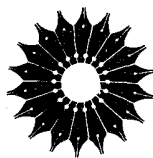




نور شناخت

یوجین هشت، آلفرد زایاک

ترجمه پروین بیات مختاری، حبیب مجیدی ذوالبنین



نور شناخت

یوجین هشت، آلفرد زایاک

ترجمه پروین بیات مختاری، حبیب مجیدی ذوالبنین



Optics

Eugene Hecht, Alfred Zajack
Addison-Wesley, 1974

نور شناخت

تألیف یوجین هشت، آلفرد زایاک

ترجمه دکتر پروین بیات مختاری، دکتر حبیب مجیدی ذوالبنین

ویراسته بهرام معلمی

ناظر چاپ: حمیدرضا دمیرچی لو

مرکز نشر دانشگاهی

چاپ اول ۱۳۶۷

چاپ هفتم ۱۳۸۸

تعداد ۲۰۰۰

حروفچینی: عبدی

لیتوگرافی: وسمه

چاپ و صحافی: خجسته گان

۹۷۰۰ تومان

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

Hecht, Eugene

هشت، یوجین

نور شناخت / یوجین هشت، آلفرد زایاک؛ ترجمه پروین بیات مختاری، حبیب مجیدی ذوالبنین. - تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۷.

شش، ۵۶۰ ص: مصور، جدول، نمودار. - (مرکز نشر دانشگاهی؛ ۴۱۲، فیزیک، ۳۷) فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیبا.

Optics.

عنوان اصلی:

واژه‌نامه.

کتابنامه: ص. [۵۲۷]-۵۴۸.

نمایه.

ISBN: 978-964-01-0412-5

چاپ هفتم: ۱۳۸۸.

۱. نورشناسی. الف. زایاک، آلفرد Zajack, Alfred. ب. بیات مختاری، پروین، مترجم، ج. مجیدی ذوالبنین، حبیب، ۱۳۲۱- مترجم. د. مرکز نشر دانشگاهی. ه. عنوان.

۵۳۵

QC۳۵۷/۲/۵۵

۱۳۶۷

۶۸-۱۸۲۵م

کتابخانه ملی ایران

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۳۵	۲.۱.۳ قانون مداری آمپر	۱	پیشگفتار
۳۶	۵.۱.۳ معادلات ماکسول		
۳۷	۲.۳ امواج الکترومغناطیسی	۳	۱. تاریخچه ای کوتاه
۳۹	۳.۳ محیط نارسانا	۳	۱.۱ پیشگفتار
۴۱	۱.۳.۳ پاشندگی	۳	۲.۱ سرآغاز
۴۵	۲.۳.۳ انتشار نور در یک محیط دی الکترونیک	۴	۳.۱ از قرن هفدهم به بعد
۴۷	۴.۳ انرژی و اندازه حرکت	۸	۴.۱ قرن نوزدهم
۴۷	۱.۴.۳ تابیدگی	۱۰	۵.۱ نورشناخت در قرن بیستم
۴۹	۲.۴.۳ اندازه حرکت		
۵۰	۵.۳ تابش	۱۴	۲. تبیین ریاضی حرکت موجی
۵۰	۱.۵.۳ بارهای شتابدار شده خطی	۱۴	۱.۲ امواج یک بعدی
۵۱	۲.۵.۳ تابش سنکروترون	۱۶	۲.۲ امواج هماهنگ
۵۴	۳.۵.۳ تابش دوقطبی الکتریکی	۱۸	۳.۲ فاز و سرعت فاز
۵۶	۴.۵.۳ طیف الکترومغناطیسی فوتون	۲۰	۴.۲ بیان مختلط
۵۹	مسائل	۲۱	۵.۲ امواج تخت
		۲۳	۶.۲ معادله دیفرانسیلی سه بعدی موج
۶۲	۴. انتشار نور	۲۴	۷.۲ امواج کروی
۶۲	۱.۴ مقدمه	۲۷	۸.۲ امواج استوانه ای
۶۲	۲.۴ قوانین بازتابش و شکست	۲۸	۹.۲ امواج نرده ای و برداری
۶۲	۱.۲.۴ اصل هویگنس	۲۹	مسائل
۶۴	۲.۲.۴ قانون اسنل و قانون بازتابش		
۶۶	۳.۲.۴ پرتوهای نور	۳۱	۳. نظریه الکترومغناطیسی، فوتونها، و نور
۶۷	۴.۲.۴ اصل فرما	۳۲	۱.۳ قوانین اساسی نظریه الکترومغناطیسی
۷۲	۳.۴ رهیافت الکترومغناطیسی	۳۳	۱.۱.۳ قانون القای فاراده
۷۳	۱.۳.۴ امواج در سطح مشترک	۳۴	۲.۱.۳ قانون گاوس (در میدان الکتریکی)
۷۴	۲.۳.۴ استنتاج از معادله های فرنل	۳۴	۳.۱.۳ قانون گاوس (در میدان مغناطیسی)

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۱۸۷	۲۰۳.۶ ابیراهیهای رنگی	۷۷	۳.۳.۴ تفسیر معادلات فرنل
۱۹۳	۳.۳.۶ ملاحظات نهایی	۸۲	۴.۳.۴ بازتابش داخلی کلی
۱۹۳	مسائل	۸۶	۵.۳.۴ خواص نوری فلزات
۱۹۶	۷. برهم‌نهی امواج	۹۱	۴.۴ جنبه‌های آشنای برهم‌کنش نور و ماده
۱۹۷	جمع امواج هم‌بسامد	۹۳	۵.۴ تلقی استوکس از بازتابش و شکست
۱۹۷	۱.۷ روش جبری	۹۴	۶.۴ فوتونها و قوانین بازتابش و شکست
۲۰۰	۲.۷ روش مختلط	۹۵	مسائل
۲۰۰	۳.۷ جمع به‌طریق فاز برداری	۱۰۰	۵. نورشناخت هندسی - نظریهٔ پیرومحوری
۲۰۲	۴.۷ امواج ایستاده	۱۰۰	۱۰.۵ یادآورهای مقدماتی
۲۰۳	جمع امواج با بسامد مختلف	۱۰۱	۲.۵ عدسیها
۲۰۴	۵.۷ زنش	۱۰۱	۱.۲.۵ شکست در سطوح ناکروی
۲۰۵	۶.۷ سرعت گروه	۱۰۴	۲.۲.۵ شکست در سطوح کروی
۲۰۷	۷.۷ امواج تناوبی ناهماهنگ - آنالیز فوریه	۱۰۶	۳.۲.۵ عدسیهای نازک
۲۱۱	۸.۷ امواج غیرتناوبی - انتگرالهای فوریه	۱۱۸	۳.۵ بندها
۲۱۳	۹.۷ تپها و بسته‌های موجی	۱۱۸	۱.۳.۵ روزنه بندها و میدان بندها
۲۱۵	۱۰.۷ پهنای نوار نوری	۱۱۸	۲.۳.۵ مردمکهای ورودی و خروجی
۲۱۷	مسائل	۱۲۰	۳.۳.۵ روزنهٔ نسبی و عدد - f
۲۲۰	۸. قطبش	۱۲۱	۴.۵ آینه‌ها
۲۲۰	۱.۸ ماهیت نور قطبیده	۱۲۱	۱.۴.۵ آینه‌های تخت
۲۲۰	۱.۱.۸ قطبش خطی	۱۲۴	۲.۴.۵ آینه‌های ناکروی
۲۲۱	۲.۱.۸ قطبش دایره‌ای	۱۲۶	۳.۴.۵ آینه‌های کروی
۲۲۳	۳.۱.۸ قطبش بیضی‌وار	۱۳۰	۵.۵ منشورها
۲۲۴	۴.۱.۸ نور طبیعی	۱۳۰	۱.۵.۵ منشورهای پاشنده
۲۲۴	۵.۱.۸ اندازهٔ حرکت زاویه‌ای و تصویر فوتون	۱۳۳	۲.۵.۵ منشورهای بازتابان
۲۲۶	۲.۸ قطبشگرها	۱۳۶	۶.۵ نورشناخت تاری
۲۲۶	۱.۲.۸ قانون مالوس	۱۴۰	۷.۵ دستگاههای نوری
۲۲۷	۳.۸ دورنگی	۱۴۰	۱.۷.۵ چشم
۲۲۸	۱.۳.۸ قطبشگر شبکهٔ سیمی	۱۴۳	۲.۷.۵ عینک
۲۲۸	۲.۳.۸ بلورهای دو رنگ	۱۴۷	۳.۷.۵ ذره‌بین
۲۲۹	۳.۳.۸ پولاروید	۱۴۹	۴.۷.۵ دیدگرها
۲۳۱	۴.۸ دوشکستی	۱۵۱	۵.۷.۵ میکروسکوپ مرکب
۲۳۲	۱.۴.۸ کلسیت	۱۵۳	۶.۷.۵ تلسکوپ
۲۳۶	۲.۴.۸ بلورهای دوشکستی	۱۵۹	۷.۷.۵ دوربین عکاسی
۲۳۸	۳.۴.۸ قطبشگرهای دوشکستی	۱۶۲	مسائل
۲۴۰	۵.۸ پراکندگی و قطبش	۱۶۷	۶. مطالب بیشتری دربارهٔ نورشناخت هندسی
۲۴۰	۱.۵.۸ مقدمه‌ای بر پراکندگی	۱۶۷	۱۰.۶ عدسیهای ضخیم و دستگاههای عدسی
۲۴۲	۲.۵.۸ قطبش از راه پراکندگی	۱۷۱	۲.۶ ردیابی تحلیلی پرتو
۲۴۴	۶.۸ قطبش از راه بازتابش	۱۷۲	۱۰.۲.۶ روشهای ماتریسی
۲۴۶	۱.۶.۸ کاربردی از معادلات فرنل	۱۷۵	۳.۶ ابیراهیها
		۱۷۶	۱۰.۳.۶ ابیراهیهای تکرنگ

صفحه	عنوان	صفحه	نوا
۳۲۵	تداخل سنج توپمن-گرین ۴۰۱۰۰۹	۲۴۷	۷۰. بازدارنده‌ها
۳۲۶	تداخل سنج چرخان ساگناک ۱۱۰۹	۲۴۷	۱۰۷۰۸ تیغه‌های موج ومتوازی السطوحهای مایل
۳۲۷	مسائل	۲۵۱	۲۰۷۰۸ جبران کننده‌ها
۳۳۱	۰۱۰. پراش	۲۵۲	۸۰/ قطبشگرهای دایره‌ای
۳۳۱	۱۰۱۰ ملاحظات مقدماتی	۲۵۳	۹۰/ قطبش نور چند رنگ
۳۳۳	۱۰۱۰۱۰ موانع کدر	۲۵۳	۱۰۹۰۸ پهنای نوار و زمان همدوسی موج چند رنگ
۳۳۴	۲۰۱۰۱۰ پراش فرانیهوفر وفرنل	۲۵۴	۲۰۹۰۸ رنگهای تداخلی
۳۳۶	۳۰۱۰۱۰ چندین نوسانگر همدوس	۲۵۵	۱۰۰۸ فعالیت نوری
۳۳۹	۲۰۱۰ پراش فرانیهوفر	۲۵۸	۱۰۱۰۰۸ يك مدل مفید
۳۳۹	۱۰۲۰۱۰ تك شكاف	۲۶۰	۲۰۱۰۰۸ مواد زیستی فعال نوری
۳۴۲	۲۰۲۰۱۰ شكاف دوگانه	۲۶۰	۱۱۰۸ اثرهای نوری القایی-مدوله کننده‌های نوری
۳۴۵	۳۰۲۰۱۰ پراش از راه شكافهای متعدد	۲۶۰	۱۰۱۱۰۸ فوتو الاستیسیته
۳۴۸	۴۰۲۰۱۰ روزنه مستطیل شکل	۲۶۲	۲۰۱۱۰۸ اثر فزاده
۳۵۲	۵۰۲۰۱۰ روزنه دایره‌ای	۲۶۴	۳۰۱۱۰۸ اثرهای کروپوکلز
۳۵۶	۶۰۲۰۱۰ توان تفکیک سیستمهای تصویر ساز	۲۶۷	۱۲۰۸ يك توصیف ریاضی از قطبش
۳۵۸	۷۰۲۰۱۰ توری پراش	۲۶۷	۱۰۱۲۰۸ پارامترهای استوکس
۳۶۰	طیف نمایی با توری	۲۶۹	۲۰۱۲۰۸ بردارهای جونز
۳۶۳	توریه‌های دو و سه بعدی	۲۷۰	۳۰۱۲۰۸ ماتریسهای جونز ومولر
۳۶۶	۳۰۱۰ پراش فرنل	۲۷۳	مسائل
۳۶۶	۱۰۳۰۱۰ انتشار آزاد يك موج کروی	۲۷۷	۹. تداخل
۳۷۰	۲۰۳۰۱۰ منحنی ارتعاش	۲۷۸	۱۰۹ ملاحظات کلی
۳۷۲	۳۰۳۰۱۰ روزنه‌های دایره‌ای	۲۸۱	۲۰۹ شرایط تداخل
۳۷۵	۴۰۳۰۱۰ موانع دایره‌ای	۲۸۳	۳۰۹ تداخل سنجهای شكافنده جبهه موج
۳۷۶	۵۰۳۰۱۰ تیغه منطقه‌ای فرنل	۲۸۸	۴۰۹ تداخل سنجهای شكافنده دامنه
۳۷۸	۶۰۳۰۱۰ انتگرالهای فرنل و روزنه مستطیلی	۲۹۶	۵۰۹ پوسه‌های دی الکتریک-تداخل دوباریکه‌ای
۳۸۱	۷۰۳۰۱۰ مارپیچ کورنو	۲۹۶	۱۰۵۰۹ فریزهای هم شیب
۳۸۵	۸۰۳۰۱۰ پراش فرنل به وسیله يك شكاف	۲۹۹	۲۰۵۰۹ فریزهای هم ضخامت
۳۸۷	۹۰۳۰۱۰ پرده کدر - شبه نامتناهی	۳۰۲	۶۰۹ انواع وجایگزیدگی فریزهای تداخلی
۳۸۸	۱۰۳۰۱۰ پراش توسط يك مانع باریک	۳۰۴	۷۰۹ تداخل سنج چند باریکه‌ای
۳۸۹	۱۱۰۳۰۱۰ اصل بایینه	۳۰۸	۸۰۹ تداخل سنج فابری-پرو
۳۹۱	۴۰۱۰ نظریه پراش نرده‌ای کیرشهوف	۳۰۸	۱۰۸۰۹ طرز کار
۳۹۳	۵۰۱۰ امواج پراش مرزی	۳۱۱	۲۰۸۰۹ طیف نمایی فابری-پرو
۳۹۵	مسائل	۳۱۳	۹۰۹ کاربرد پوسه‌های تك لایه‌ای و چند لایه‌ای
۳۹۸	۰۱۱. نور شناخت فوریه	۳۱۴	۱۰۹۰۹ بررسی ریاضی
۳۹۸	۱۰۱۱ مقدمه	۳۱۵	۲۰۹۰۹ اندوده‌های پاد باز تابش
۳۹۸	۲۰۱۱ تبدیلهای فوریه	۳۱۷	۳۰۹۰۹ سیستمهای دوره‌ای چند لایه
۳۹۸	۱۰۲۰۱۱ تبدیلهای يك بعدی	۳۱۸	۱۰۰۹ کاربردهای تداخل سنجی
۴۰۰	۲۰۲۰۱۱ تبدیلهای دوبعدی	۳۱۸	۱۰۱۰۰۹ تداخل نور پراکنده
۴۰۲	۳۰۲۰۱۱ تابع دلتایی دیراک	۳۲۱	۲۰۱۰۰۹ اندازه گیریهای پوسته نازک به وسیله
۴۰۵	۳۰۱۱ کاربردهای نوری	۳۲۲	تداخل سنجی چند باریکه‌ای
			۳۰۱۰۰۹ آزمایش مایکلسون-مورلی

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۴۶۴	۱۰۱۰۱۴ بسامدهای فضایی	۴۰۵	۱۰۳۰۱۱ سیستمهای خطی
۴۶۷	۲۰۱۰۱۴ نظریه آبه درمورد تشکیل تصویر	۴۰۷	۲۰۳۰۱۱ انتگرال همگردش
۴۶۹	۳۰۱۰۱۴ پالایش فضایی	۴۱۳	۳۰۰۰۱۱ روشهای فوریه در نظریه پراش
۴۷۵	۴۰۱۰۱۴ تمایز فاز	۴۱۶	۴۰۳۰۱۱ طیف و همبستگی
۴۷۷	۵۰۱۰۱۴ زمینه تاریک و روشهای شلیرن	۴۲۰	۵۰۳۰۱۱ توابع انتقال
۴۸۱	۲۰۱۰۱۴ لیزرها و نور لیزری	۴۲۴	مسائل
۴۸۱	۱۰۲۰۱۴ لیزر		
۴۸۹	۲۰۲۰۱۴ نور فانتزی	۴۲۶	۱۰۲ پایههای نظریه همدوسی
۴۹۱	۳۰۱۰۱۴ تمام نگاری	۴۲۶	۱۰۱۲ مقدمه
۴۹۱	۱۰۳۰۱۴ روشها	۴۲۸	۲۰۱۲ نمایانی
۴۹۷	۲۰۳۰۱۴ پیشرفتهای اخیر	۴۳۱	۳۰۱۲ تابع همدوسی متقابل و درجه همدوسی
۵۰۲	۴۰۱۰۱۴ نور شناخت غیر خطی	۴۳۶	۱۰۳۰۱۲ همدوسی زمانی و فضایی
۵۰۳	۱۰۴۰۱۴ یکسوسازی نوری	۴۳۷	۲۰۱۲ همدوسی و تداخل سنجی ستاره ای
۵۰۳	۲۰۴۰۱۴ تولید هماهنگ دوم	۴۳۷	۱۰۴۰۱۲ تداخل سنج ستاره ای مایکلسون
۵۰۵	۳۰۴۰۱۴ آمیختگی بسامدی	۴۳۸	۲۰۴۰۱۲ تداخل سنجی همبستگی
۵۰۵	۴۰۴۰۱۴ خود کانونی نور	۴۴۲	مسائل
۵۰۶	مسائل		
		۴۴۲	۱۰۳ جنبه هایی از ماهیت کوانتومی نور
۵۰۹	پیوست ۱. نظریه الکترومغناطیسی	۴۴۴	۱۰۱۳ میدانهای کوانتومی
۵۰۹	شکل دیفرانسیلی معادلات ماکسول	۴۴۵	۲۰۱۳ تابش جسم سیاه - فرضیه کوانتومی پلانک
۵۱۰	امواج الکترومغناطیسی	۴۴۷	۳۰۱۳ اثر فوتوالکتریک، مفهوم فوتون اینشتین
		۴۵۰	۴۰۱۳ ذرات و امواج
۵۱۲	پیوست ۲. نظریه پراش کیرشهوف	۴۵۲	۵۰۱۳ احتمال و نور شناخت موجی
۵۱۴	حل مسائل برگزیده	۴۵۵	۶۰۱۳ فرما، فاینمن و فوتونها
۵۴۳	جدول	۴۵۸	۷۰۱۳ درآشامی، گسیلش و پراکندگی
۵۴۷	کتابشناسی	۴۵۸	۱۰۷۰۱۳ اثر خود به خودی رامان
۵۴۹	واژه نامه	۴۵۹	۲۰۷۰۱۳ اثر تحریک شده رامان
۵۵۱	نامنامه	۴۶۱	مسائل
۵۵۲	فهرست راهنما	۴۶۴	۱۰۴ مباحث گوناگونی از نور شناخت معاصر
		۴۶۴	۱۰۱۴ تصویر گیری - توزیع فضایی اطلاعات نوری

میشگفتار

رسالهای اخیر، مبحث نورشناخت با دنیایی از تحرك، به صف مقدم تفكر علمي و تكنولوژیكي راه یافته است. يك رشته كارهای قابل ملاحظه انجام شده، و دلایلی برای امید بستن به چیزهای شگفتی آفرین در افقهای آینده خودنمایی می کند. این علم به اعتبار سابقه و تعبیری که برشالوده ساختار پرشكوه نظریه الكترومغناطیسی بنا نهاده شده است، هرگز مرجعیت و كار بست پذیری خود را از دست نداده است. از اینرو، ما در قلب دگرگونیهای عملی و نظری مهیجی قرار گرفته ایم. نورشناخت با نمونه های روشنگر متعددی در شكل و محتوی، مانند فوتون، پالایش فضایی، نورشناخت تاری (الیافی)، نازك پوسه ها، والته لیزر، با مضمونهای نظری و قابلیت های عملی فراوانش، در راستاهای نوینی به حرکت درآمده است.

رساله های کلاسیك درود، زومرفلد، روسی، سیرز، دیچ برن^۱، بورن و ولف، جنکینز و وایت، استرانگ، تاون^۲ و بسیاری دیگر، از ارزشی ماندگار و توجهی دائم برخوردارند. ولی به متن درسی نوینی مربوط به دوره لیسانس که به زبان غیرمصطلح کنونی از پیکوثانیه ها، مگاهرتزها و نانومترها؛ از سوئیچ-Q، طول همدوسی، پایداری بسامدی، و پهنای نواری سخن گوید، نیازی مبرم وجود دارد؛ متنی که روشهای کلاسیك را با ارزشهای آموزشی، همراه با پیشرفته ها، روشها، و تأکیدهای اساسی جدید دربرگیرد.

بررسی خود را با طرح مختصری از تكامل تاریخی این مبحث آغاز کرده ایم. نظریه جدید ماهیت نور به مثابه اوج بیش از دوهزار سال فعالیت رخ می نماید. با وجود این، همه اینها را باید در چشم انداز این الكوی جاافتاده تحول ارزیابی كرد. پله بعدی این نردبام را كاملاً نمی بینیم، اما بی گمان بر بالاترین پله آن نایستاده ایم.

در بیشتر پدیده های نوری، خصیصه های مكانيك كوانتومی

بارز نور مبهم اند و متداولترین جلوه آن، ماهیت موجی است. بر این مبنا، فصل ۲ به توصیف ریاضی حرکت موجی می پردازد. معادله موج با استفاده از همان ملاحظات خیلی ساده ای که به دانستن معادلات دیفرانسیل نیازی ندارد، آغاز می شود. فصل سوم مشتمل بر نظریه الكترومغناطیسی نور، از ابتداییترین مراحل آن است. در این فصل، پی ریزی انجام می شود، و بقیه ساختار کلاسیك نور (از جمله نورشناخت هندسی)، عمدتاً به صورت برهم کنشهای موجی فرمولبندی شده است.

يكی از مضمونهایی که تار و پود این كتاب را به هم بافته این است که نورشناخت، فیزيك است و برای فیزيك نقشی بنیادی ایفا می کند. روابط درونی میان فرایندهای اتمی و پدیده های نوری وابسته به آنها، هر جا که امکان پذیر بوده تشریح شده است. به جای آنکه نورشناخت را منزوی کنیم، کوشیده ایم پیوستگی چشمگیری را که میان حوزه های گوناگون فیزيك وجود دارد، مورد تأکید قرار دهیم.

توصیفهای متعددی از تجربه های ساده را که دور از آزمایشگاه انجام شدند، در متن گنجانده ایم. در موارد بسیار، به منظور تأکید بر این نکته که تجهیزات گرانبها یا دقیق همیشه لازم نیست، آثار نوری حاصل را با عكسبرداری نمایش داده ایم. چیزهای زیادی را می توان با چند لفرانه میکروسكوپ دید، و ما این نوع «دیدن» را تشویق می کنیم.

هدف این است که این كتاب برای دوره لیسانس در زمینه نورشناخت، كتاب درسی منحصر به فردی باشد. از اینرو، باید به مقدمات آن بیشتر پرداخته شود. بدین منظور كتاب چنان فراهم آمده است که قسمت بیشتر آن تنها پس از گذراندن دوره های فیزيك و ریاضیات عمومی، قابل استفاده باشد. مباحث مشكلتر در آخر فصول مربوط به آنها آمده اند. بدین قرار، فصل مربوط

به پراش با پراش فرانهور از طریق نظریه ساده هویگنس-فرنل آغاز می شود؛ به مبحث پیچیده تر پراش فرنل می رسد، و با بحث پیرامون بررسی کیرشهوف و امواج پراش مرزی خاتمه می پذیرد. دانشجوی پیشرفته، از طریق برخی روشهای پیچیده تر نظیر رهیافت تبدیل فوریه به نظریه پراش و تصویر، روشهای ماتریسی در بحث قطبش، ردگیری پرتو پیرامحوری و پوسه های چند لایه، البته تا حد اشاره ای کوتاه، به تکاپو واداشته خواهد شد.

کتاب حاضر گزیده نسبتاً گستره ای از مباحث مربوط به نور-شناخت نوین را فراهم می آورد، که استاد از روی آنها می تواند مواد درسی را تنظیم کند، که هم مباحث مورد تأکید خودش را دربر داشته باشد و هم نیاز دانشجویانش را برآورده کند. مثلاً، ضرورتی ندارد که در محتوای درسی يك دوره مقدماتی فصلهای ۱۱، ۱۲، ۱۳، یعنی نورشناخت فودیه، همدوسی، و نورشناخت کوانتومی، گنجانیده شود. با وجود این، جنبه های مربوط به این مباحث در تمامی بخشهای پیش از آنها بررسی می شوند. افزون

براین، برخی از بخشها به قدر کافی حالت خودآموزی دارند، و می توان مطالعه آنها را به خود خواننده وا گذاشت.

تلاش ما عمدتاً متوجه ارائه مطلب با بیانی روشن بوده است، و تا حد امکان از وسوسه در برابر ایجاز، که متضمن نکات مشکل و ظریف است، اجتناب کرده ایم. ایده هایی که باید از مهارتهای بیشتری بهره گیرند یا درپانوشت توضیح داده شده اند و یا در بخش مسائل و در کنار اظهار نظرهای هدایتگرانه لازم، گنجانده شده اند. حل کامل تقریباً دوسوم تمامی مسائل در آخر کتاب آمده است (نشانه ستاره بالای شماره هر مسئله، به معنی آن است که حل این مسئله در آخر کتاب موجود نیست).

دانشجو را به مراجعه به متون علمی ترغیب کرده ایم و نام و مشخصات بسیاری از این نوع مقالات «خواندنی» را برشمرده ایم، که در میان آنها برخی به خاطر داشتن کتابنامه های غنی گزیده شده اند. کتابهای جالب توجه را با ذکر نام مؤلف و ناشر، تاریخ انتشار، و نظایر آن، در يك فهرست کتابشناسی کامل، در پایان کتاب آورده ایم.

اوینگن هشت

آلفرد زایاک

نیویورک

سپتامبر ۱۹۷۳

تاریخچه‌ای کوتاه

۱.۱ پیشگفتار

در فصلهایی که مطالعه خواهیم کرد، يك بررسی رسمی از بیشتر مباحث نورشناخت به عمل خواهیم آورد؛ در این بررسی تأکید ویژه بر جنبه‌های مورد علاقه امروزی این علم خواهد بود. این موضوع، دانش گسترده‌ای را که تقریباً طی بیش از سه هزار سال موجودیت انسان گردآوری شده است، در برمی گیرد. پیش از آغاز مطالعه دید نورشناختی نوینی از اشیاء، صرفاً برای اینکه منظره کاملی از آن ارائه دهیم، مسیری را که تا به اینجا کشیده شده است دنبال می‌کنیم.

داستان کامل این موضوع شامل هزاران حادثه فرعی و شخصیت، قهرمان، شبه قهرمان، و گاهی يك یا دو شخصیت خبیث است. اما از دیدگاه ما، در زمان کنونی، شاید بتوان از انبوه هزاران مبحث مختلف در این زمینه، چهار موضوع اصلی را جدا کرد. این چهار موضوع نورشناخت بازتابش و شکست، نظریه‌های موجی و کوانتومی نور هستند.

۲.۱ سرآغاز

ریشه‌های تکنولوژی نورشناختی به زمانهای باستان باز می‌گردد.

بنا بر روایت سفرخروج^۱ ۳۸:۸ (حدود ۱۲۰۰ ق.م) بزایل^۲ هنگام تهیه کشتی و سایبان، «آینه‌های بانوان» را به لگنی برنجی (يك طشت تشریفاتی) تبدیل کرد. آینه‌های ابتدایی از مس جلا یافته، برنز، و بعداً از اسپکولوم، آلیاژی از مس و قلع که مقدار قلع آن فراوان است، ساخته شدند. نمونه‌های این آینه‌ها از مصر باستان باقی مانده اند. آینه‌ای کاملاً سالم همراه برخی وسایل دیگر، در دره نیل، در قرارگاه کارگران، نزدیک هرم سزاستریس دوم^۳ (حدود ۱۹۰۰ ق.م) از زیر خاک بیرون کشیده شده است. فیلسوفان یونانی همچون فیثاغورث، امپیدوکلس، دموکریتوس (ذیمقراطیس)، افلاطون، ارسطو و دیگران، درباره ماهیت نور چندین نظریه پرداختند (نظریه ارسطو کاملاً شبیه نظریه اتر است که در قرن نوزدهم ارائه شد). اقلیدس (۳۰۰ ق.م) انتشار راستخط نور، و نیز قانون بازتابش را در کتابش به نام کاتوپتریک^۴ بیان کرد. هرو اسکندرانی با فرض اینکه نور کوته‌ترین مسیر مجاز بین دو نقطه را می‌پیماید، در راه تشریح این دو پدیده تلاش کرد. آریستوفان در نمایشنامه کمدی خود به نام اچرها (۴۲۴ ق.م) به یسک شیشه سوزان (عدسی مثبت) اشاره می‌کند. در کتاب جمهوری افلاطون، از خمیدگی ظاهری اشیاء در حالتی که بخشی از آنها در آب فرو رفته، سخن به میان آمده است. کلتومسدس^۵ (۵۰ م) و بعداً کلودیوس بطلمیوس

۱. Exodus (سفرخروج): مهاجرت بنی اسرائیل از مصر به کنعان (رک کتابهای عهد عتیق) - م.

2. Bezaleel

3. Sesostriis II

4. Catoptrics

5. Cleomedes

۱۵۱۹-۱۴۵۲) جبه‌ای قاریک با دوزنه‌ای برای تشکیل تصویر اشیاء دور را، که بعداً با کار جیووانی باتیستا دلا پورتا^۶ (۹۹۴-۹۱۴/۱۶۱۵-۱۵۳۵) اشاعه پیدا کرد، توصیف کرده است. پورتا در کتاب خود، ماژیا ناتودالسی^۷ (۱۵۸۹/۹۸۶)، آینه‌های چندتایی و ترکیب عدسیهای مثبت و منفی را مورد بحث قرارداد.

این زنجیره کوتاه رویدادها، بیانگر دوره‌ای از نورشناخت است که می‌توانیم آن را نخستین دوره این علم بنامیم. بدون شک این دوره یک سرآغاز بود، اما در مجموع سرآغازی کند حرکت و خسته کننده. این دوران، عملاً دورانی بود که علم، بیشتر از آنکه در پی بردن بازی باشد، به دنبال آموختن آن بازی بود. بعد از آن در قرن هفدهم بود که تندباد هیجان و کامیابی وزیدن گرفت.

۳.۱ از قرن هفدهم به بعد

روشن نیست چه کسی تلسکوپ شکستی را اختراع کرد، ولی استاد و اوراق هیگ^۸ نشان می‌دهند که در دوم اکتبر سال ۱۶۰۸ عینک سازی هلندی به نام هانس لیپرش^۹ (۹۹۸-۱۶۱۹/۹۶۶-۱۵۸۷) حق امتیازی برای این وسیله درخواست کرده است. گالیلئو گالیله (۱۵۲۱-۱۶۴۲/۹۴۳-۱۵۶۴) در پادوا از این اختراع آگاه شد و در ظرف چند ماه از راه تراشیدن عدسیها با دست، ابزار خود را ساخت. تقریباً در همین زمان، احتمالاً زاخاریاس جانسن هلندی (۱۵۱۵-۱۶۳۲/۹۶۷-۱۵۸۸) بود که میکروسکوپ مرکب را اختراع کرد. فرانسیسکو فونتانای ناپلی (۱۵۳۵-۱۶۵۶/۹۵۹-۱۵۸۵) یک عدسی کوژ را به جای چشمی کاو میکروسکوپ قرارداد، و یوهان کپلر (۱۵۰۹-۱۶۳۰/۹۵۰-۱۵۷۱) مشابه همین کار را در تلسکوپ انجام داد. گالیله در هفتم ژانویه سال ۱۶۱۰ از راه گرداندن تلسکوپ در آسمان، اقامار مشتری را کشف کرد. در همان سال حلقه‌های پیرامون سیاره زحل را دید و پس از مشاهده نقاط متحرک بر روی خورشید، نتیجه گرفت که خورشید می‌چرخد. ولی خیلیها به چشمان خود شک کردند و برخی دیگر اصلاً تمایلی به نگاه کردن نداشتند. گالیله در نامه‌ای به کپلر نوشت

«افسوس که تو اینجا نیستی، اگر اینجا بودی، چقدر به این سفاهت افتخار آمیز، و شنیدن بحثهای به ظاهر منطقی استاد فلسفه در پیزا در برابر دوک بزرگ با صدای بلند می‌خندیدیم، گویی این استاد بر آن است تا با افسون و جادو این سیاره نوین را از آسمان بیرون راند».

کپلر نوشته خود را به نام نورشناخت شکستی در سال ۱۶۱۱/۹۹۰ منتشر کرد. او انعکاس کلی داخلی را کشف کرده بود و با یک تقریب زاویه‌ای جزئی، به قانون شکست، که در آن زاویه‌های ورودی و

(۱۳۰ م) اسکندرانی، شکست نور را بررسی کردند، بطلمیوس همان کسی است که اندازه زاویه‌های تابش و شکست چندین ملاء را با دقت نسبتاً خوبی جدول بندی کرد. از نوشته‌های تاریخ نگاری به نام پلینی^۱ (۲۳-۷۹ م) برمی آید که رومیها نیز شیشه سوزان داشته‌اند. چندین کره شیشه‌ای و بلوری که احتمالاً برای روشن کردن آتش به کار می‌رفته‌اند، در ویرانه‌های روم پیدا شده است. یک عدسی تخت-کاو نیز در بمبئی کشف شده است. سنکا^۲ فیلسوف رومی (۳ ق. م-۶۵ م) اشاره کرده است که می‌توان یک گوی شیشه‌ای پراز آب را به منظور بزرگنمایی به کار برد. به احتمال نزدیک به یقین، بعضی صنعتگران رومی از زده بین برای کمک به سهولت انجام کارهای خیلی دقیق، استفاده کرده‌اند.

بعد از سرنگونی امپراتوری روم غربی (۴۷۵ م) که تقریباً با آغاز دوران تاریکی (قرون وسطی) مقارن است، به مدت زیادی در اروپا پیشرفت علمی کم بوده و یا اصلاً هیچگونه پیشرفتی صورت نگرفته است. استیلای فرهنگ یونانی-رومی-مسیحی در سرزمینهای مدیترانه‌ای به زودی با پیروزی قانون الله فرو ریخت. در سال ۶۴۲/۲۱ اسکندریه به دست مسلمانان فتح شد و تا پایان قرن هفتم سرزمینهای اسلام از فلات ایران و سرتاسر سواحل جنوبی مدیترانه تا اسپانیا گسترده شد. مرکز تحقیق به دنیای عرب منتقل شده و ذخیره‌های علمی و فلسفی گذشته ترجمه و انباشته شد. نورشناخت را کد نماند و شخصی به نام ابن هیثم^۳ (۳۷۹/۱۰۰۰) آن را گسترش داد؛ او قانون بازتابش را بسط داد و زاویه‌های تابش و بازتابش را در یک صفحه و عمود بر سطح مشترک قرارداد، آینه‌های کروی و سهمی وار را مطالعه کرد و توصیف جامعی از چشم انسان ارائه داد.

در اواخر سده سیزدهم، اروپا تازه از رکود فکری بیرون می‌آمد. ترجمه اثر ابن هیثم به لاتین تأثیر شگرفی بر نوشته‌های رابرت گروسه تست^۴ (۶۳۲-۱۲۵۳/۵۵۴-۱۱۷۵)، اسقف لینکلن، و ویلوه ریاضیدان لهستانی برجای گذاشت، این دو در برانگیختن مطالعه دوباره نورشناخت بسیار مؤثر بودند. فرانسیس راجربیکن (۶۷۳-۱۲۹۴/۵۹۴-۱۲۱۵)، که بسیاری او را نخستین دانشمند به معنی امروزی می‌دانند، از کارهای دونفر اخیر خبر داشت. ظاهراً، ابتکار به کار بردن عدسی برای تصحیح دید از بیکن است و حتی امکان ترکیب عدسیها جهت تشکیل تلسکوپ را پیشنهاد کرده است. بیکن، همچنین، از شیوه عبور پرتوهای نور از یک عدسی، دریاقتهایی داشته است. پس از مرگ او، نورشناخت باردیگرا ره فتور پیمود؛ با وجود این، نقاشیهای اواسط قرن سیزدهم اروپا، راهبان عینک به چشمی را نشان می‌دهند. کیمیاگرانی پیدا شده بودند که با مالیدن مایعی از آلیاژ جیوه و قلع به پشت صفحات شیشه‌ای، آینه درست می‌کردند. لئوناردو داوینچی (۸۸۳-۱۸۱۸)

- | | | | | |
|----------------------------------|--------------------|------------|----------------------|---------------------|
| 1. Pliny | 2. Seneca | 3. Alhazen | 4. Robert Grossetest | 5. Vitello (Witelo) |
| 6. Giovanni Battista Della Porta | 7. Magia Naturalis | 8. Hague | 9. Hans Lippershey | |

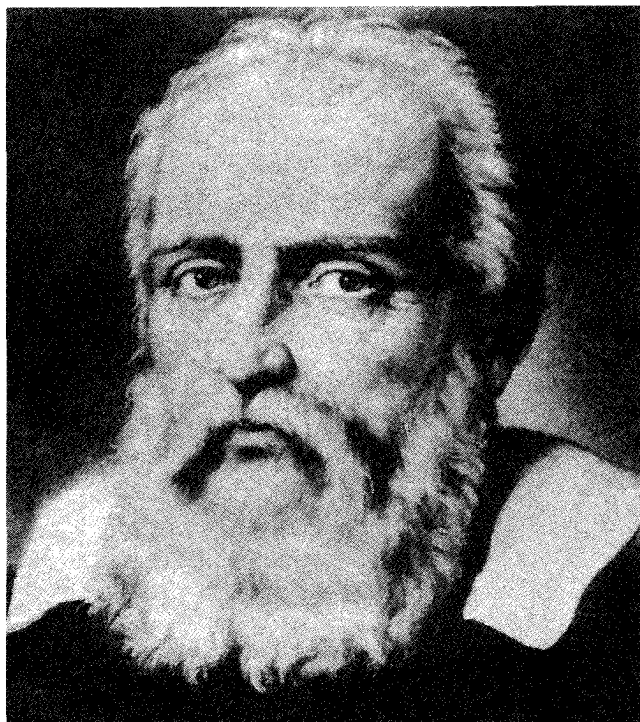


شکل ۲۰۱ رنه دکارت.

خالص، که خلل و فرج تمامی اجسام دیگر را پرمی‌کند.

عالم محیطی انباشته از ملاء تلقی می‌شد. پیردو فرما (۱۵۴۴-۱۹۸۰/۱۶۶۵-۱۶۰۱) در اعتراض به فرضیه‌های دکارت، قانون شکست را از اهل کمترین زمان خود (۱۵۳۶/۱۶۵۷) مجدداً استنتاج کرد. فرما، با اختیار حکم کوتاهترین مسیر هر دو به عنوان نقطه عزیمت خود، ادعا کرد که نور هنگام انتشار از نقطه‌ای به نقطه دیگر، مسیر خود را چنان انتخاب می‌کند که آن را در کمترین زمان پیماید، حتی اگر لازم باشد برای انتشار از کوتاهترین مسیر واقعی خود منحرف شود.

پدیده پراش، یعنی انحراف از انتشار راستخط را که در هنگام عبور نور از یک مانع رخ می‌دهد، اولین بار گریمالدی (۱۵۴۲-۱۹۹۷/۱۶۶۳-۱۶۱۸) استاد کالج ژروئیت^۲ بولونیا^۳ مورد توجه قرار داد. او نوارهای نور را در سایه میله‌ای که چشمه کوچکی آن را روشن کرده بود، مشاهده کرد. رابرت هوک (۱۵۸۲-۱۰۱۴/۱۷۰۳-۱۶۳۵) متصدی آزمایشهای انجمن سلطنتی لندن نیز بعداً اثرات پراش را مشاهده کرد. او نخستین کسی بود که نقشهای تداخلی رنگی ناشی از پوسه‌های نازک را بررسی کرد (هیکروگرافیا^۴ ۱۶۶۵) و به درستی به این نتیجه رسید که این نقشها حاصل برهم‌کنش میان نور بازتابیده از سطوح جلویی و پشتی‌اند. او این مفهوم را که نور حرکت ارتعاشی سریع ملاتی است که با سرعت بسیار زیادی منتشر می‌شود، پیشنهاد کرد. افزون بر این، «هر تپ یا ارتعاش جسم درخشان، کره‌ای را پدید می‌آورد»



شکل ۱۰۱ گالیلهو گالیله.

تراکسیتی با یکدیگر متناسب‌اند، دست یافته بود. او تکمیل طرز عمل نورشناخت مرتبه اول برای دستگاههای عدسی نازک را ادامه داد و عملکرد مشروح تلسکوپهای کپلری (چشمی مثبت) و گالیله‌ای (چشمی منفی) را تشریح کرد. ویلبرارد اسنل (۱۵۰۵-۱۹۷۰/۱۶۲۶-۱۵۹۱) استادی از لیدن، قانون شکست را که مدتها پوشیده مانده بود، در سال ۱۶۲۱/۱۵۰۰ به روش تجربی کشف کرد. این کشف، از لحظه‌های بزرگ تاریخ نور شناخت بود. اسنل با آگاهی دقیق بر این نکته که چگونه پرتوهای نور در هنگام عبور از مرز بین دو ملاء تغییر جهت می‌دهند، به ناگهان دری به روی نور شناخت کاربردی نوین گشود. رنه دکارت (۱۵۲۹-۱۶۵۰/۱۶۷۵-۱۵۹۶) نخستین کسی بود که فرمولبندی قانون شکست بر حسب سینوسها را، که امروزه کاملاً با آن آشنا ایم، منتشر کرد و شاید بتوان گفت افتخار کشف آن را هم داشته است. دکارت با استفاده از الگویی که در آن نور همچون فشاری است که از راه ملاتی کشان منتقل می‌شود، این قانون را استنتاج کرد؛ او در کتاب خود به نام دیوپتریک^۱ (۱۶۰۶/۱۳۷۶) نوشت

«... ماهیتی را که به نور نسبت داده‌ام به یاد آورید، آن‌گاه که گفتم نور چیزی نیست مگر حرکتی مشخص یا کنشی متصور در ماده‌ای بسیار



شکل ۳۰۱ پیردوفرما.



شکل ۴۰۱ ایساك نیوتون.

کردن نظریه موجی، آنطور که بعداً تأکید کرد، مسئله پرسر و صدای توضیح انتشار راستخط، بر حسب موجهایی بود که در هر راستایی گسترده می شوند.

نیوتون، پس از چندین آزمایش بسیار محدود، از تلاش برای جدا کردن ابیراهی رنگی از عدسیهای تلسکوپ شکستی دست برداشت و با این نتیجه گیری غلط که این کار شدنی نیست، به طراحی بازتابگرها پرداخت. اولین تلسکوپ بازتابی نیوتون که در سال ۱۶۶۸/۱۱۴۷ تکمیل شد، فقط ۱۵ سانتیمتر درازا و ۲٫۵ سانتیمتر قطر داشت اما در حدود ۳۰ برابر بزرگ می نمود.

تقریباً همزمان باوقتی که نیوتون در انگلستان نظریه گسیلش را مورد تأکید قرار می داد، کریستین هویگنس (۱۵۳۸-۱۶۰۸) در سال ۱۶۹۵-۱۶۲۹ در اروپای خارج از جزایر بریتانیا، در حال گسترش هرچه بیشتر نظریه موجی بود. هویگنس برخلاف دکارت، هوک و نیوتون، به درستی نتیجه گرفت که سرعت نور هنگام ورود به محیطهای چگالتر، به طور مؤثری کاهش می یابد. او توانست قانونهای بازتابش و شکست را به دست آورده و حتی با استفاده از نظریه موجی خود، شکست دوگانه در کلسیت را توضیح دهد و در حال کار کردن با کلسیت بود که قطبش را کشف کرد.

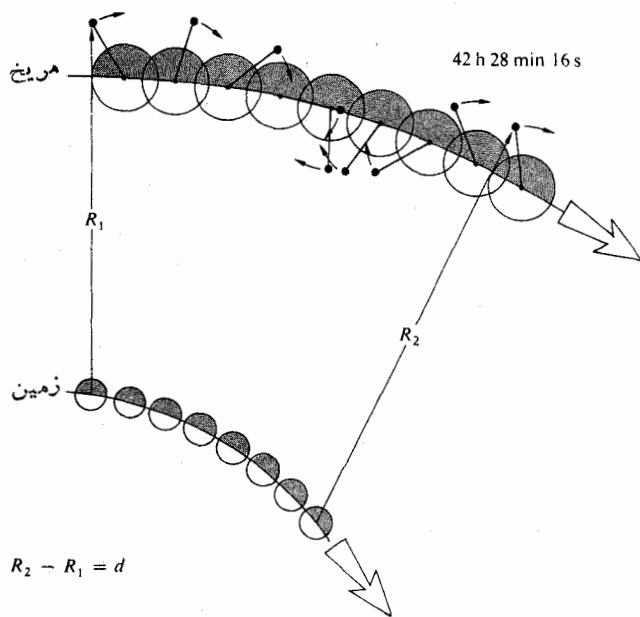
«همانگونه که دو نوع شکست متفاوت وجود دارد، من به این نتیجه رسیده ام که دو نوع صدور مختلف موجهای نوری نیز وجود دارد.»

بنا بر این، نور یا جریانی از ذرات بود یا جنبش تموجی سریعی از ماده اتری. در هر حال، به طور کلی پذیرفته شد که سرعت انتشار

و همین سرآغاز نظریه موجی بود. ایساك نیوتون (۱۱۰۶-۱۷۰۲) در سال مرگ گالیله به دنیا آمد. نکته اصلی تلاش علمی نیوتون در توصیف کار خودش در زمینه نورشناخت تحت عنوان فلسفه تجربی، آمده است. او هدف خود را بر مشاهده مستقیم و اجتناب از فرضیههای ذهنی بنا می نهاد. از اینرو به مدت زیادی در باره ماهیت واقعی نور دودل بود. آیا آنگونه که بعضی مدعی بودند، نور، تنبذهای یعنی جریانی از ذرات، یا موجی در یک محیط همه جا گستر، یعنی اتر بود؟ او در سن بیست و سه سالگی، آزمایشهای معروف خود را در مورد پاشندگی شروع کرد.

«من برای خودم منشور شیشه ای مثلث شکلی فراهم آوردم تا با آن پدیدههای مشهور رنگها را آزمایش کنم.»

نیوتون به این نتیجه رسید که نور سفید از آمیزه گسترده کاملی از رنگهای مستقل ترکیب شده است. او مدعی شد که تنبذهای نور وابسته به رنگهای مختلف، اتر را به ارتعاشهای مشخصی برانگیخته است. افزون بر این، احساس رنگ سرخ با بلندترین ارتعاش اتر و احساس رنگ بنفش با کوتاهترین ارتعاش آن متناظر است. اگرچه کارش تمایل مرموزی را در جهت پذیرش همزمان نظریههای موجی و گسلی (تنبذهای) نشان می دهد، هرچه از عمرش می گذرد، نسبت به نظریه اخیر پایبندتر می شود. شاید دلیل اصلی او در رد



شکل ۶.۱ اندازه گیری c توسط رومر.

شمار جزم اندیشان بسیار بود، و معدود بودند آنها که مستقل می اندیشیدند و فلسفه تجربی خود را دنبال می کردند؛ همان کاری که مطمئناً نیوتون انجام داده بود. بسا وجود این، لئونارد اوپلر (۱۱۶۲-۱۵۸۶/۱۷۸۳-۱۷۰۷) ریاضیدان سرشناس، یکی از هواداران نظریه موجی بود، اگرچه گام چندانی در این راه برنداشت. اوپلر مدعی شد که اثرات ناخوشایند رنگ که در یک عدسی دیده می شوند در چشم وجود ندارند (که فرضی بسیار نادرست است)، زیرا محیطهای متفاوت، پاشندگی خنثی شده ارائه می دهند. او مطرح می کرد که می توان عدسیهای بدون عیب رنگی را به همین روش ساخت. ساموئل کلینگزتیرنا^۲ (۱۱۴۴-۱۵۷۷/۱۷۶۵-۱۶۹۸)، استادی از اوپسالا، که تحت تأثیر این نوشته قرار گرفته بود دوباره آزمایشهای نیوتون را درباره بیرنگی انجام و اشتباه بودن آنها را نشان داد. کلینگزتیرنا با عینک سازی لندنی به نام جان دالند (۱۱۴۰-۱۵۸۵/۱۷۶۱-۱۷۰۶) که نتایج مشابهی را مشاهده می کرد، ارتباط داشت. سرانجام، دالند در سال ۱۱۳۷/۱۷۵۸ دو عنصر را، یکی از کراون و دیگری شیشه فلینت، برای تشکیل یک تك عدسی بدون ابیراهی رنگی، ترکیب کرد. این کار پیروزی بزرگی بود که اهمیت عملی فراوانی در بر داشت. تصادفاً، اختراع دالند در واقع بعد از نوشتن اثر منتشر نشده يك دانشمند غیر حرفه ای به نام چستر مورهای (۱۱۵۰-۱۵۸۲/۱۷۷۱-۱۷۰۳) اهل مورهای اسکس انجام شد.



شکل ۵.۱ کریستیان هویگنس.

آن بسیار زیاد است. اولاف رومر^۱ دانمارکی (۱۰۸۹-۱۵۲۳/۱۷۱۰-۱۶۴۴)، در سال ۱۵۵۵/۱۶۷۶ واقیعت محدود بودن سرعت نور را مشخص کرد. مدار گردش نزدیکترین قمر مشتری به دور آن، تقریباً در همان صفحه مدار گردش خود مشتری به دور خورشید قرار دارد. رومر دریافت که زمان بین کسوفهای پی در پی این قمر، T ، هنگامی که از سایه مشتری می گذرد، با افزایش فاصله زمین-مشتری زیاد می شود، و برعکس. او به این استنتاج دقیق رسید که اگر در خلال يك گردش ماه برجیسی، فاصله سیارات به اندازه d افزایش پیدا کند، T به اندازه d/c از دوره واقعی T_0 زیادتر خواهد شد، یعنی $T - T_0 = d/c$ ؛ c سرعت نور است. مقدار c در حدود ۴۸۰۰۰ فرسنگ در ثانیه یا تقریباً ۲۱۴۰۰۰ کیلومتر در ثانیه به دست آمد.

رای مسلط نیوتون در خلال قرن هجدهم، همچون پوششی بر روی نظریه موجی فرو افتاد و هواداران آن را خاموش کرد.

۴۰۱ قرن نوزدهم

نظریه موجی نور را دکتر توماس یانگ (۱۷۵۲-۱۸۲۹) یکی از اندیشمندان بزرگ این قرن، از نو زنده کرد. او در دوازدهم نوامبر ۱۸۰۱، اول ژوئیه ۱۸۰۲، و بیست و چهارم نوامبر ۱۸۰۳، مقالاتی را در ستایش از نظریه موجی در برابر انجمن سلطنتی قرائت کرد و مفهوم بنیانی نوینی را به نام اصل تداخل به آن افزود.

«هنگامی که راستاهای دو موج، از منشأهای مختلف، به طور کامل برهم منطبق و یا خیلی به هم نزدیک اند، اثر مشترک آنها، ترکیب حرکتهای متعلق به هر یک از آنهاست.»

او توانست فریزهای رنگی پوسه‌های نازک را توضیح دهد و طول موج رنگهای مختلف را با سود جستن از داده‌های نیوتون تعیین کند. اگرچه یانگ بارها ادعا کرد برداشتهایش ریشه در پژوهشهای نیوتون دارد، اما به سختی مورد حمله قرار گرفت. طی یک رشته مقالاتی که آنها را احتمالاً «لرد بروهام» در مجله ادینبورگ دیپوز چاپ می کرد، نوشته‌های یانگ «خالی از هر گونه ارزش» تلقی شد. که سخن افراط آمیزی است. فضل فروشان بی خرد انگلستان، زیر پوشش لغزش نا پذیری مسلم نیوتون، آماده پذیرش درست اندیشی یانگ نبودند، و او به نوبه خود بسیار دلسرد شد.

آگوستین ژان فرنل (۱۷۸۸-۱۸۲۷/۱۱۶۷-۱۲۰۶) متولد بروی در نرماندی، بی خبر از کوششهای سیزده سال پیش یانگ، احیای نظریه موجی خود را به طور درخشانی شروع کرد. فرنل مفاهیم توصیف موجی هویگنس و اصل تداخل را با هم ترکیب کرد. او مد انتشار یک موج اولیه را به عنوان زنجیره‌ای از موجکهای ثانویه کروی القایی در نظر گرفت که روی هم افتاده و با یکدیگر تداخل می کنند، و موج پیشرونده اولیه را که باید در لحظه بعدی ظاهر شود، مجدداً تشکیل می دهند. به سخن فرنل

«ارتعاشات یک موج درخشان را در هر یک از نقاط آن می توان به عنوان مجموع حرکتهای بنیادی دانست، که در نتیجه کنش جداگانه کلیه بخشهای موج نامسدود در هر یک از مواضع پیشین خود، به آن می رسد.»

فرض می شد این موجها، همانند امواج صوت در هوا، طولی اند. دومینیک فرانسوا ژان آراگو (۱۷۸۶-۱۸۵۳/۱۱۶۵-۱۲۱۴)، یکی از نخستین طرفداران نظریه موجی فرنل بود و آنها به زودی به دوستان نزدیکی تبدیل شدند که گاهی هم همکاری می کردند. بر اثر انتقادهای مردان نامسدار و هواداران فرضیه گسیلش، چون پیرسیمون دولاپلاس (۱۷۴۹-۱۸۲۷/۱۱۲۸-۱۲۰۶) و ژان باپتیست بیهو (۱۷۷۴-۱۸۶۲/۱۱۵۳-۱۲۴۱)، نظریه فرنل

تأکیدی ریاضی پذیرفت. او توانست نقشهای پر اش ناشی از مانعها و روزنه‌های گوناگون را محاسبه کند و به طور رضایتبخشی انتشار راستخط در محیطهای همسانگرد همگن را توضیح دهد، و بدین سان انتقاد عمده نیوتون نسبت به نظریه موجی را بی اثر کند. هنگامی که سرانجام فرنل به تقدم یانگ در اصل تداخل پی برد، هر چند اندکی مأیوس شد، اما نامه‌ای به یانگ نوشت و احساس آرامش خود را از هم رأی بودن با او ابراز داشت؛ این دو مرد بزرگ با هم یار شدند.

هویگنس نیز مانند نیوتون از پدیده قطبش، که در بلورهای کلسیت پدید می آید، آگاه بود. در واقع نیوتون در کتاب اپتیک خود اینطور نوشته بود

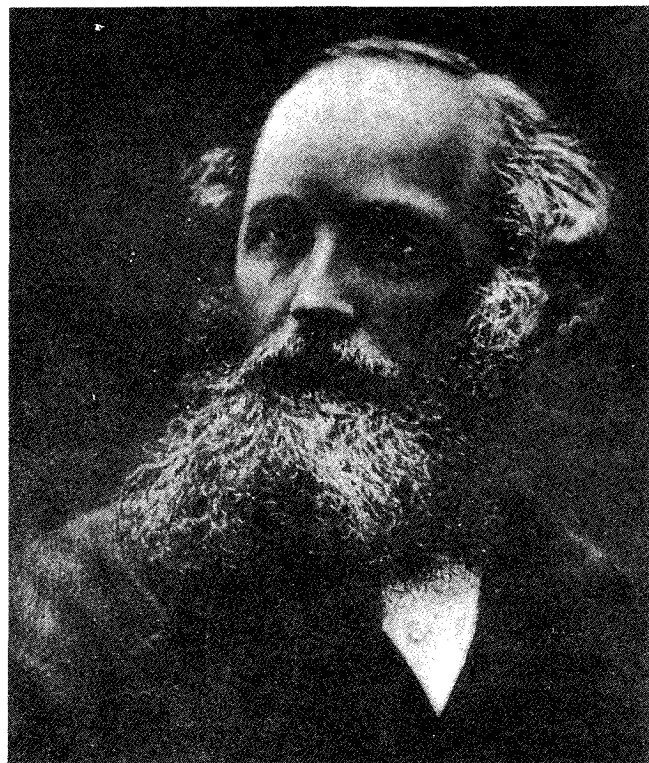
«بنابراین، هر پرتو نوری دو جانب متقابل دارد...»

او این مفهوم بی تقارنی جانبی را گسترش بیشتری بخشید، گرچه از هر گونه تفسیری بر حسب ماهیت فرضی نور دوری گزید. ولی در سال ۱۸۰۸/۱۱۸۷ بود که اتین لویی مالوس (۱۱۹۱-۱۱۵۴/۱۸۱۲-۱۷۷۵) کشف کرد که این دوجانبی بودن نور در بازتابش نیز پدیدار می شود؛ این پدیده، ذاتی محیطهای بلوری نبود. پس از این، فرنل و آراگو رشته آزمایشهایی در جهت تعیین اثر قطبش بر تداخل انجام دادند، ولی نتایج حاصل در چارچوب تصویر موج طولی آنها، به تمامی توضیح ناپذیر بود؛ به راستی ایام بسیار حزن انگیز و تیره‌ای بود. یانگ، آراگو و فرنل چندین سال با این مسئله درگیر بودند تا اینکه سرانجام یانگ اظهار داشت که ممکن است ارتعاش اتسری همانند موجی در یک ریسمان، عرضی باشد. بنابراین دوجانبی بودن نور فقط نمایشی از دو ارتعاش متعامد اثر، عمود بر راستای حرکت پرتو است. فرنل در دنباله کار خود، توصیفی مکانیکی از نوسانهای اثر ارائه کرد که به فرمولهای معروف او در مورد دامنه نور بازتابیده و تراکسیلیده انجامید. در آغاز سال ۱۸۲۵/۱۲۰۴ نظریه گسیلش (یا تنیزه‌ای) تنها چند هوادار جدی داشت.

آرماند هیلولیت لویی فیزو (۱۷۷۷-۱۸۹۶/۱۱۹۸-۱۸۱۹)، در سال ۱۸۴۹/۱۲۲۸ نخستین تعیین زمینی سرعت نور را انجام داد. دستگاه او، که شامل یک چرخ دندانه‌دار چرخان و یک آینه در فاصله زیاد (۸۶۳۳ متر) بود، در حومه پاریس از سورن ۳ تا مونتمارت ۴ بر پا شد. یک تب نوری از شکاف چرخ گذشته و پس از برخورد با آینه بازمی گشت. با میزان کردن سرعت چرخش معلوم چرخ، می توان ترتیبی اتخاذ کرد که تب بازگشتی یا از داخل یک شکاف بگذرد و دیده شود یا یکی از دندانه‌ها مانع گذشتن آن شود. مقداری که فیزو برای سرعت نور به دست آورد، رقمی برابر با ۳۱۵۳۰۰ کیلومتر در ثانیه بود. ژان برنارد لئون

این موضوع را در مجموعه واحدی از معادلات ریاضی به طور بارزی خلاصه کرد، و حتی آنها را گسترش داد. او با ترکیبی فوق العاده موجز که دارای تقارنی زیبا بود، به شیوه‌ای صرفاً نظری، نشان داد که میدان مغناطیسی می‌تواند همانند موجی عرضی، در اتر نورسان انتشار یابد. او در حالی که برای پیدا کردن سرعت موج تلاش می‌کرد، به رابطه‌ای برحسب خواص الکتریکی و مغناطیسی محیط می‌کرد، $(c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0})$ دست یافت. بر مبنای جای گذاری مقادیر معین تجربی این کمیتها، به نتیجه‌ای عددی رسید که با سرعت اندازه گیری شده نور برابر بود! این، نتیجه‌ای اجتناب ناپذیر بود. نود «يك آشفتگی الكترومغناطیسی به شكل امواج» است که از طریق اتر منتشر می‌شود. ماکسول هشت سال پیش از اینکه تأیید تجربی نظراتش را ببیند، در سن چهل و هشت سالگی در گذشت، مرگی که برای فیزیک بسیار زودرس بود. هاینریش رودولف هرتز (۱۸۵۷-۱۸۹۴/۱۲۳۶-۱۲۷۳) طی يك رشته آزمایشهای گسترده که امواج را تولید و آشکارسازی می‌کرد و او آنها را در سال ۱۸۸۸/۱۲۶۷ منتشر کرد، وجود موجهای الكترومغناطیسی با طول موج بلند را اثبات کرد.

ظاهراً، پذیرش نظریه موجی نور، به همان اندازه، پذیرش وجود يك زمینه فراگیر، یعنی اتر نورسان را ایجاب می‌کند. بدیهی است که اگر امواج وجود داشته باشند، باید محیطی هم که آن را نگه دارد موجود باشد. به طور کاملاً طبیعی، کوشش علمی فراوانی مبذول می‌شد تا ماهیت فیزیکی اتر را تعیین کنند؛ با این وجود، این محیط دارای چندین خاصیت عجیب بود. این محیط باید آنقدر رقیق باشد که اجسام آسمانی آشکارا و بدون مانع بتوانند در آن حرکت کنند. در عین حال، باید می‌توانست نوسانهای بسامد بسیار بالای نور (تقریباً 10^{15} Hz) را که با سرعت ۲۹۷۶۰۰ کیلومتر در ثانیه حرکت می‌کرد، تحمل کند. این موضوع، به طور چشمگیری بیانگر نیروهای بازگرداننده قوی، در درون ماده اتری بود. سرعت پیشروی يك موج در میان يك ماده به مشخصه‌های زمینه آشفته بستگی دارد و به هیچ حرکتی از چشمه مربوط نمی‌شود. این مطلب با رفتار جریان ذراتی که سرعت آنها نسبت به چشمه عاملی اساسی است، متباین است. جنبه‌های مشخص ماهیت اتر هنگام مطالعه نور شناخت اشیای متحرک، ناگهان نمایان شدند و همین عرصه پژوهشی بود که با طمأنینه و متکی به خود تکامل پیدا می‌کرد، و سرانجام به نقطه عطف بزرگ بعدی منجر شد. جیمز بردالی (۱۶۹۳-۱۷۶۲/۱۰۷۲-۱۱۴۱)، ساویلین بعدی و استاد اخترشناسی در آکسفورد، در سال ۱۷۲۵/۱۱۰۴ تلاش کرد فاصله يك ستاره را از زمین با مشاهده سمگیری آن، در دو زمان مختلف در سال، اندازه گیری کند. در گردش زمین به دور خورشید، موضع زمین تغییر می‌کند و از این راه قاعده بزرگ مثلث بندی روی این ستاره فراهم می‌آید. او با شگفتی دریافت که ستاره‌های «ثابت» نسبت به راستای حرکت مداری زمین، يك



شکل ۷۰۱ جیمز کلرک ماکسول.

فسو کو (۱۷۴۷-۱۸۶۸/۱۱۹۸-۱۸۱۹)، همکار او، نیز درگیر پژوهش در سرعت نور بود. در سال ۱۸۳۴/۱۲۱۳ چارلز وستون (۱۸۰۲-۱۸۷۵/۱۱۸۱-۱۲۵۴) مجموعه‌ای از آینه‌های گردان طراحی کرده بود تا دوام يك جرقه الکتریکی را اندازه بگیرد. آراگو، با استفاده از این طرح، اندازه گیری سرعت نور را در محیطهای چگال پیشنهاد کرد، ولی هرگز موفق به انجام آزمایش نشد. فو کو این کار را که بعداً موضوع رساله دکتری شد، دنبال کرد. او در ششم ماه مه سال ۱۸۵۰ (۱۷ اردیبهشت ۱۲۲۹) به فرهنگستان علوم گزارش داد که سرعت نور در آب کمتر از سرعت آن در هواست. البته، این نتیجه با فرمولبندی نظریه گسیلش نیوتون مستقیماً تعارض داشت و ضربه سختی به معدود هواداران باقیمانده این نظریه وارد آورد.

در حالی که این پیشامدها در نور شناخت روی می‌داد، مطالعه در الکتروسیته و مغناطیس نیز به طور کاملاً مستقل حاصل خود را به بار می‌آورد. مایکل فاراده، (۱۷۹۱-۱۸۶۷/۱۱۷۰-۱۲۴۶)، آزمایشگر برجسته، در سال ۱۸۴۵/۱۲۳۴ رابطه‌ای میان الکترومغناطیس و نور بنیان گذارد. او این رابطه را هنگامی پیدا کرد که دریافت قطبش يك باریکه را می‌توان با اعمال يك میدان مغناطیسی قوی بر محیط، تغییر داد. جیمز کلرک ماکسول (۱۸۳۱-۱۸۷۹/۱۲۱۰-۱۲۵۸)

سرعت اندازه گیری شده نور نسبت به زمین باید تحت تأثیر حرکت این سیاره قرار داشته باشد. مایکلسون کارش را در برلین شروع کرد اما به علت ارتعاشات مزاحم ناشی از محیط آنجا، به پوتسدام رفت و در سال ۱۸۸۱/۱۲۶۰ یافته های خود را منتشر کرد. هیچگونه حرکتی از زمین نسبت به اتر، اثری که ساکن بود، مشاهده نشد. اما لورنتس قطعیت این نتیجه شگفت را با نمایان شدن سهوی در محاسبات، تا اندازه ای سست کرد. چندین سال بعد، هنگامی که مایکلسون استاد فیزیک مدرسه علوم کاربردی کیس^۲ در کلیولند اوهایو بود، برای انجام دوباره و بسیار دقیقتر آزمایش، به یک استاد مشهور شیمی در وسترن رزرو^۳، به نام ادوارد ویلیامز مورلی (۱۳۰۲-۱۲۱۷/۱۹۲۳-۱۸۳۸) پیوست. شگفت انگیز تر اینکه وقتی در سال ۱۸۸۷/۱۲۶۶ نتایج کار آنها منتشر شد، بازهم این نتایج منفی بودند.

از تمام آنچه که پیش از این گفته شده است، محققاً حتمی به نظر می آید که چنانچه هرگونه حرکت نسبی بین زمین و اتر نورسان وجود داشته باشد، این حرکت باید ناچیز باشد، آنقدر ناچیز که توضیح ابیراهی فرنل را رد کند.

بنابراین، در حالی که توضیح ابیراهی ستاره ای در زمینه نظریه موجی مستلزم وجود حرکتی نسبی بین زمین و اتر است، آزمایش مایکلسون-مورلی این احتمال را رد کرد. افزون بر این، یافته های فیزو واری، دخالت یک کشش جزئی نور را در نتیجه حرکت محیط ایجاب می کرد.

۵.۱ نور شناخت در قرن بیستم

هانری پوانکاره (۱۲۹۱-۱۹۱۲/۱۲۳۳-۱۸۵۴) شاید نخستین شخصیتی باشد که اهمیت ناتوانی تجربی را در مشاهده تأثیرات حرکت نسبت به اتر، دریافته باشد. او در سال ۱۸۹۹/۱۲۷۸ ترویج نظریات خود را آغاز کرد و در سال ۱۹۰۰/۱۲۷۰ گفت

«آیا این اتر ما واقعاً وجود دارد؟ من اعتقاد ندارم که مشاهدات دقیقتر ماهرگزن بتواند چیزی بیشتر از جابجاییهای نسبی را آشکار کند.»

آلبرت اینشتین (۱۳۳۴-۱۲۵۸/۱۹۵۵-۱۸۷۹) نظریه نسبیت خاص خود را در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴ به طور کاملاً مستقلی ارائه کرد. او نیز در این اثر، فرضیه اتر را رد کرد

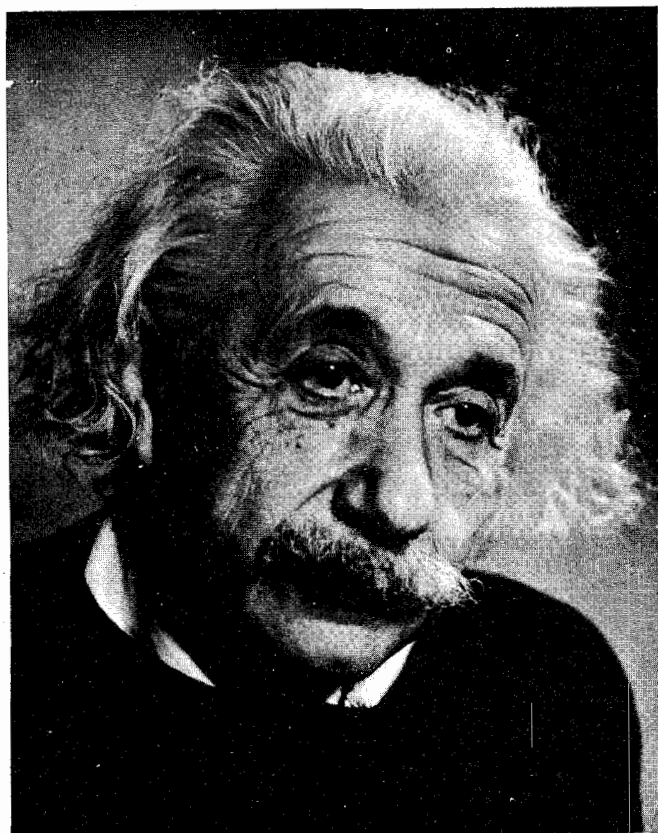
«ارائه یک «اتر نورسان» زائد است، زیرا نظری که در اینجا باید گسترش یابد، نیازی به «فضای ساکن مطلق» ندارد.»

حرکت منظم را نشان داده اند و برخلاف آنچه پیش بینی شده بود، به موضع زمین در فضا بستگی ندارد. این به اصطلاح ابیراهی ستاره ای شبیه حالت معروف قطره باران افشان است. اگرچه یک قطره باران نسبت به ناظری که در حال سکون بر روی زمین قرار دارد به طور عمودی سقوط می کند، اما هنگامی که ناظر در حال حرکت باشد، در نظر او زاویه فرودی این قطره باران تغییر خواهد کرد. بنابراین الگوی تنیزه ای نور، می تواند ابیراهی ستاره ای را با سادگی نسبی توضیح دهد. نظریه موجی نیز، به نوبه خود، توضیح رضایت بخشی از این موضوع ارائه می کند، مشروط بر اینکه فرض شود همچنان که زمین در میان اتر حرکت می کند، این ماده کاملاً مختل نشده باقی خواهد ماند. در این ضمن، برادلی با اعتقاد به درستی تحلیل خود، از داده های ابیراهی مشاهده شده استفاده کرد تا به مقدار اصلاح شده c دست یابد؛ بنابراین نظریه رومر مبنی بر محدود بودن سرعت نور تأیید شد.

آراگو، در پاسخ به این نظر که آیا حرکت زمین در میان اتر ممکن است موجب ایجاد اختلافی قابل مشاهده بین نور چشمه زمینی و نور چشمه های فرازمینی شود یا نه، به طور تجربی دست به آزمایش این مسئله زد. او دریافت که هیچگونه اختلاف قابل مشاهده ای در این زمینه وجود ندارد. رفتار نور چنان بود که گویی زمین نسبت به اتر بی حرکت است. فرنل، برای توضیح این نتایج، اظهار داشت که در واقع بخشی از نور هنگام عبور از یک ماده شفاف متحرک کشیده می شود؛ ظاهراً، آزمایشی که فیزو انجام داد و در آن باریکه های نور از ستونهای متحرک آب می گذشتند، و آزمایشی که سر جورج بیسل اری (۱۲۷۱-۱۸۵۰/۱۸۹۲-۱۸۵۱) در سال ۱۸۷۱/۱۲۵۰ با به کار بردن یک تلسکوپ پراز آب که ابیراهی ستاره ای را بررسی می کرد انجام داد، هر دو، فرضیه کشش فرنل را تأیید کردند. هندریک آنتوان لورنتس (۱۳۰۷-۱۲۳۲/۱۹۲۸-۱۸۵۳) با فرض اتر در حال سکون مطلق، نظریه ای ارائه داد که مفاهیم فرنل را در بر می گرفت.

ماکسول، در سال ۱۸۷۹/۱۲۸۵ طسی نامه ای به تاد در دفتر نو تیکال آلمانک^۱ ایالات متحده، طرحی برای اندازه گیری سرعت حرکت منظومه شمسی نسبت به اتر نورسان پیشنهاد کرد. یک آمریکایی به نام آلبرت آبراهام مایکلسون (۱۳۱۰-۱۲۳۱/۱۹۳۱-۱۸۵۲) که بعداً استاد در یانوردی شد، این ایده را دنبال کرد. مایکلسون با وجود سن کم، ۲۶ سالگی، از راه تعیین سرعت نور، با دقتی فوق العاده زیاد، شهرت فراوانی به دست آورده بود. چند سالی بعد، او آزمایشی را برای اندازه گیری اثر حرکت زمین در داخل اتر شروع کرد. از آنجا که سرعت نور در اتر ثابت است، و احتمالاً زمین به نوبه خود نسبت به اتر حرکت می کند (با سرعت مداری ۱۰۷۲۰۰ کیلومتر در ساعت) در نتیجه

۱. Nautical Almanac، کتابی ادواری، ویژه جدولهای اخترشناسی برای فلاحان و دریانوردان.م.



شکل ۸۰۱ آلبرت اینشتین.

او علاوه بر اینها باز هم فرض می‌کند

«نور همیشه با سرعت متناهی c که مستقل از حالت حرکت جسم
کسیلنده است، در فضای خالی منتشر می‌شود.»

بر این اساس، می‌توان آزمایشهای فیزو، اری و مایکلسون-مورلی
را به‌طور کاملاً طبیعی در چهارچوب حرکت شناسی نسبیتی^۱
اینشتین توضیح داد. فیزیکدانها، با کنار گذاشتن اتر، ناچار بودند
صرفاً به این مفهوم که موجهای الکترومغناطیسی می‌توانند در فضای
آزاد منتشر شوند، خو بگیرند. هیچ راه دیگری وجود نداشت.
اکنون، با تأکید بر مفهوم میدان به جای اتر، نور، موجی متکی
به خود در نظر گرفته می‌شود. موج الکترومغناطیسی به موجودی مستقل
تبدیل شد.

ارنست لودویگ پلانک (۱۸۵۸-۱۹۴۷/۱۲۳۷-۱۳۲۶)

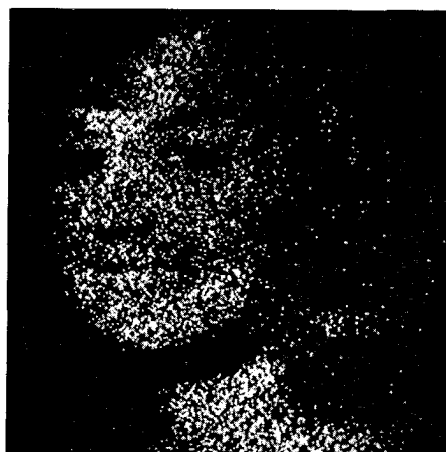
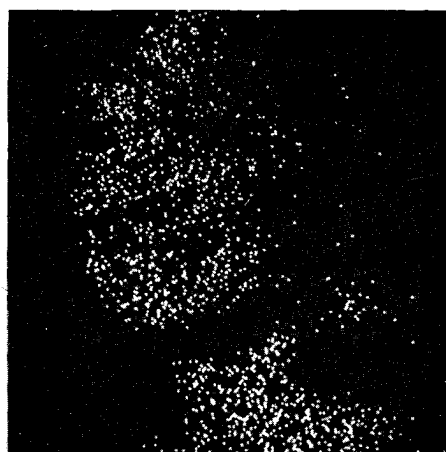
در نوزدهم اکتبر سال ۱۹۰۵/۱۲۷۹ با قرائت مقاله‌ای در انجمن
فیزیک آلمان، آغاز انقلاب دیگری را در تفکر علمی اعلام کرد.
این انقلاب، مکانیک کوانتومی بود، همان نظریه‌ای که پدیده‌های
زیر میکروسکوپی را در برمی‌گرفت. اینشتین، بر اساس این مفاهیم،
شکل نوینی از نظریهٔ تنبیه‌ای را که بر مبنای آن نور از کره‌ها یا
«ذرات» انرژی تشکیل شده است، در سال ۱۹۰۵/۱۲۸۴ مطرح کرد.
هر یک از این کوانتومهای انرژی تابشی که فوتون^۲ نامیده شد، انرژی
متناسب با بسامد، ν ، خود داشت، یعنی $E = h\nu$ ، که در آن h عدد
ثابت پلانک است. با نزدیک شدن پایان سالهای ۱۹۲۰/۱۲۹۹، از
راه تلاشهای مردانی چون بسور، بورن، هایزنبرگ، شرودینگر،
دوبروی، پاولی، دیراک و برخی دیگر، مکانیک کوانتومی
به ساختاری جا افتاده تبدیل شده بود. به تدریج آشکار شد که مفاهیم
ذره‌ای و موجی که در عالم ماکروسکوپیکی، آشکارا مانع الجمع
به نظر می‌رسیدند، باید در یک حوزهٔ زیر میکروسکوپیکی با هم
در آمیزند. تصویر ذهنی یک ذره اتمی (مثلاً، الکترون، نوترون و
غیره) به عنوان تودهٔ خردی از مادهٔ جایگزیده، دیگر کافی نمی‌نمود.
در واقع از این مطلب دریافته شد که این «ذرات» می‌توانند نقشهای
تداخل و پراش را دقیقاً به همان روش نور، پدید آورند. بنابراین،
فوتونها، پروتونها، الکترونها، نوترونها و جزاینها و بالاخره همه،
هر دو جلوهٔ ذره و موج را دارا هستند. نسبیت، نور را از بند اثر
رهانید و بستگی بین جرم و انرژی را (از راه رابطهٔ $E = mc^2$)
نشان داد. چیزهایی که دو کمیت متضاد به نظر می‌رسیدند، اکنون
مبادله پذیر شده بودند. مکانیک کوانتومی می‌رفت تا ثابت کند یک
ذره^۳ با اندازه حرکت p دارای طول موجی مانند λ خواهد بود
به طوری که $p = h/\lambda$ (چه جرم سکون داشته باشد یا خیر).
نوترینو، که ولفگانگ پاولی (۱۹۳۷-۱۲۷۹/۱۹۵۸-۱۹۰۰)
در سال ۱۹۳۰/۱۳۱۹، به دلایل نظری آن را یک ذرهٔ خنثی با جرم
سکون صفر فرض کرده بود، که بعداً، در دههٔ پنجاه، به‌طور تجربی
تأیید شد. تصویرهای سادهٔ ذرات زیر میکروسکوپیکی ماده غیر
قابل دفاع شدند و دو دستگی موج-ذره به دوگانگی منجر شد.

مکانیک کوانتومی از روش جذب و گسیلش نور توسط اتمها
نیز بحث می‌کند. فرض کنید به گازی با گرم کردن یا گذراندن یک
تخلیهٔ الکتریکی از میان آن، نور بتابانیم. نور گسیلیده مشخصهٔ
همان ساختار اتمهای تشکیل دهندهٔ گاز است. طیف نمایی که
شاخه‌ای از نورشناخت است و به تحلیل طیف می‌پردازد، در اثر
پس‌وهشهای نیوتون تکامل یافت. ویلیام هاید والستون (۱۲۰۷-
۱۸۴۵/۱۱۲۸-۱۷۶۶) نخستین مشاهدات خطوط تیرهٔ طیف
خورشیدی را به عمل آورد (۱۸۰۲/۱۱۸۱). از آنجا که عموماً

1. Special Relativity by French, Chapter 5.

۲. کلمهٔ فوتون در مجلهٔ Nature، ۱۸ دسامبر ۱۹۲۶ توسط جی. ان. لوئیز ابداع شد.

۳. شاید اگر فقط همهٔ آنها را موج ذره می‌نامیدیم، اندک کمکی به روشن شدن موضوع می‌کرد. در غیر این صورت، چگونه در ذهن خود برخورد
یک الکترون و یک پوزیترون و نابودی بعدی آنها و آفرینش دو فوتون را مجسم می‌کردید؟



شکل ۹.۱ این عکسها، که با استفاده از روش تقویت الکترونیکی تهیه شده‌اند، نمایش بارزی از خاصیت دانه‌ای بودن نور را درضمن برهم-کنش باماده می‌نمایانند. تحت روشنایی بسیار ضعیف، این نقش (هرخال مربوط به یک فوتون) تقریباً کتراه‌ای به نظر می‌آید، ولی هرچه میزان نور افزایش یابد سرشت کوانتومی این فرایند به تدریج محو می‌شود. ر ک

Advances in Biological and Medical Physics, V, 1957, 211-242.

توانست طول موجهای طیف گسیلی آن را پیش بینی کند. درک کنونی از این موضوع این است که نور گسیلیده از یک اتم از بیرونیترین الکترونهای آن ناشی می‌شود. اتمی که به نحوی انرژی جذب می‌کند (مثلاً، از راه برخورد) از پیکربندی معمولی خود که به حالت پایه معروف است به پیکربندی که حالت برانگیخته نامیده شود، تغییر حالت می‌دهد. پس از گذشت زمانی محدود، اتم به حالت پایه واهلیده می‌شود، الکترونها نسبت به هسته به پیکربندی اصلی خود برمی گردند، و در این حال، اغلب انرژی اضافی را به صورت نور آزاد می‌کنند. این فرایند حوزه نظریه کوانتومی نوین است که دقیقترین جزئیات را با دقت و زیبایی شگفتی تشریح می‌کند.

شکوفایی نور شناخت کاربردی، به گونه‌ای که در نیمه دوم

روزنه‌ای به شکل شکاف در طیف نماها به کار رفته است، خروجی، از نوارهای رنگی باریک، معروف به خطهای طیفی، تشکیل شده است. جوزف فرانیهوفر (۱۲۵۵-۱۸۲۶/۱۱۶۶-۱۷۸۷) این موضوع را مستقلاً گسترش فراوانی بخشید. پس از کشف تصادفی خط دوتایی سدیم، به مطالعه نور خورشید ادامه داد و با به کار بردن توریهای پراش، نخستین تعینهای طول موج را انجام داد. گوستاو رابرت کیرشهوف (۱۲۶۶-۱۸۸۷/۱۲۰۳-۱۸۲۴) و رابرت ویلهلم بانسن (۱۲۷۸-۱۸۹۹/۱۱۹۰-۱۸۱۱) که مشترکاً درهایدلیبرگ کار می‌کردند، ثابت کردند که هر نوع اتم نشانه خود را در ردیفی مشخص از خطهای طیفی دارد. ونیلس بور (۱۳۴۱-۱۲۶۴/۱۲۶۴-۱۸۸۵)، در سال ۱۲۹۲/۱۹۱۳ نظریه کوانتومی پیشاهنگ اتم هیدروژن را بنیاد نهاد که به هر صورت

کمتر از ده سال باریکه‌های لیزر حوزه فروسرخ تا فرا بنفش را در بر گرفتند. دسترس پذیری چشمه‌های پر توان همدوس به کشف تعدادی از اثرات نوین نورشناخت (تولید هماهنگ، آمیختگی بسامد، ومانند آنها)، و پس از آن به چشم اندازی از ابزار جدید شگفت انجامید. تکنولوژی مورد نیاز برای ایجاد یک دستگاه ارتباطات نورشناختی کاربردپذیر، شتابان تکامل می‌یافت. کاربرد پیچیده بلورها در دستگاههایی مانند مولسدهای هماهنگ دوم، الکترواپتیک، مدوله‌سازهای نوری-صوتی، و چیزهایی از این دست، به پژوهشهای فراوان امروزی در زمینه نورشناخت بلوری انجامیده است. شیوه بازسازی جبهه موج که به تمام نگاری معروف است، و تصاویرهای سه بعدی پرشکوهی پدید می‌آورد، کاربردهای بی‌شمار دیگری یافت (آزمون ناویرانگر، ذخیره اطلاعات و مانند آنها).

سمتگیری نظامی بسیاری از کارهای پژوهشی دهه شصت، در دهه هفتاد به سوی ضرورت بهبود کیفیت زندگی تغییرمسیر داد. دستگاههای نورشناختی به‌طور فزاینده‌ای در زمینه‌های تکنولوژی بهداشت، حفظ محیط زیست و دیده‌بانی منابع زمینی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

توانمندی نورشناخت در دهه هفتاد، در مقایسه با وضعیت ملال‌انگیز تکنولوژی نور شناخت، حتی در سه یا چهاردهه پیش از آن، تناقض محسوسی دارد. در آمیختگی نورشناخت (اپتیک) و الکترونیک در حوزه‌ای که الکترواپتیک خوانده می‌شود، نمایانگر توجهی نوین بر این دانش است. پیشهای ژرف، به آهستگی رخ می‌نمایند. اگرچه گامهای شتابانی برداشته می‌شوند، ولی طی سه هزار سال گذشته، گردآوری مطالبی انسداد، با چه دشواریهایی روبه‌رو بوده است. به راستی شگفتی در اینجا است که می‌بینیم پاسخ به پرسشی که خود همچنان بی‌هیچ تغییری پا برجا مانده است، با دقت فراوانی تغییر می‌کند؛ آن پرسش این است: نود چیست؟

قرن بیستم پدیدار شده است، به خودی خود نمایانگر يك نوزایی است. در دهه ۱۳۲۰/۱۹۵۰ چند پژوهشگر باروشهای ریاضی و پیشهای نظریه ارتباطات، با پشتکار تمام کوشیدند تا نورشناخت را فراگیر کنند. درست همانگونه که مفهوم اندازه حرکت، بعد دیگری در جهت تجسم جنبه‌های مکانیک فراهم می‌آورد، مفهوم بسامد فضایی نیز راه پر بار نوینی برای تفهیم دامنه گسترده‌ای از پدیده‌های نورشناختی می‌گشاید. نتایج تأکیدهای امروزی، که از راه صورت بندی ریاضی آنالیز فوری به یکدیگر بافته شده‌اند، بسیار دور از دسترس‌اند. از این میان، نظریه تشکیل تصویر و ارزیابی آن، توابع انتقال و مفهوم پالایش فضایی مورد توجه خاص هستند.

با اختراع کامپیوتر رقمی بسیار سریع، بهبودی گسترده‌ای در طراحی دستگاههای نورشناختی پیچیده صورت گرفت. عناصر عدسیهای ناکروی دوباره اهمیت عملی یافته و دستگاه پراش محدود بامیدان دیدی محسوس، به واقعیت پیوست. روش جلادادن با بمباران یونی، که در آن در هر لحظه يك اتم جدا می‌شود، برای برآوردن نیاز به دقت بسیار زیاد در تهیه عناصر نورشناختی، معرفی شد. کاربرد پوششهای يك لایه و چند لایه پوسه نازک (باز-تابنده، پادباز تابنده و مانند آنها) متداول شدند. نورشناخت تاری از طریق ایزاری عملی تکامل یافت و راهنماهای نوری پوسه نازک تحت مطالعه قرار گرفتند. بخش انتهایی فروسرخ طیف مورد توجه زیاد قرار گرفت (دستگاههای شناسایی، هدایت موشک و جز اینها)، که این یکی نیز به نوبه خود گسترش مواد فروسرخ را موجب شد. پلاستیکها کاربردهایی جدی در نورشناخت پیدا کردند (قطعات عدسی، توریهای روگرتی، رشته‌ها، ناکرویها، غیره). رده نوینی از سرامیک-شیشه‌هایی که تا اندازه‌ای شیشه‌اندود شده‌اند، با انبساط گرمایی بسیار پایین تکامل یافتند. با نزدیک شدن پایان دهه ۶۰ رستاخیز ساخت رصدخانه‌های اختر شناختی (هم زمینی و هم فزاینی) که تمامی طیف را فراگیرند، همچنان در جریان بود. نخستین لیزر در سال ۱۳۳۹/۱۹۶۰ ساخته شد و در مدتی

تبیین ریاضی حرکت موجی

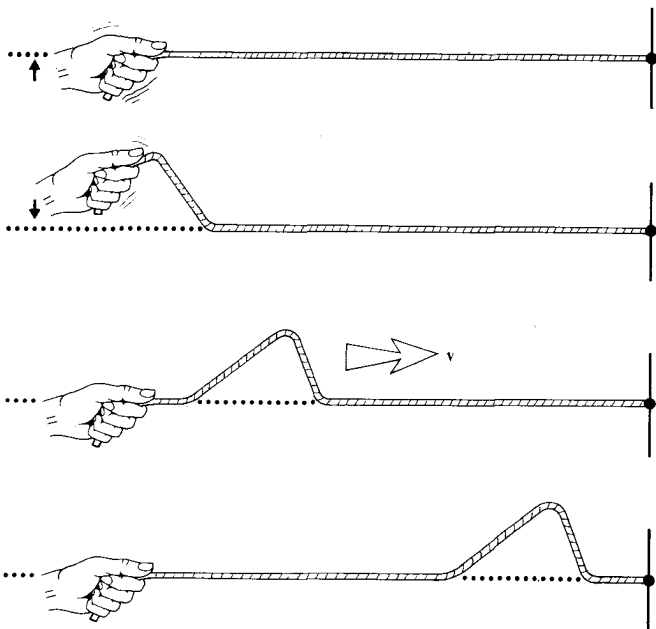
يك چين كشي سطحی در فنجانی چای، و نوری که از نقطه دوری در عالم به ما می رسد، وجود دارد. در این فصل شیوه های ریاضی لازم برای بحث در پدیده های موجی را به طور کلی مورد بررسی قرار می دهیم. ابتدا مفاهیم نسبتاً ساده مربوط به انتشار آشفته گیها را بررسی می کنیم و سپس به معادله دیفرانسیلی سه بعدی موج می رسیم. در سرتاسر مطالعات مربوط به نور شناخت، از امواج تخت، کروی و استوانه ای بهره خواهیم گرفت. بنا بر این نمایش ریاضی آنها را گسترش می دهیم و نشان خواهیم داد جوابهای معادله دیفرانسیلی موج انسداد. این فصل طرز عمل کاملاً کلاسیکی خواهد داشت؛ هر چند می توان نشان داد نتایج به دست آمده از شرایط نسبیت خاص پیروی می کنند، ولسی ما به این جنبه نظر نخواهیم کرد.

۱.۲ امواج يك بعدی

يك آشفته گی ψ را که در سوی مثبت x با سرعت ثابت v حرکت می کند، در نظر می گیریم. فعلاً ماهیت ویژه آشفته گی مورد توجه ما نیست. این آشفته گی می تواند جایجایی عمودی نخ در شکل ۱.۲، یا بزرگی يك میدان الکتریکی یا مغناطیسی مربوط به موجی الکترومغناطیسی، یا حتی دامنه احتمال يك موج مادی در مکانیک کوانتومی باشد.

چون آشفته گی حرکت می کند، باید تابعی از مکان و زمان

بسیاری از فرایندهای فیزیکی را، که ظاهراً نامرتبط اند، می توان با بیان ریاضی حرکت موجی توصیف کرد. در این مورد همسانیهایی بنیانی بین حرکت يك تپ در راستای ریمانی کشیده (شکل ۱.۲)،



شکل ۱.۲ موج در ریمان.

x مقدار $x-vt$ را بنشانیم. عبارت حاصل موجی متحرك را با نیمرخ مودنظر توصیف می‌کند. اگر با بررسی ψ بعد از يك افزایش زمانی Δt و افزایش مکانی متناظر با آن در x ، یعنی $v\Delta t$ ، شکل معادله (۵.۲) را تحقیق کنیم خواهیم داشت

$$f[(x+v\Delta t)-v(t+\Delta t)]=f(x-vt)$$

و می‌بینیم که نیمرخ تغییر نکرده است.

به همین ترتیب، اگر موج در سوی منفی x ، یعنی به سوی چپ، حرکت می‌کرد معادله (۵.۲) چنین نوشته می‌شد

$$\psi = f(x+vt), v > 0 \quad (۶.۲)$$

بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که بدون توجه به شکل آشفته‌گی، متغیرهای x و t در تابع باید به عنوان يك واحد، یعنی يك تسك متغیر، به شکل $(x \mp vt)$ ظاهر شوند. معادله (۵.۲)، اغلب به‌طور هم‌ارز به‌صورت تابعی از $(t-x/v)$ بیان می‌شود، زیرا

$$f(x-vt) = F\left(-\frac{x-vt}{v}\right) = F\left(t-\frac{x}{v}\right) \quad (۷.۲)$$

می‌خواهیم با استفاده از اطلاعاتی که تا اینجا به‌دست آورده‌ایم شکل کلی معادله دیفرانسیل يك بعدی موج را نشان دهیم. برای این کار، مشتق پاره‌ای $\psi(x, t)$ را نسبت به x ، با ثابت نگهداشتن t ، پیدا می‌کنیم. با توجه به اینکه $x' = x \mp vt$ ، پس

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'} \quad \text{زیرا} \quad \frac{\partial x'}{\partial x} = 1 \quad (۸.۲)$$

اگر x را ثابت نگاه داریم، مشتق پاره‌ای نسبت به زمان چنین است

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial t} = \mp v \frac{\partial f}{\partial x'} \quad (۹.۲)$$

از ترکیب معادلات (۸.۲) و (۹.۲)

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \mp v \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (۱۰.۲)$$

به‌طوری‌که در شکل ۳.۲ نشان داده شده است، بنا بر این معادله، آهنگ تغییر ψ نسبت به t با آهنگ تغییر آن نسبت به x ، با دو حالت يك ضریب ثابت، برابر است. با توجه به اینکه از پیش می‌دانیم برای مشخص کردن يك موج، به دو مقدار ثابت احتیاج داریم، می‌توانیم معادله موجی از مرتبه دوم را پیش‌بینی کنیم. مشتقات پاره‌ای مرتبه دوم معادلات (۸.۲) و (۹.۲)، به‌دست می‌دهند

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2}$$

و

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\mp v \frac{\partial f}{\partial x'} \right) = \mp v \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)$$

باشد و بنابراین می‌توان آن را به‌صورت

$$\psi = f(x, t) \quad (۱.۲)$$

نوشت.

شکل آشفته‌گی در هر لحظه، مثلاً $t=0$ ، با ثابت نگهداشتن زمان در آن لحظه به‌دست می‌آید. در این حالت معادله

$$\psi(x, t)|_{t=0} = f(x, 0) = f(x) \quad (۲.۲)$$

شکل یا نیمرخ موج را در آن لحظه نشان می‌دهد. این فرایند شبیه «عکسبرداری» از يك تپ متحرك است. اکنون به‌موجی توجه می‌کنیم که شکل آن ضمن پیشروی در فضا تغییر نکند، شکل ۲.۲ «رخمون دوگانه‌ای» از چنین آشفته‌گی را در آغاز و پایان يك بازه زمانی، t ، نشان می‌دهد. این تپ در راستای محور x فاصله vt را پیموده است، ولی تمامی جنبه‌های دیگر آن بی‌تغییر باقی می‌ماند. حال يك دستگاه مختصات، S' ، در نظر می‌گیریم که همراه این تپ با سرعت v حرکت می‌کند. در این دستگاه ψ دیگر تابع زمان نیست و ما ضمن حرکت با S' نیمرخ ثابت پایداری می‌بینیم که شکل تابعی آن مانند معادله (۲.۲) است. در اینجا به‌جای x ، مختص x' می‌نشیند به‌طوری‌که

$$\psi = f(x') \quad (۳.۲)$$

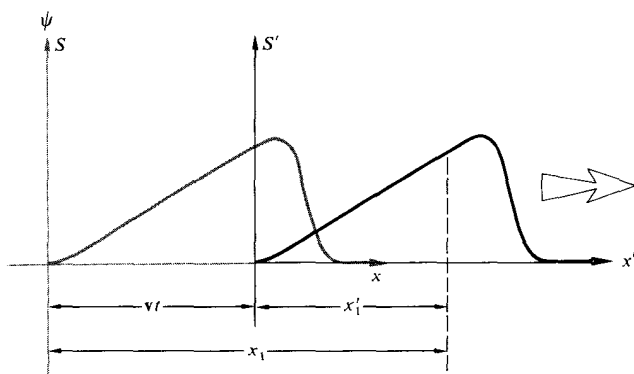
شکل این آشفته‌گی به‌ازای هر مقدار t در دستگاه S' درست همانند شکل آن در لحظه $t=0$ ، هنگامی که مبدأ S' و S مشترك بودند به‌نظر می‌رسد. از شکل ۲.۲ برمی‌آید که

$$x' = x - vt \quad (۴.۲)$$

به‌طوری‌که می‌توان ψ را بر حسب متغیرهای منسوب به دستگاه ساکن S این‌طور نوشت

$$\psi(x, t) = f(x - vt) \quad (۵.۲)$$

که این رابطه کلیترین شکل تابع موج يك بعدی است. به‌طور مشخصتر، فقط ناچاریم يك شکل ۲.۲ را برگزینیم $f(x)$ به‌جای



شکل ۲.۲ چارچوب مرجع متحرك.

لازم نیست نیمرخ یکسانی داشته باشند. اصل برهمندی، در ذات این معادله است و ما در فصل ۷ به این موضوع خواهیم پرداخت.

۲.۲ امواج هماهنگ

تاکنون به تابع موج، $\psi(x, t)$ ، وابستگی تابعی صریحی نسبت نداده‌ایم، یعنی شکل آن را مشخص نکرده‌ایم. اکنون ساده‌ترین شکل موج را که نیمرخ آن یک منحنی سینوسی یا کسینوسی است بررسی می‌کنیم. این امواج سینوسی را، امواج هماهنگ ساده یا به اختصار امواج هماهنگ می‌نامند. در فصل ۷ خواهیم دید که هر شکل موجی می‌تواند یک برهمندی از امواج هماهنگ باشد و بنابراین از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. تابع ساده زیر را به عنوان نیمرخ اختیار می‌کنیم

$$\psi(x, t)|_{t=0} = \psi(x) = A \sin kx = f(x) \quad (۱۳.۲)$$

که در آن k یک ثابت مثبت است و عدد انتشار نامیده می‌شود و kx بر حسب رادیان است. سینوس از 1 تا -1 تغییر می‌کند به طوری که مقدار بیشینه $\psi(x)$ برابر A است. این آشفتگی بیشینه را دامنه موج می‌گویند (شکل ۴.۲). برای تبدیل معادله (۱۳.۲) به یک موج پیشرونده که با سرعت v در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند، تنها لازم است که $x - vt$ را جانشین x کنیم، در این حالت

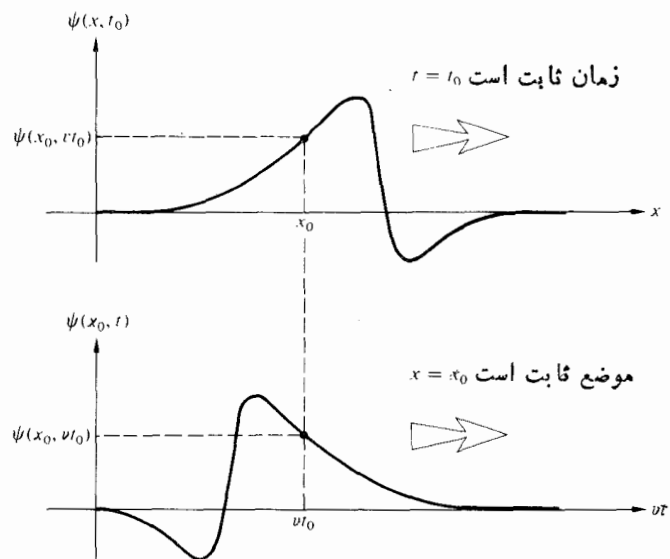
$$\psi(x, t) = A \sin k(x - vt) = f(x - vt) \quad (۱۴.۲)$$

روشن است که معادله (۱۴.۲) یکی از جوابهای معادله دیفرانسیل (۱۱.۲) است. با ثابت نگه داشتن x یا t یک آشفتگی سینوسی نتیجه می‌شود، پس موج هم نسبت به زمان و هم فضا تناوبی است. تناوب فضایی را طول موج می‌نامند و با λ نشان می‌دهند. افزایش یا کاهش x به اندازه λ ، تغییری را در ψ به دنبال نخواهد داشت. یعنی

$$\psi(x, t) = \psi(x \pm \lambda, t) \quad (۱۵.۲)$$

در مورد یک موج هماهنگ، این معادله با تغییر شناسه تابع سینوسی به اندازه $\pm 2\pi$ هم ارز است. بنابراین

$$\begin{aligned} \sin k(x - vt) &= \sin k[(x \pm \lambda) - vt] \\ &= \sin[k(x - vt) \pm 2\pi] \end{aligned}$$



شکل ۳.۲ تغییرات ψ بر حسب x و t .

چون $\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t}$ با استفاده از رابطه (۹.۲) به دست می‌آید

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

از ترکیب این معادلات خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (۱۱.۲)$$

که معادله دیفرانسیل یک بعدی موج است. از شکل معادله (۱۱.۲) پیداست که اگر دو تابع مختلف ψ_1 و ψ_2 ، هر یک جوابهای جداگانه معادله باشند، در این صورت $(\psi_1 + \psi_2)$ نیز جواب آن معادله خواهد بود. بنابراین، جواب معادله موج در کلیترین حالت به صورت زیر است

$$\psi = C_1 f(x - vt) + C_2 g(x + vt) \quad (۱۲.۲)$$

که C_1 و C_2 دو مقدار ثابت بوده و این توابع دوبار مشتق پذیرند. این معادله مجموع دو موج را نشان می‌دهد که در دوسوی مخالف هم در راستای محور x با سرعتی یکسان حرکت می‌کنند و لسی

۱. چون ψ_1 و ψ_2 جواب اند داریم

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} \quad \text{و} \quad \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2}$$

از جمع کردن این دو رابطه داریم

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\psi_1 + \psi_2) = \frac{1}{v^2} \left[\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2} \right] = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\psi_1 + \psi_2)$$

به طوری که $(\psi_1 + \psi_2)$ نیز جواب معادله (۱۱.۲) است.

و به این ترتیب

$$|k\lambda| = 2\pi$$

یا چون k و λ هر دو اعداد مثبتی اند

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (۱۶.۲)$$

به روشی کاملاً مشابه، می توانیم تناوب زمانی، τ ، را نیز بررسی کنیم. تناوب زمانی، مدت زمانی است که يك موج کامل از برابر ناظر ساکنی می گذرد. در این حالت رفتار تکراری موج نسبت به زمان جالب توجه است، به طوری که

$$\psi(x, t) = \psi(x, t \pm \tau) \quad (۱۷.۲)$$

و

$$\begin{aligned} \sin k(x - vt) &= \sin k[x - v(t \pm \tau)] \\ &= \sin[k(x - vt) \pm 2\pi] \end{aligned}$$

بنابراین

$$|kv\tau| = 2\pi$$

ولی همه این کمیتها مثبت اند در نتیجه

$$kv\tau = 2\pi \quad (۱۸.۲)$$

و یا

$$\frac{2\pi}{\lambda} v \tau = 2\pi$$

و از آنجا

$$\tau = \frac{\lambda}{v} \quad (۱۹.۲)$$

تناوب، تعداد واحد زمان در هر موج (شکل ۵.۲)، و عکس این کمیت بسامد، ν ، یا تعداد امواج در واحد زمان است.

$$\nu \equiv \frac{1}{\tau} \quad \text{سیکل بر ثانیه یا هرتز}$$

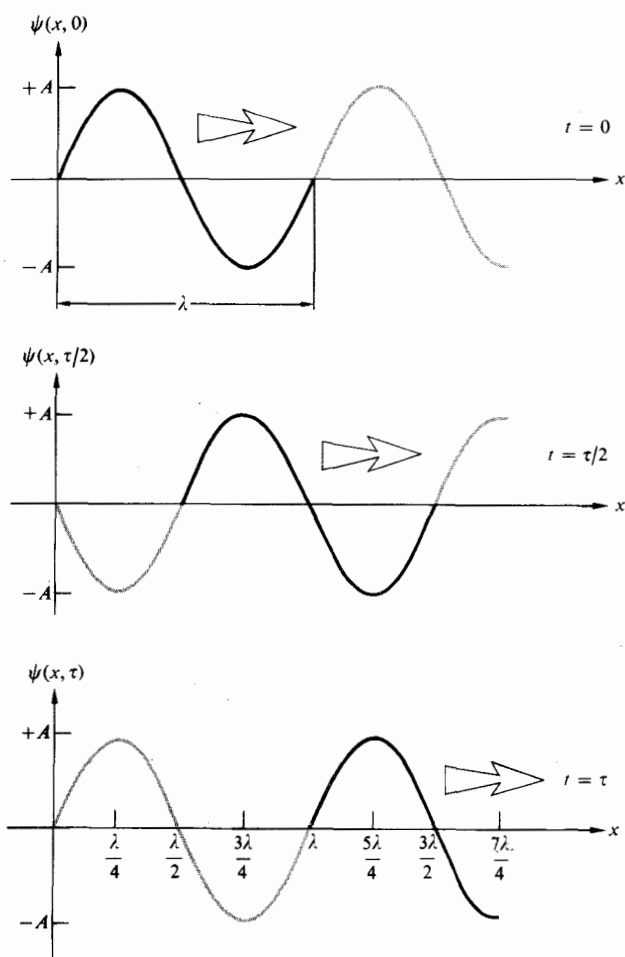
و معادله (۱۹.۲) چنین می شود

$$\nu = \frac{v}{\lambda} \quad \text{m/s} \quad (۲۰.۲)$$

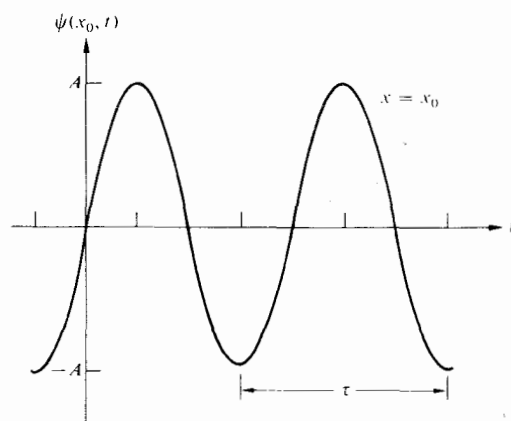
دو کمیت دیگر نیز در بحثهای حرکت موجی به کار می روند. این دو کمیت عبارت اند از بسامد زاویه ای

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{\tau} \quad \text{rad/s} \quad (۲۱.۲)$$

و عدد موج



شکل ۴.۲ يك موج پیشرونده در سه لحظه مختلف.



شکل ۵.۲ يك موج هماهنگ.

۳.۲ فاز و سرعت فاز

یکی از توابع موج هماهنگ مانند $\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ را در نظر می‌گیریم، تمامی شناسه تابع سینوسی را فاز، φ ، موج می‌نامند به‌طوری‌که

$$\varphi = (kx - \omega t) \quad (۲۷.۲)$$

و از $t = x = 0$ داریم

$$\psi(x, t)|_{x=0} = \psi(0, 0) = 0$$

که قطعاً يك حالت خاص است. به بیان کلیتر، این رابطه را می‌توان چنین نوشت

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varepsilon) \quad (۲۸.۲)$$

که در آن ε فاز اولیه یا زاویه مبدأ است. با تصور اینکه می‌خواهیم يك موج هماهنگ پیشرونده در تار کشیده‌ای مانند شکل ۷.۲ ایجاد کنیم، می‌توان مفهوم فیزیکی ε را درک کرد. برای ایجاد امواج هماهنگ، دستی که تار را نگه می‌دارد باید چنان حرکت کند که جابجایی عمودی، y ، آن با منفی شتابش متناسب باشد، یعنی در حالت حرکت هماهنگ ساده باشد (مسئله ۵.۲). ولی به ازای $t = 0$ و $x = 0$ ، حتماً لازم نیست که دست روی محور x به‌سوی پایین حرکت کند، همان‌طور که در شکل ۷.۲ نشان داده شده است، بلکه می‌تواند حرکت خود را به‌سوی بالا شروع کند که در این صورت همان‌طور که در شکل ۸.۲ نشان داده شده است، $\varepsilon = \pi$ و در این حالت

$$\psi(x, t) = y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \pi)$$

که این معادله خود هم‌ارز است با

$$\psi(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

و یا

$$\psi(x, t) = A \cos\left(\omega t - kx - \frac{\pi}{4}\right)$$

بنابراین زاویه مبدأ همان مقدار ثابت فازی است که درمولد به‌وجود می‌آید و به‌اینکه موج چه مدتی حرکت کرده است و چه مسافتی را پیموده است، بستگی ندارد.

فاز يك آشفتگی، مانند $\psi(x, t)$ که با معادله (۲۸.۲) بیان شده چنین است

$$\varphi(x, t) = (kx - \omega t + \varepsilon) \quad (۲۹.۲)$$

و به‌طوری‌که پیدا است تابعی است از x و t . در واقع با ثابت بودن x ، مشتق پاره‌ای φ نسبت به t آهنگ تغییر فاز را نسبت به زمان نشان می‌دهد

$$\left| \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)_x \right| = \omega \quad (۳۰.۲)$$

$$\lambda \equiv \frac{1}{\lambda} \text{ (m}^{-1}\text{)} \quad (۲۲.۲)$$

طول موج، تناوب، بسامد، بسامد زاویه‌ای، عدد موج و عدد انتشار، جملگی جنبه‌های ماهیت تکراری يك موج را در فضا و زمان توصیف می‌کنند. این مفاهیم در مورد امواج ناهماهنگ، تا زمانی که از تکرار منظم نیم‌رخ هر موج به وجود می‌آیند، عیناً به‌کار می‌روند (شکل ۶.۲). تا اینجا، شماری از کمیتها را تعریف کردیم که جنبه‌های گوناگون حرکت موجی را مشخص می‌کنند. بنابراین، تعدادی فرمولبندی هم‌ارز با موج هماهنگ پیشرونده وجود دارد. برخی از متداولترین آنها عبارت‌اند از

$$\psi = A \sin k(x \mp vt) \quad [۱۴.۲]$$

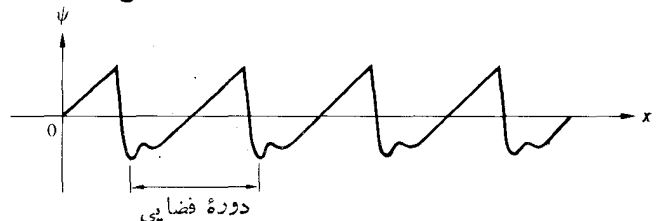
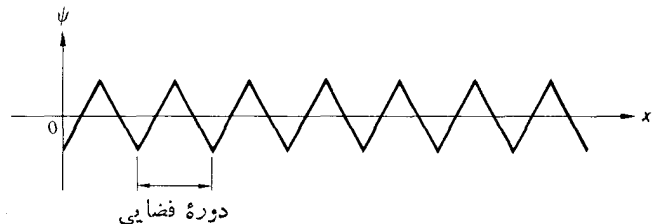
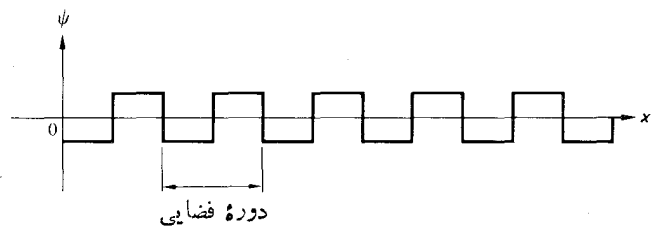
$$\psi = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{\tau} \right) \quad (۲۳.۲)$$

$$\psi = A \sin 2\pi (\chi x \mp vt) \quad (۲۴.۲)$$

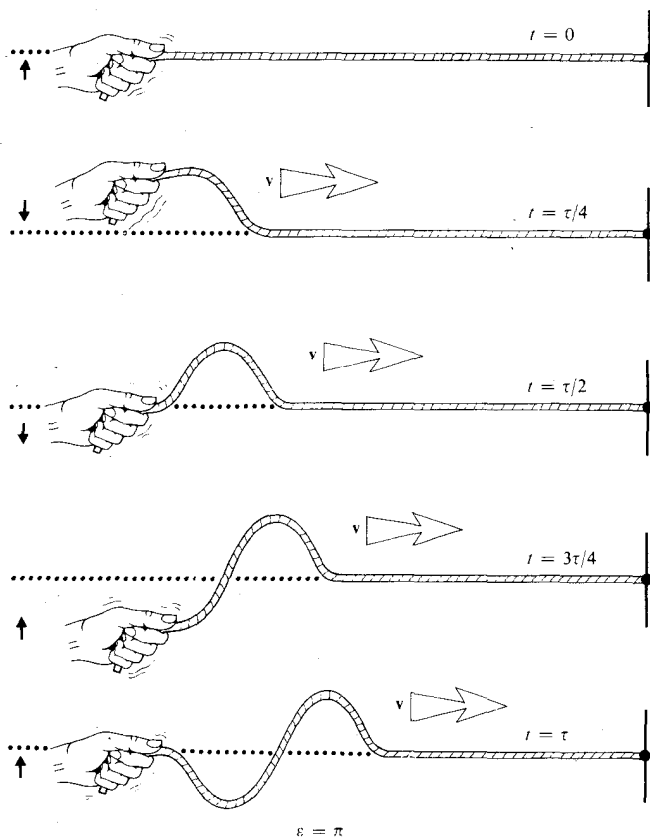
$$\psi = A \sin(kx \mp \omega t) \quad (۲۵.۲)$$

$$\psi = A \sin 2\pi v \left(\frac{x}{v} \mp t \right) \quad (۲۶.۲)$$

باید توجه کرد که گستره این امواج تا بینهایت است، یعنی به‌ازای هر مقدار مشخص t ، مقدار x از $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر می‌کند. هر موج، يك بسامد ثابتی دارد، و به‌این جهت تکفام نامیده می‌شود.



شکل ۶.۲ امواج ناهماهنگ تناوبی.



$\varepsilon = \pi$

شکل ۸.۲ با $\varepsilon = \pi$ در $x = 0$ و $t = \tau/4$ $y = A \sin(\pi/2) = A$

نیمرخ موج با سرعت v حرکت می کنند.
هرگاه از رابطه (۲۹.۲) مشتقات پاره‌ای مناسب φ را نسبت
به x و t حساب کنیم و در معادله (۳۲.۲) قرار دهیم، خواهیم
داشت

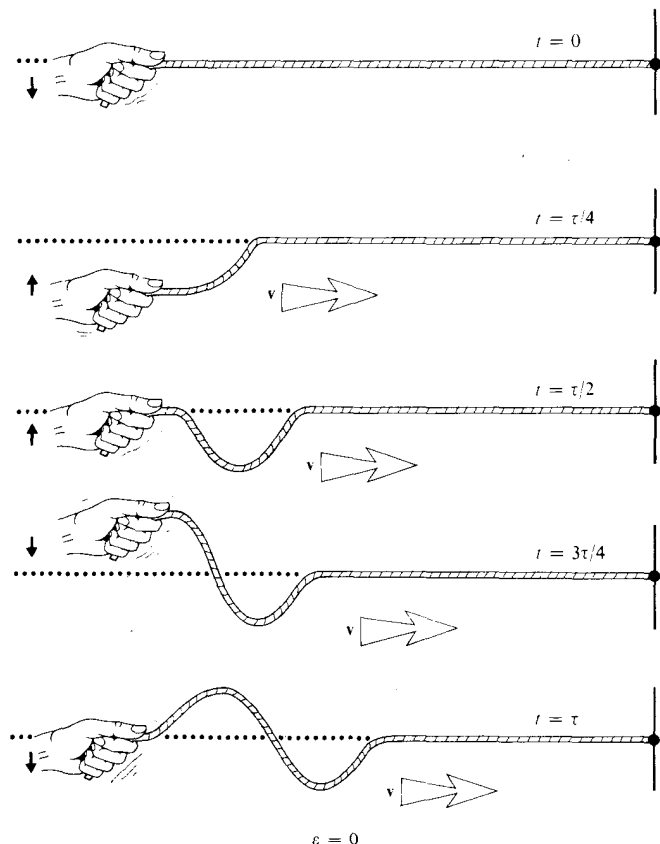
$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_\varphi = \pm \frac{\omega}{k} = \pm v \quad (33.2)$$

نیمرخ موج با این سرعت حرکت می کند و معمولاً آن را سرعت
موج یا مشخصاً سرعت فاز می نامند. اگر موج درسوی افزایش x
حرکت کند، علامت سرعت فاز مثبت و اگر درسوی کاهش x
حرکت کند، علامت آن منفی است. این وضع عیناً درمورد سرعت
موج نیز صادق است.

حال مفهوم انتشار فاز ثابت و ارتباط آن را با هر يك از
معادلات موج هماهنگ در نظر می گیریم

$$\psi = A \sin k(x \mp vt)$$

که در آن



$\varepsilon = 0$

شکل ۷.۲ با وجود $\varepsilon = 0$ به ازای $x = 0$ و $t = \tau/4 = \pi/2\omega$
 $y = A \sin(-\pi/2) = -A$

همچنین، آهنگ تغییر فاز نسبت به فاصله وقتی t ثابت فرض شود
چنین است

$$\left|\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_t\right| = k \quad (31.2)$$

این دو عبارت معادله‌ای را از نظریه مشتقات پاره‌ای به‌خاطر
می آورند که غالباً در ترمودینامیک به کار می رود

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_\varphi = \frac{-(\partial \varphi / \partial t)_x}{(\partial \varphi / \partial x)_t} \quad (32.2)$$

سمت چپ این معادله، سرعت انتشار با فاز ثابت را نشان می دهد.
لحظه‌ای به شکل ۸.۲ برمی گردیم و نقطه‌ای دلخواه روی نیمرخ،
مثلاً قله موج، را اختیار می کنیم. همچنان که موج در فضا حرکت
می کند، جابجایی، y ، نقطه ثابت می ماند. چون در تابع موج
هماهنگ، فاز تنها متغیر است، آن هم باید ثابت باشد. یعنی،
مقدار فاز چنان تثبیت می شود که مقدار ثابت y متناظر با نقطه
اختیار شده را به دست دهد. این نقطه و همچنین فاز ثابت، همراه

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

و

$$z = x + iy = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

با استفاده از فرمول ادیله^۱ یعنی $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ داریم

$$z = re^{i\theta} = r \cos \theta + ir \sin \theta$$

که در آن r بزرگی z و θ زاویه فاز z بر حسب رادیان است. معمولاً بزرگی را با $|z|$ نمایش می‌دهند و آن را مدول یا قدر مطلق عدد مختلط می‌نامند. مختلط مزدوج، که با يك ستاره، *، نشان داده می‌شود، از تبدیل i به $-i$ به دست می‌آید

$$z^* = (x + iy)^* = (x - iy)$$

$$z^* = r(\cos \theta - i \sin \theta)$$

و

$$z^* = re^{-i\theta}$$

عملیات جمع و تفریق بسیار ساده‌اند

$$z_1 \pm z_2 = (x_1 + iy_1) \pm (x_2 + iy_2)$$

و بنا بر این

$$z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + i(y_1 \pm y_2)$$

توجه داریم که شباهت بسیار زیادی میان این فرایندها و جمع مؤلفه‌ای بردارها برقرار است.

ضرب و تقسیم، در مختصات قطبی خیلی ساده‌تر بیان می‌شود

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

و

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

در اینجا ذکر برخی روابط که برای محاسبات آینده مفیدند، خالی از ارزش نیست. از فرمولهای جمع معمولی مثلثاتی به آسانی نتیجه می‌گیریم که

$$e^{z_1 + z_2} = e^{z_1} \cdot e^{z_2}$$

هرگاه $z_1 = x$ و $z_2 = iy$ آن‌گاه

$$e^z = e^{x+iy} = e^x e^{iy}$$

مدول يك کمیت مختلط چنین بیان می‌شود

$$|z| \equiv (zz^*)^{1/2}$$

$$\varphi = k(x - vt) = \text{const.}$$

به تدریج که t زیاد می‌شود، باید x نیز زیاد شود. حتی به ازای $x < 0$ به طوری که $\varphi < 0$ ، باید x زیاد شود یعنی کمتر منفی شود. بنا بر این در اینجا فاز ثابت در سوی افزایش x حرکت می‌کند. زیرا

$$\varphi = k(x + vt) = \text{const.}$$

به تدریج که t زیاد شود x می‌تواند مثبت و نزولی باشد، یا منفی بوده و منفی‌تر شود. در هر حالت، فاز ثابت در سوی کاهش x حرکت می‌کند.

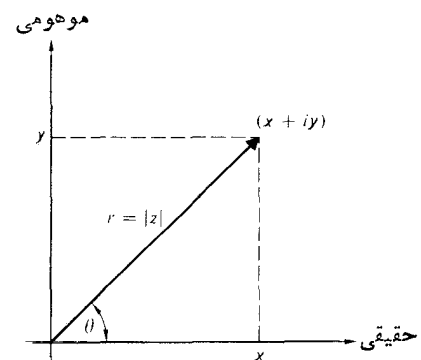
۴.۲ بیان مختلط

ضمن گسترش تحلیل پدیده‌های موجی، روشن خواهد شد که توابع سینوسی و کسینوسی در نمایش امواج هماهنگ برای اهداف ما تا حدی نارسا هستند. همچنان که عبارات فرمولبندی شده پیچیده‌تر می‌شوند، محاسبات مثلثاتی مورد نیازی که باید از عهدۀ آن‌ها بر آیند، هر چه بیشتر خسته‌کننده خواهند شد. نمایش مختلط امواج، نوعی توصیف به دست می‌دهد که عملیات ریاضی را آسان‌تر می‌کند. در واقع، شکل مختلط نمایی معادله موج در مکانیک کلاسیک و مکانیک کوانتومی و نیز نورشناخت کاربردهای فراوانی دارد.

عدد مختلط z چنین نوشته می‌شود

$$z = x + iy \quad (۳۴.۲)$$

که در آن $i = \sqrt{-1}$. اجزای حقیقی و موهومی z به ترتیب عبارت‌اند از x و y ، که خود x و y هر دو اعداد حقیقی‌اند. این مطلب در نمودار آرگاند^۲ (شکل ۹.۲)؛ x و y بر حسب مختصات قطبی (r, θ) چنین نوشته می‌شوند



شکل ۹.۲ نمودار آرگاند.

۱. اگر تردیدی در این تساوی دارید، دیفرانسیل $z = \cos \theta + i \sin \theta$ را که در آن $r = 1$ ، به دست آورید. $dz = iz d\theta$ و انتگرال آن $z = \exp(i\theta)$.

در يك زمان مشخص وجود دارد، و آن وقتی است که تمامی سطوحی که روی آنها يك آشفته‌گی فاز ثابتی دارد، يك دسته صفحه را تشکیل دهند، که عموماً هر يك از آنها بر راستای انتشار عمودند. انگیزه‌های کاملاً عملی برای مطالعه این قبیل آشفته‌گیها وجود دارد، یکی از آنها این است که با استفاده از ابزارهای نوری می‌توان به آسانی نوری تهیه کرد که شبیه امواج تخت باشد.

عبارت ریاضی مربوط به صفحه‌ای که بر برداری مشخص، \mathbf{k} ، عمود بوده و از نقطه (x_0, y_0, z_0) می‌گذرد به سادگی به دست می‌آید (شکل ۱۰.۲). بردار مکان، بر حسب مؤلفه‌هایش در دستگاه مختصات قائم چنین است

$$\mathbf{r} \equiv [x, y, z]$$

این بردار از مبدأ دلخواه O شروع شده و به نقطه دلخواه (x, y, z) در فضا منتهی می‌شود. با قرارداد

$$(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{k} = 0 \quad (۳۷.۲)$$

بردار $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ را وادار می‌کنیم تا سطحی عمود بر \mathbf{k} را جاروب کند و در این ضمن نقطه انتهایی آن، (x, y, z) ، همه مقادیر ممکن را بپذیرد. بردار \mathbf{k} به صورت زیر نمایش داده می‌شود

$$\mathbf{k} \equiv [k_x, k_y, k_z] \quad (۳۸.۲)$$

معادله (۳۷.۲) چنین است

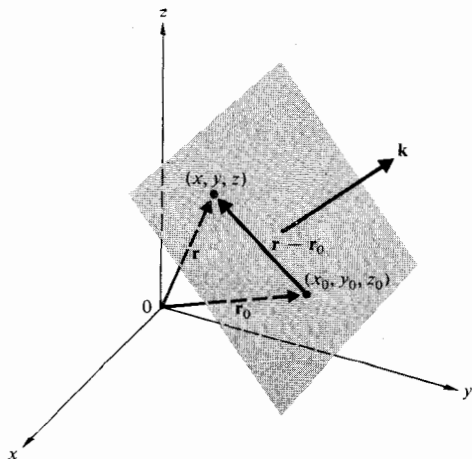
$$k_x(x - x_0) + k_y(y - y_0) + k_z(z - z_0) = 0 \quad (۳۹.۲)$$

و چون

$$k_x x + k_y y + k_z z = a \quad (۴۰.۲)$$

از آنجا

$$a = k_x x_0 + k_y y_0 + k_z z_0 = \text{const.} \quad (۴۱.۲)$$



شکل ۱۰.۲ يك موج تخت که در سوی \mathbf{k} حرکت می‌کند.

به طوری که

$$|e^z| = e^x$$

با توجه به اینکه $\cos 2\pi = 1$ و $\sin 2\pi = 0$ ، داریم

$$e^{i2\pi} = 1$$

همچنین

$$e^{i\pi} = e^{-i\pi} = -1 \quad \text{و} \quad e^{\pm i\pi/2} = \pm i$$

تابع e^z تناوبی است یعنی در هر $i2\pi$ تکرار می‌شود

$$e^{z+i2\pi} = e^z e^{i2\pi} = e^z$$

هر عدد مختلط را می‌توان به صورت مجموع يك جزء حقیقی $\text{Re}(z)$ و يك جزء موهومی $\text{Im}(z)$ نشان داد

$$z = \text{Re}(z) + i \text{Im}(z)$$

به طوری که

$$\text{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + z^*) \quad \text{و} \quad \text{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - z^*)$$

با استفاده از مختصات قطبی که در آن

$$\text{Re}(z) = r \cos \theta \quad \text{و} \quad \text{Im}(z) = r \sin \theta$$

روشن است که می‌توان هر کدام از این دو جزء را برای تشریح موجی هماهنگ انتخاب کرد. ولی معمولاً جزء حقیقی را انتخاب می‌کنند که در این حالت يك موج هماهنگ چنین نوشته می‌شود

$$\psi(x, t) = \text{Re} [Ae^{i(\omega t - kx + \varepsilon)}] \quad (۳۵.۲)$$

که البته هم‌ارز این معادله است

$$\psi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varepsilon)$$

از این به بعد هر جا مناسب باشد، تابع موج را به صورت زیر خواهیم نوشت

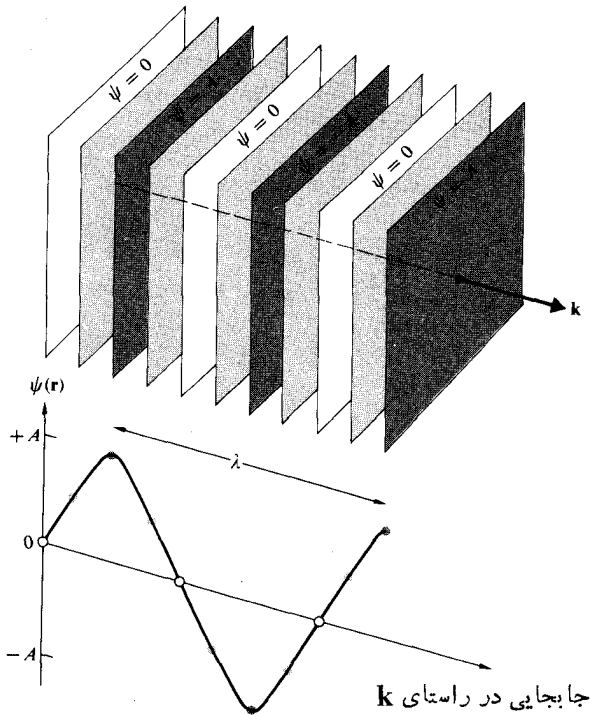
$$\psi(x, t) = Ae^{i(\omega t - kx + \varepsilon)} = Ae^{i\varphi} \quad (۳۶.۲)$$

و در محاسبات لازم به خاطر تسهیل، این شکل مختلط را به کار می‌بریم و تنها بعد از رسیدن به نتیجه نهایی اگر بخواهیم موج واقعی را نشان دهیم، جزء حقیقی آن را اختیار خواهیم کرد. به این جهت، نوشتن $\psi(x, t)$ به صورت معادله (۳۶.۲) خیلی متداول است و از آن برمی‌آید که موج واقعی، جزء حقیقی آن باشد.

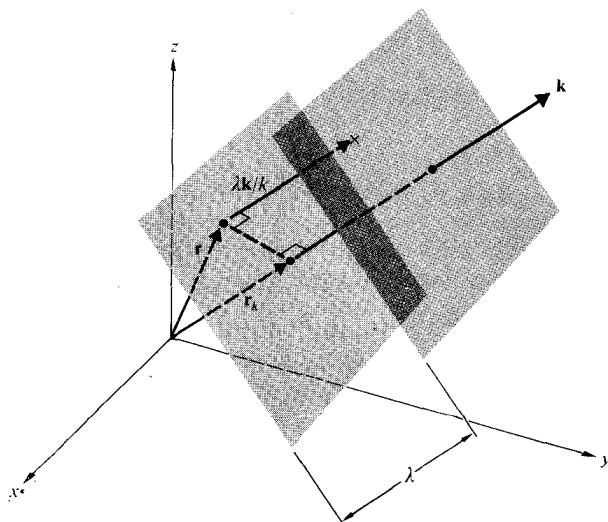
۵.۲ امواج تخت

شاید موج تخت ساده‌ترین نمونه يك موج سه بعدی باشد. این موج

در هر نقطه ثابت در فضا که در آنجا \mathbf{r} ثابت است، فاز و در نتیجه $\psi(\mathbf{r})$ نیز ثابت است. به طور خلاصه این صفحات بی حرکت اند. برای اینکه آنها را به حرکت درآیند، باید $\psi(\mathbf{r})$ نسبت به زمان تغییر کند، همان کاری که می توانیم از راه به وجود



شکل ۱۱.۲ جبهه های موج برای یک موج تخت هماهنگ.



شکل ۱۲.۲ امواج تخت.

بنابر رابطه (۴۱.۲)، خلاصه ترین صورت معادله صفحه عمود بر \mathbf{k} چنین است

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{const.} = a \quad (42.2)$$

این صفحه مکان هندسی تمام نقاطی است که تصویر آنها در راستای \mathbf{k} (در شکل ۱۲.۲) مقداری ثابت است.

حال می توانیم یک دسته صفحه بسازیم که $\psi(\mathbf{r})$ در روی آنها به طور سینوسی در فضا تغییر می کند، یعنی

$$\psi(\mathbf{r}) = A \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (43.2)$$

$$\psi(\mathbf{r}) = A \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (44.2)$$

یا

$$\psi(\mathbf{r}) = A e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (45.2)$$

برای هر یک از این عبارات، $\psi(\mathbf{r})$ بر روی هر صفحه ای که با مقدار « $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{const.}$ » تعریف شده باشد، ثابت است. چون با توابع هماهنگ سروکار داریم، این توابع بعد از هر جابجایی به اندازه λ در امتداد \mathbf{k} ، باید در فضا تکرار شوند. شکل ۱۱.۲ نمایش ساده ای از این نوع عبارت است. از تعداد نامتناهی صفحات، فقط چند تایی از آنها را رسم کرده ایم که هر کدام دارای یک $\psi(\mathbf{r})$ متفاوت با دیگری است. چون محدودیتی برای \mathbf{r} قائل نشده ایم، باید این سطوح تا گستره فضایی نامتناهی کشیده شده باشند. این آشفته گی به طور وضوح تمام فضا را اشغال می کند.

ماهیت تکراری این توابع هماهنگ در فضا را می توان با رابطه زیر بیان کرد

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi\left(\mathbf{r} + \frac{\lambda \mathbf{k}}{k}\right) \quad (46.2)$$

که در آن k بزرگی بردار \mathbf{k} و \mathbf{k}/k برداریکه موازی با آن است (شکل ۱۲.۲). شکل نمایی رابطه (۴۶.۲) چنین می شود

$$A e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = A e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} + \lambda \mathbf{k}/k)} = A e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} e^{i\lambda k}$$

برای اینکه این رابطه برقرار باشد باید داشته باشیم

$$e^{i\lambda k} = 1 = e^{i2\pi}$$

بنابراین

$$\lambda k = 2\pi$$

و

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

بردار \mathbf{k} که بزرگی آن عدد انتشار، k ، است (وقبلاً معرفی شد)، بردار انتشار نامیده می شود.

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{i(k_x x + k_y y + k_z z \mp \omega t)} \quad (50.2)$$

یا

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{i k[(\alpha x + \beta y + \gamma z) \mp \omega t]} \quad (51.2)$$

که در آن α, β, γ کسینوسهای هادی k هستند (مسئله ۸.۲). اندازه بردار انتشار، بر حسب مؤلفه‌هایش چنین است

$$|k| = k = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2} \quad (52.2)$$

و

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1 \quad (53.2)$$

امواج تخت را با تأکید خاصی روی توابع هماهنگ بررسی کردیم. اهمیت ویژه این امواج دوگانه است: نخست اینکه، تولید امواج سینوسی به‌طور فیزیکی، نسبتاً به آسانی و با استفاده از نوعی نوسانگر هماهنگ امکان پذیر است؛ دوم اینکه، هر موج سه بعدی را می‌توان ترکیبی از امواج تخت دانست که هر یک از آنها دارای دامنه و سوی انتشار متمایزی اند.

به‌طور قطع می‌توان یک رشته موج تخت، مانند امواج تخت شکل ۱۱.۲ تصور کرد که در آنها آشفته‌گی به‌طور ناهماهنگ تغییر می‌کند. در بخش بعد خواهیم دید که امواج تخت هماهنگ، در واقع حالت ویژه‌ای از جواب عمومیتر موج تخت هستند.

۶.۲ معادله دیفرانسیلی سه بعدی موج

از تمام امواج سه بعدی، تنها موج تخت (هماهنگ یا ناهماهنگ) است که با نیمرخ ثابت در فضا حرکت می‌کند. در این صورت، فکر اینکه موج عبارت است از انتشار یک آشفته‌گی بدون تغییر نیمرخ آن، تا اندازه‌ای ناقص است. با تعریف کردن موجی که در هر جواب معادله دیفرانسیل موج صدق کند، این اشکال از بین می‌رود. آشکار است که در جستجوی یک معادله موج سه بعدی هستیم. به‌دست آوردن چنین معادله‌ای ساده است، زیرا می‌توان شکل آن را با تعمیم عبارت یک بعدی (۱۱.۲) حدس زد. در مختصات قائم، متغیرهای مکان، x, y, z ، قطعاً باید در معادله سه بعدی متقارن ظاهر شوند؛ این کیفیت را همیشه باید به‌خاطر داشت. معادله موج $\psi(x, y, z, t)$ که با معادله (۵۱.۲) مشخص شده است، یک جواب خاص از معادله دیفرانسیلی است که در جستجویش هستیم. همسان با مشتق معادله (۱۱.۲)، مشتقات پاره‌ای معادله (۵۱.۲) را به ترتیب زیر محاسبه می‌کنیم

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\alpha^2 k^2 \psi \quad (54.2)$$

آوردن وابستگی به زمان، به شیوه‌ای مشابه با شیوه موج یک بعدی، انجام دهیم. پس

$$\psi(r, t) = Ae^{i(k \cdot r \mp \omega t)} \quad (47.2)$$

که در آن A, ω و k ثابت اند. همچنان که این آشفته‌گی در راستای k حرکت می‌کند، می‌توانیم در هر نقطه از فضا و زمان فازی را به آن نسبت دهیم. در هر زمان معینی، سطوحی از اتصال تمام نقاط هم‌فاز به دست می‌آیند که جبهه‌های موج یا سطوح موج نامیده می‌شوند. توجه کنید که تنها وقتی دامنه A در هر نقطه از جبهه موج مقدار مشخصی داشته باشد، تابع موج روی جبهه موج مقدار ثابتی خواهد داشت. در حالت کلی، A تابعی از r است و نمی‌تواند در تمام فضا یا حتی روی یک جبهه موج ثابت باشد. در حالت اخیر، موج را ناهمگن می‌نامند؛ اما تا آنگاه که به مطالعه باریکه‌های لیزری و بازتابش کلی داخلی نرسیده‌ایم، با این نوع آشفته‌گی سروکار نخواهیم داشت.

سرعت فاز یک موج تخت با معادله (۴۷.۲) به دست می‌آید که هم‌ارز سرعت انتشار جبهه موج است. در شکل ۱۲.۲ مؤلفه نرسده‌ای r در راستای k برابر r_k است. آشفته‌گی در روی یک جبهه موج ثابت است، به‌طوری که بعد از زمان dt ، اگر جبهه در راستای k فاصله dr_k را طی کند باید داشته باشیم

$$\psi(r, t) = \psi(r_k + dr_k, t + dt) = \psi(r_k, t) \quad (48.2)$$

شکل نمایی رابطه بالا چنین است

$$Ae^{i(k \cdot r \mp \omega t)} = Ae^{i(k r_k + k dr_k \mp \omega t \mp \omega dt)} = Ae^{i(k r_k \mp \omega t)}$$

بنابراین

$$k dr_k = \pm \omega dt$$

و اندازه سرعت موج، dr_k/dt ، چنین است

$$\frac{dr_k}{dt} = \pm \frac{\omega}{k} = \pm v \quad (49.2)$$

با چرخاندن دستگاه مختصات در شکل ۱۲.۲، به نحوی که k موازی محور x باشد، می‌توانستیم این نتیجه را پیش‌بینی کنیم. برای این وضعیت

$$\psi(r, t) = Ae^{i(kx \mp \omega t)}$$

زیرا $k \cdot r = kr_k = kx$ در این صورت موج به آشفته‌گی یک بعدی نظیر آنچه که قبلاً (بخش ۳.۲) بحث شد، تبدیل می‌شود.

موج تخت هماهنگ غالباً در دستگاه مختصات قائم چنین نوشته می‌شود

۱. هیچ تمایز مشخصی بین محورها در مختصات قائم وجود ندارد. بنابراین، باید بتوانیم جای آنها را باهم عوض کنیم. مثلاً x را به y, z و y به x, z و z به y, x تبدیل کنیم (با حفظ راستگرد بودن دستگاه) بدون آنکه معادله دیفرانسیلی موج تغییر کند.

هستند و در نتیجه نیازی نیست هماهنگ باشند. يك تركيب خطی از این جوابها نیز يك جواب است و با اندکی اختلاف می توان نوشت

$$\psi(\mathbf{r}, t) = C_1 f\left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}}{k - vt}\right) + C_2 g\left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}}{k + vt}\right) \quad (۶۵.۲)$$

که در آن C_1 و C_2 مقادیر ثابتی هستند. مختصات قائم برای تشریح امواج تخت خیلی مناسب است. با وجود این در شرایط فیزیکی گوناگون، اغلب می توان با استفاده از تقارنهای موجود، از دستگاه مختصات دیگری نیز بهره گرفت.

۲.۲ امواج کروی

اگر سنگی را داخل يك بشکه آب بیندازیم، سطح آب چین و شکن پیدا کرده و از نقطه برخورد سنگ با آب، امواج دایره ای دوبعدی منتشر می شوند، برای تعمیم دادن این پدیده به سه بعد، کره کوچکی تپانی را که از مایع احاطه شده باشد در نظر می گیریم. چشمه ارتعاش ضمن عمل انبساط و انقباض، تغییرات فشار ایجاد می کند و این تغییرات به صورت امواج کروی انتشار می یابند.

اکنون يك چشمه نور نقطه ای شکل ایده آل را در نظر می گیریم. تابشی که از آن صادر می شود، به طور شعاعی و یکنواخت در تمامی راستاها جریان می یابد. به این چشمه همسانگرد می گویند و جبهه های موج حاصل دوباره کره های هم مرکزی اند که هر قدر در فضای اطراف پیشتر می روند، قطرشان زیادتر می شود. از تقارن آشکار جبهه های موج این فکر به وجود می آید که شاید تشریح ریاضی آنها، در مختصات قطبی کروی مناسبتر باشد (شکل ۱۳.۲). در این مختصات عملگر لاپلاسی چنین نوشته می شود

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\beta^2 k^2 \psi \quad (۵۵.۲)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\gamma^2 k^2 \psi \quad (۵۶.۲)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \psi \quad (۵۷.۲)$$

از جمع سه معادله اول و با در نظر گرفتن عبارت $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ به دست می آوریم

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -k^2 \psi \quad (۵۸.۲)$$

از ترکیب این معادله با معادله (۵۷.۲) و با یادآوری اینکه $v = \omega/k$ ، خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (۵۹.۲)$$

که يك معادله دیفرانسیل سه بعدی است. باید توجه داشت که x ، y و z به طور متقارن ظاهر شده اند و شکل آن همان است که از تعمیم معادله (۱۱.۲) انتظار داشتیم.

معمولاً با به کار گرفتن عملگر لاپلاسی، یعنی

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (۶۰.۲)$$

معادله (۵۹.۲)، به شکل خلاصه تری نوشته می شود

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (۶۱.۲)$$

اکنون که این معادله بسیار مهم را به دست آوردیم، به موج تخت برگردیم و به اختصار ببینیم چگونه این موج خود را با شکل هر چیزی وفق می دهد؛ تابعی به صورت

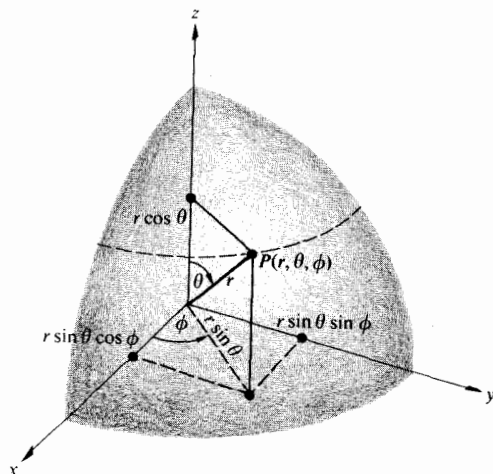
$$\psi(x, y, z, t) = A e^{ik(\alpha x + \beta y + \gamma z - vt)} \quad (۶۲.۲)$$

با معادله (۵۱.۲) هم ارز و بنابراین يك جواب از معادله (۶۱.۲) است. و نیز می توان نشان داد که (مسئله ۱۱.۲)

$$\psi(x, y, z, t) = f(\alpha x + \beta y + \gamma z - vt) \quad (۶۳.۲)$$

$$\psi(x, y, z, t) = g(\alpha x + \beta y + \gamma z + vt) \quad (۶۴.۲)$$

هر دو، جوابهای موج تخت مربوط به معادله دیفرانسیل موج هستند. توابع f و g که دوبار قابل دیفرانسیل گیری اند، توابع اختیاری



شکل ۱۳.۲ نمایش هندسی مختصات کروی.

حال با داشتن $\partial^2\psi/\partial x^2$ ، می‌توانیم $\partial^2\psi/\partial y^2$ و $\partial^2\psi/\partial z^2$ را تشکیل دهیم و آنها را باهم جمع کنیم

$$\nabla^2\psi(r) = \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial\psi}{\partial r}$$

که با معادله (۶۸.۲) هم‌ارز است. می‌توان این نتیجه را با اندکی اختلاف چنین نوشت

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) \quad (۶۹.۲)$$

در این صورت معادله دیفرانسیل موج (۶۱.۲) چنین نوشته می‌شود

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad (۷۰.۲)$$

طرفین معادله بالا را در r ضرب می‌کنیم

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(r\psi) \quad (۷۱.۲)$$

توجه داریم که این عبارت عیناً هم‌ارز معادله دیفرانسیل موج یک‌بعدی (۱۱.۲) است که در آن متغیر فضایی r ، و تابع موج، شکل حاصلضرب $(r\psi)$ است. بنابراین جواب معادله (۷۱.۲) به‌صورت ساده زیر است

$$r\psi(r, t) = f(r - vt)$$

یا

$$\psi(r, t) = \frac{f(r - vt)}{r} \quad (۷۲.۲)$$

معادله (۷۲.۲) نمایانگر یک موج کروی است که با سرعت v ، به‌صورت شعاعی از مبدأ به‌سوی بیرون پیش می‌رود و دارای شکل تابعی اختیاری f است. یک جواب دیگر معادله چنین است

$$\psi(r, t) = \frac{g(r + vt)}{r}$$

و در این حالت موج به‌سوی مبدأ همگرا می‌شود. این حقیقت که عبارت مزبور به‌ازای $r = 0$ حذف می‌شود، در عمل زیاد مهم نیست. حالت خاصی از جواب عمومی

$$\psi(r, t) = C_1 \frac{f(r - vt)}{r} + C_2 \frac{g(r + vt)}{r} \quad (۷۳.۲)$$

موج کروی هماهنگ است

$$\psi(r, t) = \left(\frac{A}{r}\right) \cos k(r \mp vt) \quad (۷۴.۲)$$

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (۶۶.۲)$$

که در آن r ، θ و ϕ این‌طور تعریف می‌شوند

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

به‌خاطر داریم که در جستجوی توصیف امواج کروی هستیم، امواجی که تقارنی کروی دارند، یعنی آنهایی که مستقل از θ و ϕ هستند، به‌طوری که

$$\psi(r) = \psi(r, \theta, \phi) = \psi(r) \quad (۶۷.۲)$$

بنابراین لاپلاسی $\psi(r)$ به‌صورت ساده زیر درمی‌آید

$$\nabla^2\psi(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\psi}{\partial r} \right) \quad (۶۸.۲)$$

می‌توان این نتیجه را بدون آشنایی با معادله (۶۶.۲) نیز به‌دست آورد. برای این کار با عملگر لاپلاسی در مختصات قائم شروع کرده (۶۰.۲) و در تابع موج با تقارن کروی $\psi(r)$ هر جمله را به‌مختصات قطبی می‌نویسیم. مثلاً تنها در مورد وابستگی به x ، داریم

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x}$$

و

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial\psi}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial x^2}$$

چون

$$\psi(r) = \psi(r)$$

با به‌کار بردن

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

داریم

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}, \quad \frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (x) + x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \right)$$

و

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \right) \frac{\partial\psi}{\partial r}$$

و یا

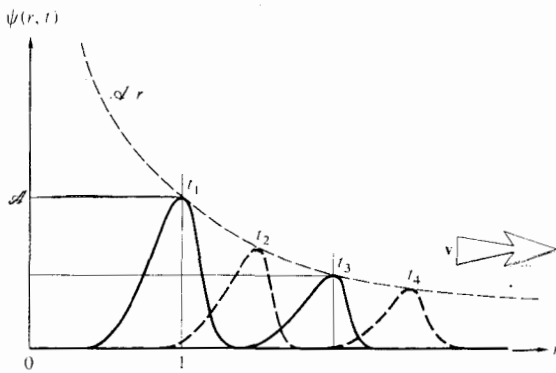
$$\psi(r, t) = \left(\frac{A}{r}\right) e^{ik(r \mp vt)} \quad (۷۵.۲)$$

که در آن ثابت A را قدرت چشمه‌ای می‌نامند. این کمیت در هر زمان مشخصی، نمایانگر دسته‌ای از کره‌های هم مرکز است که تمامی فضا را پرمی‌کنند. هر جبهه موج یا سطح فاز ثابتی با رابطه زیر مشخص می‌شود

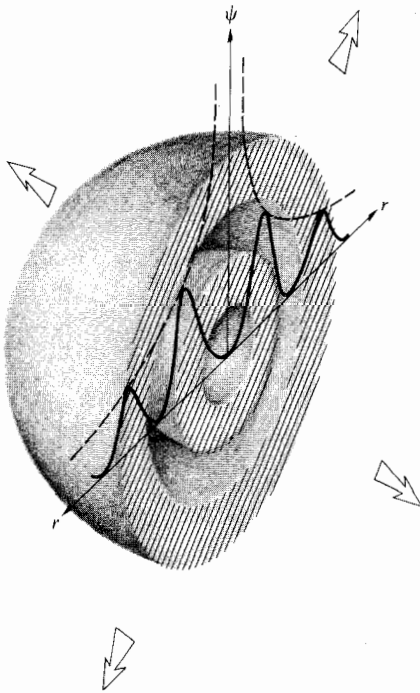
$$kr = \text{const.}$$

توجه کنید که دامنه هر موج کروی تابعی از r است، در صورتی که جمله r^{-1} همانند یک عامل تضعیف عمل می‌کند. برخلاف موج تخت، دامنه یک موج کروی به تدریج که از مبدأ دور می‌شود کاهش می‌یابد و در نتیجه نیمرخ آن نیز تغییر می‌کند. شکل ۱۴.۲ «نوردهی چند گانه‌ای» از یک تب کروی در چهار زمان مختلف را نشان می‌دهد. این تب، در هر نقطه از فضا و در راستای هر شعاع r گسترده‌گی مشابهی دارد، یعنی پهنای آن در راستای محور r مقداری ثابت است. شکل ۱۵.۲ کوششی است در جهت برقراری ارتباط بین نمایش نموداری $\psi(r, t)$ در شکل پیش، و شکل واقعی آن به عنوان یک موج کروی. این شکل نیمه تب کروی را در دو زمان مختلف، با گسترده شدن موج به سوی بیرون، نشان می‌دهد. به یاد آوریم که می‌توانستیم این نتایج را بدون توجه به سوی r و به دلیل وجود تقارن کروی به دست آوریم. همچنین می‌توانستیم یک موج هماهنگ را بهتر از یک تب در شکل‌های ۱۴.۲ و ۱۵.۲ رسم کنیم. در این حالت، آشفتگی سینوسی را منحنیهای $\psi = A/r$ و $\psi = -A/r$ محدود می‌کنند.

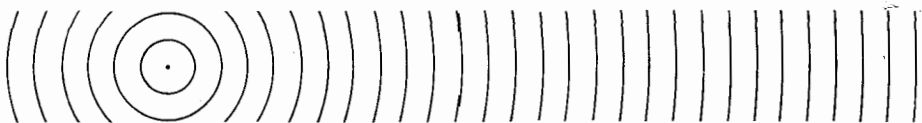
موج کروی بیرون رونده از یک چشمه نقطه‌ای که به خارج صادر می‌شود، و موجی که از بیرون می‌آید و در یک نقطه همگرا می‌شود، مطمئناً «نوعی ایده آل سازی» است. در عمل، نور فقط تقریباً به امواج کروی نزدیک می‌شود، همچنان که به امواج تخت نیز فقط تقریباً نزدیک می‌شود. با انتشار یک جبهه موج کروی به بیرون، شعاع آن افزایش پیدا می‌کند. و وقتی به اندازه کافی از چشمه دور شود، سطح کوچکی از جبهه موج تقریباً شبیه بخشی از یک موج تخت خواهد بود (شکل ۱۶.۲).



شکل ۱۴.۲ «ارائه چهار گانه» یک تب کروی.



شکل ۱۵.۲ جبهه موج کروی.



شکل ۱۶.۲ پختیدگی امواج کروی به نسبت دور شدن از چشمه.

۸.۲ امواج استوانه‌ای

اکنون شکل موجی ایده‌آل شده دیگر، یعنی استوانه مستدیر نامحدودی را به‌طور مختصر بررسی کنیم. متأسفانه، یک بررسی دقیق ریاضی خیلی فراتر از حوصله این بحث از کتاب است. با وجود این، در اینجا روشی را طرح می‌کنیم که در تابع موج حاصل ابهامی باقی نماند. لاپلاسی ψ در مختصات استوانه‌ای (شکل ۱۷.۲) چنین است

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (۷۶.۲)$$

که در آن

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad z = z$$

حالت ساده تقارن استوانه‌ای ایجاب می‌کند که

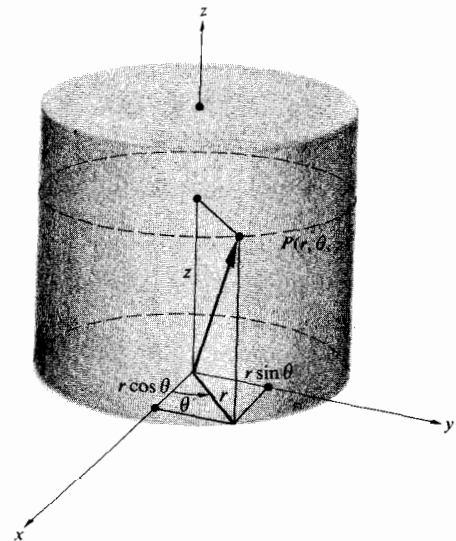
$$\psi(\mathbf{r}) = \psi(r, \theta, z) = \psi(r)$$

مفهوم مستقل بودن از θ این است که مقطع یک صفحه عمود بر محور z با جبهه موج یک دایره است که r در آن می‌تواند به‌ازای مقادیر مختلف z تغییر کند. افزون بر این، مستقل بودن z ، جبهه موج را به یک استوانه قائم که محور آن z و طولش بینهایت است، محدود می‌کند. در نتیجه معادله دیفرانسیل موج چنین است

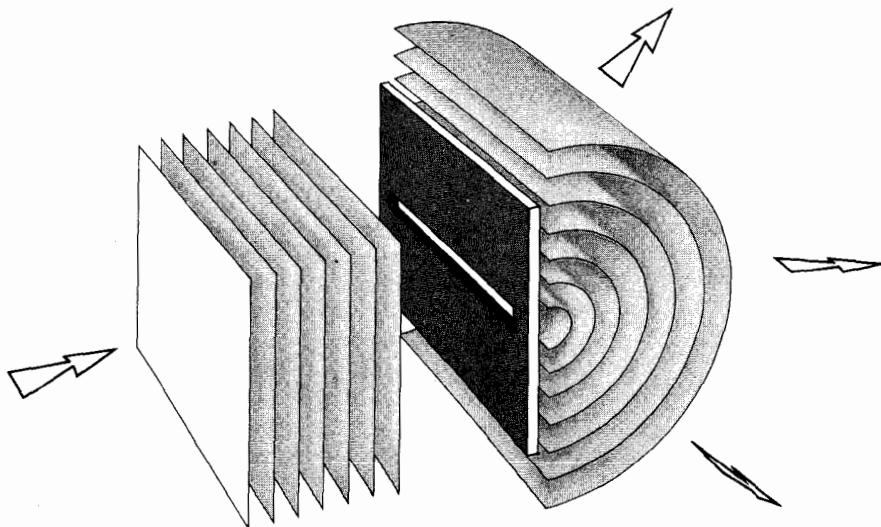
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (۷۷.۲)$$

در جستجوی عبارتی برای $\psi(r)$ هستیم که جواب این معادله باشد. بعد از کمی دستکاری، که در ضمن آن بستگی زمانی حذف می‌شود، معادله (۷۷.۲) به معادله‌ای به نام معادله بسل تبدیل می‌شود. جوابهای معادله بسل به‌ازای مقادیر بزرگ r ، به‌طور مجانبی به شکلهای مثلثاتی نزدیک می‌شود. سرانجام، وقتی که r به اندازه کافی بزرگ باشد، می‌توان نوشت

$$\psi(r, t) \approx \frac{A}{\sqrt{r}} e^{ik(r \mp vt)}$$



شکل ۱۷.۲ نمایش هندسی مختصات استوانه‌ای.



شکل ۱۸.۲ امواج استوانه‌ای که از یک شکاف باریک و دراز خارج می‌شوند.

می‌شود. شکل ۱۹.۲ الف يك موج عرضی را نشان می‌دهد (مانند موجی که روی ریسمانی کشیده ایجاد می‌شود) که در راستای z حرکت می‌کند. در این مثال، حرکت موج در روی سطحی که در فضا ثابت است صورت می‌گیرد؛ این سطح را سطح ارتعاش و موج مربوط به آن را موج قطبیده خطی یا موج قطبیده تخت می‌گویند. برای اینکه موج کاملاً مشخص شود لازم است سمگیری صفحه ارتعاش و همچنین راستای انتشار آن را مشخص کنیم. یعنی، آشفتگی را به مؤلفه‌هایش، روی دو محور عمود برهم که هر دو بر محور z عمودند تجزیه کنیم [شکل ۱۹.۲ ب]. زاویه‌ای که میل سطح ارتعاش را نشان می‌دهد، مقدار ثابتی است و بنا بر این در هر لحظه، ψ_x و ψ_y به اندازه ضریب ثابتی با ψ اختلاف دارند و از این رو هر دو ψ_x و ψ_y جوابهای معادله دیفرانسیلی موج‌اند، اینک به واقعیتی بسیار مهم نزدیک شده‌ایم: تابع موج مربوط به يك موج عرضی به نحوی مانند يك کمیت برداری رفتار می‌کند. در صورتی که موج در امتداد محور z حرکت کند، می‌توان نوشت

$$\psi(z, t) = \psi_x(z, t)\hat{i} + \psi_y(z, t)\hat{j} \quad (۷۹.۲)$$

که البته \hat{i} ، \hat{j} و \hat{k} در واقع بردارهای یکه در مختصات قائم‌اند. يك موج تخت هماهنگ قطبیده خطی با بردار موجی زیر مشخص می‌شود

$$\psi(\mathbf{r}, t) = Ae^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \mp \omega t)} \quad [۷۷.۲]$$

يك موج تخت هماهنگ قطبیده خطی با بردار موجی زیر مشخص می‌شود

$$\psi(\mathbf{r}, t) = Ae^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \mp \omega t)} \quad (۸۰.۲)$$

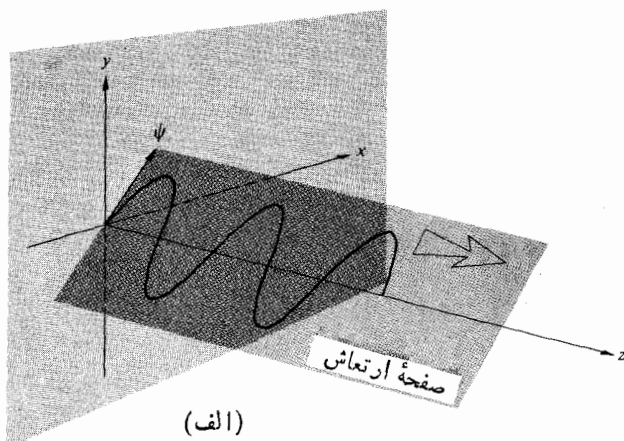
$$\psi(r, t) \approx \frac{A}{\sqrt{r}} \cos k(r \mp vt) \quad (۷۸.۲)$$

رابطه بالا مجموعه‌ای از استوانه‌های دوار هم‌محور را نشان می‌دهد که تمام فضا را پر کرده و از يك چشمه خطی نامحدود دور و یا به آن نزدیک می‌شوند. در اینجا جوابهایی بر حسب توابع اختیاری، همانند آنچه که هم در امواج کسروی (۷۳.۲) و هم در امواج تخت (۶۵.۲) وجود داشتند، یافت نمی‌شوند.

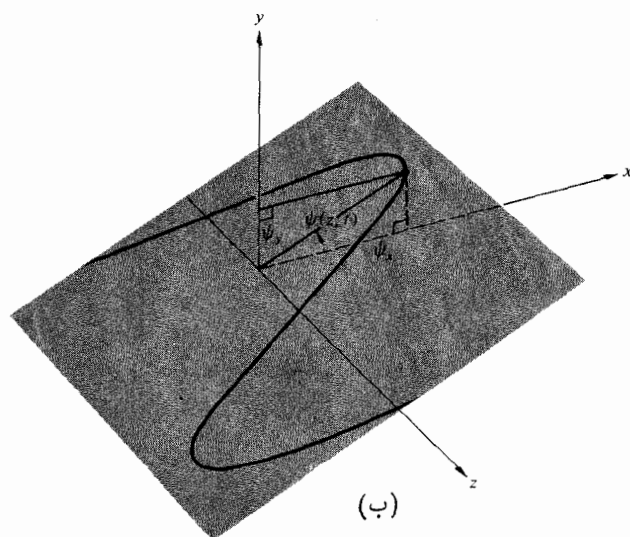
يك موج تخت که به پشت يك پرده تخت کدر شامل يك شکاف نازک و دراز می‌تابد، به هنگام گسیل از آن شکاف، به صورت آشفتگی شبیه يك موج استوانه‌ای درخواهد آمد (شکل ۱۸.۲). این روش برای ایجاد امواج نورانی استوانه‌ای کاربرد گسترده‌ای دارد. با وجود این به خاطر داریم که موج واقعی، هر طوری که تولید شده باشد، فقط شباهتی به نمایش ریاضی ایده آل دارد.

۹.۲ امواج نرده‌ای و برداری

دو رده بندی کلی برای امواج وجود دارد: امواج طولی و امواج عرضی. وجه تمایز آنها ناشی از اختلافی است که بین راستای انتشار، \mathbf{k}/k ، آشفتگی، و راستایی که در امتداد آن این آشفتگی رخ می‌دهد، وجود دارد. می‌توان این مطلب را به آسانی در محیطی که در آن ماده به طور کشسانی تغییر شکل می‌دهد مشاهده کرد. موج طولی وقتی تشکیل می‌شود که ذرات محیط از وضع تعادل خود، در راستایی موازی با \mathbf{k}/k ، جابجا شوند. وقتی که جابجایی ماده عمود بر راستای انتشار باشد در این حالت موج عرضی آشکار



(الف)



(ب)

شکل ۱۹.۲ امواج قطبیده خطی.

بیان شود، در این صورت حرکت دست برای ایجاد موج در حرکت هماهنگ ساده، باید عمودی باشد.

۶.۲ تپی را در نظر می‌گیریم که جابجایی آن در لحظه $t = 0$ با رابطه زیر توضیح داده می‌شود

$$y(x, t) \Big|_{t=0} = \frac{C}{2+x^2}$$

که C مقدار ثابتی است. نیمرخ موج را رسم کنید. عبارتی برای موج بر حسب تابعی از t بنویسید که سرعت آن v باشد و در جهت منفی x حرکت کند. اگر $v = 1 \text{ m/s}$ ، نیمرخ موج را در $t = 2 \text{ s}$ رسم کنید.

۷.۲* تعیین کنید کدامیک از معادلات زیر امواج متحرک را توصیف می‌کنند

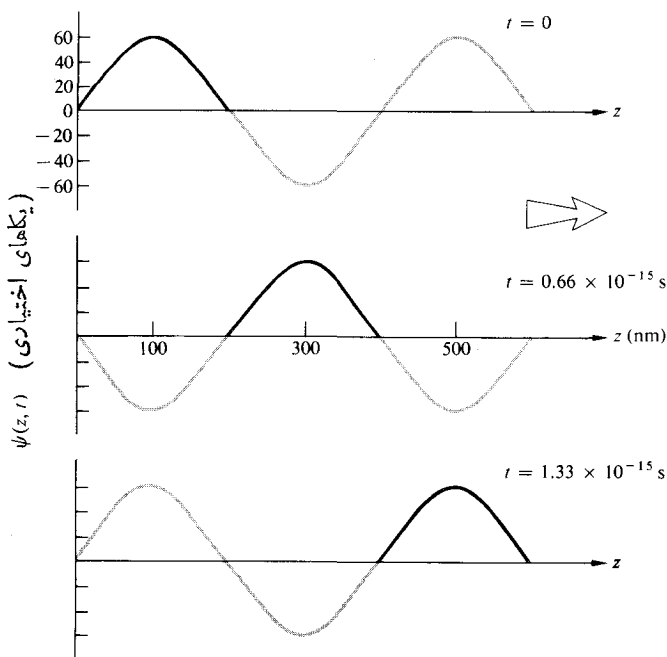
$$\psi(y, t) = e^{-(a^2 y^2 + b^2 t^2 - 2abty)}$$

$$\psi(z, t) = A \sin(az^2 - bt^2)$$

$$\psi(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{a} + \frac{t}{b} \right)^2$$

$$\psi(x, t) = A \cos^2 2\pi(t - x)$$

پس نمایش ترسیمی مناسبی برای آن رسم کنید و سرعت و راستای حرکت را پیدا کنید.



شکل ۲۰.۲ موج هماهنگ.

و درمختصات قائم

$$\psi(x, y, z, t) = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} \quad (۸۱.۲)$$

در حالت اخیر که سطح ارتعاش در فضا ثابت است، سنجگری A نیز ثابت است. یادآور می‌شویم که تفاوت ψ با A تنها در یک مقدار نرده‌ای است و بدین‌سان این دو باهم موازی بوده و هر دو بر k/k عمودند.

نور یک موج عرضی است و درک ماهیت برداری آن از اهمیت فراوانی برخوردار است. پدیده‌های مربوط به قطبش نوری را می‌توان به آسانی و بر حسب این نوع تصویر موجی برداری مطالعه کرد. در مورد نور ناقطیده، وقتی که راستای بردار موج تغییر کرده‌ای و سریعی می‌کند، مانند پدیده‌های تداخل و پراش، تقریبهای نرده‌ای کاراترند.

مسائل

۱۰.۲ در فاصله‌ای برابر ضخامت یک تکه کاغذ ($0.762 \times 10^{-2} \text{ cm}$) چند تاموج نور «زرد» ($\lambda = 580 \text{ nm}$) جای می‌گیرد؟ همان تعداد میکروموج $\nu = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ و $\nu = 10^9 \text{ Hz}$ چه فاصله‌ای را در فضا اشغال می‌کنند؟

۲۰.۲ سرعت نور در خلا $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است. طول موج نور قرمز به بسامد $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ چقدر است؟ این طول موج را با طول موج یک موج الکترومغناطیسی که بسامد آن 60 Hz است مقایسه کنید.

۳۰.۲ با استفاده از توابع موج به شکل

$$\psi_1 = 4 \sin 2\pi(0.2x - 3t)$$

و

$$\psi_2 = \frac{\sin(\gamma x + 3.5t)}{2.5}$$

در هر دو حالت: (الف) بسامد، (ب) طول موج، (ج) تناوب، (د) دامنه، (ه) سرعت فاز، و (و) راستای حرکت را تعیین کنید. زمان بر حسب ثانیه و x بر حسب متر است.

۴۰.۲ نشان دهید که رابطه

$$\psi(x, t) = A \sin k(x - vt) \quad [۱۴.۲]$$

یک جواب برای معادله دیفرانسیلی موج است.

۵۰.۲ نشان دهید که اگر جابجایی نخ در شکل ۷.۲ با رابطه

$$y(x, t) = A \sin[kx - \omega t + \varepsilon]$$

۸۰۲ با شروع از معادله (۵۰.۲)، تحقیق کنید که

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{ik(\alpha x + \beta y + \gamma z) \mp \omega t}$$

و

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

شکلی رسم کنید که تمام کمیت‌های مربوطه را نشان دهد.

۹۰۲ یک موج نورانی در نظر می‌گیریم که سرعت فاز آن $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ و بسامدش $6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است. کوتاهترین فاصله در امتداد موج، بین دو نقطه دلخواه که اختلاف فاز آنها 30° باشد کدام است؟ در 10^{-6} s چه تغییر مکان فازی در نقطه‌ای مشخص

رخ می‌دهد؟ در این مدت چند موج از آن نقطه می‌گذرند؟
۱۰۰۲ برای موجی که در شکل ۲۰.۲ نشان داده شده است عبارتی ریاضی بنویسید. طول موج، سرعت، بسامد و دوره آن را تعیین کنید.

۱۱۰۲۰ نشان دهید معادلات (۶۳.۲) و (۶۴.۲) که امواج تخت با شکل اختیاری‌اند، در معادله دیفرانسیل سه بعدی موج صدق می‌کنند.
۱۲۰۲ بنا بر فرضیه دو بروی، به هر ذره‌ای یک موج وابسته است که طول موج آن برابر است با ثابت پلانک ($h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J s}$) تقسیم بر اندازه حرکت ذره. طول موج یک سنگ 6 kg را که با سرعت 1 m/s حرکت می‌کند با طول موج نور مقایسه کنید.

نظریهٔ الکترومغناطیسی، فوتونها، و نور

کارهای ماکسول و پیشرفتهایی که در این زمینه از اواخر قرن نوزدهم به بعد حاصل شد، نشان داده است که ماهیت نور قطعاً الکترومغناطیسی است. چنان که خواهیم دید، الکترودینامیک کلاسیک، خواه ناخواه، به تصویر انتقال پیوسته انرژی از طریق امواج الکترومغناطیسی می انجامد. برعکس، درنگرش جدیدتر الکترودینامیک کوانتومی، برهم کنشهای الکترومغناطیسی، و انتقال انرژی به کمک «ذرات» بنیادی بدون جرم به نام فوتون، که کوانتومهای (یا گویههای) جایگزیده انرژی اند، توصیف می شود. ماهیت کوانتومی انرژی تابشی همیشه به آسانی نمایان نمی شود، و همیشه هم عملاً نقشی در نورشناخت ندارد. موارد فراوانی پیش می آید که در آنها وسایل آشکارسازی چنان است که تشخیص کوانتومهای منفرد ناممکن می شود، و مطلوب هم همین است. غالباً، جریان نور فرودی، مقدار نسبتاً زیادی انرژی با خود حمل می کند و به هر حال خاصیت دانه ای بودن پوشیده می ماند.

اگر طول موج نور در مقایسه با ابعاد دستگاه کوچک باشد، می توان در تقریب نخست، شیوه های نورشناخت هندسی را به کار برد. بررسی نسبتاً دقیقتری که هنگام کوچک بودن ابعاد دستگاه هم کار برد دارد، بررسی به شیوه نورشناخت فیزیکی است. در نورشناخت فیزیکی خاصیت بارز نور، ماهیت موجی آن است. و حتی می توان بدون مشخص بودن نوع موجی که با آن سروکار داریم، بخش بزرگی از این بررسی را انجام داد. مسلماً تا آنجا که به مطالعه

کلاسیکی نورشناخت فیزیکی مربوط می شود، کافی است نور را موج الکترومغناطیسی بدانیم. نور را می توان جلوه دیگری از ماده دانست. در واقع یکی از ارکان اساسی مکانیک کوانتومی این است که هم نور و هم اشیای مادی، هر دو خاصیت موجی-ذره ای مشابهی بروز می دهند. بنا به قول اروین شرودینگر (۱۸۸۷-۱۹۶۱/۱۲۶۶-۱۳۴۵) یکی از بنیانگذاران نظریه کوانتومی

در چارچوب جدید مفاهیم، تمایز (میان ذرات و امواج) از بین رفته است، زیرا آشکار شده است که همه ذرات خواص موجی نیز دارند و برعکس هیچکدام از این دو مفهوم را نباید کنار گذاشت؛ باید آنها را درهم آمیخت. اینکه کدام جنبه غالب می شود، نه به خود جسم فیزیکی، بلکه به وسیله ای بستگی دارد که برای مطالعه آن به کار می رود.*

در بررسی مکانیک کوانتومی، بسا هر ذره ای مانند فوتون، الکترون، پروتون و... یک موج همراه است. در مورد ذرات مادی، جنبه های موجی از راه معادله میدان به نام معادله شرودینگر معرفی می شوند. در مورد فوتونها، نمایش ماهیت موجی، به شکل معادلات میدان الکترومغناطیس کلاسیکی ماکسول ارائه می شود. با توجه به این مطالب به عنوان سرآغاز، می توان نظریه مکانیک کوانتومی

تعبیری است از تداخل دامنه‌های احتمال؛ اما برای اطلاعات بیشتر در این زمینه باید منتظر فصل ۱۳ باشیم.

بنابراین می‌توانیم به طور کاملاً عملی، نور را همچون موجی الکترومغناطیسی پنداریم، با توجه به این واقعیت که در موقعیتهای موجود (در حدود همین بحث کنونی ما) متأسفانه این تعریف نور برای آنها نارساست.

۱.۳ قوانین اساسی نظریه الکترومغناطیسی

هدف ما در این بخش این است که برخی ایده‌های مورد نیاز برای درک مفهوم امواج الکترومغناطیسی را هر چند مختصر، مورد مطالعه قرار دهیم.

با نگرش به آزمایشهای گوناگون، دریافته‌ایم که بارها، ولو اینکه در خلاء از هم جدا شده باشند، دستخوش برهم کنشی متقابل اند. نمایش آشنای الکتریسیته ساکن را به یاد آوریم که در آن گلوله‌ی چوب‌پنبه‌ای تا اندازه‌ای حضور میله‌ی باردار را بدون اینکه واقعاً با آن تماسی داشته باشد به نحوی حس می‌کند. به عنوان یک تعبیر ممکن، شاید فکر کنیم که هر بار الکتریکی جریانی از ذرات آشکار نشده (فوتونهای مجازی) را گسیل (وجذب) می‌کند. مبادله این ذرات را در میان بارهای الکتریکی می‌توان همچون مسدود برهم کنش در نظر گرفت. به جای این می‌توانیم با رهیافتی کلاسیکی موضوع را مطالعه و چنین تصور کنیم که هر بار الکتریکی را چیزی به نام میدان الکتریکی احاطه کرده است. بنابراین، فقط لازم است فرض کنیم که هر بار الکتریکی با میدان الکتریکی که آن را دربر گرفته است، برهم کنشی مستقیم دارد. به این ترتیب، اگر نیروی F_E بر بار q وارد آید، میدان الکتریکی E ، در موضع بار الکتریکی با رابطه $F_E = qE$ تعریف می‌شود. افزون بر این، مشاهده می‌کنیم که یک بار الکتریکی متحرک ممکن است تحت اثر نیروی دیگری مانند F_M که متناسب با سرعت، v ، آن است قرار گرفته باشد. به این ترتیب، بازم به تعریف میدان دیگری یعنی القای مغناطیسی، B ، می‌رسیم؛ به طوری که $F_M = qv \times B$. چنانچه هر دو نیروی F_E و F_M با هم عمل کنند، می‌گوییم بار الکتریکی در ناحیه‌ای حرکت می‌کند که هم میدان الکتریکی و هم میدان مغناطیسی در آن نفوذ کرده است، در نتیجه

$$F = qE + qv \times B$$

چندین مورد مشاهده‌ای دیگر نیز وجود دارد که می‌توان آنها را برحسب همین میدانها تفسیر کرد. در چنین مواردی، می‌توانیم ایده‌ی بهتری از خواص فیزیکی که باید به E و B نسبت داده شوند به دست آوریم. به طوری که خواهیم دید، میدانهای

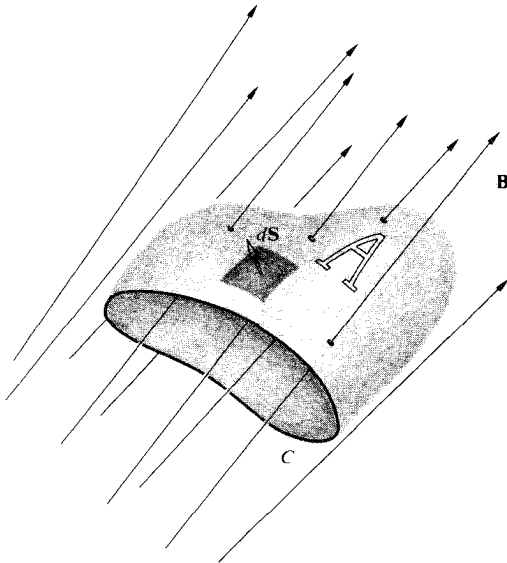
فوتونها و برهم کنش آنها را با بارها پی‌ریزی کرد. اینکه نور در فضا موج گونه منتشر می‌شود و با وجود این می‌تواند در خلاء فرایندهای جذب و گسیل رفتار ذره گونه از خود بروز دهد، گواهی بر ماهیت دوگانه آن است. انرژی تابشی الکترومغناطیسی، به شکل فوتونها یا کوانتومها آفریده و نابود می‌شود، و مانند موجی کلاسیک پیوسته نیست. با وجود این، بر حرکت آن از درون یک عدسی، یک روزنه، یا دسته‌ای شکاف، مشخصه‌های موجی حاکم اند. اگر در دنیای ماکروسکوپی این نوع رفتار برای ما ناآشناست، به این علت است که طول موج یک جسم با اندازه حرکت آن نسبت عکس دارد (فصل ۱۳) و حتی طول موج یک دانه‌ی شن (که به سختی حرکت می‌کند) آنقدر کوتاه است که در هیچ تجربه‌ی تصورپذیری قابل تشخیص نیست.

فوتون چندین خاصیت دارد که آن را از بقیه ذرات زیراتمی متمایز می‌کند. این خواص برای ما از اهمیت قابل ملاحظه‌ای برخوردارند، زیرا به خاطر آنهاست که غالباً جنبه‌های کوانتومی نور کاملاً مبهم می‌مانند. در این خصوص، در ارتباط با تعداد فوتونهای که می‌توانند با اندازه حرکت خطی و زاویه‌ای یکسان در ناحیه‌ای وجود داشته باشند، محدودیتی وجود ندارد. محدودیتهایی از این دست (اصل طرد پاولی) برای بیشتر ذرات دیگر (مثلاً، به استثنای کوانتوم هنوز هم فرضی گرانی، یعنی گراویتون^۱، و مزونهای He^+ و π) وجود دارند. جرم سکون فوتون صفر است، و بنابراین می‌توان پیش‌بینی کرد که در باریکه‌ای نور تعداد فوق‌العاده زیادی فوتونهای کم انرژی حضور دارند. در چنان مدلی، جریانهایی چگال فوتونها (که ممکن است تعداد زیادی از آنها اساساً دارای اندازه حرکت یکسانی باشند) رویهم رفته در جهت ایجاد میدانهای کلاسیکی شناخته شده، عمل می‌کنند. می‌توانیم شباهتی تقریبی را با رفت و آمد مردم در یک ایستگاه قطار در ساعات شلوغ در نظر بگیریم. به جرأت می‌توان گفت که هر کدام از مسافران به طور منفرد مانند یک کوانتوم انسانی عمل می‌کنند، ولی مقصد همه آنها یکی است و تقریباً همگی مسیر کم و بیش یکسانی را می‌پیمایند. از دید ناظری نزدیک بین که در فاصله دوری ایستاده باشد چنین می‌نماید که شارشی هموار و پیوسته در جریان است. رویهم رفته، رفتار این جریان روز به روز قابل پیش‌بینی است. بنابراین حرکت دقیق هر عابر دست کم از دید این ناظر، حائز اهمیت نیست. انرژی انتقال یافته توسط تعداد زیادی فوتون، به طرد میانگین، با انرژی انتقال یافته توسط یک موج الکترومغناطیسی کلاسیک هم‌ارز است. به همین دلیل است که نمایش میدانی پدیده‌های الکترومغناطیسی تا این حد مفید بوده است و همچنان مفید خواهد بود. اما باید خاطر نشان کرد که وقتی از همپوشی امواج الکترومغناطیسی سخن به میان می‌آید، اساساً حسن

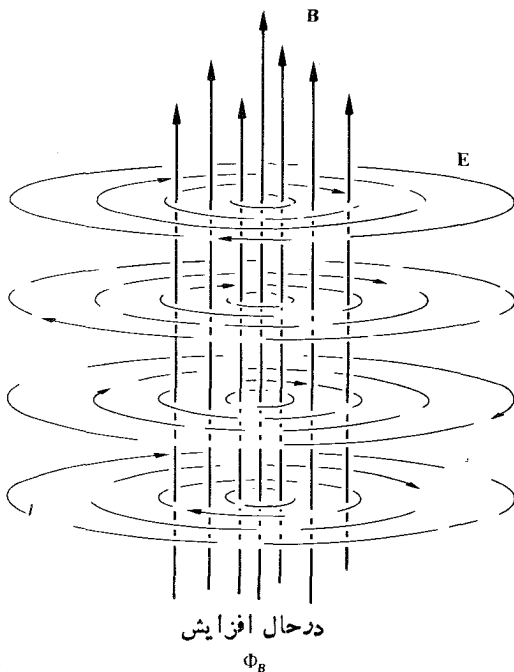
۱. گراویتون یک ذره بنیادی فرضی است که منشأ آثار گرانش است و آن را ذره گرانشی نیز می‌نامند. این ذره پاد ذره خود بوده و جرم سکون آن صفر و اسپینش ۲ است. ۴.

میدان به روی خود بسته شده و حلقه‌هایش تشکیل می‌دهند (شکل ۲.۳). در حالی که مسیر در فضا ثابت و شکل آن تغییر نیافتنی باشد، قانون القا (۴.۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = - \int \int_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (۵.۳)$$



شکل ۱.۳ میدان B داخل يك سطح باز A.



در حال افزایش
 Φ_B

شکل ۲.۳ يك میدان متغیر با زمان B. میدان E با محاط کردن هر نقطه که در آن Φ_B تغییر می‌کند، حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهد.

الکتریکی هم به وسیله بارهای الکتریکی و هم به وسیله میدانهای مغناطیسی متغیر با زمان پدید می‌آیند. به همین ترتیب، میدانهای مغناطیسی را جریانهای الکتریکی و میدانهای الکتریکی متغیر با زمان تولید می‌کنند. این بستگی درونی بین E و B در تشریح خواص نور، حکم نقطه کلیدی را دارد و بررسی آن انگیزه‌ای است برای توضیح بیشتر مطالبی که در پی خواهند آمد.

۱.۱.۳ قانون القای فاراده

مایکل فاراده به نظریه الکترومغناطیسی کمکهای ارزنده‌ای کرده است و یکی از مهمترین کارهای او در این زمینه کشف این نکته است که شار مغناطیسی متغیر با زمان، به هنگام عبور از حلقه بسته رسانایی، جریانی در اطراف آن حلقه تولید می‌کند. شار القای مغناطیسی (یا چگالی شار مغناطیسی)، B، در هر نقطه از سطح باز A، که حلقه رسانایی آن را محاط کرده است (شکل ۱.۳) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Phi_B = \int \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (۱.۳)$$

نیروی محرکه الکتریکی، emf، القا شده که در اطراف حلقه پدید می‌آید با رابطه زیر نشان داده می‌شود

$$\text{emf} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (۲.۳)$$

با وجود این، نباید بیش از حد به موضوع نقش سیمها و جریان و emf پرداختیم. بحث فعلی ما درباره خود میدانهای مغناطیسی و الکتریکی است. در واقع، وجود emf تنها به عنوان نتیجه حضور يك میدان الکتریکی است

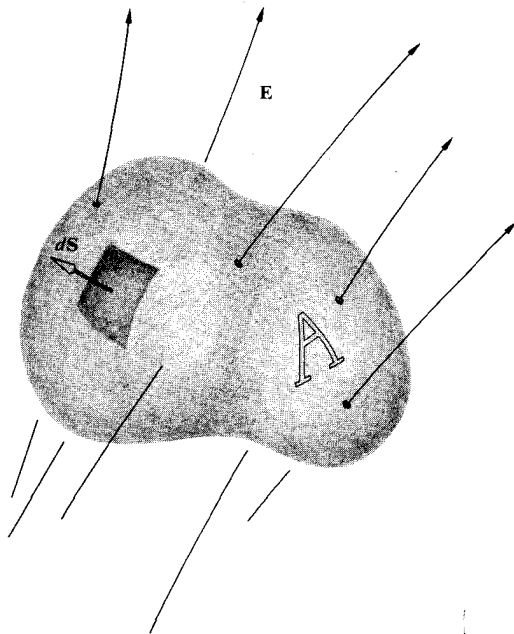
$$\text{emf} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} \quad (۳.۳)$$

این انتگرال در اطراف منحنی بسته C، متناظر با این حلقه محاسبه می‌شود. با مساوی قرار دادن معادلات (۲.۳) و (۳.۳) و با استفاده از معادله (۱.۳) داریم

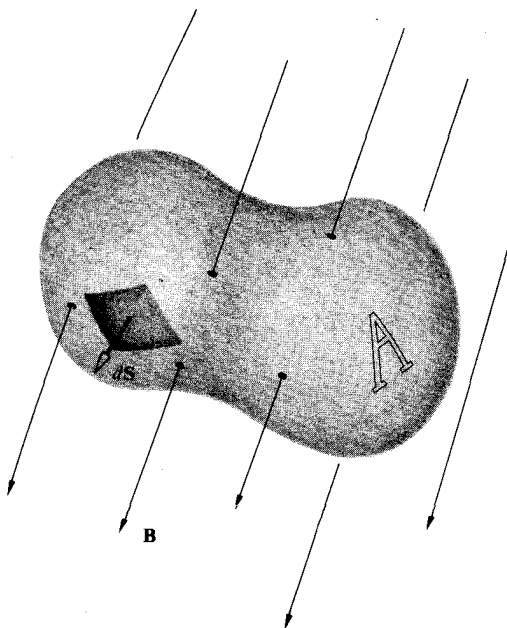
$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = - \frac{d}{dt} \int \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (۴.۳)$$

ما این بحث را با بررسی يك حلقه رسانا آغاز کردیم و به معادله (۴.۳) رسیده‌ایم؛ این عبارت، جز در مورد مسیر C، هیچگونه اشاره‌ای به حلقه فیزیکی نمی‌کند، در واقع، این مسیر می‌تواند کاملاً دلخواه گزیده شود و نیازی نیست که درون رسانا، یا جایی در نزدیکی آن قرار داشته باشد. میدان الکتریکی در معادله (۴.۳) مستقیماً از وجود بارهای الکتریکی ناشی نمی‌شود، بلکه میدان مغناطیسی متغیر با زمان آن را به وجود می‌آورد. اگر هیچگونه بار الکتریکی موجود نباشد که به عنوان چشمه یا چاهک عمل کند، خطوط

میدانهای القای مغناطیسی را می توان برحسب توزیعهای جریانی توصیف کرد. در واقع يك آهنربای ساده را باید همچون حلقه جریانی کوچکی، که در آن خود خطوط **B** پیوسته و بسته اند، در نظر گرفت. بنا براین، باید در هر سطح بسته ای در ناحیه ای از میدان مغناطیسی، تعداد خطوط **B** که به آن وارد و از آن خارج می شوند، برابر باشد (شکل ۴.۳). این وضعیت از عدم حضور تك قطبیهایی



شکل ۳.۳ عبور میدان **E** از يك مساحت بسته **A**.



