$$P_s = \sum_{m=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{F_m^* \cos(m\pi Y) e^{(\Lambda_a/2H_a^2)(X-\psi_g\lambda)}}{e^{-\psi_g\lambda\xi_s} - e^{\psi_g\lambda\xi_s}} \left[e^{-X\xi_s} - e^{X\xi_s}\right] \quad (۱۶-۵۲)$$

که در آن ، داریم :

$$\xi_r = \left[\left(\frac{\Lambda_a}{2}\right)^2 + m^2\pi^2\right]^{1/2}$$

$$\xi_s = \left[\left(\frac{\Lambda_a}{2H_a^2}\right)^2 + m^2\pi^2\right]^{1/2}$$

معادلات خطی شده ، تشریح کننده جریان جرم در عرض پاشنه و پله را می توان به صورت زیر نوشت

$$q_{m,r} = \frac{\rho_a}{p_a}\left(\frac{p_r u_b h_r}{2} - \frac{p_a h_r^3}{12\eta_0}\frac{\partial p_r}{\partial x}\right)$$

$$q_{m,s} = \frac{\rho_a}{p_a}\left(\frac{p_s u_b h_s}{2} - \frac{p_a h_s^3}{12\eta_0}\frac{\partial p_s}{\partial x}\right).$$

توجه داشته باشید که $q_{m,r}$ و $q_{m,s}$ نرخهای جریان جرم در نواحی پاشنه و پله با آحاد نیوتن ـ ثانیه

بر مترمربع هستند . این کاملاً با نرخهای جریان حجمی در فصل ۹ و با آحاد مترمکعب برثانیه متفاوت است . با استفاده از معادله (۱۶-۴۴) ، این معادلات را می توان به صورت بدون بُعد نوشت ، که در آنها ؛

$$q_{m,r} = \frac{\rho_a p_a h_r^3}{12\eta_0 b}\left[\Lambda_a(P_r + 1) - \frac{\partial P_r}{\partial X}\right]$$

$$q_{m,s} = \frac{\rho_a p_a h_s^3}{12\eta_0 b}\left[\frac{\Lambda_a}{H_a^2}(P_s + 1) - \frac{\partial P_s}{\partial X}\right]$$

با استفاده از شرایط مرزی ۳ و ۶ ، داریم :

$$H_a^3\left(\frac{\partial P_s}{\partial X}\right)_{X=\lambda\psi_g} - \left(\frac{\partial P_r}{\partial X}\right)_{X=\lambda\psi_g} = \Lambda_a(H_a - 1)$$

$$\times\left[1 + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} F_m^* \cos(m\pi Y)\right] \qquad (۱۶-۵۳)$$

با استفاده از معادلات (۱۶-۵۱) تا (۱۶-۵۳) ضریب فوریه[1] F^*_m را می توان به صورت زیر حل نمود :

$$F_m^* = \frac{4(H_a - 1)\sin(m\pi/2)}{m\pi\left[\frac{1 - H_a}{2} + \frac{\xi_s H_a^3}{\Lambda_a}\left(\frac{1 + e^{-2\xi_s\lambda\psi_g}}{1 - e^{-2\xi_s\lambda\psi_g}}\right) + \frac{\xi_r}{\Lambda_a}\left(\frac{1 + e^{-2\lambda\xi_r(\beta_g - \psi_g)}}{1 - e^{-2\lambda\xi_r(\beta_g - \psi_g)}}\right)\right]} \qquad (۱۶-۵۴)$$

۱۶-۳-۲ مؤلفه بار عمودی و شقّی[2]

مؤلفه های بار بدون بُعد برای پاشنه و پله را می توان به صورت زیر نوشت :

$$W_r = \frac{w_r}{p_a b\ell} = \frac{2}{\lambda}\int_0^{1/2}\int_{\psi_g\lambda}^{\beta_g\lambda} P_r\, dX\, dY$$

$$W_s = \frac{w_s}{p_a b\ell} = \frac{2}{\lambda}\int_0^{1/2}\int_0^{\psi_g\lambda} P_s\, dX\, dY$$

1- Fourier

2- Stiffuess

با جایگذاری معادلات (۱۶-۵۱) و (۱۶-۵۲) در این معادلات ، داریم :

$$W_r = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2F_m^* \sin(m\pi/2)}{m^3\pi^3\lambda} \times \left[\frac{\Lambda_a}{2} + \frac{\xi_r\left(1 - 2e^{-\lambda(\beta_g-\psi_g)(\xi_r-\Lambda_a/2)} + e^{-2\lambda\xi_r(\beta_g-\psi_g)}\right)}{1 - e^{-2\lambda\xi_r(\beta_g-\psi_g)}} \right] \qquad (۱۶-۵۵)$$

$$W_s = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2F_m^* \sin(m\pi/2)}{m^3\pi^3\lambda} \times \left[-\frac{\Lambda_a}{2H_a^2} + \frac{\xi_s\left(1 - 2e^{-\lambda\psi_g(\xi_s+\Lambda_a/2H_a^2)} + e^{-2\psi_g\lambda\xi_s}\right)}{1 - e^{-2\psi_g\lambda\xi_s}} \right] \qquad (۱۶-۵۶)$$

بار بدون بُعد کلی حمایت شونده توسط یک کفشک پله‌ای مستطیلی را می توان به صورت زیر نوشت :

$$W = \frac{w_r + w_s}{p_a \ell b} = W_r + W_s \qquad (۱۶-۵۷)$$

معادله برای شقی بدون بُعد ، عبارت است از :

$$K_g = -h_r \frac{\partial W}{\partial h_r} \qquad (۱۶-۵۸)$$

بنابراین بامعادلات (۱۶-۵۴) تا (۱۶-۵۸) مؤلفه باربدون بُعد و شقی برای یک کفشک کف گرد با پله با عرض معین و روان کاری شونده توسط گاز و خودعمل کننده ، کاملاً تعریف می شود.

از این معادلات مشخص می شود که مؤلفه بار بدون بُعدو شقی توابع پنج پارامتر زیر هستند :

۱- عدد بدون بُعد یاتاقان

$$\Lambda_a = \frac{6\eta_0 u_b b}{p_a h_r^2}$$

۲- نسبت طول به عرض کفشک

$$\lambda = \frac{\ell_s + \ell_r + \ell_g}{b}$$

۳- نسبت ضخامت فیلم

$$H_a = \frac{h_s}{h_r}$$

۴- پارامتر موقعیت پله

$$\psi_g = \frac{\ell_s}{\ell_s + \ell_r + \ell_g}$$

۵- نسبت عرض شیار

$$\beta_g = \frac{\ell_s + \ell_r}{\ell_s + \ell_r + \ell_g}$$

۱۶-۳-۳ روش بهینه سازی

مسأله ، پیدا کردن یاتاقان پله ای بهینه برای ظرفیت حمل بار بیشینه یا شقی در اعداد مختلف یاتاقان است . این بدان معنی است که با دادن عدد بدون بُعد یاتاقان Λ_a ، مقدار بیشینه λ ، بیشینه H_a ، و بیشینه ψ_g را پیدا کنید . نسبت عرض شیار β_g ، خیلی از پارامترهای دیگر کم اهمیت تر است . بنابراین برای تمام بررسیها β_g برابر با 0.97 قرار داده خواهد شد .

مسأله اساسی در بهینه سازی λ ، H_a ، ψ_g برای ظرفیت حمل بار بیشینه و شقی ، لزوماً عبارت است از یافتن مقادیری از λ ، H_a ، ψ_g که معادلات زیر را ارضاء می کند :

$$\frac{\partial W}{\partial \lambda} = \frac{\partial W}{\partial H_a} = \frac{\partial W}{\partial \psi_g} = 0 \tag{۱۶-۵۹}$$

$$\frac{\partial K_g}{\partial \lambda} = \frac{\partial K_g}{\partial H_a} = \frac{\partial K_g}{\partial \psi_g} = 0 \tag{۱۶-۶۰}$$

از روش نیوتن ـ رفسون[1] برای حل این معادلات ، به طور یک سیستم استفاده می شود .

۱۶-۳-۴ یاتاقان کف گرد با قطاع پله ای

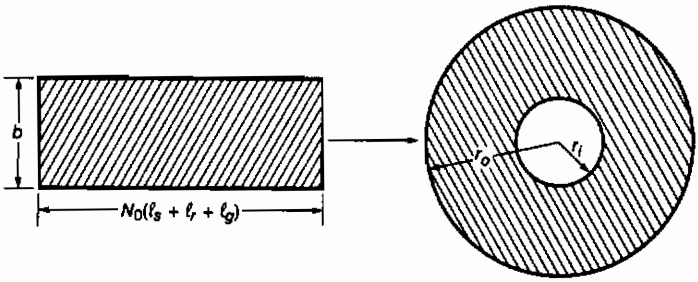
شکل ۱۶-۳ ، تبدیل یک یاتاقان کشویی مستطیلی به یک یاتاقان با تاج دایره ای را نشان می دهد . برای بهینه سازی یک یاتاقان کف گرد با قطاع پله ای ، پارامترهایی برای قطاع باید پیدا شوندکه مشابه آنها برای یاتاقان پله ای مستطیلی باشد . باجایگذاری زیر این تبدیل انجام می گیرد :

$$b \rightarrow r_o - r_i$$

$$N_0(\ell_s + \ell_r + \ell_g) \rightarrow \pi(r_o + r_i)$$

$$u_b \rightarrow \frac{\omega}{2}(r_o + r_i)$$

1- Newton-Raphson



شکل ۳-۱۶- تبدیل یاتاقان کشویی مستطیلی به یاتاقان تاجی شکل دایره‌ای

که در آن N_0 تعداد کفشک قرار گرفته در قطاع پله می‌باشد . با استفاده از این معادله ، عدد بدون بُعد یاتاقان را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$\Lambda_a = \frac{3\eta_0\omega(r_o^2 - r_i^2)}{p_a h_r^2} \tag{۱۶-۶۱}$$

بهترین تعداد کفشکهای قرارگیرنده در این قطاع ، از فرمول زیر به دست می‌آید :

$$N_0 = \frac{\pi(r_o + r_i)}{\lambda_{\text{opt}}(r_o - r_i)} \tag{۱۶-۶۲}$$

در این معادله λ_{opt} بهترین مقدار برای نسبت طول به عرض است . چون معمولاً N_0 عدد صحیح نخواهد بود ، لازم است که به نزدیکترین عدد صحیح تبدیل شود .

۱۶-۳-۵ نتایج

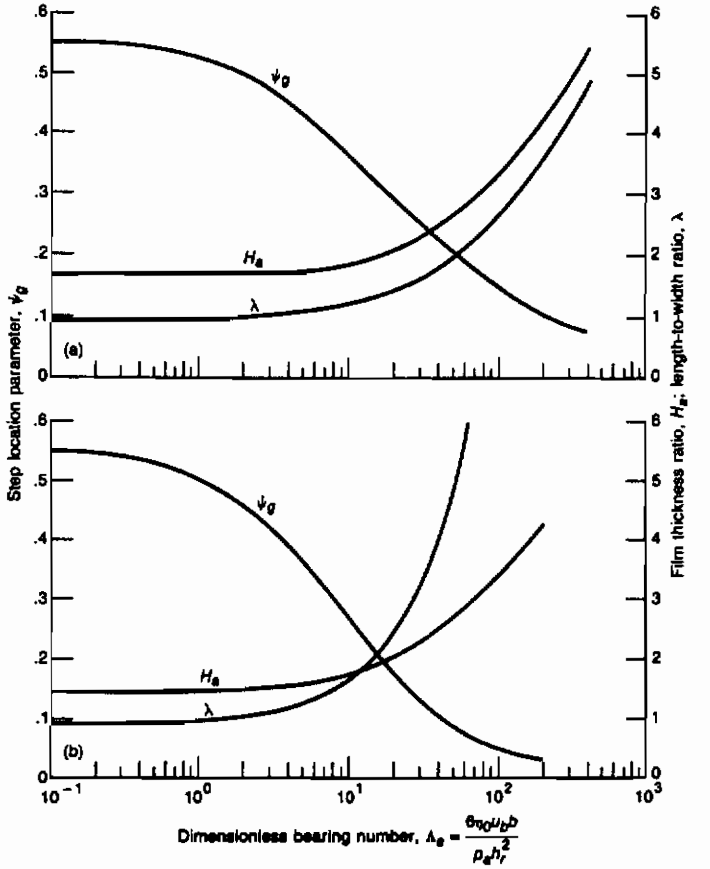
شکل ۴-۱۶ (الف) ، اثر Λ_a روی λ ، H_a ، و ψ_g برای ظرفیت حمل بار بیشینه و محدوده‌ای از Λ_a از 0 تا 410 را نشان می‌دهد . پارامترهای پله‌ای بهینه (λ ، H_a ، و ψ_g) ، ضمن کوچک شدن عدد بدون بُعد یاتاقان Λ_a ، به صورت مجانب دیده می‌شوند . این شرط مجانب مربوط به حل غیرقابل تراکم $\lambda = 0.918$ ، $\psi_g = 0.555$ و $H_a = 1.693$ است . به خاطر داشته باشید که برای حل غیرقابل تراکم یک یاتاقان پله‌ای ، سمت راست معادلات (۴۲-۱۶) و (۴۳-۱۶) ، صفر هستند .

شکل ۴-۱۶ (ب) اثر Λ_a روی λ ، H_a ، و ψ_g را برای شقّی بیشینه نشان می‌دهد . مانند

شکل ۴-۱۶ (الف) ، پارامترهای بیشینه پله ضمن رسیدن به حل غیرقابل تراکم ، مجانب می شوند . مجانبها برای شقّی بیشینه $\lambda = 0.915$ ، $\psi_g = 0.557$ و $H_a = 1.47$ هستند . توجه داشته باشید که تفاوتی در مجانب برای نسبت ضخامت فیلم وجود دارد ؛ ولی در واقع در مقایسه با نتایج به دست آمده برای ظرفیت حمل بار بیشینه ، تغییری در λ و ψ_g وجود ندارد .