شکل ۴.۳ عبور میدان **B** از يك سطح لبه **A**.

این عبارت، به خودی خود، عبارت نسبتاً شگفتی است زیرا دلالت بر این نکته دارد که يك میدان مغناطیسی متغیر با زمان يك میدان الکتریکی نیز به همراه خواهد داشت.

۲.۱.۳ قانون گاوس (در میدان الکتریکی)

یکی دیگر از قوانین بنیانی الکترومغناطیس، نام کارل فردرک گاوس (۱۷۷۷-۱۸۵۵/۱۲۳۴-۱۲۵۶) ریاضیدان مشهور آلمانی را بر خود دارد. این قانون، شار شدت میدان الکتریکی را از يك سطح بسته، **A**، به بار کل محصور در آن سطح مربوط می کند

$$\Phi_E = \oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (۶.۳)$$

مفهوم انتگرال دوگانه باعلامت دایره، یادآور بسته بودن این سطح است. بردار $d\mathbf{S}$ در راستای خط عمودی به سوی بیرون است که در شکل ۳.۳ نشان داده شده است. اگر حجمی را که سطح **A** محصور کرده است با V نشان دهیم، و اگر در داخل آن توزیع پیوسته ای از بار الکتریکی با چگالی ρ وجود داشته باشد، در این صورت قانون گاوس چنین است

$$\oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho \, dV \quad (۷.۳)$$

انتگرال سمت چپ، اختلاف میان مقدار شاری را که به هر سطح بسته، **A**، وارد و از آن خارج می شود، نشان می دهد. چنانچه اختلافی وجود داشته باشد، به علت حضور چشمه ها یا چاهکهای میدان الکتریکی در درون **A** است. بنا براین، آشکار است که این انتگرال باید با کل بار الکتریکی محصور شده متناسب باشد. مقدار ثابت ϵ را گذردهی الکتریکی می گویند. در حالت ویژه خلا مقدار گذردهی فضای آزاد، $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$ است. گذردهی يك ماده برحسب ϵ_0 از رابطه زیر به دست می آید

$$\epsilon = K \epsilon_0 \quad (۸.۳)$$

که در آن K ، ثابت دی الکتریک (یا گذردهی نسبی)، و کمیتی بدون بعد است، و در تمام دستگاههای یکا، مقداری یکسان دارد. تأکید بر K ، به خاطر این است که گذردهی مواد نارسانا مانند شیشه، هوا، کوارتز و غیره با سرعت سیر نور در آنها بستگی دارد.

۳.۱.۳ قانون گاوس (در میدان مغناطیسی)

همتای مغناطیس شناخته شده بار الکتریکی وجود ندارد، یعنی تاکنون قطبهای مغناطیسی منزویسی یافته نشده است؛ هر چند که جستجوی گسترده ای در پی آنها، حتی در نمونه های خاک ماه، انجام گرفته است. القای مغناطیسی، **B**، برخلاف میدان الکتریکی نه از يك نوع بار مغناطیسی و اگر، و نه به سوی آن همگرا می شود.

۴.۱.۳ قانون مداری آمپر

معادله دیگری که آن را بسیار به کار خواهیم برد، به آندره ماری آمپر (۱۷۷۵-۱۸۳۶/۱۲۱۵-۱۲۵۴) منسوب است. این قانون که به نام قانون مداری مشهور است، انتگرال خطی \mathbf{B} مماس بر منحنی بسته C را به کل جریان i که از درون مرزهای منحنی C می‌گذرد مربوط می‌کند

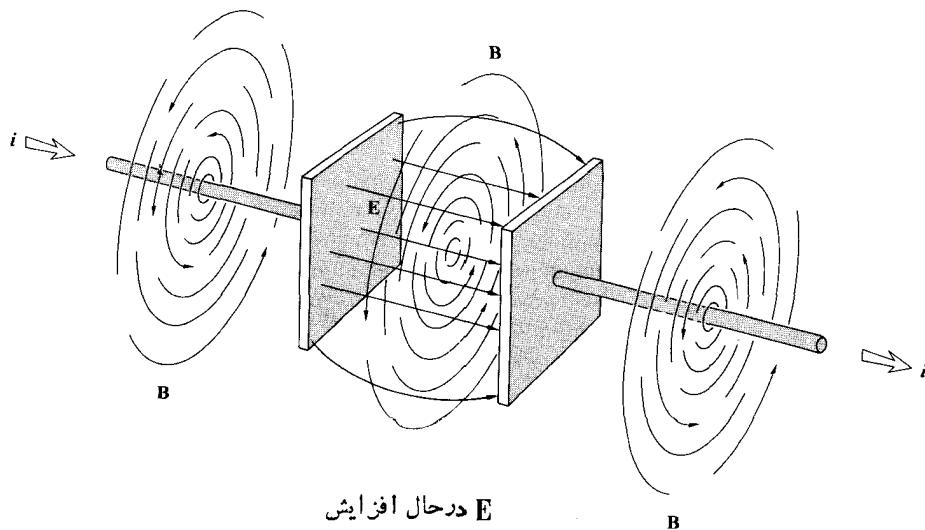
$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{L} = \mu \iint_A \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \mu i \quad (۱۰.۳)$$

سطح باز A را منحنی C محدود می‌کند و \mathbf{J} جریان بر واحد مساحت است (شکل ۵.۳). کمیت μ تراوایی مغناطیسی آن محیط خاص است. در خلا، $\mu = \mu_0$ (تراوایی مغناطیسی فضای آزاد) است که برای آن مقدار $4\pi \times 10^{-7} \text{ N s}^2 \text{ C}^{-2}$ به دست آمده است. در اینجا هم مانند معادله (۸.۳)

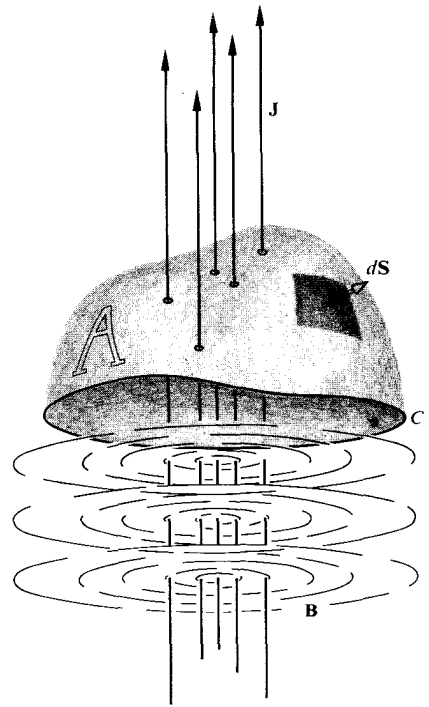
$$\mu = K_m \mu_0 \quad (۱۱.۳)$$

که در آن K_m ، تراوایی مغناطیسی نسبی، وبدون بعد است. گرچه غالباً معادله (۱۰.۳) کافی است، اما تمامی حقیقت را نشان نمی‌دهد. بارهای متحرک، تنها چشمه یک میدان مغناطیسی نیستند. این مطلب آنجا آشکار می‌شود که در هنگام بارداری واپاری یک خازن، می‌توان یک میدان \mathbf{B} ، را در ناحیه بین صفحات آن اندازه‌گیری کرد (شکل ۶.۳). این میدان از میدانسی که در اطراف سیمها وجود دارد، حتی اگر واقعاً جریانی از خازن عبور نکند، غیرقابل تشخیص است. باوجود این، باید توجه کرد که اگر A مساحت هر کدام از صفحات و Q بار روی آن باشد، آنگاه

$$E = \frac{Q}{\epsilon A}$$



شکل ۶.۳ میدان \mathbf{B} ملازم یک میدان متغیر زمانی \mathbf{E} در فاصله میان دو صفحه یک خازن.



شکل ۵.۳ چگالی جریان در داخل یک سطح باز A .

در داخل یک حجم بسته ناشی می‌شود. شار القای مغناطیسی، Φ_B ، از میان چنین سطحی صفر است، و هم‌ارز مغناطیسی قانون گاوس، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Phi_B = \oiint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (۹.۳)$$

اگر بار تغییر کند، میدان الکتریکی نیز تغییر می‌کند و

$$\epsilon \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{i}{A}$$

به‌طور مؤثری يك چگالی جریانی است. ماکسول، وجود چنین سازوکاری را فرض کرد و آن را چگالی جریان جابجایی^۱ نامید، که آن را با رابطه زیر تعریف می‌کند

$$\mathbf{J}_D \equiv \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (۱۲.۳)$$

بیان دوباره قانون آمپر به‌شکل

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{L} = \mu \iint_A \left(\mathbf{J} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (۱۳.۳)$$

از بزرگترین خدمات ماکسول در این زمینه بود. این رابطه نشان داد که حتی اگر $\mathbf{J} = 0$ ، يك میدان متغیر زمانی، \mathbf{E} ، همراه میدان \mathbf{B} خواهد بود (شکل ۷.۳).

۵.۱.۳ معادلات ماکسول

به‌مجموعه عبارتهای انتگرالی که معادلات (۵.۳)، (۷.۳)، (۹.۳) و (۱۳.۳) نمایانگر آنها هستند، معادلات ماکسول می‌گویند. یادآوری می‌کنیم که این معادلات تعمیمهای نتایج تجربی‌اند. ساده‌ترین بیان معادلات ماکسول، بر رفتار میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در فضای آزاد حاکم است که در آن $\epsilon = \epsilon_0$ ، $\mu = \mu_0$ ؛ و ρ و \mathbf{J} هر دو صفرند. در چنین حالتی

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = - \iint_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (۱۴.۳)$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{L} = \mu_0 \epsilon_0 \iint_A \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (۱۵.۳)$$

$$\oiint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (۱۶.۳)$$

$$\oiint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (۱۷.۳)$$

مشاهده می‌کنیم که به‌استثنای يك ضریب عددی، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در این معادلات با تقارن قابل ملاحظه‌ای ظاهر می‌شوند. هر قدر \mathbf{E} بر \mathbf{B} تأثیر بگذارد، \mathbf{B} هم به‌نوبه خود بر \mathbf{E} اثر خواهد گذاشت. تقارن ریاضی به‌میزان نسبتاً زیادی نمایانگر تقارن فیزیکی است.

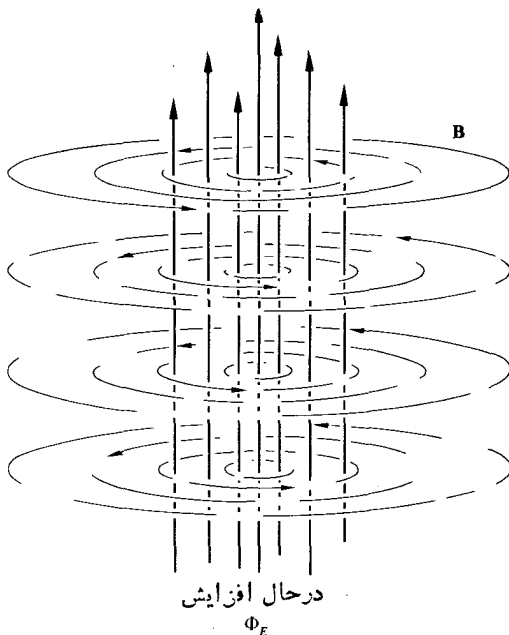
۱. کلمات و ایده‌های خود ماکسول را در این مورد، بک در مقاله‌ای بررسی کرده است؛ ر.ک

معادلات ماکسول را می‌توان به صورت دیفرانسیلی، که تا اندازه‌ای برای اهداف ما مفیدتر خواهند بود، نوشت. محاسبه مقتضی در پیوست ۱ انجام گرفته است و معادلات حاصل برای فضای آزاد، در مختصات دکارتی، چنین‌اند

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t} \quad (۱) \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (۲) \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_z}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (۳) \end{aligned} \right\} \quad (۱۸.۳)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial B_x}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (۱) \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (۲) \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_z}{\partial y} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (۳) \end{aligned} \right\} \quad (۱۹.۳)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (۲۰.۳)$$



شکل ۷.۳ يك میدان، \mathbf{E} ، متغیر نسبت به‌زمان. در اطراف هر نقطه‌ای که در آنجا Φ_E متغیر است، میدان \mathbf{B} حلقه‌های بسته تشکیل می‌دهد.

ثابت نیست و در نتیجه میدان القایی \mathbf{B} تابع زمان است. میدان متغیر نسبت به زمان، \mathbf{B} ، يك میدان \mathbf{E} تولید می کند، معادله (۱۴.۳) یا (۱۸.۳)، و این فرایند با \mathbf{E} و \mathbf{B} که باهم جفت شده اند، به شکل يك تپ ادامه پیدا می کند. با تغییر يك میدان، میدان جدیدی تولید می شود که اندکی بیشتر گسترش می یابد و بنا براین، این تپ از يك نقطه در فضا به نقطه دیگر حرکت می کند.

با تشبیه خطوط میدان به يك توزیع چگال ریسمانها، می توانیم يك تصویر کاملاً مکانیکی، اما نمایانتر ارائه دهیم. هنگامی که يك ریسمانی به نحوی کشیده شود، و امی پیچد تا اعوجاجی تشکیل دهد که از چشمه به سوی خارج حرکت می کند. همه این پیچ و تابها در هر لحظه باهم ترکیب می شوند و تپی سه بعدی در حال گسترش به دست می دهند.

مناسبت آن است که میدانهای \mathbf{E} و \mathbf{B} را همچون دوجنبه يك پدیده واحد فیزیکی، میدان الکترومغناطیسی، که چشمه آن باری متحرك است، بدانیم. آشفتگی، که پیشتر در میدان الکترومغناطیسی ایجاد شده بود، موج لگام گسیخته ای است که بر فرا سوی چشمه خود و مستقل از آن، حرکت می کند. میدانهای الکتریکی و مغناطیسی با تغییر زمانی که همچون وجودی واحد به هم وابسته اند، در چرخه ای بی پایان یکدیگر را تولید می کنند. امواج الکترو-مغناطیسی که از مرکز نسبتاً نزدیک کهکشان خودمان به ما می رسند، مدت ۳۰۰۰۰ سال در راه بوده اند.

هنوز به راستای انتشار موج نسبت به میدانهای سازنده اش توجهی نکرده ایم. اما توجه کنید که درجه بالای تقارن معادلات ماکسول در فضای آزاد بر این مطلب اشاره دارد که آشفتگی در راستایی که نسبت به هر دو میدان \mathbf{E} و \mathbf{B} متقارن است منتشر خواهد شد. این موضوع دلالت بر آن دارد که يك موج الکترومغناطیسی نمی تواند صرفاً طولی باشد (یعنی تا هنگامی که \mathbf{E} و \mathbf{B} موازی نیستند). اکنون گمان زنی را به کناری می نهیم و به اندکی محاسبه می پردازیم.

در پیوست ۱ نشان خواهیم داد که معادلات ماکسول را، برای فضای آزاد می توان به صورت دو عبارت برداری خیلی ساده در آورد

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad [\text{پ } ۲۶.۱]$$

و

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad [\text{پ } ۲۷.۱]$$

لاپلاسی، ∇^2 ، روی هر کدام از مؤلفه های \mathbf{E} و \mathbf{B} عمل می کند، به طوری که دو معادله برداری در واقع نماینده شش معادله

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (۲۱.۳)$$

به این ترتیب از فرمول بندی معادلات ماکسول بر حسب انتگرالها روی نواحی متناهی، به بیان دوباره ای بر حسب مشتقات نقاط فضا، رسیده ایم.

اکنون تمامی آنچه را که برای درک این فرایند با شکوه ضروری است، در اختیار داریم؛ به موجب آن فرایند، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، این زوج جدانا پذیر و حامی متقابل یکدیگر، همچون يك کل واحد، آزاد از بارها و جریانه ها، بدون ماده و اثر، انتشار می یابند.

۲.۳ امواج الکترومغناطیسی

مشتق گیری کامل، و از لحاظ ریاضی دقیق، از معادله موج الکترو-مغناطیسی را به پیوست ۱ واگذار کرده ایم. در اینجا مدتی را صرف کاری خواهیم کرد که به همان اندازه مهم است، و آن گسترش درکی شهودیت از فرایندهایی فیزیکی است که با آنها سروکار داریم. به آسانی می توانیم سه موضوع را، که از آنها باید تصویر کیفی بسازیم، مشاهده کنیم؛ آنها عبارت اند از برهم عمود بودن این میدانها، تقارن معادلات ماکسول، و وابستگی درونی \mathbf{E} و \mathbf{B} در آن معادلات.

به زودی در هنگام مطالعه الکتريسيته و مغناطيس، به وجود چند رابطه پی می بریم که از راه حاصل ضرب برداری یا، به زبانی دیگر، بنا بر قواعد راستگرد توصیف می شوند. به سخی دیگر، رویدادی از هر نوع، پاسخی مربوط و در امتداد قائم بر آن رویداد به وجود می آورد. آنچه که بلافاصله از این مطلب استنباط می شود این است که در واقع يك میدان متغیر نسبت به زمان، \mathbf{E} ، يك میدان \mathbf{B} تولید می کند که همه جا بر راستای تغییر \mathbf{E} عمود است (شکل ۷.۳). به همین ترتیب، يك میدان متغیر نسبت به زمان، \mathbf{B} ، يك میدان \mathbf{E} ایجاد می کند که همه جا بر راستای تغییر \mathbf{B} عمود است (شکل ۲.۳). بنابراین، باید بتوانیم ماهیت عام عرضی میدانهای \mathbf{E} و \mathbf{B} را در يك آشفتگی الکترومغناطیسی پیش بینی کنیم.

اکنون باری را در نظر می گیریم که به دلیلی از حالت سکون به حرکت درمی آید و شتاب می گیرد. وقتی که این بار بی حرکت باشد، يك میدان الکتريکی شعاعی و یکنواخت که تا بینهایت گسترده است با آن همراه می شود. در لحظه ای که بار آغاز به حرکت می کند، میدان \mathbf{E} در مجاورت آن تغییر می کند و این تغییر با سرعتی متناهی در فضا منتشر می شود. میدان الکتريکی متغیر نسبت به زمان، يك میدان مغناطیسی را از طریق معادله (۱۵.۳) یا معادله (۱۹.۳) القا می کند. اما بار در حال شتاب گرفتن است، خود $\partial \mathbf{E} / \partial t$

«این سرعت (یعنی پیشگویی نظری او) چندان به سرعت نور نزدیک است که به نظر می‌رسد برای استنتاج این نکته که خود نور شامل تابش گرمایی یا هر تابش دیگری که وجود دارد) يك آشفتگی الکترومغناطیسی به شکل امواجی است که از طریق میدان الکترومغناطیسی مطابق قوانین الکترومغناطیسی انتشار می‌یابد، دلایل محکمی در دست داشته باشیم.»

این تحلیل درخشان یکی از پیروزیهای بزرگ تفکر در تمام دورانها بود. مرسوم است که سرعت نور را در خلأ با علامت c نشان می‌دهند و مقداری که فعلاً برای آن پذیرفته شده

$$c = 299\,979\,245\,62 \pm 10^8 \text{ m/s} \pm 11 \text{ m/s}$$

است.

ماهیت عرضی نور که به طور تجربی تأیید شده است، اکنون باید در زمینه نظریه الکترومغناطیسی تشریح شود. برای این کار، حالت نسبتاً ساده يك موج تخت را که در راستای مثبت x انتشار می‌یابد، در نظر می‌گیریم. شدت میدان الکتریکی يك جواب از معادله (پ ۲۶.۱) است که در آن \mathbf{E} يك مقدار ثابت روی هر يك از صفحات بی‌شماری است که بر محور x عمودند. بنابراین \mathbf{E} تنها تابعی از x و t است، یعنی $\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, t)$. اکنون به معادلات ماکسول و به ویژه به معادله (۲۱.۳) (که عموماً دیوژانس \mathbf{E} مساوی صفر خوانده می‌شود) برمی‌گردیم. چون \mathbf{E} تابع y یا z نیست، آن معادله به معادله زیر تبدیل می‌شود

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \quad (25.3)$$

مؤلفه میدان الکتریکی در راستای x ، یعنی در راستای انتشار، مقدار ثابتی است. بنابراین به بحث ما ارتباطی ندارد، زیرا فقط موج الکترومغناطیسی است که مورد نظر ماست، و هر میدان نامتغیری که ممکن است در ناحیه‌ای از فضا ماندگار باشد، مورد توجه ما نیست. پس میدان \mathbf{E} که همراه موج تخت است، منحصرراً عرضی است. بدون اینکه از کلیت مطلب کاسته شود، به امواج قطبیده خطی یا تخت خواهیم پرداخت، که در این حالت راستای ارتعاش بردار \mathbf{E} ثابت است. از اینرو می‌توانیم محورهای مختصات خود را به سویی متوجه کنیم که میدان الکتریکی موازی محور y باشد، و از آنجا

$$\mathbf{E} = \hat{j} E_y(x, t) \quad (26.3)$$

بمراجعة به معادله (۱۸.۳)، نتیجه می‌شود که

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (27.3)$$

نرده‌ای اند. دوتا از این عبارتها، در مختصات دکارتی چنین است

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (22.3)$$

و

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (23.3)$$

برای E_x ، B_x ، B_y و B_z نیز دقیقاً عبارات مشابهی وجود دارد. معادلاتی از این دست، که وردشهای فضایی و زمانی چند کمیت فیزیکی را به هم مربوط می‌کنند، از مدت‌ها پیش موضوع کارهای ماکسول بوده و به عنوان توصیفگر پدیده‌های موجی شناخته شده‌اند. بنابراین هر کدام از مؤلفه‌های میدان الکترومغناطیسی $(E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z)$ از معادله موج دیفرانسیلی نرده‌ای پیروی می‌کند

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad [59.2]$$

به شرط آنکه

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (24.3)$$

برای ارزیابی v ، ماکسول از نتایج تجربه‌هایی که در سال ۱۸۵۶/۱۲۳۵ در لایپزیک به وسیله ویلهلم ویر (۱۱۹۱-۱۱۸۳/۱۸۹۱-۱۸۰۴) و رودلف کهلرولش^۱ (۱۱۸۸-۱۱۵۸/۱۸۵۸-۱۸۰۹)، سود جست. بیان معادل این کار او چنین است که چون μ_0 دارای مقدار $4\pi \times 10^{-7} \text{ mkg/C}^2$ (در MKS) است، می‌توان ϵ_0 را مستقیماً از روی اندازه‌گیریهای ساده خازن مشخص کرد. در هر حال

$$\epsilon_0 \mu_0 \approx (8.85 \times 10^{-12} \text{ s}^2 \text{C}^2 / \text{m}^2 \text{kg}) \times (4\pi \times 10^{-7} \text{ mkg/C}^2)$$

یا

$$\epsilon_0 \mu_0 \approx 1.112 \times 10^{-18} \text{ s}^2 / \text{m}^2$$

و حقیقت این است که در فضای آزاد، سرعت پیش‌بینی شده تمامی امواج الکترومغناطیسی عبارت است از

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

این اندازه نظری سرعت، با اندازه سرعت نور (315300 km/s) که توسط فیزو تعیین شده بسود مطابقت چشمگیری داشت. نتایج تجربیاتی که فیزو در سال ۱۸۴۹/۱۲۲۸ با استفاده از يك چرخ دندانه‌دار چرخان به دست آورد، در دسترس ماکسول قرار گرفت و او را به تفسیر زیر رهنمون شد.

موجی شکل را بر حسب امواج سینوسی بیان کرد. بنا براین، بحث را به امواج هماهنگ محدود می‌کنیم و $E_y(x, t)$ را چنین می‌نویسیم

$$E_y(x, t) = E_{0y} \cos \left[\omega \left(\frac{t-x}{c} \right) + \varepsilon \right] \quad (28.3)$$

که در آن c سرعت انتشار است. چگالی شار مغناطیسی وابسته به آن، از انتگرال گیری مستقیم معادله (۲۷.۳) به دست می‌آید

$$B_z = - \int \frac{\partial E_y}{\partial x} dt$$

با استفاده از معادله (۲۸.۳)

$$B_z = - \frac{E_{0y} \omega}{c} \int \sin \left[\omega \left(\frac{t-x}{c} \right) + \varepsilon \right] dt$$

یا

$$B_z(x, t) = \frac{1}{c} E_{0y} \cos \left[\omega \left(\frac{t-x}{c} \right) + \varepsilon \right] \quad (29.3)$$

ثابت انتگرال گیری، که نشانگر يك میدان مستقل از زمان است، در نظر گرفته نشده است. از مقایسه این نتیجه با معادله (۲۸.۳) نتیجه می‌شود که

$$E_y = c B_z \quad (30.3)$$

چون اختلاف E_y و B_z فقط در يك ضریب عددی است، و بنا براین وابستگی زمانی آنها یکی است، \mathbf{E} و \mathbf{B} در تمامی نقاط فضا همگامند. افزون براین

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{j}} E_y(x, t)$$

و

$$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{k}} B_z(x, t)$$

متقابلاً، برهم عمودند و حاصلضرب برداری آنها، $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ، در راستای انتشار، $\hat{\mathbf{i}}$ ، است (شکل ۹.۳).

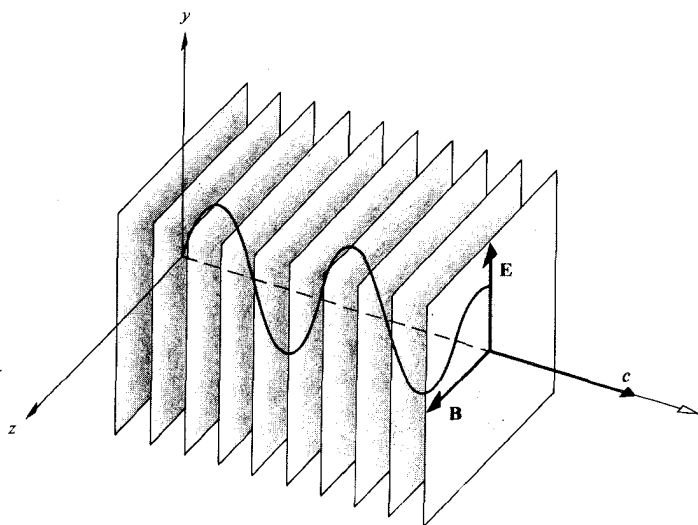
گرچه امواج تخت از اهمیت فراوانی برخوردارند، اما تنها جوابهای معادلات ماکسول نیستند. همانطور که در فصل پیش دیدیم، معادله دیفرانسیل موج می‌تواند جوابهای زیادی داشته باشد، که امواج استوانه‌ای و کروی هم در بین آنها هستند (شکل ۱۰.۳).

۳.۳ محیط نارسانا

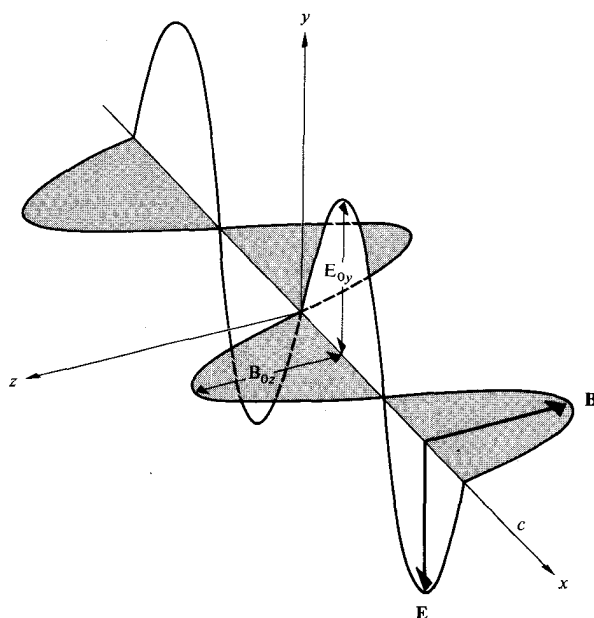
پاسخ مواد دی‌الکتریک یا نارسانا به میدانهای الکترومغناطیسی. برای ما در نورشناخت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. البته

B_y و B_x ثابت‌اند، و بنا براین در حال حاضر مورد توجه ما نیستند. میدان وابسته به زمان \mathbf{B} ، تنها می‌تواند مؤلفه‌ای در راستای محور z داشته باشد. پس آشکار است که در فضای آزاد، موج تخت الکترومغناطیسی واقعاً عرضی است (شکل ۸.۳).

در مورد شکل آشفتگی، جز اینکه بگوییم يك موج تخت است، چیز دیگری را مشخص نکرده‌ایم. بنا براین، نتیجه گیریهایی ماکاملاً کلی‌اند، که به خوبی در مورد تپها یا امواج پیوسته کاربرد دارند. پیش از این، اشاره کرده‌ایم که توابع هماهنگ مورد توجه ویژه هستند، زیرا با استفاده از شیوه‌های فوری، می‌توان هر پدیده



شکل ۸.۳ پیکربندی میدان در يك موج الکترومغناطیسی هماهنگ تخت.



شکل ۹.۳ میدانهای هماهنگ عمود برهم \mathbf{E} و \mathbf{B} .

که در آن K_e ، ثابت دی‌الکتریک ایستا است. به‌طوری‌که در جدول ۱۰۳ نشان داده شده است، این رابطه تنها برای چند گاز ساده کارایی دارد. این مشکل از آنجا ناشی می‌شود که K_e ، و در نتیجه n ، در واقع به‌سامد بستگی دارند. بستگی n به طول موج (یا رنگ) نور اثری است که پاشندگی نامیده می‌شود. در واقع سراساک نیوتون حدود ۳۰۰ سال پیش، از منشورها برای پاشاندن

جدول ۱۰۳ رابطه ماکسول.

گازها در ۵°C و فشار يك اتمسفر

ماده	$\sqrt{K_e}$	n
هوا	۱۰۰۰۰۲۹۴	۱۰۰۰۰۲۹۳
هلیوم	۱۰۰۰۰۰۳۴	۱۰۰۰۰۰۳۶
هیدروژن	۱۰۰۰۰۱۳۱	۱۰۰۰۰۱۳۲
دی‌اکسید کربن	۱۰۰۰۰۰۴۹	۱۰۰۰۰۰۴۵

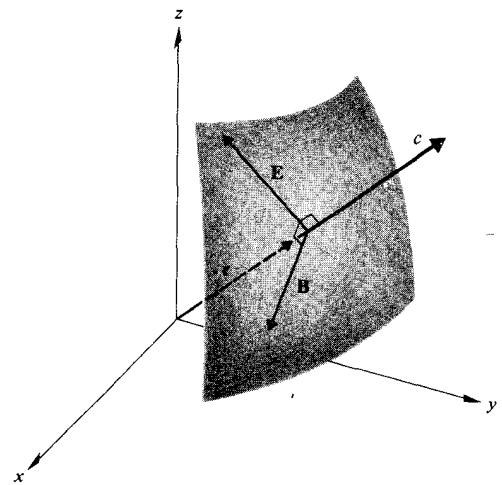
مایعات در ۲۰°C

ماده	$\sqrt{K_e}$	n
بنزن	۱۰۵۱	۱۰۵۰۱
آب	۸۰۹۶	۱۰۳۳۳
اتانول (الکل اتیلیک)	۵۰۰۸	۱۰۳۶۱
تتراکلرید کربن	۴۰۶۳	۱۰۴۶۱
دی‌سولفید کربن	۵۰۰۴	۱۰۶۲۸

جامدات در دمای معمولی اتاق

ماده	$\sqrt{K_e}$	n
الماس	۴۰۶	۲۰۴۱۹
کهر با	۱۰۶	۱۰۵۵
سیلیکات گداخته	۱۰۹۴	۱۰۴۵۸
کلرید سدیم	۲۰۳۷	۱۰۵۰

مقادیر K_e با پایینترین بسامدهای ممکن متناظر است؛ در بعضی حالات بسامد تا ۶۰Hz پایین است، به‌طوری‌که n حدود $۱۰۵\text{Hz} \times ۰.۵$ اندازگی می‌شود. نور به کار رفته، نور سدییم D ($\lambda = ۵۸۹۰۲۹\text{ nm}$) بوده است.



شکل ۱۰۳ بخشی از يك جبهه موج کروی در فاصله‌ای دور از چشمه.

گذشته از اقیانوس هوایی که ما را در بر گرفته است، به دی‌الکتریکهای شفاف به‌شکل عدسیها، منشورها، تیغه‌های متوازی-السطوح، پوسه‌ها و مانند اینها، خواهیم پرداخت. اثر کلی وارد کردن يك دی‌الکتریک همسانگرد و همگن در ناحیه‌ای از فضای آزاد، تغییر ϵ_0 به ϵ و μ_0 به μ در معادلات ماکسول است. سرعت فاز در این محیط چنین می‌شود

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (۳۱.۳)$$

نسبت سرعت موج الکترومغناطیسی در خلأ به سرعت آن در ماده را ضریب شکست مطلق، n ، می‌گویند که از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$n \equiv \frac{c}{v} \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} \quad (۳۲.۳)$$

که n ، بر حسب گذردهی الکتریکی نسبی و تراوایی مغناطیسی نسبی محیط، به دست می‌آید

$$n = \sqrt{K_e K_m} \quad (۳۳.۳)$$

جز مواد فرومغناطیسی، اکثریت عمده مواد، از خاصیت مغناطیسی ضعیفی برخوردارند؛ و هیچیک از آنها واقعاً نامغناطیسی نیست. با این وجود، عموماً K_m بیش از کسر کوچکی در $۱۰^۴$ از واحد منحرف نمی‌شود (مثلاً برای الماس $K_m = ۱ - ۲۰۲ \times ۱۰^{-۵}$). با نشان دادن $K_m = ۱$ در رابطه مربوط به n ، عبارت معروف به رابطه ماکسول به دست می‌آید

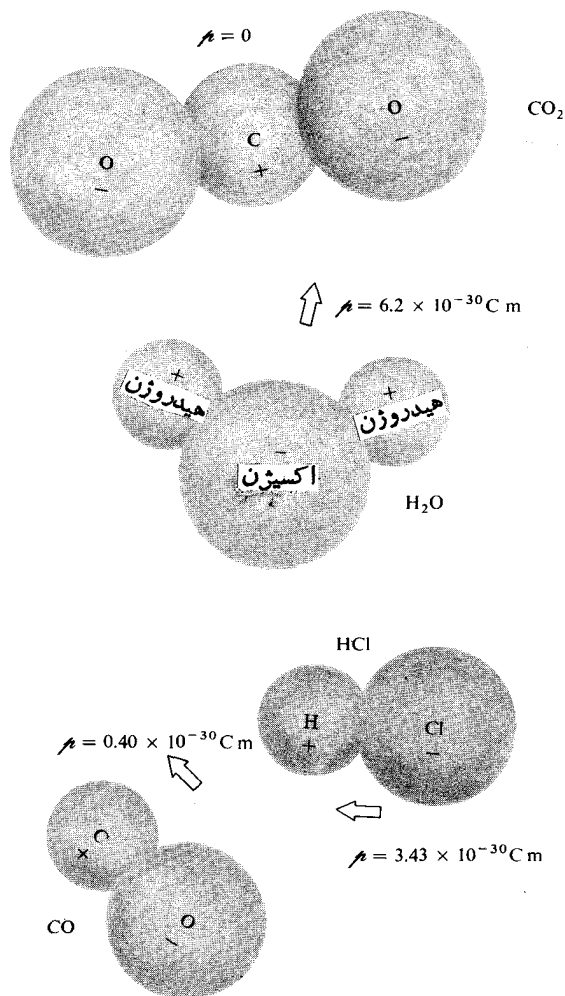
$$n = \sqrt{K_e} \quad (۳۴.۳)$$

داخلی آن تحت تأثیر این میدان، و امی پیچد. این پدیده به تولید گشتاورهای دو قطبی الکتریکی، که به نوبه خود در میدان درونی کل سهیم اند، مربوط است. به عبارت ساده تر میدان خارجی، بارهای منفی و مثبت را در داخل ماده از هم جدا می کند (که هر زوج از آنها یک دو قطبی تشکیل می دهد) و اینها به نوبه خود، یک میدان مؤلفه ای اضافی به وجود می آورند. گشتاور دو قطبی بر آیند بر واحد حجم، قطبش الکتریکی، P ، نامیده می شود. در مورد بیشتر مواد، P و E با هم متناسب اند و می توانند به طور رضایت بخشی طبق رابطه زیر بایکدیگر ارتباط یابند

$$(ε - ε_0)E = P \quad (۳۵.۳)$$

ساز و کار توزیع دوباره بار و قطبش حاصل از آن، می تواند به شیوه زیر روی دهد. مولکولهایی وجود دارند که در اثر شرکت نابرابر الکترونها ی ظرفیت، دارای گشتاور دو قطبی دائمی اند. این مولکولها را مولکولهای قطبی می نامند، که مولکول غیر خطی آب یک نمونه دقیق از این نوع است (شکل ۱۱.۳). هر پیوند هیدروژن-اکسیژن، که در آن هیدروژن انتهای نسبت به اکسیژن انتهایی مثبت باشد یک کووالانس قطبی است. اغتشاش گرمایی باعث می شود که دو قطبیهای مولکولی سمگگیری کتره ای داشته باشند. با وارد کردن یک میدان الکتریکی، دو قطبیهای در یک خط قرار می گیرند و دی الکتریک یک قطبش سمتی اختیار می کند. در مورد مولکولها و اتمهای غیر قطبی، میدان اعمال شده بر الکترونی را و امی پیچاند، آن را نسبت به هسته جابجا می کند، و در نتیجه یک گشتاور دو قطبی پدید می آورد. علاوه بر این قطبش الکترونی، فرایند دیگری نیز وجود دارد که به ویژه برای مولکولهایی مانند بلور یونی نمک طعام قابل اعمال است. در حضور یک میدان الکتریکی، یونهای مثبت و منفی نسبت به هم تغییر مکان می دهند. بنا بر این، گشتاورهای دو قطبی القا می شوند، که نتیجه آن همان چیزی است که قطبش یونی یا اتمی نامیده می شود.

اگر دی الکتریک تحت تأثیر یک موج هماهنگ الکتر و مغناطیسی فرودی قرار گیرد، ساختار بار داخلی آن، تحت تأثیر نیروهای متغیر نسبت به زمان و یا گشتاورهای نیرو با مؤلفه میدان الکتریکی موج متناسب خواهند بود. در مورد دی الکتریکهای قطبی، در واقع مولکولها، تحت تأثیر چرخشهای سریع قرار می گیرند که در نتیجه خود را با میدان $E(t)$ در یک خط قرار می دهند. اما این مولکولها نسبتاً بزرگ اند و دارای گشتاورهای لختی قابل ملاحظه ای هستند. در بسامدهای محرکه بالا، ω ، مولکولهای قطبی نمی توانند تناوبهای میدان را دنبال کنند. از مشارکت آنها در ایجاد P کاسته خواهد شد و K به طور محسوسی افت خواهد کرد. گذردهی الکتریکی



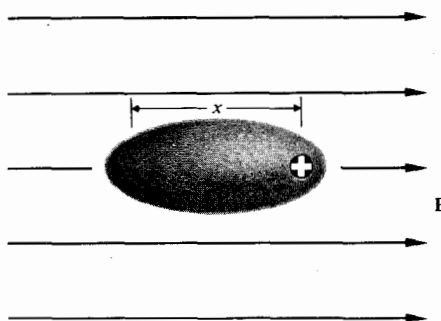
شکل ۱۱.۳ مولکولهای دسته بندی شده و گشتاورهای دو قطبی آنها.

نور سفید به رنگهای سازنده اش، سود برد؛ و در آن موقع، هر چند این پدیده را خوب درک نکردند، اما آن را به خوبی شناختند. در اینجا دو پرسش، با ارتباطی درونی، در ذهن مطرح می شوند: (۱) شالوده فیزیکی بستگی n به بسامد چیست؟ (۲) سازوکاری که به موجب آن سرعت فاز در یک محیط به طور مؤثری با سرعت نور c ، تفاوت می کند، چیست؟ می توان پاسخهای این دو پرسش را با بررسی برهم کنش موج الکتر و مغناطیسی تاییده با آرایسه اتمهای سازنده ماده دی الکتریک پیدا کرد.

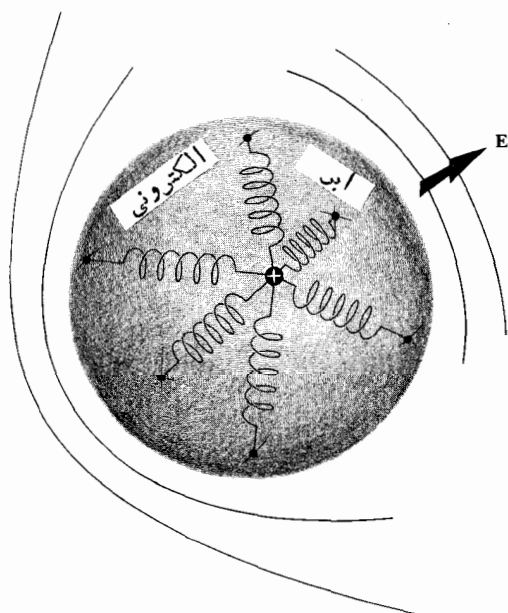
۱.۳.۳ پاشندگی

وقتی میدانی الکتریکی بر یک دی الکتریک تأثیر کند، توزیع بار

۱. نیروهای ناشی از مؤلفه مغناطیسی میدان، در مقایسه با رابطه $F_E = qE$ ، در مورد مؤلفه الکتریکی، به شکل $F_M = qv \times B$ است، اما $v \ll c$ و از معادله (۳۵.۳) نتیجه می شود که F_M ، عموماً چشم پوشیدنی است.



شکل ۱۲.۳ (الف) واپیچش يك ابر الکترونی در اعمال يك میدان الکتریکی.



شکل ۱۲.۳ (ب) نمونه نوسانگر مکانیکی.

سپس آن را در معادله قبلی می‌نشانیم تا دامنه x را ارزیابی کنیم، در این صورت

$$x(t) = \frac{q_e/m_e}{(\omega_0^2 - \omega^2)} E_0 \cos \omega t$$

یا

$$x(t) = \frac{q_e/m_e}{(\omega_0^2 - \omega^2)} E(t)$$

بدون يك نیروی رانشی (موج فرودی وجود ندارد) نوسانگر

نسبی آب در 80 Hz تا تقریباً 10^{10} Hz نسبتاً ثابت است، و پس از آن، با سرعت زیادی نزول می‌کند.

در مقابل، الکترونها لختی اندکی دارند و می‌توانند سهم دادن میدان را به $K_e(\omega)$ ، حتی در بسامدهای نوری (حدود $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$) دنبال کنند. بنابراین تأثیر متقابل ساز و کارهای قطبش الکتریکی گوناگون که در بسامد ویژه‌ای شرکت می‌کنند، بر وابستگی n به ω حاکم است.

می‌توان عبارتی تحلیلی، بر حسب آنچه که در داخل ماده در تراز اتمی اتفاق می‌افتد، برای $n(\omega)$ استخراج کرد. با وجودی که این مطلب در حوزه مکانیک کوانتومی است، بررسی کلاسیکی آن نیز به نتایج بسیار مشابهی منجر می‌شود و انجام این کار مدلی بسیار مفید و مفهومی به دست می‌دهد. در واقع هنگامی که بازتابش، شکست، پراش و پدیده‌های بسیار دیگری را بررسی می‌کنیم، این مدل را بارها و بارها مطرح خواهیم کرد. فرض کنید الکترونهاى ظرفیت یابیر و نیترونها از راه نیروی برگرداننده کشسانی، $(-m_e \omega_0^2 x)$ ، که با جابجایی، x ، الکترونها از وضعیت تراز مند متناسب است، به اتمها یا مولکولهای مربوط به خودشان، وابسته باشند. پس این اتم، شبیه يك نوسانگر واداشته کلاسیکی است که به وسیله يك میدان متناوب $E(t)$ ، که فرض می‌کنیم در امتداد راستای x اعمال شده است، رانده می‌شود. شکل ۱۲.۳ ب نمایشی مکانیکی از چنین نوسانگری در يك محیط همسانگرد است که در آن لایه بار منفی توسط فنرهای یکسانی به يك هسته مثبت ساکن محکم می‌شود. نیروی (F_E) وارد بريسک الکترون با بار q_e از جانب میدان، $E(t)$ ، مربوط به يك موج هماهنگ با بسامد ω ، چنین است

$$F_E = q_e E(t) = q_e E_0 \cos \omega t$$

در نتیجه معادله حرکت از قانون دوم نیوتون به دست می‌آید، یعنی مجموع نیروهای وارد با حاصل ضرب جرم و شتاب برابر است

$$q_e E_0 \cos \omega t - m_e \omega_0^2 x = m_e \frac{d^2 x}{dt^2}$$

ثابت ω_0 بسامد طبیعی نوسانگر است که برابر جذر نسبت ثابت کشسانی به جرم است. و این بسامد نوسانی سیستم تحریک نشده است. برای اقناع این عبارت، باید x تابعی باشد که مشتق دوم آن با خود x چندان تفاوتی نداشته باشد. افزون بر این، می‌توانیم پیش‌بینی کنیم که الکترون با همان بسامد $E(t)$ نوسان خواهد کرد و بنا بر این جواب زیر را «حس» می‌زنیم

$$x(t) = x_0 \cos \omega t$$

۱. جهت مطالعه جزئیات بیشتری در این مورد، ر ک

گسیل کند یا درآشامد. جملات r_f ، که شرط $\sum r_f = 1$ را برآورده می کنند، ضرایب وزنی به نام قددهای نوسانگر هستند. این قدرتها تأکیدی را که باید روی هر يك از امدها جایگزین شود، نشان می دهند. از آنجا که جملات r_f معیاری برای درستنمایی وقوع يك گذار اتمی مشخص هستند، احتمالات گذری، نیز نامیده می شود.

از آنجا که توافق با داده های تجربی طلب می کند که جملات r_f کمتر از واحد باشند، تفسیر دوباره مشابهی از آنها، حتی به طور کلاسیک، ضروری است. این موضوع آشکارا با تعریف r_f که به معادله (۳۶.۳) منجر شد، متناقض است. در این صورت این فرض پیش می آید که يك مولکول مدهای نوسانی فراوانی دارد که هر کدام از آنها دارای يك بسامد يك شدت طبیعی مجزا است.

دقت کنید که وقتی ω با هر کدام از بسامدهای مشخصه برابر باشد، برخلاف مشاهدات واقعی، n ناپیوسته است. این اختلاف، فقط نتیجه نادیده گرفتن جمله مربوط به میرایی است که باید در مخرج حاصل جمع بالا، ظاهر می شد. ضمناً، میرایی هنگامی تا اندازه ای به افت انرژی قابل اسناد است که نوسانگرهای واداشته (که البته عبارت انداز بارهای شتاب دهنده)، دوباره انرژی الکترومغناطیسی تابش کنند. در جامدات، مایعات، و گازها در فشار زیاد (تقریباً 10^3 اتمسفر)، فواصل بین اتمی تقریباً ده بار کمتر از فواصل بین اتمی يك گاز در دما و فشار استاندارد، STP، است. در این همجواری نسبتاً نزدیک، اتمها و مولکولها، برهم کنشهای دوجانبه قوی و در نتیجه يك نیروی «مالشی» را تجربه می کنند. نتیجه حاصل يك میرایی در نوسانگرها و اتلاف انرژی آنها در درون ماده، به شکل گرم است (حرکت مولکولسی). فرایند اخیر ددآشاهی نامیده می شود.

اگر در معادله حرکت، نیروی میران، متناسب با سرعت (به شکل $\gamma dx/dt$) وارد می کردیم، معادله پاشندگی، (۳۶.۳)، به صورت زیر درمی آمد

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega} \quad (37.3)$$

درحالی که این عبارت برای محیطهای رقیقی مانند گازها خیلی مناسب است، با وجود این، بازهم اگر قرار باشد این رابطه در مورد مواد چگال به کار برده شود، مشکل دیگری پیش می آید که باید به آن پرداخته شود. هر اتم با میدان الکتریکی موضعی که در درون آن غوطه ور است، برهم کنش می کند. با این همه، برخلاف اتمهای منزوی که در بالا پیرامون آنها بحث شد، اتمهایی که در ماده چگال قرار می گیرند، میدان القایی ناشی از اتمهای دیگر را نیز تجربه خواهند کرد. در نتیجه يك اتم، علاوه بر میدان اعمال شده، $E(t)$ ، میدان دیگری، یعنی $P(t)/3\epsilon_0$ را نیز «احساس می کند».

الکترونی روی بسامد طبیعی یا بسامد تشدیدش، ω_0 ، ارتعاش خواهد کرد. در حضور میدانی که بسامد آن کمتر از ω_0 باشد، $E(t)$ و $x(t)$ هم علامت اند، به این مفهوم که بار می تواند نیروی اعمال شده را دنبال کند، یعنی با آن هم فاز است. اما به ازای $\omega > \omega_0$ ، جابجایی $x(t)$ در راستای مخالف راستای نیروی لحظه ای، $q_e E(t)$ ، است و بنابراین 180° با آن اختلاف فاز دارد. به یاد داریم که سخن از دوقطیهای نوسانگری است که در آنها به ازای $\omega > \omega_0$ ، حرکت نسبی بار مثبت، ارتعاشی در راستای میدان است. فراتراز تشدید، بار مثبت 180° با میدان اختلاف فاز دارد و در این حال گفته می شود دوقطبی به اندازه π رادیان تأخیر فاز دارد.

گشتاور دوقطبی برابر است با حاصلضرب بار، q_e ، در جابجایی آن، و اگر N الکترون در واحد حجم سهیم باشند، قطبش الکتریکی یا چگالی گشتاورهای دوقطبی می شود

$$P = q_e x N$$

و از آنجا

$$P = \frac{q_e^2 N E / m_e}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

و از معادله (۳۵.۳)

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{P(t)}{E(t)} = \epsilon_0 + \frac{q_e^2 N / m_e}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

با به کار بردن این واقعیت که $n^2 = K_e = \epsilon / \epsilon_0$ ، می توانیم به عبارتی برای n به عنوان تابعی از ω برسیم، که معادله پاشندگی نامیده می شود

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)$$

تا اینجا فرض کرده ایم که تنها يك تك بسامد طبیعی، ω_0 ، وجود دارد. برای توضیح مشاهده رفتار پیچیده تر، با این فرض که N مولکول بر واحد حجم وجود دارند که هر يك r_f نوسانگر با بسامدهای طبیعی ω_{0j} دارند، و $j = 1, 2, 3, \dots$ ، موضوع را تعمیم می دهیم؛ در این حالت

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \sum_j \left(\frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2} \right) \quad (38.3)$$

این نتیجه اساساً همانند نتیجه ای است که از بررسی مکانیک کوانتومی ناشی می شود، با این تفاوت که باید برخی عبارات دوباره تفسیر شوند. بنابراین، مقادیر ω_{0j} ، بسامدهای مشخصه ای خواهند بود که يك اتم در آن بسامدها می تواند انرژی تابشی

بدون اینکه در اینجا وارد جزئیات شویم می توان نشان داد

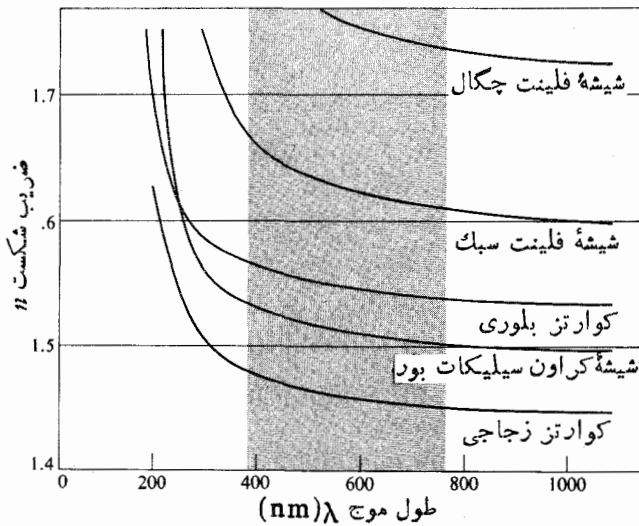
$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Nq_e^2}{3\epsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega} \quad (38.3)$$

تا اینجا منحصرأ به نوسانگرهای الکترونی پرداخته ایم، ولی همین نتایج برای یونهای مقید به جایگاههای اتمی ثابت نیز به خوبی کار بست پذیر بوده اند. در آن صورت جرم یونی بسیار بزرگتری، جای m_e خواهد نشست. از اینرو درحالی که قطبش الکترونی در کل طیف نوری از اهمیت برخوردار است، سهمهای مربوط به قطبش یونی تنها در نواحی تشدید، ($\omega_{0j} = \omega$)، اثر قابل توجهی بر n برجای می گذارند.

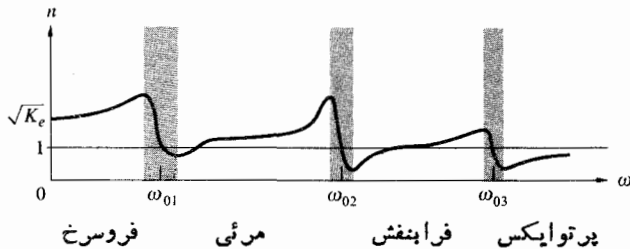
بعدأ، در بخش ۵.۳.۴، ملازمه های یک ضریب شکست مختلط، مورد توجه قرار خواهد گرفت. در حال حاضر بحث را، بیشتر، به موقعیتهایی که در آنها درآشامی چشم پوشیدنی (یعنی، $\gamma_j \omega \gg \omega_{0j}^2 - \omega^2$) و n حقیقی است، محدود می کنیم؛ به طوری که

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Nq_e^2}{3\epsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2} \quad (39.3)$$

گازها، مایعات و جامدات بی رنگ و شفاف، خارج از ناحیه مرئی طیف، بسامدهای مشخصه خود را دارند (و به همین دلیل است که در واقع بی رنگ و شفاف اند). به ویژه، شیشه ها دارای بسامدهای مؤثر طبیعی فراتر از ناحیه مرئی، در ناحیه فرابنفش، آنجا که کدر می شوند، هستند. در حالت های $\omega \gg \omega_{0j}$ ، می توان در معادله (39.3)، از ω^2 چشم پوشید و در این صورت اساساً ضریب شکست ثابتی در آن ناحیه بسامد به دست می آید. مثلاً، بسامدهای مشخصه مهمی برای شیشه ها در طول موجهای حدود ۱۰۰ نانومتر یافت می شوند. بسامد متوسط ناحیه مرئی تقریباً پنج برابر این بسامد است و در آنجا $\omega \gg \omega_{0j}$. توجه داریم که هرچه ω افزایش یابد و به ω_{0j} نزدیک شود، ($\omega_{0j}^2 - \omega^2$) کاهش می پذیرد و همان گونه که از شکل ۱۳.۳ آشکار است، n به تدریج متناسب با بسامد افزایش می یابد. این پدیده را پاشیدگی پنجاه می نامند. در ناحیه فرابنفش، به تدریج که ω به یک بسامد طبیعی نزدیک می شود، نوسانگرها شروع به تشدید خواهند کرد. دامنه آنها به طور محسوسی افزایش خواهد یافت و این عمل بامیرایی و درآشامی شدید انرژی موج فرودی همراه خواهد بود. به ازای $\omega = \omega_{0j}$ ، در معادله (38.3) جمله هیران آشکارا جنبه غالب پیدا می کند. آن نواحی که در شکل ۱۴.۳، گرداگرد ω_{0j} گوناگون را می گیرند، نوارهای درآشامی نامیده می شوند. در آنجا $dn/d\omega$ منفی است و این فرایند را پاشیدگی بی هنجاد می گویند. اگر نور سفید از داخل منشوری شیشه ای بگذرد، سازی رنگ آبی ضریب شکستی بالاتر از نور قرمز آن خواهد داشت، و بنابراین تحت زاویه بزرگتری منحرف خواهد شد (بخش ۵.۱.۵). در مقابل، اگر از منشوری که درون آن



شکل ۱۳.۳ طول موج مواد گوناگون به ضریب شکست بستگی دارد.



شکل ۱۴.۳ تغییرات ضریب شکست بر حسب بسامد.

مایع حاوی حلال رنگینی بانوار درآشامی ناحیه مرئی است استفاده کنیم، طیف به طور محسوسی تغییر خواهد کرد (مسئله ۶.۳). کلیه مواد دارای نوارهای درآشامی، در جایی درون طیف بسامدی الکترومغناطیسی هستند، به طوری که عبارت درآشامی بی هنجار، که از ۱۸۰۰ سال پیش نقل شده است، مطمئناً نامی بی مسمی است. همانطور که دیده ایم، اتمهای درون یک مولکول می توانند در اطراف مواضع تعادلی خود نیز ارتعاش کنند. اما هسته ها سنگین اند و از اینرو در ناحیه فروسرخ، بسامدهای نوسانی طبیعی آنها کم خواهد بود. مولکولهایی مانند CO_2 و H_2O در هر دو ناحیه فروسرخ و فرابنفش، تشدید خواهند داشت. اگر در هنگام ساختن قطعه ای شیشه، در بخشی از آن مقداری آب محصور شود، این نوسانگرهای مولکولی پدید خواهند آمد و یک نوار درآشام در ناحیه فروسرخ به وجود می آید. وجود اکسیدها نیز موجب درآشامی در ناحیه فروسرخ خواهد شد. حتی در بسامدهای پایینتر امواج رادیویی، شیشه بازهم (نسبت به این بسامدها) شفاف است. به طور نسبی، تکه شیشه ای آلوده، ظاهراً در ناحیه مرئی، تشدید دارد که گستره ویژه ای از بسامدها را درمی آشامد و در این حال رنگ مکمل را عبور می دهد.

ثانویه خواهیم خواند. تنها به دلایل تجربی، می توانیم پیش بینی کنیم که موج اولیه با زمانده و موج ثانویه با هم ترکیب خواهند شد و تنها آشفتگی مشاهده شده در محیط، یعنی موج شکسته، را پدید خواهند آورد.

امواج الکترومغناطیسی اولیه و ثانویه، هر دو با سرعت c در فضای خالی بین اتمی منتشر می شوند. و بازم این محیط مطمئناً می تواند ضریب شکستی غیر از یک داشته باشد. موج شکسته ممکن است سرعت فازی کمتر، مساوی، یا حتی بزرگتر از c داشته باشد. کلید این تناقض آشکار، در رابطه فازی میان موجهای ثانویه و اولیه نهفته است.

یک مدل کلاسیکی پیش بینی می کند که نوسانگرهای الکترونی فقط در بسامدهای نسبتاً پایین قادرند تقریباً به طور کاملاً همفازی با نیروی محرکه، یعنی آشفتگی اولیه، ارتعاش کنند. همچنان که نوسان میدان الکترومغناطیسی افزایش می یابد، این نوسانگرها به طور نسبتاً زیادی عقب خواهند افتاد. تحلیلی از جزئیات امر، به آنجا منجر می شود که تأخیر فاز در تشدید به 90° می رسد، و پس از آن تا تقریباً 180° یا یک نیم طول موج، در بسامدهای کاملاً بالای بسامد مشخصه ویژه، افزایش پیدا می کند.

افزون بر این تأخیر فازها، اثر دیگری نیز وجود دارد که باید مورد توجه قرار گیرد. هنگامی که موجکهای پراکنده دوباره با هم ترکیب می شوند، موج ثانویه^۱ برایند، خودش به اندازه 90° نسبت به نوسانگرها تأخیر فاز دارد.

اثر ترکیبی این هردو سازوکار، آن است که در بسامد پایتتر از بسامد تشدید، موج ثانویه نسبت به موج اولیه به اندازه تقریبی 90° تا 180° تأخیر فاز دارد، در حالی که در بسامد بالاتر از بسامد تشدید، حدود این تأخیر فاز از 180° تا 270° است. اما تأخیر فاز $180^\circ \geq \delta$ با تقدم فاز از $8^\circ - 360^\circ$ ، هم ارز است [زیرا $\cos(\theta - 270^\circ) = \cos(\theta + 90^\circ)$].

به طور خلاصه، در بسامدهای پایتتر از تشدید، موج ثانویه نسبت به موج اولیه تأخیر فاز و در بسامدهای بالاتر از تشدید، تقدم فاز دارد. موج برایند یا شکسته به تناسب مقداری مانند c ، نسبت به موج فرودی (فضای آزاد) تقدم یا تأخیر فاز دارد. این فرایند، فرایندی پیرونده است و موقعی که نور محیطی را می پیماید، به طور پیوسته، پس افت یا پیش افت فاز دارد.

اکنون می خواهیم نشان دهیم که این مطلب دقیقاً با تغییر سرعت فاز، معادل است. در فضای آزاد، آشفتگی دد نقطه ای مانند P را می توان چنین نوشت

$$E_P(t) = E_0 \cos \omega t$$

حال اگر پیرامون نقطه P را دی الکتریکی فرا گرفته باشد، تغییر

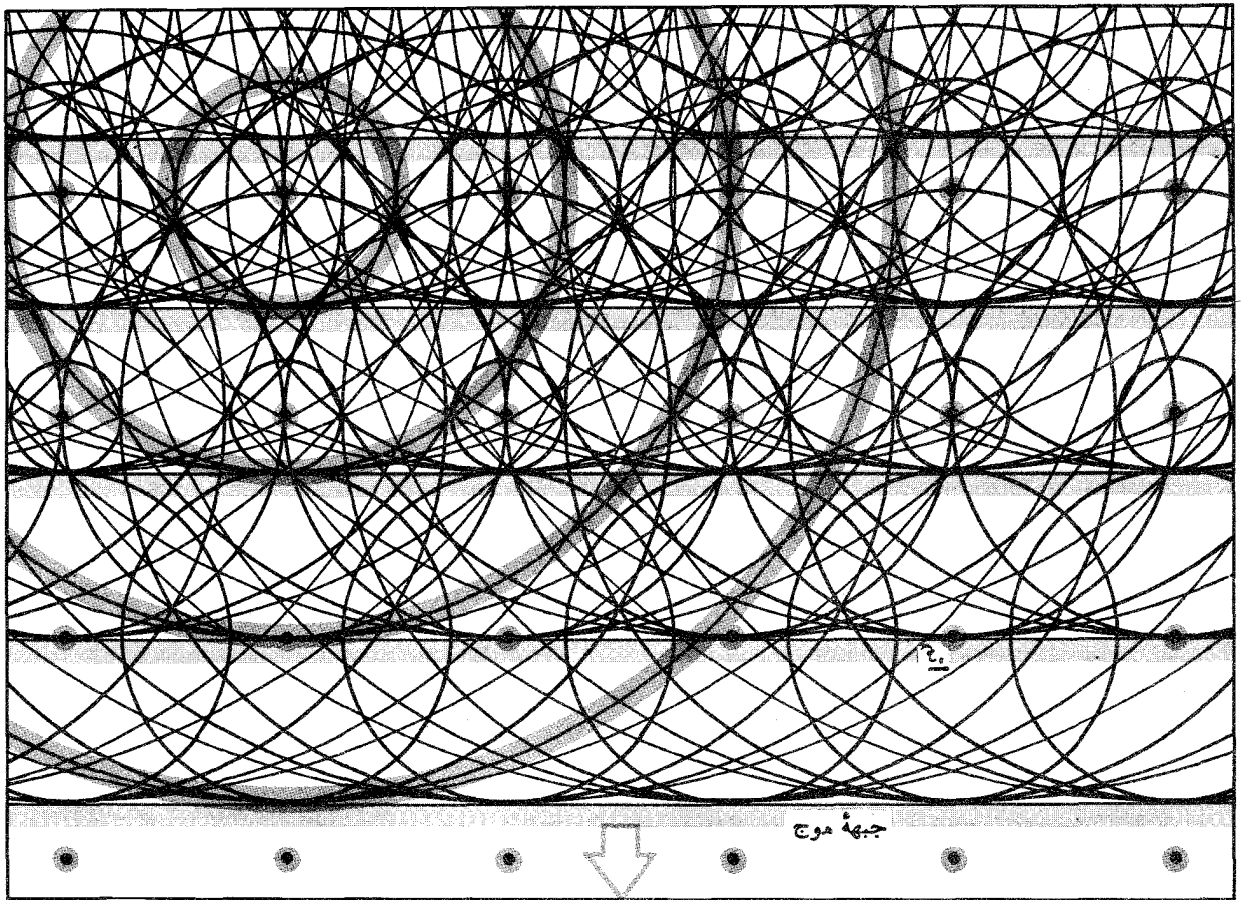
به عنوان آخرین نکته، توجه داشته باشید که اگر بسامد محرك بیشتر از هر يك از جملات ω_j باشد، در آن صورت $n^2 < 1$ و $n < 1$. مثلاً وقتی روی صفحه ای شیشه ای يك باریکه پرتوهای x بتابانیم، چنین حالتی به وجود می آید. از آنجا که این مطلب به $c > v$ منجر می شود، و با نسیت خاص تناقضی آشکار دارد، نتیجه ای نادرست است. بعداً که در مورد سرعت گروه (بخش ۶.۷) بحث می کنیم، دوباره این رفتار را مورد توجه قرار خواهیم داد. بنابراین به طور خلاصه، در ناحیه مرئی طیف، قطبش الکترونی سازوکار مؤثری است که $n(\omega)$ را تعیین می کند. بادیدی کلاسیکی می توان فرض کرد که نوسانگرهای الکترونی با بسامد موج فرودی ارتعاش می کنند. هنگامی که بسامد این موج با يك بسامد مشخصه یا طبیعی اختلاف محسوسی داشته باشد، نوسانها ضعیف هستند و در آشامی اندکی وجود دارد. اما در حالت تشدید، دامنه های نوسانگر افزایش می یابد و میدان، مقدار فزاینده ای کار روی بارها انجام می دهد. انرژی الکترومغناطیسی از موج گرفته شده به انرژی مکانیکی تبدیل و سپس در درون ماده به صورت گرما تلف می شود، بنا بر این می توان در خصوص قله یا نوار در آشامی سخن گفت. اگر چه این ماده اساساً در بسامدهای دیگر شفاف است، در برابر موج فرودی در بسامدهای مشخصه خود، کاملاً کدر است.

۲.۳.۳ انتشار نور در يك محیط دی الکتریک

فرایندی که به موجب آن، نور با سرعتی غیر از c در يك محیط منتشر می شود، يك فرایند کاملاً پیچیده است و این بخش به آن اختصاص یافته است تا دست کم آن را در زمینه يك مدل نوسانگر ساده، از نظر فیزیکی توجیه کند.

يك موج الکترومغناطیسی فرودی یا اولیه را که (در خلا) بر يك دی الکتریک می تابد، در نظر می گیریم. همان طور که دیده ایم، این موج محیط را قطبیده می کند و نوسانگرهای الکترونی را به ارتعاش واداشته می کشاند. این نوسانگرها، به نوبه خود، به صورت موجکهای الکترومغناطیسی، با همان بسامد موج فرودی، انرژی تابش یا پراکنده می کنند. در ماده ای که اتمها یا مولکولهای آن با نظم خاصی آرایش یافته اند، این موجکها به تداخلی دو جانبه گرایش خواهند داشت. یعنی، در نواحی مشخصی روی هم خواهند افتاد، که در نتیجه آن یکدیگر را تقویت یا تضعیف می کنند تا نظم موجود را تغییر دهند. مثلاً، پیکربندی را که تا اندازه زیادی ساده شده و در شکل ۱۵.۳ نشان داده می شود، مورد بررسی قرار می دهیم. يك موج تخت، که از بالا فرود می آید، به صورت نقش پیچیده ای از موجکها پراکنده شده است. این موجکها به نوبه خود بر هم افتاده اند و جبهه موجهای تخت را تشکیل می دهند که آنها را موج

۱. این نکته موقعی بیشتر پذیرفتنی است که پیش بینیهای نظریه هویگس-فرنل را در فصل مربوط به پراش در نظر بگیریم. اغلب نوشته ها در مورد E و M به مشکل تابش از يك ورقه بارهای نوسان کننده، در حالتی که تأخیر فاز 90° يك نتیجه عادی است، پرداخته اند.



شکل ۱۵.۳ موج شکسته شده در آرایه مرتبی از آنها.

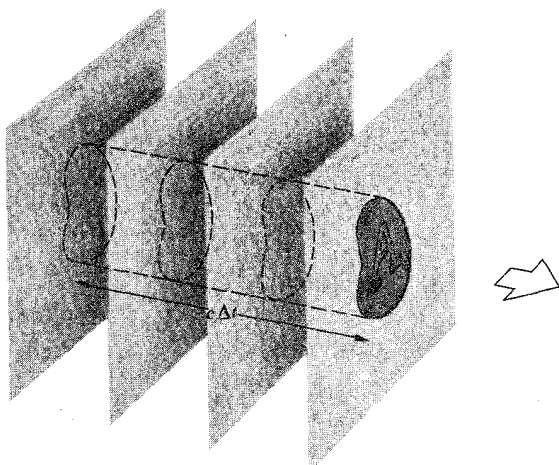
موج دیگر از نقطه P می‌گذرد. به سببی روشنتر، تأخیر فاز ε_p به کاهش سرعت، $c > v$ و $n > 1$ وابسته است. به همین ترتیب، تقدم فاز باعث افزایش سرعت، $c < v$ و $n < 1$ می‌شود (شکل ۱۶.۳). فرایند پراکندگی، فرایندی پیوسته است و از اینرو، موقعی که نور به محیط وارد می‌شود، یک تغییر فاز اضافی به وجود می‌آید. منظور این است که، اگر v ثابت باشد، ε تابعی از طول پیموده شده دی الکتریک است (مسئله ۷.۳).

راه حل دقیق مسئله انتشار، قضیه خاموشی اولداسین^۱ نامیده می‌شود. اگر چه صورتبندی ریاضی، که مستلزم معادلات انتگرالی دیفرانسیلی است، بسیار پیچیده تر از آن است که در اینجا مورد بررسی قرار گیرد، اما مطمئناً نتایج آن مورد توجه خواهد بود. معلوم شده است که نوسانگرهای الکترونی، موج الکترومغناطیسی تولید می‌کنند که اساساً دارای دو جزء است. یک جزء، موج اولیه را در داخل محیط دقیقاً حذف می‌کند. جزء دیگر، که تنها آشفته‌گی

فاز انباشته‌ای، ε_p ، وجود خواهد داشت، که از حرکت موج به طرف نقطه P در درون محیط ناشی شده است. باید تعداد قله‌های موجی که در هر ثانیه بر دی الکتریک می‌تابند، با تعداد موجهایی که در هر ثانیه در درون آن منتشر شده‌اند، یکسان باشد. یعنی، باید بسامد درخلاء با بسامد در دی الکتریک مساوی باشد، حتی اگر طول موج و سرعت تغییر کنند. بار دیگر، اما این بار در داخل محیط، آشفته‌گی در نقطه P برابر است با

$$E_p(t) = E_0 \cos(\omega t - \varepsilon_p)$$

ناظری واقع بر نقطه P ، هنگامی که باید در محیط قرار داشته باشد، نسبت به وقتی که باید درخلاء باشد، باید مدت زمان بیشتری منتظر دریافت قله مشخصی باشد. به عبارت دیگر، اگر دو موج موازی هم بسامد را، که یکی درخلاء و دیگری درون یک محیط است در نظر گیریم، موج واقع درخلاء در زمانی برابر ε_p/ω زودتر از



شکل ۱۷.۳ جریان انرژی الکترومغناطیسی

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad (41.3)$$

به یاد داشته باشید که رابطه $E = cB$ را، اختصاصاً برای یک موج تخت (۳۰.۳) به دست آوردیم، با این وجود، کار بست پذیری آن کاملاً جنبه عام دارد. در نتیجه

$$u_E = u_B \quad (42.3)$$

جریان انرژی در فضا به شکل یک موج الکترومغناطیسی میان میدانهای سازای مغناطیسی و الکتریکی تقسیم می شود. از اینرو

$$u = u_E + u_B$$

آشکار است که

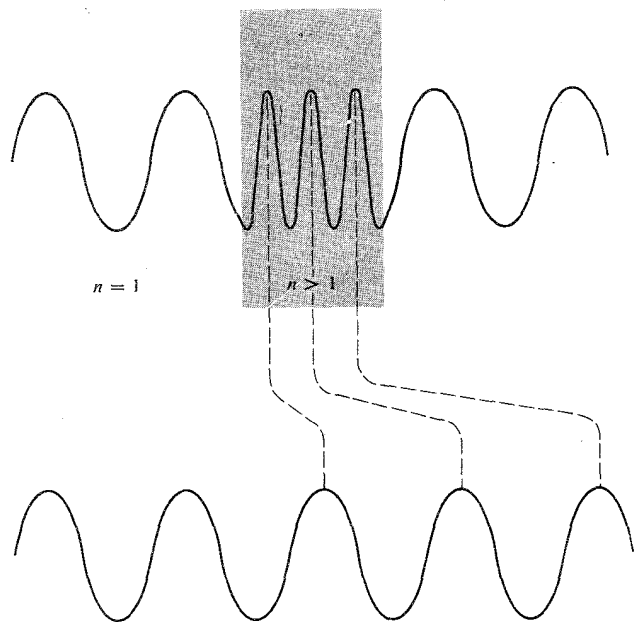
$$u = \epsilon_0 E^2 \quad (43.3)$$

یا هم ارز آن

$$u = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad (44.3)$$

برای نمایش جریان انرژی الکترومغناطیسی، فرض می کنیم S نماد انتقال انرژی در واحد زمان (توان) از واحد مساحت باشد. در دستگاه mks، واحد این انرژی W/m^2 (وات بر مترمربع) است. شکل ۱۷.۳ یک موج الکترومغناطیسی را مشخص می کند که با سرعت c از مساحت A می گذرد. در خلال بازه زمانی بسیار کوچک Δt ، تنها انرژی موجود در حجم استوانه ای، $u(c\Delta t A)$ ، مساحت A را قطع خواهد کرد. پس

$$S = \frac{uc \Delta t A}{\Delta t A} = uc \quad (45.3)$$



شکل ۱۶.۳ کندشدن موج در یک محیط چگال تر.

باقیمانده است، با سرعت $v = c/n$ ، به صورت یک موج شکسته در دی الکتریک منتشر می شود.

۲.۳ انرژی و اندازه حرکت

۱۰.۴.۳ تابیدگی

یکی از مهمترین خواص موج الکترومغناطیسی این است که انرژی را منتقل می کند. حتی نور نزدیکترین ستاره آن سوی خورشید، باید ۴۰ میلیون میلیون کیلومتر راه را طی کند تا به زمین برسد و با اینهمه بازهم انرژی کافی برای تأثیر گذاشتن روی الکترونهای چشم شما را دارد. هر میدان الکترومغناطیسی ناحیه ای از فضا را در بر می گیرد و بنابراین کاملاً طبیعی است که انرژی تابشی بر واحد حجم، یعنی چگالی انرژی، u ، را مورد توجه قرار دهیم. در مورد یک میدان الکتریکی تنها، می توان چگالی انرژی (مثلاً میان صفحات یک خازن) را چنین حساب کرد

$$u_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \quad (46.3)$$

به همین ترتیب، چگالی انرژی میدان B ، به تنهایی نیز (که ممکن است در داخل یک چنبره وار به حساب آورده شود) این طور محاسبه می شود

یا با استفاده از معادله (۴۳.۳)

$$S = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \mathbf{B} \quad (۴۶.۳)$$

اکنون (برای محیطهای همسانگرد) این فرض معقول را می‌کنیم که انرژی در راستای انتشار موج جریان پیدا می‌کند. پس بردار مربوطه، S ، چنین است

$$S = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (۴۷.۳)$$

یا

$$S = c^2 \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (۴۸.۳)$$

بزرگی S عبارت از توان بر واحد مساحتی است که عمود بر آن، با S موازی است. این بردار به نام جان هنری پوینتینگ (۱۸۵۲-۱۹۱۴/۱۲۳۱-۱۲۹۳) بردار پوینتینگ نامیده می‌شود. حال این نکات را در مورد يك موج تخت، هماهنگ، و قطبیده خطی که در فضای آزاد و در راستای \mathbf{k} حرکت می‌کند، به کار می‌بریم

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (۴۹.۳)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (۵۰.۳)$$

با استفاده از معادله (۴۸.۳) داریم

$$S = c^2 \epsilon_0 \mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0 \cos^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$$

بدیهی است که $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ از بیشینه‌ها به کمینه‌ها دور می‌زند، S در بسامدهای نوری، تابعی است که نسبت به زمان خیلی سریع تغییر می‌کند و مقدار لحظه‌ای آن از لحاظ عملی کمیته غیرقابل اندازه‌گیری است. اشاره این مطلب ناظر بر این نکته است که از يك روش میانگین‌گیری استفاده شود. منظور این است که انرژی تابشی را در يك بازه زمانی متناهی، مثلاً با استفاده از يك فوتوسل، يك صفحه فیلم، یا شبکیه چشم انسان جذب کنیم. مقدار میانگین زمانی بزرگی بردار پوینتینگ، که با نماد $\langle S \rangle$ مشخص می‌شود، معیاری برای کمیت بسیار مهمی است که تابیدگی^۱، I ، نامیده می‌شود. در این حالت چون $\langle \cos^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle = 1/2$ (مسئله ۸.۳)

$$\langle S \rangle = \frac{c^2 \epsilon_0}{2} |\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0| \quad (۵۱.۳)$$

یا

$$I \equiv \langle S \rangle = \frac{c \epsilon_0}{2} E_0^2 \quad (۵۲.۳)$$

بنابراین، تابیدگی با مجذور دامنه میدان الکتریکی متناسب است. دو جایگزین دیگر نیز که تقریباً یکسان هستند، عبارت‌اند از

$$I = \frac{c}{\mu_0} \langle B^2 \rangle \quad (۵۳.۳)$$

و

$$I = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle \quad (۵۴.۳)$$

در يك دی‌الکتریک خطی، همگن، و همسانگرد، عبارت تابیدگی به شکل زیر در می‌آید

$$I = \epsilon v \langle E^2 \rangle \quad (۵۵.۳)$$

همانگونه که دیده‌ایم، از آنجا که \mathbf{E} در هنگام وارد آوردن نیرو بر بارها از \mathbf{B} بسیار مؤثرتر است، \mathbf{E} را به عنوان میدان نودی خواهیم گرفت و معادله (۵۴.۳) را تقریباً به طور انحصاری به کار خواهیم برد (مسئله ۳.۳).

آهنگ زمانی شارش انرژی تابشی، توان یا شاد تابشی است که معمولاً بر حسب وات بیان می‌شود. اگر شار تابشی را که بر يك سطح می‌تابد یا از آن خارج می‌شود، به مساحت آن سطح بخش کنیم، چگالی شاد تابشی (بر حسب W/m^2)، به دست می‌آید. در حالت اول سخن از تابیدگی، و در حالت بعدی سخن از خوردگی، و در هر سه حالت سخن از چگالی شاد است.

آشکارا سازهایی، مانند تکثیرکننده فوتون، وجود دارند که به صورت شهادگرهای فوتون کار می‌کنند. هر کوانتوم از میدان الکترومغناطیسی، با بسامد ν ، نمایانگر يك انرژی $h\nu$ (h ، ثابت پلانک و برابر است با 6.626×10^{-34} Js) است. اگر باریکه تکفامی با بسامد ν داشته باشیم، کمیت $I/h\nu$ یعنی چگالی شاد فوتون، میانگین تعداد فوتونهایی است که يك واحد مساحت را (عمود بر این باریکه) در واحد زمان قطع می‌کنند. پس اگر چنین باریکه‌ای به شمار گری به مساحت A بتابد، شاد فوتونی فرودی، یعنی میانگین تعداد فوتونهایی که در واحد زمان دریافت می‌شوند، $AI/h\nu$ خواهد بود.

بیشتر دیدیم که موج کروی جواب معادله دیفرانسیل موج، دارای دامنه‌ای است که به نسبت عکس r تغییر می‌کند. اکنون همین جنبه را در زمینه پایدگی انرژی بررسی می‌کنیم. يك چشمه نقطه‌ای شکل همسانگرد را که در تمام راستاها به طور مساوی انرژی می‌گسیلد، یعنی امواج کروی گسیلنده، در خلا^۲ در نظر بگیرید. اطراف این چشمه را همان طور که در شکل ۱۸.۳ نشان داده شده است، با سطوح کروی هم‌مرکز فرضی به شعاعهای r_1 و r_2 پوشانید. فرض کنید $E_0(r_1)$ و $E_0(r_2)$ به ترتیب دامنه‌های امواج بر روی دو سطح اول و دوم را نشان دهند. اگر انرژی پایسته باشد، باید مقدار کل

۱. در گذشته، فیزیکدانها برای معنی انرژی بر واحد مساحت در واحد زمان، عموماً کلمه شدت را به کار می‌بردند. با وجود این، در سطح بین‌المللی، اگر نگوییم جهانی، پذیرفته شده است که این واژه اکنون در نورشناخت جای خود را به تابیدگی بپردازد.

سنگ عکاسی به آسانی تأیید می‌شود. توجه کنید که اگر به باریکه‌ای از فوتونها که به‌طور شعاعی از يك چشمه خارج می‌شوند توجه کنیم، آشکارا همان نتیجه به‌دست می‌آید.

۲.۴.۳ اندازه حرکت

شکل ۱۹.۳ موجی نوری را نشان می‌دهد که در لحظه‌ای از زمان از کنار الکترونی می‌گذرد و با آن برهم‌کنش می‌کند. میدان الکتریکی، نیروی $F_E = q_e E$ را بر الکترون وارد می‌آورد و به آن سرعت v_e می‌دهد. میدان مغناطیسی نیز به‌نوبه خود نیروی $F_M = q_e v_e \times B$ را بر آن وارد می‌آورد. اگرچه با تغییر E ، F_E راستای خود را تغییر می‌دهد، در حالی که در تمام مسدت با E ناموازی باقی می‌ماند، F_M همیشه در راستای انتشار است، چرا که راستاهای v_e و B به‌طور هم‌زمان وارونه می‌شوند. این الکترون هم تحت تأثیر يك نوسان عرضی سریع، با بسامدی مساوی بسامد موج، و هم تحت تأثیر يك افزایش بسیار جزئی سرعت در راستایی که نور منتشر می‌شود، قرار می‌گیرد. اثر این مؤلفه اضافی سرعت، که از میدان مغناطیسی ناشی می‌شود، کاملاً چشم پوشیدنی است.

در اینجا می‌خواهیم مقدار اندازه حرکت خطی را که میدان به الکترون داده است تعیین کنیم. کل نیروی وارد بر الکترون $F = E + F_M$ ، و مقدار میانگین زمانی آن برابر است با

$$\langle F \rangle = q_e \langle v_e \times B \rangle$$

یا

$$\langle F \rangle = q_e \langle v_e B \rangle i \quad (۵۶.۳)$$

که F_E ، نیروی نوسانی است که میانگین آن به‌صفر میل می‌کند. بزرگی E و B با رابطه $B = E/c$ به هم مربوط اند و در نتیجه

$$\langle F \rangle = \frac{q_e}{c} \langle v_e E \rangle i \quad (۵۷.۳)$$

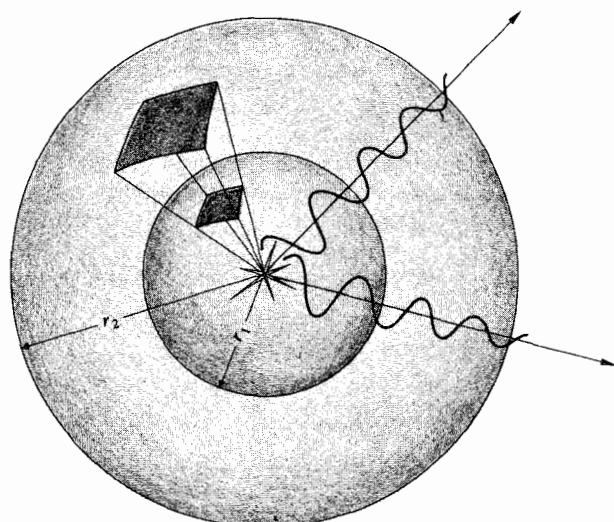
اگر W کار لحظه‌ای انجام شده توسط موج بر روی الکترون باشد، بنابراین آهنگ کار انجام شده چنین است

$$\frac{dW}{dt} = v_e \cdot F = v_e \cdot (q_e E + q_e v_e \times B) = q_e v_e E$$

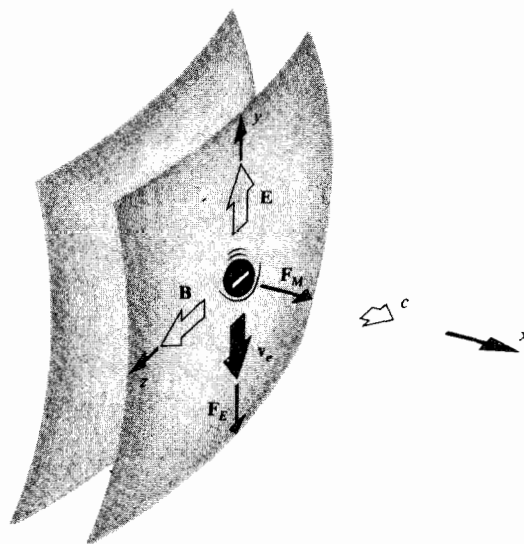
پس، میانگین آن می‌شود

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = q_e \langle v_e E \rangle \quad (۵۸.۳)$$

باید توجه داشت که $\langle v_e \cdot F \rangle \neq 0 \approx \langle v_e \cdot \langle F \rangle \rangle$ با مقایسه این عبارت و معادله (۵۷.۳) و با سود بردن از این واقعیت که آهنگ زمانی تغییر اندازه حرکت، dp/dt ، با نیرو مساوی است



شکل ۱۸.۳ نمودار هندسی قانون عکس مجذور.



شکل ۱۹.۳ نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر يك الکترون.

انرژی شارنده از هر سطح در هر ثانیه یکسان باشد، زیرا چشمه‌ها یا چاهکهای دیگری وجود ندارد. با ضرب کردن I در مساحت سطح و گرفتن ریشه دوم از آن

$$r_1 E_o(r_1) = r_2 E_o(r_2)$$

از آنجا که r_1 و r_2 اختیاری بودند، نتیجه می‌گیریم

$$r E_o(r) = \text{const.}$$

و این دامنه باید به نسبت عکس r افت کند. تأییدگی از يك چشمه نقطه‌ای، با $1/r^2$ متناسب است. این همان قانون عکس مجذور بسیار مشهور است، که با استفاده از يك چشمه نقطه‌ای و يك نور-

$$\langle \frac{d\mathbf{p}}{dt} \rangle = \frac{1}{c} \langle \frac{dW}{dt} \rangle \hat{\mathbf{i}} \quad (59.3)$$

آزمایشگر روسی، در سال ۱۹۵۱/۱۲۸۵ و مستقل از ادوارد لیمینگتون نیکولز (۱۳۱۶-۱۹۳۷/۱۲۳۳-۱۸۵۴) و گوردون فری هال (۱۳۳۵-۱۹۴۱/۱۲۴۱-۱۸۷۰) آمریکایی، اندازه گرفت. نور اندازه حرکت زاویه‌ای را نیز می‌تواند منتقل کند ولی مسلماً این کار با يك موج قطبیده خطی امکان پذیر نیست. بنابراین، این بحث نسبتاً مهم را به فصل ۸ که در آنجا قطبش دایره‌ای مورد بررسی قرار خواهد گرفت، واگذار می‌کنیم.

۵.۳ تابش

۱۰.۵.۳ بارهای شتابدار شده خطی

پیش از این، اگرچه تنها به شیوه‌ای کیفی، ثابت کرده‌ایم که بارهای شتابدار شده چشمه امواج الکترومغناطیسی‌اند. میدان الکتریکی يك بار ساکن را می‌توان همانند آنچه در شکل ۲۰.۳ نموده شده، با يك توزیع شعاعی و یکنواخت خطوط میدان مستقیم یا خطوط ذیرو نشان داد. در مورد باری که با سرعت ثابت v حرکت می‌کند، خطوط میدان هنوز شعاعی و مستقیم‌اند اما دیگر به‌طور یکنواخت توزیع نشده‌اند. این نایکنواختی در سرعت‌های بالا آشکار می‌شود و به‌ازای $v \ll c$ ، معمولاً چشم‌پوشیدنی است. برعکس، شکل ۲۱.۳ خطوط میدان مربوط به الکترونی را که به سمت راست، و به‌طور یکنواخت شتاب پیدا می‌کند، نشان می‌دهد. نقاط O_1 ، O_2 ، و O_3 مکان‌های الکترون پس از بازه‌های زمانی مساوی هستند. در اینجا خطوط میدان خمیده‌اند، و همان‌طور که خواهیم دید، همین امر، نشانه اختلاف بسیار مهمی است. شکل ۲۲.۳ میدان يك الکترون را در زمان دلخواه t ، به عنوان يك تباین دیگر نمایش می‌دهد. پیش از $t=0$ ، این ذره همیشه در نقطه O ساکن بوده است. پس، بار که تا زمان t شتاب یکنواختی پیدا کرده بود، به سرعت v رسیده

در بازه زمانی متناهی که در خلال آن، الکترون مقدار انرژی \mathcal{E} را از موج نوری می‌گیرد، مقداری اندازه حرکت به‌اندازه \mathcal{E}/c نیز، در راستای انتشار به‌دست خواهد آورد. پایداری اندازه حرکت آشکارا ایجاب می‌کند که موج الکترومغناطیسی بتواند اندازه حرکت خطی را انتقال دهد.

در تصویر فوتونی، کوانتوم‌های ذره‌گونه‌ای را مجسم می‌کنیم که هر يك دارای انرژی $\mathcal{E} = h\nu$ هستند. بنابراین می‌توانیم انتظار داشته باشیم که يك فوتون حامل اندازه حرکت $p = \mathcal{E}/c = h/\lambda$ است. اندازه حرکت برداری آن برابر است با

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} \quad (60.3)$$

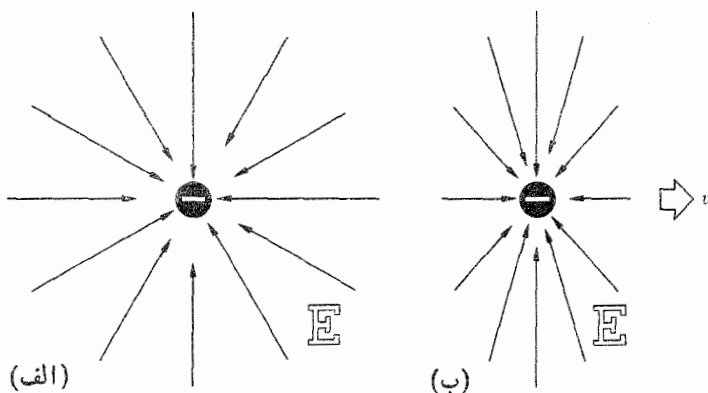
که \mathbf{k} بردار انتشار، و $\hbar \equiv h/2\pi$. اینها همه، با نسبت خاص که رابطه جرم سکون، m_0 ، انرژی، و اندازه حرکت يك ذره را از راه رابطه زیر به یکدیگر مربوط می‌کند، کاملاً سازگارند.

$$\mathcal{E} = [(cp)^2 + (m_0 c^2)^2]^{1/2}$$

در مورد يك فوتون $m_0 = 0$ و $\mathcal{E} = cp$. اگر يك موج الکترومغناطیسی بر جسمی بتابد و در آشامیده یا بازتابیده شود، اندازه حرکت به الکترون‌های درون ماده داده می‌شود و متعاقباً به ساختار شبکه‌ای جسم، همچون يك کل، منتقل خواهد شد. آهنگ میانگین انتقال اندازه حرکت برواحد مساحت، یا به‌طور معادل، نیروی وارد برواحد مساحت، فشار تابشی، \mathcal{P} ، نامیده می‌شود. در حالت خاص فرود عمودی و در آشامی کامل نور ورودی، می‌توان نشان داد (مسئله ۱۸.۳) که

$$\mathcal{P} = \frac{I}{c} \quad (61.3)$$

مثلاً میانگین چگالی شار انرژی الکترومغناطیسی حاصل از تابش عمودی خورشید بر سطحی بلافاصله خارج از جو زمین، در حدود 1400 W/m^2 است. با فرض آنکه در آشامی کامل باشد، فشار حاصل، در مقایسه با فشار جو که در حدود 10^5 N/m^2 است، $47 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ خواهد بود. گرچه این مقدار بسیار کوچک است، تصور می‌شود که فشار تابشی عامل انحراف دنباله‌های ستارگان دنباله‌دار نزدیکی ماست که باعث می‌شود آنها همیشه از خورشید دور شوند (این توضیح را کیلر در حدود سال ۱۶۰۰/۹۷۹ بیان کرده است). حتی شاید زمانی فرارسد که سفرهای سیاره‌ای با فشار تابشی خورشیدی انجام گیرند. فشار حاصل از نور را پیوتر نیکلایوویچ لبدوف^۱ (۱۲۹۱-۱۲۴۵/۱۹۱۲-۱۸۶۶)



شکل ۲۰.۳ (الف) میدان الکتریکی يك الکترون ساکن. (ب) میدان الکتریکی يك الکترون متحرک.

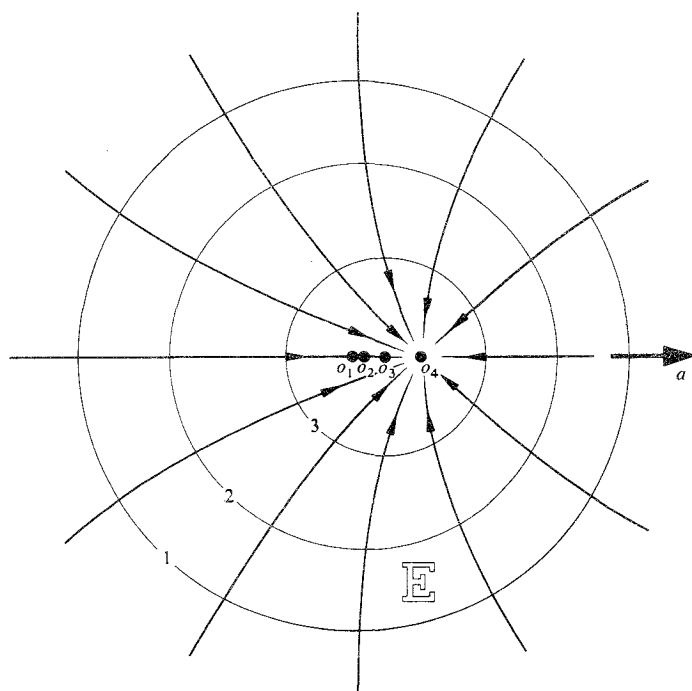
است، و این سرعت را پس از آن هم ثابت نگه داشته است. می توانیم پیش بینی کنیم که خطوط میدان آن دوروبر، به طریقی اطلاعات مربوط به الکترون شتابدار را حمل می کنند. دلایل کافی در دست داریم که فرض کنیم این «اطلاعات» با سرعت c منتشر می شوند. مثلاً، اگر $t_p = 10^{-8} s$ ، هیچ نقطه ای را فراتر از فاصله $3 m$ از O نمی توان یافت که حتی از حرکت بار هم آگاه شود. تمام خطوط موجود در آن ناحیه یکنواخت، مستقیم و در O متمرکزند، گویی بار هنوز هم در آنجاست. در زمان t_p ، الکترون در نقطه O_p است و با سرعت ثابت v حرکت می کند. پس در مجاورت O_p ، خطوط میدان باید شبیه خطوطی باشند که در شکل ۲۵.۳ ب نشان داده شده است. بنا بر قانون گاوس، خطوط واقع در خارج کره ای به شعاع ct_p ، به خطوط داخل کره ای به شعاع $c(t_p - t)$ متصل می شوند، زیرا باری بین آنها وجود ندارد. اکنون آشکار است که در خلال بازه زمانی که ذره شتابدار شده است، خطوط میدان واپیچیده اند و پیچ و تاب در آنها ظاهر می شود. شکل دقیق خطوط درون ناحیه پیچ و تاب، در اینجا چندان مورد توجه نیست. مهم این است که یک مؤلفه عرضی میدان الکتریکی، E_T ، وجود دارد که اکنون به عنوان یک تب به سوی خارج منتشر می شود. در هر نقطه از فضا، میدان الکتریکی عرضی، تابعی از زمان خواهد بود و از اینرو با یک میدان مغناطیسی همراه است.

مؤلفه شعاعی میدان الکتریکی متناسب با $1/r^2$ افت می کند، در حالی که مؤلفه عرضی آن متناسب با $1/r$ کاهش می یابد. در فواصل بسیار دور از بار، تنها میدان مؤثر، مؤلفه E_T ی تب خواهد بود که، در این رابطه، میدان تابشی^۱ نامیده می شود. در مورد بار مشتی که آهسته ($v \ll c$) حرکت می کند، می توان نشان داد که میدان تابشی الکتریکی و مغناطیسی به ترتیب با $(a \times r)$ و $r \times (r \times a)$ متناسب است، که a شتاب است. در مورد یک بار منفی، همانطور که شکل ۲۳.۳ نشان می دهد، این میدانها وارونه می شوند. مشاهده می شود که تابیدگی، تابعی از θ است و $I(0) = I(180^\circ) = 0$ که $I(90^\circ) = I(270^\circ)$ یک بیشینه است.

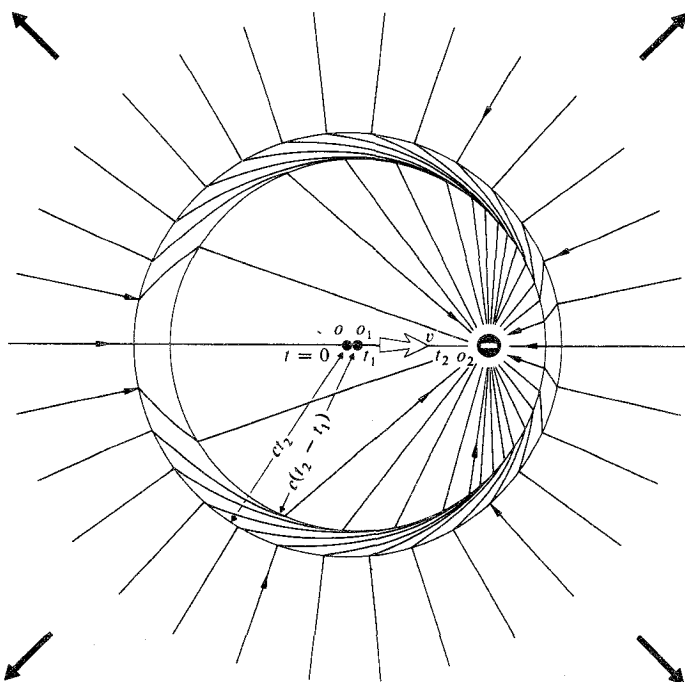
انرژی که بار به فضای اطراف می تاباند به وسیله عاملی خارجی، در آن تأمین می شود. این عامل موجد نیروی شتابداری است که به نوبه خود روی بار کار انجام می دهد.

۲۵.۳ تابش سنکروترون

این گزاره که یک ذره باردار شتابدار، موج الکترومغناطیسی تابش خواهد کرد، ریسمان مشترکی است که تمامی فرایندهای گوناگون



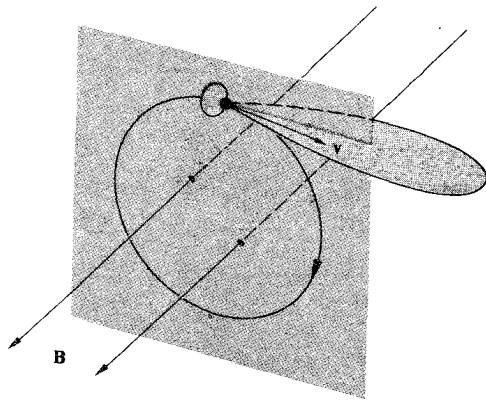
شکل ۲۱.۳ میدان الکتریکی الکترونی که به طور یکنواخت شتابدار می شود.



شکل ۲۲.۳ یک پیچ و تاب در خطوط میدان E.

۱. جزئیات این محاسبات با استفاده از روش جی. جی. تامسون در مورد تحلیل پیچ و تاب را می توان در مقاله زیر پیدا کرد

J. R. Tessman J. T. Finnell, Jr., «Electric Field of an Accelerating Charge», *Am. J. Phys.*, 35, 523 (1967).

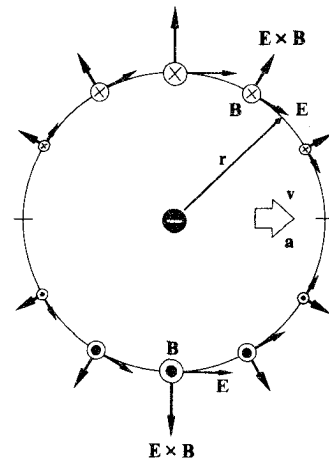
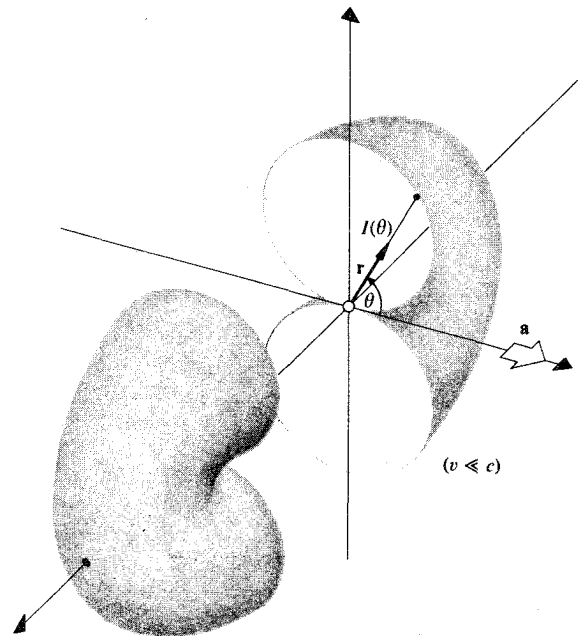


شکل ۲۴.۳ نقش تابش يك بار چرخان.

به ذره، به صورت تابش الکترومغناطیسی تلف می شود. حتی می توان با این روش نور تولید کرد و در واقع نخستین تولید نور به دست بشر با استفاده از این شیوه، در سال ۱۹۴۷/۱۳۲۶ در يك سنکروترون الکترونی تحقق پذیرفت. تابش گسیلیده از ذرات باردار، که با سرعت های نسبی در يك میدان مغناطیسی می گردند، تابش سنکروترون نامیده می شود. در مورد ذرات با سرعت های غیر نسبی سخنی از تابش سنکروترون نیست. اگر این فرایند به ماشین های پرانرژی محدود باشد، نه تنها برای ما چندان جالب نیست، بلکه برای افرادی که با شتابگر کار می کنند، پیوسته مایه دردسر و مزاحمت است. برعکس، تابش سنکروترونی، در بسامدهایی که ناحیه نوری را در بر می گیرد، در طبیعت روی می دهد، و منبع مهم اطلاعات اخترشناختی مربوط به کهکشان خودمان و کهکشان های دیگر است.

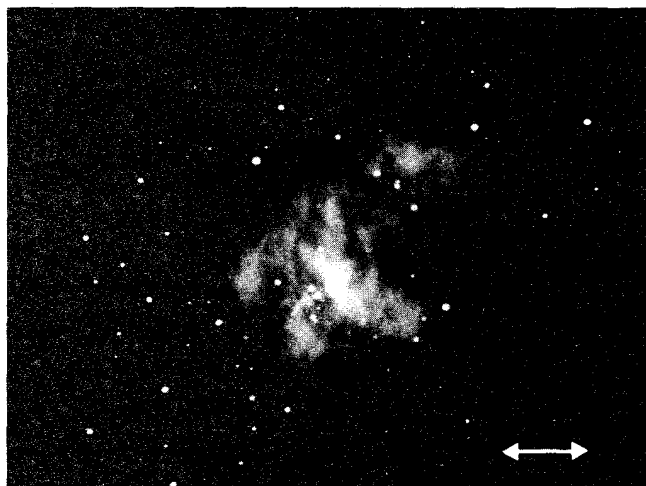
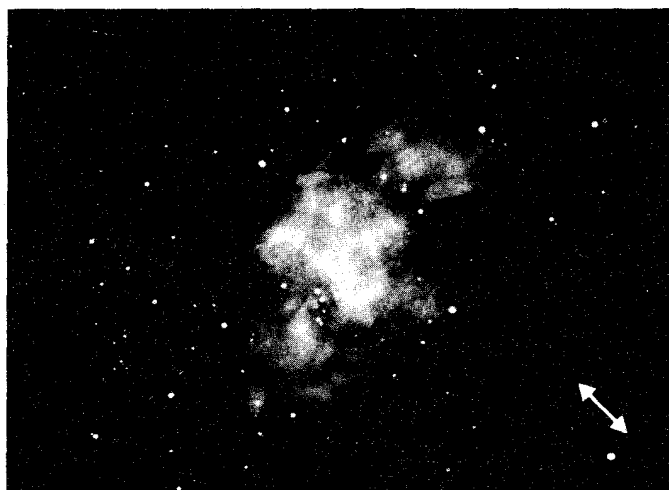
به خاطر رعایت اختصار، و به علت آنکه بررسی جامع این موضوع از حوصله این کتاب بیرون است، تنها جنبه های برجسته آن را تشریح می کنیم. شکل ۲۴.۳ نقش تابش، یا توزیع چگالی شار را، در نقطه ای از مدار دایره ای يك ذره باردار نشان می دهد. هنگامی که v به c نزدیک می شود، باریکه تابیده، به برة مخروطی-شکل باریکی مماس بر گذرگاه، یعنی مماس بر راستای لحظه ای v ، تبدیل می شود. در این صورت، همچنان که این برة پیرامون خود را جابجایی می کند، ناظری واقع در فاصله دور، تپ تابشی کوتاهی را خیلی شبیه به باریکه گسیلیده از نورافسکن چرخان می بیند. در سرعت های نسبی، این بار تابشی گسیل خواهد کرد که در صفحه با حرکت با شدت بسیاری (اما نه به طور کامل) قطبیده می شود.

در قلمرو نجوم، می توان وجود ناحیه هایی را انتظار داشت که میدان های القای مغناطیسی آنها را فرا گرفته اند. ذرات بارداری که در این میدانها به دام افتاده اند، در مدارهای دایره ای یا مارپیچی حرکت خواهند کرد و اگر سرعت های آنها به اندازه کافی زیاد باشد، تابش سنکروترونی منتشر خواهند کرد. شکلهای ۲۵.۳ پنج عکس



شکل ۲۴.۳ نقش تابش چینه ای يك بار که دارای شتاب خطی است (شکاف برای نشان دادن سطح مقطع است).

گسیلش را به هم می پیوندد. این مطلب، وقتی که شتاب به جای خطی بودن مرکز گرا باشد، کاملاً به همان ترتیب، مصداق پیدا می کند. ماشین های زیادی وجود دارند که به طور دوره ای به ذرات شتاب می دهند (مانند بتاترون ها، سیکلوترون ها، سنکروترون ها). ابتدا، يك ذره با سرعت زیاد را وامی دارند که با میدان مغناطیسی که يك نیروی مرکز گرا بر بار وارد می کند و باعث حرکت آن در مدار دایره ای می شود، برهم کنش انجام دهد. سپس، بخشی از انرژی منتقل شده



شکل ۲۵۰۳ (الف). تابش سنکروترونی ناشی از سحابی خرچنگ. در این عکسها تنها نوری که راستای میدان E آن مشخص شد، ثبت شد.

کاملاً آشکار است. راستای بردار میدان الکتریکی در هر تصویر نشان داده شده است. از آنجا که در تابش سنکروترون، میدان گسیلیده E ، در صفحه مداری قطبیده می شود، می توانیم نتیجه بگیریم که هر شکلی با سمتگیری میدان مغناطیسی یکنواخت و یژه ای، عمود بر مدارها و بر E ، متناظر است.

از سحابی برون کهکشانی خرچنگ^۱ را نشان می دهد. گستره تابش صدوری از این سحابی، از بسامدهای رادیویی تا فرابنفش فرین را در بر می گیرد. اگر بارهای چرخان به دام افتاده را چشمه فرض کنیم، می توانیم آثار قطبش شدیدی را پیش بینی کنیم. این مطالب در چهار عکس اول که از طریق يك پالایه قطبیده گرفته شده اند،

۱. عقیده بر این است که سحابی خرچنگ بازمانده انبساط یافته ای از مرگ انفجاری يك ستاره باشد. اخترشناسان از دوی آهنگ انبساط آن محاسبه کرده اند که این انفجار در سال ۱۰۵۵۰/۴۲۹ روی داده است. بعداً به هنگام مطالعه یادداشت های چینی های باستان (وقایع نامه های رصدخانه یاپینگ)، که ظهور يك ستاره بسیار روشن را در همان ناحیه از آسمان در سال ۱۰۵۴/۴۳۳ آشکار کرد، این موضوع تأیید شد. در سال اول دوره تناوب شیئا (Chihha) ماه پنجم، روز چی چو (Chi-chou) [یعنی چهارم جولای ۱۰۵۴]، ستاره بزرگی ظاهر، و بعد از يك سال این ستاره به تدریج نامرئی شد. در اینکه سحابی خرچنگ باقیمانده آن ابرنواختر است، تردید اندکی وجود دارد.

توجه ویژه خواهد بود.

در اینجا باز هم به سادگی از نتایج يك مشتق گیری طولانی و نسبتاً پیچیده استفاده خواهیم کرد. شکل ۲۶.۳ طرح واره توزیع میدان الکتریکی در ناحیه يك دوقطبی الکتریکی را نشان می دهد. در این هیئت ساده، دیده می شود که يك بار منفی با حرکت هماهنگ ساده، به گرد بار مثبت ایستای همسانی، نوسان خطی انجام می دهد. اگر بسامد زاویه ای این نوسان ω باشد، گشتاور دوقطبی وابسته به زمان، (t) ، شکلی نرده ای خواهد داشت

$$p = p_0 \cos \omega t \quad (۶۲.۳)$$

می توان نشان داد که $p(t)$ می تواند گشتاور جمعی توزیع بار نوسانی در مقیاس اتمی، یا حتی جریانی نوسانی در يك آنتن خطی تلویزیون را نمایش دهد.

در لحظه $t=0$ ، $q d = p_0$ ، که d بیشینه فاصله اولیه بین مسراکز دوبار است [شکل ۲۶.۳ الف]. در واقع، گشتاور دوقطبی برداری است که جهت آن از $-q$ به $+q$ است. همین شکل يك رشته از نقشهای خط میدان را به عنوان جایجایی نشان می دهد، و از اینرو، گشتاور دوقطبی کاهش می یابد، سپس به سوی صفر میل می کند و سرانجام جهتش وارونه می شود. موقعی که بارها به طور مؤثری روی هم می افتند، $p=0$ و خطوط میدان باید خودشان را ببندند.

در فاصله بسیار نزدیک اتم، میدان الکتریکی، E ، به شکل يك دوقطبی الکتریکی ایستاست. اندکی دورتر از آن، در ناحیه ای که حلقه های بسته تشکیل می شوند، طول موج مشخصی وجود ندارد. يك بررسی تفصیلی نشان می دهد که این میدان الکتریکی از پنج جزء مختلف ترکیب یافته است و مطالبی که آن را توضیح می دهند پیچیده اند. دورتر از دوقطبی، آنجا که منطقه موج یا تابش نامیده می شود، پیکربندی میدان، شکل به ویژه ساده ای به خود می گیرد. از اینرو طول موج ثابتی ایجاد شده است؛ E و B عرضی، دوهو و برهم عمود، و همفازند. به ویژه که

$$E = \frac{p_0 k^2 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \quad (۶۳.۳)$$

و $B = E/c$ ، که در آن جهت میدانها، مانند شکل ۲۷.۳ است. بردار پوئینتینگ، $S = E \times B / \mu_0$ همیشه به طور شعاعی به سوی خارج منطقه موج است. در آنجا، خطوط میدان مغناطیسی، B ، دایره های هم مرکز با محور دوقطبی اند، و در صفحه ای عمود بر این محور قرار دارند. از آنجا که می توان B را ناشی از جریان نوسانگر متغیر نسبت به زمان در نظر گرفت، این مطلب کاملاً قابل درک است. تابیدگی (که به طور شعاعی از چشمه به سوی بیرون تابیده می شود) از معادله (۵۲.۳) پیروی کرده و با رابطه زیر مشخص می شود

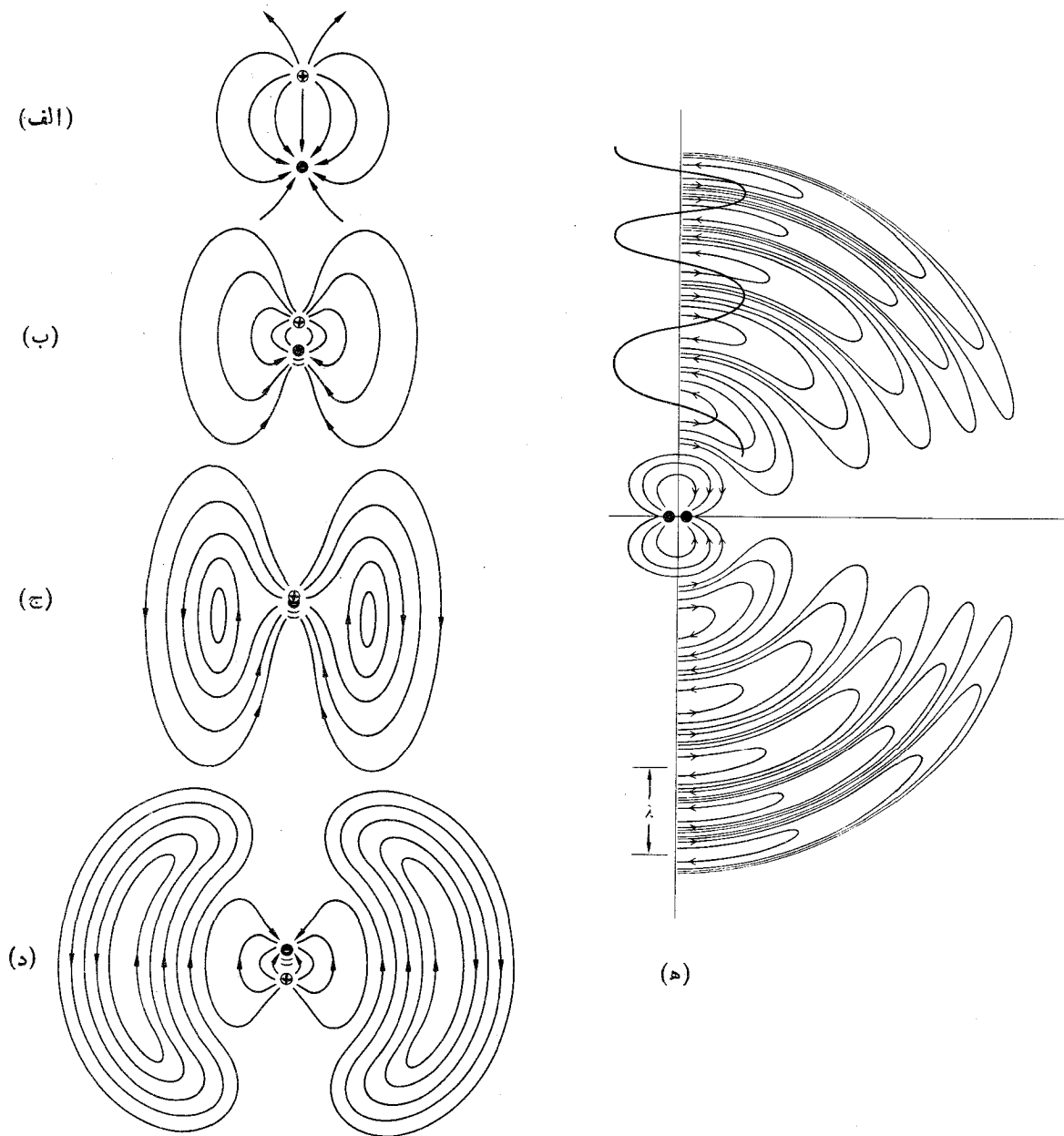


شکل ۲۵.۳ (ب). سحابی خرچنگ در نور ناقطبیده.

پذیرفته شده است که منشاء اکثر امواج رادیویی کم بسامد که از فضای خارج به زمین می رسند، تابش سنکروترونی است. در سال ۱۳۳۹/۱۹۶۰، رادیو اخترشناسان از این گسیلهای طول موج بلند، جهت بازشناسی رده نوین اجرامی آسمانی به نام اخترنما، استفاده کردند. در سال ۱۳۳۲/۱۹۵۵ فورانه های امواج رادیویی قطبیده ای که از مشتری صادر می شوند، کشف شد. اکنون منشاء آنها را به الکترونهایی که به طور مارپیچی در کمر بندهای تابشی گرداگرد این سیاره به دام افتاده اند، نسبت می دهند.

۳.۵.۳ تابش دوقطبی الکتریکی

هم نور و هم تابش فرابنفش اصولاً از آرایش مجدد بیرونی ترین الکترونها یا الکترونهایی که وابستگی آنها به اتمها و مولکولها ضعیف است، ناشی می شوند. از تحلیل مکانیک کوانتومی نتیجه می شود که گشتاور دوقطبی الکتریکی اتم، منبع اصلی این تابش است. آهنگ گسیلش انرژی از يك دستگاه مادی را، اگرچه فرایندی مکانیک کوانتومی باشد، می توان بر حسب دوقطبی الکتریکی نوسانی کلاسیکی در نظر گرفت. از اینرو، این سازوکار برای درک شیوه گسیل و درآشامی امواج الکترومغناطیسی توسط اتمها، مولکولها و حتی هسته ها، از اهمیت فراوانی برخوردار است. این موضوع هنگامی که برهم کنش نور با ماده را مطالعه می کنیم، مورد



شکل ۲۶.۳ میدان E يك دو قطبی الكتريکی نوسان کننده.

انجام می‌دهد به صورت دو قطبی نوسانی در نظر گرفت که برای مدت کوتاهی در حدود 10^{-8} ثانیه ارتعاش می‌کند. در خلال این مدت، اتم تک فوتونی با جهت کتره‌ای، یا به تعبیر کلاسیکی، یک تک قطار موج کوتاه (یا بسته موج)، می‌گسیلد. می‌توان انتظار داشت که نور گسیلیده از مجموعه بزرگی از اتمهای مستقل با جهتهای کتره‌ای، قطارهای موجی در تمامی جهتها را در بر خواهد گرفت. بین هر یک از این قطارهای موج با قطارهای موج دیگر، نه رابطه

$$I(\theta) = \frac{\mu_0 \omega^4}{32\pi^2 c^3 \epsilon_0} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \quad (۶۴.۳)$$

که بازهم مؤید قانون عکس مجذور فاصله است. توزیع چگالی شار زاویه‌ای، مانند شکل ۲۳.۳، چنبره‌ای است. در بررسی مکانیک کوانتومی اتم، درمی‌یابیم که انرژی، به جای آنکه به طور پیوسته تابیده شود، به صورت فوران یا فوتون گسیلیده می‌شود. فعلاً، می‌توان هراتمی را که گسیل خود بخودی

هستند که معمولاً تقسیم بندی طیف بر آن پایه انجام می گیرد.

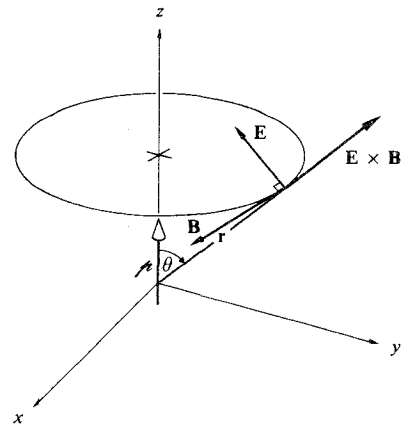
امواج با بسامدهای رادیویی

در سال ۱۸۸۷/۱۲۵۷، هشت سال پس از مرگ ماکسول، هاینریش هرتز که استاد فیزیک در مدرسه عالی فنی در کالسهوه آلمان بود، موفق شد امواج الکترومغناطیسی را تولید و آشکار سازی کند.^۱ فرستنده او در اساس، تخلیه کردن نوسانی در سراسر يك شكاف جرقه (که شکلی از دوقطبی الکتریکی نوسان کننده است) بود. آنتن گیرنده ای که او به کار برد، حلقه سیمي بازی با يك برآمدگی برنجی در يك سر و نقطه مسی ریزی در سر دیگر آن بود. جرقه ضعیفی که در این دوسر دیده می شد، آشکار سازی يك موج الکترومغناطیسی فرودی را مشخص می کرد. هرتز تابش را کانونی، قطبیدگی را تعیین، و آن را وادار به بازتابش و شکست کرد، و موجبات تداخل آن را فراهم آورد که منجر به ایجاد امواج ایستا شد. و سپس حتی طول موج آن را (برحسب متر) اندازه گیری کرد. به سخن خودش

من به ایجاد پرتوهای مجزای نیروی الکتریکی موفق شدم، و با آنها آزمایشهای اولیه را که معمولاً با نور و گرمای تابشی انجام می شود، انجام دادم... شاید بعداً آنها را پرتوهای نوری با طول موج بسیار بلند نامگذاری کنیم. آزمایشهایی که تشریح شد، برهن آشکار کردند که در هر حال، باید هرگونه تردیدی را دمرورد همسانی نور، گرمای تابشی، و حرکت موج الکترومغناطیسی، به کناری بگذارم.

امواجی که هرتز به کار برد، امروزه در گستره بسامدهای رادیویی دسته بندی شده اند و از چند هرتز تا حدود 10^9 Hz (λ)، از چند کیلومتر تا ۳ متر یا کمتر) گسترده شده اند. این امواج عموماً از طریق يك دسته از مدارهای الکتریکی گسیل می شوند. مثلاً جریان متناوب ۶۰ هرتز که در خطوط انتقال نیروی برق جاری است، با طول موج 10^6 m $\times 5$ منتشر می شود. از لحاظ نظری، برای طول موج حد بالایی وجود ندارد، می توان از روی تفنن گوی چوب پنبه ای بارداری را که برای همه ما آشناست به نوسان در آورد، و با انجام این کار، موجی نسبتاً بلند، اما نه چندان قوی، تولید کرد. بسامدهای بالاتر انتهای نوار، برای ارسال و پخش برنامه های تلویزیون و رادیو به کار می روند.

فوتونی که بسامد رادیویی آن يك مگاهرتز (10^6 Hz) است، $2 \times 10^{-28} \text{ J}$ یا $6 \times 10^{-9} \text{ eV}$ انرژی دارد که کمیت بسیار ناچیزی است. ماهیت دانه ای تابش عموماً مبهم است و فقط يك انتقال ظریف انرژی از آن آشکار است.



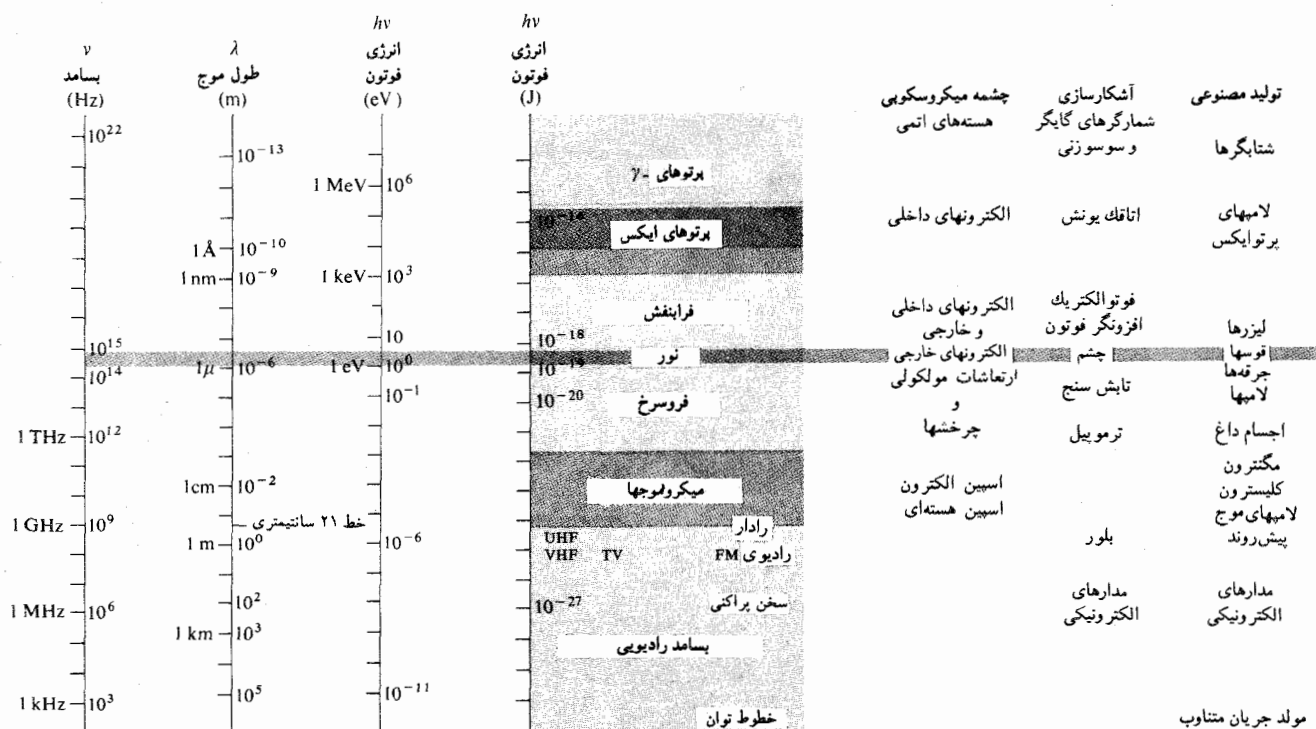
شکل ۲۷.۳ جهت میدانها در يك دوقطبی الکتریکی در حال نوسان.

فازی پایدار خاصی وجود خواهد داشت و نه هیچ يك از آنها در قطبش مشترکی سهم دارند. این مطلب با قطارهای موج گسترده، قطبیده، و پیوسته ای که توسط نوسانهای جریان مداوم در آنتن فرستنده تولید شده اند، در تمایز آشکاری است. با وجود این، حتی در چنین حالتی، تابش حقیقتاً تکفامی نداریم. تسوابع هماهنگ ساده ای که فقط يك بسامد دارند ایده آل هستند، این تسوابع گاهی هم معقول اند، با این وجود ایده آل نیستند. پیش از راه انداختن حتی يك مولد کامل، این تابش آشکارا صفر خواهد بود. ولی يك تابع هماهنگ در وابستگی زمانی خود دارای چنین محدودیتهایی نیست، و واضح است که، به خودی خود، نمی تواند چنین موجی را نمایش دهد. اگر مولد برای مدت زمانی کافی روشن بوده باشد، موجی را که می گسیلد در بهترین حالت، تقریباً تکفام یا شبه تکفام خواهد بود. در کاربردهای زیادی می توان نور لیزری یا نوری را که از پالایه نواری باریکی گذشته است به طور مناسبی با يك تابع هماهنگی نمایش داد. معذالک، از آنجا که تهیه تابش تکفام ناممکن است، این اصطلاح را تنها می توانیم از راه مسامحه به کار گیریم و این نکته را باید به یاد داشته باشیم.

۴.۵.۳ طیف الکترومغناطیسی فوتون

زمانی که ماکسول نخستین روایت مفصل از نظریه الکترومغناطیسی خود را در سال ۱۸۶۷/۱۲۴۶ منتشر کرد، تمامی نوار بسامدی شناخته شده، فقط از فرورسرخ، سرتاسر ناحیه مرئی، تا فرابنفش امتداد یافته بود. اگرچه این ناحیه در نور شناخت از اهمیت زیادی برخوردار است، اما تنها بخش کوچکی از طیف وسیع الکترومغناطیسی است (شکل ۲۸.۳). آنچه از این پس خواهد آمد دسته بندیهای عمده ای (که در واقع برخی از آنها، همدیگر را می پوشانند)

۱. در واقع هویکنس نخستین کسی بوده است که این کار بر جسته را انجام داده است. ولی آزمایشهایی که او در سال ۱۸۷۹/۱۲۵۸ انجام داده بود چاپ نشد و تا چندین سال مورد توجه قرار نکرد.



شکل ۲۸.۳ طیف الکترومغناطیسی فوتون.

این یک زوج تراز انرژی بسیار نزدیک به یکدیگر بوده و گذارهای میان آنها، مستلزم تنها $4.14 \times 10^{-5} \text{ eV}$ انرژی است. بسامد گسیلش میکرو موج حاصل $9.9 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است. این بسامدش لوده ساعت سزیم مشهور است که امروزه استاندارد برای بسامد و زمان است.

فروسرخ

ناحیه فروسرخ را که نخستین بار ویلیام هرشل (۱۷۰۱-۱۸۱۷) در سال ۱۸۰۰/۱۱۷۹ (۱۷۳۸-۱۸۲۲) اخترشناس پسر آوازه، در سال ۱۸۰۰/۱۱۷۹ آشکار سازی کرد، تقریباً از $3 \times 10^{11} \text{ Hz}$ تا $4 \times 10^{14} \text{ Hz}$ گسترده است. ناحیه فروسرخ یا IR معمولاً به چهار ناحیه تقسیم می شود: IR نزدیک، یعنی نزدیک به ناحیه مرئی، (۷۸۰-۳۰۰۰ nm)، IR میانی (۳۰۰۰-۶۰۰۰ nm)، IR دور (۶۰۰۰-۱۵۰۰۰ nm) و IR فرین (۱۵۰۰۰ nm-۱۰ mm). این تقسیم بندی نسبتاً ناپایدار است، و نام گذاری آن جنبه عام ندارد. انرژی تابشی در فرینه طول موج بلند را می توان با استفاده از نوسانگرهای میکرو-موج یا چشمه های گداخته، یعنی نوسانگرهای مولکولی تولید کرد. در حقیقت، هر ماده ای از راه اغتشاش گرمایی مولکولهای سازنده اش، نور فروسرخ را تابش یا جذب خواهد کرد. علاوه بر طیفهای

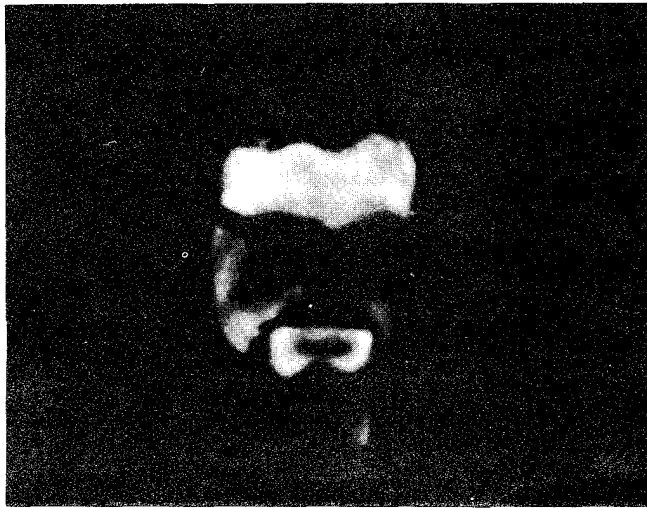
میکروموجها

ناحیه میکرو موج از 10^9 Hz تا حدود $3 \times 10^{11} \text{ Hz}$ گسترده است. طول موجهای وابسته به آن از ۳۰ cm تا ۱۰۰ mm است. تابشی که می تواند از جو زمین نفوذ کند، در گستره کمتر از ۱ سانتیمتر تا حدود ۳۰ متر قرار دارد. بنابراین، میکروموجها در ارتباطات ماهواره ای و نیز رادیو اخترشناسی نقش مهمی دارند. به ویژه، اتمهای هیدروژن خنثی، که در نواحی وسیعی از فضا پخش شده اند، میکروموجهایی با طول موج ۲۱ سانتیمتر (با بسامد ۱۴۲۰ MHz) می گسیلند. به یاری این گسیلش ویژه، اطلاعاتی نسبتاً کافی درباره ساختار کهکشان خودمان و کهکشانهای دیگر، به دست آمده است. امروزه به راحتی می توان بسیاری از پیش بینیهایی نظری نور شناخت فیزیکی را با سود بردن از شیوه های میکرو موجی، بررسی کرد. به علاوه، در بیشتر موارد این تنها رهیافت عملی است. فوتونهای واقع در انتهای بسامد پایین طیف میکرو-موج، انرژی اندکی دارند و می توانیم انتظار داشته باشیم که چشمه های آنها منحصرأ مدارهای الکتریکی باشند. با وجود این، گسیلهایی از این دست می توانند از گذارهای اتمی ناشی شوند، به شرط آنکه ترازهای انرژی به کار رفته، کاملاً به هم نزدیک باشند. حالت پایه ظاهری اتم سزیم نمونه خوبی برای این مورد است. در واقع

جدول ۲۰۳ بسامد تقریبی و گستره‌های طول موج رنگهای مختلف در خلا*

رنگ	λ_0 (nm)	ν (THz)*
سرخ	۷۸۰-۶۲۲	۳۸۴-۴۸۲
نارنجی	۶۲۲-۵۹۷	۴۸۲-۵۰۳
زرد	۵۹۷-۵۷۷	۵۰۳-۵۲۰
سبز	۵۷۷-۴۹۲	۵۲۰-۶۱۰
آبی	۴۹۲-۴۵۵	۶۱۰-۶۵۹
بنفش	۴۵۵-۳۹۰	۶۵۹-۷۶۹

* يك تراهرتز 10^{12} Hz = 1 THz، يك نانومتر 10^{-9} m = 1 nm.



شکل ۲۹.۳ گرمانگار از یکی از نویسندگان این کتاب (هشت). بهریش سردار توجه کنید.

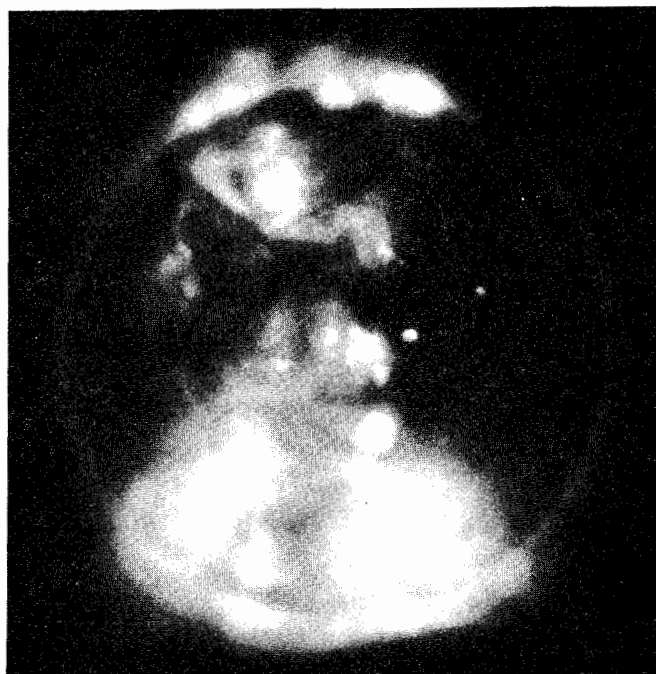
که سازوکار متفاوتی است، فراموش نکنید.^۱ در ماده‌ای التهابی، رشته فلزی داغ یا گوی آتشین خورشید، الکترونها به‌طور کثرت‌ای شتاب پیدا می‌کنند و برخورد‌های فراوانی انجام می‌دهند. طیف گسیلی پهن حاصل، تابش گرمایی نامیده می‌شود، و یک چشمه عمده نور است. در مقابل اگر لامپی را از گازی پر کرده و یک تخلیه الکتریکی در آن انجام دهیم، اتمهای داخل آن برانگیخته شده و تابش خواهند کرد. نور گسیلیده، مشخصه ترازهای انرژی ویژه آن اتمهاست و از یک رشته نوار یا خطوطی که بسامد کاملاً معینی دارند ساخته شده است. چنین وسیله‌ای را لامپ تخلیه گازی می‌نامند. اگر این گاز ایزوتوپ کریپتون ۸۶ باشد، این خطوط به‌ویژه باریک هستند (اسپین هسته‌ای صفر است، بنا براین ساختار فوق‌العاده ریز وجود ندارد). پهنای خط نارنجی-قرمز کریپتون ۸۶، که طول موج آن در خلا 658.446 nm است، (در ارتفاع نصف) فقط 0.00047 nm یا در حدود 400 MHz است. از اینرو، امروزه این طول موج، استاندارد بین‌المللی طول است (یک متر مساوی با $1,650,763.73$ و برابر یک طول موج است). مشاهده می‌شود که تابش الکترومغناطیسی به‌عنوان استاندارد هم برای طول و هم برای زمان به‌کار می‌رود. در زیر نور شدید خورشید که ممکن است چگالی شار فوتونی آن 10^{21} فوتون بر متر مربع ثانیه باشد، عموماً می‌توانیم انتظار داشته باشیم که ماهیت کوانتومی انتقال انرژی کاملاً مبهم

پیوسته که گازهای چگال، مایعات و جامدات گسیلیده‌اند، مولکول‌هایی که بر اثر گرما برانگیخته شده‌اند نیز ممکن است در گستره باریک و مشخصی، نور فروسرخ گسیل کنند. گسیل‌های ناشی از ارتعاشها و چرخشهای این مولکول‌ها، مشخصه پیوندهای شیمیایی ویژه آنهاست (مانند $\text{C}=\text{O}$ ، $\text{C}=\text{C}$ — و مانند اینها). انرژی تابشی فروسرخ عموماً با استفاده از وسیله‌ای که نسبت به گرمای تولید شده بر اثر درآشامی نور فروسرخ توسط یک صفحه سیاه حساس است، اندازه‌گیری می‌شود. مثلاً، آشکار سازهای ترموکوپلی، پنوماتیک «بادی» (مانند سلولهای گسولای)، پیزوالکتریک و تابش سنج از این جمله‌اند. اینها به‌نوبه خود، به ترتیب به تغییرات ناشی از دما در ولتاژ القا شده، حجم گاز، قطبش الکتریکی دائمی و مقاومت بستگی دارند. آشکار ساز را می‌توان از طریق یک روبنده به یک لامپ پرتو کاتودی جفت کرد تا تصویر لحظه‌ای تلویزیون گونه‌ای از نور فروسرخ به دست آید (شکل ۲۹.۳). فیلمهای عکاسی حساس به نواحی فروسرخ نیز برای این کار مناسب‌اند.

نود

نور مرئی با تابش الکترومغناطیسی در نوار باریکی از بسامدهای $3.84 \times 10^{14} \text{ Hz}$ تا حدود $7.69 \times 10^{14} \text{ Hz}$ (جدول ۲۰۳) متناظر است. این بسامدها عموماً از راه آرایش مجدد الکترونها بیرونی در اتمها و مولکول‌ها پدید می‌آیند (تابش سنکروترونی را

۱. در اینجا لازم نیست که نور را بر حسب مقوله فیزیولوژی انسان تعریف کنیم. بر عکس شواهدی دال بر اینکه این هم ایده زیاد جالبی نیست، در دست است. در ک



شکل ۳۰.۳ عکس گرفته شده از خورشید بسا پرتوایکس در مارس ۱۹۷۰. لبه ماه در گوشه جنوب شرقی دیده می شود.

پرتوهای گاما

این پرتوها پراثرترین (10^4 eV تا حدود 10^9 eV) تابشهای الکترومغناطیسی با کوتاهترین طول موج هستند. ذراتی که در درون هسته اتمی، عمل گذار را انجام می دهند آنها را گسیل می کنند. یک تک فوتون پرتو گاما آنقدر انرژی دارد که می تواند تقریباً به آسانی آشکارسازی شود. ضمناً طول موج آن آنقدر کوتاه است که اکنون مشاهده خواص موج گونه آن با اشکال بسیار زیادی مواجه است.

چرخه کاملی از پاسخ موج گونه بسامد رادیویی تا رفتار ذره گونه پرتو گاما را پیمووده ایم. جایی از این چرخه که از مرکز (لگاریتمی) طیف زیاد دور نیست، نور قرار دارد. انرژی آن، همانند تمامی تابشهای الکترومغناطیسی، کوانتیده است، ولی در اینجا به ویژه آنچه «می بینیم» بستگی به این دارد که چگونه «نگاه می کنیم».

مسائل

۱۰۳ موج الکترومغناطیسی را که (در دستگاه mks) با روابط $E_x = 0$ ، $E_y = 2 \cos [2\pi \times 10^{14} (t - x/c) + \pi/2]$ ، $E_z = 0$ بیان شده است، در نظر بگیرید. (الف) بسامد، طول موج،

است. اما، در باریکه های ضعیف، چون فوتونهای ناحیه مرئی (3.2 eV تا 1.6 eV) به تنهایی انرژی کافی برای ایجاد اثراتی تکی و مجزا را دارند، خاصیت دانه ای بودن آشکار خواهد شد. پژوهش در بینایی آدمی نشان داده است که چشم کمتر از ده فوتون و حتی شاید یک فوتون نوری را می تواند آشکارسازی کند.

فرا بنفش

در نزدیکی طیف نور مرئی، ناحیه فرا بنفش (تقریباً $8 \times 10^{14} \text{ Hz}$ تا $3 \times 10^{17} \text{ Hz}$) قرار دارد که آن را یوهان ویلهلم ریتر ($1189 - 1155 / 1176$) کشف کرد. انرژی فوتونها در این گستره تقریباً از 3.2 eV تا $1.6 \times 10^3 \text{ eV}$ است. از این پرتوهای فرا بنفش خورشید، یا UV، برای یونیدن اتمها در جو بالایی انرژی کافی در اختیار دارد و با این کار یون کره را پدید می آورد. بزرگی این انرژیهای فوتونی در حدود مقدار انرژی بسیاری از واکنشهای شیمیایی است و پرتوهای فرا بنفش در راه اندازی آن واکنشها اهمیت دارد. خوشبختانه اوزون (O_3) موجود در جو، آن قسمت از پرتوهای فرا بنفش را که مرگ آور است، در می آشامد.

پرتوهای فرا بنفش از راه صفحات فلوئورسان، مخلوطهای حساس عکاسی و سلولهای نوری قابل آشکارسازی است.

پرتوهای ایکس

پرتوهای ایکس را تقریباً به طور اتفاقی در سال $1895/1224$ ، ویلهلم کتراد رونتگن ($1302 - 1224 / 1223 - 1845$) کشف کرد. حوزه بسامد این پرتوها از $3 \times 10^{17} \text{ Hz}$ تا $5 \times 10^{19} \text{ Hz}$ گسترده شده است. فوتونهای پرتوایکس هنگامی توسط یک اتم یا مولکول گسیلیده می شوند که الکترونهای درونی، پیوندی مستحکم داشته و اعمال گذار «از مداری به مدار دیگر» را انجام دهند. همچنین این پرتوها هنگامی که یک ذره باردار پراثری حرکت خود را تغییر دهد (تابش ترمزی) و بنابراین تابش کند، تولید می شوند.

در این بسامدها، انرژی فوتونها بین $1.6 \times 10^3 \text{ eV}$ و $1.6 \times 10^5 \text{ eV}$ است، این مقدار چندان زیاد است که برهم کنش آنها با ماده می تواند آشکارا دانه ای باشد.

در سالهای اخیر، ماهواره هایی مانند رصدخانه خورشیدی مداری گسیلهای پرتوهای ایکس برون زمینی را از خورشید و دیگر منابع کیهانی ضبط کرده اند. تلسکوپهای پرتوهای ایکس که بر موشک سوارند به آینه هایی با فرودی خراشان مجهزند که برای آزمایش این مرز جدید پژوهش مورد استفاده قرار می گیرند. شکل ۳۰.۳ نمونه شگفتی از یک مورد هنری است. یک طیف نگار خورشیدی پرتوایکس، به عنوان بخشی از برنامه بعد از آپولو، بر ایستگاه فضایی اسکای لب-۱ سوار خواهد شد.

قراردادن شیشه، ناظر موجی به معادله زیر را می بیند.

$$E_p = E_0 \exp i\omega \left[t - (n-1) \frac{\Delta y}{c} - \frac{y}{c} \right]$$

(ب) نشان دهید که اگر $n \approx 1$ یا Δy خیلی کوچک باشد، داریم

$$E_p = E_u + \frac{\omega(n-1)\Delta y}{c} E_u e^{-i\pi/2}$$

جزء دوم سمت راست را می توان همچون میدان ناشی از نوسانگرهای موجود در صفحه شیشه ای در نظر گرفت.

۸.۳ میانگین زمانی تابع $f(t)$ در بازه زمانی T چنین است

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t') dt'$$

که t' یک متغیر ظاهری است. اگر $\tau = 2\pi/\omega$ دوره یک تابع هماهنگ باشد، نشان دهید به ازای $T \gg \tau$ و $T = \tau$ داریم

$$\langle \sin^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\langle \cos^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}$$

و

$$\langle \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle = 0$$

۹.۳ موج الکترومغناطیسی تخت قطبیده خطی را در نظر بگیرید که در راستای $x+$ در فضای آزاد حرکت می کند و سطح ارتعاش آن صفحه xy است. بسامد این موج ۱۰ مگاهرتز و دامنه آن $E_0 = 0.08 \text{ V/m}$ است. (الف) زمان تناوب و طول موج آن را پیدا کنید. (ب) برای $E(t)$ و $B(t)$ رابطه ای بنویسید. (ج) چگالی شار، $\langle S \rangle$ ، موج را پیدا کنید.

۱۰.۳ قطریک باریکه لیزر یک میلی وات، ۲ میلی متر است؛ با فرض اینکه واگرایی این باریکه چشم پوشیدنی باشد، چگالی انرژی آن را در نزدیکی لیزر حساب کنید.

۱۱.۳ ابری متشکل از دسته ای ملخ با چگالی ۱۰۰ حشره در متر مکعب، با سرعت ۶ متر در دقیقه به سوی شمال پرواز می کند. چگالی شار این ملخها، یعنی تعداد آنها در هر ثانیه در یک سطح مقطع یک مترمربعی، عمود بر مسیر پروازشان، چقدر است؟

۱۲.۳ فرض کنید که در مسیر آنتنی قرار گرفته باشید که امواج تختی با بسامد ۱۰۰ MHz و چگالی شار $1.988 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2$ منتشر می کند. چگالی شار فوتونی، یعنی تعداد فوتونها در واحد زمان و واحد مساحت را محاسبه کنید.

راستای حرکت، دامنه، و زاویه مبدأ این طول موج چقدر است و قطبش آن چیست؟ (ب) رابطه ای برای چگالی شار مغناطیسی بنویسید.

۲.۳ رابطه ای برای میدانهای \mathbf{E} و \mathbf{B} بنویسید که شامل یک موج هماهنگ تخت باشد که در راستای $z+$ حرکت می کند. این موج که صفحه ارتعاش آن با صفحه yz زاویه 45° می سازد، قطبیده خطی است.

۳.۳ شدت میدان الکتریکی یک موج نوری تخت، هماهنگ، و قطبیده خطی، در حالی که درون یک قطعه شیشه حرکت می کند، با رابطه زیر بیان شده است.

$$E_z = E_0 \cos \pi \cdot 10^{15} \left(t - \frac{x}{0.65c} \right)$$

پیدا کنید (الف) بسامد این نور؛ (ب) طول موج آن؛ (ج) ضریب شکست شیشه.

۴.۳ گذردهی نسبی آب از ۸۸.۰۰۰ در دمای صفر درجه، تا ۵۵.۳۳ در ۱۰۰ درجه تغییر می کند. علت این رفتار را شرح دهید. در این گستره دما، ضریب شکست $(\lambda = 589.3 \text{ nm})$ تقریباً از ۱.۳۳ تا ۱.۳۲ تغییر می کند. چرا تغییر n در مقایسه با تغییر K_e متناظر با آن، بسیار کوچک است؟

۵.۳ نشان دهید که برای مواد کم چگال، مانند گازها که یک تک بسامد تشدید، ω ، دارند، ضریب شکست از رابطه زیر به دست می آید

$$n \approx 1 + \frac{Nq_e^2}{2\epsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2)}$$

۶.۳ فوشین یک ماده رنگی (آنیلین) شدید است، که وقتی در الکل حل شود رنگ قرمز تیره پیدایم کند. به این جهت رنگ آن قرمز دیده می شود که مؤلفه سبز طیف را حذف می کند (همانطور که انتظار می رود، سطوح بلورهای فوشین، نیز شدیداً نور سبز را بازتابش می کنند). فرض کنید منشوری توخالی با وجوه نازک داشته باشید و آن را از این محلول پر کنید. طیف آن در برابر تابش نور سفید چگونه خواهد بود؟ ضمناً، پاشندگی غیرعادی برای اولین بار در سال ۱۸۴۰/۱۲۱۹ توسط فاکس تالبوت مشاهده شد، و این اثر در سال ۱۸۶۲/۱۲۴۱ توسط لروکس به طور رسمی نامگذاری شد. کار او بی درنگ فراموش شد، تا آنکه هشت سال بعد، سی. کریستیانس آن را دوباره کشف کرد.

۷.۳ فرض کنید که یک صفحه شیشه ای بدون درآشامی با ضریب شکست n و ضخامت Δy داشته باشیم که بین چشمه S و ناظر P قرار گرفته باشد. (الف) اگر معادله موج بدون مانع (بدون وجود صفحه)، $E_u = E_0 \exp i\omega(t - y/c)$ باشد، نشان دهید که با

۱۸۰۳ يك باريكه نور را با تابيدگي I در نظر بگيريد كه به طور عمود به ماده‌اي بتابد و كاملاً درآشاميده شود، نشان دهيد كه فشار تابشي وارد بر اين ماده با رابطه زير بيان مي شود

$$P = \frac{I}{c} \quad [۶۱۰۳]$$

*۱۹۰۳ درحالي كه باريكه نور عمودي مي تابد و به تمامي بازتابيده مي شود، رابطه‌اي براي بيان فشار تابشي به دست آوريد. اين نتيجه را براي حالي كه پرتو تابش با خط عمود زاويه θ مي سازد، تعميم دهيد.

*۲۰۳ پرده‌اي كه درآشاميده كاملي است، در مدت ۱۰۰ ثانيه ۳۰۰ وات نور دريافت مي كند. كل اندازه حرکت خطيي را كه به پرده منتقل مي شود، حساب كنيد.

*۲۱۰۳ اگر يك فوتون فرابنفش بخواهد اتمهاي اكسيژن و كربن موجود در مولكول مونواكسيد كربن را از هم جدا كند، بايد ۱۱ eV انرژی مصرف كند. كمينه بسامد تابش مناسب چقدر است؟
 *۲۲۰۳ حالت فضا نوردی را كه در فضاي آزاد تنها با يك چراغ ۱۰ واتي با توان پايان نا پذير شناور است در نظر بگيريد. چه مدت طول مي كشد تا سرعت او با استفاده از تابش چراغ به عنوان پيشرانه، به ۱۰ m/s برسد؟ جرم كل او ۱۰۰ kg است.

ميانگين تعداد فوتونهاي كه در هر متر مكعب اين ناحيه يافته مي شود، چه مقدار است؟

*۱۳۰۳ چند فوتون در هر ثانيه از يك لامپ زرد رنگ ۱۰۰ واتي گسيليده مي شود؟ به شرط آنكه اتلاف گرمائي چشم پوشيدني و طول موج شبه تكفام را ۵۵۰ nm فرض كنيم در يك لامپ ۱۰۰ واتي معمولي، در واقع فقط ۲۵ درصد از كل توان تلف شده به صورت تابش مرئي ظاهر مي شود.

*۱۴۰۳ يك لامپ چراغ قوه ۳ ولتي معمولي كه تقريباً ۲۵ A در جريان از آن مي گذرد، در حدود ۱۰ درصد از توان تلف شده را به نور ($\lambda \approx 550 \text{ nm}$) تبديل مي كند. اگر سطح مقطع باريكه ابتدائي 10 cm^2 باشد (الف) در هر ثانيه چند فوتون گسيليده مي شود؟ (ب) هر متر از اين باريكه چند فوتون را در برمي گيرد؟ (ج) چگالي شار اين باريكه هنگام خروج از چراغ قوه چقدر است؟

*۱۵۰۳ يك چشمه نقطه‌اي شبه تكفام همسانگرد، با آهنگ ۱۰۰ W تابش مي كند. چگالي شار آن در فاصله يك متری از چشمه چقدر است؟ دامنه ميدانهاي E و B در آن نقطه چه مقدار است؟

*۱۶۰۳ با استفاده از مباحث مربوط به انرژی، نشان دهيد كه دامنه يك موج استوانه‌اي بايد به نسبت عكس \sqrt{r} تغيير كند. نموداري رسم كنيد كه بر اين تغيير دلالت كند.

*۱۷۰۳ اندازه حرکت يك فوتون پرتوايكس، با بسامد 10^{19} Hz چه مقدار است؟

انتشار نور

۱۰۴ مقدمه

اکنون به تعدادی از پدیده‌های مربوط به انتشار نور و برهم‌کنش آن با محیط مادی می‌پردازیم. به‌ویژه مشخصه امواج نوری را، همچنان که در درون مواد گوناگون پیش می‌روند، و در این فرایند با سطوح مشترک آنها برخورد می‌کنند، و بازتابیده و شکسته می‌شوند، بررسی خواهیم کرد. بیشتر، با نور همچون یک موج الکترومغناطیسی کلاسیک برخورد خواهیم کرد که سرعت آن در هر محیطی به خواص الکتریکی و مغناطیسی آن ماده مربوط است. این هم واقعیت جالبی است که بسیاری از اصول اساسی نورشناخت به جنبه‌های موجی نور نسبت داده می‌شوند، با وجود این از ماهیت دقیق آن موج کاملاً مستقل‌اند. بطوری که خواهیم دید، دیرپایی اصل هوینگنس به خاطر همین موضوع است که به‌نوبه خود در خدمت تشریح امواج اتری مکانیکی، و امواج الکترومغناطیسی بوده‌است، و اکنون پس از ۳۵ سال در نورشناخت کوانتومی به کار می‌رود.

اکنون، فرض می‌کنیم موجی به سطح مشترک دو محیط مختلف (مانند یک قطعه شیشه در هوا) بتابد. همانطور که از تجربیات روزمره خود می‌دانیم، بخشی از چگالی شار فرودی به شکل یک موج بازتابیده به عقب برخورد گشت، در حالی که بخش باقیمانده در سرتاسر کرانه، به عنوان یک موج شکسته تراگسیلیده خواهد شد. در مقیاس زیر میکروسکوپی، به مجموعه‌ای از اتمها برمی‌خوریم که انرژی تابشی فرودی را پراکنده می‌کنند. شیوه برهم افتادن

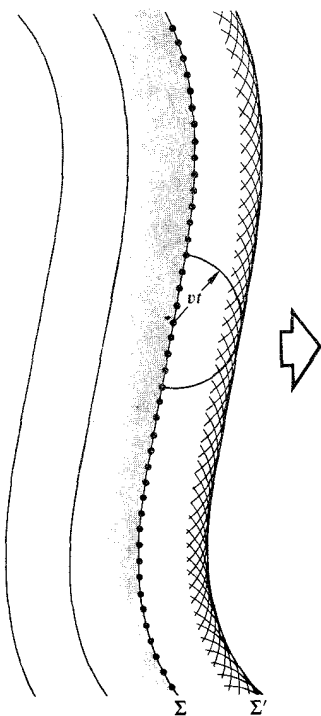
این موجکهای نوری گسیلیده و ترکیب شدن آنها با یکدیگر به توزیع فضایی اتمهای پراکننده وابسته است. همانطور که از فصل گذشته می‌دانیم فرایند پراکندگی، ضریب شکست و امواج شکسته و بازتابیده بر ایند را ایجاد می‌کنند. این توصیف اتمی از نظرمفهومی کاملاً قانع‌کننده است، هر چند بررسی تحلیلی آن کار ساده‌ای نیست. به هر حال، حتی وقتی روشهای ماکروسکوپی را به کار می‌گیریم، باید این موضوع را در نظر داشته باشیم، در واقع بعداً به این مسئله خواهیم پرداخت.

اکنون برای تعیین اصول عامی که بر انتشار، بازتابش، و شکست نور حاکم‌اند، یادست کم آنها را توضیح می‌دهند، به جستجو می‌پردازیم. اصولاً، باید دنبال کردن پیشروی انرژی تابشی در هر دستگاهی، از راه به کارگیری معادلات ماکسول و شرایط مرزی وابسته به آن، امکان‌پذیر باشد. اما، اگر این کار عملاً ناممکن نباشد عملی ساختن آن بسیار مشکل است (بخش ۱۰۱۵). و بنابراین، برای آن که نتایج خود را در انطباق با نظریه الکترومغناطیسی مورد بررسی قرار دهیم، در موقع مقتضی راه دیگری را که به نحوی متفاوت است، در پیش می‌گیریم.

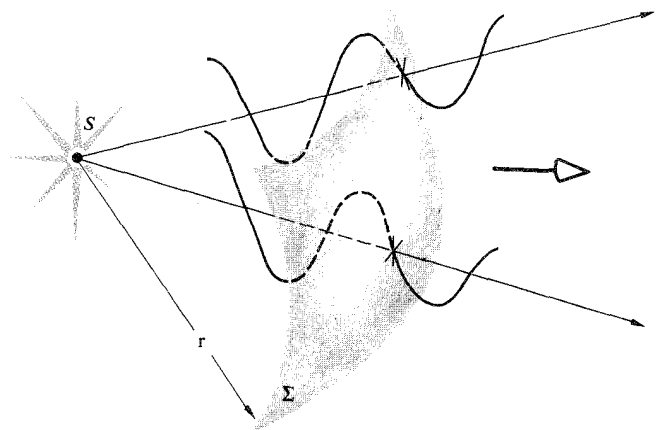
۲۰۴ قوانین بازتابش و شکست

۱۰۲۰۴ اصل هوینگنس

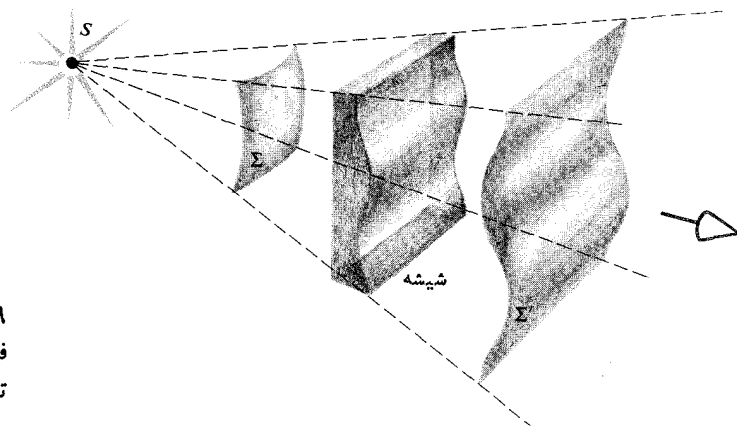
به یاد آوریم که جبهه موج سطحی است که بر آن آشفتگی نوری



شکل ۳.۴ انتشار یک جبهه موج بنا بر اصل هویگنس.



شکل ۱.۴ بخشی از یک موج کروی.



شکل ۲.۴ واپیش بخشی از جبهه موج در هنگام عبور از یک ماده با ضخامت غیر یکنواخت.

۱۶۹۰/۱۰۶۹ تحت عنوان رساله در باب نور منتشر شد که یک فیزیکدان هلندی به نام کریستیان هویگنس یازده سال پیش از آن تاریخ آن را نوشته بود. آنچه را که او در این مقاله اعلام کرده بود حالا به نام اصل هویگنس معروف است و مضمون آن این است که: هر نقطه روی جبهه موج اولیه همانند یک چشمه امواج کروی ثانویه عمل می کند به طوری که جبهه موج اولیه در لحظه بعدی پوش این موجکهای ثانویه است. افزون بر این، این موجکها با سرعت و بسامدی مساوی با سرعت و بسامد موج اولیه، در هر نقطه از فضا، به پیش می روند. اگر محیط همگن باشد، این موجکها می توانند باشعاعهای متناهی تشکیل شوند، در صورتی که اگر محیط ناهمگن باشد، موجکها به ناچار شعاعهای بینهایت کوچکی خواهند داشت. شکل ۳.۴ این مطلب را تقریباً روشن می کند، این شکل منظره ای از یک جبهه موج، Σ ، را در حالی که تعدادی از موجکهای کروی ثانویه را بعد از زمان t باشعاع vt به بیرون منتشر کرده است، نشان می دهد. بنا بر این ادعا می شود که، پوش تمام این موجکها با موج اولیه پیشرفته، Σ' ، متناظر است. آسان است که این فرایند را برحسب ارتعاشات مکانیکی یک محیط کشسان تجسم کنیم؛ درواقع این همان راهی است که هویگنس در زمینه یک اثر فراگیر با آن برخورد کرد، این موضوع از اظهار نظر خود او کاملاً مشهود است:

دارای فاز ثابتی است. شکل ۱.۴ بخش کوچکی از یک جبهه موج کروی Σ را که از چشمه نقطه ای شکل تکفام S در محیطی همگن خارج می شود، نشان می دهد. روشن است که اگر شعاع این جبهه موج همانطور که نشان داده شده است r باشد، در لحظه بعدی، t ، شعاع آن $(r+vt)$ خواهد بود، که v سرعت فاز موج است. اما در عوض فرض می کنیم که نور از یک ورقه غیر یکنواخت شیشه ای، مطابق شکل ۲.۴، بگذرد، به طوری که خود جبهه موج واپیچیده شود. چگونه می توانیم شکل جدید آن، Σ' ، را تعیین کنیم؟ یا تا آنجا که به این موضوع مربوط است، در لحظه ای بعد، اگر این امکان وجود داشته باشد که جبهه موج پس از آن راه خود را بدون مانع ادامه دهد، شکل Σ' چگونه خواهد بود؟ اولین گام در راه حل این مسئله مقاله ای بود که در سال

که از آن نقطه به سوی خارج حرکت می کنند. به اعتبار این مفاهیم، هر نقطه روی جبهه موج با یک مرکز پراکندگی فیزیکی شبیه است.

۲۰۲۰۴ قانون اسنل و قانون بازتابش

یک موج تخت تکنام را که بر فصل مشترک همواری که دو محیط مختلف شفاف را از هم جدا می کند (شکل ۴۰۴) فرود می آید، در نظر می گیریم. اکنون می خواهیم با استفاده از ترسیم هویگنس، رفتار موج را تعیین کنیم. به این ترتیب هر نقطه از جبهه موج تخت، Σ ، در شکل ۵۰۴ مانند چشمه موج ثانویه تعبیر خواهد شد.

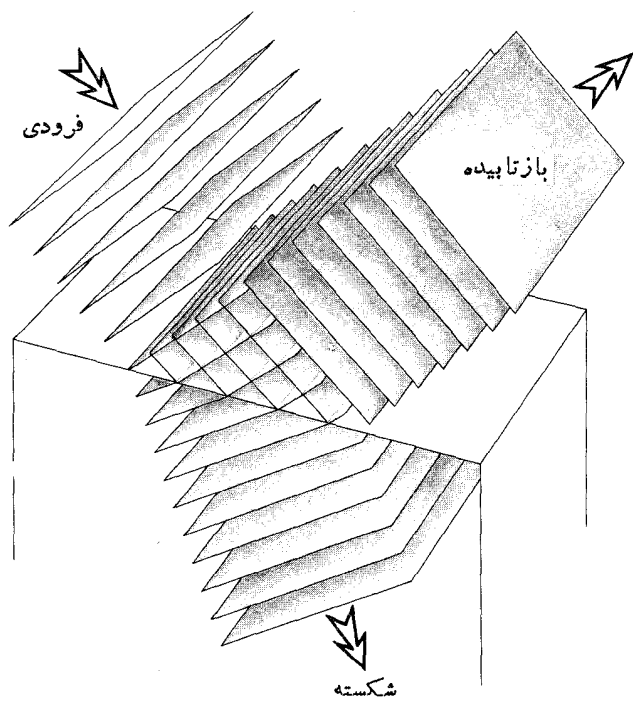
تعداد جبهه های موج اولیه که در هر ثانیه به فصل مشترک می رسند به بسامد موج هماهنگ فرودی، یعنی ν ، بستگی دارد. پس واضح است که موجهای بازتابیده و تراگیلیده، و بنا بر این تمام موجکهای ثانویه بسامد یکسانی خواهند داشت. مرز دو محیط نمی تواند بسامد ν را تغییر دهد. پس از یک مدت سپری شده که با دوره $\tau = 1/\nu$ متناظر است، جبهه های موج که در نمودار به Σ نشان داده شده اند، به صورت Σ_1 و Σ_2 از هم جدا شده اند. ضرایب شکست چنان اند که n_2 متعلق به محیط فرودی از n_1 متعلق به محیط تراگیلیده کوچکتر است. از اینرو، موجکها در محیط فرودی با سرعت $v_2 = c/n_2$ و در محیط تراگیلیده با سرعت

در مطالعه انتشار این امواج به خارج، باز هم باید در نظر داشته باشیم که هر ذره ماده که در آن موجی حرکت می کند، نه تنها حرکتش را در امتداد خط مستقیم که از نقطه نورانی کشیده شده به ذره مجاور خود منتقل می کند، بلکه الزاماً حرکتش را به تمام ذره های دیگر که با آن در تماس اند و در مقابل حرکت آن قرار دارند، می دهد؛ در نتیجه اطراف هر ذره موجی ظاهری می شود که مرکزش، این ذره است.

می توانیم از این ایده ها در دو سطح مختلف استفاده کنیم: در بررسی نظریه پراش، نمایش ریاضی از موجکها به عنوان شالوده ای برای یک روش تحلیلی با ارزش به کار خواهد رفت. با استفاده از آن، می توان پیشروی یک موج اولیه را که از تمامی انواع روزنه و موانع عبور کرده است با جمع کردن ریاضی سهمهای موجک، دنبال کرد. در مقابل، شکل ۳۰۴ به خودی خود، کار بردی نموداری از ایده های اساسی را نمایش می دهد که به نام ترسیم هویگنس شناخته شده است. در حال حاضر، مطالعه خود را به روش اخیر محدود می کنیم.

تا اینجا صرفاً از اصل هویگنس سخن گفته ایم بدون هیچگونه توجیه و یا استدلالی بر معتبر بودن آن. همانطور که خواهیم دید (فصل ۱۵)، فرنل در سال ۱۸۵۵ با موفقیت اصل هویگنس را تا اندازه ای پیراست. کمی بعد، کیرشهوف نشان داد که اصل هویگنس-فرنل پیامد مستقیم معادله دیفرانسیل موج (۵۹۰۲) است، و در نتیجه آن را بر بنیان ریاضی مستحکمی استوار کرد. اینکه نیاز به اصلاح اندکی در این اصل احساس می شد، از شکل ۳۰۴، که ما آن را تنها به شکل گمراه کننده موجکهای نیم کره ای رسم کرده ایم، آشکار است. می باید آنها را کروی رسم می کردیم، که در این صورت باید یک موج پس رونده به سوی چشمه می بود، چیزی که مشاهده نشده است. از وقتی که این مشکل به طور نظری مورد توجه فرنل و کیرشهوف قرار گرفت، دیگر از جانب آن دل نگرانی نداریم. در حقیقت تنها وقتی آن را کاملاً نادیده خواهیم گرفت که ترسیم هویگنس را به کار گیریم.

اصل هویگنس با بحثهای گذشته ما پیرامون پراکندگی اتمی انرژی تابشی، به خوبی مطابقت دارد. هر اتم از یک جسم مادی که با یک جبهه موج اولیه فرودی بر هم کنش دارد، می تواند همانند چشمه نقطه ای موجکهای ثانویه پراکنده به حساب آید. هنگامی که این اصل را آنگونه که در انتشار نور در خلأ به کار رفته است بررسی می کنیم، مطالب به طور کامل روشن نیستند. با وجود این مفید است در نظر داشته باشیم که در هر نقطه ای از فضای خالی، روی جبهه موج اولیه دومیدان متغیر زمانی الکتریکی، E ، و مغناطیسی، B ، وجود دارد. هر دو اینها به نوبه خود میدانهای نوبنی می آفرینند



شکل ۴۰۴ بازتابش و عبور امواج تخت.

۱. این مطلب استفاده از نوری را فرض می کند که چگالی شار آن آنقدر زیاد نیست که میدانها غول آسا باشند. با این فرض، مثل بیشتر موارد، محیط رفتار خطی خواهد داشت. در مقابل، اگر میدانها به اندازه کافی بزرگ باشند، هماهنگهای قابل مشاهده ای می توانند تولید شوند (بخش ۱۴.۴).

موجکی که از نقطه b روی Σ گسیلیده می‌شود. بعد از زمان t_1 ، سطح Σ فاصله $v_i t_1$ را در محیط فرودی، به‌سوی Σ' پیموده است، به‌طوری که b' بر Σ' منطبق می‌شود. بنابراین، می‌توان گفت یک موجک از b' در هردو محیط‌سط فرودی و تراگسیلنده منتشرخواهد شد، در حالی که در جبهه‌های بازتابیده، Σ_r ، و تراگسیلیده، Σ_i ، شرکت می‌کند. در اینجا، این موجکها بعد از زمان t_1 که در آن $t = t_1 + t_2$ ، نشان داده شده‌اند. بقیه نمودار خودتیین خواهد بود. شکل ۵.۴ شرح نسبتاً ساده‌ای است که در آن θ_i ، θ_r و θ_t مانند گذشته به ترتیب عبارت اند از زوایای فرود، بازتابش، و تراگسیل (یا شکست). توجه کنید که

$$\frac{\sin \theta_i}{BD} = \frac{\sin \theta_r}{AC} = \frac{\sin \theta_t}{AE} = \frac{1}{AD} \quad (1.4)$$

پس از مقایسه با شکل ۵.۴ بدیهی است که

$$BD = v_i t, \quad AC = v_i t, \quad AE = v_t t$$

با نشان دادن این مقادیر در معادله (۱.۴) و حذف t ، داریم

$$\frac{\sin \theta_i}{v_i} = \frac{\sin \theta_r}{v_i} = \frac{\sin \theta_t}{v_t} \quad (2.4)$$

پس، از دو عبارت نخست نتیجه می‌شود که زاویه فرود با زاویه بازتابش برابر است، یعنی

$$\theta_i = \theta_r \quad (3.4)$$

که قانون بازتابش نامیده می‌شود. این قانون اولین بار در کتابی با عنوان کاتاپتیک که به نظر می‌رسید اقلیدس آن را نوشته است، آمده است.

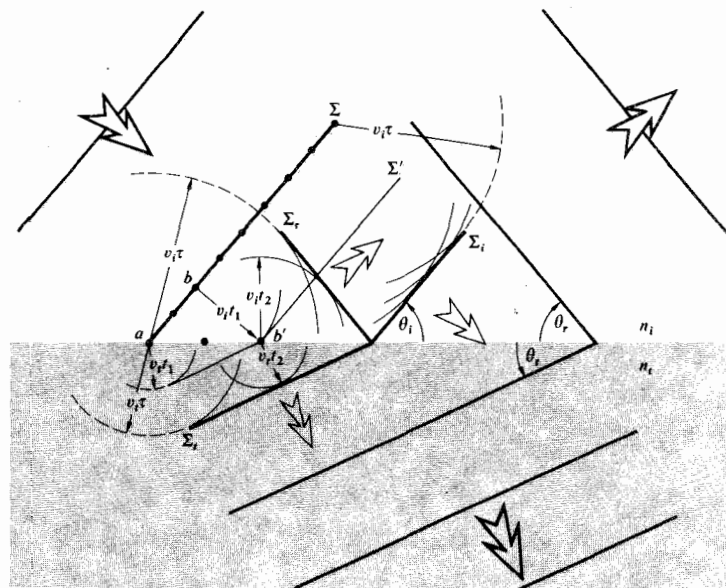
از جمله‌های اول و آخر معادله (۲.۴) به دست می‌آید

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_i}{v_t} \quad (4.4)$$

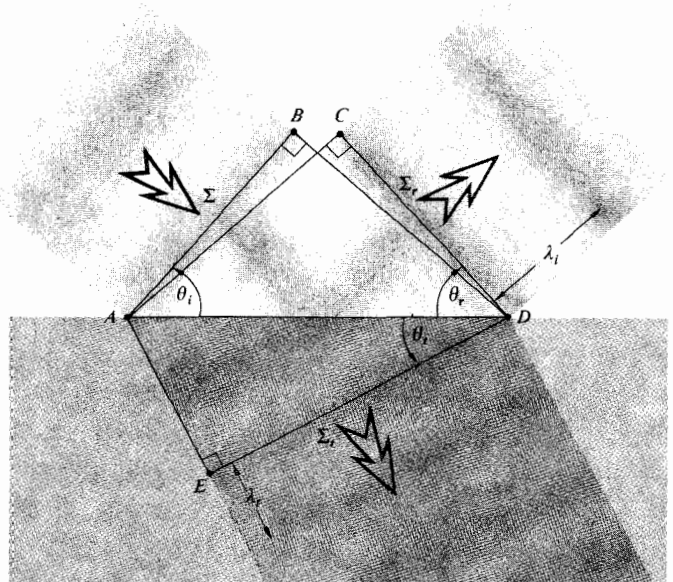
یا چون $v_i/v_t = n_i/n_t$

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t \quad (5.4)$$

این همان قانون بسیار مهم شکست است، پیامدهای فیزیکی آن مورد بررسی قرار گرفته و دست کم تا آنجا که ثبت شده است بیشتر از ۱۸۵۰ سال سابقه دارد. براساس برخی مشاهدات بسیار دقیق، بطلمیوس اسکندرانی کوشش ناموفقی را برای درک این عبارت به کار برده است. کپلر در کتاب خود به نام مکملهایی برکتاب دیتلوا در سال ۱۶۵۴/۹۸۳، موفق شد قانون شکست را با تقریب بسیار زیادی استخراج کند. متأسفانه کپلر به واسطه برخی داده‌های

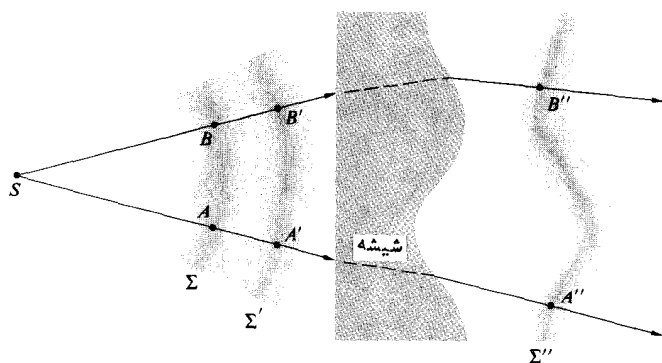


شکل ۵.۴ بازتابش و تراگسیل، برابر اصل هویکنس، در یک سطح مشترک.



شکل ۶.۴ جبهه موجهای بازتابشی و عبوری در یک زمان معلوم.

حرکت کنند، که در آنجا $n_i > n_t$ ، $v_i < v_t$. اگر این نمودار را همچون نوردی چندگانه‌ای از جبهه موج، Σ ، در زمانهای گوناگون و به‌ویژه بعد از بازه زمانی τ مجسم می‌کردید، شاید به فهم مطلب بیشتر کمک می‌کرد. اکنون پیشروی یک موجک نمونه را دنبال می‌کنیم؛ مثلاً



شکل ۷.۴ جبهه موجها و پرتوها.

از زمان t به t'' تبدیل شود، فاصله بین نقاط متناظر در هر پرتو و یا در تمامی پرتوها در همان زمان t'' ، جا به جا خواهد شد. این مطلب حتی اگر جبهه‌های موج از يك محیط همسانگرد همگن به محیط دیگری گذر کنند، آشکارا صحیح است. این بدان معنی است که هر نقطه روی Σ می‌تواند به عنوان دنباله مسير پرتوی که در زمان t به Σ می‌رسد، تصور شود.

اگر يك دسته پرتو چنان باشد که بتوانیم سطحی را که بر هر پرتو و بر تمام پرتوها عمود است بیابیم، می‌گوییم که آنها يك انطباق عمودی را تشکیل می‌دهند. مثلاً، پرتوهایی که از يك چشمه نقطه‌ای منتشر شوند، بر کره‌ای که مرکز آن همان نقطه است عمودند، و در نتیجه يك انطباق عمودی تشکیل می‌دهند.

حال می‌توانیم مختصراً به روشی، غیر از اصل هویگنس، برداریم که همچنین امکان دنبال کردن نور در محیطهای همسانگرد گوناگون را برای ما فراهم می‌آورد. اساس این رهیافت قضیه مالوس و دوپن است (در سال ۱۸۵۸/۱۱۸۷ ئی-مالوس آن را معرفی کرد و در سال ۱۸۱۶/۱۱۹۵ دوپن تغییراتی در آن انجام داد) برابر این رهیافت، يك دسته باریکه، پس از تعدادی بازتابش و شکست، انطباق عمودی خود را حفظ خواهد کرد (شکل ۷.۴). با نگرستن از دیدگاه نظریه موجی به موضوع، مطلب آشکارا هم‌ارز این گزاره است که: در محیطهای همسانگرد، در سرتاسر فرایند انتشار، پرتوها بر جبهه‌های موج عمود باقی می‌مانند. همانطور که در مسئله ۹.۴ نشان داده شده است، این قضیه می‌تواند برای استنتاج قانون بازتابش و نیز قانون اسنل به کار رود. غالباً مناسبترین راه این است که پیشروی يك پرتو را از طریق يك دستگاه نوری با به کارگیری قوانین بازتابش و شکست دنبال کنیم و سپس جبهه‌های

نادرستی که قبلاً ویتلو (حدود ۱۲۷۵) گردآوری کرده بود، همراه شد. به نظر می‌رسد که اسنل در دانشگاه لیدن، و دکارت ریاضیدان فرانسوی مستقلاً به روابط درستی رسیده بودند.^۱ در کشورهای انگلیسی زبان عموماً معادله (۵.۴) را به نام قانون اسنل می‌شناسند. باید توجه داشت که این معادله را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = n_{ti} \quad (۶.۴)$$

که در آن $n_{ti} \equiv n_t/n_i$ نسبت ضرایب شکست مطلق است. به عبارت دیگر، این رابطه ضریب شکست نسبی دو محیط است. از شکل ۵.۴ که در آن $n_{ti} > 1$ ، یعنی $n_t > n_i$ و $v_i > v_t$ ، بر می‌آید $\lambda_i > \lambda_t$ ، در حالی که به ازای $n_{ti} < 1$ ، عکس این روابط درست خواهد بود.

۳.۲.۴ پرتوهای نور

مفهوم پرتو نوری چیزی است که در سرتاسر بررسی ما از نور شناخت، مورد توجه خواهد بود. پرتو خطی امت که متناظر با راستای جریان انرژی تابشی در فضا کشیده می‌شود. در این صورت، این خط بیشتر يك وسیله ریاضی است تا هویتی فیزیکی. عملاً می‌توان باریکه یا دسته‌های نوری بسیار باریکی (مثلاً يك باریکه لیزری) را ایجاد کرد؛ باید پرتوی را تصور کنیم که باریکی آن در حد چنین باریکه‌ای، غیر قابل حصول است. در نظر داشته باشید که در يك محیط همسانگرد، یعنی محیطی که خواص آن در تمامی جهات یکسان است، پرتوها گذرگاههای متعامد جبهه‌های موج هستند. یعنی، این پرتوها خطوطی اند که در هر نقطه سطح مقطع بر جبهه‌های موج عمودند. بدیهی است که در چنین محیطی، هر پرتو موازی بودار افتشاد، k ، است. همانطور که تردیدتان برانگیخته می‌شود، این مطلب در محیط ناهمسانگرد که بررسی بیشتر آن را به بعد موکول می‌کنیم (بخش ۱۰.۴) درست نیست. در آن مواد همسانگرد همگن، پرتوها خطوط مستقیمی خواهند بود، زیرا از راه تقارن نمی‌توانند در هیچ جهت ترجیحی خم شوند. به علاوه، به عنوان نتیجه‌ای از این نکته که سرعت انتشار در تمامی جهات در درون محیطی معین یکسان است، فاصله مکانی بین دو جبهه موج، که در امتداد پرتوها اندازه‌گیری شده است، باید در همه جا یکسان باشد.^۲ نقاطی که حاصل تقاطع يك پرتو با مجموعه‌ای از جبهه‌های موج باشند، نقاط متناظر نامیده می‌شوند، مانند نقاط A ، A' و A'' در شکل ۷.۴. مسلماً، فاصله زمانی بین هر دو نقطه متناظر در هر دو جبهه موج پی‌دپی یکی است. به عبارت دیگر، اگر جبهه موج Σ پس

۱. جهت دستیابی به تاریخچه مفصلتری از این مبحث، رگ

Max Herzberger, «Optics from Euclid to Huygens», *Appl. Opt.* 5, 1383 (1966).

۲. وقتی ماده‌ای ناهمگن است و یا هنگامی که بیشتر از يك محیط در کار باشد، طول راه خودی بین دو جبهه موج یکسان می‌ماند (بخش ۴.۲.۴).

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \quad [5.4] \quad 3.$$

این قوانین با استفاده از يك باریکه باریک نور، در تصویرهای شکل ۹.۴، با ظرافت بیشتری نموده شده‌اند. در این حالت مانند شکل ۱۰.۴ الف، سطح هموار است، یا به بیانی دقیقتر، هر نوع بی‌نظمی در آن، در مقایسه با يك طول موج ناچیز است. باریکه‌ای دقیقاً مشخص یا باریکه بازتابیده آینه‌ای، خارج می‌شود. در مقابل، وقتی سطوح نسبتاً ناهموار باشد، برابر شکل ۱۰.۴ ب، بازتابش پخش‌شده روی می‌دهد. علیرغم این مطلب، قانون بازتابش در آن نواحی که به اندازه کافی كوچك است و آن را می‌توان هموار در نظر گرفت، كاملاً صدق می‌کند.

بردار یکه \hat{u}_n عمود بر سطح مشترك را که نشانگر راستا از محیط تابنده به محیط تراگیلیده است، در نظر می‌گیریم (شکل ۱۱.۴) می‌توان نشان داد (همانطور که امیدواریم در مسئله ۱۰.۴ اثبات کنید) که قوانین اساسی اول و سوم می‌توانند به شکل يك معادله برداری شکست ترکیب شوند.

$$n_i(\hat{k}_i \times \hat{u}_n) = n_r(\hat{k}_r \times \hat{u}_n) \quad (7.4)$$

و یا

$$n_i \hat{k}_i - n_r \hat{k}_r = (n_i \cos \theta_i - n_r \cos \theta_r) \hat{u}_n \quad (8.4)$$

اندکی زود است که در اینجا پیرامون فرایندهایی که در یک مقیاس اتمی، به ویژه آنهایی که به قوانین بازتابش و شکست منجر می‌شوند، به تفصیل بحث کنیم. همانطور که خواهیم دید، موجکهای پراکنده که توسط اتمهای ماده گسیلیده می‌شوند، روی هم می‌افتند و باریکه‌ای بازتابیده و شکسته را تنها در راستاهای \hat{k}_r و \hat{k}_i تولید می‌کنند. روشن است که بازتابش يك پدیده مربوط به سطح است، و در واقع، مستلزم اتمهایی است که در لایه‌ای به عمق تقریباً $\lambda/2$ قرار دارند. پاسخ به دست آمده، به آرایه آنتنهای انتقال که در آنها فاصله بین چشمه‌ها کمتر از λ (در این حالت تقریباً 10^{-10} m) باشد، شباهت فراوانی دارد (بخش ۳.۱۰). در مقابل، اگر طول موج فرودی کاهش یافته و به کمتر از طول موج نور (500 nm) و به ناحیه پرتوایکس (10^{-10} m) که در حدود فاصله اتمی است برسد، عموماً دیگر چگالی شار بیشینه‌ای در راستاهای θ_r و θ_i همانند مورد نور، وجود نخواهد داشت. به همین ترتیب، اگر ما از نوعی آرایش استفاده کنیم که فواصل مراکز پراکندگی آنها به اندازه λ نور (مثلاً شبکه پراش) باشند، می‌توانیم باریکه‌های بازتابیده و تراگیلیده‌ای از مرتبه بالاتر، افزون بر آنها که در بالا ملاحظه کردیم (باریکه‌های مرتبه صفر)، مشاهده کنیم (شکل ۳۶.۱۰).

۴.۲.۴ اصل فرما

قوانین بازتابش و شکست، و در واقع شیوه کلی انتشار نور را،

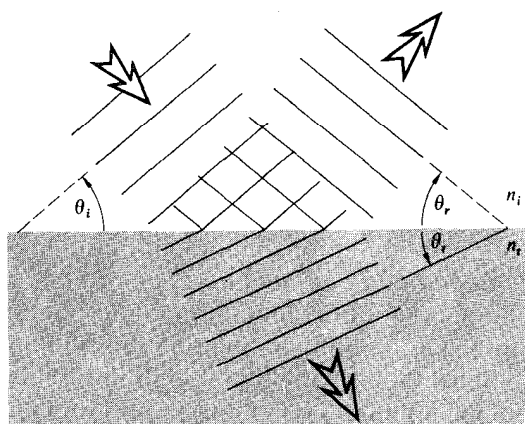
موج را بازسازی کنیم. مطلب اخیر را می‌توان به كمك ملاحظات بالا، در زمانهای مساوی عبور بین نقاط متناظر و تعامد پرتوها و جبهه‌های موج به انجام رسانید.

شکل ۸.۴ تشکیل پرتو موازی را همراه با يك موج تخت مشخص می‌کند، در این شکل θ_i ، θ_r و θ_t ، که نسبت به خط عمود بر سطح جدایی سنجیده شده‌اند، دقیقاً مفاهیم پیشین را دارند. پرتو فرودی و خط عمود، صفحه‌ای را تشکیل می‌دهند که آن را صفحه فرود گویند. به دلیل تقارن وضعیت، باید پیش‌بینی کرد که هم پرتوهای بازتابش و هم تراگیلیده از آن صفحه منحرف نخواهند شد. به عبارت دیگر، بردارهای انتشار يکه مربوطه، \hat{k}_i ، \hat{k}_r و \hat{k}_t ، هم‌صفحه‌اند.

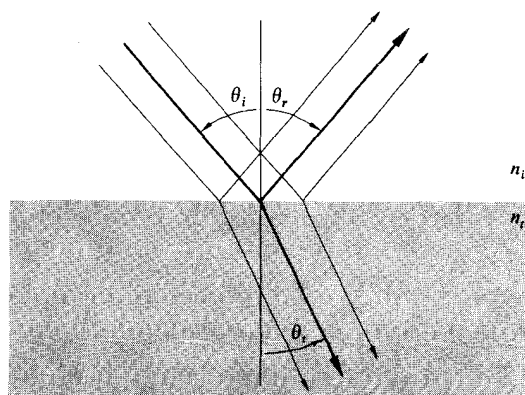
بنابراین در مجموع، سه قانون اساسی بازتابش و شکست عبارت‌اند از

۱. پرتوهای فرودی، بازتابش، و شکست، همگی در صفحه فرود قرار دارند.

$$\theta_i = \theta_r \quad [3.4] \quad 2.$$

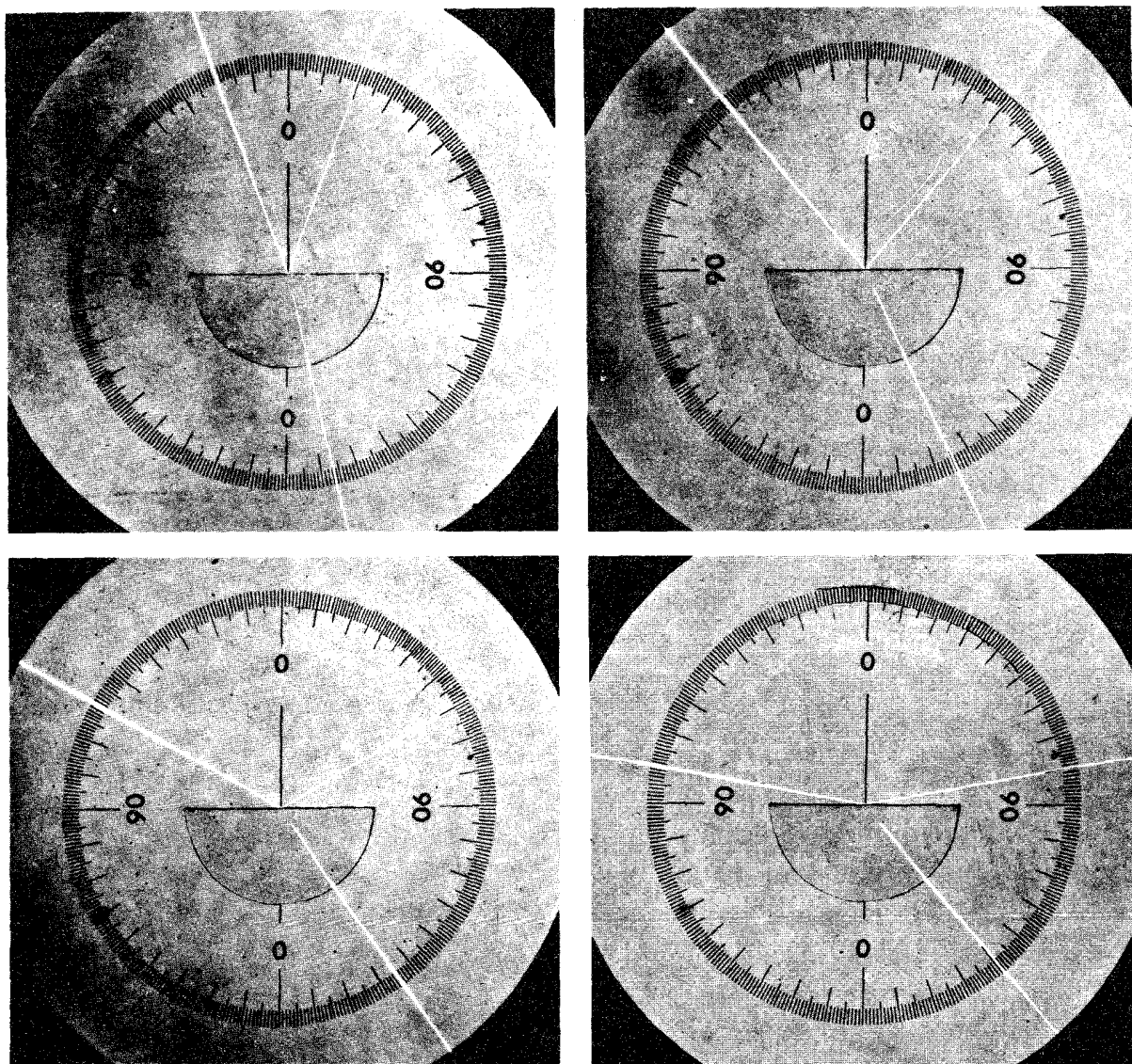


نمایش موج



نمایش پرتو

شکل ۸.۴ نمایش موج و پرتو يك باریکه تراگیلیده، بازتابیده و فرودی.

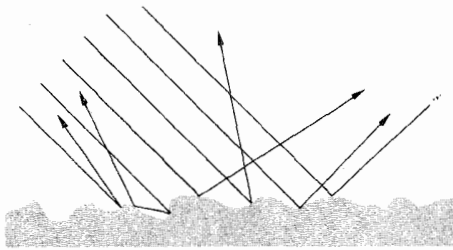


شکل ۹.۴ شکست به نسبت زاویه‌های مختلف فرود.

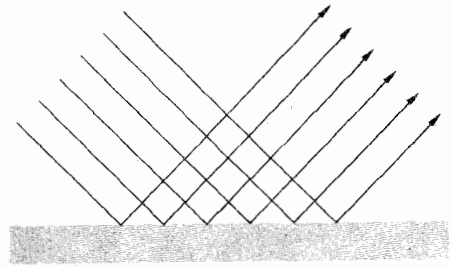
خود، ادعا کرد که مسیری که نور عملاً از نقطه‌ای مانند S به نقطه‌ای مانند P از راه بازتابش روی سطح می‌پیماید، کوتاهترین راه ممکن است. می‌توان این موضوع را تقریباً به سادگی در شکل ۱۲.۴ مشاهده کرد. این شکل چشمه نقطه‌ای S را که تعدادی پرتو می‌گسیلد و سپس آن پرتوها به سوی P «بازتاب» می‌یابند نشان می‌دهد. البته تنها یکی از این مسیرها واقعیت فیزیکی دارد. اگر این پرتوها را به سادگی چنان رسم کنیم که گویی از S' (تصویر S) خارج می‌شوند، هیچک از فواصل تا P تغییر نخواهند کرد، یعنی $S'P = SAP$ ، $S'BP = SBP$ و غیره. ولی آشکارا مسیر راست خط $S'BP$ مربوط به $\theta_r = \theta_i$ ، کوتاهترین راه ممکن است. استدلال مشابهی (مسئله

بازهم می‌توان از دیدگاه کاملاً متفاوت و شگفت دیگری که از راهی بدنام اصل فرما ارائه شده است، نگریست. ایده‌هایی که در حال حاضر مطرح خواهند شد تأثیر بسیار زیادی در گسترش اندیشه فیزیکی و حتی فراسوی نورشناخت کلاسیکی داشته است. اصل فرما، جدا از پیامدهایش در نورشناخت کوانتومی (بخش ۶.۱۳)، راه بسیار مفید و روشنی را در پیش‌بینی و ادراک رفتار نور برای ما، فراهم می‌آورد.

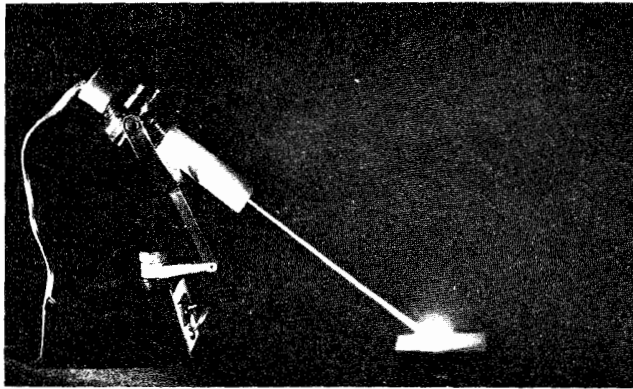
هروی اسکندران‌ی که در سالهای بین ۱۵۰ (ق.م) و ۲۵۰ (م) زندگی می‌کرد، اولین کسی بود که آنچه را تاکنون اصل و ددشی نامیده شده است، بنیاد گذاشت. او در فرمولبندی قانون بازتابش



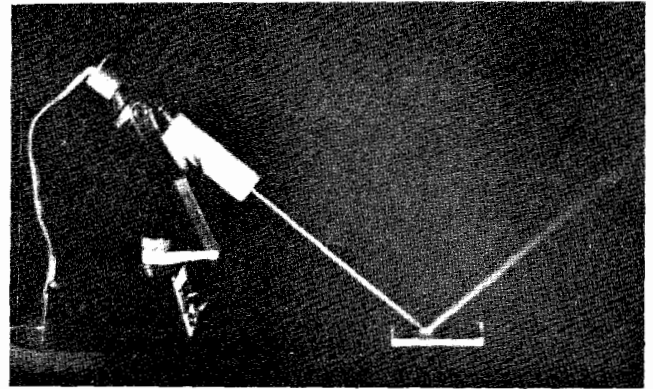
پخشیده



آینه‌ای

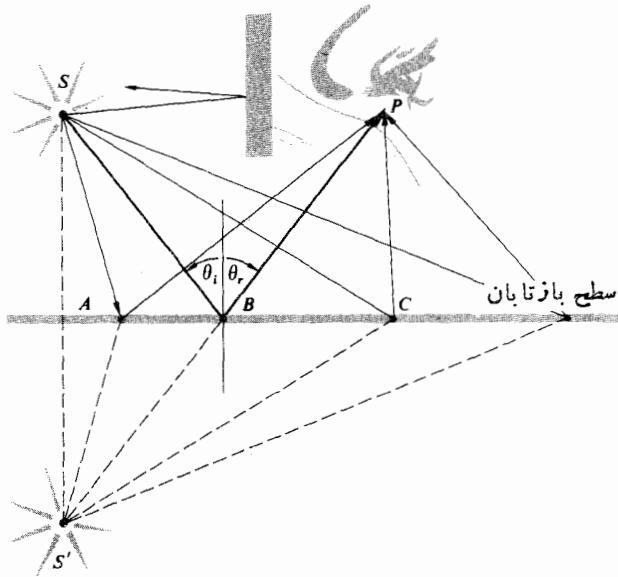


شکل ۱۰۴ (ب). بازتابش پخشیده.

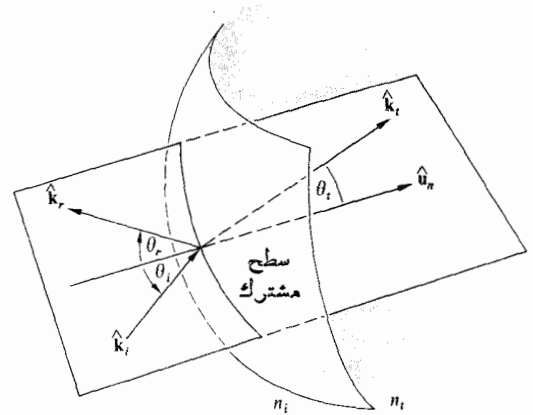


شکل ۱۰۴ (الف). بازتابش آینه‌ای.

فضایی بین نقطه‌ای در محیط فرودی و نقطه‌ای در محیط تراکسیلنده را نمی‌پیماید. در نتیجه، فرما گزاره‌ی هرو را دوباره فرمولبندی کرد و اظهار داشت: فاصله واقعی بین دو نقطه که یک باریکه نوری پیماید

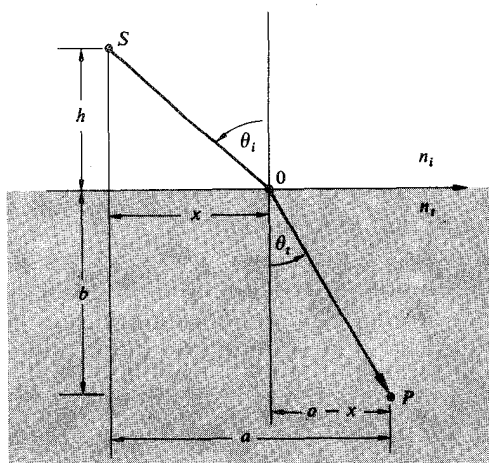


شکل ۱۲۰۴ کوتاهترین مسیر از چشمه‌ی S به چشم ناظر در نقطه‌ی P .

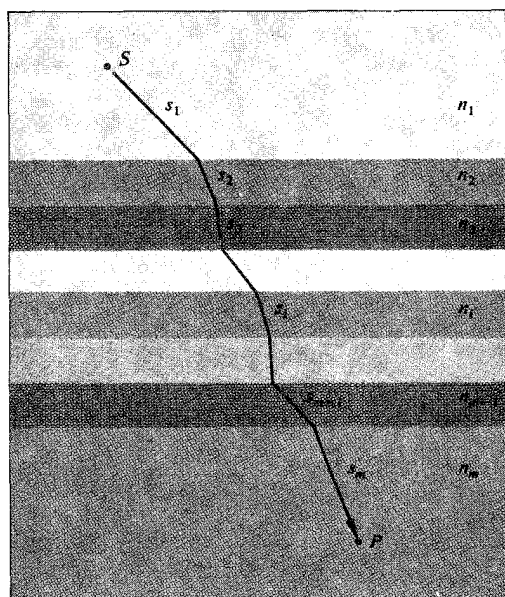


شکل ۱۱۰۴ شکل هندسی پرتو.

(۱۳۰۴) روشن می‌کند که نقاط S و B و P باید در صفحه‌ای که قبلاً آن را صفحه فرود نامیدیم قرار بگیرند. بیش از ۱۵ قرن مشاهدات کنجکاوانه، «هرو» همچنان بی‌رقیب باقی ماند، تا اینکه در سال ۱۶۵۷/۱۰۳۶ فرما اهل کمترین زمان مشهور خود را که بازتابش و شکست را در برمی‌گرفت، اعلام کرد. روشن است که باریکه نوری که یک سطح مشترك را می‌پیماید راه راست و کوتاهترین مسیر



شکل ۱۳.۴ کاربرد اصل فرما در شکست.



شکل ۱۴.۴ انتشار یک پرتو از یک ماده چند لایه‌ای.

که در آن، عبارت مجموع را طول راه نودی (O.P.L.)، که توسط پرتو نور پیموده شده است، می‌نامند. این کمیت، با طول مسیر فضایی، $\sum_{i=1}^m s_i$ ، فرق می‌کند. آشکار است که برای محیطی ناهمگن که در آن n تابع مکان است، مجموع باید به انتگرال تبدیل شود.

$$(O.P.L.) = \int_S^P n(s) ds \quad (10.4)$$

از آنجا که $t = (O.P.L.)/c$ ، می‌توانیم اصل فرما را دوباره چنین بیان کنیم: نور در هنگام گذر از نقطه S به نقطه P، مسیری را

داهی است که در کمترین زمان پیموده می‌شود. همانطور که به زودی خواهیم دید، حتی در نحوه بیان او نارسایی و انسداد اشتباهی موجود بود. بنابراین فعلاً آن را بپذیریم، اما پذیرشی از ناگزیری. به عنوان مثالی از کاربرد این اصل در مبحث شکست، شکل ۱۳.۴ را که در آن زمان t یعنی زمان گذر از S به P را نسبت به متغیر x کمینه‌سازی می‌کنیم، مورد توجه قرار می‌دهیم. به عبارت دیگر، تغییر x باعث جابجایی نقطه O می‌شود و در نتیجه این پرتو از S به P تغییر مکان می‌دهد. بنابراین می‌توان گفت کوتاه‌ترین زمان عبور با مسیر واقعی تطبیق خواهد کرد. یعنی

$$t = \frac{SO}{v_i} + \frac{OP}{v_r}$$

یا

$$t = \frac{(h^2 + x^2)^{1/2}}{v_i} + \frac{[b^2 + (a-x)^2]^{1/2}}{v_r}$$

با کمینه‌سازی $t(x)$ نسبت به تغییرات x می‌گیریم: $dt/dx = 0$ ، یعنی

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_i(h^2 + x^2)^{1/2}} + \frac{-(a-x)}{v_r[b^2 + (a-x)^2]^{1/2}} = 0$$

با استفاده از نمودار، این رابطه را می‌توان به صورت

$$\frac{\sin \theta_i}{v_i} = \frac{\sin \theta_r}{v_r}$$

نوشت که البته همان قانون اسنل (۴.۴) است. به این ترتیب، اگر باریکه نوری در کمترین زمان ممکن از S به سوی P پیشروی کند، باید بر طبق قانون تجربی شکست رفتار کند.

فرض می‌کنیم، مطابق شکل ۱۴.۴، ماده‌ای لایه لایه مرکب از m لایه با ضریب شکستهای مختلف داشته باشیم. در این صورت، زمان عبور از S تا P برابر خواهد بود با

$$t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \dots + \frac{s_m}{v_m}$$

یا

$$t = \sum_{i=1}^m \frac{s_i}{v_i}$$

که در آن، s_i و v_i به ترتیب طول مسیر و سرعت متناظر با i امین لایه‌اند. بنابراین

$$t = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^m n_i s_i \quad (9.4)$$

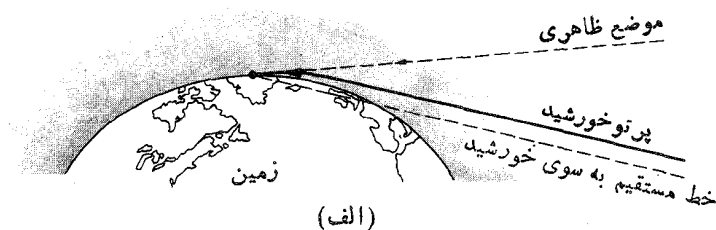
برابر صفر و یا به طور هم ارز این تابع به ازای آن دارای يك بیشینه، ∞ ، یا دارای يك کمینه، $-\infty$ ، و یا نقطه عطفی که دارای مماسی افقی است، ∞ ، باشد.

شکل نوین بیان اصل فرما می گوید: پرتو نوری که از نقطه S به P می رود باید يك طول راه نودی را که نسبت به تغییرات آن مسیر مانا است، پیچاید. پیچاید. به عبارت دیگر، $(O.P.L.)$ برای گذرگاه حقیقی، در اولین تقریب، با $O.P.L.$ مسیری که با فاصله با آن مجاورند، برابر خواهد بود. در نتیجه، منحنیهای زیادی در نزدیکی منحنی واقعی وجود خواهند داشت که زمان عبور نور از تمام آنها تقریباً برابر است. همین نکته آخر این امکان را فراهم می آورد که بفهمیم نور چگونه در خلال پیچ و خم خوردن خود تا این حد چابك است. فرض می کنیم که باریکه ای نور از میان يك محیط همسانگرد به پیش می رود، به طوری که يك پرتو از نقاط S به P گذر می کند. اتمهای درون ماده از راه آشفته گی فرودی تحريك شده و در تمامی راستاها تابش خواهند کرد. به طور کلی، موجکهایي که از مجاورت بلاواسطه يك مسیر سرچشمه گرفته اند، از راه مسیری که تنها اندکی متفاوت اند و بنا بر این یکدیگر را تقویت می کنند، به نقطه P خواهند رسید (بخش ۱۰۷). موجکهایي که راههای دیگری را طی کرده اند، ناهمافاز به P خواهند رسید، و بنا بر این مایل اند یکدیگر را خنثی کنند. با وجود این حالت، انرژی به طور مؤثری در امتداد آن پرتوی از S به P انتشار خواهد یافت که اصل فرما را برآورده کند.

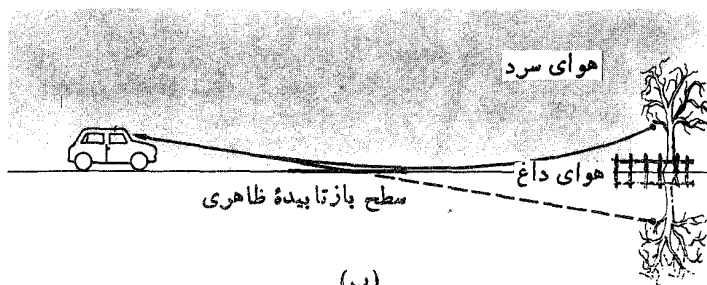
برای اینکه نشان دهیم نیازی نیست که $O.P.L.$ برای يك پرتو همیشه کمینه باشد، شکل ۱۶.۴ را بررسی می کنیم که قطعه کوچکی از آینه بیضی وارسه بعدی میان تهی را نشان می دهد. اگر چشمه نور S و ناظر P در کانوهای این بیضی وار باشند، بنا بر این بر حسب تعریف، طول SQP ثابت است و به موضوع Q در روی پیرامون بستگی ندارد. و نیز برای هر موضع Q ، این يك خاصیت هندسی بیضی است که $\theta_p = \theta_s$. در نتیجه، تمامی مسیریهای نوری از S به P از راه يك بازتابش، مساوی خواهند بود و هیچ کدام يك کمینه نیستند و $O.P.L.$ نسبت به تغییرات آشکارا ماناست. پرتوهایي که از S خارج می شوند پس از برخورد به آینه در کانون P جمع می شوند. از دیدگاهی دیگر، می توان گفت انرژی تابشی که S گسیلیده است، به وسیله الکترونهاي سطح آینه ای چنان پراکنده خواهد شد که اساساً موجکها یکدیگر را فقط در P یعنی جایی که مسافتی یکسان را پیموده اند و همافازند، تقویت خواهند کرد. به هر حال، اگر آینه تختی مماس بر بیضی در نقطه Q ، وجود داشته باشد، در این صورت درست همان مسیر SQP که پرتو پیموده است، يك کمینه نسبی خواهد بود. در فرینه دیگر، اگر این سطح آینه ای با يك منحنی که درون بیضی قرار دارد منطبق می شد، مانند آنچه که در شکل خط چین نشان داده شده است، همان پرتو

می پیچاید که کوتاهترین راه نودی است. بنا بر این، وقتی که پرتوهای نور خورشید از میان جو ناهمگن زمین عبور می کنند، همانطور که در شکل ۱۵.۴ الف نشان داده شده است، خم می شوند تا در هنگام گذشتن از نواحی پایینتر و چگالتر هر چه زودتر خم شوند، و در نتیجه طول راه نوری $(O.P.L.)$ را کمینه سازند. بنا بر این، می توان خورشید را حتی بعد از اینکه از زیر افق گذشته باشد دید. به همین طریق، اگر همچنان که در شکل ۱۵.۴ ب نموده شده است، تحت زاویه خراشان به جاده ای نگریسته شود، به نظر می رسد که محیط اطراف را بازتابانیده است، چنان که گویی جاده را لایه ای از آب پوشانده است. هوای نزدیک به سطح جاده گرمتر و کم چگالتر از هوایی است که بالاتر از آن قرار دارد. پرتوها به سوی بالا خم شده و از کوتاهترین راه نوری می گذرند و با انجام این کار، چنان به نظر يك ناظر می رسد که گویی از سطحی آینه ای بازتابانیده اند. این پدیده را به ویژه در بزرگراههای جدید و طولیل می توان دید. چون پرتوها خیلی به کندی خم می شوند، تنها شرط لازم این است که با زاویه ای تقریباً خراشان به جاده نگاه کنیم.

بیان اولیه اصل کمترین زمان فرما، همانطور که خواهیم دید، نارساییهای جدی دارد و نیازمند تغییراتی است. به این منظور، به یاد آورید که اگر تابعی مانند $f(x)$ داشته باشیم، می توانیم مقدار خاص متغیر x را که با قرار دادن $df/dx = 0$ و جواب آن برای x باعث می شود تابع $f(x)$ مقدار مانا داشته باشد، تعیین کنیم. منظور ما از مقدار مانا مقداری است که به ازای آن شیب $f(x)$

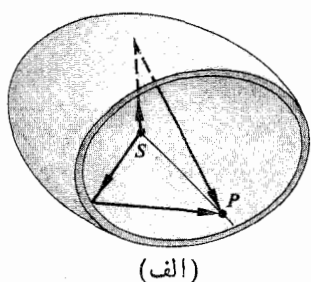


(الف)

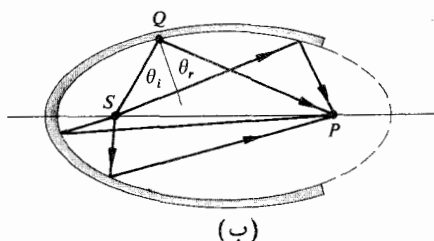


(ب)

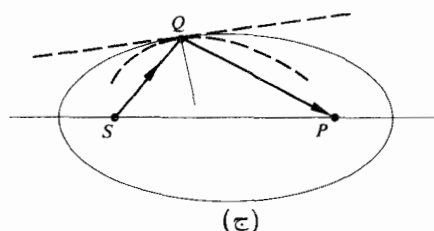
شکل ۱۵.۴ خم شدن پرتوها در هنگام گذشتن از محیطهای ناهمگن.



(الف)



(ب)



(ج)

در طول SQP اکنون يك پيشينه نسبى O.P.L. فراهم خواهد آورد. اين مطلب حتى اگر راههاى به كار گرفته نشده (كه $\theta_i \neq \theta_r$) در واقع كوتاهتر باشند (يعنى به غير از مسيرهاى غير مجاز منحنى)، درست است. در نتيجه، در تمام موارد، اين پرتوها يك O.P.L. ثابت را مطابق با اصل فرما كه دوباره فرمولبندى شده است مى پيمايند. توجه كنيد كه چون اين اصل تنها درباره مسير، و نه در باره جهت آن، سخن مى گويد، يك پرتو كه از P به S مى رود همان راهى را خواهد پيمود كه از S به P برود. اين همان اصل بسيار مفيد برگشت پذيرى است.

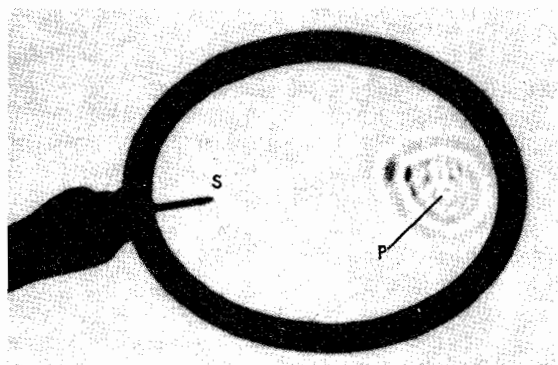
دستاورد فرما تلاشهاى عظيمى را موجب شد تا فرمولبندى وردشى مشابهى را جانشين قوانين مكانيك نيوتونى كند. تلاش انديشمندان بسيارى، به ويژه پير دو مو پرتوئى^۱ (۱۱۳۸-۱۰۷۷/۱۷۵۹-۱۶۹۸) و اولر، سرانجام به مكانيك لاگرانژ (۱۱۹۲-۱۱۱۵/۱۸۱۳-۱۷۳۶) و در نتيجه به اصل كمترين كنش كه هاميلتون (۱۲۴۴-۱۱۸۴/۱۸۶۵-۱۸۰۵) آن را فرمولبندى كرد، منجر شد. شباهت شگفت آور ميان اصول فرما و هاميلتون نقش مهمى در گسترش مكانيك كوانتومى شرودينگر بازي كرده است. در سال ۱۹۲۱/۱۳۲۱، فائينن (متولد ۱۲۹۷/۱۹۱۸) نشان داد كه مى توان مكانيك كوانتومى را به شيوه اى جز به كار بردن ريفات وردشى، قالب ريزى كرد. و به اين ترتيب، تكامل پيوسته اصول وردشى، ما را از راه صورتبندى نور شناخت كوانتومى به نور شناخت راهبرى مى كند (فصل ۱۳).

اصل فرما آنچنان كه سيوه موجى براى انديشيدن درباره انتشار نور است، يك ابزار محاسباتى نيست. اين اصل بيانى است از طرح كلى چيزها بدون توجه به سازوكارهاى سهيم در آنها، و بدلين ترتيب، تحت شرايط بسيار گوناگونى، چشم اندازهاى باشكوهى را به دست مى دهد.

۳.۴ رهيافت الكترومغناطيسى

تا اينجا توانسته ايم قوانين بازتابش و شكست را با استفاده از سه رهيافت مختلف: اصل هويگنس، قضيه مالوس و دوپن^۲، و اصل فرما استنتاج كنيم. هريك از اينها به نوبه خود ديدگاهى مجزا و با ارزش از اين مبحث ارائه مى دهد. بازهم رهيافتى ديگر و حتى پرتوانتر را نظريه الكترومغناطيسى نور فراهم آورده است. نظريه الكترومغناطيسى، برخلاف شيوه هاى پيشين كه هيچ اشاره اى به چگاليهاى شارتابشى فرودى، بازتابيده، و گسيليده (يعنى به ترتيب I_i ، I_r ، I_t) نمى كند، اين سه عامل را در چارچوبى از يك تشريح بسيار كاملتر، بيان مى كند.

بيكره اطلاعاتى كه موضوع نور شناخت را تشكيل مى دهد در طى چندين سده فراهم آمده است و همچنان كه دانش ما از عالم



شكل ۱۶.۴ بازتابش از يك سطح بيضوى شكل. مشاهده بازتابش امواج با استفاده از يك طشت پر از آب. اگر اين طشت ديره اى هم باشد، بازهم به آزمودنش مى ارزد.

فيزيكي گسترده تر شده است، بايد تشريحيهاى نظرى ملازم با آن، هر چه بيشتر فراگير شود. اين مطلب، عموماً، پيچيدگيهاى فزاينده اى را ايجاب مى كند و بنا بر اين، به جاى به كار گيرى ماشين رياضى سهمگين نظريه كوانتومى نور بهتر اين است كه بينشهاى ساده تر زمانهاى ساده تر را غنيمت بشمريم (مثلاً، اصول هويگنس و فرما

در اینجا ϵ_r و ϵ_i ثابتهای فاز نسبت به E_i اند که به علت یکی نبودن موضع میدا، وارد رابطه می‌شوند. شکل ۱۷.۴ این امواج را در مجاورت سطح مشترک تخت بین دو محیط دی‌الکتریک با ضریب شکست n_i و n_r ، نشان می‌دهد.

قوانین نظریه الکترومغناطیسی (بخش ۱۰.۳) به سه برخی در بایسته‌ها که باید از راه میدانها با آنها برخورد کرد، منجر شده و این در بایسته‌ها به عنوان شرایط مرزی مطرح می‌شوند. به‌ویژه، یکی از این شرایط آن است که مؤلفه شدت میدان E که مماس بر سطح مشترک است باید در سرتاسر آن پیوسته باشد (همین مطلب در مورد H نیز صدق می‌کند). به عبارت دیگر، مؤلفه مماسی کلی E در یک سمت سطح باید مساوی با مؤلفه مماسی کلی E در سمت دیگر سطح باشد (مسئله ۱۸.۴). از آنجا که \hat{u}_n بردار یکه عمود بر سطح مشترک است

$$\hat{u}_n \times E_i + \hat{u}_n \times E_r = \hat{u}_n \times E_t \quad (15.4)$$

یا

$$\begin{aligned} & \hat{u}_n \times E_{oi} \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t) \\ & + \hat{u}_n \times E_{or} \cos(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega_r t + \epsilon_r) \\ & = \hat{u}_n \times E_{ot} \cos(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega_t t + \epsilon_t) \end{aligned} \quad (16.4)$$

این رابطه باید در هر لحظه‌ای از زمان و در هر نقطه‌ای از سطح مشترک ($y=b$) به دست آید. در نتیجه، باید E_i ، E_r ، E_t دقیقاً یک نوع وابستگی تابعی به متغیرهای r و t داشته باشند و معنی آن این است که

$$\begin{aligned} (\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t)|_{y=b} &= (\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega_r t + \epsilon_r)|_{y=b} \\ &= (\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega_t t + \epsilon_t)|_{y=b} \end{aligned} \quad (17.4)$$

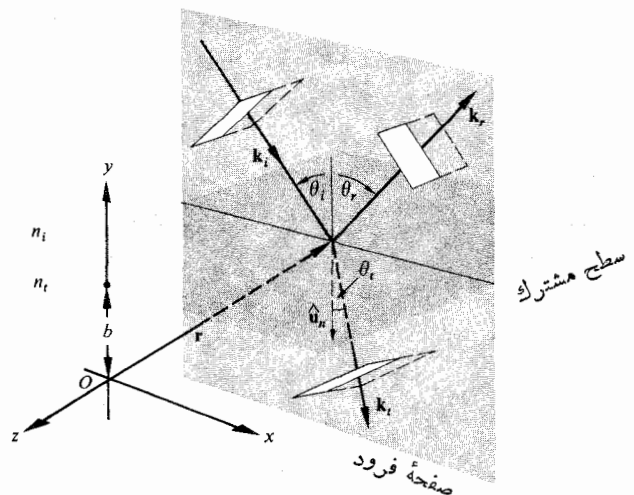
در چنین حالتی، کسینوسها در معادله (۱۶.۴) حذف می‌شوند و عبارتی مستقل از t و r باقی می‌ماند، و در واقع باید هم چنین باشد. از آنجا که این مطلب باید به ازای تمام مقادیر زمان صدق کند، باید ضرایب t مساوی باشند، یعنی

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t \quad (18.4)$$

یادآور می‌شویم که الکترونهای داخل این محیطها تحت ارتعاشهای واداشته (خطی) در بسامد موج فرودی هستند. آشکار است که نور هرچه پراکنده شود، بسامد آن تغییری نمی‌کند. به‌علاوه

$$(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})|_{y=b} = (\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} + \epsilon_r)|_{y=b} = (\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} + \epsilon_t)|_{y=b} \quad (19.4)$$

که در آن \mathbf{r} به سطح مشترک ختم می‌شود. مقادیر ϵ_r و ϵ_t به موضعی مشخصی از نقطه O بستگی دارند، و از اینرو بدون توجه به آن



شکل ۱۷.۴ امواج تخت فرودی بر مرز بین دو محیط دی‌الکتریک.

و غیره ...). از اینرو، هر چند می‌خواهیم بازهم تشریحی دیگر و جامع‌تر از بازتابش و شکست را گسترش دهیم، مسلماً روشهای پیشین را کنار نخواهیم گذاشت. در حقیقت، در سرتاسر این بررسی، از ساده‌ترین شیوه‌ای که بتواند در ارتباط با اهداف ویژه ماننایج صحیحی ارائه دهد، سود خواهیم جست.

۱۰.۳.۴ امواج در سطح مشترک

فرض می‌کنیم که موج تکفام فرودی تخت و به شکل زیر است

$$E_i = E_{oi} \exp[i(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t)] \quad (11.4)$$

و صورت ساده‌تر آن

$$E_i = E_{oi} \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t) \quad (12.4)$$

نیز فرض می‌کنیم E_{oi} نسبت به زمان ثابت، یعنی این موج قطبیده خطی یا تخت باشد. در فصل ۸ خواهیم دید که هر شکلی از نور می‌تواند با دو موج قطبیده خطی عمود برهم نموده شود، به‌طوری‌که در واقع این نوع نمایش محدودیتی را بروز نمی‌دهد. توجه داشته باشید که مبدأ زمان، $t=0$ ، اختیاری است، به‌همان گونه که مبدأ مکان، O ، نیز در $\mathbf{r}=0$ انتخاب شده است. بنابراین با چشم‌پوشی از فرضیهایی درباره جهت، بسامد، طول موج، فاز و دامنه‌های آنها، می‌توانیم امواج بازتابیده و تراگسیلیده را به شکل زیر بنویسیم

$$E_r = E_{or} \cos(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega_r t + \epsilon_r) \quad (13.4)$$

و

$$E_t = E_{ot} \cos(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega_t t + \epsilon_t) \quad (14.4)$$

دامنه‌های E_o ، E_r و E_i وجود دارد که اکنون می‌تواند ارزیابی شود. برای این منظور فرض می‌کنیم که يك موج تخت تکفام بر سطح تخت جدایی دو محیط همسانگرد فرود آید. قطبیدگی موج هرچه باشد، میدانهای E و B ی آن را به مؤلفه‌های موازی و عمود بر سطح فرودی تجزیه می‌کنیم و این اجزا را به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم.

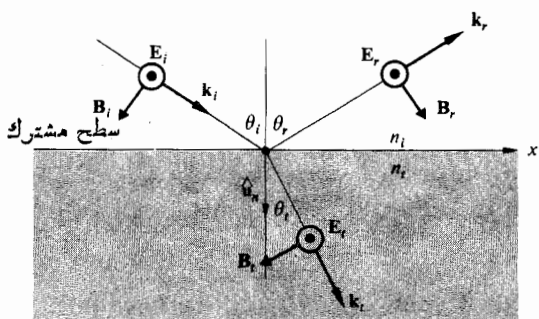
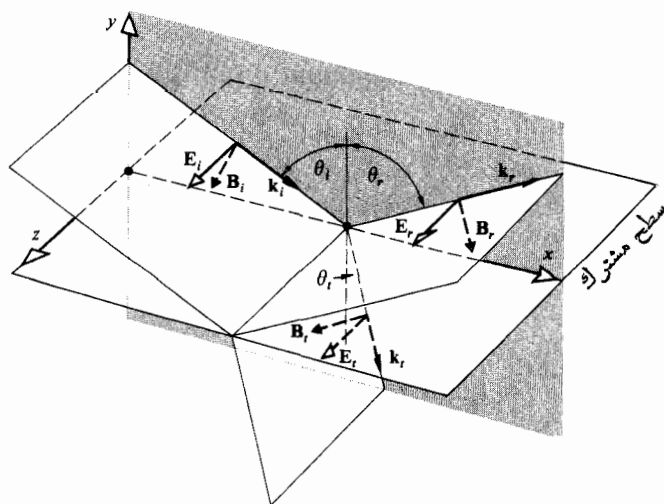
حالت ۱. E بر سطح فرودی عمود است. حال فرض می‌کنیم که E بر سطح فرودی عمود، و B با آن موازی باشد (شکل ۱۸.۴). همان‌طور که می‌دانید $E = vB$ ، و از آنجا

$$\hat{k} \times E = vB \quad (۲۳.۴)$$

و البته

$$\hat{k} \cdot E = 0 \quad (۲۴.۴)$$

یعنی E ، B و بردار یکه انتشار، \hat{k} ، يك دستگاه راستگرد تشکیل می‌دهند. مجدداً از پیوستگی مؤلفه‌های مماسی میدان E استفاده



شکل ۱۸.۴ يك موج فرودی که میدان E در آن بر سطح فرود عمود است.

موضع، این مقادیر امکان معتبر بودن این رابطه را فراهم می‌آورند. (مثلاً، مبدأ باید چنان گزیده شود که r بر k_i عمود باشد ولی نه بر k_r یا k_t). از دو جمله نخست به‌دست می‌آوریم

$$[(k_i - k_r) \cdot r]_{y=0} = \epsilon_r \quad (۲۵.۴)$$

با به یاد آوردن معادله (۲۲.۲)، این عبارت به‌طور ساده‌ای بیان می‌دارد که نقطه انتهایی r ، سطحی (که البته همان سطح مشترک است) عمود بر بردار $(k_i - k_r)$ را جاروب می‌کند. با مختصر تفاوتی در بیان این مطلب، می‌توان گفت که $(k_i - k_r)$ با \hat{u}_n موازی است. اما، توجه کنیم که چون امواج فرودی و بازتابیده در يك محیط قرار دارند، $k_i = k_r$. از این حقیقت که $(k_i - k_r) \times (u_n \times (k_i - k_r)) = 0$ ، یعنی $u_n \times (k_i - k_r) = 0$ ، نتیجه می‌گیریم که

$$k_i \sin \theta_i = k_r \sin \theta_r$$

و بنابراین قانون بازتابش چنین به‌دست می‌آید

$$\theta_i = \theta_r$$

به علاوه، چون $(k_i - k_r)$ موازی \hat{u}_n است هر سه بردار k_i ، k_r و \hat{u}_n در يك صفحه، صفحه فرود، قرار دارند. از معادله (۱۹.۴) دوباره به‌دست می‌آوریم

$$[(k_i - k_t) \cdot r]_{y=0} = \epsilon_t \quad (۲۱.۴)$$

بنابراین $(k_i - k_t)$ بر سطح مشترک نیز عمود است. از اینرو، k_i ، k_r ، \hat{u}_n و k_t همگی هم‌صفحه‌اند. مانند گذشته، باید مؤلفه‌های مماسی k_i و k_t مساوی باشند و در نتیجه

$$k_i \sin \theta_i = k_t \sin \theta_t \quad (۲۲.۴)$$

اما از آنجا که $\omega_i = \omega_t = \omega_r$ ، می‌توانیم دوطرف را در c/ω_i ضرب کرده و به‌دست آوریم

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

که البته همان قانون اسنل است. سرانجام، با توجه به این نکته که مبدأ O را روی سطح مشترک انتخاب کردیم، از معادله‌های (۲۵.۴) و (۲۱.۴) آشکارا پیداست که ϵ_i و ϵ_r باید هر دو صفر می‌بودند. این آرایش، اگرچه چندان آموزنده نیست، ولی مسلماً ساده‌تر است و در نتیجه از این به‌بعد آن را به‌کار خواهیم برد.

۲.۳.۴ استنتاج از معادله‌های فرنل

ما رابطه‌ای را که بین فازهای $E_i(r, t)$ ، $E_r(r, t)$ و $E_t(r, t)$ در مرز برقرار است، یافته‌ایم. هنوز يك وابستگی درونی بین

چنین نوشت

می‌کنیم، در هر لحظه و در هر نقطه کرانی داریم

$$\mathbf{E}_{oi} + \mathbf{E}_{or} = \mathbf{E}_e \quad (25.4)$$

که کسینوسها حذف می‌شوند. باید به‌طور ضمنی متذکر شویم که بردارهای میدان، همانطور که نشان داده شده‌اند، واقعاً باید به‌ازای $y = 0$ (یعنی در سطح) از همانجایی که به‌خاطر روشنی بیشتر مطلب جا به‌جا شده‌اند، گرفته شوند. همچنین توجه داریم در حالی که \mathbf{E}_i و \mathbf{E}_r به واسطه تقارن باید بر سطح فرودی عمود باشند، هنگامی که \mathbf{E}_i به سوی خارج است، حدس می‌زنیم که \mathbf{E}_r و \mathbf{E}_e در سطح مشترک، به سمت خارج‌اند. بنابراین جهت میدانهای \mathbf{B} از معادله (۲۳.۴) پیروی می‌کند.

برای به دست آوردن معادله‌ای دیگر، نیاز خواهیم داشت که به شرایط مرزی دیگری استناد کنیم. وجود اجسام مادی که توسط موج از نظر الکتریکی قطبیده می‌شوند، بر پیکربندی میدان، اثر قطعی دارد. به این ترتیب در حالی که مؤلفه مماسی \mathbf{E} در سرتاسر مرز پیوسته است، مؤلفه عمودی آن ناپیوسته است. در عوض، مؤلفه عمودی حاصلضرب $\epsilon \mathbf{E}$ در هر دو طرف سطح مشترک، یکی است. به همین ترتیب، مؤلفه عمودی \mathbf{B} مانند مؤلفه مماسی \mathbf{B}^{-1} ، پیوسته است. در اینجا اثر دو محیط از راه تراوایی مغناطیسی μ_i و μ_r ظاهر می‌شود. کاربرد شرط مرزی اخیر بسیار ساده است، به ویژه اگر در بازتابش از یک سطح رسانا به کار رود. از اینرو، پیوستگی مؤلفه مماسی \mathbf{B}/μ ایجاب می‌کند که

$$-\frac{\mathbf{B}_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{\mathbf{B}_r}{\mu_r} \cos \theta_r = \frac{\mathbf{B}_t}{\mu_t} \cos \theta_t, \quad (26.4)$$

که در آن طرف راست و چپ رابطه، بزرگیهای کل \mathbf{B}/μ ، با سطح مشترک موازی‌اند که به ترتیب در محیطهای فرودی و تراگسیلنده قرار دارند. راستای مثبت، راستای افزایش x است، به‌طوری که مؤلفه‌های \mathbf{B}_i و \mathbf{B}_t با علامت منها ظاهر می‌شوند. از معادله (۲۳.۴) داریم

$$B_i = \frac{E_i}{v_i} \quad (27.4)$$

$$B_r = \frac{E_r}{v_r} \quad (28.4)$$

و

$$B_t = \frac{E_t}{v_t} \quad (29.4)$$

از آنجا که $v_i = v_r$ و $\theta_i = \theta_r$ ، می‌توان معادله (۲۶.۴) را

$$\frac{1}{\mu_i v_i} (E_i - E_r) \cos \theta_i = \frac{1}{\mu_t v_t} E_t \cos \theta_t \quad (30.4)$$

با به‌کار بردن معادله‌های (۱۲.۴)، (۱۳.۴) و (۱۴.۴) و با در نظر داشتن این نکته که به‌ازای $y = 0$ ، کسینوسهای آنها مساوی یک می‌شوند، به دست می‌آوریم

$$\frac{n_i}{\mu_i} (E_{oi} - E_{or}) \cos \theta_i = \frac{n_t}{\mu_t} E_{ot} \cos \theta_t \quad (31.4)$$

از ترکیب این معادله با معادله (۲۵.۴) خواهیم داشت

$$\left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)_{\perp} = \frac{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i - \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t} \quad (32.4)$$

و

$$\left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)_{\perp} = \frac{2 \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t} \quad (33.4)$$

شاخص پایین \perp یادآور این است که به حالتی می‌پردازیم که \mathbf{E} بر صفحه فرود عمود است. این دو عبارت، که گزاره‌های کاملاً کلی‌اند و در مورد هر محیط همگن، همسانگرد و خطی به کار می‌روند، دو عبارتی هستند که معادلات فرنل نامیده می‌شوند. اغلب، با دی‌الکتریکهای سروکار داریم که در آنها $\mu_i \approx \mu_r \approx \mu_t$ ، در نتیجه متداولترین شکل این معادلات اینها هستند

$$r_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)_{\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (34.4)$$

و

$$t_{\perp} \left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)_{\perp} = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (35.4)$$

در اینجا r_{\perp} برضرب بازتابش دامنه و t_{\perp} برضرب تراگسیل دامنه دلالت می‌کند.

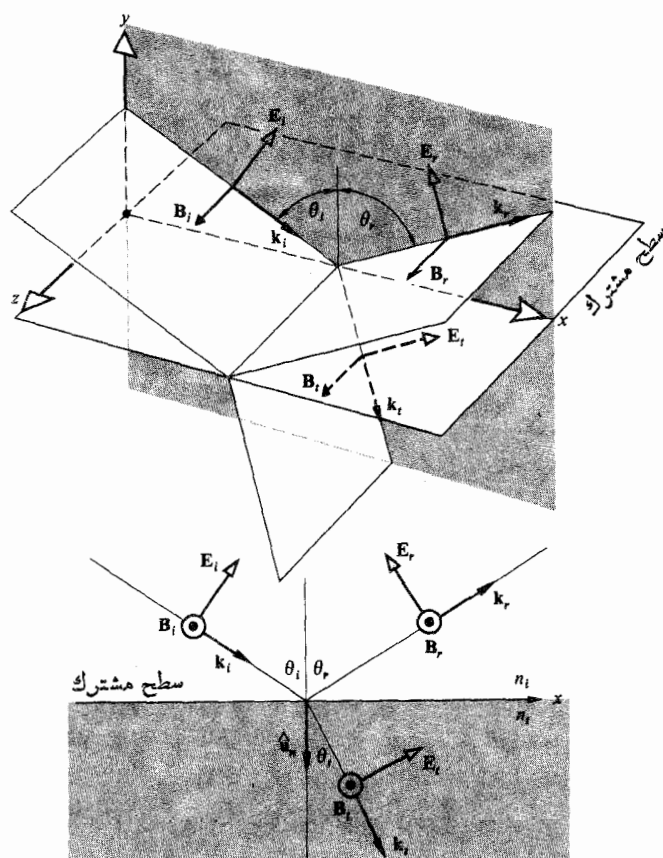
حالت ۲. \mathbf{E} با سطح فرود موازی است. وقتی که میدان ورودی

۱. برابر هدف ما که تنها به‌کار بردن میدانهای \mathbf{E} و \mathbf{B} است، دست‌کم در پخش قبلی این تشریح، از گزاره‌های معمول بر حسب \mathbf{H} به علت آنکه

$$\mathbf{H} = \mu^{-1} \mathbf{B}$$

[۱۴.۱]

اجتناب کرده‌ایم.



شکل ۱۹.۴ یک موج ورودی که میدان E ی آن در صفحه فرود است.

$$t = + \frac{\gamma \sin \theta_i \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \quad (۴۵.۴)$$

قبل از اینکه به بررسی اهمیت قابل ملاحظه محاسباتی که تا اینجا انجام شد ادامه دهیم، باید به یک نکته توجه کنیم. به خاطر داشته باشید که راستاهای (یا دقیقتر، فازهای) میدانها در شکلهای ۱۸.۴ و ۱۹.۴ نسبتاً دلخواه برگزیده شده‌اند. مثلاً در شکل ۱۸.۴ قطعاً می‌توانستیم فرض کنیم که E_r به‌سوی داخل است، و به‌موجب آن B_r نیز باید جهت عکس را داشته باشد. اگر این کار را انجام دهیم، علامت r_{\perp} مثبت خواهد شد، و ضرایب دیگر دامنه تغییری نمی‌کنند. علامتهایی که در معادلات (۴۲.۴) تا (۴۵.۴) ظاهر می‌شوند، که جز در معادله نخست در این حالت مثبت‌اند، با مجموعه ویژه‌ای از راستاهای انتخاب شده میدان مطابق هستند. همانطور که خواهیم دید، معنی منها این است که در ارتباط با E_r در شکل ۱۸.۴، ما حدس درستی زده‌ایم. با وجود این توجه داشته باشید که مطالبی که در مورد این موضوع نوشته می‌شوند همگونی نیستند، و هر تغییر علامت ممکن را می‌توان همراه عنوان معادلات فرنی

E آنطور که شکل ۱۹.۴ نشان می‌دهد در سطح فرود قرار داشته باشد، می‌توان یک زوج معادله مشابه را استنتاج کرد. پیوستگی مؤلفه‌های مماسی E در هر یک از دو طرف مرز به رابطه زیر منجر می‌شود.

$$E_{oi} \cos \theta_i - E_{or} \cos \theta_r = E_{ot} \cos \theta_t \quad (۳۶.۴)$$

همچون موارد بسیاری در گذشته، پیوستگی مؤلفه‌های مماسی به B/μ

$$\frac{1}{\mu_i v_i} E_{oi} + \frac{1}{\mu_r v_r} E_{or} = \frac{1}{\mu_t v_t} E_{ot} \quad (۳۷.۴)$$

منجر می‌شود. با استفاده از این حقیقت که $\mu_i = \mu_r$ و $\theta_i = \theta_r$ ، این روابط می‌توانند باهم ترکیب شوند و دو معادله دیگر فرنی را به‌دست دهند

$$r_{||} \equiv \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)_{||} = \frac{\frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_i - \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t} \quad (۳۸.۴)$$

و

$$t_{||} \equiv \left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)_{||} = \frac{\gamma \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t} \quad (۳۹.۴)$$

وقتی دو محیط که سطح مشترک را تشکیل می‌دهند دی‌الکتریک باشند، ضرایب دامنه چنین می‌شوند

$$r_{||} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (۴۰.۴)$$

و

$$t_{||} = \frac{\gamma n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (۴۱.۴)$$

می‌توان با بهره‌گیری از قانون اسنل یک ساده‌سازی دیگر در نمادگذاری انجام داد، که به‌موجب آن معادلات فرنی در محیطهای دی‌الکتریک (مسئله ۱۹.۴) با روابط زیر مشخص می‌شوند

$$r_{\perp} = - \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \quad (۴۲.۴)$$

$$r_{||} = + \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \quad (۴۳.۴)$$

$$t_{\perp} = + \frac{\gamma \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \quad (۴۴.۴)$$

$$[r_{||}]_{\theta_i=0} = [-r_{\perp}]_{\theta_i=0} = \left[\frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \right]_{\theta_i=0} \quad (۴۶.۴)$$

که همچنین از معادله‌های (۳۴.۴) و (۴۰.۴) پیروی می‌کند. چون θ_i در حد به‌سوی صفر میل می‌کند، $\cos \theta_i$ و $\cos \theta_t$ هر دو به یک نزدیک می‌شوند، و در نتیجه

$$[r_{||}]_{\theta_i=0} = [-r_{\perp}]_{\theta_i=0} = \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \quad (۴۷.۴)$$

از این‌سرو، مثلاً در یک سطح مشترک هوا ($n_i = ۱$) - شیشه ($n_t = ۱.۵$)، و در فرود تقریباً عمودی، ضرایب بازتابش برابرند با ± ۰.۲ .

وقتی $n_t > n_i$ ، از قانون اسنل نتیجه می‌شود که $\theta_i > \theta_t$ ، و بنابراین r_{\perp} به ازای تمام مقادیر θ_i (شکل ۲۰.۴) منفی است. برعکس به ازای $\theta_i = 0$ ، $r_{||}$ شروع به مثبت شدن می‌کند، و به تدریج کاهش پیدا می‌کند تا اینکه به ازای $(\theta_i + \theta_t) = 90^\circ$ صفر شود، زیرا $\tan(\pi/2)$ بینهایت است. اندازه خاصی از زاویه فرودی که به ازای آن این اتفاق می‌افتد، با θ_p نموده می‌شود و به زاویه قطبش معروف است (بخش ۱.۶.۸). چون θ_i و θ_p افزایش می‌یابد، $r_{||}$ بیش از پیش منفی می‌شود تا در 90° به -۱.۰ برسد.

در فرود عمودی، معادله‌های (۳۵.۴) و (۴۱.۴) به‌طور سراسری به

$$[t_{||}]_{\theta_i=0} = [t_{\perp}]_{\theta_i=0} = \frac{2n_i}{n_i + n_t} \quad (۴۸.۴)$$

منجر می‌شوند. در مسئله ۲۱.۴ نشان داده خواهد شد که عبارت

$$t_{\perp} + (-r_{\perp}) = 1 \quad (۴۹.۴)$$

به ازای تمام θ_i ها معتبر است، در صورتی که

$$t_{||} + r_{||} = 1 \quad (۵۰.۴)$$

فقط در فرود عمودی درست است.

بحث بالا، در بیشتر موارد، به حالت بازتابش خادجی، یعنی $n_t > n_i$ محدود شد. وضعیت مخالف، یعنی بازتابش داخلی، که در آن محیط فرودی چگالتر است ($n_t > n_i$)، قطعاً، باید همان اندازه مورد توجه قرار گیرد. در این مورد، $\theta_i > \theta_t$ و r_{\perp} که توسط معادله (۴۲.۴) تشریح شده، همیشه مثبت خواهد بود. همان‌طور که از شکل ۲۱.۴ پیداست، به ازای $\theta_i = 0$ ، r_{\perp} از مقدار اولیه‌اش (۴۷.۴) زیادتر شده و به ازای θ_t که آن را زاویه حد می‌گویند به باضافه یک می‌رسد. به ویژه، θ_t مقدار خاص زاویه فرودی است که به ازای آن $\theta_t = \pi/2$ ، همچنین، همان‌طور که از

یافت، برای اجتناب از سردرگمی، این علامتها باید به داستانهای میدان خاصی که از آنها استنتاج شده‌اند، مربوط شوند.

۳.۳.۴ تفسیر معادلات فرنل

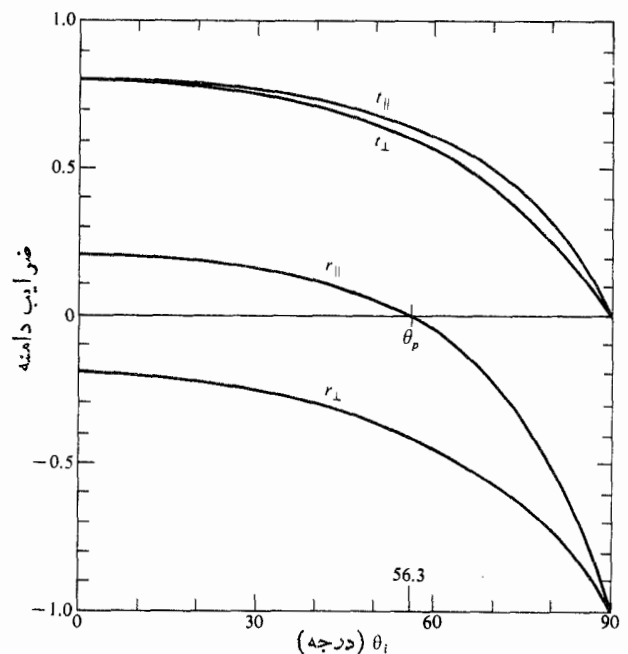
این بخش به یک بررسی از پیامدهای فیزیکی معادلات فرنل اختصاص یافته است. به ویژه می‌خواهیم دامنه‌های کسری و چگالیهای شاری را که بازتابیده و شکسته می‌شوند، تعیین کنیم. به علاوه، به هرجا بجایی فاز ممکنه که در این فرایند برخورد کنیم، به این بررسی ما مربوط خواهد شد.

۱. ضرایب دامنه

حال به اختصار شکل ضرایب دامنه را در گستره کلی مقادیر θ_i ، بررسی می‌کنیم. در فرود تقریباً عمودی ($\theta_i \approx 0$)، تانژانتها در معادله (۴۳.۴) اساساً برابر سینوسها هستند که در این حالت

$$[r_{||}]_{\theta_i=0} = [-r_{\perp}]_{\theta_i=0} = \left[\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right]_{\theta_i=0}$$

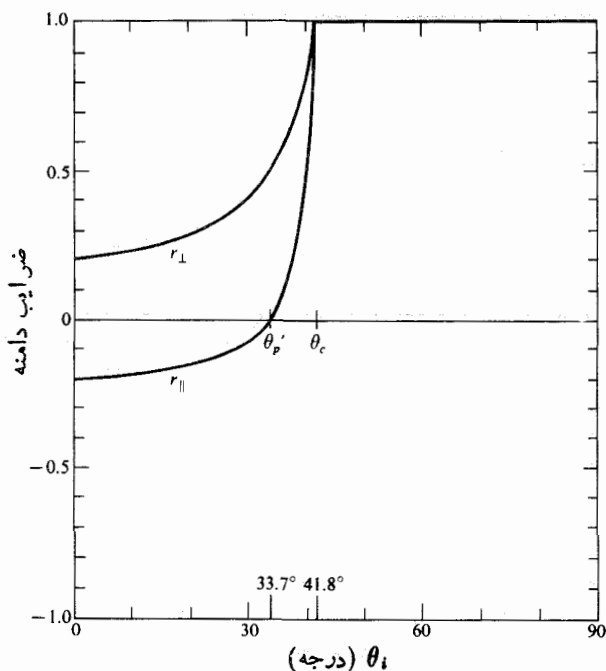
به‌زودی به معنی فیزیکی علامت منها بازخواهیم گشت. پس از بسط سینوسها و به کار بردن قانون اسنل این عبارت به صورت زیر درمی‌آید



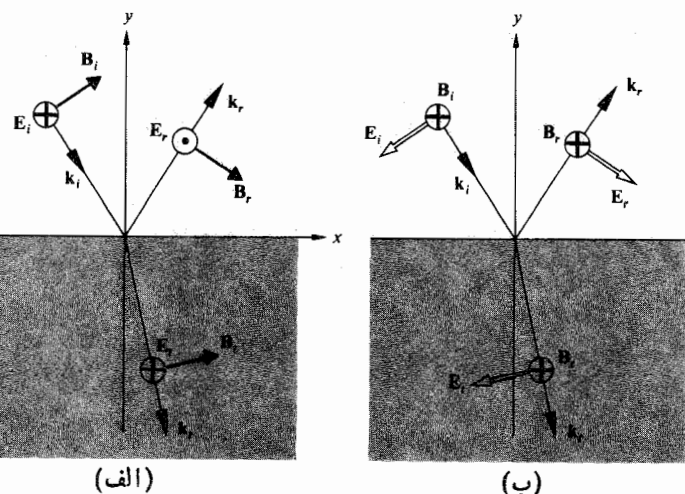
شکل ۲۰.۴ ضرایب دامنه بازتابشی و تراکسیل به‌صورت تابعی از زاویه فرودی. اینها با یک فصل مشترک هوا - شیشه ($n_i = ۱.۵$) با بازتابش خارجی، $n_t > n_i$ ، متناظرند.

نیازمند آنیم که به بردارهای عمود بر صفحه فرود، \mathbf{E} یا \mathbf{B} ، نگاهی بیندازیم، تا فاز نسبی میدانهای همراه را در صفحه فرود تعیین کنیم. بنا براین، در شکل ۲۲.۴ الف، \mathbf{E}_i و \mathbf{E}_r همانند \mathbf{B}_i و \mathbf{B}_r همفازند، در حالی که \mathbf{E}_i و \mathbf{E}_r همراه با \mathbf{B}_i و \mathbf{B}_r ناهمفازند. به همین ترتیب، در شکل ۲۲.۴ ب، \mathbf{E}_i و \mathbf{E}_r ، \mathbf{B}_i و \mathbf{B}_r مانند \mathbf{E}_i و \mathbf{B}_r همفازند.

اکنون، ضریب بازتابش دامنه برای مؤلفه موازی با رابطه



شکل ۲۱.۴ ضرایب دامنه بازتابش به صورت تابعی از زاویه فرودی. اینها با بازتابش داخلی $n_i < n_t$ در یک سطح مشترک شیشه-هوا ($n_{ii} = 1/1.5$) متناظرند.



شکل ۲۲.۴ سمتگیریهای میدان و تغییرات فاز.

معادله فرنل (۴۰.۴) پیداست، $r_{||}$ به ازای $\theta_i = 0$ منفی است (۴۷.۴) و بعد از آن زیاد شده و به ازای $\theta_i = \theta_c$ به علاوه یک میل می کند. مانند قبل، $r_{||}$ به ازای زاویه قطبش، θ_p' ، از صفر می گذرد. این مطلب را به مسئله ۲۵.۴ و می گذاریم که نشان می دهد زاویه های قطبش، θ_p' و θ_p ، برای بازتابش داخلی و خارجی در سطح مشترک میان دو محیط مشابه، مکمل یکدیگرند. در بخش ۴.۳.۴ که در آنجا نشان خواهیم داد $r_{||}$ و r_{\perp} به ازای $\theta_i > \theta_c$ کمیت های مختلطی اند، به بازتابش داخلی بازخواهیم گشت.

۲. تغییرات فاز

از معادله (۴۲.۴) معلوم است که به ازای $n_i > n_t$ ، مستقل از θ_i ، مقدار r_{\perp} منفی است. با این حال قبلاً دیدیم که $[E_r]_{\perp}$ را در شکل ۱۸.۴، در جهت مخالف انتخاب کرده بودیم، باید معادله اول فرنل (۴۲.۴) تغییر علامت می داد تا به اتکاء آن r_{\perp} کمیت مثبتی شود. از اینرو، علامت r_{\perp} به راستاهای نسبی $[E_o]_{\perp}$ و $[E_r]_{\perp}$ مربوط می شود. به یاد داریم که وارونی $[E_o]_{\perp}$ در حکم به وجود آمدن یک تغییر فاز $\Delta\phi$ ، به اندازه π رادیان در $[E_r]_{\perp}$ است. از اینرو، $[E_i]_{\perp}$ و $[E_r]_{\perp}$ در کرانه ناموازی خواهند بود و بنا براین همانطور که مقدار منفی r_{\perp} بر این موضوع دلالت می کند، دو کمیت نامبرده به اندازه π اختلاف فاز دارند. وقتی مؤلفه های عمود بر سطح فرود را در نظر می گیریم ابهامی پیش نمی آید که آیا دومیدان همفازند ولی به اندازه π اختلاف فاز دارند؛ اگر موازی باشند همفازند و اگر ناموازی باشند به اندازه π اختلاف فاز دارند. بنا براین به طور خلاصه، مؤلفه میدان الکتریکی عمود بر سطح فرود، هنگامی که ضریب شکست محیط فرود از ضریب شکست محیط تراگسیلنده کمتر است، تغییر فازی به اندازه π رادیان در بازتابش پیدا می کند. به همین ترتیب، $r_{||}$ و r_{\perp} همیشه مثبت اند و $\Delta\phi = 0$. به علاوه، به ازای $n_i > n_t$ ، تغییر فازی در مؤلفه عمودی ناشی از بازتابش ایجاد نمی شود، یعنی تا مادامی که $\theta_i < \theta_c$ ، داریم: $\Delta\phi_{\perp} = 0$.

وقتی با $[E_i]_{||}$ ، $[E_r]_{||}$ و $[E_t]_{||}$ سروکار داریم وضوح مطالب کمتر می شود. اکنون ضروری است مفهوم همفازی را با توجه به اینکه بردارهای میدان هم صفحه بوده ولی عموماً همخط نیستند، با صراحت بیشتری مشخص کنیم. در شکل های ۱۸.۴ و ۱۹.۴، راستاهای میدان چنان برگزیده شده بودند که اگر به هر کدام از بردارهای انتشار درسویی که از آن نور می آمد نگاه می کردید می دیدید که \mathbf{E} ، \mathbf{B} و \mathbf{k} سمتگیری مشابهی دارند. خواه بر توفرویی بازتابیده باشد یا گسیلیده. این موضوع را می توانیم همچون یک شرط مورد نیاز برای همفاز بودن دومیدان \mathbf{E} به کار ببریم. به همین ترتیب، ولی ساده تر، دومیدان، در صفحه فرودی، همفازند اگر مؤلفه های r آنها موازی باشند، و ناهمفازند اگر ناموازی باشند. توجه داریم که وقتی یک زوج میدان \mathbf{E} ناهمفاز باشند میدانهای \mathbf{B} همراه آنها نیز ناهمفازند، و برعکس. با این تعریف تنها

$$n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t > 0$$

یعنی اگر

$$\sin \theta_i \cos \theta_t - \cos \theta_i \sin \theta_t > 0$$

یا

$$\sin(\theta_i - \theta_t) \cos(\theta_i + \theta_t) > 0 \quad (51.2)$$

این حالت به ازای $n_i < n_t$ پیش خواهد آمد اگر

$$(\theta_i + \theta_t) > \frac{\pi}{2} \quad (52.4)$$

و به ازای $n_i > n_t$ روی می دهد، وقتی

$$(\theta_i + \theta_t) > \frac{\pi}{2} \quad (53.4)$$

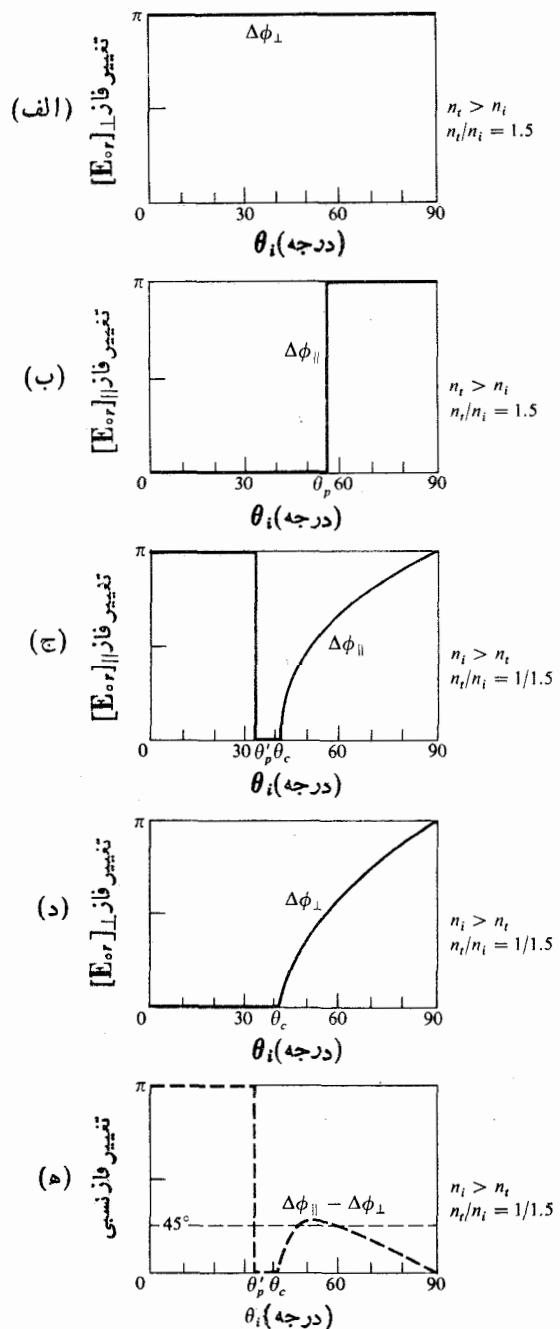
پس، به ازای $n_i < n_t$ ، $[E_{or}]_{||}$ و $[E_{or}]_{\perp}$ تا وقتی $\theta_i = \theta_p$ باشد، همفاز خواهند بود ($\Delta\varphi_{||} = 0$)، و پس از آن به اندازه π رادیان ناهمفازند. از آنجا که $[E_{or}]_{||}$ در θ_p به سوی صفر میل می کند، این گذار در واقع ناپیوسته نیست. در مقابل، برای بازتابش داخلی $r_{||}$ تا θ_p' منفی می شود و این نکته به آن معنی است که: $\Delta\varphi_{||} = \pi$ از θ_p' تا θ_c ، $r_{||}$ مثبت و $\Delta\varphi_{||} = 0$ فراتر از θ_c ، $r_{||}$ مختلط شده و $\Delta\varphi_{||}$ به تدریج زیاد می شود تا به ازای $\theta_i = 90^\circ$ ، به π برسد.

شکل ۲۳.۴ که این نتایج را جمع بندی می کند کاربرد مستمری برای ما خواهد داشت. شکل تابعی واقعی $\Delta\varphi_{||}$ و $\Delta\varphi_{\perp}$ برای بازتابش داخلی را در نواحی که $\theta_i > \theta_c$ می توان در مطالب مربوط به این موضوع یافت، ولی، منحنی هایی که در اینجا نشان داده شده اند، منظور ما را بر آورده می کنند. شکل ۲۳.۴، ترسیمی از تغییر فاز نسبی میان مؤلفه های موازی و عمودی، یعنی $\Delta\varphi_{||} - \Delta\varphi_{\perp}$ است. این مطلب را به این دلیل در اینجا مطرح می کنیم که سودمندی آن را برای آینده، مثلاً هنگامی که به آثار قطبش می پردازیم، پیش بینی کنیم. بالاخره می توان بسیاری از جنبه های اساسی این بحث را، با وضوحی نسبی، مانند شکل های ۲۵.۴، ۲۴.۴ و ۲۵.۴ از آن شکلها دامنه بردارهای بازتابیده بادرارهای بازتابیده (یادآوری می کنیم که این انطباق برای سطح مشترک هوا-شیشه است) در حالی که این تغییرات فاز با تغییرات فاز در شکل ۲۳.۴، در توافق اند.

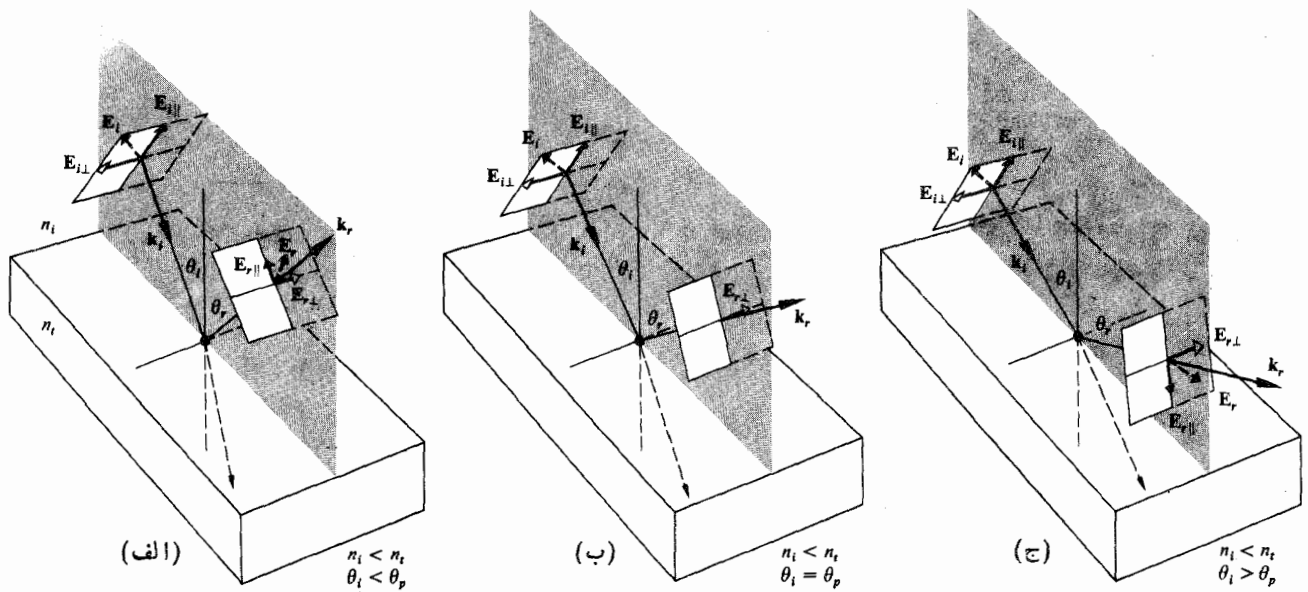
در واقع، می توان تعدادی از این نتایج را با استفاده از ساده ترین تسهیلات آزمایشی از جمله دو عدد قطبی ساز خطی، یک قطعه شیشه و یک چشمه کوچک، مانند چراغ قوه یا لامپی با «شدت زیاد» بررسی کرد. با قراردادن یک قطبی ساز در برابر چشمه

$$r_{||} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$$

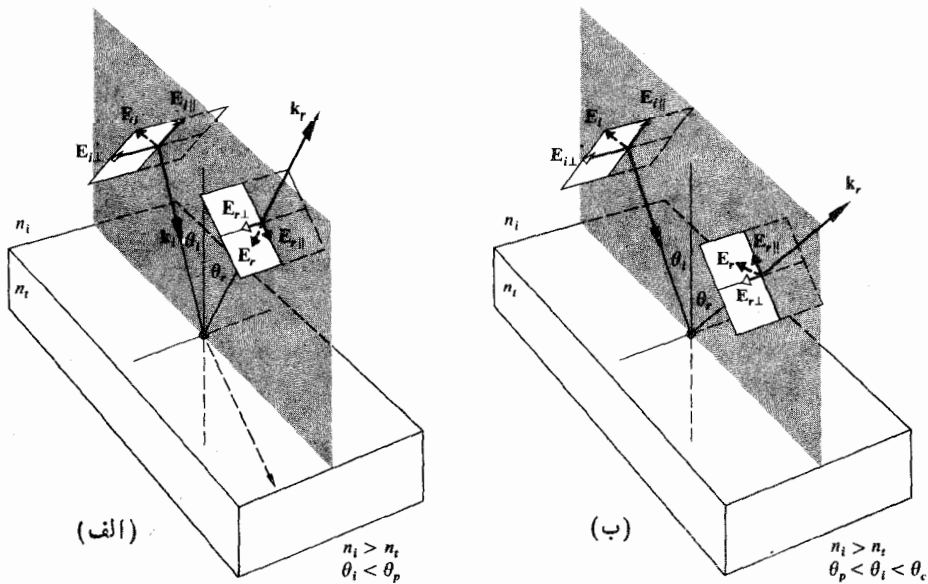
که مثبت است ($\Delta\varphi_{||} = 0$) مشخص می شود، به شرط آنکه



شکل ۲۳.۴ تغییرات فاز برای مؤلفه های موازی و متعامد میدان E مربوط به بازتابش داخلی و خارجی.



شکل ۲۴.۴ میدان بازتابیده E با زوایای گوناگون همراه با بازتابش خارجی.



شکل ۲۵.۴ میدان بازتابیده E با زوایای گوناگون همراه با بازتابش داخلی.

۳. بازتابندگی و تراگسیلندگی
یادآوری می‌شود که توانی که در خلا از واحد مساحت سطحی
می‌گذرد که خط عمود بر آن بایردار پوئین تینسنگ موازی است،
از رابطه زیر به دست می‌آید

$$S = c^2 \epsilon_0 E \times B \quad [۲۸.۳]$$

(با زاویه ۴۵° نسبت به صفحه فرود)، به آسانی می‌توانید شرایط
شکل ۲۴.۴ را دوبرابر کنید. مثلاً به ازای $\theta_i = \theta_r$ ، (شکل
۲۴.۴ ب) اگر محور تراگسیل دومین قطبی ساز با صفحه فرود
موازی باشد، نوری از آن نمی‌گذرد. در مقام مقایسه، در حالی که
فروبی تقریباً خراشان باشد، هنگامی که محورهای این دوقطبی ساز
تقریباً برهم عمود باشند، باریکه بازتابیده حذف خواهد شد.

به این ترتیب (با فرض $\mu_i = \mu_t = \mu_o$)

$$T = \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)^2 = \left(\frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \right)^2 \quad (57.4)$$

که در واقع از روابط $\mu_o \epsilon_i = n_i/c$ و $\mu_o \epsilon_t = 1/v_t^2$ استفاده شده است. حال عبارتی را که معرف پایداری انرژی برای پیکربندی شکل ۲۶.۴ است می نویسیم. به بیان دیگر، کل انرژی وارد بر مساحت A در واحد زمان باید با انرژی که از آن مساحت در واحد زمان خارج می شود، برابر باشد

$$I_i A \cos \theta_i = I_r A \cos \theta_r + I_t A \cos \theta_t \quad (58.4)$$

در اینجا مانند شکل ۸.۴، پیداست که مساحت سطح مقطعی باریکه تراگسیلیده، $A \cos \theta_t$ ، از مساحت مقطعی باریکه های فرودی یا بازتابیده (که برابرند) بزرگتر است. با ضرب کردن دو طرف این رابطه در c ، به دست می آید

$$n_i E_{oi}^2 \cos \theta_i = n_i E_{or}^2 \cos \theta_r + n_t E_{ot}^2 \cos \theta_t$$

یا

$$1 = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)^2 + \left(\frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \right) \left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)^2 \quad (59.4)$$

اما شکل ساده این رابطه چنین است

$$R + T = 1 \quad (60.4)$$

که در آن جذب وجود نداشته باشد. استفاده از شکلهای مؤلفه ای مناسب خواهد بود، یعنی

$$R_{\perp} = r_{\perp}^2 \quad (61.4)$$

$$R_{\parallel} = r_{\parallel}^2 \quad (62.4)$$

$$T_{\perp} = \left(\frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \right)^2 t_{\perp}^2 \quad (63.4)$$

و

$$T_{\parallel} = \left(\frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \right)^2 t_{\parallel}^2 \quad (64.4)$$

که در شکل ۲۷.۴ نشان داده شده اند. افزون بر این، می توان نشان داد (مسئله ۳۰.۴) که

$$R_{\parallel} + T_{\parallel} = 1 \quad (65.4)$$

و

$$R_{\perp} + T_{\perp} = 1 \quad (66.4)$$

یک جنبه جالب این منحنیها به سادگی، و دست کم به طور کیفی، مورد رسیدگی قرار می گیرد و آن این است که هم R_{\perp} و هم R_{\parallel} هنگامی که $\theta_i \rightarrow 90^\circ$ ، به یک نزدیک می شوند. از این موضوع

به علاوه، چگالی شارتابشی (W/m^2) یا تابیدگی، برابر است با

$$I = \langle S \rangle = \frac{c \epsilon_o}{2} E_o^2 \quad (52.3)$$

این انرژی میانگین است که در واحد زمان بر واحد مساحت، عمود بر S می گذرد (در محیطهای همسانگرد S با k موازی است). در حالت مورد نظر شکل (۲۶.۴)، I_r و I_t را به ترتیب چگالیهای شار فرودی، بازتابنده، و تراگسیلیده می گیریم. به این ترتیب، بخشی از انرژی که به طور عمود بر یک واحد مساحت مرز مشترک در یک ثانیه فرودمی آید، برابر با $I_t \cos \theta_t$ است. به طور مشابه $I_r \cos \theta_r$ و $I_i \cos \theta_i$ انرژیهای اندکی در هر ثانیه از واحد مساحت کرانی به طور عمود بر هر طرف آن، می گذرد. نسبت شار بازتابیده بر شار فرودی (یا توان)، بازتابندگی، R ، است، یعنی

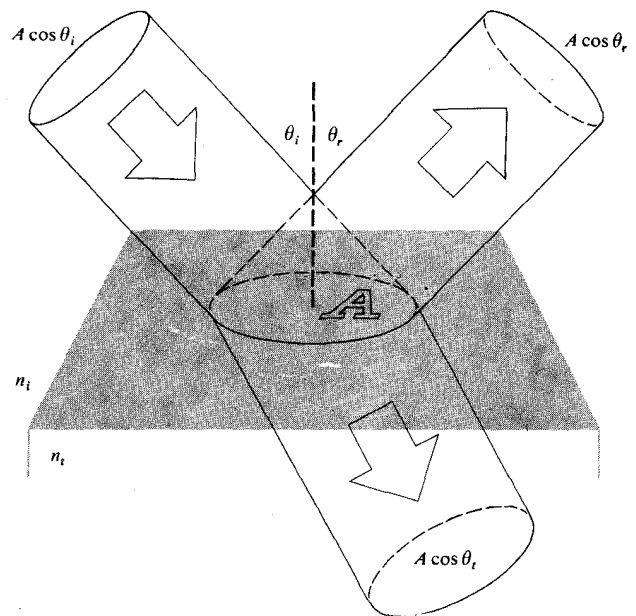
$$R \equiv \frac{I_r \cos \theta_r}{I_i \cos \theta_i} = \frac{I_r}{I_i} \quad (54.4)$$

در حالی که تراگسیلندگی، T ، نسبت شار تراگسیلیده به شار فرودی است و رابطه زیر آن را به دست می دهد

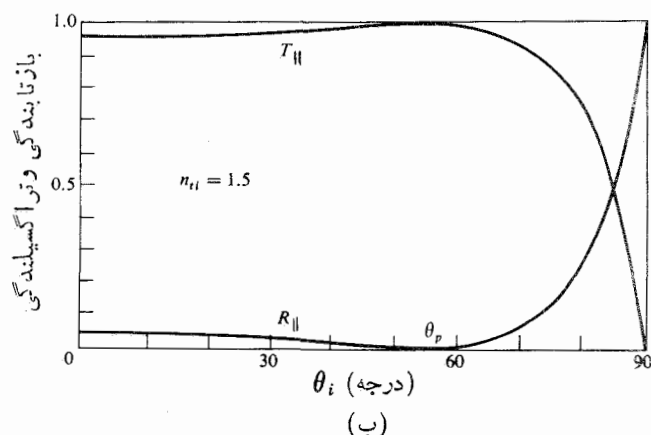
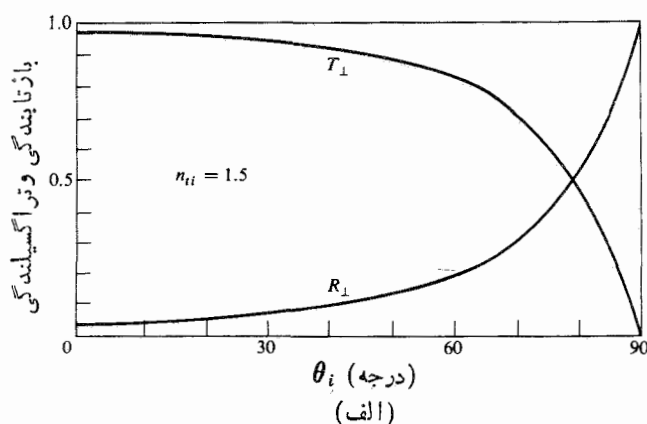
$$T \equiv \frac{I_t \cos \theta_t}{I_i \cos \theta_i} \quad (55.4)$$

خارج قسمت I_r/I_i برابر $(v_r \epsilon_r E_{or}^2/2)/(v_i \epsilon_i E_{oi}^2/2)$ است و از آنجا که موجهای فرودی و بازتابیده در یک محیط قرار دارند، $v_r = v_i$ ، $\epsilon_r = \epsilon_i$ ، و

$$R = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)^2 = r^2 \quad (56.4)$$

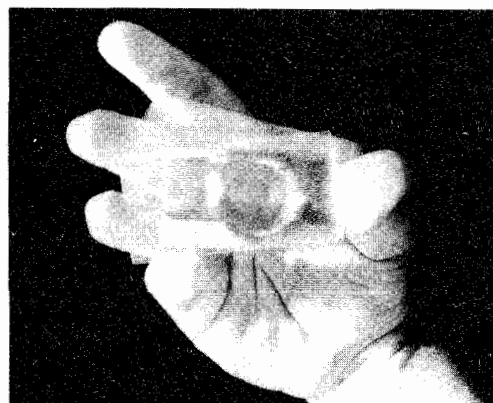


شکل ۲۶.۴ بازتابش و تراگسیلش یک باریکه فرودی.



شکل ۲۷.۴ بازتابندگی و تراگسیلندگی در برابر زاویه فرود.

منجر می شوند. بنا براین ۴ درصد نور فرودی عمود بر سطح مشترک هوا-شیشه به عقب بازتابیده خواهد شد، چه به طور داخلی: $n_i > n_t$ و چه به طور خارجی: $n_i < n_t$ ، (مسئله ۳۱.۴). هر کسی که با دستگاه عدسی پیچیده ای با داشتن ۱۵ تا ۲۵ مرز هوا-شیشه کاری کند، آشکارا با چنین پدیده ای سروکار خواهد داشت. در حقیقت، اگر به طور عمودی به مجموعه ای مرکب از تقریباً ۵۰ لغزانۀ میکروسکوپ نگاه کنید (لغزانۀهایی که پوشش شیشه دارند، بسیار نازک بوده و به کار بردن آنها در کمیت های زیاد، بسیار آسان تر است)، بیشتر نور بازتابیده خواهد شد، این مجموعه، شباهت بسیاری به یک آینه خواهد داشت (شکل ۲۸.۴).



شکل ۲۸.۴ بازتابش تقریباً عمودی در لغزانۀهای میکروسکوپ. می توانید تصویر دوربینی را که عکس می گیرد ببینید.

۴.۳.۴ بازتابش داخلی کلی

در بخش گذشته معلوم شد که در حالت بازتابش داخلی ($n_i > n_t$)، آنگاه که θ_i با زاویه حد، θ_c ، برابر یا از آن بزرگتر باشد، اتفاق بسیار جالبی روی می دهد. اکنون به وضعیتی برمی گردیم که چیزها را در آن به نحوی دقیقتر نگاه می کنیم. فرض کنیم چشمه ای داریم که در محیط نوری چگالی جاسازی شده است و θ_i را، همانطور که در شکل ۲۹.۴ مشخص شده، به تدریج زیاد می کنیم. از بخش گذشته (شکل ۲۱.۴) می دانیم که با زیاد شدن θ_i ، r_{\parallel} و r_{\perp} نیز زیاد می شوند و از اینرو t_{\parallel} و t_{\perp} هر دو کم می شوند. به علاوه $\theta_i > \theta_c$ ، زیرا

$$\sin \theta_i = \frac{n_t}{n_i} \sin \theta_c$$

و $n_i > n_t$ ، که در این حالت $n_{ti} < 1$. بنا براین هر چه θ_i بیشتر شود پرتو تراگسیلیده به تدریج به مماس بر مرز مشترک نزدیک می شود و با بیشتر شدن این نزدیکی، انرژی باریکۀ بازتابیده بیشتر می شود. سرانجام به ازای $\theta_i = 90^\circ$ ، داریم: $\sin \theta_i = 1$ و

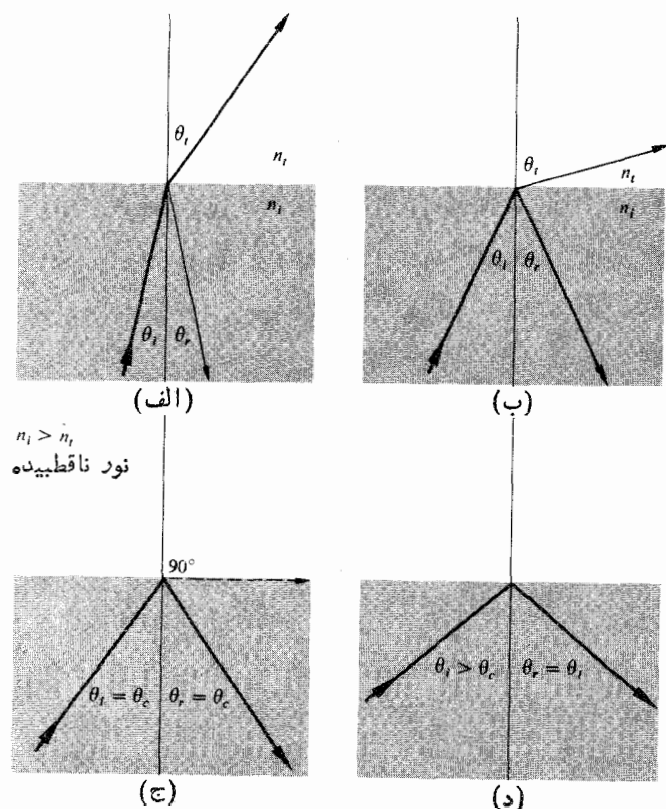
چنین برمی آید که تقریباً هر لایۀ دی الکتریک صافی، در فرود تقریباً خراشان، عملاً آینه سان خواهد شد. سعی کنید با استفاده از همین صفحه کاغذ به عنوان سطح مرزی در امتداد $\theta_i \approx 90^\circ$ ، به نور یک چشمه نگاه کنید. خواهید توانست تصویر تقریباً روشن چشمۀ بازتابیده در برگۀ کاغذ را ببینید.

به ازای $\theta_i = 0$ ، سطح فرودی نامشخص شده و هر تمایزی میان مؤلفه های موازی و عمودی T و R ناپدید می شود. در این حالت معادلات (۶۱.۴) تا (۶۴.۴) به همراه (۴۷.۲) و (۴۸.۴) به

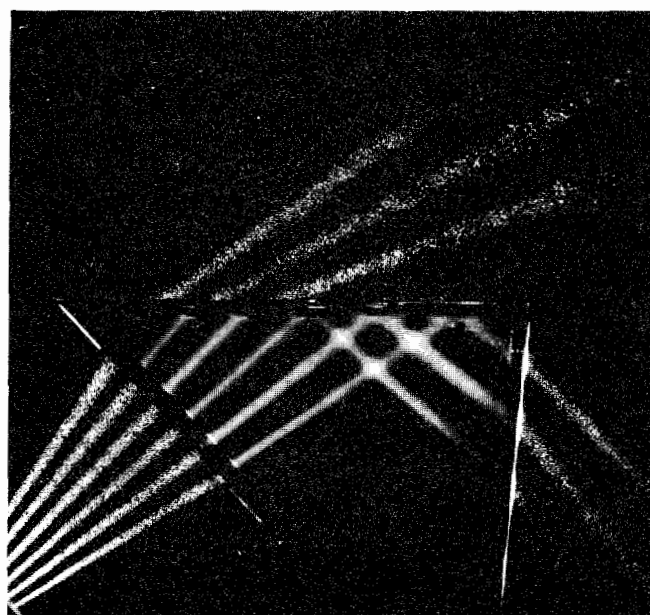
$$R = R_{\parallel} = R_{\perp} = \left(\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right)^2 \quad (۶۷.۴)$$

و

$$T = T_{\parallel} = T_{\perp} = \frac{4n_t n_i}{(n_t + n_i)^2} \quad (۶۸.۴)$$



شکل ۲۹.۴ بازتابش داخلی و زاویه حد.



آن است که T در حقیقت، به طور محسوسی کاهش یافته است. زاویه حد برای سطح مشترک هوا-شیشه تقریباً 42° است (جدول ۱۰.۴). در نتیجه، یک پرتو فرودی عمود بر وجه سمت چپ هریک از منشورهای شکل ۳۰.۴ یک زاویه $\theta_i > 42^\circ$ خواهد داشت و بنا بر این به تمامی به طور داخلی بازتابیده خواهد شد. این موضوع آشکارا شیوه مناسبی است برای اینکه نزدیک به ۱۰۰ درصد نور فرودی بدون هیچ نگرانی از زوالی که ممکن است در سطوح فلزی رخ دهد، بازتابانیده شود.

اگر فرض کنیم که موج تراگسیلیده ای وجود ندارد، بر آوردن شرایط مرزی، تنها با استفاده از امواج فرودی و بازتابیده ناممکن می شود، مطلب آن طور هم که به نظر می رسد، ساده نیست. به علاوه می توانیم معادلات (۳۴.۴) و (۴۰.۴) (مسئله ۳۴.۴) را دوباره فرمولبندی کنیم به طوری که

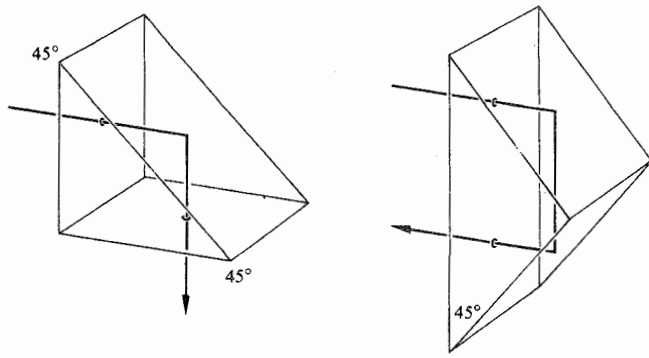
$$r_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - (n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}{\cos \theta_i + (n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}} \quad (70.4)$$

و

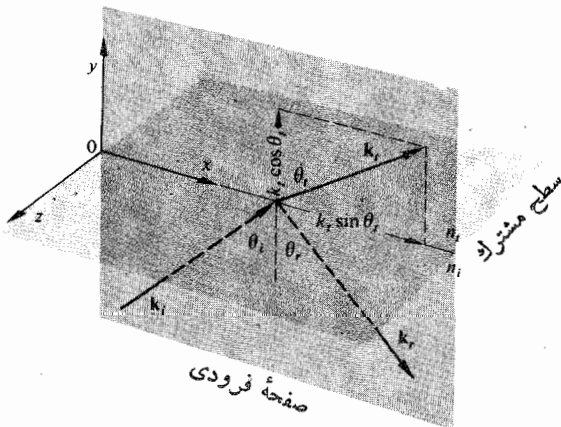
$$r_{\parallel} = \frac{n_{ti}^2 \cos \theta_i - (n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}{n_{ti}^2 \cos \theta_i + (n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}} \quad (71.4)$$

$$\sin \theta_c = n_{ti} \quad (69.4)$$

همانطور که قبلاً اشاره شد، زاویه حد مقدار خاصی از زاویه θ_i است که به ازای آن، $\theta_r = 90^\circ$. به ازای زاویه های فرودی بزرگتر از یا مساوی با θ_c ، در فرایندی که بازتابش داخلی کلی نام دارد، تمامی انرژی وارده بازتابیده می شود و به محیط فرودی برمی گردد. باید بر این نکته تأکید شود که گذار از شرایط مشخص شده در شکل ۲۹.۴ الف به شرایط مشخص شده در شکل ۲۹.۴ د، بدون هر گونه ناپیوستگی روی می دهد. یعنی، هر قدر θ_i زیادتر شود، بازیکه بازتابیده شدید و شدیدتر می شود در حالی که بازیکه تراگسیلیده ضعیفتر می شود تا اینکه این بازیکه اخیر ناپدید شود؛ در این وضع بازیکه اولی تمامی انرژی را در $\theta_r = \theta_c$ به خود اختصاص می دهد. مشاهده کاهش بازیکه تراگسیلیده به ازای زیاد شدن θ_i ، مطلب واقعاً ساده ای است. کافی است قطعه ای شیشه، مثلاً یک لغزانه میکروسکوپ را روی یک صفحه چاپ شده قرار دهید. در $\theta_i \approx 0^\circ$ ، θ_r تقریباً صفر می شود و صفحه چاپ شده از خلال شیشه روشن و واضح دیده می شود. ولی اگر سر خود را چنان حرکت دهید که زاویه θ_i افزایش یابد (زاویه ای که با آن سطح مشترک را می بینید)، ناحیه ای از صفحه چاپ شده که از پشت شیشه دیده می شود، تاریک و تاریکتر ظاهر خواهد شد و حاکی از



شکل ۳۰.۴ بازتابش داخلی کلی.



شکل ۳۱.۴ بردارهای انتشار بازتابش درونی.

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_0 \exp i(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t)$$

که در آن

$$\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} = k_{ix}x + k_{iy}y$$

اینجا مؤلفه z برای \mathbf{k} وجود ندارد، اما همانطور که از شکل ۳۱.۴ برمی آید

$$k_{ix} = k_i \sin \theta_i$$

و

$$k_{iy} = k_i \cos \theta_i$$

یک بار دیگر قانون اسنل را به کار می گیریم

$$k_i \cos \theta_i = \pm k_t \left(1 - \frac{\sin^2 \theta_i}{n_{ii}^2}\right)^{1/2} \quad (۷۲.۴)$$

یا چون مطلب به حالتی که در آن $\sin \theta_i > n_{ii}$ ربط پیدا می کند.

جدول ۱۰.۴ زاویه های حد.

θ_c (رادیان)	θ_c (درجه)	n_{ii}	θ_c (رادیان)	θ_c (درجه)	n_{ii}
۰.۷۷۲۹۷	۴۱.۸۱۰۳	۱.۵۰	۰.۸۷۷۶	۵۰.۲۸۴۹	۱.۳۰
۰.۷۷۲۳۸	۴۱.۴۷۱۸	۱.۵۱	۰.۸۶۸۵	۴۹.۷۶۱۲	۱.۳۱
۰.۷۷۱۸۰	۴۱.۱۳۹۵	۱.۵۲	۰.۸۵۹۶	۴۹.۲۵۰۹	۱.۳۲
۰.۷۷۱۲۳	۴۰.۸۱۳۲	۱.۵۳	۰.۸۵۰۹	۴۸.۷۵۳۵	۱.۳۳
۰.۷۷۰۶۷	۴۰.۴۹۲۷	۱.۵۴	۰.۸۴۲۴	۴۸.۲۶۸۲	۱.۳۴
۰.۷۷۰۱۲	۴۰.۱۷۷۸	۱.۵۵	۰.۸۳۴۲	۴۷.۷۹۴۶	۱.۳۵
۰.۶۹۵۸	۳۹.۸۶۸۳	۱.۵۶	۰.۸۲۶۱	۴۷.۳۳۲۱	۱.۳۶
۰.۶۹۰۵	۳۹.۵۶۴۲	۱.۵۷	۰.۸۱۸۲	۴۶.۸۸۰۳	۱.۳۷
۰.۶۸۵۳	۳۹.۲۶۵۲	۱.۵۸	۰.۸۱۰۵	۴۶.۴۳۸۷	۱.۳۸
۰.۶۸۰۲	۳۸.۹۷۱۳	۱.۵۹	۰.۸۰۳۰	۴۶.۰۰۷۰	۱.۳۹
۰.۶۷۵۱	۳۸.۶۸۲۲	۱.۶۰	۰.۷۹۵۶	۴۵.۵۸۴۷	۱.۴۰
۰.۶۷۰۲	۳۸.۳۹۷۸	۱.۶۱	۰.۷۸۸۴	۴۵.۱۷۱۵	۱.۴۱
۰.۶۶۵۳	۳۸.۱۱۸۱	۱.۶۲	۰.۷۸۱۳	۴۴.۷۶۷۰	۱.۴۲
۰.۶۶۰۵	۳۷.۸۴۲۸	۱.۶۳	۰.۷۷۴۴	۴۴.۳۷۰۹	۱.۴۳
۰.۶۵۵۸	۳۷.۵۷۱۹	۱.۶۴	۰.۷۶۷۶	۴۳.۹۸۳۰	۱.۴۴
۰.۶۵۱۱	۳۷.۳۰۵۲	۱.۶۵	۰.۷۶۱۰	۴۳.۶۰۲۸	۱.۴۵
۰.۶۴۶۵	۳۷.۰۴۲۷	۱.۶۶	۰.۷۵۴۵	۴۳.۲۳۰۲	۱.۴۶
۰.۶۴۲۰	۳۶.۷۸۴۲	۱.۶۷	۰.۷۴۸۱	۴۲.۸۶۴۹	۱.۴۷
۰.۶۳۷۶	۳۶.۵۲۹۶	۱.۶۸	۰.۷۴۱۹	۴۲.۵۰۶۶	۱.۴۸
۰.۶۳۳۲	۳۶.۲۷۸۹	۱.۶۹	۰.۷۳۵۷	۴۲.۱۵۵۲	۱.۴۹

واضح است که چون $\sin \theta_c = n_{ii}$ ، به ازای $\theta_i > \theta_c$ داریم؛ $\sin \theta_i > n_{ii}$ و r_{\perp} و r_{\parallel} هر دو کمیتیهای مختلفی می شوند. برغم این موضوع (مسئله ۳۵.۴) $R = 1$ و $r_{\perp} r_{\perp}^* = r_{\parallel} r_{\parallel}^* = 1$ ؛ یعنی $I_i = 0$ و $I_r = I_i$. بنابراین اگر چه یک موج تراگسیلیده وجود دارد، ولی به طور متوسط، نمی تواند انرژی را در سرتاسر مرز حمل کند. به محاسبات کامل و نسبتاً طولانی که برای به دست آوردن روابط مربوط به تمامی میدانهای بازتابیده و تراگسیلیده لازم است، نخواهیم پرداخت، ولی می توانیم از آنچه که به روش زیر اتفاق می افتد، درکی داشته باشیم. تابع موج میدان الکتریکی تراگسیلیده عبارت است از

خالص صفر از طریق مرز مشترک به درون محیط دوم منجر می شود. با این وجود یک نکته مبهم باقی می ماند و آن اینکه هنوز هم اندکی انرژی وجود دارد که باید به حساب آورده شود، یعنی آن انرژی که همراه موج محوشونده است و در طول مرز مشترک در صفحه فرود حرکت می کند. چون این انرژی تحت شرایط موجود نمی تواند به درون محیط کم چگالتی نفوذ کند (تا مادامی که $\theta_i \geq \theta_c$) باید چشمه آن را در جای دیگری جستجو کنیم. تحت شرایط آزمایشی عملی، باریکه فرودی باید یک سطح مقطع متناهی داشته باشد و بنابراین باید به طور آشکار با یک موج تخت حقیقی متفاوت باشد. این انحراف، گذار اندکی انرژی را (از راه پراش) در طول سطح مشترک به وجود می آورد که در موج محوشونده آشکار است.

ضمناً، از شکل ۲۳.۴ ج و ۲۳.۴ در روشن است که امواج فرودی و بازتابیده (جز به ازای $\theta_i = 90^\circ$) اختلاف فازی به اندازه π ندارند و بنابراین نمی توانند یکدیگر را حذف کنند. از اینرو از پیوستگی مؤلفه مماسی E نتیجه می شود که باید یک میدان نوسانی در محیط کم چگالتی با مؤلفه ای موازی سطح مشترک که دارای بسامد ω است (یعنی موج محوشونده) وجود داشته باشد.

کاهش نمایی موج سطحی، که گاهی هم موج مرزی خوانده می شود، اخیراً به طور آزمایشی در بسامدهای نوری تأیید شده است. فرض کنید باریکه ای نور که از درون یک قطعه شیشه می گذرد، در یک مرز آن، بازتابی داخلی دارد. می توان گفت که اگر قطعه شیشه دیگری را در کنار سطح مشترک هوا-شیشه اولی قرار دهیم و این سطح مشترک را حذف کنیم، در این صورت این باریکه خودش بدون آشفته گی، به جلو منتشر خواهد شد. به علاوه، با نازک شدن تدریجی لایه هوا، می توانیم انتظار داشته باشیم این گذار از بازتاب کلی به عدم بازتابش بیابانجامد. بیشتر به همین ترتیب است که، اگر لبوان یا منشوری را به دست گیرید، می توانید بر جستگیهای اثر انگشت خود را در ناحیه ای ببینید که، اگر بازتابش درونی کلی رخ نمی داد، شبیه آینه عمل می کرد. به عبارت کلیتر، چنانچه موج محوشونده با دامنه قابل ملاحظه ای از محیط رقیقی به ناحیه مجاورش که آن را ماده ای بسا ضریب شکست بزرگتر پر کرده گذر کند، اکنون انرژی می تواند از راه شکافی که آن را بازتاب داخلی کلی تضعیف شده (FTIR) می گویند، شارش یابد. به عبارت دیگر، اگر موج محوشونده که از شکاف گذشته است، باز هم به اندازه کافی شدید باشد که الکترونها را در محیط «تضعیف-کننده» تحریک کند، این الکترونها به نوبه خود موجی را تولید خواهند کرد که پیکربندی میدان را به طور چشمگیری تغییر می دهند و در نتیجه امکان شارش انرژی را فراهم می کند. شکل ۲۳.۴ نمایش نسبتاً طرح وارده ای از FTIR است که در آن پهنای خطوطی

$$k_{iy} = \pm i k_i \left(\frac{\sin^2 \theta_i}{n_{ii}^2} - 1 \right)^{1/2} \equiv \pm i \beta$$

در حالی که

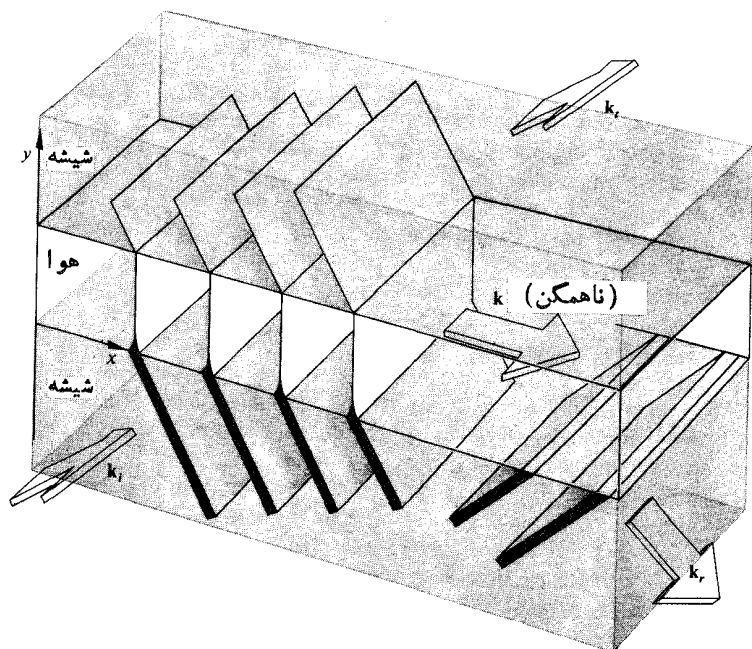
$$k_{ix} = \frac{k_i}{n_{ii}} \sin \theta_i$$

بنابراین

$$E_i = E_0 e^{\mp \beta y} e^{i(k_{ix} x \sin \theta_i / n_{ii} - \omega t)} \quad (۲۳.۴)$$

با صرف نظر کردن از نمای مثبت، که از لحاظ فیزیکی غیر قابل دفاع است، موجی داریم که هر قدر به محیط کم چگالتی نفوذ می کند، دامنه اش به طور نمایی کاهش می پذیرد. آشفته گی همچون یک موج به اصطلاح تخت یا محوشونده در راستای x به پیش می رود. توجه کنید که جبهه موج یا سطوحی با فاز ثابت (موازی با صفحه yz) بر سطوحی با دامنه ثابت (موازی با صفحه xz) عمودند و از اینرو این موج ناهمگن است (بخش ۵.۲). دامنه آن در راستای y به سرعت کاهش می یابد و در محیط دوم تنها در فاصله چند طول موج، چشم پوشیدنی است.

اگر هنوز هم پایستگی انرژی را در نظر دارید، بررسی جامعتری نشان داده است که در واقع انرژی در طول سطح مشترک به عقب و جلو منتشر می شود، که به طور متوسط به یک شارش



شکل ۲۳.۴ بازتاب کلی داخلی خنثی شده.

۵.۳.۴ خواص نوری فلزات

ویژگی مشخص محیطهای رسانا وجود تعدادی بارهای الکتریکی آزاد (آزاد به مفهوم نامقید بودن، یعنی توانایی گردش در درون ماده) است. البته در مورد فلزات این بارها همان الکترونها هستند که حرکتشان يك جریان الکتریکی برپا می کند. جریان در واحد مساحت که از کاربرد يك میدان الکتریکی E حاصل می شود، از راه معادله (پ ۱۵.۱) به رسانندگی محیط، σ ، ارتباط پیدا می کند. در مورد يك دی الکتریک، الکترونهای آزاد با رسانشی وجود ندارند و $\sigma = 0$ ؛ در حالی که در مورد فلزات واقعی σ ، ناصفر و متناهی است. برعکس، يك رسانای ایده آل «کامل» رسانایی نامتناهی خواهد داشت. بیان دیگر این نکته چنین است که بگوئیم الکترونها، که توسط يك موج هماهنگ به نوسان واداشته شده اند، باید به سادگی از تناوبهای میدان پیروی کنند. در اینجا جز گسیلش دوباره، نه نیروی بازگرداننده، نه بسامدهای طبیعی و نه جذب وجود خواهد داشت. در فلزات حقیقی الکترونهای رسانش با شبکه ای که بر اثر گرما معشوش شده برخورد پیدا می کنند یا دستخوش ناخالصی می شوند، و در این رهگذر به طور برگشت ناپذیری انرژی الکترومغناطیسی را به گرمای ژول تبدیل می کنند. مسلماً جذب انرژی تابشی توسط يك ماده تابعی از رسانندگی آن ماده است.

۱. امواج دد فلز

محیط را چنان پیوسته تصور می کنیم که معادلات ماکسول به شکل

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} \quad (۷۴.۴)$$

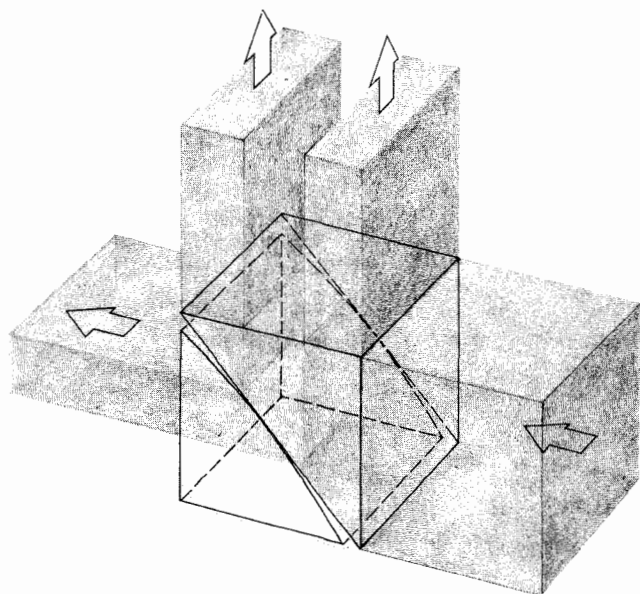
که همان معادله (پ ۲۱.۱) در مختصات قائم است منجر شود. جمله آخر، $\mu\sigma \partial E / \partial t$ ، همانند نیروی میران در الگوی نوسانگر بخش ۱۰.۳.۳، مشتق زمانی مرتبه یکم است. تغییر زمانی E ولتاژی تولید می کند، جریانی برقرار می شود، و چون ماده مقاوم است، نور به گرما تبدیل می شود و از اینرو جذب می شود. اگر گذردهی به صورت کمیتهی مختلط دوباره فرمولبندی شود، می توان نشان داد که این عبارت به معادله موج تضعیف نشده تبدیل می شود. این فرمول به نوبه خود، به يك ضریب شکست مختلط منجر می شود که، همانطور که قبلاً (بخش ۱۰.۳.۳) گفتیم، در حکم جذب است. بنابراین، لازم است تنها ضریب شکست مختلط

$$n_c = n_R - in_I \quad (۷۵.۴)$$

را (که در آن ضرایب شکست حقیقی و موهومی n_R و n_I هر دو اعداد حقیقی اند) در جواب مربوط به يك محیط رسانا جانشین کرد. سپس، می توان با استفاده از معادله موج و در نظر گرفتن شرایط مرزی به يك جواب خاص دست یافت. در هر حال، می توانیم يك جواب موج تخت سینوسی ساده را که در درون رسانا کاربردپذیر باشد، به دست آوریم. چنین موجی که در راستای z انتشار می یابد،

که جبهه های موج را نشان می دهند در سرتاسر شکاف کاهش پیدا می کنند و یادآوری می کنند که دامنه میدان نیز، به همان روال رفتار می کند. این فرایند همچون يك کل، به طور قابل ملاحظه ای شبیه پدیده مکانیک کوانتومی نفوذ ددسد، یا تونل زنی است که در فیزیک معاصر کاربردهای متعددی پیدا می کند.

می توان FTIR را با آرایش منشوری شکل ۳۳.۴ به شیوه ای که کاملاً خود پیدا است نمایش داد. به علاوه، اگر سطوح قاعده دو منشور، تخت و موازی باشند از قرار معلوم می توانند چنان قرار بگیرند که هر بخش دلخواهی از چگالی شار فرودی را تراکسیلند یا بازتابانند. ابزارهایی که این کار را انجام می دهند باریکه شکاف خوانده می شوند. يك مكعب باریکه شکاف را می توان به راحتی با استفاده از يك پوسه نازك شفاف با ضریب شکست پایین، به عنوان يك جداساز دقیق، ساخت. بازتابنده های کم اتلاف که تراکسیلندگی آنها را می توان به وسیله بازتاب داخلی تضعیف کننده کنترل کرد از اهمیت کاربردی جالب توجهی برخوردارند. FTIR را نیز می توان در نواحی دیگر طیف الکترومغناطیسی مشاهده کرد. به ویژه کار با میکروموجهای سه سانتیمتری آسان است زیرا این موج محوشونده تقریباً ۱۰۵ بار بیشتر از برد بسامدهای نوری، گسترش خواهد یافت. آزمایشهای نوری بالا را می توان با منشورهای جامدی که از پارافین ساخته شده اند، یا منشورهای توخالی از جنس پلاستیک اکریلیک که از کروژن یا روغن موتور پر شده اند، تکرار کرد. هر يك از آنها برای امواج سه سانتیمتری باید ضریب شکستی در حدود ۱٫۵ داشته باشد. بنابراین منشور نامبرده به وسیله ساده ای برای اندازه گیری مستقیم وابستگی دامنه میدان به z ، تبدیل می شود.



شکل ۳۳.۴ باریکه شکافی که از FTIR بهره می گیرد.

کمتر معمول اند، مثلاً، سدیم، پتاسیم، سزیم، وانادیوم، نیوبیوم، گادولینیوم، هولمیوم، ایتروم، اسکاندیوم، اوسمیوم و بسیاری فلزات دیگر، جلایی خاکستری-نقره‌ای دارند که شبیه جلای آلومینیوم، قلع یا فولاد است. این مواد تقریباً تمام نور فرودی را بدون توجه به طول موج آن باز می‌تابانند و بنابراین اساساً بی‌رنگ اند.

معادله (۷۷.۴) مسلماً یادآور معادله (۷۳.۴) و FTIR است. در هر دو حالت یک نزول نمایی دامنه وجود دارد. از این گذشته، تحلیلی کامل مبین این نکته خواهد بود که امواج تراگسیلیده دقیقاً عرضی نیستند، و هر دو مسورد دارای یک مؤلفه میدان در راستای انتشارند.

نمایش فلز به عنوان یک محیط پیوسته در سامد پایین، طول موج بلند، در حوزه فروسرخ، کارایی نسبتاً خوبی دارد. با وجود این، مسلماً باید انتظار داشته باشیم که با کاهش طول موج باریکه فرودی، ماهیت واقعی دانه‌ای ماده باید به حساب آورده شود. در حقیقت، الگوی پیوستاری، اختلافهای زیادی را با نتایج آزمایشی در بسامدهای نوری نشان می‌دهد. از اینرو دوباره به تصویر امیگرانه کلاسیک که در ابتدا توسط لورنتس، پل کارل لودوینگ درود (۱۲۸۵-۱۲۴۲/۱۹۰۶-۱۸۶۳) و دیگران فرمولبندی شده بود، برمی‌گردیم. این رهیافت ساده توافقی کیفی را با داده‌های آزمایشی فراهم خواهد کرد، با این حال بررسی نهایی نیازمند نظریه کوانتومی است.

۲. معادله پاشندگی

با رسانا همچون مجموعه‌ای از نوسانگرهای واداشته، و میرا برخورد می‌کنیم. برخی از آنها با الکترونها آزاد متناظرند و بنابراین دارای نیروی بازگرداننده صفر خواهند بود، در حالی که آنها دیگر، مانند الکترونها موجود در محیطهای دی‌الکتریک در بخش ۱.۳.۳ به سختی به اتم مقیدند. ولی، در خواص نوری فلزات، سهم عمده از آن الکترونها رسانش است. یادآوری می‌کنیم که جابجایی الکترون مرتعش را رابطه زیر به دست می‌دهد (بخش ۱.۳.۳)

$$x(t) = \frac{q_e/m_e}{(\omega_0^2 - \omega^2)} E(t)$$

وقتی نیروی برگرداننده وجود ندارد، $\omega_0 = 0$ ، علامت این جابجایی مخالف علامت نیروی وادارنده $q_e E(t)$ است و بنابراین با آن 180° اختلاف فاز دارد. این مطلب برخلاف وضع دی‌الکتریکهای شفاف است که در مورد آنها بسامدهای تشدید بالاتر از نور مرئی بوده و نوسان الکترونها با نیروی وادارنده همفاز است (شکل ۳۴.۴). الکترونها آزادی که نسبت به نور فرودی ناهمفاز نوسان می‌کنند، دوباره موجکهایی را می‌تابانند که گرایش آنها در جهت حذف آشفته‌گی ورودی است. اثر این پدیده، چنانچه

معمولاً به صورت زیر نوشته می‌شود

$$E = E_0 \cos(\omega t - ky)$$

و یا به صورت تابعی از n

$$E = E_0 \cos \omega \left(\frac{t - ny}{c} \right)$$

ولی در اینجا باید ضریب شکست را مختلط در نظر گرفت. بنابراین، با نوشتن موج به صورت نمایی و با استفاده از معادله (۷۵.۴) رابطه بالا چنین نوشته می‌شود

$$E = E_0 e^{(-\omega n_I y/c)} e^{i\omega(t - n_R y/c)} \quad (76.4)$$

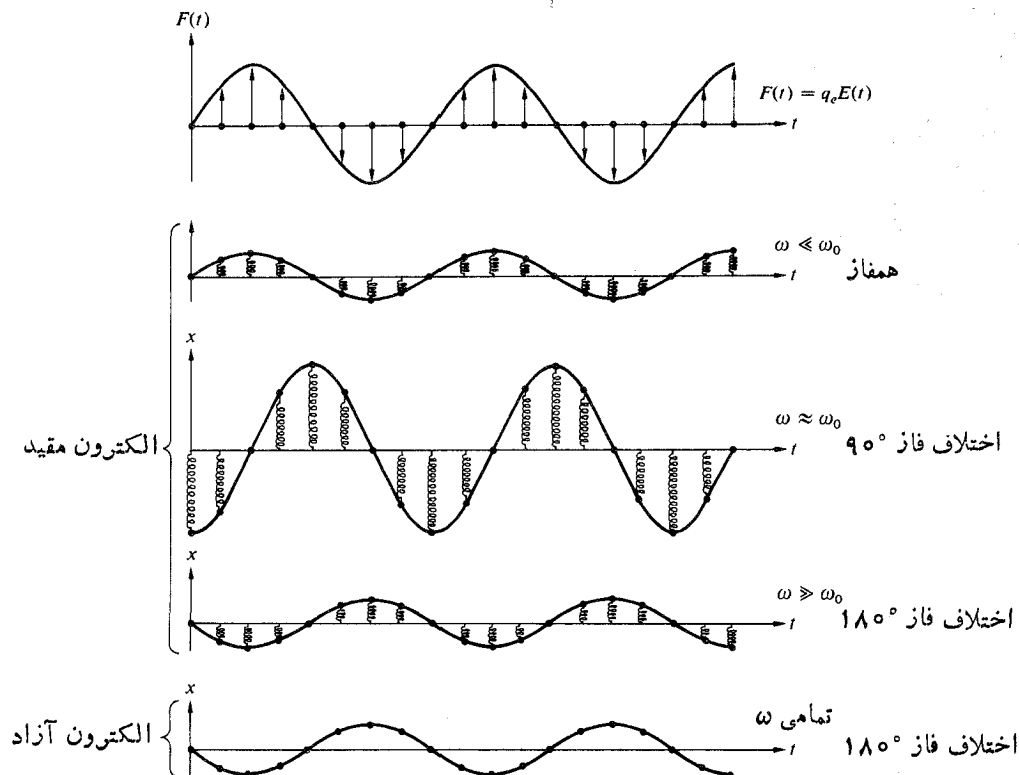
یا

$$E = E_0 e^{-\omega n_I y/c} \cos \omega \left(\frac{t - n_R y}{c} \right) \quad (77.4)$$

آشفته‌گی در راستای y با سرعت c/n_R ، دقیقاً مثل اینکه n_R همان ضریب شکست معمولی است، به پیش می‌رود. به تدریج که موج در رسانا پیشروی می‌کند، دامنه آن، $E_0 \exp(-\omega n_I y/c)$ ، به صورت نمایی تضعیف می‌شود، از آنجایی که تابیدگی با توان دوم دامنه متناسب است داریم

$$I(y) = I_0 e^{-\alpha y} \quad (78.4)$$

که در آن $I_0 = I(0)$ ، یعنی I_0 عبارت است از تابیدگی در $y = 0$ (سطح مشترک) و $\alpha \equiv 2\omega n_I/c$ جذب یا (حتی بهتر) ضریب تضعیف نامیده می‌شود. بعد از اینکه موج منتشر شده به فاصله $y = 1/\alpha$ که آن را ژرفای پوسته یا نفوذ می‌نامند برسد چگالی شار با عامل $1/3 \approx 1/2.7 \approx 1/e$ افت می‌کند. برای مواد شفاف در مقایسه با ضخامتش، ژرفای نفوذ باید مقدار بزرگی باشد. اما ژرفای نفوذ برای فلزات بینهایت کوچک است. مثلاً، ژرفای نفوذ مس در طول موجهای فرابنفش ($\lambda_0 \approx 100 \text{ nm}$) مقدار بسیار کوچک 6 nm است در صورتی که در فروسرخ ($\lambda_0 = 10000 \text{ nm}$) ژرفای نفوذ آن 6 nm است. و همین امر دلیل آن است که فلزات عموماً کدر به نظر می‌رسند و با وجود این وقتی تشکیل ورقه‌های بسیار نازکی می‌دهند می‌توانند اندکی شفاف باشند (مثلاً، مانند آینه‌های دورویه که اندکی نقره اندود شده‌اند). درخشندگی فلزی آشنای رساناها مربوط به بازتابندگی بالاست که به نوبه خود از این حقیقت ناشی می‌شود که موج فرودی نمی‌تواند به طور مؤثری در ماده نفوذ کند. تعداد نسبتاً معدودی الکترون در فلز، موج تراگسیلیده را «می‌بیند» و بنابراین گرچه هر یک شدیداً انرژی جذب می‌کند، انرژی کل اندکی توسط آنها تلف می‌شود. در عوض، بیشتر انرژی ورودی به صورت موج بازتابیده، دوباره ظاهر می‌شود. اکثر فلزات از جمله آنهایی که



شکل ۳۴.۴ نوسان الکترونیهای آزاد و مقید.

جذب نمی‌کند، بلکه آن را به طود انتخابی باز می‌تاباند. طلا و مس، زرد قرمزگون هستند، زیرا n_r به نسبت موج افزایش پیدا می‌کند و هرچه مقادیر λ بیشتر شوند، با شدت بیشتری بازتابیده می‌شوند. بنا براین، مثلاً، طلا در طول موجهای مرئی بلندتر، نسبتاً کدر خواهد بود. در نتیجه، تحت تابش نور سفید، یک ورقه طلا که ضخامت آن تقریباً از 10^{-6} متر کمتر است، در واقع به طور غالب نور آبی سبزگون را تراکلیل می‌کند.

می‌توان از راه چند فرض ساده‌کلی، ایده‌ای اجمالی از پاسخ فلزات به نور به دست آورد. از اینرو، سهم الکترون مقید را نادیده می‌گیریم و افزون بر آن فرض می‌کنیم که γ_e نیز در ازای مقادیر خیلی بزرگ ω ، چشم پوشیدنی است و از آنجا

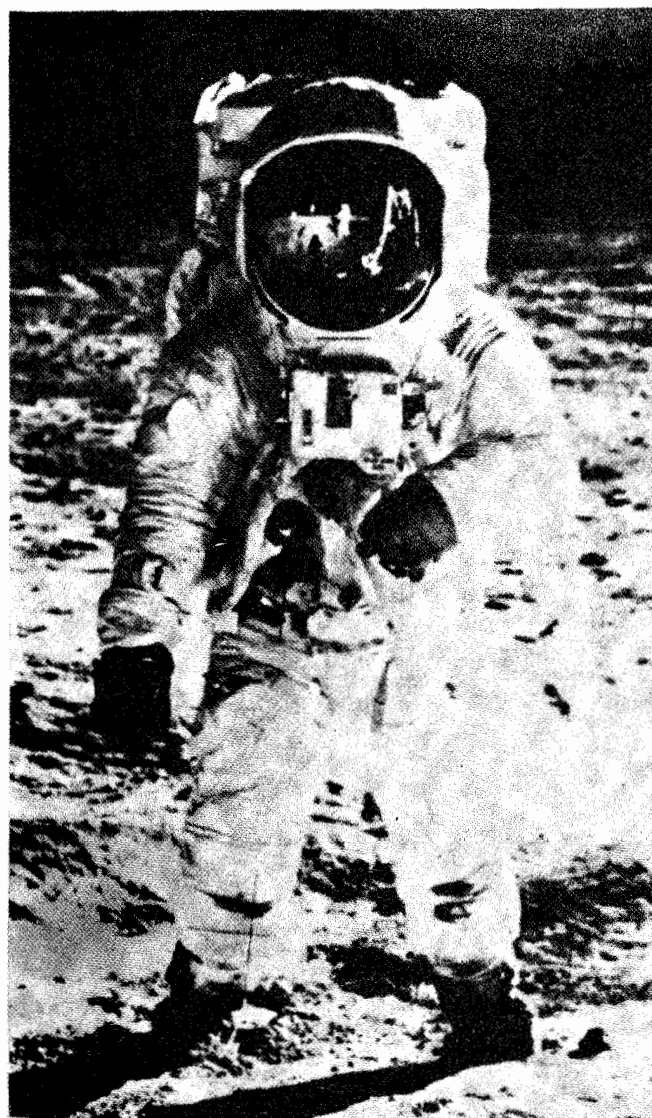
$$n^2(\omega) = 1 - \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} \quad (۸۰.۴)$$

فرض اخیر براین واقعیت استوار است که در بسامدهای بالا، الکترونها در بین هر برخورد نوسانهای بیشماري اجرا خواهند کرد. الکترونیهای آزاد و یونهای مثبت درون فلز را می‌توان همانند یک پلاسما انگاشت که چگالی آن در یک بسامد طبیعی ω_p ، بسامد پلاسما، نوسان می‌کند. می‌توان نشان داد که این بسامد

در پیش دیده‌ایم یک موج شکسته است که به سرعت فرو می‌پاشد. با فرض اینکه میدان میانگینی که بر یک الکترون متحرک در درون یک رسانا اثر می‌کند درست بسا میدان اعمال شده $E(t)$ برابر باشد، می‌توانیم معادله پاشندگی یک محیط رقیق (۳۷.۳) را چنین بنویسیم

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \left[\frac{f_e}{-\omega^2 + i\gamma_e \omega} + \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega} \right] \quad (۷۹.۴)$$

اولین جمله داخل کروشه ناشی از الکترونیهای آزاد است که در آن N تعداد اتمها در واحد حجم است. هر کدام از آنها دارای e الکترون رسانش است که فاقد بسامدهای طبیعی‌اند. جمله دوم ناشی از الکترونیهای مقید بوده و با معادله (۳۷.۳) همسان است. باید توجه داشت که اگر فلزی رنگ خاصی داشته باشد، نشانه آن است که اتمها در جذبی انتخابی از راه الکترونیهای مقید شرکت دارند. این مطلب افزون بر مشخصه کلی جذب الکترونیهای آزاد است. متذکر می‌شویم، محیطی که در بسامدهای معین، با شدت بسیاری جاذب باشد، عملاً بیشتر نور فرودی با همان بسامد را



شکل ۳۵.۴ ادوین آلدرین پسر، در پایگاه آسایش بر روی سطح ماه و عکس، نیل آرمسترانگ، در دیدگر طلاندود، بازتابیده شده است.

است که رفتار آنها بسیار شبیه رفتار الکترونیایی اند که در یک فلز محدود شده اند. ضریب شکست چنین محیطی حقیقی، و برای بسامدهای بسالای ω_p ، کوچکتر از یک است. فضاپیمای مارینر IV، در ژوئیه سال ۱۹۶۵، از این پدیده بهره گرفت تا یون کره سیاره مریخ را در ۲۱۶ میلیون کیلومتری زمین، مورد آزمایش قرار دهد.^۱

اگر بخواهیم بین دو نقطه خیلی دور از هم در روی زمین ارتباط برقرار کنیم باید کاری کنیم که امواج کم بسامد از یون کره

جدول ۲۰۴ طول موجها و بسامدهای بحرانی برخی از فلزات قلیایی.

فلز	λ_p مشاهده شده (nm)	λ_p مشاهده شده (nm)	$\nu_p = c/\lambda_p$ مشاهده شده (Hz)
لیتیوم	۱۵۵	۱۵۵	1.94×10^{15}
سدیم	۲۱۰	۲۰۹	1.43×10^{15}
پتاسیم	۳۱۵	۲۸۷	0.95×10^{15}
روبییدیوم	۳۴۰	۳۲۲	0.88×10^{15}

به نوبه خود با $(Nq_e^2/\epsilon_0 m_e)^{1/2}$ برابر است، بنابراین

$$n^2(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \quad (۸۱.۴)$$

بسامد پلاسما به عنوان مقداری بحرانی که کمتر از آن، ضریب شکست مختلط است و موج نفوذی به طور نمایی از سرزافت می کند (۷۷.۴)، به کار می آید؛ در حالی که در بسامدهای بالای ω_p ، حقیقی، جذب اندک و رسانا شفاف است. در وضعیت اخیر، همانند مورد دی الکتریکها در بسامدهای خیلی بالا (بخش ۱۰.۳)، n از یک کوچکتر است. از اینرو می توان انتظار داشت که به طور کلی فلزات نسبت به پرتو ایکس نسبتاً شفاف باشند. جدول ۲۰۴، سیاهه بسامدهای پلاسما را برای فلزات قلیایی که حتی در فرابنفش شفاف اند، به دست می دهد.

ضریب شکست فلزات اکثراً مختلط است و مقدار جذب موج فرودی به بسامد بستگی خواهد داشت. مثلاً، دیدگرهای خارجی لباسهای فضانوردان آپولو با ورقه ای بسیار نازک از طلا پوشانده شده اند (شکل ۳۵.۴). این اندوده تقریباً ۷۰ درصد نور فرودی را باز می تاباند و تحت شرایط درخشانی مانند زوایای کوچک و روبه جلو خورشیدی به کار گرفته می شود. این وسیله برای کاهش بار گرمایی دستگاه خنک کننده طراحی شده بود، که انرژی تابنده را در ناحیه فروسرخ به شدت باز می تابانید، در حالی که نور مرئی را به اندازه کافی ترا می گسیلید. شیشه های خورشیدی ارزان فلز اندود کسه کاملاً از همین اصول پیروی می کنند، در بازار نیز یافت می شوند و انجام آزمایشی با آنها، خالی از لطف نیست. جو یونیده بالایی زمین، شامل توزیعی از الکترونیهای آزاد

زمین بازتاب پیدا کنند. برعکس، برای اینکه باکسی در روی سطح ماه صحبت کنیم باید علامتهایی با بسامد بالا را که یون کره نسبت به آنها شفاف است، به کار گیریم.

۳. بازتابش از فلز

فرض کنیم که موج تختی از هوا بر روی یک سطح رسانا فرود آید. موج تراگسیلیده که تحت زاویه‌ای نسبت به عمود به پیش می‌رود، ناهمگن خواهد بود. اما هرگاه رسانایی محیط افزایش پیدا کند، جبهه موجها با سطوح دامنه ثابت هم‌تراز می‌شوند، و از آنجا \mathbf{k}_i و \mathbf{u}_n به‌توازی نزدیک خواهند شد. به عبارت دیگر، در یک رسانای خوب، موج تراگسیلیده در راستایی عمود بر سطح مشترک، بدون در نظر گرفتن θ_i ، منتشر می‌شود.

اینک بازتابندگی، $R = I_r/I_i$ ، را برای ساده‌ترین حالت فرود عمودی بر روی فلز محاسبه می‌کنیم. با گرفتن $n_i = 1$ و $n_e = n_e$ (یعنی ضریب شکست مختلط) از معادله (۴۷.۴) داریم

$$R = \left(\frac{n_e - 1}{n_e + 1} \right) \left(\frac{n_e - 1}{n_e + 1} \right)^* \quad (۸۲.۴)$$

و بنا بر این چون $n_e = n_R - in_I$ ، آنگاه

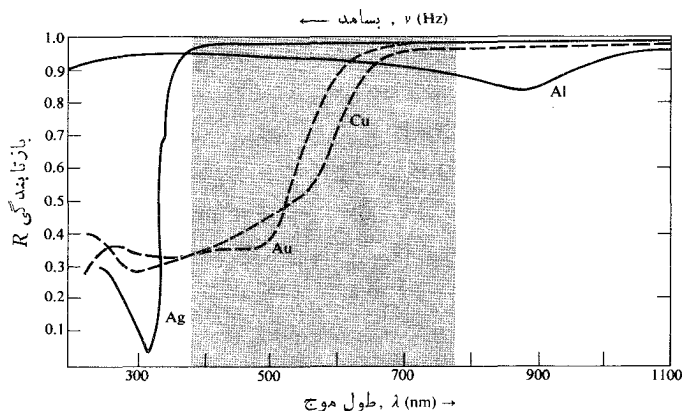
$$R = \frac{(n_R - 1)^2 + n_I^2}{(n_R + 1)^2 + n_I^2} \quad (۸۳.۴)$$

هرگاه رسانایی ماده صفر شود، حالت دی‌الکتریکی را داریم که اصولاً به موجب آن ضریب شکست، حقیقی ($n_I = 0$) و ضریب تضعیف، α ، صفر است. تحت این شرایط n_e ، ضریب شکست محیط تراگسیلیده، همان n_R است، و بازتابندگی (۸۳.۴) با

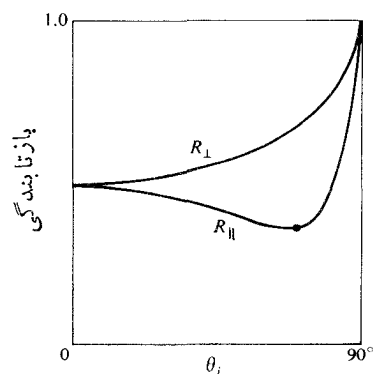
بازتابندگی معادله (۶۷.۴)، یکسان می‌شود. در عوض اگر n_I بزرگ باشد، درحالی که n_R به‌طور نسبی کوچک است، R به نوبه خود بزرگ می‌شود (مسئله ۴۰.۴). در یک حد غیر قابل حصول که در آن n_e صرفاً موهومی است، صد درصد چگالی شار فرودی بازتابیده خواهد شد ($R = 1$). توجه کنید که ممکن است بازتابندگی یک فلز، از بازتابندگی فلز دیگری بزرگتر باشد، حتی اگر n_I ی آن کوچکتر باشد. مثلاً در $\lambda_0 = 5893 \text{ nm}$ پارامترهای مربوط به سدیم جامد تقریباً $n_R = 0.54$ ، $n_I = 2.24$ و $R = 0.9$ ، پارامترهای مربوط به قلع ضخیم $n_R = 1.5$ ، $n_I = 5.3$ و $R = 0.8$ است درحالی که برای یک تگ بلور گالیوم داریم: $n_R = 3.7$ ، $n_I = 5.4$ و $R = 0.7$.

منحنیهای R_{\perp} و R_{\parallel} برای فرود مایل که در شکل ۳۶.۴ نشان داده شده‌اند، به‌نحوی نمونه محیطهای جاذب‌اند. بنا بر این در حالی که R به‌ازای $\theta_i = 0$ برای طلا تقریباً ۰.۵ است، در مقابل، در نور سفید برای نقره تقریباً ۰.۹ است؛ هر دو دارای بازتابندگی هستند که درحالی که به‌ازای $\theta_i = 90^\circ$ به ۱.۰ نزدیک می‌شوند، شکل کاملاً مشابهی دارند. درست به‌همین ترتیب در دی‌الکتریکها (شکل ۲۸.۴)، R_{\parallel} به‌ازای آنچه که اینک زاویه اصلی فرود نامیده می‌شود، تا یک کمینه افت می‌کند، ولی در اینجا، این کمینه ناصفر است. شکل ۳۷.۴ بازتابندگی طیفی را در فرود عمودی برای تعدادی از پوسه‌های فلزی تبخیر شده تحت شرایط ایده‌آل نشان می‌دهد. مشاهده می‌کنیم درحالی که طلا تقریباً به‌خوبی، ناحیه زیر طیف سبز و خود طیف سبز را ترا می‌گسیلد، نقره که در سرتاسر نور مرئی بازتابش بالایی دارد، برای فرابنفش در طول موج تقریبی ۳۱۶ نانومتر شفاف می‌شود.

تغییرات فزاینده حاصل از بازتاب از یک فلز در هر دو مؤلفه



شکل ۳۷.۴ بازتابندگی بر حسب طول موج برای طلا، نقره، مس و آلومینیوم.



شکل ۳۶.۴ بازتابندگی معمولی یک باریکه نور سفید قطبیده خطی که روی یک محیط جاذب فرود می‌آید.

رنگ سبز-آبی بسیار روشن دارد. یعنی، مولکولهای H_2O تشدید پهنی در ناحیهٔ فرو سرخ دارند که تا اندازه‌ای به ناحیه مرئی گسترش پیدا می‌کند. این جذب خیلی شدید نیست به طوری که بازتابش نور قرمز با اهمیتی در سطح وجود ندارد. بلکه نور قرمز ترا گسیلیده و به تدریج جذب می‌شود تا در عمق تقریبی ۳۵ متر از سطح دریا نور قرمز تقریباً به طور کامل از نور خورشید حذف شود. همین فرایند جذب گزینشی عامل رنگ چشمهای قهوه‌ای، پروانه‌ها، پرنده‌ها و زنبورهای عسل، کلمها و کلم پیچهاست. در واقع اکثریت اشیاء در طبیعت رنگهای مشخصه‌ای دارند که نتیجهٔ جذب ترجیحی از راه مولکولهای رنگی است. برعکس بیشتر اتمها و مولکولها، که تشدیدهایی در ناحیه فرابنفش و فرو سرخ دارند، مولکولهای رنگی آشکارا باید در ناحیه مرئی تشدید داشته باشند. با وجود این انرژی فوتونهای مرئی تقریباً ۱۶ eV تا ۳۲ eV است که همانطور که انتظار می‌رود، برای برانگیختگی الکترون معمولی در طرف پایین و برای برانگیختگی از راه ارتعاش مولکولی، در طرف بالا، قرار دارند. علیرغم این، اتمهایی وجود دارند که در آنها الکترونهای مقید لایه‌های نا کاملی تشکیل می‌دهند (مثل طلا) و تغییرات در پیکربندی این لایه‌ها، مدی برای برانگیختگی کم انرژی تدارک می‌بینند. افزون بر اینها، گروه بزرگی از مولکولهای رنگی آلی وجود دارد که آشکارا دارای تشدیدهایی نیز در ناحیهٔ مرئی اند. تمام این مواد، چه طبیعی و چه مصنوعی، مولکولهای زنجیره‌ای طولی را تشکیل می‌دهند که از پیوندهای یکتا و دوگانه با تناوب منظم، در آنچه که سیستم هجیوگ نامیده می‌شود، ساخته شده‌اند. نمونهٔ این ساختار مولکول کاروتن، $C_{40}H_{56}$ ، (شکل ۳۸.۴) است. گسترهٔ کاروتنوئیدها در رنگ، از زرد تا قرمز است که در هویج، گوجه‌فرنگی، نرگسهای زرد، گل‌های قاصدک کوچک زرد، برگهای خزان‌زده و انسانها یافت می‌شوند. مواد کلروفیلی گروه دیگری از مواد آشنای رنگهای طبیعی هستند ولی در این مورد بخشی از این زنجیر طولانی به دور خود می‌پیچد و حلقه‌ای را تشکیل می‌دهد. به هر حال، سیستمهای همیوگ از این نوع، تعدادی الکترونهای متحرک ویژه را در بر می‌گیرند که پی الکترونها نامیده می‌شوند. اینها به مواضع اتمی خاصی مقید نیستند اما در عوض می‌توانند ابعاد نسبتاً بزرگی از زنجیره‌ها یا حلقه‌های مولکولی را در بر گیرند. به زبان مکانیک کوانتومی باید گفته شود که اینها حالت‌های الکترون با طول موجهای بلند، بسامدهای پایین، و بنابراین کم انرژی هستند. پس، انرژی ضروری برای بالا بردن یک پی-الکترون به یک حالت برانگیخته، در مقایسه با انرژی فوتونهای مرئی پایین است. در واقع، می‌توانیم این مولکول را نوسانگری که دارای یک بسامد تشدید در ناحیهٔ مرئی است، بدانیم.

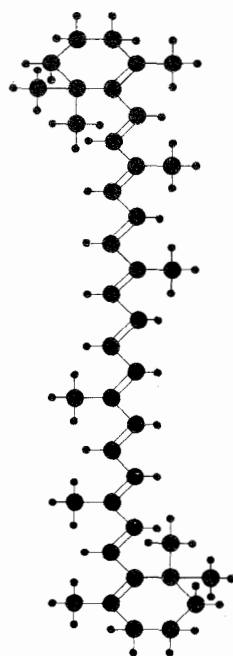
ترازهای انرژی یک اتم منفرد دقیقاً تعریف می‌شوند، یعنی تشدیدها بسیار تیز هستند. اما در جامدات و مایعات، نزدیکی اتمها باعث گسترده شدن ترازهای انرژی و تبدیل آنها به نوارهای پهن

(یعنی موازی با وعمود بر صفحهٔ فرود) رخ می‌دهد. اینها رماً نه صفر هستند و نه π ، با یک استثنای قابل ملاحظه در $\theta_i = 90^\circ$ ، که در آن، همانند یک دی‌الکتریک، فاز هر دو مؤلفه به اندازهٔ 180° در بازتابش تغییر می‌کند.

۳.۴ جنبه‌های آشنای برهم‌کنش نور و ماده

حال برخی پدیده‌ها را بررسی می‌کنیم که هر روز دنیا را با هزاران رنگ شگفت می‌آمیزند.

سازوکاری که طلا و مس را زرد قرمزفام می‌کند، از بعضی جهات، مشابه فرایندی است که باعث می‌شود آسمان آبی رنگ به نظر آید. پیرامون این موضوع به طور نسبتاً مختصری بحث می‌کنیم (برای بحث بیشتر پیرامون پراکندگی در جو، یک بخش ۵.۸)، مولکولهای هوا در فرابنفش تشدیدهایی دارند و از اینرو همچنان که بسامد نور فرودی به سوی فرابنفش افزایش می‌یابد، به نوسانهایی با دامنهٔ بزرگتر واداشته خواهد شد. در نتیجه، به طور مؤثری انرژی دریافت خواهند کرد و با تراگسیل انتهای قرمز مکمل طیف با اندکی تغییر، مجدداً مؤلفهٔ آبی نور خورشید را در تمامی راستاها گسیل خواهند کرد (یعنی می‌پراکنند). این پدیده با بازتابش انتخابی یا پراکندگی نور قرمز-زرد که در سطح یک پوسهٔ طلا و تراگسیل همراه با نور آبی-سبز رخ می‌دهد، شبیه است. برعکس، منشأ مشخصهٔ رنگهای اکثر مواد در پدیدهٔ جذب گزینشی یا ترجیحی است. مثلاً آب به اعتبار قدرت جذب نور قرمز،



مولکول کاروتن

● کربن
• هیدروژن

شکل ۳۸.۴ مولکول کاروتن.

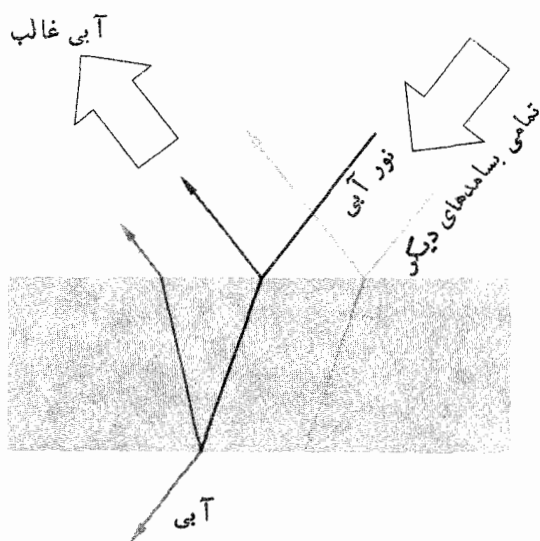
اختیار دارید، آنها را باهم درآمیزد، و مقداری رنگ سبز به آن بیافزاید، رنگ سیاه به دست خواهید آورد.

درفرین دیگر، هسرجسم تحت روشنائی نور سفید هنگامی سفید است که هم به طور مؤثر و هم به طور یکنواخت در سرتاسر طیف مرئی بازتابد. اگرچه آب اساساً شفاف است، بخار آب همچون شیشه مات سفید به نظر می آید. دلیل این مطلب کاملاً واضح است. اگر اندازه دانسه بخار کوچک، ولی خیلی بزرگتر از طول موج به کار رفته باشد، نور به هر ذره شفاف وارد خواهد شد، و پس از چندین بار بازتابش و شکست خارج می شود. هیچگونه تمایزی میان هر يك از مؤلفه های بسامدی وجود نخواهد داشت، و بنابراین نور بازتابیده ای که به ناظر می رسد، سفید خواهد بود. این سازوکاری است که علت سفیدی اجسامی همچون شکر، نمک، کاغذ، ابر، پودر طلق، برف و رنگ را بیان می کند، که هر دانه آن در واقع شفاف است. به همین ترتیب، نوار پلاستیکی روشنی روی يك حلقه ضخیم، همچون يك ماده شفاف معمولی که با جابه های کوچک هوا پر شده باشد (مثل سفیده تخم مرغ زده شده) کدر به نظر می رسد. اگرچه معمولاً فکر می کنیم کاغذ، پودر طلق، شکر و غیره از نوعی ماده سفید کدر تشکیل شده اند، از میان برداشتن این سوء تفاهم بسیار ساده است. يك صفحه چایی را با مقداری از این مواد (يك ورق کاغذ سفید، چند دانسه شکر، یا پودر طلق) بپوشانید و از پشت آن را روشن کنید. برای دیدن از میان آنها مشکل زیسادی نخواهید داشت. در مورد رنگ سفید، می توان به سادگی ذرات بیرنگ شفافی همچون اکسیدهای روی، تیتانیوم یا سرب را در محمل شفافی مانند روغن بزرگ یا اکریلیک تازه به حال تعلیق درآورد؛ این محمل باید به همان اندازه ذرات شفاف باشد. آشکار است که، چنانچه ذرات و محمل دارای ضریب شکست

می شود. به عبارت دیگر، تشدیدها روی گستره ای پهن از بسامدها منتشر می شوند. در نتیجه می توانیم انتظار داشته باشیم که يك رنگ تنها بخش باریکی از طیف را جذب نخواهد کرد؛ در واقع اگر این کار را انجام دهد، باید بیشتر بسامدها را بازتاباند و تقریباً به رنگ سفید ظاهر شود.

برای اینکه ببینیم چگونه تمامی این ایده ها باهم سازگارند، فرض می کنیم که تکه ای شیشه آبی رنگ شده یا سلفان داشته باشیم. نور سفید در برخوردش روی سطح (شکل ۳۹.۴) به طور جزئی بازمی تابد و باقی مانده به محیط تراکسیلیده می شود. هرچه بساریکه نور بیشتر برود، رنگ سرخ آخر طیف از راه جذب، بیشتر و بیشتر از آن حذف می شود تا اینکه سرانجام به صورت نور آبی ظاهر شود. این موضوع از شکل آشکار است که رنگهای شیشه رنگی پنجره ها، وقتی در طرف نور تراکسیلیده نگاه می کنیم، روشنتر از طرف نور بازتابیده آن هستند. دقیقاً همین موضوع نفوذ و جذب ترجیحی تدریجی است که باعث ایجاد رنگها در بیشتر اشیا است. مثلاً الیاف نمونه ای از پارچه سفید یا کاغذ اساساً شفاف اند اما وقتی که رنگ می گیرند هر رشته چنان عمل می کند که گویی يك تکه شیشه رنگی است. نور فرودی که به این کاغذ نفوذ می کند، تنها پس از بازتابها و شکستهای فراوان در درون الیاف رنگی کاغذ، عمدتاً به عنوان يك باریکه بازتابیده خارج می شود. نور خروجی تا آنجا رنگی خواهد بود که فاقد مؤلفه بسامدی که توسط همان رنگ جذب می شود، باشد. دقیقاً به همین علت است که برگ، سبز و موز، زرد به نظر می رسد.

يك بطری پر از جوهر آبی معمولی، چه در نور بازتابیده و چه تراکسیلیده، آبی رنگ به نظر می رسد. ولی اگر آن را بر روی يك تیغه شیشه ای بریزیم و حلال را تبخیر کنیم، اتفاق جالبی رخ می دهد. رنگ غلیظ شده چنان مؤثر جذب می کند که در بسامد تشدید کننده به طور ترجیحی بازتاب می کند و ما به این نظر بر می گردیم که يك جذب کننده قوی (n_1 بزرگ) يك بازتاب کننده قوی نیز هست. بنا بر این، جوهر آبی رنگ غلیظ رنگ ارغوانی قرمزگون را بازتاب و آبی را ترمی گسیلد، در حالی که جوهر قرمز، رنگ سبز را بازتابانده و رنگ قرمز را ترمی گسیلد. این مطلب را می توان با يك ماژیک و با به کار بردن نور بازتابیده آزمایش کرد، ولی دقت کنید که ندانسته نمونه را با نور ناخواسته ای که از زیر می تابد تحت تأثیر قرار ندهید. (جوهر را به صورت يك لایه نازک بخشکانید و سپس این لایه را روی قطعه ای از کاغذ سیاه قرار دهید.) هرگاه بسامدهایی که جذب می شوند در سراسر ناحیه مرئی گسترده شوند، این جسم سیاه به نظر خواهد آمد. این مطلب به این معنی نیست که بگوییم اصلاً بازتابی وجود ندارد. آشکارا می توانید تصویری بسازتابیده را در يك قطعه جسم سیاه بسراق ببینید، يك سطح سیاه ناهموار نیز به همین ترتیب، به طور پخشنده، بازتاب می کند. اگر هنوز آن رنگهای قرمز و آبی را در



شکل ۳۹.۴ شیشه رنگی آبی.

۵.۴ تلقی استوکس از بازتابش و شکست

شیوه نگرشی ظریف و نوین به بازتابش و تراکسیل در یک کرانه را فیزیکدان بریتانیایی به نام جورج گابریل استوکس (۱۸۱۹-۱۹۰۳/۱۱۹۸) مطرح کرد. از آنجا که از این پس نتایج کار او را به کار خواهیم برد، اکنون استنتاج او را بررسی می کنیم. فرض می کنیم موجی فرودی با دامنه E_{oi} داشته باشیم که به سطح مشترک تخت جداکننده دو محیط دی الکتریک، مانند شکل ۴۰.۴ الف، برخورد کند. همانطور که قبلاً در این فصل دیدیم، چون r و t به ترتیب دامنه های کوچک بازتابیده و تراکسیلیده اند (که $n_i = n_2$ و $n_t = n_1$) پس

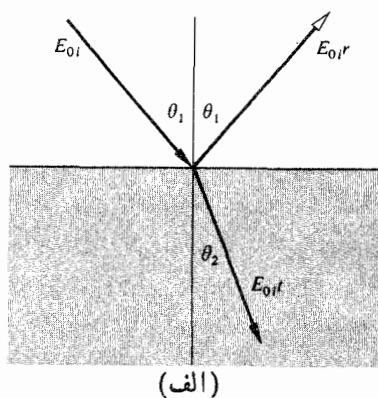
$$E_{or} = rE_{oi} \text{ و } E_{ot} = tE_{oi}$$

دوباره یادآور می شویم که اصل فرما به اصل برگشت پذیری منجر شد و حاکی از آن است که وضعیت ترسیم شده در شکل ۴۰.۴ ب، که در آنجا تمام راستاهای پرتو برعکس شده اند، باید از نظر فیزیکی نیز مجاز باشد. با یک شرط که اتلاف انرژی وجود نداشته باشد (بدون هیچگونه جذبی)، باید شکنهای موج برگشت پذیر باشند. به همین ترتیب، در اصطلاح فیزیک جدید می توان از نادر دایمی وادونی زمان سخن گفت، یعنی، اگر فرایندی روی دهد، فرایند وارونه نیز می تواند روی دهد. بنا براین هرگاه تصویر حرکت فرضی یک موج را که بر روی سطح مشترک فرود می آید، یا از آن باز می تابد و یا از درون آن ترامی گسیلد، در نظر بگیریم، رفتار ثبت شده روی فیلم هنگامی که در جهت عکس نمایش داده شود، از نظر فیزیکی نیز باید تحقق پذیر باشد. بنابراین، شکل ۴۰.۴ ج را که اکنون در آن دو موج فرودی با دامنه های E_{oi} و E_{ot} وجود دارند بررسی می کنیم. بخشی از موج که دامنه اش E_{oi} است در سطح مشترک هم بازتابیده و هم تراکسیلیده می شود. بدون در نظر گرفتن هر گونه فرضی، r' و t' را ضرایب دامنه بازتاب و تراکسیل برای موج فرودی از زیر، در نظر می گیریم (یعنی $n_i = n_2$ و $n_t = n_1$). در نتیجه، دامنه جزء بازتابیده $E_{oi}r'$ است، در حالی که دامنه جزء

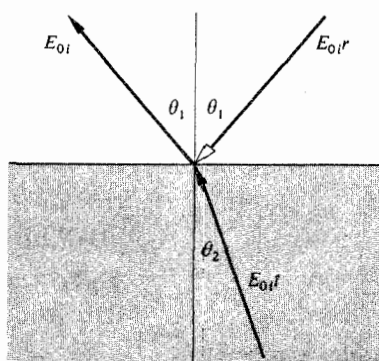
مشابهی باشند، هیچگونه بازتابشی در مرز دانه ها وجود نخواهد داشت. ذرات به سهولت در داخل ملغمه ای که خود شفاف باقی می ماند، ناپدید خواهند شد. در مقابل، چنانچه ضریب شکستها به طور قابل توجهی متفاوت باشند، بازتابهای فراوانی در تمام طول موجها (مسئله ۳۳.۴) وجود خواهد داشت، و رنگ، سفید و کدر به نظر خواهد آمد [معادله (۶۷.۴)]. برای رنگی کردن رنگها لازم است که فقط ذرات چنان رنگ شوند که تمام بسامدها را جز رنگ مورد نظر، جذب کنند.

به منظور استدلال در جهت عکس این مطلب، اگر ضریب شکست، n_{ii} ، را در مرزهای دانه یا رشته کاهش دهیم، ذرات ماده کمتر بازتاب خواهند کرد، و در نتیجه سفیدی سراسری جسم کاهش می یابد. در نتیجه یک دستمال سفید مرطوب، ظاهر خاکستری گون شفافتری خواهد داشت. پودر طلق مرطوب، سفیدی پرتللو خود را از دست می دهد و همانند پارچه سفید مرطوب به رنگ خاکستری تیره نمایان می شود. و به همین ترتیب، یک تکه پارچه رنگی آغشته به مایعی روشن (مانند آب، عرق جو سیاه، یا بنزن) سفیدی تیره خود را از دست می دهد و بسیار تیره تر خواهد شد، پس این رنگها مانند نقاشی آبرنگی که هنوز خشک نشده، تیره و تند هستند.

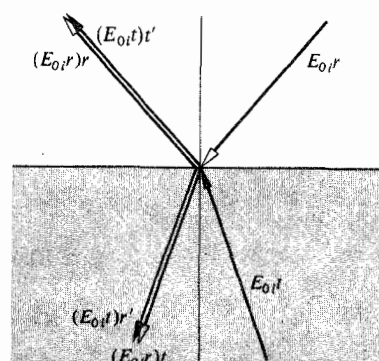
افزون بر فرایندهای مذکور که به طور ویژه ای به بازتابش، شکست و جذب مربوط اند، ساز و کارهای رنگ ساز بسیاری وجود دارند که بعداً آنها را بررسی خواهیم کرد. مثلاً، سوسکه ها خود را در رنگهای درخشانی که از راه پراش در خطوط توریهایی که روی قلافهای بالهایشان ایجاد می شود می پوشانند؛ در حالی که آثار تداخلی مربوط به طول موج، در نقشهای رنگینی که روی لکه های روغن، صدف، حبابهای کف صابون، طاووسها و پرندگان زربین پر دیده می شوند، سهم دارند.



(الف)



(ب)



(ج)

پرتو برعکس راستاهای پرتو در وضعیت اولیه هستند، و معادله ۴۲.۴ به معادله زیر منجر می شود

$$r'_{\perp}(\theta_2) = -\frac{\sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sin(\theta_2 + \theta_1)}$$

اگر چه ممکن است غیر ضروری باشد، اما یکبار دیگر خاطر نشان می کنیم که این مقدار درست منفی آن چیزی است که به ازای $\theta_i = \theta_1$ و بازتابش خارجی تعیین شد، یعنی

$$r'_{\perp}(\theta_2) = -r_{\perp}(\theta_1) \quad (۹۰.۴)$$

به کار بردن نمادهای پریم دار و بدون پریم برای نمایاندن ضرایب دامنه برای به خاطر آوردن این است که یک بار دیگر با زوایای مربوط به قانون اسنل سروکار داریم. به همان ترتیب با تعویض θ_i و θ_r در معادله (۴۳.۴) به رابطه زیر می رسیم

$$r'_{\parallel}(\theta_2) = -r_{\parallel}(\theta_1) \quad (۹۱.۴)$$

اختلاف فاز 180° بین هر زوج مؤلفه در شکل ۲۳.۴ واضح است، اما به خاطر می سپاریم که وقتی $\theta_i = \theta_p$ ، $\theta_r = \theta_p'$ ، و برعکس (مسئله ۳۷.۴). فراسوی $\theta_i = \theta_c$ موج تراکسیلیده ای وجود ندارد، معادله (۸۹.۴) کاربردپذیر نیست، و همانطور که دیده ایم اختلاف فاز دیگر 180° نیست.

این نتیجه گیری متعارفی است که مؤلفه های موازی و عمودی باریکه بازتابیده خارجی به اندازه π رادیان تغییر فاز می دهند، در حالی که باریکه بازتابیده داخلی هیچ تغییر فازی ندارد. اینک، به اعتبار قرارداد ویژه ای که اختیار کرده ایم، باید بگوییم که این موضوع آشکارا یا دست کم تقریباً آشکارا نادرست است. (شکلهای ۲۴.۴ الف و ۲۵.۴ ب را مقایسه کنید.)

۶.۴ فوتونها و قوانین بازتابش و شکست

فرض کنیم که نور جریانی از فوتونهاست و یکی از آنها را در نظر می گیریم که به سطح مشترک بین دو محیط دی الکتریک با زاویه θ_i برخورد می کند و در نتیجه با زاویه θ_r در عرض آن تراکسیلیده شود. می دانیم که هرگاه این فوتون، یکی از میلیاردها ذره در یک باریکه لیزر باشد، الزاماً باید با قانسون اسنل تطبیق کند. برای ارزیابی این رفتار، دینامیک مربوط به سفر پرمایه ای تک فوتون خودمان را بررسی می کنیم. یادآوری می کنیم که

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} \quad [۶۰.۳]$$

و در نتیجه اندازه حرکتهای فرودی و تراکسیلی به ترتیب $\mathbf{p}_i = \hbar \mathbf{k}_i$ و $\mathbf{p}_r = \hbar \mathbf{k}_r$ هستند. فرض می کنیم که (بدون ذکر دلایل زیادی) در حالی که ماده مجاور سطح مشترک روی مؤلفه y اندازه حرکت تأثیر می گذارد، مؤلفه x آن تغییری نمی کند. در

تراکسیلیده $E_{oi}tt'$ است. به همین ترتیب، موج ورودی که دامنه آن $E_{oi}r$ است به دو جزء با دامنه های $E_{oi}rt$ و $E_{oi}rr$ شکافته می شود. چنانچه پیکربندی شکل ۴۰.۴ ج شبیه پیکربندی شکل ۴۰.۴ ب باشد، پس آشکار است که

$$E_{oi}tt' + E_{oi}rr = E_{oi} \quad (۸۴.۴)$$

و

$$E_{oi}rt + E_{oi}tr' = 0 \quad (۸۵.۴)$$

از آنجا

$$tt' = 1 - r^2 \quad (۸۶.۴)$$

و

$$r' = -r \quad (۸۷.۴)$$

دو معادله آخر به روابط استوکس مشهورند. در واقع این بحث توجه بیشتری را نسبت به آنچه که غالباً در مورد آن مبذول می دارند، طلب می کند. باید خاطر نشان شود که ضرایب دامنه قوایی از زاویه های فرودی اند و بنا بر این روابط استوکس را می توان همانند روابط زیر به صورت بهتری نوشت

$$t(\theta_1)t'(\theta_2) = 1 - r^2(\theta_1) \quad (۸۸.۴)$$

و

$$r'(\theta_2) = -r(\theta_1) \quad (۸۹.۴)$$

که در آن $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$. معادله دوم، به سبب علامت منفی آن، نشان می دهد که یک اختلاف فاز 180° بین موجهای بازتابیده داخلی و خارجی وجود دارد. باید به خاطر بسپاریم که در اینجا θ_1 و θ_2 زوج زاویه هایی هستند که به واسطه قانون اسنل به هم مربوط می شوند. و نیز توجه داشته باشیم که هیچگاه نگفته ایم n_1 بزرگتر یا کوچکتر از n_2 است و بنا بر این معادلات (۸۸.۴) و (۸۹.۴) در هر دو حالت صدق می کنند. اینک برمی گردیم به یکی از معادلات فرنل، مثلاً

$$r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_r)}{\sin(\theta_i + \theta_r)} \quad [۴۲.۴]$$

هرگاه پرتوی مطابق شکل ۴۰.۴ الف از بالا وارد شود و فرض کنیم: $n_2 > n_1$ ؛ آنگاه r_{\perp} با قرارداد $\theta_i = \theta_1$ و $\theta_r = \theta_2$ بازتابش خارجی محاسبه می شود؛ عبارت اخیر از قانون اسنل هم نتیجه می شود. از طرف دیگر، اگر این موج با همان زاویه از پایین فرود آید (در این مورد، بازتابش داخلی)، $\theta_i = \theta_2$ و دوباره آن را در معادله (۴۲.۴) می نشانیم، اما در اینجا θ_r مانند گذشته θ_1 نیست. مقادیر r_{\perp} برای بازتابش داخلی و خارجی با زاویه فرودی یکسان، آشکارا متفاوت اند. اکنون (در این حالت، بازتابش داخلی) فرض می کنیم $\theta_i = \theta_2$. پس $\theta_r = \theta_1$ ، راستاهای

و بنابراین اگر $n_{ii} > 1$ ، آنگاه $p_i > p_i$. آزمایشهایی که تاریخ انجام آنها به سال (۱۸۵۰/۱۲۲۹) و به آزمایشهای فوکو می‌رسند، نشان داده‌اند که به ازای $n_{ii} > 1$ ، سرعت انتشار در محیطهای تراگیسیلنده، حتی اگر در اینجا اندازه حرکت ظاهراً افزایش یابد، عملاً کاهش پیدا می‌کند.^۱

به‌خاطر داشته باشیم که به‌نمایش بسیار ساده‌ای پرداخته‌ایم که خیلی چیزها را ناگفته گذاشته است؛ مثلاً درباره ساختار اتمی محیط، و احتمال و درست‌نمایی گذار فوتون از یک مسیر مشخص سخنی به میان نمی‌آورد. اگرچه این بررسی آشکارا ساده‌کردن موضوع است، از نظر آموزشی بسیار جالب است (رک فصل ۱۳).

مسائل

۱۰۴ زاویه تراگیسیلش پرتوی را که با زاویه 30° در هوا به یک قطعه شیشه‌کراون ($n_g = 1.52$) فرود می‌آید، محاسبه کنید.
۲۰۴ پرتو نور زرد لامپ تخلیه سدیمی، با زاویه 45° در هوا بر سطح یک الماس فرود می‌آید. اگر در آن بسامد $n_d = 2.42$ ، انحراف زاویه‌ای را که این پرتو ضمن تراگیسیل تحمل می‌کند، حساب کنید.
۳۰۴ با به کار بردن ترسیم هویگنس برای ایجاد یک نمودار جبهه موج، نشان دهید که یک موج کروی بعد از بازتابش از یک سطح تخت، شکلی مانند عکس چینه‌ای آب حوض در شکل ۴۱.۴ خواهد داشت؛ نمودار پرتوها را نیز رسم کنید.

واقع به‌طور تجربی می‌دانیم که اندازه حرکت خطی را می‌توان از یک باریکه پرتو نور به یک محیط منتقل کرد (بخش ۲۰.۳). بیان پایداری آن مؤلفه اندازه حرکت که موازی با سطح مشترک است به‌صورت زیر درمی‌آید

$$p_{ix} = p_{ix} \quad (92.4)$$

یا

$$p_i \sin \theta_i = p_i \sin \theta_i$$

اگر معادله (۶۰.۳) را به‌کار ببریم، این رابطه به‌شکل زیر درمی‌آید

$$k_i \sin \theta_i = k_i \sin \theta_i$$

و از آنجا

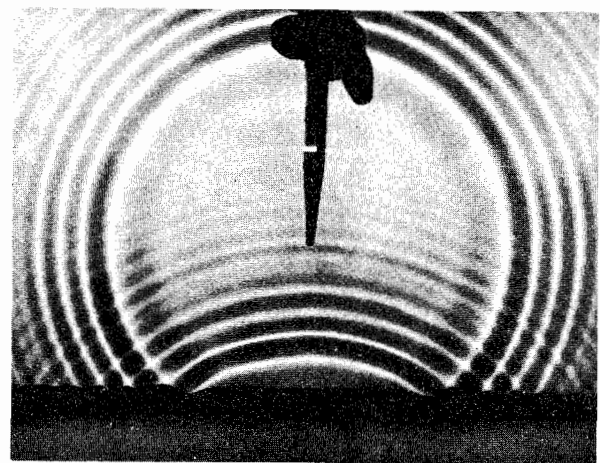
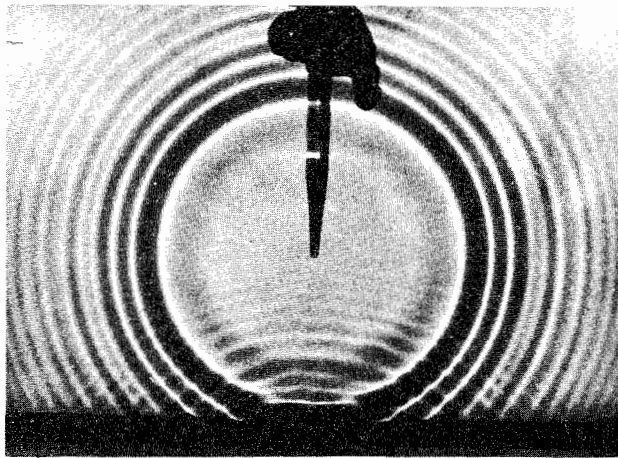
$$\frac{1}{\lambda_i} \sin \theta_i = \frac{1}{\lambda_i} \sin \theta_i$$

هر دو طرف معادله را در c/v ضرب می‌کنیم

$$n_i \sin \theta_i = n_i \sin \theta_i$$

که البته همان قانون اسنل است. دقیقاً به‌همان روش، اگر فوتون به‌جای آنکه تراگیسیلیده شود از سطح مشترک بازتابیده شود، معادله (۹۲.۴) به‌رابطه $k_i \sin \theta_i = k_r \sin \theta_r$ منجر می‌شود و از آنجا که $\lambda_i = \lambda_r$ ، در نتیجه $\theta_i = \theta_r$. جالب است که توجه کنیم

$$n_{ii} = \frac{p_i}{p_i} \quad (93.4)$$

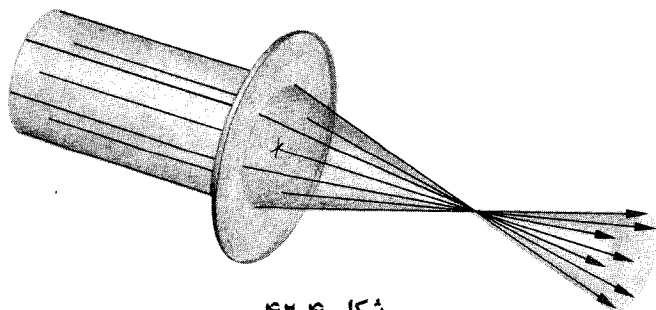


شکل ۴۱.۴

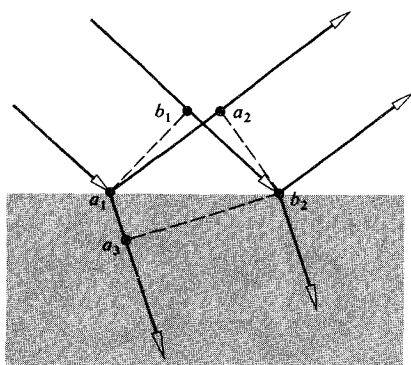
۱. این نکته افزایشی درجرم مؤثر فوتون را القاء می‌کند. رک

F. R. Tangherlini, «On Snell's Law and the Gravitational Deflection of Light,» *Am. J. Phys.*, 36, 1001 (1968).

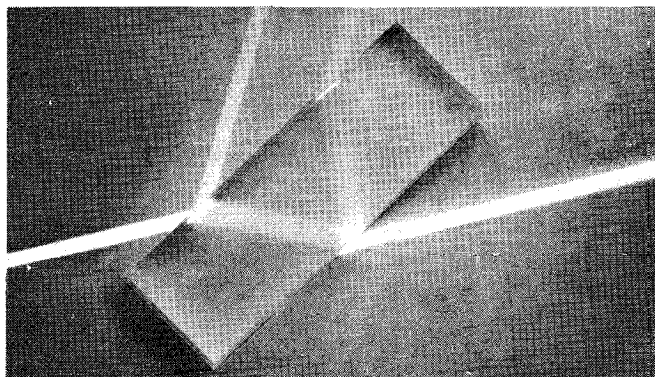
نگاهی ملاحظه‌کارانه هم به R. A. Houstoun, «Nature of Light,» *J. Opt. Soc. Am.*, 55, 1186 (1965) ببیند.



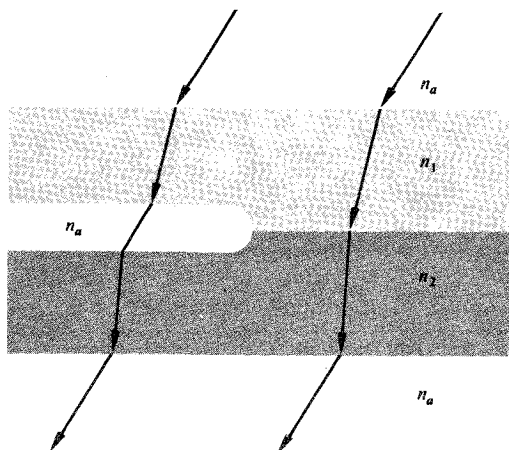
شکل ۴۲.۴



شکل ۴۳.۴



شکل ۴۴.۴



شکل ۴۵.۴

۴۰۴ يك سطح مشترك آب ($n_w = 1.33$) - شیشه ($n_g = 1.50$) را در نظر بگیرید، زاویه تراکسیل را برای يك باریکه فرودی با زاویه 45° در آب محاسبه کنید. اگر باریکه پرتو تراکسیلیده معکوس شود، به طوری که اکنون به سطح مشترك برخورد کند، نشان دهید: $\theta_t = 45^\circ$.

۵۰۴ يك باریکه میکروموج تخت ۱۲ سانتیمتری، با زاویه 45° به سطح يك دی الکتریک برخورد می کند، اگر $n_i = 4/3$ (الف) طول موج در محیط تراکسیلیده، و (ب) زاویه θ_t را حساب کنید. ۶۰۴ نوری به طول موج 600 nm در خلا وارد يك قطعه شیشه، $n_g = 1.5$ می شود. طول موج آن را در شیشه به دست آورید. این طول موج برای کسی که شیشه او را فرا گرفته است، چه رنگی را ظاهر خواهد کرد (جدول ۲.۳).

۷۰۴ شکل ۴۲.۴ دسته پرتوهایی را که به يك قرص شیشه ای (عدسی) وارد یا از آن خارج می شوند نشان می دهد. با استفاده از پیکربندی پرتوها، شکل جبهه موجها را در نقاط مختلف تعیین کنید. برای آن نموداری از نیمرخ رسم کنید. ۸۰۴ نموداری از θ_t نسبت به θ_i را برای يك مسرر هوا-شیشه، $n_{ga} = 1.5$ رسم کنید.

۹۰۴ با استفاده از ایده های برابری زمانهای گذار میان نقاط متناظر و تعامد پرتوها و جبهه موجها، قانون بازتابش و قانون اسنل را به دست آورید. از نمودار پرتو در شکل ۴۳.۴ بهره بگیرید. ۱۰۰۴ از قانون اسنل شروع و ثابت کنید که معادله بردار شکست به صورت زیر است

$$n_i \hat{\mathbf{k}}_i - n_t \hat{\mathbf{k}}_t = (n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t) \hat{\mathbf{u}}_n \quad [8.4]$$

۱۱۰۴ يك عبارت برداری هم ارز با قانون بازتابش به دست آورید. مانند گذشته، عمودی از محیط فرودی به محیط تراکسیلیده وارد آورید، گرچه آشکار است که این موضوع در واقع اهمیتی ندارد.

۱۲۰۴ بسا استفاده از اصل فرما، در حالت بازتابش از يك سطح تخت، ثابت کنید که پرتوهای فرودی و بازتابیده با عمود $\hat{\mathbf{u}}_n$ در صفحه مشتركی قرار دارند که آن را صفحه فرود می نامند. ۱۳۰۴ با استفاده از محاسبه ای که زمان گذار را طبق خواسته اصل فرما کمینه می سازد، قانون بازتابش، $\theta_t = \theta_i$ را به دست آورید. ۱۴۰۴ به طور تحلیلی نشان دهید که يك باریکه ورودی به يك تیغه شفاف تخت، مانند شکل ۴۴.۴، موازی بسا راستای اولیه خسود خارج می شود. عبارتی برای جابجایی جانبی این باریکه به دست آورید. ضمناً نشان دهید، موضوع موازی بودن پرتوهای ورودی و خروجی حتی برای انبوهی از تیغه های مواد متفاوت نیز صادق است.

۱۵۰۴ نشان دهید که دو پرتو موازی که به دستگاه شکل ۴۵.۴ وارد می شوند، به طور موازی نیز از آن خارج می شوند.

۲۲۰۴* زاویه حلی را که بیشتر از آن بازتابش کلی خارجی در يك سطح مشترك هوا-شیشه ($n_g = ۱.۵$) روی می‌دهد، محاسبه کنید. این نتیجه را با نتیجه مسئله ۸۰۴ مقایسه کنید.

۲۳۰۴ يك سراب را که مربوط به توزیع ناهمگن هوای واقع در بالای يك جاده گرم است در نظر بگیرید. به‌خمش پرتوها همچون مسئله بازتابش کلی داخلی توجه کنید. چنانچه يك بیننده که در بالای سرش $n_g = ۱.۵۰۰۲۹$ ، يك لکۀ مرطوب را تحت زاویه $\theta_i \geq ۸۸.۷^\circ$ در جهت پایین به‌سوی جاده ببیند، ضریب شکست هوای بلافاصله بالای جاده را پیدا کنید.

۲۴۰۴ نشان دهید که $\tan \theta_p = n_i/n_t$ ، و زاویه قطبش را برای فرود خارجی روی يك صفحه شیشه کراون ($n_g = ۱.۵۲$) در هوا محاسبه کنید.

۲۵۰۴ نشان دهید که زوایای قطبش برای بازتاب داخلی و خارجی در يك سطح مشترك معین متمم یکدیگرند، یعنی $\theta_p + \theta'_p = 90^\circ$ (مسئله ۲۴۰۴).

۲۶۰۴ غالباً کار با زاویه سمتی γ که به‌عنوان زاویه بین صفحه ارتعاش، و صفحه فرود تعریف می‌شود، مفید است. بنا براین، برای نور قطبیده خطی داریم

$$\tan \gamma_i = \frac{[E_{oi}]_{\perp}}{[E_{oi}]_{\parallel}} \quad (۹۴.۴)$$

$$\tan \gamma_t = \frac{[E_{ot}]_{\perp}}{[E_{ot}]_{\parallel}} \quad (۹۵.۴)$$

و

$$\tan \gamma_r = \frac{[E_{or}]_{\perp}}{[E_{or}]_{\parallel}} \quad (۹۶.۴)$$

شکل ۴۷۰۴ ترسیمی است از γ_r برحسب θ_i برای بازتاب داخلی و خارجی در يك سطح مشترك هوا-شیشه ($n_g = ۱.۵۱$)، که در آن $\gamma_i = 45^\circ$. چند نقطه‌ای را روی منحنی بررسی کنید و به علاوه نشان دهید

$$\tan \gamma_r = -\frac{\cos(\theta_i - \theta_t)}{\cos(\theta_i + \theta_t)} \tan \gamma_i \quad (۹۷.۴)$$

۲۷۰۴* با استفاده از تعاریف زاویه‌های سمتی در مسئله ۲۶۰۴، نشان دهید که

$$R = R_{\parallel} \cos^2 \gamma_i + R_{\perp} \sin^2 \gamma_i \quad (۹۸.۴)$$

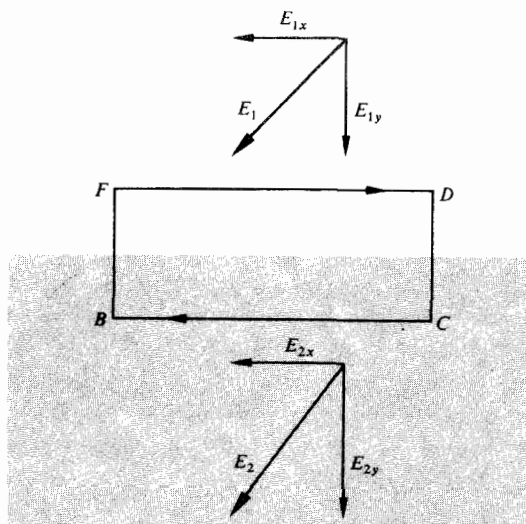
و

$$T = T_{\parallel} \cos^2 \gamma_i + T_{\perp} \sin^2 \gamma_i \quad (۹۹.۴)$$

۲۸۰۴ طرحی از منحنی R_{\parallel} و R_{\perp} به‌ازای $n_i = ۱$ و $n_t = ۱.۵$ یعنی بازتابش داخلی ارائه دهید.

۱۶۰۴ در بارۀ نتایج مسئله ۱۴۰۴ با اتکا به اصل فرما بحث کنید، یعنی بگویید ضریب شکست نسبی، $n_{۲,۱}$ ، چگونه در چیزها تأثیر می‌گذارد؟ برای مشاهده جابجایی جانبی، به يك چشمۀ پهن از طریق يك قطعه شیشه ضخیم ($\approx ۶.۲۵ \text{ cm}$) یا از طریق تعدادی (مثلاً چهار تا) تیغه‌های میکروسکوپ که در يك زاویه نگهداشته شده‌اند، نگاه کنید.

جابجایی آشکاری بین ناحیه‌ای از چشمه که به‌طور مستقیم دیده شود و ناحیه‌ای که از پشت شیشه دیده شود، وجود خواهد داشت.