شکلهای ۴-۱۶ (الف) و (ب) نشان می دهند که برای اعداد یاتاقان Λ_a بزرگتر از موقعیتهای که ψ_g ، λ ، و H_a به سمت مجانب میل می کنند ، مقادیر زیر هستند :

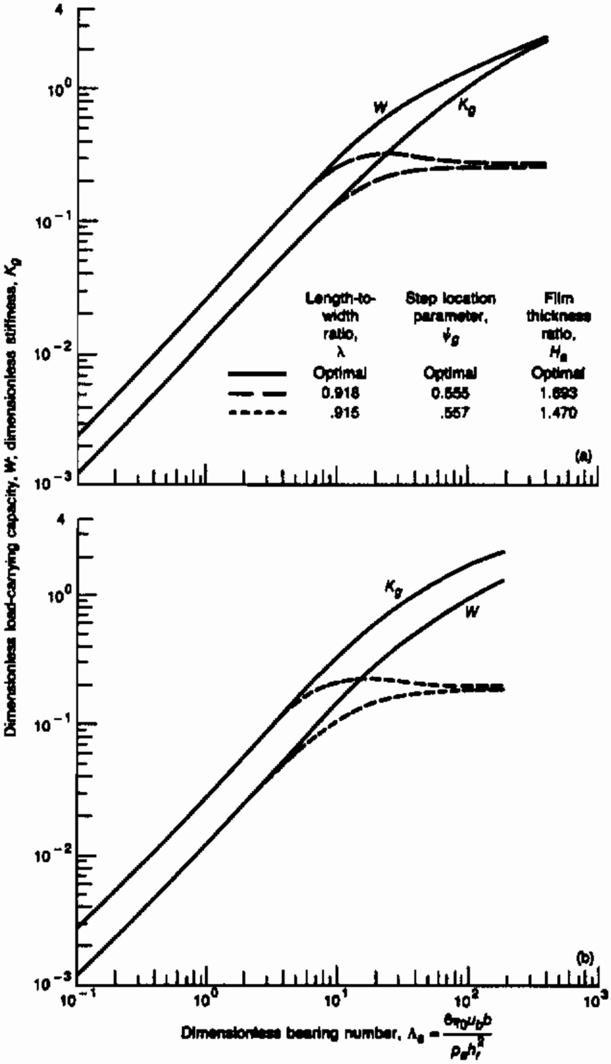
۱- نسبت طول به عرض λ افزایش می یابد (مثلاً ، طول کفشک نسبت به عرض آن افزایش می یابد) .



شکل ۴-۱۶- اثر عدد بدون بُعد یاتاقان روی پارامترهای بهینه پله . (الف) برای ظرفیت حمل بار بدون بُعد بیشینه ، (ب) برای شقی بدون بُعد بیشینه [از همراک (۱۹۷۲)]

۲ - پارامتر موقعیت پله ψ_g کاهش می یابد (مثلاً، طول پله نسبت به طول کفشک کاهش می یابد).
۳- نسبت ضخامت فیلم H_a افزایش می یابد (مثلاً ، عمق پله نسبت به لقی افزایش می یابد) .

شکل ۵-۱۶ (الف) و (ب) اثر عدد بدون بُعد یاتاقان Λ_g را بر روی ظرفیت حمل بار بدون بُعد و شقی نشان می دهد . تفاوت موجود در این شکلها این است که ، پارامترهای بهینه



شکل ۵-۱۶- اثر عدد بدون بُعد و شقی بدون بُعد . (الف) برای ظرفیت حل بار بدون بُعد بیشینه ، (ب) برای شقی بدون بُعد بیشینه [از همراك (۱۹۷۲)] .

پله در شکل ۵-۱۶ (الف) ، همان طور که برای ظرفیت حمل بار بیشینه به دست آمد و در شکل ۵-۱۶ (ب) ، برای حالت شقی بیشینه استفاده می شود . همچنین در این شکلها مقادیر K_g و W، برای پارامترهای پله در مقادیر بهینه و برای حل غیرقابل تراکم نشان داده می شود . تفاوت مهم بین این نتایج قبل از $\Lambda_a > 8$ اتفاق نمی افتد .

۴-۱۶ یاتاقان شیار حلزونی[1]

یک یاتاقان کف گرد شیار حلزونی پمپ کننده به سمت داخل ، در شکل (۶-۱۶) نشان داده شده می شود . پارامترهای بدون بُعد که معمولاً همراه با یک یاتاقان کف گرد شیار حلزونی هستند ، عبارتند از :

۱- زاویه شیار β_a

۲- نسبت عرض شیار $\psi_a = \theta_r / \theta_g$

۳- نسبت ضخامت فیلم $H_a = h_s / h_r$

۴- نسبت شعاع $\alpha_r = r_i / r_0$

۵- کسر طول شیار $R_g = (r_0 / r_m) / (r_0 - r_i)$

۶- تعداد شیار N_0

۷- عدد بدون بُعد یاتاقان $\Lambda_s = 3\eta_0\omega\ (r^2_0 - r^2_i) / p_a h^2_r$.

شش پارامتر اول ، پارامترهای هندسی و پارامتر آخری پارامتر کاری است .

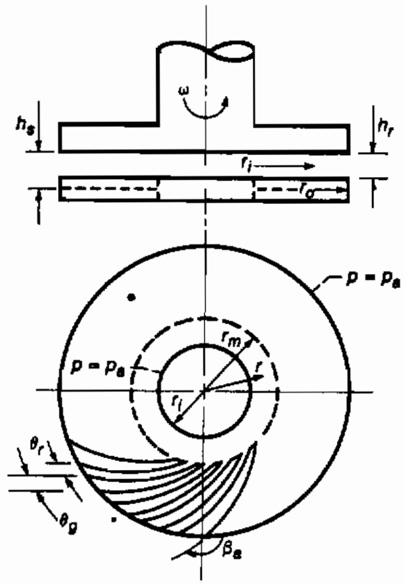
عملکرد یاتاقانهای کف گرد شیار حلزونی توسط پارامترهای بدون بُعد زیر ارائه می شوند :

بار بدون بُعد :

$$W_\infty = \frac{1.5 G_f w_z}{\pi p_a (r_o^2 - r_i^2)} \qquad (۱۶-۶۳)$$

که در آن ، G_f فاکتور شیار است .

1- Spiral-Groove bearing



شکل ۶-۱۶- یاتاقان کف گرد شیار حلزونی [از مالائوسکی و پان (۱۹۶۵)]

شقی بدون بُعد :

$$K_\infty = \frac{1.5 h_r G_f k_\infty}{\pi p_a (r_o^2 - r_i^2)} \tag{۱۶-۶۴}$$

نرخ جریان جرم بدون بُعد :

$$Q_m = \frac{3\eta_0 q_m}{\pi p_a h_r^3} \tag{۱۶-۶۵}$$

گشتاور بدون بُعد :

$$T_q = \frac{6 t_q}{\pi p_a (r_o^2 + r_i^2) h_r \Lambda_s} \tag{۱۶-۶۶}$$

جداول طراحی ریگر[1] (۱۹۶۷) ، در شکل (۷-۱۶) نشان داده می شود . این جداول از

1- Reiger

حل کردن فشار در معادله رینولدز [معادله (۱۳-۱۶)] ، برای یاتاقان کف گرد شیار حلزونی نشان داده شده در شکل (۶-۱۶) و سپس راه‌حل برای پارامترهای مختلف عملکرد ، به دست آمده اند .

در یک مسأله طراحی معمولی ، فاکتورهای داده شده ، بار ، سرعت ، پوشش یاتاقان ، لزجت گاز ، فشار محیط اطراف ، و یک نسبت قابل قبول لقی به شعاع هستند . مقدار بیشینه نسبت شعاع به لقی ، معمولاً توسط تغییرشکل احتمالی انجام گرفته برای سطوح یاتاقان دیکته می شود . این مقادیر معمولی 5000 تا 10000 هستند . روش معمولی که در طراحی یک یاتاقان کف گرد شیار حلزونی با استفاده از منحنیهای طراحی شده در شکل ۷-۱۶ دنبال می شود ، به ترتیب زیر است :

۱- تعداد شیار N_0 را انتخاب کنید .

۲- از شکل ۷-۱۶ (الف) ، فاکتور شیار G_f برای یک نسبت شعاع معین $\alpha_r = r_i / r_0$ و N_0 را تعیین کنید .

۳- بار بدون بُعد W_∞ [معادله (۶۳-۱۶)] را محاسبه کنید .

۴- اگر $W_\infty > 0.8$ بود سپس به مقدار r_0 باید افزوده شود . به مرحله ۲ برگردید .

۵- از شکل ۷-۱۶ (ب) ، از مقادیر داده شده W_∞ و α_r مقدار Λ_s را انتخاب کنید .

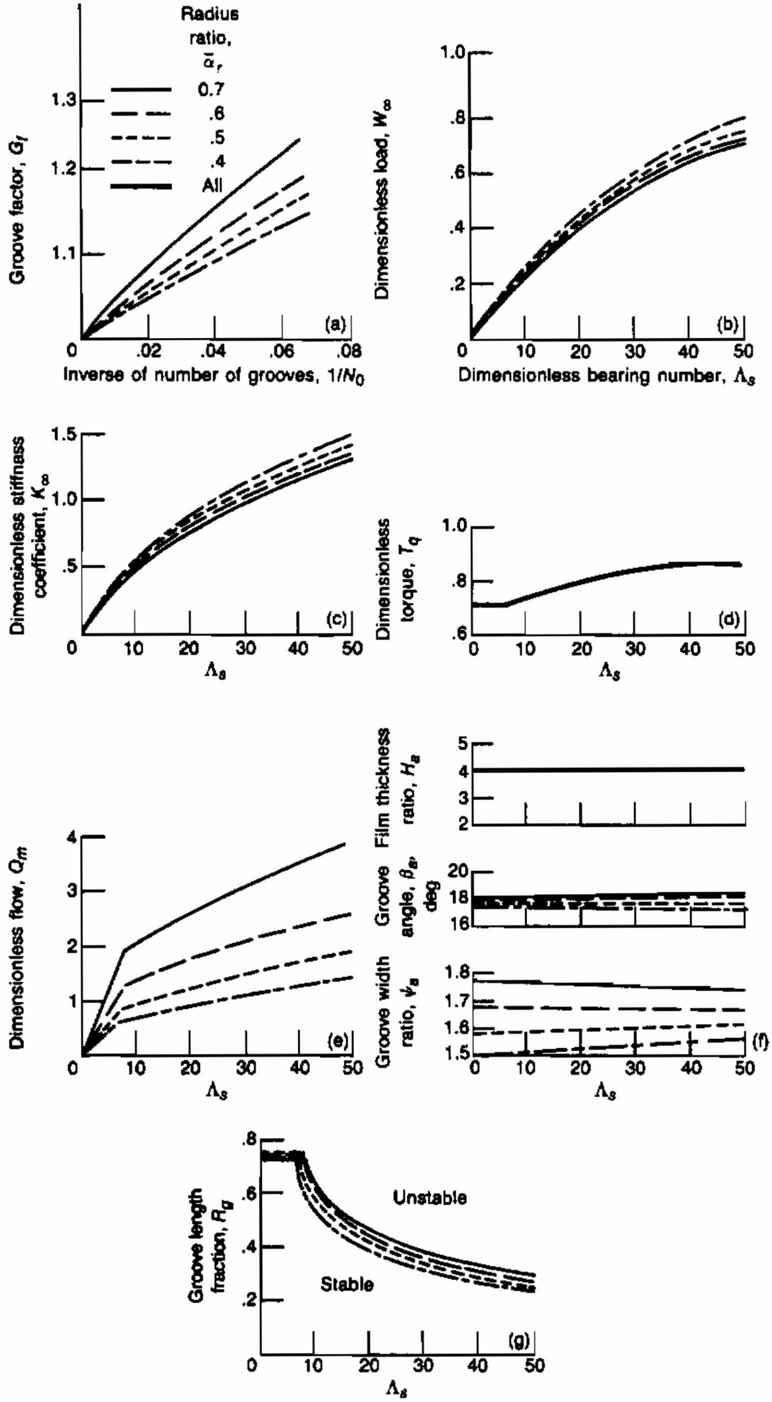
۶- از رابطه زیر محاسبه کنید :

$$\frac{r_o}{h_r} = \left\{ \frac{\Lambda_s p_a}{3\eta_0\omega\left[1 - (r_i/r_o)^2\right]} \right\}^{1/2}$$

اگر $r_0/h_r > 10000$ (یا هر نسبت شعاع به لقی از قبل تعیین شده) باشد ، یک یاتاقان بزرگتر یا سرعت بالاتر موردنیاز است . به مرحله ۲ برگردید . اگر این تغییرات نمی تواند انجام گیرد ، پس باید یک یاتاقان تحت فشار از داخل مورد استفاده قرار گیرد .

۷- با برقراری مقادیر α_r و Λ_s ، مقادیر K_∞ ، T_q و Q_m را به ترتیب از شکل ۷-۱۶ (ج) ، (د) و (ر) به دست آورید . از معادلات (۶۴-۱۶) تا (۶۶-۱۶) K_∞ ، q_m و t_q را به دست آورید .

۸- از شکل ۷-۱۶ (ز) نسبت ضخامت فیلم H_a ، زاویه شیار β_a و نسبت عرض شیار ψ_a را به دست آورید . از شکل ۷-۱۶ (س) کسر طول شیار R_g را به دست آورید .



شکل ۷-۱۶- منحنیهای لازم برای تعیین مشخصه‌های یاتاقانهای کف‌گرد شیارحلزونی. (الف) فاکتور شیار ، (ب) بار ، (ج) شقی ، (د) گشتاور ، (هـ) جریان ، (و) شکل هندسی بهینه شیار ، (ز) فاکتور طول شیار [از ریگر (۱۹۶۷)] .

۵-۱۶ مؤخره

یاتاقانهای گازی ، مشابه یاتاقانهای روان کاری شونده با روغن هیدرودینامیکی هستند ؛ الاّ این که سیال قابل تراکم است . به علاوه چون هوا ۱۰۰۰ مرتبه از حتی رقیق ترین روغنهای معدنی کمتر لزج است ، مقاومت در برابر لزجت خیلی کمتر است .

معادله رینولدز برحسب جملات بدون بُعد برای یک یاتاقان روان شونده با گاز ، که در آن شرایط هم دمایی و جریان بدون لغزش برقرار است را می توان این گونه نوشت :

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(PH^3\frac{\partial P}{\partial X}\right) + \lambda^2\frac{\partial}{\partial Y}\left(PH^3\frac{\partial P}{\partial Y}\right) = \Lambda_g\frac{\partial(PH)}{\partial X} + \sigma_g\frac{\partial(PH)}{\partial T}$$

که در آن :

نسبت طول به عرض ، $\lambda = l/b$

عدد بدون بُعد یاتاقان برای یاتاقانهای کف گرد ، $\Lambda_g = 6\eta_0 u_b l / p_a h^2_{\text{کمینه}}$

عدد فشردگی ، $\sigma_g = 12\eta_0 \omega l^2 / p_a h^2_{\text{کمینه}}$

در این معادله ، قابلیت تراکم گاز با غیرخطی کردن معادله رینولدز برحسب فشار P ، تجزیه و تحلیل را پیچیده می نماید .

وقتی که روان کاری جدای از زمان فرض شود ، دو حل حدّی سرعتهای خیلی پایین $(\Lambda_g \to 0)$ و سرعتهای خیلی بالا $(\Lambda_g \to \infty)$ ، سه اصل مهم زیر را به وجود می آورند :

۱- در سرعتهای خیلی پایین رفتار یاتاقان گازی به خوبی با روان کاری مایع یا غیرقابل تراکم تقریب زده می شود .

۲- در سرعتهای خیلی زیاد ، ثابت = ph و بار مستقل از سرعت می شود .

۳- در سرعتهای خیلی زیاد اثرات نشت کناری قابل چشم پوشی هستند ؛ زیرا هر دو حلهای یاتاقان با عرض معین و بی نهایت به سمت ، ثابت = ph ، میل می کنند .

در جریان لغزشی ، بین سرعت سطح و متوسط سرعت سیال در سطح ، تفاوت وجود دارد . جریان لغزشی فقط در فیلمهای روان کاری شده گازی مهم می شوند . عدد نادسن $\mathscr{K}$ یک اندازه گیر معکوس از تعداد متوسط برخورد مولکول در یک ضخامت فیلم معین است :

$$\mathscr{K} = \frac{\lambda_m}{h}$$

که در آن λ_m متوسط مسیر آزاد مولکول گاز می‌باشد . برای $15 > \mathscr{K} > 0.01$ جریان لغزشی مهم می‌شود .

نتایج تحلیلی کامل برای یک یاتاقان روان‌کاری شونده با گاز و سطوح موازی با شرایط بدون لغزش در فصل مشترک سطح سیال ، روان‌کاری مستقل از زمان و دما ثابت و بدون نشت کناری را نمی‌توان حاصل نمود . این امر به رهیافت خطی کردن منجر شد ، که ابتدا توسط اوسمان (۱۹۶۱) پیشنهادشد ؛ برای تجزیه و تحلیل یاتاقان کف گرد پله‌ای مستطیلی روان‌کاری شونده با گاز مورد استفاده قرار گرفت .

۱۶-۶ مسائل

۱۶-۶-۱ برای یاتاقانهای کف گرد با سطوح موازی و روان‌کاری شونده با گاز بحث شده در این فصل ، با استفاده از معادلات (۱۶-۳۷) ، (۱۶-۳۸) و (۱۶-۳۰) ظرفیت حمل بار عمودی و فشار را تعیین کنید :

محاسبات باید با رایانه انجام گرفته و برای موارد زیر باشد :

(الف) $P_i = 1$ ، $P_0 = 4$ ، $\Lambda_g = 1, 3, 6, 10, 30$ و 100 .

(ب) $P_0 = 1$ ، $P_i = 4$ ، $\Lambda_g = 1, 3, 6, 10, 30$ و 100 .

نمایه های فشار را رسم کنید و نتایج ظرفیت حمل بار و فشار را به صورت جدولی نشان دهید .

۱۶-۶-۲ اثر نشت کناری روی ظرفیت حمل بار عمودی برای یاتاقانهای گازی به دست آمده در این فصل و یاتاقانهای روان‌کاری شونده با سیال مایع که در فصول ۸ و ۱۰ به دست آمد را بحث کنید .

۱۶-۷ فهرست و منابع مآخذ

Ausman, J. S. (1961): An Approximate Analytical Solution for Self-Acting Gas Lubrication of Stepped Sector Thrust Bearings. *ASLE Trans.*, vol. 4, no. 2, pp. 304–313.

Burgdorfer, A. (1959): The Influence of the Molecular Mean Free Path on the Performance of Hydrodynamic Gas Lubricated Bearings. *J. Basic. Eng.*, vol. 81, no. 1, pp. 94–100.

Hamrock, B. J. (1972): Optimization of Self-Acting Step Thrust Bearings for Load Capacity and Stiffness. *ASLE Trans.*, vol. 15, no. 23, pp. 159–170.

Malanoski, S. B., and Pan, C. H. T. (1965): The Static and Dynamic Characteristics of the Spiral-Groove Thrust Bearing. *J. Basic Eng.*, vol. 87, no. 3, pp. 547–558.

Reiger, N. F. (1967): *Design of Gas Bearings*. Mechanical Technology Inc., Latham, New York.

فصل هفدهم

یاتاقانهای ژورنال روان کاری شونده با گاز

فصل ۱۶ دربرگیرندهٔ مبانی روان کاری با گاز به صورت کلی و به کارگیری این مبانی به یاتاقانهای کف گرد بود . در این فصل روان کاری یاتاقانها را با گاز ادامه می دهیم ؛ اما باید خاطرنشان کرد که یاتاقانهای ژورنال در این جا مورد نظر هستند . به یاد داشته باشید که سطوح یاتاقانهای ژورنال ، موازی با محور چرخش هستند ، در صورتی که سطوح یاتاقانهای کف گرد عمود بر این محور می باشند . در این فصل یاتاقانهای ژورنال خودکار در نظر گرفته شده که متکی بر حرکت محور برای تولید فشار حمایت کننده بار در فیلم روان کننده هستند . اطلاعات کلی در باره عمل یاتاقان ژورنال ، در ابتدای فصل ۱۰ آمده است ، لذا در این جا از تکرار آنها خودداری می نماییم .

۱۷-۱ معادله رینولدز

با فرض نمودن لغزش در فصل مشترک سطح سیال ، شرایط دما ثابت ، و روان کاری بدون تغییرات زمان ، معادله رینولدز قابل تراکم در محورهای مختصات کارتزین را می توان از معادله (۷-۵۵) ، این گونه نوشت :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(ph^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(ph^3\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 6\eta_0 u_b\frac{\partial(ph)}{\partial x} \qquad (7\text{-}55)$$

برای یاتاقانهای ژورنال ، مطابق فصل ۱۰ (شکل ۲-۱۰ را ببینید) ، راحت تر است تا متغیرها را در معادله قبلی به موارد زیر تغییر دهیم :

$$x = r\phi \qquad y = r\zeta \qquad u_b = r\omega \tag{۱۷-۱}$$

با جایگذاری معادله (۱-۱۷) در معادله (۵۵-۷) ، داریم :

$$\frac{\partial}{\partial\phi}\left(ph^3\frac{\partial p}{\partial\phi}\right) + \frac{\partial}{\partial\zeta}\left(ph^3\frac{\partial p}{\partial\zeta}\right) = 6\eta_0\omega r^2\frac{\partial(ph)}{\partial\phi} \tag{۱۷-۲}$$

اگر :

$$p = p_a P \quad \text{and} \quad h = cH,$$

این معادله می شود :

$$\frac{\partial}{\partial\phi}\left(PH^3\frac{\partial P}{\partial\phi}\right) + \frac{\partial}{\partial\zeta}\left(PH^3\frac{\partial P}{\partial\zeta}\right) = \Lambda_j\frac{\partial(PH)}{\partial\phi} \tag{۱۷-۳}$$

که در آن :

$$\Lambda_j = \frac{6\eta_0\omega r^2}{p_a c^2} \tag{۱۷-۴}$$

عدد بدون بُعد یاتاقان برای یاتاقانهای ژورنال است .

۲-۱۷ حلهای حدّی

همانند مورد یاتاقانهای کف گرد روان کاری شونده با گاز در فصل ۱۶ ، دو مورد حدّی در این جا در نظر گرفته می شوند .

۱-۲-۱۷ یاتاقان با اعداد پایین

مانند فصل ۱۶ ، ضمن میل کردن سرعت $\omega \to 0$ و $\Lambda_j \to 0$ ، $P \to 1$ و افزایش فشار $\Delta P \to 0$ میل می کند .

$$\therefore \left(\frac{\partial P}{\partial \phi}\right)^2 \ll \frac{\partial^2 P}{\partial \phi^2} \qquad \left(\frac{\partial P}{\partial \zeta}\right)^2 \ll \frac{\partial^2 P}{\partial \zeta^2} \qquad \text{and} \qquad H\frac{\partial P}{\partial \phi} \ll P\frac{\partial H}{\partial \phi}$$

بنابراین ، با بسط معادله (۳-۱۷) و صرف نظر از این جملات ، داریم :

$$\frac{\partial}{\partial \phi}\left(H^3\frac{\partial P}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial \zeta}\left(H^3\frac{\partial P}{\partial \zeta}\right) = \Lambda_j\frac{\partial H}{\partial \phi} \tag{۱۷-۵}$$

این همان معادله ای است که در فصل ۱۰ برای یاتاقانهای ژورنال روان کاری شونده به طور غیرقابل تراکم ، با آن سر و کار داشتیم ، با صرف نظر کردن از جمله نشت کناری در معادله (۵-۱۷) و فرض حل سامرفیلد کامل از معادله (۳۰-۱۰) داریم :

$$(W_r)_{\Lambda_j\to 0} = \frac{w_r'}{2rp_a} = \frac{12\pi\varepsilon}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \tag{۱۷-۶}$$

از نیروی اصطکاك ، ضریب اصطکاك می شود :

$$(\mu)_{\Lambda_j\to 0} = \frac{c(1+2\varepsilon^2)}{3\varepsilon r} \tag{۱۷-۷}$$

این نتایج $0 \to \omega$ یا $0 \to \Lambda_j$ ، برای یک یاتاقان ژورنال روان کاری شونده با گاز به کار برده می شوند .

۲-۲-۱۷ یاتاقان با اعداد بالا

مانند فصل ۱۶ ، وقتی $0 \to \omega$ یا $0 \to \Lambda_j$ تنها راه موجودبرای معیّن باقی ماندن فشار درمعادله (۳-۱۷) ، آن است که :

$$\frac{\partial(PH)}{\partial \phi} \to 0 \tag{۱۷-۸}$$

که مشخص کنندهٔ آن است که : ثابت = PH می باشد . یک حل ممکن $P \ \alpha \ 1 / H$ بوده ، و P حول خط مراکز متقارن است . در فصل ۱۰ ، ضخامت فیلم به صورت زیر به دست آمد :

$$h = c(1+\varepsilon\cos\phi) \tag{۱۰-۵}$$

یا

$$H = \frac{h}{c} = 1 + \varepsilon \cos \phi \tag{۱۷-۹}$$

$$\therefore P = \frac{\bar{A}}{1 + \varepsilon \cos \phi} \tag{۱۷-۱۰}$$

و بنابراین ثابت $\bar{A}$ باید محاسبه شود .