شکل ۴۶۰۴

۱۷۰۴ فرض کنید يك موج نوری که قطبیده خطی است در صفحه فرود، با زاویه 30° در هوا به يك صفحه شیشه کراون ($n_g = ۱.۵۲$) برخورد می‌کند. ضرایب بازتاب و تراکسیل دامنه مقتضی را در سطح مشترك حساب کنید. نتایج خود را با شکل ۲۵۰۴ مقایسه کنید. ۱۸۰۴ نشان دهید که حتی در يك حالت غیر ایستا، مؤلفه مماسی شدت میدان الکتریکی، E ، در سرتاسر يك سطح مشترك پیوسته است. [دانه‌مایی: با استفاده از شکل ۴۶۰۴ و معادله (۵.۳) دوضلع CD و FB را کوچک کنید تا به‌این وسیله مساحتی که به‌این دوضلع محدود شده به‌سمت صفر میل کند.]

۱۹۰۴ معادله‌های (۲۲.۴) تا (۴۵.۴) را برای r_{\perp} ، r_{\parallel} ، t_{\perp} و t_{\parallel} به‌دست آورید.

۲۰۰۴ ابتدا از شرایط کرانی و سپس از معادلات فرنل، ثابت کنید که به‌ازای تمامی θ_i ها

$$t_{\perp} + (-r_{\perp}) = 1 \quad [۴۹.۴]$$

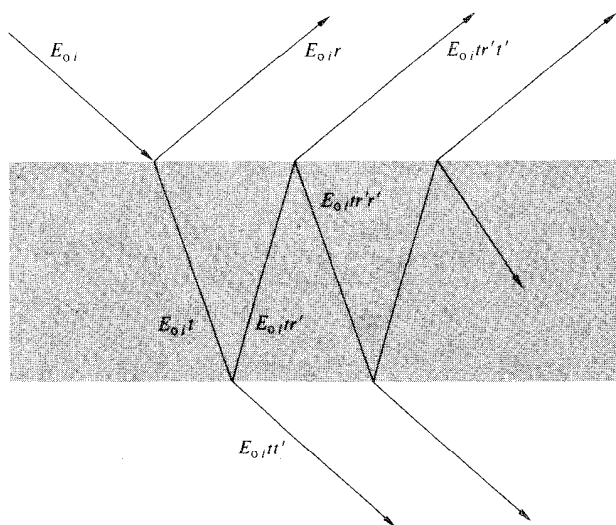
۲۱۰۴ رابطه زیر را برای سطح مشترك يك شیشه کراون و هوا ($n_{ii} = ۱.۵۲$) به‌ازای $\theta_i = 30^\circ$ بررسی کنید.

$$t_{\perp} + (-r_{\perp}) = 1 \quad [۴۹.۴]$$

۲۹۰۴ نشان دهید

$$T_i = (1 - R)^{2N} (T_{\perp})^d$$

۳۳۰۴ نشان دهید که در فرود عمود بر مرز بین دو دی الکتریک همچنان که $n_{ii} \rightarrow 1$ ، آنگاه $R \rightarrow 0$ و $T \rightarrow 1$. به علاوه، ثابت کنید همچنان که $n_{ii} \rightarrow 1$ ، آنگاه برای تمامی θ_i ها داریم: $R_{\parallel} \rightarrow 0$ ، $R_{\perp} \rightarrow 0$ ، $T_{\parallel} \rightarrow 1$ و $T_{\perp} \rightarrow 1$ و بنابراین همچنان که این دو محیط ضرایب شکست مشابه تری پیدا می کنند، موج بازتابیده انرژی کمتر و کمتری را حمل می کند. آشکار خواهد بود که به ازای $n_{ii} = 1$ ، نه سطح مشترکی وجود خواهد داشت و نه بازتابشی.

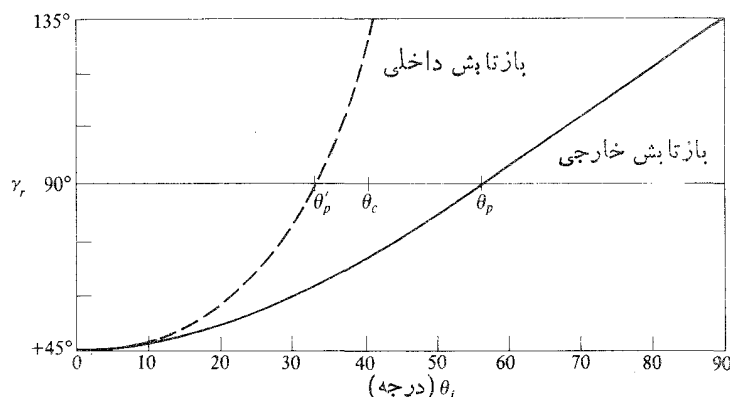


شکل ۴۸۰۴

$$T_{\parallel} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} \quad (100.4)$$

و

$$T_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \quad (101.4)$$



شکل ۴۷۰۴

۳۵۰۴ با استفاده از نتایج مسئله ۲۹۰۴، یعنی معادلات (۱۰۰.۴) و (۱۰۱.۴)، نشان دهید

$$R_{\parallel} + T_{\parallel} = 1 \quad [65.4]$$

و

$$R_{\perp} + T_{\perp} = 1 \quad [66.4]$$

۳۹۰۴ فرض می کنیم که از میان دسته ای N تایی از تیغه های میکروسکوپ، عمودی به یک چشمه نگاه می کنیم. این چشمه که حتی از میان یک دوجین تیغه دیده شود، به طور قابل ملاحظه ای تاریکتر خواهد بود. با فرض چشمپوشی از جذب، نشان دهید که تراگسیلندگی کلی این دسته تیغه ها با رابطه

$$T_i = (1 - R)^{2N}$$

بیان می شود و T_i را برای سه تیغه در هوا ارزیابی کنید.
۳۲۰۴ با استفاده از عبارت

$$I(y) = I_0 e^{-\alpha y} \quad [78.4]$$

برای یک محیط جاذب، کمیتی به نام تراگسیلندگی واحد، T_1 ، تعریف می کنیم. در فرود عمودی (۵۵.۴)، $T = I_t / I_i$ ، و از اینرو به ازای $y = 1$ ، داریم: $T_1 \equiv I(1) / I_0$. اگر ضخامت کل تیغه ها در مسئله پیش، d باشد و اگر این تیغه ها اکنون یک تراگسیلندگی در واحد طول، T_1 ، داشته باشند، نشان دهید که

۳۴۰۴ روابطی مربوط به r_{\parallel} و r_{\perp} را، که از طریق معادلات (۷۰.۴) و (۷۱.۴) استخراج شده اند، به دست آورید.

۳۵۰۴ نشان دهید که وقتی در یک سطح مشترک دی الکتریک $\theta_i > \theta_c$ ، آنگاه r_{\parallel} و r_{\perp} مختلط اند و $r_{\perp}^* r_{\parallel} = r_{\parallel}^* r_{\perp} = 1$.

۳۶۰۴ شکل ۴۸۰۴ پرتوی را که به وسیله یک صفحه دی الکتریک شفاف چند بار بازتابیده شده است نشان می دهد (دامنه تکه های حاصل نشان داده شده اند). مانند بخش ۵۰۴، چون زوایا از راه قانون اسنل به هم مربوط اند، از نمادگذاری ضریب پریم دار استفاده می کنیم. (الف) نمادگذاری دامنه های چهار پرتو آخر را تکمیل کنید. (ب) با استفاده از معادلات فرنل، نشان دهید که

$$t_{\parallel} t'_{\parallel} = T_{\parallel} \quad (102.4)$$

$$t_{\perp} t'_{\perp} = T_{\perp} \quad (103.4)$$

$$t'_{\parallel} r'_{\parallel} = R_{\parallel} \quad (104.4)$$

و

$$r'_{\perp} r'_{\perp} = R_{\perp} \quad (105.4)$$

(مسئله ۲۵.۴). مقایسه این مطلب با معادله (۱۰۲.۴) چگونه است؟
 ۳۸.۴ با استفاده از معادلات فرنل، همانند مسئله پیش نشان دهید که

$$t_{||}(\theta_p)t'_{||}(\theta'_p) = 1$$

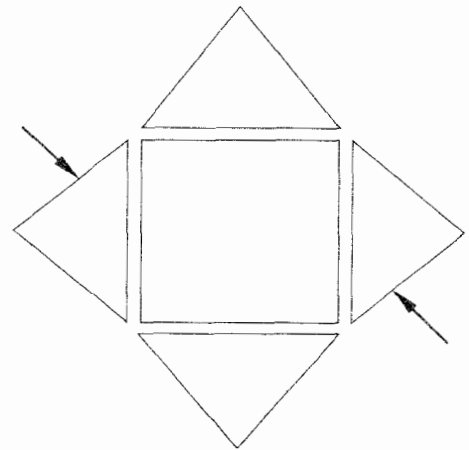
۳۹.۴ شکل ۴۹.۴ يك مكعب شیشه‌ای را نشان می‌دهد که چهار منشور شیشه‌ای که خیلی نزدیک به وجه مكعب قرار دارند، آن را احاطه کرده‌اند. طرح مختصری از مسیرهایی که دو پرتو نموده شده خواهند پیچید، ارائه دهید و پیرامون يك کاربرد ممكن این وسیله بحث کنید.

۴۰.۴ شکل ۵۰.۴ نموداری است از n_I و n_R بر حسب λ برای يك فلز معمولی. این فلز را با مقایسه مشخصه‌هایش با آنچه که در این فصل مورد بحث قرار گرفته است، شناسایی کنید و در بساره خواص نور شناختی آن بحث کنید.

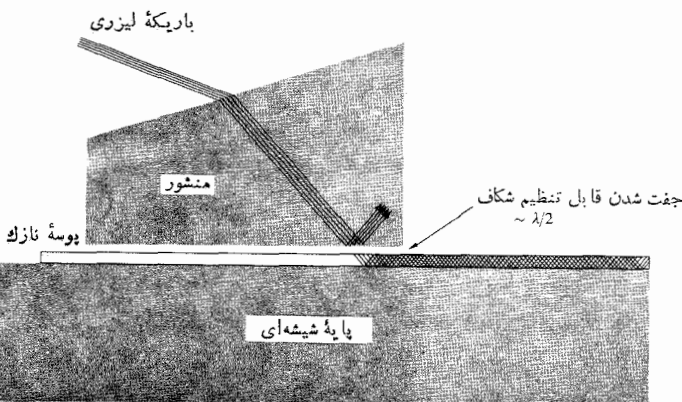
۴۱.۴ شکل ۵۱.۴ دستگاه منشور جفت‌گری را نشان می‌دهد که در آزمایشگاههای بل تلفون، تکامل یافته است. کار این دستگاه تغذیه يك باریکه لیزر در درون پوسته نازک ($50 \times 25 \mu$) شفافی است که به عنوان نوعی موجبر به کار می‌رود. یکی از موارد ممکن کاربرد آن يك مدار باریکه لیزری با پوسته نازک، یعنی نوعی نور شناخت مجتمع است. فکر می‌کنید نحوه کار این دستگاه چگونه است؟

۳۷.۴* موجی، قطبیده خطی در صفحه فرود، به سطح مشترك بین دو محیط دی الکتریک برخورد می‌کند. اگر $n_i > n_t$ و $\theta_i = \theta_p$ ، موج بازتابیده‌ای وجود ندارد، یعنی $r'_{||}(\theta'_p) = 0$ با استفاده از روش استوکس، نشان دهید که

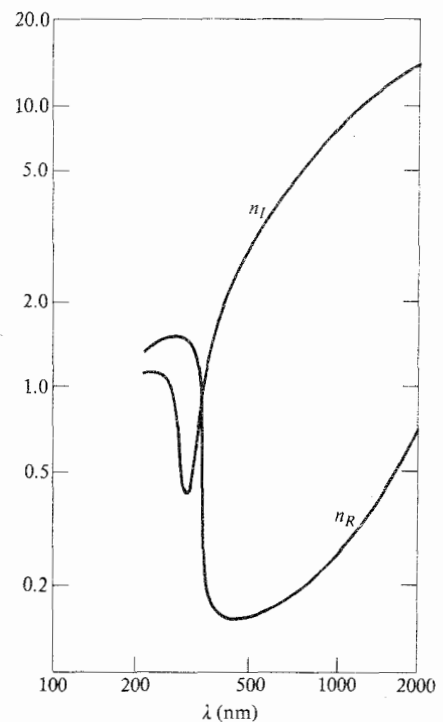
$$\theta_i = \theta_p, \quad r_{||}(\theta_p) = 0, \quad t_{||}(\theta_p)t'_{||}(\theta'_p) = 1$$



شکل ۴۹.۴



شکل ۵۱.۴



شکل ۵۰.۴

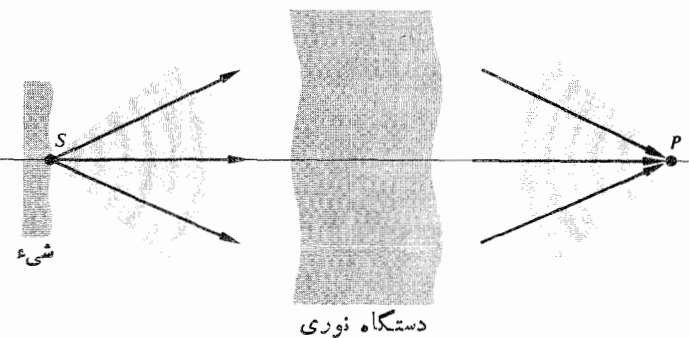
نور شناخت هندسی - نظریهٔ پیرامحوری

۱.۵ یادآورهای مقدماتی

فرض می‌کنیم جسمی داریم که یا خود تابان است یا عاملی خارجی آن را روشن کرده‌است و سطحش را چنان تصور می‌کنیم که گویی شامل تعداد زیادی چشمهٔ نقطه‌ای است. هر يك از این نقاط امواج کروی گسیل می‌کنند، یعنی پرتوهایی که به‌طور شعاعی در راستای شارش انرژی، یا به عبارت دیگر، در راستای بردار پوئینتینگ (شکل ۱.۴) از چشمه بیرون می‌آیند. در این حالت، پرتوها از يك چشمهٔ نقطه‌ای معلوم S واگرا می‌شوند، در حالی که اگر این موج کروی در يك نقطه جمع شود، البته این پرتوها همگرا می‌شوند. معمولاً ما فقط با جزء کوچکی از يك جبههٔ موج سروکار داریم. نقطه‌ای که قسمتی از يك موج کروی از آن واگرا می‌شود، یا نقطه‌ای که این بخش از موج به‌سوی آن همگرا می‌شود، نقطهٔ کانونی دسته پرتوها نامیده می‌شود.

اکنون وضعیتی را در نظر می‌گیریم که در آن يك چشمهٔ نقطه‌ای در مجاورت آرایشی از سطوح بازتابان و شکندهنده داریم که معرف يك دستگاه نوری است. به طور کلی، از بینهایت پرتوهایی که از چشمهٔ S بیرون می‌آیند، فقط یکی از نقطه‌ای اختیاری در فضا عبور خواهد کرد. با این حال، می‌توان ترتیبی داد که مانند شکل ۱.۵، تعدادی نامتناهی از پرتوها به نقطهٔ مشخص P برسند. بنا بر این، اگر برای مخروط پرتوهایی که از S می‌آیند يك مخروط متناظر پرتوهایی که از P می‌گذرند وجود داشته باشد، می‌گوییم

که دستگاه برای این دو نقطه آستیگماتیک است. انرژی درون این مخروط (صرفنظر از پاره‌ای اتلافهای ناخواسته ناشی از بازتابش، پراکندگی و درآشامی) به P می‌رسد که در این صورت آن را تصویر کامل S می‌نامیم. این موج ممکن است گله‌ای متناهی از نور یا لکهٔ ناری پیرامون P تشکیل دهد؛ که در این صورت باز هم تصویری از S خواهیم داشت ولی دیگر این تصویر کامل نیست. از اصل برگشت پذیری (بخش ۴.۲.۴) نتیجه می‌شود که از يك چشمهٔ نقطه‌ای واقع در P نیز عیناً به همان ترتیب تصویری در S به دست خواهد آمد و بنابراین این دو نقطه نقاط همیوخ نامیده می‌شوند. در يك دستگاه نوری ایده‌آل، تصویر هر نقطه‌ای



شکل ۱.۵ امواج همگرا و واگرا.

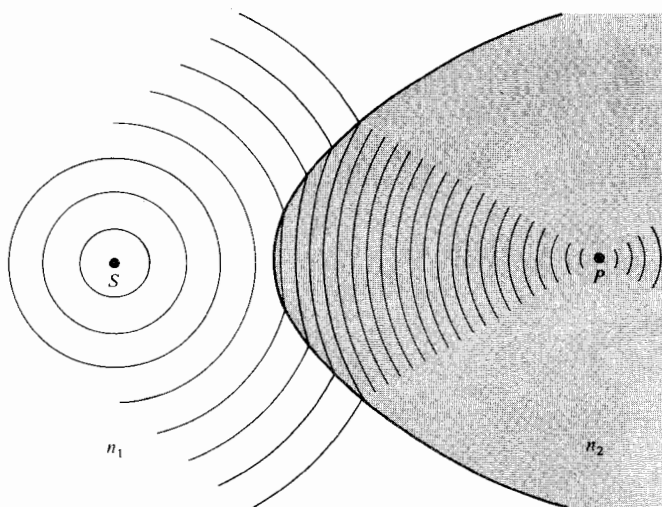
همانطور که در شکل ۲۰۵ نشان داده شده است، به مرز میان دو محیط شفاف می‌رسند. می‌خواهیم شکلی را برای سطح مشترک تعیین کنیم تا به خاطر آن، موجی که در درون محیط دوم حرکت می‌کند، در نقطه P همگرا شود و در آنجا تصویر کاملی از S تشکیل دهد. دلایل عملی برای کانونی کردن یک موج و اگر آینده در یک نقطه، هر چه پیشتر می‌رویم، روشنتر خواهد شد.

زمانی که طول می‌کشد تا هر جبهه موج و هر بخشی از آن که S را ترک می‌کند در P همگرا شود باید یکسان باشد. یا به تعبیر بخش ۳.۲.۴، «فاصله بین نقاط متناظر روی هر پرتو یا تمام پرتوها در یک زمان پیموده شود». راه دیگر بیان این نکته که دراصل همان مطلبی است که از دیدگاه اصل فرما بیان می‌شود، این است که اگر قرار باشد تعداد بسیار زیادی پرتوهای مختلف از S به P بروند (یعنی، اگر نقطه A در شکل ۳۰۵ بتواند در هر جایی از سطح مشترک باشد) هر پرتو باید طول همسانی از مسیر نوری را پیماید. بنا بر این، مثلاً، اگر S در محیطی با ضریب شکست n_1 و P در محیطی با ضریب شکست n_2 ، که از نظر نوری چگالتر است، واقع باشد، داریم

$$\ell_0 n_1 + \ell_i n_2 = s_0 n_1 + s_i n_2 \quad (۱۰۵)$$

که در آن s_0 و s_i فاصله‌های شیء و تصویرند که به ترتیب از دایره یا قطب V اندازه‌گیری می‌شوند. همین که s_0 و s_i را خود ما انتخاب کنیم، سمت راست این معادله مقدار ثابتی می‌شود و بنا بر این

$$\ell_0 n_1 + \ell_i n_2 = \text{const.} \quad (۲۰۵)$$



شکل ۲۰۵ تشکیل مجدد یک موج کروی در یک سطح مشترک شکننده $(n_1 < n_2)$.

از یک ناحیه سه بعدی به طور کامل (یا به طور آستیگماتیک) در ناحیه دیگر به دست خواهد آمد؛ ناحیه اول را فضای شیء و ناحیه بعدی را فضای تصویر می‌نامیم.

عموماً، عملکرد یک وسیله نوری جمع آوری و تشکیل دوباره بخشی از جبهه موج فرودی است که هدف نهایی آن اغلب تشکیل تصویری از یک جسم است؛ توجه داریم که در سیستمهای تحقق پذیر، آنچه که ذاتی است حد محدودیت در جمع آوری تمامی نور گسیلیده است؛ این سیستم فقط بخشی از جبهه موج را می‌پذیرد. در نتیجه حتی در محیطهای همگن، همیشه یک انحراف آشکار از انتشار راستخط وجود خواهد داشت - یعنی امواج پراشیده خواهند شد. بنا بر این محدودیت درجه کمال قابل حصول در قابلیت تصویر سازی یک دستگاه نوری واقعی ناشی از پراش است (همیشه یک لکه تاری وجود خواهد داشت). هر چه طول موج انرژی تابنده در مقایسه با ابعاد فیزیکی دستگاه نوری کاهش یابد، اثرات پراش کم اهمیت تر می‌شوند. در یک حد تصوری مثل $\lambda_0 \rightarrow 0$ ، در محیطهای همگن، انتشار راستخط به دست می‌آید و حوزه ایده آل شده‌ای از نور شناخت هندسی داریم^۱. رفتاری که به ویژه به ماهیت موجی نور نسبت داده می‌شود (مثلاً، تداخل و پراش) در این حوزه دیگر قابل مشاهده نیستند. موارد بسیاری پیش می‌آید که فایده سادگی زیاد ناشی از تقریب نور شناخت هندسی، بیشتر از تلافی عدم دقتهای آن است. به طور خلاصه، این مبحث دستکاری کنترل شده جبهه‌های موج (یا پرتوها) را از طریق داد کردن اجسام بازتابان و شکننده، با چشم‌پوشی از هرگونه آثار پراش، بررسی می‌کند.

۲۰۵ عدسیها

بی‌تردید پرمصرفترین وسیله فیزیکی عدسی است و حقیقت این است که ما دنیا را از دریچه یک جفت از آنها می‌بینیم. تارایخچه عدسیها به شیشه‌های سوزان روزگار باستان برمی‌گردد، و در حقیقت چه کسی می‌تواند بگوید که آدمی چه موقع برای نخستین بار در عدسی سیالی که یک قطره آب تشکیل داده بود به دقت نظرافکننده است؟

به عنوان نخستین گام به سوی درک آنچه عدسیها انجام می‌دهند و چگونگی انجام آن، پدیده‌ای را که هنگام برخورد نور به سطح خمیده یک محیط دی الکتریک شفاف روی می‌دهد، بررسی می‌کنیم.

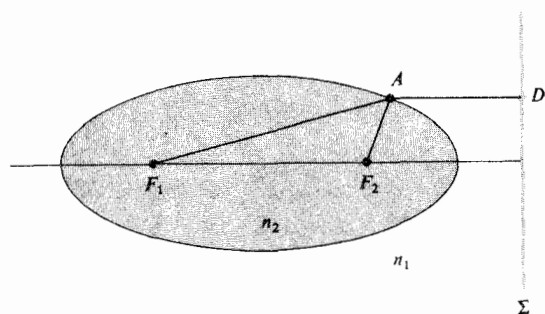
۱۰۲۰۵ شکست در سطوح ناکروی

فرض می‌کنیم یک چشمه نقطه‌ای S داریم که امواج کروی آن

۱. نور شناخت فیزیکی با حالتیابی سروکار دارد که در آنها باید طول موج ناصفر نور به حساب آورده شود. از لحاظ شباهت، هنگامی که طول موج دوپروی در یک جسم مادی چشم‌پوشیدنی باشد، با مکانیک کلاسیک سروکار داریم؛ هنگامی که چنین نباشد این طول موج چشم‌پوشیدنی نیست و مبحث مورد نظر، حوزه‌ای از مکانیک کوانتومی است (فصل ۱۳).

يك محیط، که معمولاً هواست، قرار داشته باشند. نخستین وسیله از این نوع کسه مورد بررسی قرار می گیرد (شکل ۶.۵ الف)، يك عدسی هذلولی شکل دوكوژ است که از پاسخ مشخص شده در شکل ۴.۵ ج بهره می گیرد. يك موج کروی واگراينده پس از عبور از اولین سطح هذلولی تخت شده، و سپس هنگام خروج از عدسی به طور کروی همگرا می شود. اگر سطح دوم تخت باشد به طوری که يك عدسی کوژ تخت هذلولی شکل مانند شکل ۶.۵ داشته باشیم، امواج تخت درون عدسی عمود بر سطح پشتی برخورد خواهند کرد و بدون تغییر خارج می شوند. آرایش دیگری که امواج کروی واگرا را به امواج تخت تبدیل می کند در شکل ۶.۵ ج نشان داده شده است. این عدسی، کوژ بیضوی - کروی است که F_1 به طور همزمان در مرکز سطح کروی و در کانون بیضوی قرار دارد. پرتوهای ناشی از F_1 عمود بر اولین سطح برخورد می کنند و بنابراین توسط آن منحرف نمی شوند. جبهه های موج خروجی، همانند شکل ۴.۵ الف تخت هستند. نقاط میانی هر يك از عناصری که تاکنون بررسی شده اند از کناره های آنها کلفت تر بوده اند، و به همین دلیل به آنها کوژ گفته می شود (از واژه لاتین *convexus* به معنی قوسی، اخذ شده است). در مقابل، عدسی کاد هذلولی شکل تخت (از واژه لاتین *concavus*، به معنی گودی، است؛ و به خاطر اینکه شامل کلمه *cave* (گود) است، به سادگی در خاطر می ماند). به طوری که در شکل ۶.۵ د دیده می شود، وسطش نازکتر از لبه هایش است. چند آرایش دیگر امکان پذیرند و تعدادی از آنها در مبحث مسائل (۲.۵) بررسی خواهد شد. توجه کنید که هر يك از این عدسیها می توانند در جهت معکوس نیز به خوبی عمل کنند، یعنی امواجی که به عنوان امواج خروجی نشان داده شده اند، می توانند از سمت راست به عنوان امواج ورودی تلقی شوند.

اگر چشمه ای نقطه ای روی محور نوری در نقطه F_1 عدسی در شکل ۶.۵ الف قرار داده شود، پرتوها در نقطه همیو F_2 ، همگرا خواهند شد. تصویری درخشان از این چشمه بر روی پرده ای واقع در F_2 پدیدار خواهد شد، تصویری که در این صورت حقیقی



شکل ۵.۵ نمایش هندسی يك بیضی وار.

راههای نوری از يك نقطه D روی جبهه موج تخت Σ تا کانون F_1 باید با يك مقدار ثابت، C ، برابر باشند، یعنی

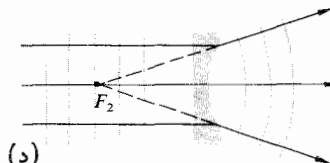
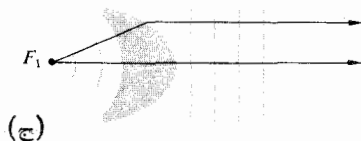
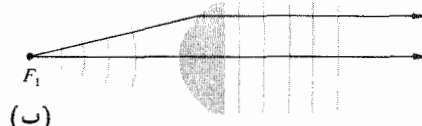
$$(\overline{F_1 A})n_2 + (\overline{AD})n_1 = C$$

یا

$$(\overline{F_1 A}) + (\overline{AD})n_2 = \frac{C}{n_2} \quad (3.5)$$

برای اینکه ببینیم این رابطه در يك بیضوی دوار صدق می کند، به یاد آورید که اگر Σ متناظر خط هادی بیضی باشد، آنگاه: $(\overline{F_1 A}) = e(\overline{AD})$ ، که e خروج از مرکز است. بنابراین اگر $e = n_2$ ، سمت چپ معادله (۳.۵) به صورت $(\overline{F_1 A}) + (\overline{F_1 A})$ درمی آید، که مسلماً برای يك بیضی مقدار ثابتی است. خروج از مرکز در اینجا از يك کمتر است $(e = n_1/n_2)$ ، ولی اگر بیشتر از يك شده بود (یعنی $n_1 > n_2$) در عوض منحنی، يك هذلولی می شد [در شکل ۴.۵ الف را با ج و ب را با د مقایسه کنید]. اگر تمامی این مطالب، هندسه تحلیلی را به یاد می آورد، باید در نظر داشته باشیم که ریشه آن مبحث از دکارت بوده است.

دانشی را که اکنون داریم می توانیم چنان در جهت ساختن عدسیها به کار ببریم که هم نقاط شیء و هم نقاط تصویر بتوانند در



شکل ۶.۵ (الف) يك عدسی هذلولی شکل مضاعف. (ب) يك عدسی کوژ تخت هذلولی شکل. (ج) يك عدسی بیضی وار - کروی. (د) يك عدسی هذلولی شکل تخت.

نامیده می‌شود. از طرف دیگر، در شکل ۶.۵ د چشمه نقطه‌ای در بینهایت است و پرتوهایی که این بار از دستگاه خارج می‌شوند واگرا شده‌اند. به نظر می‌رسد که آنها از نقطه F' می‌آیند ولی هیچ تصویر درخشان واقعی بر روی پرده‌ای واقع در آن مکان پدیدار نخواهد شد. این تصویر مجازی نامیده می‌شود، درست مانند تصویر آشنایی که آینه تخت تشکیل می‌دهد.

۲.۲.۵ شکست در سطوح کروی

فرض می‌کنیم دو قطعه ماده، یکی با سطح کروی کاو و دیگری با سطح کروی کوژ که شعاع هردوی آنها یکی است، داریم. از ویژگیهای منحصر به فرد کره این است که چنین قطعه‌هایی بدون در نظر گرفتن سمتگیری دوجانبه آنها در تماس نزدیک، با یکدیگر منطبق خواهد شد. بنابراین اگر دوشیء تقریباً کروی با خمیدگی مناسب را اختیار کنیم، یکی ابزار تراش و دیگری یک قرص شیشه‌ای، و آنها را توسط مقداری سمباده از هم جدا کنیم و سپس به‌طور کتره‌ای نسبت به هم حرکتشان دهیم، می‌توانیم پیش‌بینی کنیم که هر گونه برآمدگی روی هر یک از آن دو پاک خواهد شد. همچنان که این دو جسم ساییده می‌شوند هر دو قطعه به تدریج کرویّت بیشتری خواهند یافت (شکل ۷.۵). در حال حاضر چنین سطوحی عموماً توسط ماشینهای تراش و پرداخت کننده خودکار به صورت انبوه تولید می‌شوند. در مقابل، اشکال ناکروی با کیفیت بالا به‌طور قابل ملاحظه‌ای نیاز به کار شدیدتر و دوباره کاری دارد و بنابراین قاعدتاً هنگامی مورد استفاده قرار می‌گیرند که هزینه‌های فراوانی که به همراه دارند، توجیه‌پذیر باشد (ناکرویه‌های پلاستیکی قالب‌ریزی شده در کاربردهایی که نیاز به دقت زیاد ندارد، بیشتر رایج است). بنابراین شگفت‌آور نیست که قسمت عمده انواع



شکل ۷.۵ پرداخت عدسی کروی.

عدسیها که امروزه مورد استفاده قرار می‌گیرند دارای سطوح کروی‌اند. در اینجا قصد ما این است که برای به کار گرفتن چنین سطوحی شیوه‌هایی ابداع کنیم که به وسیلهٔ آنها نقاط مادی بسیار زیادی را بتوان به‌طور رضایتبخشی در یک زمان با نوری مرکب از گسترهٔ وسیعی از بسامدها تصویر کرد. خطاهای تصویری، به نام ابیراهی، روی خواهند داد، اما با وجود تکنولوژی امروز، ساختن دستگاههای عدسی کروی با کیفیت بالا که ابیراهی آنها تا آن حد کنترل شود که محدودیت در درستی تصویر فقط ناشی از پراش باشد، امکان‌پذیر است.

حال که می‌دانیم چرا و به کجا می‌رویم، به حرکت خود ادامه دهیم. شکل ۸.۵ موجی را که از چشمه نقطه‌ای S ، به یک سطح کروی با شعاع R و به مرکز C برخورد می‌کند نشان می‌دهد. پرتو (SA) در سطح مشترک به سوی عمود موضعی $(n_1 > n_2)$ ، و بنابراین به سوی محور نوری شکسته خواهد شد. فرض می‌کنیم که این پرتو محور را در نقطه‌ای مثل P قطع کند، همانطور که تمام پرتوهای فرودی دیگر تحت همین زاویهٔ θ_i ، محور را در نقطهٔ P قطع خواهند کرد (شکل ۹.۵). بنا بر اصل فرما طول راه نوری (O.P.L) ثابت خواهد بود، یعنی مشتق آن نسبت به تغییر مکان صفر است. در مورد پرتو مورد نظر داریم

$$(O.P.L) = n_1 \ell_o + n_2 \ell_i \quad (۲.۵)$$

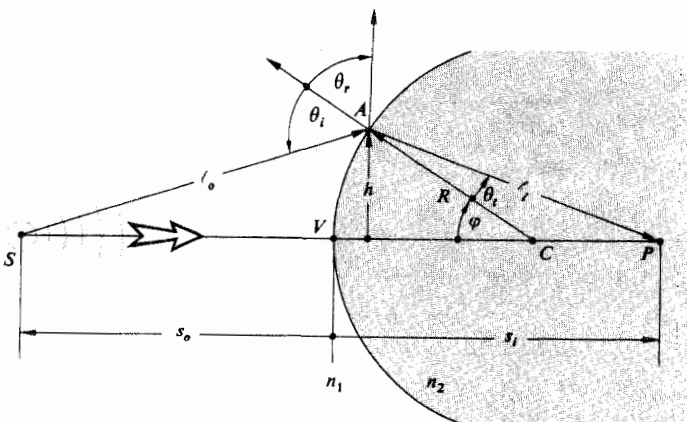
با استفاده از قانون کسینوسها در مثلثهای SAC و ACP همراه با این حقیقت که $\cos \varphi = -\cos(180^\circ - \varphi)$ ، به دست می‌آوریم

$$\ell_o = [R^2 + (s_o + R)^2 - 2R(s_o + R) \cos \varphi]^{1/2}$$

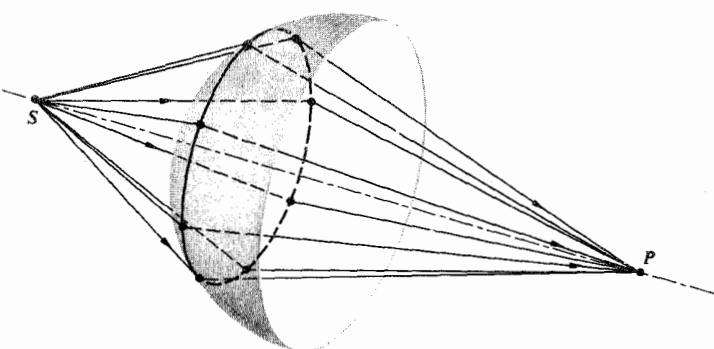
و

$$\ell_i = [R^2 + (s_i - R)^2 + 2R(s_i - R) \cos \varphi]^{1/2}$$

O.P.L را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد



شکل ۸.۵ شکست در یک سطح مشترک کروی.



شکل ۹۰۵ پرتوهای فرودی با زاویه یکسان.

و

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \dots \quad (۷.۵)$$

و بنا براین اگر مقادیر کوچک φ را در نظر بگیریم، یعنی A به V نزدیک باشد، آنگاه $\cos \varphi \approx 1$ ، در نتیجه، از عبارتهای مربوط به ρ_o و ρ_i به دست می آید: $\rho_o \approx s_o$ ، $\rho_i \approx s_i$ و با آن تقریب داریم

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (۸.۵)$$

می توانستیم این استنتاج را به جای اصل فرما با قانون اسنل (مسئله ۳.۵) آغاز کنیم که در آن حالت مقادیر کوچک φ به $\sin \varphi \approx \varphi$ منجر می شدند و یک بار دیگر معادله (۸.۵) به دست می آمد. این تقریب حوزه ای را که نظریه مرتبه اول نامیده می شود توصیف می کند. نظریه مرتبه سوم، $\sin \varphi \approx \varphi - \varphi^3/3!$ ، را در فصل بعد بررسی خواهیم کرد. پرتوهای که نسبت به محور نوری با زوایای کوچک وارد می شوند (چنان که φ و h به طور مناسبی کوچک باشند)، پرتوهای پیرامحوری نامیده می شوند. جزء جبهه موج خردچی متناظر با این پرتوهای پیرامحوری اساساً کروی است و تصویر «کاملی» را در مرکز P ، واقع در S_i تشکیل خواهد داد. توجه کنید که معادله (۸.۵) روی مساحت کوچکی در اطراف محور تقارن، یعنی ناحیه پیرامحوری، مسلماً از موضع A مستقل است. گاؤس اولین کسی بود که در سال ۱۸۴۱ نمایش سیستماتیکی از تشکیل تصاویر با تقریب گفته شده را ارائه داد و نتیجه کار او به نامهای گوناگون نظیر: نمود شناخت مرتبه نخست، نمود شناخت پیرامحوری، یا نمود شناخت گاؤسی مشهور است. اگر دستگاه نوری به خوبی تصحیح شده باشد، یک موج کروی فرودی به شکلی بسیار شبیه به یک موج کروی خارج خواهد شد. در نتیجه دستگاه هر چه بیشتر کامل شود، با دقت بیشتری به نظریه مرتبه اول نزدیک می شود. انحراف از نظریه مرتبه اول تحلیل پیرامحوری، مقیاس مناسبی از کیفیت یک وسیله نوری واقعی را فراهم خواهد ساخت.

اگر تصویر نقطه F_o در شکل ۱۰۵ در بینهایت ($s_i = \infty$)

$$(O.P.L.) = n_1 [R^2 + (s_o + R)^2 - 2R(s_o + R)\cos \varphi]^{1/2} + n_2 [R^2 + (s_i - R)^2 + 2R(s_i - R)\cos \varphi]^{1/2}$$

تمام کمیات موجود در نمودار، یعنی s_o ، s_i و R و جز اینها، اعدادی مثبت اند و شالوده یک قرارداد علامتی را تشکیل می دهند که به تدریج آشکار می شود و ما هر از چندگاه به آن باز خواهیم گشت (جدول ۱۰۵). از آنجا که نقطه A در انتهای یک شعاع ثابت حرکت می کند (یعنی، $R = \text{const}$)، φ متغیر مکانی است و بنابراین با قراردادن $d(O.P.L.)/d\varphi = 0$ از طریق اصل فرما داریم

$$\frac{n_1 R(s_o + R) \sin \varphi}{2\ell_o} - \frac{n_2 R(s_i - R) \sin \varphi}{2\ell_i} = 0$$

که از آن نتیجه می شود

$$\frac{n_1}{\ell_o} + \frac{n_2}{\ell_i} = \frac{1}{R} \left(\frac{n_2 s_i}{\ell_i} - \frac{n_1 s_o}{\ell_o} \right) \quad (۵.۵)$$

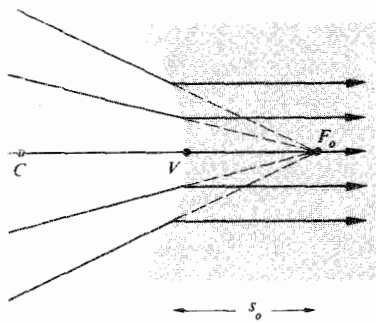
این رابطه ای است که باید برای پرتوی که از راه شکست در یک سطح مشترک کسروی از S به P می رود، بین پارامترها برقرار باشد. گرچه این عبارت نشانه ای از دقت دارد، ولی نسبتاً پیچیده است. ما از قبل می دانیم که اگر A با تغییر φ به موضع جدیدی حرکت داده شود، پرتو جدید، محور نوری را در P قطع نخواهد کرد این رویه یک تخم مرغی قائم نیست. تقریبهایی که برای نشان دادن ρ_o و ρ_i به کار می روند، و به موجب آن معادله (۵.۵) را ساده می کنند، در تمام آنچه در پی می آید کاملاً تعیین کننده است. به یاد داریم که

$$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \dots \quad (۶.۵)$$

جدول ۱۰۵ قراردادن علامتی برای سطوح شکستی کروی و عدسیهای نازک* (نور از سمت چپ وارد می شود).

s_o, f_o	سمت چپ V ، علامت +
x_o	سمت چپ F_o ، علامت +
s_i, f_i	سمت راست V ، علامت +
x_i	سمت راست F_i ، علامت +
R	اگر C سمت راست V باشد، علامت +
y_o, y_i	بالای محور نوری، علامت +

* این جدول معرفی قریب الوقوع چند کمیتی است که هنوز از آنها سخنی به میان نیامده است.



شکل ۱۳۰۵ شیء نقطه‌ای مجازی.

تشکیل شود، داریم

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

این فاصلهٔ شیئی ویژه به عنوان طول کانونی اول یا فاصلهٔ کانونی شیء، $s_o \equiv f_o$ ، تعریف شده است. بنابراین

$$f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R \quad (۹.۵)$$

خود نقطهٔ F_o به کانون شیء با کانون اول مشهور است. به همین ترتیب کانون تصویر با کانون دوم نقطهٔ مجوری F_i است که به ازای $s_o = \infty$ تصویر در آنجا تشکیل می‌شود، یعنی

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

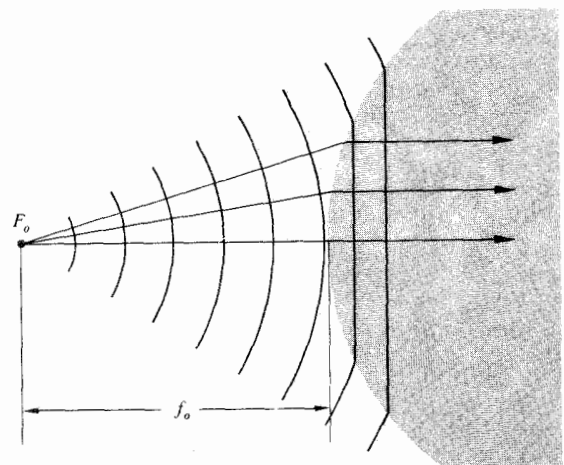
در این حالت خاص، با تعریف فاصلهٔ کانونی تصویر با فاصلهٔ کانونی دوم f_i مساوی با s_i (شکل ۱۱۰۵)، داریم

$$f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R \quad (۱۰.۵)$$

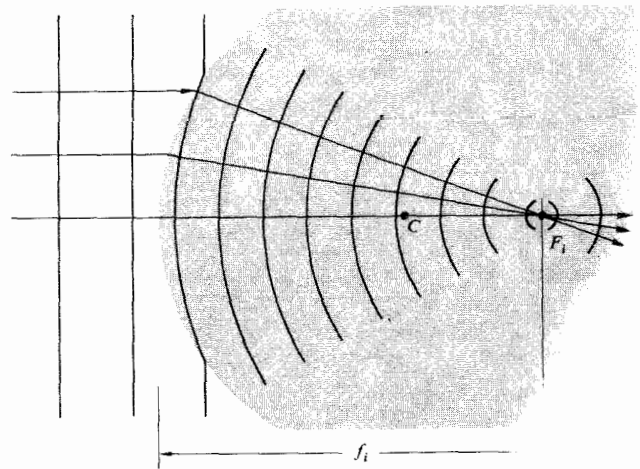
یادآوری می‌کنیم که یک تصویر هنگامی مجازی بود که پرتوها از آن واگرا می‌شدند (شکل ۱۲۰۵). به همین ترتیب، یک شیء هنگامی مجازی است که پرتوها به سوی آن همگرا شوند (شکل ۱۳۰۵). ملاحظه می‌کنیم که اکنون شیء مجازی در سمت راست رأس است و بنابراین باید s_o همچون کمیتی منفی در نظر گرفته شود. به علاوه سطح کاو است و شعاع آن نیز همانطور که از معادلهٔ (۹.۵) برمی‌آید، منفی خواهد بود زیرا R منفی است. به همین طریق فاصلهٔ تصویر مجازی که در سمت چپ V ظاهر می‌شود منفی است.

۳.۲.۵ عدسیهای نازک

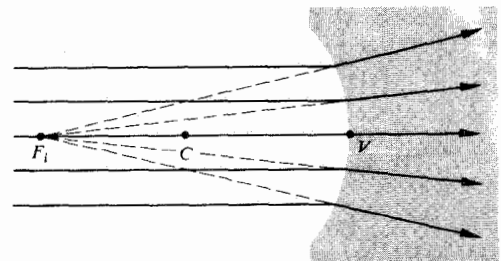
شکل عدسیها خیلی متنوع است، مثلاً، عدسیهای صوتی و عدسیهای



شکل ۱۰۰۵ امواج تختی که آن سوی یک سطح مشترک کروی منتشر می‌شوند - کانون شیئی.



تغییر شکل امواج تخت به امواج کروی در یک سطح - کانون تصویر.



شکل ۱۲۰۵ تصویر نقطه‌ای مجازی.

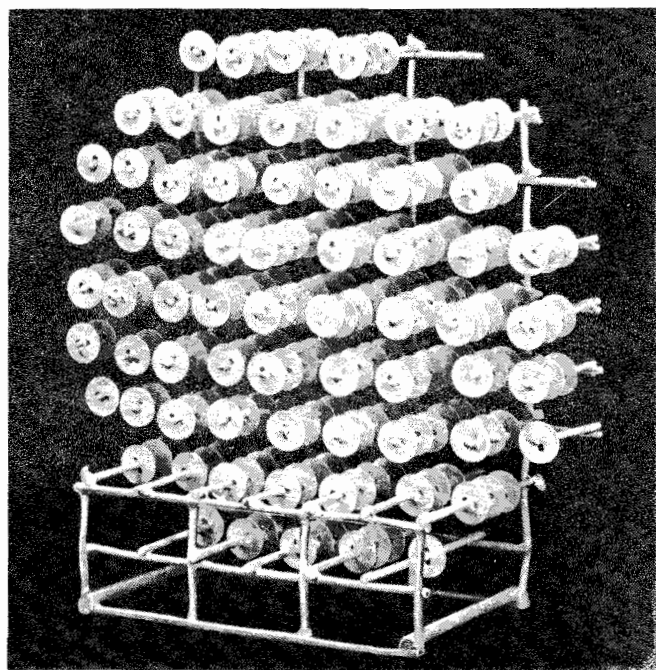
در حالی که شکل ظاهری نوع دیگر هنوز مستلزم دقت خیلی بیشتری است (شکل ۱۴.۵). از لحاظ معنی سنتی، عدسی عبادت از یک سیستم نوری شامل دو یا چند سطح مشترک شکستی است که دست کم یکی از آنها خمیده باشد. مراکز سطوح غیر تخت عموماً روی یک محور مشترک جای دارند. این سطوح اغلب قطعات کرومی اند و با پوشه‌های دی الکتریک نازکی، به منظور کنترل خواص تراگسیل آنها، پوشیده شده‌اند (بخش ۹.۹). هنگامی که یک عدسی از یک عنصر تشکیل شده است، یعنی هنگامی که فقط دو سطح شکستی دارد، یک عدسی ساده است. وجود بیش از یک عنصر، از آن یک عدسی مرکب به وجود می‌آورد. همچنین یک عدسی بر اساس نازک یا کلفت بودنش، یعنی بر حسب اینکه کلفتی آن به طور مؤثری چشم پوشیدنی باشد یا خیر، تقسیم بندی می‌شود. ما اکثراً توجه خود را به سیستمهای مرکزداد (که در مورد آنها تمامی سطوح پیرامون یک محور مشترک تقارن چرخشی دارند) سطوح کرومی، متمرکز می‌کنیم. به اعتبار این محدودیتها، عدسی ساده اشکال گوناگونی را که در شکل ۱۵.۵ نشان داده شده است، می‌پذیرد. عدسیهایی را که تحت نامهای گوناگون کوز، هاگرا، یا مثبت شناخته شده‌اند در مرکز کلفت ترند و بنا بر این تمایل به کاهش شعاع انحنای جبهه‌های موج دارند، یعنی همچنان که موج عدسی را می‌پیماید، همگرا تر می‌شود. البته، فرض می‌شود که ضریب شکست عدسی بیش از ضریب شکست محیطی است که عدسی در آن غوطه‌ور است. از سوی دیگر وسط عدسیهای کاو، واگرا، یا عدسیهای منفی نازکتر است و این عدسیها تمایل دارند آن بخش از جبهه موج را که به وسط عدسی بر می‌خورد جلو بیندازند به طوری که بیش از هنگام ورودش واگرا شود.

۱. معادلات عدسی نازک

اکنون لحظه‌ای به مبحث شکست در یک سطح مشترک تک کرومی که در آن موضع نقاط همیوگ S و P به شکل زیر مشخص می‌شود، بر می‌گردیم

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad [۸.۵]$$

هنگامی که s_o به ازای مقدار مشخص $(n_2 - n_1)/R$ بزرگ باشد، s_i نسبتاً کوچک است. هرچه s_o کاهش یابد s_i از رأس دور می‌شود، یعنی هم θ_i و هم θ_o افزایش می‌یابند تا سرانجام $s_o = s_i = \infty$. در آن نقطه $(n_2 - n_1)/R = n_1/s_o$ ، به طوری که اگر s_o کوچکتر شود، به ناچار جهت برقراری معادله (۸.۵)، s_i منفی خواهد شد. به بیانی دیگر، تصویر مجازی می‌شود (شکل ۱۶.۵). حال می‌خواهیم محل نقاط همیوگ را برای یک عدسی با ضریب شکست n_i که محیطی با ضریب شکست n_o آن را فرا گرفته



شکل ۱۴.۵ یک عدسی برای امواج رادیویی با طول موج کوتاه. قرصها شکستن این امواج است، به همان ترتیب که ردیفهای آنها نور را می‌شکنند.

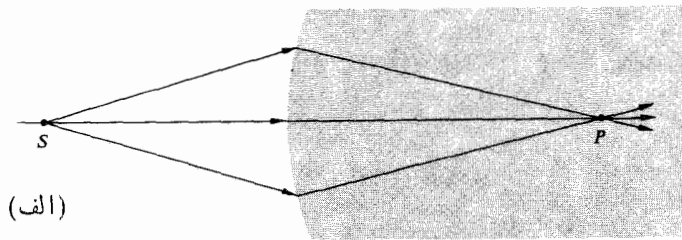
کاو	کوز
دوکاو	دوکوز
کاو تخت	کوز تخت
کاو هلالی	کوز هلالی

شکل ۱۵.۵ مقاطع عدسیهای گوناگون ساده‌کروی مرکزداد.

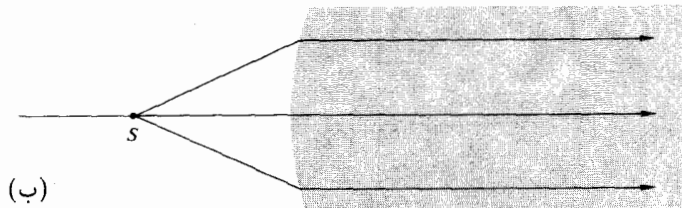
میکروموجی وجود دارند؛ پاره‌ای از عدسیهای نوع اخیر از شیشه یا موم به اشکالی که به آسانی قابل تشخیص هستند ساخته می‌شوند،

خواهیم داشت

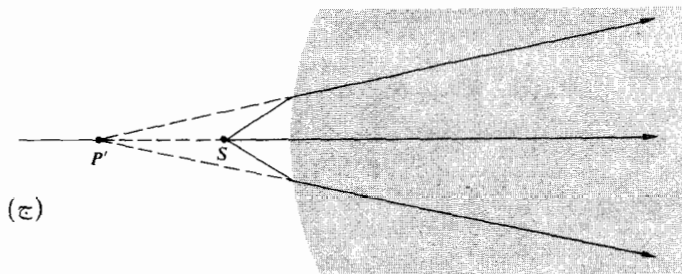
$$\frac{n_l}{(-s_{i1} + d)} + \frac{n_m}{s_{i2}} = \frac{n_m - n_l}{R_2} \quad (۱۳.۵)$$



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۶.۵ شکست در یک سطح مشترک کروی.

است، مانند شکل ۱۷.۵ که در آن انتهای دیگری روی قطعه شکل ۱۶.۵ ج تراشیده ایم، تعیین کنیم. مسلماً این عمومیترین مجموعه شرایط نیست اما معمولیترین آنهاست، و حتی اگر بخواهیم بیشتر متقاعد شویم، ساده‌ترین شرایط است. ۱. از معادله (۸.۵) می‌دانیم که پرتوهای پیرامحوری که از S واقع در فاصله s_{o1} خارج می‌شوند، به نقطه P' به فاصله‌ای از V_1 که اکنون ما آن را s_{i1} می‌نامیم و از رابطه زیر به دست می‌آید، برخورد خواهند کرد

$$\frac{n_m}{s_{o1}} + \frac{n_l}{s_{i1}} = \frac{n_l - n_m}{R_1} \quad (۱۱.۵)$$

بنابراین تا آنجا که به سطح دوم مربوط می‌شود، این سطح پرتوهایی را که از P' به سویش می‌آیند، و همچون شیء نقطه‌ای آن در فاصله s_{o2} دورتر عمل می‌کند، «می‌بیند». به علاوه، پرتوهایی که به آن سطح دوم می‌رسند درون محیطی با ضریب شکست n_l هستند. بنابراین، ضریب شکست فضای شیء برای سطح مشترک دوم شامل P' ، n_l است. توجه کنید که پرتوهایی که از P' به آن سطح می‌رسند، در واقع خطوط راست هستند. با توجه به اینکه

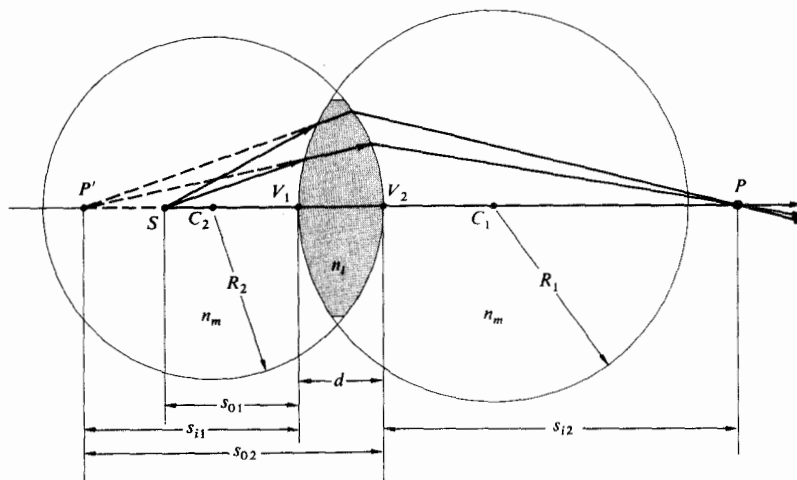
$$|s_{o2}| = |s_{i1}| + d$$

و از آنجا که s_{o2} در سمت چپ و بنابراین مثبت است: $s_{o2} = |s_{o2}|$ ، درحالی که s_{i1} نیز در سمت چپ و بنابراین منفی است، یعنی:

$$-s_{i1} = |s_{i1}| \quad \text{داریم}$$

$$s_{o2} = -s_{i1} + d \quad (۱۲.۵)$$

بنابراین اگر معادله (۸.۵) برای سطح دوم به کار برده شود،



شکل ۱۷.۵ عدسی کروی.

$$\frac{1}{f} = (1.5 - 1) \left(\frac{1}{+50} - \frac{1}{\infty} \right)$$

و در هر حال $f = 100 \text{ mm}$. اگر شیء به طور متناوب در فواصل ۶۰۰، ۲۰۰، ۱۵۰، ۱۰۰ و ۵۰ mm از عدسی و در هر دو طرف آن واقع شود، می توانیم نقاط تصویر را از معادله (۱۷.۵) پیدا کنیم. پس

$$\frac{1}{600} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{100}$$

و $s_i = 120 \text{ mm}$. به همین ترتیب، سایر فواصل تصویری به ترتیب عبارت اند از ∞ ، ۳۰۰ mm، ۲۰۰ mm و ۱۰۰ mm. جالب توجه آن است که هرگاه $s_o = \infty$ ، $s_i = f$ ، هر چه s_o کاهش یابد s_i به طور مثبت افزایش می یابد تا اینکه $s_o = f$ ، و از آن به بعد s_i منفی است. می توانید از نظر کمی این مطلب را با یک عدسی کوژ ساده و یک چراغ الکتریکی کوچک بررسی کنید، احتمالاً لامپ «پر شدنی» که در چراغ ماشین به کار می رود بسیار مناسب است. تا آنجا که ممکن است دور از چشمه قرار بگیرید، تصویر روشنی از این چشمه را روی ورقه کاغذ سفیدی بیفکنید. باید قادر باشید لامپ را کاملاً واضح ببینید و نه به صورت یک تصویر مات. آن فاصله تصویر تقریباً برابر f می شود. حال عدسی را به سوی حرکت دهید و s_i را چنان تنظیم کنید که تصویر واضحی تشکیل شود. مطمئناً s_i افزایش خواهد یافت. هر چه $f \rightarrow s_o$ ، تصویر روشنی از رشته می تواند فقط روی پرده ای که فاصله آن در حال افزایش است، افکنده شود. به ازای $f < s_o$ ، درست در جایی که دورترین دیوار مخروط پرتوهای واگرا کننده را قطع می کند، یک تصویر مات وجود دارد. این تصویر مجازی است.

۲. نقاط و صفحات کانونی

شکل ۱۸.۵ گوشه ای از حالتی را که به طور تحلیلی از طریق معادله (۱۶.۵) توضیح داده شد، به طور تصویری جمع بندی می کند. ملاحظه می کنید که اگر یک عدسی با ضریب شکست n_l در محیطی با ضریب شکست n_m باشد

$$\frac{1}{f} = (n_{lm} - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (18.5)$$

فاصله های کانونی در شکل ۱۸.۵ الف و ب مساوی اند زیرا در هر دو طرف عدسی محیط واحدی وجود دارد. از آنجا که $n_l > n_m$ ، نتیجه می شود که $n_{lm} > 1$. در هر دو حالت، $R_1 > 0$ و $R_2 < 0$ ، به طوری که هر فاصله کانونی مثبت است. در الف یک شیء حقیقی و در ب یک تصویر حقیقی داریم. در ج، $n_l < n_m$ و در نتیجه f منفی است. در د و ه، $n_{lm} > 1$ ولی $R_1 < 0$ ، در حالی که $R_2 > 0$ ، و بنابراین f دوباره منفی است و جسم در یک حالت،

در اینجا $n_l > n_m$ و $R_2 < 0$ ، بنابراین سمت راست مثبت است. اگر معادلات (۱۱.۵) و (۱۳.۵) را با هم جمع کنیم نتیجه می شود

$$\frac{n_m}{s_o} + \frac{n_m}{s_i} = (n_l - n_m) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{n_l d}{(s_{i1} - d)s_{i1}} \quad (14.5)$$

چنانچه عدسی به اندازه کافی نازک باشد ($d \rightarrow 0$)، جمله آخر سمت راست به طور مؤثری صفر است. برای ساده سازی بیشتر، فرض کنید که محیط فراگیرنده هوا باشد (یعنی، $n_m \approx 1$). بنابراین، معادله بسیار مفید عدسی نازک را خواهیم داشت که غالباً به آن فرمول عدسی ساز می گویند

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = (n_l - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (15.5)$$

که در آن می نشانیم: $s_{o1} = s_o$ و $s_{i2} = s_i$. هرگاه $d \rightarrow 0$ ، نقاط V_1 و V_2 یکی می شوند به طوری که s_o و s_i را می توان از هر یک از رئوس یا از مرکز عدسی اندازه گیری کرد. درست همانند مورد سطح تک کروی، اگر s_o به بینهایت منتقل شود، فاصله تصویر، همان فاصله کانونی، f ، می شود یا به طور نمادی

$$\lim_{s_o \rightarrow \infty} s_i = f_i$$

به همین ترتیب

$$\lim_{s_i \rightarrow \infty} s_o = f_o$$

از معادله (۱۵.۵) بدیهی است که در مورد یک عدسی نازک $f_i = f_o = f$ و در نتیجه شاخصهای پایین را کلاً برمی داریم. بنابراین

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (16.5)$$

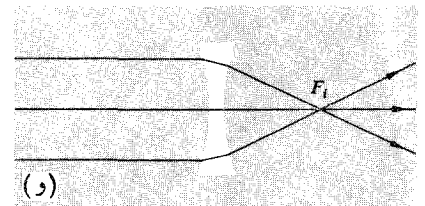
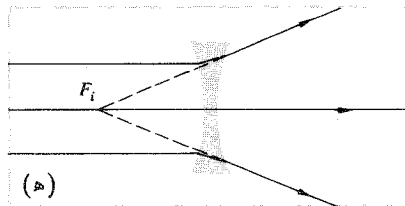
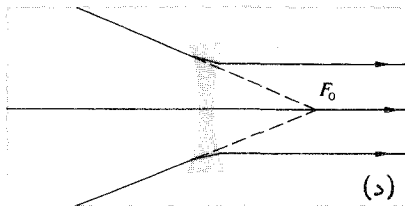
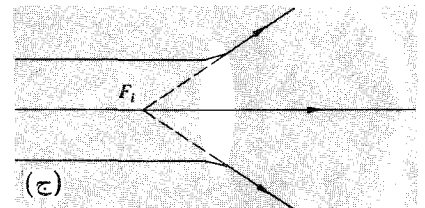
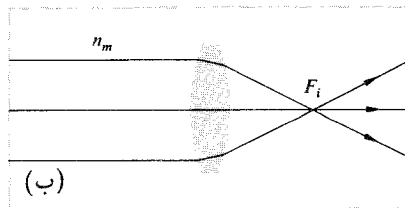
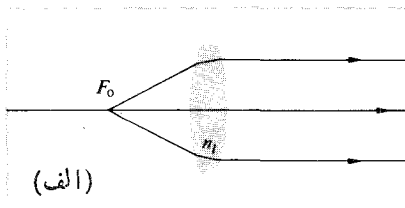
و

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad (17.5)$$

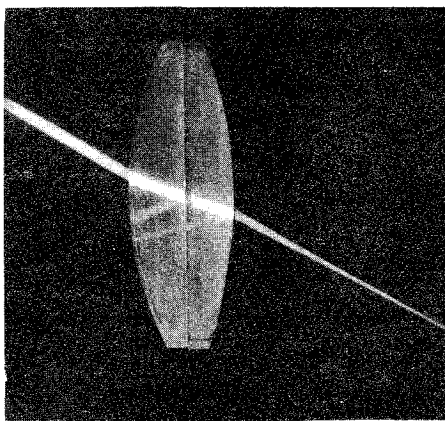
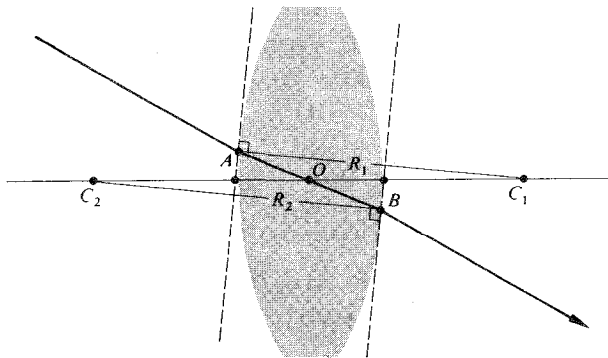
که فرمول مشهور گاوسی عدسی است. به عنوان مثالی از چگونگی به کارگیری این عبارتها، فاصله کانونی یک عدسی کوژ-تخت را که دارای شعاع خمیدگی ۵۰ mm و ضریب شکست ۱.۵ است، در هوا محاسبه می کنیم. به فرض اینکه نور از سطح تخت وارد شود ($R_1 = \infty$ ، $R_2 = -50$)، آنگاه

$$\frac{1}{f} = (1.5 - 1) \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-50} \right)$$

در حالی که اگر نور به سطح خمیده برسد: ($R_1 = +50$ ، $R_2 = \infty$)، آنگاه



شکل ۱۸.۵ فاصله‌های کانونی در عدسیهای همگرا و واگرا.



شکل ۱۹.۵ مرکز نوری عدسی.

محور نوری جمع می‌شوند (شکل ۱۱.۵). همانطوری که در شکل ۲۰.۵ نشان داده شده است، این موضوع ایجاب می‌کند که بیشتر اینچنین دسته‌هایی که به شکل یک مخروط باریک وارد می‌شوند

و تصویر در حالت دیگر، مجازی اند. آخرین حالت نشان می‌دهد که $n_{lm} < 1$ و از آنجا که $f > 0$ به دست می‌آید.

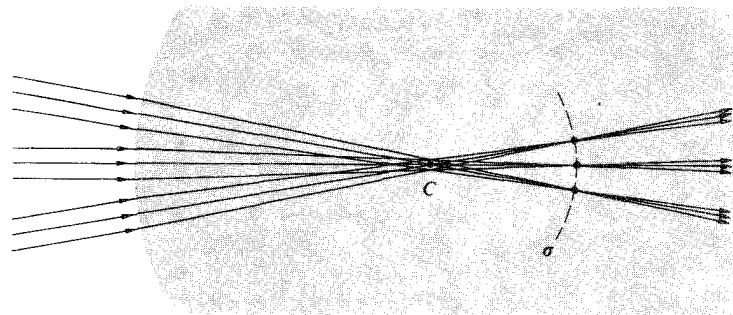
توجه کنید که در هر مورد به ویژه مناسب آن است که پرتوی از مرکز عدسی رسم کنیم که، چون این پرتو بر هر دو سطح عمود است، منحرف نمی‌شود. اما، یک پرتو پیرامجوری خارج از محور، آنطور که در شکل ۱۹.۵ نشان داده شده است، در نظر می‌گیریم. این پرتو، موازی با راستای فرودی آن از عدسی خارج می‌شود. تأکید می‌کنیم که تمامی اینگونه پرتوها از نقطه‌ای که مرکز نوری عدسی، O ، نامیده می‌شود خواهند گذشت. برای مشاهده این مطلب، دو صفحه موازی که هر کدام در یک طرف عدسی و در نقاط A و B بر آن مماس‌اند، رسم می‌کنیم. این کار با انتخاب دو نقطه A و B به طوری که شعاعهای AC_1 و BC_2 خود موازی باشند، به آسانی انجام شدنی است. می‌خواهیم نشان دهیم پرتو پیرامجوری که AB را می‌پیماید، از راستایی که به عدسی وارد می‌شود در همان راستا هم آن را ترک می‌کند. از نمودار روشن است که مثلثهای AOC_1 و BOC_2 ، به معنی هندسی متشابه‌اند، و بنا بر این اضلاع آنها باهم متناسب است. پس $|R_1|(OC_1) = |R_2|(OC_2)$ ، و از آنجا که شعاعها ثابت‌اند، محل O ثابت است و به A و B بستگی ندارد. همانطوری که پیشتر دیدیم (مسئله ۱۵.۴ و شکل ۲۴.۴)، پرتوی که از یک محیط محدود به صفحه‌های موازی بگذرد به طور خراشان جابجا می‌شود، ولی انحراف زاویه‌ای نخواهد داشت. این جابجایی با ضخامت متناسب است که برای عدسی نازک چشم‌پوشیدنی است. بنابراین، پرتوهایی را که از O می‌گذرند می‌توان به صورت خطوط راست (رسم کرد. معمول است که در هنگام بررسی عدسیهای نازک فقط نقطه O را در نیمهٔ راه بین رأسها قرار می‌دهند. یادآوری می‌کنیم که دسته‌ای از پرتوهای موازی پیرامجوری که بر یک سطح کرووی شکستی فرود می‌آیند، در نقطه‌ای روی

روی يك بخش كروی σ که مرکز آن هم C است کانونی خواهند شد. پرتوهای انحراف نیافته عمود بر این سطح که بنا بر این از C می گذرند، کانونها را روی σ قرار می دهند. چون در واقع باید مخروط پرتوی باریک باشد، σ را می توان به طور رضایتبخشی به صورت صفحه ای عمود بر محور تقارن نشان داد که از کانون تصویر می گذرد. این صفحه، صفحه کانونی نامیده می شود. به همین ترتیب، در حالی که بحث خود را تنها به نظریه پیرامجوری محدود می کنیم، يك عدسی تمامی دسته پرتوهای فرودی موازی^۱ را روی صفحه ای به نام صفحه کانونی پشتی یا دومی، مانند شکل ۲۱.۵ متمرکز خواهد کرد. در اینجا مکان هر نقطه روی σ توسط پرتوی که از O می گذرد و بدون انحراف می شود تعیین می شود. به همین ترتیب، صفحه کانونی اول یا صفحه کانونی پیشی کانون شیء F_o را در بر دارد.

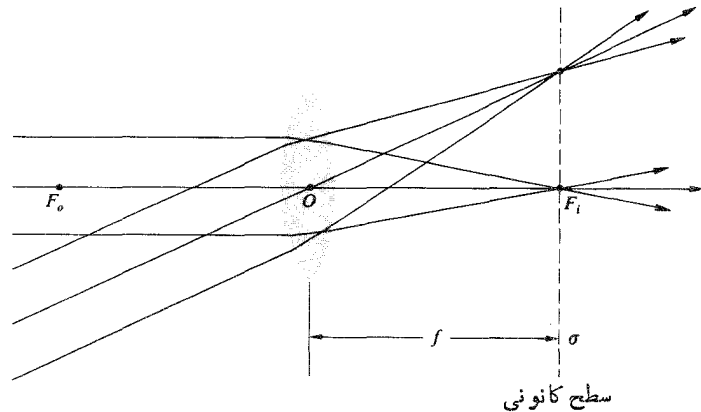
۳. تصویرگیری متناهی

تا اینجا با تجرید ریاضی يك تك چشمه نقطه ای سروکار داشته ایم، اما اکنون فرض می کنیم تعداد زیادی از این نقطه ها برای تشکیل شیء متناهی پیوسته ای ترکیب می شوند. فعلاً، فرض کنید که شیء تکه ای از يك کره، σ_o ، باشد که مانند شکل ۲۲.۵ مرکز آن C است. اگر σ_o به سطح مشترک کروی نزدیک باشد، نقطه P تصویر مجازی S خواهد بود ($S_i < 0$)، و بنا بر این در سمت چپ V است). اگر S را دور تر ببریم، تصویر آن حقیقی خواهد بود ($S_i > 0$) و بنا بر این در سمت راست است). در هر دو حالت، هر نقطه روی σ_o دارای نقطه همیوگی روی σ_i است و روی خطی که از C می گذرد قرار دارد. در حدود محدودیتهای نظریه پیرامجوری، این سطوح را می توان تخت در نظر گرفت. بنا بر این تصویر يك شیء تخت كوچك عمود بر محور نوری نیز در ناحیه تخت كوچکی عمود بر آن محور خواهد بود. باید توجه کرد که اگر σ_o به سوی بینهایت حرکت کند، مخروط پرتوهای ناشی از هر چشمه نقطه ای، همخط یعنی موازی خواهند شد، و نقاط تصویر روی صفحه کانونی قرار خواهند گرفت (شکل ۲۱.۵).

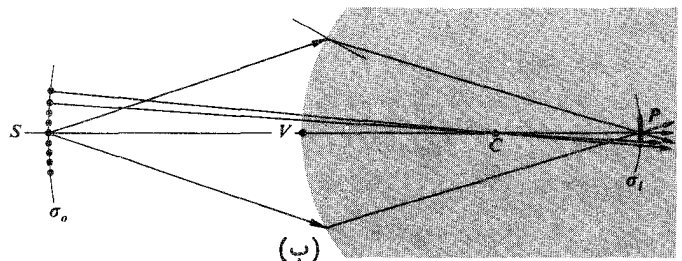
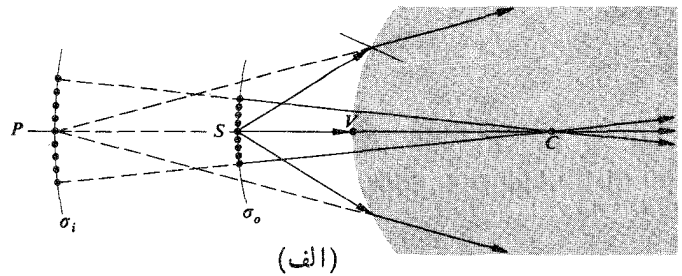
از طریق برش و جلا دادن وجه راست نمونه ای که در شکل ۲۲.۵ نمایش یافته است، می توانیم عدسی نازکی را درست مانند آنچه در قسمت ۱ مورد بحث قرار گرفت بسازیم. این بساز نیز، تصویری که (σ_i در شکل ۲۲.۵) توسط سطح اول عدسی تشکیل شده است، برای سطح دوم که به نوبه خود تصویر نهایی را تشکیل خواهد داد، مانند يك شیء عمل می کند. پس فرض می کنیم که σ_i در شکل ۲۲.۵ الف برای سطح دوم، که فرض می شود دارای شعاع منفی است، يك شیء است. باز آنچه را که رخ خواهد داد



شکل ۲۰.۵ کانونی کردن چند دسته پرتو.



شکل ۲۱.۵ سطح کانونی عدسی.



شکل ۲۲.۵ تصویرگیری متناهی.

۱. شاید قدیمیترین مرجع ادبی که خواص کانونی يك عدسی در آن مورد گفتگو قرار گرفته، نمایشنامه اِپِوا اثر اریستوفانس باشد که تاریخ آن به ۴۲۳ پیش از میلاد برمی گردد. در این نمایشنامه استرپسیادس (Strepsiades) نقشه ای می کشد که برای کانونی کردن پرتوهای خورشید روی ورقه ای از موم، از يك شیشه سوزان استفاده کند، که به وسیله آن سند يك بدهی قماربازی را ذوب کند و از بین ببرد.

به تصویر این نقطه وارد می‌شوند، دوبرتو از اینها برای تثبیت آن نقطه کافی خواهد بود. با دانستن مواضع نقاط کانونی، سه پرتو وجود دارد که به کار گرفتن آنها به‌ویژه ساده است. دوتا از این پرتوها از این واقعیت بهره می‌گیرند که پرتوی که از نقطه کانونی می‌گذرد موازی با محور نوری، از عدسی خارج می‌شود و برعکس؛ دیگری پرتوی انحراف نیافته است که از O می‌گذرد. ضمناً، تاریخ استفاده از این روش به کار رابرت اسمیت در سال ۱۷۳۸ برمی‌گردد.

می‌توان به جای عدسی نازک از صفحه‌ای که از مرکز آن می‌گذرد (شکل ۲۴.۵) استفاده کرد و به این ترتیب کار را بسیار ساده‌تر کرد.

ظاهراً، اگر قرار بود که هر پرتو وارده را اندکی به‌سوی جلو و هر پرتو خارج شده‌ای را اندکی به‌سوی عقب امتداد دهیم، باید هر زوج پرتو روی این صفحه به هم برسند. بنابراین می‌توان انتظار داشت که انحراف کلی هر پرتو یکباره روی آن صفحه روی دهد. این مطلب با فرایند و واقعیتی هم‌ارز است که شامل دو تغییر مکان زاویه‌ای جداگانه، هر کدام در یک سطح مشترک، باشد. (همانطور که بعداً خواهیم دید، این مطلب مثل این است که بگوییم دو سطح یک عدسی نازک روی هم می‌افتند).

بنابر قرارداد، فواصل عرضی بالای محور نوری را مثبت می‌گیرند، درحالی‌که به فواصل پایین محور مقادیر عسددی منفی نسبت می‌دهند. بنابراین در شکل ۲۴.۵، $y_o > 0$ و $y_i < 0$. در اینجا گفته می‌شود که تصویر معکوس است درحالی‌که به ازای $y_o > 0$ داریم: $y_i > 0$ ، و تصویر مستقیم است. ملاحظه می‌کنیم که مثلثهای AOF_i و $P_1P_1F_i$ متشابه‌اند. بنابراین

$$\frac{y_o}{|y_i|} = \frac{f}{(s_i - f)} \quad (۱۹.۵)$$

به همین ترتیب، مثلثهای S_1S_1O و P_2P_2O نیز متشابه‌اند و

$$\frac{y_o}{|y_i|} = \frac{s_o}{s_i} \quad (۲۰.۵)$$

که تمام کمیتها، جز y_i ، مثبت‌اند. پس

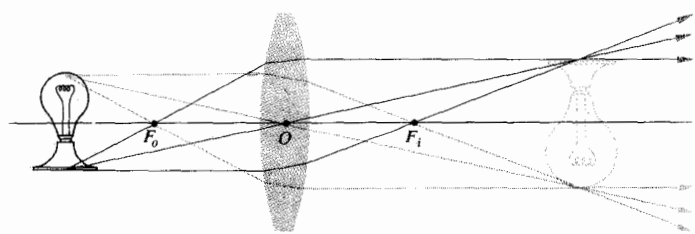
$$\frac{s_o}{s_i} = \frac{f}{(s_i - f)} \quad (۲۱.۵)$$

و

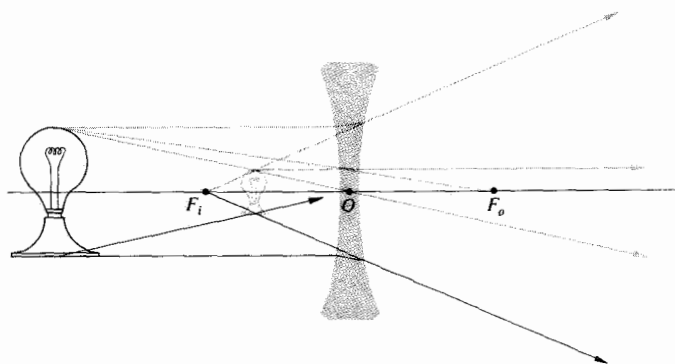
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i}$$

که البته، معادلهٔ عدسی گاوسی (۱۷.۵) است. به علاوه، مثلثهای $S_1S_1F_o$ و BOF_o متشابه‌اند و به همین ترتیب

$$\frac{f}{(s_o - f)} = \frac{|y_i|}{y_o} \quad (۲۲.۵)$$

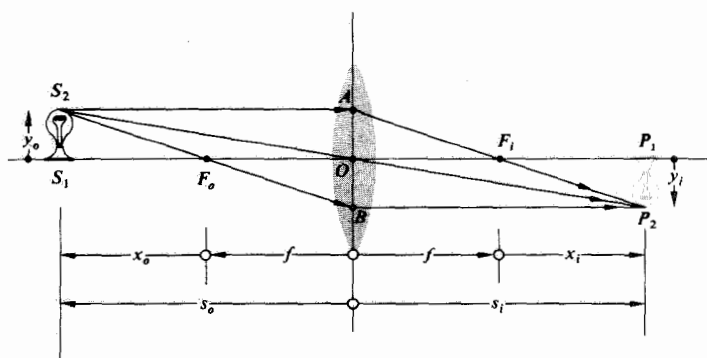


(الف)



(ب)

شکل ۲۳.۵ (الف) شیء حقیقی و عدسی مثبت. (ب) شیء حقیقی و عدسی منفی.



شکل ۲۴.۵ مکان شیء و تصویر نسبت به یک عدسی نازک.

از پیش می‌دانیم؛ این وضعیت همانند شکل ۲۲.۵ ب با راستاهای پرتو معکوس است. تصویر نهایی که عدسی از یک شیء تخت کوچک عمود بر محور نوری تشکیل داده است، خود صفحه‌ای کوچک عمود بر آن محور خواهد بود.

موضع، اندازه، و سمتگیری تصویر حاصل از یک عدسی را، با سهولت خاصی می‌توان با استفاده از نمودارهای پرتوی تعیین کرد. برای یافتن تصویر شیء در شکل ۲۳.۵، باید موضع نقطه تصویر متناظر با هر نقطه جسم را تعیین کنیم. از آنجا که تمام پرتوهای که از یک چشمه نقطه‌ای در یک مخروط پیرامحوری بیرون می‌آیند،

به خاطر داشته باشید که s_i و s_o هر دو برای اشیا و تصاویر حقیقی مثبت اند. پس روشن است که چنین تصویرهایی که توسط یک عدسی نازک تشکیل شده اند، همگی معکوس خواهند بود. عبارتی که مبین بیان نیوتون از بزرگنمایی است از معادلات (۱۹.۵) و (۲۲.۵) و شکل ۲۴.۵ نتیجه می شود، که از آن داریم

$$M_T = -\frac{x_i}{f} = -\frac{f}{x_o} \quad (26.5)$$

از آنجا که بزرگی M_T مسلماً می تواند کمتر از یک باشد، که در این حالت تصویر از شیء کوچکتر است، اصطلاح بزرگنمایی یک اسم بی مسمی است. هنگامی که فواصل شیء و تصویر مثبت و مساوی باشند داریم: $M_T = -1$ ، و این امر تنها وقتی اتفاق می افتد (۱۷.۵) که $s_o = s_i = 2f$ است. از این موضوع پیکربندی نتیجه می شود (مسئله ۵.۵) که تصویر شیء تا حد امکان به یکدیگر نزدیک باشند (یعنی به فاصله $4f$ از یکدیگر). جدول ۳.۵ تعدادی از پیکربندیهای تصویری را که حاصل الحاق یک عدسی نازک و یک شیء حقیقی است، جمع بندی می کند.

به جرأت می توان گفت که تصویر یک شیء سه بعدی خود یک ناحیه سه بعدی از فضا را اشغال خواهد کرد. ظاهراً یک دستگاه نوری می تواند بر ابعاد عرضی و طولی تصویر اثر بگذارد. بزرگنمایی طولی، M_L ، را که به راستای محور مربوط می شود چنین تعریف می کنند

$$M_L \equiv \frac{dx_i}{dx_o} \quad (27.5)$$

این رابطه نسبت یک طول محوری بینهایت کوچک در ناحیه تصویر به طول متناظر آن در ناحیه شیء است. دیفرانسیل گیری از معادله (۲۳.۵) برای یک عدسی نازک در یک محیط مجزا به رابطه زیر می انجامد

$$M_L = -\frac{f^2}{x_o^2} = -M_T^2 \quad (28.5)$$

آشکار است که $M_L < 0$ دلالت بر این نکته دارد که dx_o مثبت با dx_i منفی متناظر است و برعکس. به بیانی دیگر، انگشتی که به سوی عدسی اشاره می کند، تصویرش سوی دور شدن از عدسی را نشان می دهد (شکل ۲۵.۵).

تصویر پنجره ای را روی یک ورقه کاغذ با استفاده از یک عدسی ساده کوژ تشکیل دهید. با در نظر گرفتن یک منظره درختزار زیبا، تصویر درختان دور دست را روی پرده بیندازید. حال کاغذ را از عدسی دور کنید به طوری که ورقه کاغذ ناحیه دیگری از فضای تصویر را قطع کند. وقتی خود پنجره نزدیک تصویر می آید، تصویر درختهای دور محو خواهد شد.

با استفاده از فواصل اندازه گیری شده از نقاط کانونی و ترکیب این معادله با معادله (۱۹.۵) داریم

$$x_o x_i = f^2 \quad (23.5)$$

این شکل نیوتونی معادله عدسی است، که نخستین بیان آن در کتاب اپتیک نیوتون در ۱۷۰۴ پدیدار شد. علامتهای x_i و x_o نسبت به کانونهای همراه آنها حساب می شود. بنا بر قرارداد، x_o را درست چاپ F_o مثبت می گیریم در حالی که x_i درست راست F_i مثبت اختیار می شود. برای اطمینان، از معادله (۲۳.۵) آشکار است که x_o و x_i هم علامت اند و معنی این موضوع آن است که شیء و تصویر باید در طرفهای مخالف نقاط کانونی مربوط به خود باشند. برای یک نوآموز به هنگام ترسیم شتاب آمیز و بدون ابزار نمودارهای پرتو نور، که او از پیش با آنها آشنایی ندارد، به خاطر داشتن این نکته کار بسیار بجایی است.

نسبت ابعاد عرضی تصویر نهایی را که توسط یک دستگاه نوری تشکیل می شود و به ابعاد متناظر شیء، بزرگنمایی جانبی یا عرضی، M_T ، تعریف می کنند، یعنی

$$M_T \equiv \frac{y_i}{y_o} \quad (24.5)$$

یا از معادله (۲۰.۵)

$$M_T = -\frac{s_i}{s_o} \quad (25.5)$$

بنابراین، مقدار مثبت M_T بر تصویر مستقیم دلالت می کند، در حالی که مقدار منفی آن به معنی تصویر معکوس است (جدول ۲.۵).

جدول ۲.۵ معانی مربوط به علامتهای عدسیهای نازک گوناگون و پارامترهای سطح مشترک کروی.

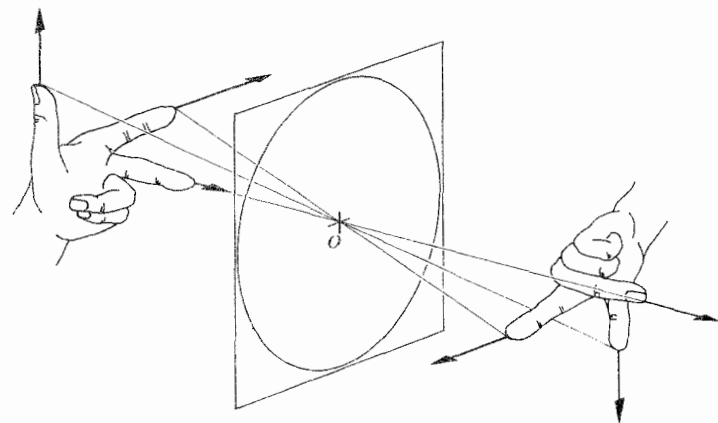
علامت		کمیت
-	+	
شیء مجازی	شیء حقیقی	s_o
تصویر مجازی	تصویر حقیقی	s_i
عدسی واگرا	عدسی همگرا	f
شیء معکوس	شیء مستقیم	y_o
تصویر معکوس	تصویر مستقیم	y_i
تصویر معکوس	تصویر مستقیم	M_T

جدول ۳.۵ تصاویر اشیای حقیقی که توسط عدسیهای نازک تشکیل شده‌اند.

کوژ				
تصویر				شیء
موضع	نوع	موضع	سمتگیری	اندازه نسبی
$\infty > s_o > 2f$	حقیقی	$f < s_i < 2f$	معکوس	کوچک شده
$s_o = 2f$	حقیقی	$s_i = 2f$	معکوس	همان اندازه
$f < s_o < 2f$	حقیقی	$\infty > s_i > 2f$	معکوس	بزرگ شده
$s_o = f$		$\pm \infty$		
$s_o < f$	مجازی	$ s_i > s_o$	مستقیم	بزرگ شده

کاو				
تصویر				شیء
موضع	نوع	موضع	سمتگیری	اندازه نسبی
هرجا	مجازی	$ s_i < f $	مستقیم	کوچک شده

دارد، ارزیابی کند، بهبود بخشد، و مورد بهره‌برداری قرار دهد. در ساختن يك دستگاه نوری جدید، عموماً با طراحی آرایشی اجمالی که از سریعترین محاسبات تقریبی سود می‌برد، شروع می‌کنند. سپس همچنان که طراح، شیوه‌های پرتونگاری دقیقتر و شگفت‌تری را ادامه می‌دهد، ریزه‌کارها افزوده می‌شوند؛ امروز غالباً این محاسبات با کامپیوترهای رقمی الکترونیکی انجام می‌شوند. با این حال، مفهوم عدسی نازک ساده شالودهٔ بسیار مفیدی را برای محاسبات مقدماتی در حالت‌های گوناگون پیش‌بینی می‌کند. هیچ عدسی وجود ندارد که عملاً عدسی نازکی باشد و ضخامت آن به مفهوم دقیق کلمه به‌صفر نزدیک شود. با این حال، در همهٔ موارد کاربرد، شیوهٔ کارکرد بسیاری از عدسیهای ساده به‌نحوی با شیوهٔ کار عدسی نازک معادل است. عدسیهای عینک که دست کم از قرن سیزدهم مورد استفاده بوده‌اند غالباً در این مقوله جای می‌گیرند. هنگامی که شعاعهای خمیدگی بزرگ، و قطر عدسی کوچک باشد، ضخامت نیز ناچیز خواهد بود. این نوع عدسی عموماً دارای فاصلهٔ کانونی بزرگ است که در مقایسه با آن ضخامت ناچیزی دارد. مثلاً بسیاری از عدسیهای شبی تلسکوپهای اولیه، کاملاً در این توصیف می‌گنجد.



شکل ۲۵.۵ سمتگیری تصویر در مورد يك عدسی نازک.

۴. ترکیب عدسیهای نازک

در اینجا قصد آن نداریم که مهارت خواننده را با پیچیدگیهای ظریف طراحی عدسیهای مدرن بالا ببریم، بلکه می‌خواهیم او را به جایی برسانیم که بتواند دستگاههایی را که هم‌اکنون وجود

پرتوهای ۱ و ۳ از طریق F_{o1} و F_{i1} موضع تصویر میانی را که تنها توسط L_1 به وجود آمده، تعیین می کنند. مانند حالت پیش، پرتو ۲ از O_1 به P'_1 تا S_1 به سوی عقب رسم می شود. تقاطع پرتوهای ۲ و ۳، که پرتو ۳ از طریق F_{i2} شکسته می شود، موضع تصویر نهایی را تعیین می کند. توجه کنید که اگر فاصله کانونی L_2 با ثابت ماندن تمامی عوامل دیگر افزایش یا بد، اندازه تصویر نیز افزایش می یابد.

روابط تحلیلی برای L_1 عبارت اند از

$$\frac{1}{s_{i1}} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_{o1}} \quad (29.5)$$

یا

$$s_{i1} = \frac{s_{o1} f_1}{s_{o1} - f_1} \quad (30.5)$$

این مقدار مثبت است و به ازای $s_{o1} > f_1$ و $f_1 > 0$ ، تصویر میانی درست راست L_1 واقع است. برای L_2

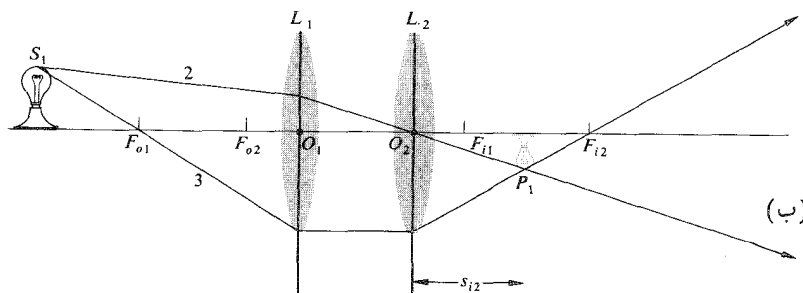
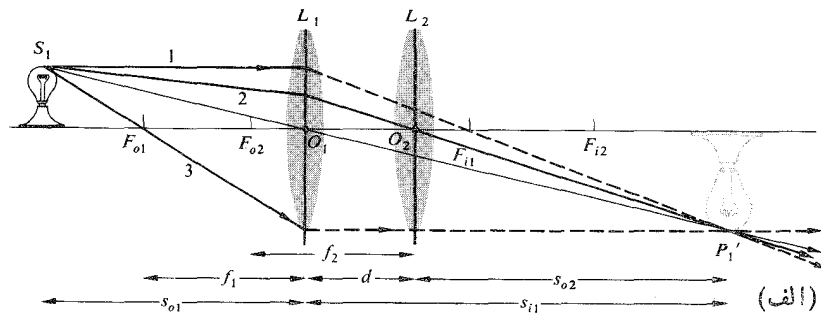
$$s_{o2} = d - s_{i1} \quad (31.5)$$

و به ازای $d > s_{i1}$ ، این شیء برای L_2 حقیقی است (مطابق شکل ۲۷.۵) درحالی که به ازای $d < s_{i1}$ این شیء مجازی است

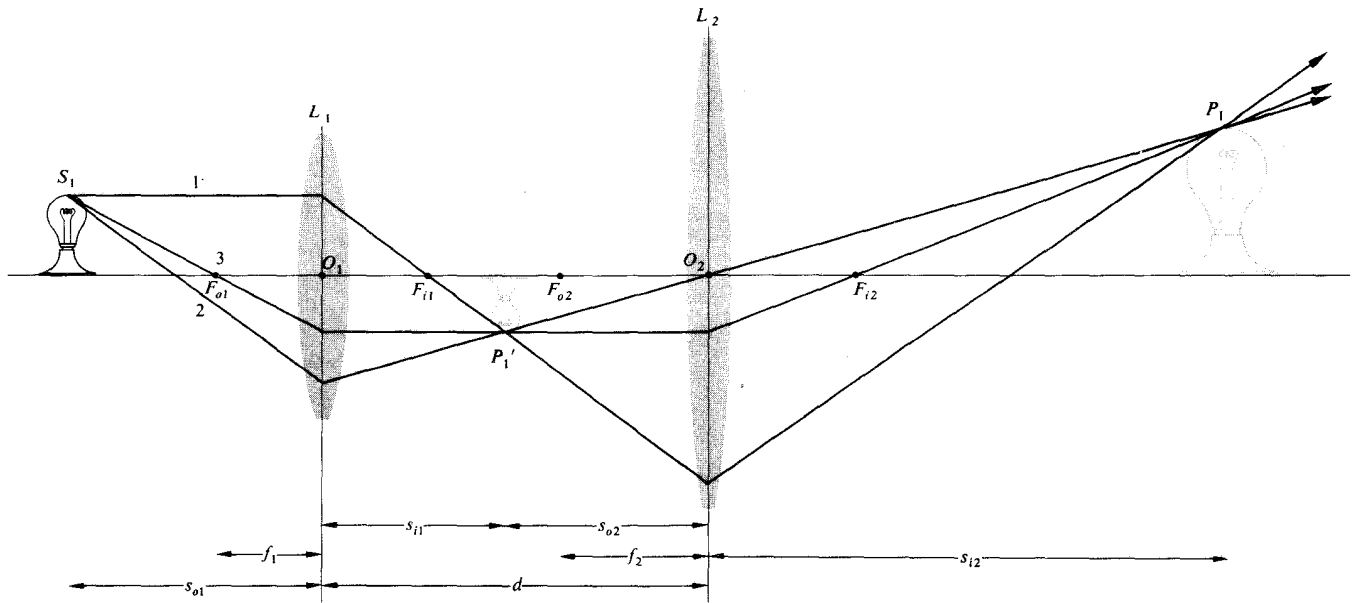
اکنون قصد ما این است که برای پارامترهای وابسته به ترکیبهای عدسی نازک عبارتهایی استخراج کنیم. این روش نسبتاً ساده است، و ما بررسی سنتی مفصلتری را برای آنان که به اندازه کافی سختگیرند، به فصل بعد واگذار می کنیم.

فرض کنیم که دو عدسی مثبت نازک L_1 و L_2 داشته باشیم که فاصله آنها، مانند شکل ۲۶.۵، برابر d باشد. d از فاصله کانونی هر یک از آنها کمتر است. جای تصویر نهایی را می توان به روش زیر از راه ترسیم تعیین کرد. با نادیده گرفتن حضور عدسی L_2 ، تصویری که منحصراً توسط L_1 تشکیل شود با استفاده از پرتوهای ۱ و ۳ ساخته می شود. معمولاً، این پرتوها از کانونهای شیء و تصویر عدسی، یعنی به ترتیب F_{o1} و F_{i1} ، می گذرند. شیء در یک صفحه قائم قرار دارد، به طوری که دو پرتو نقطه بالایی آن را تعیین می کنند و بسا عمود از نقطه بر محور نوری، نقطه پایینی آن نیز تعیین می شود. سپس پرتو ۲ از P'_1 و از طریق O_1 به سوی عقب رسم می شود. قراردادن L_2 اثری بر پرتو ۲ ندارد در حالی که پرتو ۳ از طریق کانون تصویر F_{i2} مربوط به L_2 شکسته می شود. تقاطع پرتوهای ۲ و ۳ تصویر را که در این حالت خاص حقیقی، کوچکتر، و معکوس است، برپا می دارد.

در شکل ۲۷.۵ یک جفت عدسی مشابه نشان داده شده است که اکنون فاصله آنها از یکدیگر افزایش یافته است. یکبار دیگر



شکل ۲۶.۵ دو عدسی نازک که فاصله آنها از یکدیگر کمتر از فاصله کانونی هر کدامشان است.



شکل ۲۷.۵ دو عدسی نازک به فاصله‌ای بیشتر از مجموع فواصل کانونی آنها.

عدسی از این دو عدسی مثبت را محاسبه می‌کنیم. این دو به نوبهٔ خود ۲۰ cm از هم فاصله دارند و فواصل کانونی آنها به ترتیب ۳۰ و ۵۰ cm است. با نشان دادن مستقیم در (۳۳.۵)، داریم

$$s_{i2} = \frac{50(20) - 50(50)(30)/(50 - 30)}{20 - 50 - 50(30)/(50 - 30)} = 26.2 \text{ cm}$$

و تصویر حقیقی است. از آنجا که عدسی L_2 تصویر میانی را که توسط L_1 تشکیل شده است «بزرگ می‌کند»، بزرگنمایی عرض کلی عدسی مرکب برابر حاصل ضرب تک تک بزرگنماییهاست، یعنی

$$M_T = M_{T1} M_{T2}$$

اثبات رابطهٔ زیر را به صورت یک مسئله به خواننده واگذار می‌کنیم

$$M_T = \frac{f_1 s_{i2}}{d(s_{o1} - f_1) - s_{o1} f_1} \quad (34.5)$$

در مثال بالا

$$M_T = \frac{30(26.2)}{20(50 - 30) - 50(30)} = -0.72$$

و درست همانطور که باید از شکل ۲۶.۵ حدس زده باشیم، تصویر کوچکتر و معکوس می‌شود.

فاصله از آخرین سطح یک دستگاه نوری تا نقطهٔ کانونی

(مطابق شکل ۲۶.۵، $s_{o2} < 0$). در حالت پیشتر، پرتوهای که به L_2 می‌رسند از P_1' و اگر می‌شوند، در حالی که در حالت اخیر این پرتوها به سوی آن همگرا می‌شوند. افزون بر اینها

$$\frac{1}{s_{i2}} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{s_{o2}}$$

یا

$$s_{i2} = \frac{s_{o2} f_2}{s_{o2} - f_2}$$

با بهره گرفتن از معادلهٔ (۳۱.۵) این رابطه چنین می‌شود

$$s_{i2} = \frac{(d - s_{i1}) f_2}{(d - s_{i1} - f_2)} \quad (32.5)$$

به همین ترتیب می‌توانیم پاسخ هر تعداد از عدسیهای نازک را محاسبه کنیم. غالباً، دست کم هنگامی که تنها با دو عدسی سروکار داریم، مناسب آن خواهد بود که یک تک عبارت داشته باشیم، و بنابراین با جانشانی عبارت s_{i1} از معادلهٔ (۲۹.۵) خواهیم داشت

$$s_{i2} = \frac{f_2 d - f_2 s_{o1} f_1 / (s_{o1} - f_1)}{d - f_2 - s_{o1} f_1 / (s_{o1} - f_1)} \quad (33.5)$$

در اینجا s_{o1} و s_{i2} فواصل شیء و تصویر از عدسی مرکب هستند. مثلاً، فاصلهٔ تصویر مربوط به شیء واقع در ۵۰ سانتیمتری نخستین

و $f_2 = +20\text{cm}$ پیدا کنیم. داریم

$$b.f.l = \frac{20[10 - (-30)]}{10 - (-30 + 20)} = 40\text{cm}$$

و به همین ترتیب، $f.f.l = 15\text{cm}$. در ضمن، توجه کنید که به ازای $d = f_1 + f_2$ ، امواج تخت از هر سو به عدسی مرکب وارد شوند، همانند مورد دستگاههای تلسکوپی، به صورت امواج تخت خارج خواهند شد (مسئله ۱۸.۵).

توجه کنید که به ازای $d \rightarrow 0$ ، یعنی اگر عدسیها با هم در تماس باشند، مانند مثال مربوط به دو تاییهای افام داریم

$$b.f.l = f.f.l = \frac{f_2 f_1}{f_2 + f_1} \quad (37.5)$$

و عدسی نازک حاصل دارای يك فاصله کانونی مؤثر f است، به طوری که

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (38.5)$$

این امر ایجاب می کند که برای N عدسی مماس داشته باشیم

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots + \frac{1}{f_N} \quad (39.5)$$

بسیاری از این نتایج را می توان، دست کم از نظر کیفی، با چند عدسی ساده تأیید کرد. مورد شکل ۲۶.۵ را می توان به آسانی دوباره بازسازی کرد، و طرز عمل، خود پیدا و بدیهی خواهد بود؛ در حالی که شکل ۲۷.۵ نیاز به دقت بیشتری دارد. ابتدا فواصل کانونی دو عدسی را از راه تصویر کردن يك چشمه دور تعیین کنید. سپس یکی از عدسیها (L_2) را در فاصله ثابت دوری اندکی بزرگتر از فاصله کانونی آن، از صفحه مشاهده، مثلاً تکه کاغذ سفیدی، نگه دارید. اکنون اگر دستگاهی نوری ندارید، باید تمهیداتی بیندیشید که مستلزم اندکی کوشش است. عدسی دوم (L_1) را به سوی چشمه حرکت دهید، در حالی که چشمه را به طور معقولی در مرکز آن نگه می دارید، بدون اینکه کوششی برای مستقیماً راه بستن بر نوری که به L_2 می رسد به عمل آورید. احتمالاً تصویر تاری از دست خود که L_1 را نگه داشته است، خواهید دید. عدسیها را چنان قرار دهید که ناحیه روی پرده متناظر با L_1 تا حد امکان روشن باشد. منظره ای که سرتاسر L_1 را می پوشاند (یعنی، تصویر منظره در داخل این تصویر قرار گیرد) مانند شکل ۲۷.۵، روشن و مستقیم خواهد بود.

دوم آن دستگاه رویهم رفته فاصله کانونی پشتی یا $b.f.l$ نامیده می شود. همچنین، فاصله از رأس نخستین سطح تا نخستین کانون یا کانون شیء را فاصله کانونی پیشی یا $f.f.l$ می نامند. در نتیجه اگر $s_{i2} \rightarrow \infty$ ، آنگاه s_{o2} به f_2 نزدیک می شود، که اگر با معادله (۳۱.۵) ترکیب شود رابطه $d - f_2 \rightarrow s_{i1}$ را بیان می کند. بنابراین از معادله (۲۹.۵) داریم

$$\frac{1}{s_{o1}} \Big|_{s_{i2}=\infty} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{(d-f_2)} = \frac{d-(f_1+f_2)}{f_1(d-f_2)}$$

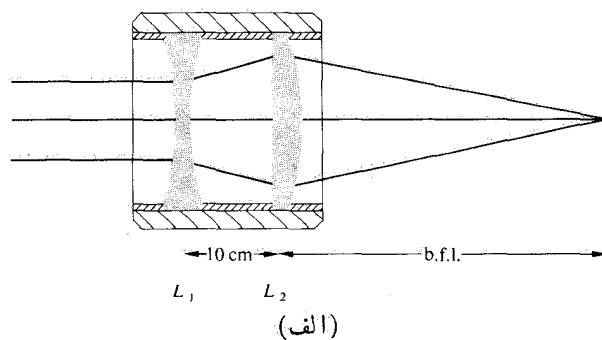
اما این مقدار ویژه s_{o1} برابر $f.f.l$ است

$$f.f.l = \frac{f_1(d-f_2)}{d-(f_1+f_2)} \quad (35.5)$$

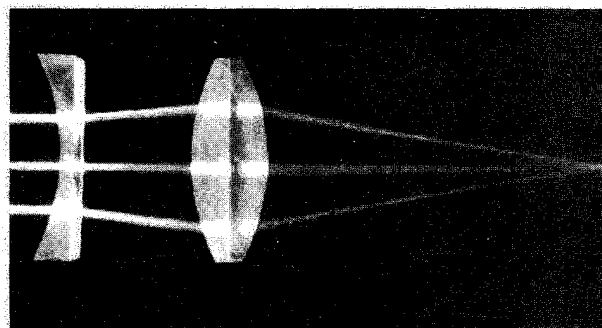
به همین ترتیب، به ازای $s_{o1} \rightarrow \infty$ در معادله (۳۳.۵)، $(s_{o1} - f_1) \rightarrow s_{i1}$ ، و بنابراین چون s_{i2} برابر $b.f.l$ است، پس

$$b.f.l = \frac{f_2(d-f_1)}{d-(f_1+f_2)} \quad (36.5)$$

برای ملاحظه عملکرد عددی این رابطه، $b.f.l$ و $f.f.l$ را برای دستگاه عدسی نازک شکل ۲۸.۵ الف که در آن $f_1 = -30\text{cm}$



(الف)



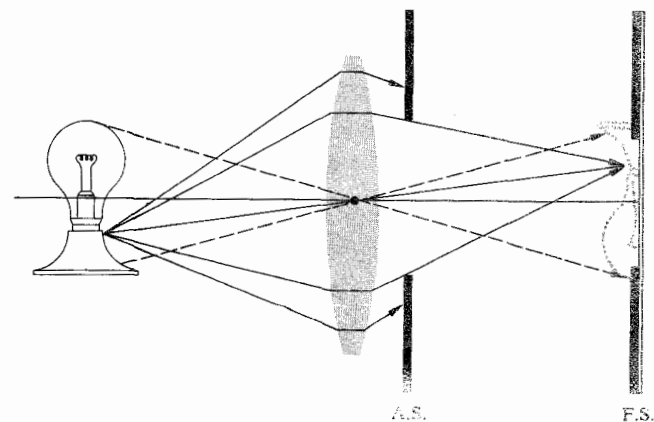
(ب)

شکل ۲۸.۵ ترکیب يك عدسی نازک مثبت و منفی.

۳.۵ بندها

۱.۳.۵ روزنه بندها و میدان بندها

ماهیت ذاتاً متناهی همهٔ عدسیها ایجاب می‌کند که تنها کسری از انرژی گسیلیدهٔ يك چشمهٔ نقطه‌ای را جمع کند. بنابراین حدفیزیکی کسه از طریق پیرامون يك عدسی ساده نشان داده می‌شود، تعیین می‌کند که کدام پرتوها برای تشکیل يك تصویر نهایی وارد دستگاه خواهند شد. در این مورد، قطر روشن یا بدون مانع عدسی همچون روزنه‌ای که انرژی در آن جریان دارد، عمل می‌کند. هر عنصری مانند زهوار يك عدسی یا يك تك دیافراگم، که مقدار نور رسیده به تصویر را معین می‌کند، روزنه بنده نامیده می‌شود که کوته نوشت آن به شکل A.S. است. دیافراگم ورقه‌ای قابل تنظیم کسه معمولاً پشت چند عنصر اولیهٔ يك عدسی دوربین مرکب قرار داده می‌شود، درست مانند يك روزنه بنده است. روشن است که این روزنه بنده توانایی عدسی را در گردآوری نور، به عنوان يك کل، تعیین می‌کند. همانطور که در شکل ۲۹.۵ نشان داده شده است، پرتوهای خیلی مورب بازهم می‌توانند وارد چنین سیستمی شوند. اما، این پرتوها، به منظور نظارت بر کیفیت تصویر، عمداً محدود می‌شوند. این عنصر محدودکنندهٔ اندازه یا پهنای زاویه‌ای شیء که می‌تواند توسط این سیستم تصویر شود میدان بنده یا F.S. نامیده می‌شود. این عنصر، میدان دید دستگاه را تعیین می‌کند. در يك دوربین، لبهٔ خود فیلم صفحهٔ تصویر را محدود و به عنوان میدان بنده عمل می‌کند. بنابراین، در حالی که روزنه بنده تعداد پرتوهای ناشی از يك شیء نقطه‌ای را که به نقطه تصویر همیوگ می‌رسند کنترل می‌کند (شکل ۲۹.۵)، این میدان بنده است که دویم دفته مانع این پرتوها خواهد شد، یا نه. نه بخشهای خیلی پایینی و نه قسمتهای خیلی بالایی این شیء در شکل ۲۹.۵، از میدان بنده عبور نخواهد کرد. باز کردن روزنه بنده دایره‌ای باعث می‌شود که این دستگاه مخروط انرژی بزرگی را بپذیرد و با انجام این کار درخشندگی هر نقطهٔ تصویر افزایش می‌یابد. در مقابل، باز کردن میدان بنده، تصویر کردن



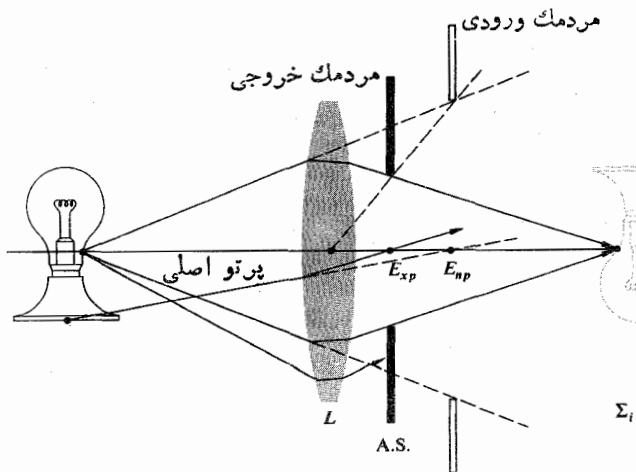
شکل ۲۹.۵ روزنه بندها و میدان بندها.

فرینگیهای شیء را که قبلاً مسدود شده بودند، اکنون امکان پذیر می‌سازد.

۲.۳.۵ مردمکهای ورودی و خروجی

مردمک، مفهوم کاملاً مفید دیگری است که تعیین می‌کند پرتو معین از تمامی دستگاه نوری می‌گذرد یا خیر. مردمک فقط تصویری از روزنه بنده است. مردمک ورودی يك سیستم، تصویر روزنه بنده است که از يك نقطهٔ محوری روی شیء از طریق عناصری که پیش از بنده قرار گرفته‌اند، دیده می‌شود. اگر بین شیء و A.S. هیچگونه عدسی وجود نداشته باشد، A.S. خود به عنوان مردمک ورودی عمل می‌کند. برای روشن شدن موضوع، شکل ۳۰.۵ را که يك عدسی با يك روزنه بنده عقبی است، بررسی می‌کنیم. تصویر روزنه بنده در L ، مجازی و بزرگتر است (جدول ۳.۵). با فرستادن چند پرتو از لبه‌های A.S. به بیرون، طبق معمول می‌توان این تصویر مجازی را تعیین مکان کرد. در مقابل، مردمک خروجی تصویر A.S. است که از يك نقطهٔ محوری روی صفحهٔ تصویر و از طریق عدسیهایی که در وسط واقع شده‌اند، اگر تصویری وجود داشته باشد، دیده می‌شود. در شکل ۳۰.۵ چنین عدسیهایی وجود ندارند و بنابراین روزنه بنده، خود همچون مردمک خروجی عمل می‌کند. توجه داریم که معنی تمامی این نکات دقیقاً آن است که مخروط نوری که عملاً وارد دستگاه نوری می‌شود از راه مردمک ورودی تعیین می‌شود. در حالی که مخروطی که آن را ترك می‌کند توسط مردمک خروجی کنترل می‌شود. هیچیک از پرتوهای ناشی از چشمهٔ نقطه‌ای که در خارج از هر مخروط جریان دارد، به صفحه تصویر نمی‌رسد.

اگر بخواهید از يك تلسکوپ یا يك تك چشمی به عنوان عدسی يك دوربین استفاده کنید، می‌بایست يك روزنه بنده جلویی



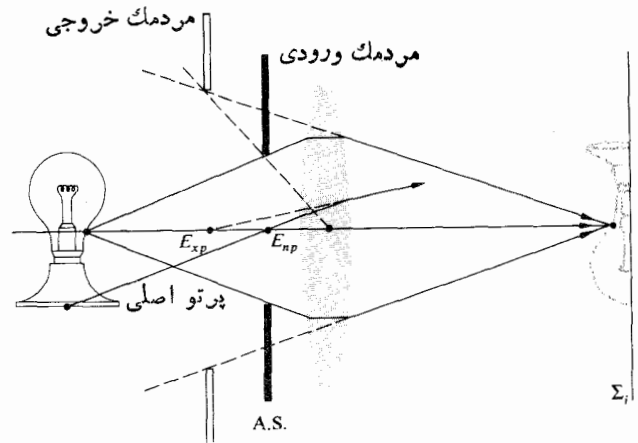
شکل ۳۰.۵ مردمکهای ورودی و خروجی.

و در امتداد خطی که از مرکز مردمک خروجی، E_{xp} می‌گذرد، از دستگاه خارج می‌شود. پرتو اصلی، همراه با دسته‌ای مخروطی از پرتوهای که از نقطه‌ای روی شیء گسیل می‌شود، به طور مؤثری همچون پرتو مرکزی آن دسته رفتار می‌کند و نماینده آن است. پرتوهای اصلی در هنگام تصحیح ابیراهیهای یک طراحی عدسی، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار دارند.

شکل ۳۲.۵، مورد پیچیده‌تری را نشان می‌دهد. دو پرتوی که نشان داده شده‌اند آنها هستند که معمولاً از طریق یک دستگاه نوری ردگیری می‌شوند. یکی از اینها، همان پرتو اصلی است که از نقطه‌ای روی محیط شیء که قرار است توسط دستگاه تطبیق داده شود، بیرون می‌آید. دیگری پرتو کناری نامیده می‌شود، زیرا از نقطه‌ای محوری به محیط یا حاشیه مردمک ورودی (یا روزنه بند) می‌تابد.

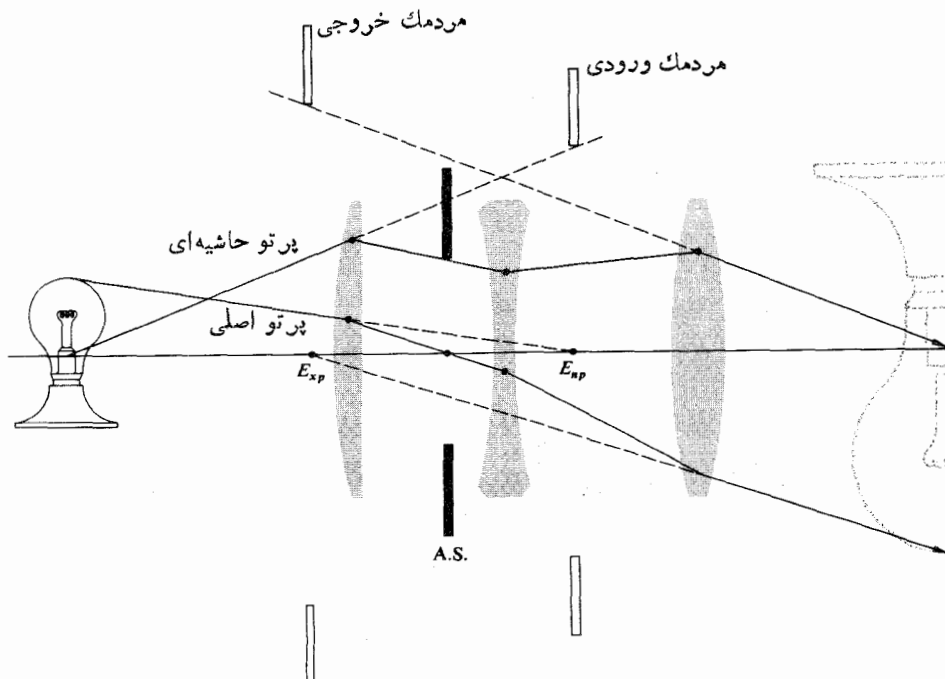
آنجا که معلوم نیست کدام عنصر، روزنه بند واقعی است، هر مؤلفه‌ای از دستگاه باید توسط عناصر باقی مانده در سمت چپ آن تصویر شود. تصویری که دوبه‌دوی کوچکترین زاویه در نقطه شیء محوری واقع می‌شود، مردمک ورودی است. بنابراین، عنصری که تصویرش مردمک ورودی باشد روزنه بند سیستم برای آن نقطه شیء است. مسئله ۲۱.۵ دقیقاً با این نوع محاسبه سروکار دارد.

در شکل ۳۳.۵، توجه کنید که با دور شدن نقطه شیء از محور، چگونه مخروط پرتوهای که می‌توانند به صفحه تصویر برسند، باریک‌تر می‌شود. روزنه بند مؤثر، که برای دسته پرتوهای محوری، همان زهواره L_1 بود، برای دسته دور از محور به طور محسوسی

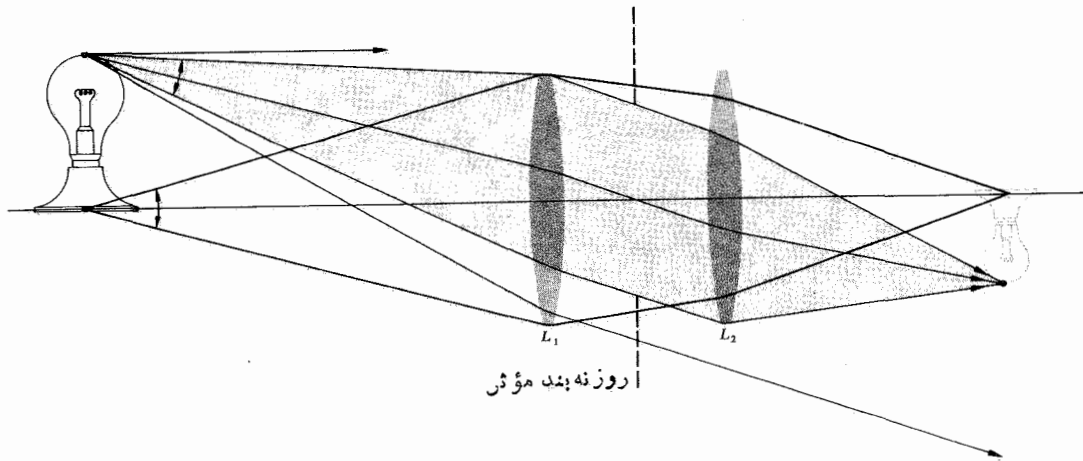


شکل ۳۱.۵ روزنه بند جلویی.

خارجی برای کنترل مقدار نور وارده، به منظور نوردهی، به آن ضمیمه کنید. شکل ۳۱.۵ آرایش مشابهی را نشان می‌دهد که در آن مواضع مردمک ورودی و خروجی باید خود آشکار باشند. دو نمودار پیشین شامل پرتویی به نام پرتو اصلی بودند. و آن هر پرتو ناشی از یک نقطه شیء دور از محور است که از مرکز روزنه بند می‌گذرد. این پرتو اصلی در امتداد خطی که به سوی نقطه میانی مردمک ورودی، E_{np} ، متوجه است، به دستگاه نوری وارد می‌شود.



شکل ۳۲.۵ مردمکها و بندهای یک سیستم سه عدسی.

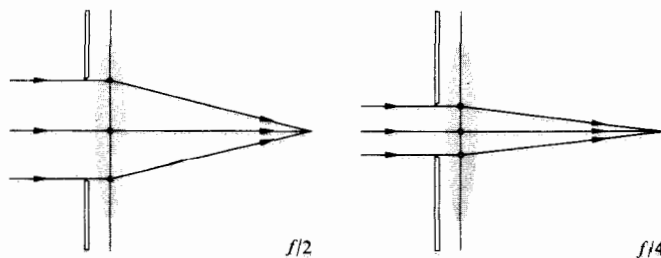


شکل ۳۳.۵ سایه افکنی.

به تصویر گسترده خواهد شد. بنا بر این انرژی در واحد مساحت در واحد زمان، یعنی چگالی شار یا تابیدگی، با مساحت تصویر نسبت معکوس خواهد داشت. اگر سطح مردمک ورودی دایره‌ای باشد مساحت آن به تناسب مجذور شعاعش تغییر می‌کند، و بنا بر این با مربع قطر آن، D ، متناسب است. به علاوه، مساحت تصویر با مجذور بعد جانبی آن که به نوبه خود با f^2 متناسب است، معادلات (۲۴.۵) و (۲۶.۵) ، متناسب خواهد بود. (به یاد داشته باشید که ما از یک شیء وسیع سخن می‌گوییم و نه از یک چشمه نقطه‌ای. در حالت اخیر، تصویر به مساحت خیلی کوچکی محدود می‌شود که مستقل از f است.) بنا بر این چگالی شار در صفحه تصویر به صورت $(D/f)^2$ تغییر می‌کند. نسبت D/f به دوزنه نسبی معروف است، در حالی که به وارون آن عدد $f/\#$ یا $f/\#$ گفته می‌شود، یعنی

$$f/\# \equiv \frac{f}{D} \quad (۲۰.۵)$$

که $f/\#$ را باید فقط همچون یک نماد در نظر گرفت. مثلاً، عدسی با روزنه ۲۵mm و فاصله کانونی ۵۰mm دارای عدد $f/2$ است و معمولاً با $f/۲$ نموده می‌شود. شکل ۳۴.۵ با نشان دادن عدسی نازکی در پشت یک دیافراگم عنبیه که در $f/۲$ یا $f/۴$ عمل می‌کند، موضوع را روشن می‌کند. آشکار است که یک عدد f

شکل ۳۴.۵ محدود کردن دهانه یک عدسی جهت تغییر عدد f .

تنگتر شده است. در نتیجه وضوح تصویر در نقاط نزدیک به پیرامون آن به تدریج کم می‌شود، این فرایند سایه افکنی نامیده می‌شود. تعیین موضع و اندازه مردمکهای یک دستگاه نوری از اهمیت عملی قابل ملاحظه‌ای برخوردار است. در ابزارهای بصری، چشم مشاهده‌گر در مرکز مردمک خروجی قرار می‌گیرد. خود مردمک چشم، بسته به کل سطح روشنایی، از ۲ تا ۸mm تغییر خواهد کرد. بنا بر این یک تلسکوپ یا دوچشمی که در ابتدا برای استفاده در شب طراحی شده بود، می‌توانست دست کم به ازای ۸mm دارای مردمک خروجی باشد (شاید اصطلاح عینکهای شب را شنیده باشید - اینها در انشای جنگ جهانی دوم بر روی بامها کاملاً متداول بودند). در مقابل، اندازه مردمک خروجی تلسکوپی که در نور روز به کار برده می‌شود از ۳ تا ۴mm کافی خواهد بود، هرچه مردمک خروجی بزرگتر باشد قرار گرفتن کامل چشم و دستگاه در یک خط مشاهده، آسانتر خواهد بود. واضح است که ابزار بصری تلسکوپی برای یک تفنگ پر توان باید دارای یک مردمک بزرگ باشد که در پشت میدان دید و به اندازه کافی دور از آن قرار گرفته باشد، تا از خطای ناشی از پس زنی اجتناب شود.

۳۳.۵ روزنه نسبی و عدد f

فرض کنید می‌خواهیم نوری را که از یک چشمه گسترده می‌آید جمع‌آوری کنیم و با استفاده از یک عدسی (یا آینه) تصویری از آن تشکیل دهیم. مقدار انرژی جمع‌آوری شده توسط عدسی (یا آینه) از ناحیه کوچکی از یک چشمه دور با سطح عدسی یا به طور کلی با سطح مردمک ورودی، تناسب مستقیم دارد. یک دوزنه روشن بزرگ مخروط بزرگی از پرتوها را قطع خواهد کرد. واضح است که اگر چشمه، لیزر یا باریکه بسیار باریکی بود، این نکته لزوماً درست نبود. اگر از تلفات ناشی از بازتابش، جذب، و جز اینها چشم‌پوشی کنیم، انرژی وارده، در سرتاسر ناحیه مربوط

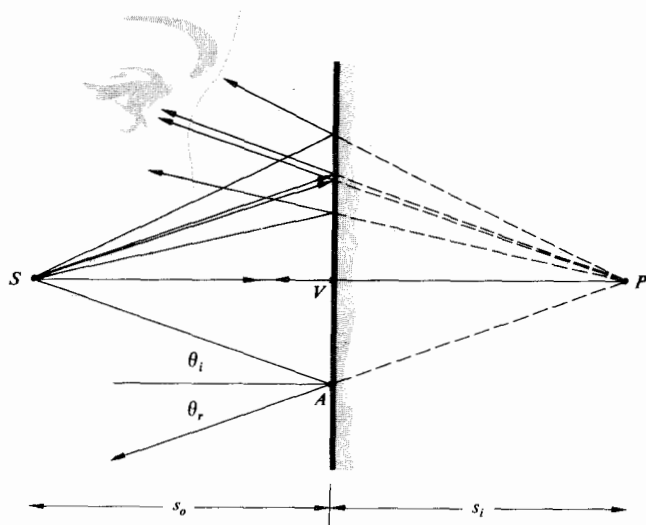
می‌ساختند، نقره از آن جهت که در UV^2 و IR^2 کارایی فراوانی دارد (شکل ۳۷.۴)، و شیشه به علت سختی‌اش، برگزیده شده است. اخیراً، پوششهای بخار آلومینیوم که در خلا روی سطحی کاملاً صاف جلا یافته می‌نشانند، به استاندارد پذیرفته شده کیفیت آینه‌ها تبدیل شده است. غالباً روی آلومینیوم را به همین ترتیب با لایه‌ای از پوششهای حفاظی منوکسید سیلیسیم یا فلورئورید منیزیم می‌پوشانند. در کاربردهای ویژه (مثلاً در لیزرها)، آنجا که حتی اتلافهای ناشی از سطوح فلزی را نمی‌توان جایز شمرد، استفاده از آینه‌هایی که از پوشه‌های دی الکتریک چند لایه تشکیل شده‌اند (بخش ۹.۹) اجتناب‌ناپذیر خواهد بود.

نسل کاملاً نوین آینه‌های دقیق سبک وزن، ضمن پیش‌بینی کاربردشان در تلسکوپهای مداری با مقیاس بسزرگ، در حال تکامل‌اند. مطالعه پیرامون این موضوع پیوسته از پویایی برخوردار است.

۱۰.۴.۵ آینه‌های تخت

از میان تمامی پیکربندیهای آینه، آنها که تخت هستند، جلو یا پشتشان را می‌توان اندوده کرد. آینه‌ای که پشت آن اندوده شده باشد، دارای کاربرد بسیار متداولی است. زیرا برای لایه بازتابان فلزی این امکان را فراهم می‌کند که پشت شیشه کاملاً محفوظ بماند. در مقابل، اکثر آینه‌هایی که برای کاربرد فنی دقیقتری طراحی شده‌اند از جلو اندوده هستند.

با توجه به بخشهای ۲۰.۲ و ۳۰.۲۴، تعیین ویژگی تصویری یک آینه تخت کار نسبتاً ساده‌ای خواهد بود. با بررسی چشمه نقطه‌ای و آرایش آینه‌ای شکل ۳۵.۵، بلافاصله می‌توان نشان داد



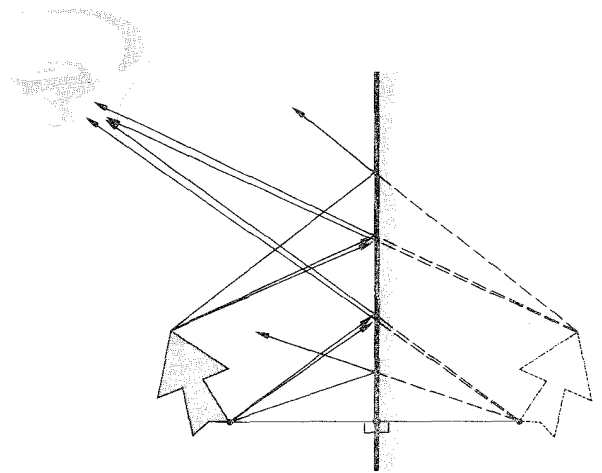
شکل ۳۵.۵ آینه تخت.

کوچکتر رسیدن نور بیشتری را به صفحه تصویر مجاز می‌دارد. عدسیهای دوربین عکاسی معمولاً با فواصل کانونی و بزرگترین روزنه ممکن خود مشخص می‌شوند، مثلاً، می‌توان روی قباب عدسی این نوشته‌ها را دید: ۵۰ میلیمتر، $f/1.4$. از آنجا که زمان نوردهی عکاسی با مجذور عدد f متناسب است، گاهی $f/\#$ را سرعت عدسی می‌نامند. عدسی $f/1.4$ دوبرابر از عدسی $f/2$ سریعتر است. معمولاً دیافراگمهای عدسی دارای عدد f هایی برابر ۱، ۱.۴، ۲، ۲.۸، ۴، ۵.۶، ۸، ۱۱، ۱۶، ۲۲ و جزاینها هستند. بزرگترین روزنه نسبتی در این حالت به $f/1$ مربوط می‌شود. که روزنه یک عدسی سریع است. $f/2$ معمولی‌تر است. $f/\#$ در هر ردیف دیافراگم متوالی به نسبت ضریب $\sqrt{2}$ (مقدار عددی گرد شده آن) افزایش می‌یابد. این افزایش با کاهش روزنه نسبتی به نسبت ضریب $1/\sqrt{2}$ و بنابراین کاهش چگالی شار به نسبت نیم، مربوط است. بدین سان، اگر دوربین برای $f/1.4$ در ۱/۵۰۰ ثانیه فیم، یا در $f/2$ در ۱/۲۵۰ ثانیه یا در $f/2.8$ در ۱/۱۲۵ ثانیه تنظیم شود، در همه این حالات نور یکسانی به فیلم خواهد رسید. بزرگترین تلسکوپ شکستی جهان، با عدسی به قطر ۱۰۰ cm و فاصله کانونی ۲۰۱۶ cm یا $f/\#$ برابر $f/18.9$ ، در رصدخانه یرکز^۱ در دانشگاه شیکاگو واقع است. روزنه ورودی و فاصله کانونی یک آینه، دقیقاً به همان ترتیب، $f/\#$ آن را تعیین می‌کند. بنابراین، $f/\#$ آینه تلسکوپ مونت پالومار به قطر ۵۰۰ cm و به فاصله کانونی اولیه ۱۶۶۵ cm برابر $f/3.33$ است.

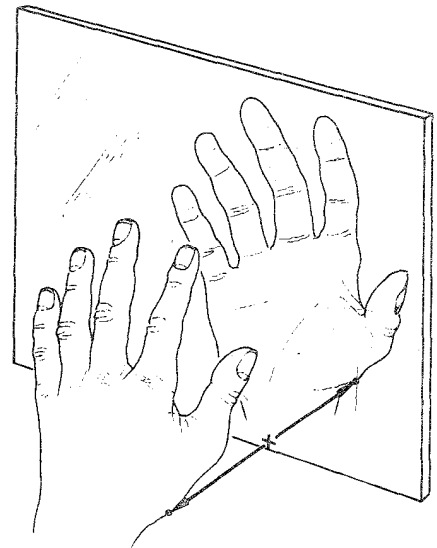
در کارهای دقیقی که افتهای بازتابش و جذب در خود عدسی را باید منظور کرد، عدد T بسیار مفید است. در واقع، این عدد یک عدد f اصلاح شده (افزایش یافته) است که یک عدسی واقعی عملاً باید داشته باشد تا مقداری نور متناظر با یک مقدار ویژه f/D را عبور دهد.

۲۰.۵ آینه‌ها

کاربرد سیستمهای آینه‌ای، به ویژه در نواحی فرابنفش و فروسرخ طیف، روزافزون است. در حالی که ساختن ابزاری بازتابان که به طور رضایت بخشی در سرتاسر نوار بسامدی پهن عمل کند نسبتاً ساده است؛ همین موضوع را نمی‌توان در مورد دستگاههای شکستی عنوان کرد. مثلاً، عدسی سیلیسیم یا ژرمانیوم که برای نور فروسرخ طراحی شده است، در نور مرئی کاملاً مات خواهد بود. همانطور که بعداً هنگام پرداختن به ابیراهی آینه‌ها خواهیم دید، آنها صفات دیگری نیز دارند که به سودمندیشان کمک می‌کنند. آینه می‌تواند قطعه شیشه‌ای سیاه یا سطح فلزی کاملاً جلا یافته‌ای باشد. در گذشته معمولاً آینه‌ها را با نقره اندود کردن شیشه



شکل ۳۶.۵ تصویر يك جسم گسترده در آینه تخت.



شکل ۳۷.۵ تصاویر آینه‌ای-وارونی.

است این است که همواره نسبت به این انتخاب وفادار باشیم تا همه چیز خوب باشد. مشکل آشکاری که در ارتباط با این قرارداد نسبت به عدسیها وجود دارد این است که اکنون تصویر مجازی در سمت راست مشترك است. ناظر می بیند که P در پشت آینه قرار دارد زیرا چشم او (و یا دوربین) نمی تواند بازتابش واقعی را ببیند، چشم صرفاً پرتوها را به سمت عقب در امتداد خطوط راست درون یابی می کند. پرتوهایی که از P می آیند و اگر آیند و هیچ نوری را نمی توان روی پرده ای که در P واقع است انداخت-تصویر مسلماً مجازی است. آشکار است که مثبت یا منفی تعریف کردن f هر کمیت صرفاً سلیقه ای است. از آنجا که گرایش ما بیشتر به سوی این ایده است که فواصل شیء و تصویر مجازی منفی باشند، f و d_i را هنگامی که در سمت راست رأس V قرار داشته باشند منفی خواهیم گرفت. این موضوع هنگام به دست آوردن فرمولی همسان با معادلهٔ عدسی گاوسی (۱۷.۵) سودمند خواهد بود. بدیهی است که همین تعریف از بزرگنمایی عرضی (۲۴.۵) برقرار است، که در آن اکنون همانند پیش، $M_T = +1$ به تصویر مستقیم، مجازی، و همان اندازه آن دلالت می کند.

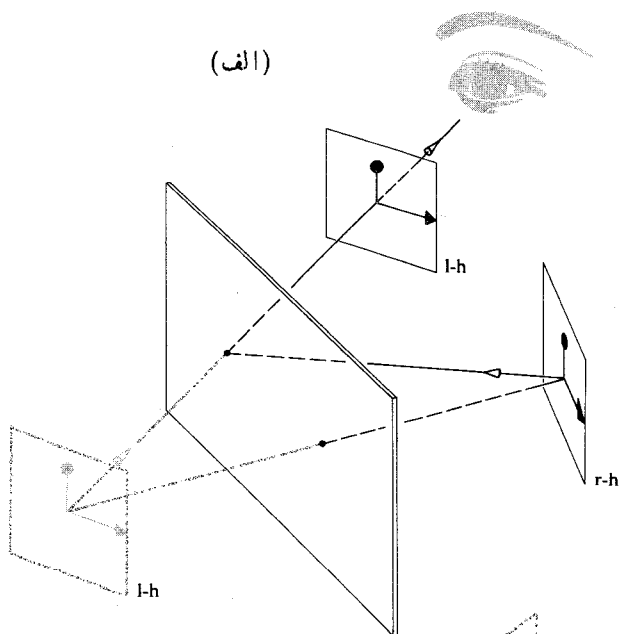
هر نقطه از شیء گسترده شکل ۳۶.۵، به فاصله عمودی f از آینه، تصویری به همان فاصله در پشت آن تشکیل می دهد. به این ترتیب، کل تصویر از تصاویر نقطه به نقطه تشکیل می شود. این مطلب با روشی که عدسی تصویری را تعیین مکان می کند، کاملاً متفاوت است. در شکل ۲۵.۵ شیء يك دست چپ بود و تصویری هم که عدسی از آن تشکیل داد يك دست چپ بود، مطمئناً این تصویر باید وایچیده شده باشد ($M_L \neq M_T$)، اما باز هم يك دست چپ بوده است. تنها تغییر آشکار آن، چرخشی 180° حول محور نوری بوده است، این همان اثری است که برگشتی نامیده می شود. برعکس، تصویر آینه ای دست چپ، که با فرود آوردن عمودهایی از هر نقطه تعیین شده اند يك دست راست است (شکل ۳۷.۵). گاهی چنین تصویری را برگشته می نامند، یعنی، وقتی به آینه تختی نگاه می کنیم، این تصویر است که برگشته است، با توجه به مفهوم ضمنی عامیانه تری که در این واژه نهفته است، خوشبختانه کاربرد آن در نورشناخت متروک می شود. فرایندی که دستگاه مختصات راستگردی را در میدان شیء به يك دستگاه مختصات چپگرد در فضای تصویر تبدیل می کند، وارونی گویند. دستگاههایی با بیشتر از يك آینه تخت را می توان برای تشکیل تعداد فرد یا زوج وارونی به کار برد. در حالت اخیر، يك شیء راستگرد (r-h)، تصویری راستگرد ایجاد خواهد کرد (شکل ۳۸.۵)، در حالی که در نمونه قبلی، تصویر چپگرد (l-h) خواهد بود.

ابزارهای کاربردی، مانند برشگرها، انحراف دهنده های باریکه نور و چرخشگرهای تصویری، وجود دارند که از سیستمهای آینه ای تخت چرخان استفاده می کنند. کاربرد آینه ها برای تقویت و اندازه گیری چرخشهای کوچک در برخی دستگاههای آزمایشگاهی،

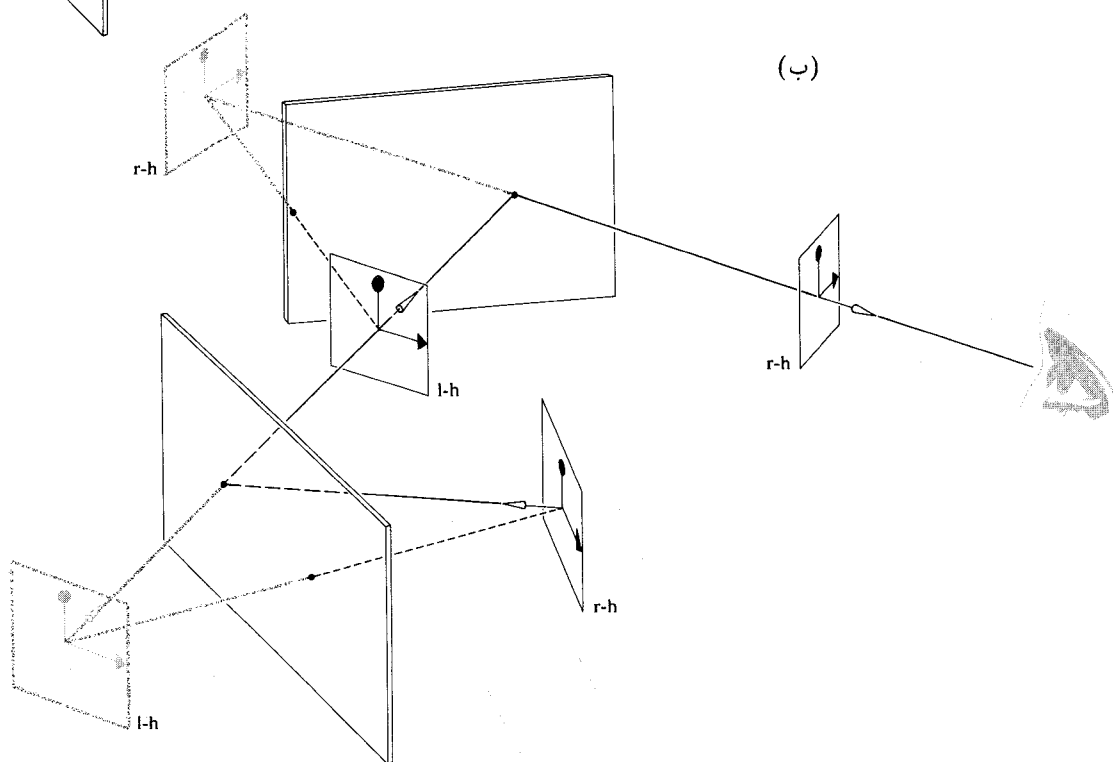
که $|s_o| = |s_i|$ ، یعنی تصویر P و شیء S از سطح آینه هم فاصله اند. یعنی، با توجه به قانون بازتابش $\theta_i = \theta_r$ ؛ $\theta_i + \theta_r$ زاویه خارجی مثلث SPA است و بنابراین با مجموع زوایای داخلی غیرمجاورش، $\angle VSA + \angle VPA$ ، برابر است. اما $\angle VSA = \theta_i$ ، و بنابراین $\angle VSA = \angle VPA$. این موضوع مثلثهای VAS و VPA را قابل انطباق می کند که در این حالت: $|s_o| = |s_i|$. (برای تصویر موجی بازتابش به عقب برگردید و به مسئله ۳.۴ و شکل ۴۱.۴ نگاه کنید).

ما اکنون با مسئله ابداع قراردادی برای علامت گذاری که در آینه ها کاربرد داشته باشد روبه رو هستیم. هر انتخابی بکنیم، مسلماً خواهید دانست که این تنها يك انتخاب است و آنچه ضروری

(الف)



(ب)



شکل ۳۸۰۵ وادونیه از طریق بازتابش.

مثل گالوانومترها، آونگهای پیچشی، ترازوهای جریان و مانند آنها کاملاً متداول است. همانطور که در شکل ۳۹.۵ می توان دید اگر آینه به اندازه زاویه α بچرخد باریکه بازتابیده یا تصویر به اندازه 2α خواهد چرخید.

۲۰۴.۵ آینه های ناکروی

آینه های خمیده که تصاویری بسیار شبیه تصاویر عدسیها یا سطوح شکستی خمیده تشکیل می دهند، از زمان یونانیهای باستان شناخته شده اند. اقلیدس که به احتمال نزدیک به یقین کتابی تحت عنوان کاتوپتریکس تألیف کرده است، در آن از آینه های کاو و کوژ بحث به میان آورده است.^۱ خوشبختانه، قبلاً هنگامی که در مورد کاربرد تصویری اصل فرما در دستگاههای شکستی صحبت می کردیم پایه مفهومی طراحی این قبیل آینه ها را بررسی کردیم. بنابراین فرض می کنیم که می خواهیم پیکربندی يك آینه چنان تنظیم شود که يك موج تخت فرودی، در بازتابش از آن به موج کروی همگراينده ای تغییر شکل دهد (شکل ۴۰.۵). اگر این موج تخت سرانجام در نقطه ای مانند F همگرا شود، باید طول راه نوری برای تمام پرتوها یکسان باشد، به همین ترتیب برای نقاط دلخواه A_1 و A_2

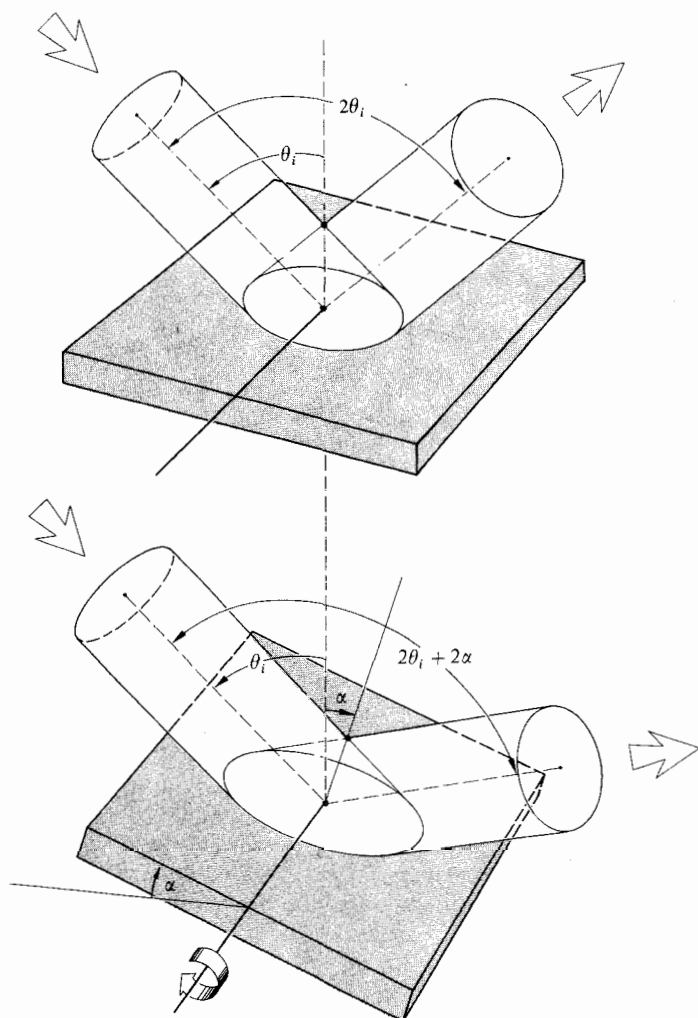
$$(O.P.L) = \overline{W_1 A_1} + \overline{A_1 F} = \overline{W_2 A_2} + \overline{A_2 F} \quad (۲۱.۵)$$

چون صفحه Σ موازی جبهه موج فرودی است

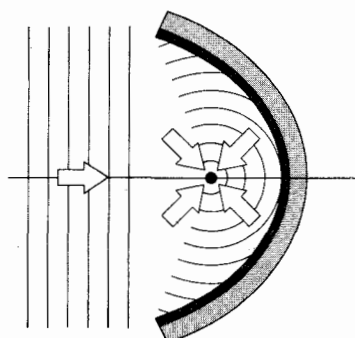
$$\overline{W_1 A_1} - \overline{A_1 D_1} = \overline{W_2 A_2} + \overline{A_2 D_2} \quad (۲۲.۵)$$

بنابراین، معادله (۲۱.۵) برای سطحی که در آن $\overline{A_1 F} = \overline{A_2 F}$ و

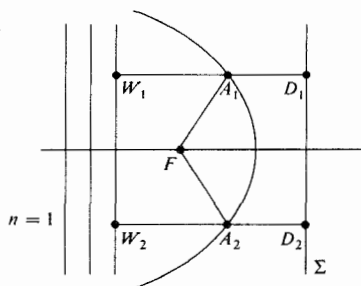
$\overline{A_1 F} = \overline{A_2 F}$ ، یا به بیان کلیتر، سطحی که در آن هر نقطه A روی آینه، $\overline{AF} = \overline{AD}$ باشد، صادق است. همین شرط در بخش ۱۰۲.۵ مورد بحث قرار گرفت که در آن رابطه



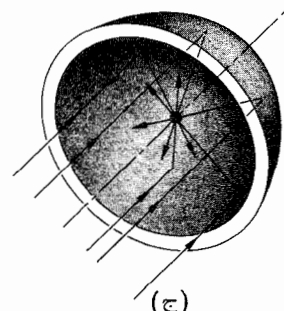
شکل ۳۹.۵ چرخش يك آینه و جابجایی زاویه ای همراه با يك باریکه.



(الف)



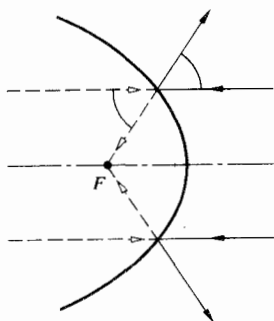
(ب)



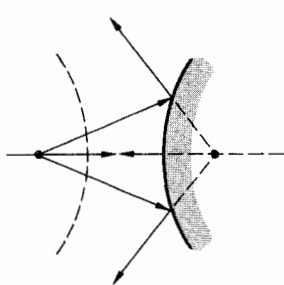
(ج)

شکل ۴۰.۵ آینه سهمی وار.

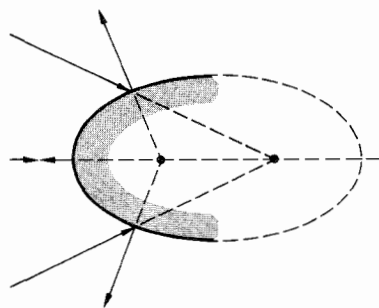
۱. دیوپتریکس به مفهوم نورشناخت عناصر شکستی است در صورتی که کاتوپتریکس بر نورشناخت سطوح بازتابان اشاره دارد.



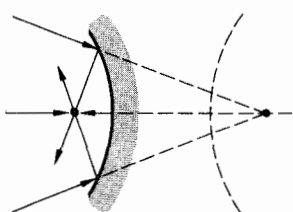
شکل ۴۲.۵ تصاویر حقیقی و مجازی در آینه سهمی وار.



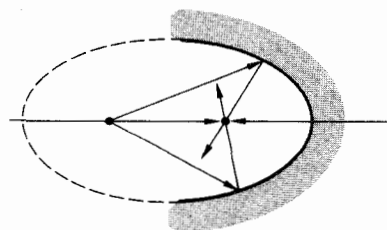
(الف) هذلولی وار کاو



(ب) بیضوی کاو



(ج) هذلولی وار کوژ

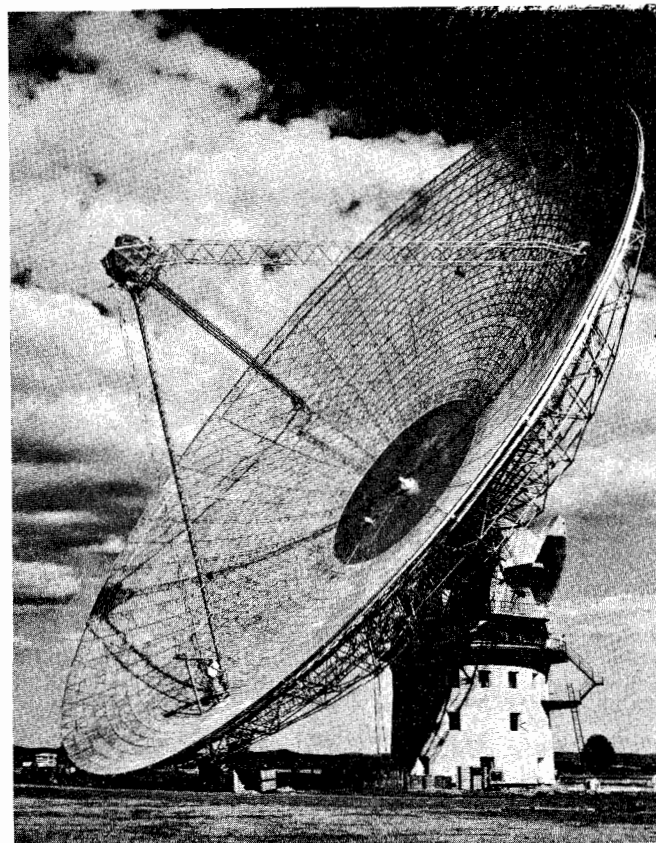


(د) بیضوی کوژ

شکل ۴۳.۵ آینه‌های هذلولی و بیضوی.

($e < 1$) و هذلولی وار ($e > 1$)، وجود دارند که به نوعی جالب توجه‌اند. هر دو اینها تصویر سازی کاملی را بین یک جفت نقاط محوری همیوگ متناظر باکانونهای آن ایجاد می‌کنند (شکل ۴۳.۵). همان‌طور که به زودی خواهیم دید، در پیکربندیهای تلسکوپ کاسگرانی و گریگوریایی^۱ از آینه‌های ثانویه‌ای استفاده می‌شود که به ترتیب هذلولی وار کوژ و بیضی وار هستند.

باید توجه داشت که تمامی این ابزارها را می‌توان به سهولت



شکل ۴۱.۵ آنتن رادیویی سهمی وار.

$\overline{AF} = e(\overline{AD})$ را پیدا کردیم، که e خروج از مرکز مقطع مخروطی بود. در اینجا $e = 1$ ، به عبارت دیگر، سطح یک سهمی وار است که F کانون و Σ هادی آن است. همچنین این پرتوها می‌توانند به خوبی وارونه شوند، یعنی یک چشمه نقطه‌ای در کانون یک سهمی وار منجر به گسیلش موجهای تخت از دستگاه خواهد شد. گستره‌های پیکربندی سهمی وار در کاربردهای امروزی آن از نور فلاش و بازتابگرهای چراغ جلسوی ماشین تا آنتنهای رادیو تلسکوپی غول پیکر (شکل ۴۱.۵)، از شیپورهای میکروموجی و بشقابهای آکوستیکی تا آینه‌های تلسکوپیهای نوری و آنتنهای مخابراتی را که در ماه نصب شده‌اند، در بر می‌گیرند. آینه سهمی وار کوژ نیز امکان پذیر است اما کمتر به کار می‌رود. با به کارگیری آنچه اکنون می‌دانیم، از شکل ۴۲.۵ آشکار است که دسته‌ای از پرتوهای موازی فرودی هنگامی که آینه کوژ باشد، تصویری مجازی در F تشکیل می‌دهند، و اگر آینه کاو باشد، تصویر تشکیل شده حقیقی خواهد بود.

آینه‌های ناکسروی متعدد دیگری، یعنی آینه‌های بیضوی

۱. جیمز گریگوری انگلیسی در سال ۱۶۶۳ پیشنهاد کرد که در تلسکوپ به جای عدسی شیئی یک آینه کاو قرار گیرد و در سال ۱۶۷۲ نیوتون و کاسبرن فرانسوی اولین تلسکوپیهای عملی را ساختند. — م.

به صورت

$$y^2 + (x - R)^2 = R^2 \quad (۴۳.۵)$$

است، که در آن فاصلهٔ مرکز C از مبدأ O برابر شعاع R است. این معادله را چنین می‌نویسیم

$$y^2 - 2Rx + x^2 = 0$$

و با حل آن به‌ازای x داریم

$$x = R \pm (R^2 - y^2)^{1/2} \quad (۴۴.۵)$$

ما توجه خود را تنها به‌مقادیری از x که کمتر از R باشند، یعنی یک نیمکره که در سمت راست گشوده است، و با علامت منفی در معادلهٔ (۴۴.۵) متناظر است، معطوف خواهیم‌کرد. با پیروی از بسط رشتهٔ دو جمله‌ای، x به‌شکل زیر درمی‌آید

$$x = \frac{y^2}{2R} + \frac{1y^4}{2^2 2! R^3} + \frac{1 \cdot 3 y^6}{2^3 3! R^5} + \dots \quad (۴۵.۵)$$

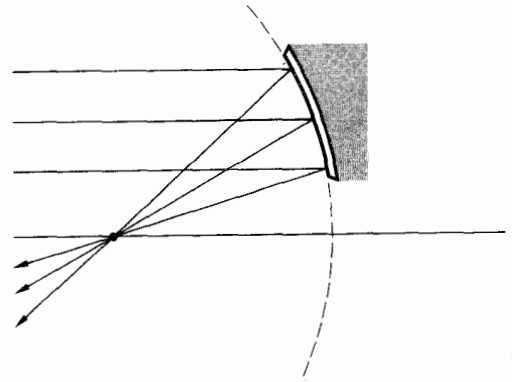
این عبارت به محض در نظر آوردن اینکه معادلهٔ متعارف برای سهمی که رأس آن در مبدأ بوده و کانونش به‌فاصلهٔ f در سمت راست مبدأ قرار داشته باشد (شکل ۴۵.۵ ب) چنین است

$$y^2 = 2fx \quad (۴۶.۵)$$

بنابراین با مقایسهٔ این دو فرمول می‌بینیم که اگر داشته باشیم: $4f = 2R$ ، یعنی اگر $f = R/2$ ، عبارت نخست رشته‌را می‌توان همانند یک سهمی تصور کرد درحالی‌که جملات باقی‌مانده، انحراف از آن را نشان می‌دهند. چنانچه این انحراف Δx باشد، آنگاه

$$\Delta x = \frac{y^4}{8R^3} + \frac{y^6}{16R^5} + \dots \quad (۴۷.۵)$$

مسلماً، این اختلاف تنها وقتی قابل اندازه‌گیری است که y در مقایسه با R نسبتاً بزرگ باشد (شکل ۴۵.۵ ج). در ناحیهٔ



شکل ۴۴.۵ گوشه‌ای از آینه سهمی‌وار دور از محور.

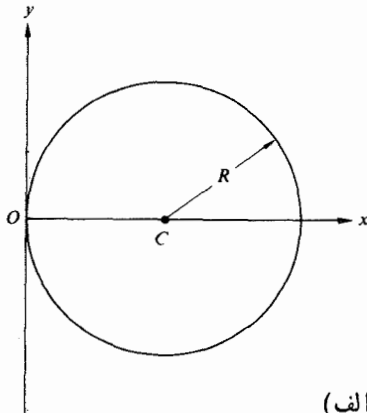
در بازار یافت. در واقع، حتی می‌توان افزون بردستگاههای مرکزدار متداوّلر، اجزای خادج از محور را نیز خریداری کرد. از اینرو، در شکل ۴۴.۵، کانونی شدن باریکهٔ نور می‌تواند بازهم بیشتر شود بدون آنکه احتیاج به مسدود کردن آینه باشد. ضمناً این‌شکل هندسی در آنتنهای شیبوری میکروموج بزرگ که نقش قابل توجهی در مخبرات امروزی بازی می‌کنند، به‌کار می‌رود.

۳.۴.۵ آینه‌های کروی

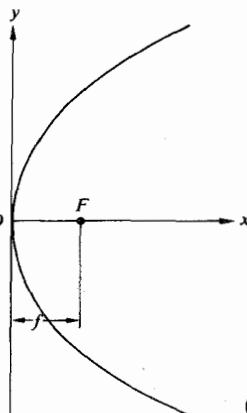
دوباره این واقعیت را یادآوری می‌کنیم که ساختن سطوح ناکروی دقیق بسیار مشکلتر از ساختن سطوح کروی است. هزینه‌های زیاد همراه با صرف‌زمان زیاد و تلاش بسیار مستلزم تولید ناکرویهای با کیفیت بالاست. ما به‌انگیزهٔ این ملاحظات عملی، یکبار دیگر به پیکربندی کروی بر می‌گردیم تا تعیین کنیم این پیکربندی تحت چه شرایطی باید کارایی مناسبی داشته باشد.

۱. ناحیهٔ پیرامحوری

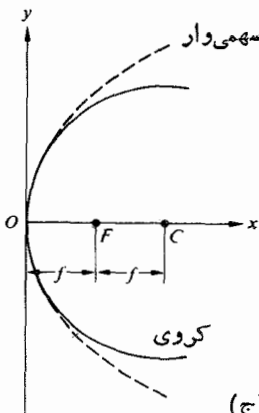
معادلهٔ مشهور سطح مقطع دایره‌ای یک کسره (شکل ۴۵.۵ الف)



(الف)

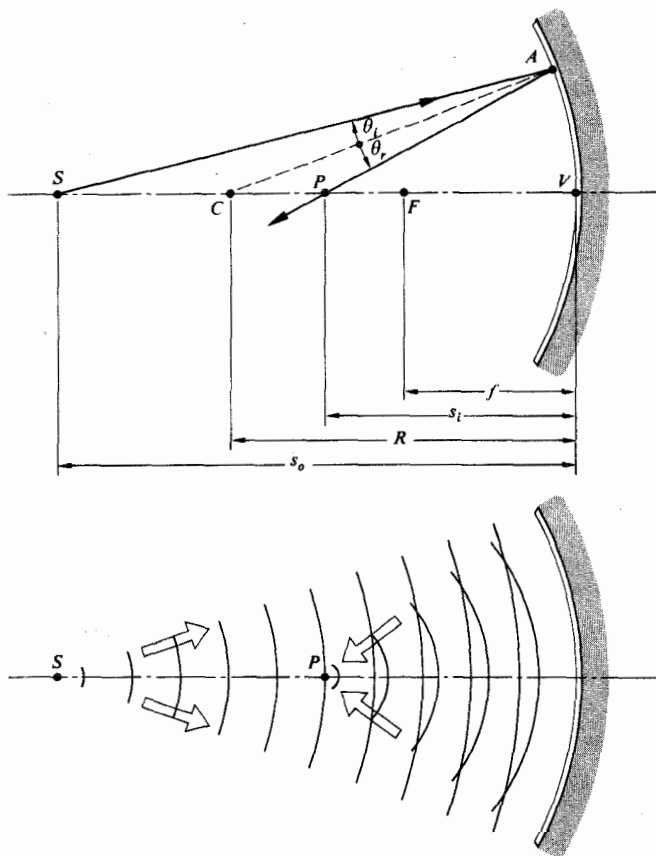


(ب)



(ج)

شکل ۴۵.۵ مقایسه یک آینه کروی و یک آینه سهمی‌وار.



شکل ۴۶.۵ آینه‌کروی کاو.

$$\lim_{s_i \rightarrow \infty} s_o = f_o$$

درحالی که کانون ثانویه یا کانون تصویر متناظر است با

$$\lim_{s_o \rightarrow \infty} s_i = f_i$$

در نتیجه، از معادله (۴۹.۵)

$$\frac{1}{f_o} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{f_i} = -\frac{2}{R}$$

یعنی همانطور که از معادله (۴۵.۵) ج) استنباط کردیم، $f_o = f_i = -R/2$ بنابراین با حذف شاخصهای پایین فواصل کانونی داریم

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad (۵۰.۵)$$

مشاهده می‌شود که f در آینه‌های کاو ($R < 0$) مثبت و در آینه‌های کوژ ($R > 0$) منفی خواهد بود. در مورد اخیر تصویر

پیرامحوری، یعنی در مجاورت خیلی نزدیک محدود نسبی، این دو پیکربندی اساساً غیرقابل تمیز خواهند بود. بنابراین اگر در مورد نظریه پیرامحوری آینه‌های کروی به عنوان اولین تقریب سخن می‌گوییم، می‌توانیم دوباره نتایج حاصل از بررسی خود را در تصویرگیری آستیگماتیک سهمی واره‌ها به کار گیریم. ولی در عمل، γ آنقدرها محدود نخواهد بود و ابیراهیها آشکار خواهند شد. به علاوه، سطوح ناکروی تصویر کامل را تنها برای زوج نقطه‌های محوری تشکیل می‌دهند - این سطوح نیز از ابیراهیها در امان نخواهند بود.

۲. فرمول آینه

معادله پیرامحوری را که نقاط همیوگشیء و تصویر را به پارامترهای فیزیکی آینه‌کروی مربوط می‌کند می‌توان به آسانی از شکل ۴۶.۵ استنتاج کرد. به این منظور، مشاهده می‌شود که چون $\theta_i = \theta_r$ ، نیمساز \overline{CA} زاویه \overline{SAP} را نصف و از آنجا ضلع \overline{SP} از مثلث \overline{SAP} را متناسب با دو ضلع دیگر این مثلث، به دو بخش تقسیم می‌کند. یعنی

$$\frac{\overline{SC}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CP}}{\overline{PA}} \quad (۲۸.۵)$$

به علاوه

$$\overline{SC} = s_o - |R|, \quad \overline{CP} = |R| - s_i$$

که s_o و s_i در سمت چپ و بنابراین مثبت‌اند. اگر همین قرارداد علامتی را، همانطور که هنگام بحث درباره شکست مطرح کردیم برای R نیز به کار ببریم، در اینجا منفی خواهد بود زیرا C در سمت چپ V واقع است، یعنی این سطح کاو است. بنابراین $|R| = -R$

$$\overline{SC} = s_o + R \quad \text{در حالی که} \quad \overline{CP} = -(s_i + R)$$

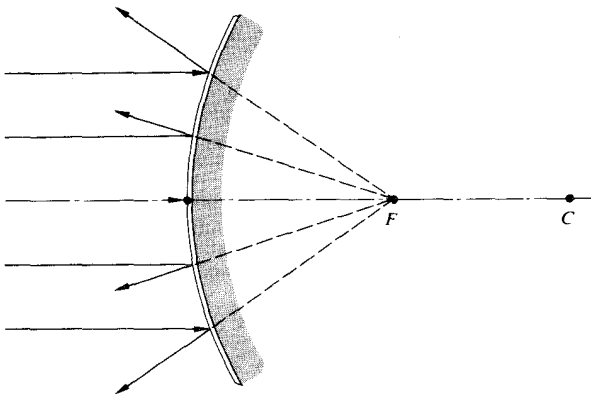
در ناحیه پیرامحوری $\overline{SA} \approx s_o$ ، $\overline{PA} \approx s_i$ و بنابراین معادله (۲۸.۵) به این صورت نوشته می‌شود

$$\frac{s_o + R}{s_o} = -\frac{s_i + R}{s_i}$$

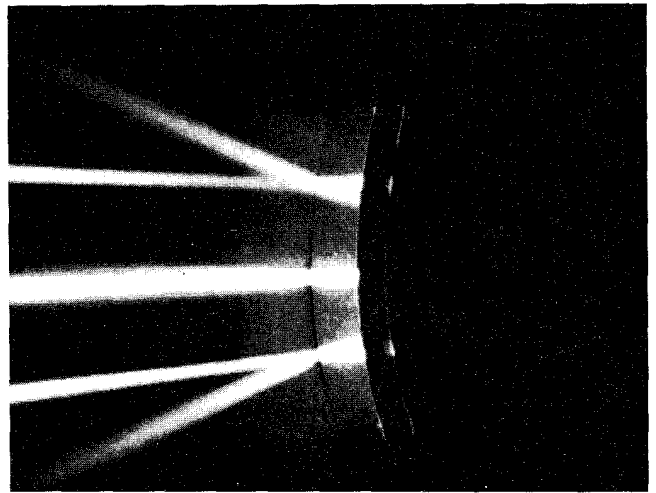
یا

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = -\frac{2}{R} \quad (۴۹.۵)$$

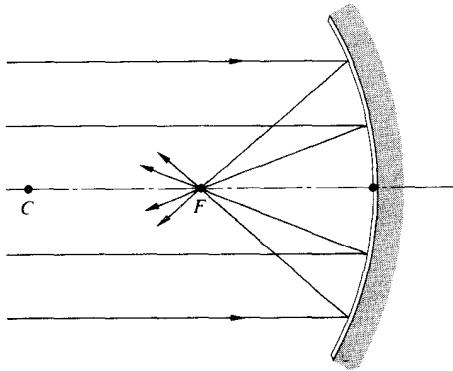
که غالباً فرمول آینه نامیده می‌شود، این فرمول همچنین در مورد آینه‌های کاو ($R < 0$) یا کوژ ($R > 0$) کار بست پذیر است. باز هم کانون اولیه یا کانون شیئی با رابطه زیر تعریف می‌شود



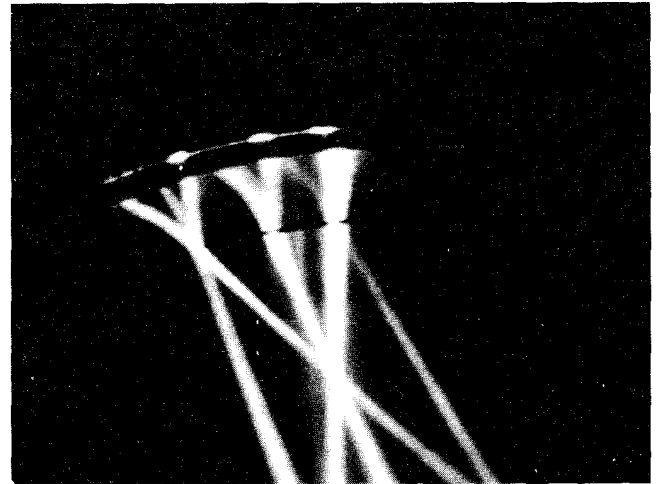
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۴۷.۵ کانونی کردن پرتوها در آینهٔ کروی.

در پشت آینه تشکیل می‌شود و مجازی است (شکل ۴۷.۵).

۳. تصویرگیری متناهی

خواص دیگر آینه‌ها آنقدر با خواص عدسیها و سطوح شکستی کروی شبیه‌اند که تنها لازم است، بدون تکرار کامل بسط منطقی آنها، یادآوری کوتاهی از هر یک به عمل آوریم: به این ترتیب، در محدودیتهای نظریهٔ پیرامحوری، هر دسته از پرتوهای موازی دور از محور در نقطه‌ای روی صفحهٔ کانونی که عمود بر محور نوری از F می‌گذرد، کانونی خواهد شد. همچنین، شیء متناهی تخت عمود بر محور نوری در صفحه‌ای در همان جهت (با اولین تقریب) تصویر خواهد شد. اساساً می‌گوییم که هر نقطه شیء نقطهٔ تصویر متناظری در این صفحه دارد. این مطلب مسلماً برای آینهٔ تخت درست است اما در مورد پیکر بندیهای دیگر تقریبی است. برای اطمینان،

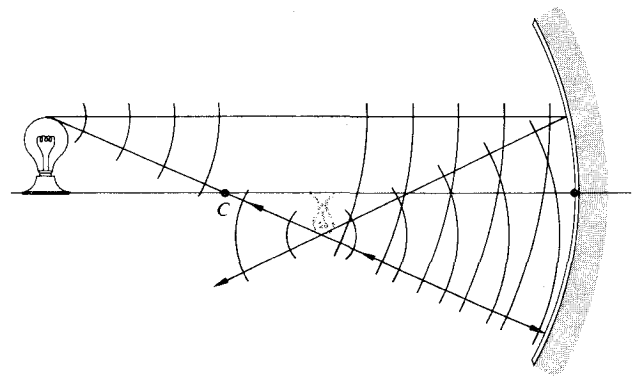
اگر آینه‌ای کروی به‌طور مناسبی در عملکردش محدود شود، امواج بازتابیدهٔ ناشی از هر نقطه مجازی با تقریب بسیار ناچیزی امواج کروی خواهند بود. تحت چنین شرایطی می‌توان از یک شیء گسترده تصاویر متناهی خوبی تشکیل داد (شکل ۴۸.۵). درست همانطور که هر نقطهٔ تصویر ایجاد شده توسط عدسی نازکی، در طول خط راستی قرار دارد که از مرکز نوری O می‌گذرد، هر نقطهٔ تصویر برای آینه کروی روی پرتوی که هم از مرکز خمیدگی C و هم از نقطه شیء می‌گذرد، قرار خواهد داشت. مانند مورد عدسیهای نازک (شکل ۲۳.۵)، تعیین مکان تصویر از راه ترسیم کاملاً ساده و خالی از زحمت است. در این مورد هم، نوک تصویر در محل تقاطع دو پرتو تعیین مکان می‌شود، یعنی پرتوی که در ابتدا موازی محور بود، پس از بازتابش از F می‌گذرد، و دیگری به‌طور مستقیم از C می‌گذرد (شکل ۴۹.۵). پرتوی که از هر نقطه شیء

مانند آنها) حاوی اطلاعاتی است، همان معادله مربوط به f است، بنابراین، تا اندازه قابل فهمی، با معادله مربوط به عدسی نازک و آینه کروی تفاوت دارد. اما، عبارتهای تابعی دیگر که S_o ، S_i و f یا y_o ، y_i و M_T را به هم ربط می‌دهند، دقیقاً یکسان‌اند. تنها تغییری که در قرارداد علامتی گذشته ظاهر می‌شود در جدول ۴.۵ است که در آنجا S_i که در سمت چپ V است، اکنون مثبت گرفته می‌شود. شباهت قابل توجه بین خواص آینه کاو و عدسی کوژ از يك سو و بین آینه کوژ و عدسی کاو از سوی دیگر درمقایسه جدولهای ۳.۵ و ۴.۵ که از تمام جهات یکسان‌اند، کاملاً آشکار است.

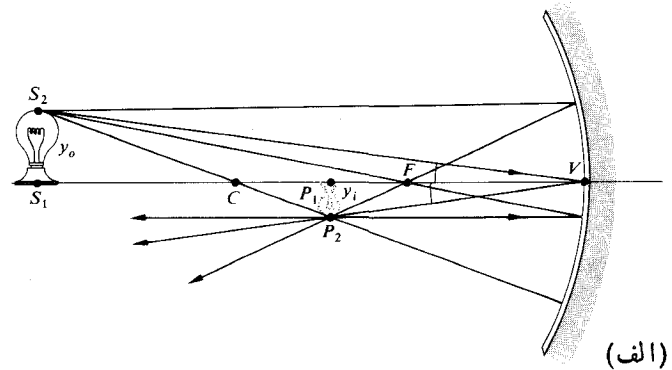
می‌توان درستی این خواص را که در جدول ۴.۵ خلاصه شده‌اند، به‌سہولت و به‌طور تجربی، مورد پژوهش قرار داد. اگر آینه‌ای کروی در دسترس نداشته باشید، می‌توانید آینه‌ای نسبتاً غیردقیق، ولی عملی، بسازید؛ ورقه آلومینیوم را با دقت روی يك جسم کروی مثل انتهای يك لامپ الکتریکی بکشید (در این حالت ویژه R و بنابراین f کوچک خواهند بود). يك آزمایش کیفی نسبتاً دقیق مستلزم بررسی تصویر شیء کوچکی است که به وسیله يك آینه کاو با فاصله کانونی کم تشکیل شده است. اگر شیء را از فاصله $R = 2f$ به‌سوی آینه حرکت دهید، تصویر به تدریج بزرگ می‌شود و در $S_o = 2f$ به‌صورت وارونه و به‌همان اندازه ظاهر می‌شود: درحالی که اگر آن را بازهم به آینه نزدیکتر کنید باعث بزرگ شدن تصویر خواهد شد تا اینکه تمام آینه را با يك لکه غیر قابل تشخیص می‌پوشاند. هر چه S_o کوچکتر شود، تصویری که اینک مستقیم و بزرگتر از جسم است به تدریج کوچک می‌شود تا اینکه سرانجام بسا قرار گرفتن شیء روی آینه، تصویر دوباره به اندازه شیء می‌شود. چنانچه نمی‌خواهید تمام این مراحل را بگذرانید برای انجام فوری این کار و در اختیار داشتن يك آینه

جدول ۴.۵ قرارداد علامتگذاری برای آینه‌های کروی.

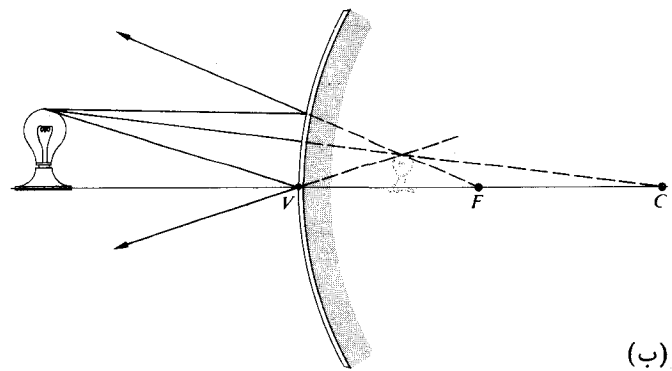
کمیت	علامت	
	+	-
S_o	سمت چپ V ، شیء حقیقی	سمت راست V ، شیء مجازی
S_i	سمت چپ V ، تصویر حقیقی	سمت راست V ، تصویر مجازی
f	آینه کاو	آینه کوژ
R	C در سمت راست V ، کوژ	C در سمت چپ V ، کاو
y_o	بالای محور-شیء مستقیم	پایین محور، شیء وارونه
y_i	بالای محور-تصویر مستقیم	پایین محور، تصویر وارونه



شکل ۴۸.۵ جبهه موهای بازتابیده از يك آینه کاو.



(الف)



(ب)

شکل ۴۹.۵ تصویرگیری متناهی با آینه‌های کروی.

خارج از محور به کله برخورد می‌کند، در بازتابش، نسبت به محور نوری زاویه‌های مساوی تشکیل می‌دهد و از اینرو به‌ویژه برای ترسیم نیز مناسب است. پرتوی هم که ابتدا از کانون می‌گذرد و پس از بازتابش به موازات محور خارج می‌شود چنین است. توجه داریم که مثلثهای S_1P_1V و S_2P_2V مشابه و بنابراین اضلاعشان متناسب است. همانند قبل، y_i را منفی می‌گیریم چون در زیر محور است، $y_i/y_o = -S_i/S_o$ که البته با بزرگنمایی عرضی، M_T ، برابر و با بزرگنمایی عدسی یکسان است (۲۵.۵). تنها معادله‌ای که نسبت به ساختار عنصر نوری (n ، R و

جدول ۵.۵ تصاویر اشیای حقیقی که توسط آیینه‌های کروی تشکیل می‌شوند.

کاو				
تصویر				شیء
مکان	نوع	مکان	سمتگیری	اندازه نسبی
$\infty > s_o > 2f$	حقیقی	$f < s_i < 2f$	وارونه	کوچکتر
$s_o = 2f$	حقیقی	$s_i = 2f$	وارونه	مساوی
$f < s_o < 2f$	حقیقی	$\infty > s_i > 2f$	وارونه	بزرگتر
$s_o = f$		$\pm \infty$		
$s_o < f$	مجازی	$ s_i > s_o$	مستقیم	بزرگتر

کوخ				
تصویر				شیء
مکان	نوع	مکان	سمتگیری	اندازه نسبی
در هر جایی	مجازی	$ s_i < f $	مستقیم	کوچکتر

انتشار يك باریکه نور است. منشورها که در بسیاری از ابزارهای نوری کار گذاشته می‌شوند، اغلب به آسانی لای دستگاه، در يك فضای محدود جای می‌گیرند. منشورهای وارونی، منشورهای واگردانی، و منشورهای که يك باریکه را بدون وارونی یا واگردانی منحرف می‌کنند، وجود دارد که تمامی آنها بدون پاشندگی اند.

می‌توانید تصویر تشکیل‌شده به وسیلهٔ يك قاشق براق را بررسی کنید، این کار در مورد هر دو رویهٔ قاشق جالب خواهد بود.

۵.۵ منشورها

منشورها در نورشناخت نقشهای بسیار گوناگونی بازی می‌کنند؛ منشورهای ترکیبی وجود دارند که به عنوان باریکه شکاف (بخش ۴.۳.۴)، ابزار قطبنده (بخش ۳.۴.۸)، و حتی تداخل‌سنج، به کار می‌روند. علیرغم این گوناگونی، اکثراً تنها یکی از دو عملکرد عمدهٔ منشور را به کار می‌گیرند. اولاً، منشور می‌تواند همچون ابزاری پاشنده، همانطور که در نوعی از آنالیزورهای طیفی عمل می‌کند، به کار رود. یعنی، منشور تا حدودی قادر است مؤلفه‌های سازای يك باریکهٔ نور چند رنگ را از هم جدا کند. به یاد بیاورید که اصطلاح پاشندگی، قبلاً در بخش (۱.۳.۳) در ارتباط با بسامد وابسته به ضریب شکست، $n(\omega)$ ، در مورد دی‌الکتریکها معرفی شد. در واقع، منشور ابزار اندازه‌گیری بسیار مفیدی را برای $n(\omega)$ در دامنهٔ گسترده‌ای از بسامدها و برای مواد بسیار گوناگونی (از جمله گازها و مایعات) فراهم می‌آورد. دومین و بیشترین عملکرد مورد استفادهٔ آن تأثیر در تغییر سمتگیری يك تصویر یا در راستای

۱.۵.۵ منشورهای پاشنده

معمولاً پرتو ورودی به يك منشور پاشنده، مانند شکل ۵.۵، در حالی از منشور خارج خواهد شد که به اندازهٔ زاویهٔ δ که به زاویه انحراف معروف است، از امتداد اصلی خود منحرف شده باشد. این پرتو، در اولین شکست به اندازهٔ $(\theta_{i1} - \theta_{r1})$ و در دومین شکست به مقدار بیشتری و به اندازهٔ $(\theta_{i2} - \theta_{r2})$ منحرف می‌شود. بنابراین انحراف کل برابر است با

$$\delta = (\theta_{i1} - \theta_{r1}) + (\theta_{i2} - \theta_{r2})$$

چون چهارضلعی $ABCD$ دارای دو زاویهٔ قائمه است، باید $\angle BCD$ مکمل زاویهٔ α باشد، در این حال چون α زاویهٔ خارجی مثلث BCD است، با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاورش

$$\delta = \theta_{i1} + \sin^{-1}[(\sin \alpha)(n^2 - \sin^2 \theta_{i1})^{1/2} - \sin \theta_{i1} \cos \alpha] - \alpha \quad (53.5)$$

ظاهراً δ به ازای n که خودش تابعی از بسامد است افزایش می یابد، و بنا بر این باید انحراف را به شکل $\delta(v)$ یا $\delta(\lambda)$ نماد گذاری کنیم. در مورد بیشتر دی الکتریکهای شفاف کاربردی، هرچه طول موج در عبور از نور مرئی زیادتر شود، $n(\lambda)$ می مربوطه کاهش می یابد [رک قبل و شکل ۱۳.۳ به خاطر ملاحظه نموداری از $n(\lambda)$ بر حسب λ برای شیشه های گوناگون]. بنا بر این روشن است که $\delta(\lambda)$ برای نور قرمز کمتر است تا برای نور آبی.

گزارش هیئت هایی که در آخر قرن شانزدهم از آسیا دیدن کرده اند، حاکی است که در این مناطق منشورها را کاملاً می شناخته اند و این ابزار به علت توانایی تولید رنگ، در چین از ارزش فراوانی برخوردار بوده اند. شماری از دانشمندان این دوران، به ویژه مسارسی، گریمالدی و بویل، با استفاده از منشور مطالعاتی انجام دادند اما انجام نخستین بررسیهای تعیین کننده در مورد پاشندگی را سر ایزاک نیوتون کبیر به عهده گرفت. در ششم فوریه سال ۱۶۷۲/۱۴۱۱، نیوتون مقاله ای کلاسیک تحت عنوان نظریه ای نوین در مورد نور و رنگ به انجمن سلطنتی ارائه کرد. او نتیجه گیری کرده بود که نور سفید آمیزه ای از رنگهای گوناگون است و فرایند شکست وابسته به رنگ است.

با بازنگری معادله (۵۳.۵)، معلوم می شود که باریکه ای تکفام هنگام پیمودن منشوری مشخص (یعنی منشوری که در آن n و α ثابت اند)، انحرافی پیدا می کند که تنها تابعی از زاویه فرودی، θ_{i1} ، بر نخستین وجه منشور است. نموداری از نتایج معادله (۵۳.۵) که در یک منشور شیشه ای نمونه به کار رفته در شکل ۵۱.۵ نشان داده شده است. کوچکترین مقدار δ ، هینیم انحراف δ_m خوانده می شود و بنا به دلایل عملی مورد توجه ویژه است. δ_m را می توان به طور تحلیلی با دیفرانسیل گیری از معادله (۵۳.۵) و سپس قرار دادن $d\delta/d\theta_{i1} = 0$ ، تعیین کرد. اما بهره گیری از روشی غیر مستقیمتر، حتماً ساده تر خواهد بود. دیفرانسیل گیری از معادله (۵۲.۵) و برابر نهادن آن با صفر به معادله زیر منجر می شود

$$\frac{d\delta}{d\theta_{i1}} = 1 + \frac{d\theta_{i2}}{d\theta_{i1}} = 0$$

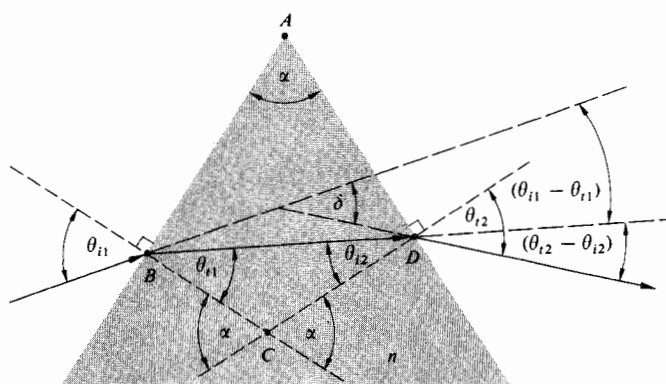
و نتیجه می گیریم: $d\theta_{i2}/d\theta_{i1} = -1$. مشتق گیری از قانون اسنل در هر سطح مشترک به دست می دهد

$$\cos \theta_{i1} d\theta_{i1} = n \cos \theta_{i1} d\theta_{i1}$$

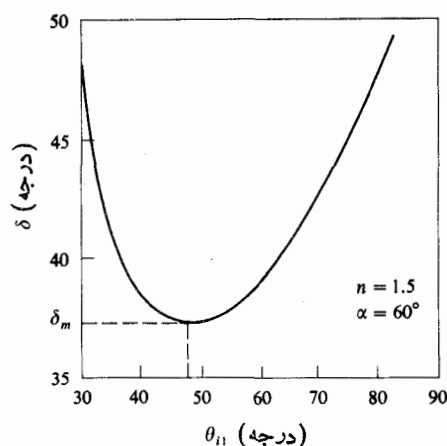
و

$$\cos \theta_{i2} d\theta_{i2} = n \cos \theta_{i2} d\theta_{i2}$$

همچنین توجه داریم که در دیفرانسیل گیری از معادله (۵۱.۵)،



شکل ۵۰.۵ ترسیم هندسی يك منشور پاشان.



شکل ۵۱.۵ انحراف بر حسب زاویه فرودی.

برابر است، یعنی

$$\alpha = \theta_{i1} + \theta_{i2} \quad (51.5)$$

از آنجا

$$\delta = \theta_{i1} + \theta_{i2} - \alpha \quad (52.5)$$

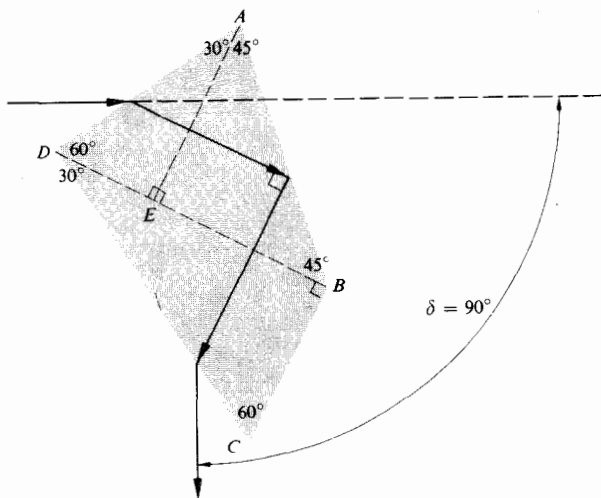
کاری که اکنون می خواهیم انجام دهیم، نوشتن δ به صورت تابعی هم از زاویه فرودی پرتو (یعنی θ_{i1})، و هم از زاویه منشور، α ، با فرض معلوم بودن آنهاست. با پیروی از قانون اسنل، اگر ضریب شکست منشور n و در هوا ($n_a \approx 1$) غوطه ور باشد، داریم

$$\theta_{i2} = \sin^{-1}(n \sin \theta_{i2}) = \sin^{-1}[n \sin(\alpha - \theta_{i1})]$$

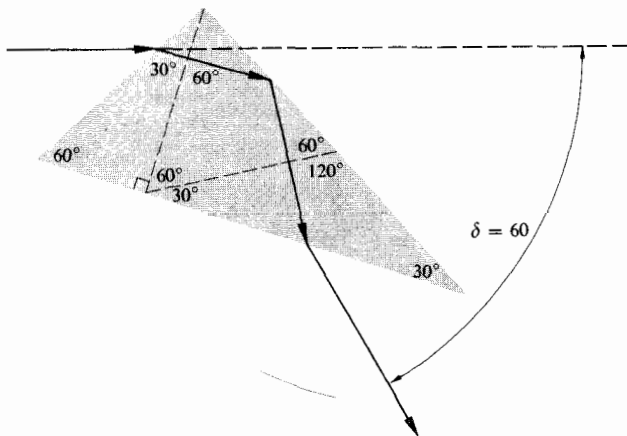
با بسط این عبارت، و نشان دادن $(1 - \sin^2 \theta_{i1})^{1/2}$ به جای $\cos \theta_{i1}$ ، و با استفاده از قانون اسنل این رابطه چنین می شود

$$\theta_{i2} = \sin^{-1}[(\sin \alpha)(n^2 - \sin^2 \theta_{i1})^{1/2} - \sin \theta_{i1} \cos \alpha]$$

بنابراین انحراف برابر است با



شکل ۵۲.۵ منشور پلن-بروکا.



شکل ۵۳.۵ منشور آبه.

شکلهای ۵۲.۵ و ۵۳.۵ دو نمونه از منشورهای پاشنده با انحراف ثابت را نشان می‌دهند که اصولاً درطیف‌نمایی از اهمیت فراوانی برخوردارند. منشور پلن-بروکا احتمالاً متداولترین منشور از این گروه است. گرچه این منشور يك تك قطعهٔ شیشه‌ای است، ولی می‌تواند شامل دو منشور ۳۰°-۶۰°-۹۰° و يك منشور ۴۵°-۴۵°-۹۰° باشد. فرض می‌کنیم که در وضعیت نموده شده تک‌پرتو تک‌رنگی با طول موج λ از پاره منشور DAE به‌طور متقارن عبور کند، بعد از آن باید با زاویهٔ ۴۵° از وجه AB باز تابد. این پرتو سپس به‌طور متقارن از منشور CDB که تحت يك انحراف کلی ۹۰° بوده است، می‌گذرد. درعمل، می‌توان چنین پنداشت که این پرتو از يك منشور ۶۰° درجهٔ معمولی (ترکیب DAE با CDB) و درمینیمم انحراف، عبور کرده است. تمامی طول موجهای دیگر که در باریکهٔ نور حضور دارند با زاویه‌های

$d\theta_{i1} = -d\theta_{i2}$ ، چون $d\alpha = 0$. با تقسیم دو معادلهٔ اخیر به‌یکدیگر و با نشان دادن مقادیر مشتقها، به‌دست می‌آوریم

$$\frac{\cos \theta_{i1}}{\cos \theta_{i2}} = \frac{\cos \theta_{i1}}{\cos \theta_{i2}}$$

یکبار دیگر قانون اسنل را به‌کار می‌گیریم، در آن صورت رابطهٔ بالا به‌شکل زیر نوشته می‌شود

$$\frac{1 - \sin^2 \theta_{i1}}{1 - \sin^2 \theta_{i2}} = \frac{n^2 - \sin^2 \theta_{i1}}{n^2 - \sin^2 \theta_{i2}}$$

مقدار θ_{i1} که به‌ازای آن این رابطه برقرار است، همان مقداری است که به‌ازای آن: $d\delta/d\theta_{i1} = 0$. از آنجا که $n \neq 1$ ، نتیجه می‌گیریم که

$$\theta_{i1} = \theta_{i2}$$

و بنا بر این

$$\theta_{i1} = \theta_{i2}$$

معنی این رابطه‌ها این است که، پرتوی که به‌ازای آن انحراف مینیمم است، به‌طور متقارنی از منشور می‌گذرد، یعنی با قاعدهٔ آن موازی است. ضمناً، استدلالی موجه برای این مطلب که چرا باید θ_{i1} با θ_{i2} مساوی باشد وجود دارد، که نه استدلالی آنچنان ریاضی است و نه به‌خسته‌کنندگی استدلالی است که تاکنون درگیرش بودیم. به‌طور خلاصه، فرض کنیم يك پرتو مینیمم انحرافی پیدا کرده و $\theta_{i1} \neq \theta_{i2}$ است. پس اگر این پرتو را معکوس کنیم، همان مسیر را برمی‌گردد و بنا بر این δ بدون تغییر باقی خواهد ماند، یعنی $\delta = \delta_m$. ولی این رابطه بر وجود دو زاویهٔ فرودی مختلف دلالت می‌کند که به‌ازای آنها انحراف مینیمم است و می‌دانیم که این موضوع صحیح نیست - بنا بر این $\theta_{i1} = \theta_{i2}$. درحالتی که $\delta = \delta_m$ ، پیامد (۵۱.۵)، پیامد (۵۲.۵) این است که $\theta_{i1} = \alpha/2$ و $\theta_{i2} = (\delta_m + \alpha)/2$ ، و در نتیجهٔ آن، قانون اسنل در اولین سطح مشترك به

$$n = \frac{\sin [(\delta_m + \alpha)/2]}{\sin \alpha/2} \quad (54.5)$$

منجر می‌شود. این معادله شالودهٔ یکی از دقیقترین روشهای تعیین ضریب شکست يك مادهٔ شفاف را تشکیل می‌دهد. درعمل، منشوری را از مادهٔ موردنظر می‌سازیم، و سپس با اندازه‌گیری α و $\delta_m(\lambda)$ با به‌کار گرفتن معادلهٔ (۵۴.۵) در هر طول موج موردنظر، $n(\lambda)$ محاسبه می‌شود. منشورهای میان تهی را که وجوه آنها از سطوح شیشه‌ای تخت موازی ساخته شده‌اند می‌توان از امیاعات یا گازهایی تحت فشار بالا پر کرد، این سطوح شیشه‌ای خودشان هیچگونه انحرافی پدید نخواهند آورد.

فرودی داخلی از زاویه حد، θ_c ، که از رابطه زیر به دست می آید، بزرگتر باشد

$$\sin \theta_c = n_{ii} \quad [۶۹.۴]$$

برای يك سطح مشترك شیشه-هوا، این رابطه ایجاب می کند که θ_i تقریباً بزرگتر از ۴۲° باشد. به خاطر اجتناب از مشکلاتی که در زوایای کوچکتر پیش می آیند، بازم فرض می کنیم که قاعده منشور فرضی ما نیز نقره اندود شده باشد - در واقع ضروری است وجوه منشورهای واقعی نقره اندود شوند. زاویه انحراف بین پرتوهای ورودی و خروجی برابر است با

$$\delta = ۱۸۰^\circ - \angle BED \quad (۵۵.۵)$$

از چهارضلعی $ABED$ داریم

$$\alpha + \angle ADE + \angle BED + \angle ABE = ۳۶۰^\circ$$

افزون بر این، در دوسطح شکست دهنده

$$\angle ABE = ۹۰^\circ + \theta_{i1}$$

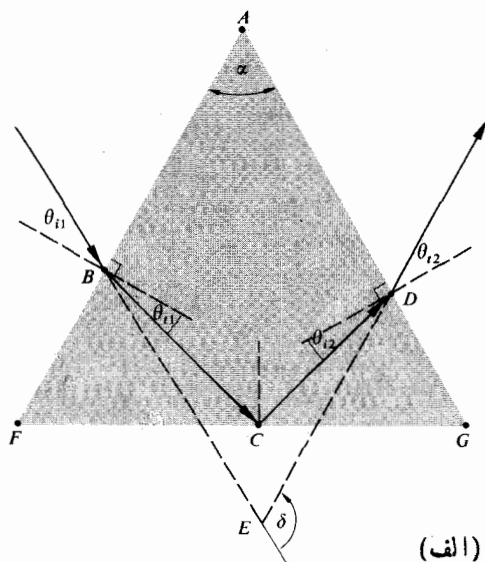
و

$$\angle ADE = ۹۰^\circ + \theta_{i2}$$

با قرار دادن $\angle BED$ در معادله (۵۵.۵)

$$\delta = \theta_{i1} + \theta_{i2} + \alpha \quad (۵۶.۵)$$

از آنجا که این پرتو در نقطه C دارای زوایای مساوی ورودی و خروجی است، یعنی $\angle BCF = \angle DCG$. بنابراین، چون این



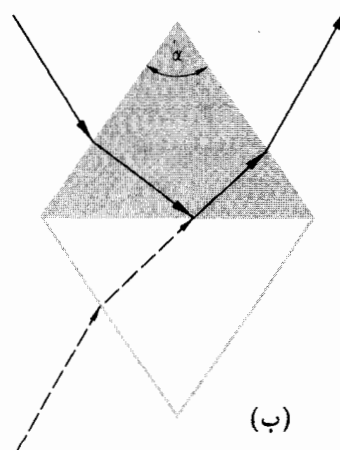
(الف)

دیگری خارج خواهند شد. حال اگر این منشور کمی به دور محوری عمودی بر صفحه کاغذ بچرخد، باریکه نور ورودی زاویه فرودی جدیدی خواهد داشت. اکنون يك مؤلفه موج متفاوت، یعنی λ_2 ، مینیمم انحرافی که دوباره همان ۹۰° است خواهد داشت - از اینرو آن را انحراف ثابت می نامیم. با منشوری از این نوع، می توان براحتی چشمه نوری و دستگاه دیدگر را با زاویه ثابتی (در اینجا ۹۰°) سوار کرد و سپس به منظور نگاه کردن با طول موج ویژه ای، صرفاً باید منشور را چرخاند. این وسیله را می توان چنان درجه بندی کرد که صفحه مدرج منشور چرخان مستقیماً بر حسب طول موج خوانده شود.

۲.۵.۵ منشورهای بازتابان

بر خلاف بخش پیشین، اکنون منشورهای بازتابان را که در آنها دیگر پاشندگی مطلوب نیست، بررسی می کنیم. در این مورد، باریکه نور به شیوه ای مطرح خواهد شد که یا به منظور خاص تغییر امتداد انتشار، یا سمته گیری تصویر، یا هر دوهدف، دست کم يك بازتابش درونی رخ دهد.

نخست اثبات می کنیم که داشتن چنین بازتابشی درونی بدون همراهی پاشندگی، امکان پذیر است. به عبارت دیگر، آیا δ مستقل از λ است؟ فرض می شود که مقطع عرضی منشور شکل ۵۴.۵ يك مثلث متساوی الاضلاع است - اتفاقاً این پیکربندی متداولی است که به کار می بریم. پرتو بازتابیده در اولین سطح مشترك، بعداً از وجه FG بازمی تابد. همانطور که در گذشته دیدیم (بخش ۴.۳.۴) این موضوع هنگامی روی می دهد که زاویه



(ب)

شکل ۵۴.۵ نمایش هندسی منشور بازتابان.

می‌دانیم که این نتیجه گیری هم‌ارز است با: $\theta_{i1} = \theta_{i2}$ که بنا بر آن مقدار انحراف چنین می‌شود

$$\delta = 2\theta_{i1} + \alpha \quad (57.5)$$

که مسلماً هم از λ و هم از n مستقل است. بازتابش بدون هیچگونه برتری رنگی روی خواهد داد و این منشور را افام (آکروماتیک) می‌گویند. اگر منشور را مانند شکل ۵۴.۵ ب بازکنیم، یعنی اگر تصویرش را در سطح بازتابان FG رسم کنیم، می‌بینیم که این منشور به یک معنی با یک متوازی‌السطوح یا یک صفحه ضخیم تخت هم‌ارز است. تصویر پرتو ورودی بدون آنکه موج روی آن تأثیری بگذارد، موازی با خودش خارج می‌شود.

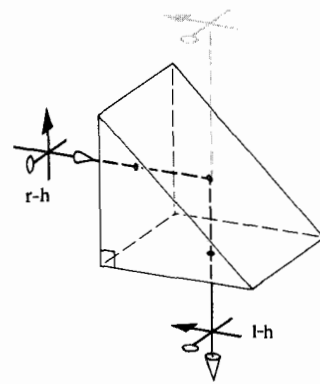
چند منشور بازتابان که کاربرد بسیار زیادی دارند، در چند شکل بعدی نشان داده شده‌اند. این منشورها اغلب از شیشه ۲-BSC یا ۱-C ساخته شده‌اند (جدول ۲.۶) این شکلها اکثراً خود-توضیح‌اند و بنا بر این تفسیر توصیفی آنها مختصر خواهد بود.

منشور داستگوشه (شکل ۵۵.۵) پرتوهای عمود بر صفحه فرود را به اندازه 90° منحرف می‌کند. توجه داریم که بالا و پایین تصویر جای خود را عوض کرده‌اند، یعنی، پیکان برعکس شده در حالی که چپ و راست تصویر تغییر نکرده است. بنا بر این، این منشور یک دستگاه وارونی است که وجه بالایی آن مانند یک آینه تخت عمل می‌کند. (برای درک این مطلب، پیکان و آدمک چوبی را دو بردار تصور کنید و ضرب برداری آنها را در نظر بگیرید. حاصلضرب برداری پیکان در آدمک چوبی ابتدا در راستای انتشار است ولی توسط منشور وارونه می‌شود.)

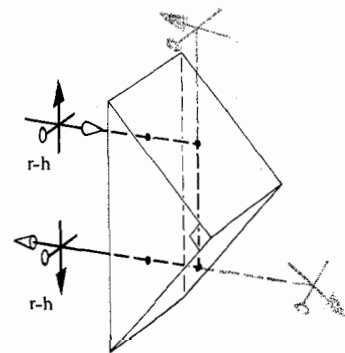
منشور پرو (شکل ۵۶.۵) از نظر فیزیکی مانند منشور قبلی است اما در سم‌گیری متفاوتی به کار گرفته می‌شود. باریکه نور، پس از دو بازتابش به اندازه 180° منحرف می‌شود. بنابراین، اگر ورود و باریکه نور به منشور راستگرد باشد، راستگرد هم آن را ترک می‌گوید.

منشور داو (شکل ۵۷.۵) نمونه‌ای از منشور ناقص (به خاطر کاهش اندازه و وزن) راستگوشه است، که تقریباً به طور انحصاری در نور موازی شده به کار می‌رود. این منشور دارای خاصیت جالب دوبار سریعتر چرخاندن تصویر نسبت به چرخش خودش به گرد محور طولی است (مسئله ۳۸.۵).

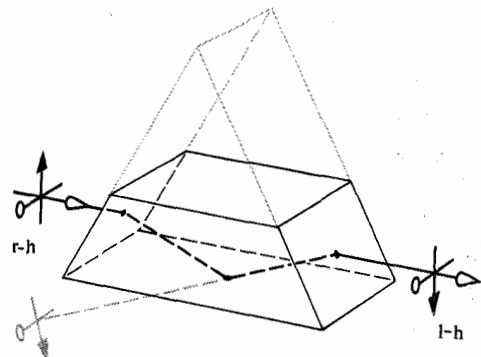
منشور امیچی^۱ (شکل ۵۸.۵) اساساً یک منشور ناقص راستگوشه است که بر روی وجه بزرگتر آن منشور مثلث القاعده‌ای که یالش به سمت بالاست قرار گرفته است. این منشور در متداولترین کاربردش دارای اثر شکافنگی تصویر از وسط و تعویض بخشهای راست و چپ است. ۲. این منشورها گران‌اند زیرا منشور



شکل ۵۵.۵ منشور راستگوشه.



شکل ۵۶.۵ منشور پرو.



شکل ۵۷.۵ منشور داو.

منشور متساوی‌الاضلاع است، $\angle BFC = \angle DGC$ و مثلثهای DGC و FBC مشابه‌اند. سرانجام نتیجه می‌شود که $\angle FBC = \angle CDG$ ، و از اینرو $\theta_{i1} = \theta_{i2}$. از قانون اسنل

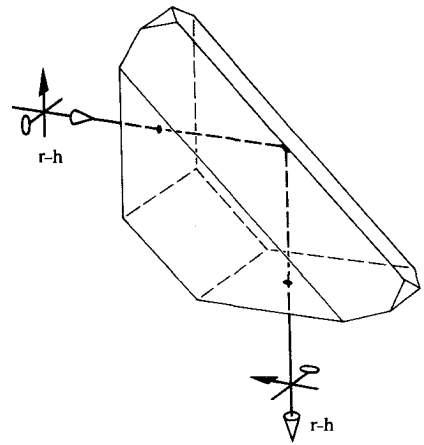
1. Amici

۲. این نکته را می‌توانید عملاً با قرار دادن دو آینه تخت عمود برهم و نگاه کردن مستقیم به این ترکیب، مشاهده کنید. اگر چشم راست خود را

باید دو وجه آن نقره‌اندود باشد. این منشورها اغلب به عنوان بازتابگرهای نهایی با برد یا بهای اندکی به کار می‌روند.

منشور با قاعده لوزی‌دار (شکل ۶۰.۵) خط دید را بدون هیچ گونه انحراف زاویه‌ای یا تغییر سمتگیری تصویری، جا به جا می‌کند. منشور لیمان - اسپرینگر (شکل ۶۱.۵) نیز يك وجه 90° دارد. در اینجا خط دید بدون انحراف جا به جا می‌شود اما تصویر خروجهی راستگرد و به اندازه 180° چرخیده است. بنابراین، این نوع منشور را می‌توان برای تشکیل تصاویر مستقیم در دستگاههای تلسکوپی، مانند دوربینهایی که روی سلاحها سوار می‌شوند و نظایر آنها، به کار برد.

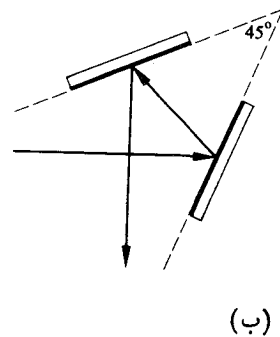
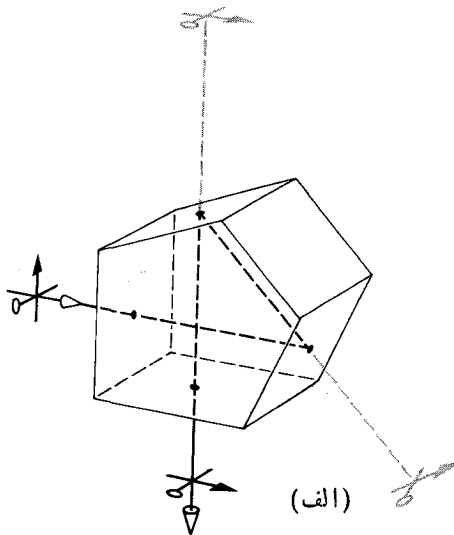
تعداد زیادی منشورهای بازتابان دیگر که جهت اهداف ویژه‌ای به کار گرفته می‌شوند، وجود دارند. مثلاً، اگر مکعبی را چنان برش دهیم که قطعه جدا شده دارای سه وجه باشد که به‌طور دو جانبه برهم عمودند، آن را يك منشور سه گوشه هکعب می‌نامیم. این منشور دارای خاصیت برگشت پذیری مستقیم است، یعنی تمامی پرتوهای ورودی را در امتدادهای اصلی خودشان به عقب باز می‌تاباند. صد عدد از این منشورها در آرایشی ۱۸ اینچ مربعی (457 cm^2) جای داده شدند و هنگام پرواز آپولوی ۱۱ روی سطح کره ماه و به فاصله ۳۸۴۰۰۰ کیلومتری از زمین قرار داده شده‌اند.^۱



شکل ۶۰.۵ منشور امیچی.

الحاقی 90° باید با دقتی در حدود ۳ یا ۴ ثانیه قوسی کار گذاشته شود، وگرنه يك تصویر دوگانه مزاحم ایجاد خواهد شد. این منشورها اغلب در دستگاههای تلسکوپی ساده برای تصحیح واگردانی ناشی از عدسیها، به کار می‌روند.

منشور پنتا (شکل ۶۱.۵) بدون تأثیرگذاری بر سمتگیری تصویر، باریکه نور را 90° منحرف خواهد کرد. توجه کنید که

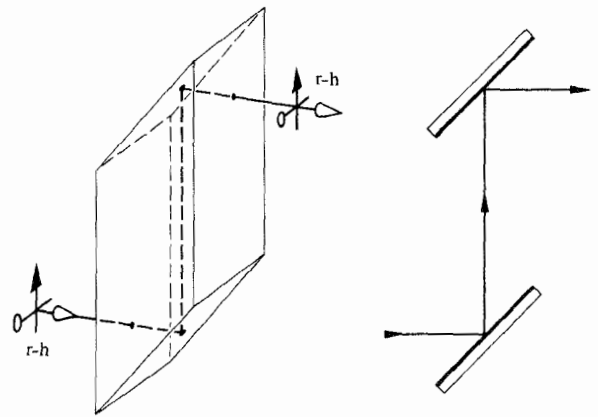


شکل ۶۱.۵ منشور پنتا و هم‌ارز آینه‌ای آن.

بازوبسته کنید تصویر نیز چشم (است خود را بازوبسته می‌کند. ضمناً اگر بینایی دو چشم شما به يك اندازه باشد، دو درز (تصویرهای محل تلاقی آینه‌ها) را خواهید دید، که هر يك از آنها به‌طور عمودی در وسط هر چشم دیده می‌شود با این فرض که بینی شما بین آنها باشد. اگر بینایی یکی از چشمهای شما بیشتر باشد، تنها يك درز در وسط آن چشم وجود خواهد داشت. اگر این چشم را ببندید، درز بر روی چشم دیگر خواهد پرید. باید کوشش کنید که در این کار و تشخیص حالات مختلف، مهارت پیدا کنید.

1. J. E. Foller and E. J. Wampler, "The Lunar Laser Reflector," *Sci. Am*, March 1970, p. 38.

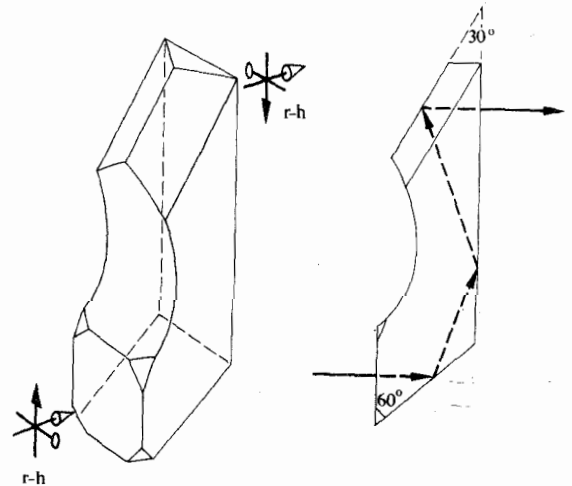
متداولترین دستگاه مستقیم کنندهٔ تصاویر شامل دو منشور پرو است که در شکل ۶۲.۵ نشان داده شده است. ساختن این منشورها نسبتاً ساده است و در اینجا انواعی از آن نشان داده شده‌اند که گوشه‌هایشان به منظور کاهش وزن و اندازه، گرد شده‌اند. چون چهار بازتابش وجود دارد، تصویر خروجی راستگرد خواهد بود. غالباً بر روی وجه بزرگتر آن شکاف کوچکی تعبیه می‌شود تا از پرتوهایی که با زاویهٔ خراشان بازتاب داخلی پیدا می‌کنند، جلوگیری به عمل آید. یافتن این شکافها پس از پیاده کردن دوربین دو چشمی مشخصی، اغلب چیز شگفت‌تسویف‌ناپذیری به نظر می‌رسد.



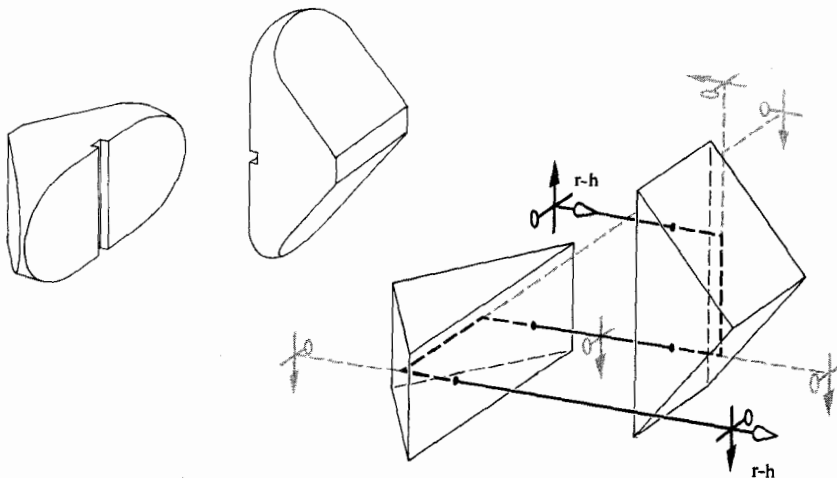
شکل ۶۰.۵ منشور با قاعدهٔ لوزی وار و هم‌ارز آینه‌ای آن.

اخیراً، به خاطر رساندن مؤثر نور از نقطه‌ای در فضا به نقطه‌ای دیگر، از طریق تارهای دی‌الکتريك شفاف، روشهایی تکامل یافته‌اند. تا زمانی که قطر این تارها در مقایسه با طول موج انرژی تابنده بیشتر باشد، ماهیت موجی ذاتی در سازوکار انتشار از اهمیت کمتری برخوردار می‌شود و این فرایند از قوانین آشنای نورشناخت هندسی پیروی می‌کند. از سوی دیگر، چنانچه قطر تار در حدود λ باشد، تراکسیل کاملاً به شیوهٔ پیشروی میکروموجها در موجبرها شباهت دارد. برخی مدهای انتشاری در میکرو عکاسی از مقطع انتهایی تارها که در شکل ۶۳.۵ نشان داده شده‌اند، آشکارند. در اینجا باید ماهیت موجی نور را به حساب آورد و بنابراین، این رفتار در حوزهٔ نورشناخت فیزیکی قرار می‌گیرد. گرچه موجبرهای نوری، به ویژه موجبرهایی از نوع پوستهٔ نازک، از توجه روزافزونی برخوردارند، این بحث به حالتی که قطر تارها نسبتاً زیاد است، محدود خواهد شد.

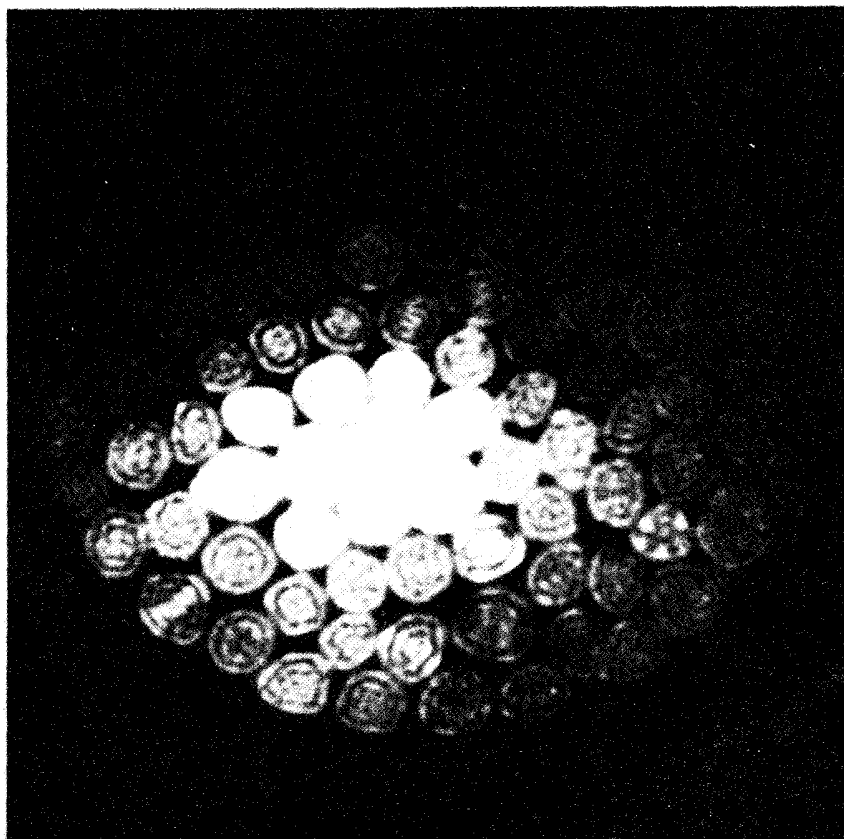
استوانهٔ راست شیشه‌ای شکل ۶۴.۵ که گرداگرد آن را هوا



شکل ۶۱.۵ منشور لیمان - اسپرینگر.



شکل ۶۲.۵ منشور دوتایی پرو.



شکل ۶۳.۵ حالت نقشها در موجبر نوری که در مقاطع انتهایی تارهای با قطر کوچک دیده می‌شوند.

دستخوش چندین هزار بازتابش در هر فوت (۳۵۰۴۸ سانتیمتر) خواهد بود. اگر قطراتار D و طول آن L باشد، طول مسیر پیموده شده به وسیله این پرتو، l ، چنین می‌شود

$$l = \frac{L}{\cos \theta_i}$$

یا از قانون اسنل

$$l = n_f L (n_f^2 - \sin^2 \theta_i)^{-1/2} \quad (58.5)$$

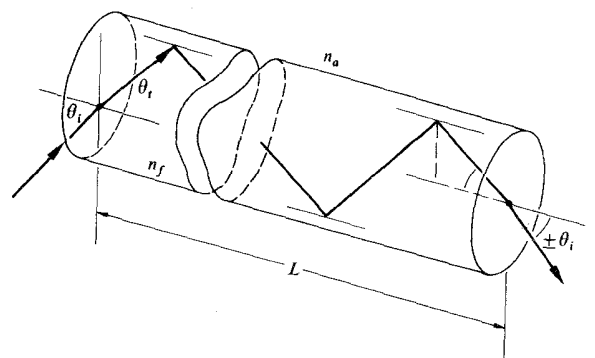
بنابراین شمار بازتابها، N ، از معادله زیر به دست می‌آید

$$N = \frac{l}{D/\sin \theta_i} \pm 1$$

یا

$$N = \frac{L \sin \theta_i}{D(n_f^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}} \pm 1 \quad (59.5)$$

که به نزدیکترین عدد درست گرد شده است. ± 1 ، که مربوط به جای برخورد پرتو به سطح مقطع انتهایی است به ازای مقادیر بزرگ N ، که در عمل هم این طور است، از اهمیت زیادی



شکل ۶۴.۵ پرتوهای بازتابیده در داخل يك استوانه دی الکتریک.

فرا گرفته است، در نظر می‌گیریم. نوری که به دیواره‌های آن برخورد می‌کند، به شرط آنکه زاویه فرودی در هر بازتابشی بزرگتر از $\theta_c = \sin^{-1} n_o/n_f$ باشد، که در آن n_f ضریب شکست استوانه یا تار است، از درون بازتاب کلی داخلی پیدا خواهد کرد. همان طور که نشان خواهیم داد، یک پرتو نصف‌النهاری (یعنی، پرتوی که با محدود نودی هم صفحه باشد) که آنقدر در امتداد یک تار به پس و پیش می‌جهد تا از انتهای آن خارج شود (شکل ۶۵.۵)

اینها، زدوده شود. به همین ترتیب اگر شمار زیادی از این تارها در کنار یکدیگر به هم بسته شوند، نور از يك تار به تار دیگر تراوش خواهد کرد که آن را قداخل مکالمه (همشواپی) می گویند. به همین دلایل، حالا مرسوم است که هر تار را در نیامی شفاف با ضریب شکستی کوچکتر، به نام پوشش بپوشانند. تنها چیز ضروری این است که این نیام به اندازه کافی ضخیم باشد تا جداسازی مطلوب را فراهم آورد، اما به دلایلی دیگر این پوشش نباید بیشتر از يك دهم مساحت سطح مقطع را اشغال کند. معمولاً هسته تار باید ضریب شکستی (n_f) برابر ۱٫۶۲ و پوشش آن ضریب شکستی (n_c) برابر ۱٫۵۲ داشته باشد، هر چند تارهای دیگری با ضرایب شکست دیگر در دسترس اند. يك نیام تسار در شکل ۶۵.۵ نشان داده شده است. توجه کنید که برای θ_i يك مقدار بیشینه، θ_{max} ، وجود دارد که به ازای آن پرتو درونی با زاویه حد θ_c برخورد خواهد کرد. پرتوهایی که با زاویه بزرگتر از θ_{max} به وجه فرود آیند، با زاویه هایی کوچکتر از θ_c به دیوار درونی برخورد خواهند کرد. تنها بخشی از این پرتوها در هر برخورد با سطح مشترک پوشش هسته بازتابیده خواهد شد و به سرعت به خارج از تار تراوش می کند. بنابراین θ_{max} نصف زاویه مخروط پذیرش تسار را مشخص می کند. برای تعیین آن می نویسیم

$$\sin \theta_c = \frac{n_c}{n_f} = \sin (90^\circ - \theta_i)$$

از آنجا

$$\frac{n_c}{n_f} = \cos \theta_i$$

یا

$$\frac{n_c}{n_f} = (1 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}$$

با به کارگیری قانون اسنل و با آرایش دوباره روابط، داریم

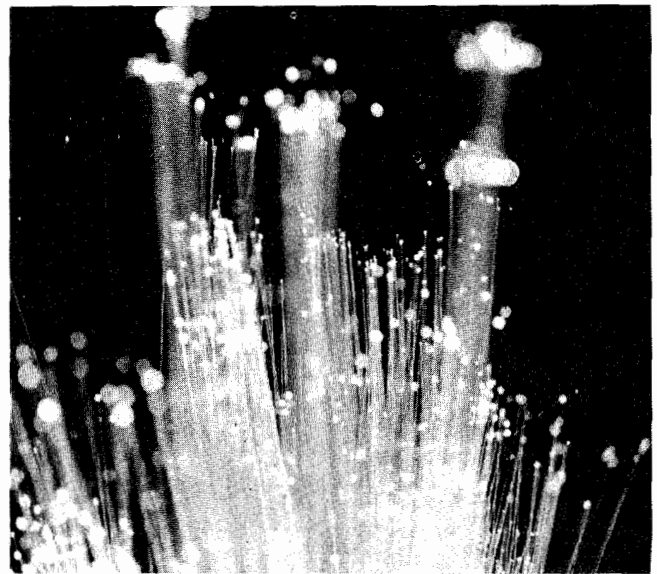
$$\sin \theta_{max} = \frac{1}{n_o} (n_f^2 - n_c^2)^{1/2} \quad (60.5)$$

کمیت $n_o \sin \theta_{max}$ «دوخته عددی» یا N.A گفته می شود. مجذور آن معیاری است از توان جمع کنندگی نوری دستگاه. منشاء این اصطلاح در میکروسکوپی است، و در آن عبارتی معادل، تواناییهای مربوط به عدسی شیئی را مشخص می کند. این موضوع آشکارا به سرعت دستگاه مربوط می شود. در حقیقت

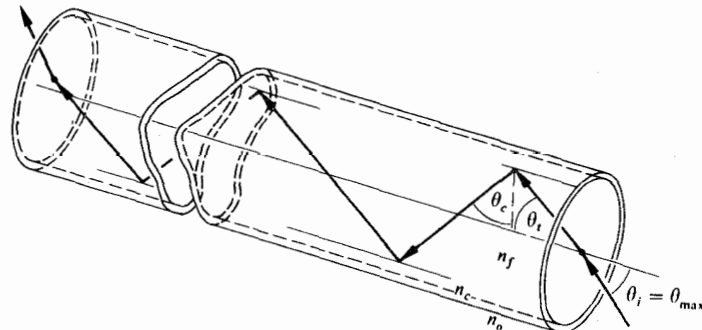
$$f/\# = \frac{1}{2(N.A)}$$

بنابراین، در مورد يك تار

$$N.A = (n_f^2 - n_c^2)^{1/2} \quad (61.5)$$



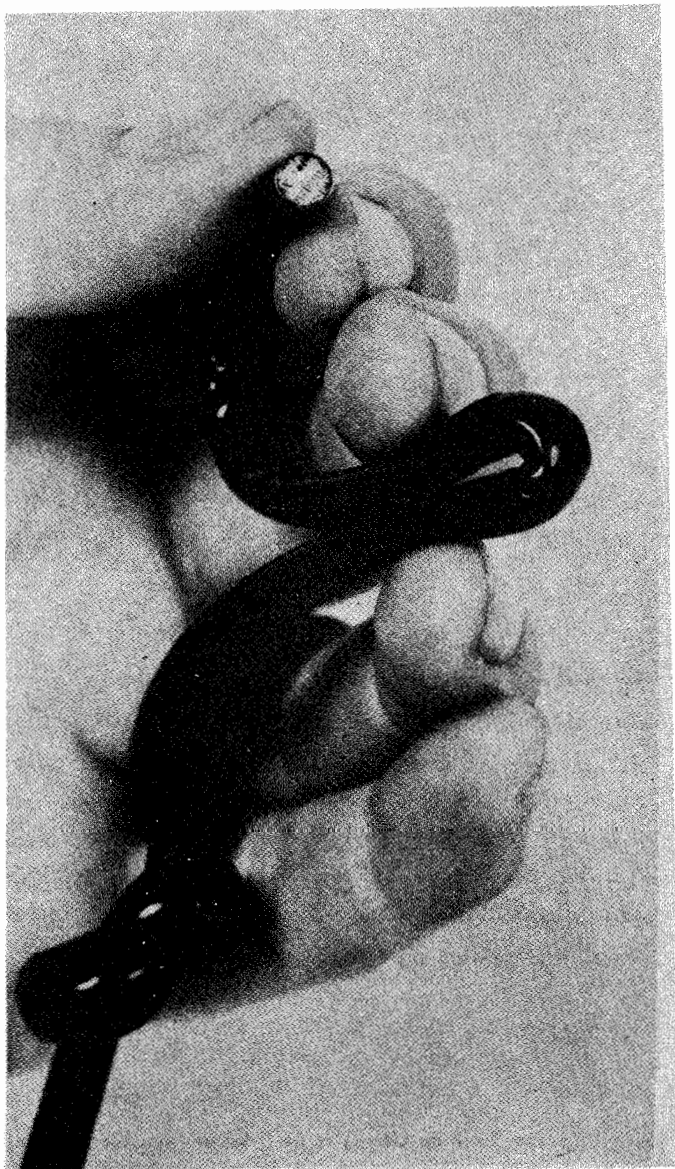
شکل ۶۵.۵ نور خروجی از انتهای يك دسته تار شیشه ای غیرمقید.



شکل ۶۶.۵ پرتوها در يك نیام تارنوری.

برخورددار نیست. بنابراین اگر D برابر 50μ باشد $(1 \mu = 10^{-6} m = 39.37 \times 10^{-6} in)$ که در حدود $2 \times 10^{-3} in$ است، قطر يك تار موی سر انسان تقریباً 50μ میکرون است) و اگر $n_f = 1.6$ و $\theta_i = 30^\circ$ ، N تقریباً ۲۰۰۰ بازتابش را در هر فوت (۳۰٫۴۸ سانتیمتر) به دست می دهد. قطر تارهای موجود، تقریباً از 2μ تا $1/4$ اینچ (۲٫۵۴ سانتیمتر) و در همین حدودند، ولی اندازه های کوچکتر از 10μ به ندرت به کار گرفته می شود. عموماً، میله های به قطر بزرگتر از لوله های نوری می گویند. رشته های شیشه ای (یا پلاستیکی) بینهایت نازک کاملاً خم پذیرند، و گواه این موضوع واقعیتی است که حتی از بافته شدن تارهای شیشه ای در کارخانه، حکایت می کند.

اگر قرار باشد که از سطح صاف يك تار منفرد، هیچگونه تراوش نور (از طریق سازوکار بازتابش کلی داخلی) وجود نداشته باشد، باید سطح نامبرده از رطوبت، غبار، چربی و جز



شکل ۶۷۰۵ دسته‌ای همدوس از تارهای شیشه‌ای ده میکرونی که تصویر را حتی از گره و خمیدگی کامل می‌گسیلد.

عرضه می‌کنند).

اگر نوعی از رسانش نوری را که ما پیرامون آن سخن گفته‌ایم هرگز ندیده‌اید، بکوشید که به کنارهای یک دسته از لغزانه‌های میکروسکوپ، از بالا نگاه کنید. چنانچه لغزانه‌ها نازکتر (۱۸ mm) و با پوشش شیشه‌ای باشند بهتر است. شکل ۶۸۰۵ شیوه عبور نور به سطح بالایی دسته‌ای چندصدتایی از این لغزانه‌ها را که با نواری لاستیکی به هم بسته شده‌اند، نشان می‌دهد.

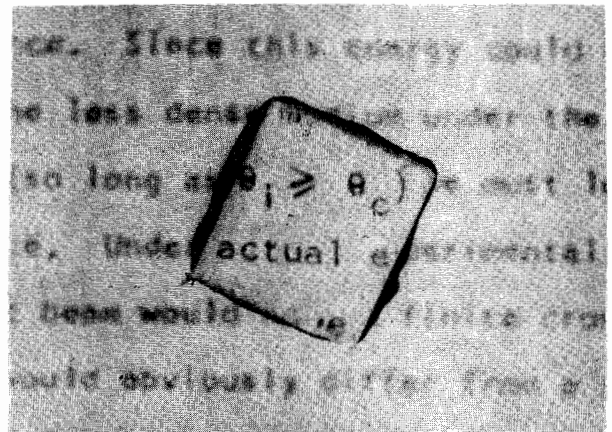
سمت چپ معادله (۶۰۰۵) نمی‌تواند از یک بیشتر باشد و در هوا (۱) $(n_0 = 1.00028)$ ، $N.A$ بزرگترین مقدار خود یعنی یک را داراست. در این حالت، نصف زاویه θ_{max} برابر 90° است، و تار تمامی نور ورودی به وجه خود را بازتابش کلی داخلی می‌کند. تارهای با روزنه عددی بسیار متنوعی از ۲۰ تا ۱۰۰ (از جمله خود همین اعداد)، در بازار یافت می‌شوند.

دسته‌هایی از تارهای آزاد که انتهای آنها به هم بسته شده (مثلاً با اپوکسی)، تراشیده شده و جلا یافته‌اند، مجراهای نور انعطاف‌پذیر را تشکیل می‌دهند. اگر برای به خط کردن این تارها در یک ردیف منظم تلاشی به عمل نیایسد، این تارها یک دسته ناهمدوس را تشکیل می‌دهند. این اصطلاح (کاربرد نامناسب اصطلاحی که نباید آن را با نظریه همدوسی اشتباه کرد) درست به این معنی است که، مثلاً اولین تار در ردیف بالا در وجه ورودی ممکن است انتهایش در هر جایی از رویه خروجی دسته باشد. به همین دلیل ساخت این حاملهای نودی خم‌پذیر نسبتاً آسان و کم هزینه است. از سوی دیگر هنگامی که این تارها به دقت نظم یافته باشند به طوری که دو سر آنها همان مکانهای نسبی را در هر دو انتهای مقید کلاف دسته اشغال کند، آن دسته را همدوس گویند. چنین آرایشی می‌تواند تصاویر را گسیل کند و بنابراین حامل تصویر خم‌پذیر نامیده می‌شود (شکل ۶۷۰۵). تمامی آرایه‌های تار نوری به صورت خم‌پذیر ساخته نشده‌اند، مثلاً صفحات یا موزائیکهای تاری همدوس، صلب، و همجو شیده به جای ورقه‌های شیشه‌ای همگی با قدرت تفکیک پایین در بلورهای لامپ پرتو کاتودی، ویدئو کونها، تشدید کننده‌های تصویری، و غیره به کار می‌روند. موزائیکهایی که شامل میلیونها تار با پوششهای همجو شیده به یکدیگر است، دارای خواص مکانیکی هستند که تقریباً با شیشه همگن مشابهند. به همین ترتیب، ورقه‌ای از تارهای باریک شده همجو شیده، بسته به اینکه نور از سر کوچکتر یا بزرگتر تار وارد شود، می‌تواند تصویر را بزرگتر یا کوچکتر کند. چشم مرکب حشره‌ای مانند مگس معمولی عملاً دسته‌ای از رشته‌های نوری تار باریک شده است. لوله‌ها و مخروطهایی نیز که شبیه چشم انسان را تشکیل می‌دهند، می‌توانند نور را از طریق بازتابش کلی داخلی هدایت کنند. کاربرد متداول دیگر موزائیکها که مستلزم تصویر سازی است، چینه‌کننده میدان است. اگر تصویری که یک دستگاه عدسی تشکیل داده است، بر روی یک سطح خمیده قرار گیرد، غالباً کار مطلوب آن است که آن را به صورت یک صفحه، مثلاً برای جور شدن با صفحه فیلم، تغییر شکل دهیم. می‌توان یکی از سطوح انتهایی موزائیک را برای تطبیق با طرح تصویر و انتهای دیگر را برای تطبیق آشکارساز، تراشید و جلا داد. ضمناً بلوری رشته‌ای به نام اولکسایت در طبیعت یافت می‌شود که وقتی جلا می‌یابد، به طور شگفت‌انگیزی مانند یک تار موزائیک نوری عمل می‌کند. (فروشنده‌گان کالاهای تجملی غالباً آن را برای ساختن جواهرات

(۱۶۲۵) آزمایشی کلاسیک و غیر قابل انکار در این مورد انجام داد. او پوشش پشت چشم يك حيوان را جدا كرد، و در حالی كه از درون شبکیه شفاف آن از پشت به دقت نگاه می كرد، توانست يك تصویر وارونه كوچك از منظره آن سوی چشم مشاهده كند. تقریباً در همان زمان دكارت آزمایشهای مشابهی را انجام داد.

۱. ساختار چشم آدمی

به طور خلاصه، می توان چشم انسان را همچون يك دستگاه عدسی مثبت دانست كه تصویری حقیقی را بر رویه ای حساس به نور، می اندازد. شكل ۶۹.۵ الف آرایش اجزای اساسی چشم را نشان می دهد. چشم يك توده تقریباً كروی ژله مانند است كه در پوسته ای سخت، صلبیه، جای گرفته است. صلبیه، جز در بخش جلویی، یا قرنیه، كه شفاف است، سفید و مات است. سطح خمیده قرنیه (كه اندكی پخیده است، و به همین دلیل از ابیراهی كروی می كاهد) از بدنه این كره به سوی بالا برآمدگی پیدا می كند، كه به عنوان نخستین و قوی ترین عنصر ككوژ این دستگاه عدسی وظیفه خود را انجام می دهد. در واقع بیشترین خمشی كه به يك دسته پرتو داده می شود در سطح مشترك هوا-قرنیه رخ می دهد. در ضمن یکی از دلایل این امر كه نمی توانید در زیر آب خوب ببینید، این است كه ضریب شكست آب ($n_w \approx 1.33$) بسیار به ضریب شكست قرنیه ($n_c \approx 1.376$) نزدیک است، و همین امر مانع شكست زیاد است. نوری كه از قرنیه خارج می شود، از درون محفظه ای كه از مایع آبگون زلالی به نام ژلالیه ($n_{ah} \approx 1.336$) پر شده است، عبور می كند. پرتوی كه در سطح مشترك هوا-قرنیه به سوی محور نوری به شدت شكسته می شود، به علت همسانی ضریب شكست قرنیه و ژلالیه، در سطح مشترك این دو، تنها اندكی تغییر جهت خواهد داد. دیافراگمی كه در ژلالیه غوطه ور است و عنبیه نامیده می شود، به صورت روزنه بند از راه سوراخ یا مردمك بر مقدار نور ورودی به چشم نظارت می كند. همین عنبیه (بر گرفته از كلمه ای یونانی به معنی رنگین كمان) است كه به چشم مشخصه رنگ آبی، قهوه ای، خاكستری، سبز و یا میشی را می دهد. عنبیه كه از ماهیچه های حلقوی و شعاعی تشكيل شده است، می تواند مردمك را در حدود ۲ میلیمتر، در نور روشن، تا تقریباً ۸ میلیمتر، در تاریکی، منبسط یا منقبض كند. عنبیه علاوه بر این عمل، در كانونی كردن نیز دخالت دارد و هنگام انجام كار در فاصله نزدیک، به منظور افزایش وضوح تصویر، منقبض خواهد شد. بلافاصله در پشت عنبیه، عدسی بلورین قرار گرفته است. این نام، كه تا اندازه ای غلط انداز است، به حدود سال ۱۵۵۵ میلادی و كارهای ابوعلی الحسن ابن الحسن ابن الهیثم، ملقب به ابن هیثم قاهره ای بازمی گردد، كه چشم را همچون چیزی كه به سه ناحیه به ترتیب آبگون، بلورین، و شیشه گون بخش شده



شكل ۶۸.۵ دسته ای از تیغه ها با پوشش شیشه كه با يك نوار لاستیکی به هم چسبیده اند، به عنوان مجرای نور همدوس به كار می رود.

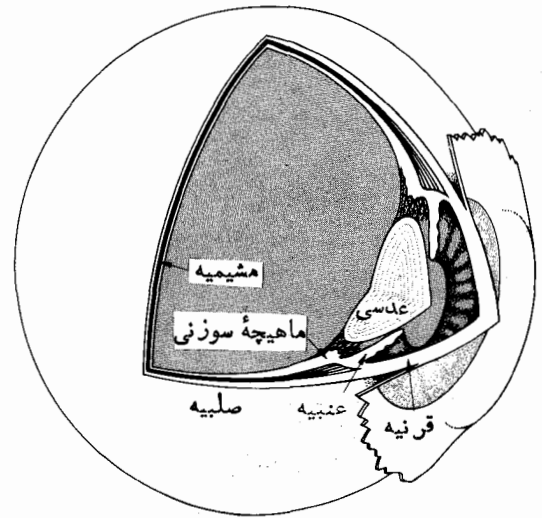
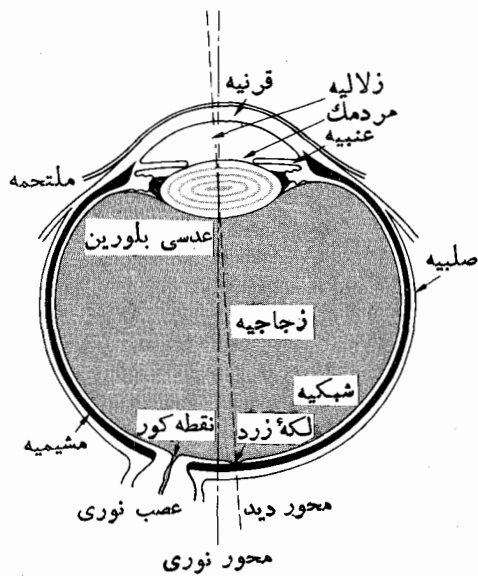
۲.۵ دستگاههای نوری

ما تا كنون نظریه پیرامحوری را تا آنجا بسط داده ایم كه اینك ارزیابی اصول اساسی مؤثر در بیشتر دستگاههای كاربردی نوری امكان پذیر است. مطمئناً، نكات ریزی كه متضمن نظارت بر ابیراهیها هستند بسیار مهم اند ولی هنوز هم كاملاً فراسوی این بحث قرار دارند. با وجود این، مثلاً می توان با به كارگیری نتایجی كه هم اكنون از نظریه مرتبه اول استنتاج كرده ایم، يك تلسكوپ (مسلماً، نه يك تلسكوپ خیلی خوب، ولی به هر حال يك تلسكوپ) ساخت. چه بهتر آنكه بحث خود را پیرامون دستگاههای نوری، از متداولترین آنها یعنی چشم آغاز كنیم.

۱۰۷.۵ چشم

برای دستیابی به هدفهای خود، دو گروه عمده چشم را از هم متمایز می كنیم؛ آنهایی كه نور را جمع می كنند و از طریق يك دستگاه عدسی تشكيل تصویر می دهند و آنهایی كه اساساً برای تشكيل تصویر از دسته های تار نوری سود می جویند. دستگاههای عدسی دیداری، به طور مستقل، دست كم در سه ارگانيسم مجزا تكامل یافته اند. برخی نرم تنان پیشرفته تر (مثل اختاپوس)، انواع ویژه ای از عنكبوتها (مثل آویكولاریا) و البته مهره داران كه خود ما را نیز در برمی گیرند، دارای چشمهایی با عدسیهای تصویر ساز هستند.

در مورد چگونگی عملکرد این چشمها، تا قرنهای متعددی پندار نادرستی وجود داشت، تا اینکه يك نفر ژرژوئیت آلمانی به نام کریستف شاینر (۱۵۲۹-۱۶۵۰/۹۵۴) در سال (۱۵۷۵) در سال (۱۵۵۴)



شکل ۶۹.۵ چشم انسان.

از طریق يك سوراخ سوزن، امکان پذیر است - و در این صورت اشیای بسیار كوچك آمیب مانند (مگسك) در میدان دید شناور خواهند بود. ضمناً، افزایش محسوسی در حس نسبت به این شناورها می تواند نشانه جدایی شبکیه ای در چشم باشد. با چشم نیمه باز دوباره به چشمه نگاه کنید (يك فلوئورسان پخشیده پهن برای این کار بهتر است). درحالی که پلكها پتان را تقریباً به طور کامل بسته اید، اینك قادر خواهید بود كه محیط دایروی نزدیک مردمك چشم خود را ببینید، كه در فراسوی آن، درخشندگی نور در تاریکی ناپدید خواهد شد. اگر این موضوع را باور ندارید، مانعی در برابر نور ایجاد کنید و سپس آن را بردارید؛ در این صورت دایره درخشان آشكارا و به ترتیب گسترده و سپس متمرکز خواهد شد. آنچه می بینید، سایه ای است كه عنبیه از درون می اندازد! دیدن اشیای درونی مانند این مورد، به دریافت درون چشمی معروف است.

در داخل دیواره سخت صلیبه يك پوسته درونی، یعنی مشیمیه، قرار دارد. این پوسته لایه ای تیره است كه با رگهای خونی به خوبی تغذیه شده و یا از لحاظ رنگدانه با ملانین غنی شده است. مشیمیه، همانند پوشش سیاه رنگ در داخل يك دوربین، نور پراکنده را درمی آشامد. يك لایه نازك (حدود ۵۰۰ میلیمتر) از سلولهای دریافت كننده نور قسمت بیشتر سطح داخلی مشیمیه را می پوشاند - این لایه شبکیه است. باریكه نوركانونی شده از طریق واكنشهای شیمیایی در این ساختار چندلایه صورتی رنگ در آشامیده می شود. چشم انسان شامل دونوع سلول نورگیر، سلولهای سوزنی و سلولهای مخروطی، است (شکل ۷۰.۵). تقریباً ۱۲۵ میلیون از آنها

است، تشریح می كرد. این عدسی، كه هم شكل و هم اندازه يك لوبیای كوچك را دارد، توده ای از لایه های تار مانند پیچیده است كه غشایی كشان آن را در بر گرفته است. ساختار آن، چیزی است شبیه يك پیاز شفاف كه تقریباً از ۲۲۰۰۰ لایه خیلی ظریف تشكيل شده است. افزون بر این واقعیت كه اندازه این عدسی پیوسته رشد می كند، مشخصه های قابل توجهی دارد كه آن را از عدسیهای ساخت انسان كه امروزه به كار برده می شوند، متمایز می كند. پرتو هایی كه از درونش می گذرند، به علت ساختار لایه ای آن، مسیرهایی را دنبال خواهند كرد كه از قطعه های ریز و ناپیوسته ای تشكيل شده اند. این عدسی به عنوان يك كل، كاملاً خم پذیر است، اما این خاصیت با بالا رفتن سن آدمی كاهش پیدا می كند. علاوه بر این، ضریب شكست آن از حدود ۱۴۰۶ در هسته درونی تا تقریباً ۱۳۸۶ در لایه كم چگالت، تغییر می كند (عدسیهای شیشه ای با ضرایب شكست ناهمگن اكنون تحت مطالعه ای جدی اند). عدسی بلورین سازوكار كانونی كردن دقیق مورد نیاز را با تغییر شكل خود فراهم می آورد، یعنی این عدسی دارای فاصله كانونی متغیری است - خاصیتی كه اندكی بعد به آن بازخواهیم گشت.

در پشت این عدسی محفظه دیگری وجود دارد كه از ماده ژلاتینی شفاف پر شده كه به آن زجاجیه (۱۳۳۷ n_{eff}) می گویند. در ضمن، باید توجه داشت كه زجاجیه شامل ذرات میکروسكوپيك لاشه های سلولی است كه آزادانه در پیرامون آن غوطه ورنند. سایه های آنها، كه با فریزهای پراش مشخص شده اند، در داخل چشم خود شما به آسانی دیده می شوند و این كار با نگاه كردن دقیق به يك چشمه نور با چشم نیم باز، یا نگاه كردن به آسمان

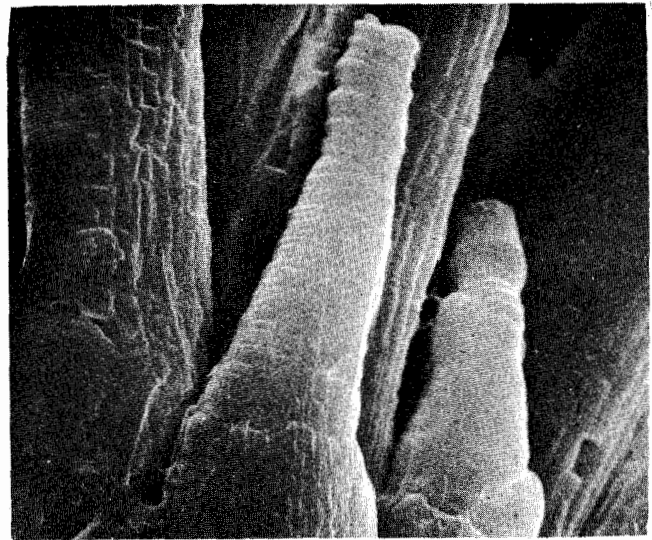
در نور فرا بنفش تا تقریباً ۱۵۵۰ نانومتر در نور فروسرخ است. در واقع گزارش شده است که آدمی تابش ایکس را هم «می بیند». محدودیت تراگیل فرا بنفش در چشم را عدسی بلورینی که فرا بنفش را درمی آشامد، تعیین می کند. کسانی که از راه عمل جراحی يك عدسی را از چشمشان برداشته اند، حساسیتشان نسبت به فرا بنفش بسیار بهبود یافته است.

نقطه خروج عصب بینایی از چشم هیچ گیرنده ای ندارد و آن ناحیه نسبت به نور غیر حساس است؛ از اینرو آن را نقطه کور می گویند (شکل ۷۱-۵). عصب بینایی به شکل شبکیه در سرتاسر پشت درون چشم پخش می شود.

درست در اطراف مرکز شبکیه گودی کوچکی به قطر ۲٫۵ تا ۳ میلیمتر وجود دارد که لکه زرد یا ماکولا نامیده می شود. در مرکز لکه زرد در ناحیه بدون سلول میله ای ریز به قطر تقریباً ۰٫۳ میلیمتر به نام فاویای مرکزی وجود دارد (در قیاس با تصویر کامل ماه بر روی شبکیه که قطر آن تقریباً ۲۰ میلیمتر است؛ مسئله ۴۰-۵). در اینجا سلولهای مخروطی از هر جای دیگر در شبکیه نازکتر و فشرده تر به یکدیگر بسته شده اند. آن ناحیه واضحترین و مفصلترین اطلاعات را فراهم می آورد. به این دلیل، کره چشم دائماً به گونه ای حرکت می کند که نور رسیده از ناحیه ای از شیء که مورد توجه اساسی است روی فاویا می افتد.

يك تصویر به طور پیوسته در سرتاسر سلولهای گیرنده مختلف، توسط این حرکتهای معمولی چشم جابه جا می شود. چنانچه این حرکتهای خنثی شوند، به طوری که تصویر بر روی مجموعه مشخصی از گیرنده های نور ساکن نگهداشته شود، این تصویر عملاً ناپدید خواهد شد. حقیقت دیگری که بر پیچیدگی سیستم دریافت کننده دلالت می کند این است که سلولهای میله ای همبندی چندگانه ای با تارهای عصبی دارند و هر يك از این تارها می تواند توسط هر يك از تقریباً صد سلول سوزنی به حرکت در آید. برعکس، سلولهای مخروطی در فاویا به طور تك تك به تارهای عصبی می پیوندند. دریافت واقعی يك منظره در تحلیلی پیوسته از تصویر شبکیه ای متغیر با زمان، توسط سیستم مغز-چشم انجام می گیرد. دقیقاً به این مسئله بیندیشید که چگونه حتی هنگامی که يك چشم بسته باشد، نقطه کور در دسری ایجاد نمی کند.

بین لایه تارهای عصبی شبکیه و مایع زلالیه شبکه ای از عروق خون شبکیه ای بزرگ وجود دارد که آن را می توان از درون خود چشم نیز مشاهده کرد. يك روش این است که چشم را ببندید و چشمه نور درخشان کوچکی در مقابل پلك قرار دهید. نقشی از سایه ها (قصایر پادکینیه) را که توسط عروق خون روی لایه شبکیه حساس می افتد، خواهید دید.



شکل ۷۰-۵ يك ميكروگراف الكترونی از شبکیه مارمولك (نکتوروس مكلوسوس). دو نوع سلول مخروطی بصری در پیش نما و سلول سوزنی در پشت آنها آشکار است.

X

1

2

شکل ۷۱-۵ برای بررسی وجود نقطه کور، يك چشم را ببندید و از فاصله حدود ۲۵ سانتیمتری، مستقیماً به X نگاه کنید؛ ۲ محو خواهد شد. با نزدیکتر بردن چشم ۴ دوباره ظاهر و ۱ ناپدید خواهد شد.

به طور ناهمگن در سراسر شبکیه درهم آمیخته شده اند. مجموعه سلولهای سوزنی از جهاتی مشخصات يك فیلم سیاه و سفید درشت دانه، با سرعت زیاد را دارد (مثل فیلم Tri-X). این مجموعه دارای حساسیتی فوق العاده است و در نوری چندان ضعیف عمل می کنند که سلولهای مخروطی به آن پاسخ نمی دهند، با این وجود قادر نیستند رنگ را تمیز دهند و تصویرهایی را که می گیرند به خوبی مشخص نیستند. در مقابل، مجموع ۶ یا ۷ میلیون سلول مخروطی را می توان همانند يك فیلم رنگی مجزا، اما روی هم افتاده، با سرعت کم و ریزدانه تصور کرد. این نوع سلول در نور درخشان عمل می کند و جزئیات منظره های رنگی را ارائه می دهد اما نسبت به سطوح کم نور نسبتاً غیر حساس است.

گفته می شود گستره مسوح معمولی دید آدمی در حدود ۳۹۰ تا ۷۸۰ نانومتر است (جدول ۲۰-۳). با وجود این، مطالعات انجام شده نشان داده است که این حدود از ۳۱۰ نانومتر

مختلف کانونی شود. درحالی که از پشت يك قطعه شیشه نگاه می کنید کوشش کنید چشمان خود را هم بر روی شیشه وهم بر روی منظره پشت آن کانونی کنید. در این صورت است که این نکته برایتان روشن خواهد شد.

پستانداران، مانند انسان، عموماً با تغییر خمیدگی عدسی تطابق می کنند، اما وسایل دیگری هم برای تطابق وجود دارد. ماهی، برخلاف انسان، خود عدسی را به سوی شبکیه حرکت می دهد یا از آن دور می کند، درست همانطور که عدسی دوربین را به منظور کانونی شدن حرکت می دهند. برخی نرم تنان همین کار را با منقبض یا منبسط کردن تمامی چشم انجام می دهند، که در نتیجه فاصله نسبی میان عدسی و شبکیه را تغییر می دهند. در مورد پرندگان شکاری، چون تمرکز ثابت بر روی يك شیء درحال حرکت سریع و درگستره فاصله های بسیار زیاد اهمیت حیاتی دارد، سازوکار تطابق کاملاً متفاوت است. آنها از راه تغییر بسیار زیاد خمیدگی قرنیه تطابق می کنند.

۲۰۷.۵ عینک

عینک احتمالاً در حدود قرن سیزدهم، در ایتالیای شمالی اختراع شده است. بی گمان، سنگهای گرانهای جلا یافته مدت ها قبل از آن به عنوان دوربینهای دریانوردی به کار گرفته می شدند.

در نورشناسی فیزیولوژیکی گفتگو پیرامون توان دیوپتریک، \mathcal{D} ، عدسی که عکس فاصله کانونی است، متداول و کاملاً راحت است. اگر f بر حسب متر باشد، یکای توان، عکس متر یا دیوپتر است، مثلاً، چنانچه فاصله کانونی يك عدسی همگرا $+1$ متر باشد، آن $+1$ دیوپتر است؛ به ازای فاصله کانونی -2 m (عدسی واگرا)، $\mathcal{D} = -1/2$ دیوپتر؛ به ازای $f = +10$ cm، $\mathcal{D} = 10$ دیوپتر. از آنجا که فاصله کانونی يك عدسی نازک با ضریب n_1 در هوا از رابطه زیر به دست می آید

$$\frac{1}{f} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [16.5]$$

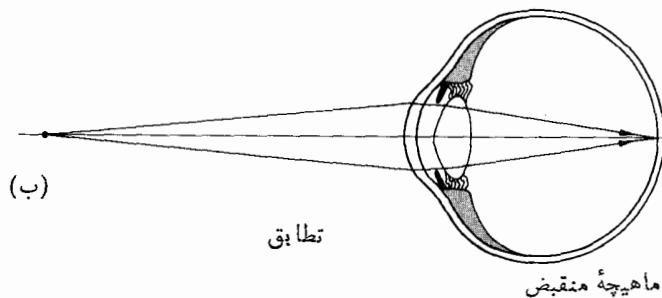
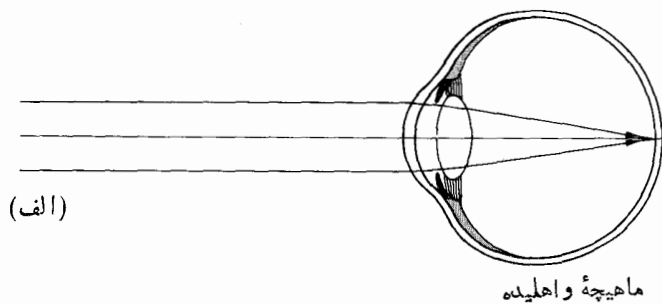
توان آن چنین می شود

$$\mathcal{D} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (62.5)$$

با در نظر گرفتن این نکته که هر سطح يك عدسی پرتوهای وارده را خم می کند - و هرچه خمیدگی بیشتر باشد این سطح قویتر است - می توان جهت حرکت را حدس زد. فاصله کانونی عدسی کوژ که در هر دو سطح پرتوها را با قدرت خم می کند کم و توان دیوپتریک آن زیاد است. پیش از این دانستیم که فاصله کانونی دو عدسی نازک معکوس از رابطه زیر به دست می آید

۲. تطابق

کانونی کردن دقیق یسا تطابق چشم آدمی عملی است که توسط عدسی بلورین انجام می گیرد. این عدسی به وسیله رابطهایی که به ماهیچه های موپی متصل اند، در مکانی پشت عنبیه آویزان شده است. معمولاً، این ماهیچه ها واهلیده اند و در این حالت بر روی شبکه تارهای ظریفی که حاشیه این عدسی را نگه می دارند، به عقب کشیده می شوند. این کار باعث افزایش شعاعهای عدسی شده و به آن هیشی نسبتاً تخت می دهد که این افزایش شعاع نیز به نوبه خود، فاصله کانونی عدسی را افزایش می دهد (۱۶.۵). با ماهیچه های کاملاً واهلیده، نوری که از يك شیء واقع در بینهایت می آید، بر روی شبکیه کانونی می شود (شکل ۷۲.۵). هر چه شیء به چشم نزدیکتر می شود، ماهیچه های سوزنی انقباض می یابند، در این حال تنش خارجی پیرامون این عدسی را کاهش می دهد که پس از آن تحت نیروهای کشسانی خودش اندکی برآمدگی پیدا می کند. با این عمل، فاصله کانونی چنان کاهش می یابد که f ثابت باقی بماند. همچنان که شیء باز هم نزدیکتر می شود، ماهیچه های سوزنی سفت تر شده و انقباض بیشتری می یابند و سطوح عدسی شعاع کوچکتری به خود می گیرند. نزدیکترین نقطه ای که چشم می تواند در آن کانونی شود، نقطه نزدیک نامیده می شود. در يك چشم بهنجار این فاصله باید حدود ۷ سانتیمتر برای سنین بین ۱۳ تا ۱۹، ۲۵ سانتیمتر برای يك جوان بالغ، و تقریباً ۱۰۰ سانتیمتر در سنین میانه باشد. دستگاههای بصری با در نظر گرفتن این موضوع طراحی می شوند، به طوری که به چشم فشاری غیر ضروری وارد نیاید. آشکار است که چشم نمی تواند به طور همزمان بر روی دوشیء



شکل ۷۲.۵ تطابق-تغییرات در آرایش عدسی.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad [38.5]$$

این بدان معنی است که توان مرکب مساوی جمع دو توان منفرد است، یعنی

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2$$

بنابر این هنگامی که يك عدسی كوژ که در آن $\mathcal{D}_1 = +10$ دیوپتر، با يك عدسی منفی که در آن $\mathcal{D}_2 = -10$ ، در تماس قرار می گیرند، برای آنها $\mathcal{D} = 0$ خواهد بود؛ این ترکیب مانند يك ورقه موازی شیشه عمل می کند. علاوه بر این، می توان يك عدسی، مثلاً يك عدسی دو كوژ را، ترکیبی از دو عدسی كوژ-تخت در تماس بی واسطه پشت به پشت، تصور کرد. توان هر يك از اینها از معادله (۶۲.۵) به دست می آید. در نتیجه برای عدسی كوژ-تخت اول ($R_2 = \infty$)

$$\mathcal{D}_1 = \frac{(n_l - 1)}{R_1} \quad (63.5)$$

درحالی که برای دومی

$$\mathcal{D}_2 = \frac{(n_l - 1)}{-R_2} \quad (64.5)$$

این عبارات را می توان چنین نیز تعریف کرد که: توانهای سطوح مربوط به عدسی دو كوژ اولیه را به دست می دهند. به عبارت دیگر، توان هر عدسی نازک برابر است با مجموع توانهای دو سطح آن. چون R_2 برای يك عدسی كوژ عددی منفی است، هم \mathcal{D}_1 و هم \mathcal{D}_2 در این حالت مثبت خواهند بود. توان يك سطح، که به این روش تعریف شده است، غالباً برابر عکس فاصلهٔ کانونی آن نخواهد بود؛ اگر چه درحالی که اطراف آن هوا باشد چنین است. با ارتباط دادن این اصطلاحات به الگوی عامی که برای چشم آدمی به کار می رود، متوجه می شویم که قدرت عدسی بلورین که هوا آن را دربرگرفته است در حدود $+19$ دیوپتر است. عنبیه تقریباً $+43$ دیوپتر از کل $+58$ دیوپتر چشم بی عیب و سالم را تأمین می کند.

يك چشم بهنجار، علیرغم مفهومی که این کلمه به طور ضمنی بدان اشاره می کند، در واقع آنطور که انتظار می رود موردی عام نیست. منظور ما از واژهٔ بهنجار، یا هم معنی آن اِترودیپتیک، چشمی است که در شرایط واهلیده بتواند پرتوهای موازی را روی شبکیه کانونی کند، یعنی چشمی که نقطهٔ کانونی دوم آن بر روی شبکیه واقع شود. بنابراین، دورترین نقطه‌ای که می تواند کانونی شود، نقطهٔ دور، در بینهایت قرار گرفته است. در مقابل، وقتی که نقطهٔ کانونی دوم بر روی شبکیه واقع نیست، چشم اِترودیپتیک است (مثلاً این چشم مبتلا به دوربینی، نزدیک بینی و یا آستیگما تیسم است).

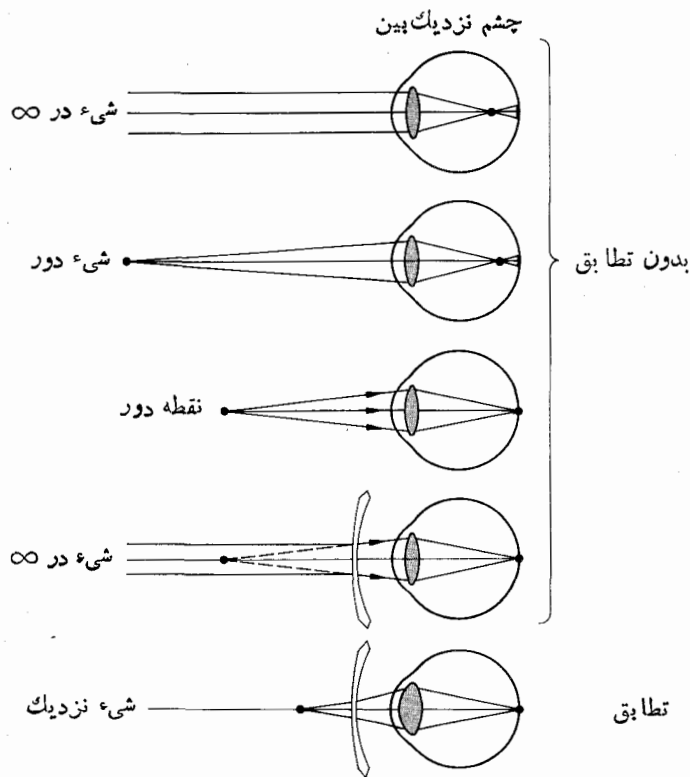
۱. نزدیک بینی-عدسیهای منفی

نزدیک بینی حالتی است که پرتوهای موازی در جلو شبکیه کانونی می شوند؛ همانطور که نشان داده شده است، توان دستگاه عدسی برای طول محوری پیشین-پسین چشم بیش از حد بزرگ است. این حالت به چند طریق اتفاق می افتد، مثلاً ممکن است چشم کشیده تر شود، حتی اگر توان آن بهنجار باقی بماند، ممکن است قرنیه با افزایش كوژی روبه رو شود؛ همچنین شکلی وجود دارد که در اثر ضریب شکست ناهنجار محیط نوری چشم پدید می آید. در هر صورت، تصویرهای اشیای دور در جلو شبکیه می افتند، و نقطهٔ دور از بینهایت نزدیکتر است. و تمام نقطه‌های دورتر از آن تار به نظر خواهند رسید. به همین دلیل است که آن را غالباً مایوپیا یا نزدیک بینی می نامند. چشمی که دارای این عیب است اشیای نزدیک را واضح می بیند (شکل ۷۳.۵). برای تصحیح این مورد، یا دست کم علائم آن، يك عدسی اضافی را چنان در جلو چشم قرار می دهیم که نقطهٔ کانونی دوم ترکیب سیستم عدسی چشم-عینک بر روی شبکیه بیفتد. از آنجا که چشم نزدیک بین می تواند آشکارا اشیای نزدیکتر از نقطهٔ دور را ببیند، عدسی عینک باید از اشیای دور تصویرهای نسبتاً نزدیکی تشکیل دهد. بنابراین، يك عدسی منفی را به کار می بریم که پرتوها را اندکی از هم دور کند. تصور نکنید که ما با این عمل صرفاً توان دستگاه را کاهش می دهیم. در حقیقت، توان ترکیب عدسی-چشم غالباً طوری محاسبه می شود که با توان چشم غیرمسلح برابر شود. اگر عینکی را که برای تصحیح نزدیک بینی استفاده می کنید بردارید، همه چیز تار دیده می شود؛ اما اندازهٔ آنها تغییر نمی کند. سعی کنید يك تصویر واقعی بر روی يك تکه کاغذ با استفاده از عینک خود تشکیل دهید - چنین چیزی عملی نیست.

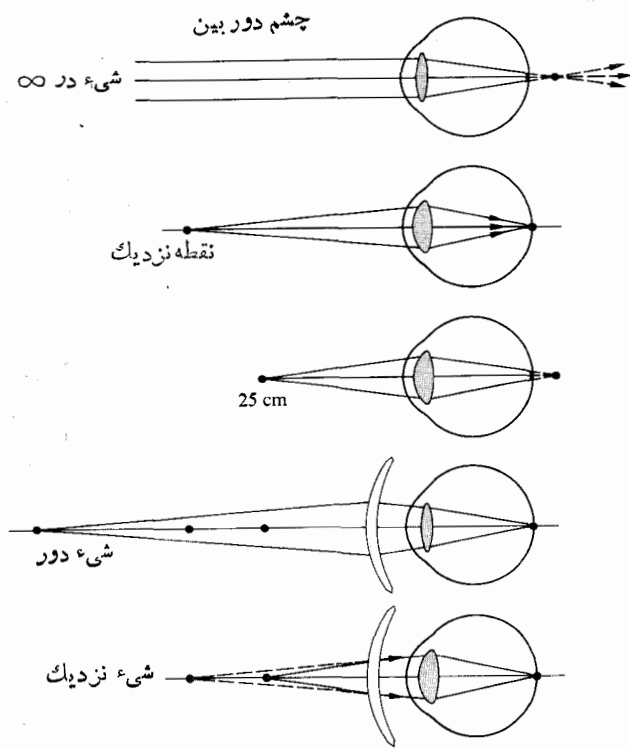
چشمی را با نقطهٔ دور ۲ متر تصویر کنید. اگر عدسی عینک چنان باشد که اشیای دورتر را به فاصله‌ای نزدیکتر از ۲ متر بیاورد، کاملاً مناسب خواهد بود. چنانچه تصویر مجازی يك شیء واقع در بینهایت توسط عدسی کاوی در ۲ متری تشکیل شود، چشم این شیء را با يك عدسی بدون تطابق به طور واضح خواهد دید. بنا بر این از تعریف عدسی نازک (شیشه‌های عینک به خاطر کاهش وزن و حجم معمولاً نازک هستند)، داریم

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-2} \quad [17.5]$$

و $f = -2m$ ، درحالی که $\mathcal{D} = -1/2$ دیوپتر. توجه داشته باشید که در این محاسبه از فاصلهٔ میان چشم و عینک چشم پوشی می شود. این فاصله معمولاً برابر است با فاصلهٔ اولین نقطه کانونی چشم ($\approx 16mm$) از قرنیه تا هیچگونه بزرگنمایی بیش از آنچه در چشم غیرمسلح انجام می گیرد، اتفاق نیفتد. بسیاری از مردم چشمانی ناهمسان دارند، با این وجود هر دو چشم آنها بزرگنمایی



شکل ۷۳.۵ تصحیح نزدیک بینی چشم.



شکل ۷۴.۵ تصحیح دور بینی چشم.

یگسانی به دست می‌دهند. تغییر M_T در مورد يك چشم وعدم تغییر آن برای چشمی دیگر، حادثه‌ای ناگوار خواهد بود. قرار دادن عدسی تصحیح کننده در اولین نقطه کانونی چشم کاملاً از این مشکل جلوگیری خواهد کرد، در این مورد توان آن عدسی تأثیری در نتیجه کار نخواهد داشت [معادله (۸.۶)]. به منظور بررسی این موضوع، پرتوی از نوک يك شیء به آن نقطه کانونی رسم کنید. این پرتو وارد چشم می‌شود و موازی با محور نوری از آن عبور می‌کند، و بنا بر این بلندای تصویر را پدید می‌آورد. اما، چون این پرتو به وسیله حضور عدسی عینکی که مرکزش در نقطه کانونی است متأثر نمی‌شود، ممکن است مکان تصویر به علت جایگذاری چنین عدسی تغییر کند، اما بلندا و در نتیجه M_T آن تغییر نخواهد کرد [معادله (۲۴.۵)].

۲. دور بینی - عدسیهای مثبت

هایپرودپیا (یا هایپرمتروپیا) يك خطای شکستی است که باعث می‌شود دومین نقطه کانونی چشم بدون تطابق در پشت شبکیه قرار گیرد (شکل ۷۴.۵). دور بینی، همانطور که از نامش پیداست، بیشتر در اثر کوتاهی محور پیشین - پسین چشم ایجاد می‌شود - در این حالت عدسی بیش از اندازه به شبکیه نزدیک است. برای افزایش خمیدگی پرتوها يك عدسی مثبت در جلو چشم قرار می‌دهند. چشم دور بین

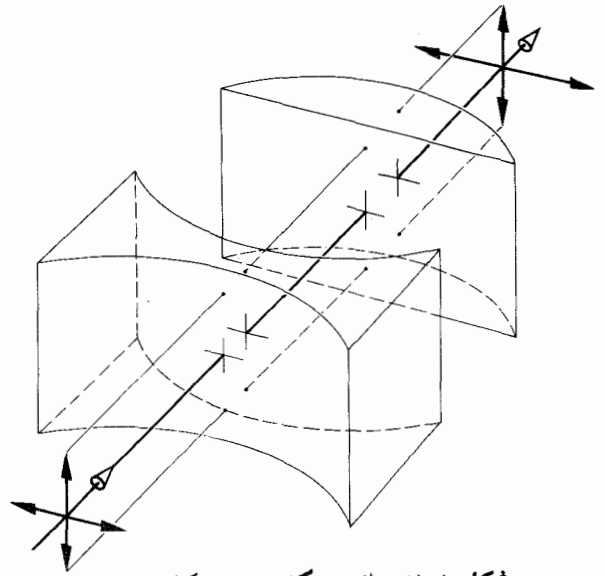
۳. آستیگماتیسم - عدسیهای تغییر شکل دهنده

عیب دیگر چشم و شاید متداولترین آن آستیگماتیسم است. که بر اثر کوژی ناموزون قرنیه به وجود می آید. به عبارت دیگر، قرنیه نامتقارن است. فرض کنیم دو صفحه نصف النهاری را (صفحاتی که شامل محورنوری اند) چنان از چشم گذرانده باشیم که (کوژی یا) توان در یکی بیشینه و در دیگری کمینه باشد. چنانچه این صفحات عمود برهم باشند، آستیگماتیسم منظم و تصحیح پذیر است؛ در غیر این صورت، نامنظم خواهد بود و به سادگی قابل تصحیح نیست. آنجا که چشم در ترکیبات و درجات گوناگون بر روی دو صفحه نصف النهاری عمود برهم، درست بین، نزدیک بین، یا دور بین باشد، آستیگماتیسم منظم می تواند اشکال مختلفی داشته باشد. بنا بر این، به عنوان مثالی ساده، ستونهای يك صفحه آزمونگرتوان دید ممکن است به خوبی کانونی شده باشند، درحالی که ردیفهای آن بر اثر نزدیک بینی یا دور بینی تار دیده شوند. آشکار است که لازم نیست این صفحات نصف النهاری افقی و عمودی باشند.

جرج اری،^۱ اخترشناس بزرگ، در سال ۱۸۲۵/۱۲۰۴ برای بهبود آستیگماتیسم مایوپیک خودش از يك عدسی کروی - استوانه ای کوژ استفاده کرد. احتمالاً این اولین باری بود که آستیگماتیسم تصحیح شد. ولسی تا سال ۱۸۶۲/۱۲۴۱ که کورنلیوس داندروز^۲ هلندی (۱۲۶۸-۱۸۸۹/۱۱۹۷-۱۸۱۸) مقاله ای پیرامون عدسیهای استوانه ای و آستیگماتیسم منتشر کرد، چشم پزشکان برای به کار گرفتن این روش در مقیاسی وسیع، اقدامی نکرده بودند.

هر دستگاه نوری را که مقادیر مختلف M_x یا \mathcal{D} در دو نصف النهار اصلی داشته باشد، تغییر شکل دهنده گویند. بنا بر این، مثلاً اگر این بار با استفاده از عدسیهای استوانه ای، دستگاه نشان داده شده در شکل ۷۵:۵ را بازسازی کنیم، تصویر، به علت آنکه تنها در يك صفحه بزرگ شده است، واپیچیده خواهد شد. این درست همان نوع واپیچش است که به خاطر آستیگماتیسم، به اصلاح نیازمند بوده است، و آن هنگامی است که تنها در يك صفحه نصف النهاری نقصی وجود دارد. يك عدسی عینکی استوانه ای تخت مناسب، مثبت و یا منفی، اساساً دید عادی را باز خواهد گرداند. هنگامی که هر دو صفحه نصف النهار عمود برهم نیاز به تصحیح داشته باشند، این عدسی می تواند، مثلاً، کروی - استوانه ای یا حتی مانند شکل ۷۶:۵ هلالی باشد.

در ضمن، یادآوری می کنیم که عدسیهای تغییر شکل دهنده در موارد دیگری، مثلاً ساختن پرده های پهن فیلمهای سینمایی به کار برده می شوند. در این روش، يك میدان دید افقی بسیار بزرگ در قالب منظم فیلم جا داده می شود. تصویر واپیچیده وقتی که از طریق يك عدسی مخصوص نشان داده شود، دوباره پخش می شود.



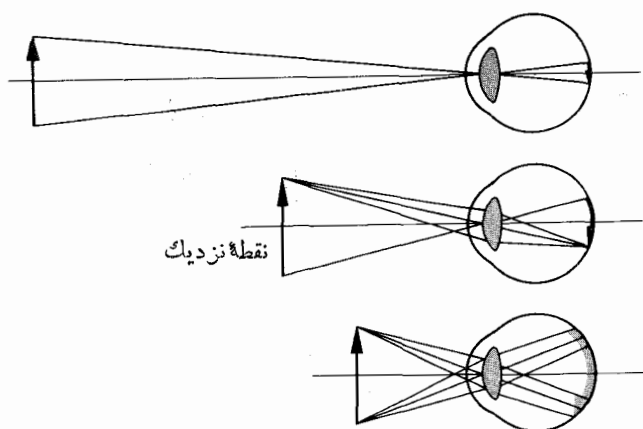
شکل ۷۵:۵ يك دستگاه تغییر شکل دهنده.

برای واضح دیدن اشیای دور می تواند و باید تطابق کند، ولی در مورد يك نقطهٔ نزدیک که بسیار دورتر از فاصلهٔ معمولی است (که این فاصله را ۲۵ سانتیمتر در نظرمی گیریم) این شیء باید در فاصلهٔ حدی آن چشم باشد تا تطابق را انجام دهد. در نتیجه این چشم قادر نخواهد بود به طور واضح ببیند. فرض کنید که يك چشم هایپروپیک دارای يك نقطهٔ نزدیک است، يك عدسی تصحیح کنندهٔ همگرا با توان مثبت، شیء نزدیک را عملاً به آن سوی نقطهٔ نزدیک همانجا که برای چشمی تیزبین کافی است منتقل خواهد کرد، یعنی تصویر مجازی دوری را که چشم قادر به دیدن واضح آن باشد، تشکیل خواهد داد. يك چشم دور بین را که نقطهٔ نزدیکش ۱۲۵ سانتیمتر است در نظرمی گیریم. برای اینکه شیء در ۲۵ - سانتیمتری تصویری در ۱۲۵ cm داشته باشد، به طوری که بتوان آن را دید، چنان که گویی با چشمی بهنجار دیده می شود، باید فاصلهٔ کانونی مساوی

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{(-125)} + \frac{1}{25} = \frac{1}{31}$$

یا $f = 31 \text{ m}$ و $\mathcal{D} = +3.2$ دیوپتر باشد. این مطلب با جدول ۳:۵، در حالت $f < s_0$ ، مطابقت دارد. این عینکها تصویرهای حقیقی تشکیل خواهند داد، اگر دچار دور بینی هستید می توانید این موضوع را آزمایش کنید.

با يك فشار خیلی آرام انگشت بر روی پلکهای بالا و پایین قرنیه، به طور موقت این حالت درهم خواهد ریخت که موجب تغییر دید شما از تار به روشن و برعکس خواهد شد.



شکل ۷۷.۵ تشکیل تصویر در فاصله کوتاهتر از نقطه نزدیک.

M_A ، يك وسیله بصری عبارت است از نسبت اندازه تصویر شبکیه‌ای که از طریق آن وسیله دیده می‌شود، به اندازه تصویر شبکیه‌ای توسط چشم غیر مسلح که در فاصله دیدی بهنجار، دیده می‌شود. فاصله اخیر معمولاً فاصله تا نقطه نزدیک، d_o ، گفته می‌شود. نسبت زاویه‌های α_u و α_v (که به وسیله پرتوهای اصلی که به ترتیب ناشی از نوك شیء در مورد چشم مسلح و غیر مسلح هستند، ساخته می‌شوند) معادل است با $M.P$ ، یعنی

$$M.P = \frac{\alpha_v}{\alpha_u} \quad (۶۵.۵)$$

به یاد داشته باشید که ما بررسی خود را به ناحیه پیرامحوری، محدود کرده‌ایم، و بنابراین

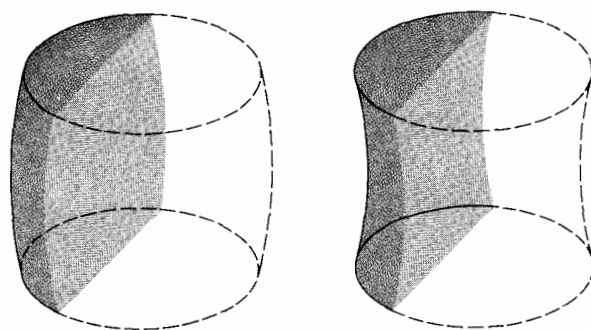
$$M.P = \frac{y_i d_o}{y_o L}$$

که در این رابطه y_i و y_o در بالای محور و مثبت‌اند. مثبت بودن کمیت‌های d_o و L مقداری برای $M.P$ مثبت به دست خواهد داد که کاملاً معقول است. با استفاده از معادلات (۲۴.۵) و (۲۵.۵) برای M_T ، در کنار معادله عدسی نازک، این عبارت به شکل زیر خواهد بود.

$$M.P = -\frac{s_i d_o}{s_o L} = \left(1 - \frac{s_i}{f}\right) \frac{d_o}{L}$$

تا زمانی که فاصله تصویر منفی است، داریم $s_i = -(L - l)$ ، و در نتیجه

$$M.P = \frac{d_o}{L} [1 + \mathcal{D}(L - l)] \quad (۶۶.۵)$$



شکل ۷۶.۵ سطوح هلالی.

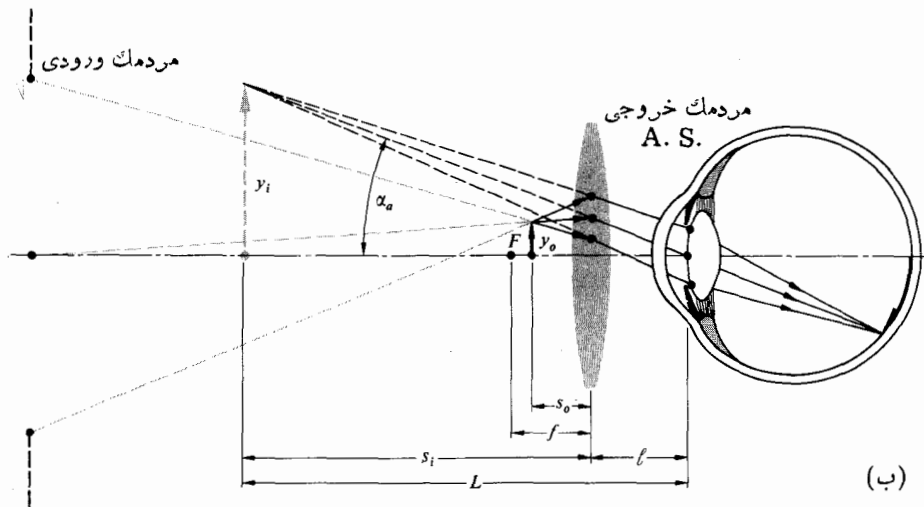
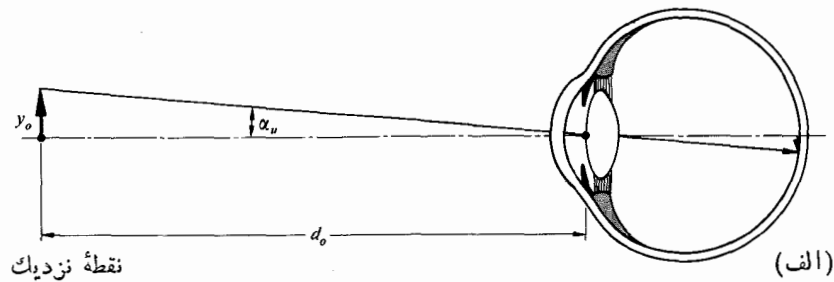
گاهی ایستگاهی تلویزیونی پیش پرده‌های کوتاهی را بدون عدسی مخصوص نشان می‌دهد. ممکن است تصویر حاصل را که به شکل عجیبی دراز شده است دیده باشید.

۳۰۷.۵ ذره بین

يك بیننده صرفاً از طریق نزدیک کردن شیء به چشمش، می‌تواند آن را بزرگتر جلوه گر کند، و در نتیجه جزئیاتش را مورد بررسی قرار دهد، هر چه شیء به چشم نزدیکتر و نزدیکتر شود، تصویر شبکیه‌ای آن بزرگتر می‌شود و در حالت کانونی باقی می‌ماند تا اینکه عدسی بلورین دیگر نتواند تطابق کافی انجام دهد. در صورتی که شیء از این نقطه نزدیک، نزدیکتر شود، تصویر تار خواهد شد (شکل ۷۷.۵). برای اضافه کردن توان شکستی چشم، چنان که بتوان شیء را نزدیکتر آورده و باز هم در حالت کانونی نگهداشت، می‌توان يك تك عدسی مثبت به کار برد. عدسی که به این منظور به کار می‌رود به نامهای گوناگون ذره بین، ذره بین ساده، یا میکروسکوپ ساده خوانده می‌شود. در هر حال، کار آن این است که تصویری بزرگتر از آنچه به وسیله چشم غیر مسلح دیده می‌شود از يك شیء نزدیک تهیه کند. ابزاری از این نوع از مدتها پیش مورد استفاده بوده است. در حقیقت، يك عدسی کوژ کوارتز ($f \approx 10 \text{ cm}$) که احتمالاً نقش ذره بین را داشته است، در سال ۱۸۸۵/۱۲۶۴ میان خرابه‌های کاخ شاه سناریب آشوری (۷۵۵-۶۸۱ ق. م) از زیر خاک بیرون کشیده شد.

بدیهی است که تشکیل تصویری بزرگتر و مستقیم توسط عدسی، مطلوب خواهد بود. افزون بر این، پرتوهایی که وارد چشم بهنجار می‌شوند همگرا نخواهند بود. جدول ۳.۵ قرارگیری شیء را در فاصله کانونی، مستقیماً پیشنهاد می‌کند، یعنی $f < s_o$. نتیجه این امر در شکل ۷۸.۵ نشان داده شده است. چون مردمك چشم نسبتاً ریز است، تقریباً به یقین، همیشه روزنه بند است و بنابراین شکل ۳۰.۵، مردمك خروجی نیز خواهد بود.

توان دشتنمایی، $M.P$ ، یا معادل آن دشتنمایی زاویه‌ای،



شکل ۷۸.۵ ذره بین.

مجازی و در بینهایت قرار خواهد داشت ($L = \infty$). بنا بر این از معادله (۶۶.۵) برای تمام مقادیر عملی l داریم

$$[M.P.]_{L=\infty} = d_o \mathcal{D} \quad (۶۹.۵)$$

چون پرتوها موازی اند، چشم منظره را در يك پیکربندی آسوده و بدون تطابق می بیند که حالتی بسیار مطلوب است. توجه داریم که هرگاه $s_o \rightarrow f$ ، آنگاه $s_i/s_o = M_T = -$ به بینهایت نزدیک می شود، در صورتی که کاملاً برخلاف این مطلب و در همین شرایط، M_A صرفاً به مقدار ۱ کاهش می یابد.

ذره بین با توان ۱۰ دیوپتر به ازای $L = \infty$ دارای فاصله کانونی ($1/\mathcal{D}$) ۱۰ سانتی متر، و $M.P.$ ای برابر ۲۵ سانتی متر است. این مطلب به طور قراردادی با نماد $\times ۲۵$ نشان داده می شود به این معنی که تصویر شبکه ای در حالتی که شیء در فاصله کانونی عدسی قرار دارد ۲۵ برابر حالتی است که شیء در نقطه نزدیک چشم غیر مسلح (جایی که بزرگترین تصویر روشن امکان پذیر است) قرار داشته باشد. ساده ترین ذره بینهای تک عدسی به علت ابیراهیها به تقریباً $\times ۲$ یا $\times ۳$ محدود می شوند. لازمه داشتن يك میدان دید گسترده به کار بردن يك عدسی بزرگ است که، به دلایل عملی، بیشتر اوقات

البته \mathcal{D} توان ذره بین ($1/f$) است. سه حالت ویژه مورد توجه اند: (۱) وقتی $l = f$ است توان درشتنمایی برابر است با: $d_o \mathcal{D}$; (۲) وقتی l عملاً صفر باشد

$$[M.P.]_{l=0} = d_o \left(\frac{1}{L} + \mathcal{D} \right)$$

در این حالت بزرگترین مقدار $M.P.$ با کوچکترین مقدار L متناظر است که به خاطر روشن بودن دید، باید با d_o برابر باشد. بنا بر این

$$[M.P.]_{L=0} = d_o \mathcal{D} + 1 \quad (۶۷.۵)$$

با اختیار کردن $d_o = ۰.۲۵ \text{ m}$ برای ناظر متعارف، داریم

$$[M.P.]_{L=0} = ۰.۲۵ \mathcal{D} + 1 \quad (۶۸.۵)$$

هر چه L افزایش یابد، $M.P.$ کاهش می یابد و به همین ترتیب هر چه l افزایش یابد $M.P.$ کاهش می یابد. چنان که چشم از عدسی خیلی دور باشد، تصویر شبکه ای به راستی کوچک خواهد بود؛ (۳) این آخری شاید متداولترین حالت باشد. در این وضعیت شیء در کانون ($s_o = f$) قرار می گیرد که در این صورت تصویر

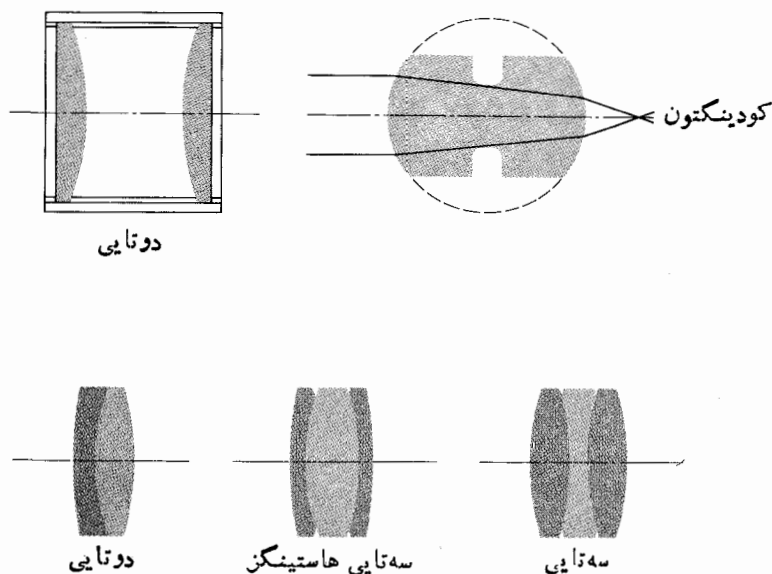
۴.۷.۵ دیدگرها

دیدگر یا چشمی يك وسیله نوری بصری است. هرچند این وسیله اساساً يك ذره بین است، عملکرد آن دیدن يك شیء واقعی نیست، بلکه تصویرمیانى آن شیء را كه توسط يك دستگاه عدسی پیشین تشکیل شده است، می بیند. عملاً، چشم به چشمی نگاه می کند و چشمی به دستگاه نوری - كه ممكن است لكه نما، میکروسكوپ مركب، تلسكوپ یا دوربین دوچشمی باشد، نگاه می کند. يك تك عدسی هم می تواند این منظور را، اما به طور ناقص، برآورده كند. اگر قرار است تصویرشكیهای رضایت بخشتر باشد، معمولاً چشمی نمی تواند ابیراهیهای گسترده ای را تحمل كند. ولی، دیدگر يك دستگاه ویژه را به عنوان بخشی از يك دستگاه كامل، می توان چنان طراحی كرد كه عدسیهای آن در طرح کلی، به منظور خنثی كردن ابیراهیها، به كار روند. با وجود این، دیدگرهای استاندارد در اغلب تلسكوپها و میکروسكوپهای مركب به طور تعویض پذیری به كار گرفته می شوند. علاوه براین، طراحی دیدگرها كار مشكلی است، و شاید مفیدترین روش، كه روشی معمول نیز هست، این باشد كه یکی از طرحهای موجود را با افزوده هایی به آن، با اندکی اصلاح به كار گرفت.

چشمی باید يك تصویر مجازی (از تصویر میانی) تشکیل دهد، این تصویر اغلب در بینهایت یا در نزدیکی آن قرار می گیرد به طوری كه می توان این تصویر را با يك چشم معمولی و واهلیده، به راحتی دید. افزون براین، چشمی باید مركز مردمك خروجی یا نقطه چشم را كه چشم بیننده در آنجا قرار گرفته است، در جایی مناسب، ترجیحاً دست كم به فاصله ۱۵ میلیمتر یا در حدود همین فاصله از آخرین رویه، قرار دهد. مانند گذشته، درشتنمایی چشمی

مستلزم كووی تقریباً كوچکی روی سطوح است. شعاعها، مانند فر، بزرگ اند و بنابراین M.P كوچك است. عینك مطالعه، از همان نوعی كه به وسیله شرلوك هولمز مشهور شد، يك نمونه بارز است. ذره بین چشمی ساعت سازی اغلب يك عدسی تك عنصری با درشتنمایی تقریباً $2 \times$ یا $3 \times$ است. شكل ۷۹.۵ تعداد بیشتری از ذره بینهای پیچیده تر را كه برای كار در گستره تقریبی از $10 \times$ تا $20 \times$ طراحی شده اند، نشان می دهد. عدسی دوگانه در بسیاری از پیکربندیها كاملاً متداول است. اگر چه این عدسیها چندان خوب نیستند، ولی عملکرد آنها، مثلاً در ذره بینهای چشمی با توان زیاد، رضایت بخش است. كودینگتون، اساساً كره ای است كه روزنه ای كوچكتر از مردمك چشم در آن تعبیه شده است. يك مرمر شفاف (یا هر گوی كوچك شیشه ای) نیز تا حد زیادی درشتنمایی خواهد داشت. اما با واپیچش نسبتاً زیادی همراه است.

ضرب شکست نسبی يك عدسی و محیط اطراف آن، n_{lm} ، به طول موج بستگی دارد. اما از آنجا كه فاصله كانونی يك عدسی به نسبت $n_{lm}(\lambda)$ تغییر می كند، معنی این امر آن است كه f تابع طول موج بوده و رنگهای تشكيل دهنده نور سفید در نقاط مختلفی از فضا كانونی خواهند شد. نقص حاصل از این وابستگی را ابیراهی رنگی می گویند. برای اینکه تصویر رنگی نباشد، عدسیهای مثبت و منفی كه از شیشه های مختلف ساخته شده اند، طوری تركيب می شوند تا عدسیهای اقلام را تشكيل دهند (بخش ۲.۳.۶). عدسیهای اقلام چسبیده به هم، دوتایی و سه تایی، نسبتاً گرانند و معمولاً در ذره بینهای كوچك، با توان بالا و كاملاً تصحیح شده، كار گذاشته می شوند.

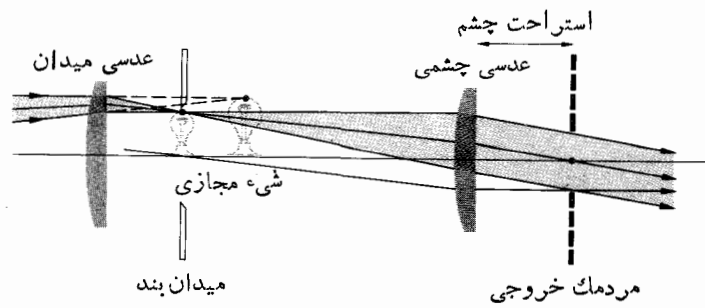


شكل ۷۹.۵ ذره بینها.

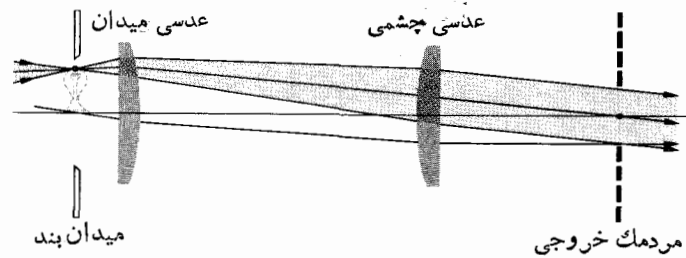
برابر حاصلضرب $d_0 D$ است که اغلب به صورت $M.P = (250\text{mm})/f$ نوشته می‌شود.

چشمی هویگنس که بیش از ۲۵۰ سال قبل ساخته شد، امروز هم به‌ویژه در میکروسکوپ کاربرد گسترده‌ای دارد (شکل ۸۰.۵). عدسی مجاور چشم به نام عدسی چشمی و اولین عدسی در چشمی به نام عدسی میدان نامیده می‌شود. فاصلهٔ بین عدسی-چشم و نقطهٔ چشمی، استراحت چشم نام دارد و در مورد چشمی هویگنس این فاصله تنها ۳ میلیمتر یا در همین حدود است که فاصلهٔ ناراحت‌کننده‌ای است. توجه کنید که این چشمی به پرتوهای ورودی همگرایی نیاز دارد که یک شیء مجازی را برای عدسی-چشم تشکیل دهند. بنابراین آشکار است که دیدگر هویگنس را نمی‌توان همچون ذره‌بینی معمولی به کار برد. اقبالی که اینک از آن به عمل می‌آید در قیمت ارزانش نهفته است (بخش ۲.۳.۶، قسمت ۲). نمونهٔ قدیمی دیگری دیدگر رمسدن^۱ (شکل ۸۱.۵) است. در این مورد کانون اصلی در جلو میدان-عدسی قرار دارد و بنابراین تصویر میانی در آنجا به آسانی آشکار خواهد شد. و این همان جایی است که یک شبکه (یا شبکهٔ شطرنجی) که شامل مجموعه‌ای خطوط متقاطع، درجه بندیهای دقیق، یا توریهای دایره‌ای با تقسیم بندی زاویه‌ای، و جز اینهاست قرار می‌دهیم. (وقتی که اینها بر روی یک صفحهٔ شفاف تشکیل شوند، غالباً شبکه‌های شطرنجی خوانده می‌شوند). از آنجا که شبکه و تصویر میانی در یک صفحه‌اند، هر دو در یک زمان کانونی خواهند شد. استراحت چشم آن به میزان تقریبی ۱۲ میلیمتر امتیازی است نسبت به چشمی پیشین. رمسدن نسبتاً عامه‌پسند و ارزان است (مسئله ۲.۶). دیدگر کلنر افزایش مشخصی را در کیفیت تصویر نشان می‌دهد، اگرچه مقدار استراحت چشم در آن بین دو وسیلهٔ قبلی واقع است. کلنر اساساً یک رمسدن افام شده است (شکل ۸۲.۵). متداولترین کاربرد آن در ابزار تلسکوپی با میدانی نسبتاً وسیع است. دیدگر اورتوسکوپی (شکل ۸۳.۵) دارای میدانی وسیع، درشتنمایی بالا و استراحت چشم طولانی ($\approx 20\text{mm}$) است. دیدگر متقارن (پلوسل) (شکل ۸۴.۵) مشخصاتی مانند مشخصات چشمی اورتوسکوپی دارد ولی به‌طور کلی تا اندازه‌ای از آن برتر است. دیدگر ادفل (شکل ۸۵.۵) احتمالاً متداولترین دیدگر با میدان وسیع (تقریباً $\pm 30^\circ$) است. این یکی برای تمام ابیراهیها به‌خوبی تصحیح شده و نسبتاً گران است.^۲

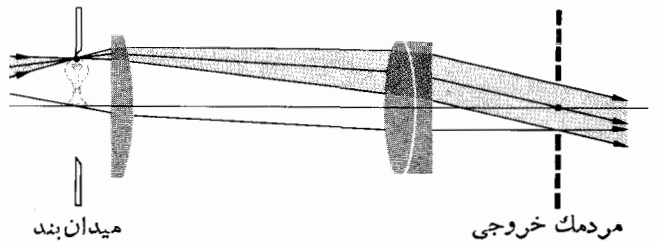
اگرچه دیدگرهای بسیار دیگری شامل چشمیهایی با توان میزان‌کنندگی متغیر و تعدادی نیز با سطوح ناکروی وجود دارند، همانهایی که در بالا مورد بحث قرار گرفتند نمونه‌های کاملی از این



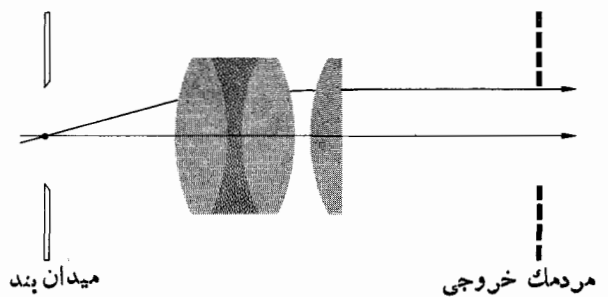
شکل ۸۰.۵ چشمی هویگنس.



شکل ۸۱.۵ چشمی رمسدن.



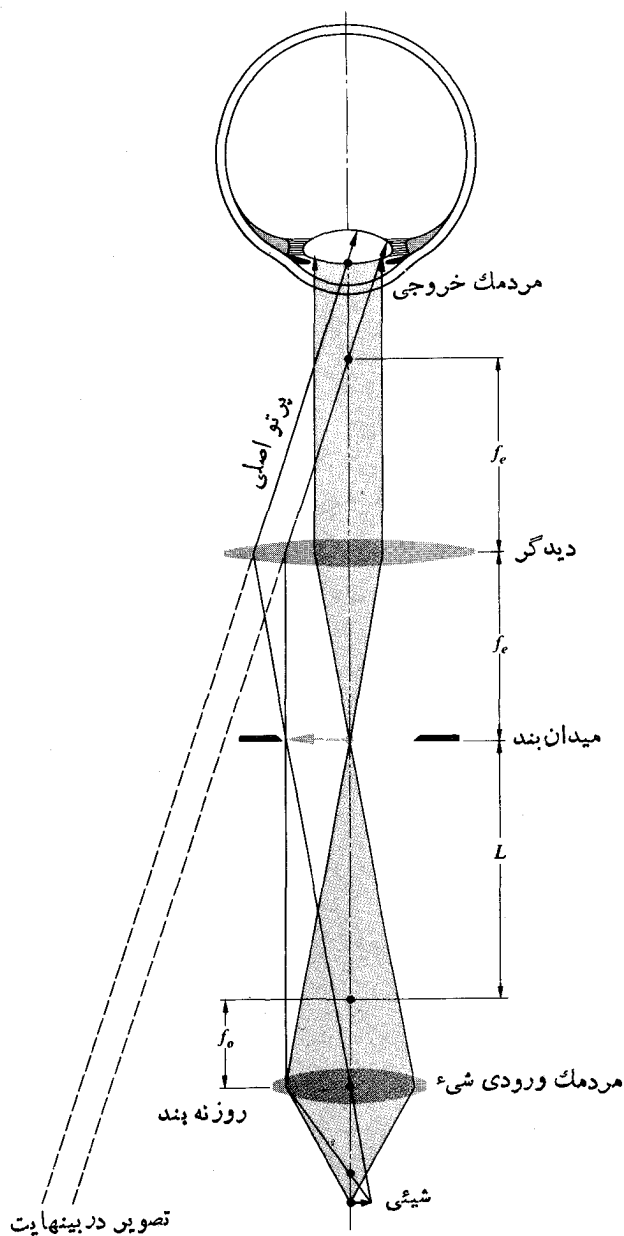
شکل ۸۲.۵ دیدگر کلنر.



شکل ۸۳.۵ دیدگر اورتوسکوپی.

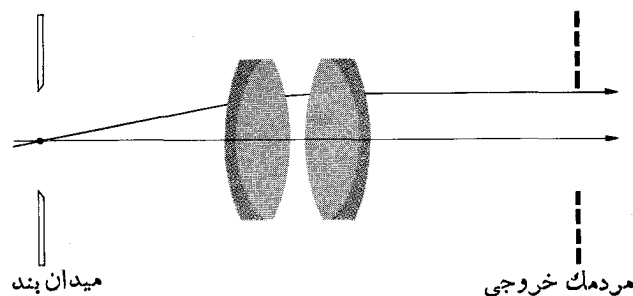
1. Ramsden

۲. طرح کلی این چشمی و چشمیهای دیگر را می‌توان در کتاب زیر پیدا کرد

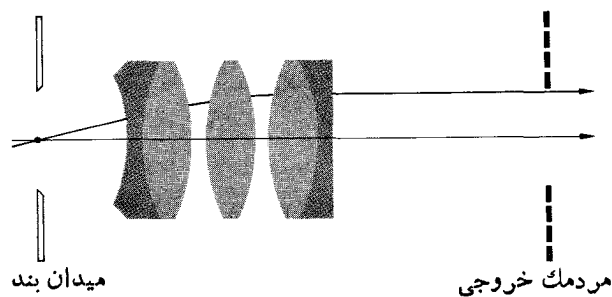


شکل ۸۶.۵ یک میکروسکوپ مرکب ابتدایی.

مانند آنکه در بخش پیشین مورد بحث قرار گرفت، موازی با یکدیگر خارج می‌شوند. چشمی، این تصویر میانی را باز هم بزرگتر می‌کند. بنابراین توان درشتنمایی کل دستگاه عبارت است از حاصلضرب درشتنمایی خطی عرضی عدسی شیئی، M_{T_o} ، و درشتنمایی زاویه‌ای دیدگر، M_{A_e} ، یعنی



شکل ۸۴.۵ دیدگر متقارن (پلوسل).



شکل ۸۵.۵ دیدگر ارقل.

نوع‌اند. اینها دیدگرهایی اند که معمولاً می‌توان آنها را در میکروسکوپها، تلسکوپها و سیاهه‌بالا بلندی از کاتالوگهای تجارتي، یافت.

۵.۷.۵ میکروسکوپ مرکب

میکروسکوپ مرکب در ایجاد درشتنمایی زاویه‌ای (بزرگتر از تقریباً $\times 30$) از اشیای نزدیک نسبت به عدسی ساده گامی دیگر به پیش برمی‌دارد. اختراع میکروسکوپ که احتمالاً در حدود سال ۱۵۹۰ روی داده است، معمولاً به عینک‌سازی هلندی به نام زاخاریاس جانسن^۱ اهل میدل‌بورگ منسوب است. گالیلهو، که اختراع میکروسکوپ خود را در سال ۱۶۱۰/۹۸۹ اعلام کرد، دومین نفر پس از او بود. طرحی ساده، که به ابتدایی‌ترین این ابزار پیشتر نزدیک است تا یک میکروسکوپ آزمایشگاهی امروزی، در شکل ۸۶.۵ نشان داده شده است. دستگاه عدسی در اینجا، یک تک عدسی است که نزدیکترین عدسی به شیء است و شیشی نامیده می‌شود. این عدسی، تصویر حقیقی، معکوس و معمولاً بزرگتر از شیء تشکیل می‌دهد. این تصویر در فضا بر روی صفحه میدان بند دیدگر جای می‌گیرد. پرتوهای واگرایی که از هر نقطه این تصویر می‌آیند، از عدسی چشمی (که در این حالت ساده خود دیدگر است)،

$$M.P = M_{T_0} M_{A_e} \quad (۷۰.۵)$$

یادآوری کنیم که $M_T = -x_i/f$ (۲۶.۵)، و با در نظر گرفتن این موضوع اکثر سازندگان، ولی نه همه آنها، میکروسکوپهایشان را به نحوی طراحی می کنند که فاصله (متناظر با x_i) از دومین کانون عدسی شیئی تا اولین کانون دیدگر در ۱۶۰ میلیمتر استاندارد شود. این فاصله، معروف به طول لوله با حرف L در شکل نشان داده شده است (برخی مؤلفین طول لوله را به عنوان فاصلهٔ تصویر شیء تعریف می کنند) در این صورت با داشتن تصویر نهایی در بینهایت، نقطهٔ نزدیک استاندارد برابر است با ۱۰ اینچ یا ۲۵۴ میلیمتر

$$M.P = \left(-\frac{160}{f_o}\right) \left(\frac{254}{f_e}\right) \quad (۷۱.۵)$$

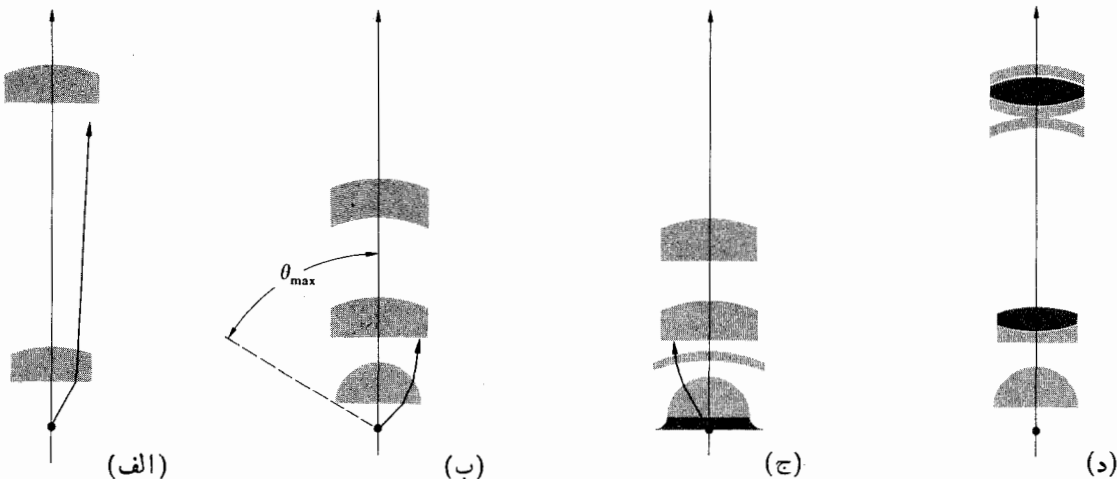
و تصویر معکوس است ($M.P < 0$). به این ترتیب، لوله یک عدسی شیئی است که فاصلهٔ کانونی آن، f_o ، مثلاً ۳۲ میلیمتر فرض می شود، و علامت $\times 5$ (یا $\times 5$) بر روی آن حک می شود، که نشانگر توان ۵ است. $M.P$ در میکروسکوپ پس از ترکیب بایک دیدگر، $\times 10$ ، ($f_e = 25.4 \text{ cm}$)، برابر $\times 50$ خواهد بود. با قراردادن یک تصویر میانی کانونی شده از دیدگر در اولین صفحهٔ کانونی چشمی، جهت حفظ روابط فاصله ای میان عدسی شیئی، میدان-بند و چشمی، این سه عنصر را همچون یک واحد حرکت می دهند.

خود عدسی شیئی به عنوان روزنه بند و مردمک ورودی عمل می کند. تصویر آن که توسط دیدگر تشکیل شده است، مردمک خروجی است که چشم در آن قرار گرفته است. میدان-بند که اندازه

بزرگترین شیء قابل نظاره را محدود می کند، به عنوان بخشی از چشمی ساخته می شود. تصویر میدان بند که توسط عناصر نوری بعد از آن تشکیل شده است، پنجرهٔ خروجی نامیده می شود و تصویری را که به توسط عناصر نوری ماقبل آن تشکیل شده است، پنجرهٔ ورودی می نامند. زاویهٔ مخروطی را که تحت آن زاویه محیط پنجرهٔ خروجی از مرکز مردمک خروجی دیده می شود، میدان زاویه ای در فضای تصویر می گویند.

عدسی شیئی میکروسکوپ امروزی را تقریباً به سه نوع اساساً متفاوت می توان رده بندی کرد. این عدسی را می توان طوری طراحی کرد که با شیء که در زیر یک پوشش شیشه ای، یا بدون پوشش شیشه ای (وسایل متالورژی)، یا با شیئی که درون مایعی در تماس با عدسی شیئی غوطه ور باشد، به بهترین وجهی کار کند. در بعضی موارد این تمایز چندان بحرانی نیست و ممکن است با، یا بدون پوشش شیشه ای به کار برده شود. در شکل ۸۷.۵ چهار نمونه عدسی شیئی نشان داده شده اند (بخش ۱.۳.۶، قسمت ۱). افزون بر این، عدسی دوتایی افام به هم چسبیده معمولی با توان پایین (حدود $\times 5$) کاملاً متداول است. [عدسیهای شیئی افام نسبتاً ارزان با توان متوسط ($\times 10$ یا $\times 20$)، به واسطهٔ فاصله کانونی کوتاهشان، برای گسترش و بالایش فضایی باریکهای لیزری کاربرد شایسته ای دارند.]

کمیت مشخص مهم دیگری وجود دارد که در اینجا باید، اگرچه کوتاه، از آن گفتگویی به میان آوریم. روشنایی تصویر، تا حدودی، به مقدار نوری که توسط عدسی شیئی جمع می شود، بستگی دارد. برای تشریح این کمیت، به ویژه وقتی که شیئی در فاصله دوری باشد، عدد f ضریب مفیدی است (بخش ۳.۳.۵). اما، برای



شکل ۸۷.۵ عدسیهای شیئی میکروسکوپ: (الف) شیئی لیستر $\times 10$ ، $N.A = 0.25$ ، $f = 16 \text{ mm}$ (دو نافام چسبیده). (ب) شیئی امیسی، از $\times 20$ ، $N.A = 0.5$ ، $f = 8 \text{ mm}$ تا $\times 40$ ، $N.A = 0.8$ ، $f = 4 \text{ mm}$. (ج) شیئی فرورفته در روغن $\times 100$ ، $N.A = 1.3$ ، $f = 1.6 \text{ mm}$ (شکل ۱۶.۶). (د) شیئی آپوکروماتیک، $N.A = 0.95$ ، $\times 55$ ، $f = 3.2 \text{ mm}$ (حاوی دو عدسی فلوریت).

پیشرفته ساخت و دنیا را با کشفهای اخترشناسی آینده خود که به حق به خاطر آنها آنقدر معروف شد، حیرت زده کرد.

۱. تلسکوپهای شکستی

يك تلسکوپ نجومی ساده در شکل ۸۸.۵ نشان داده شده است. هرچند این تلسکوپ شباهت زیادی به میکروسکوپ مرکب دارد، ولی برخلاف میکروسکوپ عملکرد عمده آن بزرگ کردن تصویر شبکه‌ای يك شیء دور است. در باز نمود تصویری، شیء در يك فاصله دور متناهی از عدسی شیئی قرار گرفته است به طوری که تصویر حقیقی میانی درست پشت دومین نقطه کانونی اش تشکیل می‌شود. این تصویر برای دستگاه عدسی دوم، یعنی چشمی، نقش شیء را بازی می‌کند. از جدول ۳.۵ نتیجه می‌شود که اگر قرار باشد دیدگر يك تصویر مجازی نهایی بزرگ شده تشکیل دهد (در گستره تطابق متعارف)، فاصله شیء باید مساوی یا کمتر از فاصله کانونی، f ، باشد. در عمل، مکان تصویر میانی ثابت است و تنها دیدگر برای کانونی کردن دستگاه حرکت می‌کند. توجه داریم که تصویر نهایی معکوس است، ولی تا زمانی که میدان دید برای رصدهای اخترشناسی به کار برده می‌شود، این مسئله به نتیجه‌ای منجر نخواهد شد، به ویژه از هنگامی که بیشتر کار مربوط به عکسبرداری است.

هنگامی که فاصله شیء بسیار زیاد باشد، پرتوهای فرودی عملاً موازی اند تصویر میانی در کانون دوم عدسی چشمی قرار می‌گیرد. معمولاً دیدگر طوری قرار گرفته است که کانون اول آن کانون دوم عدسی شیئی را که در این حالت پرتوها از يك نقطه روی تصویر میانی واگرا می‌شوند و از چشمی به طور موازی با یکدیگر خارج خواهند شد، می‌پوشانند. بنابراین چشمی با دید متعارف می‌تواند پرتوها را در يك حالت استراحت کانونی کند. البته چنانچه چشم نزدیک بین یا دور بین باشد، چشمی را می‌توان به نزدیک یا دور حرکت داد، تا پرتوها اندکی واگرا یا همگرا شوند و این نقص جبران شود. (اگر آستیگمات هستید، وقتی دستگاههای بصری معمولی را به کار می‌برید، باید عینک خود را برچشم داشته باشید). پیشتر دیدیم (بخش ۳.۲.۵، قسمت ۴) که هردو فاصله کانونی عقب و جلو يك عدسی مرکب نازک، هنگامی که فاصله بین دو عدسی به اندازه d ، و برابر مجموع فاصلههای کانونی آنها باشد، به بینهایت میل می‌کند (شکل ۸۹.۵). تلسکوپ نجومی در این پیکربندی همچو همتاهای بی کانون، یعنی بدون فاصله کانونی نامیده می‌شود. برای مزید اطلاع، اضافه می‌کنیم که اگر يك باریکه لیزر باریک موازی شده (پرتوهای موازی، یعنی، موجهای تخت) را به پشت چشم اندازی که در بینهایت کانونی شده است بتابانیم، بازهم موازی شده اما با سطح مقطعی افزایش یافته خارج خواهند شد. وجود يك باریکه موج تخت، تکفام مانند، پهن، غالباً مطلوب است؛ ابزار ویژه‌ای از این نوع اکنون در

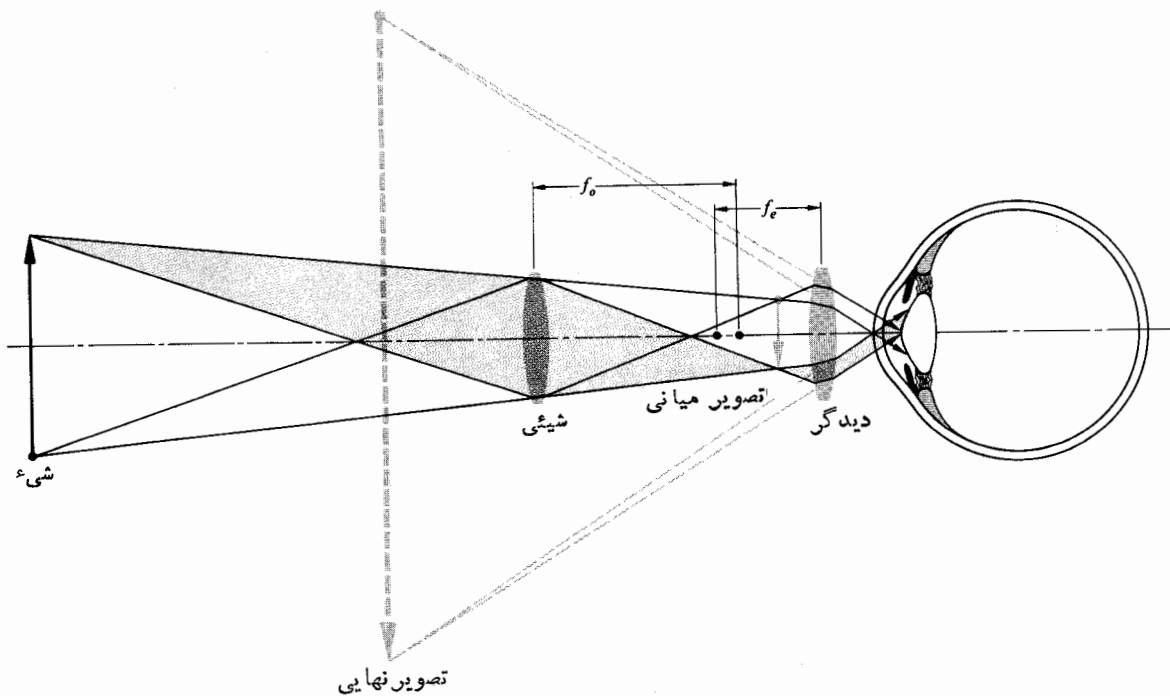
دستگاهی که در همیوگهای منتهای (مقادیر s_i و s_o هردو منتهای) کار می‌کند، روزنه عددی $N.A$ مناسبتر است (بخش ۶.۵). در مثال کنونی

$$N.A = n_o \sin \theta_{\max} \quad (۷۲.۵)$$

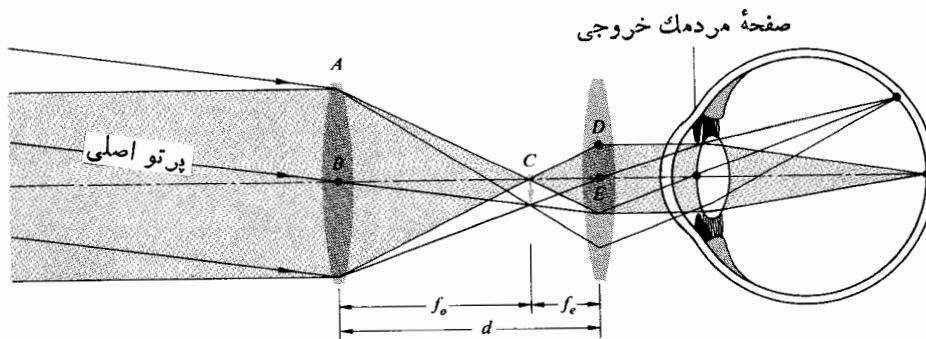
که در آن n_o ضریب شکست محیط (هوا، نفت، آب و غیره) مجاور عدسی شیئی است و θ_{\max} نیم زاویه مخروط بیشینه نور است که به وسیله آن عدسی تشکیل شده است (شکل ۸۷.۵ ب). به بیان دیگر، θ_{\max} زاویه‌ای است که توسط يك پرتوکناری با محور ساخته می‌شود. روزنه عددی از حدود ۰.۵۷ برای شیئیهای با توان پایین تا ۱.۴ یا چیزی در همین حدود برای شیئیهای با توان بالا (۱۰۰×) تغییر می‌کند. البته، چنانچه شیئی در هوا باشد، $N.A$ نمی‌تواند از ۰.۱۱ بزرگتر شود. $N.A$ ، معمولاً عدد دومی است که بر روی لوله شیئی حک می‌شود. در ضمن ارنست آبه (۱۸۴۴-۱۹۰۵/۱۲۲۹-۱۸۴۰) در حالی که در کارگاه میکروسکوپ سازی کارل زایس کار می‌کرد، به طور تصادفی به مفهوم روزنه عددی رسید. او دریافت که فاصله عرضی کمینه میان دو نقطه از شیء که بتوان تصاویر آنها را تفکیک کرد، یعنی، توان تفکیک، به نسبت مستقیم با λ و به نسبت معکوس با $N.A$ تغییر می‌کند.

۶.۷.۵ تلسکوپ

به هیچ وجه روشن نیست واقعاً چه کسی تلسکوپ را اختراع کرده است. در حقیقت، این وسیله احتمالاً بارها اختراع و دوباره اختراع شده است. به یاد داریم که پیش از قرن هفدهم در اروپا، عدسیهای عینک نزدیک به سیصد سال مورد استفاده بوده‌اند. در خلال آن دوران طولانی، کنار هم قراردادن اتفاقی دو عدسی مناسب برای تشکیل يك تلسکوپ تقریباً اجتناب ناپذیر به نظر می‌رسد. در هر حال بیشترین احتمال این است که عینک سازی هلندی به نام زاخاریاس جانشن، همان همه فن حریف مشهور میکروسکوپ، اولین تلسکوپ را ساخته است و افزون بر این آگاهیهایی هم از ارزش آنچه که خود در آن انجام داده بود، داشت. ولی، قدیمیترین گواه بی چون و چرای این کشف به دوم اکتبر سال ۱۶۰۸/۹۸۷ برمی‌گردد، وقتی که هانس لیپرش از حاکم ایالات هلند درخواست امتیازی برای دستگاهی که دور را می‌بیند (که معنی همان لغت یونانی تلسکوپاس است) کرد. در ضمن، همانگونه که احتمالاً دریافت‌ها باشید، امکانات نظامی آن بی‌درنگ شناخته شد، و بنابراین این امتیاز به او داده نشد و در عوض، دولت حقوق این دستگاه را خرید و او برای ادامه پژوهش کارمزدی دریافت کرد. گالیله در مورد این کار چیزهایی شنید و پیش از سال ۱۶۰۹/۹۸۸ تلسکوپي بسا به کار بردن دو عدسی و يك لوله ارگ، به جای لوله تلسکوپ، از نو ساخت. زمان زیادی طول نکشید که او چندین دستگاه بسیار



شکل ۸۸.۵ تلسکوپ نجومی کپلری (چشمی که تطابق می‌کند).



شکل ۸۹.۵ تلسکوپ نجومی - همیوگهای نامتناهی.

بازار یافت می‌شود.

روزنه‌بند در پیرامون عدسی شیئی قرار گرفته است و مردمک ورودی نیز به دور آن حلقه می‌زند، در سمت چپ عدسی شیئی هیچ عدسی وجود ندارد. اگر این تلسکوپ به‌طور مستقیم یک کیهکشان دور را هدف گیرد، احتمالاً محور بصری چشم با محور مرکزی منظره هم‌خط خواهد شد. بنا بر این مردمک ورودی چشم با مردمک خروجی منظره در فضا، منطبق خواهد شد. با وجود این چشم بی‌حرکت نیست. چشم به اطراف حرکت کرده تمامی میدان دید را، که اغلب حاوی نکات جالب زیادی است، می‌پوید. چشم، عملاً با چرخیدن نواحی مختلف میدان را بررسی می‌کند به طوری که

پرتوهای یک ناحیه ویژه بر روی فاویای مرکزی می‌افتند. راستایی که توسط پرتو اصلی از طریق مرکز مردمک ورودی به فاویای مرکزی ایجاد شده است، خط اولیهٔ دید نام دارد. نقطهٔ محوری، که در ارتباط با سر ثابت شده، و خط اولیهٔ دید همیشه از داخل آن می‌گذرد، بدون در نظر گرفتن سمتگیری کرهٔ چشم، تقاطع دید نامیده می‌شود. وقتی که بخواهیم چشم میدان را مورد بررسی قرار دهد، تقاطع دید باید در مرکز مردمک خروجی تلسکوپ قرار داده شود. در این حالت، به هر صورتی که چشم حرکت کند، خط اولیهٔ دید همیشه با پرتو اصلی که از مرکز مردمک خارجی می‌گذرد، متناظر خواهد بود.

رابطه به ازای M_{Te} ، با معادله (۷۳.۵) خواهیم داشت

$$M.P = \frac{D_o}{D_{ep}} \quad (74.5)$$

در اینجا، چون تصویر معکوس است، D_{ep} در واقع یک کمیت منفی است. برای تشکیل یک تلسکوپ شکستی ساده، کافی است که یک عدسی با فاصله کانونی زیاد را در جلو یک عدسی با فاصله کانونی کم قرار دهیم و اطمینان حاصل کنیم که رابطه $d = f_o + f_e$ برقرار است. ولی دوباره می‌گوییم که ابزار تلسکوپی خیلی خوب تصحیح شده، عدسیهای شیئی چند جزئی، معمولاً دوتایی یا سه تایی، دارند.

هنگامی که سمگیری شیئی موردنظر است، برای اینکه تلسکوپی سودمند واقع شود، باید دارای یک دستگاه مستقیم‌کننده اضافی باشد. چنین آرایشی را تلسکوپ ذهنی می‌گویند. بیشتر موارد یک تک عدسی مستقیم‌کننده یا سیستم عدسی را بین چشمی و عدسی شیئی قرار می‌دهند و در نتیجه تصویر کاملاً مستقیم می‌شود. یکی از این دستگاهها که دارای عدسی شیئی دوتایی به هم چسبیده و یک دیدگر کلنر است، در شکل ۹۱.۵ نشان داده شده است. آشکار است که این تلسکوپ باید دارای یک لوله متحرک بلند از نوع برجسته‌اش باشد، که موقع فکر کردن به کشتیهای چوبی و گلوله‌های توپ قدیمی به تصور می‌آید.

به این دلیل، در دوربینهای دوچشمی (تلسکوپیهای دوچشمی) عموماً از منشورهای مستقیم‌کننده استفاده می‌کنند که همان کار را در فضای کمتری انجام می‌دهند، و همچنین فاصله عدسیهای شیئی را که به موجب آن برجسته‌نمایی زیاد می‌شود، افزایش می‌دهند. در بیشتر موارد، اینها منشورهای دوتایی پرو، مانند شکل ۹۲.۵، هستند (به دیدگری که شامل ارفل پیراسته است، و به میدان-بند پهن و عدسی شیئی دوتایی اقام توجه کنید). معمولاً، دوربینهای دوچشمی دارای چندین نشانه عددی مانند 6×30 ، 7×50 یا 20×50 و جز اینها هستند. عدد اول، درشتنمایی است که در اینجا $6 \times$ ، $7 \times$ یا $20 \times$ هستند. عدد دوم قطر مردمک ورودی، یا به عبارت دیگر روزنه روشن عدسی شیئی است که بر حسب میلیمتر بیان

فرض می‌کنیم کناره شیء مرئی تحت نیم زاویه α در عدسی شیئی دیده شود (شکل ۹۰.۵). این زاویه اساساً همان زاویه α_e است که با چشم غیر مسلح شیء باید تحت آن دیده می‌شد. به اعتبار بحثهایی که در بخشهای پیشین کردیم، درشتنمایی زاویه‌ای عبارت است از

$$M.P = \frac{\alpha_e}{\alpha} \quad [90.5]$$

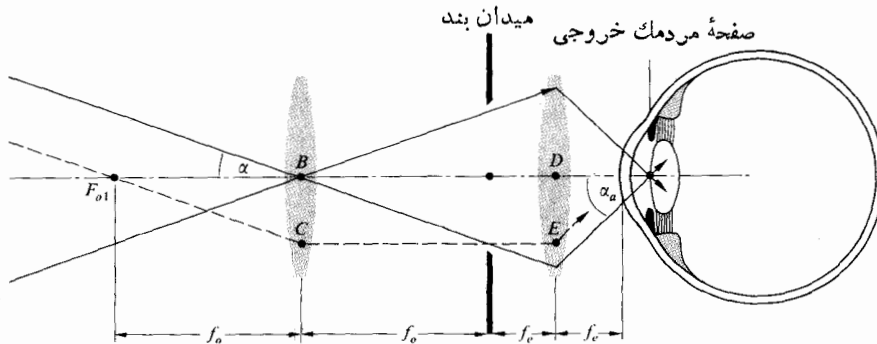
در اینجا α_e و α به ترتیب اندازه‌های میدان دید در فضای شیئی و تصویر هستند. اولی نیم زاویه مخروط واقعی پرتوهای جمع‌آوری شده است، درحالی که دومی به مخروط تصویری پرتوها مربوط است. اگر پرتوی با شیب منفی بر عدسی شیئی فرود آید، با شیب مثبت به چشم وارد خواهد شد و برعکس. بنابراین برای اینکه علامت $M.P$ در مورد تصویرهای مستقیم مثبت، و با مورد پیشین سازگار باشد (شکل ۷۸.۵)، باید یا α_e یا α منفی باشد. مساوی را انتخاب می‌کنیم زیرا این پرتو یک شیب منفی دارد. در نظر داشته باشیم پرتوی که از داخل اولین کانون شیئی بگذرد، از دومین کانون دیدگر عبور خواهد کرد، یعنی، F_{e2} و F_{o1} نقاط همیوگ‌اند. در تقریب پیراممحوری $\alpha_e \approx \alpha \approx \tan \alpha_e$ و $\alpha_e \approx \tan \alpha_e$. تصویر، ناحیه میدان-بند را پرمی‌کند و بنابراین نیمی از اندازه آن با فاصله $BC = DE$ برابر است. بنابراین، در مثلثهای $F_{e2}DE$ و $F_{o1}BC$ نسبت تانژانتها به دست می‌دهد

$$M.P = -\frac{f_o}{f_e} \quad (73.5)$$

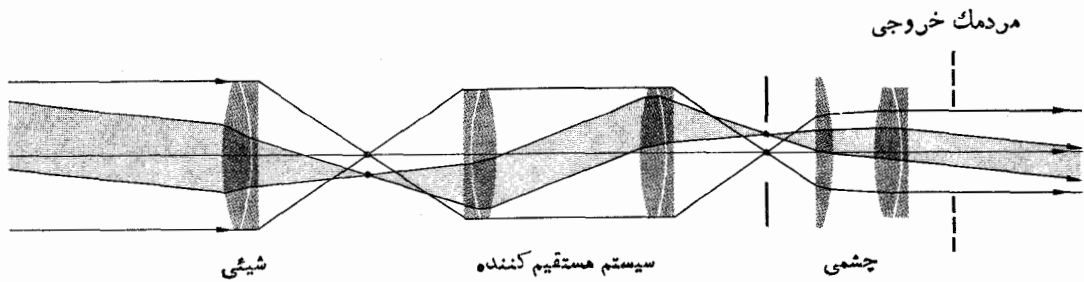
عبارت مناسب دیگری برای $M.P$ با در نظر گرفتن درشتنمایی عرضی چشمی به دست می‌آید. از آنجا که مردمک خروجی، تصویر عدسی شیئی است (شکل ۹۰.۵)، خواهیم داشت

$$M_{Te} = -\frac{f_e}{x_o} = -\frac{f_e}{f_o}$$

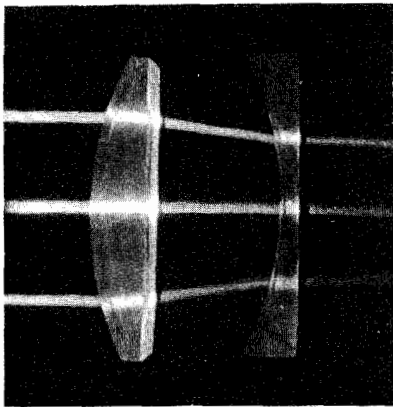
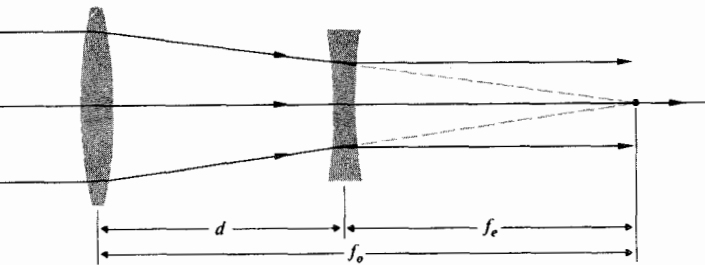
علاوه بر این، اگر D_o قطر عدسی شیئی، D_{ep} قطر تصویر آن، یعنی مردمک خروجی، باشد، پس $M_{Te} = D_{ep}/D_o$. از مقایسه این دو



شکل ۹۰.۵ زاویه‌های پرتوهای در تلسکوپ.

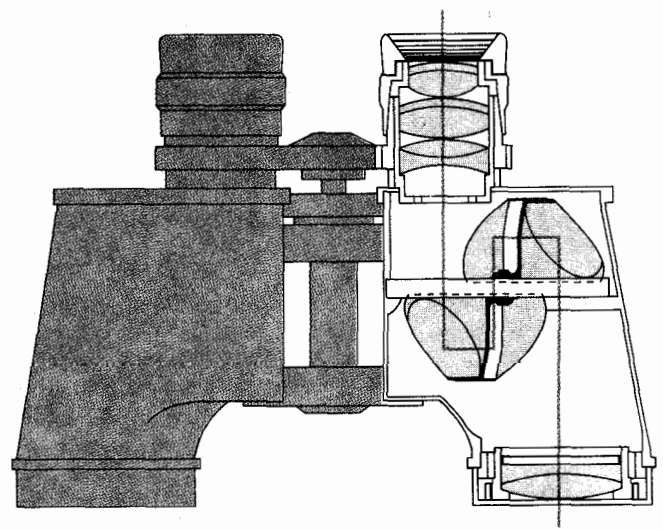


شکل ۹۱.۵ تلسکوپ زمینی.



شکل ۹۳.۵ تلسکوپ گالیله. اولین اسکوپ گالیله یک عدسی شیئی تخت-کوژ (۵۶ سانتیمتر قطر، $f = 1.7\text{ m}$ ، $R = 93.5\text{ cm}$) و یک دیدگر تخت-کوژ داشت که هر دوی اینها را خود گالیله ساخته بود. در مقابل این تلسکوپ که $\times 3$ بود تلسکوپ آخری اش $\times 32$ بود.

امروزه این دستگاه به عنوان یک تلسکوپ، بیشتر اهمیت تاریخی و آموزشی دارد. هرچند هنوز هم می توان دو تا از این اسکوپها خریداری کرد و کنارهم قرار داد تا یک دوربین گالیله تشکیل شود. ولی، به عنوان پخش کننده باریکه لیزر کاملاً قابل استفاده است، زیرا هیچ نقطه کانونی داخلی ندارد، چه اگر چنین نباشد، یک پرتو پرتوان، هوای پیرامون را یونیده می کند.



شکل ۹۲.۵ دوربین دوچشمی.

می شود. از معادله (۷۴.۵) نتیجه می شود که قطر مردمک خروجی عبارت از تقسیم عدد دوم به عدد اول خواهد بود، یعنی در موارد بالا ۵، ۷۱ و ۲۵ میلی متر. می توانید دستگاه را از چشم خود دور نگاه داشته و مردمک خروجی دایره ای درخشان را که در سیاهی احاطه شده است ببینید. برای اندازه گیری آن، دستگاه را در بینهایت کانونی کنید، و آن را به سوی آسمان بگیرید، و با استفاده از یک قطعه کاغذ به عنوان پرده به قرص کاملاً مشخص شدید نوری که خارج می شود، نگاه کنید. حال که تا اینجا پیش آمده اید، استراحت چشم را نیز تعیین کنید.

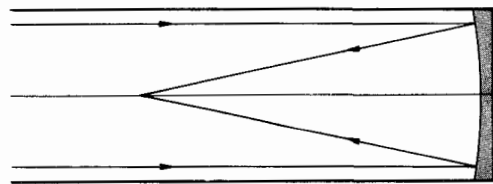
به این ترتیب، با شرط $d = f_o + f_e$ ، تلسکوپ بی کانون خواهد بود، حتی اگر دیدگر منفی (یعنی $f_e < 0$) باشد. تلسکوپ بی که توسط گالیله ساخته شد (شکل ۹۳.۵)، به عنوان یک دیدگر، دقیقاً چنین عدسی منفی داشت و بنا بر این یک تصویر مستقیم تشکیل می داد ($f_e < 0$ و $M.P. > 0$ در معادله (۷۳.۵)).

مورد توجه قرار می‌دهیم، در حالی که قطر بازتابگر مستقر در مونت پالومار در ایالات متحده، برابر ۲۰۰ اینچ (۵ متر) و نیز قطر بازتابگری که شورویها در رصدخانه کریمه خود می‌سازند، ۲۳۶ اینچ (۵٫۹ متر) است، مشکلات موجود در ساختن عدسیهای بزرگ جلوه چندانی نخواهند داشت. مشکلات کاملاً آشکارند؛ عدسی باید شفاف، بدون حبابهای درونی، و جزاینها باشد. آشکارا نیازی نیست که آینه‌ای که سطح جلوی آن بازتابان است، چنین باشد، در واقع حتی احتیاجی هم به شفاف بودن ندارد. عدسی را فقط می‌توان توسط قابش نگه داشت و گر نه ممکن است بر اثر نیروی وزن خودش خم شود؛ آینه را می‌توان با قاب و نیز پشتش نگه داشت. علاوه بر این، از آنجا که شکستی وجود ندارد، و بنا بر این به علت آنکه بستگی طول موج به ضریب شکست هیچ تأثیری بر فاصله کانونی نمی‌گذارد، آینه‌ها ابیراهی رنگی ندارند. به این دلایل و دلایل دیگر، (یعنی، اثر بسامدی آنها) بازتابگر در تلسکوپهای بزرگ نقش عمده را بازی می‌کنند.

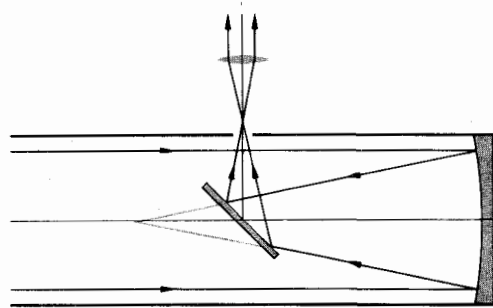
تلسکوپ بازتابی که توسط جیمز گریگوری^۱ اسکاتلندی (۱۰۵۴-۱۶۷۵/۱۶۳۸) در سال ۱۶۶۱/۱۰۴۰، اختراع شده بود، برای اولین بار در سال ۱۶۶۸/۱۰۴۷ با موفقیت توسط نیوتون ساخته شد و تنها یک قرن بعد در دستهای ماهر ویلیام هرشل به صورت یک وسیله پژوهشی مهم درآمد. شکل ۹۴.۵ چند آرایش از بازتابگرها را که هر یک دارای آینه‌های اولیه کوژ سهموی است، نشان می‌دهد. تلسکوپ ۲۰۰ اینچی (۵ متری) هیل آنقدر بزرگ است که یک محفظه کوچک را، که راصد می‌تواند در آن بنشیند، در کانون اولیه خود جای داده است. در تلسکوپ طرح نیوتونی، یک آینه تخت یا منشور باریکه پرتو را عمود بر محور اسکوپ، در همانجا که می‌توان از آن عکس گرفت، آن را دید، از لحاظ طیفی تجزیه کرد، یا از لحاظ فتوالکتریکی پردازش کرد، خارج می‌کند. در آرایش گریگوری، که به ویژه زیاد هم همگانی نیست، یک آینه ثانویه بیضی وار کوژ، تصویر را دوباره معکوس کرده، و باریکه نور را از درون یک سوراخ در آینه اولیه، برمی‌گرداند. دستگاه کاسگرانی^۲ برای افزایش فاصله کانونی مؤثر از آینه هذلولی وار کوژ استفاده می‌کند (شکل ۴۳.۵). عملکرد آن چنان است که گویی آینه اولیه دارای همان روزه اما یک فاصله کانونی با شعاع خمیدگی بزرگتر است.

۳. تلسکوپهای کاتادیوپتریک

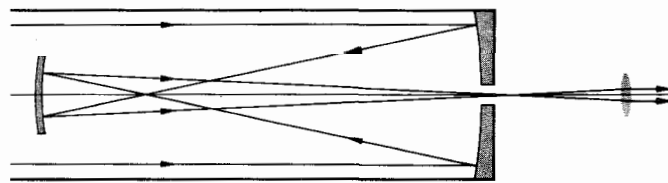
ترکیبی از عناصر بازتابی (کاتوپتریک) و شکستی (دیوپتریک) دستگاه کاتادیوپتریک خوانده می‌شود. مطمئناً، مشهورترین آنها، هر چند اولینشان هم نیست، ترکیب کلاسیک دستگاه نودی اشچیت است. چون این ابزار در طراحی دستگاههای شکستی با میدان



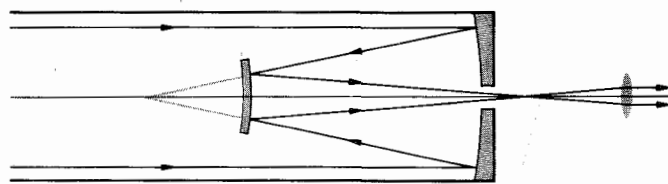
(الف) کانون اولیه



(ب) نیوتونی



(ج) گریگوری

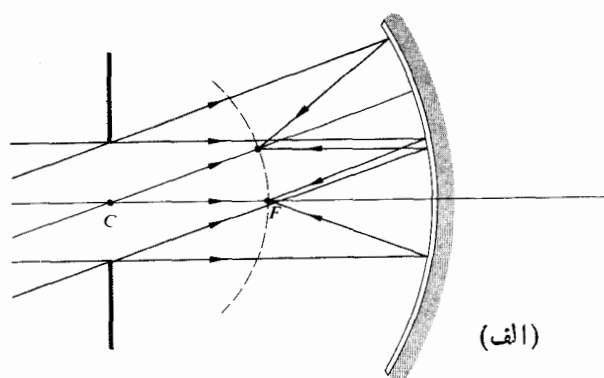


(د) کاسگرانی

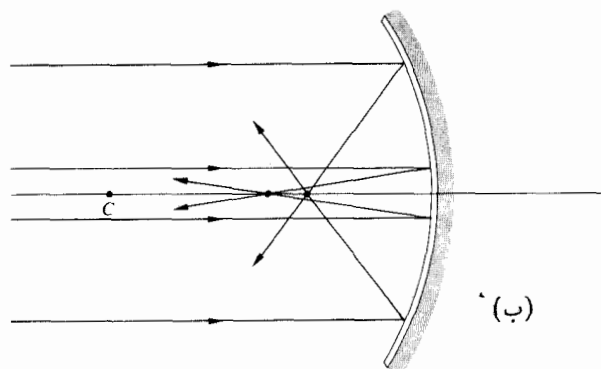
شکل ۹۴.۵ تلسکوپهای بازتابی.

۲. تلسکوپهای بازتابی

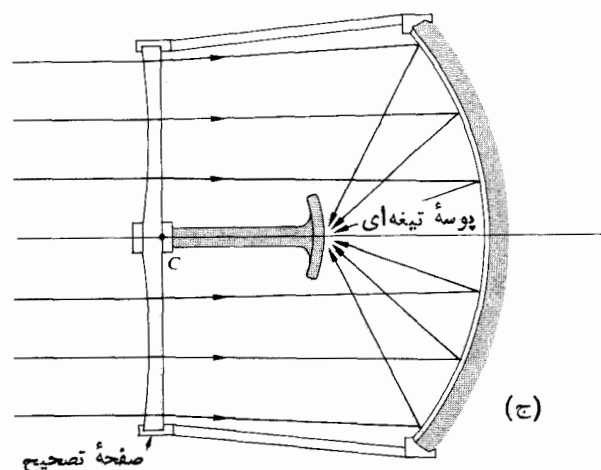
هنگامی که بزرگترین دستگاه شکستی را که تلسکوپ ۴۰ اینچی (یک متری) یرکز در ویلیامز بای، واقع در ویسکانسین است



(الف)



(ب)

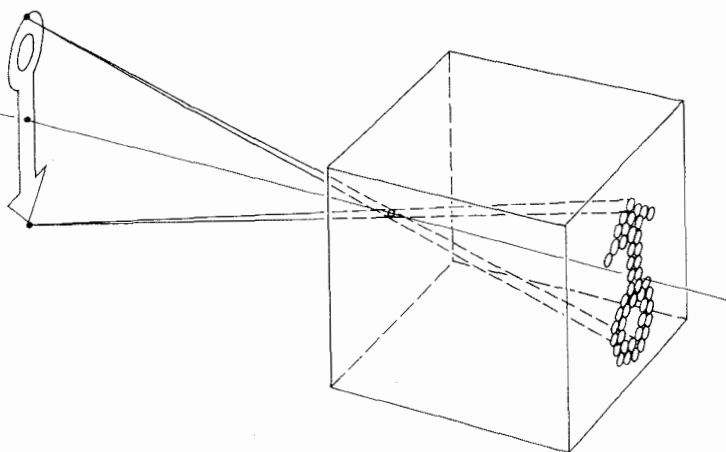


(ج)

شکل ۹۵.۵ دستگاه نوری اشمیت.

گسترده وبا دهانهٔ باز، خبر از چشم انداز نوینی می‌دهد، باید آن را، هر قدر هم مختصر، در اینجا مورد بررسی قرار دهیم. همانطور که در شکل ۹۵.۵ دیده می‌شود، دسته پرتوهای موازی که از يك آینهٔ کروی بازتابیده می‌شوند، تصاویرهایی مثلاً از يك حوزه ستاره‌ای بر روی يك سطح تصویر کروی، که این یکی می‌تواند عملاً يك صفحهٔ فیلم خمیده باشد، تشکیل خواهند داد. تنها مشکل چنین طرحی اگر چه بدون ابیراهیهای دیگر است (بخش ۱۰۳.۶)، این است که می‌دانیم پرتوهای بازتابیده از نواحی بیرونی آینه به همان کانونی نخواهند رسید که پرتوهای ناحیهٔ پیرامحوری می‌رسند. به بیان دیگر، چون آینه کره است و نه سهمی، ابیراهی کروی دارد (شکل ۹۵.۵ ب). چنانچه بتوان این دستگاه را تصحیح کرد، دستگاه (دست کم به طور نظری) قادر به تصویر گیری کامل در يك میدان دید گسترده خواهد بود. چون يك محور مرکزی وجود ندارد نقاط خارج از محور هم عملاً وجود ندارند. به یاد آورید که، سهمی وار تصاویر کامل را تنها در نقاط محوری تشکیل می‌دهد، در حالی که تصویر در خارج از محور به سرعت خراب می‌شود. در یکی از غروبهای سال ۱۹۲۹/۱۳۹۸، که برنارد ولدمر اشمیت (۱۳۱۴-۱۲۵۸/۱۹۳۵-۱۸۷۹) که (در بازگشت از يك مأموریت مطالعاتی کسوف در فیلیپین) در اقیانوس هند سفر می‌کرد، نموداری از يك دستگاه را که برای رفع ابیراهی کروی آینهٔ کروی طرح کرده بود، به یکی از همکارانش نشان داد. او از يك صفحهٔ تصحیح کننده از جنس شیشهٔ نازک که بر سطح آن يك خم مارپیچ کم عمق کنده شده بود، استفاده می‌کرد (شکل ۹۵.۵ ج). پرتوهای نوری که از نواحی بیرونی می‌گذرند، فقط به اندازه‌ای که برای کانونی شدن دقیق روی کرهٔ تصویر لازم است منحرف خواهند شد. این تصحیح کننده باید يك نقص را، بدون اینکه ابیراهیهای محسوس دیگری پدید آورد، برطرف کند. نخستین دستگاه در سال ۱۹۳۰/۱۳۰۹ ساخته شد و در سال ۱۹۴۹/۱۳۲۸، تلسکوپ مشهور ۴۸ اینچی (۱۲۰ سانتیمتری) اشمیت متعلق به رصدخانهٔ پالومار به پایان رسید. این، يك دستگاه سریع ($f/2.8$)، با میدانی گسترده و برای کاوش آسمان شب، مطلوب است. يك تك عکس می‌تواند ناحیه‌ای به اندازهٔ کاسهٔ دب اکبر را در بر گیرد - این عکس با تقریباً ۴۰۰ عکسی که توسط بازتابگر ۲۰۰ اینچی (۵ متری) برای پوشاندن همان ناحیه گرفته شده، قابل مقایسه است. از زمان معرفی دستگاه اولیهٔ اشمیت، پیشرفتهای بزرگی در طراحی ادوات کاتادیوپتریک حاصل شده است. امروزه ماهواره‌های کاتادیوپتریک و وسایل ردیابی موشکی، دوربینهای عکاسی شهابی، تلسکوپهای تجاری، عدسیهای شیئی دوربین و دستگاههای هدایت کنندهٔ موشک در دسترس اند. نمونه‌های بیشماري

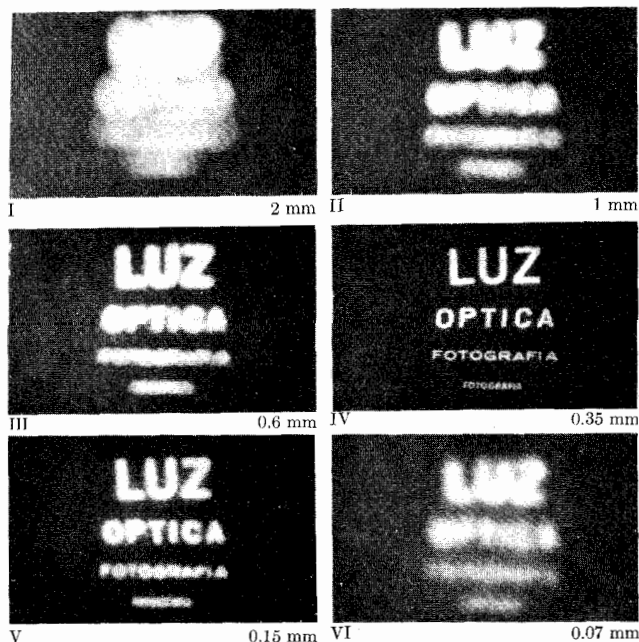
۱. به منظور دستیابی به اطلاعات بیشتر در این مورد، مثلاً ر ک



۷۰۷۰۵ دوربین عکاسی

نمونه ابتدایی دوربین عکاسی امروزی، وسیله‌ای بود به نام اتاقک تاریک، که ابتداییترین شکل آن فقط یک اتاق تاریک بود و روزه‌های در یکی از دیواره‌های آن قرار داشت. نوری که از روزه وارد می‌شد تصویر معکوسی از منظره روشن بیرون را بر روی یک پرده داخلی می‌انداخت. ارسطو اصول کلی را می‌دانست و رصدهای او در طول دوران تاریکی طولانی اروپا به وسیله دانشمندان عرب حفظ شد. ابن هیثم، بیش از هشتصد سال قبل، از آن برای بررسی غیرمستقیم کسوف استفاده کرد. یادداشتهای لئوناردو داونچی حاوی چندین توصیف از اتاق تاریک است اما نخستین توضیح مفصل در اثر جیووانی دلاپورتا^۲، به نام جادوی طبیعی^۳ آمده است. او این دستگاه را به عنوان یک کمک نقشه کشی معرفی کرد، به کار بستن آن به زودی معمول شد. یوهان کپلر، اخترشناس معروف، نوعی از آن را به شکل یک چادر قابل حمل در اختیار داشت که هنگام مساحی در اطریش به کار می‌برد. اتاقکهای تاریک دستی در اواخر قرن شانزدهم، معمول شده بودند. در حاشیه اضافه می‌کنیم که چشم نیوتیلوس، که یک ماهی مرکب کوچک است، به طور تحت‌اللفظی، یک روزه کوچک باز تاریک است که وقتی در آب فرو می‌رود، از آب دریا پرمی‌شود.

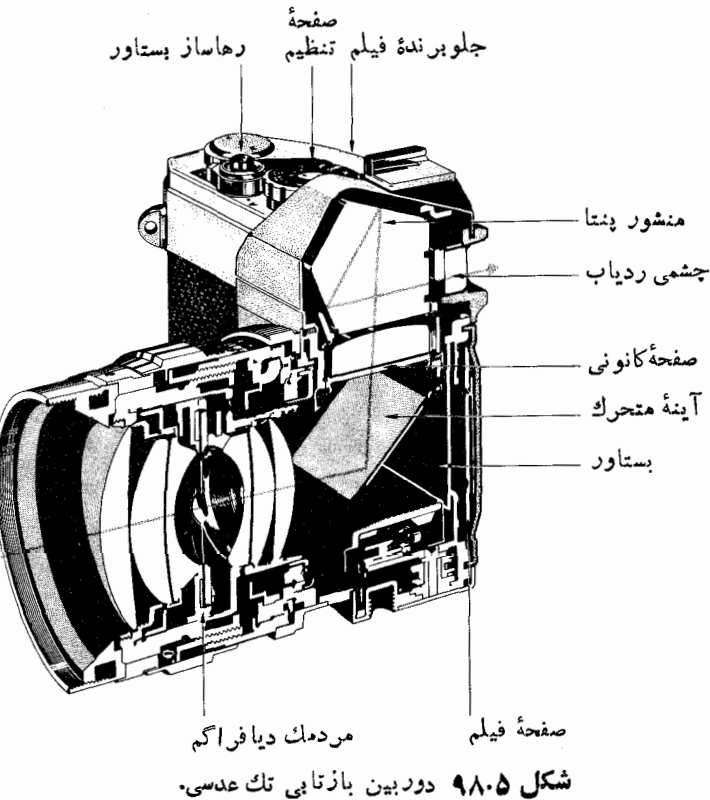
با نشان دادن یک صفحه حساس به نور به جای پرده دید، مانند یک پوسه تیغه‌ای، اتاقک تاریک به صورت آنچه امروز دوربین خوانده می‌شود درمی‌آید. اولین عکس دائمی به وسیله جوزف نیسه فور نی اپس^۴ (۱۷۱۲-۱۷۴۴/۱۸۳۳-۱۷۶۵) در سال ۱۸۲۶/۱۲۰۵ با استفاده از یک دوربین جعبه‌ای با یک عدسی کوژ کوچک، ورقه حساس شده‌ای از ترکیب قلع و سرب و نزدیک به هشت ساعت نوردهی، پدید آمد. این عکس، منظره‌ای را که از پنجره اتاق کار ویلای خود نزدیک شالون سور-سائون در فرانسه گرفته شده است، نشان می‌دهد. اگرچه تار و لکه لکه است (در شکل دست نخورده‌اش) ولی سقف بزرگ و گچی یک انبار، یک آشیانه کبوتر، و یک درخت در دور دست هنوز در آن قابل تشخیص است. دوربین روزه‌ای بدون عدسی (شکل ۹۶۰۵) تا حدود زیادی ساده‌ترین وسیله برای عکاسی است، و با این وجود دارای چندین خاصیت جالب، و در واقع برجسته است. ایسن وسیله



شکل ۹۶۰۵ دوربین روزه‌ای. به تغییر وضوح تصویر نسبت به کاهش قطر روزه توجه کنید.

می‌تواند یک تصویر کاملاً مشخص، و عملاً ناوابسته را از اشیای سرتاسریک میدان زاویه‌ای بسیار گسترده (به علت داشتن عمق زیاد کانون) و فواصل بسیار گوناگون (به علت داشتن عمق میدان زیاد) را تشکیل دهد. اگر در ابتدا مردمک ورودی خیلی بزرگ باشد، هیچگونه تصویری تشکیل نخواهد شد. هرچه قطر آن کمتر شود، تصویر تشکیل شده روشنتر می‌شود. از یک حد به بعد، کاهش بیشتر

بستاور باعث می‌شود که دیافراگم به اندازه‌ای که از پیش تعیین شده است بسته شود، و آینه از مسیر خارج شده به بالا می‌چرخد و بستاور صفحهٔ کانونی به روی فیلم باز می‌شود. بستاور بسته می‌شود، دیافراگم کاملاً باز شده و آینه به جای خود بازمی‌گردد. امروزه بیشتر دستگاه‌های SLR در داخل به نورسنج‌هایی مجهزند که

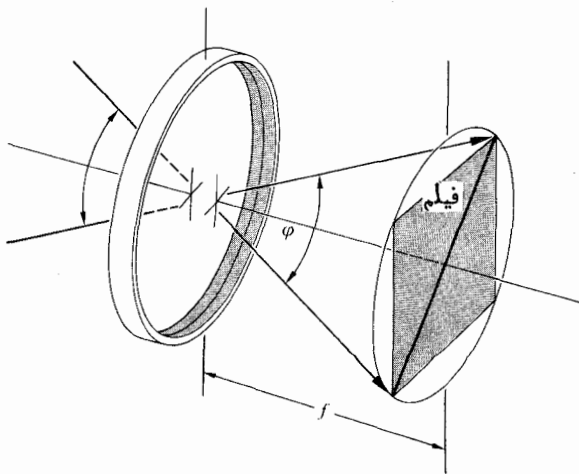


در اندازهٔ روزنه، باعث تارشدن دوبارهٔ تصویر می‌شود و به سرعت درمی‌یابیم که اندازهٔ روزنه برای وضوح بیشینه با فاصله‌اش از صفحهٔ تصویر متناسب است. (روزنه‌ای به قطر ۵/۵ میلی‌متر و فاصله ۲۵ سانتیمتر از صفحهٔ تصویر روزنه‌ای مطلوب است و نتیجهٔ خوبی به دست می‌دهد) هیچگونه تمرکز پرتوی وجود ندارد. و بنا بر این هیچگونه نقصی در آن سازوکار، مایهٔ کاهش وضوح نیست. همانطور که بعد خواهیم دید، مشکل واقعی در پرآش است (بخش ۵۰۲.۱۰). در بیشتر موارد عملی، یک عیب مهم در بین روزنه‌دار، کندی غیر قابل تحمل آن است (تقریباً $f/500$). این نکته بدان معنی است که زمان نوردهی حتی با حساسترین فیلم‌ها، بیش از اندازه طولانی است. ولی برای یک شیء ثابت مانند یک ساختمان (شکل ۹۷.۵) دوربین روزنه‌دار استثنائاً بهتر از هر وسیلهٔ دیگری کار می‌کند.

شکل ۹۸.۵ قسمتهای اساسی یک دوربین امروزی معمولی و تقریباً مورد استفادهٔ همگان، یعنی دوربین بازتابی تک عدسی با S.L.R. را نشان می‌دهد. نور پس از عبور از چند جزء ابتدایی عدسی از داخل یک دیافراگم غنیه، که تا اندازه‌ای به منظور کنترل زمان نوردهی با همان عدد f به کار می‌رود عبور می‌کند، این دیافراگم در حقیقت نقش یک روزنه‌بند متغیر را دارد. نور پس از خروج از عدسی به یک آینهٔ متحرك که با زاویه 45° یکپوشه شده است می‌تابد، سپس از میان صفحهٔ کانونی به طرف بالا و به سوی منشور پنتا می‌رود و از دیدگر یا بنده خارج می‌شود. فشار بر روی رها ساز



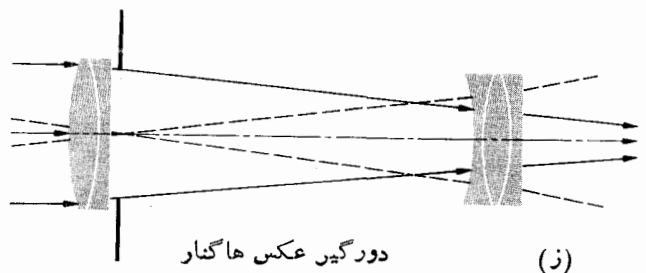
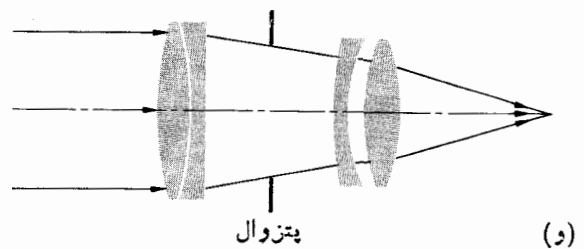
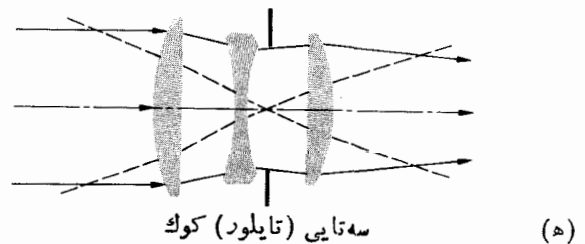
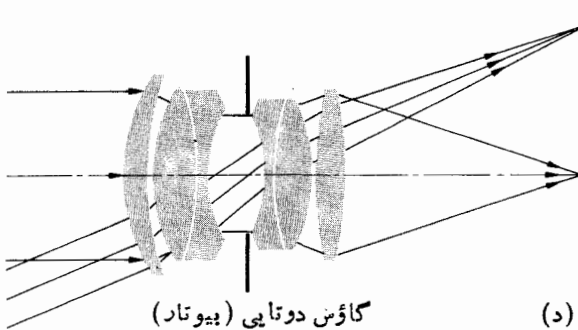
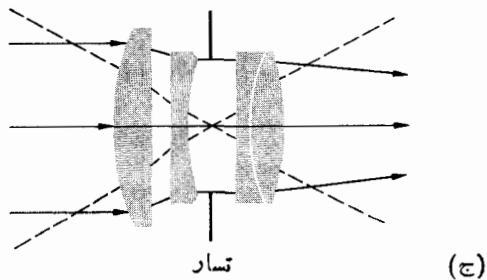
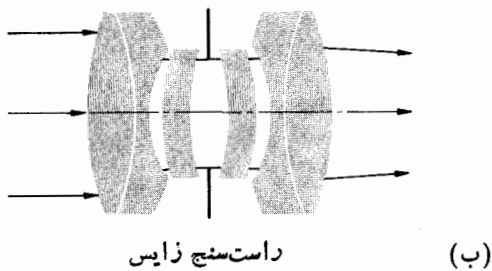
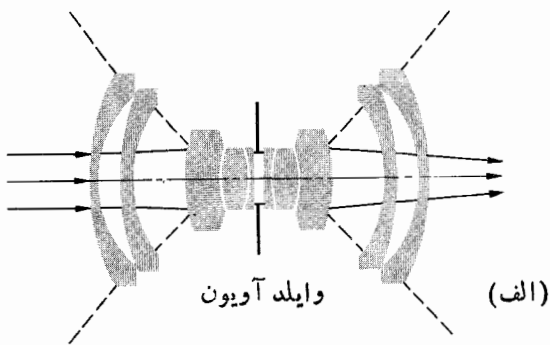
شکل ۹۷.۵ عکس گرفته شده با یک دوربین روزنه‌ای. قطر روزنه ۵/۵ میلی‌متر، فاصلهٔ صفحهٔ فیلم ۲۵ سانتیمتر، A.S.A. ۳۰۰۰، زمان عکس‌گیری ۲۵/۱۰۰ ثانیه. به عمق میدان توجه کنید.



شکل ۹۹.۵ میدان دید زاویه‌ای.

به طور خودکار با دیافراگم و بستاور جفت شده اند، ولی برای سادگی بیان، این وسایل را از شکل حذف کرده ایم.

برای کانونی کردن دوربین عکاسی، تمامی عدسی به صفحه فیلم نزدیک و یا از آن دور می شود. چون فاصله کانونی آن ثابت است، پس هر قدر s تغییر کند به همان اندازه s' باید تغییر کند. میدان دید زاویه ای را می توان از راه مسامحه مربوط به بخشی از منظره دانست که در عکس موجود است. علاوه بر این، لازم است که تمامی سطح عکس مربوط به یک ناحیه از کیفیت تصویری رضایت بخشی برخوردار باشد. به بیان دقیق تر، زاویه ای که تحت آن دایره دربرگیرنده پهنه فیلم از عدسی دیده می شود، میدان دید زاویه ای φ است (شکل ۹۹.۵). به عنوان یک محاسبه تقریبی اما مستدل از یک آرایش معمولی، فرض می کنیم فاصله قطری فیلم با فاصله کانونی برابر باشد. در این صورت $\varphi/2 \approx \tan^{-1} 1/2$ یعنی $\varphi \approx 53^\circ$. اگر شیء از بینهایت نزدیک شود، s باید افزایش

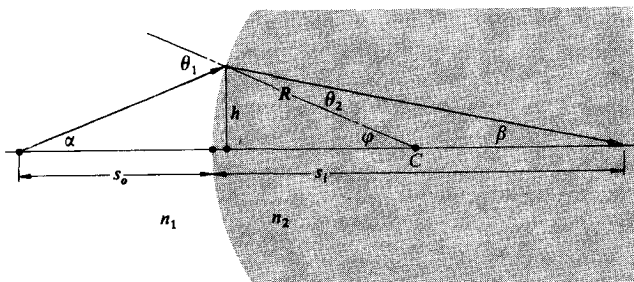


معرفی شد هنوز ساخته می شود (به شباهت آن با تسار توجه کنید). حتی پیش از این (حدود ۱۲۱۹/۱۸۴۰) جوزف ما کس پتزوال^۴ عدسی را که آن زمان يك عدسی سریع (تصویر صورت انسان) بود، برای ویتلاندر^۵ و پسران طراحی کرد. شاخه های جدید آن به هزاران سرمی زند. به طور کلی، عدسی شیشی يك دور گیر دارای يك گروه عدسی مثبت پیشین و يك گروه عدسی پسین منفی دور است. این عدسی شیشی بیشتر شبیه تلسکوپ گالیله ای است جز اینکه عدسیها قدری جا به جا شده اند، به طوری که دستگاه بی کانون نباشد. این دستگاهها معمولاً با فواصل کانونی بیشتر، قدری بزرگ و سنگین اند، گرچه ترکیبات فلوئورید کلسیم آغازگر کمکی برای حل این دو مشکل هستند. همانطور که در شکل ۱۰۱۰۵ دیده می شود، دور گیر يك فاصله کانونی مؤثر بزرگ، e.f.l.، دارد یعنی رفتار آن مثل يك عدسی مثبت با فاصله کانونی زیاد است که به فاصله زیادی در جلو صفحه کانونی قرار داده شده است. بنابراین، در حالی که اندازه تصویر بزرگ است، فاصله کانونی پشت متناسب با آن کوچک است که در نتیجه می توان آن را به راحتی در داخل جلد يك دوربین عکاسی استاندارد جای داد.

مسائل

۱۰۵ می خواهیم يك بیضی دکارتی را چنان بسازیم که وقتی شیء در فاصله ۵ سانتیمتری رأس واقع است، نقاط همیوگ به اندازه ۱۱ سانتیمتر از هم قرار داشته باشند. اگر $n_1 = 1$ و $n_2 = 3/2$ ، چندین نقطه بر روی سطح مورد نیاز رسم کنید.

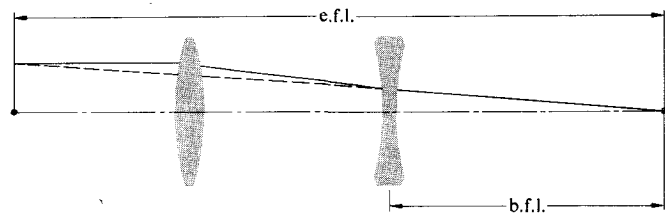
۲۰۵ يك عدسی بیضوی-کروی منفی را، هم با نشان دادن شکل پرتوها و هم جبهه های موجی که از این عدسی می گذرند، رسم کنید. همین کار را برای يك عدسی بیضوی-کروی مثبت انجام دهید. ۳۰۵* با استفاده از شکل ۱۰۲۰۵، قانون اسنل و این واقعیت را که در ناحیه پیرامحوری داریم: $\alpha = h/s_o$ ، $\beta = h/s_i$ و $\varphi = h/R$ ، معادله (۸.۵) را به دست آورید.



شکل ۱۰۲۰۵

یا بد. بنا بر این عدسی از صفحه فیلم دور می شود تا تصویر را در کانون نگه دارد و میدان دید، به همان ترتیب که بر روی فیلمی با محیط میدان بند ثبت شده است، کاهش می یابد. عدسی استاندارد SLR دارای گستره فاصله کانونی از تقریباً ۵۰ تا ۵۸ میلی متر و میدان دیدی از ۴۰° تا ۵۰° است. در حالی که اندازه فیلم ثابت است، کم کردن f، زاویه میدانی بهتری را در پی دارد. به این ترتیب، گستره عدسیهای SLR ذویه بساز از $f \approx 40 \text{ mm}$ تا نزدیک ۶ میلی متر و φ از حدود ۵۰° تا مقدار قابل توجه ۲۲۰° تغییر می کنند (عدسی نوع اخیر، عدسی ویژه ای است که در آن واپیچش اجتناب پذیر است). فاصله کانونی دودگر عکس (تلفوتو) طولانی و تقریباً از ۸۰ میلی متر به بالا است. در نتیجه، میدان دید آن به سرعت پایین می آید تا اینکه در $f \approx 1000 \text{ mm}$ تنها به چند درجه می رسد.

عدسی شیشی عکاسی استاندارد باید روزنه نسبتاً بزرگی، $1/(f/\#)$ ، داشته باشد تا زمان نوردهی را کوتاه نگه دارد. افزون بر این، لازم است که تصویر صاف و بدون واپیچش باشد و نیز عدسی باید میدان دید زاویه ای گسترده ای داشته باشد. انجام تمام این کارها ساده نیست و به ویژه طراحی يك عدسی شیشی عکاسی ابداعی با کیفیت عالی، حتی با کمک ماشینهای الکترونیکی، کار بسیار مشکلی است. تکامل يك عدسی جدید هنوز هم با بینشی خلاق که به شکل نوین امیدبخشی منجر می شود، آغاز می شود. در گذشته، اینها را با تکیه بر شهود، تجربه، و البته، آزمون و خطا با جانشینی عدسیهای پیشرفته، و با کار طاقت فرسا تکمیل می کردند. امروزه، در بیشتر موارد، کامپیوتر این عمل را بدون نیاز به نمونه های بیشمار انجام می دهد. شمار زیادی از عدسیهای شیشی عکاسی کانونی، به شکل تغییر یافته نمونه های اصلی موفق و مشهوری هستند. شکل ۱۰۰۰۵ پیکربندی کلی چند عدسی مهم را که تقریباً از زاویه باز به طرف دور گیر پیش رفته اند، نشان می دهد. چون انواع مختلف آنها خیلی زیاد است مشخصه های ویژه آنها داده نشده است. داست هنج ادیون و ذایی، عدسیهای زاویه باز هستند، در صورتی که تسار و پیوفا^۱ اغلب عدسیهای استانداردند. سه قایب کوچک^۲ که در سال ۱۸۹۵/۱۲۷۴ توسط دنیس تیلور^۳ از شرکت کوک و پسران



شکل ۱۰۱۰۵ يك عدسی دور گیر.

1. Tessar and Biotar

2. Cooke

3. H. Dennis Taylor

4. Josef Max Petzval

5. Voigt ländler

يك عدسی منفی نازك، L_1 ، چسبیده شده است، به طوری که ترکیب این دو دارای فاصله کانونی ۵۰ سانتیمتر در هواست. اگر ضریب شکست آنها به ترتیب $۱٫۵۰$ و $۱٫۵۵$ و فاصله کانونی $L_2 = ۵۰$ سانتیمتر باشد، تمام شعاعهای انحنای را به دست آورید.

۱۶۰۵ معادله $(۳۴٫۵)$ ، کسه M_T را برای ترکیب دو عدسی نازك به دست می دهد، ثابت کنید.

۱۷۰۵ جسمی به فاصله ۳۰ سانتیمتر در جلوی يك عدسی مرکب دوتایی (شکل ۱۰۳۰۵) قرار گرفته است، مکان و درشتنمایی تصویر را محاسبه کنید. این محاسبه را با یافتن اثر هر عدسی به طور جداگانه انجام دهید. نموداری از پرتوهای مربوطه رسم کنید. مقداری را که برای M_T به دست می آورید با مقداری که از معادله $(۳۴٫۵)$ به دست می آید مقایسه کنید.

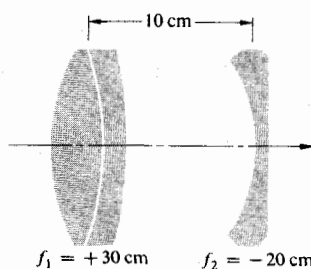
۱۸۰۵ يك نمودار پرتوی برای ترکیب دو عدسی مثبت که فاصله آنها از یکدیگر برابر با مجموع فواصل کانونی متناظرشان است، رسم کنید. همین کار را برای حالتی که یکی از عدسیها منفی است، انجام دهید.

۱۹۰۵ نمودار پرتوی يك میکروسکوپ مرکب (شکل ۸۶۰۵) را دوباره رسم کنید ولی این بار تصویر میانی را مانند يك جسم حقیقی به کار برید. این روش باید اندکی ساده تر باشد.

۲۰۰۵ تلسکوپ شکل ۸۹۰۵ را با استفاده از این نکته که تصویر میانی را می توان به عنوان يك جسم حقیقی در نظر گرفت (مانند مسئله پیش)، رسم کنید.

۲۱۰۵ دو عدسی مثبت نازك L_1 و L_2 را که به فاصله ۵ سانتیمتر از هم قرار گرفته اند در نظر بگیرید. قطرهای آنها به ترتیب ۶ و ۴ سانتیمتر و فواصل کانونی آنها $f_1 = ۹ \text{ cm}$ و $f_2 = ۳ \text{ cm}$ است. اگر دیافراگمی حاوی روزنه ای با قطر يك سانتیمتر بین این دو، و به فاصله ۲ سانتیمتری از L_2 قرار داده شود، پیدا کنید: (الف) A.S. و (ب) مکانها و اندازه های مردمکهای يك نقطه محوری S، به فاصله ۱۲ سانتیمتر در جلو (به سمت چپ) L_1 .

۲۲۰۵ برای عدسی شکل ۱۰۴۰۵ نموداری رسم کنید که محل روزنه بند و مردمکهای ورودی و خروجی را به طور تقریبی نشان دهد.