یک راه‌حل برای محاسبه $\bar{A}$ این است که جرم گاز گردآمده در یک یاتاقان با عرض بی نهایت محاسبه شود :

$$m'_a = 2\int_0^{\pi} \rho h r \, d\phi \tag{۱۷-۱۱}$$

که در آن m'_a جرم گاز در واحد عرض یاتاقان می‌باشد . جرم مخصوص در این معادله را می‌توان مانند حالت معادله (۳-۱۶) ، بیان کرد :

$$\therefore m'_a = \frac{2r}{\bar{R}t_m}\int_0^{\pi} ph \, d\phi = \frac{2rcp_a}{\bar{R}t_m}\int_0^{\pi} PH \, d\phi$$

ولی وقتی $\omega \to \infty$ یا $\Lambda_j \to \infty$ ، $PH = \text{ثابت} = \bar{A}$ است .

$$\therefore m'_a = \frac{2\pi r c p_a \bar{A}}{\bar{R}t_m}$$

یا

$$m'_a \propto \bar{A} \tag{۱۷-۱۲}$$

از معادلات (۹-۱۷) و (۱۰-۱۷) برای ژورنال هم‌مرکز $(\varepsilon = 0)$ ، داریم :

$$P = H = \bar{A} = 1 \tag{۱۷-۱۳}$$

بنابراین معادله (۱۰-۱۷) ، می‌دهد :

$$P = \frac{1}{1 + \varepsilon \cos \phi} \tag{۱۷-۱۴}$$

ظرفیت حمل بار عمودی برای یک یاتاقان ژورنال با عرض بی نهایت ، وقتی $\Lambda_j \rightarrow \infty$ ، می شود :

$$w'_z = -2p_a r\int_0^{\pi} P\cos\phi\, d\phi = -2p_a r\int_0^{\pi}\frac{\cos\phi\, d\phi}{1+\varepsilon\cos\phi}$$

با استفاده از جایگزینی سامرفیلد بحث شده در فصل ۱۰ (معادلات (۹-۱۰) ، (۱۱-۱۰) و (۱۴-۱۰)) ، داریم :

$$W_z = \frac{w'_z}{2p_a r} = \frac{\pi\left[1-(1-\varepsilon^2)^{1/2}\right]}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \qquad (۱۷-۱۵)$$

نیروی اصطکاك برای یک یاتاقان ژورنال با عرض بی نهایت ، وقتی $\omega \rightarrow \infty$ یا $\Lambda_j \rightarrow \infty$ ، می شود :

$$f' = \int_0^{2\pi}\tau r\, d\phi = -r\int_0^{2\pi}\left(\frac{\eta_0 r\omega}{h}+\frac{h}{2r}\frac{dp}{d\phi}\right)d\phi$$

در شکل بدون بُعد ، این معادله می شود :

$$f' = -\frac{p_a c}{2}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\Lambda_j}{3H}+H\frac{dP}{d\phi}\right)d\phi$$

ولی :

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\phi}{H} = \int_0^{2\pi}\frac{d\phi}{1+\varepsilon\cos\phi} = \frac{2\pi}{(1-\varepsilon^2)^{1/2}}$$

$$\int_0^{2\pi}H\frac{dP}{d\phi}\,d\phi = \int_0^{2\pi}H\left(-\frac{1}{H^2}\frac{dH}{d\phi}\right)d\phi = -\int_0^{2\pi}\frac{dH}{H} = (-\ln H)_{\phi=0}^{\phi=2\pi} = 0$$

$$F = \frac{f'}{p_a c} = \frac{\pi\Lambda_j}{3(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \qquad (۱۷-۱۶)$$

ضریب اصطکاك ، وقتی $\omega \rightarrow \infty$ و $\Lambda_j \rightarrow \infty$ ، می شود :

$$(\mu)_{\Lambda_j\rightarrow\infty} = \frac{(F)_{\Lambda_j\rightarrow\infty}}{(W_z)_{\Lambda_j\rightarrow\infty}} = \frac{\pi\Lambda_j}{3(1-\varepsilon^2)^{1/2}}\,\frac{\varepsilon(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{\pi\left[1-(1-\varepsilon^2)^{1/2}\right]}$$

$$= \frac{\varepsilon\Lambda_j}{3\left[1-(1-\varepsilon^2)^{1/2}\right]} \qquad (۱۷-۷)$$

این حلهای حدّی اطلاعات مهمی برای اثبات درستی حلهای عددی دقیق هستند .

۳-۱۷ حل پرتوربیشن فشار

اوسمان[1] (۱۹۵۹) روش پرتوربیشن را به کار گرفت تا معادله (۲-۱۷) را خطی کرده و یک حل تقریبی به دست آورد . مفهوم کلی روش پرتوربیشن جایگذاری معادله (۵-۱۰) و ؛

$$p = p_a + \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \cdots \tag{۱۷-۱۸}$$

در معادله (۲-۱۷) و صرف نظر ازتمام جملات از مرتبه ε^2 یا بالاتر می باشد . در نتیجه داریم :

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 p_1}{\partial \zeta^2} = \Lambda_j \left(\frac{\partial p_1}{\partial \phi} - p_a \sin \phi \right) \tag{۱۷-۱۹}$$

معادله (۱۹-۱۷) را می توان برای فشار پرتوربیشن مرتبه اول (اوسمان ۱۹۵۹ را ببینید) حل کرد ، که به نوبه خود می توان به روش معمولی انتگرال گرفته تا مؤلفه های موازی و عمودی بار ϖ_x و ϖ_z به دست آید . این نتایج عبارتند از :

$$\overline{W}_x = \frac{\overline{w}_x}{p_a b(2r)} = \frac{\pi \varepsilon \Lambda_j}{2(1 + \Lambda_j^2)} \left[\Lambda + f_x(\Lambda_j, \lambda_j) \right] \tag{۱۷-۲۰}$$

$$\overline{W}_z = \frac{\overline{w}_z}{p_a b(2r)} = \frac{\pi \varepsilon \Lambda_j}{2(1 + \Lambda_j^2)} \left[1 - f_z(\Lambda_j, \lambda_j) \right] \tag{۱۷-۲۱}$$

که در آن :

$$\lambda_j = \frac{b}{2r} \tag{۱۷-۲۲}$$

$$f_x(\Lambda_j, \lambda_j) = \frac{(\Lambda_b - \Lambda_c \Lambda_j) \sin(2\Lambda_c \lambda_j) - (\Lambda_b \Lambda_j + \Lambda_c) \sinh(2\Lambda_b \lambda_j)}{\lambda_j (1 + \Lambda_j^2)^{1/2} \left[\cosh(2\Lambda_b \lambda_j) + \cos(2\Lambda_c \lambda_j) \right]} \tag{۱۷-۲۳}$$

$$f_z(\Lambda_j, \lambda_j) = \frac{(\Lambda_b - \Lambda_c \Lambda_j) \sinh(2\Lambda_b \lambda_j) + (\Lambda_b \Lambda_j + \Lambda_c) \sin(2\Lambda_c \lambda_j)}{\lambda_j (1 + \Lambda_j^2)^{1/2} \left[\cosh(2\Lambda_b \lambda_j) + \cos(2\Lambda_c \lambda_j) \right]} \tag{۱۷-۲۴}$$

1- Ausman

$$\Lambda_b = \left[\frac{\left(1+\Lambda_j^2\right)^{1/2}+1}{2}\right]^{1/2} \tag{۱۷-۲۵}$$

$$\Lambda_c = \left[\frac{\left(1+\Lambda_j^2\right)^{1/2}-1}{2}\right]^{1/2} \tag{۱۷-۲۶}$$

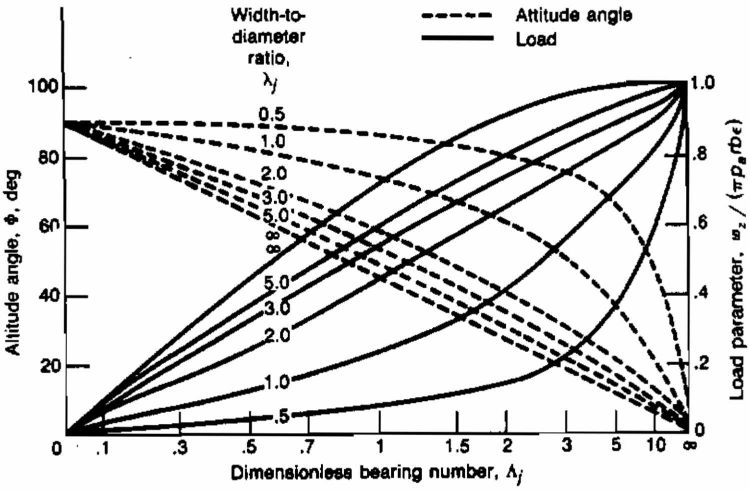
معادلات مربوط به بارکلی و زاویه فراز را می توان نوشت :

$$\overline{W}_r = \frac{\overline{w}_r}{\pi p_a r b \varepsilon} = \left(\overline{W}_x^2 + \overline{W}_z^2\right)^{1/2} \tag{۱۷-۲۷}$$

$$\overline{\Phi} = \tan^{-1}\frac{\overline{W}_z}{\overline{W}_x} \tag{۱۷-۲۸}$$

از معادلات (۲۰-۱۷) و (۲۱-۱۷) توجه داشته باشید که حل پرتوربیشن مرتبه اول ، یک بار به صورت خطی مرتبط شده با نسبت خارج از مرکزی ε به دست می دهد . این از نتیجه خطی سازی است و فقط برای ε کوچک مثلاً $\varepsilon < 0.3$ معتبر است ، گرچه به عنوان تقریب مهندسی محافظه کارانه ، می تواند برای مقادیر بالاتر نیز استفاده شود .

شکل ۱-۱۷ پارامتر بار و زاویه موضعی برای تجزیه و تحلیل پرتوربیشن از مرتبه اول برای مقادیر مختلف λ_j را نشان می دهد .



شکل ۱-۱۷- جدول طراحی برای یاتاقانهای ژورنال روان کاری شونده با گاز ، خودعمل کننده با بارگذاری شعاعی

۴-۱۷ حل ph خطی شده

اوسمان (۱۹۶۱) یک حل ph خطی شده برای مسأله یاتاقان ژورنال روان کاری شونده با گاز خودعمل کننده را معرفی کرد که تصحیحی برای کمبود حل پرتوربیشن مرتبه اول در نسبتهای با خارج از مرکزی بالا ، داده شده درقسمت قبلی می باشد . روش عمومی خطی کردن به طور کلی مانند روش پرتوربیشن است ، الاّ این که حاصل ضرب ph متغیر وابسته در نظر گرفته می شود . برای انجام این کار ، معادله (۲-۱۷) به گونه ای مرتب می شود که p همیشه به صورت حاصل ضرب در hظاهر شود . معادله (۵-۱۰) و ؛

$$ph = p_a c + \Delta(ph) \qquad (۱۷-۲۹)$$

سپس در این معادله جایگذاری می شوند و فقط جملات از مرتبه اول از نسبت خارج از مرکز ε نگهداشته می شوند . فرض می شود که $\Delta(ph)$ از مرتبه ε است . معادله « ph خطی شده» منتجه می شود :

$$\frac{\partial^2(ph)}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2(ph)}{\partial\zeta^2} = \Lambda_j \frac{\partial(ph)}{\partial\phi} - \varepsilon p_a c \cos\phi \qquad (۱۷-۳۰)$$

معادله (۳۰-۱۷) لزوماً همان شکل معادله پرتوربیشن فشار مرتبه اول بوده (معادله (۱۹-۱۷)) و می تواند مثل آن برای ph حل شود . وقتی ph یافت شد ، فشار را می توان با تقسیم بر h به دست آورد . عبارت به دست آمده برای p را سپس در انتگرالهای مؤلفه بار گذاشته تا ω_x و ω_z به دست آیند . این نتایج عبارتند از :

$$W_x = \frac{w_x}{p_a b(2r)} = \frac{2\left[1 - (1-\varepsilon^2)^{1/2}\right]}{\varepsilon^2(1-\varepsilon^2)^{1/2}}\overline{W}_x \qquad (۱۷-۳۱)$$

$$W_z = \frac{w_z}{p_a b(2r)} = \frac{2}{\varepsilon^2}\left[1 - (1-\varepsilon^2)^{1/2}\right]\overline{W}_z \qquad (۱۷-۳۲)$$

کل بار و زاویه فراز برای حل ph خطی شده ، عبارتند از :

$$W_r = \frac{w_r}{p_a b(2r)} = \left(W_x^2 + W_z^2\right)^{1/2} = \frac{2\overline{W}_r\left[1 - (1-\varepsilon^2)^{1/2}\right]}{\varepsilon^2(1-\varepsilon^2)^{1/2}}\left(1 - \varepsilon^2 \sin^2\overline{\Phi}\right)^{1/2} \qquad (۱۷-۳۳)$$

$$\tan \Phi = \tan \frac{W_z}{W_x} = (1 - \varepsilon^2)^{1/2} \tan \overline{\Phi} \qquad (۱۷-۳۴)$$

که در آن $\overline{W}_r$ و $\overline{\Phi}$ مقادیر به دست آمده از حل پرتوربیشن مرتبه اول داده شده در معادلات به ترتیب (۱۷-۲۰) ، (۱۷-۲۱) ، (۱۷-۲۷) ، و (۱۷-۲۸) هستند .

مسأله نمونه ۱-۱۷ بار بیشینه ای را که می تواند توسط یک یاتاقان ژورنال روان کاری شونده با گاز خودعمل کننده با قطر 2.5 cm و عرض 2.5 cm در حال عمل در 1500 rad/s (14400 r / min) با لقی شعاعی متوسط 7.5μ m و لقی کمینه 1.5μ m تحمل شود ، تخمین بزنید . فشار محیط را 1×10^5 Pa و $\eta_0 = 2 \times 10^{-5}$ Pa . s فرض کنید .