شکل ۱۰۳۰۵

۴۰۵ جای تصویر يك شیء را که به فاصله $۱٫۲$ متر از رأس يك گوی بلورین قبطی به قطر ۲۰ سانتیمتر ($n = ۱٫۵$) قرار گرفته است، پیدا کنید. مسیر پرتوها را رسم کنید.

۵۰۵ ثابت کنید که کمینه فاصله نقطه شیء حقیقی تصویر و نقطه همیوگ آن در يك عدسی مثبت و نازك f است.

۶۰۵ شعاعهای يك عدسی دوکاو ($n_1 = ۱٫۵$) به ترتیب ۱۰ و ۲۰ سانتیمتر و ضخامت محوری آن ۵ سانتیمتر است. تصویر جسمی به طول $۲٫۵$ سانتیمتر را که در فاصله ۸ سانتیمتری از اولین رأس قرار گرفته است، مشخص کنید.

۷۰۵ با به کار بردن معادله عدسی نازك در مورد مسئله قبل، مکان تصویر نهایی را تعیین کنید.

۸۰۵ جسمی به بلندای ۲ سانتیمتر، در ۵ سانتیمتری سمت راست يك عدسی نازك مثبت به فاصله کانونی ۱۰ سانتیمتر قرار گرفته است. با به کار بردن معادله های هم گاوسی و هم فیوتونی، تصویر حاصل را به طور کامل رسم کنید.

۹۰۵ نموداری تقریبی از معادله عدسی گاوسی، یعنی S_i را نسبت به S_o با استفاده از بازه های واحد f در امتداد هر محور، رسم کنید (هر دو قطعه منحنی را به دست آورید).

۱۰۰۵ فاصله کانونی يك عدسی نازك منفی چه اندازه باید باشد تا از يك مورچه که در فاصله ۱۰۰ سانتیمتری آن قرار دارد، تصویری مجازی به فاصله ۵۰ سانتیمتر تشکیل دهد؟ چنانچه مورچه در طرف راست عدسی باشد، مکان تصویر آن را پیدا کرده و رسم کنید.

۱۱۰۵ فاصله کانونی يك عدسی دوکاو ($n_1 = ۱٫۵$) به شعاعهای ۲۰ و ۴۰ سانتیمتر را در هوا محاسبه کنید، تصویر جسمی به فاصله ۴۰ سانتیمتر از عدسی را پیدا کرده رسم کنید.

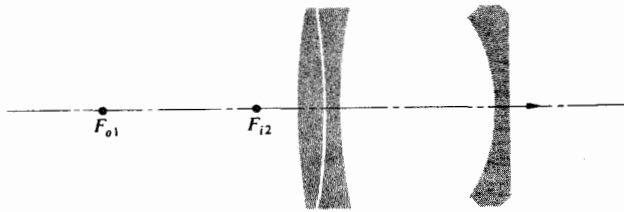
۱۲۰۵ فاصله کانونی يك عدسی تخت-کاو ($n_1 = ۱٫۵$) با شعاع انحنای ۱۰ سانتیمتر را به دست آورید. توان آن چند دیوپتر است؟

۱۳۰۵ رابطه ای برای فاصله کانونی (f_{eq}) يك عدسی نازك که در آب فرو رفته است ($n_{eq} = ۴/۳$) بر حسب فاصله کانونی آن هنگامی که در هواست (f_o)، بنویسید.

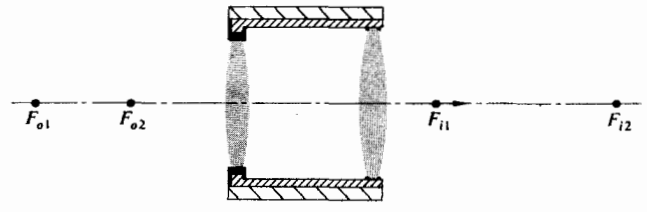
۱۴۰۵ يك روش مناسب جهت محاسبه فاصله کانونی يك عدسی مثبت، استفاده از نکته زیر است. اگر يك جفت جسم نقطه ای و تصویر (حقیقی) همیوگ (P و S) به فاصله $L > ۴f$ از هم قرار داشته باشند، دو مکان برای عدسی، به فاصله d از یکدیگر، وجود خواهد داشت، که برای آنها همان جفت همیوگ به دست خواهد آمد. نشان دهید که

$$f = \frac{L^2 - d^2}{4L}$$

توجه کنید که این روش از اندازه گیری هایی که به ویژه از رأس انجام می گیرند و عموماً انجام آنها هم ساده نیست، پرهیز می کند. **۱۵۰۵** يك عدسی نازك دوکاو برابر L_1 ، در تماس نزدیک با



شکل ۱۰۵.۵



شکل ۱۰۴.۵



شکل ۱۰۷.۵

شکل ۱۰۶.۵

هر يك از پیکر بندیهای که در جدول ۳.۵ آمده است، رسم کنید.
۳۵.۵ شکل ۱۱۱.۵ يك دستگاه عدسی، يك شیء و مردمکهای مربوطه را نشان می دهد. مکان تصویر را با ترسیم نشان دهید.
۳۶.۵ با مراجعه به منشور داو در شکل ۵۷.۵، منشور را حول يك محور در راستای پرتو به اندازه 90° بچرخانید. طرح پیکر بندی جدید را بکشید و زاویه چرخش تصویر را به دست آورید.
۳۷.۵ روزنه عددی يك تار نوری منفرد پوشش دار را تعیین کنید در صورتی که ضریب شکست بخش میانی ۱.۶۲ و از آن پوشش ۱.۵۲ است. هنگامی که اطراف آن هوا باشد، بیشینه زاویه پذیرش آن چقدر است؟ اگر زاویه فرودی 45° باشد برای يك پرتو فرودی چه روی خواهد داد؟

۳۸.۵ با استفاده از دانستیهای پیرامون چشم در بخش ۲.۷.۵، اندازه تقریبی تصویر ماه را در حالتی که روی شبکیه افتاده است، (بر حسب میلیمتر) به دست آورید. قطره ماه ۳۴۵۶ کیلومتر و فاصله آن تا زمین ۳۶۸۰۰۰ کیلومتر است، گرچه این فاصله البته متغیر است.

۳۹.۵ شکل ۱۱۲.۵ آرایشی را نشان می دهد که باریکه نور با زاویه ثابتی، σ ، مساوی با دوبرابر زاویه بین آینه های تخت، β ، مستقل از زاویه فرودی، منحرف می شود. درستی این مطلب را ثابت کنید.

۴۰.۵ جسمی با فاصله ۲۰ متر از عدسی شیئی ($f_o = 2m$) يك تلسکوپ نجومی، تصویری در فاصله ۳۰ سانتیمتری دیدگر ($f_e = 60cm$) تشکیل می دهد. کل درشتنمایی خطی این تلسکوپ را پیدا کنید.

۲۳.۵ برای عدسی شکل ۱۰۵.۵، با فرض اینکه نقطه شیئی بالای (به سمت چپ) F_{o1} باشد، نموداری رسم کنید که محل روزنه بند و مردمکهای ورودی و خروجی را به طور تقریبی نشان دهد.

۲۴.۵ نموداری پرتوی را چنان رسم کنید که تصویرهای يك چشمه نقطه ای را که توسط يك جفت آینه عمود بر هم (شکل ۱۰۶.۵) تشکیل شده اند، تعیین مکان کند.

۲۵.۵ يك نمودار پرتوی چنان رسم کنید که محل تصویرهای پیکان شکل ۱۰۷.۵ را مشخص کند.

۲۶.۵ نشان دهید که معادله (۲۹.۵) برای يك سطح کروی، در مورد يك آینه تخت نیز به همان ترتیب قابل اجراست.

۲۷.۵ محل تصویر گیره کاغذ را که به فاصله ۱۰۰ سانتیمتر از يك آینه کروی با شعاع انحنای ۸۰ سانتیمتر قرار گرفته است، مشخص کنید.

۲۸.۵ فرض کنید به فاصله ۵ پا (۱۵۰ سانتیمتر) از يك گوی برنجی به قطر يك پا (۳۰ سانتیمتر) که در جلو يك بنگاه رهنی آویزان است ایستاده اید و مستقیماً به آن نگاه می کنید. محل تصویری را که خواهید دید مشخص کنید.

۲۹.۵ تصویر يك گل سرخ بر روی پرده ای به فاصله ۱۰۰ سانتیمتر توسط يك آینه کروی کاو تشکیل شده است. اگر فاصله گل از آینه ۲۵ سانتیمتر باشد، شعاع انحنای آینه را به دست آورید.

۳۰.۵ از روی پیکر بندی تصویر در تابلو جان آدنول فینی و همسرش (شکل ۱۰۸.۵) که توسط جان ون آیک کشیده شده است، شکل آینه ای را که بر روی دیوار پشت آویزان است، به دست آورید.

۳۱.۵ فرض کنید که يك آینه کروی کاو با فاصله کانونی ۱۰ سانتیمتر در اختیار داریم. يك شیء باید به چه فاصله ای از آن واقع شود تا تصویرش مستقیم و يك برابر و نیم شود؟ شعاع انحنای آینه چقدر است؟ جواب را با جدول ۵.۵ مقایسه کنید.

۳۲.۵ تصویری را که از يك شیء به بلندی ۷۵ سانتیمتر و به فاصله ۲۰ سانتیمتر از يك آینه ریش تراشی کروی کاو با شعاع خمیدگی ۶۰ سانتیمتر به دست می آید، مشخص کنید.

۳۳.۵ شکل های ۱۰۹.۵ و ۱۱۰.۵ از يك کتاب فیزيك مقدماتی برگرفته شده اند. ایراد آنها چیست؟

۳۴.۵ مسیر پرتو را برای يك شیء متناهی و يك عدسی مثبت در

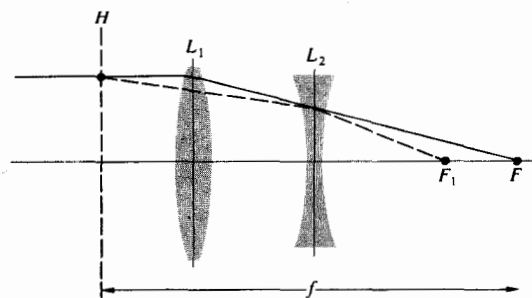


شکل ۱۰۸.۵ جزئیات تصویر آدنول فیلی و همسرش. اثر جان-ون آیک

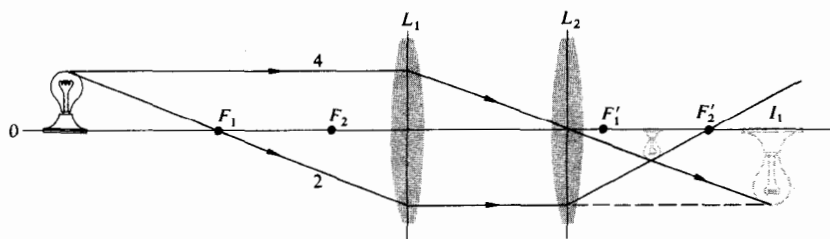
۴۱۰.۵ شکل ۱۱۳.۵ که مدعی نشان دادن يك دستگاه عدسی مستقیم کننده است، از يك متن قدیمی و نایاب نورشناخت برگرفته شده است. ایراد آن در چیست؟

۴۲۰.۵ اگر نوردهی عکس يك چرخ فلک در حال گردش، به طور کامل انجام گرفته باشد، ولی در $1/30$ ثانیه و $f/11$ تار باشد، و چنانچه سرعت بستاور تا $1/120$ ثانیه برای «توقف» حرکت بالا برده شود، تنظیم دیافراگم چگونه باید باشد؟

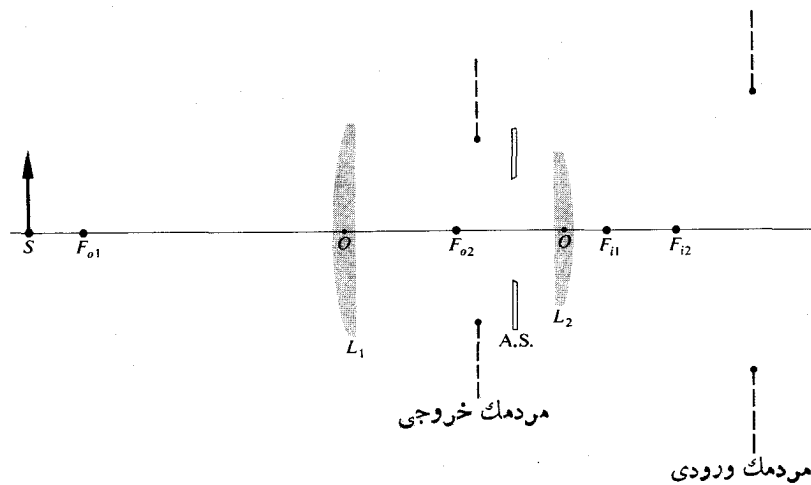
۴۳۰.۵ میدان دید يك تلسکوپ نجومی ساده دو جزئی، بدوسیله



شکل ۱۰۹.۵



شکل ۱۱۰.۵

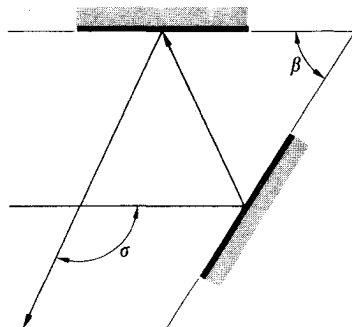


شکل ۱۱۱.۵

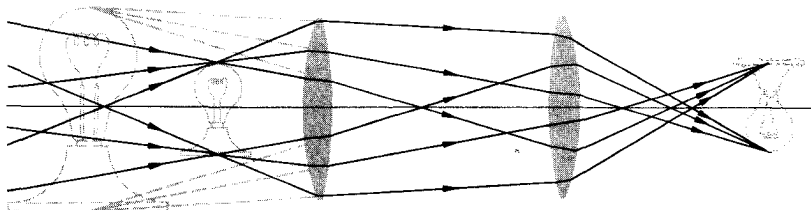
اندازه عدسی چشم محدود می شود. نموداری پرتوی چنان رسم کنید که تصویر ایجاد شده را نشان دهد.

۴۴.۵ يك عدسی میدانی، قاعدتاً، عدسی مثبتی است که در (یا نزدیک) صفحه تصویر میانی قرار داده می شود، تا پرتوهایی را که درغیاب این عدسی به عدسی بعدی سیستم نمی رسند، گردآوری کند. در واقع، این وسیله میدان دید را بدون تغییری در توان دستگاه افزایش می دهد. نمودار پرتوی مسئله قبل را در حالی که شامل يك عدسی میدانی باشد، دوباره رسم کنید. نشان دهید که استراحت چشم به عنوان پیامد این کار تا اندازه ای کاهش می یابد.

۴۵.۵° تصویری را که از نشستن يك حشره بر رأس يك عدسی مثبت نازک به دست می آید، به طور کامل رسم کنید. این موضوع با شیوه کار کردن يك عدسی میدانی چگونه ارتباط پیدا می کند (مسئله پیش)؟



شکل ۱۱۲.۵



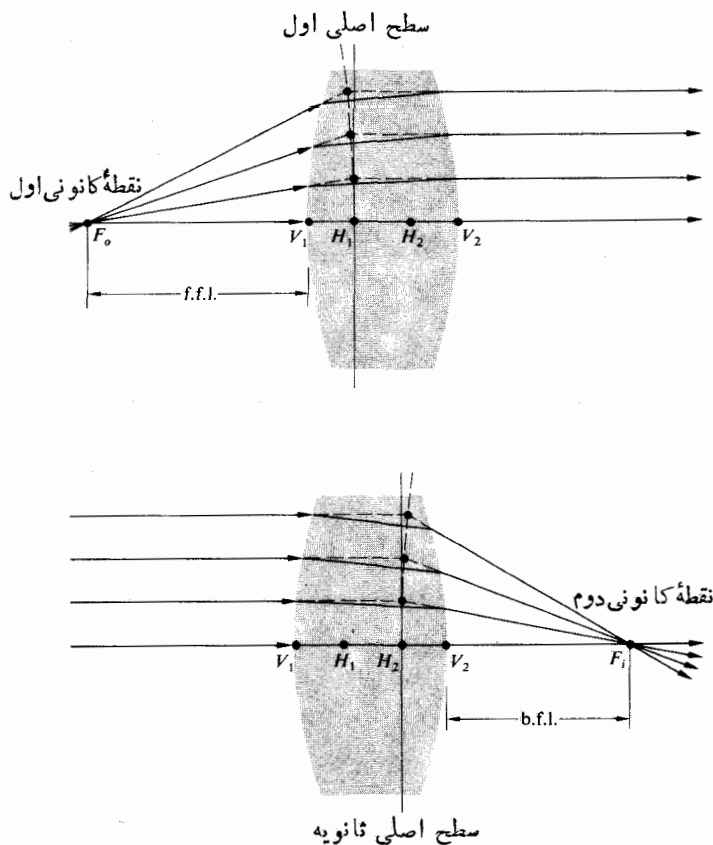
شکل ۱۱۳.۵

مطالب بیشتری درباره نورشناخت هندسی

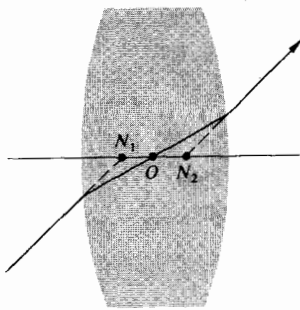
قسمت عمده فصل پیش، با نظریه پیرامحوری که بردستگاههای عدسی کروی نازک اعمال می‌شد، سروکار داشت. در آنجا، این دو تقریب، نسبتاً آشکار، حکمفرما بود که: عدسیهای نازکی داشتیم و نظریه مرتبه اول برای تحلیل آنها کافی بود. هیچیک از این دو فرض را نمی‌توان در تمام مراحل طراحی یک دستگاه نوری دقیق حفظ کرد، ولی هر دو باهم، پایه‌ای برای اولین جواب تقریبی فراهم می‌آورند. این فصل، مطالب را با بررسی عدسیهای ضخیم و ابیراهیها، اندکی گسترش می‌دهد؛ حتی خود این مرحله هم تنها يك آغاز است. ظهور طراحی کامپیوتری عدسی این تأکید را بی‌مورد می‌کند: دست‌زدن به کاری که کامپیوتر آن را بهتر انجام می‌دهد، ضرورتی ندارد. افزون بر این، ارزش صرف مواد موجود که در طی قرن‌ها تکامل یافته است اندکی پیرایش خردمندانه طلب می‌کند تا از به‌کارگیری بیش از حد و افراطی قواعد نظری اجتناب شود.

۱.۶ عدسیهای ضخیم و دستگاههای عدسی

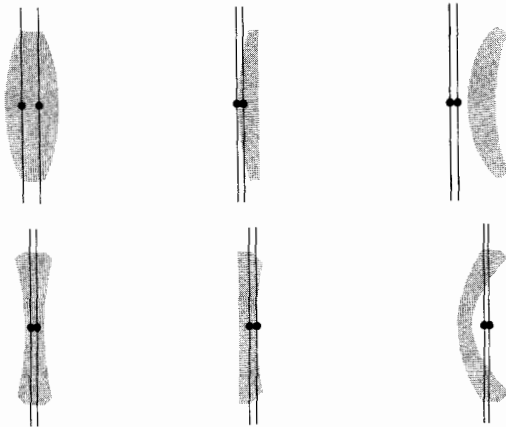
شکل ۱.۶ يك عدسی ضخیم را، یعنی عدسی که ضخامتش به هیچ وجه چشم‌پوشیدنی نیست، نشان می‌دهد. همانطور که خواهیم دید، این وسیله را می‌توان به همان ترتیب و با کلیت بیشتری به مثابه دستگاهی نوری در نظر گرفت که به ما این امکان را می‌دهد تا آن را نه تنها



شکل ۱.۶ عدسی ضخیم.



شکل ۲.۶ نقاط نودال.



شکل ۳.۶ خمیدگی عدسی.

در مورد عدسی ضخیمی که در هوا غوطه‌ور است می‌رسیم. يك بار دیگر، عبارت مربوط به نقاط همیوگ را می‌توان به صورت گاوسی نوشت

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad (۱.۶)$$

به شرط آنکه هر دو فاصله شیء و تصویر به ترتیب از اولین و دومین صفحات اصلی اندازه‌گیری شوند. گذشته از این، فاصله کانونی مؤثر یا به عبارت ساده‌تر فاصله کانونی f نیز نسبت به صفحات اصلی محاسبه می‌شود و از رابطه

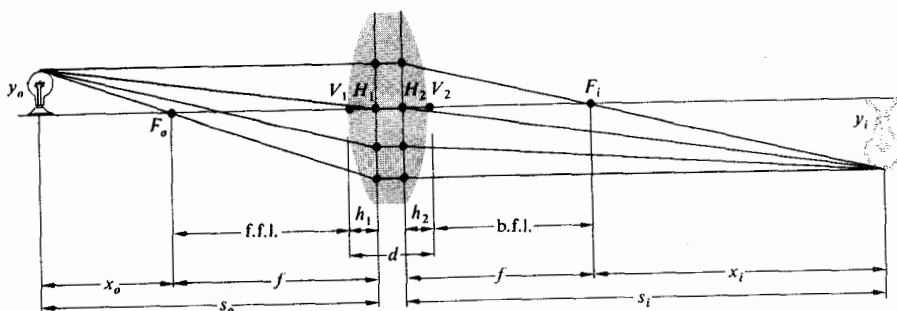
$$\frac{1}{f} = (n_l - 1) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_l - 1)d}{n_l R_1 R_2} \right] \quad (۲.۶)$$

به دست می‌آید. موضع صفحات در فاصله‌های $V_1 H_1 = h_1$ و $V_2 H_2 = h_2$ تعیین می‌شود که وقتی این صفحه‌ها در سمت راست

يك عدسی، بلکه متشکل از چند عدسی ساده، بسادانیم. نخستین و دومین نقاط کانونی، یا به زبانی دیگر، کانونهای شیء و تصویر، F_o و F_i را می‌توان به خاطر سادگی از دو (خسارجیتین) رأس اندازه گرفت. در این حالت، فاصله‌های کانونی پیشین و پسین را که با آنها آشناییم، با نمادهای f_o و f_i و $b.f.l$ ، خواهیم نوشت. در صورتی که پرتوهای ورودی و خروجی امتداد پیدا کنند، در نقاطی که مکان هندسی آنها يك سطح خمیده است برخورد می‌کنند که، ممکن است درون این عدسی جایگزین شوند یا چنین هم نباشد. این سطح، که در ناحیه پیرامحوری تقریباً تخت است، صفحه اصلی نام دارد (بخش ۱۰.۳.۶ قسمت ۲) نقطاتی که صفحه‌های اصلی اولیه و ثانویه (همانطور که در شکل ۱.۶ نما یا ناسده شده است) محور نوری را قطع می‌کنند، نقاط اصلی اولیه و ثانویه، به ترتیب H_1 و H_2 ، خوانده می‌شوند. اینها مجموعه‌ای از مرجعهای بسیار سودمند را فراهم می‌آورند که می‌توان به اعتبار آنها چندین پارامتر سیستم را اندازه گرفت. قبلاً دیدیم (شکل ۱۹.۵) پرتوی که از مرکز نوری عدسی می‌گذرد، موازی با راستای پرتو ورودی خارج می‌شود. با ادامه دادن پرتوهای ورودی و خروجی تا آنجا که محور نوری را قطع کنند، موضعی را مانند نقاط N_1 و N_2 به نام نقاط گره‌ای، در شکل ۲.۶، تعیین می‌کنند. هنگامی که هر دو طرف عدسی را محیطی همسان، عموماً هوا، فرا گرفته باشد، نقاط گره‌ای و اصلی برهم منطبق خواهند بود. این شش نقطه، دو کانون، دو نقطه اصلی، و دو نقطه گره‌ای، نقاط اصلی سیستم را تشکیل می‌دهند. همانطور که در شکل ۳.۶ نشان داده شده است، صفحات اصلی می‌توانند کاملاً بیرون از سیستم عدسی قرار گیرند. در اینجا اگر چه پیکربندی فرق می‌کند، هر عدسی در هر گروه توان یکسانی دارد. مشاهده می‌کنیم که در عدسی متقارن موضع صفحات اصلی، به گونه‌ای کاملاً منطقی، به طور قرینه تعیین می‌شود. در مورد عدسی تخت - کوژ یا تخت - کاو يك صفحه اصلی با سطح خمیده مماس - همانطور که از تعریف (که در ناحیه پیرامحوری بیان شد) آن برمی‌آید، وجود دارد. در مقابل، نقاط اصلی مسلماً می‌توانند برای عدسیهای هلالی، خارجی باشند. این شکلهای بی‌درپی که دارای توان همسانی اند نمونه‌ای از خمشی عدسی را به دست می‌دهند. يك قاعده تجربی برای عدسیهای شیشه‌ای معمولی در هوا این است که فاصله $H_1 H_2$ ، تقریباً با يك سوم ضخامت عدسی، یعنی $N_1 V_2$ برابر باشد.

عدسی ضخیم را می‌توان چنان در نظر گرفت که از دو سطح شکستی کروی که رأسهای آنها به اندازه d از هم فاصله دارند تشکیل می‌شود، و این دقیقاً مانند بخش ۳.۲.۵ است که در آنجا معادله عدسی نازک به دست آمد. پس از عملیات جبری فراوان، که اکنون دیگر d چشم پوشیدنی نیست، به نتیجه‌ای بسیار جالب

۱. به منظور دستیابی به مطالب بیشتری در این مورد، ر ک



شکل ۴.۶ نمایش هندسی عدسی ضخیم.

و دأسهای مربوطه واقع می‌شوند، مثبت‌اند. شکل ۴.۶ آرایش کمینهای گوناگون را نشان می‌دهد. مقادیر h_1 و h_2 از روابط

$$h_2 = -\frac{268(0.5)1}{20(1.5)} = -0.922 \text{ cm}$$

یعنی، H_1 در سمت راست V_1 و H_2 در سمت چپ V_2 قرار دارد. و سرانجام $s_o = 30 + 0.922$ از آنجا

$$\frac{1}{30.92} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{268}$$

و $s_i = 238 \text{ cm}$ که این فاصله از H_2 سنجیده می‌شود. نقاط اصلی با یکدیگر همیوگ‌اند. به بیان دیگر، از آنجا که $f = s_o s_i / (s_o + s_i)$ ، وقتی که $s_o = 0$ ، باید s_i صفر باشد زیرا f متناهی است و بنابراین نقطه‌ای در H_1 تصویری در H_2 دارد. افزون بر این، شیء در صفحه اصلی اول ($x_o = -f$) تصویری در صفحه اصلی دوم ($x_i = -f$) با درشتمایی واحد ($M_T = 1$) تشکیل می‌دهد. به همین دلیل است که گاهی این صفحه‌ها را صفحه‌های واحد می‌گویند. از اینرو، هر پرتوی که راستای آن به سوی نقطه‌ای روی صفحه اصلی اول باشد چنان از عدسی خارج خواهد شد که گویی از نقطه متناظرش (به همان فاصله بر روی یا زیر محور) بر روی صفحه اصلی دوم سرچشمه گرفته است.

اکنون فرض می‌کنیم که عدسی مرکبی متشکل از دو عدسی ضخیم L_1 و L_2 (شکل ۵.۶) داشته باشیم. s_{o1} ، f_1 و s_{i1} ، s_{o2} و f_2 به ترتیب فاصله‌های شیء و تصویر و فاصله‌های کانونی این دو عدسی‌اند. که همه آنها نسبت به صفحه‌های اصلی خودشان اندازه‌گیری شده‌اند. می‌دانیم که درشتمایی عرضی، حاصل ضرب درشتمایی هر یک از عدسی‌ها به تنهایی است.

$$M_T = \left(-\frac{s_{i1}}{s_{o1}}\right) \left(-\frac{s_{i2}}{s_{o2}}\right) = -\frac{s_i}{s_o} \quad (7.6)$$

که در آن s_o و s_i فاصله‌های شیء و تصویر عدسی ترکیبی، به عنوان یک کل است. وقتی که s_o بینهایت باشد، $s_{o1} = s_o = f_1$ ، $s_{i1} = f_1$ و $s_{o2} = -s_{i1} = -f_1$ ؛ زیرا

$$h_1 = -\frac{f(n_l - 1)d}{R_1 n_l} \quad (3.6)$$

و

$$h_2 = -\frac{f(n_l - 1)d}{R_2 n_l} \quad (4.6)$$

به دست می‌آید.

به همان ترتیب، شکل نیوتونی معادله عدسی که از مثلثهای مشابه در شکل ۴.۶ آشکار است، به دست می‌آید. بنابراین

$$x_o x_i = f^2 \quad (5.6)$$

و این تا زمانی است که f در عبارت بالا صدق می‌کند. و از همان مثلثها داریم

$$M_T = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{x_i}{f} = -\frac{f}{x_o} \quad (6.6)$$

آشکار است که اگر $d \rightarrow 0$ ، آنگاه معادلات (۱.۶)، (۲.۶) و (۵.۶) به معادلات عدسی نازک، (۱۷.۵)، (۱۶.۵) و (۲۳.۵)، تبدیل می‌شوند. مثالی عددی می‌آوریم؛ می‌خواهیم فاصله تصویری یک شیء را که در فاصله ۳۰ سانتیمتری از رأس یک عدسی دو کوژ با شعاعهای ۲۰ و ۴۰ سانتیمتر و ضخامت یک سانتیمتر و ضریب شکست ۱.۵ قرار دارد، به دست آوریم. با استفاده از معادله (۲.۶) فاصله کانونی (بر حسب سانتیمتر) به دست می‌آید

$$\frac{1}{f} = (1.5 - 1) \left[\frac{1}{20} - \frac{1}{40} + \frac{(1.5 - 1)1}{1.5(20)(-40)} \right]$$

و بنابراین $f = 268 \text{ cm}$. افزون بر این

$$h_1 = -\frac{268(0.5)1}{-20(1.5)} = +0.922 \text{ cm}$$

سطوح اصلی این دستگاه، به عنوان يك كل، از روابط زیر به دست می آید

$$\overline{H_1 H_1} = \frac{f d}{f_2} \quad (۹.۶)$$

و

$$\overline{H_2 H_2} = -\frac{f d}{f_1} \quad (۱۰.۶)$$

که آنها را در اینجا به دست نمی آوریم (بخش ۱۰.۲.۶). در واقع نمایش يك عدسی ضخیم هم ارز با عدسی مرکب را پیدا کرده ایم. توجه کنید که چنانچه هر کدام از عدسیها نازك باشند زوج نقاط $H_1, H_2, H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{22}$ به هم می پیوندند، در نتیجه مانند بخش ۳.۲.۵ (۴)، d فاصله بین مرکزهای دو عدسی خواهد بود. مثلاً بدعسیهای شکل ۲۸.۵ برمی گردیم که در آنجا $f_1 = -۳۰$ و $f_2 = ۲۰$ ، $d = ۱۰$ بنا بر شکل ۶.۶

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-۳۰} + \frac{1}{۲۰} - \frac{۱۰}{(-۳۰)(۲۰)}$$

بنابراین $f = ۳۰ \text{ cm}$ پیشتر (صفحه ۱۱۷) یافتیم که $b.f.l = ۴۰ \text{ cm}$ و $f.f.l = ۱۵ \text{ cm}$ به علاوه چون آنها عدسیهای نازك هستند، معادلات (۹.۶) و (۱۰.۶) را می توان به صورت زیر نوشت

$$\overline{O_1 H_1} = \frac{۳۰(۱۰)}{۲۰} + ۱۵ \text{ cm}$$

و

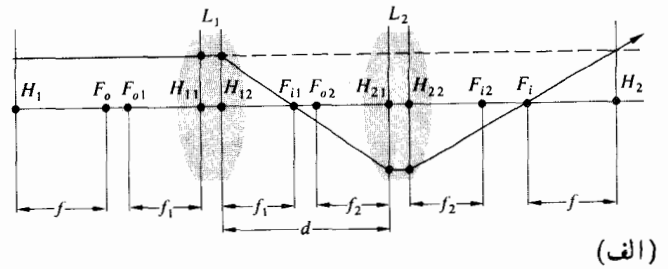
$$\overline{O_2 H_2} = -\frac{۳۰(۱۰)}{-۳۰} = +۱۰ \text{ cm}$$

این مقادیر هر دو مثبت اند و بنابراین صفحات به ترتیب در سمت راست O_1 و O_2 قرار دارند. هر دو مقدار محاسبه شده با نتایجی که در نمودار توصیف شده است همخوانی دارند. اگر نور از سمت راست بتابد سیستم به عدسی دورگیرشبه است که باید در فاصله ۱۵ سانتیمتری صفحه فیلم قرار گیرد و بازهم دارای فاصله کانونی مؤثر ۳۰ سانتیمتری است.

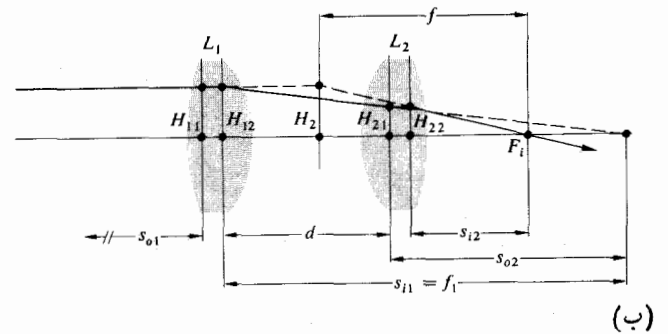
همین روش را می توان به سه، چهار، یا چند عدسی گسترش داد. بنا بر این

$$f = f_1 \left(\frac{s_{i2}}{s_{o2}} \right) \left(-\frac{s_{i3}}{s_{o3}} \right) \dots \quad (۱۱.۶)$$

به همین ترتیب دو عدسی اول را می توان به عنوان عدسی ترکیبی پنداشت که يك تك عدسی نازك را تشکیل می دهند که نقاط اصلی و فاصله کانونی آنها محاسبه می شوند. این عدسی، به نوبه خود،

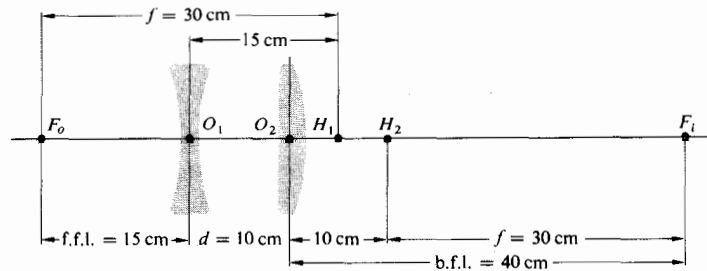


(الف)



(ب)

شکل ۵.۶ يك عدسی ضخیم مرکب.



شکل ۶.۶ عدسی مرکب.

$$\frac{1}{s_{o2}} + \frac{1}{s_{i2}} = \frac{1}{f_2}$$

با قراردادن در معادله (۷.۶) (مسئله ۱.۶) نتیجه می گیریم که

$$-\frac{f_1 s_{i2}}{s_{o2}} = f$$

یا

$$f = -\frac{f_1}{s_{o2}} \left(\frac{s_{o2} f_2}{s_{o2} - f_2} \right) = \frac{f_1 f_2}{s_{i1} - d + f_2}$$

از آنجا

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (۸.۶)$$

این رابطه فاصله کانونی مؤثر ترکیب دو عدسی ضخیم است که در آن تمام فاصله ها نسبت به سطوح اصلی سنجیده شده اند. محصل

می‌شود، و به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کند. گاهی پرتوهای کمان (پرتوهایی که در صفحه محور نوری‌اند) تقریباً به‌طور انحصاری ردیابی می‌شوند زیرا پرتوهای ادیپی (که محور را قطع نمی‌کنند) به‌طور چشمگیری پیچیده‌تر از آن‌اند که به‌طور ریاضی بتوان به آن‌ها برخورد کرد. تمایز میان آن‌ها در يك کامپیوتر الکترونیکی بسیار سریع (شکل ۷.۶) که ردگیری را در زمان بسیار کمی انجام می‌دهد، چندان حائز اهمیت نیست. بنا براین، اگر تعیین مسیر يك تک پرتو از میان يك صفحه منفرد با يك ماشین حساب دستی توسط شخصی ماهر بین ۱۰ تا ۱۵ دقیقه طول بکشد، يك کامپیوتر همین کار را تقریباً در يك هزارم ثانیه انجام می‌دهد، و مهم‌تر اینکه، با جدیتی فزونی‌تر آماده انجام محاسبات بعدی خواهد بود. ساده‌ترین موردی که فرایند ردیابی پرتو را نشان خواهد داد به ردیابی يك پرتو کمان پیرامحوری مربوط می‌شود که در حال گذرا از يك عدسی کروی ضخیم است. در این حالت، با به کار بردن قانون اسنل در شکل ۸.۶ در نقطه P_1 ، داریم

$$n_{i1}\theta_{i1} = n_{t1}\theta_{t1}$$

یا

$$n_{i1}(\alpha_{i1} + \alpha_1) = n_{t1}(\alpha_{t1} + \alpha_1)$$

و از آنجا که $\alpha_1 = y_1/R_1$ داریم

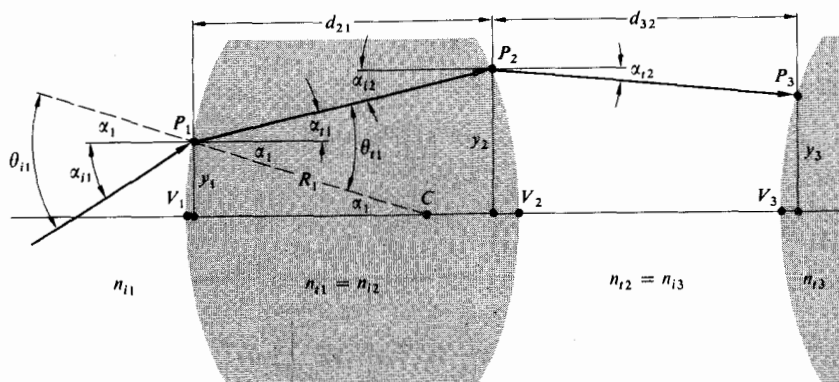
$$n_{i1}\left(\alpha_{i1} + \frac{y_1}{R_1}\right) = n_{t1}\left(\alpha_{t1} + \frac{y_1}{R_1}\right)$$

با جایابی جمله‌ها، به دست می‌آوریم

$$n_{t1}\alpha_{t1} = n_{i1}\alpha_{i1} - \left(\frac{n_{t1} - n_{i1}}{R_1}\right)y_1$$

ولی همان‌گونه که در بخش ۲.۷.۵ دیدیم، توان يك سطح منفرد شکستی برابر است با

$$\mathcal{D}_1 = \frac{(n_{t1} - n_{i1})}{R_1}$$



شکل ۸.۶ ترسیم هندسی پرتوها.

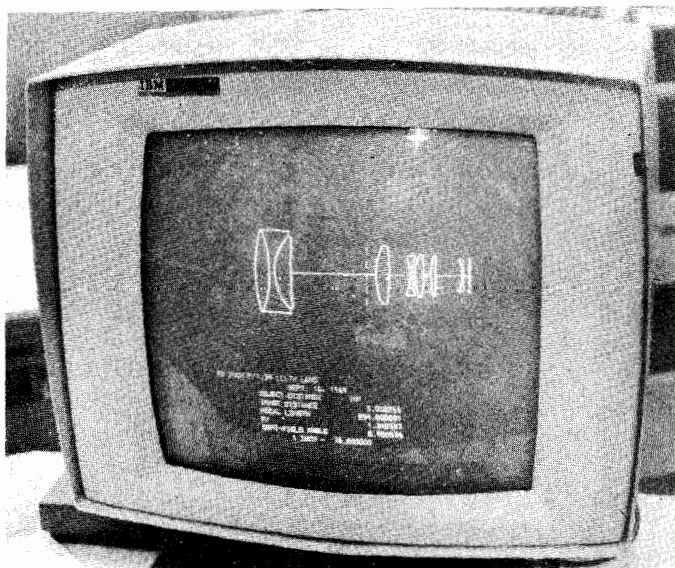
با عدسی سوم ترکیب می‌شود و این فرایند با هر عنصر بعدی ادامه پیدا می‌کند.

۲.۶ ردیابی تحلیلی پرتو

ردیابی پرتو بی‌گمان یکی از ابزار اصلی طراح است. طراحی که يك سیستم نوری را روی کاغذ فرمولبندی کرده است، می‌تواند از این طریق پرتوها را بتاباند تا کار آن‌ها را ارزیابی کند. هر پرتو را، چه پیرامحوری باشد چه از گونه دیگر، می‌توان دقیقاً توسط این سیستم ردیابی کرد. از لحاظ مفهومی به کار بردن معادله شکست

$$n_i(\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{u}}_n) = n_t(\hat{\mathbf{k}}_t \times \hat{\mathbf{u}}_n) \quad [7.4]$$

در رویه اول ساده است، در همان موضعی که نور انتقال یافته بعداً به رویه دوم برخورد می‌کند، يك بار دیگر این معادله به کار گرفته



شکل ۷.۶ نمایش کامپیوتری عدسی.

واز آنجا

$$n_{i1}\alpha_{i1} = n_{i1}\alpha_{i1} - \mathcal{D}_1 y_1 \quad (12.6)$$

این معادله را غالباً معادله شکست می نامند که به سطح مشترك اول مربوط می شود. پرتو پس از شکست در نقطه P_1 ، از درون محیط همگن عدسی به نقطه P_2 روی سطح مشترك دوم پیش می رود. ارتفاع P_2 با رابطه

$$y_2 = y_1 + d_{21}\alpha_{i1} \quad (13.6)$$

بیان می شود، که در آن از رابطه $\alpha_{i1} \approx \tan \alpha_{i1}$ استفاده شده است. این معادله، معادله تبدیل خوانده می شود، زیرا به ما امکان می دهد که پرتو را از P_1 به P_2 دنبال کنیم. خاطر نشان می کنیم که اگر میل پرتو مثبت باشد زاویه ها نیز مثبت اند. از آنجا که با ناحیه پیرامحوری سروکار داریم، کمیت های $\sqrt{V_2 V_1} \approx d_{21}$ و y_2 به سادگی قابل محاسبه است. پس، معادلات (11.6) و (12.6) به دنبال هم به کار می روند تا پرتوی در سرتاسر دستگاه ردیابی شود. البته، اینها پرتوهای کمان اند و به علت تقارن عدسی نسبت به محور نوری، این پرتو در تمام مدتی که در این دستگاه هست، در همان صفحه کمان باقی می ماند. این فرایند دو بعدی است؛ دو معادله با دو مجهول α_{i1} و y_2 وجود دارند. در مقابل، یک پرتو مورب را باید در سه بعد بررسی کرد.

۱۰.۲.۶ روشهای ماتریسی

در اوایل دهه سی این قرن، اسمیت روش نسبتاً جالبی را برای بررسی معادلات ردیابی پرتو فرمول بندی کرد. شکل خطی ساده این عبارات و روال تکراری که در آنها به کار می رود، استفاده از ماتریسها را ایجاب می کند. پس فرایندهای شکست و انتقال از لحاظ ریاضی می توانند توسط عملگرهای ماتریسی انجام گیرند. به این نظرهای اولیه، تقریباً نزدیک به سی سال عنایت زیادی مبذول نشد. با وجود این، اوایل دهه شصت توجه مجددی را برانگیخت که اکنون شکوفا می شود. ما برخی از مشخصات اساسی این روش را بازگو خواهیم کرد و بررسی مشروح تر آن را به کتابهای مرجع وامی گذاریم.

با نوشتن فرمولهایی که زیادهم موشکافانه نیستند، آغاز می کنیم

$$n_{i1}\alpha_{i1} = n_{i1}\alpha_{i1} - \mathcal{D}_1 y_1 \quad (14.6)$$

و

$$y_2 = 0 + y_1 \quad (15.6)$$

زیرا در معادله (۱۲.۶) صرفاً نماد y_1 را به جای y قراردادیم و سپس فرض کردیم $y_{i1} = y_1$. به زودی خواهید دید که عمل اخیر تنها نقش آب و رنگ دادن را دارد. در واقع بیان ساده این موضوع این است که ارتفاع نقطه مرجع P_1 در بالای محور در محیط فرود (y_{i1}) برابر است با ارتفاع آن در محیط تراگسیلنده (y_{i1}) - که امری است بدیهی. ولسی اکنون می توان این زوج معادله را به شکل ماتریسی بازنویسی کرد

$$\begin{bmatrix} n_{i1}\alpha_{i1} \\ y_{i1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\mathcal{D}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{i1}\alpha_{i1} \\ y_{i1} \end{bmatrix} \quad (16.6)$$

به همین ترتیب بهتر خواهد بود که بنویسیم

$$\begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ y_{i1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{i1}/n_{i1} & -\mathcal{D}/n_{i1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ y_{i1} \end{bmatrix} \quad (17.6)$$

بنا بر این، شکل دقیق ماتریسهای ستونی 1×2 در واقع مربوط به سلیقه است. در هر صورت، اینها را می توان به صورت پرتوهای در دو سوی P_1 ، یکی قبل و دیگری بعد از شکست، در نظر گرفت. به همین ترتیب، با به کار بردن z_{i1} و z_{i1} برای این دو پرتو، می توانیم بنویسیم

$$z_{i1} \equiv \begin{bmatrix} n_{i1}\alpha_{i1} \\ y_{i1} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad z_{i1} \equiv \begin{bmatrix} n_{i1}\alpha_{i1} \\ y_{i1} \end{bmatrix} \quad (18.6)$$

ماتریس 2×2 ماتریس شکست است که به صورت

$$\mathcal{R}_1 \equiv \begin{bmatrix} 1 & -\mathcal{D}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19.6)$$

نشان داده می شود؛ بنا بر این معادله (۱۶.۶) را به صورت خلاصه می توان اینطور نوشت

$$z_{i1} = \mathcal{R}_1 z_{i1} \quad (20.6)$$

که بیان آن این است که \mathcal{R}_1 در خلال شکست در سطح مشترك اول، z_{i1} را به z_{i1} تبدیل می کند و از شکل ۸.۶ داریم $n_{i2}\alpha_{i2} = n_{i1}\alpha_{i1}$

$$n_{i2}\alpha_{i2} = n_{i1}\alpha_{i1} + 0 \quad (21.6)$$

و

$$y_{i2} = d_{21}\alpha_{i1} + y_{i1} \quad (22.6)$$

که در آن $n_{i2} = n_{i1}$ ، $\alpha_{i2} = \alpha_{i1}$ و از معادله (۱۳.۶) با نوشتن

۱. برای مطالعه بیشتر ر ک

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -D_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_{21}/n_{11} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -D_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{یا}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -D_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -D_1 \\ d_{21}/n_{11} & -D_1 d_{21}/n_{11} + 1 \end{bmatrix}$$

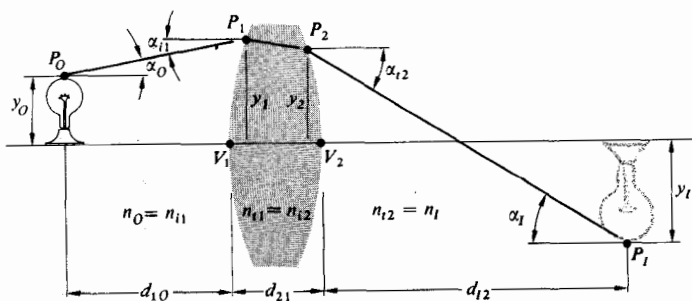
می‌توانیم بنویسیم

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - D_2 d_{21}/n_{11} & -D_1 + (D_2 D_1 d_{21}/n_{11}) - D_2 \\ d_{21}/n_{11} & -D_1 d_{21}/n_{11} + 1 \end{bmatrix} \quad (۳۱.۶)$$

و بار دیگر داریم $|A| = 1$ (مسئله ۵.۶). مقادیر هر جزء A برحسب پارامترهای فیزیکی عدسی مانند ضخامت، ضریب شکست، و شعاعها (از طریق D) بیان می‌شوند. بنابراین نقاط اصلی را که خواص عدسی‌اند، و صرفاً به کمک ساختمان آن تعیین می‌شوند، باید از A استنتاج کرد. در این حالت، ماتریس دستگاه (۳۱.۶) یک پرتو فرودی در سطح اول را به یک پرتو خروجی در سطح دوم تبدیل می‌کند؛ برای یادآوری آن را به صورت A_{21} می‌نویسیم. مفهوم تشکیل تصویر به صورت تقریباً مستقیم (شکل ۹.۶) پس از معرفی صفحه‌های شیئی و تصویری مناسب به حوزه مطالعه وارد می‌شود. در نتیجه عملگر اول، \mathcal{J}_{10} ، نقطه مرجع را از شیء انتقال می‌دهد، یعنی از P_0 به P_1 می‌برد. سپس عملگر بعدی A_{21} پرتو را از درون عدسی حمل می‌کند، و یک انتقال اضافی نهایی \mathcal{J}_{12} آن را به صفحه تصویر، یعنی P_I ، می‌آورد. پس این پرتو در نقطه تصویر (\mathcal{I}) از طریق فرمول زیر داده می‌شود

$$\mathcal{I} = \mathcal{J}_{12} A_{21} \mathcal{J}_{10} \mathcal{O} \quad (۳۲.۶)$$

که در آن \mathcal{O} پرتو در P_0 است. در شکل مؤلفه‌ای، رابطه مذکور به صورت زیر درمی‌آید



شکل ۹.۶ ترسیم هندسی تصویر.

\mathcal{I} به جای \mathcal{P} استفاده شد تا زیبا به نظر آید. و بنابراین

$$\begin{bmatrix} n_{12} \alpha_{12} \\ y_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_{21}/n_{11} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{11} \alpha_{11} \\ y_{11} \end{bmatrix} \quad (۲۳.۶)$$

ماتریس تبدیل

$$\mathcal{J}_{21} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_{21}/n_{11} & 1 \end{bmatrix} \quad (۲۴.۶)$$

پرتو تراگسیلیده در P_1 یعنی \mathcal{I}_{11} را، برمی‌دارد و به پرتو فرودی در P_2 تبدیل می‌کند.

$$\mathcal{I}_{12} \equiv \begin{bmatrix} n_{12} \alpha_{12} \\ y_{12} \end{bmatrix}$$

بنابراین معادله‌های (۲۱.۶) و (۲۲.۶) به سادگی به صورت زیر درمی‌آیند

$$\mathcal{I}_{12} = \mathcal{J}_{21} \mathcal{I}_{11} \quad (۲۵.۶)$$

اگر رابطه (۲۵.۶) را به کار ببریم، داریم

$$\mathcal{I}_{12} = \mathcal{J}_{21} \mathcal{R}_1 \mathcal{I}_{11} \quad (۲۶.۶)$$

این ماتریس 2×2 که از راه حاصلضرب ماتریسهای تبدیل و شکست $\mathcal{J}_{21} \mathcal{R}_1$ تشکیل شده است، پرتو فرودی را در P_1 به پرتو فرودی P_2 می‌برد. توجه داریم که دترمینان \mathcal{J}_{21} که با $|\mathcal{J}_{21}|$ نموده شده مساوی یک است، یعنی: $1 = (d_{21}/n_{11})(1) - (0)(1)$. به همین ترتیب $|\mathcal{R}_1| = 1$ و چون دترمینان یک ماتریس حاصلضرب مساوی حاصلضرب هر یک از دترمینانهاست پس $|\mathcal{J}_{21} \mathcal{R}_1| = 1$. این مطلب و ارسی سریع محاسبات را فراهم می‌آورد. با به کار بردن این روش از راه دومین سطح مشترک عدسی (شکل ۸.۶)، که دارای یک ماتریس شکست، \mathcal{R}_2 ، است رابطه زیر به دست می‌آید

$$\mathcal{I}_{12} = \mathcal{R}_2 \mathcal{I}_{12} \quad (۲۷.۶)$$

یا از معادله (۲۶.۶)

$$\mathcal{I}_{12} = \mathcal{R}_2 \mathcal{J}_{21} \mathcal{R}_1 \mathcal{I}_{11} \quad (۲۸.۶)$$

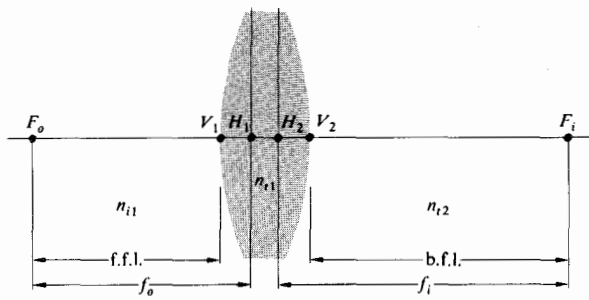
ماتریس دستگاه A به صورت زیر تعریف می‌شود

$$A \equiv \mathcal{R}_2 \mathcal{J}_{21} \mathcal{R}_1 \quad (۲۹.۶)$$

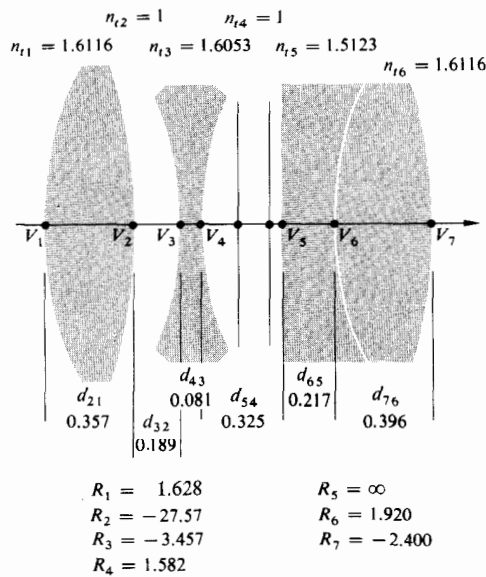
و شکل ماتریسی آن چنین است

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (۳۰.۶)$$

از آنجا که



شکل ۱۰.۶ سطوح اصلی و فواصل کانونی.



شکل ۱۱.۶ تساد.

به همین ترتیب، اثبات این نکته که

$$\overline{V_1 H_1} = \frac{n_{i1}(1 - a_{11})}{-a_{12}} \quad (36.6)$$

و

$$\overline{V_2 H_2} = \frac{n_{i2}(a_{22} - 1)}{-a_{12}} \quad (37.6)$$

است، که نقاط اصلی را تعیین موضع می کنند، به عنوان مسئله به خواننده واگذار می شود.

به عنوان مثالی از چگونگی کاربرد این روش، دست کم از لحاظ اصولی، آن را بر روی عدسی تسار که در شکل ۱۱.۶

$$\begin{bmatrix} n_{i1}\alpha_I \\ y_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_{I2}/n_I & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_{10}/n_o & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_o\alpha_o \\ y_o \end{bmatrix} \quad (33.6)$$

توجه کنید که $\mathcal{J}_{10} \cdot \mathcal{J}_{11} = \mathcal{J}_{12}$ و $\mathcal{J}_{10} \cdot \mathcal{J}_{11} = \mathcal{J}_{12}$ ، و بنابراین $\mathcal{J}_{I2} \cdot \mathcal{J}_{12} = \mathcal{J}_{11}$. شاخصهای پایین ۱، ۲، ۳، ... با نقاط P_2, P_1, P_0, I, \dots و غیره متناظرند، درحالی که شاخصهای پایین i و t این مطلب را که ما در کدام سمت نقطه مرجع هستیم، یعنی آیا پرتو فرودی یا تراگسیلیده است، بیان می کند. کار با یک ماتریس شکستی، i را به t تبدیل خواهد کرد ولی علامت گذاری نقطه مرجع را تغییر نمی دهد. از سوی دیگر، کار با یک ماتریس تبدیل علامت گذاری را آشکارا تغییر می دهد.

تغییرهای فیزیکی مؤلفه های A معمولاً از بسط معادله (۳۳.۶) به دست می آیند. ولی این روش بیش از اندازه پیچیده است که در اینجا انجام گیرد. به جای آن، به معادله (۳۱.۶) باز می گردیم و چند جمله آن را بررسی می کنیم. مثلاً

$$-a_{12} = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 - \mathcal{D}_2 \mathcal{D}_1 \frac{d_{21}}{n_{i1}}$$

برای سادگی، چنانچه عدسی را در هوا در نظر بگیریم، مانند معادله های (۶۳.۵) و (۶۴.۵)، داریم

$$\mathcal{D}_1 = \frac{n_{i1} - 1}{R_1} \quad \text{و} \quad \mathcal{D}_2 = \frac{n_{i1} - 1}{-R_2}$$

و بنابراین

$$-a_{12} = (n_{i1} - 1) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_{i1} - 1)d_{21}}{R_1 R_2 n_{i1}} \right]$$

ولی این معادله فاصله کانونی یک عدسی ضخیم است (۲.۶)؛ به بیان دیگر

$$a_{12} = -\frac{1}{f} \quad (34.6)$$

اگر محیطهایی که دو طرف عدسی را فراگرفته اند متفاوت باشند (شکل ۱۰.۶)، این رابطه به صورت زیر نوشته می شود

$$a_{12} = -\frac{n_{i1}}{f_o} = -\frac{n_{i2}}{f_i} \quad (35.6)$$

۱. این نمونه ویژه را ابتدا به این علت برگزیده ایم که کتاب نورشناخت هندسی اثر نوس باوم (Nussbaum) شامل یک برنامه ساده کامپیوتری فورترن است که مخصوص این عدسی نوشته شده است. تقریباً مضحک خواهد بود که این دستگاه ماتریسی یا دست حل شود. چون فورترن یک زبان سهل الحصول کامپیوتری است، این برنامه جهت مطالعات بیشتر از ارزش زیادی برخوردار است.

ولی همانگونه که در بخش ۲۰۷۰۵ دیدیم، توان يك عدسی نازك، \mathcal{D} ، برابر است با مجموع توانهای سطوح آن. بنا بر این

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\mathcal{D} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1/f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳۹.۶)$$

افزون بر این، در مورد دو عدسی نازك که فاصله آنها از یکدیگر در هوا برابر d است، ماتریس دستگاه چنین می شود

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1/f_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1/f_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

یا

$$A = \begin{bmatrix} 1-d/f_2 & -1/f_1 + d/f_1 f_2 - 1/f_2 \\ d & -d/f_1 + 1 \end{bmatrix}$$

بنا بر این روشن است که

$$-a_{12} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

و از معادله های (۳۶.۶) و (۳۷.۶) داریم

$$\overline{O_1 H_1} = f d / f_2 \text{ و } \overline{O_2 H_2} = -f d / f_1$$

که اکنون تمام این رابطه ها آشنا به نظری آیند. توجه کنید که پیدا کردن فاصله کانونی و نقاط اصلی يك عدسی مرکب متشکل از سه، چهار یا چند عدسی، با این روش تا چه حد آسان خواهد بود.

۳.۶ ابیراهیها

مطمئناً، از پیش می دانیم که نظریه مرتبه اول چیزی بیش از يك تقریب خوب نیست؛ زیرا يك ردیابی دقیق پرتوی یسا حتی اندازه گیریهای انجام شده روی يك دستگاه پیش نمونه، مسلماً ناسازگاریهایی را با توصیف متناظر پیرامحوری آشکار خواهد کرد. چنین دورشدگیهایی از شرایط مطلوب نورشناخت گاوسی ابیراهی نام دارند. دورده بندی عمده برای ابیراهیها وجود دارد، ابیراهیهای دنگی (ناشی از این امر که n عملاً تابعی از بسامد یا رنگ باشد) و ابیراهیهای تکرنگ. نوع اخیر حتی با نوری که شدیداً تکرنگ است روی می دهد، و این به نوبه خود به دو گروه تقسیم می شود. ابیراهیهای تکرنگی، مانند ابیراهی کروی، انحراف کانونی و آستیگماتیسم، وجود دارند که تصویر را خراب و تار می کنند. افزون بر این، ابیراهیهای وجود دارند که تصویر را تغییر شکل می دهند. مثل خمیدگی میدان پتروال و داپیچش.

اینك كاملاً دانسته ایم که سطوح کروی عموماً تنها در ناحیه پیرامحوری، تصویرگیری کاملی ارائه می دهند، آنچه که اکنون باید تعیین شود نوع و گستره انحرافهایی است که از کاربرد سطوح بارزنده های منتهای ناشی می شود. بادستکاری مناسب پارامترهای

نشان داده شده است به کار می بریم. شکل ماتریس دستگاه به صورت زیر است

$$A_{11} = R_1 J_{12} R_2 J_{23} R_3 J_{34} R_4 J_{45} R_5 J_{56} R_6 J_{67} R_7 J_{78} R_8 J_{89} R_9 J_{90} R_{10}$$

که در آن

$$J_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.357 & 1 \\ 1.6116 & 1 \end{bmatrix}, \quad J_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.189 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$J_{45} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.081 & 1 \\ 1.6053 & 1 \end{bmatrix}, \dots$$

علاوه بر این

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1.6116 - 1 \\ 0 & 1.628 \end{bmatrix},$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1.6116 \\ 0 & -2.757 \end{bmatrix},$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1.6053 - 1 \\ 0 & -3.257 \end{bmatrix}, \dots$$

با ضرب کردن ماتریسها که به طور آشکار کاری است طاقت فرسا، ولی اصولاً يك محاسبه ساده بیش نیست، قطعاً به رابطه زیر خواهیم رسید

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0.848 & -0.198 \\ 1.338 & 0.867 \end{bmatrix}$$

و از آنجا $f = 5.06$ و $\overline{V_1 H_1} = 0.77$ و $\overline{V_2 H_2} = -0.67$ به عنوان آخرین نکته، غالباً بی مناسبت نیست که دستگاهی از عدسیهای نازك را با به کارگیری نمایش ماتریسی مورد توجه قرار دهیم، و با این نیت به معادله (۳۱.۶) باز می گردیم. این معادله ماتریس دستگاه را برای يك عدسی منفرد توصیف می کند و اگر $d_{11} \rightarrow 0$ ، دستگاه با يك عدسی نازك متناظر خواهد بود. این مطلب هم ارز آن است که J_{11} را به يك ماتریس يکه تبدیل کنیم بنا بر این

$$A = R_1 R_2 = \begin{bmatrix} 1 & -(\mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳۸.۶)$$

۱۰۳.۶ ابراهیهای تکرنگ

روش پیرامحوری بر این شالوده استوار بود که $\sin \varphi$ ، مانند شکل ۸.۵، می توانست به طور رضایتبخشی تنها با φ نموده شود، یعنی، کار دستگاه به یک ناحیه بسیار باریک در اطراف محور نوری محدود می شد. آشکار است که، اگر پرتوهای پیرامون یک عدسی نیز در تشکیل تصویر شرکت کنند، این گزاره مبنی بر اینکه: $\sin \varphi \approx \varphi$ ، زیاد هم قانع کننده نیست. به یاد آورید که ما گاهی قانون اسنل را نیز به شکل ساده $n_2 \theta_i = n_1 \theta_r$ نوشتیم که باز هم نامناسب است. به هر حال، اگر دو جمله اول در بسط

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \dots \quad [7.5]$$

را مانند یک تقریب مورد قبول نگه داریم، نظریه ای به نام نظریه مرتبه سوم را خواهیم داشت. بنابراین، انحرافها از نظریه مرتبه نخست که از آن نتیجه می شوند، در پنج ابراهیهی ابتدایی (ایبراهی کسروی، انحراف کانسونی، آستیکماتیسیم، خمیدگی میدان، و واپیچش) تجسم می یابند. این مطالب اولین بار در سال ۱۸۵۰/۱۱۲۹ توسط لودویگ فون زایدل (۱۲۷۵-۱۲۰۰/۱۸۹۶-۱۸۲۱) به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت. از اینرو، بارها از آنها به عنوان ابراهیهای زایدل سخن رفته است. رشته بسال، افزون بر دو جمله نخست، چندین عبارت دیگر را شامل می شوند که مسلماً کوچکتر ولی باز هم به حساب آوردنی اند. بنابراین، مسلم است که ابراهیهای با مرتبه بالاتر وجود دارند. از اینرو اختلاف بین نتایج حاصل از ردیابی دقیق پرتو و ابراهیهای ابتدایی محاسبه شده را می توان همچون جمع تمام ابراهیهای مرتبه بالاتر شرکت کننده در نظر گرفت. ما این بحث را منحصرأ به ابراهیهای ابتدایی محدود خواهیم کرد.

۱. ابراهیهی کروی

لحظه ای به بخش ۲.۲.۵، که در آنجا نقاط همیوغ را برای یک سطح مشترک منفرجه کروی شکستی محاسبه کردیم، برگردیم. بنابراین، برای ناحیه پیرامحوری، یاقیم

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad [8.5]$$

اگر تقریبهای ℓ_o و ℓ_i اندکی بهتر شوند (مسئله ۱۰.۶) عبارت مرتبه سوم را به دست می آوریم

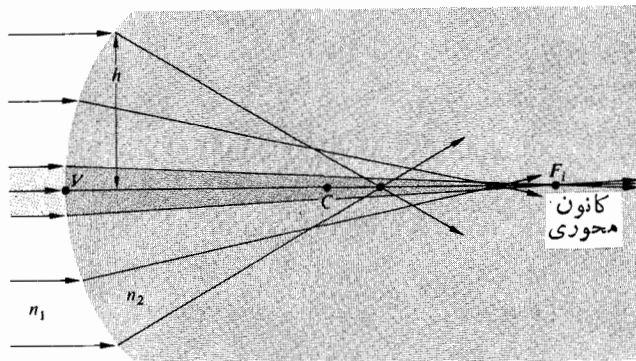
$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} + h^2 \left[\frac{n_1}{2s_o} \left(\frac{1}{s_o} + \frac{1}{R} \right)^2 + \frac{n_2}{2s_i} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{s_i} \right)^2 \right] \quad (40.6)$$

عبارت اضافی، که تقریباً با h^2 تغییر می کند، آشکارا معیاری از

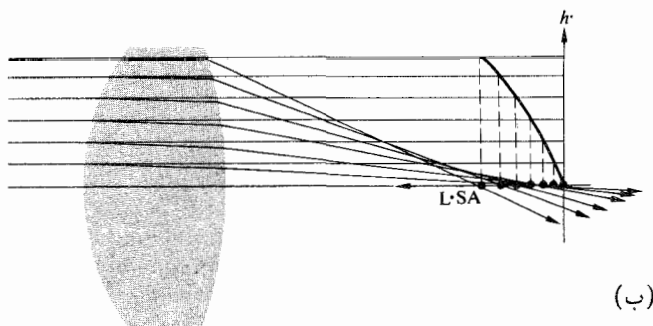
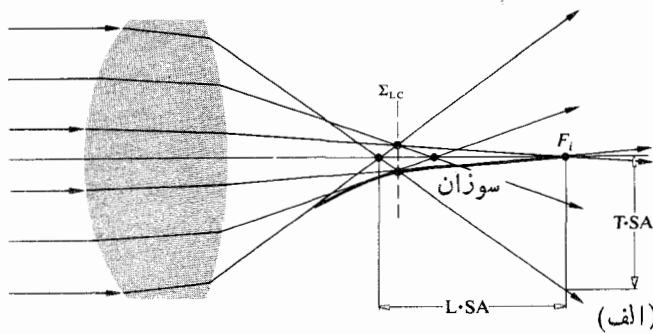
فیزیکی یک دستگاه (یعنی توانها، شکلهای، ضخامتها، انواع شیشه و فاصله جدایی عدسیها و نیز مکان بندها)، این ابراهیهی به راستی کمینه می شوند. در واقع، با تغییر ناچیزی در شکل عدسی در اینجا، یا جایجایی وضعیت یک بند در آنجا (بسیار شبیه به آراستن مدار الکتریکی با خازنهای متغیر کوچک، پیچدها و پتانسیل سنجها) نامطلوبترین نقایص را حذف می کنیم. وقتی همه چیز به انجام رسید، امید می رود تغییر شکلهای ناخواسته ای که جبهه موج هنگام گذشتن از یک سطح دستخوش آنها شده است، ضمن اینکه سطوح دیگر پایتتر از خط را می پیماید، از میان برداشته شود.

امروزه برنامه های کامپیوتری ماهرانه ای برای انجام این نوع تحلیل «خودکارانه» تهیه شده است. به طور کلی، یک عامل کیفیت (یا تابع مناسب) را برای هدف ویژه ای به کامپیوتر می دهید یعنی، در اساس به او می گوید چقدر از ابراهیهی را مایلید تحمل کنید. سپس، دستگاهی را که به طور تقریبی طراحی شده (مثلاً، نوعی پیکربندی تسار) به آن می دهید که، در تقریب اول، نیازمندیهای ویژه ای را برآورده می کند. همراه با آن، پارامترهایی را که باید ثابت بمانند، مانند یک عدد f معین، فاصله کانونی، یا قطر عدسی، میدان دید یا درشتنمایی، به آن می خورانید. آنگاه، کامپیوتر چندین پرتو را در دستگاه ردیابی خواهد کرد و خطاهای تصویر را تعیین می کند. با آزاد گذاشتن تغییر، مثلاً خمیدگیها و جداییهای محوری عناصر، کامپیوتر بهینه اثر چنین تغییراتی را روی عامل کیفیت محاسبه کرده، آنها را می سازد و دوباره ارزیابی می کند. پس از شاید بیست بار تکرار یا بیشتر، که معمولاً چند دقیقه طول می کشد، کامپیوتر پیکربندی اولیه را چنان تغییر داده است که اکنون حدود معین در ابراهیهی را برآورده می کند. طرح عدسی نهایی باز هم طرح تسار خواهد بود، ولی نه همان عدسی که با آن شروع کردید. نتیجه باید یک پیکربندی بهینه باشد اما احتمالاً بهینه مطلوبی نخواهد بود. می توانیم تقریباً مطمئن باشیم که در هر دستگاه حقیقی که متضمن سطوح کروی است، تمام ابراهیهی نمی توانند کاملاً صفر شوند. افزون بر این، روش دانسته ای که در حال حاضر تعیین می کند واقعاً چگونه می توانیم به صفر نزدیک شویم، وجود ندارد. یک عامل کیفیت تا اندازه ای شبیه یک سطح پر چاله چوله در فضای چند بعدی است. کامپیوتر این طرح را از یک حفره به حفره بعدی خواهد برد تا وقتی که حفره ای با عمق کافی برای برآورده کردن مشخصات پیدا کند. در آنجا کامپیوتر متوقف می شود و احتمالاً پیکربندی کاملاً رضایتبخشی را به ما می نمایاند. ولی روشی وجود ندارد که بدون آنکه کامپیوتر بارها از مسیر خود خارج شود، بگوید که گودترین چاله را یافته است.

ما تمامی این مطلب را بیان می کنیم که خواننده بتواند ارزش وضعیت امروزی این هنر را درک کند. در یک کلام، وضعیت فوق العاده است، ولی هنوز کامل نیست؛ «خودکار» است ولی اندکی نزدیک بین است.



شکل ۱۲.۶ ابیراهی کروی حاصل از شکست در یک سطح مشترک منفرّد.



شکل ۱۳.۶ ابیراهی کروی یک عدسی. پوش پرتوهای شکسته را سطح سوزان می‌گویند. سطح مقطع پرتوهای کناری و سطح سوزان Σ_{LC} جایگزین‌اند.

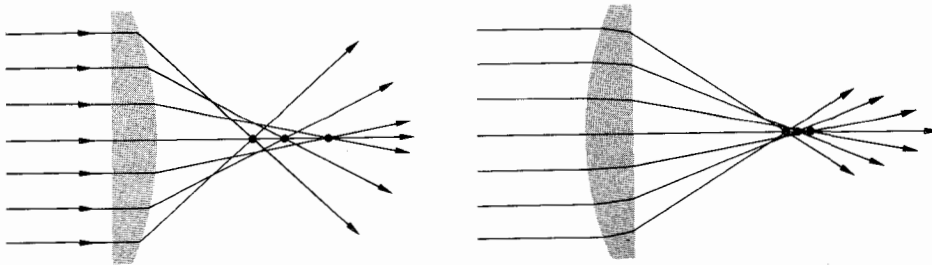
شکل ۱۳.۶ ابیراهی کروی یک عدسی. پوش پرتوهای شکسته را سطح سوزان می‌گویند. سطح مقطع پرتوهای کناری و سطح سوزان Σ_{LC} جایگزین‌اند.

شکل ۱۳.۶ ابیراهی کروی یک عدسی. پوش پرتوهای شکسته را سطح سوزان می‌گویند. سطح مقطع پرتوهای کناری و سطح سوزان Σ_{LC} جایگزین‌اند.

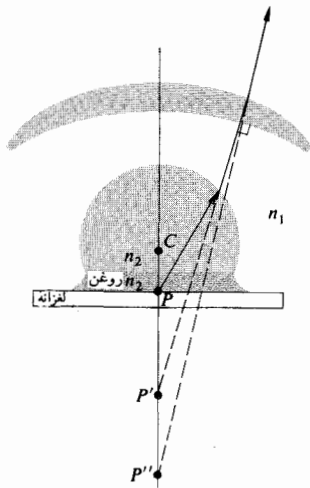
انحراف از نظریه مرتبه اول است. همانطور که در شکل ۱۲.۶ دیده شده است، پرتوهای که در فواصل دورتر در بالای محور (h) به سطح برخورد می‌کنند در فاصله نزدیکتر به رأس، کانونی می‌شوند. به طور خلاصه، برای پرتوهای غیر پیرامحوری، ابیراهی کروی یا SA با یک وابستگی فاصله کانونی به روزنه، متناظر است. به همین ترتیب، در مورد یک عدسی همگرا، مانند شکل ۱۳.۶، پرتوهای کناری، در واقع، خیلی بیشتر خم خواهند شد، و زودتر از پرتوهای پیرامحوری کانونی می‌شوند. فاصله بین سطح مقطع محوری یک پرتو و کانون پیرامحوری، F_i ، به ابیراهی کروی طولی، یا $L-SA$ آن پرتو معروف است. در این حالت، SA مثبت است. در مقابل، برای یک عدسی واگرا، پرتوهای کناری، عموماً محور را در پشت کانون پیرامحوری قطع خواهند کرد، و بنابراین می‌گوییم که ابیراهی کروی آن منفی است.

چنانچه در شکل ۱۳.۶، پرتوهای در F_i قرار داده شود، تصویر یک ستاره مانند لکه مرکزی درخشانی بر روی محور ظاهر خواهد شد که پیرامون آن راه‌های متقارن فرا گرفته که توسط مخروط پرتوهای کناری ترسیم شده است. در مورد تصویر گسترده، SA اختلاف را کاهش و جزئیات را می‌کاهد. ارتفاع بالای محور، آنجا که یک پرتو معین به این پرتو برخورد می‌کند ابیراهی کروی عرضی (یا جانبی)، به کوتاه نوشت T-SA، نامیده می‌شود. بدیهی است که SA با کوچک کردن روزنه کاهش می‌یابد، ولی میزان نور وارد شده به دستگاه را هم کم می‌کند. توجه داریم که اگر پرتو به سوی مکانی که با نشانه Σ_{LC} مشخص شده حرکت کند، تاری تصویر کوچکترین قطر خود را خواهد داشت. این وضع را دایره با کمترین قادی (یا دایره با بیشترین وضوح) می‌گویند و Σ_{LC} عموماً بهترین مکان برای مشاهده تصویر است. اگر یک عدسی SA محسوسی را نشان دهد، این عدسی پس از آنکه SA کاهش پیدا کند ناگزیر باید دوباره کانونی شود. زیرا مکان Σ_{LC} با کم شدن روزنه به F_i نزدیک خواهد شد.

وقتی روزنه و فاصله کانونی ثابت باشد، مقدار ابیراهی کروی هم نسبت به فاصله شیء و هم نسبت به شکل عدسی تغییر می‌کند. در مورد عدسی همگرا، پرتوهای غیر پیرامحوری به شدت خمیده می‌شوند. با این وجود اگر تصور کنیم که عدسی تقریباً شبیه دوششور است که از قاعده‌شان به هم چسبیده‌اند، آشکار است که پرتو فرودی کمینه انحراف را تحمل خواهد کرد؛ و آن هنگامی است که، کم و بیش، همان زاویه‌ای را که پرتو خروجی می‌سازد، داشته باشد (بخش ۱۰.۵). یک نمونه بارز در شکل ۱۴.۶ نشان داده شده است که در آن تنها با برگرداندن عدسی، SA به طور محسوسی کاهش می‌یابد. وقتی شیء در بینهایت است یک عدسی ساده کاو یا کوژ که طرف پشتی آن تقریباً، اما نه کاملاً، تخت است، دستخوش کمترین تعداد ابیراهی کروی خواهد بود. به همین ترتیب، اگر قرار باشد فاصله‌های شیء و تصویر برابر باشند



شکل ۱۴.۶ SA در عدسی تخت-کوژ.

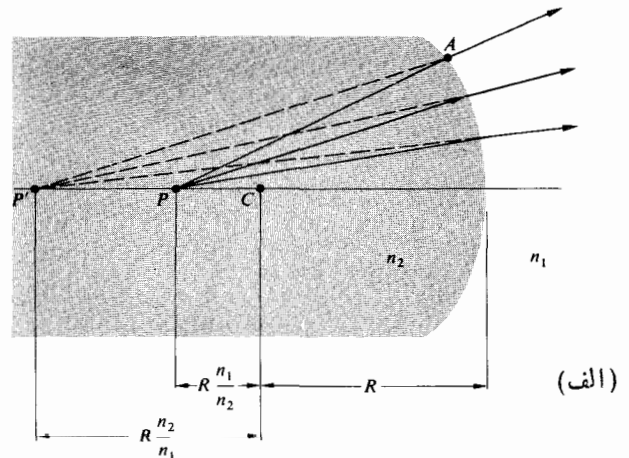


شکل ۱۶.۶ شیئی میکروسکوپ، غوطه‌ور در روغن.

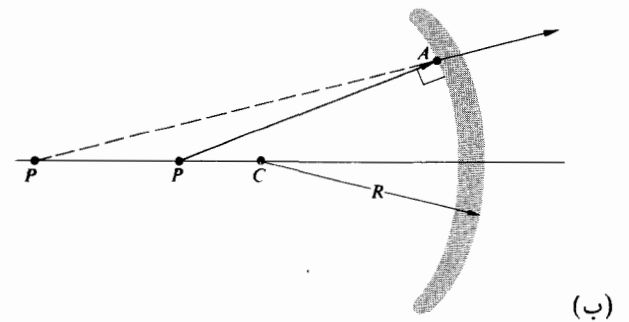
از P خارج شده و سطح را طوری ترك می‌کنند که گویی از P' آمده‌اند، تصویر تشکیل می‌دهد. اثبات این مطلب را که مواضع مناسب P و P' همانهایی هستند که در شکل نشان داده شده‌اند، به صورت يك مسئله به خواننده واگذار می‌کنیم. عدسیها، درست مانند سطوح ناکروی، می‌توانند آنگونه تشکیل شوند که زوج نقاط P و P' دارای همین SA صفر باشند. می‌توان به سادگی با تراش دادن سطح دیگری به شعاع خمیدگی PA و به مرکز P ، يك عدسی هلالی مثبت یا منفی تشکیل داد. در عدسی شیئی میکروسکوپ غوطه‌ور در روغن، این اصل را به کار می‌برند تا بر مزایای آن بیفزایند. شیء مورد مطالعه در P قرار داده می‌شود و مانند شکل ۱۶.۶ آن را در روغنی به ضریب شکست n_2 فرو می‌برند. P و P' نقاط همیوگ ویژه برای SA صفر و برای جزء اول‌اند، درحالی که P' و P'' نقاط همیوگ برای عدسی هلالی هستند.

۲. انحراف کانونی (کوما)

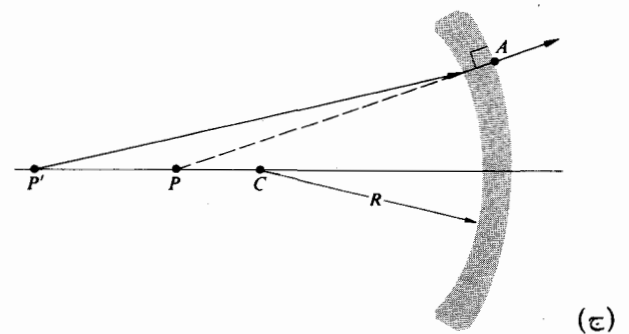
کوما یا ابراهی کوماتیک يك ابراهی ابتدایی، تکرنگ، و



(الف)

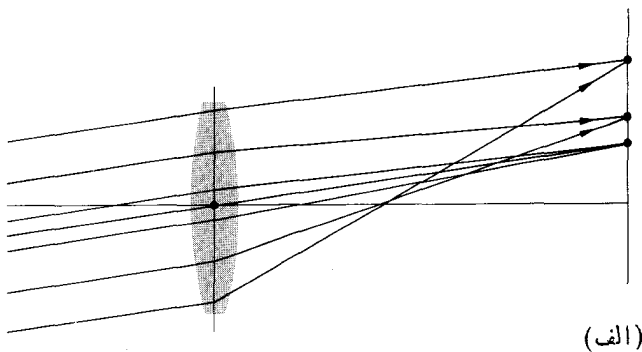


(ب)

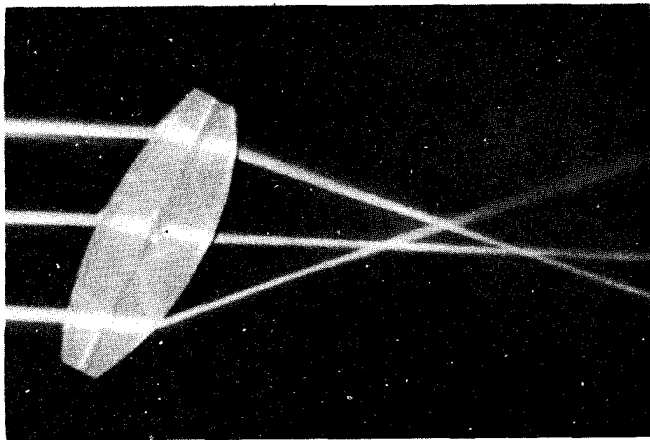


(ج)

شکل ۱۵.۶ نقاط محوری متناظر که برای آنها SA صفر است.



(الف)



(ب)

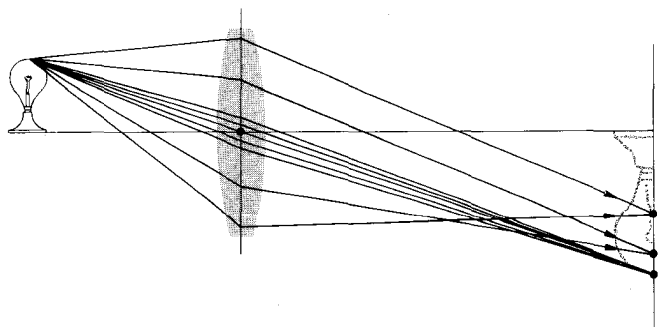
شکل ۱۸.۶ کومای مثبت.

بدترین ایبراهیمها تلقی می‌شود، و دلیل اصلی این امر پیکربندی نامتقارن آن است.

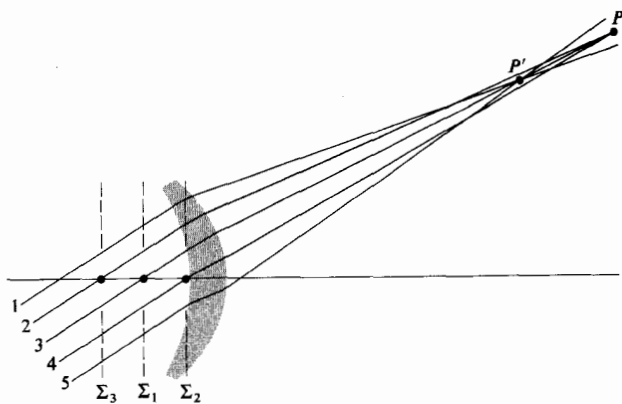
کوما، مانند SA، به شکل عدسی وابسته است. بنابراین یک عدسی هلالی مثبت شدیداً کوژ، (با وجود شبیهی در بینهایت دارای یک کومای منفی بزرگ خواهد بود. با خم کردن عدسی، آنگونه که به عدسی کوژ-تخت (، سپس دوهم‌کوژ (، تخت-کاو (، و سرانجام کاو-هلالی (تبدیل شود، کوما از منفی به صفر، و مثبت، تغییر خواهد کرد. این نکته که برای یک تک عدسی با یک فاصله شبیهی معین می‌توان کوما را دقیقاً به صفر رسانید، از اهمیت بسیاری برخوردار است. بنابراین شکل ویژه‌ای که این عدسی باید داشته باشد ($S_0 = \infty$) تقریباً کوژ-تخت است و پیکربندی آن جهت بهینه‌سازی SA بسیار نزدیک است.

درک این مطلب که عدسی برای حالتی که یک نقطه همیوگ در بینهایت ($S_0 = \infty$) به خوبی تصحیح شده است، نمی‌تواند در مورد یک شیء نزدیک به طور رضایتبخشی کار کند، کاملاً حائز اهمیت است. بنابراین، هنگام کاربرد عدسیهای تجاری در دستگاهی

تارکننده تصویر است که حتی در فاصله کمی از محور با شیء نقطه‌ای همراه است. منشاء آن در این امر نهفته است که «صفحات» اصلی در واقع می‌توانند فقط در ناحیه پیرامحوری به عنوان صفحه تلقی شوند. در واقع، آنها سطوح خمیده اصلی هستند (شکل ۱۰.۶). هنگامی که SA وجود نداشته باشد، یک دسته پرتو موازی در نقطه محوری F_1 به فاصله b.f.l از رأس پشتی عدسی، کانونی خواهد شد. با این وجود فاصله‌های کانونی مؤثر و بنابراین درشتنمایی عرضی برای پرتوهایی که ناحیه‌های خارج محوری عدسی را می‌پیمایند، متفاوت خواهند بود. وقتی که نقطه تصویر بر روی محور نوری واقع باشد، این وضعیت پیامدهایی جزئی دارد، اما هنگامی که دسته پرتو مایل و نقطه تصویر خارج از محور باشد، کوما آشکار خواهد شد. بستگی M_T به h ، یعنی ارتفاع پرتو در عدسی، در شکل ۱۷.۶ آشکار است. در اینجا پرتوهای کمان که فرینگیهای عدسی را می‌پیمایند، به صفحه تصویر، در فاصله نزدیکتری به محور می‌رسند تا پرتوهای مجاور پرتو اصلی (یعنی، پرتوی که از نقاط اصلی می‌گذرد). در این مورد، کمترین درشتنمایی از آن پرتوهای کناری است که کوچکترین تصویر را تشکیل می‌دهند، و گفته می‌شود کوما منفی است. با مقایسه، کوما در شکل ۱۸.۶ مثبت است، زیرا پرتوهای کناری در فاصله دورتری از محور کانونی می‌شوند. چندین پرتو اریب از یک شیء نقطه‌ای خارج محوری S در شکل ۱۹.۶ بیرون آمده‌اند تا شکل‌گیری تصویر کوما تیک هندسی یک نقطه را نشان دهند. مشاهده می‌شود که هر مخروط کروی از پرتوهایی که پایانه‌های آنها (۱-۲-۳-۴-۱-۲-۳-۴) حلقه‌ای را بر روی عدسی تشکیل می‌دهند روی دایره‌ای بر S_0 تصویر می‌شوند که دنیس تیلور آن را دایره کوماتیک نامیده است. این حالت با کومای مثبت متناظر است و بنابراین هر چه حلقه روی عدسی بزرگتر باشد، فاصله دایره کوماتیک آن از محور بیشتر خواهد بود. وقتی حلقه بیرونی محل برخورد پرتوهای کناری باشد، فاصله h تا ۱ در تصویر، کومای هماسی است، در حالی که فاصله از h تا ۳ روی S_0 ، کومای غیر خواننده می‌شود. اندکی بیشتر از نصف انحرافی تصویر در ناحیه تقریباً مثلثی بین h تا ۳ ظاهر می‌شود. شراره کوما، که نامش را از دنباله شهاب مانندش گرفته است، اغلب به عنوان



شکل ۱۷.۶ کومای منفی.

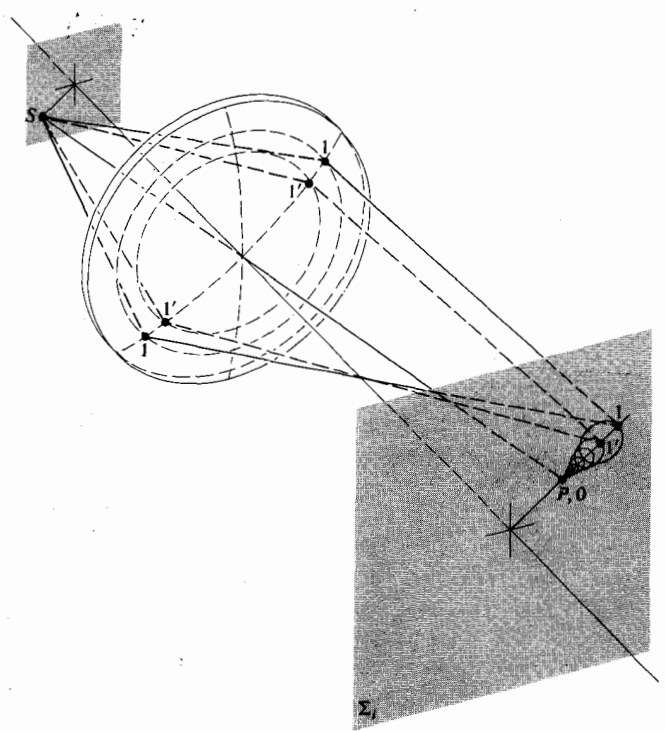


شکل ۲۱.۶ تأثیر مکان مانع بر کوما.

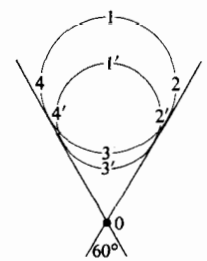
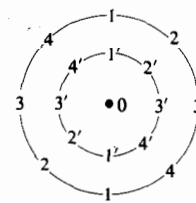
به بیان دیگر، چون تهیه یک عدسی با فاصله کانونی مطلوب، که برای مجموعه مشخصی از همیوگهای متناهی نیز تصحیح شده باشد بعید به نظر می‌رسد، توسل به روش عدسی پشت به پشت بدیل جالب توجهی خواهد بود.

همانگونه که ویلیام هایدولستون (۱۲۰۷-۱۱۴۵/۱۸۲۸-۱۷۶۶) در سال ۱۸۱۲/۱۱۹۱ کشف کرد، همچنین می‌توان کوما را، با استفاده از یک مانع در مکانی ویژه، حذف کرد. ترتیب سیاهه ابیراهیهای اولیه (SA)، کوما، آستیگماتیسم، خمیدگی میدان پتزوال و واپیچش) اهمیت دارد زیرا هر یک از آنها، جز SA و خمیدگی پتزوال، از وضعیت یک مانع متأثر خواهند شد، مگر هنگامی که یکی از ابیراهیهای پیشین در دستگاه حضور داشته باشد. بنا بر این در حالی که SA از موضع یک مانع در امتداد محور مستقل است، تا زمانی که SA حضور دارد، کوما مستقل از مکان مانع نخواهد بود. این مطلب را با بررسی نمایش شکل ۲۱.۶ بهتر می‌توان ارزیابی کرد. در صورت وجود مانع در Σ_1 ، پرتو ۳ پرتو اصلی است، و SA وجود دارد اما کوما وجود ندارد، یعنی، این زوج پرتو بر روی پرتو ۳ برخورد می‌کنند. اگر مانع به سوی Σ_2 تغییر مکان دهد، این تقارن برهم خورده، پرتو ۴ به پرتو اصلی تبدیل می‌شود و پرتوهای هر دو طرف آن، مانند پرتوهای ۳ و ۵، در بالای آن، و نه بر روی آن، بسامم برخورد می‌کنند، در این صورت کوما مثبت وجود دارد. با قرار گرفتن مانع در Σ_3 ، پرتوهای ۱ و ۳ در زیر پرتو اصلی، ۲، برخورد می‌کنند، و کوما منفی را به وجود می‌آورند. به این ترتیب، اندازه‌های کنترل شده ابیراهی را می‌توان درون یک عدسی مرکب به وجود آورد تا کوما به‌طور کلی در دستگاه برطرف شود.

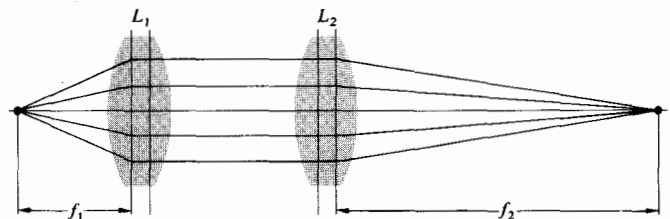
قضیه سینوسی نوری رابطه مهمی است که، اگرچه گنجایش محدود این کتاب مسا را از اثبات صوری آن باز می‌دارد، باید



نقاط واقع بر عدسی

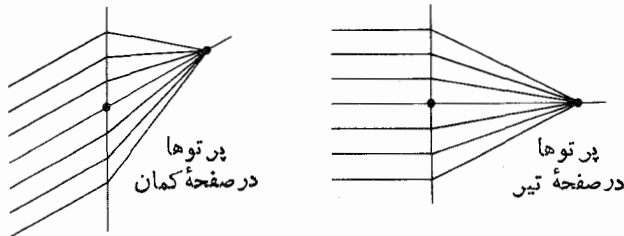
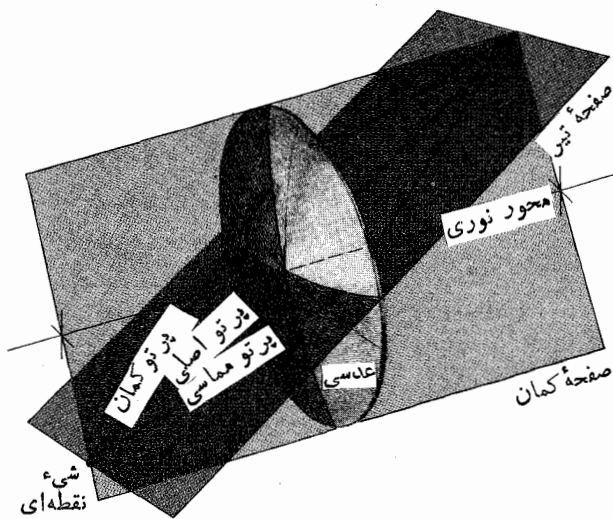
نقاط متناظر روی Σ_i 

شکل ۱۹.۶ تصویر هندسی کوما از یک نقطه. ناحیه مرکزی عدسی یک نقطه تصویر در رأس مخروط تشکیل می‌دهد.



شکل ۲۰.۶ ترکیبی از دو عدسی همیوگ نسامتناهی که حاصل آن دستگاهی است که در همیوگهای متناهی عمل می‌کند.

که در همیوگهای متناهی کار می‌کنند، بهتر است دو عدسی همیوگ نامتناهی را که مانند شکل ۲۰.۶ تصحیح شده‌اند، ترکیب کنیم.



شکل ۲۲.۶ صفحات تیر و کمان.

کمان (که صفحه مماسی نیز خوانده می‌شود) را آنگونه مجسم کنید که هم دارای پرتو اصلی (یعنی، پرتوی که از مرکز روزنه می‌گذرد) و هم محور نوری باشد. بنابراین، صفحه تیر به عنوان صفحه‌ای تعریف می‌شود که دارای پرتو اصلی است؛ و این پرتو بر صفحه کمان نیز عمود است (شکل ۲۲.۶). برخلاف صفحه‌ای که از یک سر دستگاه پیچیده عدسی تا سر دیگر بدون شکستگی است، صفحه تیر عموماً با منحرف شدن پرتو اصلی در اجزای گوناگون، تغییر شیب می‌دهد. بنابراین، بیان دقیق این است که باید بگوییم چندین صفحه تیر وجود دارد، که هر یک از آنها با یکی از ناحیه‌های درون دستگاه همراه است. با وجود این، تمام پرتوهای اریب ناشی از شیء نقطه‌ای که در یک صفحه تیر قرار گرفته‌اند، پرتوهای تیر نامیده می‌شوند.

در مورد یک شیء نقطه‌ای محوری، مخروط پرتوها نسبت به سطوح کروی یک عدسی متقارن است. نیازی نیست که میان صفحات کمان و تیر تمایزی قائل شویم. پیکربندیهای پرتوی در تمامی صفحاتی که دارای محور نوری هستند، یکسان‌اند. در نبود

آن را در اینجا معرفی کنیم. این قضیه را، آبه و هلمهولتز مستقل از یکدیگر در سال ۱۸۷۳/۱۲۵۱ کشف کردند، اگرچه شکل متفاوتی از آن ده سال پیشتر توسط کلاؤسیوس (که در حوزه ترمودینامیک مشهور است) ارائه شده بود. به هر صورت بنا بر این قضیه

$$n_o y_o \sin \alpha_o = n_i y_i \sin \alpha_i \quad (۲۱.۶)$$

که در آن n_o ، y_o ، α_o ، n_i ، y_i ، α_i به ترتیب، ضریب شکست، ارتفاع و زاویه میل یک پرتو در فضای شیء و تصویر با هر اندازه روزنه‌ای اند^۲ (شکل ۹.۶). اگر بخواهیم کوما صفر شود باید مقدار

$$M_T = \frac{y_i}{y_o} \quad [۲۴.۵]$$

در مورد همه پرتوها ثابت بماند، بنا بر این، فرض کنید یک پرتو کناری و یک پرتو پیرامحوری را به درون دستگاه می‌فرستیم. اولی با معادله (۲۱.۶) برآورده خواهد شد، و بعدی با توصیف پیرامحوریش (که در آن $\sin \alpha_i = \alpha_{ip}$ ، $\sin \alpha_o = \alpha_{op}$). آنجا که M_T باید در سراسر عدسی ثابت باشد، درشتمایی را برای هر دو پرتو کناری و پیرامحوری برابر می‌گیریم و خواهیم داشت

$$\frac{\sin \alpha_o}{\sin \alpha_i} = \frac{\alpha_{op}}{\alpha_{ip}} = \text{const.} \quad (۲۲.۶)$$

که شرط سینوسی خوانده می‌شود. معیاری ضروری برای نبود کوما این است که دستگاه شرط سینوسی را برآورده کند. اگر SA وجود نداشته باشد، برای آنکه کوما هم صفر باشد، برآورده شدن شرط سینوسی، هم لازم و هم کافی است.

مشاهده کوما کار ساده‌ای است. در حقیقت، هر کس که نور خورشید را با عدسی مثبت ساده‌ای کانونی کرده باشد، بی‌گمان آثار این ابیراهی را دیده است. یک کجی جزئی عدسی به‌طوری که پرتوهای تقریباً موازی شده‌ای که از خورشید می‌آیند، با محور نوری زاویه‌ای بسازند، باعث خواهد شد که لکه کانونی شده به شکل لکه‌ای دنباله‌دار زبانه بکشد.

۳. آستیگماتیسم

وقتی که یک شیء نقطه‌ای به فاصله‌ای کافی از محور نوری قرار گیرد، مخروط پرتوهای فرودی به‌طور نامتقارنی به عدسی برخورد خواهند کرد، که به پیدایش سومین ابیراهی اولیه، به نام آستیگماتیسم منجر می‌شود. به‌خاطر ساده کردن توصیف آن، صفحه

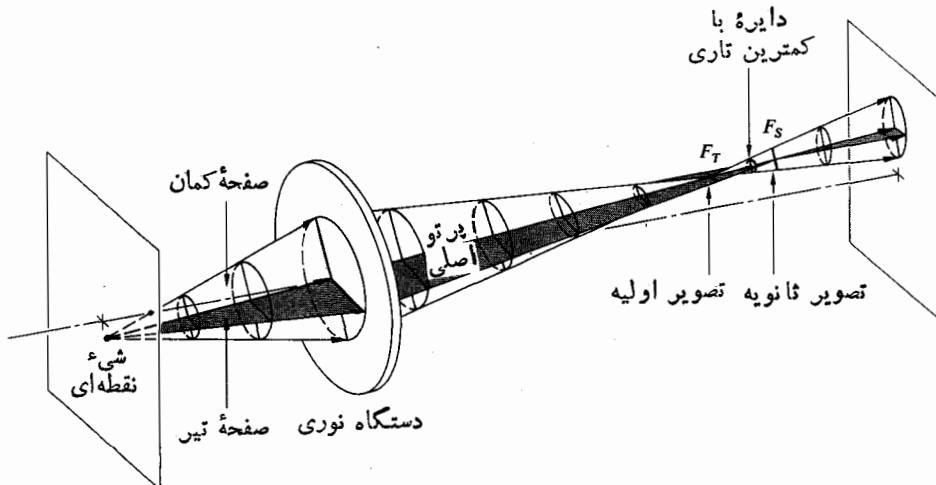
که SA وکوما نداشته باشیم.

از آنجا که قطر دایره کمترین انحراف به نسبت افزایش اختلاف آستیگماتیسم افزایش می یابد، یعنی هرچه شیء از محور دورتر می شود، تصویر با از دست دادن وضوح کناره هایش به خرابی می گراید. مشاهده می شود که تصویر ثانویه با تغییرات وضعیت شیء، تغییر سمت می دهد ولی همیشه به سوی محور نوری متوجه خواهد بود، یعنی شعاعی است. به همین ترتیب، سمتگیری تصویر خط اولیه تغییر خواهد کرد ولی همیشه عمود بر تصویر ثانویه باقی می ماند. هنگامی که شیء از اجزای شعاعی و مماسی ساخته شده باشد، این آرایش اثر بسیار جالبی مانند شکل ۲۴.۶ پدید خواهد آورد. در واقع، تصویرهای اولیه و ثانویه از خطهای تیره عرضی و شعاعی تشکیل شده اند که اندازه آنها به نسبت افزایش فاصله از محور، افزایش پیدا می کنند. در مورد اخیر، خطهای تیره مانند پیکانهای به سوی مرکز متوجه اند - و به این دلیل نام پیکان می گیرند.

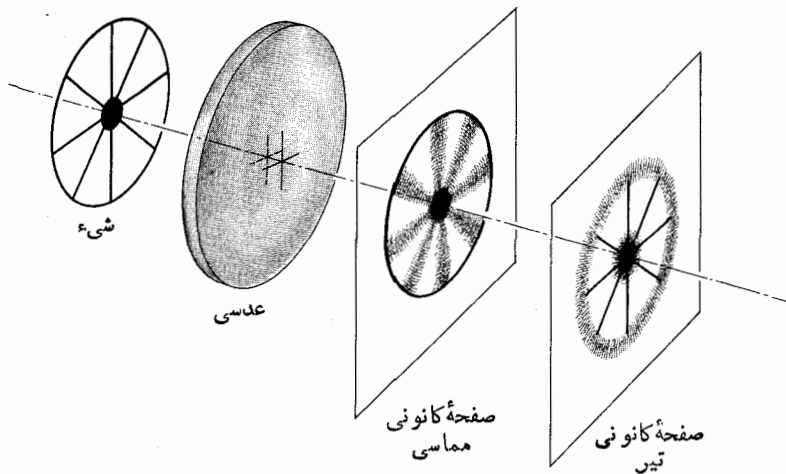
وجود کانونهای تیر و مماسی را می توان به طور مستقیم با آرایشی تقریباً ساده اثبات کرد. یک عدسی مثبت با فاصله کانونی کم (مثلاً حدود ۱۰ تا ۲۰ میلیمتر) را در مسیر باریکه یک لیزر He-Ne قرار دهید. عدسی آزمون مثبت دیگری، با فاصله کانونی تا اندازه ای بیشتر، در فاصله ای به اندازه کافی دور چنان قرار دهید که باریکه اکنون و اگر آن عدسی را بپوشاند، شیء مناسبی، که باید بین دو عدسی واقع شود، می تواند تکه ای تور سیمی (یا یک شفافه) باشد. آن را چنان تنظیم کنید که سیمها افقی (x) و عمودی (y) باشند. اگر عدسی آزمون تقریباً به اندازه 45° حول محور عمودی (که در آن محورهای x ، y و z در عدسی ثابت اند) دوران کند، می توان آستیگماتیسم را مشاهده کرد. صفحه xz ، صفحه کمان است (درحالی که z محور عدسی است، که اکنون زاویه آن

ایرادی کروی، همه فاصله های کانونی یکی بوده و در نتیجه همه پرتوها به یک کانون واحد می رسند. در مقابل، پیکربندی یک دسته پرتو موازی، و مایل در صفحه های کمان و تیر متفاوت خواهد بود. در نتیجه، فاصله های کانونی در این صفحه ها نیز متفاوت خواهند بود. در واقع در اینجا پرتوهای کمان نسبت به عدسی از پرتوهای تیر موربتر بوده و دارای فاصله کانونی کوتاهتری اند. با به کار بردن اصل فرما، می توان نشان داد که اختلاف فاصله کانونی به طور مؤثری به توان عدسی (شکل یا ضریب شکست آن) و زاویه ای که این پرتوها با آن فرود می آیند بستگی دارد. این پدیده که اغلب اختلاف آستیگماتیک خوانده می شود، با موربتر شدن پرتوها، یعنی با دور شدن هرچه بیشتر شیء نقطه ای از محور، که به سرعت افزایش می یابد، و البته روی محور صفر است.

شکل دسته پرتوهای مخروطی فرودی که دوفاصله کانونی مجزا دارند، پس از شکست، دستخوش تغییر چشمگیری خواهد شد (شکل ۲۳.۶). سطح مقطع باریکه هنگامی که عدسی را ترک می کند، ابتدا دایروی است، ولی به تدریج بیضی وار می شود که محور اصلی آن در صفحه تیر است تا اینکه در کانون مماسی یا کمان F_T ، این بیضی به یک خط تغییر شکل می دهد (دست کم در نظریه مرتبه سوم). تمامی پرتوهایی که از شیء نقطه ای گسیل می شوند این خط را می پیمایند که تصویر اولیه نامیده می شود. در آن سوی این نقطه سطح مقطع باریکه به سرعت بازمی شود تا اینکه دوباره دایره ای شود. در آن مکان تصویر به صورت یک لکه دایره ای به نام دایره با کمترین تادی است. سطح مقطع این باریکه با دورتر شدن از عدسی دوباره به یک خط تغییر شکل می دهد که تصویر ثانویه خوانده می شود. تصویر این بار در صفحه کمان در کانون تیر F_S قرار دارد. به یاد داریم که در تمام مراحل فرض بر این است



شکل ۲۳.۶ آستیگماتیسم.



شکل ۲۴.۶ تصویرها در صفحه‌های کانونی مماسی و تیر.

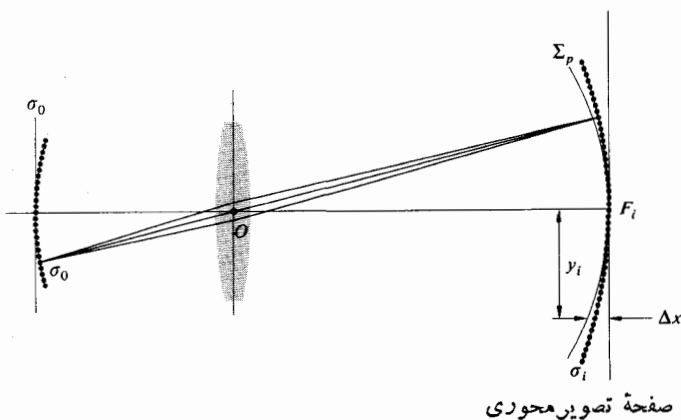
۴. خمیدگی میدان

فرض کنیم دستگاهی نوری داریم که از تمامی ایبراهیایی که تا اینجا مورد مطالعه قرار داده‌ایم برکنار باشد. در این صورت یک تناظر يك به يك بين نقطه‌های روی سطوح شیء تصویر برقرار خواهد بود (یعنی تصویرگیری آستیگماتیسم). پیش از این گفتیم [بخش ۳.۲.۵ (۳)] که يك شیء تخت عمود بر محور، فقط در ناحیه پیراموری به صورت تقريباً يك صفحه تصویر خواهد شد. در روزه‌های متاهی، سطح تصویر آستیگماتیسم خمیده حاصل، جلوه‌ای از ایبراهی اولیه است که به نام جوزف ماکس پتزوال ریاضیدان مجارستانی، خمیدگی میدان پتزوال خوانده می‌شود. این پدیده را می‌توان از راه بررسی شکل‌های ۲۲.۵ و ۲۵.۶ به سهولت مورد ارزیابی قرار داد. قطعه‌ای از يك شیء کروی، σ_0 ،

نسبت به محور لیزر تقریباً 45° است) درحالی که صفحه تیر با صفحه γ و محور لیزر متناظر است. همچنان که توری سیمی به سوی عدسی آزمون حرکت می‌کند، به نقطه‌ای خواهد رسید که سیمهای افقی بر روی پرده‌ای در آن سوی عدسی کانونی خواهند شد، در حالی که سیمهای عمودی کانونی نیستند. این، مکان کانون تیر است. هر نقطه روی شیء همچون خطی کوتاه در صفحه (افقی) کمان تصویر می‌شود، و همین، بیان علت این امر است که فقط سیمهای افقی کانونی هستند. با اندکی نزدیکتر کردن توری به عدسی، خطهای قائم روشن، اما خطهای افقی تار می‌شوند. و این کانون مماسی است. سعی کنید توری را حول محور لیزر مرکزی، در هر دو حالت کانونی دوران دهید.

توجه کنید که برخلاف آستیگماتیسم بصری که از بی تقارنی واقعی در سطوح دستگاه نوری ناشی می‌شود، ایبراهی مرتبه سوم با همان نام در مورد عدسیهای کروی متقارن نیز به کار می‌رود.

آینه‌ها، به استثنای آینه تخت، بیشتر در معرض همان ایبراهیهای تکرنگی اند که عدسیها هستند. بنا بر این درحالی که يك آینه سهموی برای يك شیء نقطه‌ای محوری در فاصله بینهایت، SA، ندارد، تصویرگیری خارج از محورش به علت آستیگماتیسم و کوما کاملاً ضعیف است. این مطلب، کاربرد آن را در ابزار باریک میدان، مانند نورافکنها و تلسکوپهای اخترشناسی شدیداً محدود می‌کند. يك آینه کروی کاو، SA، کوما و آستیگماتیسم را نشان می‌دهد. در واقع می‌توان نموداری درست مانند شکل ۲۳.۶ رسم کرد، که در آن آینه کروی که نور به طور مایل به آن تابیده باشد به جای عدسی قرار گیرد. درضمن، چنین آینه‌ای به طور محسوسی SA کمتری را نسبت به آنچه يك عدسی کواژ ساده با همان فاصله کانونی پدید می‌آورد، نشان می‌دهد.



شکل ۲۵.۶ خمیدگی میدان.

آن، فرض کنید دو عدسی نازک را، یکی مثبت و دیگری منفی، چنان ترکیب می کنیم که $f_1 = -f_2$ و $n_1 = n_2$. بنا بر این

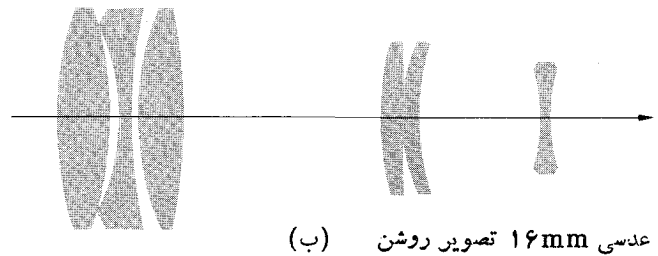
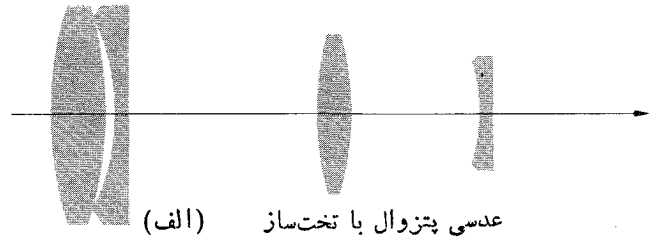
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad [۸۰۶]$$

$$f = \frac{f_1^2}{d}$$

این سیستم می تواند شرط پتزوآل را برآورده کند، يك میدان تخت داشته باشد و دارای يك فاصله کانونی مثبت متناهی نیز باشد.

دراثر بصری مقدار خمیدگی معینی می تواند تحمل شود زیرا چشم به ازای آن مقدار می تواند تطابق کند. آشکار است که در عدسیهای عکسبرداری، خمیدگی میدان به هیچ وجه مطلوب نیست زیرا، وقتی که صفحه فیلم در F_i باشد، باعث می شود که تصویر خارج از محور به سرعت تار شود. یکی از راههای مؤثر خنثی کردن خمیدگی درونی يك عدسی مثبت این است که يك عدسی تخت ساز میدانی منفی را نزدیک صفحه کانونی قرار دهیم. این روش اغلب در عدسیهای شیء تصویر و عدسیهای شیئی عکسبرداری به کار می رود و آن هنگامی است که برای برآوردن شرط پتزوآل راه عملی دیگری وجود نداشته باشد (شکل ۲۶.۶). در این وضعیت، تخت ساز تأثیر جزئی بر ابیراهیهای دیگر خواهد داشت (نگاه دیگری به شکل ۷.۶ ببیند).

آستیگماتیسم با خمیدگی میدان رابطه نزدیکی دارد. در صورت وجود ابیراهی قبلی، دو سطح تصویر سهموی، مماسی، Σ_T ، و تیر، Σ_S ، (مانند شکل ۲۷.۶) وجود خواهند داشت. همچنان که شیء نقطه ای در صفحه شیئی به این سو و آن سو می رود، این صفحات به ترتیب مکان هندسی تمامی تصاویر اولیه و ثانویه هستند. در ارتفاعی معین (y_i)، فاصله نقطه ای بر روی Σ_T از Σ_P ، سه برابر فاصله نقطه متناظر بر روی Σ_S است و هر دو در يك سوی سطح پتزوآل جای خواهند داشت (شکل ۲۷.۶). هنگامی که هیچ آستیگماتیسمی وجود نداشته باشد، Σ_T و Σ_S در روی Σ_P به یکدیگر می پیوندند. با خم کردن یا جابجایی عدسیها و یا از راه حرکت دادن مانع، تغییر شکل Σ_T و Σ_S امکان پذیر می شود. پیکربندی شکل ۲۷.۶ ب را میدان مصنوعاً مسطح شده می گویند. معمولاً مانعی در مقابل عدسی دوربین هلالی ارزان قیمت قرار داده می شود تا همین اثر را به وجود آورد. رویه با کمترین تاری (بیشترین وضوح) Σ_{LC} ، تخت بوده و در آن، تصویر تقریباً خوب است، که به دلیل آستیگماتیسم، کناره های آن به تدریج وضوح خود را از دست می دهند. یعنی هر چند مکان هندسی آنها Σ_{LC} را تشکیل می دهند، ولی قطر دایره های با کمترین تاری به تناسب دوری از محور کاهش می یابد. عدسیهای شیئی عکسبرداری امروزی که دارای کیفیت خوبی باشند، عموماً بدون آستیگماتیسم اند، یعنی چنان طراحی شده اند که Σ_T و Σ_S یکدیگر را قطع کرده و



شکل ۲۶.۶ تخت ساز میدان.

توسط عدسی به صورت يك قطعه از کره که مرکز هر دو در O است، تصویر می شود. بهتر شدن σ_0 و تبدیل آن به صفحه σ'_0 باعث خواهد شد که هر شیء نقطه ای در امتداد پرتو اصلی مربوط به عدسی، به سوی آن حرکت کند، که در این صورت يك سطح پتزوآل، Σ_P ، سهموی تشکیل می دهد. در حالی که سطح پتزوآل برای يك عدسی مثبت به سوی صفحه شیء به درون خم می شود، در مورد يك عدسی منفی، خمش آن به بیرون است، یعنی از آن صفحه دور می شود. آشکار است که ترکیب مناسبی از عدسیهای مثبت و منفی خمیدگی میدان را حذف خواهد کرد. در واقع، جابجایی Δx يك تصویر نقطه ای در بلندای y_i بر روی سطح پتزوآل از صفحه تصویر پیرامجوری چنین به دست می آید

$$\Delta x = \frac{y_i^2}{2} \sum_{j=1}^m \frac{1}{n_j f_j} \quad (۴۳.۶)$$

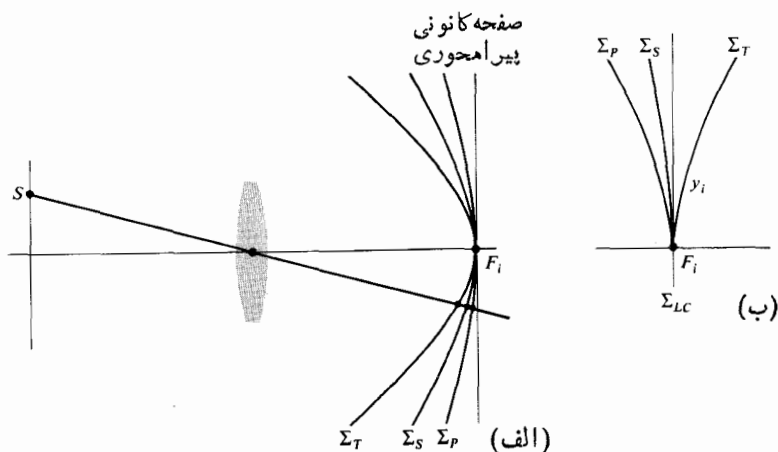
که در آن n_j و f_j ضریب شکستها و فواصل کانونی m عدسی نازکی است که دستگاه را تشکیل می دهند. این نکته نشانگر آن است که سطح پتزوآل نسبت به تغییرات وضعیت یا شکل عدسیها، یا در مکان مانع، تا آنجا که مقادیر n_j و f_j ثابت باشند، تغییر نا پذیر باشد. توجه کنید که در حالت ساده دو عدسی نازک ($m=2$) با داشتن هر فاصله ای، Δx را می توان به صفر رساند به شرط آنکه

$$\frac{1}{n_1 f_1} + \frac{1}{n_2 f_2} = 0$$

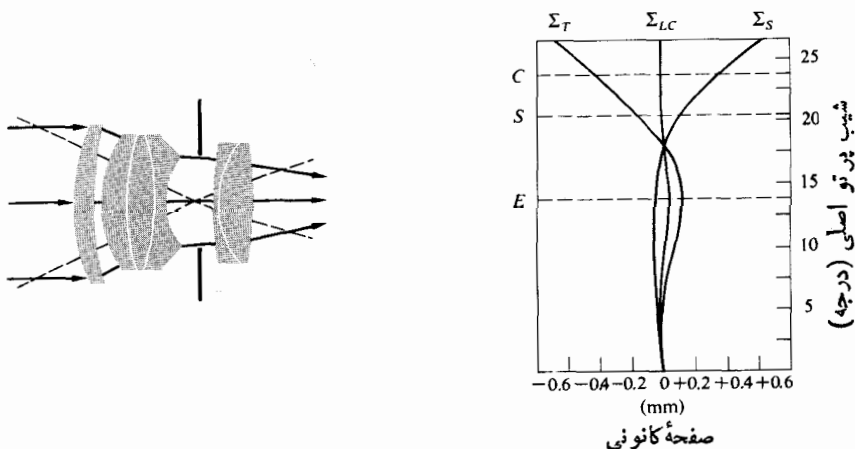
یا عبارت هم ارز آن

$$n_1 f_1 + n_2 f_2 = 0 \quad (۴۴.۶)$$

این رابطه به شرط پتزوآل مشهور است. برای نمونه ای از کاربرد



شکل ۲۷.۶ سطوح تصویر پتزووال، تیر و مماسی.



شکل ۲۸.۶ يك سونار نمونه. حروف C، S و E حدود فیلم ۳۵ میلیمتر (مانع میدانی) یعنی، گوشه‌ها - پهلوها و لبه‌ها را نشان می‌دهد. خانواده سونار بین دوتایی گاؤس و سه تایی قرار می‌گیرد.

از يك شیء نقطه‌ای دور، نسبت به پرتو اصلی اش متقارن می‌تابد. در واقع، هر پرتو اصلی نقش يك محور نوری را بازی می‌کند و بنا بر این هیچ نقطه خارج محوری وجود ندارد و دراصل هیچ کوما یا آستیگماتیسمی نیز موجود نیست. به جای تلاش برای تخت کردن سطح تصویر، فیلم را چنان شکل می‌دهیم که با خمیدگی سازگار باشد.

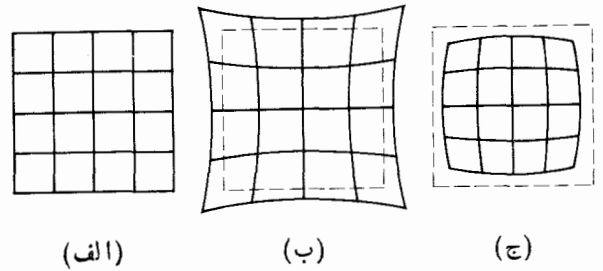
۵. واپیچش

آخرین نوع از پنج ابیراهی تکرنگ اولیه، واپیچش است. منشأ آن در این واقعیت نهفته است که درشتنمایی عرضی، M_T ، می‌تواند تابعی از فاصله خارج محوری تصویر، y ، باشد. بنا بر این، این فاصله ممکن است با فاصله‌ای که توسط نظریه پیرامحوری پیشگویی

يك زاویه خارج محوری اضافی با آستیگماتیسم صفر به وجود می‌آورند. تریپل کوك، تسار، راست‌سنج و بیوتار (شکل ۱۰۰.۵) همگی مانند سونار زایس نسبتاً سریع که نمودار پس‌مانده آستیگماتیسم آن در شکل ۲۸.۶ نشان داده شده است، بدون آستیگماتیسم هستند. به میدان نسبتاً تخت و مقدار جزئی آستیگماتیسم بر بیشتر سطح فیلم توجه کنید.

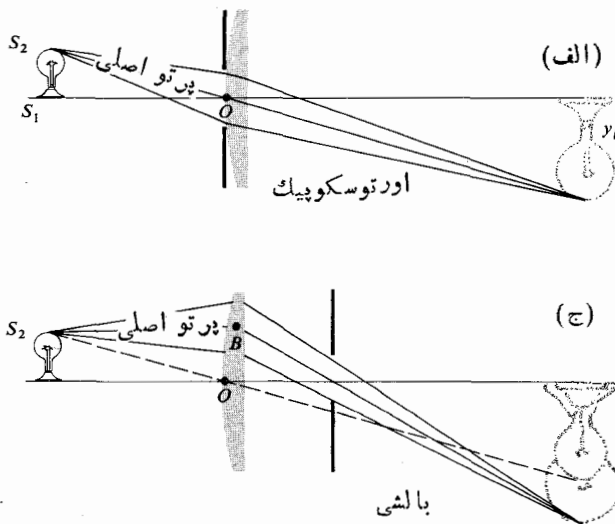
اکنون دوباره به دور بین اشمیت در شکل ۹۵.۵ مجسداً نگاهی اجمالی بیندازیم، زیرا برای ارزیابی چگونگی کارکرد آن در موقعیت بهتری هستیم؛ با قراردادن يك مانع در مرکز خمیدگی آینه کروی، همه پرتوهای اصلی، که بنا به تعریف از C می‌گذرند، عمود بر آینه فرود می‌آیند. افزون بر این، هر دسته پرتو

وایپیش مثبت یا منفی خواهند بود. قراردادن يك مانع در دستگاهی از عدسیهای نازك، همانند آنچه در شكل ۳۰.۶ نشان داده شده است، همواره با وایپیش همراه است. يك حالت استثنایی هنگامی است كه روزنه بند در عدسی چنان قرار گیرد كه پرتو عمده، عملاً همان پرتو اصلی باشد (یعنی، از نقطه‌های اصلی می‌گذرد و در اینجا در نقطه O به هم رسیده‌اند). اگر مانع در برابر يك عدسی مثبت قرار داشته باشد، مانند شكل ۳۰.۶ ب، فاصله شیشی كه در امتداد پرتو اصلی اندازه‌گیری شده بود بزرگتر از فاصله آن در حالتی خواهد بود كه مانع روی عدسی بود ($S_2A > S_2O$). بنابراین، x بزرگتر و M_T (۲۶.۵) كوچكتر می‌شود؛ در این صورت، وایپیش از نوع بشكه‌ای است. به بیان دیگر، M_T برای نقطه‌ای خارج از محور، در حالتی كه مانع در جلوی آن باشد، كمتر از هنگامی است كه مانعی وجود ندارد. در ضمن، این اختلاف معیاری برای آبراهی است كه بدون آنكه اندازه روزنه دخالتی داشته باشد، وجود دارد. به همین روش يك بند پسین (شكل ۳۰.۶ ج) x را در امتداد پرتو اصلی كاهش می‌دهد (یعنی $S_2O > S_2B$) و در نتیجه موجب افزایش M_T و ایجاد وایپیش بالشی می‌شود. بنابراین، در مورد يك عدسی و مانع مشخص، قبادل شیء و تصویر باعث تغییر علامت وایپیش می‌شود. هنگامی كه عدسی منفی باشد، تمامی وضعیتهای پیش گفته مانع (بند) اثر عكس تولید خواهد كرد. همه این مطالب بندی را در نیمه راه میان عناصر یكسان عدسی القا می‌كنند. وایپیش از عدسی اول، دخالت وایپیش در عدسی دوم را به دقت خنثی خواهد كرد. این روش در طراحی تعدادی از عدسیهای عكاسی به كار گرفته شده است (شكل ۱۰۰.۵). تردیدی وجود ندارد كه اگر عدسی كاملاً متقارن باشد و مانند شكل ۳۰.۶ د عمل كند، فاصله‌های شیء و تصویر برابر خواهند



شكل ۲۹.۶ وایپیش.

شده بود و در آن M_T مقدار ثابتی است، تفاوت داشته باشد. اگر هیچگونه آبراهی دیگری وجود نداشته باشد، این آبراهی به عنوان يك كل، به صورت يك بدشكلی تصویر جلوه می‌كند، حتی اگر هر نقطه‌ای به شدت كانونی شود. در نتیجه، هنگامی كه در يك دستگاه نوری وایپیش مثبت یا وایپیش بالشی به وجود آمده باشد، آرایه‌ای مربعی مانند آنكه در شكل ۲۹.۶ ب آمده است، تغییر شكل می‌دهد. در این حالت، هر نقطه تصویر از مركز به طور شعاعی به طرف بیرون جابه‌جا شده و دورترین نقاط، بیشترین جابه‌جایی را انجام می‌دهند، یعنی M_T به تناسب y افزایش پیدا می‌كند. به همین ترتیب، وایپیش منفی یا بشكه‌ای متناظر با وضعیتی است كه M_T به تناسب فاصله محوری كاهش یافته، و در واقع، هر نقطه تصویر به طور شعاعی به سوی مركز حرکت می‌كند (شكل ۲۹.۶ ج). وایپیش را به سهولت می‌توان تنها با نگاه كردن از داخل يك عدسی آبراه به يك قطعه كاغذ خط‌دار یا كاغذ رسم مشاهده كرد. عدسیهای تقریباً نازك اساساً هیچگونه وایپیشی نشان نخواهند داد، در حالی كه عدسیهای ضخیم و ساده مثبت یا منفی معمولی، به ترتیب دارای



شكل ۳۰.۶ تأثیر مكان مانع بر روی وایپیش.

۲۰۳.۶ ایبراهیهای رنگی

تا اینجا پنج ایبراهی اولیه یا زایدال^۱ بر حسب نور تکرنگ مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. مطمئناً، اگر پهنای نوار طیفی چشمه گسترده باشد، این ایبراهیها باید به همان ترتیب تأثیر داده می‌شدند؛ ولی این اثرات ناچیزند مگر اینکه دستگاه کاملاً خوب تصحیح شده باشد. اما، ایبراهیهای رنگی به ویژه در نور چند رنگ وجود دارند که از اهمیت نسبی بیشتری برخوردارند. معادله ردیابی پرتو (۱۲.۶) تابعی است از ضریبهای شکست گوناگونی، که به نوبه خود، با طول موج تغییر می‌کنند. در یک سیستم، پرتوهای رنگی مختلف مسیرهای گوناگونی را طی خواهند کرد، و این مطلب خصیصه ذاتی ایبراهی رنگی است. از آنجا که معادله عدسی نازک

$$\frac{1}{f} = (n_i - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [16.5]$$

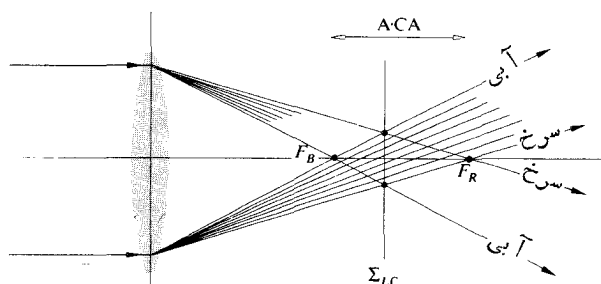
از طریق $n_i(\lambda)$ به طول موج بستگی دارد، فاصله کانونی نیز باید به ازای λ تغییر کند. به طور کلی (شکل ۱۳.۳) $n_i(\lambda)$ در ناحیه مرئی با طول موج کاهش می‌یابد و بنابراین $f(\lambda)$ با λ افزایش می‌یابد. نتیجه در شکل ۳۲.۶ نشان داده شده است، که در آن رنگهای سازای یک باریکه همخط شده نور سفید در نقاط مختلف بر روی محور کانونی می‌شوند. فاصله محوری بین دوتا از این نقاط کانونی که گستره بسامد معینی (مثلاً آبی تا سرخ) را پدید می‌آورند ایبراهی رنگی محوری (یا طولی)، و به طور مختصر CA، خوانده می‌شود.

مشاهده ایبراهی رنگی با CA، به کمک یک عدسی همگرای ضخیم ساده، کار آسانی است. وقتی عدسی به وسیله یک چشمه نقطه‌ای چند رنگ روشن شود (شعله یک شمع این کار را خواهد کرد)، یک تصویر حقیقی که هاله‌ای آن را دربر گرفته است، ایجاد خواهد شد. پس اگر صفحه مشاهده را به عدسی نزدیکتر کنیم، پیرامون تصویر تار می‌شود و تا حدودی رنگ ارغوانی-قرمز

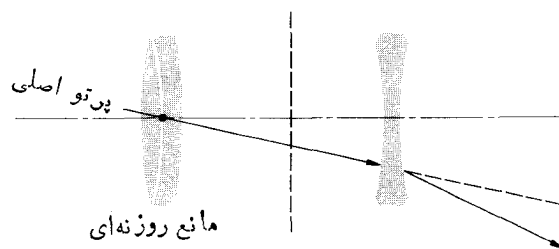
بشود و در نتیجه $M_T = 1$ (ضمناً، کوما و رنگهای جانبی در این صورت به همان ترتیب صفر خواهند بود). این مطلب در مورد عدسیهای نسخه برداری (همیوگ متناهی)، که مثلاً در ثبت داده‌ها به کار می‌روند، صدق می‌کند. با این حال، حتی هنگامی که M_T واحد نباشد، مقدارن ساختن تقریبی دستگاهی حول یک مانع (بند)، یک کار کاملاً متداول است، زیرا این چند ایبراهی را به‌طور مشهودی کاهش می‌دهد.

وایپچش می‌تواند در دستگاههای عدسی مرکب پدید آید، مثلاً، مانند آرایشی دور گیر که در شکل ۳۱.۶ نشان داده شده است. در مورد یک شیء نقطه‌ای دور، کناره نافام مثبت مانند روزنه بند عمل می‌کند. در واقع، این آرایش مانند عدسی منفی با یک بند پیشین است و بنابراین وایپچش مثبت و یا بالشی را نمایان می‌کند.

فرض کنید یک پرتو اصلی به یک دستگاه نوری وارد و در همان راستا از آن خارج شود، مانند شکل ۳۰.۶. د. نقطه‌ای که در آن پرتو با محور برخورد می‌کند، مرکز نوری دستگاه است؛ ولی در عین حال، از آنجا که این پرتو اصلی است، مرکز روزنه بندی نیز هست. این همان حالتی است که در شکل ۳۰.۶ الف با قراردادن بند در برابر عدسی نازک به وجود آمده است. در هر دو مورد، پاره‌های ورودی و خروجی پرتو اصلی موازی و وایپچش صفر است، یعنی دستگاه اورتوسکوپیست است. این مطلب همچنین حاکی است که مردمکهای ورودی و خروجی متناظر با صفحه‌های اصلی خواهند بود [در صورتی که تنها یک محیط منفرد دستگاه را در بر گرفته باشد (شکل ۲۰.۶)]. به یاد آورید که پرتو اصلی اکنون یک پرتو اساسی است. دستگاه عدسی نازک دارای وایپچش صفر خواهد بود، اگر مرکز نودی آن بر مرکز روزنه بند منطبق باشد. ضمناً، در یک دوربین سوراخ دار، پرتوهای که نقاط همیوگ شیء و تصویر را به هم وصل می‌کنند، مستقیم بوده و از مرکز روزنه بند می‌گذرند. پرتوهای ورودی و خروجی آشکارا موازی اند (همه یک پرتو هستند) و هیچگونه وایپچشی وجود ندارد.



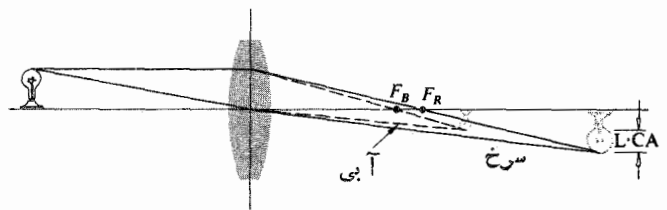
شکل ۳۲.۶ ایبراهی رنگی محوری.



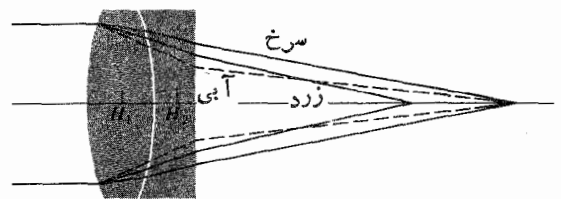
شکل ۳۱.۶ وایپچش در یک عدسی مرکب.

به خود خواهد گرفت. دور کردن مجلد صفحه از عدسی، تا آن سوی مکان بهترین تصویر، باعث می شود که طرح کلی آن بدرنگ آبی-بنفش تمایل پیدا کند. موضع دایره با کمترین تاری (یعنی صفحه Σ_{LC}) متناظر با مکانی است که بهترین تصویر در آنجا تشکیل می شود. سعی کنید مستقیماً به یک چشمه از داخل عدسی نگاه کنید. رنگ آمیزی بسیار خیره کننده تر خواهد بود.

تصویر یک نقطه برون محوری از مؤلفه های بسامد سازا تشکیل خواهد شد، که هر یک با ارتفاع متفاوتی در بالای محور وارد می شوند (شکل ۳۳.۶). در اصل، وابستگی f به بسامد سبب وابستگی درشتمایی عرضی به بسامد نیز می شود. فاصله عمودی بین این دو تصویر نقطه ای (که اغلب اتفاق می افتد آبی و سرخ باشند) معیاری برای آبیراهی (دنگی کناری، $L.C.A$) یا دنگ کناری است. در نتیجه، یک عدسی آبیراه رنگی که با نور سفید روشن شده است، حجمی از فضا را با پیوستاری از تصویرهای کم و بیش روی هم افتاده و با اندازه ها و رنگ های گوناگون، پر خواهد کرد. چون چشم نسبت به بخش زرد-سبز طیف بسیار حساس است، گرایش برکانونی کردن عدسی در آن ناحیه است. با چنین پیکربندی می توان سایر تصویرهای رنگی برهم نهاده و اندکی بیرون از کانون را دید که لکه ای سفید رنگ یا پوششی تار پدید می آورد. هنگامی که کانون آبی، F_B ، درست چپ کانون سرخ، F_R ، قرار گیرد، می گویند $A.C.A$ مثبت است، مانند آنچه که در شکل ۳۲.۶ نموده است. در مقابل، در یک عدسی منفی مقدار $A.C.A$ منفی خواهد بود، همراه با پرتوهای آبی شدیداً منحرف شده که آنچنان ظاهر می شوند که گویی منشأ آنها در سمت راست کانون سرخ قرار دارد. از نظر فیزیکی، آنچه اتفاق می افتد این است که شکل عدسی، کوژ یا کاو، منشوری است، یعنی هر چه فاصله شعاعی از محور افزایش یابد، عدسی نازکتر یا کلفت تر می شود. بنا براین



شکل ۳۳.۶ آبیراهی رنگی جانبی (کناری).



شکل ۳۴.۶ دوتایی بیرنگ.

همانگونه که به خوبی می دانید، پرتوها به ترتیب یا به سوی محور و یا به سوی دور شدن از آن منحرف می شوند. در هر دو مورد، پرتوها به سوی «قاعده» کلفت تر سطح مقطع منشوری خم می شوند. ولسی انحراف زاویه ای تابع افزایش n است و بنابراین به ازای λ کاهش می یابد. از اینرو نور آبی بیشترین انحراف را دارد و در نزدیکی فاصله به عدسی کانونی می شود. به بیان دیگر، برای عدسی کوژ، کانون سرخ دورترین و درست راست؛ و برای عدسی کاو دورترین و درست چپ است.

۱. دوتاییهای ناخام نازک

تمامی این مطلب، این نظر را القا می کند که ترکیبی از دو عدسی نازک، یکی مثبت و یکی منفی، احتمالاً می تواند به هم پوشانی دقیق F_B و F_R منجر شود (شکل ۳۴.۶). گفته می شود چنین آرایشی برای آن دو طول موج ویژه ناخام شده است. توجه داشته باشید که آنچه می خواهیم انجام دهیم، در واقع حذف پاشندگی کلی است (یعنی، این حقیقت که هر رنگ با اندازه ای متفاوت با رنگهای دیگر منحرف می شود) و نه به اندازه کل خود انحراف. اگر دو عدسی به فاصله d از هم قرار داشته باشند

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad [۸.۶]$$

به جای اینکه قسمت دوم معادله عدسی نازک (۱۶.۵) را به کار ببریم، نمادگذاری را خلاصه می کنیم و در مورد دو جزء می نویسیم:

$$\frac{1}{f} = (n_1 - 1)\rho_1 + (n_2 - 1)\rho_2 - d(n_1 - 1)\rho_1(n_2 - 1)\rho_2 \quad (۴۵.۶)$$

این عبارت فاصله کانونی دوتایی را برای نور سرخ (f_R) و نور آبی (f_B)، وقتی که ضریبهای مناسبی یعنی n_{1R} ، n_{1B} ، n_{2R} و n_{2B} دخالت داده شوند، به دست خواهد داد. اما اگر f_R برابر با f_B باشد، آنگاه

$$\frac{1}{f_R} = \frac{1}{f_B}$$

و

$$\begin{aligned} (n_{1R} - 1)\rho_1 + (n_{2R} - 1)\rho_2 - d(n_{1R} - 1)\rho_1(n_{2R} - 1)\rho_2 \\ = (n_{1B} - 1)\rho_1 + (n_{2B} - 1)\rho_2 - d(n_{1B} - 1)\rho_1(n_{2B} - 1)\rho_2 \end{aligned} \quad (۴۶.۶)$$

یک مورد مهم ویژه متناظر است با $d = 0$ یعنی هنگامی که دو عدسی در تماس باشند. با بسط معادله (۴۶.۶) به ازای $d = 0$

جدول ۱۰۶ چندین خط فرانیهوفر قوی.

چشمه	طول موج (Å)	علامت اختصاری
H	۶۵۶۲۸۱۶	سرخ C
Na	۵۸۹۵۹۲۳	زرد D_1
Na	۵۸۹۲۲۹	مرکز دوتایی D
Na	۵۸۸۹۹۵۳	زرد D_2
He	۵۸۷۵۹۶۱۸	زرد D_3 یا d
Mg	۵۱۸۳۳۶۱۸	سبز b_1
Mg	۵۱۷۲۲۶۹۹	سبز b_2
Fe	۴۹۵۷۲۶۰۹	سبز c
H	۴۸۶۱۳۲۷	آبی F
H	۴۳۴۰۰۴۶۵	بنفش f
Ca	۴۲۲۶۲۷۲۸	بنفش g
Ca	۳۹۳۳۳۶۶۶	بنفش K

مانند شکل ۳۵۰۶ که نموداری از ضریب شکست بر حسب V_d است، به دست می دهند، و

$$V_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (۵۱۰۶)$$

(نگاهی هم به جدول ۲۰۶ بیندازید) بنابراین، معادله (۵۰۶) را می توان به بیان بهتری به صورت زیر نوشت

$$f_{1d}V_{1d} + f_{2d}V_{2d} = 0 \quad (۵۲۰۶)$$

که در آن شاخصهای زیرین مربوط به دو شیشه به کار رفته در دوتایی است و حرف موجود در این زیرنویس به خط d مربوط است.

اتفاقاً، نیوتون برپایه آزمایشهایی با مواد بسیار محدودی که در آن زمان در دسترس بود، اشتباهاً به این نتیجه رسید که توان باشندگی برای همه شیشه ها ثابت است. این مطلب در حکم آن است که بگوییم $f_{1d} = -f_{2d}$ (۵۲۰۶) که در این مورد توان دوتایی برابر صفر خواهد بود. به این ترتیب، نیوتون تلاشهای خود را از تلسکوپ شکستی متوجه تلسکوپ بازتابی کرد و خوشبختانه این موضوع در درازمدت حرکت موفقیت آمیزی بود. عدسی بیرنگ نزدیک به سال ۱۷۳۳/۱۱۱۲ توسط چستر مورهای اختراع شد. ولی تا سال ۱۷۵۸/۱۲۳۷ که توسط عینک سازی

به معادله زیر می رسمیم

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = - \frac{n_{2B} - n_{2R}}{n_{1B} - n_{1R}} \quad (۴۷۰۶)$$

فاصله کانونی عدسی مرکب (f_y) را می توان به طور مناسبی آنگونه مشخص کرد که همراه نور زرد باشد، یعنی تقریباً در میانه فرینهای آبی و سرخ. در مورد هر کدام از عدسیهای دستگاه مرکب در نور زرد $1/f_{2y} = (n_{2y} - 1)\rho_2$ و $1/f_{1y} = (n_{1y} - 1)\rho_1$ بنا بر این

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{(n_{2y} - 1)f_{2y}}{(n_{1y} - 1)f_{1y}} \quad (۴۸۰۶)$$

برابر نهادن معادله های (۴۷۰۶) و (۴۸۰۶) منجر خواهد شد به

$$\frac{f_{2y}}{f_{1y}} = - \frac{(n_{2B} - n_{2R})/(n_{2y} - 1)}{(n_{1B} - n_{1R})/(n_{1y} - 1)} \quad (۴۹۰۶)$$

کمیت های $(n_{1B} - n_{1R})/(n_{1y} - 1)$ و $(n_{2B} - n_{2R})/(n_{2y} - 1)$ توانهای پاشندگی دو ماده تشکیل دهنده عدسیها، خوانده می شوند. وارونه آنها، V_1 و V_2 ، به نامهای گوناگون ضریبهای پاشندگی، اعداد V ، یا اعداد آبه، خوانده می شوند. بنا بر این

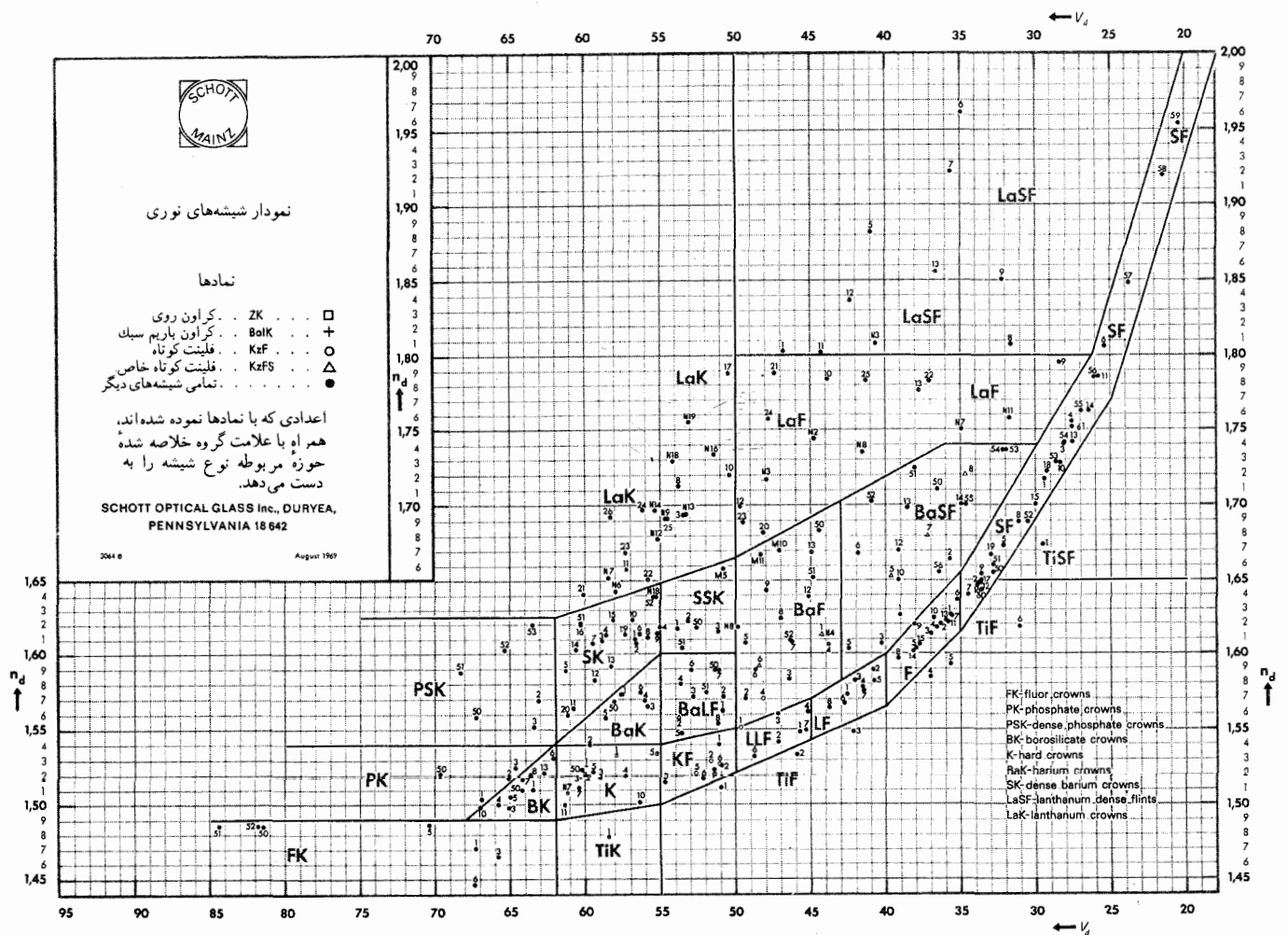
$$\frac{f_{2y}}{f_{1y}} = - \frac{V_1}{V_2}$$

یا

$$f_{1y}V_1 + f_{2y}V_2 = 0 \quad (۵۰۰۶)$$

از آنجا که توانهای پاشندگی مثبت اند، اعداد V نیز مثبت خواهند بود. همانگونه که پیش بینی کردیم، این مطلب بدان معنی است که اگر باید معادله (۵۰۰۶) به دست آید، یعنی اگر قرار است f_R با f_B برابر باشد، باید یکی از دو عدسی سازا منفی و دیگری مثبت باشد.

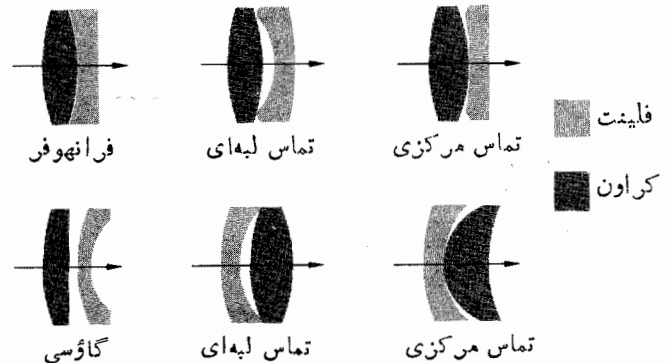
در این مرحله می توانیم به طور فرضی یک دوتایی ناسافام طراحی کنیم که در واقع اکنون این کار را خواهیم کرد، ولی اول باید چند نکته دیگر گفته شود. خواندن طول موجها با عناوین قرمز، زرد و آبی به خاطر کار بردهای عملی، از دقت بسیار به دور است. به جای آن معمولاً به خطوط طیفی مشخصی که طول موجهای آنها با دقت زیاد تعیین شده اند، ارجاع می شود. آنچه خطوط فرانیهوفر خوانده می شود، به عنوان نشانگرهای مرجع ضروری در سرتاسر طیف به کار می روند. چندین نوع از این خطوط برای ناحیه مرئی در جدول ۱۰۶ آمده اند. خطهای C، F، و D_3 (یعنی d) اغلب بیش از همه به کار برده می شوند (برای آبی، سرخ و زرد) و عموماً پرتوهای پیرامحوری را در نور d ردیابی می کنند. تولید کنندگان شیشه معمولاً کالاهای خود را بر حسب عدد آبه،



شکل ۳۵.۶ ضریب شکست بر حسب عدد آبه برای شیشه‌های گوناگون.

لندنی به نام جان دالند ظاهراً دوباره اختراع شد و امتیاز گرفت، به بوتۀ فراموشی سپرده شد.

چندین نوع دوتایی بیرنگ در شکل ۳۶.۶ نشان داده شده است. پیکربندیهای آنها به نوع شیشه انتخابی و نیز به انتخاب سایر ابزاریهایی که باید کنترل شوند، بستگی دارند. در ضمن، هنگام خریدن دوتاییها در بازار که منشأ نامعلومی دارند دقت کنید که عدسیی را که تعمداً دارای ابزاریهای معینی برای جبران خطاهای ناشی از دستگاه اولیه است، نخرید. شاید متداولترین دوتایی که بیش از همه با آن برخورد می‌کنید، دوتایی بیرنگ چسبیده فرانهوفر باشد. این دوتایی از یک عدسی دو کوکران در تماس با یک عدسی کوژتخت (با تقریباً تخت) از جنس فلینت



شکل ۳۶.۶ دوتاییهای افام.

۱. به‌طور سنتی، شیشه‌ها در گستره $n_d > 1.60$ و $V_d > 50$ و $n_d < 1.60$ را کران، در حالی که دیگر شیشه‌ها را فلینت می‌گویند. به نشانه‌های حرفی شکل ۳۵.۶ توجه کنید.

تشکیل شده است. به کار بردن ماده‌ای از جنس کراون در جلو به علت مقاومت فرسایشی بهتر آن، کاملاً عموماً دارد. از آنجا که شکل کلی آن تقریباً کوژ-تخت است، با انتخاب شیشه‌های مناسب هم ایبراهمی کروی و هم کوما را نیز می‌توان تصحیح کرد. اکنون فرض می‌کنیم که می‌خواهیم یک بیرنگ فرانهوفر با فاصله کانونی ۵۰ سانتیمتر طراحی کنیم. با حل کردن معادله (۵۲.۶) همزمان با معادله عدسی مرکب می‌توانیم ایده‌ای تقریبی از چگونگی گزینش شیشه‌ها به دست آوریم. یعنی

$$\frac{1}{f_{1d}} + \frac{1}{f_{2d}} = \frac{1}{f_d}$$

که به دست می‌آوریم

$$\frac{1}{f_{1d}} = \frac{V_{1d}}{f_d(V_{1d} - V_{2d})} \quad (53.6)$$

و

$$\frac{1}{f_{2d}} = \frac{V_{2d}}{f_d(V_{2d} - V_{1d})} \quad (54.6)$$

بنابراین، برای اجتناب از مقادیر کوچک f_{1d} و f_{2d} ، که سطوح شدیداً خمیده‌ای را در عدسی‌ها ایجاد می‌کنند، اختلاف $V_{1d} - V_{2d}$ بزرگ خواهد شد (تقریباً ۲۰ یا بیشتر مناسب است). از شکل ۳۵.۶ (یا هم‌ارز آن) مثلاً BK۱ و F۲ را برمی‌گزینیم. اینها به ترتیب دارای ضریبهای فهرست شده $n_c = 1.50763$ و $n_c = 1.61503$ و $n_F = 1.51566$ و $n_d = 1.51009$ هستند. به همین روش اعداد $n_F = 1.63208$ و $n_d = 1.62004$ را محاسبه کنیم. در این مورد، به ترتیب $V_{1d} = 63.46$ و $V_{2d} = 36.37$ هستند. فاصله کانونی، یا به بیانی بهتر، توانهای این دو عدسی، از راه معادلات (۵۳.۶) و (۵۴.۶) به دست می‌آیند

$$D_{1d} = \frac{1}{f_{1d}} = \frac{63.46}{0.50(27.09)} \quad \text{و}$$

$$D_{2d} = \frac{1}{f_{2d}} = \frac{36.37}{0.50(-27.09)}$$

بنابراین $D_{1d} = 4.685$ دیوپتر و $D_{2d} = -2.685$ دیوپتر؛ جمع آنها ۲ دیوپتر است. که همان $1/0.5$ است که باید باشد. به خاطر سهولت در ساخت، عدسی نخست یسا عدسی مثبت را، دو کوژ مساوی می‌گیرند. در نتیجه، شعاعهای آن، R_{11} و R_{12} ، برابر خواهند بود. بنابراین

$$\rho_1 = \frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} = \frac{2}{R_{11}}$$

جدول ۲۰.۶ شیشه نوری.

عدد نوع	نام	n_D	V_D
۵۱۱:۶۳۵	سیلیکات بور کراون BSC-۱	۱.۵۱۱۰	۶۳.۵
۵۱۷:۶۴۵	سیلیکات بور کراون BSC-۲	۱.۵۱۷۰	۶۴.۵
۵۱۳:۶۰۵	کراون C	۱.۵۱۲۵	۶۰.۵
۵۱۸:۵۹۶	کراون	۱.۵۱۸۰	۵۹.۶
۵۲۳:۵۸۶	کراون C-۱	۱.۵۲۳۰	۵۸.۶
۵۲۹:۵۱۶	کراون فلیت CF-۱	۱.۵۲۸۶	۵۱.۶
۵۴۱:۵۹۹	کراون باریم سبک LBC-۱	۱.۵۴۱۱	۵۹.۹
۵۷۳:۵۷۴	کراون باریم LBC-۲	۱.۵۷۲۵	۵۷.۴
۵۷۴:۵۷۷	کراون باریم	۱.۵۷۴۴	۵۷.۷
۶۱۱:۵۸۸	کراون باریم چگال DBC-۱	۱.۶۱۱۰	۵۸.۸
۶۱۷:۵۵۰	کراون باریم چگال DBC-۲	۱.۶۱۷۰	۵۵.۰
۶۱۱:۵۷۲	کراون باریم چگال DBC-۳	۱.۶۱۰۹	۵۷.۲
۵۶۲:۵۱۰	باریم فلیت روشن LBF-۲	۱.۵۶۱۶	۵۱.۰
۵۸۸:۵۳۴	باریم فلیت روشن LBF-۱	۱.۵۸۸۰	۵۳.۴
۵۸۴:۴۶۰	باریم فلیت BF-۱	۱.۵۸۳۸	۴۶.۰
۶۰۵:۴۳۶	باریم فلیت BF-۲	۱.۶۰۵۳	۴۳.۶
۵۵۹:۴۵۲	فلیت خیلی سبک ELF-۱	۱.۵۵۸۵	۴۵.۲
۵۷۳:۴۲۵	فلیت سبک LF-۱	۱.۵۷۲۵	۴۲.۵
۵۸۰:۴۱۰	فلیت سبک LF-۲	۱.۵۷۹۵	۴۱.۰
۶۰۵:۳۸۰	فلیت چگال DF-۱	۱.۶۰۵۰	۳۸.۰
۶۱۷:۳۶۶	فلیت چگال DF-۲	۱.۶۱۷۰	۳۶.۶
۶۲۱:۳۶۲	فلیت چگال DF-۳	۱.۶۲۱۰	۳۶.۲
۶۴۹:۳۳۸	فلیت خیلی چگال EDF-۱	۱.۶۴۹۰	۳۳.۸
۶۶۶:۳۲۴	فلیت خیلی چگال EDF-۵	۱.۶۶۶۰	۳۲.۴
۶۷۳:۳۲۲	فلیت خیلی چگال EDF-۲	۱.۶۷۲۵	۳۲.۲
۶۸۹:۳۰۹	فلیت خیلی چگال EDF	۱.۶۸۹۰	۳۰.۹
۷۲۰:۲۹۳	فلیت خیلی چگال EDF-۳	۱.۷۲۰۰	۲۹.۳

اقتباس از:

T. Calvert "Optical Components", *Electromechanical Design* (May 1971).

عدد معمولی بارابطه $(10V_D)$: $(n_D - 1)$ داده شده است که در آن n_D تا سه رقم اعشاری گرد شده است - برای اطلاع بیشتر رگ

Smith, *Modern Optical Engineering*, Fig. 7.5.

یا هم ارز آن

۲. دوتاییهای بیرنگ جدا از هم

بیرنگ کردن فاصله کانونی يك دوتایی كه از دو عنصر شیشه‌ای يكسان با فاصله زیاد از هم تشكيل شده‌اند، نیز امکان پذیر است. برای اینکه این مطلب را به اجمال بیان كنیم، به معادله (۴۶.۶) برمی گردیم و تساویهای $n_{1R} = n_{2R} = n_R$ و $n_{1B} = n_{2B} = n_B$ را برقرار می‌کنیم. پس از اندکی دستکاریهای جبری ساده، خواهیم داشت

$$(n_R - n_B)[(\rho_1 + \rho_2) - \rho_1 \rho_2 d(n_B + n_R - 2)] = 0$$

یا

$$d = \frac{1}{(n_B + n_R - 2)} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)$$

بار دیگر، همانگونه كه پیش از این هم انجام دادیم، با دخالت دادن بسامد زرد مرجع یعنی $1/f_{1y} = (n_{1y} - 1)\rho_1$ و $1/f_{2y} = (n_{2y} - 1)\rho_2$ ، می‌توان ρ_1 و ρ_2 را جایگزین کرد؛ از اینرو

$$d = \frac{(f_{1y} + f_{2y})(n_y - 1)}{n_B + n_R - 2}$$

كه در آن $n_y = n_{1y} = n_{2y} = n_y$. اگر فرض كنیم $n_y = (n_B + n_R)/2$ خواهیم داشت

$$d = \frac{f_{1y} + f_{2y}}{2}$$

یا در نور d

$$d = \frac{f_{1d} + f_{2d}}{2} \quad (55.6)$$

این، دقیقاً شکلی است كه توسط چشمی هویگنس ارائه شد (بخش ۴.۷۰۵). چون فاصله‌های کانونی قرمز و آبی يكسان‌اند، ولی نیازی نیست كه صفحات اصلی مربوط به دوتایی یکی باشند، این دو پرتو عموماً در يك نقطه کانونی به هم نخواهند رسید. بنابراین، ایبراهی رنگی كناری چشمی بدخوبی تصحیح می‌شود اما ایبراهی رنگی محوری تصحیح نمی‌شود.

برای اینکه دستگاهی از هر دو ایبراهی رنگی برکنار باشد، باید پرتوهای سرخ و آبی موازی با يكدیگر خارج شوند (بدون L.CA) و نیز باید در يك نقطه محور را قطع كنند (بدون A.CA) یعنی باید روی هم بیفتند. چون این در واقع همان حالت يك بیرنگ نساك است، معمولاً ایجاب می‌كند كه دستگاههای چند قطعه‌ای از اجزای نافامی تشكيل شوند تا از جدا شدن پرتوهای قرمز و آبی جلوگیری به عمل آید (شكل ۳۷.۶). طبق معمول، چنین دستورالعملهایی استثنائاتی نیز دارند. سه تایی تیلور (بخش ۷.۷۰۵) یکی از آنهاست. دو پرتو رنگی كه سه تایی برای آنها

$$\frac{2}{R_{11}} = \frac{D_{1d}}{n_{1d} - 1} = \frac{49685}{0.51009} = 97185$$

و در این صورت $R_{11} = -R_{12} = 0.2177m$. افزون بر این، با تصریح این مطلب كه عدسیها در تماس نزديك باشند، داریم: $R_{12} = R_{21}$ ، یعنی سطح دوم عدسی اول با سطح اول عدسی دوم تطبیق می‌کند. برای عدسی دوم

$$\rho_2 = \frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} = \frac{D_{2d}}{n_{2d} - 1}$$

یا

$$\frac{1}{-0.2177} - \frac{1}{R_{22}} = \frac{-29685}{0.62004}$$

و $R_{22} = -3819m$. به‌طور خلاصه، شعاعهای عنصر کراون عبارت‌اند از $R_{11} = 2178cm$ و $R_{12} = -2178cm$ در حالی كه عنصر فلینت دارای شعاعهای $R_{21} = -2178cm$ و $R_{22} = -3819cm$ است.

توجه كنید كه برای تركيب عدسی نساك، صفحات اصلی آنگونه به هم می‌آمیزند كه نافام‌سازی فاصله کانونی، هم A.CA و هم L.CA، را تصحیح می‌كند. اما، در يك دوتایی ضمیمه، اگرچه فواصل کانونی برای سرخ و آبی يكسان ساخته می‌شوند، ولی طول موجهای مختلف ممكن است دارای صفحات اصلی متفاوت باشند. در نتیجه، اگرچه درشتنمایی برای همه طول موجها يكسان است، ولی نقاط کانونی نمی‌توانند برهم منطبق شوند، یعنی L.CA تصحیح می‌شود ولی A.CA خیر.

در تحلیل بالا فقط پرتوهای C و F به يك کانون مشترك آورده شدند، در حالی كه خط d برای برابری يك فاصله کانونی برای دوتایی، به عنوان يك كل، معرفی شد. برای همه طول موجهایی كه از دوتایی بیرنگ می‌گذرند امکان به هم رسیدن در يك کانون مشترك وجود ندارد. رنگ باقیمانده حاصل، طیف ثانوی خوانده می‌شود. هنگامی كه طراحی به شیشه‌های قابل دسترس امروزی محدود باشد، برطرف کردن طیف ثانوی بسیار پزحمت است. با وجود این، ترکیبی از يك قطعه كلسیم فلوئوریت (CaF_2) با يك قطعه شیشه مناسب می‌تواند دوتایی بیرنگی در سه طول موج كه طیف ثانوی بسیار ناچیزی دارد، تشكيل دهد. از بیشتر سه تاییها برای تصحیح رنگ در سه یا حتی چهار طول موج استفاده می‌شود. طیف ثانوی دور بین دو چشمی را به سادگی می‌توان با نگاه کردن به شیء سفید دور، مشاهده كرد. كناره‌های آن اندکی هاله سرخ روشن و سبز خواهد داشت - سعی كنید کانون را به جلو و عقب حرکت دهید.

مسائل

۱۰۶* جزئیات عملیاتی را که به معادله (۸.۶) منجر می شود، بنویسید.

۲۰۶ بر طبق دفترچه راهنمای علوم نظامی MIL-HDBK-141 (۳.۵۰۳.۲۳)، دیدگر رسمیدن شکل ۸۱.۵ از دو عدسی تخت-کوژ با فاصله های کانونی برابر f' ساخته شده است که به اندازه $2f'/3$ از هم فاصله دارند. فاصله کانونی کلی این ترکیب عدسی نازک، f ، را تعیین کنید و محل صفحات اصلی و جای میدان بند را نشان دهید.

۳۰۶ عبارتی برای محاسبه ضخامت عدسی دو کوژ، d ، که فاصله کانونی آن نامتناهی باشد، بنویسید.

۴۰۶ فرض می کنیم عدسی هلالی مثبتی به شعاعهای ۱۰ و ۶ و ضخامت ۳ (هر واحدی که می خواهید انتخاب کنید ولی برای همه یکی باشد) و ضریب شکست ۱.۵ داریم. فاصله کانونی و مکانهای نقاط اصلی آن را به دست آورید (با شکل ۳۰۶ مقایسه کنید).

۵۰۶ نشان دهید که در میان دستگاه ماتریس معادله (۳۱.۶) مساوی با ۱ است.

۶۰۶ نشان دهید که معادلات (۳۶.۶) و (۳۷.۶) به ترتیب با معادلات (۳۰.۶) و (۴۰.۶) هم ارزند.

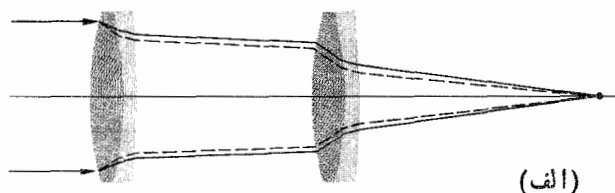
۷۰۶ نشان دهید که سطح تخت يك عدسی کوژ-تخت یا کاو-تخت در ماتریس دستگاه دخالتی ندارد.

۸۰۶ ماتریس دستگاه يك عدسی دو کوژ ضخیم را با ضریب شکست ۱.۵ و شعاعهای ۵ و ۲.۵ و ضخامت ۳ ره حساب کنید (با هر واحدی که خود می خواهید). تساوی $|M| = 1$ را واریسی کنید. ۹۰۶ برای عدسی مسئله پیش، فاصله کانونی و مکان نقاط کانونی آن را نسبت به رأسهایش، V_1 و V_2 ، به دست آورید.

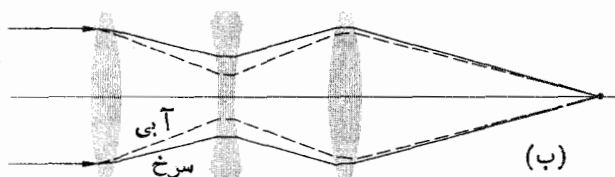
۱۰۰۶ به شکل ۱۵.۶ برگردید، نشان دهید به ازای P ناشی می شوند، به نظر می رسد از P' گسیل شده اند. $PC = Rn_1/n_2$ و $P'P = Rn_2/n_1$ همه پرتوهایی که از P ناشی می شوند، به نظر می رسد از P' گسیل شده اند.

۱۱۰۶ با شروع از دستور داده شده در معادله (۵.۵)، نشان دهید که وقتی تقریبهای l_0 و l_1 قدری بهتر باشند، معادله (۴۰.۶) بیشتر از معادله (۸.۵) به نتیجه می رسد.

۱۲۰۶ فرض کنید که شکل ۳۸.۶ توسط يك دستگاه عدسی که فقط ابیراهی کروی دارد تصویر شده باشد؛ طرح واره ای از تصویر را رسم کنید.



(الف)



(ب)

شکل ۳۷.۶ عدسیهای بیرنگ.

بیرنگ شده است، در عدسی از هم جدا می شوند ولی دوباره با هم ترکیب می شوند و با هم بیرون می آیند.

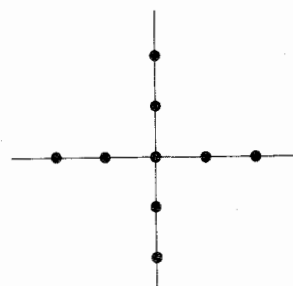
۳.۳.۶ ملاحظات نهایی

اکثر قریب به اتفاق دستگاههای نوری به دلایل عملی برای سهولت ساخت، به عدسیهایی با سطوح کروی محدود می شوند. مطمئناً، عدسی چنبره ای و استوانه ای همانند ناکروپهای بسیار دیگر وجود دارند. در واقع، دستگاههای خیلی دقیق معمولاً خیلی گران، مانند دوربینهای عکاسی شناسایی از ارتفاع بلند و دستگاههای ردیابی، ممکن است دارای چندین قطعه ناکروی باشند. با وجود این، در اینجا ما از عدسیهای کروی سخن می گوئیم و ابیراهیهای ذاتی آنهاست که باید تا حد قانع کننده ای مورد توجه قرار داد. همانگونه که دیدیم، برای موازنه کردن ابیراهیهای متجاوز، طراح (و یار الکترونیکی باوفایش) باید متغیرهای دستگاه (ضریبها، شکلها، فاصله ها، مانعها (بندها)، وغیره) را دستکاری کند. برای هر دستگاه نوری ویژه، این کار با هر درجه و ترتیب مناسبی انجام می گیرد. بنابراین، می توان واپیچش و خمیدگی بسیار زیادتری را در يك تلسکوپ معمولی تحمل کرد تا در يك عدسی شیئی عکسبرداری خوب. به این ترتیب، اگر بخواهید منحصراً با نور لیزری که تقریباً تك بسامد است کار کنید ضرورتی ندارد پیزامون ابیراهی رنگی احساس نگرانی کنید. در هر صورت این فصل فقط این مسائل را مرور کرده است (بیشتر برای ارزیابی مسائل تا حل آنها). این اشکالات مطمئناً اصلاح خواهند شد تا جابجایی بسیاری مسائل باشند؛ مثلاً عکسهای هوایی شگفت که نمونه آن در شکل ۳۹.۶ آمده است، و به طرز بارزی با زگو کننده این موضوع است، خود شاهد مدعای ماست.

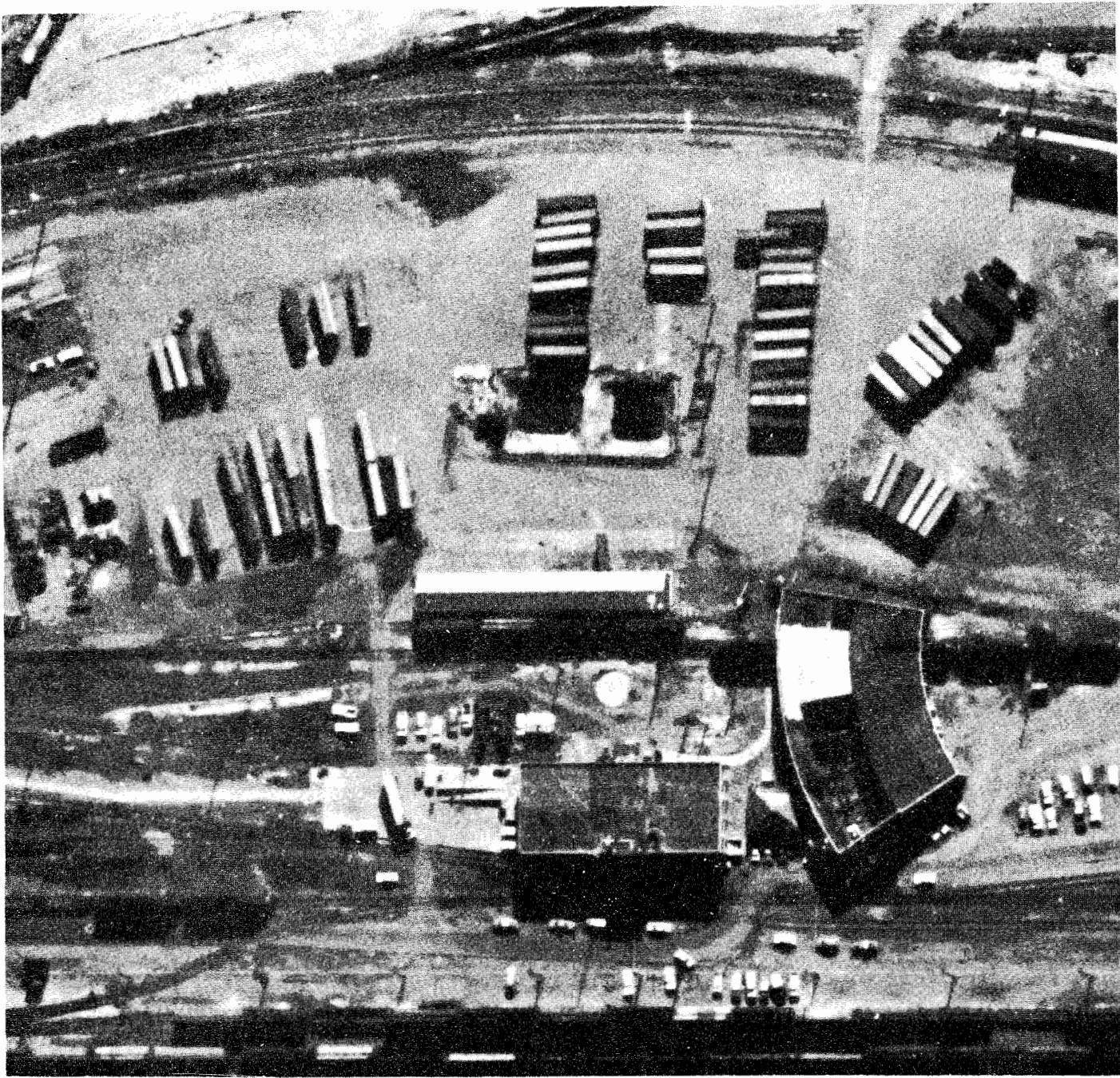


(الف)

شکل ۳۹.۶ عکسهایی که با دوربین جهان نمای هیاک I با $f = 12\text{in}$ (۳۰ سانتیمتر) و $f/5$ ، گرفته شده است. مقیاس در (الف)، ۱:۳۵۰۰۰، در صورتی که در (ب) ۱:۱۲۰۰۰ است.



شکل ۳۸.۶



(ب)

برهمنهی امواج

در فصلهای آینده پدیده‌های قطبش، تداخل، و پراش را بررسی خواهیم کرد. همه این مباحث دارای مبانی مفهومی مشترکی هستند که، در بیشتر موارد، به جنبه‌های گوناگون فرایند واحدی می‌پردازند. به بیان ساده‌تر، می‌خواهیم ببینیم وقتی که دو یا چند موج در ناحیه‌ای از فضا روی هم می‌افتند، چه رخ می‌دهد. البته، شرایط دقیق حاکم بر این برهمنهی، آشفتگی نوری نهایی را تعیین می‌کنند. در میان چیزهای دیگر، می‌خواهیم بدانیم که خواص ویژه اجزای سازای هر موج (دامنه، فاز، بسامد، ...) چگونه بر شکل نهایی آشفتگی مرکب تأثیر می‌گذارد.

یادآور می‌شویم که هر مؤلفه میدان از یک موج الکترومغناطیسی $(E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z)$ ، در معادله موج دیفرانسیلی سه بعدی نرده‌ای صدق می‌کند

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad [59.2]$$

یک جنبه نسبتاً مهم این عبارت خطی بودن آن است، یعنی $\psi(\mathbf{r}, t)$ و مشتقات آن فقط با توان اول ظاهر می‌شوند. در نتیجه اگر $\psi_1(\mathbf{r}, t), \psi_2(\mathbf{r}, t), \dots, \psi_n(\mathbf{r}, t)$ هر کدام به تنهایی جوابهای معادله (59.2) باشد هر ترکیب خطی از آنها نیز جواب معادله مذکور خواهد بود. بنابراین

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^n C_i \psi_i(\mathbf{r}, t) \quad (10.7)$$

در معادله موج صدق می‌کند، که در آن ضرایب C_i ثابتهای اختیاری‌اند. این خاصیت که اصل برهمنهی نام دارد بیانگر این نکته است که آشفتگی برآیند در هر نقطه از یک محیط جمع جبری امواج سازای آن است (شکل 10.7). در حال حاضر تنها دستگاههای خطی را در نظر می‌گیریم که برای آنها برهمنهی واقعاً به کار می‌رود. ولی باید به خاطر داشت که امواج با دامنه زیاد، چه امواج صوتی چه امواجی واقع در روی یک تار، می‌توانند پاسخ غیر خطی پدید آورند. باریکه کانونی شده یک لیزر با شدت زیاد (که در آن میدان الکتریکی ممکن است تا 10^{10} V/cm برسد) به راحتی می‌تواند آثار غیر خطی ایجاد کند (فصل 14). در مقام مقایسه تذکر می‌دهیم که دامنه میدان الکتریکی وابسته به نور خورشید در روی زمین فقط حدود 10 V/cm است.

نمونه‌های فراوانی وجود دارد که در آنها نیازی به در نظر گرفتن ماهیت برداری نسور نداریم و ما فعلاً بررسی خود را به همین حالتها محدود خواهیم کرد. مثلاً، اگر امواج نوری جملگی در راستای یک خط انتشار یابند و دارای صفحه ارتعاش ثابت مشترکی باشند، می‌توان هر کدام از آنها را بر حسب یک مؤلفه میدان الکتریکی تشریح کرد. بنابراین، همه این امواج را که در هر لحظه موازی یا پاد موازی خواهند بود، می‌توان به عنوان کمیت‌های نرده‌ای مورد بررسی قرار داد. به تدریج که پیش می‌رویم به این نکته بیشتر و بهتر خواهیم پرداخت؛ فعلاً آشفتگی نوری را همچون تابعی نرده‌ای، $E(\mathbf{r}, t)$ ، که یک جواب معادله

در این صورت فرض می‌کنیم که دو موج از این نوع به شرح زیر داشته باشیم که دارای بسامد و سرعت همسانی هستند و در فضا روی هم افتادگی دارند

$$E_1 = E_{o1} \sin(\omega t + \alpha_1) \quad (5.7)$$

و

$$E_2 = E_{o2} \sin(\omega t + \alpha_2) \quad (6.7)$$

آشفته‌گی برآیند برهم‌نهی خطی این امواج خواهد بود. بنابراین

$$E = E_1 + E_2$$

حال از بسط معادله‌های (۵.۷) و (۶.۷) داریم

$$E = E_{o1}(\sin \omega t \cos \alpha_1 + \cos \omega t \sin \alpha_1) + E_{o2}(\sin \omega t \cos \alpha_2 + \cos \omega t \sin \alpha_2)$$

بنابراین

$$E = (E_{o1} \cos \alpha_1 + E_{o2} \cos \alpha_2) \sin \omega t + (E_{o1} \sin \alpha_1 + E_{o2} \sin \alpha_2) \cos \omega t$$

چون جمله‌های داخل پرانتز نسبت به زمان ثابت‌اند، آنها را به صورت زیر می‌نویسیم

$$E_o \cos \alpha = E_{o1} \cos \alpha_1 + E_{o2} \cos \alpha_2 \quad (7.7)$$

و

$$E_o \sin \alpha = E_{o1} \sin \alpha_1 = E_{o2} \sin \alpha_2 \quad (8.7)$$

این يك جانشانی واضح نیست ولی تا زمانی که بتوانیم آنها را به‌ازای E_o و α حل کنیم جایز است. برای رسیدن به نتیجه، طرفین معادلات (۷.۷) و (۸.۷) را مجذور و آنگاه باهم جمع می‌کنیم، خواهیم داشت

$$E_o^2 = E_{o1}^2 + E_{o2}^2 + 2E_{o1}E_{o2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (9.7)$$

و از تقسیم معادله (۸.۷) بر معادله (۷.۷) داریم

$$\tan \alpha = \frac{E_{o1} \sin \alpha_1 + E_{o2} \sin \alpha_2}{E_{o1} \cos \alpha_1 + E_{o2} \cos \alpha_2} \quad (10.7)$$

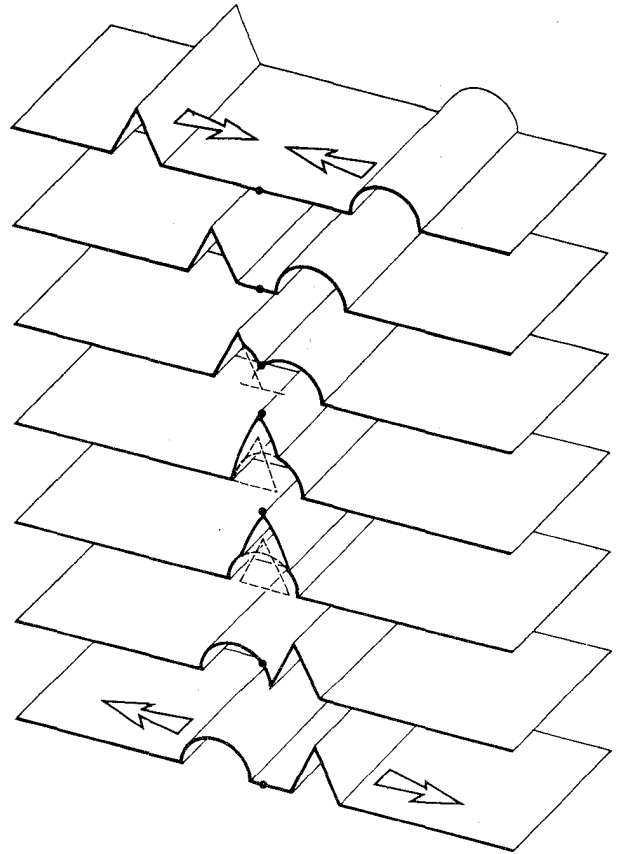
در این صورت آشفته‌گی کلی چنین خواهد بود

$$E = E_o \cos \alpha \sin \omega t + E_o \sin \alpha \cos \omega t$$

و یا

$$E = E_o \sin(\omega t + \alpha) \quad (11.7)$$

موج مرکب (۱۱.۷) هماهنگ است هرچند دامنه و فـاز آن با



شکل ۱۰۷ ترکیب دو آشفته‌گی.

(۵۹.۲) است نشان می‌دهیم. این روش به يك نظریه نرده‌ای ساده منجر می‌شود که تا زمانی که در کار برد آن دقت کافی داشته باشیم، بسیار سودمند خواهد بود.