حل :(الف) حساب کنید :

$$\Lambda_j = \frac{6\eta_0 \omega r^2}{p_a c^2} = \frac{6(2 \times 10^{-5})(1.5 \times 10^3)(1.25^2 \times 10^{-4})}{(1 \times 10^5)(7.5^2 \times 10^{-12})} = 5$$

$$\lambda_j = \frac{b}{2r} = \frac{2.5}{2.5} = 1$$

(ب) از شکل ۱-۱۷ برای $\Lambda_j = 5$ و $\lambda_j = 1$ ، داریم :

$$\overline{W}_r = 0.7 \qquad \text{or} \qquad \bar{w}_r = 0.7\frac{\pi}{2}p_a b(2r)\varepsilon = 68.7\varepsilon \text{ N}$$

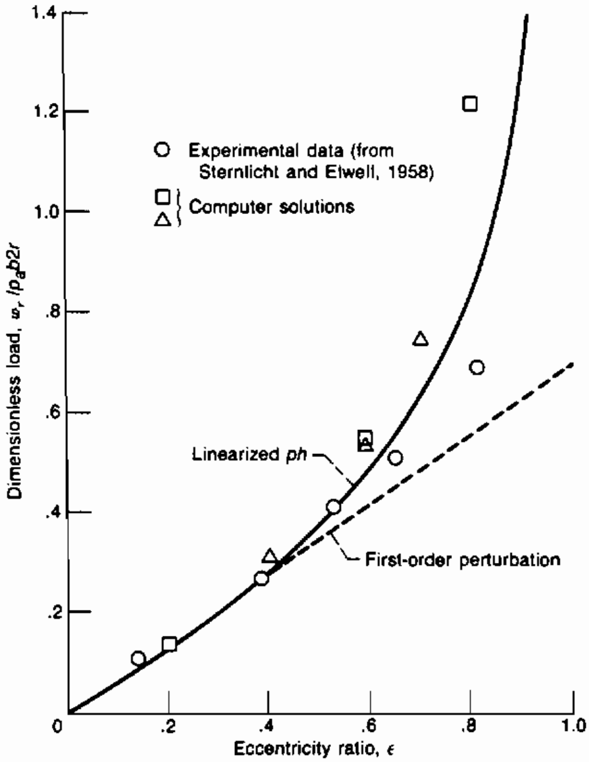
$$\overline{\Phi} = 35°$$

(ج) ε و ω_r را محاسبه کنید :

$$\varepsilon = \frac{e}{c} = \frac{7.5 - 1.5}{7.5} = 0.80$$

از معادله (۱۷-۳۳)

$$w_r = 137.4 \frac{\left[1 - (1 - 0.64)^{1/2}\right]}{0.80(1 - 0.64)^{1/2}} \left[1 - (0.64)(0.33)\right]^{1/2} = 92 \text{ N}$$



شکل ۲-۱۷- اثر بار بدون بُعد روی نسبت خارج از مرکز برای یاتاقان ژورنال با گاز روان‌شونده خودعمل‌کننده با طول معین . عدد یاتاقان بدون بُعد Λ_j ، 1.3 ، نسبت عرض به قطر λ_j ، 1.5

شکل ۲-۱۷ مؤثر بودن این روش در تخمین بار برحسب نسبت خارج از مرکز برای Λ_j و λ_j بخصوصی را نشان می دهد . ph خطی شده و پرتوربیشن مرتبه اول برای $\varepsilon < 0.4$ یکسان بوده ، ولی برای مقادیر بزرگتر ε تفاوت می کند . برای $\varepsilon < 0.4$ حل ph خطی شده و حلهای دقیق عددی در توافق خوبی هستند .

گشتاور اصطکاکی یاتاقان و اُفت قدرت در یاتاقان ژورنال توسط فرمولهای نسبتاً دقیق ،

ولی ساده داده شده در این جا ، به سادگی تخمین زده می شوند :

$$t_q = \frac{\pi}{4} \frac{\eta_0 \omega b (2r)^3}{c(1-\varepsilon^2)^{1/2}} \tag{۱۷-۳۵}$$

$$k_p = \omega t_q \tag{۱۷-۳۶}$$

۱۷-۵ یاتاقانهای ژورنال غیرساده

تاکنون بحث در این فصل مرتبط با یاتاقانهای ژورنال روان کاری شونده با گاز ساده بوده است . اشکال استفاده از این یاتاقانها مشخصه های پایداری ضعیف آنها می باشد . یاتاقانهای بارگذاری شده سبک که در نسبتهای خارج از مرکز پایین عمل می کنند ، تحت فرکانس کسری پیچشی بوده که می تواند باعث خرابی یاتاقان شود . دو نوع یاتاقان ژورنال با گاز روان شونده غیرساده که مورد استفاده وسیعی دارند ، کفشک «پرچی»[1] و شیار «دو مارپیچی»[2] هستند .

۱۷-۵-۱ یاتاقان ژورنال کفشک پرچی

یاتاقانهای کفشک پرچی ابتدا در بخش ۳-۹ ، به عنوان یک نوع یاتاقان کف گرد روان کاری شونده غیرقابل تراکم معرفی شدند . یاتاقانهای ژورنال کفشک پرچی ، غالباً به عنوان حمایت کننده محور در ماشینهای روان کاری شونده گازی به کار گرفته می شوند ؛ زیرا مشخصه های پایداری عالی دارند . مونتاژ مختص یک کفشک پرچی در شکل ۳-۱۷ نشان داده شده است . یک یاتاقان کفشک پرچی با سه کفشک در شکل ۴-۱۷ نشان داده می شود . عموماً هر کفشک درجات چرخشی آزاد حول سه محور عمود بر هم (خیز ، چرخش ، و انحراف) فراهم می آورد . یاتاقانهای کفشک پرچی پیچیده هستند ، زیرا متغیرهای هندسی زیادی در طراحی آنها گنجانده شده است . بعضی از این متغیرها عبارتند از :

۱ -تعداد کفشک N_0

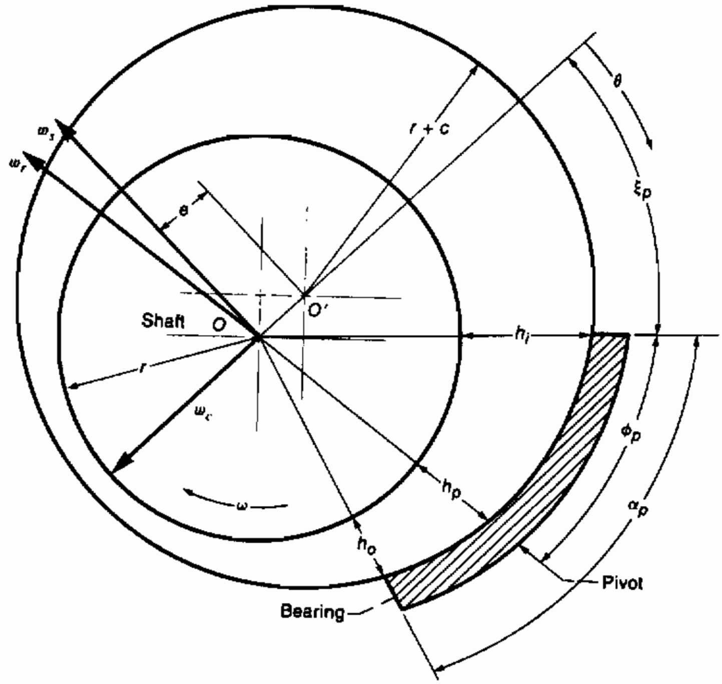
۲- ادامه زاویه ای کفشک α_p

۳- نسبت ظرافت کفشک r/b

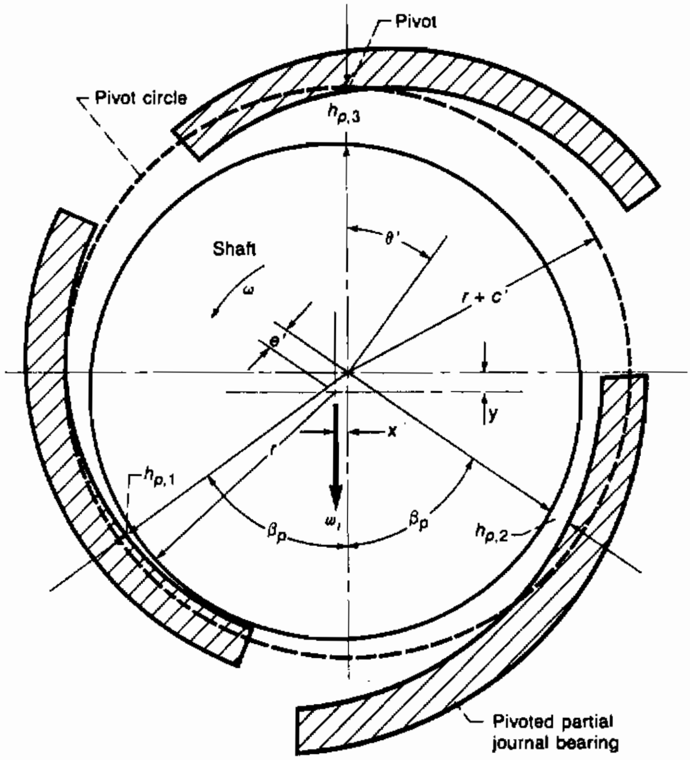
1- Pivoted pad
2- Herringbone groove

۴- موقعیت پرچ ϕ_p / α_p
۵- نسبت لقی ماشین شده c / r
۶- نسبت لقی دایره پرچ c' / r
۷- زاویه بین خط مرکزها و لبه جلویی کفشک ξ_p .

ابتدا یک کفشک تجزیه و تحلیل می‌شود . هندسه و پارامترهای عمل هر دو در طراحی یک کفشک پرچی مؤثرند . پارامتر مهم عملکرد عدد بدون بُعد یاتاقان Λ_j است ، که در معادله (۴-۱۷) تعریف شد .



شکل ۳-۱۷- شکل هندسی مختص یك یاتاقان کفشك پرچی تنها



شکل ۴-۱۷- هندسه یاتاقان ژورنال کفشک پرچی با سه کفشک

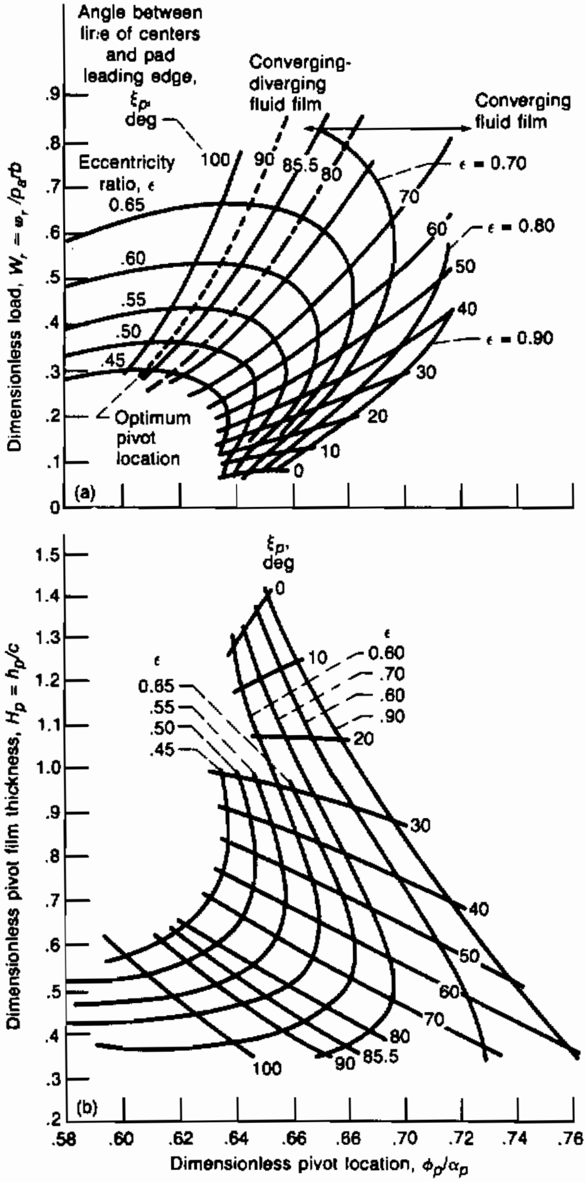
نتایج حلهای رایانه ای به دست آمده از گانتر[1] (۱۹۶۴) برای عملکرد یک کفشک تکی در شکل (۵-۱۷) نشان داده می شود . این شکل ، بار بدون بُعد ، ضخامت فیلم پرچی بدون بُعد ، و ضخامت فیلم خروجی بدون بُعد برحسب تابعی از موقعیت پرچ و نسبت خارج از مرکز را نشان می دهد . این رسمها برای کفشکی با موارد ، ثابت زیر ، کاربرد دارند :

۱- نسبت ظرافت کفشک $r/b = 0.606$

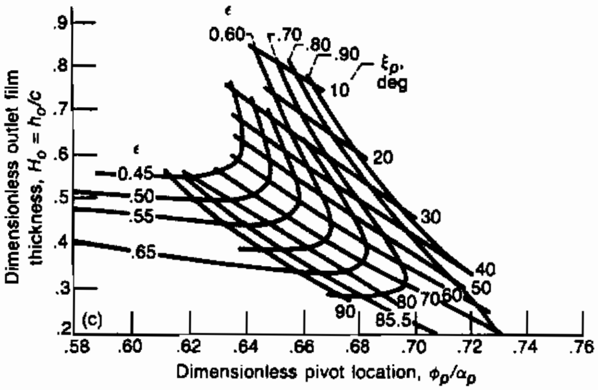
۲- ادامه زاویه ای کفشک $\alpha_p = 94.5$

۳- عدد بدون بُعد کفشک $\Lambda_j = 3.5$

1- Gunter



شکل ۵-۱۷- رسمهایی برای ضریب بار ، ضخامت فیلم پرچ ، و ضخامت فیلم لبه انتهایی . نسبت شعاع به طول یاتاقان r/b ، 0.6061 ؛ ادامه زاویه‌ای کفشک α_p ، 94.5° ؛ عدد یاتاقان بدون بُعد Λ_j ، 3.5 . (الف) بار بدون بُعد (ب) ضخامت فیلم پرچ بدون بُعد .



ادامهٔ شکل ۵-۱۷- (ج) ضخامت فیلم بدون بُعد خروجی

این رسمها باید برای اشکال هندسی و اعداد یاتاقان دیگر تولید شوند . رسمهای اضافی در گانتر (۱۹۶۴) آورده شده است .

وقتی که مشخصه های کفشک ساده ، شناخته باشد ، مشخصه های یاتاقان چند کفشکی نشان داده شده در شکل ۴-۱۷ را می توان تعیین کرد . به ترتیبی که در شکل ۴-۱۷ نشان داده می شود ، بار بین دو کفشک پرچی پایینی هدایت می شود . برای این مورد بار حمل شده توسط هر کدام از کفشکهای پایینی در ابتدا $\omega_r \cos \beta_p$ فرض می شود . ضخامت فیلم پرچی $h_{p,1}$ و $h_{p,2}$ از شکل ۵-۱۷(ب) به دست می آیند . به علاوه ضخامت فیلم پرچ کفشک بالایی $h_{p,3}$، ضریب خارج از مرکز ε و بار بدون بُعد $W_{r,3}$ را می توان تعیین کرد .

یاتاقانهای ژورنال کفشک پرچی معمولاً با یک لقی دایره ای پرچ c' ساخته (مونتاژ) می شوند که از لقی ماشین کاری شده c کمی کمتر است . وقتی $c'/c < 1$ ، گفته می شود که یاتاقان «از قبل بارگذاری شده» است . عبارت از قبل بارگذاری شده ، معمولاً برحسب ضریب از قبل بارگذاری شده ، که برابر با $(c - c')/c$ است ، داده می شود . عمل از قبل بارگذاری شده برای افزایش سختی یاتاقان و جلوگیری از باربرداری کامل یک یا بیشتر کفشک به کار برده می شود . شرط آخری می تواند منتهی به خُرد شدن کفشک و تماس احتمالی لبه جلویی کفشک و محور ، که باعث شکست یاتاقان می شود ، گردد .

۲-۵-۱۷ یاتاقانهای ژورنال با شیار مارپیچی

یک یاتاقان با شکل هندسی ثابت که مشخصه های پایداری خوبی نشان داده و در نتیجه برای استفاده در یاتاقـانهای گازی با سرعت بالا موفق است ، یاتاقان «مارپیچی» می باشد . این یاتاقـان شـامل یک ژورنال مـدوّر و یک آستینی یـاتاقان بـا شیـارهای مـارپیـچی به شکل کم عـمق تراشیـده شده در هر عضـو می باشد . شکل ۶-۱۷ یک یاتاقان ژورنال شیار مارپیـچی جزئی را نشان می دهد . پارامترهای شیار استفاده شده برای تعریف این یاتاقان ، عبارتند از :

۱- زاویه شیار β_a

۲- نسبت عرض شیار $\alpha_b = l_s / (l_r + l_s)$

۳- نسبت ضخامت فیلم $H_a = h_s / h_r$

۴- تعداد شیارها N_0

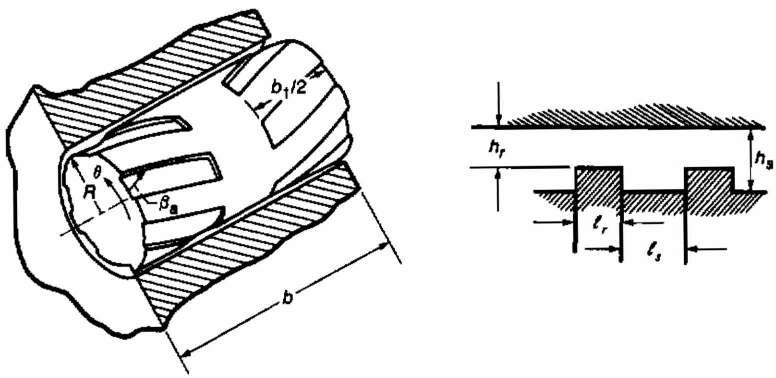
۵- نسبت عرض شیار $\gamma_g = b_1 / b$

پارامترهای عمل استفاده شده برای یاتاقانهای ژورنال مارپیچی ، عبارتند از :

۱- نسبت عرض به قطر $\lambda_j = b / 2r$

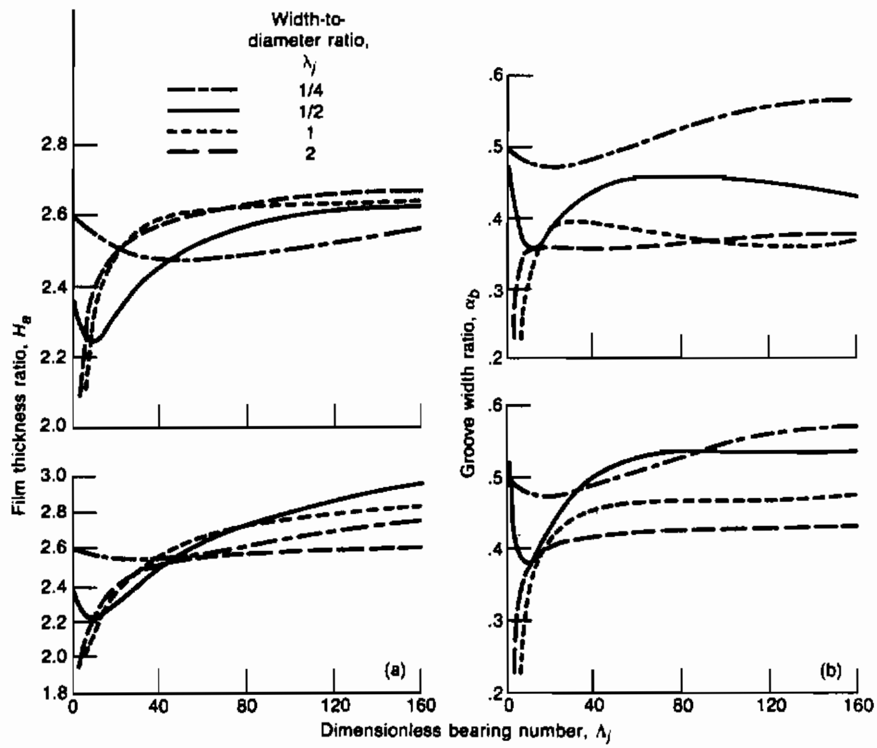
۲- عدد بدون بُعد یاتاقان $\Lambda_j = 6\eta_0 \omega r^2 / p_a h_r^2$

این پارامترها بدون بُعد هستند .

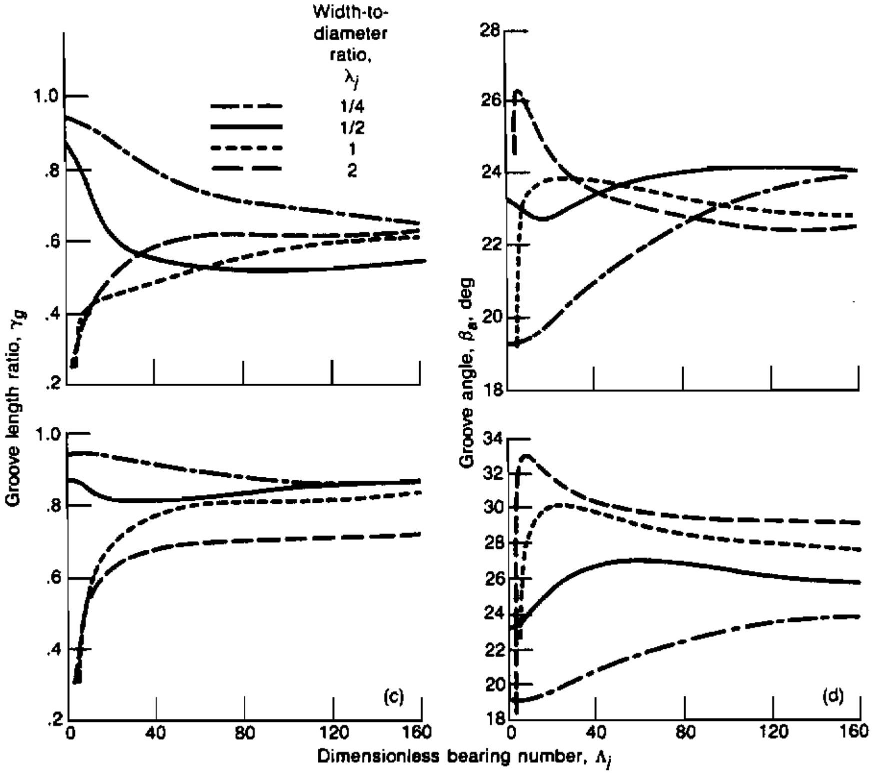


شکل ۶-۱۷- وضعیت یاتاقان ژورنال هم مرکز شیار مارپیچی

شکل ۷-۱۷ پارامترهای شیار یاتاقان ژورنال مارپیچی بهینه را برای بار شعاعی بیشینه ارائه می دهد . این نتایج از همراك و فلمینگ (۱۹۷۱) به دست آمده اند . بخش بالایی هر قسمت برای عضو شیاردار چرخنده و بخش پایین برای عضو چرخنده صاف است . تنها پارامتر شیار ارائه نشده در این شکل ، تعداد شیارهای استفاده شونده است . همراك و فلمینگ (۱۹۷۱) دریافتند که تعداد شیارهای کمینه ، که باید دور ژورنال گذاشته شوند را می توان با $N_0 \geq \Lambda_j / 15$ ارائه داد .



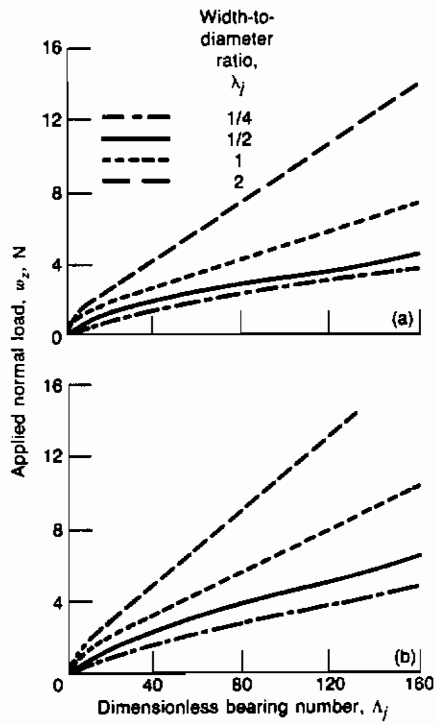
شکل ۷-۱۷- جداول برای تعیین بهینه پارامترهای شیار یاتاقان ژورنال مارپیچی برای بار شعاعی بیشینه . رسمهای بالا برای عضو شیاردار چرخنده ، رسمهای پایین برای عضو صاف چرخنده . (الف) نسبت ضخامت فیلم بهینه ، (ب) نسبت عرض شیار بهینه .



ادامهٔ شکل ۷-۱۷- (ج)نسبت ارتفاع بهینه شیار .(د) زاویه بین شیار

شکل ۸-۱۷ ظرفیت حمل بار عمودی بیشینه برای پارامترهای عمل یک یاتاقان ژورنال مارپیچی روان شونده با گاز را برقرار می کند . پارامترهای شیار بهینه ، به دست آمده از شکل ۷-۱۷ ، مورد استفاده قرار می گیرند .

بیشتر از هر فاکتور دیگر ، ظرفیت حمل بار پایین و ناپایداری چرخشی خود به وجود آمده ، مفید بودن یاتاقانهای ژول با گاز روان شونده را محدود می کنند . مسأله پیچش ، تمایل مرکز ژورنال در دور زدن مرکز یاتاقان در یک سرعت زاویه ای کمتر یا برابر با نصف ژورنال دور مرکز خودش است . در بسیاری از موارد دامنه پیچش به اندازه کافی بزرگ و سبب خرابی سطوح تماس یاتاقان می شود .

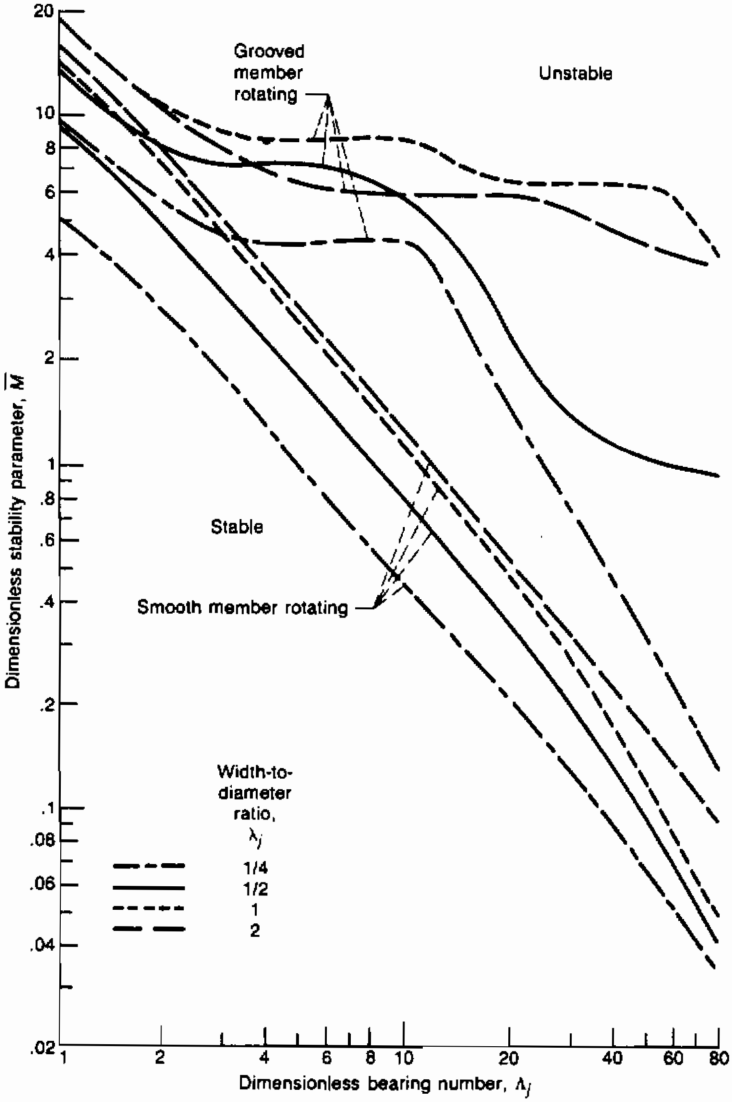


شکل ۸-۱۷- رسمهایی برای نشان دادن ظرفیت حمل بار عمودی بیشینه . (الف) عضو شیاردار چرخنده . (ب) عضو صاف چرخنده

شکل ۹-۱۷ که از رابطه فلمینگ و همراك (۱۹۷۴) به دست آمده ، پایداری یاتاقان ژورنال مارپیچی بهینه را نشان می دهد . در این شکل پارامتر بدون بُعد پایداری معرفی می شود، که در آن :

$$\overline{M} = \frac{m_a p_a h_r^5}{2r^5 b \eta_0^2} \qquad (۱۷-۳۷)$$

که m_a جرم حمایت شونده توسط یاتاقان است . درشکل ۹-۱۷ یاتاقانهای باعضوشیاردارچرخنده، به مقدار خیلی زیادی پایدارتر از اعضاء صاف چرخنده ، بخصوص در یاتاقان با اعداد بالا هستند .