جمع امواج هم‌بسامد

۱۰۷ روش جبری

یادآوری می‌کنیم که جواب معادله دیفرانسیلی موج را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$E(x, t) = E_o \sin[\omega t - (kx + \epsilon)] \quad (2.7)$$

که در آن E_o دامنه آشفته‌گی هماهنگ است که در امتداد مثبت محور x انتشار می‌یابد. در پی آن داریم

$$\alpha(x, \epsilon) = -(kx + \epsilon) \quad (3.7)$$

به طوری که

$$E(x, t) = E_o \sin[\omega t + \alpha(x, \epsilon)] \quad (4.7)$$

در اینجا x_1 و x_2 فاصله‌های نقطه مشاهده تا چشمه‌های این دو موج و λ طول موج در محیط انتشار است. اگر موجها از ابتدا در گسیلنده‌های مربوط به خود همفاز باشند، در این صورت $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ و

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) \quad (14.7)$$

این مطلب همچنین در مورد حالتی که دو آشفتگی از یک چشمه خارج شده و تا رسیدن به نقطه مشاهده، دو مسیر متفاوت را پیموده باشند، صادق است. چون $n = c/v = \lambda_0/\lambda$ ، پس

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n(x_1 - x_2) \quad (15.7)$$

کمیت $n(x_1 - x_2)$ را اختلاف راه نوری گویند و معمولاً آن را با علامت اختصاری O.P.D و یا نماد Λ نشان می‌دهند. به‌خاطر داشته باشید که در بیشتر موارد پیچیده، هر موجی ممکن است از تعدادی محیط مختلف با ضخامت‌های گوناگون عبور کند (مسئله ۴.۷). همچنین توجه داشته باشید که $\Lambda/\lambda_0 = (x_1 - x_2)/\lambda$ تعداد موجهای موجود در محیط مربوط به اختلاف راه است. چون هر طول موج با یک تغییر فاز 2π رادیان همراه است پس داریم: $\delta = 2\pi(x_1 - x_2)/\lambda$ و یا خلاصه‌تر

$$\delta = k_0 \Lambda \quad (16.7)$$

که در آن k_0 عدد انتشار در خلا، یعنی $2\pi/\lambda_0$ است. امواجی را که در آنها کمیت $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ بدون توجه به مقدارش، ثابت باشد، همدوس می‌گویند؛ همان وضعیتی که فرض خواهیم کرد در تمام این بحث حاصل می‌شود. یک حالت خاص وجود دارد که از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و آن برهمینی امواج

$$E_1 = E_0 \sin[\omega t - k(x + \Delta x)]$$

و

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t - kx)$$

است، که در آنها به‌ویژه $E_0 = E_0$ و $\alpha_1 = \alpha_2 = k\Delta x$. این مطلب را به مسئله ۵.۷ واگذار می‌کنیم تا نشان دهیم که در این حالت معادلات (۹.۷)، (۱۰.۷) و (۱۱.۷) به یک موج برایند زیر منجر می‌شوند

$$E = 2E_0 \cos\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \sin\left[\omega t - k\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right)\right] \quad (17.7)$$

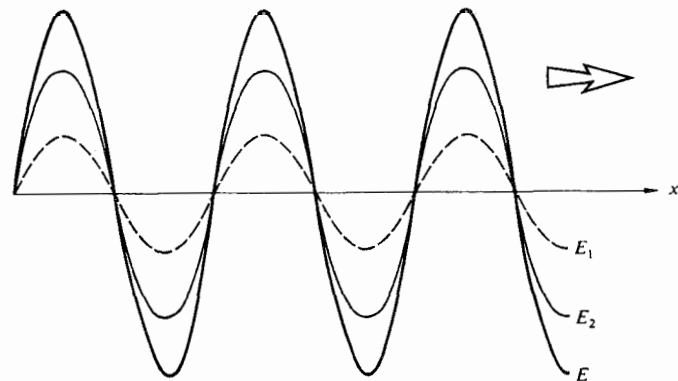
این رابطه نقش اختلاف راه، Δx ، را به‌ویژه وقتی امواج همفاز گسیل می‌شوند ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$) به‌روشنی نشان می‌دهد. به‌طوری که بعداً دیده خواهد شد، نمونه‌های عملی زیادی وجود دارد که

دامنه و فاز امواج سازایش متفاوت است ولی بسامد آن با بسامد سازهایش یکی است. چگالی شار یک موج نوری با مجذور دامنه آن از طریق معادله (۵.۳) متناسب است. بنابراین، از معادله (۹.۷) نتیجه می‌شود که چگالی شار برایند، تنها مجموع چگالی‌های شار سازای خود نیست، بلکه یک جمله اضافه دیگر، $2E_0 E_0 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$ نیز وجود دارد که جمله تداخل نامیده می‌شود. عامل تعیین‌کننده اختلاف فاز بین دو موج تداخلی، E_1 و E_2 ، عبارت است از $\delta = (\alpha_2 - \alpha_1) \equiv \delta$. $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ دامنه برایند بیشینه است در حالی که مقادیر $\delta = \pm \pi, \pm 3\pi, \dots$ یک دامنه کمینه را به‌دست می‌دهد. در حالت اول می‌گویند امواج همفازند، و قله یک موج روی قله موج دیگر می‌افتد. در حالت دوم، امواج 180° باهم اختلاف فاز دارند و کمینه یکی روی بیشینه دیگری می‌افتد (شکل ۲.۷). مشاهده می‌کنیم که ممکن است اختلاف فاز ناشی از اختلاف راه طی شده توسط این دو موج و یا اختلاف بین زاویه اولیه آنها باشد، یعنی

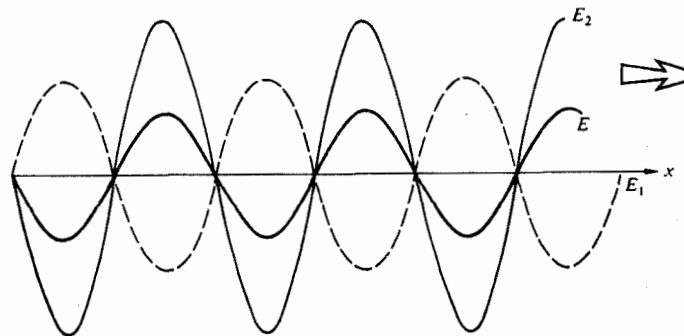
$$\delta = (kx_1 + \varepsilon_1) - (kx_2 + \varepsilon_2) \quad (12.7)$$

یا

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (13.7)$$



$$E = E_1 + E_2$$



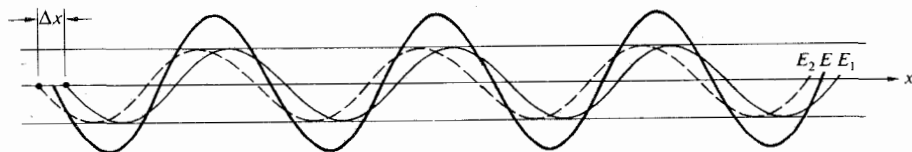
شکل ۲.۷ برهمینی دو موج هماهنگ همفاز و ناهمفاز.

و

$$\tan \alpha = \frac{\sum_{i=1}^N E_{0i} \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N E_{0i} \cos \alpha_i} \quad (۲۰.۷)$$

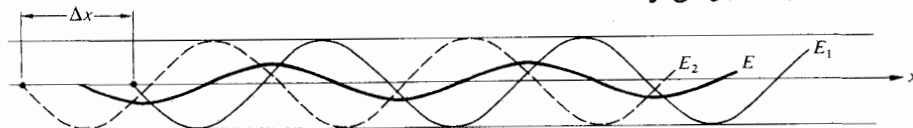
لحظه‌ای مکت کرده و خود را به‌اینکه این رابطه‌ها در واقع صحیح‌اند قانع می‌کنیم. تصور کنید که تعداد خیلی زیادی (N) چشمه مستقل داریم که در آنها اکنون زاویه‌های فاز، α_i ، کاملاً کتره‌ای هستند. به عبارت دیگر، زاویه اولیه برای هر چشمه می‌تواند هر مقداری بین 0 و 2π را به نحوی داشته باشد که بسا هر چشمه دیگر کاملاً بی‌ارتباط باشد، و بسا اینکه گسیلنده‌ها به‌طور کتره‌ای تعیین موضع شده باشند، و یا هر دو حالت وجود داشته باشد. هر چند این آرایش چشمه‌ها برای نور مناسب است، ولی در مورد مولدهای میکروموج یا حتی ویولونها نیز قابل تصور است. نتایج حاصله چه همه دامنه‌ها مساوی باشند و چه نباشند، معتبرند، ولی ارزیابی حالت اول آسانتر است. بنابراین، فرض می‌کنیم که هر دامنه در معادله (۱۹.۷)، E_{0i} باشد. اگر N به اندازه کافی بزرگ باشد، $\cos(\alpha_i - \alpha_j)$ هر دو مقدار مثبت و منفی را بسا احتمالی مساوی خواهد گرفت و جمله دوم معادله (۱۹.۷) به‌سوی صفر میل خواهد کرد. از اینرو

$$E_0^2 = N E_{0i}^2 \quad (۲۱.۷)$$

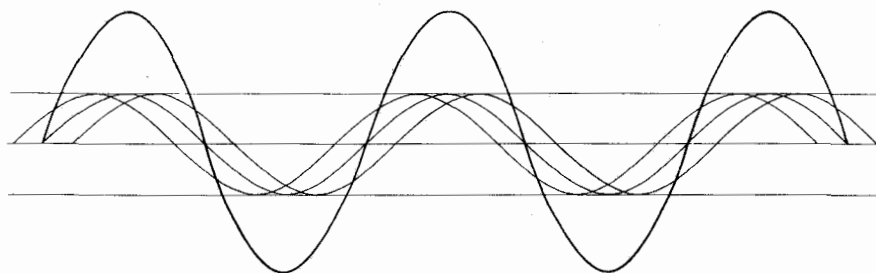


$$E = E_1 + E_2$$

E_2 به واسطه Δx به E_1 منجر می‌شود



شکل ۳.۷ امواجی که به اندازه Δx ناهمفازند.



شکل ۴.۷ از برهم‌نهی سه موج هماهنگ یک موج هماهنگ حاصل می‌شود.

می‌توان این شرایط را به‌طور دقیق در مورد آنها اعمال کرد. به‌ازای $\Delta x \ll \lambda$ دامنه موج برآیند به $2E_0$ بسیار نزدیک خواهد بود؛ در صورتی که به‌ازای $\Delta x = \lambda/2$ دامنه برآیند صفر است. حالت اول را تداخل سازنده و حالت دوم را تداخل ویرانگر می‌گویند (شکل ۳.۷).

با تکرار روشی که برای رسیدن به معادله (۱۱.۷) به کار رفت، می‌توان نشان داد که از برهم‌نهی هر تعداد موج هماهنگ هم‌دوس با بسامدی معلوم که در یک امتداد حرکت کنند، یک موج هماهنگ به دست می‌آید که دارای همان بسامد است (شکل ۴.۷). گاهی اتفاق می‌افتد که برای نمایش دوموج بالا، توابع را بر حسب سینوس انتخاب کنیم ولی اگر توابع کسینوسی را هم به کار ببریم نتیجه به دست آمده یکسان خواهد بود. بنابراین در حالت کلی، مجموع N تا از این موجها

$$E = \sum_{i=1}^N E_{0i} \cos(\alpha_i \pm \omega t)$$

به وسیله

$$E = E_0 \cos(\alpha \pm \omega t) \quad (۱۸.۷)$$

نشان داده می‌شود که در آن

$$E_0^2 = \sum_{i=1}^N E_{0i}^2 + 2 \sum_{i>j}^N \sum_{j=1}^N E_{0i} E_{0j} \cos(\alpha_i - \alpha_j) \quad (۱۹.۷)$$

دهیم. اگر به‌خاطر داشته باشیم که فقط قسمت حقیقی مورد نظر ماست (بخش ۴.۲) موج

$$E_1 = E_{01} \cos(kx \pm \omega t + \varepsilon_1)$$

یا

$$E_1 = E_{01} \cos(\alpha_1 \mp \omega t)$$

را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$E_1 = E_{01} e^{i(\alpha_1 \mp \omega t)} \quad (24.7)$$

فرض می‌کنیم که N تا از این موج‌ها که دارای یک بسامند و در راستای مثبت محدود x حرکت می‌کنند روی هم بیفتند. موج بر ایند چنین خواهد شد

$$E = E_0 e^{i(\alpha + \omega t)}$$

که هم‌ارز معادله (۱۸.۷) است و یا با جمع کردن امواج سازای آن داریم

$$E = \left[\sum_{j=1}^N E_{0j} e^{i\alpha_j} \right] e^{+i\omega t} \quad (25.7)$$

کمیت

$$E_0 e^{i\alpha} = \sum_{j=1}^N E_{0j} e^{i\alpha_j} \quad (26.7)$$

دامنه مختلط موج مرکب نامیده می‌شود و عبارت از مجموع دامنه‌های مختلط مؤلفه‌هاست. چون

$$E_0^* = (E_0 e^{i\alpha})^* = (E_0 e^{-i\alpha}) \quad (27.7)$$

می‌توانیم همواره تسابیدگی بر ایند را با استفاده از معادلات (۲۶.۷) و (۲۷.۷) محاسبه کنیم. مثلاً به‌ازای $N=2$

$$E_0^* = (E_{01} e^{i\alpha_1} + E_{02} e^{i\alpha_2}) (E_{01} e^{-i\alpha_1} + E_{02} e^{-i\alpha_2})$$

و از آنجا

$$E_0^* = E_{01}^* + E_{02}^* + E_{01} E_{02} [e^{i(\alpha_1 - \alpha_2)} + e^{-i(\alpha_1 - \alpha_2)}]$$

یا

$$E_0^* = E_{01}^* + E_{02}^* + 2E_{01} E_{02} \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$$

که همانند معادله (۹.۷) است.

۳.۲ جمع به‌طریق فاز برداری

جمعی را که در معادله (۲۶.۷) توصیف شد می‌توان از لحاظ نموداری به‌مثابه مجموعی از بردارها در صفحه مختلط نشان داد (نمودار آرگانند در شکل ۹.۲). در اصطلاح مهندسی برق دامنه

چگالی شار بر ایند حاصل از N چشمه که دارای فازهای کتره‌ای اند برابر است با N برابر چگالی شار هر چشمه. به‌عبارت دیگر، از راه مجموع تک تک چگالیهای شار تعیین می‌شود. مثلاً، نور صادره از یک چشمه گرمایی (که غیر از نور صادره از یک لیزر است) از تابش تعداد زیادی از گسیلنده‌های اتمی ترکیب یافته است. امواج تولید شده توسط این چشمه‌های میکروسکوپی دارای فازهای کتره‌ای اند و بنابراین چگالیهای شار هر کدام از آنها به‌روشی که در بالا گفتیم با هم ترکیب می‌شوند تا چگالی شار کل را تشکیل دهند.

افزون بر این، فاز گسیلنده‌های اتمی به‌سرعت و به‌طور کتره‌ای تغییر می‌کند و بنا بر این موج کلی بر ایند حاصل از چشمه نیز چنین تغییر می‌کند. به‌علت این تغییرات سریع در δ ، دو یا چند چشمه گرمایی جدا از هم (لامپهای تخلیه، نورافکن، لامپهای روشنایی، و...) با همدیگر ناهمدوس خواهند بود. چون چگالی شار با میانگین زمانی E_0^* متناسب است، که عموماً روی بازه زمانی نسبتاً طولانی گرفته می‌شود، و چون α' ها توابع زمانی نسبت به‌زویای اولیه هستند، مقدار $[\alpha_i(t) - \alpha_j(t)]$ باز هم دارای میانگین صفر خواهد بود.

از سوی دیگر، اگر چشمه‌ها دو نقطه مشاهده همدوس و هم‌فاز باشند، یعنی $\alpha_i = \alpha_j$ ، معادله (۱۹.۷) این‌طور می‌شود

$$E_0^* = \sum_{i=1}^N E_{0i}^* + 2 \sum_{j>i=1}^N \sum_{i=1}^N E_{0i} E_{0j}$$

یا هم‌ارز آن

$$E_0^* = \left(\sum_{i=1}^N E_{0i} \right)^2 \quad (22.7)$$

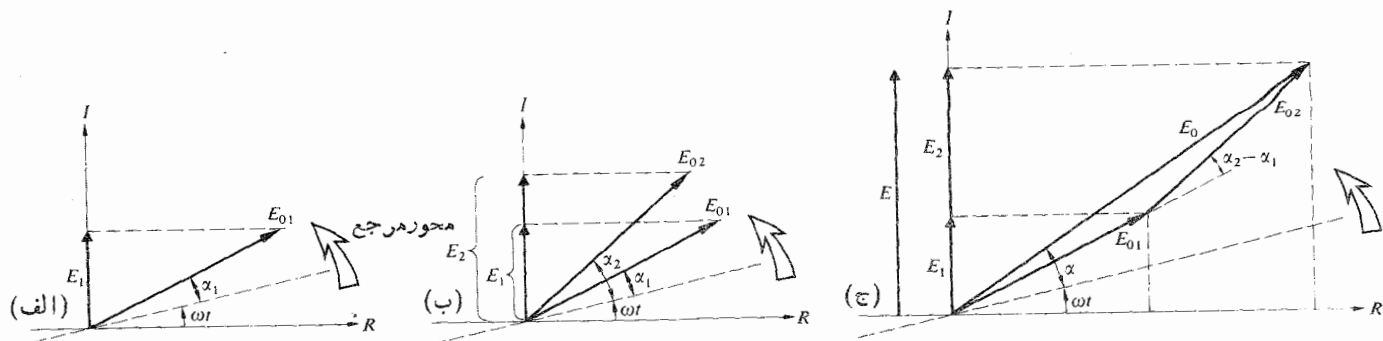
باز هم با فرض اینکه مقدار هر دامنه E_{01} است، خواهیم داشت

$$E_0^* = (N E_{01})^2 = N^2 E_{01}^* \quad (23.7)$$

در این حالت که چشمه‌ها همدوس و هم‌فاز هستند، ما در شرایطی هستیم که دامنه‌ها ابتدا با هم جمع شده و سپس مجذور می‌شوند تا چگالی شار بر ایند را تعیین کنند. عموماً اثر برهنه‌ی امواج همدوس این است که توزیع فضایی انرژی را تغییر می‌دهد ولی بر مقدار کل انرژی موجود اثری نمی‌گذارد. اگر نواحی وجود داشته باشند که در آنها چگالی شار بیشتر از مجموع تک تک چگالیهای شار باشد، مناطقی نیز وجود خواهد داشت که در آنها چگالی مذکور کمتر از آن مجموع باشد.

۲.۲ روش مختلط

از نظر ریاضی غالباً مناسبتر آن است که به‌هنگام پرداختن به برهنه‌ی، آشفتگیهای هماهنگ توابع مثلثاتی را به‌صورت مختلط نشان



شکل ۵.۷ جمع فاز برداری.

و $t = 0$ و آن چرخش را حذف کنیم.
برخی طرحهای زیباتر مانند منحنی ارتعاش و مادیچ کوردو
(فصل ۱۰) با روش جمع فاز برداری پیش بینی خواهد شد.
افزون براین، این یک روش تصویری است و غالباً به گسترش
بصیرت ماسکم می کند. به عنوان آخرین مثال، موج حاصل از
مجموع امواج زیر را به اختصار بررسی می کنیم

$$E_1 = 5 \sin \omega t$$

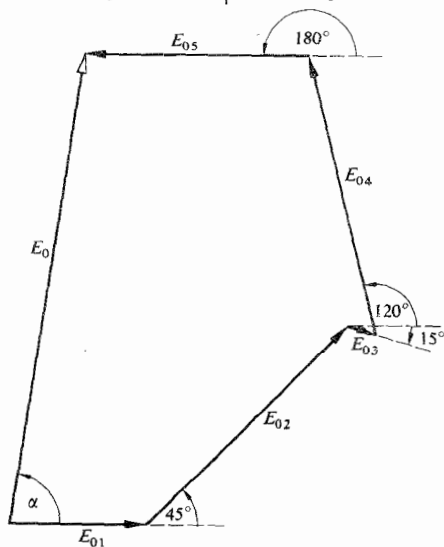
$$E_2 = 10 \sin (\omega t + 45^\circ)$$

$$E_3 = \sin (\omega t - 15^\circ)$$

$$E_4 = 10 \sin (\omega t + 120^\circ)$$

$$E_5 = 8 \sin (\omega t + 180^\circ)$$

که در آنها یکای ω بر حسب درجه بر ثانیه است. فاز بردارها
مختص 5° ، 45° ، 10° ، -15° ، 1° ، 120° ، و 180° است.
در شکل ۶.۷ رسم شده اند. توجه کنید که هر زاویه



شکل ۶.۷ جمع E_1 ، E_2 ، E_3 ، E_4 و E_5 .

مختلط را فاز بردار می گویند و آن را با مقدار و فاز مشخص
می کنند، و غالباً به شکل ساده $E_0 \angle \alpha$ نشان داده می شود. حال
برای گسترش روش جمع فاز برداری می توان آن را بدون هیچ
دریافتی از رابطه اش با صورت بندی عدد مختلط به کار برد. برای
سهولت، در آینده هر جا لازم باشد ما هم این تعبیر را به کار خواهیم
برد. فرض کنیم یک آشفتگی داریم که با رابطه زیر توصیف شده
است

$$E_1 = E_{01} \sin (\omega t + \alpha_1)$$

در شکل ۵.۷ الف موج را با برداری به طول E_{01} نشان می دهیم
که با آهنگ ω چرخشی پاد ساعتگرد دارد به طوری که تصویرش
روی محور قائم $E_{01} \sin (\omega t + \alpha_1)$ است. هر گاه امواج
کسینوسی مورد نظرمان باشند بردار را روی محور افقی تصور
می کنیم. در ضمن، البته بردار چرخان نیز یک فاز بردار، $E_{01} \angle \alpha_1$ ،
است و تسمیه های I و R در ارتباط با معنای محورهای حقیقی و
موهومی اند. به همین ترتیب، یک موج دوم

$$E_2 = E_{02} \sin (\omega t + \alpha_2)$$

همراه موج اول E_1 در شکل ۵.۷ ب نمایش داده شده است.
مجموع جبری آنها، $E = E_1 + E_2$ ، عبارت است از تصویر فاز
بردار بر ایند روی محور I و مقدار آن به روش جمع مؤلفه های
فاز بردار، همانطور که در شکل ۵.۷ ج مشخص شده است، تعیین
می شود. از به کار بردن قانون کسینوسها در مورد مثلثی با اضلاع
 E_{01} ، E_{02} و E_0 به دست می آوریم

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos (\alpha_2 - \alpha_1)$$

که در آن از رابطه $[\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)] = -\cos (\alpha_2 - \alpha_1)$ استفاده شده است. معادله بالا شبیه معادله (۹.۷) است، و چنین نیز
باید باشد. با استفاده از همان نمودار مشاهده می شود که $\tan \alpha$
نیز از معادله (۱۰.۷) به دست می آید. معمولاً، یافتن E_0 بیشتر از
 $E(t)$ مورد نظر ماست و از آنجا که گردش ثابت تمام فاز بردارها،
بر E_0 بی تأثیر است، غالباً کار مناسب آن خواهد بود که بگیریم:

به عنوان مبدأ زمان، می توان صفر گرفت. پاره‌ای شرایط به نام شرایط مرزی وجود دارند که با مقدمه چینی فیزیکی تعیین شده‌اند و باید با استفاده از روشهای ریاضی به آنها رسید. مثلاً، اگر درباره طنابی صحبت می کردیم که يك سر آن در نقطه $x=0$ به دیوار بسته بود، باید جابجایی همیشه صفر باشد. دوموج روی هم افتاده، یکی فرودی و دیگری بازتابیده، باید طوری باهم جمع شوند که برابری در نقطه $x=0$ ، صفر باشد. به همین ترتیب، در کرانه يك ورقه کاملاً رسانا موج الکترومغناطیسی برابری باید يك مؤلفه میدان الکتریکی صفر، موازی با سطح داشته باشد. با فرض داشته باشیم: $E=0$ ، و چون $\epsilon_I=0$ ، از معادلات (۲۸.۷) و (۲۹.۷) نتیجه می شود که $\epsilon_R=0$ در این صورت آشفتگی مرکب چنین است

$$E = E_{0I} [\sin(kx + \omega t) + \sin(kx - \omega t)]$$

با به کار بردن اتحاد

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

خواهیم داشت

$$E(x, t) = 2E_{0I} \sin kx \cos \omega t \quad (30.7)$$

این معادله، معادله موج ایستاده یا ساکن است که مخالف يك موج رونده است. نیمرخ آن در فضا حرکت نمی کند؛ و آشکار است که شکل $f(x \pm vt)$ را ندارد. در هر نقطه که $x = x'$ ، دامنه کمیت ثابتی است برابر $2E_{0I} \sin kx'$ و $E(x', t)$ به طور هماهنگ به شکل $\cos \omega t$ تغییر می کند. در نقاط معینی، یعنی

$$x = 0, \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, \dots$$

آشفتگی همواره صفر خواهد بود. این نقاط گره یا نقاط گره‌ای نامیده می شوند (شکل ۷.۷). در نیمه راه میان هر گروه همجوار، یعنی در نقاط $x = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \dots$ دامنه دارای بیشینه مقدار

فراز، چه منفی و چه مثبت، نسبت به افق سنجیده می شود. برای به دست آوردن $E = E_0 \sin(\omega t + \alpha)$ کافی است با يك خط کش مدرج و يك نقاله $E_0 \angle \alpha$ را بخوانیم. بدیهی است که احتمالاً این روش از دقت کافی برخوردار نیست، ولی بسیار سریع و ساده است.

۲.۷ امواج ایستاده

در فصل ۲ دیدیم که جواب عمومی معادله دیفرانسیلی موج از مجموع دوموج رونده تشکیل می شود

$$\psi(x, t) = C_1 f(x - vt) + C_2 g(x + vt) \quad [12.2]$$

در حالات خاص، دوموج هماهنگ هم بسامد را که در جهت عکس یکدیگر حرکت می کنند، جهت بررسی برمی گیریم. وضعیتی که در عمل مورد توجه است هنگامی به وجود می آید که موج فرودی از نوعی آینه به عقب بازتابش می کند؛ مانند همان کاری که يك دیوار سخت با امواج صوتی و یا يك ورقه رسانا با امواج الکترومغناطیسی انجام می دهد. بنا بر این فرض می کنیم يك موج فرودی به سمت چپ در حرکت است

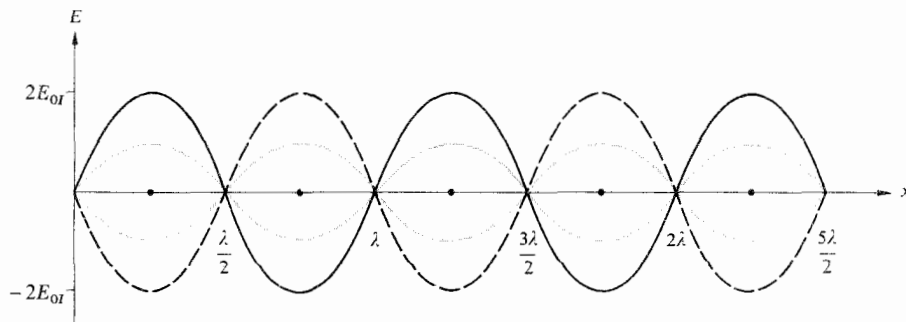
$$E_I = E_{0I} \sin(kx + \omega t + \epsilon_I) \quad (28.7)$$

این موج در نقطه $x=0$ به يك آینه برخورد کرده و به شکل زیر به سمت راست بازتابش می کند.

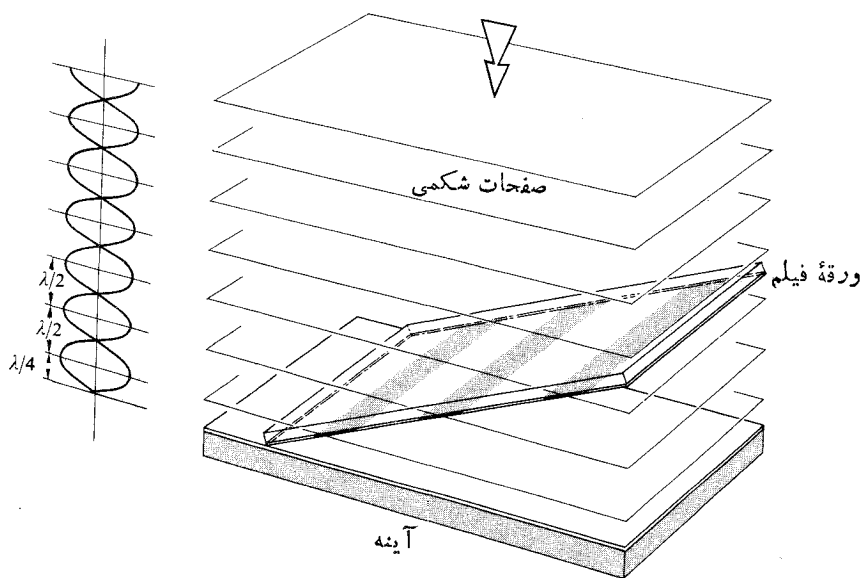
$$E_R = E_{0R} \sin(kx - \omega t + \epsilon_R) \quad (29.7)$$

موج مرکب در ناحیه سمت راست آینه عبارت است از $E = E_I + E_R$. می توانستیم این جمع را انجام دهیم و به يك جواب عمومی برسیم که کاملاً شبیه جواب عمومی بخش ۱.۷ باشد. اما، بینشهای ارزشمند فیزیکی هم هستند که با رهیافت نسبتاً محدودتری حاصل می شوند.

زاویه اولیه ϵ_I را صرفاً با انتخاب لحظه $E_I = E_{0I} \sin kx$



شکل ۷.۷ موج ایستاده.



شکل ۸.۷ آزمایش دینر.

است که، سیاه شدگی لایه حساس فیلم روی سطح آینه پدید نیامده بود. می توان نشان داد که گره ها و شکم های مؤلفه میدان مغناطیسی يك موج ایستاده الکترومغناطیسی با گره ها و شکم های مؤلفه میدان الکتریکی يك درمیان قرار می گیرند (مسئله ۸.۷). به همین ترتیب می توانیم این حقیقت را دریا بیم که در حالت $t = (2m+1)\pi/4$ ، به ازای تمام مقادیر x ، داریم: $E = 0$ ، و بنابراین پیامد $B \neq 0$ بقای انرژی است. هر تیز، در جهت انطباق با نظریه، قبلاً (۱۸۸۸/۱۲۶۷) وجود يك نقطه گرهی مربوط به میدان الکتریکی را در سطح بازتابگر خود مشخص کرده بود. بنا براین، وینر می توانست نتیجه بگیرد که نواحی سیاه شده به شکم های میدان E مربوط بوده اند. به این ترتیب، این میدان الکتریکی است که فرایند فوتوشیمیایی را از خود بروز می دهد. با روشی بسیار مشابه با این روش، درود و نرنست^۱ نشان دادند که میدان E فلوئورسان را پدید می آورد. همه این مشاهدات کاملاً قابل فهم اند زیرا نیروی وارد بريك الكترون از جانب مؤلفه میدان B مربوط به يك موج الکترومغناطیسی عموماً در مقایسه با نیروی وارد از میدان E قابل چشم پوشی است. به همین دلیل است که میدان الکتریکی را منشأ آشفنگی نودی یا میدان نودی شناخته اند.

جمع امواج با بسامد مختلف

تحلیل ما تا اینجا به برهمه نهی امواجی محدود شده بود که هم بسامد هستند. با این وجود در واقع هیچ آشفنگی، و از هیچ نوعی، که

$\pm 2E_0$ است و به آنها شکم گفته می شود. به ازای $\cos \omega t = 0$ ، یعنی $t = (2m+1)\pi/4$ که در آن $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ و τ دوره امواج سازاست، آشفنگی $E(x, t)$ به ازای تمامی مقادیر x صفر خواهد بود.

اگر بازتابش از آینه کامل نباشد، چنانچه اغلب این مورد پیش می آید، موج مرکب حاوی يك مؤلفه رونده همراه موج ساکن خواهد بود. تحت چنین شرایطی يك انتقال خالص انرژی، در مقابل موج ایستاده محض که هیچ انتقال انرژی ندارد، وجود خواهد داشت.

از طریق اندازه گیری فواصل بین گره های امواج ایستاده بود که هر تیز توانست طول موج تابش را در آزمایشهای تاریخی خود به دست آورد (بخش ۴.۵.۳). چند سالی بعد در ۱۲۶۹/۱۸۹۰، اوتو وینر برای نخستین بار، وجود امواج نوری ایستاده را ثابت کرد. آرایشی که او از آن سود برد در شکل ۸.۷ نموده شده است. این شکل يك باریکه نور تکفام مانند موازی را که به طور عمودی فرود می آید و از آینه با جبهه نقره اندود بازتابش می کند، نشان می دهد. يك فیلم عکاسی نازك شفاف، به ضخامت کمتر از $\lambda/20$ که روی يك صفحه شیشه ای قرار داده شده بود، نسبت به آینه به اندازه 10^{-3} رادیان زاویه داشت. به این ترتیب تیغه فیلم نقش امواج تخت ایستاده را از عرض قطع می کرد. بعد از ظهور فیلم، ملاحظه شد که در يك رشته نوارهای موازی هم فاصله سیاه شده است. این نوارهای سیاه شده به نواحی تقاطع صفحه عکاسی و صفحات شکم مربوط می شدند. مطلب قابل اهمیت این

و

$$\bar{k} \equiv \frac{1}{\gamma}(k_1 + k_2) \quad k_m \equiv \frac{1}{\gamma}(k_1 - k_2) \quad (32.7)$$

پس

$$E = 2E_0 \cos(k_m x - \omega_m t) \cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t) \quad (33.7)$$

آشفته‌گی کلی را می‌توان يك موج رونده دانست که بسامد آن $\bar{\omega}$ و دامنه مدوله شده یا متغیر زمانیش $E_0(x, t)$ است، به‌طوری‌که

$$E(x, t) = E_0(x, t) \cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t) \quad (34.7)$$

که در آن

$$E_0(x, t) = 2E_0 \cos(k_m x - \omega_m t) \quad (35.7)$$

در کاربردهایی که اینجا مورد نظرند، ω_1 و ω_2 همواره نسبتاً بزرگ خواهند بود. به‌علاوه اگر اینها باهم قابل مقایسه باشند، $\omega_1 \approx \omega_2$ در آن صورت $\bar{\omega} \gg \omega_m$ و $E_0(x, t)$ به آرامی تغییر خواهند کرد، در حالی که تغییرات $E(x, t)$ خیلی سریع خواهد بود (شکل ۹.۷). تاییدگی متناسب است با

$$E_0^2(x, t) = 4E_0^2 \cos^2(k_m x - \omega_m t)$$

یا

$$E_0^2(x, t) = 2E_0^2 [1 + \cos 2(k_m x - \omega_m t)]$$

توجه کنید که $E_0^2(x, t)$ در اطراف مقداری از $2E_0^2$ با بسامد $2\omega_m$ و یا به‌طور ساده $(\omega_1 - \omega_2)$ نوسان می‌کند که بسامد زنبش نامیده می‌شود. به عبارت دیگر، بسامد مدولاسیون، متناظر با پوش منحنی، نصف بسامد زنبش است. شاید از شکل ۹.۷ چنین به نظر آید که چون شکل موج بین دو گره متوالی تکرار می‌شود، فاصله دو گره متوالی طول موج پوش است، ولی عموماً چنین نیست.

زنبش برای اولین بار در سال ۱۹۵۵ با استفاده از نور، توسط فورستر، گودموندسن و جانسون^۱ مشاهده شد. آنها برای ایجاد دو موجی که بسامد آنها اندکی متفاوت باشد، از اثر ریمان استفاده کردند. هنگامی که اتمهای يك لامپ تخلیه، و در این حالت لامپ جیوه، تحت تأثیر يك میدان مغناطیسی قرار گیرند، ترازهای انرژی آنها می‌شکافند. در نتیجه نور گسیلیده شامل دو مؤلفه بسامد ν_1 و ν_2 است که به تناسب بزرگی میدان اعمال شده باهم اختلاف دارند. وقتی که آن مؤلفه‌ها در سطح يك لامپ آمیزش فتوالکتریک مجدداً ترکیب می‌شوند بسامد زنبش، $\nu_1 - \nu_2$ ، پدید می‌آید. به‌ویژه، میدان طوری تنظیم شده بود که $\nu_1 - \nu_2 = 10^{10}$ که مربوط به يك سیگنال میکروموج ۳ سانتیمتری است. جریان

دقیقاً تکفام باشد وجود ندارد. به‌طوری‌که خواهیم دید، سخن گفتن از نور تکفام مانند که از گستره پاریکی از بسامدها تشکیل یافته باشد واقع بینانه‌تر است. بررسی چنین نوری ما را به مفاهیم مهم پهنای نوار و زمان همدوسی هدایت خواهد کرد.

امکان مدوله کردن نور به‌طور مؤثر (بخش ۳.۱۱.۸) جفت کردن دستگاههای الکترونیکی و نوری را به‌طریقی امکان پذیر می‌سازد که مطمئناً بر تمامی تکنولوژی دهه‌های آینده تأثیرات گسترده‌ای برجای خواهد گذاشت. افزون بر این، با ظهور روشهای الکترو-نوری، نور می‌رود تا به عنوان حامل اطلاعات نقش جدید و مهمی را بازی کند. این بخش به گسترش پاره‌ای ایده‌های ریاضی که برای ارزیابی همین نکات برجسته جدید ضروری است، اختصاص یافته است.

۵.۷ زنبش

اکنون آشفته‌گی مرکب ناشی از ترکیب امواج

$$E_1 = E_0 \cos(k_1 x - \omega_1 t)$$

و

$$E_2 = E_0 \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

را در نظر می‌گیریم که دامنه‌های آنها باهم مساوی بوده و زاویه فاز اولیه هر دو صفر است. فرمول موج خالص

$$E = E_0 [\cos(k_1 x - \omega_1 t) + \cos(k_2 x - \omega_2 t)]$$

را می‌توان با استفاده از اتحاد

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

چنین باز نویسی کرد

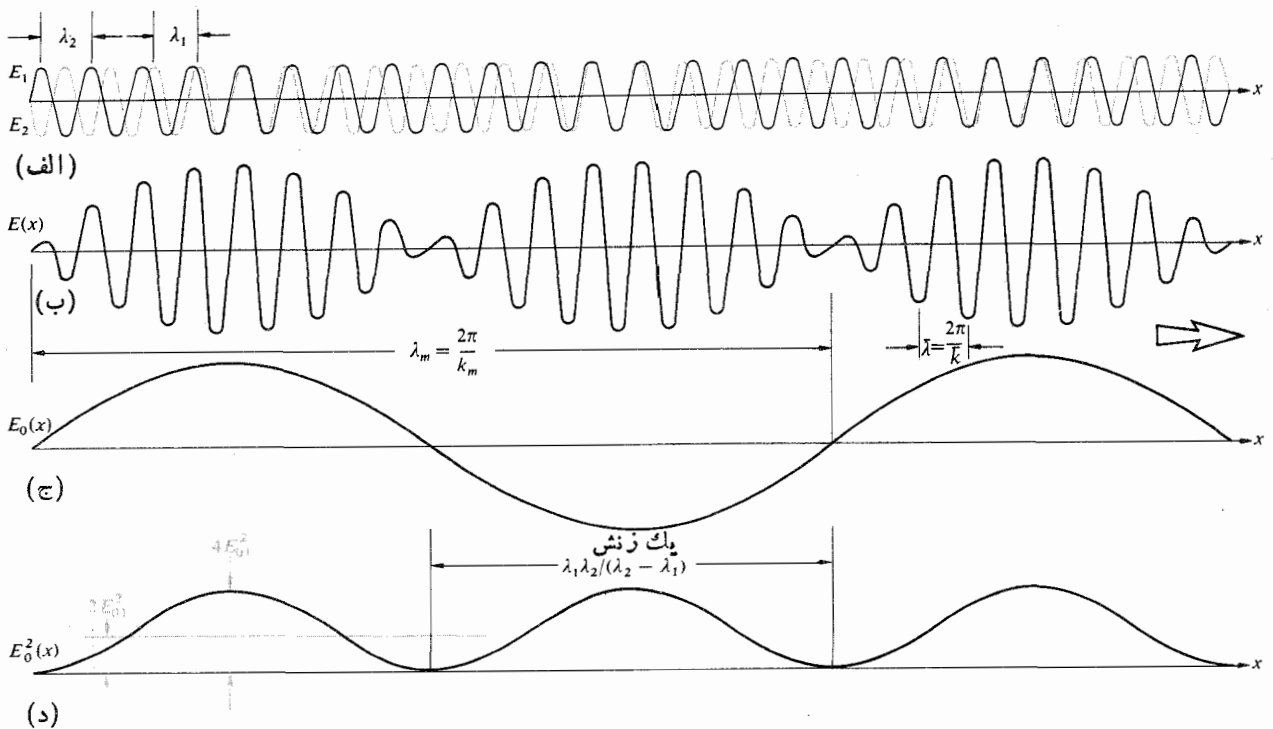
$$E = 2E_0 \cos \frac{1}{2}[(k_1 + k_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t]$$

$$\times \cos \frac{1}{2}[(k_1 - k_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t]$$

حال کمیت‌های $\bar{\omega}$ و \bar{k} را، که به ترتیب میانگین بسامد زاویه‌ای و میانگین عدد انتشار هستند، تعریف می‌کنیم. به همین ترتیب کمیت‌های ω_m و k_m بسامد مدولاسیون و عدد انتشار مدولاسیون نامیده شده‌اند. بنابراین چنین قرار می‌دهیم که

$$\bar{\omega} \equiv \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \quad \omega_m \equiv \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \quad (31.7)$$

1. A.T. Forrester, R. A. Gudmundsen, and P. O. Johnson, "Photoelectric Mixing of Incoherent Light", *Phys. Rev.*, 99, 1691 (1955).



شکل ۹.۷ برهم‌نهی دو موج هماهنگ با بسامدهای مختلف.

می‌نامند). بنابراین $2\omega_m$ سنجده‌ای برای اندازگیری سرعت صوت در این محیط می‌شود.

۶.۷ سرعت گروه

آشفته‌گی که در بخش پیش مورد بررسی قرار گرفت یعنی

$$E(x, t) = E_0(x, t) \cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t) \quad [34.7]$$

از يك موج حامل با بسامد زیاد ($\bar{\omega}$) که دامنه آن با يك تابع کسینوسی مدوله شده تشکیل شده است؛ فرض کنیم که موج شکل ۹.۷ ب مدوله نشده باشد، یعنی: $E_0 = \text{const.}$ در این صورت هر قلّه کوچک در موج حامل با سرعت فاز معمولی به طرف راست حرکت خواهد کرد. به عبارت دیگر

$$v = -\frac{(\partial \varphi / \partial t)_x}{(\partial \varphi / \partial x)_t} \quad [34.2]$$

از معادله (۳۴.۷) نتیجه می‌شود که فاز آن $\varphi = (\bar{k}x - \bar{\omega}t)$ است و بنابراین

$$v = \frac{\bar{\omega}}{\bar{k}} \quad (36.7)$$

آشکار است که خواه موج حامل مدوله باشد یا خیر، v سرعت

فوتوالکتریک ثبت شده شکلی مانند منحنی $E_0^2(x)$ در شکل ۹.۷ داشته است.

از زمان ظهور لیزر، مشاهده زنش با استفاده از نور به طور قابل ملاحظه‌ای آسانتر شده است. حتی می‌توان يك بسامد زنش را که چند هرتزی کمتر یا زیاده‌تر از 10^{14} Hz باشد، همچون تغییری در جریان لامپ فوتوالکتریک دید. در حال حاضر مشاهده زنش وسیله ساده و حساسی برای آشکارسازی اختلافهای بسامدی کوچک است. مثلاً، در بخش ۳.۱۰.۹، تعبیر نوینی از آزمایش مشهور مایکلسون-مورلی که در آن باریکه‌های دو لیزر فروسرخ زنش دارند، مورد بررسی قرار خواهد گرفت. لیزر حلقه‌ای (بخش ۶.۱۰.۹) که به عنوان يك ژيروسکوپ عمل می‌کند، از زنش برای اندازه‌گیری اختلافهای بسامدی حاصل از چرخش دستگاه استفاده می‌کند. اثر دوپلر، که جابجایی بسامد را هنگامی که نور از يك سطح متحرک بازتابیده می‌شود، توضیح می‌دهد، يك رشته از کاربردهای دیگر زنش را تدارک می‌بیند. از راه پراکندگی نور پس از برخورد به يك هدف جامد، مایع یا حتی گازی، و سپس ایجاد زنش امواج اولیه و بازتابیده، اندازه دقیق از سرعت هدف به دست می‌آید. با روشی کاملاً مشابه در يك مقیاس اتمی، نور لیزر در نتیجه برهم کنش با امواج صوتی که در يك ماده حرکت می‌کند تغییر فاز پیدا خواهد کرد (این پدیده را پراکندگی بریلوئن

مدولاسیون یا سیگنال با سرعت v_g انتشار می‌یابد که ممکن است بزرگتر، برابر و یا کوچکتر از v ، یعنی سرعت فاز موج حامل، باشد. معادله (۳۷.۷) کاملاً کلی است و برای هر گروه از امواج روی هم افتاده، تا زمانی که برد بسامد آنها باریک باشد، صدق می‌کند. از آنجا که $\omega = kv$ ، از معادله (۳۷.۷) داریم

$$v_g = v + k \frac{dv}{dk} \quad (38.7)$$

در نتیجه، در محیطهای ناپاشنده که در آنها v مستقل از λ است، $v_g = v$ ، $dv/dk = 0$ ، به‌ویژه در خلا $v_g = v = c$ ، $\omega = kc$ ، در محیطهای پاشنده ($v_1 \neq v_2$) همانطور که در شکل ۱۵.۷ نشان داده شده که در آنها $n(k)$ دانسته است، $\omega = kc/n$ و بهتر است v_g به شکل زیر بازنویسی شود

$$v_g = \frac{c}{n} - \frac{kc}{n^2} \frac{dn}{dk} \quad (39.7)$$

یا

$$v_g = v \left(1 - \frac{k}{n} \frac{dn}{dk} \right) \quad (39.7)$$

برای محیطهای نوری، در نواحی پاشنده بهنجار، ضریب شکست به نسبت بسامد افزایش می‌یابد ($dn/dk > 0$) و در نتیجه $v_g < v$ ، روشن است که همچنین می‌توان یک ضریب شکست گروه تعریف کرد

$$n_g \equiv \frac{c}{v_g} \quad (40.7)$$

که نباید آن را با n یکی گرفت. مایکلسون در سال ۱۸۸۵، استفاده از تنه‌های نور سفید، n_g را در کربن دی‌سولفید اندازه گرفت و مقدار $n_g = ۱.۷۵۸$ را در مقایسه با $n = ۱.۶۳۵$ به دست آورد.

نظریه نسبیت خاص کاملاً روشن می‌کند که یک سیگنال تحت هیچ شرایطی نمی‌تواند با سرعتی بیشتر از c حرکت کند. با وجود این قبلاً دیدیم که تحت شرایط معینی (بخش ۱۰.۳.۳) سرعت فاز می‌تواند از c تجاوز کند. این تناقض تنها ظاهری است و از این حقیقت ناشی می‌شود که در حالی که یک موج تکفام می‌تواند حقیقتاً سرعتی بالاتر از c داشته باشد، نمی‌تواند اطلاعات را منتقل کند. در مقابل، یک سیگنال در شکل هر موج مدوله شده‌ای با سرعت گروه انتشار خواهد یافت که در محیطهای پاشنده عادی همیشه کمتر از c است.^۱

فاز است. در حالت اول به تدریج که این قله‌ها به پیش جریان پیدا می‌کنند، دامنه آنها به طور دوره‌ای تغییر می‌کند. بدیهی است که یک حرکت دیگر نیز باید در نظر گرفته شود و آن انتشار پوش مدولاسیون است. به شکل ۹.۷ الف بازمی‌گردیم و فرض می‌کنیم که امواج سازا، $E_1(x, t)$ و $E_2(x, t)$ ، با سرعت همسان، $v_1 = v_2$ به پیش روند. دو تابع هماهنگ با طول موج و بسامد مختلف را که روی ورقه‌های شفاف پلاستیکی جداگانه رسم شده‌اند، فرض کنید. هنگامی که اینها به نحوی روی هم می‌افتند (مانند شکل ۹.۷ الف)، برآیند آنها یک نقش زنش ساکن است. اگر این ورقه‌ها هر دو با سرعت یکسانی به طرف راست حرکت کنند به طوری که امواج متحرک شبیه هم باشند، زنش نیز آشکارا با همان سرعت حرکت خواهد کرد. آهنگ پیشرفت مدولاسیون «سرعت گروه» نامیده می‌شود و آن را با v_g نشان می‌دهند. در این مثال سرعت گروه برابر سرعت فاز موج حامل است (میانگین سرعت، $\bar{\omega}/\bar{k}$). به عبارت دیگر $v_g = v_1 = v_2 = v$. این مطلب به‌ویژه در مورد محیطهای ناپاشنده اعمال می‌شود که در آن سرعت فاز از طول موج مستقل است به طوری که هر دو موج می‌توانند سرعت یکسانی داشته باشند. برای بررسی یک جواب قابل اعمال کلیتر، عبارت مربوط به پوش مدولاسیون را بررسی می‌کنیم

$$E_g(x, t) = 2E_0 \cos(k_m x - \omega_m t) \quad [35.7]$$

باز هم سرعت حرکت موج را معادله (۳۲.۲) به دست می‌دهد که در اینجا می‌توان از موج حامل چشم پوشید. بنا بر این، مدولاسیون با آهنگی که بستگی به فاز پوش $(k_m x - \omega_m t)$ دارد به پیش می‌رود و در نتیجه

$$v_g = \frac{\omega_m}{k_m}$$

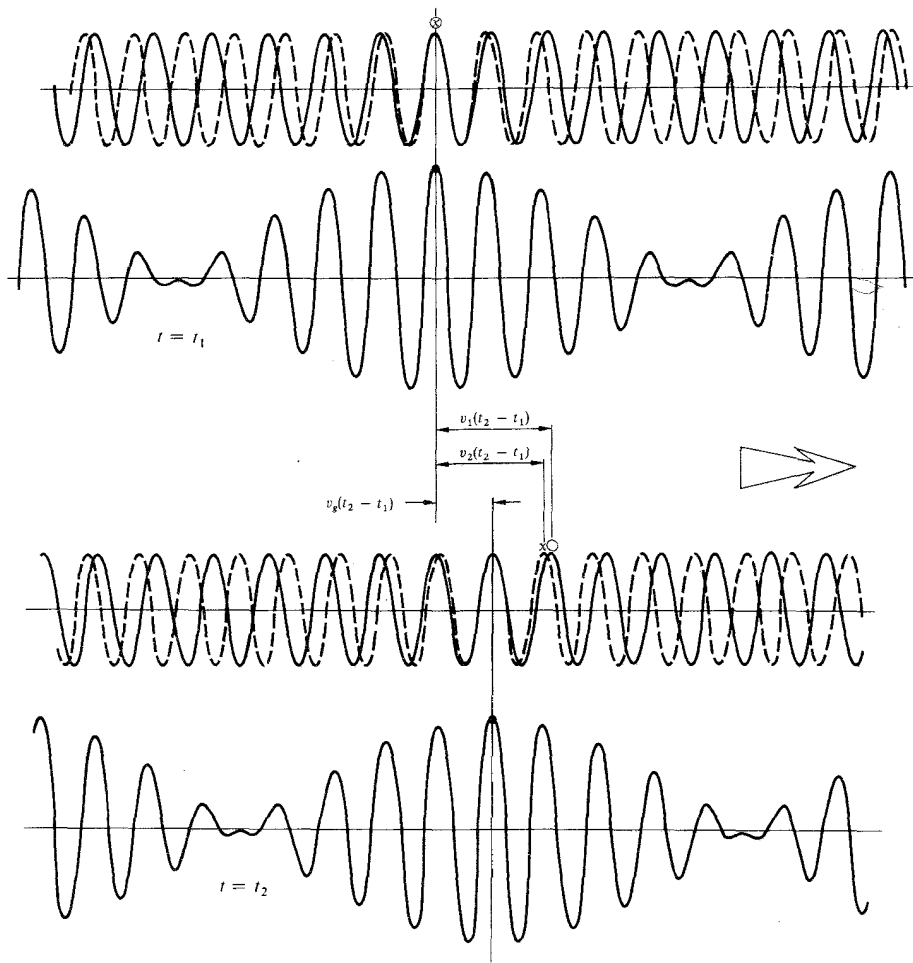
و یا

$$v_g = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

اما باید در نظر داشت که ω ممکن است به k یا هم‌ارز آن به λ بستگی داشته باشد. تابع ویژه $\omega = \omega(k)$ رابطه پاشندگی نامیده می‌شود. وقتی که گستره بسامد $\Delta\omega$ ، که در حدود $\bar{\omega}$ متمرکز شده است، کوچک باشد، $\Delta\omega/\Delta k$ تقریباً برابر مشتق رابطه پاشندگی می‌شود، یعنی

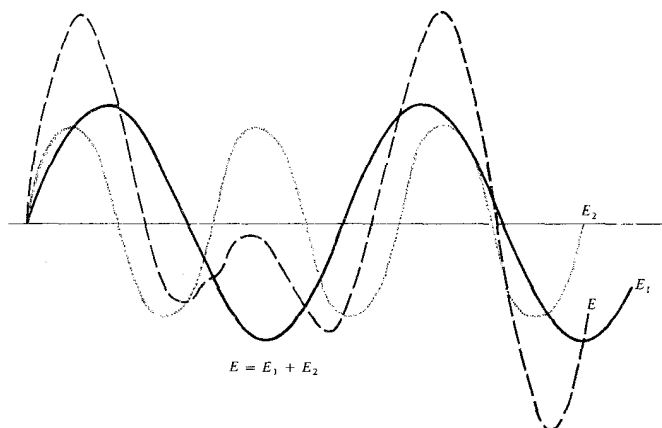
$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (41.7)$$

۱. در نواحی پاشنده ناهنجار (بخش ۱۰.۳.۳) که در آنجا $dn/dk < 0$ ممکن است بزرگتر از c باشد. ولی در اینجا، سیگنال باز هم سرعت متفاوتی به نام سرعت سیگنال، v ، انتشار می‌یابد. بنابراین $v_g = v$ مگر در یک نوار درآشامی تشدید. در تمام حالات v_g یا سرعت انتقال متناظر است و هرگز از c تجاوز نمی‌کند.



شکل ۱۰.۷ سرعت‌های گروه و فاز.

قضیه فوریه مشهور شده است، يك تابع $f(x)$ با دوره فضایی λ می تواند توسط مجموعی از توابع هماهنگ که طول موجهای آنها



شکل ۱۱.۷ برهمه‌ی دو موج هماهنگ با بسامدهای متفاوت.

۷.۷ امواج تناوبی ناهماهنگ - آنالیز فوریه

شکل ۱۱.۷ يك آشفتگی را نشان می‌دهد که از برهمه‌ی دو تابع هماهنگ با دامنه و طول موجهای مختلف ناشی شده است. توجه کنید که چیز نسبتاً شگفتی اتفاق افتاده است؛ آشفتگی مرکب ناهماهنگ است، یعنی سینوسی نیست. در اینجا همانطوری که قبلاً گفتیم، و مطمئناً باز هم خواهیم گفت، امواج کاملاً سینوسی، عملاً وجود فیزیکی ندارند. این واقعیت بر اهمیت عملی آشفتگیهای ناهماهنگ تأکید دارد و انگیزه‌ای است بر توجه کنونی ما نسبت به آنها. با مراجعه به شکل ۱۱.۷ این احساس به انسان دست می‌دهد که با استفاده از تعدادی توابع سینوسی که دامنه، طول موج، و فاز نسبی آنها با دقتی کافی انتخاب شده باشند، ترکیب کردن نیمرخهای موج نسبتاً قابل توجهی امکان پذیر خواهد بود. روشی ریاضی با زیبایی استثنایی برای انجام این کار توسط ژان باپتیست ژوزف بارون دو فوریه (۱۷۶۸-۱۸۳۰/۱۱۴۱-۱۲۰۹)، فیزیکدان فرانسوی، ابداع شده است. بنا بر این نظریه که به نام

$$\int_0^\lambda f(x) dx = \int_0^\lambda \frac{A_0}{2} dx = A_0 \frac{\lambda}{2}$$

و از آنجا

$$A_0 = \frac{2}{\lambda} \int_0^\lambda f(x) dx \quad (۴۳.۷)$$

برای یافتن A_m و B_m از قواعد توابع سینوسی استفاده خواهیم کرد (مسئله ۱۶.۷)، یعنی، این موضوع که

$$\int_0^\lambda \sin akx \cos bkx dx = 0 \quad (۴۴.۷)$$

$$\int_0^\lambda \cos akx \cos bkx dx = \frac{\lambda}{2} \delta_{ab} \quad (۴۵.۷)$$

و

$$\int_0^\lambda \sin akx \sin bkx dx = \frac{\lambda}{2} \delta_{ab} \quad (۴۶.۷)$$

که در آنها a و b اعداد درست مثبت و ناصفرند و δ_{ab} دلتای کرونکر نامیده می‌شود، و نمادگذاری خلاصه‌ای است به این مفهوم که مقدار آن به‌ازای $a \neq b$ برابر صفر و به‌ازای $a = b$ ، برابر یک است. حال برای یافتن A_m ، طرفین معادله (۴۲.۷) را در $\cos kx$ ضرب می‌کنیم که در آن یک عدد مثبت درست است، و سپس روی یک تناوب فضایی از آنها انتگرال می‌گیریم. فقط یک جمله وجود دارد که حذف نشدنی است و آن تنها مقدار در مجموع دوم است که با $m = \ell$ متناظر است، در این حالت داریم

$$\int_0^\lambda f(x) \cos mkx dx = \int_0^\lambda A_m \cos^2 mkx dx = \frac{\lambda}{2} A_m$$

و از آنجا

$$A_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^\lambda f(x) \cos mkx dx \quad (۴۷.۷)$$

از این عبارت می‌توان برای به‌دست آوردن A_m به‌ازای تمام مقادیر m از جمله $m = 0$ استفاده کرد، و این مطلب از مقایسه معادلات (۴۳.۷) و (۴۷.۷) آشکار است. به‌همین ترتیب، از ضرب کردن طرفین معادله (۴۲.۷) در $\sin kx$ و انتگرال‌گیری نتیجه می‌شود

$$B_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^\lambda f(x) \sin mkx dx \quad (۴۸.۷)$$

پس به‌طور خلاصه، یک تابع تناوبی $f(x)$ را می‌توان به‌صورت یک سری فوریه چنین نمایش داد

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos mkx + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin mkx \quad [۴۲.۷]$$

ذیر اجزای دسته‌ای از $(\lambda, \lambda/2, \lambda/3, \dots)$ هستند، ترکیب شوند. شکل ریاضی سری فوریه چنین باز نموده می‌شود

$$f(x) = C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varepsilon_1\right) + C_2 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varepsilon_2\right) + \dots \quad (۴۱.۷)$$

که در آن مقادیر C ثابت‌اند و البته، نیم‌رخ $f(x)$ می‌تواند با یک موج رونده $f(x - vt)$ متناظر باشد. برای آشنایی با طرز کار این طرح، مشاهده می‌کنید در حالی که C_0 به‌خودی‌خود آشکارا جانشین نامناسبی برای تابع اصلی است، در محدود نقاطی که منحنی $f(x)$ را قطع می‌کند مناسب خواهد بود. به‌همین ترتیب، افزودن جمله بعدی مطالب را انسدادی بهبود می‌بخشد زیرا تابع

$$\left[C_0 + C_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varepsilon_1\right) \right]$$

چنان انتخاب می‌شود که منحنی $f(x)$ را حتی در نقاط بیشتری قطع کند. اگر تابع ترکیب شده [سمت راست معادله (۴۱.۷)] از تعداد نامتناهی جمله‌های انتخابی تشکیل شود به‌خاطر آنکه تابع ناهماهنگ را در تعداد نامتناهی از نقاط قطع کند، این رشته‌ها احتمالاً همانند $f(x)$ خواهند بود.

معمولاً مناسبتر آن است که معادله (۴۱.۷) با استفاده از اتحاد مثلثاتی زیر، بازنویسی شود

$$C_m \cos(mkx + \varepsilon_m) = A_m \cos mkx + B_m \sin mkx$$

که در آن $k = 2\pi/\lambda$ طول موج $f(x)$ ، $A_m = C_m \cos \varepsilon_m$ و $B_m = -C_m \sin \varepsilon_m$ بنا براین

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos mkx + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin mkx \quad (۴۲.۷)$$

علت اینکه جمله اول به‌صورت $A_0/2$ نوشته شده است ساده‌شدن عملیات ریاضی بعدی است. فرایند تعیین ضرایب A_0 ، A_m و B_m برای یک تابع تناوبی ویژه، $f(x)$ ، آنالیز فودیه نامیده می‌شود. اینک می‌خواهیم مجموعه معادلاتی برای تعیین این ضرایب به‌دست آوریم که از این پس بتوانند مورد استفاده قرار گیرند. به‌این منظور، از دوطرف معادله (۴۲.۷) روی هر بازه‌ی مکانی برابر با λ ، یعنی از 0 تا λ یا از $-\lambda/2$ تا $+\lambda/2$ یا به‌طور کلیتر از x' تا $x' + \lambda$ انتگرال می‌گیریم. زیرا برای چنین بازه‌ای

$$\int_0^\lambda \sin mkx dx = \int_0^\lambda \cos mkx dx = 0$$

و تنها یک جمله ناصفر که باید ارزیابی شود وجود دارد، یعنی

$$f(x) = \begin{cases} +1 & 0 < x < \frac{\lambda}{2} \\ -1 & \frac{\lambda}{2} < x < \lambda \end{cases}$$

چون $f(x)$ يك تابع فرد است پس: $A_m = 0$ ، درحالی که

$$B_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda/2} (+1) \sin mkx \, dx + \frac{2}{\lambda} \int_{\lambda/2}^{\lambda} (-1) \sin mkx \, dx$$

بنابراین

$$B_m = \frac{1}{m\pi} \left[-\cos mkx \right]_0^{\lambda/2} + \frac{1}{m\pi} \left[\cos mkx \right]_{\lambda/2}^{\lambda}$$

و با توجه به اینکه $k = 2\pi/\lambda$

$$B_m = \frac{2}{m\pi} (1 - \cos m\pi)$$

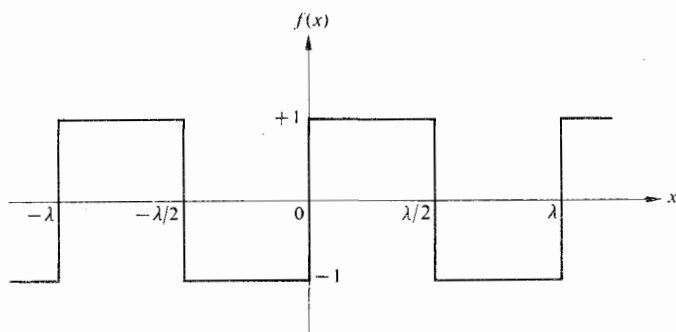
و بنا براین ضرایب فوریه چنین است

$$B_1 = \frac{4}{\pi}, B_2 = 0, B_3 = \frac{4}{3\pi}, B_4 = 0, B_5 = \frac{4}{5\pi}, \dots$$

و سری مورد نظر عبارت است از

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \left(\sin kx + \frac{1}{3} \sin 3kx + \frac{1}{5} \sin 5kx + \dots \right) \quad (49.7)$$

شکل ۱۳.۷ نموداری است از چند مجموع جزئی سری که تعداد جملات به تدریج افزایش می یابند. می توان با تغییر kx به ωt ، به حوزه زمانی رسید و $f(t)$ را پیدا کرد. فرض کنیم که سه نوسانگر معمولی الکترونی داشته باشیم که ولتاژ خروجی آنها به طور سینوسی تغییر کند و بسامد و دامنه آنها هر دو قابل کنترل باشد. اگر این نوسانگرها را به طور سری با بسامدهایشان که روی ω ، 3ω و 5ω تنظیم شده اند، متصل کنیم و علامت کلی را روی يك اسیلوسکوپ بررسی کنیم، می توانیم هر کدام از این منحنیها یعنی شکل ۱۳.۷ را، از راه ترکیب به دست آوریم. به همین ترتیب برای تولید آدیله یا موج صوتی مرکب که نیمرخ آن شکل ۱۳.۷ ج است، باید به طور همزمان سه کلید بر روی يك پیانو و با نیروی مناسب نواخته شود. شگفت آور است که دستگاه شنوایی گوش-مغز انسان قادر است يك موج مرکب را به هماهنگهای سازای آن آنالیز فوریه کند. به جرأت می توان گفت اشخاصی هستند که می توانند حتی اسم هر نت در تار را بگویند.



شکل ۱۲.۷ موج متناوب مربعی.

که در آن، $f(x)$ بادنستن $f(x)$ ، ضرایب با استفاده از معادلات (۴۷.۷) و (۴۸.۷) به دست می آیند

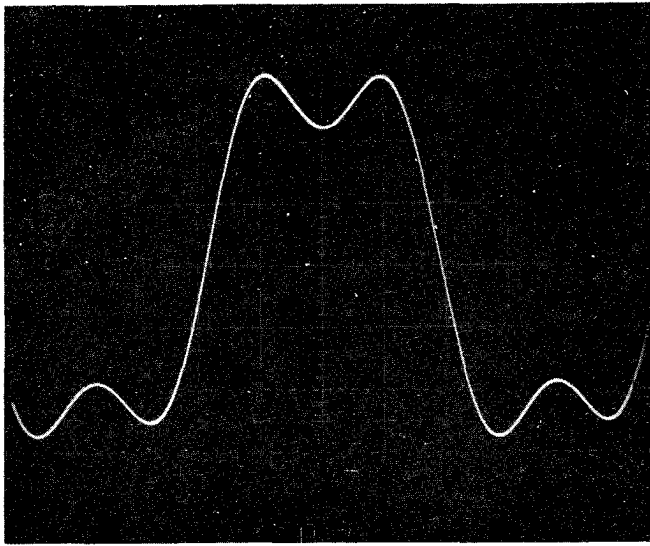
$$A_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \cos mkx \, dx \quad [47.7]$$

و

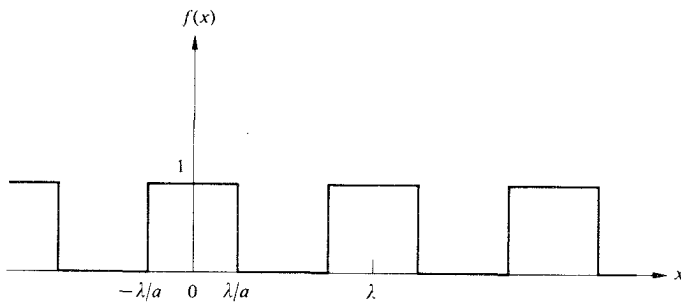
$$B_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \sin mkx \, dx \quad [48.7]$$

متوجه باشید که پاره ای از ظریفترین نکات ریاضی در ارتباط با همگرایی رشته ها و تعداد حالات استثنایی $f(x)$ وجود دارد که در اینجا برای پرداختن به این موضوع ضرورتی وجود ندارد. شرایط تقارنی مشخصی وجود دارند که شناختن آنها خیلی مفید است زیرا محاسبات را ساده و کوتاه می کنند. بنا براین اگر تابع $f(x)$ زوج باشد، یعنی $f(x) = f(-x)$ ، و یا اگر هم ارز آن نسبت به $x=0$ متقارن باشد، سری فوریه آن فقط شامل جمله های کسینوسی خواهد بود (به ازای تمامی مقادیر m ، $B_m = 0$) که خودشان توابع زوج هستند. به همین ترتیب، توابع فرد که نسبت به $x=0$ تقارن ندارند، یعنی توابعی که در آنها $f(-x) = -f(x)$ ، بسطهای سری آنها فقط شامل توابع سینوسی خواهد بود (به ازای تمامی مقادیر m ، $A_m = 0$). در هر کدام از این دو حالت، احتیاجی نیست که هر دو مجموعه ضرایب را محاسبه کنیم. این موضوع به ویژه هنگامی که موضوع مبدأ ($x=0$) اختیاری باشد بسیار سودمند است و ما می توانیم آن را طوری انتخاب کنیم که کارمان تا حد امکان ساده شود. با وجود این، نباید فراموش کرد که بسیار توابع مشهوری وجود دارند که نه فرد هستند و نه زوج (مانند تابع e^x).

به عنوان يك مثال از این روش، سری فوریه متناظر با يك موج مربعی را محاسبه می کنیم. موضع مبدأ را مطابق شکل ۱۲.۷ انتخاب می کنیم و در نتیجه



شکل ۱۳.۷ ترکیب یک موج مربعی دوره‌ای.



شکل ۱۴.۷ موج دوره‌ای ناهماهنگ.

$$f(x \pm vt) = \frac{A_0}{4} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos mk(x \pm vt) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin mk(x \pm vt) \quad (50.7)$$

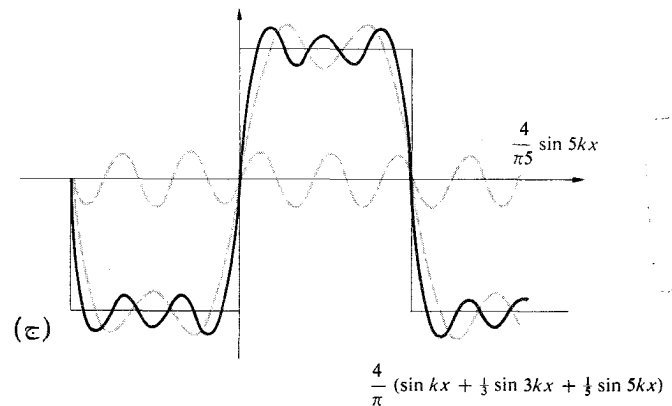
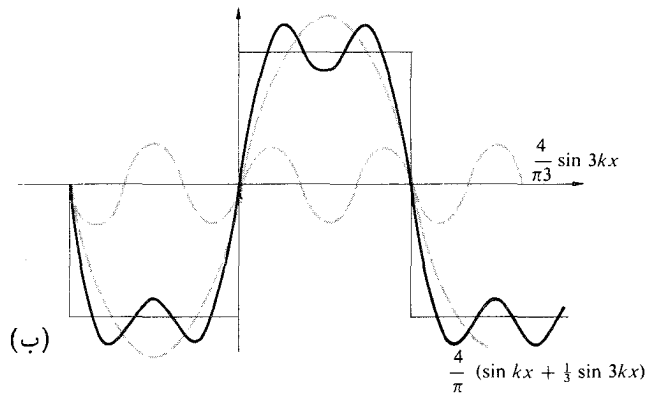
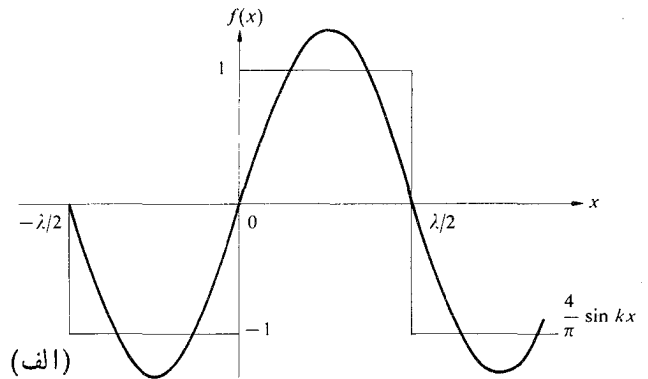
و یا معادل آن برای هر موج دوره‌ای ناهماهنگ از این قبیل

$$f(x \pm vt) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m \cos [mk(x \pm vt) + \epsilon_m] \quad (51.7)$$

اکنون به عنوان آخرین مثال، موج مربعی شکل ۱۴.۷ را به مؤلفه‌های فوریه آن تجزیه می‌کنیم. با توجه به انتخاب مبدأ آنطور که نشان داده شده است، تابع زوج است و تمام جملات B_m صفرند. پس ضرایب فوریه مربوطه (مسئله ۱۷.۷) چنین هستند

$$A_0 = \frac{4}{a} \quad \text{و} \quad A_m = \frac{4}{a} \left(\frac{\sin m\pi/a}{m\pi/a} \right) \quad (52.7)$$

برخلاف تابع قبل، در اینجا مقدار A_0 صفر نیست. شاید تاکنون



پیشتر هر بررسی تفصیلی از توابع دوره‌ای ناهماهنگ، نظیر توابع شکل ۶.۲، را به بعد موکول کرده و تحلیل خود را صرفاً به امواج سینوسی منحصر کردیم. اینک برای انجام این کار خود دلایل مستحکمی در دست داریم. از این پس می‌توانیم این نوع آشفته‌گی را برهمه‌نی مؤلفه‌های هماهنگ با بسامدهای مختلف در نظر بگیریم که می‌توان رفتار فردی آنها را به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار داد. بنابراین می‌توان نوشت

این مطلب را می‌توان با بررسی نسبت زیر ارزیابی کرد

$$\frac{A_m}{A_1} = \frac{\sin m\pi/a}{m \sin \pi/a} \quad (55.7)$$

ملاحظه می‌شود که به ازای $a = 4$ جمله نهم، یعنی $m = 9$ خیلی کوچک است، و $A_9 \approx 10\% A_1$. به همین ترتیب، برای قله‌ای صدبار باریکتر، یعنی $a = 400$ ، داریم $A_9 \approx 99\% A_1$. به همین ترتیب، در حالی که به ازای $a = 4$ ، جملات جهت نظیر - سازی شکل ۱۳.۷ ب تا $m = 4$ اختیار می‌شوند؛ به ازای $a = 8$ ، انتخاب جملات تا $m = 8$ پیش خواهد رفت تا نیم‌رخ تقریباً هم‌ارز حاصل شود. اثر باریکتر کردن قله، وارد کردن هماهنگهای مرتبه بالاتر است که به نوبه خود دارای طول موجهای کوتاهتری هستند. در این صورت شاید بتوانیم حدس بزنیم که تعداد کل جملات در سریها نیستند که از اهمیت درجه اول برخوردارند بلکه ابعاد نسبی کوچکترین خصوصیات که باید بازسازی شوند و طول موجهای متناظر قابل حصول، نیز اهمیت دارند. اگر در نیم‌رخ، جزئیات دقیق وجود داشته باشد، سریها باید به تناسب آن جزئیات از مشارکت طول موجهای کوتاه (یا درحوزه زمانی، دوره تناوب کوتاه) برخوردار باشند.

۸.۷ امواج غیرتناوبی - انتگرالهای فوریه

به شکل ۱۴.۷ بازمی‌گردیم و فرض می‌کنیم که پهنای قله موج ثابت باشد، درحالی که λ به‌طور نامحدود افزایش می‌یابد. ظاهراً به تدریج که λ به بینهایت نزدیک می‌شود، تابع حاصله دیگر تناوبی نخواهد بود و در آن صورت فقط یک تب مربعی خواهیم داشت، و قله‌های مجاور تا بینهایت ادامه دارند. از اینجا نتیجه می‌گیریم که می‌توان روش سری فوریه را برای توابع غیرتناوبی نیز تعمیم داد. به‌طوری که خواهیم دید، این مطلب در فیزیک، و به‌ویژه در نورشناخت و مکانیک کوانتومی، از اهمیت عملی فراوانی برخوردار است.

برای اینکه ببینیم این عمل چگونه انجام می‌گیرد، ابتدا $a = 4$ می‌گیریم و برای λ مقداری دلخواه: مثلاً $\lambda = 1 \text{ cm}$ اختیار می‌کنیم. در این صورت پهنای قله برابر $1/2 \text{ cm}$ ، یعنی $2(\lambda/a)$ است که مرکز آن $x = 0$ است، که در شکل ۱۵.۷ الف نشان داده شده است. اهمیت هر بسامد ویژه، mk ، با بررسی مقدار ضریب فوریه مربوط به آن بسامد، در این حالت A_m ، ارزیابی می‌شود. این ضرایب را می‌توان عوامل مهمی دانست که مخصوصاً برهماهنگهای مختلف تأکید دارند. شکل ۱۵.۷ الف منحنی تغییرات A_m بر حسب mk را برای چند مقدار A_m (که $m = 0, 1, 2, 3, \dots$) در مورد یک موج مربعی پیش گفته نشان می‌دهد؛ این منحنی را

متوجه شده باشید که $A_0/2$ در حقیقت مقدار میانگین $f(x)$ است و چون منحنی کاملاً بالای محور x قرار دارد روشن است که برابر صفر نخواهد بود.

در نورشناخت به عبارت $\sin u/u$ فراوان برخورد می‌کنیم که به آن نام ویژه $\text{sinc } u$ داده شده است و مقادیر آن در جدول ۱، آخر کتاب، آمده است. چون حد $\text{sinc } u$ وقتی که u به سمت صفر میل می‌کند برابر ۱ است، به ازای $m = 0, 1, 2, \dots$ ، A_m می‌تواند نمایانگر تمامی ضرایب باشد. شکلی که ما به کار می‌بریم، از آنجا که پهنای قله موج مربع، (λ/a) ، می‌تواند با تغییر a هرکسری از طول موج کلی باشد، کلیتر است. بنابراین سری فوریه چنین است

$$f(x) = \frac{1}{a} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{a} \left(\frac{\sin m\pi/a}{m\pi/a} \right) \cos mkx \quad (53.7)$$

اگر می‌خواستیم تابع متناظر زمان، $f(t)$ ، را تشکیل دهیم که پهنای قله موج مربعی آن $2(\tau/a)$ باشد، همین عبارت (۵۳.۷) را به کار می‌بردیم، با این تفاوت که kx جای ωt را می‌گرفت. که در آن ω ، بسامد زمانی ذابیه‌ای تابع تناوبی $f(t)$ است و بنیادی نامیده می‌شود. ω پایینترین بسامد جمله کسینوسی است و به ازای $m = 1$ به دست می‌آید. بسامدهای $2\omega, 3\omega, 4\omega, \dots$ هماهنگهای اصلی هستند و البته به ازای $m = 2, 3, 4, \dots$ به دست می‌آیند. به همین ترتیب، چون λ فضاوی است، $\chi \equiv 1/\lambda$ را بسامد فضاوی گویند و $k = 2\pi\chi$ را می‌توان بسامد فضاوی ذابیه‌ای نامید. یکبار دیگر از هماهنگهایی با بسامد $2k, 3k, 4k, \dots$ ، جایی که این بسامدها تناوبهای فضاوی باشند، سخن می‌رود. روشن است که، ابعاد χ دور در واحد طول هستند (مثلاً، دور در میلیمتر یا در صورت امکان cm^{-1}) درحالی که ابعاد k ، رادیان بر واحد طول است.

فرض کنیم که $a = 4$ ؛ یا به عبارت دیگر، کاری کنیم که قله موج مربع دارای پهنای $\lambda/2$ باشد. در این حالت

$$f(x) = \frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \left(\cos kx - \frac{1}{3} \cos 3kx + \frac{1}{5} \cos 5kx - \dots \right) \quad (54.7)$$

در حقیقت، اگر نمودار تابع $f(x)$ طوری باشد که یک خط افقی بتواند آن را به قطعه‌هایی مساوی، در پایین و بالای آن خط، تقسیم کند، سری فوریه فقط دارای هماهنگهای فرد خواهد بود. اگر قرار باشد منحنی نمایش مجموع جزئی جملات تا $m = 9$ را رسم کنیم به موج مربعی شباهت فراوانی خواهد داشت. در مقابل، اگر پهنای قله کاهش یابد، تعداد جمله‌های سری که برای ایجاد همان شباهت کلی به $f(x)$ ضروری است، افزایش خواهد یافت.

باز هم تغییری نمی‌کند ولی جملات طیف بسامد اکنون چگالتر می‌شوند. در واقع، این تب در مقایسه با λ کوچکتر و کوچکتر می‌شود، و در نتیجه برای ایجاد آن به صورت ترکیبی به بسامدهای بالاتری نیاز داریم. ملاحظه می‌شود پوش منحنی که در شکل ۱۵.۷ الف به زحمت قابل تشخیص بود در شکل ۱۵.۷ ج کاملاً آشکار است. در حقیقت، پوش منحنی در هر دو حالت مشابه یکدیگرند و تفاوت آنها در یک عامل مقیاس است. این پوش فقط از روی شکل سیگنال اصلی مشخص می‌شود و در مورد پیکر بندی‌های دیگر کاملاً متفاوت خواهد بود. می‌توان نتیجه گرفت، به تدریج که λ افزایش می‌یابد و تابع شکل یک تب منفرد مربعی را به خود می‌گیرد، فاصله بین هر یک از نقاط مربوط به $A(mk)$ در طیف کاهش خواهد یافت. در حالی که دامنه خطوط طیفی گسسته کاهش می‌پذیرد، به تدریج محو خواهند شد، تا جایی که به طور انفرادی غیر قابل تمیز می‌شوند. به عبارت دیگر، در حدی که λ به ∞ نزدیک می‌شود، خطوط طیفی بینهایت یکدیگر نزدیک می‌شوند. در این حال k بینهایت کوچک می‌شود، و اگر بخواهیم mk حتماً قابل ارزیابی باشد، در نتیجه m باید بسیار بزرگ باشد. و بنابراین، با تغییر نمادگذاری، می‌توان به جای mk ، بسامد زاویه‌ای هماهنگها، k_m را قرار داد. گرچه k_m دارای جملات گسسته است، ولی در حد، k_m تبدیل به k ، یعنی توزیع پیوسته بسامد خواهد شد. تابع $A(k_m)$ در حد تبدیل به پوش منحنی شکل ۱۵.۷ خواهد شد. روشن است که دیگر سخن گفتن از بسامد اصلی و هماهنگهای آن بی‌معناست. زیرا با توجه به اینکه تب ترکیبی است، $f(x)$ دارای بسامد اصلی آشکاری نخواهد بود.

یادآور می‌شویم که انتگرال در واقع حد یک جمع است وقتی که تعداد عناصر جمع بینهایت شود و اندازه آنها به صفر میل کند. بنابراین وقتی که λ به سمت ∞ میل کند، تعجب آور نخواهد بود که انتگرال فودیه را جایگزین سری فودیه بکنیم. انتگرالی که در اینجا بدون اثبات بیان می‌کنیم چنین است

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} A(k) \cos kx \, dk + \int_0^{\infty} B(k) \sin kx \, dk \right] \quad (۵۶.۷)$$

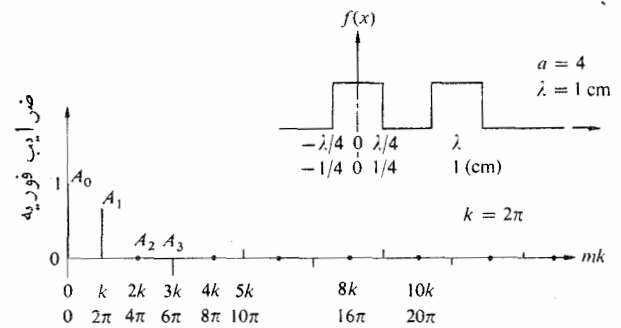
به شرط آنکه

$$A(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos kx \, dx$$

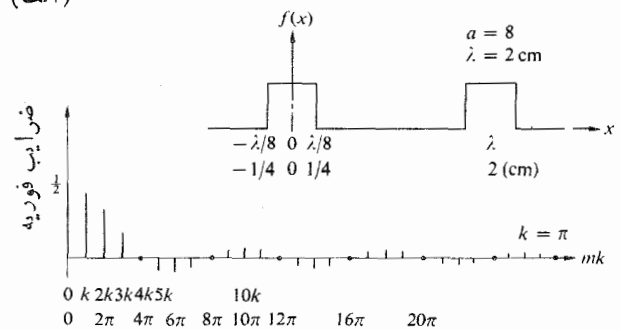
و

$$B(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin kx \, dx \quad (۵۷.۷)$$

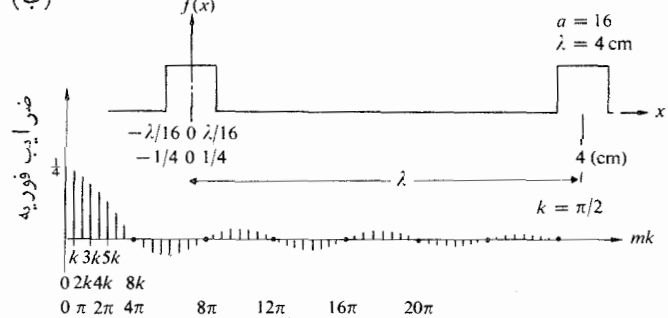
در اینجا شباهت با نمایش سری آشکار است، کمیت‌های $A(k)$ و $B(k)$ به عنوان دامنه‌های سینوسی و کسینوسی سهمیم در گستره تغییرات بسامد فضایی زاویه‌ای بین k و $k+dk$ تعبیر می‌شوند.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۵.۷ تب مربعی به عنوان حالتی جدی. ضرایب منفی متناظر با جابجایی فاز π رادیان است.

طیف بسامد فضایی گویند. می‌توان A_m را تابعی از mk ، $A(mk)$ دانست که فقط به ازای مقادیر $m = 0, 1, 2, \dots$ می‌تواند ناصفر باشد. حال اگر کمیت a را برابر λ بگیریم در حالی که λ را به ۲ cm افزایش می‌دهیم، پهنای قله کاملاً بدون تغییر خواهد ماند. تنها تغییر دوبرابر شدن فضای بین قله‌هاست. با وجود این، تغییر بسیار جالب توجهی در طیف بسامد فضایی، در شکل ۱۵.۷ ب، آشکار است. توجه کنید که چگالی مؤلفه‌ها در راستای محور mk به طور قابل توجهی افزایش یافته است. با وجود این، $A(mk)$ باز هم به ازای $mk = 4\pi, 8\pi, 12\pi, \dots$ صفر است ولی چون k هنوز هم برابر π است و نه 2π ، بین این نقاط صفر جملات بیشتری وجود خواهد داشت. سرانجام a را برابر ۱۶ اختیار می‌کنیم، در حالی که λ تا ۴ cm افزایش پیدا می‌کند. شکل قله‌های جداگانه

مرتب کنیم، خواهیم داشت

$$A(k) = E_0 L \frac{\sin kL/2}{kL/2}$$

و یا معادل آن

$$A(k) = E_0 L \operatorname{sinc}\left(\frac{kL}{2}\right) \quad (58.7)$$

تبدیل فوریۀ تپ مربعی در شکل ۱۶.۷ ب رسم شده و بسا پوش شکل ۱۵.۷ قابل مقایسه خواهد بود. توجه کنید که هرچه L زیادتر شود، فاصله بین صفرهای متوالی $A(k)$ کمتر می‌شود و برعکس. افزون بر این، به ازای $k=0$ ، از معادله (۵۸.۷) نتیجه می‌شود $A(0) = E_0 L$. در فصل ۱۱ به ویژه وقت بیشتری روی تبدیلات فوریۀ و کاربردهای آن در نورشناخت صرف خواهیم کرد. به همین ترتیب، برخی مشاهدات جالبتر را به آن فصل موکول می‌کنیم.

با استفاده از معادله (۵۶.۷)، نمایش انتگرالی تابع $f(x)$ کار ساده‌ای است

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} E_0 L \operatorname{sinc}\left(\frac{kL}{2}\right) \cos kx \, dk \quad (59.7)$$

محاسبه این انتگرال به مسئله ۱۸.۷ واگذار شده است.

این کمیت‌ها را عموماً به ترتیب، تبدیلهای کسینوسی و سینوسی فوریۀ می‌نامند. در مثال پیش گفته مربوط به یک تپ مربعی، تبدیل کسینوسی فوریۀ، $A(k)$ ، است که به پوش منحنی شکل ۱۵.۷ مربوط خواهد شد.

۹.۷ تپها و بسته‌های موجی

اینک می‌خواهیم نمایش انتگرال فوریۀ مربوط به تپ مربعی شکل ۱۶.۷ را تعیین کنیم. این تپ با تابع زیر توصیف می‌شود

$$f(x) = \begin{cases} E_0 & |x| \leq L/2 \\ 0 & |x| > L/2 \end{cases}$$

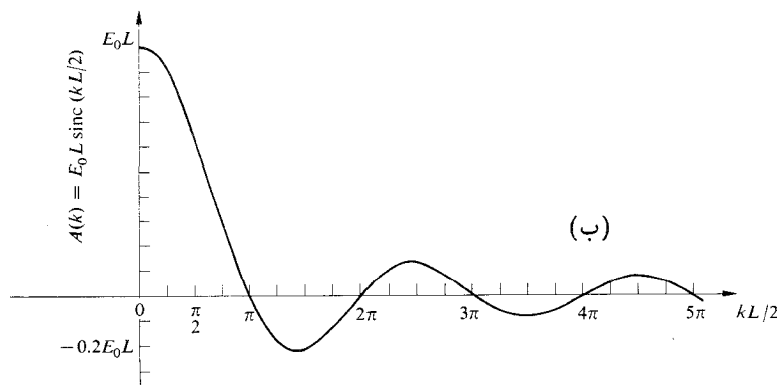
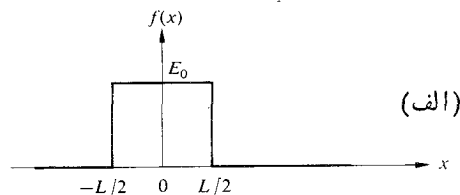
چون $f(x)$ یک تابع زوج است، تبدیل سینوسی فوریۀ، $B(k)$ ، صفر خواهد شد (۵۷.۷) درحالی که

$$A(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos kx \, dx = \int_{-L/2}^{+L/2} E_0 \cos kx \, dx$$

و از آنجا

$$A(k) = \frac{E_0}{k} \sin kx \Big|_{-L/2}^{+L/2} = \frac{2E_0}{k} \sin \frac{kL}{2}$$

چنانچه صورت و مخرج را در L ضرب کرده و جملات را دوباره



شکل ۱۶.۷ تپ مربعی و تبدیل فوریۀ آن.

و یا در صورت تمایل

$$A(k) = E_0 L [\text{sinc}(k_p + k)L + \text{sinc}(k_p - k)L] \quad (۶۰.۷)$$

وقتی که در قطار موج، موجهای زیادی وجود داشته باشند $(\lambda_p \ll L)$ ، $k_p L \gg 2\pi$ ، در نتیجه $(k_p + k)L \gg 2\pi$ و بنا بر این $\text{sinc}(k_p + k)L$ مقادیر بسیار کوچکی را اختیار می کند. در مقابل، به ازای k_p ، تابع sinc دوم در داخل گروهها بیشینه مقدار خود، یعنی ۱ را خواهند داشت. در نتیجه در این حالت ویژه می توان از sinc اول صرف نظر کرد و تبدیل زیر را نوشت (شکل ۱۷.۷ ب)

$$A(k) = E_0 L \text{sinc}(k_p - k)L \quad (۶۱.۷)$$

علیرغم این حقیقت که قطار موج خیلی طولانی است، ولی طول آن بینهایت نیست، باید از گستره پیوسته ای از بسامدهای فضایی ترکیب شده باشد. بنا بر این می توان تصور کرد که قطار موج از مجموعه ای متناهی امواج هماهنگ تشکیل یافته است. با این زمینه تپهای مذکور را بسته های موج یا گروه های موج می نامند. همانطوری که انتظارش می رفت، سهم اصلی مربوط به حالت $k = k_p$ است. اگر این تحلیل در حوزه زمانی انجام می گرفت، درحالی که تبدیل در اطراف بسامد فضایی زاویه ای، ω_p ، متمرکز بود، همین نتایج به دست می آمد. کاملاً آشکار است که اگر قطار موج بینهایت طولانی باشد (یعنی $L \rightarrow \infty$)، طیف بسامد آن منقبض شده و منحنی شکل ۱۷.۷ ب در k_p (یا ω_p) به یک قله تیز، نزدیک خواهد شد. آشکار است که این وضعیت حالت حدی موج تکفام مطلوب است.

در گذشته هنگامی که درباره امواج تکفام صحبت می کردیم، تأکید داشتیم که در واقع این امواج، دست کم از نظر فیزیکی، وجود خارجی ندارند. مولد موج، هر قدر هم بی عیب باشد، وقتی که به کار بیفتد نوعی نقطه در زمان ایجاد خواهد شد. شکل ۱۷.۷ یک تپ هماهنگ مطلوب را نشان می دهد که تابع متناظر آن چنین است

$$E(x) = \begin{cases} E_0 \cos k_p x & -L \leq x \leq L \\ 0 & |x| > L \end{cases}$$

به ازای $-L \leq x \leq L$
به ازای $|x| > L$

ما محدوده مکانی را برای این کار اختیار کردیم، گرچه بدون شک می توانستیم آشفتنگی را به صورت تابعی از زمان در نظر بگیریم. ما عملاً نیمرخ فضایی موج $E(x - vt)$ را در $t = 0$ بررسی می کنیم نه نیمرخ زمانی را در $x = 0$. بسامد فضایی k_p بسامد ناحیه هماهنگ خود تپ است. اگر با این تحلیل پیش برویم، ملاحظه می کنیم که $E(x)$ یک تابع زوج است، در نتیجه $B(k) = 0$

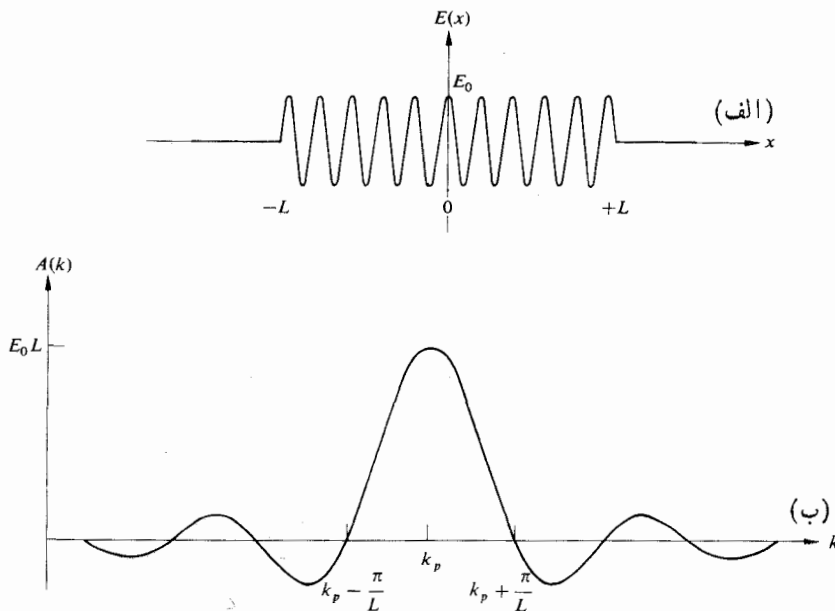
$$A(k) = \int_{-L}^{+L} E_0 \cos k_p x \cos kx \, dx$$

که برابر است با

$$A(k) = \int_{-L}^{+L} E_0 \frac{1}{2} [\cos(k_p + k)x + \cos(k_p - k)x] \, dx$$

که بعد از انتگرال گیری

$$A(k) = E_0 L \left[\frac{\sin(k_p + k)L}{(k_p + k)L} + \frac{\sin(k_p - k)L}{(k_p - k)L} \right]$$



شکل ۱۷.۷ قطار موج کسینوسی و تبدیل آن.

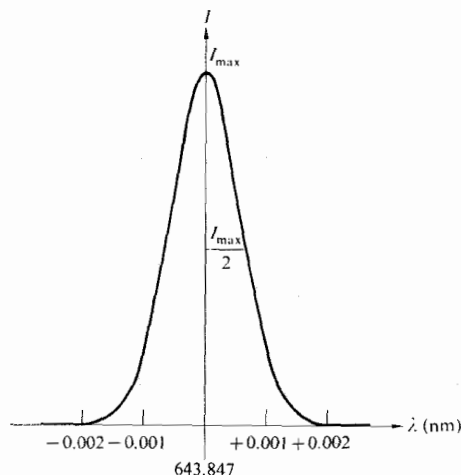
در نتیجه، رادیویی که برای دریافت يك پهنای نوری $\Delta\nu$ تنظیم شده باشد قادر خواهد بود تپهایی را که عمرشان کوتاهتر از $\Delta t \sim 1/\Delta\nu$ نباشد، آشکار کند.

این ملاحظات درمکانیک کوانتومی که بسته‌های موجی ذرات را توصیف می‌کنند، دارای اهمیت زیادی است و معادله (۶۳.۷) شبیه اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است.

۱۰.۷ پهناهای نوار نوری

فرض کنیم می‌خواهیم نور گسیلیده توسط آنچه را که از روی مساحه يك چشمه تکفام می‌نامیم، مثلاً يك لامپ تخلیه سدیم، بررسی کنیم. وقتی که این باریکه از درون نوعی تحلیلگر طیف عبور می‌کند می‌توانیم تمامی مؤلفه‌های بسامد گوناگون آن را مشاهده کنیم. به طور نمونه، درخواهیم یافت که تعدادی گستره بسامدی نسبتاً باریک وجود دارند که بیشترین مقدار انرژی را دارا هستند و اینکه به وسیله نواحی تباریک بسیار پهنتری از هم جدا شده‌اند. هر کدام از این نوارهای با رنگ روشن يك خط طیفی نامیده می‌شوند. وسایلی وجود دارند که در آنها نور از طریق يك شکاف وارد می‌شود و در این صورت هر خط عملاً يك تصویر رنگین از آن شکاف است. تحلیلگرهای دیگری وجود دارند که توزیع بسامد را روی صفحه اسیلوسکوپ نشان می‌دهند. در هر صورت، خطوط طیفی منفرد هر گز بینهایت نازک نیستند، بلکه همواره از يك نوار بسامدی، اما باریک، تشکیل شده‌اند (شکل ۱۸.۷).

گذارهای الکترون که نور ایجاد می‌کنند در حدود 10^{-8} s دوام دارند. چون قطارهای موجی گسیلیده متناهی‌اند، در بسامدهای موجود پهن‌شدنی وجود خواهد داشت که آنها را پهنای خط



شکل ۱۸.۷ خط طیفی سرخ کادمیوم ($\lambda = 643.847 \text{ nm}$) از يك لامپ با فشار کم.

چون می‌توانیم $A(k)$ را دامنه ارتعاشات $E(x)$ در گستره k تا $k+dk$ بدانیم، $A^2(k)$ مربوط به انرژی موج در آن گستره خواهد بود (مسئله ۱۹.۷). در فصل ۱۱ وقتی که طیف توان را بررسی می‌کنیم، مجدداً به این نکته باز خواهیم گشت. فعلاً، فقط شکل ۱۷.۷ ب را ملاحظه کنید که بیشترین مقدار انرژی را در گستره بسامد فضایی از $k_p - \pi/L$ تا $k_p + \pi/L$ دارد که بین کمینه‌های دو طرف قله مرکزی گسترده شده است. افزایش طول قطار موج، باعث تمرکز انرژی در گستره بسیار باریک k در اطراف k_p می‌شود.

بسته موج در حوزة زمانی یعنی

$$E(t) = \begin{cases} E_0 \cos \omega_p t & -T \leq t \leq T \\ 0 & |t| > T \end{cases}$$

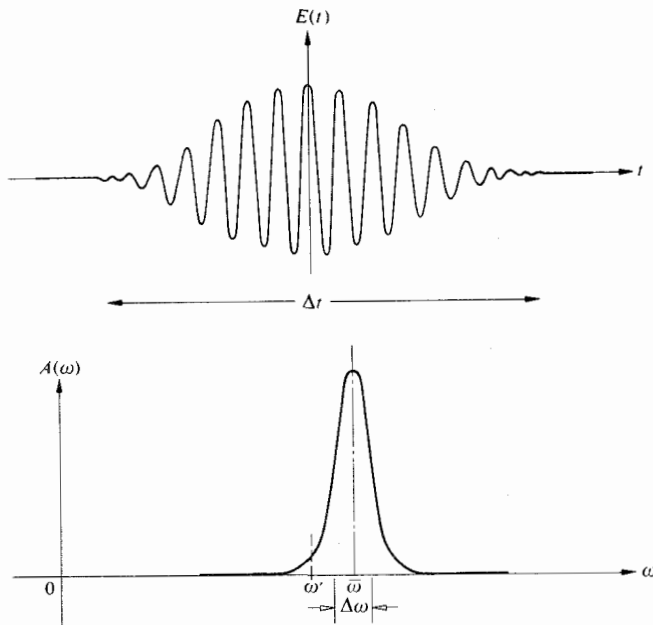
دارای تبدیل

$$A(\omega) = E_0 T \text{sinc}(\omega_p - \omega)T \quad (62.7)$$

است. که در آن ω و k از راه سرعت فاز به هم مربوط‌اند. طیف بسامد، به‌استثنای تغییر نمادگذاری از k به ω و از L به T ، مشابه طیف بسامد شکل ۱۷.۷ ب است. در مورد بسته موج ویژه‌ای که مورد مطالعه قرار گرفت، گستره بسامدها (ω یا k) که شامل تبدیل است، مسلماً متناهی نیست. با وجود این، اگر قرار بود از پهنای تبدیل ($\Delta\omega$ یا Δk) سخنی به‌میان آید، شکل ۱۷.۷ ب بیشتر این مطلب را القا می‌کند که $\Delta k = \pi/L$ یا $\Delta\omega = \pi/T$ را به‌کار ببریم. در مقابل، گستردگی فضایی یا زمانی این تپ، به‌ترتیب، در $\Delta x = 2L$ یا $\Delta t = 2T$ هیچگونه ابهامی ندارد. حاصلضرب پهنای بسته در جایی که شاید بتوان آن را فضای k نامید و پهنای بسته در فضای x چنین است: $\Delta k \Delta x = \pi$ یا به‌طور مشابه $\Delta\omega \Delta t = \pi$. کمیت‌های $\Delta\omega$ و Δk پهنای نوار بسامدی نامیده می‌شوند. اگر تپی با شکل دیگری به‌کار می‌بردیم، حاصلضرب پهنای نوار در طول تپ مسلماً تا اندازه‌ای تفاوت می‌کرد. ابهام از اینجا ناشی می‌شود که هنوز یکی از امکانات دیگر برای مشخص کردن $\Delta\omega$ و Δk را بزرگ‌تر یسده‌ایم. مثلاً، به‌جای اینکه اولین کمینه‌های $A(k)$ را به‌کار ببریم (تبدیل‌هایی وجود دارد که چنین کمینه‌هایی ندارند، مانند تابع زنگی گاوس (بخش ۲.۱۱)) می‌توانستیم Δk را پهنای $A^2(k)$ در نقطه‌ای بدانیم که در آنجا منحنی به $1/2$ یا احتمالاً به $1/e$ مقدار بیشینه‌اش افت کرده‌است. در هر حال اکنون کافی است توجه کنیم که

$$\Delta\nu \sim \frac{1}{\Delta t} \quad (63.7)$$

یعنی پهنای نوار بسامدی از مرتبه بزرگی معکوس گستردگی زمانی این تپ است (مسئله ۲۰.۷). اگر بسته موج پهنای نوری باریکی داشته باشد، در ناحیه وسیعی از فضا و زمان گسترده خواهد شد.

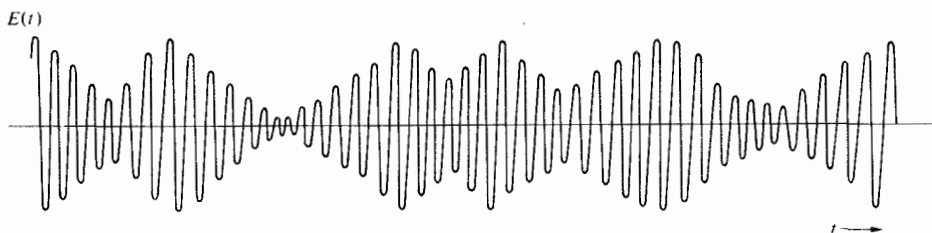


شکل ۱۹.۷ قطار موج کسینوسی که توسط پوش گاوسی به همراه تبدیل گاوسی آن مدوله شده است.

در موج برآیند فقط $N^{1/2}$ برابر دامنه آن در هر بسته باشد. خط طیفی مشاهده شده، مطمئناً متناظر با توان طیفی باریکه برآیند است، اما متناظر با توان طیفی یک بسته موج مجزا نیز هست. در حالت عادی، تعداد بیشماری از گروه‌های موجی که به دلخواه روی هم می‌افتند وجود خواهد داشت به طوری که پوش برآیند خیلی بندرت (ولی نه هرگز) صفر خواهد شد. اگر چشمه تقریباً شبه تکفام باشد، یعنی اگر پهنای نوار در مقایسه با بسامد میانگین $\bar{\nu}$ کوچک باشد، می‌توان انتظار داشت که موج برآیند «تقریباً» سینوسی است. پس به طور خلاصه، موج مرکب را می‌توان مانند شکل ۲۰.۷ تصویر کرد. شاید تصور کنیم که بسامد و دامنه به طور کاتوره‌ای تغییر می‌کنند؛ و بسامد در گستره $\Delta \nu$ در $\bar{\nu}$ متمرکز می‌شود. به همین ترتیب پایداری بسامد که به صورت $\Delta \nu / \bar{\nu}$ تعریف می‌شود، معیار مفیدی برای سنجش خلوص طیف است. حتی یک زمان هم‌دوسی کوتاه به اندازه 10^{-9} ثانیه، تقریباً متناظر است با چند میلیون طول موج حامل نوسانگر سریع ($\bar{\nu}$)، به طوری که هر گونه تغییر دامنه یا بسامد به نسبت بسیار آهسته صورت خواهد گرفت. به همین منوال،

طبیعی می‌نامند (بخش ۴.۳.۱۱، قسمت ۲). افزون بر این، چون آنها دارای حرکت گرمایی کاتوره‌ای هستند طیف بسامدی تحت تأثیر اثر دوپلر تغییر خواهد کرد. از طرف دیگر، آنها متحمل برخورد هایی می‌شوند که قطارهای موج را قطع کرده و مجدداً به سوی پهن شدن توزیع بسامدی گرایش پیدا می‌کنند. اثر کلی تمامی این سازوکارها این است که هر خط طیفی به جای اینکه یک تک بسامد داشته باشد دارای یک پهنای نوار $\Delta \nu$ است. زمان Δt که در معادله (۶۳.۷) صدق می‌کند، زمان هم‌دوسی نامیده می‌شود و طول Δx که از رابطه (۶۴.۷)، $\Delta x = c \Delta t$ ، به دست می‌آید، طول هم‌دوسی نامیده می‌شود.

به علت ماهیت کوانتیده فرایند تابش، نور به شکل فوتونهای مجزا که می‌توانیم آنها را به خاطر هدف کنونیمان با قطارهای موج متناهی نشان دهیم، گسیلیده می‌شود. فرض کنیم که یک باریکه نور تکفام مانند گرمایی (غیر لیزری) داریم که از N تا از این بسته‌های موج که بین یکدیگر یک رابطه فازی کاتوره‌ای دارند تشکیل شده باشد. پیکر بندی هر بسته موج، همانگونه که در شکل ۱۹.۷ رسم شده است، طوری فرض می‌شود که مربع تبدیل فوری آن، $A(\omega)$ ، شبیه یک توزیع تابیدگی بر حسب بسامد است، که غالباً در مورد خطوط طیفی مشاهده می‌شود. حال فرض کنید که در هر بسته موج فقط به یک مؤلفه مشخص از بسامدهای هماهنگ، یعنی مؤلفه متناظر با ω' نگاه کنیم. یادآوری می‌کنیم که چنین مؤلفه‌ای، یک موج بینهایت دراز با دامنه ثابت است. اگر شکل تمام بسته‌های موجی مشابه هم فرض شود، دامنه مؤلفه فوری منسوب به ω' برای هر کدام از آنها یکسان خواهد بود. چون رابطه توزیع فاز بین این بسته‌های موجی یک رابطه کاتوره‌ای است، از معادله (۲۱.۷) نتیجه می‌شود که موج برآیند یک موج هماهنگ با بسامد ω' است که دامنه آن با $N^{1/2}$ متناسب است. البته برای هر بسامدی در داخل گستره‌ای که بسته‌های موج را تشکیل می‌دهد، این موضوع صادق است. به عبارت دیگر، در هر بسامد مربوط به موج مرکب همانقدر انرژی وجود دارد که در مجموع قطارهای موج سازای جداگانه در آن بسامد وجود دارد. نتیجه کاتوره‌ای بودن قطارهای موجی، این است که یک تک مؤلفه‌های هماهنگی موج برآیند همان فازهای نسبی را که در هر بسته موج داشتند، نخواهند داشت. بنابراین نیمرخ موج برآیند با نیمرخ بسته‌های موجی جداگانه یکسان نخواهد بود، گرچه دامنه هر مؤلفه بسامدی موجود



شکل ۲۰.۷ موج نورانی شبه تکفام.

پهنای نواری تقریباً برابر 1000 MHz هستند. طولهای همدوسی متناظر در حصد 1 m و زمانهای همدوسی حدود 1 ns هستند. پایداری بسامد در حدود یک قسمت در میلیون است. این چشمه‌ها مسلماً شبه تکفام هستند.

در میان چشمه‌های موجود امروزی، لیزر از همگی آنها به مراتب تماشاییتر است. تحت شرایط بهینه، که در آن تغییرات دما و ارتعاشات با دقت زیاد حذف شده بودند، یک لیزر در واقع کاملاً نزدیک به حد نظری ثبات بسامدی کار کرده است. یک ثبات بسامدی کوتاه مدت در حدود 8 قسمت در 10^{14} s ، با لیزر گازی He-Ne پیوسته در طول موج $\lambda = 1153\text{ nm}$ به دست آمده است. این ثبات بسامدی متناظر با یک پهنای نواری 20 Hz است که به‌طور قابل ملاحظه‌ای باریک است. معمولاً، به دست آوردن پایداریهای بسامدی چند قسمت در 10^9 کار خیلی مشکلی نیست. لیزرهای CO_2 را می‌توان در بازار یافت که یک بسامد کوتاه مدت ($\sim 10^{-1}\text{ s}$) با نسبت $\Delta\nu/\nu$ در حدود 10^{-9} و یک بسامد بلند مدت ($\sim 10^3\text{ s}$) با مقدار 10^{-8} تأمین می‌کند.

مسائل

۹۰۷. برآیند برهم‌نهی امواج موازی $E_1 = E_0 \sin(\omega t + \epsilon_1)$ و $E_2 = E_0 \sin(\omega t + \epsilon_2)$ را به‌ازای $\omega = 120\pi$ ، $E_0 = 6$ ، $E_0 = 8$ ، $\epsilon_1 = 0$ ، $\epsilon_2 = \pi/2$ ، تعیین کنید. هر تابع و برآیند آنها را رسم کنید.

۲۰۷. نشان دهید که دایره نودی به عنوان مجموع حاصلضربهای ضرایب شکست مختلف در ضخامت محیطهای مختلف پیچیده شده توسط یک باریکه، یعنی $\sum n_i x_i$ ، هم‌ارز طول این راه است که آن باریکه در همان زمان در خلا طی خواهد کرد.

۳۰۷. الف) چند طول موج نوری $\lambda_0 = 500\text{ nm}$ ، فاصله 1 m را در خلا پر می‌کنند؟

ب) هر گاه صفحه شیشه‌ای به ضخامت 5 cm ($n = 1.5$) در این مسیر قرار گیرد، چند موج این فاصله را پر خواهند کرد؟

ج) اختلاف راه نوری (O.P.D) بین دو حالت فوق چقدر است؟

د) تحقیق کنید که Δ/λ_0 متناظر اختلاف جوابهای دو حالت الف و ب است.

۴۰۷. اختلاف راه نوری برای دو موج A و B را که طول موج هر دو در خلا 500 nm است و در شکل ۲۱۰۷ رسم شده‌اند پیدا کنید؛ مخزن شیشه‌ای ($n = 1.52$) با آب ($n = 1.33$) پر می‌شود. اگر موجها به‌طور هم‌فاز شروع به حرکت کنند و تمام اعداد بالا صحیح باشند، اختلاف فاز نسبی آنها را در خط پایانی

می‌توانیم یک عامل فاز متغیر زمانی را چنان تعریف کنیم که بتوانیم آشفته‌گی را این‌طور بنویسیم

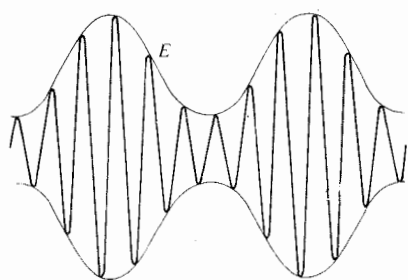
$$E(t) = E_0(t) \cos [\epsilon(t) - 2\pi\nu t] \quad (65.7)$$

که در آن فاصله بین قله‌های موج با زمان تغییر می‌کند. میانگین عمر یک بسته موج Δt است و بنابراین دو نقطه روی موج در شکل ۲۰۷ که به فاصله بیش از Δt از هم قرار دارند باید روی قطارهای موج مختلفی قرار داشته باشند. در نتیجه فاز این نقاط کاملاً نامبسته خواهد بود. به عبارت دیگر، اگر میدان الکتریکی موج مرکبی را به‌هنگام عبور از یک آشکارساز مطلوب مشخص کنیم می‌توانیم فاز آن را تقریباً به‌طور دقیق برای زمانهای بسیار کوتاه‌تر از Δt بعدی پیش‌بینی کنیم، ولی به‌هیچ وجه برای زمانهای بیشتر از Δt نمی‌توانیم این کار را انجام دهیم. در فصل ۱۲ نیز درجه همدوسی را که در ناحیه بین این فرینها عمل می‌کند، مورد توجه قرار خواهیم داد.

گستره بسامدی نور سفید از $4 \times 10^{15}\text{ Hz}$ تا حدود $7 \times 10^{15}\text{ Hz}$ است، یعنی پهنای نوار آن حدود $3 \times 10^{15}\text{ Hz}$ است. بنابراین، زمان همدوسی تقریباً $3 \times 10^{-15}\text{ s}$ است که با قطارهای موجی که وسعت فضایی آنها تنها به درازای چند طول موج است، متناظر است (۶۴.۷). بنابراین، نمود سفید را می‌توان توالی کاتودهای تپهای بسیار کوتاه دانست. اگر می‌خواستیم نور سفید را ترکیب کنیم، می‌بایست گستره پیوسته وسیعی از سازهای هماهنگ را برهم نهیم تا بسته‌های موج خیلی کوتاه پدید آیند. به‌طریق معکوس، می‌توانیم نور سفید را از یک تحلیلگر فوری، مانند یک توری پراش یا یک منشور، عبور دهیم؛ با این عمل، در حقیقت آن مؤلفه‌ها پدید می‌آیند.

پهنای نوار قابل حصول در طیف مرئی ($\approx 300\text{ THz}$) چندان پهن است که چیزی شبیه «سرزمین عجایب» را به یاد مهندس مخابرات می‌اندازد. مثلاً، یک کانال نمونه تلویزیونی گستره‌ای به پهنای 4 MHz را در طیف الکترومغناطیس اشغال می‌کند ($\Delta\nu$ از راه طول عمر تپهای لازم برای کنترل باریکه پرتسو الکترونی جاروب کننده تعیین می‌شود). با این حساب ناحیه مرئی تقریباً می‌تواند ۷۵ میلیون کانال تلویزیون را حمل کند. نیازی به گفتن نیست که پژوهش بر روی این موضوع اکنون بسیار پرتحرک است (بخش ۱۱.۸).

لامپهای تخلیه معمولی، پهنای نوار نسبتاً پهنی دارند و در نتیجه طول همدوسی که ایجاد می‌کنند تنها در حصد چند میلیمتر است. در مقابل، خطوط طیفی که به وسیله لامپهای ایزوتوپ فشار کم، نظیر ^{198}Hg ($\lambda_0 = 546.078\text{ nm}$)، Kr^{86} استاندارد بین‌المللی ($\lambda_0 = 605.616\text{ nm}$)، گسیلیده می‌شوند، دارای



شکل ۲۲.۷

$$E = E_0(1 + \alpha \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

نشان دهید که این موج هم‌ارز ترکیب سه موج به بسامدهای ω_c ، $\omega_c + \omega_m$ ، و $\omega_c - \omega_m$ است. به‌ازای وجود تعدادی بسامد مدوله‌کننده E را به‌صورت رشته فوری می‌نویسیم و آن را روی تمام مقادیر ω_m جمع می‌کنیم. جملات $\omega_c + \omega_m$ و $\omega_c - \omega_m$ را به ترتیب کناره‌نوا بالایی و کناره‌نوا پایینی می‌نامند. برای انتقال گستره شنیداری کامل، پهنای نوار لازم چقدر است؟

۱۱.۷ اگر رابطه پاشندگی به‌صورت $\omega = ak^2$ باشد، سرعت فاز و سرعت گروه را محاسبه کنید.

۱۲.۷ سرعت انتشار یک موج سطحی در مایعی با عمق خیلی بیشتر از λ از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{\gamma}{\rho\lambda}}$$

که در آن g شتاب گرانی، λ طول موج، ρ چگالی و γ کشش سطحی است. سرعت گروه یک تپ را در حد طول موج بلند محاسبه کنید (این موجها را امواج گرانی می‌نامند).

۱۳.۷ نشان دهید که سرعت گروه را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

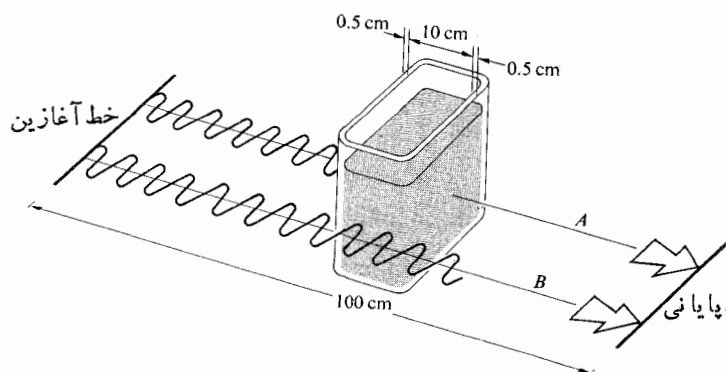
۱۴.۷ نشان دهید که سرعت گروه را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$v_g = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$$

۱۵.۷ با استفاده از معادله پاشندگی

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \sum_j \left(\frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2} \right) \quad [36.3]$$

نشان دهید که سرعت گروه برای امواج الکترومغناطیسی با بسامد بالا، مثلاً پرتو x ، از رابطه زیر به‌دست می‌آید



شکل ۲۱.۷

پیدا کنید.

۵.۷ با استفاده از معادلات (۹.۷)، (۱۰.۷)، و (۱۱.۷) نشان دهید که برآیند دو موج

$$E_1 = E_0 \sin[\omega t - k(x + \Delta x)]$$

و

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t - kx)$$

برابر است با

$$E = 2E_0 \cos\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \sin\left[\omega t - k\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right)\right] \quad [17.7]$$

۶.۷ دو موج مسئله ۵.۷ را مستقیماً باهم جمع کنید و معادله (۱۷.۷) را به‌دست آورید.

۷.۷ با استفاده از نمایش مختلط، برآیند $E = E_1 + E_2$ را به‌دست آورید، درحالی‌که

$$E_1 = E_0 \cos(kx + \omega t), \quad E_2 = -E_0 \cos(kx - \omega t)$$

موج مرکب را تشریح کنید.

۸.۷ رابطه میدان الکتریکی یک موج تخت الکترومغناطیسی ایستاده چنین است

$$E(x, t) = 2E_0 \sin kx \cos \omega t \quad [30.7]$$

برای $B(x, t)$ یک رابطه به‌دست آورید (بخش ۲.۳). طرحی از موج ایستاده به‌دست دهید.

۹.۷ فرض کنید دو دیافازن را یکی با بسامد ۳۴۰ Hz و دیگری ۳۴۲ Hz به‌نوسان درمی‌آوریم. چه چیز خواهیم شنید؟

۱۰.۷ شکل ۲۲.۷ یک موج حامل به‌بسامد ω را نشان می‌دهد که دامنه آن به‌وسیله یک موج سینوسی به بسامد ω_m مدوله شده است. یعنی

کمتر از $\pi/2$ ، به اندازه ۵۰ درصد یا بیشتر است. با به خاطر داشتن این مطلب نشان دهید $\Delta \nu \Delta t \sim 1$ ، که در آن $\Delta \nu$ پهنای نوار تبدیل در نیمی از دامنه پیشینه آن است. تحقیق کنید که $\Delta \nu \Delta t \sim 1$ در نصف پیشینه تابیدگی نیز صحیح است. در اینجا تلاش برای این است که از نوع تقریبهای به کار رفته در بحث، درکی حاصل شود.

۲۰۰۷ عبارتی برای طول همدوسی (در خلا) یک قطار موج که دارای پهنای نواری با بسامد $\Delta \nu$ است به دست آورید. جواب خود را بر حسب پهنای خط، $\Delta \lambda$ ، و طول موج میانگین، λ_0 ، قطار بیان کنید.

۲۱۰۷ فوتونی را در ناحیه مرئی طیفی که در خلال گذار اتمی در حدود 10^{-8} s گسیلیده، در نظر بگیرید. طول بسته موج چقدر است؟ با به یساد آوردن نتایج مسئله قبلی (اگر آن مسئله را حل کرده‌اید)، پهنای خطی بسته را تخمین بزنید ($\lambda_0 = 500 \text{ nm}$). در باره تکفامی آنکه از راه پایداری بسامد مشخص شده است چه می‌توانید بگویید؟

۲۲۰۷ اولین آزمایشی که پهنای نوار یک لیزر را مستقیماً اندازه می‌گرفت (در این حالت یک موج پیوسته لیزر دیودی $\text{Pb}_{0.88}\text{Sn}_{0.12}\text{Te}$ با موفقیت به انجام رسیده است. این لیزر، که در طول موج $\lambda_0 = 10600 \text{ nm}$ عمل می‌کرد با یک لیزر CO_2 هترو دین شده بود و پهنای نواری به باریکی 54 kHz مشاهده شده بودند. پایداری بسامدی و طول همدوسی متناظر را برای لیزر سرب-قلع-تلور محاسبه کنید.

۲۳۰۷ یک روش میدان مغناطیسی برای پایداری کردن یک لیزر He-Ne به دو بخش در 10° اخیراً به صورت اختراعی ثبت شده است. در 6328 nm ، طول همدوسی یک لیزر با چنین پایداری بسامدی چه مقدار خواهد شد؟

۲۴۰۷ فرض کنید باریکه لیزری پیوسته‌ای را (که فرض می‌شود در $\lambda_0 = 6328 \text{ nm}$ تکفام است) به وسیله نوعی ستاور به تپهای 1 ns تقسیم کنیم. پهنای خطی برای پهنای نواری، $\Delta \lambda$ ، پهنای نواری و طول همدوسی را به دست آورید. پهنای نواری و پهنای خطی چقدر می‌شود اگر تقسیم در 10^{15} Hz انجام می‌گرفت.

۲۵۰۷ فرض کنید پالایه‌ای داریم که نوار عبوری آن 10 \AA بوده و روی 600 nm متمرکز شده است و آن را با نور خورشید روشن می‌کنیم. طول همدوسی موج خروجی را محاسبه کنید.

$$v_g = \frac{c}{1 + Nq_e^2 / \epsilon_0 m_e \omega^2}$$

به خاطر داشته باشید که چون f_z ضرایب وزنی هستند داریم: $\sum f_z = 1$. سرعت فاز چیست؟ نشان دهید که $v_g \approx c^2 / v$. نشان دهید که

$$\int_0^\lambda \sin akx \cos bkx dx = 0 \quad [44.7]$$

$$\int_0^\lambda \cos akx \cos bkx dx = \frac{\lambda}{2} \delta_{ab} \quad [45.7]$$

$$\int_0^\lambda \sin akx \sin bkx dx = \frac{\lambda}{2} \delta_{ab} \quad [46.7]$$

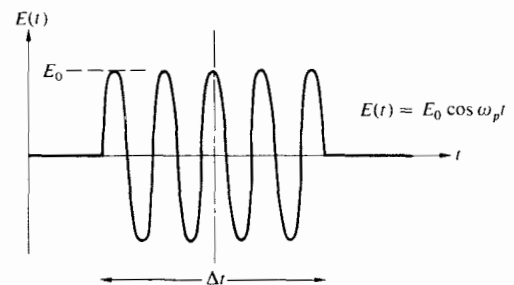
که در آن $a \neq 0$ ، $b \neq 0$ و $a \neq b$ اعداد درست مثبتی هستند. ۱۷۰۷ مؤلفه‌های سری فوریه تابع دوره‌ای شکل ۱۴۰۷ را محاسبه کنید.

۱۸۰۷ حد بالایی معادله (۵۹۰۷) را از ∞ تا a تغییر داده و انتگرال را ارزیابی کنید. جواب را بر حسب انتگرال سینوسی مشهور زیر به دست آورید

$$\text{Si}(z) = \int_0^z \text{sinc } w dw$$

که عبارت است از تابعی که مقادیر آن عموماً در جداول داده می‌شود.

۱۹۰۷ عبارتی برای تبدیل $A(\omega)$ مربوط به تپ هماهنگ شکل ۲۳۰۷ بنویسید. بررسی کنید که $\text{sinc } u$ برای مقادیر u تقریباً



شکل ۲۳۰۷



قطبش

۱.۸ ماهیت نور قطبیده

قبلاً نشان داده‌ایم که نور را می‌توان به عنوان يك موج الكترو-مغناطیسی عرضی مورد بررسی قرار داد. تا اینجا فقط نور قطبیده خطی یا قطبیده تخت را در نظر گرفته‌ایم، یعنی نوری که سمتگیری میدان الکتریکی آن ثابت است، هرچند بزرگی و علامت آن با زمان تغییر می‌کند (شکل ۹.۳). بنا بر این میدان الکتریکی یا آشفتگی نوری در صفحه‌ای به نام «صفحه ادتعاش» جای می‌گیرد. این صفحه ثابت هم بردار الکتریکی \mathbf{E} و هم بردار انتشار \mathbf{k} را در راستای حرکت در برمی‌گیرد. حال فرض می‌کنیم که دو موج نوری هماهنگ قطبیده خطی با بسامدهای یکسان داریم، که در ناحیه واحدی از فضا و در راستای یکسانی حرکت می‌کنند. اگر بردارهای میدان الکتریکی آنها همخط باشند، آشفتگیهای برهم نهاده با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا موج قطبیده خطی برآیندی را تشکیل دهند. در فصل بعد که پدیده‌های تداخل را مورد نظر قرار می‌دهیم، دامنه و فاز این موج را تحت شرایط مختلف و به تفصیل بررسی خواهیم کرد. برعکس، اگر این دو موج نوری چنان باشند که امتدادهای میدان الکتریکی مربوطه آنها متقابلاً برهم عمود باشند، ممکن است موج برآیند قطبیده خطی باشد یا نباشد. آن نور (یعنی، حالت قطبش آن) چه شکلی خواهد داشت، ما چگونگی می‌توانیم آن را مشاهده کنیم، تولید کنیم، تغییر دهیم و به کار ببریم؛ همه این مطالب در این فصل مورد بحث قرار خواهد گرفت.

۱.۱.۸ قطبش خطی

می‌توانیم دو آشفتگی نوری عمود برهم را که در بالا به آن اشاره شد، به صورت زیر نشان دهیم

$$\mathbf{E}_x(z, t) = \hat{\mathbf{i}} E_{0x} \cos(kz - \omega t) \quad (1.8)$$

و

$$\mathbf{E}_y(z, t) = \hat{\mathbf{j}} E_{0y} \cos(kz - \omega t + \epsilon) \quad (2.8)$$

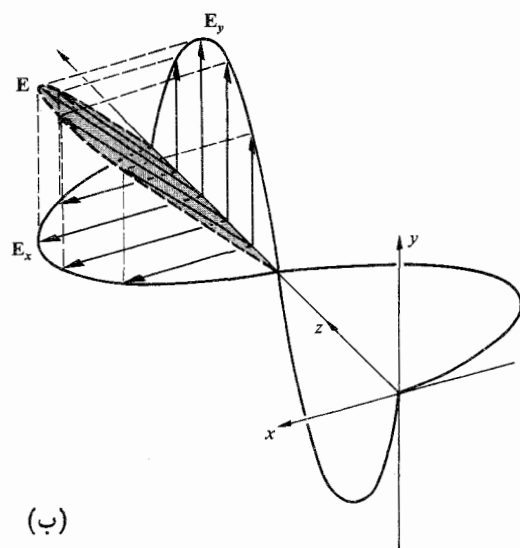
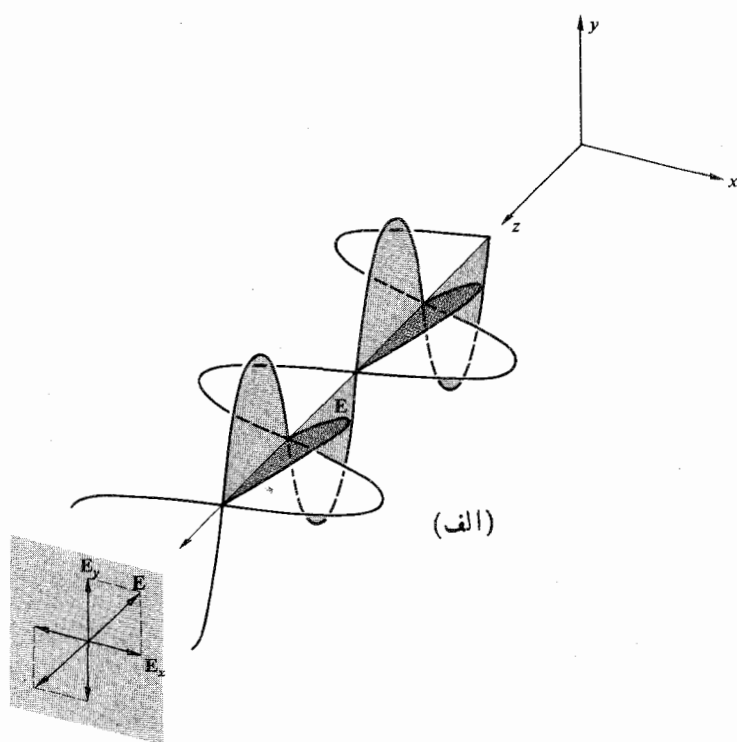
که در آن ϵ اختلاف فاز نسبی بین این موجهاست، که هر دو در راستای z حرکت می‌کنند. در این صورت آشفتگی نوری برآیند عبارت است از

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_x(z, t) + \mathbf{E}_y(z, t) \quad (3.8)$$

اگر ϵ صفر یا مضرب صحیحی از $\pm 2\pi$ باشد، می‌گویید موجها همفازند. در این حالت خاص، معادله (۳.۸) به صورت زیر درمی‌آید

$$\mathbf{E} = (\hat{\mathbf{i}} E_{0x} + \hat{\mathbf{j}} E_{0y}) \cos(kz - \omega t) \quad (4.8)$$

بنا بر این موج حاصل دارای دامنه ثابت $(\hat{\mathbf{i}} E_{0x} + \hat{\mathbf{j}} E_{0y})$ است، یعنی این موج نیز همانطور که در شکل ۱.۸ نشان داده شده، قطبیده خطی است. این فرایند می‌تواند به همین سادگی در جهت عکس نیز صورت گیرد. بدین معنی که می‌توانیم هر موج تخت



شکل ۱۰.۸ نور خطی.

$$E_y(z, t) = \hat{j} E_0 \sin(kz - \omega t) \quad (7.8)$$

موج حاصل از رابطه زیر به دست می آید (شکل ۳.۸).

$$\mathbf{E} = E_0 [\hat{i} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} \sin(kz - \omega t)] \quad (8.8)$$

توجه کنید که اکنون دامنه نرده ای \mathbf{E} ، که E_0 باشد، ثابت است. ولی راستای \mathbf{E} با زمان تغییر می کند و دیگر مانند قبل حرکت آن محدود به یک صفحه نیست. شکل ۴.۸ نشان می دهد که در نقطه اختیاری z_0 واقع بر روی محور چه اتفاقی می افتد. در لحظه $t = 0$ ، \mathbf{E} در امتداد محور مرجع در شکل ۴.۸ الف واقع می شود و بنا بر این

$$E_x = \hat{i} E_0 \cos kz_0, \quad E_y = \hat{j} E_0 \sin kz_0.$$

پس از چندی، $t = kz_0 / \omega$ ، $E_x = \hat{i} E_0$ ، $E_y = 0$ ، و \mathbf{E} در امتداد محور x است. بردار بر این میدان الکتریکی \mathbf{E} ، از جانب ناظری که این موج به سوی او در حرکت است (یعنی، ناظری که برمی گردد و به چشمه نگاه می کند)، در حال چرخش در راستای ساعتگرد و با بسامد زاویه ای ω ، دیده می شود. چنین موجی را قطبیده دایره ای می گویند (شکل ۵.۸) و معمولاً به آن با عبارت ساده نود دایره ای است اشاره می کنند. همچنان که موج به اندازه یک طول موج به پیش می رود، بردار \mathbf{E} یک دور کامل

قطبیده را به دو مؤلفه عمود بر هم تجزیه کنیم. حال فرض کنید که ε ضرب صحیح و فردی از π باشد. در این صورت می گویند این دو موج به اندازه 180° با هم اختلاف فاز دارند و

$$\mathbf{E} = (\hat{i} E_{0x} - \hat{j} E_{0y}) \cos(kz - \omega t) \quad (5.8)$$

باز هم این موج قطبیده خطی است، ولی همانطور که شکل ۲.۸ نشان داده است، صفحه ارتعاش نسبت به وضعیت قبلی چرخیده است (اما نه لزوماً به اندازه 90°).

۲.۱۰.۸ قطبش دایره ای

حالت خاص دیگر که به ویژه در خور توجه است زمانی پیش می آید که دامنه هر دو موج سازا یکسان باشند، یعنی $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ و به علاوه، اختلاف فاز نسبی آنها $\varepsilon = -\pi/2 + 2m\pi$ باشد که در آن $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ به همین ترتیب

$$E_x(z, t) = \hat{i} E_0 \cos(kz - \omega t) \quad (6.8)$$

و نه تابعی از زمان، یعنی ما باید بتوانیم از وابستگی به $(kz - \omega t)$ خلاص شویم. عبارت مربوط به E_y را بسط می دهیم

$$E_y/E_{oy} = \cos(kz - \omega t) \cos \varepsilon - \sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

و آن را با عبارت E_x/E_{ox} ترکیب می کنیم

$$\frac{E_y}{E_{oy}} - \frac{E_x}{E_{ox}} \cos \varepsilon = -\sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon \quad (۱۳.۸)$$

از معادله (۱۱.۸) داریم

$$\sin(kz - \omega t) = [1 - (E_x/E_{ox})^2]^{1/2}$$

و لذا معادله (۱۳.۸) منجر می شود به

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}} - \frac{E_x}{E_{ox}} \cos \varepsilon\right)^2 = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2\right] \sin^2 \varepsilon$$

سرانجام، با مرتب کردن جملات

$$\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon \quad (۱۴.۸)$$

این معادله يك بیضی است که با دستگاه مختصات (E_x, E_y) زاویه α می سازد (شکل ۶.۸) به طوری که

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{ox}E_{oy} \cos \varepsilon}{E_{ox}^2 - E_{oy}^2} \quad (۱۵.۸)$$

اگر محوره های اصلی بیضی در امتداد محوره های مختصات قرار بگیرند، یعنی $\alpha = 0$ ، یا هم ارز آن

$$\varepsilon = \pm \pi/2, \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2, \dots$$

در این صورت بازشناسی معادله (۱۴.۸) ساده تر می شود و در این حالت شکل آشای زیر را خواهیم داشت

$$\frac{E_y^2}{E_{oy}^2} + \frac{E_x^2}{E_{ox}^2} = 1 \quad (۱۶.۸)$$

به علاوه، به ازای $E_{oy} = E_{ox} = E_0$ ، آنگاه

$$E_y^2 + E_x^2 = E_0^2 \quad (۱۷.۸)$$

که با نتایج قبلی وفق می کند و يك دایره است. اگر ε مضرب زوجی از π باشد، معادله (۱۴.۸) منجر می شود به

$$E_y = \frac{E_{oy}}{E_{ox}} E_x \quad (۱۸.۸)$$

و به همین ترتیب اگر ε مضرب فردی از π باشد داریم

$$E_y = -\frac{E_{oy}}{E_{ox}} E_x \quad (۱۹.۸)$$

اینها هر دو خط راست اند با شیب $\pm E_{oy}/E_{ox}$ ، یعنی نور خطی

اجرا می کند. در مقام مقایسه، اگر $\varepsilon = \pi/2, 5\pi/2, 9\pi/2, \dots$ ، یعنی $\varepsilon = \pi/2 + 2m\pi$ که در آن $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ در این صورت داریم

$$\mathbf{E} = E_0 [\hat{i} \cos(kz - \omega t) - \hat{j} \sin(kz - \omega t)] \quad (۹.۸)$$

دامنه تغییر نمی کند، ولی \mathbf{E} اکنون در راستای پداساعتگرد می چرخد و این موج را قطبیده دایره ای چپ می نامند.

يك موج قطبیده خطی را می توان از ترکیب دو موج قطبیده دایره ای در خلاف جهت یکدیگر و با دامنه های مساوی به دست آورد. در حالت خاص، اگر موج دایره ای راست معادله (۸.۸) را به موج دایره ای چپ معادله (۹.۸) اضافه کنیم داریم

$$\mathbf{E} = 2E_0 \hat{i} \cos(kz - \omega t) \quad (۱۰.۸)$$

که دامنه آن بردار ثابت $2E_0 \hat{i}$ است و بنابراین قطبیده خطی است.

۳.۱.۸ قطبش بیضی وار

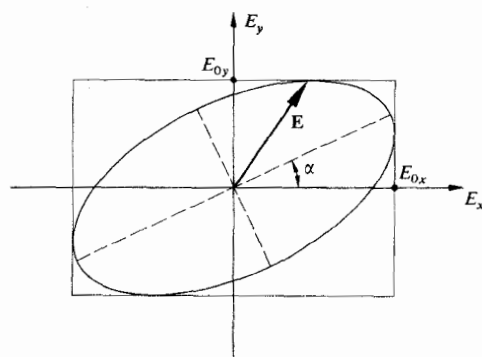
تا آنجا که به توصیف ریاضی مربوط می شود، نور خطی و دایره ای را می توان حالت های خاصی از قطبیده بیضی وار، یا به بیان ساده تر، نود بیضی وار دانست. منظور ما این است که عموماً بردار میدان الکتریکی بر ایند، \mathbf{E} ، هم خواهد چرخید و هم دامنه اش تغییر خواهد کرد. در چنین مواردی، همچنان که موج جاروب می کند و می گذرد، نقطه انتهایی \mathbf{E} ، در صفحه ای ثابت و عمود بر \mathbf{k} ، يك بیضی رسم می کند. اگر عبارتی برای منحنی که نوک \mathbf{E} طی می کند بنویسیم، می توانیم این مطلب را بهتر درک کنیم. برای این منظور به یاد می آوریم که

$$E_x = E_{ox} \cos(kz - \omega t) \quad (۱۱.۸)$$

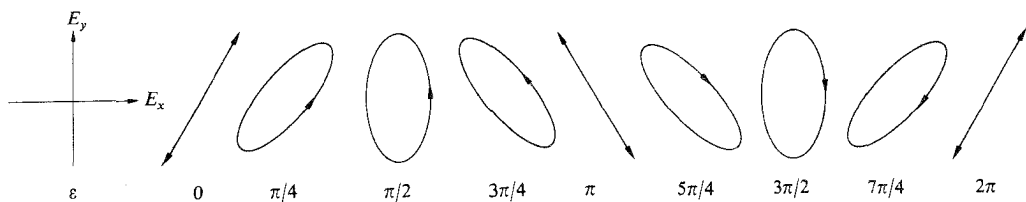
و

$$E_y = E_{oy} \cos(kz - \omega t + \varepsilon) \quad (۱۲.۸)$$

معادله منحنی که در جستجوی هستیم نه باید تابعی از مکان باشد



شکل ۶.۸ نور بیضی وار.



شکل ۷.۸ هیئت قطبشهای گوناگون متناظر با مقادیر خاص ϵ . در اینجا E_x به اندازه ϵ از E_y جلو تر است. اگر $E_{ox} = E_{oy}$ به ازای $\epsilon = \pi/2$ یا $3\pi/2$ ، نور دایره‌ای خواهد بود.

۹.۸). اگر آهنگ این تغییرات در موجی آنقدر سریع باشد که تمیز هر گونه حالت قطبش برآیند تک ناممکن باشد، آن موج را نوسد طبیعی می‌نامند. آن را نوسد ناقطبیده هم می‌نامند. اما این نامگذاری چندان مناسب نیست زیرا در حقیقت نور از حالت‌های قطبش مختلف پشت سر هم که به سرعت تغییر می‌کند، تشکیل یافته است.

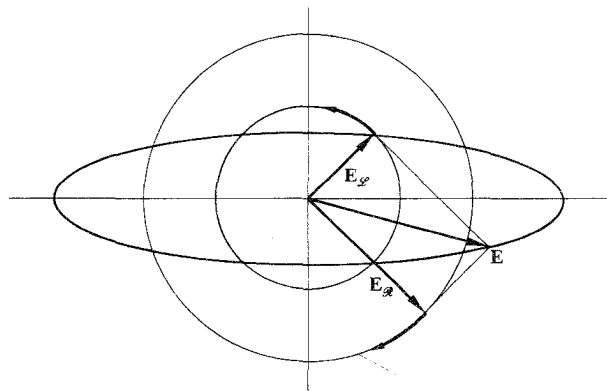
می‌توانیم نور طبیعی را به طریق ریاضی بر حسب دو موج دلخواه، ناهمدوسی، متعامد، قطبیده خطی، با دامنه‌های مساوی (یعنی امواجی که در آنها اختلاف فاز نسبی سریعاً و به‌طور کاتوره‌ای تغییر می‌کند) نشان دهیم.

به‌خاطر داشته باشید که یک موج تخت تکفام ایده‌آل شده باید به صورت یک قطار موج نامتناهی ترسیم شود. اگر این آشفتگی به دوفلفه متعامد در راستای عمود بر انتشار تجزیه شود، این دو مؤلفه نیز، به نوبه خود، باید دارای بسامدی یکسان و اندازه‌ای نامتناهی، و بنابراین متقابلاً همدوس باشند (یعنی، $\epsilon = \text{const.}$). به عبارت دیگر، یک موج تخت کاملاً تکفام همیشه قطبیده است. معادلات (۱.۸) و (۲.۸) در حقیقت همان مؤلفه‌های دکارتی یک موج تخت هماهنگ عرضی ($E_z = 0$) هستند.

به‌طور کلی، خواه منشأ نور طبیعی باشد خواه مصنوعی، نه کاملاً قطبیده است و نه کاملاً ناقطبیده؛ هر دو حالت، فرین هستند. غالب اوقات، تغییرات بردار میدان الکتریکی طوری صورت می‌گیرد که نه کاملاً منظم است و نه کاملاً نامنظم. اینگونه آشفتگی‌های نوری را قطبیده جزئی می‌نامند. یک روش مفید برای توصیف این رفتار موج این است که آن را به‌عنوان حاصل برهم‌نهی مقادیر مشخص نور طبیعی و نور قطبیده در نظر بگیریم.

۵.۱.۸ اندازه حرکت زاویه‌ای و تصویر فوتون

قبلاً دیده‌ایم که وقتی یک موج الکترومغناطیسی با جسمی برخورد می‌کند، می‌تواند به آن جسم هم انرژی و هم اندازه حرکت خطی بدهد (بخش ۲.۴.۳). به‌علاوه، اگر موج تخت فرودی قطبیده دایره‌ای باشد می‌توانیم انتظار داشته باشیم که الکترون‌های درونی ماده، در پاسخ به نیروی تولید شده توسط میدان چرخان \mathbf{E} ، حرکتی



شکل ۸.۸ نور بیضی‌وار به‌عنوان برهم‌نهی یک حالت R و L .

است. شکل ۷.۸ بیشتر این نتایج را به کمک نمودار جمع‌بندی می‌کند.

اکنون در موقعیتی هستیم که یک موج نوری مخصوص را بر حسب حالت قطبش آن بیان کنیم. می‌گوییم نور قطبیده خطی یا تخت در حالت Q است در حالی که نور دایره‌ای راست یا چپ به ترتیب، در حالت R یا L هستند. به همین ترتیب، شرط قطبش بیضی‌وار متناظر با حالت C است. قبلاً دیده‌ایم که حالت Q را می‌توان حاصل برهم‌نهی از حالت‌های R و L دانست، و این امر در مورد حالت C نیز صدق می‌کند. در این حالت، همانطوری که شکل ۸.۸ نشان می‌دهد، دامنه دو موج دایره‌ای با هم تفاوت دارند. (بررسی تحلیلی این مطلب به مسئله ۳.۸ واگذار شده است.)

۴.۱.۸ نور طبیعی

یک چشمه نور معمولی از تعداد زیادی گسیلنده‌های اتمی که به‌طور کاتوره‌ای سم‌گیری کرده‌اند، تشکیل شده است. هراتم برانگیخته قطار موج قطبیده‌ای را به مدتی در حدود 10^{-8} s تابش می‌کند. تمامی گسیلشهایی که دارای بسامد یکسان اند، با هم ترکیب می‌شوند و تک موج برآیند قطبیده‌ای را تشکیل می‌دهند که دیگر بیش از 10^{-8} s دوام نمی‌آورد. قطارهای موج جدید پیوسته گسیل می‌شوند و قطبش کلی به‌طرز کاملاً غیرقابل پیش‌بینی تغییر می‌کند (بخش

باری الکتریکی که مقدار انرژی \mathcal{E} را از موج دایره‌ای فرودی درمی‌آشامد، به‌طور همزمان مقداری از اندازه حرکت زاویه‌ای، L ، را درخواهد آشامید، به‌طوری که

$$L = \frac{\mathcal{E}}{\omega} \quad (۲۲.۸)$$

اگر موج فرودی در یک حالت R باشد، بردار \mathbf{E} ی آن، درحالی که متوجه چشمه است، در راستای ساعتگرد می‌چرخد. این امتداد چرخیدن یک بار مثبت در محیط درآشام است، و بنابراین بردار اندازه حرکت زاویه‌ای در راستایی مخالف راستای انتشار قرار گرفته است^۱ (شکل ۹.۸).

مطابق توصیف مکانیک کوانتومی، مسوج الکترومغناطیسی انرژی را به‌صورت بسته‌های کوانتیده یا فوتون منتقل می‌کند، به‌طوری که $\mathcal{E} = h\nu$. از اینرو ($\hbar \equiv h/2\pi$) $\mathcal{E} = \hbar\omega$ و اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی یا اسپین یک فوتون یا \hbar - است یا $+\hbar$ ، که علامتها به‌ترتیب به‌راستگردی یا چپگردی دلالت می‌کنند. توجه کنید که اندازه حرکت زاویه‌ای یک فوتون کاملاً از انرژی آن مستقل است هر وقت یک ذره باردار تابش الکترومغناطیسی را بگسیلد یا درآشامد، و به‌موازات آن انرژی و اندازه حرکت خطی اش تغییر کند، اندازه حرکت زاویه‌ای آن دستخوش تغییری برابر $\pm \hbar$ خواهد شد.^۲

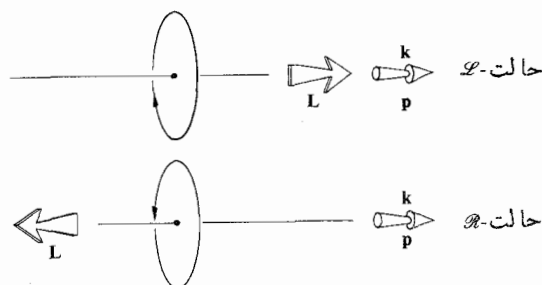
می‌توان با انرژی انتقال یافته به یک هدف توسط یک موج الکترومغناطیسی فرودی به‌شکل انتقال جریانی از فوتونهای مشابه برخورد کرد. کاملاً واضح است که می‌توانیم یک ترابرد کوانتیده متناظر اندازه حرکت زاویه‌ای را پیش‌بینی کنیم. یک موج تخت قطبیده دایره‌ای کاملاً چپگرد اندازه حرکت زاویه‌ای را آنگونه به‌هدف می‌رساند که گویی اسپینهای کلیه فوتونهای سازای این باریکه، در امتداد انتشار قرار گرفته‌اند. تغییر نور به دایره‌ای راستگرد، سم‌گیری اسپین فوتونها و همچنین گشتاور نیروی مؤثر توسط آنها را بر روی هدف، معکوس می‌کند. بت (۱۹۵۶/۱۲۸۵)، در سال ۱۹۳۵/۱۳۱۴، با به‌کارگیری یک آونگ پیچشی بسیار حساس، عملاً توانست چنین اندازه‌گیری را انجام دهد.^۳

دایره‌ای پیدا می‌کنند. به‌طریقی دیگر، می‌توانیم میدان را ترکیبی از دو حالت متعامد q در نظر بگیریم که به‌اندازه ۹۰ درجه باهم اختلاف فاز دارند. اینها، به‌طور همزمان الکترون را در دو امتداد عمود برهم و با $\pi/2$ اختلاف فاز می‌دانند. حرکت بر ایند بازهم دایره‌ای است. در عمل میانگین گشتاور نیرویی که میدان \mathbf{B} وارد می‌آورد روی یک مدار صفر می‌شود، و میدان الکترون را با سرعت زاویه‌ای ω ، که برابر بسامد موج الکترومغناطیسی است، می‌رانند. بدین ترتیب، اندازه حرکت زاویه‌ای توسط موج به‌ماده‌ای که الکترونها در آن جا دارند و به آن بسته شده‌اند، منتقل می‌شود. می‌توانیم مسئله را ساده‌تر و بدون پرداختن به جزئیات دینامیکی بررسی کنیم. توان داده شده به‌دستگاه عبارت از انرژی انتقال یافته در واحد زمان، $d\mathcal{E}/dt$ ، است. به علاوه، توان ایجاد شده توسط یک گشتاور نیرو، Γ ، که بر یک جسم چرخان وارد می‌آید برابر $\omega\Gamma$ است (که مشابه νF ، در حرکت خطی است) پس

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \omega\Gamma \quad (۲۰.۸)$$

چون گشتاور نیرو برابر است با آهنگ تغییر زمانی اندازه حرکت زاویه‌ای، L ، نتیجه می‌شود که به‌طور متوسط

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \omega \frac{dL}{dt} \quad (۲۱.۸)$$



شکل ۹.۸ اندازه حرکت زاویه‌ای یک فوتون.

۱. گزینش این اصطلاح مسلماً چندان مناسب نیست. با این حال، کاربرد آن در نورشناخت به‌خوبی جا افتاده است، اگر چه کاملاً با اصطلاح قراردادی منطقی‌تری که در فیزیک ذرات بنیادی پذیرفته شده، متناقض است.
۲. اتم هیدروژن را به‌عنوان مثالی مهمتر و در عین حال ساده در نظر بگیرید. این اتم از یک پروتون و یک الکترون ترکیب یافته است که اسپین هر کدام $\hbar/2$ است. وقتی که اسپینهای هر دو ذره هم‌راستا باشند انرژی اتم اندکی بیشتر می‌شود. ولی ممکن است یکبار در خلال زمانی بسیار طولانی، تقریباً ۱۰۵ سال، یکی از اسپینها در اثر ضربه ناگهانی واژگون شده و با اسپین دیگر پساد موازی شود. در آن صورت تغییر اندازه حرکت زاویه‌ای اتم \hbar است و این انرژی به فوتون گسیلیده‌ای که انرژی اضافی را می‌رساند، می‌شود. این پدیده منشاء گسیل میکروموج ۲۱ سانتیمتری است که در رادیو اخترشناسی اهمیت بسزایی دارد.

3. Richard A. Beth, "Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light." *Phys. Rev.*, 50, 115 (1936).

قطبشگرها، به طوری که خواهیم دید، پیکر بندیهای مختلفی دارند، ولی همه آنها بر پایه یکی از چهار سازوکار فیزیکی بنیانی استوارند: دی کروئیسم یا در آشامی انتخابی، بازتاب، پراکندگی، و دوشکستی یا شکست دوگانه. اما، یک خاصیت اساسی وجود دارد که همه سازوکارهای بالا در آن سهیم اند، و آن به طور خلاصه این است که باید نوعی بی تقلانی همراه این فرایند وجود داشته باشد. این مطلب مسلماً قابل فهم است زیرا قطبشگر باید به نحوی یک حالت قطبش مخصوص را انتخاب و بقیه را رد کند. در حقیقت، عدم تقارن می تواند مربوط به دقت عمل در زاویه فرودی یا زاویه دید باشد ولی معمولاً این یک ناهمسانگردی آشکار در ماده خود قطبشگر است.

۱۰۲.۸ قانون مالوس

قبل از ادامه بحث لازم است مطلبی را روشن کنیم، و آن این است که: چگونه به طور تجربی می توانیم مشخص کنیم که آیا یک دستگاه واقعاً قطبشگر خطی است یا خیر؟

طبق تعریف، اگر نور طبیعی، آنطور که در شکل ۱۰.۸ نشان داده شده است، بر یک قطبشگر خطی ایده آل فرود آید، نور فقط در حالت q عبور خواهد کرد. سمتگیری آن حالت q موازی با راستایی ویژه است که آن را محور تراگسیل قطبشگر می نامیم. به عبارت دیگر، فقط مؤلفه میدان نوری که موازی محور تراگسیل است، اساساً بدون تغییر از درون دستگاه عبور خواهد کرد. اگر قطبشگر در شکل ۱۰.۸ به دور محور z چرخانده شود، در آنچه که آشکار ساز (مثلاً فوتوسل) می خوانند، تغییری ایجاد نخواهد شد زیرا نور ناقطبیده کاملاً متقارن است. به خاطر داشته باشید که سروکار ما مطمئناً با امواج است ولی به علت اینکه بسامد نور خیلی زیاد است، آشکار ساز ما، به دلایل عملی، فقط تابیدگی فرودی را اندازه می گیرد. چون این تابیدگی با مربع دامنه میدان الکتریکی متناسب است (شکل ۵۲.۳) و ما تنها نیاز به آن داریم که دامنه را بررسی کنیم.

حال فرض کنیم که یک قطبشگر ایده آل دوم مشابه اولی، یا تجزیه گر را وارد عمل کنیم که محور تراگسیل آن عمودی باشد (شکل ۱۱.۸). اگر دامنه میدان الکتریکی انتقال یافته از قطبشگر E_0 باشد، تنها مؤلفه آن، $E_0 \cos \theta$ ، که موازی محور تراگسیل تجزیه گراست عبور می کند و به آشکار ساز می رسد (بنا فرض اینکه در آشامی وجود نداشته باشد). در این صورت بنا بر معادله (۵۲.۳)، تابیدگی که به آشکار ساز می رسد با رابطه زیر بیان می شود

$$I(\theta) = \frac{c \epsilon_0}{2} E_0^2 \cos^2 \theta \quad (23.8)$$

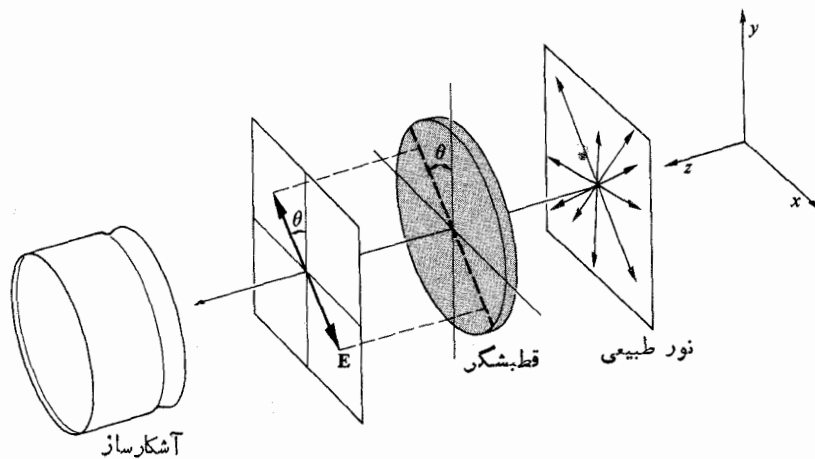
تابیدگی بیشینه، $I(0) = c \epsilon_0 E_0^2 / 2$ ، وقتی اتفاق می افتد که زاویه

تا اینجا ما در توصیف نور دایره ای کاملاً راست و چپ به صورت فوتون به مشکلی برخوردیم، ولی نور قطبیده خطی یا بیضی وار چیست؟ از لحاظ کلاسیکی، نور در یک حالت q می تواند از برهمنهی هم دوس مقادیر مساوی از نور در حالت های R و L (با اختلاف فاز مناسب) حاصل شود. معلوم شده است که هر تک فوتون که اندازه حرکت زاویه ای آن به نحوی اندازه گیری شده باشد دارای اسپینی موازی یا پساد موازی با k است. باریکه ای از نور خطی آنگونه با ماده برهم کنش خواهد کرد که گویی، در آن لحظه، از تعداد مساوی فوتون های راستگرد و چپگرد تشکیل یافته است. در اینجا باید به یک نکته ظریف اشاره کرد. ما نمی توانیم بگوییم که این باریکه واقعاً از مقادیر دقیقاً مساوی فوتونها که راستگرد و چپگرد آنها کاملاً مشخص شده باشد تشکیل یافته است؛ فوتونها همه مشابه اند. به علاوه، هر تک فوتون، به طور همزمان در هر دو حالت ممکن اسپین با احتمال مساوی وجود دارد. با اندازه گیری اندازه حرکت زاویه ای فوتون های سازا، \hbar — با همان فراوانی به دست خواهد آمد که \hbar — تمام آن چیزی که می توانیم مشاهده کنیم همین است. ما نمی دانیم که فوتون قبل از اندازه گیری چه کاری انجام می دهد (اگر در واقع قبل از اندازه گیری وجود داشته باشد). در مجموع، نتیجه می شود که باریکه تمامی اندازه حرکت زاویه ای را به هدف نخواهد رسانید.

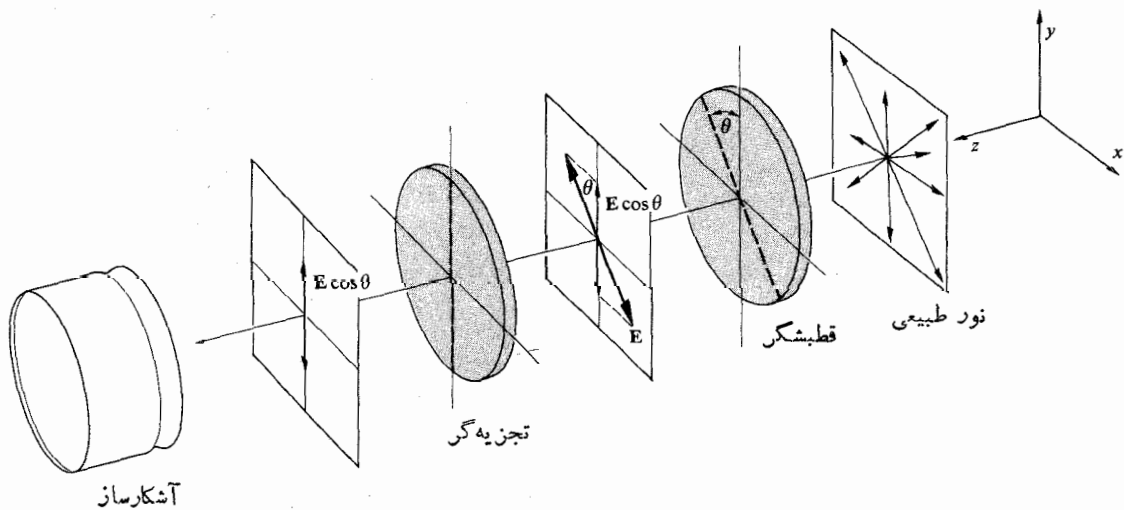
در مقابل، اگر هر کدام از فوتونها، حالت های اسپین را با یک احتمال مساوی اشغال نکرده باشد، یک اندازه حرکت زاویه ای، مثلاً \hbar —، تا اندازه ای با فراوانی بیشتری از دیگری برابر با \hbar — اندازه گیری خواهد شد. بنا بر این، در این حالت یک اندازه حرکت زاویه ای خالص مثبت به هدف خواهد رسید. نتیجه کلی نور قطبیده بیضی وار است، یعنی یک برهمنهی از مقادیر نابرابر نور R و L که دارای یک رابطه فازی ویژه هستند.

۲۰.۸ قطبشگرها

حال که با نور قطبیده آشنایی مختصری پیدا کرده ایم، گام منطقی بعدی گسترش درک روش های به کار رفته برای تولید، تغییر، و به طور کلی دستکاری آن به منظور برآوردن نیازهایمان است. کاملاً منطقی است که یک دستگاه نوری را که ورودی آن نور طبیعی و خروجی اش شکلی از نور قطبیده است قطبشگر بنامیم. مثلاً، یادآوری می شود که یک نمایش ممکن از نور ناقطبیده، برهمنهی دو حالت q ی متعامد، ناهمدوس، و همدامنه است. ابزاری که این دو مؤلفه را از هم جدا کرده، یکی را از خود عبور می دهد و مانع عبور دیگری می شود، قطبشگر خطی نامیده می شود. همچنین بسته به شکل خروجی، می توانیم قطبشگرهای دایره ای یا بیضی وار داشته باشیم. و همه این ابزارها را بسته به میزان اثرشان در قطبی کردن نور، می توانیم قطبشگرهای منفذدار یا قطبشگرهای جزئی بنامیم.



شکل ۱۰۰۸ قطبشگر خطی.



شکل ۱۱۰۸ قطبشگر و تجزیه گر خطی، قانون مالوس.

نخواهد داشت.

آشکار است که، می توانیم آرایش شکل ۱۱۰۸ را همراه قانون مالوس به کار ببریم تا بتوانیم تعیین کنیم آیا يك دستگاه ویژه در حقیقت يك قطبشگر خطی هست یا خیر.

۳۰۸ دورنگی

مفهوم وسیع اصطلاح دورنگی به درآشامی گزینشی یکی از دو مؤلفه متعامد باریکه فرودی در حالت φ ، اطلاق می شود. خود قطبشگر دورنگ از نظر فیزیکی ناهمسانگرد است، و يك عدم تقارن یا درآشامی ترجیحی شدید از يك مؤلفه میدان ایجاد می کند درحالی که اساساً نسبت به مؤلفه دیگر شفاف است.

θ بین محورهای تراگیل تجزیه گر و قطبشگر صفر باشد، بنا براین، می توان معادله (۲۳۰۸) را به صورت زیر نوشت

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \theta \quad (23.8)$$

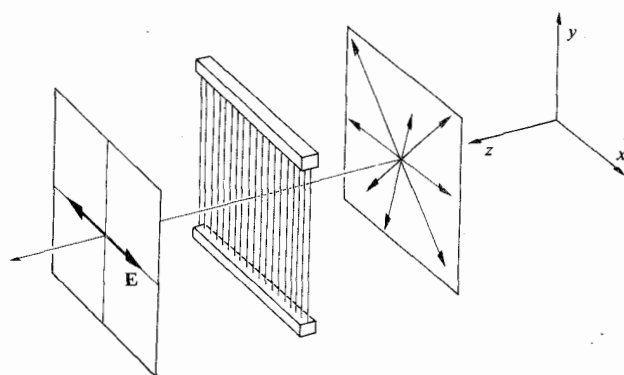
این رابطه را قانون مالوس می نامند و نخستین بار در سال ۱۸۰۹/۱۱۸۸ توسط اتین مالوس مهندس نظامی و سروان ارتش ناپلئون منتشر شده است.

ملاحظه می شود که $I(90^\circ) = 0$. این نتیجه از آنجا ناشی می شود که میدان الکتریکی که از قطبشگر عبور کرده است بر محور تراگیل تجزیه گر عمود است (دو دستگاهی را که به این ترتیب آرایش یافته اند متقاطع می گوئیم). پس، این میدان موازی با آن چیزی است که محدود خاموشی تجزیه گر نسامیده می شود و بنابراین آشکار است که بر امتداد محور تراگیل مؤلفه ای

۱۰۳۰۸ قطبشگر شبکه سیمی

ساده ترین طرح از این نوع، شبکه‌ای است با سیمهای هادی موازی که در شکل ۱۲.۸ نشان داده شده است. یک موج الکترومغناطیسی ناقطبیده را تصور کنید که از سمت راست به شبکه برخورد می‌کند. میدان الکتریکی را می‌توان به دو مؤلفه عمود بر هم معمولی تجزیه کرد، در این حالت، یکی را موازی سیمها و دیگری را عمود بر آنها اختیار می‌کنیم. مؤلفه y میدان، الکترونها را رسانش را در امتداد هر کدام از سیمها می‌راند و در نتیجه ایجاد یک جریان می‌کند. الکترونها به نوبه خود با اتمهای شبکه بلوری برخورد کرده به آنها انرژی می‌دهند و در نتیجه سیمها را گرم می‌کنند (گرمای ژول). در این روش انرژی از میدان به توری منتقل می‌شود. به علاوه، الکترونها ضمن اینکه در راستای محورها شتاب می‌گیرند، در هر دو راستای جلو و عقب تابش می‌کنند. همانطوری که انتظار می‌رود گرایش موج فرودی چنان است که توسط موجی که در راستای جلو مجدداً تابش یافته است حذف شود، و در نتیجه مؤلفه میدان یا کم انتقال می‌یابد و یا اصلاً منتقل نمی‌شود. تابشی که در راستای عقب انتشار می‌یابد فقط به صورت موج بازتابیده ظاهر می‌شود. در مقابل، الکترونها آزاد نیستند که در امتداد محور x خیلی دور شوند و مؤلفه میدان متناظر این موج، ضمن انتشار در داخل توری اساساً بدون تغییر می‌ماند. بنابراین محدود انتقال توری بر سیمها عمود است. این تصور طبیعی که مؤلفه y میدان به نحوی در میان فضاهای بین سیمها می‌لغزد اشتباه کاملاً شایعی است.

می‌توانیم نتیجه گیریهای خود را با به کار بردن میکروموج و یک شبکه که از سیم الکتریکی معمولی ساخته شده است، به سهولت تأیید کنیم. به هر حال، ساختن یک شبکه که بتواند نور را قطبی کند کار آسانی نیست، اما این کار انجام گرفته است. در ۱۹۶۰، برد و ما کسفیلد پاریش^۱ شبکه‌ای ساختند که در هر میلیمتر آن تعداد ۲۱۶۰ نکرده بود. آنها این کار بزرگ را از راه



شکل ۱۲.۸ قطبشگر توری-سیم.

تخیر جریانی از اتمهای طلا (یا در موارد دیگر آلومینیوم) که تقریباً به طور مماس روی یک برگردان توری پراش پلاستیکی فرود می‌آید به انجام رساندند (بخش ۷.۲.۱۰). فاز در انتهای هر مرحله در توری انباشته می‌شد تا سیمهای نازک میکروسکوپی را که فاصله بین آنها کمتر از یک طول موج بسود، تشکیل دهد. گرچه این شبکه سیمی به ویژه در فرو سرخ خیلی مفید است، دلیل اینکه در اینجا از آن نام می‌بریم، بیشتر از آنکه جنبه عملی داشته باشد، جنبه آموزشی دارد. اصل اساسی که توری بر روی آن بنا شده است، سهم قطبشگرهای دورنگ است که بیشتر متداول است.

۲۰۳۰۸ بلورهای دورنگ

برخی مسود هستند که به علت وجود یک ناهمسانگرد در ساختار بلوری مربوط به آنها، ذاتاً دورنگ اند. احتمالاً شناخته شده ترین این مواد تورمالین کانی است که در طبیعت یافت می‌شود، و آن سنگ نسبتاً قیمتی است که در جواهرسازی به کار می‌رود. در واقع تورمالینهای متعددی وجود دارد که سیلیکاتهای به رنگ بسور با ترکیبات شیمیایی متفاوت اند $[NaFe_3B_3Al_3Si_6O_{27}(OH)_4]$. در مورد این ماده امتدادی در داخل بلور به نام محور اصلی یا توری وجود دارد و از روی پیکربندی اتمی آن تعیین می‌شود. مؤلفه میدان الکتریکی یک موج نورانی فرودی که عمود بر محور اصلی است به وسیله نمونه‌ای از این ماده به شدت درآشامیده می‌شود. هرچه بسور ضخیمتر باشد درآشامی کاملتر است (شکل ۱۳.۸). بنابراین یک برش تیغه‌ای از یک بلور تورمالین به موازات محور اصلی اش و به ضخامت چند میلیمتر، می‌تواند در مقام یک قطبی کننده خطی به کار رود. در این مورد، محور اصلی بلور به محور انتقال قطبشگر تبدیل می‌شود. اما سودمندی تورمالین بیشتر به این علت که بلورهای آن نسبتاً کوچک اند، محدود است. به علاوه، حتی مقداری از نور تراکسیلیده نیز درآشامیده می‌شود. در مورد مواد پیچیده، این درآشامی ناخواسته به شدت به طول موج بستگی دارد و بنابراین، این نمونه رنگین خواهد شد. اگر بلور تورمالین را در برابر نور سفید طبیعی نگاه داریم و عمود بر محور اصلی به آن نگاه کنیم، ممکن است به رنگ سبز دیده شود (البته به رنگهای دیگر نیز درمی‌آیند). و اگر در راستای محور که تمامی میدانهای E بر آن عمودند نگاه کنیم، تقریباً سیاه دیده می‌شود (بنابراین معنای اصطلاح دی کروئیک، دو رنگی است).

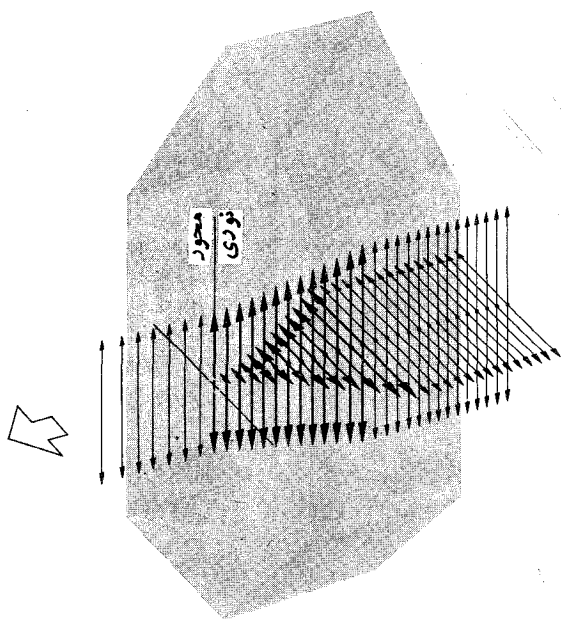
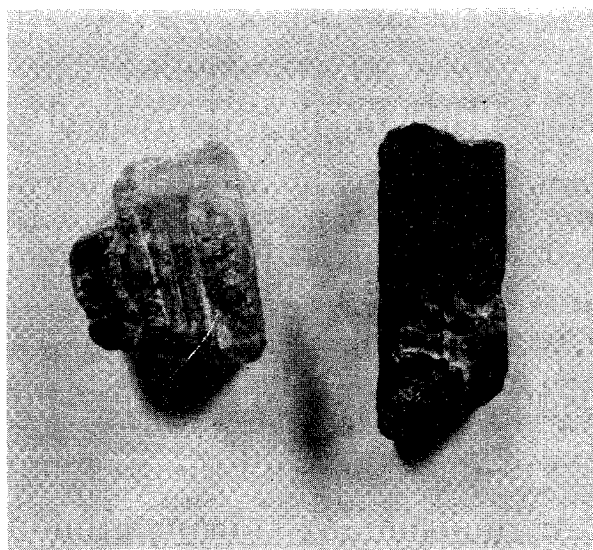
مواد متعدد دیگری وجود دارند که خصیصه‌های مشابهی را از خود بروز می‌دهند. بسوری از هیپرستن کانی که یک فرومنیزوم سیلیکات است، ممکن است زیر نور سفیدی که در یک راستا

قطبیده شده است به رنگ سبز و در راستای قطبش دیگر به رنگ صورتی به نظر آید.

با در نظر گرفتن ساختار میکروسکوپی این نمونه (نگاه دیگری به بخش ۱۰.۳.۳ خالی از فایده نخواهد بود) می‌توانیم یک تصویر کیفی از سازوکاری که منجر به ایجاد دورنگی بلور می‌شود به دست آوریم. اتمهای داخل یک بلور از راه نیروهای کوتاه برد* قویاً به هم بسته شده‌اند تا یک شبکه دوره‌ای تشکیل دهند. می‌توان پیش‌بینی کرد که الکترونی‌های خواص نوری را پدید می‌آورند که به وضعیتهای تعادل مربوط به خود به‌طور کشسانی بسته شده‌اند. الکترونی‌های منسوب به یک اتم مشخص نیز تحت تأثیر اتمهای پیرامونی که خود آنها ممکن است توزیع متقارنی نداشته باشند، قرار دارند. در نتیجه، نیروهای اتصال کشسان وارد بر الکترونی‌ها در راستاهای مختلف، متفاوت خواهند بود. بنا بر این، پاسخ آنها به میدان الکتریکی هماهنگ مر بوط به یک موج الکترومغناطیسی فرودی، با راستای E تغییر خواهد کرد. اگر ماده، علاوه بر ناهمسانگرد بودن در آشامنده نیز باشد، یک تحلیل دقیق باید رسانایی وابسته به سمیت را نیز به حساب آورد. جریانهایی وجود خواهند داشت و انرژی ناشی از موج به گرمای ژول تبدیل خواهد شد. تضعیف (جریان)، علاوه بر تغییر راستا، می‌تواند بستگی به بسامد نیز داشته باشد. معنای این عبارت آن است که اگر نور سفید وزودی در یک حالت p باشد، بلور رنگین دیده می‌شود، و رنگ تابعی از سمگیری E خواهد بود. موادی که دو یا حتی سه رنگ مختلف پدید آورند، به ترتیب دورنگی (دی کروئیک) یا سه رنگی (تری کروئیک) نامیده می‌شوند.^۱

۳.۳.۸ پولاروئید

ادوین هربرت در سال ۱۳۵۷/۱۹۲۸، که در آن زمان دانشجوی ۱۹ ساله کالج هاروارد بود، اولین ورقه قطبی‌ساز دو رنگ را که نام تجاری آن درقه جی پولادوئید است، اختراع کرد. این ورقه از یک ماده دورنگ مرکب به نام هراپاتیت یا کینین سولفات پر یودید^۲ تشکیل یافته بود. گزارش ناظر به گذشته خود لند از کار اولیه‌اش، بیشتر ارزش اطلاعاتی دارد و خواندن آن محسورکننده است. پی‌گیری مبادی بعضاً شگفت‌انگیز که بی‌گمان اینک گسترده‌ترین گروه قطبشگرهای مورد استفاده است، از جاذبه ویژه‌ای برخوردار است. آنچه که در زیر می‌آید نقل قولی از لند است



شکل ۱۳.۸ بلور دو رنگ. رشته‌هایی که به‌طور طبیعی ایجاد می‌شوند و در عکس بلورهای تورمالین نمایان هستند مربوط به محور نورند.

* نیروهای غیر کولنی که بین هسته‌های خیلی نزدیک به هم اثر می‌کنند و ثبات هسته‌ها را برعهده دارند، بر دو نوع اند: نیروهای عادی و نیروهای مبادله‌ای. رنگ، نیروی پارتلت، نیروی هایزنبرگ، نیروی مازورانا، نیروی سربر، نیروی ویگین-م.

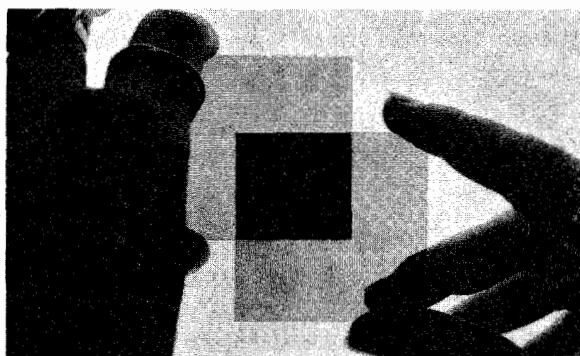
۱. بعداً، آنکه که پدیده دوشکستی مورد بحث قرار خواهد گرفت، از این فرایند بیشتر سخن خواهیم گفت. در اینجا کافی است بگوییم که برای بلورهایی که به‌عنوان یک محوری رده بندی شده‌اند، دو راستای مشخص وجود دارد و بنا بر این ممکن است به وسیله نمونه‌های درآشامنده دورنگ ظاهر شود. در بلورهای دو محوری سه راستای مشخص و لذا امکان بروز سه رنگ وجود دارد.

2. E. H. Land, "Some Aspects of the Development of Sheet Polarizers," *J. Opt. Soc. Am*, 41, 957 (1951).

مولکولهای پلیمری چسبیده و زنجیره‌ای را از خودش تشکیل می‌دهد. الکترونهاى رسانشی منسوب به یدین می‌توانند در طول زنجیره‌ها حرکت کنند به‌طوری که گویی سیمهای نازک درازی بوده‌اند. مؤلفه E در يك موج فرودى كه موازى مولكولهاست، الکترونها را می‌رانند، روی آنها کار انجام می‌دهد، و به شدت درآشامیده می‌شود. بنا براین محور انتقال قطبشگر عمود بر امتدادی است که در آن امتداد فیلم (ورقه نازک) کشیده شده بود.

جوهر هر يك از دو رنگ كوچك جداگانه، دی‌کروموفود نامیده می‌شود. در ورقه H ، دی‌کروموفورها با ابعاد مولکولی اند، بنا براین پراکندگی مشکلی به‌وجود نمی‌آورد. ورقه H در عرض تمامی طیف مرئی قطبشگر بسیار مؤثری است ولی در انتهای رنگ آبی این خاصیت آن تا اندازه‌ای کم می‌شود. وقتی كه يك نور سفید درخشان را از داخل يك زوج ورقه H پولاوید متقاطع، مانند شكل ۱۴۰۸، نگاه كنیم، رنگ خاموشی، به عنوان نتیجه‌ای از این تراوش، آبی تیره خواهد بود. $HN-50$ ، علامتی است برای نشان دادن يك ورقه H ایده‌آل فرضی كه دارای يك دنگت خنثی (N) بوده و ۵۰ درصد نور طبیعی فرودى را از خود عبور می‌دهد، و ۵۰ درصد بقیه را كه مؤلفه قطبش ناخواسته است، درمی‌آشامد. ولی در عمل، تقریباً ۴ درصد نور ورودی بر روی هر سطح بازتابیده خواهد شد (معمولاً پوششهای پساد بازتابش به‌کار نمی‌برند) و ۹۲ درصد عبور می‌کند. نصف این مقدار هم به‌احتمال زیاد درآشامیده می‌شود، و بنا براین، باید به يك پولاوید $HN-46$ بیندیشیم. در واقع مقادیر زیادى از $HN-38$ ، $HN-32$ و $HN-22$ كه هر کدام بسته به مقدار یدی كه دارند باهم تفاوت می‌کنند، تولید تجارتي می‌شوند و دسترسی به آنها سهل است (مسئله ۴۰۸).

بسیاری از اشكال ديگر پولاوید تكامل پيدا کرده‌اند. ۱. ورقه

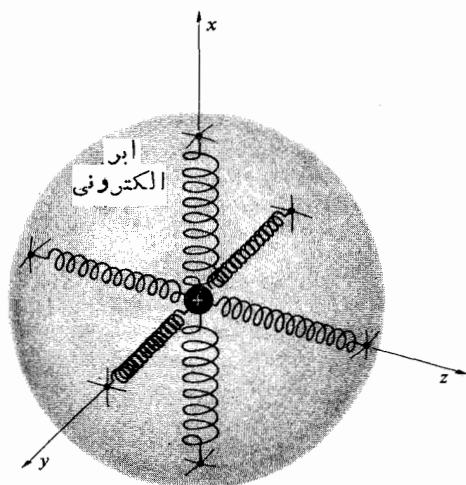


شكل ۱۴۰۸ يك زوج پولاوید متقاطع. هر کدام از پولاویدها خاکستری به نظر می‌رسد، زیرا تقریباً نصف نور فرودى را درمی‌آشامد.

در نوشتارهای علمی در ارتباط با تكامل قطبشگرها بر خسی نکات بسیار بجا وجود دارند، به‌ویژه کار ویلیام پردهراپات، فیزیكدانی در بریستول انگلستان كه شاگردش آقای فلپز دریافت‌ه بود كه هر وقت ید را در داخل ادرار سگی كه كینین خورده بود می‌ریخت، بلورهای ریز سبزرنگ هراق درمایع حاصل واكنش تشكيل می‌شد. فلپز به‌معمولش مراجعه كرد، و آنگاه هراپات كاری كرد كه من (لند) فكر می‌كنم در آن شرایط عجیب بود. او این بلورها را زیر میکروسكوپ نگاه كرد و متوجه شد كه در جاهایی كه آنها روی هم می‌افتند روشن‌اند و در جاهایی تاریك. او به اندازه‌كافی زیرك بود تا بفهمد كه پدیده قابل توجهی وجود دارد. يك ماده قطبشگر جدید [كه اینك هراپاتیت نامیده می‌شود].

كار هراپات توجه سر دیوید بورستر را كه در آن روزهای شاد مشغول كار روی كالئیدوسكوپ بود جلب كرد؛ بورستر كه كالئیدوسكوپ را اختراع كرد، در باره آن كتابی نوشت و در آن كتاب متذكر شد كه دلش می‌خواست از بلورهای هراپاتیت برای عدسیهای چشمی آن استفاده كند. وقتی كه من دوباره، در سالهای ۱۹۲۶ و ۱۹۲۷، مشغول خواندن این كتاب بودم، در آنجا به اشاره وی به این بلورها برخورد كردم و همان اشاره باعث جلب توجه من به هراپاتیت شد.

رهیافت اولیه لند برای ایجاد يك قطبشگر خطی جدید این بود كه هراپاتیت را به میلیونها بلور زیر میکروسكوپی بتراشد كه خوشبختانه در طبیعت به‌شكل سوزن وجود داشت. اندازه كوچك آنها مشكل پراكندگی نور را كاهش می‌داد. در آزمایشهای اولیه او، با استفاده از میدانهای الكتریکی یا مغناطیسی، بلورها تقریباً موازی با يكديگر هم‌تراز شده بودند. او بعداً دریافت كه چنانچه يك محلول معلق كلوئیدی وشكسان از سوزنهای هراپاتیت، از يك شكاف دراز و باریك خارج می‌شدند، بلورها می‌توانستند به‌طور مكانیكی در يك خط قرار بگیرند. ورقه J شكل حاصل، به طود مؤثری يك بلور دورنگ تخت بزرگ بود. تك بلورهای زیر میکروسكوپی، هنوز اندكى نور را پخش می‌كردند و در نتیجه ورقه J شكل تا اندازه‌ای تیره بود. لند، در سال ۱۹۳۸/۱۳۱۵، ورقه H شكل را اختراع كرد كه در حال حاضر احتمالاً پرکاربردترین قطبشگر خطی است. این ورقه حاوی بلورهای دورنگ نیست ولی در عوض شبیه مولكولی توری سیمی است. ورقه‌ای از پلی‌وینیل الكل رقیق را گرم می‌کنند و آن را در راستای معینی می‌كشند، در این فرایند مولكولهای دراز هیدروكربن آن در يك خط قرار می‌گیرند. آنگاه ورقه را داخل محلولی از مركب كه از ید اشباع شده است، فرو می‌برند. ید به‌داخل پلاستیک نفوذ می‌كند و به‌طور مؤثری بد زنجیر مستقیم و دراز



شکل ۱۵۰۸ مدل مکانیکی نشانگر یک لایه با بار منفی که به وسیله یک زوج فنر با سختیهای مختلف به هسته مثبتی پیوند خورده است.

بدیهی است که با بسامد سرشتی متفاوتی نسبت به آن که در راستایی دیگر جا به جا می شود، نوسان خواهد کرد. به طوری که قبلاً نشان دادیم (بخش ۲۰۳۰۳)، نور در داخل یک ماده شفاف، از طریق تحریک الکترونها در داخل ماده انتشار می یابد. الکترونها به وسیله میدان E رانده می شوند و مجدداً تابش می کنند؛ این موجکهای ثانویه مجدداً ترکیب می شوند و موج شکسته حاصل به حرکت ادامه می دهد. سرعت موج، و بنا بر این ضریب شکست، از روی اختلاف بین بسامد میدان E و بسامد سرشتی یا طبیعی الکترونها تعیین می شود. بنابراین یک ناهمسانگردی در نیروی اتصال در یک ناهمسانگردی در ضریب شکست، نمایان خواهد شد. مثلاً، اگر قرار بود نور حالت p در داخل یک بلور فرضی حرکت کند، به طوری که به الکترونها یی که در شکل ۱۵۰۸ نشان داده شده است برخورد کند، سرعت آن تابع سمگیری E می بود. اگر E موازی فنرهای سخت، یعنی در راستای اتصال محکم که در اینجا امتداد محور x است، می بود بسامد طبیعی الکترونها زیاد می شد (متناسب با ریشه دوم ثابت فنر). در مقابل، اگر E در راستای محور y باشد، که در آنجا نیروی بستگی ضعیفتر است، بسامد طبیعی تا اندازه ای کمتر خواهد بود. با توجه به بحث پیشین ما درباره باشندگی و منحنی $n(\omega)$ در شکل ۱۴۰۳، این نوع ماده که دو ضریب شکست متفاوت از خود بروز می دهد دوشکستی نامیده می شود. اگر بلور طوری باشد که بسامد فرودی نزدیک به ω در شکل ۱۶۰۸ ظاهر شود، در نوار جذبی $n_y(\omega)$ باقی می ماند.

K که نسبت به رطوبت و گرما مقاوم است، به عنوان دی کروموفور آن، زنجیر مستقیم هیدروکربن پلی وینیل را داراست. ترکیبی از اجزای ورقه های H و K منجر به ورقه HR ، یک قطبشگر فروسرخ نزدیک، می شود.

بودارنگاد چولاژید، ماده فراوانی در بازار است، و مخصوص کاربرد در فرایندی است که عکسهای سه بعدی ایجاد می کند. با وجود این، می تواند برای ایجاد نوعی تحریک فکری به کار رود، اگر به نمایشهای پررآز و رمز کشیده نشود. فیلم بردارنگار یک لایه پلاستیکی شفاف حاصل از دو ورقه الکل پلی وینیل است و چنان در یک خط قرار گرفته اند که امتداد کشش آنها نسبت به هم عمودند. در این شکل، الکترونها ی رسانشی وجود ندارد و این فیلم یک قطبشگر است. با به کار بردن یک محلول ید، فرض کنید که X در یک طرف فیلم و Y که آن را می پوشاند، در طرف دیگر رسم کنیم. در زیرروشنایی طبیعی، نوری که از X رد می شود در حالت p خواهد بود و بر نور حالت p که از Y می آید عمود است. به عبارت دیگر، مناطق رنگین دو قطبشگر متقاطع تشکیل می دهند. هر دو در حالی دیده خواهند شد که گویی برهم نهاده شده اند. حال اگر بردارنگار را از داخل یک قطبشگر خطی که می تواند بچرخد نگاه کنیم، یا X یا Y و یا هر دو دیده خواهد شد. آشکار است که می توان ترسیمهای تخیلیتر انجام داد (کافی است که یکی از آن طرحهای تخیلی که در دوردست به سمت عقب ساخته شده است، به خاطر آورد).