شکل ۹-۱۷- رسمها برای نشان دادن پایداری بیشینه یاتاقانهای شیار مارپیچی

۶-۱۷ مؤخره

بحث یاتاقانهای با گاز روان کاری شونده ، از فصل ۱۶ ادامه یافت و در این فصل نیز تکیه بر یاتاقانهای ژورنال بود . همچنین معادله رینولدز مناسب ارائه شد و حلهای حدّی نتایج سرعتهای خیلی پایین و بالا بحث گردید . به دلیل غیرخطی بودن معادله رینولدز ، دو روش تقریبی معرفی شدند . اولین رهیافت حل پرتوربیشن است که در آن فشار با نسبت خارج از مرکز ε مرتعش می شود . وقتی عبارات از مرتبه ε^2 و بزرگتر صرف نظر شوند ، معادله رینولدز غیرخطی به صورت خطی درآمده و در نتیجه حلهای تحلیلی می توانند به دست آیند . همچنین دریافتیم که حل پرتوربیشن مرتبه اول رابطه ای برای بار را به دست می دهد که به صورت خطی با نسبت خارج از مرکز مربوط است . این نتیجه فقط برای نسبتهای خارج از مرکز کوچک ، $\varepsilon \leq 0.3$ معتبر است ، گرچه به عنوان یک تقریب مهندسی محافظه کارانه برای مقادیر بالاتر می تواند استفاده شود .

روش تقریبی دوم که در این فصل ، بررسی شده است ، رهیافت خطی شده ph اوسمان بود . این خطی سازی از نظر کلی یکسان با روش پرتوربیشن است ، بجز این که حاصل ضرب ph به عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته می شود . این روش ظرفیت حمل بار را برای محدودهٔ نسبتهای خارج از مرکز ، دقیق تر پیش بینی می کند . به علاوه ، این نتایج با نتایج تجربی به خوبی تطابق دارند .

در قسمت پایانی این فصل یاتاقانهای ژورنال غیرساده بحث شد . دو نوع یاتاقان ژورنال با گاز روان شونده غیرساده به نامهای کفشک پرچی و شیار مارپیچی مورد بحث قرار گرفتند . جداولی نیز برای کمک به طراحی این یاتاقانها ارائه گردید .

۷-۱۷ مسائل

۱-۷-۱۷ اثر نشت کناری روی ظرفیت حمل بار عمودی یاتاقانهای ژورنال روان شونده با گاز و مایع را بحث کنید .

۲-۷-۱۷ با شروع از معادله (۲-۱۷) ، تمام مراحل را در رسیدن به حل « phخطی شده» داده شده در معادله (۳۰-۱۷) نشان دهید .

۳-۷-۱۷ باشروع ازمعادله (۳-۱۷)، معادله رینولدز را برای حل ارتعاشی $PH^{1/2}$ به دست آورید .

۱۷-۷-۴ یک یاتاقـان ژورنال خـودکـار روان شـونده با هوا با قطر 400 mm و عرض 100 mm در موتورهای هـواپیمای توربینی گاز استـفاده می شـود . می توان فرض کـرد که یک نسبت خارج از مرکز 0.5 موقعیت عـمل آن است . ظرفیت بار بیشـینه تئـوری این یاتاقـان را تخمین بزنـید : (الف) تحت شرایط سـرعت کامل در سطح دریـا (سرعت موتور 20000 r / min ، فشـار مـحیط $101.3\ kN/m^3$) . (ب) تحت شـرایط هرز موتور در ارتفاع 13 km (سرعت 10000 r / min ، فشار $16.58\ kN/m^2$) .

۱۷-۸ فهرست منابع و مآخذ

Ausman, J. S. (1959): Theory and Design of Self-Acting, Gas-Lubricated Journal Bearings Including Misalignment Effects. International Symposium on Gas-Lubricated Bearings, D. D. Fuller (ed.). Office of Naval Research, Dept. of the Navy, Washington, pp. 161–192.

Ausman, J. S. (1961): An Improved Analytical Solution for Self-Acting, Gas-Lubricated Journal Bearings of Finite Length. *J. Basic Eng.* vol. 83, no. 2, pp. 188–194.

Fleming, D. P., and Hamrock, B. J. (1974): Optimization of Self-Acting Herringbone Journal Bearings for Maximum Stability. Proceedings of the Sixth International Gas Bearing Symposium, Southampton, N. G. Coles (ed.). BHRA Fluid Engineering, pp. C1–C11.

Gunter, E. J., Jr., Hinkle, J. G., and Fuller, D. D. (1964): The Effects of Speed, Load, and Film Thickness on the Performance of Gas-Lubricated, Tilting-Pad Journal Bearings. *ASLE Trans.*, vol. 7, no. 4, pp. 353–365.

Hamrock, B. J., and Fleming D. P. (1971): Optimization of Self-Acting Herringbone Journal Bearings for Minimum Radial Load Capacity. Fifth International Gas Bearing Symposium, University of Southampton, paper #13.

Sternlicht, B., and Elwell, R. C. (1958): Theoretical and Experimental Analysis of Hydrodynamic Gas-Lubricated Journal Bearings. *Trans. ASME*, vol. 80, no. 4, pp. 865–878.

ضمیمهٔ ۱

محاسبهٔ تغییرشکلهای کشسانی

جزئیات محاسبه معادله (۴۳-۲۰) در این ضمیمه ارائه می شود . فاصله $[X_{\text{کمینه}}, X_{\text{انتهایی}}]$ را می توان به فواصل کوچک $[X_{j-1}, X_{j+1}]$ تقسیم کرد ، به ترتیبی که تغییرشکل $\delta_{i,j}$ در گره i ، برابر با مجموع تمام تغییرشکلهای ابتدایی کوچک $d\delta_{i,j}$ ، محاسبه شده در گره i و به خاطر فشار تعریف شده در این فاصله $[X_{j-1}, X_{j+1}]$ ، می شود .

$$\bar{\delta}_i = \sum_{j=2,4,\dots}^{N-1} d\bar{\delta}_{i,j} \tag{A1}$$

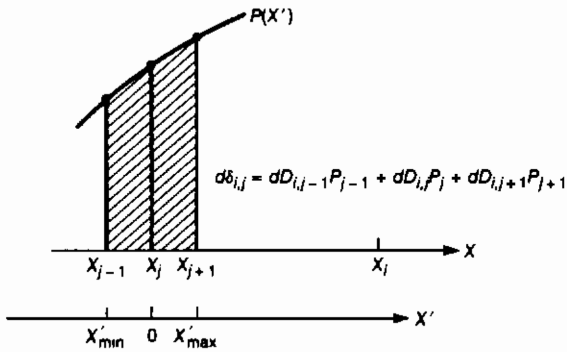
فرض می شود فواصل کوچک ، dP/dX' با X' به صورت خطی تغییر کرده و X' بین X_{j-1} و X_j و بین X_{j+1} و X_j مثل شکل A تغییر می کند . وقتی این فواصل کوچک استفاده شود ، فاصله X_i تا X_j به جای X_j باید معرفی شود .

$$d\bar{\delta}_{i,j} = -\frac{1}{2\pi}\int_{X_{j-1}\to X_j}^{X_{j+1}\to X_j} \frac{dP}{dX'}(X_i - X_j - X')\left[\ln(X_i - X_j - X')^2 - 2\right] dX'$$

(A۲) ثابت +

عبارت خطی برای dP/dX ، می خواند :

$$\frac{dP}{dX'} = (a_1 X' + a_2)P_{j-1} + (a_3 X' + a_4)P_j + (a_5 X' + a_6)P_{j+1} \tag{A۳}$$



شکل A ـ محاسبه تغییرشکل $\delta_{i,j}$ در گره i به‌خاطر فشار عمل‌کننده در فواصل $[X_{j-1}, X_{j+1}]$

که در آن :

(A۴ الف)
$$a_1 = \frac{2}{d_1}$$

(A۴ ب)
$$a_2 = -\frac{(X_j + X_{j+1})}{d_1} + a_1 X_j$$

(A۴ ج)
$$d_1 = (X_{j-1} - X_j)(X_{j-1} - X_{j+1})$$

(A۴ د)
$$a_3 = \frac{2}{d_2}$$

(A۴ هـ)
$$a_4 = -\frac{(X_{j+1} + X_{j-1})}{d_2} + a_3 X_j$$

(A۴ و)
$$d_2 = (X_j - X_{j-1})(X_j - X_{j+1})$$

(A۴ ز)
$$a_5 = \frac{2}{d_3}$$

(A۴ ح)
$$a_6 = -\frac{(X_j + X_{j-1})}{d_3} + a_5 X_j$$

(A۴ ط)
$$d_3 = (X_{j+1} - X_{j-1})(X_{j+1} - X_j)$$

از عبارت dP/dX' می توان دریافت که $d\delta_{i,j}$ را می توان به صورت زیر بیان نمود .

$$d\bar{\delta}_{i,j} = dD_{i,j-1}P_{j-1} + dD_{i,j}P_j + dD_{i,j+1}P_{j+1} + \text{constant} \tag{A۵}$$

که در آن $dD_{i,j}$ ضرایب مؤثر ابتدایی محاسبه شده به صورت زیر است :

$$dD_{i,j-1} = -\frac{1}{2\pi}\int_{X_{j-1}\to X_j}^{X_{j+1}\to X_j}(a_1X' + a_2)(X_i - X_j - X')$$
$$\times\left[\ln(X_i - X_j - X')^2 - 2\right]dX' \tag{A۶}$$

رابطه مشابه‌ای که ضرایب مربوطه a_3 ، a_4 و a_5 ، a_6 را استفاده می کند ، برای تعریف $dD_{i,j}$ و $dD_{i,j}$ به کار گرفته می‌شود . با به کارگیری تغییر متغیرهای زیر :

$$Z = X_i - X_j - X' \qquad Z_{\min} = X_i - X_{j-1} \qquad Z_{\max} = X_i - X_{j+1}$$

$$b_2 = a_1(X_i - X_j) + a_2 \qquad dZ = -dX' \tag{A۷}$$

سپس ، $dD_{i,j-1}$ به این صورت محاسبه می گردد .

$$dD_{i,j-1} = -\frac{1}{2\pi}\int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} -(-a_1Z + b_2)Z(\ln Z^2 - 2)\,dZ$$
$$= -\frac{1}{2\pi}\left(-b_2\int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}}Z\ln Z\,dZ + a_1\int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}}Z^2\ln Z^2\,dZ + 2b_2 \times\left|\frac{Z^2}{2}\right|_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} - 2a_1\left|\frac{Z^3}{3}\right|_{Z_{\min}}^{Z_{\max}}\right)$$
$$= -\frac{1}{2\pi}\left| -2b_2\frac{Z^4}{4}(\ln Z^2 - 1) + 2a_1\frac{Z^3}{9}(\ln|Z|^3 - 1) + 2b_2\frac{Z^2}{2} - 2a_1\frac{Z^3}{3}\right|_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} \tag{A۸}$$

با استفاده از متغیرهای M ، N، و K و مرتب کردن داریم :

(A۹ الف)
$$dD_{i,j-1} = -\frac{1}{2\pi}\left(a_1K + a_2\frac{M}{2}\right)$$

(A۹ ب)
$$dD_{i,j} = -\frac{1}{2\pi}\left(a_3K + a_4\frac{M}{2}\right)$$

(A۹ ج)
$$dD_{i,j+1} = -\frac{1}{2\pi}\left(a_5K + a_6\frac{M}{2}\right)$$

که در آن :

(A۱۰ الف)
$$M = Z_{\min}^2\left(\ln Z_{\min}^2 - 3\right) - Z_{\max}^2\left(\ln Z_{\max}^2 - 3\right)$$

(A۱۰ ب)
$$N = Z_{\max}^3\left(\ln |Z_{\max}|^3 - 4\right) - Z_{\min}^3\left(\ln |Z_{\min}|^3 - 4\right)$$

(A۱۰ ج)
$$K = M\frac{X_i - X_j}{2} + \frac{2N}{9}$$

مسأله ای در ارتباط با نقطه منفرد به وجود آینده برای $X_i - X_j$ وجود ندارد . وقتی نقطه منفرد از فاصله $[X_{j-1}, X_{j+1}]$ وجود دارد ، ما می توانیم در طول دونیم فاصله $[X_{j-1}, X_j]$ ، $[X_i, X_{j+1}]$ انتگرال گرفته و رابطه زیر را استفاده کنیم .

(A۱۱)
$$\lim_{Z\to 0}\left(Z^2 \ln Z^2\right) = \lim_{Z\to 0}\left(Z^3 \ln |Z|^3\right) = 0$$

که نشان می دهد روابط (A۹) نیز برای $X_i = X_j$، معتبر است . بالاخره ، تغییرشکل δ_i با جمع زدن تمام تغییرشکلهای ابتدایی کوچک $d\delta_{i,j}$ به دست می آید :

(A۱۲)
$$\bar{\delta}_i = \sum_{j=2,4}^{N-1} d\bar{\delta}_{i,j}$$

(A۱۳)
$$\bar{\delta}_i = \sum_{j=1}^{N} D_{i,j}P_j - \frac{1}{4}\ln\left(R^2\frac{8W}{\pi}\right)$$

که در آن اگر j زوج باشد ، $D_{i,j} = dD_{i,j}$ است . اگر j فرد باشد ($j = 3$ در مثال زیر) ، ما $D_{i,3}$

از فاصله $[X_1\ ,\ X_3]$ را محاسبه کرده و به آن مقدار $dD_{i,j}$ از فاصله $[X_3\ ,X_5]$ را اضافه می کنیم ، تا مقدار انتهایی $D_{i,3}$ به دست آید . اولین و آخرین مقدار $D_{i,j}$ به سادگی ، عبارتند از :

$$D_{i,1} = dD_{i,1} \quad \text{(A۱۴ الف)}$$

$$D_{i,N} = dD_{i,N} \quad \text{(A۱۴ ب)}$$

توجه داشته باشید که $\sum_j D_{i,j}P_j$ از بار مستقل است . در بارهای بالا ، ضخامت فیلم بدون بُعد H_m نسبت به $\bar{\delta}_i$ خیلی کوچک می شود ؛ ولی با استفاده از تغییر متغیر مناسب $(X = x/bc)$ ، تغییرشکل بیشینه $\bar{\delta}_m$ را می توان با H_m گرفت . با استفاده از آخرین تغییر متغیر ، داریم :

$$\bar{\delta}_i = c\sum_{j=1}^{N} D'_{i,j}P_j - \frac{1}{4}\ln\left(R^2\frac{8W}{\pi}c^2\right) \quad \text{(A۱۵)}$$

که در آن $D'_{i,j}$ ضرایب مؤثر جدید به دست آمده با مقدار جدید X است . از تعریف c ، داریم :

$$c\sum D'_{i,j}P_j = H_m \quad \text{(A۱۶)}$$

تغییر شکل بیشینه $\bar{\delta}_m$ نزدیک به تغییرشکل هرتزی[1] بیشینه $\bar{\delta}_H$ بوده و منتهی می شود :

$$-\frac{1}{4}\ln\left(R^2\frac{8W}{\pi}\right) + \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{4} = H_m - \frac{1}{4}\ln\left(R^2\frac{8W}{\pi}c^2\right) \quad \text{(A۱۷)}$$

مقدار c سپس می تواند به صورت زیر تعریف می گردد :

$$c = \frac{1}{2}\exp(2H_m - 0.5) \quad \text{(A۱۸)}$$

این «ترفند» عددی حتماً در بارهای بالا مفید است ؛ ولی برای به دست آوردن نتایج ارائه شده در این جا استفاده نشد .

1- Hertzian

ضمیمهٔ ۲

تصحیحهای اعمال شونده به فاکتورهای وزنی ، به خاطر X

جمله dP/dX به خاطر محاسبه ضریب مؤثر $D_{i,j}$ و همچنین در معادله رینولدز استفاده می‌شود . برای محاسبه $D_{i,j}$ ، $(dP/dX)_i$ در گره i با استفاده از سه گره محاسبه می‌شود :

$$\left(\frac{dP}{dX}\right)_i = a_{i,i-1}P_{i-1} + a_{i,i}P_i + a_{i,i+1}P_{i+1} \tag{B۱}$$

که در آن :

$$a_{i,i-1} = \frac{X_i - X_{i+1}}{(X_{i-1} - X_i)(X_{i-1} - X_{i+1})} \tag{B۲}$$

$$a_{i,i} = \frac{2X_i - X_{i+1} - X_{i-1}}{(X_i - X_{i-1})(X_i - X_{i+1})} \tag{B۳}$$

$$a_{i,i+1} = \frac{X_i - X_{i-1}}{(X_{i+1} - X_{i-1})(X_{i+1} - X_i)} \tag{B۴}$$

در اولین و آخرین گرهها X_1 و $X_{N_{\text{بیشینه}}}$ ، dP/dX نیز با استفاده از سه گره تعریف می‌شود (مثال ، X_1 ، X_2 ، X_3 و X_{N-1} ، X_{N-2} ، $X_{N_{\text{بیشینه}}}$) .

برای محاسبه dP/dX در معادلات رینولدز ، غالباً دو گره می‌تواند استفاده شود ، اگر به دست آوردن همگرایی عددی با سه گره مشکل باشد . برای فرمول دوگره‌ای ، فاکتورهای

وزنی عبارتند از :

$$a_{i,i+1} = \frac{1}{X_{i+1} - X_i} \qquad a_{i,i} = -a_{i,i+1} \qquad a_{i,i-1} = 0 \tag{B۵}$$

تصحیحهای جزئی نیز بر روی مقادیر آخری $a_{n,j}$ به کار گرفته می شود تا شرایط مرزی در $X = X_{\text{انتهایی}}$ رعایت شود. برای $X = X_{\text{انتهایی}}$ ، $P = dP/dX = 0$ است . فرض می شود که بین X_N و $X_{\text{انتهایی}}$ ، $P(X)$ توسط یک چندجمله ای از مرتبه دوم تعریف شود . با رعایت شرط مرزی ذکر شده درقبل، داریم :

$$P = \frac{(X - X_{\text{end}})^2}{(X_N - X_{\text{end}})^2} P_N \tag{B۶}$$

$$\frac{dP}{dX} = \frac{2(X - X_{\text{end}})}{(X_N - X_{\text{end}})^2} P_N \tag{B۷}$$

بنابراین برای $X = X_N$:

$$\left(\frac{dP}{dX}\right)_N = \frac{2}{X_N - X_{\text{end}}} P_N \tag{B۸}$$

که همچنین می تواند به صورت زیر بیان شود :

$$a_{n,n-1} = 0 \qquad a_{n,n} = \frac{2}{X_N - X_{\text{end}}} \qquad a_{n,n+1} = 0 \tag{B۹}$$

انتگرال فشار بین X_N و $X_{\text{انتهایی}}$ منتهی می شود به :

$$\int_{X_N}^{X_{\text{end}}} P\,dX = \frac{1}{3}(X_{\text{end}} - X_N) P_N = \Delta C_N P_N \tag{B۱۰}$$

اگر N فرد باشد مقدار $dC_{N+1,N}$ به دست آمده در فاصله $[X_N, X_{N+2}]$ را از مقدار C_N کم کرده و ΔC_N را اضافه کنید تا مقدار انتهایی C_N به دست آید . اگر N زوج باشد ، C_{N-1} و C_N را تعدیل کنید . از C_{N-1} مقدار $dC_{N,N-1}$ به دست آمده در فاصله $[X_{N-1}, X_{N+2}]$ را کم کرده و فاکتور وزنی ΔC_{N-1} به دست آمده از انتگرال گیری P بین X_{N-1} و X_N را اضافه کنید . با استفاده از

دستور «ذوذنقه» داریم :

$$\Delta C_{N-1} = \frac{X_N - X_{N-1}}{2} \qquad \text{(B۱۱)}$$

مقدار C_N در انتها به صورت زیر تعریف می شود :

$$C_N = \Delta C_{N-1} + \Delta C_N \qquad \text{(B۱۲)}$$

ضمیمهٔ ۳

محاسبه فاکتورهای ژاکوبین

فاکتورهایی که باید تعریف شوند ، عبارتند از :

$$\frac{\partial f_i}{\partial(\bar{\rho}_m H_m)} \qquad \frac{\partial f_i}{\partial P_j} \qquad \frac{\partial f_i}{\partial H_0}$$

که در آن :

$$f_i = H_i^3\left(\frac{dP}{dX}\right)_i - \bar{K}\bar{\eta}_i\left(H_i - \frac{\bar{\rho}_m H_m}{\bar{\rho}_i}\right) \tag{C1}$$

$$H_i = H_0 + \frac{X_i^2}{2} + \sum_{j=1}^{N} D_{i,j}P_j \tag{C2}$$

و dP/dX ، $\bar{\eta}_i$ ، و $\bar{\rho}_i$ توسط معادلات (۲۲-۲۱) ، (۸-۴) یا (۱۰-۴) ، و (۱۹-۴) تعریف می شوند . قبل از این که آخرین فاکتورهای ژاکوبین تعریف شوند ، رابطه های زیر را تعریف می کنیم :

(C۳ الف)
$$\partial H_i/\partial H_0 = 1$$

(C۳ ب)
$$\partial H_i/\partial P_j = D_{i,j}$$

$$\partial\overline{\eta}_i/\partial P_j = \alpha p_H \overline{\eta}_i k_{i,j} \quad \text{(C۳ ج)}$$

اگر لزجت باروس[1] [معادله (۸-۴)] استفاده شود ، یا :

$$\frac{\partial\overline{\eta}_i}{\partial P_j} = 5.1 \times 10^{-9} p_H (\ln \eta_0 + 9.67)\left(1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_i\right)^{Z-1} \overline{\eta}_i k_{i,j} \quad \text{(C۳ د)}$$

اگر لزجت رولندز [معادله (۱۰-۴)] استفاده شود ، که $K_{i,j}$ ، علامت کرونکر[2] برابر ۱ است ، اگر $j = i$ و برابر 0 اگر $i \neq j$.

$$\frac{\partial(1/\bar{\rho}_i)}{\partial P_j} = -\frac{0.6 \times 10^{-9} p_H}{1 + 2.3 \times 10^{-9} p_H P_i} k_{i,j} \quad \text{(C۳ هـ)}$$

$$\frac{\partial[(dP/dX)_i]}{\partial P_j} = a_{i,i-1} k_{i-1,j} + a_{i,i} k_{i,j} + a_{i,i+1} k_{i+1,j} \quad \text{(C۳ و)}$$

حال به آسانی می توان فاکتورهای ژاکوبین را تعریف نمود :

$$\frac{\partial f_i}{\partial(\bar{\rho}_m H_m)} = \frac{\overline{K}\overline{\eta}_i}{\bar{\rho}_i} \quad \text{(C۴ الف)}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial P_j} = 3H_i^2\left(\frac{dP}{dX}\right)_i D_{i,j} + H_i^3 \frac{\partial[(dP/dX)_i]}{\partial P_j} - \overline{K}\frac{\partial\overline{\eta}_i}{\partial P_j}\left(H_i - \frac{\Delta\bar{\rho}_m H_m}{\bar{\rho}_i}\right) - \overline{K}\overline{\eta}_i\left[D_{i,j} - \bar{\rho}_m H_m \frac{\partial(1/\bar{\rho}_i)}{\partial P_j}\right] \quad \text{(C۴ ب)}$$

و :

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_0} = 3H_i^2\left(\frac{dP}{dX}\right)_i - \overline{K}\overline{\eta}_i \quad \text{(C۴ ج)}$$

1- Barus
2- Kronecker

ضمیمهٔ ۴

تعریف فاکتورهای وزنی

فاکتورهای وزنی C_j با استفاده از چندجمله ای لاگرانژ سه نقطه ای با یک شبکه عمومی (گام غیرثابت) تعریف می شوند . در فاصله $[X_{j-1}, X_{j+1}]$ فشار توسط یک چندجمله ای از مرتبه دوم در X' تشریح می شود :

$$P = \frac{X'(X' + X_j - X_{j+1})}{(X_{j-1} - X_j)(X_{j-1} - X_{j+1})} P_{j-1} + \frac{(X' + X_j - X_{j-1})(X' + X_j - X_{j+1})}{(X_j - X_{j-1})(X_j - X_{j+1})} P_j + \frac{(X' + X_j - X_{j-1})X'}{(X_{j+1} - X_{j-1})(X_{j+1} - X_j)} P_{j+1} \quad (\text{D}1)$$

حال ما می توانیم ضرایب : $dC_{j,j-1}$ ، $dC_{j,j}$ و $dC_{j,j+1}$ را به گونه ای تعریف کنیم :

$$\int_{X'_{min}}^{X'_{max}} P\,dX' = dC_{j,j-1}P_{j-1} + dC_{j,j}P_j + dC_{j,j+1}P_{j+1} \quad (\text{D}2)$$

که در آن :

$$X'_{min} = X_{j-1} - X_j$$

و :

$$X'_{max} = (X_{j+1} - X_j)$$

$$dC_{j,j-1} = \frac{1}{(X_{j-1}-X_j)(X_{j-1}-X_{j+1})}\left|\frac{(X')^3}{3} + (X_j - X_{j+1})\frac{(X')^2}{2}\right|_{X'_{min}}^{X'_{max}}$$
(D۳ الف)

$$dC_{j,j} = \frac{1}{(X_j-X_{j-1})(X_j-X_{j+1})}\left|\frac{(X')^3}{3} + (2X_j - X_{j-1})\frac{(X')^2}{2}\right.$$
$$\left.+(X_j - X_{j-1})(X_j - X_{j+1})X'\right|_{X'_{min}}^{X'_{max}}$$
(D۳ ب)

$$dC_{j,j+1} = \frac{1}{(X_{j+1}-X_{j-1})(X_{j+1}-X_j)}$$
$$\times\left|\frac{(X')^3}{3} + (X_j - X_{j-1})\frac{(X')^2}{2}\right|_{X'_{min}}^{X'_{max}}$$
(D۳ ج)

این ضرایب برای $j = 2, 4, \ldots, N-1$ محاسبه می شوند . وقتی j زوج است ، ضرایب C_j بالاخره به صورت زیر تعریف می شوند :

$$C_j = dC_{j,j}$$

وقتی j فرد است ($j = 3$ در مثال زیر) ، $dC_{2,3}$ در ارتباط با فاصله $[X_1 , X_3]$ محاسبه می شود و $dC_{4,3}$ مربوط به فاصله $[X_3 , X_5]$ به آن اضافه می شود تا C_j یا C_3 در این مثال تعریف می شود . تصحیحهای فرعی نیز بر روی آخرین مقادیر C_j اعمال می شوند تا برای $X = X_{\text{انتهایی}}$ مثل آن در ضمیمهٔ ۲ شرط مرزی را رعایت کرده باشند .

FERDOWSI UNIVERSITY OF MASHHAD

Publication No. 239

Fundamentals

of

Fluid Film Lubrication

Bernard J. Hamrock

Translated by

Dr. Asghar Baradaran Rahimi

FERDOWSI UNIVERSITY PRESS

1999