۴۰۸ دوشکستی

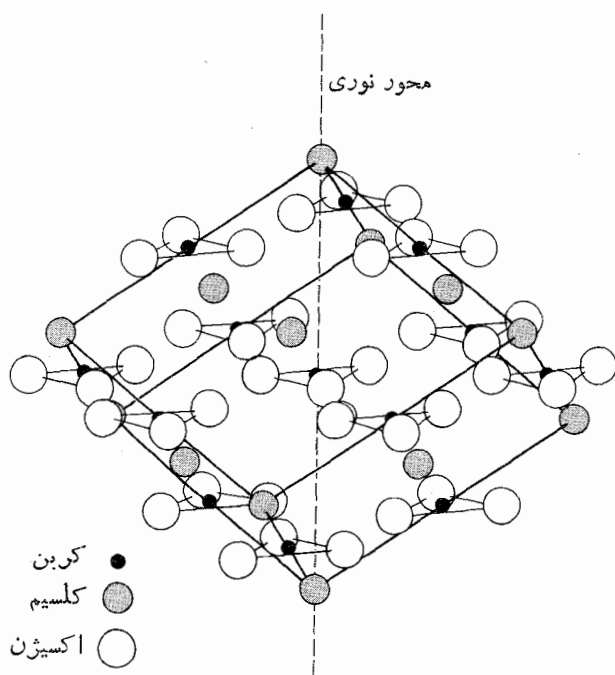
بسیاری از مواد بلورین (یعنی، جامداتی که اتمهای آنها به صورت نوعی آرایه تکراری منظم قرار گرفته اند) از نظر نوری ناهمسانگردند. به عبارت دیگر، خواص نوری آنها در تمام امتدادهای درون یک نمونه مشخص یکسان نیست. لیکن بلورهای دورنگ بخش پیشین یک زیر گروه خاص هستند. در آنجا دیدیم که اگر اتمهای شبکه بلور کاملاً به طور متقارن قرار نگرفته باشند نیروهای اتصال روی الکترونها ناهمسانگرد خواهند بود. پیشتر، در شکل ۱۲۰۳ ب، نوسان کننده همسانگرد را با استفاده از مدل مکانیکی ساده یک ورقه باردار که به وسیله فنرهای مشابه به یک نقطه ثابت بسته شده بود، نشان دادیم. این، نمایشی مناسب برای موادی بود که از نظر نوری همسانگرد باشند (جامدات بی شکل نظیر شیشه و پلاستیک، معمولاً اما نه همیشه، همسانگردند). شکل ۱۵۰۸ مجدداً یک ورقه باردار را نشان می دهد که این مرتبه با فنرهای با سختیهای متفاوت، یعنی فنرهای با ثابتهای متفاوت، مقید شده اند. الکترونی که در امتدادی موازی یک مجموعه از «فنرها» از حالت تعادل جا به جا می شود

خواهیم ساخت که با استفاده از دوشکستی باعث خواهد شد که دو حالت متعامد p ، مسیرهای متفاوتی را پیمایند و لذا در واقع جدا از هم باشند، اما هنوز هم به طوری که خواهیم دید کارهای افسون کننده بسیاری را می توانیم با بلورهای دوشکستی انجام دهیم.

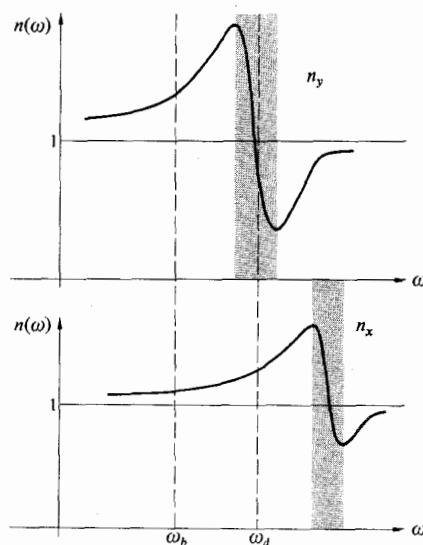
۱۰۴۰۸ کلسیت

اکنون در ارتباط با ایده های بالا، چند لحظه ای را به بررسی یک بلور دوشکستی واقعی و تا اندازه ای نمونه، یعنی کلسیت، بگذرانیم. کلسیت یا کلسیم کربنات (CaCO_3)، ماده ای است که از آن در طبیعت فراوان یافت می شود. سنگ مرمر و سنگ آهک هر دو از تعداد زیادی بلورهای کلسیت به هم چسبیده تشکیل یافته اند. تک بلورهای بزرگ زیبا از توجه ویژه ای برخوردارند، که گرچه کمیاب شده اند ولی هنوز پیدا می شوند.

شکل ۱۷۰۸ توزیع کربن، کلسیم، و اکسیژن را در درون ساختار کلسیت نشان می دهد؛ در حالی که شکل ۱۸۰۸ نمایی از بالا به پایین را در امتداد آنچه که، قبلاً، محور نوری نامیدیم نشان می دهد. هر گروه CO_3 یک خوشه مثلثی شکل را تشکیل می دهد که صفحه آن بر محور نوری عمود است. توجه کنید که اگر شکل ۱۸۰۸ را به دور یک خط عمود بر و مسار از مرکز هر یک از گروه های کربنات بچرخانیم، در هر دور، سه بار پیکر بندی دقیقاً مشابهی از آنها ظاهر خواهد شد. امتدادی که نوری نامیده ایم با سمته گیری بلورشناختی نسبتاً ویژه ای متناظر است، که در آن این محور، یک محور تقارن سه تایی است. دوشکستی زیادی که



شکل ۱۷۰۸ آرایش اتمها در کلسیت.



شکل ۱۶۰۸ تغییرات ضریب شکست بر حسب بسامد در راستای دو محور در یک بلور. مناطقی که در آنها $dn/d\omega < 0$ ، به نوارهای جذبی مربوط اند.

بلوری که اینگونه روشن شده باشد در یک راستای قطبش (y) شدیداً درآشامنده و در راستای دیگر (x) شفاف خواهد بود. روشن است که یک ماده دوشکستی که یکی از حالت های متعامد p را جذب می کند و دیگری را عبور می دهد در حقیقت دوزنگ است. به علاوه، فرض کنیم تقارن بلور چنان است که نیروهای اتصال در امتداد های y و z مشابه اند، یعنی هر کدام از این فنرها دارای بسامد طبیعی یکسان بوده و به یک اندازه اتلاف دارند. اینک محور x امتداد «محور نودی» را مشخص می کند. تا جایی که بتوان یک بلور را به وسیله یک ردیف از این نوسانگرهای باردار ناهمسانگرد سمت گرفته نشان داد، محور نودی در واقع یک امتداد است و نه صرفاً یک خط ساده. این مدل برای بلورهای دوزنگ مطلوب تر است، زیرا اگر نور در امتداد محور نوری انتشار می یابد (در صفحه yz) به شدت جذب می شود. در حالی که اگر عمود بر آن محور حرکت می کرد، طوری خارج می شد که قطبیده خطی می بود.

غالباً بسامدهای سرشتی بلورهای دوشکستی بسالای گستره نوری هستند و بی رنگ به نظر می رسند. این مطلب در شکل ۱۶۰۸ نشان داده شده است که در آن نور فرودی چنان اختیار شده است که بسامدهایی در ناحیه ω_p داشته باشند. دو ضریب شکست متفاوت ظاهر می شوند، ولی در آشامی برای هر یک از دو قطبش ناچیز است. معادله ۳۶۰۳ نشان می دهد که تغییرات $n(\omega)$ با بسامد طبیعی نسبت عکس دارد. این بدان معناست که، ثابت فنر مؤثر بزرگ، یعنی اتصال محکم، با قطبش پذیری پایین، ضریب دی الکتریک کم، و ضریب شکست اندک، متناظر است.

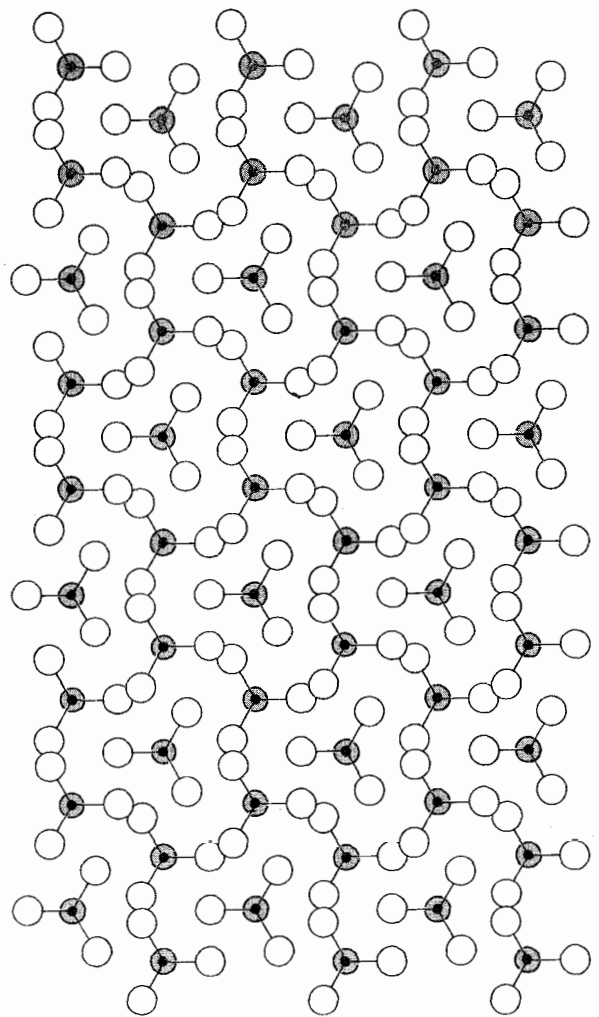
اما، گرچه فقط با نمایش تصویری، یک قطبشگر خطی

کلسیت از خود بروز می‌دهد، از این حقیقت ناشی می‌شود که گروه‌های کسربنات همگی در صفحات عمود بر محور نوری قرار دارند. رفتار الکترونیهای آنها، یا به عبارت بهتر، برهم کش متقابل دو قطبیهای القایی اکسیژن، هنگامی که E دریا عمود بر صفحات آنهاست، تفاوت قابل ملاحظه‌ای دارد (مسئله ۱۳۰۸). در هر صورت، عدم تقارن به اندازه کافی واضح است.

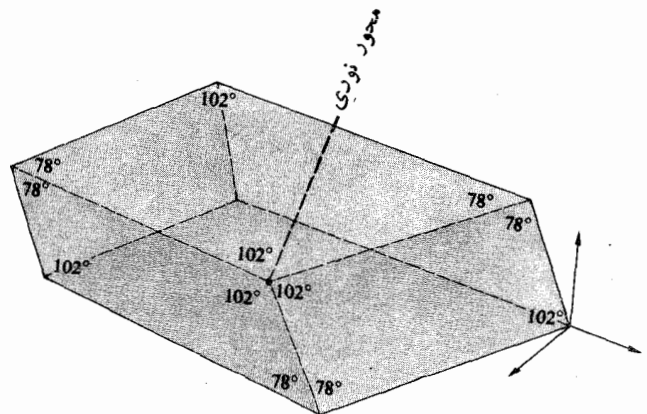
نمونه‌های کلسیت به آسانی شکافته می‌شوند، و سطوح صافی را به نام صفحات شکافت تشکیل می‌دهند. این بلور اساساً برای این ساخته شده است که عامل جدایی بین صفحات و ویژه‌ای از اتمیایی باشد که در آنجا اتصال اندر اتمی نسبتاً ضعیف است. تمامی صفحات شکافت در کلسیت (شکل ۱۸۰۸) بر سه امتداد مختلف عمودند، به تدریج که بلور رشد می‌کند، اتمها به صورت لایه‌ای روی لایه دیگر با پیروی از نقشی مشابه اضافه می‌شوند. ولی ممکن است ماده خامتری وجود داشته باشد که در آن فرایند رشد در یک طرف بیشتر از طرف دیگر باشد و در نتیجه بلور حاصل شکل بسیار پیچیده‌ای پیدا کند. بدین ترتیب صفحات شکافت به پیکربندی اتمها وابسته‌اند و اگر نمونه‌ای را چنان برش دهیم که هر سطح آن یک صفحه شکافت باشد، شکل آن به آرایش اولیه اتمهایش بستگی خواهد داشت. از چنین نمونه‌ای شکل شکافت نام برده می‌شود. در مورد کلسیت، این شکل یک متوازی السطوح مایل است که هر یک از وجوه آن متوازی الاضلاعی با زوایای $78^\circ 5'$ و $101^\circ 55'$ است (شکل ۱۹۰۸). توجه شود که تنها دو زاویه حاده وجود دارد که در آنجا وجوه همدیگر را قطع می‌کنند و سه زاویه منفرجه تشکیل می‌دهند. خطی که از رأس یکی از زوایای کور چنان می‌گذرد که با هر کدام از وجوه، زوایای مساوی ($45^\circ 5'$) و با هر کدام از یالها زاویه ($63^\circ 8'$) می‌سازد، آشکارا محوری با تقارن سه تایی است. (اگر متوازی السطوح مایل را چنان برش دهیم که طول یالهای آن مساوی باشد، وضوح مطلب اندکی بیشتر می‌شود). آشکار است که چنان خطی باید متناظر با محور نوری باشد. شکل طبیعی یک نمونه ویژه کلسیت هر چه باشد، تنها ضروری است که یک زاویه حاده بیابید، آنگاه محور نوری را به دست آورده‌اید.

در سال ۱۶۶۹/۱۰۴۸ اراسموس بارتولینوس (۱۵۷۱-۱۶۲۵-۹۲/۱۰۵۴) پزشک و استاد ریاضیات در دانشگاه کپنهاک (و اتفاقاً پدر زن رومر) به پدیدۀ نوری نو و قابل توجهی در کلسیت برخورد کرد که او آن را شکست دوگانه نام نهاد. کلسیت در گذشته‌ای نه خیلی دور در اسکینجردور در ایسلند کشف شده بود، و در آن زمان اسپات ایسلند نامیده می‌شد. کلمات بارتولینوس^۱ چنین است

و آدمی الماس را بسیار ارج می‌نهد، و بسیاری هستند که از گنجینه‌هایی مشابه، همچون سنگهای گرانبها و مروارید غرق لذت



شکل ۱۸۰۸ آرایش اتمها در کلسیت، در حالی که از بالا به پایین محور نوری نگر بسته شود.



شکل ۱۹۰۸ شکل شکافت کلسیت.

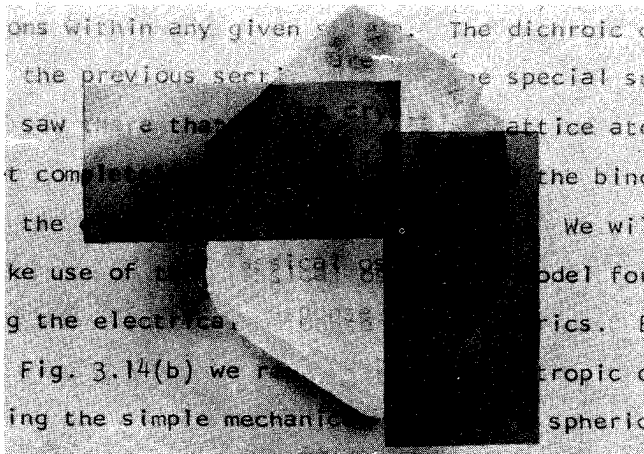
را از طریق يك تحليلگر مورد بررسی قرار دهیم، درخواستیم یافت که تصاویر عادی و غیر عادی قطبیده خطی هستند (شکل ۲۱۰۸). به علاوه، دو حالت θ ی خروجی، برهم عمودند.

تعداد زیادی از صفحات را می توان در داخل متوازی السطوح مایل رسم کرد به طوری که از محور نوری بگذرند، تمامی این صفحات را صفحات اصلی می نامند. به بیانی دقیقتر، اگر صفحه اصلی نیز بر يك زوج از صفحات متقابل از شکل شکافت عمود باشد، بلور را در عرض يك مقطع اصلی برش می دهد. آشکار است که سه تا از این صفحات وجود دارند که از يك نقطه می گذرند، هر کدام از آنها يك متوازی الاضلاع با زوایای 109° و 71° است. شکل ۲۲۰۸ يك نمایش نموداری از باریکه ای است که در ابتدا ناقطبیده بوده و از مقطع اصلی يك متوازی السطوح مایل عبور می کند. دایره های توپر و یا سهمها که در امتداد هر پرتوی رسم شده است نشان می دهد که بردار میدان الکتریکی پرتو θ بر مقطع اصلی عمود است، در حالی که میدان پرتو e با مقطع اصلی موازی است. برای اینکه مطالب را کمی ساده تر کنیم، فرض می کنیم که **E** در موج تخت فرودی قطبیده خطی بوده و به طوری که در شکل ۲۳۰۸ نشان داده شده است بر محور نوری عمود باشد. این موج به سطح بلور برخورد می کند. و در نتیجه آن الکترونها و مدار به نوسان می شوند و آنها نیز به نوبه خود امواج ثانویه می تابانند. این موجکها روی هم می افتند و مجدداً با هم ترکیب شده موج شکسته را پدید می آورند؛ این فرایند تکرار و تکرار می شود تا آنجا که موج از بلور خارج می شود. این پدیده نمایانگر استدلال فیزیکی متقاعد کننده ای برای به کار بردن ایده های اصل هویگنس است. هویگنس خودش، گرچه از نظریه الکترومغناطیسی سود نبرد، از روش تشریحی خود برای توضیح موفقیت آمیز بسیاری از

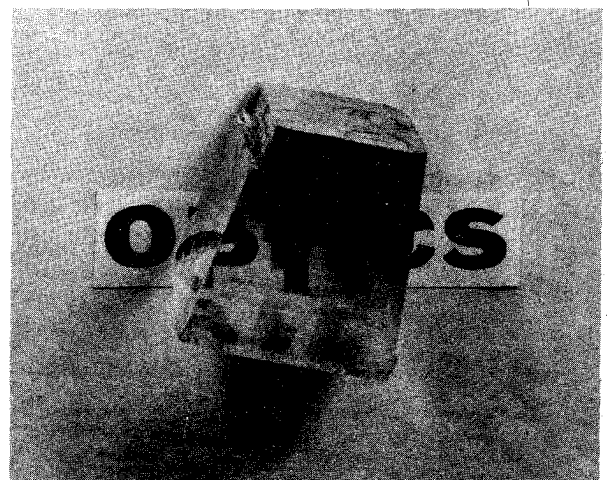
می شوند... اما، از سوی دیگر، آن که شناخت پدیده های نامعمول را برتر از این لذات می داند، امیدوارم، که از دستیابی به شیعی از نوع جدید، یعنی بلورهای شفاف، که اخیراً از ایلند برای من آورده اند، و شاید یکی از بزرگترین شگفتیهایی است که طبیعت فراهم آورده است، شادمانی کمتری احساس نکند.

به تدریج که تحقیقات من در باره این بلور پیش می رفت، يك پدیده شکفت انگیز و غیر عادی خود را نشان می داد. اشیایی که از طریق این بلور به آنها نگرسته می شود، مانند اجسام شفاف دیگر، يك تصویر ساده شکسته را نشان نمی دادند، بلکه دو گانه به نظر می رسیدند.

تصویر دو گانه که بارتولینوس از آن یاد می کند، در عکس شکل ۲۵۰۸ کاملاً واضح است. اگر باریکه باریکی از نور طبیعی را عمود بر يك بلور کلسیت گسیل داریم، شکافته شده و به صورت دو باریکه موازی خارج خواهد شد. برای اینکه همین اثر را با سهولت تمام مشاهده کنیم، لازم است فقط يك خال سیاه روی يك صفحه کاغذ بگذاریم و سپس آن را با يك کلسیت متوازی السطوح مایل بپوشانیم. اکنون تصویر عبارت خواهد بود از دو خال خاکستری رنگ (و جایی که روی هم بیفتند، سیاه). چرخاندن این بلور باعث خواهد شد که یکی از خالها ساکن بماند در حالی که به نظر می رسد دیگری، ضمن تعقیب حرکت بلور، در دایره ای به دور آن حرکت می کند. پرتوهایی که خال ثابت را تشکیل می دهند، خالی که به طور تغییرناپذیری به زاویه حاده بالایی نزدیکتر است، چنان رفتار می کنند که گویی صرفاً از میان يك تیغه شیشه ای عبور کرده اند. بنا بر پیشنهاد بارتولینوس، آنها را پرتوهای عادی یا θ ، می نامند. پرتوهایی که از خال دیگر بیرون می آیند، و رفتار آنها شیوه ای نامتداول دارد، پرتوهای غیر عادی یا e ، نام دارند. حال اگر بلور



شکل ۲۱۰۸ يك بلور کلسیت (زاویه حاده در پایین). محورهای انتقال دو قطبشگر، با یالهای کوچکتر آنها موازی اند. آنجا که تصویر دو گانه شده است، تصویر پایینیتر منجرف نشده، تصویر عادی است. به مدت بیشتری نگاه کنید، تعداد زیادی در این یکی وجود دارد.

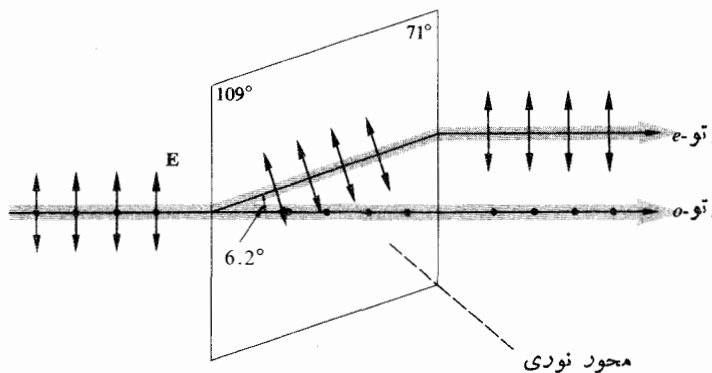
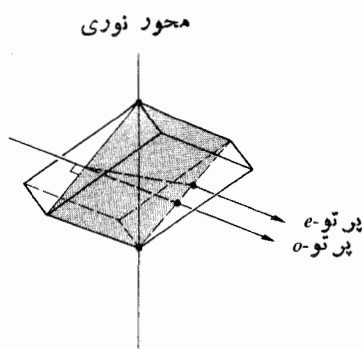


شکل ۲۵۰۸ تصویر دو گانه ای که توسط يك بلور کلسیت (نه شکل شکافت) تشکیل شده است.

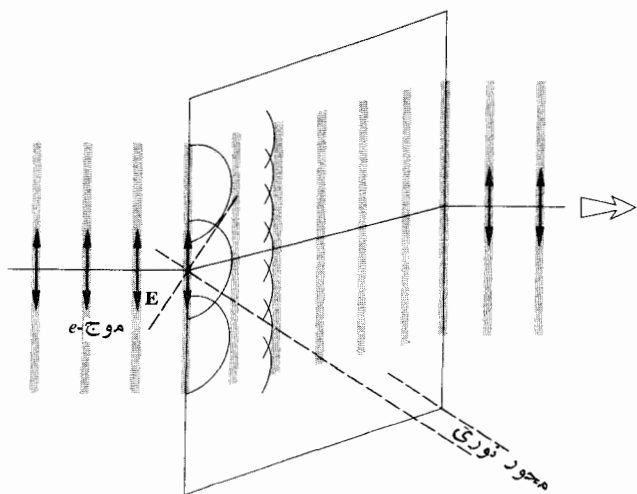
گرچه این سادگی فریب آمیز بود.

تا زمانی که میدان E بر محور نوری عمود باشد، فرض می شود که هر نقطه در روی جبهه موج (که از ابتدا متناظر با سطح است) به عنوان يك منبع موجکهای کروی که همه آنها هم فازند عمل می کند. بدین قرار، تا زمانی که میدان موجکها در همه جا بر محور نودی عمودند، این موجکها در داخل بلور و در تمامی راستاها با سرعت v_{\perp} گسترش خواهند یافت، مانند اینکه در يك محیط همسانگرد منتشر شوند (به خاطر داشته باشید که سرعت تابعی از بسامد است). چون موج O رفتار غیرعادی از خود بروز نمی دهد، به نظر می رسد که این فرض منطقی باشد. پوش موجکها اساساً بخشی از يك موج تخت است که به نوبه خود به عنوان توزیع چشمه های نقطه ای ثانویه به کار می رود. این فرایند ادامه پیدا می کند و موج به طور مستقیم عرض بلور را می پیماید.

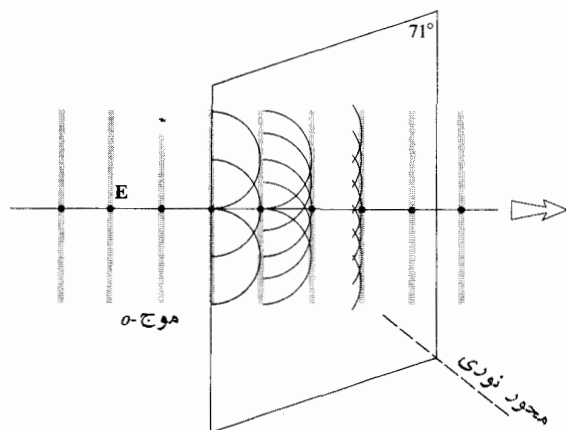
در مقابل، موج فرودی شکل ۲۴۰۸ را در نظر بگیرید که میدان E در آن موازی مقطع اصلی است. توجه کنید که E حالا دارای مؤلفه ای است عمود بر محور نوری، همچنین مؤلفه ای دارد که موازی آن است. چون محیط دوشکستی است، نوری که بسامد مشخصی دارد و موازی محور نوری قطبیده شده است، با سرعت v_{\parallel} انتشار می یابد که در آن $v_{\parallel} \neq v_{\perp}$. به ویژه در مورد کلسیت و نسور زرد سدیم $(\lambda = 589 \text{ nm})$ ، $v_{\perp} = 1.658 \times 10^8 \text{ cm/s}$ و $v_{\parallel} = 1.486 \times 10^8 \text{ cm/s}$. اکنون چه نوع موجکهای هویگنسی را می توانیم انتظار داشته باشیم؟ گرچه ممکن است مطالب خیلی ساده شوند، با وجود این موجک e را دست کم برای لحظه ای، همچون يك کره كوچك نمایش می دهیم (شکل ۲۵۰۸)، ولی $v_{\perp} > v_{\parallel}$ ، به طوری که موجک در تمام جهات



شکل ۲۴۰۸ يك باریکه نور با دو مؤلفه میدان عمود بر هم که از مقطع اصلی يك کلسیت عبور می کند.



شکل ۲۴۰۸ يك موج تخت فرودی که موازی با مقطع اصلی قطبیده شده است.



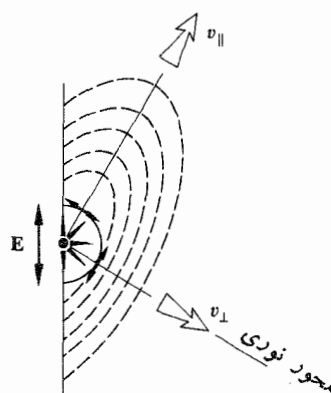
شکل ۲۳۰۸ يك موج تخت فرودی که عمود بر مقطع اصلی قطبیده شده است.

جنبه های شکست دو گانه در کلسیت تا سال ۱۶۹۰/۱۰۶۹ استفاده کرد. با وجود این، در نخستین وهله باید روشن شود که ناقص بودن نحوه بررسی او باعث شده بود که آنرا به شکل خیلی ساده در آورد،

جا به جا می کند که دو قطبیهای الکتریکی پدید آیند. به این ترتیب میدان درون این دی الکتریک با دخالت يك میدان القایی تغییر کرده و منجر به تعریف کمیت جدیدی به نام جابجایی D می شود (پیوست ۱). در محیط همسانگرد، D با واسطه يك کمیت نرده ای به E بستگی پیدا می کند و از اینرو، این دو کمیت پیوسته باهم موازی اند. در بلورهای ناهمسانگرد، واسطه رابطه D و E ، يك تانسور است و مسلماً همیشه باهم موازی نیستند. حال اگر معادلات ماکسول را در مورد مسئله موجی که در چنین محیطی حرکت می کند به کار بریم، درمی یابیم میدانهایی که درون جبهه موج ارتعاش می کنند، D و B هستند و نه مانند پیش E و B . به عبارت دیگر، بردار انتشار k ، که برسطوح فاز ثابت عمود است، اینک به جای آنکه بر E عمود باشد، بر D عمود است. در واقع، E ، D و k جملگی هم صفحه اند. بنابراین روشن است که، راستای پرتو با راستای بردار پوینتینگ، $S = c^2 \epsilon_0 E \times B$ ، که عموماً با راستای k تفاوت دارد، متناظر است. ولی به علت نحوه توزیع اتمها، هنگامی که E و D هردو با محور نوری موازی یا بر آن عمود باشند، به هر حال همخط خواهند بود. این بدان معناست که موج O با يك محیط به طور مؤثر همسانگردی مواجه خواهد شد، و بنابراین با در برداشتن S و k ی همخط، شکل کروی خواهد داشت. در مقابل، موجکهای S ، e ، و k یا هم ارز آن، D و E را در بر خواهند داشت که فقط در امتدادهای محور نوری یا در امتداد عمود بر آن، باهم موازی خواهند بود. در کلیه نقاط دیگر روی موجک، این D است که بر بیضوی مماس است و بنابراین همیشه D است که به پوش یا جبهه موج تخت مرکب در داخل بلور منتهی می شود (شکل ۲۶.۸).

۲۰۴.۸ بلورهای دوشکستی

اتم بلورهای هکسی نظیر سدیم کلرید، یعنی همان نمک طعام معمولی، به شکلی نسبتاً ساده و با تقارن بالا آرایش یافته اند. (چهار محور تقارن سه لایه وجود دارد که هر کدام از يك گوشه به گوشه دیگر می رود، برخلاف کلسیت که يك محور از این نوع دارد). نوری که از يك چشمه نقطه ای شکل در داخل چنین بلوری خارج شود به طور یکنواخت در تمامی راستاها به صورت يك موج کروی انتشار خواهد یافت. مانند جامدات بی شکل، هیچ امتداد مرجعی در این ماده وجود نخواهد داشت. این ماده دارای يك ضریب شکست منحصر به فرد بوده و از نظر نوری همسانگرد خواهد بود (شکل ۲۷.۸). در چنین حالتی کلیه فترها در مدل نوسانگر، آشکارا همسان خواهند بود.



شکل ۲۵.۸ موجکهای داخل کلسیت.

عمود بر محور نوری منتشر خواهد شد. بنابراین، ما هم مانند هویگنس چنین تصور خواهیم کرد که موجکهای ثانویه منسوب به موج e بیضوی و ازهای چرخشی به دور محور نوری هستند. اساساً پوش تمامی موجکهای بیضی وار بخشی از يك موج تخت است که با موج فرودی موازی است. ولی، بدیهی است که این موج تخت ضمن عبور از بلور دستخوش يك جابجایی جانبی خواهد شد. این باریکه در امتدادی موازی با خطوطی که مبدأ هر کدام از موجکها را به نقطه تماس با پوش تخت متصل می کنند، حرکت می کند. این داستا را راستای پرتو می نامند و متناظر با راستایی است که در آن انرژی انتشار می یابد. این، نمونه ای است که در آن امتداد پرتو بر جبهه موج عمود نیست.

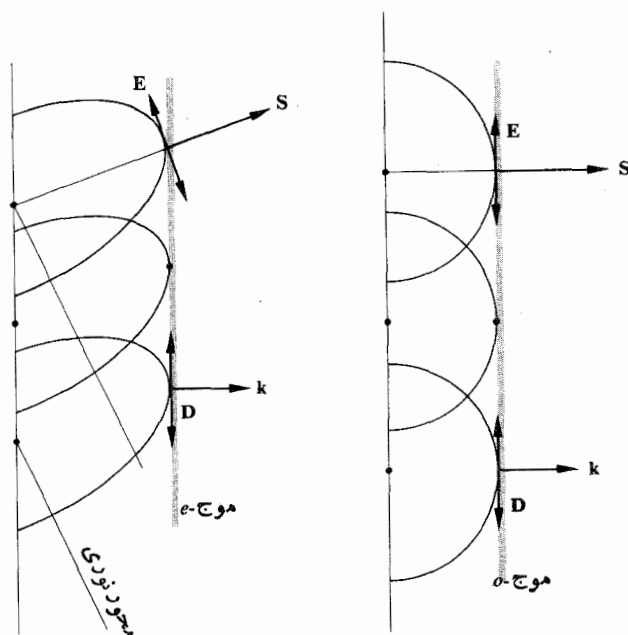
پس حالا، اگر باریکه فرودی نور طبیعی باشد، هردو وضعیت تشریح شده در شکل های ۲۳.۸ و ۲۴.۸ همزمان وجود خواهند داشت، با این نتیجه که این باریکه به دو باریکه عمود برهم که قطبیده خطی اند، تقسیم خواهد شد (شکل ۲۲.۸). در واقع می توانید دو باریکه واگرا در داخل يك بلور را با استفاده از يك باریکه باریک لیزر که امتداد آن به طور مناسبی انتخاب شده باشد، مشاهده کنید (E نه عمود بر صفحه اصلی است و نه موازی با آن؛ و معمولاً این حالت اتفاق می افتد). نقصهای موجود در بلور (ترك، درز-لك و...) نور را پراکنده می کنند و به این ترتیب مسیر آن را اندکی قابل رؤیت می کنند.

توصیف الکترومغناطیسی آنچه که اتفاق می افتد نسبتاً پیچیده تر است ولی بررسی آن در اینجا خالی از ارزش نیست، حتی اگر این بررسی سطحی باشد. از فصل ۳ به یاد آورید که میدان فرودی E دی الکتریک را قطبی خواهد کرد، یعنی توزیع بارها را طوری

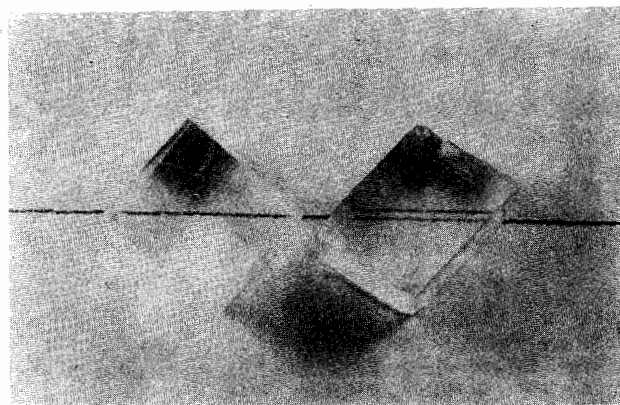
۱. در مدل نوسانگر، حالت کلی با وضعیتی متناظر است که در آن E با هر يك از امتدادهای فتر موازی نیست. میدان، بار را خواهد راند، اما حرکت بر ایند آن به علت ناهمسانگردی نیروهای بستگی، در امتداد E نخواهد بود. این بار برای يك مؤلفه نیروی مشخص، در امتداد ضعیفترین قید، بیشترین جابجایی را خواهد داشت. بنابراین میدان القایی همان سمتگیری E را نخواهد داشت.

و موجکهای بیضی وار e می کند. و همین سمتگیری میدان نسبت به محور نوری است که سرعت انتشار این موجکها را تعیین می کند. میدان E مربوط به موجک o همه جا بر محور نودی عمود است و بنا بر این در تمام امتدادها با سرعت v_{\perp} حرکت می کند. به همین ترتیب موجک e تنها در امتداد محور نوری دارای سرعت v_{\perp} است (شکل ۲۵.۸) که در راستای آن، میدان همیشه بر موج o مماس است. E ، در راستای عمود بر این امتداد، محصور نودی موازی است و آن بخش از موجک با سرعت v_{\parallel} انتشار می یابد (شکل ۲۸.۸). مواد تک محوری، دارای دو ضریب شکست اصلی هستند، $n_e \equiv c/v_{\parallel}$ و $n_o \equiv c/v_{\perp}$ (مسئله ۱۶.۸).

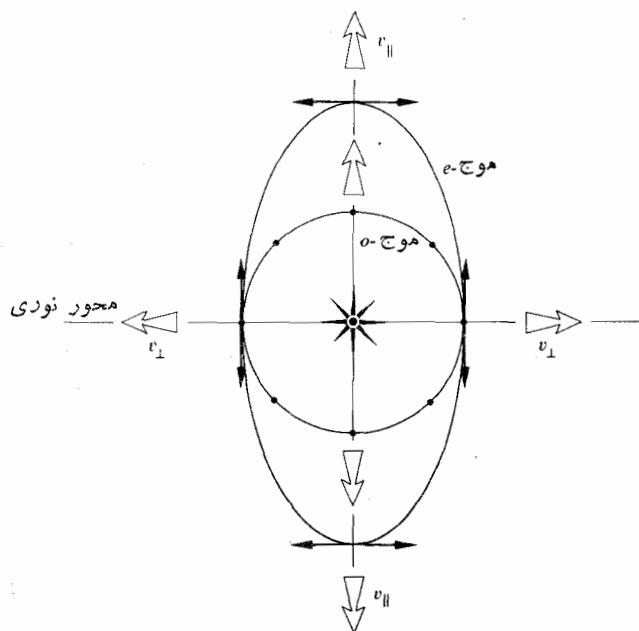
اختلاف $\Delta n = (n_e - n_o)$ معیاری از دوشکستی است. در کلیت $v_{\perp} > (n_e - n_o), v_{\parallel}$ برای ۱۷۲۵، و به آن تک محوری منفی گفته می شود. در مقام مقایسه، بلورهای وجود دارند، نظیر کوارتز (سیلیسیوم دی اکسید متبلور) و یخ، که در آنها $v_{\parallel} > v_{\perp}$. در نتیجه، موجکهای بیضی وار e ، به طوری که در شکل ۲۹.۸ نشان داده شده است، در داخل موجکهای کروی o محصور شده اند (کوارتز از نظر نوری فعال و بنا بر این در واقع کمی پیچیده تر است). در آن حالت، $(n_e - n_o)$ مثبت است و این بلور را تک محوری مثبت می نامند. بقیه دستگاههای بلورشناسی، از جمله مکعب مستطیل، تک مایلی، و سه مایلی دارای دو محور نوری اند، و بنا بر این دو محوری نامیده می شوند. این قبیل مواد نظیر میکا $[KH_2Al_3(SO_4)_3]$ ، دارای سه ضریب شکست اصلی متفاوت اند. پس هر مجموعه از فنرها در مدل نوسانگر متفاوت خواهند بود. دوشکست در بلورهای



شکل ۲۶.۸ سمتگیری بردارهای E ، D ، S ، و k .



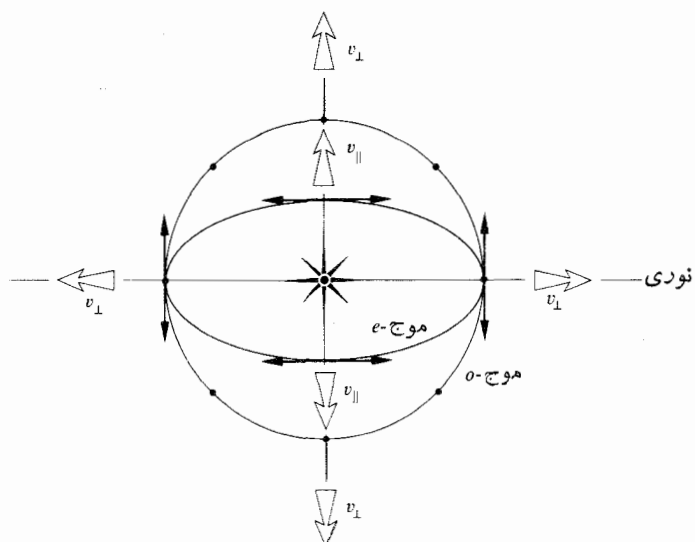
شکل ۲۷.۸ تصویرهایی در تک بلورهای سدیم وکلسیت.



شکل ۲۸.۸ موجکها در یک بلور تک محور منفی.

اتم بلورهای مربوط به سیستمهای شش گوشه، چهار گوشه، و سه گوشه، آنگونه آرایش یافته اند که نوری که در یک امتداد عام انتشار می یابد، با یک ساختار غیر متقارن برخورد می کند. چنین موادی از نظر نوری ناهمسانگرد بوده و دوشکستی اند. برای آنها، محور نوری با امتدادی که اتمها به طور متقارن پیرامونش آرایش یافته اند، متناظر است. این قبیل بلورها، که برای آنها فقط یک امتداد از این نوع وجود دارد، بلورهای تک محور نامیده می شوند. هرگاه یک چشمه نقطه ای شکل از نور طبیعی در داخل یکی از این نمونه ها قرار گیرد ایجاد موجکهای کروی o

می‌شود، و مدت زیادی است که به وسیله قطبشگرهای مؤثرتر کنار زده شده است، هم‌اکنون دارای اهمیت تاریخی قابل توجهی است. به‌طور خلاصه، منشور نیکول بدین طریق ساخته می‌شود که ابتدا گوشه‌های يك بلور کلسیت باریک و دراز به‌شکل متوازی‌السطوح مایل با درازی مناسبی را تراش داده (از 71° تا 68° ، شکل ۲۳.۸) و آن را می‌سایند آنگاه بعد از برش متوازی‌السطوح مایل در امتداد قطرش، دو قسمت بریده شده را می‌سایند و سپس آنها را با چسب کانادا به هم می‌چسبانند (شکل ۳۰.۸). چسب کانادا شفاف و ضریب شکست آن ۱.۵۵ است که تقریباً بین n_o و n_e قرار دارد. باریکه فرودی وارد «منشور» می‌شود؛ پرتوهای e و o می‌شکنند، از هم جدا می‌شوند و به‌لایه چسب برخورد می‌کنند. زاویه بحرانی (حد) در فصل مشترک کلسیت چسب برای پرتو o ،



شکل ۲۹.۸ موجکها در يك بلور تك محوری مثبت.

تك محوری به صورت اختلاف عددی بین بزرگترین مقدار و کوچکترین مقدار این ضریبها اندازه‌گیری می‌شود.

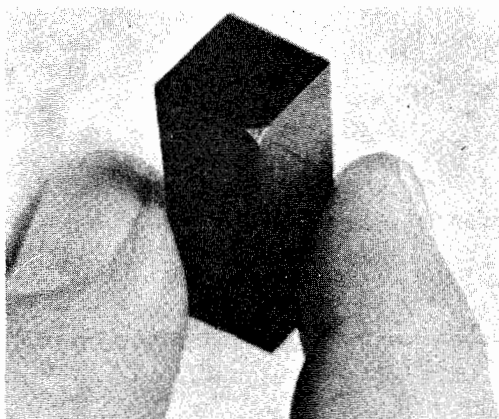
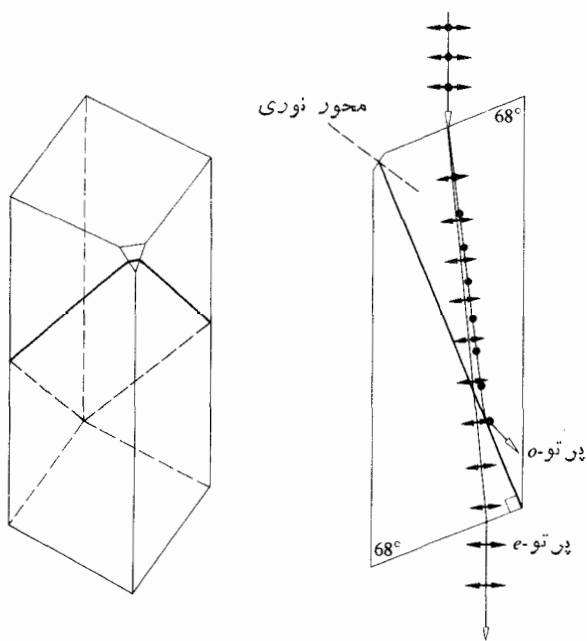
جدول ۱۰۸ ضریب شکست چند بلور تك محوری دوشکستی ($\lambda = 589.3 \text{ nm}$).

بلور	n_o	n_e
تورمالین	۱.۶۶۹	۱.۶۳۸
کلسیت	۱.۶۵۸۴	۱.۴۸۶۴
کوارتز	۱.۵۴۴۳	۱.۵۵۳۴
سدیم نیترات	۱.۵۸۵۴	۱.۳۳۶۹
یخ	۱.۳۰۹	۱.۳۱۳
سفال (TiO_2)	۲.۶۱۶	۲.۹۰۳

۳.۴.۸ قطبشگرهای دوشکستی

اینک، ساختن نوعی قطبشگر خطی دوشکستی، دست کم از نظر مفهومی آسانتر است. تعدادی طرح واره به منظور جدا کردن موجهای o و e به کار رفته‌اند، که البته همه آنها بر این واقعیت استوار بوده‌اند که $n_e \neq n_o$.

اغلب قطبشگرهای دوشکستی معروف در سال ۱۸۲۸/۱۲۰۷، توسط فیزیکدان اسکاتلندی به نام ویلیام نیکول (۱۷۳۵-۱۸۴۷/۱۸۵۱) معرفی شده‌اند. منشور نیکول، که به نام او خوانده



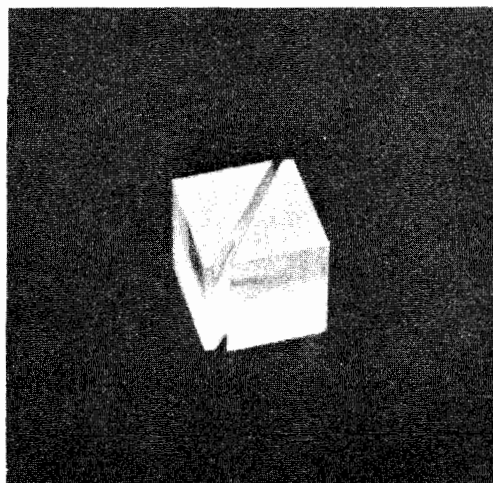
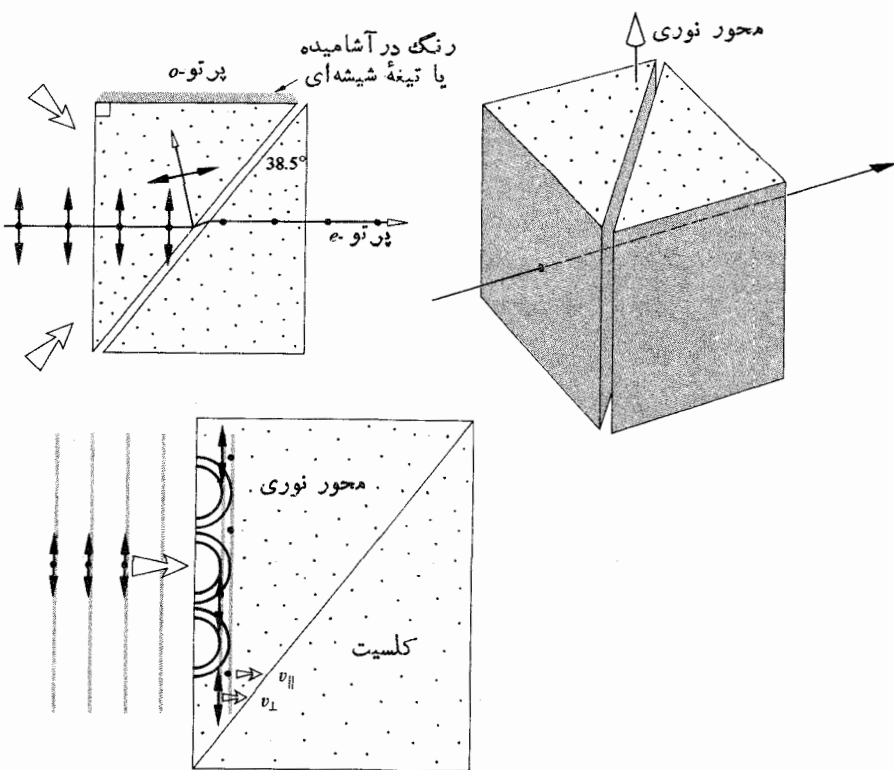
شکل ۳۰.۸ منشور نیکول (پهنای کوچک در زاویه منفرجه، محور نوری را مشخص می‌کند).

مشترک به طور مناسبی تغییر یابد، وسیله‌ای به دست می‌آید که قطبشگر گلان - تامپسون نامیده می‌شود. میدان دید آن در مقایسه با حدود 10° برای قطبشگر گلان - فوکو یا آنطور که اغلب گفته می‌شود، قطبشگر گلان - هوا تقریباً 30° است. اما قطبشگر اخیر این امتیاز را دارد که می‌تواند برای توانهای بالاتر که غالباً در لیزرها با آنها برخورد می‌کنیم به کار رود. مثلاً، در حالی که تابیدگی پیشینه می‌تواند برای گلان - تامپسون حدود یک وات بر سانتیمتر مربع باشد (موج پیوسته برخلاف موج پدیده)، یک گلان - هوای نمونه می‌تواند تابیدگی تا حد بالای 100 W/cm^2 داشته باشد (موج پیوسته). این اختلاف، البته به دلیل فساد چسب فصل مشترک (و رنگ در آشمانده، اگر این رنگ به کار رفته باشد) است.

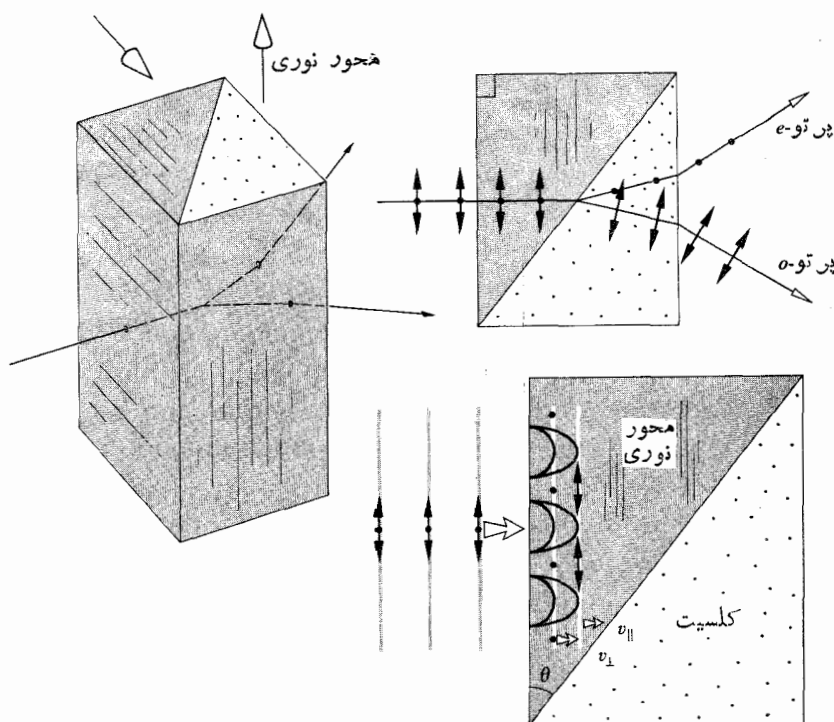
منشور و لاستون در واقع یک شکافنده و قطبیده باریکه است زیرا هر دو مؤلفه قطبیده متعامد را عبور می‌دهد. می‌توان این منشور را به گونه‌ای که در شکل ۳۲۰۸ نموده شده است، از کلیت یا کوآرتز ساخت. ملاحظه می‌شود که دو پرتو مؤلفه در فصل مشترک قطری از هم جدا می‌شوند. در آنجا، پرتو e به یک پرتو o تبدیل می‌شود و مطابق آن ضریب شکست آن تغییر می‌کند. در کلیت $n_o < n_e$ ، و پرتو خروجی، o ، به سوی خط عمود خم می‌شود. همچنین، پرتو o ، که میدان از ابتدا بر محور نوری عمود است،

تقریباً 69° است (مسئله ۱۸۰۸). پرتو o (با ورود به یک مخروط باریک تقریباً 28°) بازتاب کلی درونی پیدا می‌کند و از آنجا به بعد توسط لایه‌ای به رنگ سیاه روی کناره‌های متوازی الاضلاع مایل در آشمانده می‌شود. پرتو e خارج می‌شود، در حالی که به موازات خودش کمی جا به جا می‌شود، و لسی از جنبه‌های دیگر دست کم در ناحیه نوری طیف، آسیبی به آن نرسیده است (چسب کانادا ناحیه فرابنفش را درمی‌آشامد).

قطبشگر گلان - فوکو (شکل ۳۱۰۸) از چیزی جز کلیت ساخته نشده است، که تقریباً از 5000 nm در فروسرخ تا حدود 230 nm در فرابنفش شفاف است. بنابراین می‌تواند در گستره وسیعی از طیف به کار برده شود. پرتو ورودی به طور عمود بر سطح برخورد می‌کند و E می‌تواند به مؤلفه‌هایی تجزیه شود که یا کاملاً موازی محور نوری اند و یا بر آن عمودند. این دو پرتو بدون هیچ انحرافی، از مقطع اول کلیت عبور می‌کنند (هنگام بحث از بازدارنده‌ها به این نکته بازخواهیم گشت). توجه کنید که اگر زاویه ورودی در فصل مشترک کلیت - هوا باشد، لازم است ترتیبی داده شود که: $n_o < 1/\sin \theta < n_e$ ، تا اینکه پرتو o ، و نه پرتو e بازتاب کلی درونی پیدا کند. حال اگر دو منشور به هم بچسبند (گلیسیرین یا روغن کانی در فرابنفش به کار می‌رود)، و زاویه سطح



شکل ۳۱۰۸ منشور گلان - فوکو.



شکل ۳۲۰۸ منشور ولاستون.

است با بسامد محرك، ν ، یعنی بسامد هماهنگ میدان E در موج نوری. دامنه نوسان فقط هنگامی بزرگ خواهد شد که ν نزدیک به بسامد تشدیدی اتم باشد. در واقع، در تشدید می توانیم تشریح ساده‌ای را به کار ببریم که اتم نخست در حالت زمینه خود باشد؛ این اتم در اثر درآشامیدن يك فوتون (که دارای بسامد تشدید کننده است)، به يك حالت برانگیخته گذر می کند. این اتم در محیط چگال، به احتمال زیاد به حالت زمینه برمی گردد و افزونی انرژی خود را به شکل گرما پس می دهد. در گازهای رقیق، اتم عموماً با گسیل يك فوتون، به سوی پایین گذر می کند، و این اثر را تابش تشدید می گویند.

در بسامدهای پایین یا بالای تشدید، می توان الکترونیهای را که نسبت به هسته ارتعاش می کنند، دو قطبیهایی الکتریکی نوسان کننده دانست و بدین لحاظ آنها انرژی الکترومغناطیسی را با بسامدی که منطبق بر بسامد فرودی است، بازخواهند تابانید. این گسیل غیر تشدید با نقش تابشی دو قطبی شکلهای ۲۴.۳ و ۳۵.۳ انتشار می یابد. جدا سازی انرژی از يك هوج فرودی و بازگسیلش بعدی بخشی از آن انرژی را پراکندگی می گویند (شکل ۳۳.۸). در واقع فرایند پراکندگی شالوده سازوکار فیزیکی یاز تابش، شکست، و پراش است.

علاوه بر نوسانگرهای الکترونی که عموماً در فرابنفش

در مقطع راستگرد، به پرتو e تبدیل می شود. این بار، در کلسیت، پرتو e از خط عمود دور و به سوی فصل مشترك خم می شود (مسئله ۱۹۰۸). زاویه انحراف بین دو باریکه خروجی به وسیله زاویه رأس منشور، θ ، تعیین می شود. منشورهایی را که از ۱۵° تا ۴۵° انحراف ایجاد می کنند می توان در بازار یافت. بسته به بسامد و توان مورد نیاز می توان آنها را به صورت چسبیده مثلاً با روغن کرچک یا گلیسرین و یا اصلاً نچسبیده یعنی از لحاظ نوری پیوسته، خریداری کرد.

۵.۸ پراکندگی و قطبش

۱۰۵.۸ مقدمه‌ای بر پراکندگی

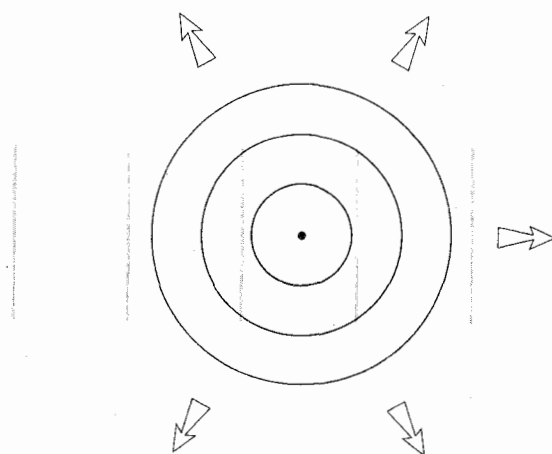
برهم کنش نور و ماده باید یکی از کانونهای اصلی توجه ما باشد. می توانیم از درک پدیده‌های فسراوان ظاهراً نامربوط، با تکیه بر جنبه‌های متفاوت فرایندهای اتمی تکراری آغاز کنیم، و سپس مجدداً به الکترون بر گردیم. وقتی که موجی الکترومغناطیسی به يك اتم یا مولکول برخورد می کند، با ابر الکترونی مقید برهم کنش انجام می دهد، و به اتم انرژی می رساند. می توانیم این اثر را چنین تصویر کنیم که گویی پایینترین حالت انرژی یا حالت زمینه اتم به ارتعاش درآمده است. بسامد نوسانی ابر الکترونی برابر

با بسامد بالا، اساساً پراکنده می‌شود. این نور پراکنده با بسامد بالا از راس‌های بسیار به ناظر خواهد رسید و تمامی آسمان روشن و آبی دیده می‌شود (شکل ۳۵.۸). وقتی که خورشید در آسمان خیلی پایین است، پرتوهای آن ضخامت‌های زیاد هوا را می‌پیمایند. نورهای آبی و بنفش در کناره‌های باریکه نور بسیار شدیدتر از رنگ‌های زرد و سرخ پراکنده خواهند شد؛ این نورهای زرد و سرخ در امتداد یک خط دید از خورشید به سوی زمین انتشار می‌یابند تا غروبهای سرخ فام خورشید را تشکیل دهند.

لرد ریلی نخستین کسی بود که وابستگی چگالی شار پراکنده به بسامد را مطرح کرد. بنا بر معادله (۶۴.۳) که نقش تابش در مورد یک دو قطبی نوسان کننده را توصیف می‌کند، چگالی شار پراکنده با توان چهارم بسامد معکوس متناسب می‌شود. پراکندگی نسبی به وسیله اشیا بی که در مقایسه با طول موج کوچک هستند پراکندگی خیلی نامیده می‌شود. مولکول‌های محیط‌های شفاف چگال، چه گازی باشند، چه مایع یا جامد، به روشی مشابه، عمدتاً نور آبی رنگ را، ولو به طور ضعیف، پراکنده می‌کنند. این اثر به ویژه در مایعات و جامدات خیلی ضعیف است، زیرا این نوسانگرها به شیوه‌ای منظمتر آرایش یافته‌اند و موجک‌های دوباره گسیلیده تمایل دارند یکدیگر را تنها در امتداد جلو تقویت کنند، پراکندگی کناره‌ها را محو کنند.^۱

دودی که از سیگار روشن برمی‌خیزد، از ذراتی درست شده است که ابعاد آنها کوچکتر از طول موج نور است، و از این لحاظ، وقتی که در مقابل یک زمینه تاریک به آن نگاه کنیم، آبی دیده می‌شود. در مقابل، دود آمیخته با بخار آب، دارای قطره‌های نسبتاً درشت آب بوده و سفید به نظر می‌رسند. هر قطره بزرگتر از طول موجهای سازای نور است و از اینرو حاوی آن تعداد نوسانگرست که بتواند فرایندهای عادی بازتاب و شکست را برپا نگه دارد. این اثرها نسبت به هیچیک از مؤلفه‌های بسامد در نور سفید فرودی برتری ندارند. بنا بر این، نوری که توسط یک قطره کوچک چندین بار بازتابیده و شکسته و سرانجام به سوی ناظر برگشته است، باز هم سفید است. این بیان در مورد سفیدی دانه‌های ریز نمک، شکر، مه، ابر، کاغذ، پودر، خرده شیشه، و حتی آسمان رنگ پریده و آلوده شهر نیز صادق است.

ذراتی که بزرگی آنها تقریباً به اندازه یک طول موج باشد (یادآوری می‌شود که قطر اتمها تقریباً کسری از یک نانومتر است) نور را کاملاً مشخص پراکنده می‌کنند. توزیعی گسترده از چنان ذراتی که ابعادشان با هم برابر باشند می‌تواند باعث پیدایش گستره‌ای از رنگ‌های تراکسیلیده باشد. در سال ۱۸۸۳/۱۲۶۲ جزیره آشفشان کراکاتوا واقع در ساند استریت در غرب جاوه، با



شکل ۳۳.۸ پراکندگی موجک کروی.

دارای تشدیدهایی هستند، نوسانگرهای اتمی نیز وجود دارند که با ارتعاش اتمهای تشکیل دهنده درون یک مولکول متناظرند. معمولاً نوسانگرهای اتمی به علت جرم زیادشان در فروسرخ دارای تشدید هستند. به علاوه، این نوسانگرها دامنه‌های ارتعاشی نسبتاً کوچکی دارند و بنابراین در حال حاضر توجه چندانی به آنها نخواهیم داشت.

هر چه بسامد موج به یک بسامد طبیعی اتم نزدیکتر شود دامنه نوسانگر و بنابراین مقدار انرژی جدا شده از موج فرودی بیشتر می‌شود. در مورد گازهایی با چگالی بسیار کم، که به هم کششهای بین اتمی در آنها چشم پوشیدنی است، در آشامی کم اهمیت خواهد بود و موجی که بازتابیده یا پراکنده شده است، به تدریج که بسامد تحریک به تشدید نزدیک می‌شود، انرژی هر چه فزونتری را با خود حمل خواهد کرد. این نتیجه در بعضی اثرهای جالبتر، وقتی که بسامدهای طبیعی اتم در فرابنفش هستند و موج فرودی در ناحیه مرئی است، به بار می‌آید. در آن حالت، هر قدر بسامد نور ورودی زیادتر شود، مقدار هر چه بیشتری از آن پراکنده خواهد شد. مثلاً، در یک صبح روشن و صاف خود را در فضای آزاد تصور کنید. آسمان آبی رنگ تابناکی شما را در بر گرفته، و حتی در آن غوطه‌ور شده‌اید. نور خورشید که از یک امتداد درون جو جریان می‌یابد توسط مولکول‌های هوا در تمامی امتدادها پراکنده می‌شود. آسمان روز، وجود جو، همانند فضای تهی سیاه خواهد بود؛ نکته‌ای که در عکسهای که آپولو در کمره ماه گرفت به خوبی نمایان است (شکل ۳۴.۸). در آن صورت یک ناظر فقط نوری را مشاهده خواهد کرد که مستقیماً روی او بتابد. با وجود جو، انتهای سرخ طیف، اکترآ، انحرافی نخواهد داشت، درحالی که انتهای آبی

۱. به یاد آورید که تنها در صورتی می‌توانید دوباریکه را که از داخل یک بلور کلسیت دو شکست عبور می‌کند، مشاهده کنید که نمونه بلورترکهای کافی داشته باشد که بتواند به عنوان مراکز پراکندگی عمل کند.



شکل ۳۴.۸ يك نیمه زمین که در آسمان سیاه ماه معلق است.

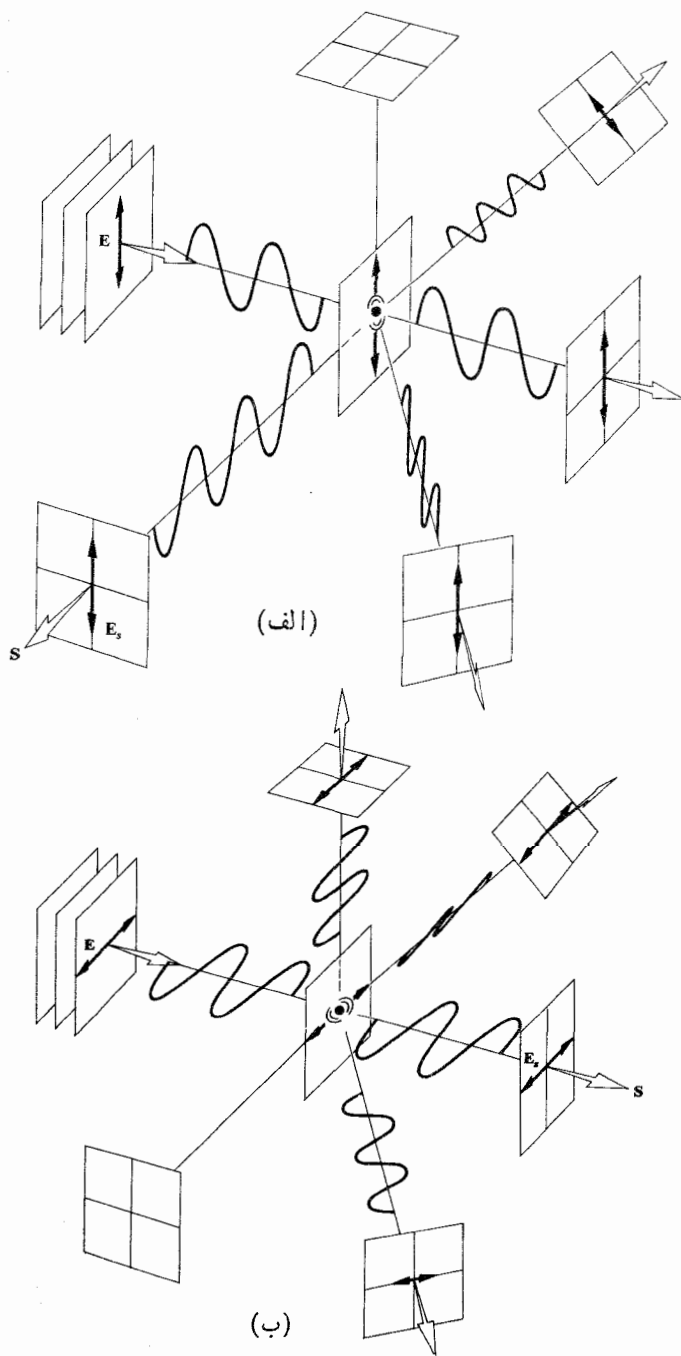
برای مطالعه ذرات معلق کلوئیدی و فلسزی، ذرات میان ستاره‌ای، مه، ابر، و خرمن خورشیدی به کار می‌رود، و بنابراین جا دارد که به آن اشاره مختصری بکنیم.

۲۰۵.۸ قطبش از راه پراکندگی

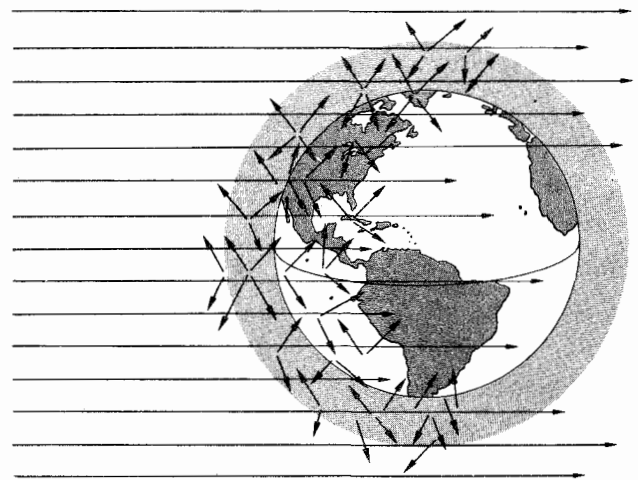
موج تخت قطبیده خطی را فرض کنید که، مانند شکل ۳۶.۸، باریک مولکول هوا فرو رود می‌آید. سمتهگیری میدان الکتریکی تابش پراکنده، یعنی E_z ، از نقش دو قطبی پیروی می‌کند (بخش ۳۰.۵.۳)

هیئتی شگفت مواد مذاب از خود پرتاب کرد. مقادیر زیادی از غبار ریز آتشفشانی تا ارتفاع زیاد در جو پرتاب می‌شد و در منطقه وسیعی از زمین گسترده می‌شد. به مدت چند سال بعد از آن، خورشید و ماه بارها به رنگ سبز یا آبی دیده می‌شدند و طلوع و غروبهای خورشید به گونه‌ای نامتعارف رنگین بودند.

گوستاو می^۱ (۱۳۳۶-۱۲۴۷/۱۹۵۷-۱۸۶۸) در سال ۱۹۰۸/۱۲۸۷ راه حلی دقیق از مسئله پراکندگی ذرات کروی همگن با اندازه‌های گوناگون را منتشر کرد. گرچه راه حل او پیچیده است، ولی ارزش عملی فراوانی دارد، به ویژه وقتی که



شکل ۳۵.۸ پراکندگی نور قطبیده توسط یک مولکول.



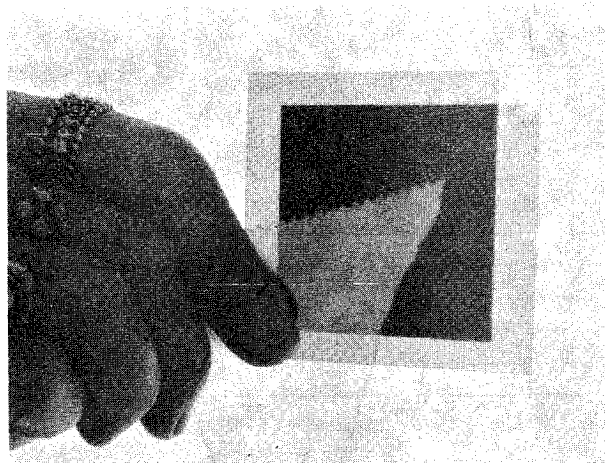
شکل ۳۶.۸ پراکندگی نور آسمان.

به طوری که E_s ، بردار پوئین تینگ S ، و دوقطبی نوسان کننده همگی همصفحه اند (شکل ۲۷.۳). ارتعاشات القاشده در اتم بامیدان E موج نور ورودی موازی اند و بنا بر این بر امتداد انتشار عمود هستند. یکبار دیگر مشاهده می کنید که دوقطبی در امتداد محورش تابش نمی کند. حال اگر موج ورودی ناقطبیده باشد، می توان آن را توسط دو حالت ناهم دوس، و متعامد p نشان داد، که در آن حالت نور پراکنده (شکل ۳۷.۸) هم ارز یک برهمنهی از شرایطی است که در شکل های ۳۶.۸ الف و ب نموده شده اند. آشکار است که، نور پراکنده در راستای جلو کاملاً ناقطبیده است؛ در خارج آن محور قطبیده جزئی است، و هرچه زاویه زیاد شود قطبیدگی نور افزون تر می شود. آنگاه که امتداد مشاهده بر باریکه اولیه عمود باشد، نور کاملاً قطبیده خطی است.

اگر اتفاقاً یک قطعه پولاروید دستتان بیفتد می توانید درستی این نتیجه گیریها را تحقیق کنید. موضع خورشید را تعیین کنید و ناحیه ای از آسمان را که تقریباً عمود بر پرتوهای خورشیدی باشد، مورد بررسی قرار دهید. متوجه خواهید شد که آن بخش از آسمان با وضوح تمام قطبیده جزئی بوده و بر این پرتوها عمودند (شکل ۳۸.۸). علت اصلی قطبیده نشدن کامل آن، وجود ناهمسانگردیهای مولکولوسی، حضور ذرات درشت در هوا، و اثرات واقطنده پراکندگی چندگانه است. شرط اخیر را می توان با قراردادن یک قطعه کاغذ موم اندود بین پولارویدهای متقاطع نمایش داد (شکل ۳۹.۸). از آنجا که این نور پراکندگی فسران و بازتابهای چندگانه ای را درون کاغذ موم اندود تحمل می کند، یک نوسانگر معین می تواند برهمنهی چندین میدان E را که اساساً نامرتبط اند، «ببند». گسیلش حاصل تقریباً به طور کامل واقطبیده است.

به عنوان آخرین آزمایش، چند قطره شیر را در داخل یک لیوان آب بریزید و آن را با یک نورافکن درخشان (عمود بر

محورش) روشن کنید. این محلول در نور پراکنده به رنگ سفید مایل به آبی و در نور مستقیم، زرد رنگ دیده خواهد شد و نشانگر این امر است که ساز و کار مؤثر همان پراکندگی ریلی است.



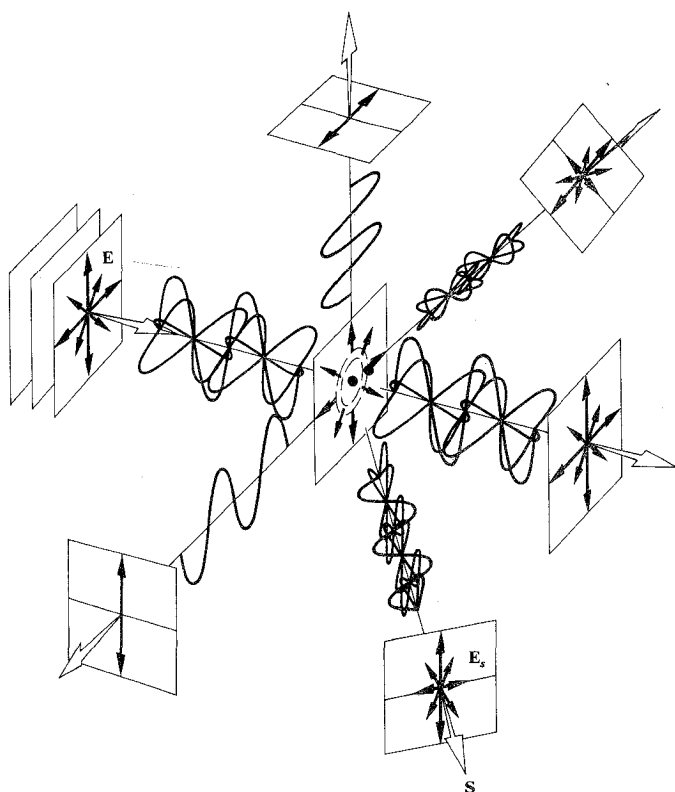
شکل ۳۹۰۸ يك تکه كاغذ موم اندود بين دو قطبشگر متقاطع.

چارلز گلوور باركل (۱۳۲۳-۱۲۵۶/۱۹۴۴-۱۸۷۷)، در سال ۱۹۰۶/۱۲۸۵، با به کارگیری این ایده‌ها و با نشان دادن این نکته که پرتو x در امتدادهای معینی به عنوان حاصل پراکندگی ماده می‌تواند قطبیده شود، ثابت کرد که ماهیت پرتو x موج عرضی است.

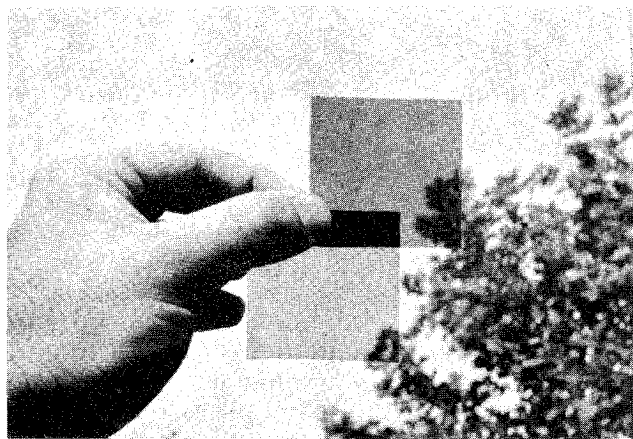
۶.۸ قطبش از راه بازتابش

یکی از متداولترین چشمه‌های نور قطبیده فرایند همه‌جا حاضر بازتاب از محیط دی‌الکتریک است. روشنایی خیره‌کننده‌ای که از شیشه پنجره، ورقه کاغذ، سر یک آدم طاس، براقی سطح تلفن، توپ بیلیارد یا پوشش کتاب پخش می‌شود، جملگی عموماً قطبیده جزئی هستند.

این اثر نخستین بار در سال ۱۸۰۸/۱۱۸۷، توسط مالوس مورد مطالعه قرار گرفت. فرهنگستان پاریس برای پرداختن نظریه‌ای ریاضی درباره شکست دوگانه جایزه‌ای مقرر کرده بود و بنابراین، مالوس مطالعه مسئله را به عهده گرفت. او غروب یک روز در برابر پنجره خانه‌اش واقع در کوچه آنفر، ایستاده و به بررسی یک بلور کلسیت مشغول بود. خورشید در حال غروب بود و تصویر از پنجره‌های کاخ لوکزامبورگ که در آن نزدیکی واقع بود بازتابیده و به او می‌رسید. او بلور را به طرف بالا نگه داشت و از میان آن به بازتابش خورشید نگاه کرد؛ با شگفتی تمام ملاحظه کرد که وقتی کلسیت را می‌چرخاند، یکی از دو تصویر ناپدید می‌شود. پس از غروب خورشید و شب هنگام، با استفاده از نور شمعی که از سطوح آب و شیشه بازتابیده می‌شد،

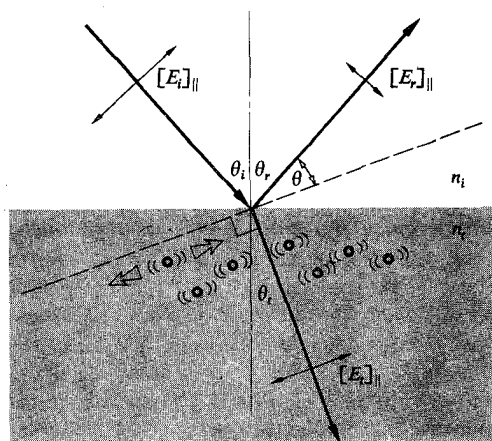


شکل ۳۷۰۸ پراکندگی نور ناقطبیده توسط يك مولکول.



شکل ۳۸۰۸ يك زوج قطبشگر متقاطع. پولاروید بسالایی به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای از پایینی تیره‌تر است، که این امر نمایانگر قطبش جزئی نور آسمان است.

بنابراین، آنگونه که پیش‌بینی شد نور پسراکنده نیز قطبیده جزئی خواهد بود.



شکل ۴۱۰۸ نوسانگرهای الکترونی و قانون بروستر.

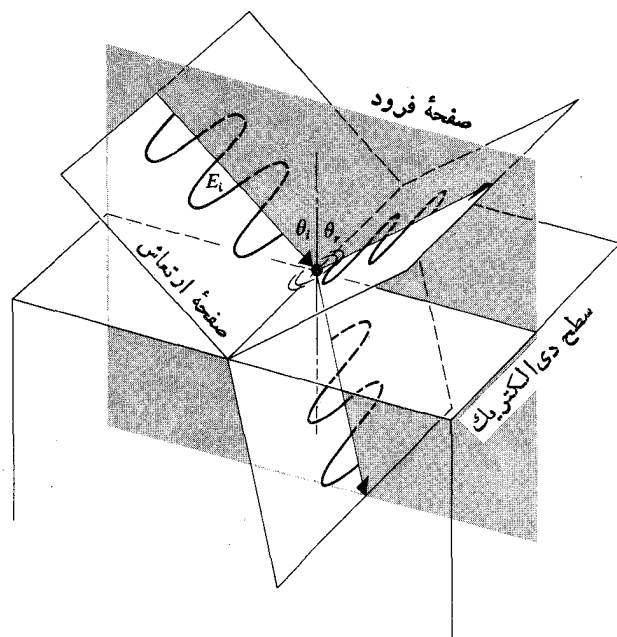
است به صورت يك موج بازتابیده ظاهر می شود. بنا بر این از روی وضع هندسی و نقش تابش دوقطبی آشکار خواهد شد، که هر دو موج بازتابیده و شکسته باید در حالت های عمود بر صفحه فرودی نیز باشند. ۲. در مقابل، اگر میدان ورودی E در صفحه ورودی باشد، نوسانگرهای الکترونی در نزدیکی سطح، طبق آنچه که به طور نموداری در شکل ۴۱۰۸ نشان داده شده است، تحت تأثیر موج شکسته، ارتعاش خواهند کرد. مشاهده می کنید که يك چیز توجه برانگیز در مورد موج بازتابیده اتفاق می افتد. اکنون چگالی شار آن نسبتاً پایین است، زیرا امتداد پرتو بازتابیده با محور دوقطبی، زاویه کوچکی، θ ، می سازد. اگر می توانستیم آرایشی برقرار کنیم که $\theta = 0$ ، یا هم ارز آن، $\theta_p + \theta_i = 90^\circ$ ، موج بازتابیده کاملاً ناپدید می شد. تحت آن شرایط، برای يك موج ورودی ناقطبی که از دو حالت ناهم دوس عمود برهم \mathcal{P} تشکیل شده باشد، تنها مؤلفه قطبیده عمود بر صفحه فرودی و بنا بر این موازی با سطح، بازتابیده خواهد شد. زاویه ویژه فرودی که این وضعیت به ازای آن روی می دهد، با θ_p مشخص می شود و زاویه قطبش یا زاویه بروستر نامیده می شود. که در نتیجه آن $\theta_p + \theta_i = 90^\circ$. بنا بر این، طبق قانون اسنل

$$n_i \sin \theta_p = n_t \sin \theta_i$$

و این واقعیت که: $\theta_i = 90^\circ - \theta_p$ ، نتیجه می شود که

$$n_i \sin \theta_p = n_t \cos \theta_p$$

و

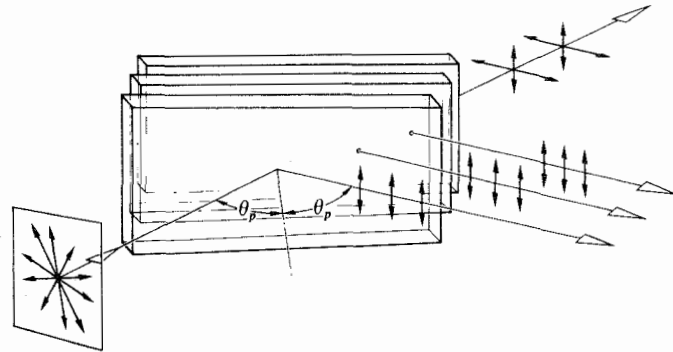


شکل ۴۰۰۸ يك موج بازتابان و شکنده در يك سطح مشترك.

بررسی خود را ادامه داد. ۱. برای نخستین بار، مفهوم دوشکستی و ماهیت واقعی نور قطبیده، روشن می شد. در آن زمان، توضیح قانع کننده ای از قطبش در زمینه نظریه موجی وجود نداشت. در خلال سیزده سال پس از آن، کار افراد زیادی، به ویژه توماس یانگ و آگوستین فرنل، به ارائه نمایش نور به عنوان نوعی ارتعاش عرضی انجامید. (به یاد داشته باشید که همه این مطالب به حدود چهل سال پیش از نظریه الکترومغناطیسی نور برمی گردد). مدل نوسانگر الکترونی، به تصویری نسبتاً ساده از آنچه که به هنگام قطبش شدن نور در بازتاب اتفاق می افتد، منجر می شود. متأسفانه این مدل، تشریح خیلی کاملی نیست، زیرا در مورد رفتار مواد نارسانای مغناطیسی، علتی ارائه نمی دهد. با وجود این، يك موج تخت ورودی قطبیده خطی در نظر می گیریم به طوری که میدان E آن بر صفحه فرودی عمود باشد (شکل ۴۰۰۸). این موج در سطح مشترك می شکند و با زاویه تراگسیل θ_t وارد محیط می شود. میدان الکتریکی آن الکترونها را مقید می کند که در این حالت بر صفحه فرودی عمود است، می راند و این الکترونها به نوبه خود دوباره تابش می کنند. بخشی از آنکه دوباره انرژی گسیل کرده

۱. شما هم آن را با شعله يك شمع و يك قطعه شیشه امتحان کنید. شیشه را با زاویه $\theta_p \approx 56^\circ$ ، که اثر مشخصی دارد نگه دارید. وقتی که زاویه فرودی تقریباً متمم این زاویه باشد، هر دو تصویر روشن خواهند بود و اگر بلور را بچرخانید هیچکدام محو نخواهند شد. ظاهراً مالوس از بخت خوشی برخوردار بود که نسبت به پنجره کاخ در زاویه مطلوبی قرار داشت.
۲. زاویه بازتاب، همان طوری که در بخش ۷.۲.۱۰ بحث شده است، از راه آرایه پراکندگی معین می شود. در آنجا درمی یابیم که موجکهای پراکنده در حالت کلی به طور سازنده تنها در يك امتداد با هم ترکیب شده و يك پرتو بازتابیده با زاویه ای برابر زاویه پرتو فرودی به وجود می آورند.

که اثرات يك موج تخت الكترومغناطیسی ورودی را که به سطح مشترك بين دو محیط مختلف دی الکتریک می تابد، تشریح می کنند. این معادلات دامنه های میدان بازتابیده و تراگسیلیده را به دامنه فرود از طریق زوایای فرودی θ_i و تراگسیلیده θ_t ، مرتبط می سازد. در مورد نور خطی که میدان E آن موازی صفحه فرودی است، ضریب بازتابش دامنه را با رابطه $r_{||} \equiv [E_{or}/E_{oi}]_{||}$ ، یعنی نسبت دامنه های میدان بازتابیده به میدان الکتریکی فرودی تعریف کردیم. به همین ترتیب وقتی که میدان الکتریکی بر صفحه فرودی عمود است، داریم: $r_{\perp} \equiv [E_{or}/E_{oi}]_{\perp}$. نسبت تابیدگی متناظر (مساحت سطح مقطع باریک های فرودی و بازتابیده برابر است) بازتابندگی نامیده می شود، و از آنجا که تابیدگی با مجذور دامنه میدان متناسب است



شکل ۴۲.۸ انباده تیغه های قطبشگر.

$$\tan \theta_p = \frac{n_t}{n_i} \quad (۲۵.۸)$$

مجدور کردن معادلات فرنی را که مناسب اختیار شده باشند، به دست می آوریم

$$R_{||} = r_{||}^2 = \left[\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right]_{||}^2 \quad \text{و} \quad R_{\perp} = r_{\perp}^2 = \left[\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right]_{\perp}^2 \quad (۲۶.۸)$$

و

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \quad (۲۷.۸)$$

مشاهده می شود در حالی که R_{\perp} هرگز نمی تواند صفر باشد، در واقع وقتی که مخرج بی نهایت باشد، یعنی به ازای $\theta_i + \theta_t = 90^\circ$ ، $R_{||}$ صفر می شود. در نتیجه بازتابندگی، در مورد نور خطی که میدان E آن موازی صفحه فرودی باشد، حذف می شود؛ $E_{r||} = 0$ و این باریکه به طور کامل تراگسیلیده می شود. این موضوع البته جوهر قانون بروستر است.

اگر نور ورودی ناقطبیده باشد، می توانیم آن را توسط دو حالت آشنای Φ متعامد، ناهمدوس و با دامنه مساوی، نشان دهیم. ضمناً مفهوم این امر که دامنه آنها باهم مساوی است، این است که مقدار انرژی در یکی از این دو حالت قطبش برابر انرژی در حالت دیگر است، یعنی $I_{r||} = I_{r\perp} = I_r/2$ ، که کاملاً منطقی است، پس

$$I_{r||} = \frac{I_r I_i}{2 I_{||}} = \frac{R_{||} I_i}{2}$$

و به همین ترتیب $I_{r\perp} = R_{\perp} I_i/2$. بنا بر این، بازتابندگی در نور طبیعی، $R = I_r/I_i$ ، از رابطه زیر به دست می آید

$$R = \frac{I_{r||} + I_{r\perp}}{I_i} = \frac{1}{2} (R_{||} + R_{\perp}) \quad (۲۸.۸)$$

شکل ۴۳.۸ نموداری است از معادلات (۲۶.۸)، (۲۷.۸)، و

این معادله به افتخار دیوید بروستر (۱۷۸۱-۱۸۶۸/۱۱۶۰-۱۲۴۸) استاد فیزیک دانشگاه سنت آندروس، مردی که آن را به طور تجربی کشف کرد، و البته مخترع کالئیدوسکوپ بود، قانون بروستر نامیده می شود.

وقتی که محیط باریکه فرودی هوا باشد، $n_i = 1$ و اگر محیط تراگسیلنده شیشه باشد که در آن $n_t \approx 1.5$ ، زاویه قطبش تقریباً 56° است. همچنین اگر یک باریکه ناقطبیده با زاویه 53° به سطح یک حوض (برای H_2O ، $n_t \approx 1.33$) برخورد کند، باریکه بازتابیده که میدان E آن بر صفحه فرودی عمود است، یا در صورت دلخواه، با سطح آب موازی است، کاملاً قطبیده خواهد شد. پس، این موضوع روشی بسیار سودمند برای تعیین موضع محور تراگسیل یک قطبشگر نامشخص پیشنهاد می کند، که تنها نیازمند قطعه شیشه یا یک حوض آب است.

مسئله ای که در استفاده از این پدیده جهت ساختن یک قطبشگر مؤثر با آن برخورد می کنیم در این حقیقت نهفته است که باریکه بازتابیده، هرچند کاملاً قطبیده شده باشد، ولی ضعیف است؛ در حالی که باریکه تراگسیلیده، گرچه قوی است، ولی فقط قطبیده جزئی است. طرح واره ای، که در شکل ۴۲.۸ نموده شده است، غالباً «انباده تیغه های قطبشگر» نامیده می شود. این طرح توسط دومینیک آراگو در سال ۱۸۱۲/۱۱۹۱ ابداع شده است. دستگاه هایی از این نوع را می توان با تیغه های شیشه ای در ناحیه مرئی، تیغه های کلرور نقره در فرورسرخ و کوآرتز یا وی کور در فرابنفش، ساخت. ساختن آرایشی خام از این نوع با استفاده از یک دوجین یا تعدادی درهمین حدود تیغه میکروسکوپ، کار آسانی است. (رنگهای زیبایی که ممکن است به هنگام تماس تیغه ها باهم ظاهر شوند، در فصل بعد مورد بحث قرار می گیرند).

۱.۶.۸ کاربردی از معادلات فرنل

در فصل ۴ مجموعه معادلاتی را به نام معادلات فرنل به دست آوردیم

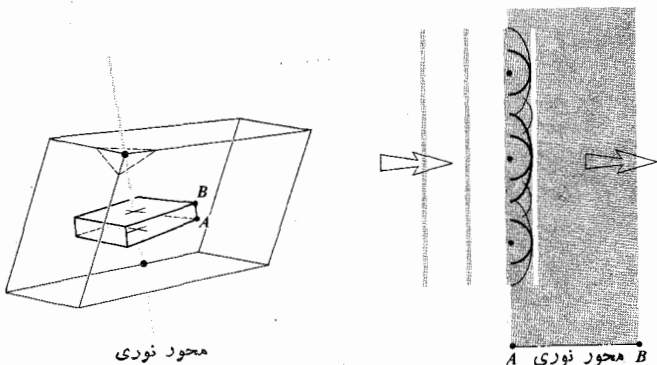
توجه کنید که V در واقع خاصیتی از باریکه است که ممکن است پیش از برخورد با هر نوع قطبشگر، قطبیده جزئی یا حتی کامل باشد.

۲.۸ بازدارنده‌ها

اکنون رده‌ای از عناصر نوری به نام بازدارنده‌ها را در نظر می‌گیریم که در تغییر قطبش یک موج فرودی به کار می‌روند. عملکرد بازدارنده علی‌الاصول بسیار ساده است. یکی از دو جزء همدوس حالت q را وای دارند که نسبت به دیگری به مقداری از قبل تعیین شده تأخیر فاز پیدا کنند. فاز نسبی این دو مؤلفه، پس از خروج از بازدارنده، نسبت به آنچه که از ابتدا بوده است متفاوت است، و بنابراین حالت قطبش نیز تفاوت خواهد کرد. در واقع پس از آنکه مفهوم بازدارنده تعمیم داده شد خواهیم توانست هر حالت قطبش مشخصی را به هر حالت دیگر تبدیل کنیم و با این عمل قطبشگرهای دایره‌ای و بیضوی نیز به وجود آوریم.

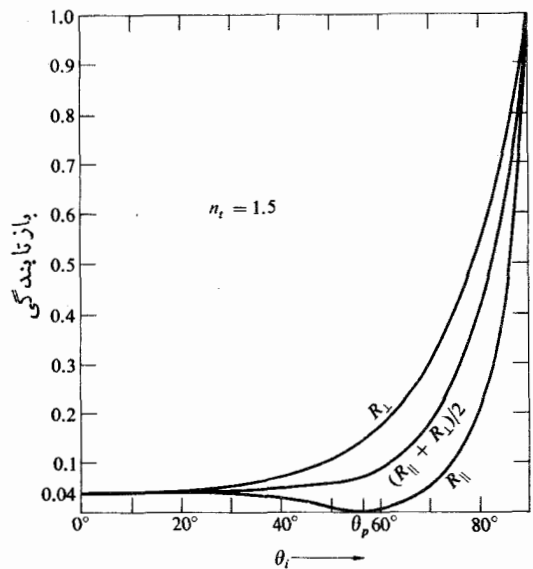
۱.۷.۸ تیغه‌های موج و متوازی‌السطوحهای مایل

به یاد آورید که یک موج تخت تک‌فام، که بر روی بلور تک‌محوری همچون کلسیت فرود می‌آید، به طور کلی به دو باریکه خروجی عادی و غیرعادی تقسیم می‌شود. در مقابل، می‌توانیم یک بلور کلسیت را طوری برش داده و جلا دهیم که محور نوری آن به هر دو سطح جلویی و عقبی عمود باشد (شکل ۴۴.۸). موج تختی که به طور عمودی فرود آید تنها می‌تواند میدان E ی عمود بر محور نوری داشته باشد. موجکهای ثانوی کروی و بیضوی شکل در امتداد محور نوری بر یکدیگر مماس خواهند بود. موجهای o و e ، که پوشهای این موجکها هستند، برهم منطبق خواهند بود و یک موج تخت منحرف نشده از داخل این بلور عبور می‌کند. در این حالت نه اختلاف فاز نسبی وجود دارد و نه تصاویر دو گانه.



شکل ۴۴.۸ تیغه کلسیتی که عمود بر محور نوری برش داده شده است.

۱. اگر متوازی‌السطوحی از کلسیت داشته باشید، زاویه کور آن را پیدا کرده و سمت بلور را طوری قرار دهید که بتوانید در امتداد محور نوری به داخل یکی از وجوه آن نگاه کنید. این دو تصویر به سوی هم خواهند گریه و تا اینکه کاملاً روی هم بیفتند.



شکل ۴۳.۸ تغییرات بازتابندگی نسبت به زاویه فرودی.

(۲.۸.۸) برای حالت ویژه‌ای که $n_i = 1$ و $n_t = 1.5$ منحنی میانی، که متناظر با نور طبیعی فرودی است، نشان می‌دهد که در حالت $\theta_i = \theta_p$ ، تنها ۷۵ درصد نور ورودی بازتابیده می‌شود. در این صورت واضح است که نور تراکسیلیده قطبیده جزئی است. در حالت $\theta_i \neq \theta_p$ ، امواج تراکسیلیده و بازتابیده هر دو قطبیده جزئی هستند.

غالب اوقات خوب است از مفهوم درجه قطبش، V ، استفاده شود؛ کمیتی که معمولاً تعریف آن چنین است

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_u} \quad (29.8)$$

که در آن I_p و I_u چگالیهای شار سازای نور قطبیده و ناسقطبیده هستند. مثلاً، به ازای $I_p = 4 \text{ W/m}^2$ و $I_u = 6 \text{ W/m}^2$ ، $V = 40\%$ ، و این باریکه قطبیده جزئی است. در مورد نور ناسقطبیده $I_p = 0$ و آشکار است که $V = 0$ ، در حالی که در فرین مقابل، به ازای $I_u = 0$ ، داریم: $V = 1$ و نور کاملاً قطبیده است؛ بنابراین $0 \leq V \leq 1$ ، و غالباً با نور تکفام مانند نور خطی قطبیده جزئی سروکار داریم. در این حالت اگر یک تجزیه‌کننده (آنالیزور) را در باریکه بچرخانیم، سمتگیری وجود خواهد داشت که در آن تابیدگی انتقال یافته بیشینه است (I_{\max}) و عمود بر آن، امتدادی است که تابیدگی نامبرده کمینه است (I_{\min}). به بیانی روشنتر $I_p = I_{\max} - I_{\min}$ ، و بنابراین

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (30.8)$$

تمام موج نامیده می‌شود. (این موضوع به معنی $d = \lambda$ نیست.) در حالت کلی، کمیت $|n_o - n_e|$ در معادله (۳۲.۸) در گستره نوری اندکی تغییر می‌کند به طوری که $\Delta\varphi$ به طور مؤثری به نسبت $1/\lambda_o$ تغییر می‌کند. آشکار است که صفحه تمام موج فقط می‌تواند طبق روش بحث شده برای یک طول موج ویژه عمل کند و از اینرو این قبیل بازدارنده‌ها دنگی نامیده می‌شوند. اگر چنین وسیله‌ای در سمتگیری اختیاری بین قطبشگرهای خطی متقاطع قرار گیرد، هر نوری که وارد آن شود، و در این حالت آن را نور سفید فرض می‌کنیم، خطی خواهد بود. فقط طول موجی که در معادله (۳۲.۸) صدق می‌کند بدون هیچ تأثیر پذیری، از تأخیر دهنده‌ها عبور خواهد کرد، بنابراین در تجزیه کننده جذب خواهد شد. بقیه طول موجها متحمل پاره‌ای پس افتادگی شده و در نتیجه از تیغه موج به صورت‌های مختلف نور بیضوی شکل خسارچ خواهند شد. بخشی از این نور در داخل تجزیه کننده پیش خواهد رفت، و سرانجام همچون رنگ مکمل نوری که خاموش شده بود، خارج می‌شود. این فرض که صفحه تمام موج چنان رفتار می‌کند که گویی در تمامی بسامدها همسانگرد است، یک اشتباه شایع است؛ واضح است که چنین رفتار نمی‌کند.

یادآوری کنیم که در کلسیت، موجی که ارتعاشات میدان E ی آن موازی محور نوری باشد سریعتر حرکت می‌کند، یعنی $v_{||} > v_{\perp}$. بنابراین امتداد محور نوری در بازدارنده تک‌محور منفی، محدود سریع نامیده می‌شود، در حالی که امتداد عمود بر آن را محدود کند می‌نامند. در مورد بلورهای تک‌محور مثبت نظیر کوارتز، این محورهای اصلی وارونه می‌شوند. در این حالت محور کند، متناظر با محور نوری است.

تیغه نیم موج
تیغه پستی که بین موجهای o و e اختلاف فاز نسبی π رادیان یا 180° ایجاد می‌کند تیغه نیم موج نامیده می‌شود. فرض کنیم که صفحه ارتعاش یک باریکه ورودی نور خطی مطابق شکل ۴۶.۸ زاویه‌ای اختیاری، θ ، بسا محور سریع بسازد. در یک ماده منفی، موج e سرعتی بیشتر ($v_{||}$ یکسان) و طول موجی بلندتر از موج o خواهد داشت. هنگام خروج از این تیغه، یک تغییر فضا نسبی، $\lambda_o/2$ ، وجود خواهد داشت (یعنی $2\pi/2$ رادیان) با این اثر که E به اندازه 2θ خواهد چرخید، بسا مراجعه به شکل ۷۰.۸، آشکار می‌شود که یک صفحه نیم موج به همین ترتیب نور بیضی وار را وارونه خواهد کرد. به علاوه، این صفحه با تغییر راست به چپ و برعکس، جهت چرخش نور دایره‌ای یا بیضوی را وارونه می‌کند.

به تدریج که موجهای o و e از طریق هر تیغه پستی به پیش می‌روند، اختلاف فاز نسبی، $\Delta\varphi$ ، آنها افزایش می‌یابد و بنابراین حالت قطبش موج به تدریج از یک نقطه به نقطه دیگر صفحه تغییر می‌کند. شکل ۷۰.۸ را می‌توان یک نمونه از معدودی از این حالتها در یک لحظه از زمان پنداشت، که در مواقع مختلف گرفته شده است.

اکنون فرض کنیم که امتداد محور نوری چنان آرایش یافته است که برابر آنچه در شکل ۴۵.۸ نموده شده است، موازی سطوح جلو و عقب باشد. اگر میدان E در یک موج تخت تکفام فرودی دارای مؤلفه‌های موازی و عمود بر محور نوری باشد، دو موج تخت جدا از هم در داخل بسا نور انتشار خواهند یافت. چون $v_{||} > v_{\perp}$ ، پس $n_o > n_e$ و موج e سریعتر از موج o در عرض نمونه حرکت خواهد کرد. موج الکترومغناطیس حاصل پس از پیمودن یک تیغه به ضخامت d برهمنهی موجهای e و o بوده و اینک دارای اختلاف فاز نسبی $\Delta\varphi$ است. به خاطر داشته باشید که اینها امواج هماهنگ با بسامد یکسان هستند و در آنها میدان E متعامند. پس اکنون اختلاف راه نسبی از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Lambda = d(|n_o - n_e|) \quad (31.8)$$

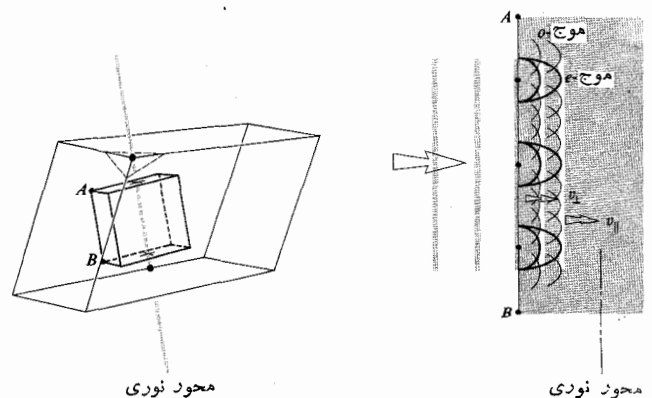
$$\text{و چون } \Delta\varphi = k_o \Lambda$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_o} d(|n_o - n_e|) \quad (32.8)$$

که در آن λ_o ، مثل همیشه، طول موج در خلا است (فرمولی که قدر مطلق اختلاف ضریب شکستها را در بر دارد کلیترین بیان است). آشکار است که حالت قطبش نور خروجی به دامنه‌های مؤلفه‌های میدان متعام ورودی و البته به $\Delta\varphi$ ، بستگی دارد.

تیغه تمام موج

اگر $\Delta\varphi$ مساوی 2π باشد، پس افتادگی نسبی یک طول موج است؛ موجهای e و o باز هم فازند و اثر قابل مشاهده‌ای بر روی قطبش باریکه تکفام فرودی وجود ندارد. وقتی پس افتادگی نسبی $\Delta\varphi$ ، که پس افتی هم خوانده می‌شود، 360° باشد، این وسیله صفحه

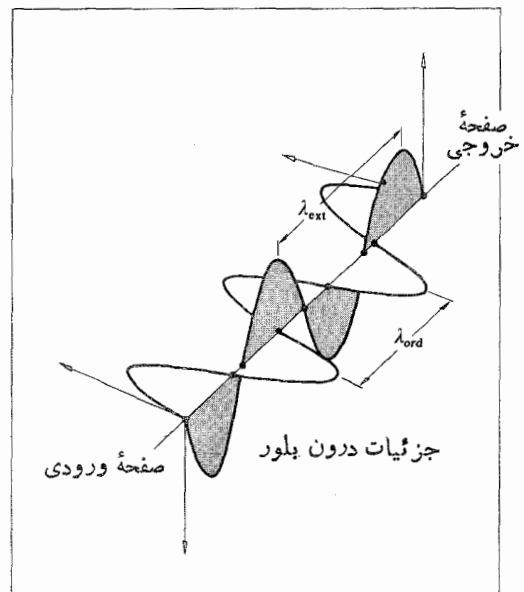
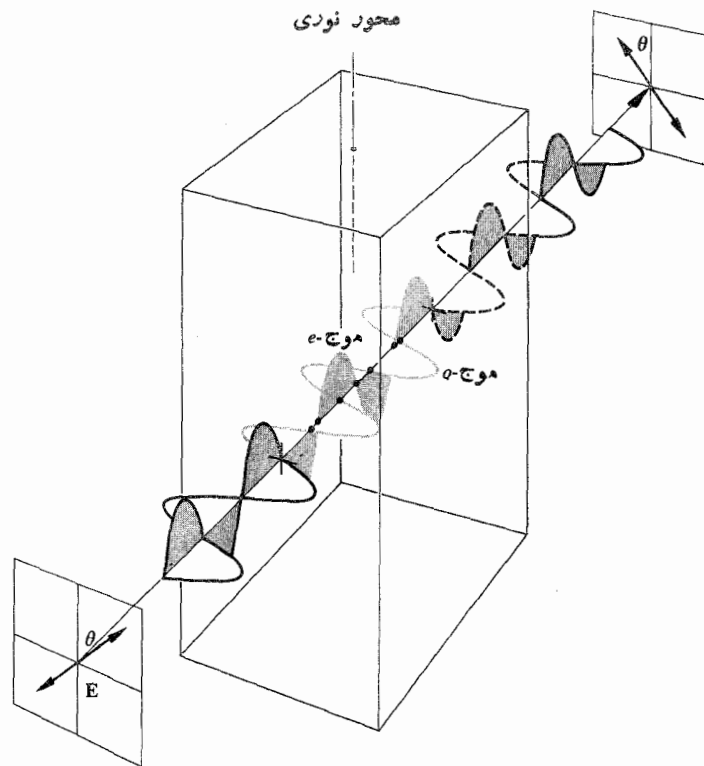


شکل ۴۵.۸ یک تیغه کلسیت که موازی با محور نوری برش داده شده است.

که در آن $m = 0, 1, 2, \dots$ ، این ماده مانند یک صفحه نیم موج عمل می‌کند ($\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$).

هرچند تصور رفتار کلیت ساده است، عملاً برای ساختن صفحات بازدارنده همیشه مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. تراشه‌های نازک کلیت کاملاً شکننده‌اند و دستکاری آنها مشکل است، اما اشکال بیشتر مربوط به دوشکستی آن است، یعنی اختلاف بین n_o و n_e : که اندکی بیشتر از اندازه مناسب است. از طرف دیگر، کوآرتز با دوشکستی بسیار اندک کاربرد زیادی دارد، اما فاقد صفحات شکافت طبیعی است و باید آن را برید، تراشید، و جلا داد، و بنا بر این خیلی گران تمام می‌شود. غالباً، از بلور میکای تک‌محوری استفاده می‌شود. میکا به شکلهای متعددی مساند فلتوفلوگوپیک، بیوتیت، یا موسکویت موجود است، که این مقصود را به خوبی برآورده می‌کنند. متداولترین نوع آن موسکویت قهوه‌ای کم‌رنگ است. این بلور به آسانی به مقاطعهای وسیع، فوق‌العاده نازک و بسیار انعطاف‌پذیر شکافته می‌شود. به علاوه، دوجور اصلی آن تقریباً به‌طور دقیق موازی صفحات شکافت‌اند. در امتداد آن محورها ضرایب شکست برای نور سدیم در حدود ۱٫۵۹۹ و ۱٫۵۹۴ است و گرچه این اعداد از یک نمونه به نمونه دیگر اندکی تغییر می‌کنند، اختلاف آنها تقریباً ثابت است. کمیته ضخامت یک صفحه نیم موج میکا حدود ۶۰ میکرون است.

بازدارنده‌ها را از ورقه‌های پلی‌وینیل الکل نیز می‌توان ساخت. این ورقه‌ها طوری کشیده می‌شوند که مولکولهای زنجیره‌ای دراز مربوط به ساختمان آلی آنها هم‌خط شوند، به علت وجود ناهمسانگردی آشکار، الکترونهاى داخل ماده دارای نیروی بستگی یکسان در امتداد عمود بر راستای این مولکولها نیستند. از اینرو، این قبیل مواد دائماً دوشکستی‌اند حتی اگر بلوری نباشند. می‌توانید با چسباندن نواری از کاغذ سلوفان معمولی (گلاسه) روی سطح تیغه میکروسکوپ، یک تیغه نیم‌موج نسبتاً دقیق بسازید. محور سریع، یعنی امتداد ارتعاش موج سریعتر، با امتداد عرضی در عرض پهنای نوار متناظر است، درحالی که محور آهسته در امتداد طول آن است. سلوفان این نوار را در خلال ساختن به شکل ورقه‌هایی درمی‌آورند و در این فرایند مولکولهای هم‌خط شده و به آن خاصیت دوشکستی می‌دهند. اگر صفحه نیم‌موج خود را بین دو قطبشگر خطی متقاطع قرار دهید، وقتی که محورهای اصلی آن بر محورهای اصلی قطبشگرها منطبق شوند، اثری نشان نخواهد داد. ولی اگر نسبت به قطبشگر زاویه 45° داشته باشد، میدان E که از نوار سلوفان خارج می‌شود به اندازه 90° خواهد چرخید و در نتیجه با محور انتقال تجزیه‌کننده موازی می‌شود. نور از ناحیه‌ای عبور می‌کند که نوار آن را پوشانیده است به طوری که گویی در زمینه سیاه قطبشگرهای متقاطع حفره‌ای ایجاد شده است (شکل ۴۷.۸). یک قطعه از روکش سلوفان (مثلاً، از برخی جعبه‌های سیگار) نیز به طور کلی به عنوان صفحه نیم‌موج عمل



شکل ۴۶.۸ صفحه نیم موج.

آشکار است که اگر ضخامت ماده چنان باشد که

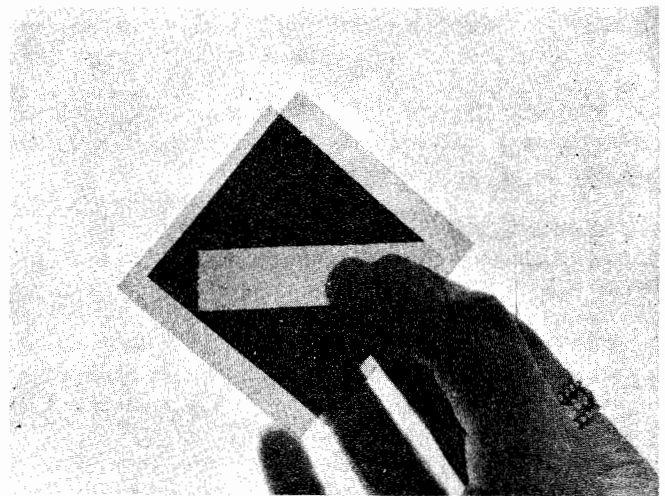
$$d(|n_o - n_e|) = (2m + 1) \frac{\lambda_o}{2}$$

يك چهارم موج خام بسازید. این پلاستیک نیز، همانند سلوفان، رشته‌هایی در امتداد طول دارد که با یکی از محورهای اصلی منطبق می‌شود. حدود نیم دوجین از لایه‌ها را روی هم بگذارید و موازب باشید که رشته‌ها باهم موازی بمانند. پلاستیک را با زاویه 45° نسبت به محورهای يك قطبی‌کننده قرار داده و آن را از داخل يك تجزیه‌کننده چرخان مورد بررسی قرار دهید. در هر فاصله زمانی مشخص يك لایه اضافه کنید تا آنجا که بسا چرخش تجزیه‌کننده تابیدگی تقریباً ثابت بماند؛ در آن وضعیت، نور دایره‌ای و يك تیغه يك چهارم موج خواهید داشت. هر چند بحث در مورد ساختن این نوع يك چهارم موج در نور سفید، آسانتر از عمل آن است، ولی ارزش امتحان کردن را دارد.

عموماً تیغه‌های موج تجارتي توسط پس‌افت خطی آنها طراحی می‌شوند که باید، مثلاً 140 nm برای يك تیغه يك چهارم موج باشد. به این معنی که این وسیله يك قدرت بازدارندگی 90° ، تنها برای نور سبز به طول موج 560 nm (یعنی 140×4)، دارد. پس‌افت خطی معمولاً با آن دقت کامل به دست نمی‌آید؛ ولی چیزی در حدود $20 \pm 140 \text{ nm}$ بیشتر واقعی است. پس‌افت يك تیغه موج می‌تواند با کمی کج کردنش نسبت به مقدار مشخص افزوده یا کاسته شود. اگر این صفحه به دور محور سریع خود بچرخد، پس‌افت آن افزایش خواهد یافت، در حالی که يك چرخش به دور محور کند اثری مخالف آن دارد. بدین ترتیب می‌توان يك تیغه موج را برای يك بسامد ویژه در ناحیه‌ای واقع در اطراف مقدار اسمیش كوچك كرد.

متوازی‌السطوح مایل فرنل

در فصل ۴ دیدیم که فرایند بازتاب درونی کلی يك اختلاف فاز نسبی بین دو مؤلفه متعامد میدان ایجاد می‌کند. به عبارت دیگر، مؤلفه‌های موازی با عمود بر صفحه فرودی نسبت به یکدیگر اختلاف فاز پیدا می‌کردند. در شیشه، $(n=1.51)$ ، يك تغییر 45° با بازتاب درونی به ازای زاویه تابش ویژه 54.6° ، ملازم است [شکل ۲۳.۴]. متوازی‌السطوح مایل فرنل که در شکل ۴۸.۸ نشان داده شده است، از این پدیده سود برده و باعث می‌شود که این باریکه دو بازتاب درونی پیدا کند، و در نتیجه يك اختلاف فاز نسبی 90° بین مؤلفه‌های آن به وجود می‌آورد. اگر موج تخت ورودی در زاویه 45° نسبت به صفحه فرود قطبیده خطی باشد، مؤلفه‌های میدان $[E_i]_{\parallel}$ و $[E_i]_{\perp}$ از ابتدا مساوی خواهند بود. این موج بعد از اولین بازتابش در درون شیشه قطبیده بیضوی خواهد شد. بعد از بازتابش دوم، قطبیده دایسروی می‌شود. چون قدرت بازدارندگی تقریباً در گستره وسیعی مستقل از بسامد است. متوازی‌السطوح فرنل اساساً يك بازدارنده تکفام 90° است. متوازی‌السطوح مایل مونی ($n=1.65$) که در شکل ۴۹.۸ نشان داده شده است در اصل شبیه متوازی‌السطوح مایل فرنل است، گرچه مشخصات عملی آن از پاره‌ای جهات متفاوت است.

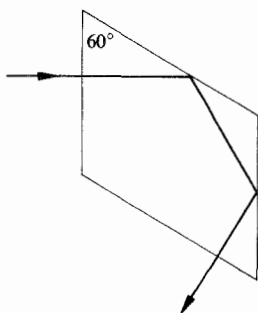


شکل ۴۷.۸ دستی قطعه‌ای از نور چسب را نگهداشته است که به تیغه يك ميكروسكوپ بين دو قطبشگر متقاطع چسبیده است.

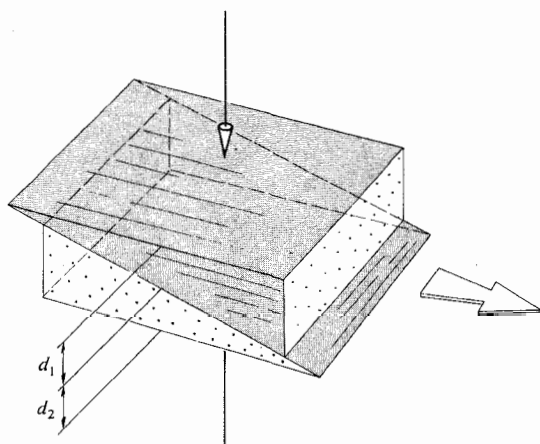
می‌کند. ببینید آیا با استفاده از نور بازدارنده و قطبشگرهای متقاطع می‌توانید سمنگیری هر کدام از محورهای اصلی آن را تعیین کنید؟ (در ورقه سلوفان به رشته‌های موازی ریز توجه کنید.)

تیغه يك چهارم موج

تیغه يك چهارم موج عنصری نوری است که اختلاف فاز نسبی $\Delta\varphi = \pi/2$ بین مؤلفه‌های متعامد o و e سازای يك موج ایجاد می‌کند. یکبار دیگر از شکل ۷.۸ نتیجه می‌شود که تغییر فاز 90° نور بیضی‌وار را به نور خطی و برعکس تبدیل می‌کند. باید آشکار شده باشد که در نور خطی که موازی با هریک از دو محور اصلی فرود می‌آید، هیچ نوع تیغه پس‌افتی در آن تأثیری ندارد. بدون داشتن دو مؤلفه نمی‌توانید يك اختلاف فاز نسبی داشته باشید. در نور طبیعی فرودی، دو سازای حالت p ناهم‌دوس‌اند، یعنی اختلاف فاز نسبی آنها کاتوره‌ای و سریع تغییر می‌کند. بنابراین داخل کردن يك تغییر فاز ثابت اضافی از راه هر نوع بازدارنده، نیز باعث ایجاد يك اختلاف فاز کتره‌ای شده و در نتیجه اثر قابل توجهی پدید نخواهد آورد. وقتی که نور خطی با زاویه 45° نسبت به هریک از دو محور اصلی يك صفحه يك چهارم موج فرود آید، مؤلفه‌های o و e در آن دامنه‌های مساوی دارند. تحت این شرایط ویژه، يك تغییر فاز 90° موج را به نور دایره‌ای تبدیل می‌کند. همچنین، يك باریکه دایره‌ای ورودی به هنگام خروج قطبیده خطی خواهد بود. صفحات يك چهارم موج معمولاً از کوارتز، میکا یا پلاستیک پلیمری آلی نیز ساخته می‌شوند. در هر حالت، ضخامت ماده دوشکستی باید در عبارت $d(|n_o - n_e|) = (m + \frac{1}{2})\lambda_0/4$ صدق کند. می‌توانید با استفاده از پلاستیک خانگی مخصوص پوشش غذا، یعنی همان ماده کشیده شده‌ای که از غلتک بازمی‌شود، يك صفحه



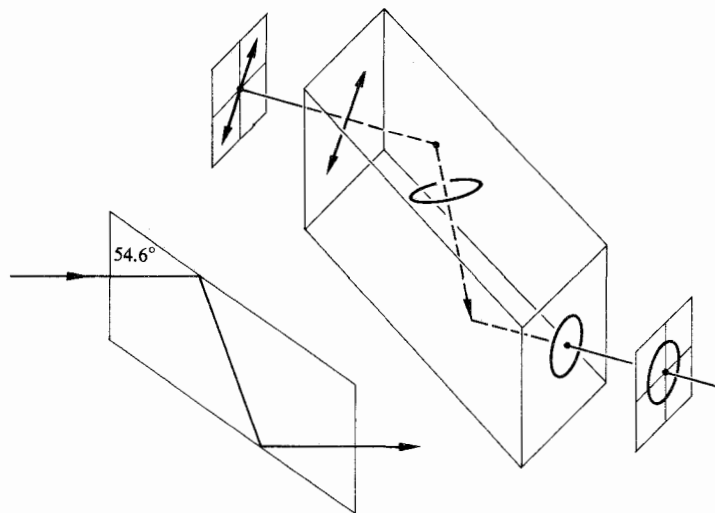
شکل ۴۹۰۸ متوازی‌السطوح مایل مونی.



شکل ۵۰۰۸ جبران‌کننده باینت.

کلی که اندازه پیش بودن مؤلفه e از مؤلفه o است، متناظر است. عکس این مطلب هم در مورد يك جبران‌کننده کوارتز صادق است، یعنی به ازای $d_1 > d_2$ ، $\Delta\varphi$ زاویه‌ای است که موج o به اندازه آن از موج e پیش می‌افتد. در مرکز، آنجا که $d_1 = d_2$ ، اثر يك گوه دقیقاً به وسیله اثر گوه دیگر خنثی می‌شود و برای تمامی طول موجها، $\Delta\varphi = 0$. پسافت در نقاط مختلف سطح متغیر است، در نواحی باریک که پهنای جبران‌کننده در امتداد آنها قرار می‌گیرد وضخامتهای گوه خود ثابت هستند، ثابت می‌ماند. اگر نور از شکافی موازی یکی از این نواحی وارد شود و اگر در آن صورت یکی از دو گوه را بسا يك پیچ ریزسنگ به طور افقی حرکت دهیم، می‌توانیم هر $\Delta\varphi$ مورد نظری برای خروج را به دست آوریم.

وقتی که جبران‌کننده باینت با زاویه 45° بین قطبشگرهای متقاطع قرار داده شود، يك دسته فریز خاموشی تاریک موازی که به فواصل مساوی از هم قرار دارند در عرض جبران‌کننده ظاهر خواهند شد. این فریزها نشانگر وضعیتهایی اند که در آنجا وسیله



شکل ۴۸۰۸ متوازی‌السطوح مایل فرنل.

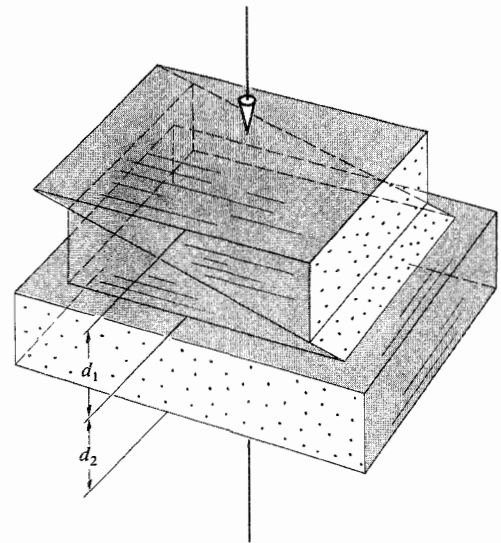
۲۰۷۰۸ جبران‌کننده‌ها

جبران‌کننده وسیله‌ای نوری است که می‌تواند قدرت پسافت قابل‌کنترلی بر روی موج اعمال کند. برخلاف صفحه موج که در $\Delta\varphi$ ثابت است، اختلاف فاز نسبی ناشی از جبران‌کننده می‌تواند به طور پیوسته تغییر کند. از میان انواع مختلف جبران‌کننده، فقط به دو تا از آنها که بیش از همه کاربرد دارند، خواهیم پرداخت. جبران‌کننده باینت، که در شکل ۵۰۰۸ نشان داده شده است، از دو گوه کلسیتی، یا آنگونه که متداولتر است، کوارتزی مستقل از از هم تشکیل شده است، خطها و نقطه‌ها در شکل نشانگر محورهای نوری آنهاست. پرتوی که از این وسیله به طور عمودی و به سوی پایین و در نقطه‌ای اختیاری می‌گذرد، ضخامت d_1 را در گوه بالایی و d_2 را در گوه پایینی خواهد پیمود. اختلاف فاز نسبی که توسط بلور اول در موج ایجاد می‌شود $\frac{2\pi d_1}{\lambda}(|n_o - n_e|)$ است در حالی که بلور دوم اختلاف فاز نسبی $-\frac{2\pi d_2}{\lambda}(|n_o - n_e|)$ را ایجاد می‌کند. این وسیله شباهت زیادی به منشور ولاستون دارد، با این تفاوت که زاویه‌هایش بازتر وضخامتش بیشتر است، در اینجا هم مثل منشور ولاستون، پرتوهای o و e در گوه بالایی و در گوه پایینی به ترتیب به e و o تبدیل می‌شوند. جبران‌کننده نازک است (زاویه گوه نوعاً در حدود 25° است) و بدین جهت جدایی بین پرتوها چشم پوشیدنی است. بنابراین اختلاف فاز کلی چنین است

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) (|n_o - n_e|) \quad (33.8)$$

اگر جبران‌کننده از کلسیت ساخته شده باشد، موج e در گوه بالایی جلوتر از موج o است و از اینرو به ازای $d_1 > d_2$ ، $\Delta\varphi$ با زاویه

فوكيبي از يك قطبشگر خطي كه درست مناسبى قرار گرفته باشد و يك بازدارنده 90° كار يك قطبشگر دايره‌اى را انجام مى‌دهد. اين دو عنصر كاملاً مستقل از هم عمل مى‌كنند و در حالى كه يكي دوشكستى است، ديگرى مى‌تواند از نوع بسازتابشى باشد، دستوارگى نور دايره‌اى خروجى به اينكه محور انتقال قطبشگر خطى نسبت به محور سريع بازدارنده زاويه 45° داشته باشد يا 45° -، بستگى دارد. هر كدام از دو حالت دايره‌اى، R يا L ، را مى‌توان با سهولت كامل پديد آورد. در واقع، اگر قطبشگر خطى بين دو بازدارنده واقع شود كه يكي بسا زاويه به اضافه 45° و ديگرى با زاويه منهاي 45° قرار گرفته است، اين تركيب «دو رويه» خواهد بود. به طور خلاصه، يك حالت R براى نوري كه از يك طرف وارد مى‌شود به دست مى‌آيد و يك حالت L براى نوري كه خارج مى‌شود.



شكل ۵۱۰۸ جبران كننده سولى.

CP-HN علامت تجارى يك قطبشگر دايره‌اى يكپارچه مشهور است. اين قطبشگر از يك ورقه پولارويد HN و يك بازدارنده 90° از پلى وينيل الكل كشيده شده تشكيل يافته است. واضح است كه سميت دوددى چنين آرايشى وجه قطبشگر خطى است. اگر باريكه نور در سمت خروجى، يعنى روى بازدارنده، فرود آيد، از آنجا به بعد از داخل ورقه H عبور كرده و تنها مى‌تواند به صورت قطبيده خطى خارج شود.

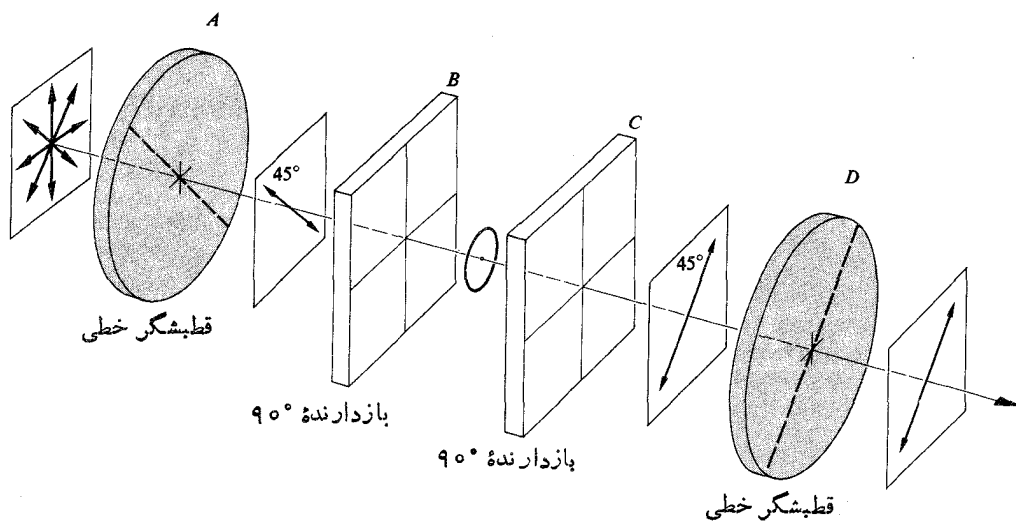
براى تعيين دستوارگى موجى كه قبلاً به صورت دايره‌اى شناخته شده بود، مى‌توان يك قطبشگر دايره‌اى به عنوان يك تجزيه كننده را به كار برد. براى اينكه ببينيم اين كار چگونه صورت مى‌گيرد، فرض كنيد كه چهار عنصر A ، B ، C ، و D در شكل ۵۲۰۸ را در اختيار داريم. دو عنصر اول، A و B ، با هم يكي شده و يك قطبشگر دايره‌اى تشكيل مى‌دهند، به همين ترتيب نيز C و D اکنون، تا مادامى كه اين قطبشگرها هر دو همسان اند، دستوارگى دقيق آنها فاقد اهميت است؛ و اين نكته مثل آن است كه بگويم محورهاي سريع بازدارنده‌ها با هم موازى اند. نور خطى كه از A مى‌آيد يك قدرت پساft 90° از B دريافت مى‌كند و در نتيجه در آن نقطه به صورت دايره‌اى درمى‌آيد. در عبور از C يك قدرت پساft 90° ديگر به آن اضافه مى‌شود، كه نتيجه‌اش ايجاد موج قطبيده خطى است. در واقع، B و C با هم يك تيغه نيم موج مى‌سازند كه فقط نور خطى خارج شده از A را در داخل يك زاويه فضايى 2θ ، كه در اين حالت 90° است، مى‌لغزاند. چون موج خطى خارج شده از C با محور انتقال D موازى است از داخل آن عبور كرده و از دستگاه خارج مى‌شود. در اين فرايند ساده، در حقيقت، مطلب ظريفى را ثابت كرديم. اگر قطبشگرهاي دايره‌اى $A+B$ و $C+D$ هر دو چپگرد باشند، نشان داده‌ايم كه نور دايره‌اى چپگرد كه از طرف خروجى داد قطبشگر دايره‌اى چپگرد شود، فراگسيليده خواهد شد. به علاوه، دست كم پس از كمى تأمل، بايد روشن شده باشد كه نور دايره‌اى

به گونه‌اى عمل مى‌كند كه گويى يك تيغه تمام موج بوده است. فريزها در نور سفيد، به استثنائى نوار مركزى كه سياه است ($\Delta\varphi = 0$) رنگين خواهند بود. قدرت پساft يك تيغه ناشناخته را مى‌توان با قراردادن آن روى جبران كننده و بررسى جابجايى كه در فريزها پديد مى‌آورد، به دست آورد.

تنها بسا چرخاندن گوه بالايى به اندازه 180° به دور خط قائم، به طوري كه لبه نازك آن روى لبه نازك گوه پايينى قرار گيرد، مى‌توان جبران كننده بسا بينت را طوري اصلاح كرد كه پساftى يكنواخت روى سطح آن ايجاد شود. اما، اين پيكر بندى باريكه نور را اندكى منحرف خواهد كرد. تغيير ديگر با بينت كه مزيت ايجاد يك قدرت پساft يكنواخت در سطح آن را دارد وانحرافى در باريكه نور پديد نمى‌آورد، جبران كننده سولى است كه در شكل ۵۱۰۸ نشان داده شده است. اين جبران كننده كه عموماً از كوارتز ساخته مى‌شود (گرچه MgF_2 و CdS در فرورسرخ به كار رفته‌اند)، از دو گوه و يك تيغه متوازى السطوح بسا محورهاي نورى كه سمتكبرى آن نشان داده شده، تشكيل شده است. حسال كميت d_1 با ضخامت كلى هر دو گوه كه براى هر تنظيم پيچ ريز سنج مقدار ثابتى است، متناظر است.

۸.۸ قطبشگرهاي دايره‌اى

قبلاً نتيجه گرفتيم نور خطى كه زاويه ميدان E ى آن نسبت به محورهاي اصلى يك صفحه يك چهارم موج 45° باشد، از آن صفحه به شكل قطبيده دايروى خارج خواهد شد. بنابر اين، هر دسته



شکل ۵۲۰۸ دو قطبشگر خطی و دو تیغه یک چهارم موج.

موجی که دارای گسترده‌گی فضایی متناهی Δx است، نشان می‌دهیم. فعلاً فرض می‌کنیم که حالت قطبش موج اساساً برای مدتی در حدود زمان همدوسی Δt (که اگر به یاد داشته باشید، به گسترده‌گی زمانی قطار موج، $\Delta x/c$ ، وابسته است)، ثابت باشد. یک چشمه نمونه عموماً از تجمع تعداد زیادی از این اتمهای تابان تشکیل یافته است. می‌توانیم این اتمها را نوسان‌کننده‌هایی با فازهای مختلف در نظر بگیریم که بسامد غالب در آنها $\bar{\nu}$ است. سپس فرض می‌کنیم که نور مورد بررسی، از ناحیه خیلی کوچکی از چشمه می‌رسد، به طوری که پرتوهای گسیلیده که به یک نقطه مشاهده می‌رسند، اساساً موازی‌اند. در خلال مدتی که در مقایسه با زمان همدوسی متوسط کوتاه است، دامنه‌ها و فازهای قطارهای موجی ناشی از اتمهای منفرد، اساساً ثابت خواهند بود. این بدان معناست که اگر در امتدادی به چشمه نگاه می‌کردیم، باید دست کم برای یک لحظه، یک برهم‌نهی همدوس از موجهای گسیلیده در آن امتداد را «بینیم». به عبارت دیگر یک موج برآیند با حالت قطبش مشخصی «بینیم». آن حالت فقط می‌توانست برای یک بازه زمانی کمتر از زمان همدوسی دوام بیاورد، و سپس تغییر می‌کرد. ولی حتی در این صورت هم با تعداد زیادی از نوسانات در بسامد $\bar{\nu}$ متناظر خواهد بود. به بیانی روشنتر، اگر پهنای نواری $\Delta \nu$ پهن شود، زمان همدوسی ($\sim 1/\Delta \nu$) کم خواهد شد و هر حالت قطبشی کوتاه عمر خواهد بود. واضح است که مفاهیم قطبش و همدوسی رابطه‌ای بنیادی دارند.

حال موجی را در نظر می‌گیریم که پهنای نواری آن در مقایسه با بسامد میانگینش، یعنی یک موج شبه تکفام، خیلی کوچک باشد. می‌توان آن را با دو حالت هماهنگ \mathcal{P} ، نظیر معادلات (۱۰۸) و (۲۰۸) نشان داد ولی در اینجا دامنه‌ها و فازهای اولیه

راستگرد یک حالت \mathcal{Q} عمود بر محور تراگسیش D ایجاد خواهد کرد و بنابراین جذب خواهد شد. عکس این مطلب نیز صحیح است، یعنی از دو شکل دایره‌ای، فقط نور در یک حالت \mathcal{Q} که از طرف خروجی وارد شده باشد، از داخل قطبشگر دایره‌ای راستگرد عبور خواهد کرد.

۹.۸ قطبش نور چندرنگ

۱۰۹۰۸ پهنای نوار و زمان همدوسی موج چندرنگ

مجدداً این موضوع را به یاد می‌آوریم که نور کاملاً تکفام طبیعی، که البته واقعیت فیزیکی ندارد، باید قطبیده باشد. دو مؤلفه متعام چنین موجی دارای بسامد یکسان بوده و دامنه هر کدام ثابت است. اگر دامنه یکی از دو مؤلفه سینوسی تغییر می‌کرد این تغییر معادل حضور بسامدهای اضافی دیگر در طیف آنالیز فوریه می‌شد. به علاوه، دو مؤلفه دارای یک اختلاف فاز نسبی ثابت هستند یعنی همدوس‌اند. آشفتگی تکفام عبارت است از یک قطار موجی نامتناهی که خواص آن پیوسته ثابت بوده است؛ خواه در یک حالت \mathcal{P} ، \mathcal{L} یا \mathcal{Q} باشد یا \mathcal{C} این موج کاملاً قطبیده است.

چشمه‌های نور واقعی چند فام‌اند. یعنی انرژی تابنده را که شامل گستره‌ای از بسامدهاست، گسیل می‌کند. حال با توجهی ویژه به حالت قطبش موج گسیلیده، بینیم چه اتفاقی در مقیاس زیر میکروسکوپی رخ می‌دهد. یک نوسان‌کننده الکترونی را در نظر بگیرید که، برای ارتعاش برانگیخته شده است (احتمالاً به وسیله یک برخورد)، و به موجب آن تابش می‌کند. این نوسان‌کننده، وابسته به حرکت دقیقش، شکلی از نور قطبیده گسیل خواهد کرد. مانند بخش ۶.۲۰۷، انرژی تابنده از یک اتم منفرد را به عنوان قطار

توابعی از زمان اند. به علاوه، بسامد و عدد انتشار با مقادیر میانگین طیف حاضر در موج، یعنی $\bar{\omega}$ و \bar{k} ، متناظرند. از اینرو

$$\mathbf{E}_x(t) = \hat{\mathbf{i}} E_{0x}(t) \cos [\bar{k}z - \bar{\omega}t + \varepsilon_x(t)] \quad (\text{الف } ۳۴.۸)$$

و

$$\mathbf{E}_y(t) = \hat{\mathbf{j}} E_{0y}(t) \cos [\bar{k}z - \bar{\omega}t + \varepsilon_y(t)] \quad (\text{ب } ۳۴.۸)$$

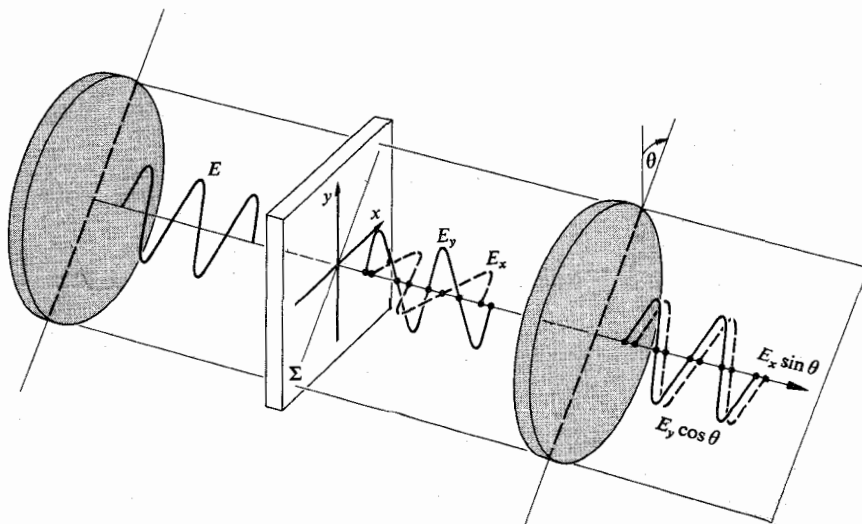
حالت قطبش، و همچنین $E_{0x}(t)$ ، $E_{0y}(t)$ ، $\varepsilon_x(t)$ ، $\varepsilon_y(t)$ ، به آرامی تغییر خواهند کرد و در تعداد زیادی از نوسانها اساساً ثابت خواهند ماند. بدخاطر بسیارید که پهنای نواری باریک بر زمان همدوسی نسبتاً طولانی دلالت می کند. اگر، موج را در بازه زمانی طولانیتری بررسی کنیم، دامنه ها و زاویه های فاز اولیه هر کدام به نحوی یا بدطور مستقل و یا به گونه ای همبسته، تغییر خواهند کرد. اگر این معیارات کاملاً مستقل از هم باشند، حالت قطبش در مقایسه با زمان همدوسی، تنها در بازه ای کوچک ثابت باقی خواهد ماند. به عبارت دیگر، ممکن است شکل، سمتگیری، دستواری بیضی که حالت قطبش را توصیف می کند، تغییر کند. چون، عملاً آشکارسازی وجود ندارد که بتواند هر حالت ویژه ای را که در چنان زمان کوتاهی دوام آورد، تشخیص دهد، می توانستیم نتیجه بگیریم که این موج ناقطبیته بوده است. در مقابل، اگر نسبت $E_{0x}(t)/E_{0y}(t)$ حتی با متغیر بودن هر دو جمله ثابت بماند، و اگر $\varepsilon = \varepsilon_y(t) - \varepsilon_x(t)$ نیز ثابت باشد، این موج باید قطبیته باشد. در اینجا لزوم همبستگی بین این توابع مختلف کاملاً آشکار است. با وجود این، هنوز می توانیم این شرایط را تنها با عبور دادن موج از میان یک قطبشگر بر آن اعمال کنیم؛ و بدین طریق هر یک از سازهای ناخواسته را حذف کنیم. بازه زمانی که پس از آن، موج باید حالت قطبش خود را حفظ کند دیگر بستگی به پهنای نواری ندارد، زیرا

مؤلفه های موج همبستگی مناسبی داشته اند. نور می تواند چند فام (حتی سفید) و باز هم کاملاً قطبیته باشد. این نور خیلی شبیه امواج تکفام ایده آل خواهد بود که در بخش ۱۰.۸ در باره آن بحث کردیم. بین این دو فرین نور کاملاً قطبیته و کاملاً ناقطبیته، حالت قطبش جزئی موجود است. در حقیقت می توان نشان داد که هر موج شبه تکفام می تواند به عنوان مجموع یک موج قطبیته و یک موج ناقطبیته نمایش داده شود که این دو می توانند از یکدیگر مستقل یا ممکن است یکی از آنها صفر باشد.

۲۰.۹.۸ رنگهای تداخلی

یک ورقه مجاله شده کاغذ سلوفان را میان دو پولارویدی که نور سفید آن را روشن کرده است قرار دهید. نقش حاصله مملو از نواحی چند رنگ خواهد بود و به تدریج که یکی از پولارویدها بچرخد کم رنگ خواهند شد. این رنگهای تداخلی، نامی که عموماً به آنها داده می شود، از بستگی پس افت به طول موج ناشی می شوند. ماهیت رنگارنگ متداول این نقشها، حاصل تغییرات موضعی ضخامت، یا دوشکستی یا هر دو می باشد.

ظهور رنگهای تداخلی کاملاً عادی است و می توان آنها را به آسانی در تعداد زیادی از مواد مشاهده کرد. مثلاً، با به کار بردن یک قطعه میکای چند لایه، یک تکه یخ، یک کیسه پلاستیکی کشیده شده، یا بالاخره ذرات خرده شده یک ریگ سفید (کوآرتز) معمولی، می توان این پدیده را مشاهده کرد. برای ارزیابی چگونگی رخ نمودن این پدیده شکل ۵۳.۸ را بررسی می کنیم. این شکل یک باریکه باریک نور خطی تکفام را که از ناحیه کوچکی از یک صفحه دوشکستی Σ می گذرد، به طور نموداری نشان داده شده است. روی آن سطح، دوشکستی و ضخامت، هر دو ثابت فرض شده اند.



شکل ۵۳.۸ منشأ رنگهای تداخلی.

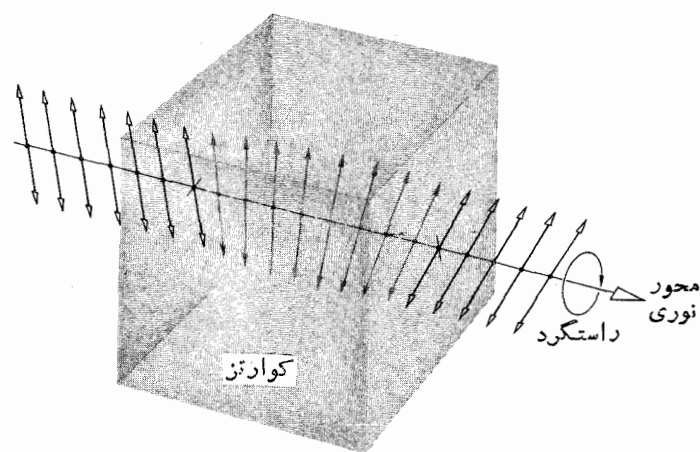
۱۰۰۸ فعالیت نوری

به طوری که اغلب اتفاق می افتد، از شیوه برهم کنش نور با ماده می توان اطلاعات فراوان و بسیار با ارزشی، درباره ساختار مولکولی آن به دست آورد. فرایندی را که بعداً بررسی خواهیم کرد، اگرچه در مطالعات نورشناخت مورد توجه ویژه ای اند، در علوم شیمی و زیست شناسی اثرات گسترده ای داشته است که این اثرات هنوز هم ادامه دارد.

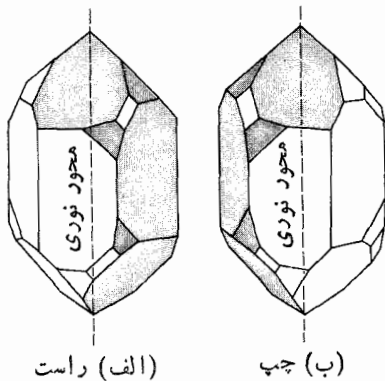
در ۱۸۱۱، دومینیک آراگو فیزیکدان فرانسوی، اولین بار پدیده شگفتی را مشاهده کرد که امروز به فعالیت نودی مشهور است. در آنجا بود که وی کشف کرد وقتی یک باریکه نور خطی در راستای محور نوری یک صفحه کوآرتز منتشر می شود، صفحه ارتعاش آن چرخشی پیوسته پیدا خواهد کرد (شکل ۵۴۰۸). تقریباً در همان زمان، ژان باپتیست بیو^۱ (۱۷۷۴-۱۸۶۲) همین پدیده را به هنگام کار با هر دو شکل بخار و مایع مواد طبیعی گوناگون نظیر تروپانتین مشاهده کرد. هر ماده ای از این نوع که باعث می شود میدان E یک موج تخت خطی فرودی بچرخد، می گویند فعالیت نودی دارد، به علاوه، همان طوری که بیو دریافت، ناظر باید چرخش راستگرد و چپگرد را از هم تمیز دهد. اگر به هنگام نگاه کردن در امتداد چشمه، چنین به نظر رسد که سطح ارتعاش در جهت ساعتگرد چرخیده است، این ماده راستگردان یا d -گردان (از کلمه لاتین *dextro* به معنی راست) نامیده می شود. متناوباً، اگر به نظر رسد که E در جهت پاد ساعتگرد جابجا شده است، ماده چپگردان یا l -گردان (از کلمه لاتین *levo* به معنی چپ) نام دارد.

در ۱۸۲۲ سر جان اف دبلیو هرشل^۲ (۱۷۹۲-۱۸۷۱)، اخترشناس انگلیسی، دریافت که رفتار d -گردان و l -گردان در

نور تراکسیلیده اغلب اوقات بیضی وار است. هم ارز آن، نوری را که ترکیبی از دو موج خطی متعامد است (یعنی، مؤلفه های x و y میدان کلی E)، و از Σ خسارج می شود در نظر می گیریم؛ این مؤلفه ها اختلاف فازی نسبی، $\Delta\varphi$ ، دارند که معادله (۳۲۰۸) آن را تعیین می کند. فقط مؤلفه هایی از این دو آشفتگی که در امتداد محور انتقال تجزیه کننده باشند از آن عبور کرده و به سوی ناظر خواهند رفت. حال، این مؤلفه ها، که هنوز یک اختلاف فاز $\Delta\varphi$ با هم دارند، هم صفحه اند و بنا بر این می توانند با هم تداخل کنند. به ازای $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi$ ، این مؤلفه ها کاملاً ناهم فازند و همدیگر را خنثی می کنند. به ازای $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ ، موجها هم فازند و همدیگر را تقویت می کنند. سپس فرض می کنیم قدرت پس افنی که در نقطه ای مثل P_1 روی Σ و برای نور آبی ($\lambda_0 = 435 \text{ nm}$) پدید می آید برابر 4π باشد. در آن حالت رنگ آبی به شدت تراکسیلیده خواهد شد. از معادله (۳۲۰۸) نتیجه می شود که $(|n_0 - n_e|) \Delta\varphi = 2\pi d$ اساساً مقدار ثابتی است که از راه ضخامت و دوشکستی تعیین می شود. بنا بر این، در نقطه مورد بحث، تساوی $\Delta\varphi = 1740\pi$ برای تمامی طول موجها برقرار است. حال اگر نور فرودی را به نور زرد ($\lambda_0 = 580 \text{ nm}$) تغییر دهیم، $\Delta\varphi \approx 3\pi$ و نوری که از P_1 می آید کاملاً محو خواهد شد. آن نقطه ویژه روی Σ ، تحت تابش نور سفید، چنان به نظر خواهد رسید که گویی نور زرد را کاملاً محو کرده است، و بقیه رنگها را کلاً عبور داده است، اما شدت هیچ کدام به اندازه شدت نور آبی نیست. این مطلب را طور دیگری هم می توان بیان کرد، و آن اینکه نور آبی خروجی از ناحیه پیرامون P_1 خطی ($\Delta\varphi = 4\pi$) و موازی محور انتقال تجزیه کننده است. در مقابل، نور زرد، خطی ($\Delta\varphi = 3\pi$) و در راستای محور خاموشی است؛ و رنگهای دیگر بیضی وارند. ناحیه پیرامون P_1 برای نور زرد همانند یک تیغه نیم موج و برای نور آبی نظیر یک تیغه تمام موج رفتار می کند. حال اگر تجزیه کننده به اندازه 90° بچرخد، نور زرد ترامی گسیلید و نور آبی خاموش می شود. بنابراین، دو رنگ را مکمل یکدیگر گویند که از ترکیب آنها نور سفید حاصل شود. از اینرو چرخاندن تجزیه کننده به اندازه 90° باعث خواهد شد که متناوباً رنگهای مکمل را گسیل و یا جذب کند. به روشی کاملاً مشابه باید یک نقطه P_2 در جای دیگری روی Σ وجود داشته باشد که در آنجا برای نور سرخ ($\lambda_0 = 650 \text{ nm}$)، $\Delta\varphi = 4\pi$ باشد. پس، $\Delta\varphi = 2600\pi$ ، که در نتیجه نور سبز ($\lambda_0 = 520 \text{ nm}$) یک قدرت پس افت 5π داشته و خاموش خواهد شد. پس آشکار می شود که اگر پس افت در نقاط گوناگون در روی نمونه تغییر کند، رنگ نور تراکسیلیده توسط تجزیه کننده نیز، تغییر خواهد کرد.



شکل ۵۴۰۸ فعالیت نوری که توسط کوآرتز انجام گرفته است.



شکل ۵۵.۸ بلورهای کوارتز راستگرد و چپگرد.

$$\mathbf{E}_g = \frac{E_0}{\gamma} [\hat{\mathbf{i}} \cos(k_g z - \omega t) - \hat{\mathbf{j}} \sin(k_g z - \omega t)] \quad (35.8)$$

امواج تشکیل دهنده راستگرد و چپگرد را نمایش می‌دهند. چون ω ثابت است $k_g = k_0 n_g$ و $k_g = k_0 n_g$ آشفته‌گی برآیند از رابطه $\mathbf{E} = \mathbf{E}_g + \mathbf{E}_g$ بدست می‌آید و، بعد از اندکی دستکاری مثلثاتی، چنین می‌شود

$$\mathbf{E} = E_0 \cos \left[(k_g + k_g) \frac{z}{\gamma} - \omega t \right] \left[\hat{\mathbf{i}} \cos(k_g - k_g) \frac{z}{\gamma} + \hat{\mathbf{j}} \sin(k_g - k_g) \frac{z}{\gamma} \right] \quad (36.8)$$

در موضعی که موج وارد محیط می‌شود ($z=0$)، طول محور x مطابق شکل ۵۶.۸، قطبیده خطی است. یعنی

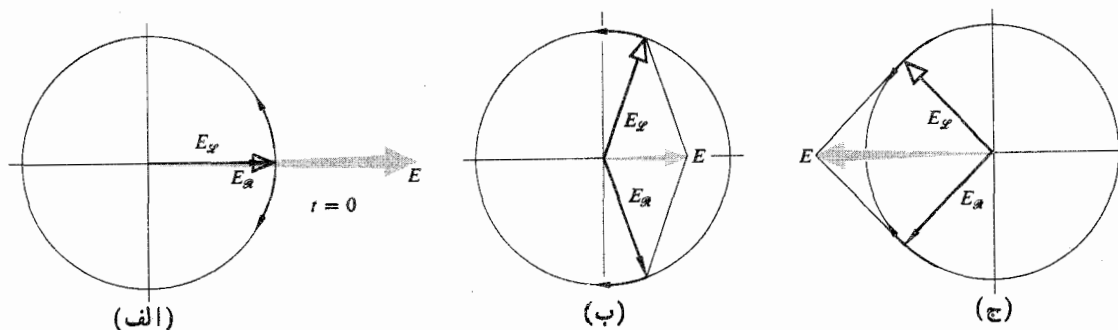
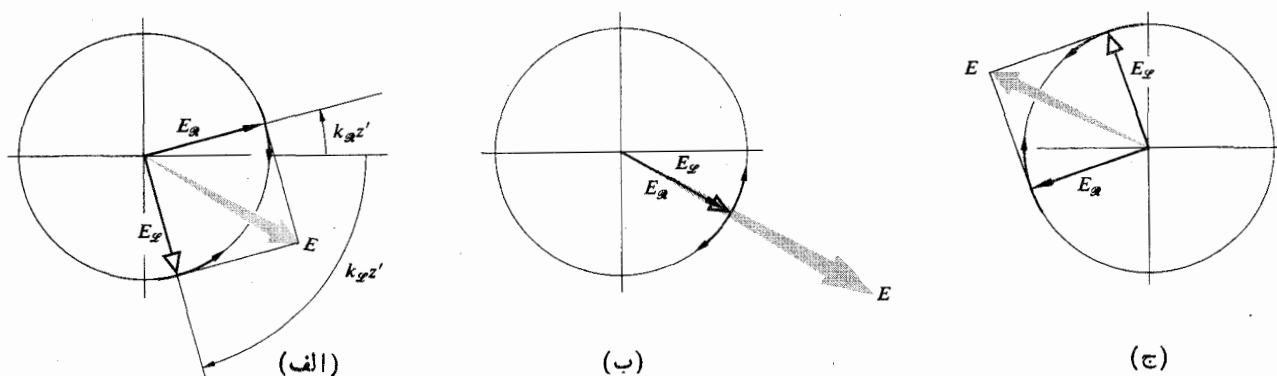
$$\mathbf{E} = E_0 \hat{\mathbf{i}} \cos \omega t \quad (37.8)$$

توجه کنید که در هر نقطه در امتداد مسیر، هر دو مؤلفه بستگی زمانی همسانی دارند و بنابراین همفازند. این دقیقاً بدان معناست که در هر جا در امتداد محور z موج حاصل قطبیده خطی است (شکل ۵۷.۸)، اگرچه سمتگیری آن یقیناً تابعی از z است. به علاوه اگر $n_g > n_g$ یا هم‌ارز آن $k_g > k_g$ در جهت پساد ساعتگرد خواهد چرخید در حالی که اگر $k_g > k_g$ ، چرخش در جهت ساعتگرد است (این در حالی است که به سوی چشمه نگاه کنید). متداول است که زاویه β که اندازه چرخش است، هنگامی که در جهت ساعتگرد باشد، مثبت تعریف می‌شود. با به‌خاطر سپردن این قرارداد علامتی، از معادله (۳۶.۸) برمی‌آید که میدان در نقطه z نسبت به سمتگیری اصلیش، زاویه $\beta = -(k_g - k_g)z/2$ را می‌سازد. اگر ضخامت محیط d باشد در این صورت مقدار زاویه چرخش صفحه ارتعاش برابر است با

کوارتز، در واقع به دوساختار بلورشناختی متفاوت مربوط است. گرچه مولکولها مشابه‌اند (SiO_2)، بلور کوارتز، بسته به آرایش آن مولکولها می‌تواند راستگرد یا چپگرد باشد. چنان که در شکل ۵۵.۸ نشان داده شده است نمونه‌های خارجی این دوشکل از هر جهت یکسان‌اند، مگر اینکه یکی تصویر آینه‌ای دیگری باشد؛ گفته می‌شود که آنها برگردان یکدیگرند. تمامی مواد برگردان شفاف از نظر نوری فعال هستند. به علاوه، کوارتز دوب‌شده یا کوارتز گداخته، که هیچکدام بلورین نیستند، از نظر نوری هم فعال نیستند. آشکار است که، در کوارتز فعالیت نوری با توزیع ساختاری مولکولها به عنوان یک کل همراه است. مواد بسیاری، هم آلی و هم غیر آلی، وجود دارند (مثلاً، به ترتیب بنزیل و NaBrO_3) که، همانند کوارتز فعالیت نوری را فقط وقتی که به شکل بلور هستند ظاهر می‌سازند. در مقابل، ترکیبات آلی فراوانی نظیر شکر، تارتاریک اسید، و تورپانتین، محلول یا مایع، در طبیعت وجود دارند که از نظر نوری فعال‌اند. در اینجا توان‌گردان، همان نامی که غالباً به آنها داده می‌شود، آشکارا نشانی از مولکولهای انفرادی است. همچنین مواد پیچیده‌تری وجود دارند که فعالیت نوری آنها هم به خود مولکولها منسوب است و هم آرایش آنها در میان بلورهای مختلف. این مطلب، مثلاً با روییدوم تارتارات به اثبات رسیده است. یک محلول d -گردان از آن ترکیب، هنگام تبلور به l -گردان تغییر خواهد یافت.

فرنل، در سال ۱۸۲۵ بدون مراجعه به سازوکار واقعی درگیر در پدیده، یک تشریح پدیدار شناختی از فعالیت نوری را پیشنهاد کرد. چون موج خطی فرودی را می‌توان به صورت یک برهم‌نهی از حالت‌های R و L نمایش داد، او این فکر را القا کرد که این دو شکل از نور دایره‌ای با سرعت‌های مختلف انتشار می‌یابند. یک ماده فعال دوشکستی دایره‌ای نشان می‌دهد، یعنی دارای دوضرب شکست است، یکی برای حالت R (n_R) و یکی برای حالت L (n_L). دو موج دایره‌ای هنگام عبور از نمونه‌ای که از نظر نوری فعال است از حالت هم‌فازی خارج خواهند شد و به نظر می‌رسد که موج خطی حاصل چرخیده است. با مراجعه به معادله‌های (۸.۸) و (۹.۸) که نور تک‌فام دایره‌ای راست و چپ را که در امتداد z منتشر می‌شوند تشریح می‌کنند، می‌توان به‌طور تحلیلی مشاهده کرد که چگونه چنین چیزی ممکن است. در معادله (۱۰.۸) دیده شد که مجموع این دو موج در واقع قطبیده خطی است. اکنون این عبارت‌ها را اندکی تغییر می‌دهیم تا عامل دو در دامنه معادله (۱۰.۸) حذف شود، در این حالت عبارت‌های

$$\mathbf{E}_g = \frac{E_0}{\gamma} [\hat{\mathbf{i}} \cos(k_g z - \omega t) + \hat{\mathbf{j}} \sin(k_g z - \omega t)] \quad (35.8 \text{ الف})$$

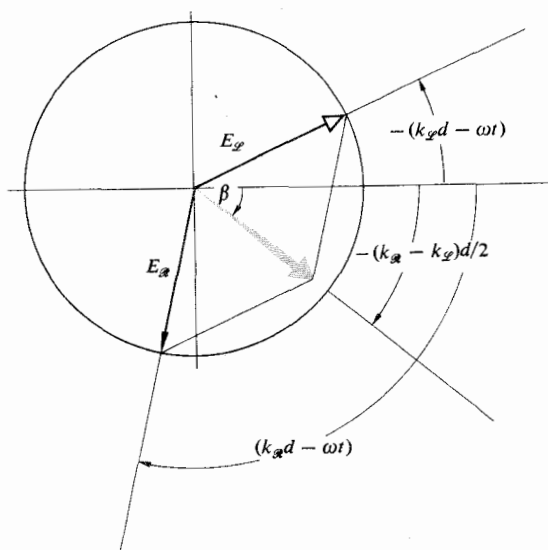

 شکل ۵۶.۸ برهم‌نهی یک حالت R و یک حالت L به‌ازای $z=0$

 شکل ۵۷.۸ برهم‌نهی یک حالت R و یک حالت L به‌ازای $z=z'(k_x > k_y)$

صفحات موجی، وجبران‌کننده‌ها فراوان اتفاق می‌افتد) کوارتز مانند هر بلور تک‌محور، مثبت و از نظر نوری منفعل، رفتار می‌کند.

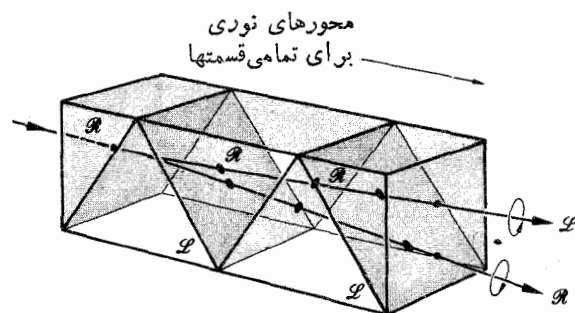
$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda_0} (n_x - n_y) \quad (38.8)$$

که $d, n_x > n_y$ گردان و $-d, n_x > n_y$ گردان است (شکل ۵۸.۸). فرنل در واقع قادر بود اجزای تشکیل‌دهنده حالت‌های R و L مربوط به یک پرتو خطی را با استفاده از منشور مرکب شکل ۵۹.۸، از هم جدا کند. این منشور از تعدادی قطعات کوارتز راست‌گرد و چپ‌گردی تشکیل شده است که محور نوری آنها، چنان که نشان داده شده است، برش خورده‌اند. حالت R در منشور اول سریع‌تر از منشور دوم انتشار می‌یابد و بنابراین به سمت عمود بر کناره اریب می‌شکند. برای حالت L ، عکس این وضعیت صادق است و جدایی زاویه‌ای این دو موج دایره‌ای در هر فصل مشترک، افزایش می‌یابد.

توان گردان ویژه، که به صورت β/d تعریف می‌شود، در نور سدیم برای کوارتز $21.7^\circ/\text{mm}$ است. از آنجا نتیجه می‌شود که برای نوری که در امتداد محور نوری انتشار می‌یابد، $|n_x - n_y| = 71 \times 10^{-5}$ در آن امتداد ویژه، البته شکست دوگانه معمولی محو می‌شود. ولی، اگر نور فرودی عمود بر محور نوری انتشار یابد (به طوری که این موارد در منشورهای قطب‌بند،


 شکل ۵۸.۸ برهم‌نهی یک حالت R و یک حالت L به‌ازای $z=d$
 $(v_x > v_y, \lambda_x > \lambda_y, n_x < n_y, k_x < k_y)$

است، در واقع ترکیبی از آمیزه‌ای شامل مقادیر مساوی اجزای تشکیل دهنده راستگرد و چپگرد است. این قبیل مواد که دارای فرمولهای مولکولی یکسان بوده ولی ساختار آنها به نحوی باهم متفاوت است، ایزومر نامیده می‌شوند. او توانست اسید راسمیک را بلورین کرده و آنگاه دو نوع مختلف بلورهای تصویر آینه‌ای (برگردانهای) حاصل را ازهم جدا کند. باحل کردن جداگانه این مواد در آب، محلولهای d -گردان و l -گردان تشکیل می‌شوند. این پدیده بر وجود مولکولهایی دلالت می‌کند که، گرچه از نظر شیمیایی یکسان‌اند، خودشان تصویر آینه‌ای یکدیگرند. چنین مولکولهایی امروزه ایزومرهای سه بعدی نوری نامیده می‌شوند. این ایده‌ها، مبنای گسترش شیمی سه بعدی در ترکیبات آلی و غیر آلی قرار گرفت، که به توزیع فضایی سه بعدی اتمها در داخل يك مولکول مشخص می‌پردازد.



شکل ۵۹.۸ منشور مرکب فرنل.

بلورهای دوشکستی دیگری نیز که از نظر نوری فعال‌اند، تک محور و دو محور، نظیر سینابار، HgS ($n_e = ۳.۲۰۱$, $n_o = ۲.۸۵۴$)، که توان گردان آن $۳۲۵^\circ/\text{mm}$ است، وجود دارند. در مقابل، ماده NaClO_3 از لحاظ نوری فعال است ($۳۱^\circ/\text{mm}$) ولی دوشکستی نیست. توان گردان مایعات، در مقایسه، به طور نسبی چندان کوچک است که معمولاً آن را بر حسب طولهای مسیری ۱۰ cm مشخص کرده‌اند؛ مثلاً، در مورد ترپنتین ($\text{C}_{10}\text{H}_{16}$) این مقدار تنها $-۳۷^\circ/۱۰\text{ cm}$ است (۱۰°C با $\lambda_0 = ۵۸۹.۳\text{ nm}$). توان گردان محلولها به نسبت غلظتشان تغییر می‌کند. این حقیقت، بخصوص به تعیین مقدار شکر موجود در، مثلاً، يك نمونه ادرار یا در يك شربت شکر تجارتي، كمك مؤثری می‌کند.

می‌توانید، با به‌کار بردن شربت بیرنگ ذرت، نوعی که در هر فروشگاهی پیدا می‌شود، فعالیت نوری را آسانتر مشاهده کنید. به مقدار زیادی از آن احتیاج پیدا نخواهید کرد زیرا β/d تقریباً برابر $+۳۰^\circ/\text{in}$ است. حدود يك اینچ از این شربت را در يك ظرف شیشه‌ای بین قطبشگرهای متقاطع بریزید و آن را با يك نور درخشی روشن کنید. رنگهای زیبایی که در اثر چرخش تجزیه‌کننده ظاهر می‌شوند از این حقیقت ناشی می‌شوند که β تابعی از λ است و این پدیده پاشندگی گردان نامیده می‌شود. با به‌کار بردن يك پالایه برای ایجاد نور تقریباً تکفام، می‌توانید به راحتی توان گردان شربت را تعیین کنید.^۱

نخستین سهم عمده علمی در این رابطه از آن لویی باستور ($۱۸۲۲-۱۸۹۵/۱۲۰۱-۱۲۷۴$) است که در سال $۱۸۴۸/۱۲۲۷$ همراه با رساله تحقیقاتی دکترای وی ارائه شد. او نشان داد که راسمیک اسید که يك شکل غیر فعال نوری از تارتاریک اسید

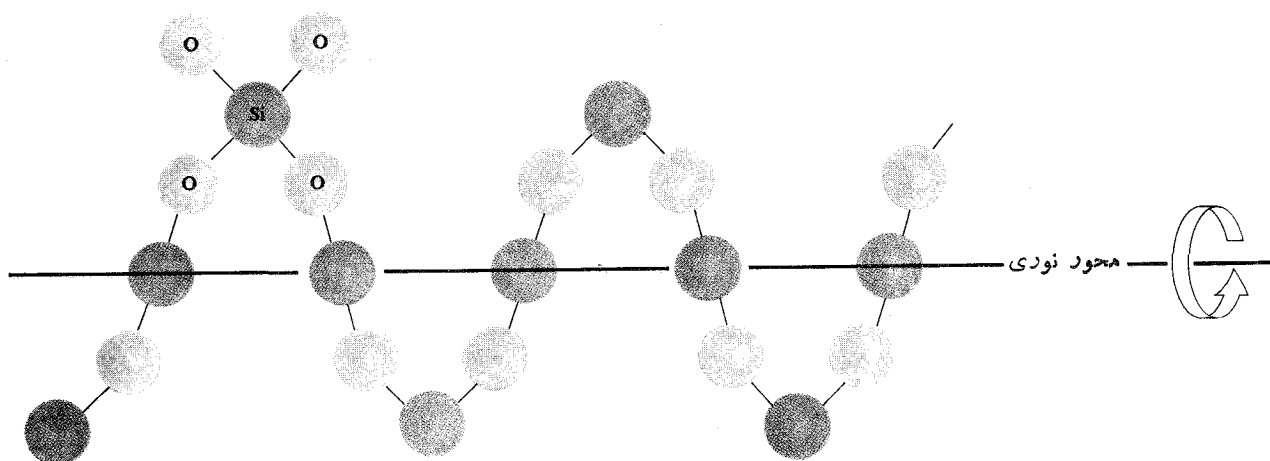
۱۰۱۰.۸ يك مدل مفید

پدیده فعالیت نوری بی‌نهایت پیچیده است، گرچه می‌توان آن را به كمك نظریه الکترومغناطیسی کلاسیک مورد بررسی قرارداد، در واقع نیازمند يك راه حل مکانیک کوانتومی است.^۲ علیرغم این نیاز، مدلی ساده شده را در نظر خواهیم گرفت که يك توصیف کیفی، و با این وجود موجه، از این فرایندها به دست خواهد داد. یادآور می‌شویم که محیطی از نظر نوری همسانگرد را نشان داده‌ایم که از راه توزیع همگن نوسانگرهای الکترونی همسانگرد، موازی بامیدان \mathbf{E} يك موج فرودی ارتعاش می‌کردند. به همین ترتیب، يك محیط ناهمسانگرد نوری را همچون توزیعی از نوسانگرهای ناهمسانگرد که راستای ارتعاش آنها با میدان محرك \mathbf{E} زاویه می‌ساخت، مشخص کردیم. حال فرض می‌کنیم که الکترونها وادار شوند در محیطهای فعال نوری در امتداد يك مسیر پیچشی، که به خاطر سهولت آن را مارپیچی فرض می‌کنیم، حرکت کنند. به عبارت دیگر، چنین مولکولی اغلب طوری تصویر می‌شود که گویی يك مارپیچ هدایت‌کننده است. معلوم شده است که اتمهای سیلیسیوم و اکسیژن، در بلور کوارتز به یکی از دو صورت مارپیچی راستگرد یا چپگرد به دور محور نوری، به ترتیبی که در شکل ۵۰.۸ نشان داده شده، آرایش یافته‌اند. در این شکل، این بلور با ردیفی موازی از مارپیچها متناظر است. در مقام مقایسه، يك محلول فعال شکر با توزیعی از مارپیچها که کتروای سمگتری شده‌اند و هر يك دارای دستوارگی یکسانی هستند، شبیه

۱. پالایه زلاتینی بسیار خوب است، ولی يك قطعه کاغذ سلوفان رنگ شده بهتر به کار می‌آید. فقط به خاطر بیاورید که سلوفان مثل يك صفحه موج عمل می‌کند؛ (بخش ۱۰.۷.۸). بنابراین آن را بین دو قطبشگر قرار ندهید مگر اینکه محورهای اصلیش را به طرز مناسبی قرار داده باشید.

2. "Optical Activity and Molecular Dissymmetry." by S.F. Mason, *Contemp. Phys.* 9, 239 (1968)

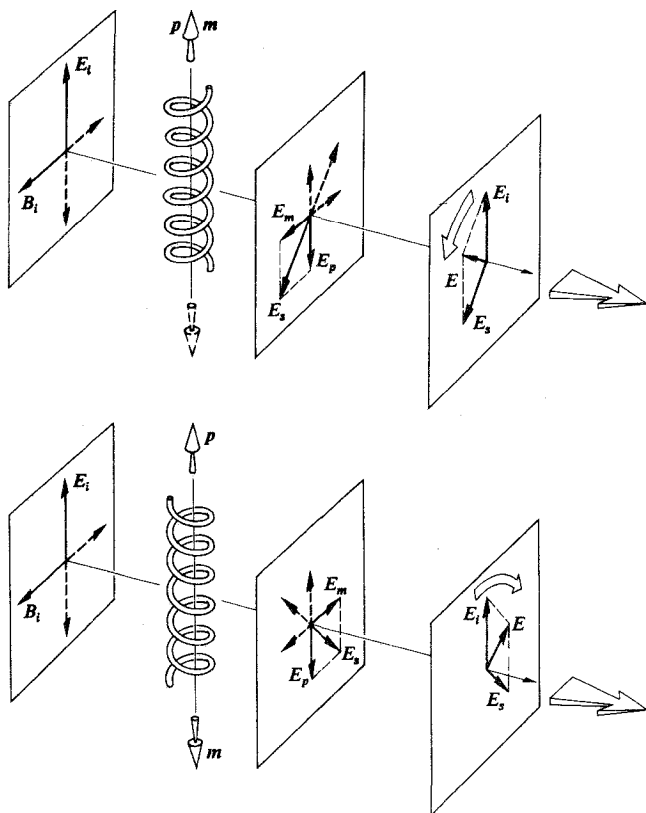
حاوی سیاهه بالا بلندی از مراجع برای مطالعه بیشتر است.



شکل ۶۰۰۸ کوآرتز داستکرد.

خواهد بود.^۱

می توان پیش بینی کرد که موج ورودی در کوآرتز، بسته به اینکه مارپیچهای راستگرد یا چپگرد را «اره کند»، برهم کنش متفاوتی خواهد داشت. و از اینرو می توانیم برای مؤلفه های R و L موج ضریبهای مختلفی را انتظار داشته باشیم. بررسی جزئیات فرایندی که منجر به دوشکستی دایره ای در بلورها می شود به هیچ وجه ساده نیست. ولی دست کم بی تقارنی ضروری آشکار است. پس چگونه يك آرایه کتره ای از مارپیچهای مربوط به يك محلول، فعالیت نوری را به وجود می آورد؟ چنین مولکولی در این نمایش ساده شده را بررسی می کنیم. مثلاً، آن را که محورش اتفاقاً موازی میدان E ی هماهنگ موج الکترومغناطیسی قرار می گیرد. این میدان بارها را در امتداد طول مولکولی بالا و پایین خواهد راند، و به طور مؤثری يك گشتاور دوقطبی الکتریکی، $p(t)$ ، متغیر زمانی موازی محور ایجاد خواهد کرد. به علاوه، ما اکنون همراه با حرکت مارپیچی الکترونها يك جریان داریم. این جریان به نوبه خود يك گشتاور دوقطبی مغناطیسی نوسانی، $m(t)$ ، پدید می آورد که آن نیز در راستای محور مارپیچ است (شکل ۶۰۸). در مقابل، اگر این مولکول با میدان B ی موج موازی بود، يك شار متغیر زمانی واز آنجا يك جریان الکترونی القایی که به دور مولکول می چرخد به وجود می آمد. این پدیده بار دیگر موجب ایجاد گشتاورهای دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی نوسانی محوری می شود. در هر يك از این دو حالت، $p(t)$ و $m(t)$ وابسته به جهت



شکل ۶۰۸ فعالیت نوری از طریق مارپیچهای راستگرد و چپگرد.

۱. علاوه بر این حالت های جامد و مایع، رده بندی سومی نیز در مواد وجود دارد که به علت خواص نوری قابل ملاحظه اش نسبتاً مفید است. این حالت مزومورفیک یا حالت بلور مایع نام دارد. بلورهای مایع ترکیبات آلی هستند که می توانند شارش یابند و در عین حال سمتری مولکولی مشخصه خود را حفظ می کنند. به ویژه بلورهای مایع کلستریک ساختاری مارپیچی دارند و بنا بر این توانهای گردان بی نهایت زیادی از خود نشان می دهند، که در حدود $400000^\circ/\text{mm}$ است. مقدار مواد قیرگون مربوط به آرایش مولکولی پیچ مانند به طور قابل ملاحظه ای کمتر از مواد است که در کوآرتز هستند.

مارپیچ مولکولی ویژه، باهم موازی یا پاد موازی خواهند بود. آشکار است که انرژی از میدان خارج شده و هر دو قطبی نوسانی شروع به پراکندن، یعنی بازتابانیدن امواج الکترومغناطیسی خواهند کرد. میدان الکتریکی E_p که توسط یک دو قطبی الکتریکی در امتداد مشخصی گسیل شده است، بر میدان الکتریکی E_m که توسط یک دو قطبی مغناطیسی گسیل شده است، عمود است. در نتیجه، مجموع این دو، که میدان برایند E_p است که توسط یک مارپیچ پراکنده شده است، با میدان فرودی E_f در راستای انتشار موازی نخواهد بود (البته همین مطلب در مورد میدانهای مغناطیسی نیز صادق است). پس صفحه ارتعاش نور ترا گسیلیده برایند $(E_p + E_f)$ در امتدادی خواهد چرخید که با جهت مارپیچ تعیین شده است. مقدار چرخش بسته به سمگتری هر مولکول تغییر می کند ولی همواره برای مارپیچهایی با جهتهای همسان در یک امتداد خواهد بود.

گرچه این بحث درباره مولکولهای فعال نوری، به عنوان رساناهای مارپیچی مسلماً سطحی است، اما این ارزش را دارد که این شباهت را به خاطر بسپاریم. در واقع، اگر یک باریکه میکرو موجی خطی ۳ سانتیمتری را درون جعبه‌ای پراز تعداد زیادی مارپیچهای مسی مشابه (مثلاً به طول یک سانتیمتر، قطر ۵ سانتیمتر، که نسبت به هم عایق پوش باشند) هدایت کنیم، در واقع، صفحه ارتعاش موج ترا گسیلیده، چرخشی انجام خواهد داد.

۲۰۱۰۸ مواد زیستی فعال نوری

قبل از پرداختن به مطالب دیگر بهتر است به شگفت‌انگیزترین مشاهدات مربوط به فعالیت نوری، از جمله آنها که در حوزه زیست‌شناسی اند، به اختصار اشاره ای بکنیم. هرگاه مولکولهای آلی در آزمایشگاه باهم ترکیب شوند، تعدادی مساوی از ایزومرهای d و l ، با این اثر ایجاد می شوند که این ترکیب از نظر نوری منفعل است. در این صورت می توان انتظار داشت که اگر اصلاً چنین چیزهایی وجود داشته باشند، در مواد آلی طبیعی، مقادیر مساوی ایزومرهای فضایی نسوری d و l یافت خواهند شد. این حالت به هیچ وجه اتفاق نمی افتد. شکر طبیعی (نیشکر $C_{12}H_{22}O_{11}$)، بدون توجه به اینکه کجا رویده باشد، از نیشکر استخراج شده باشد یا از چغندر قند، همیشه d -گردان است. به علاوه دکستروز شکر یا قند گلوکز d ($C_6H_{12}O_6$)، همانطور که از نامش پیداست، d -گردان است، و مهمترین کر بو هیدرات در سوخت و ساز انسانی است. بدیهی است که موجودات زنده را می توان بین

ایزومرهای نوری تمیز داد.

کلیه پروتئینها از ترکیباتی به نام اسیدهای آمینه تشکیل شده اند. اینها به نوبه خود ترکیباتی از کربن، هیدروژن، اکسیژن، و ازت هستند. بیست اسید آمینه فرد وجود دارد و همه آنها (به استثنای ساده ترینشان، گلیسین، که برگردان نیست) عموماً l -گردان اند. این به آن معنی است که اگر یک مولکول پروتئین را بشکنیم، خواه این مولکول مربوط به یک تخم مرغ باشد یا یک بادنجان، مربوط به یک سوسک باشد یا هر آدمی، اسیدهای آمینه تشکیل دهنده آن l -گردان خواهند بود. گروه آنتی بیوتیکها نظیر پنی سیلین که حاوی برخی اسیدهای آمینه دکستروزند، از اهمیت استثنایی برخوردارند. در واقع، این مطلب می تواند مربوط به اثر سمی باشد که پنی سیلین روی باکتریها دارد.

فکر کردن درباره سرچشمه های ممکن زندگی بر روی این سیاره و سیارات دیگر فریبنده است. مثلاً آیا زندگی در روی زمین در اصل شامل هردو صورت تصویر آینه ای بوده است؟ تا این تاریخ، در شهاب سنگی که در ۲۸ سپتامبر ۱۹۶۹ در ویکتوریای استرالیا فرو افتاد، پنج اسید آمینه پیدا شده است. نشانه های حضور اسیدهای آمینه در نمونه های سنگهای ماه نیز مشاهده شده است. مطالعه شهاب سنگها وجود مقادیر تقریباً مساوی از اشکال راستگرد و چپگرد چهار اسید آمینه را نشان داده است. این مطلب با نفوذ مقاومت ناپذیر شکل چپگرد که در صخره های زمین پیدا شده است تبانی آشکار دارد. نمونه های مشابه فراوان و شگفت انگیزند.

۱۱۰۸ اثرهای نوری القایی-مدوله کننده های نوری

در ارتباط با نور قطبیده که همگی در جنبه مشترک منفردی که به نحوی از بیرون القا شده اند سهم اند، اثرهای فیزیکی متفاوت فراوانی وجود دارند. در این مثالها، یک تأثیر خارجی روی محیط نوری اعمال می شود (مثلاً یک نیروی مکانیکی، یک میدان مغناطیسی یا الکتریکی) و در نتیجه، نحوه ترا گسیل نور توسط آن محیط تغییر می کند.

۱۰۱۱۰۸ فوتوالاستیسیته

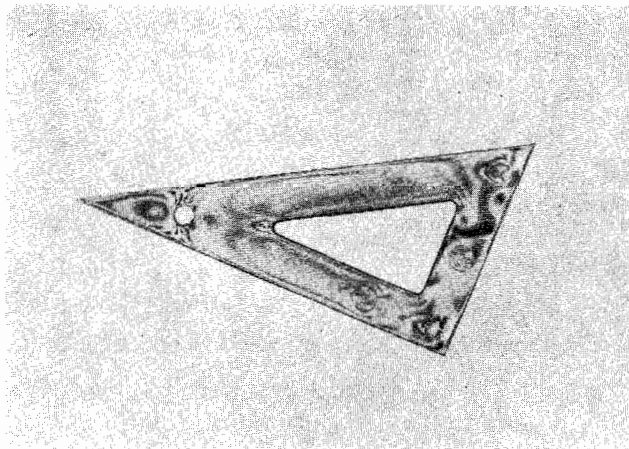
در سال ۱۸۱۶/۱۱۹۱، سر دیوید بروستر، کشف کرد که مواد شفاف همسانگرد معمولی را می توان با عمل تنش مکانیکی، از نظر نوری ناهمسانگرد کرد. این پدیده به نامهای مختلف نظیر دو شکستی مکانیکی، فوتوالاستیسیته یا دو شکستی تنشی مشهور است. این ماده، تحت تراکم انبساط، به ترتیب خواص یک بساور

نیروهای قرار می دهند که مؤلفه واقعی به هنگام استفاده به آن وارد می کند. چون دوشکستی از نقطه ای به نقطه دیگر در روی سطح این مدل تغییر می کند، وقتی که بین قطبشگرهای متقاطع قرار گیرد، یک نقش فریز پیچیده رنگارنگ و وجود تنشهای داخلی را آشکار خواهد کرد. تقریباً هر قطعه از پلاستیک روشن را، حتی تکه ای ژلاتین بی مزه، بین دو قطبشگر مورد بررسی قرار دهید. سعی کنید آن را بیشتر تحت تنش قرار دهید و ببینید که چطور در اثر آن نقش فریزها تغییر می کند (شکل ۶۳.۸).

پس افت در هر نقطه روی نمونه متناسب است با اختلاف تنش اصلی یعنی $(\sigma_1 - \sigma_2)$ که در سیگماها تنشهای اصلی متعامند. به عنوان مثال اگر نمونه صفحه ای تحت کشش قائم باشد، σ_1 تنش اصلی بیشینه در امتداد قائم و σ_2 تنش اصلی کمینه، که در این حالت صفر است، در امتداد افقی خواهد بود. در شرایط پیچیده تر، تنشهای اصلی، همچنین اختلاف آنها، از یک ناحیه تا ناحیه بعدی تغییر خواهد کرد. تحت تابش نور سفید، مکان هندسی کلیه نقاط روی نمونه که به ازای آنها $(\sigma_1 - \sigma_2)$ مقدار ثابتی باشد، نواحی

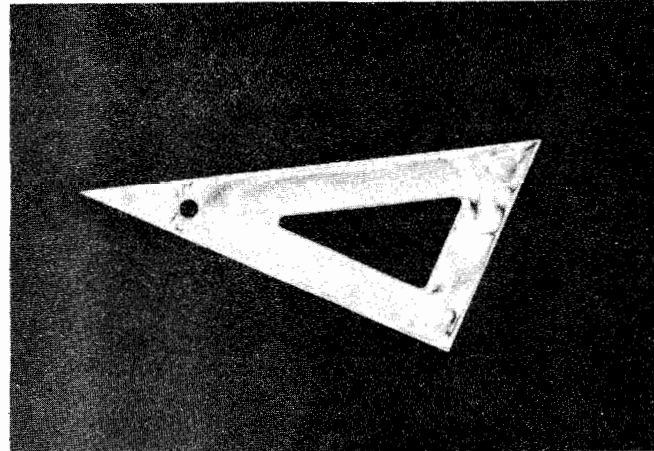
تک محوری منفی یا مثبت را به خود می گیرد. در هر یک از این دو حالت، محور نوری مؤثر در امتداد تنش و دوشکستی القاشده با تنش متناسب است. پس، آشکار است که اگر تنش روی این نمونه یکنواخت نباشد، نه دوشکستی وجود خواهد داشت و نه پس افتادگی تحمیل شده بر یک موج تراگسیلیده (معادله ۳۲.۸).

فوتوالاستیسیته به عنوان اساس یک فن برای مطالعه تنشها در ساختارهای مکانیکی شفاف و کدر به کار می رود (شکل ۶۲.۸). چنانچه جابهای هوا در شیشه در حین ساختن آن کاملاً از بین نرود یا در نصب آن بی دقتی شود، خواه به عنوان شیشه اتومبیل به کار رفته باشد یا به عنوان عدسی تلسکوپ، تنش داخلی در آن ظاهر خواهد شد و می توان آن را به آسانی آشکارسازی کرد. اطلاعات مربوط به کرنش سطحی روی اجسام کدر را می توان با قراردادن روکشهای فتوالاستیک در قسمتهای مورد مطالعه به دست آورد. به طور متداولتر، یک مدل قیاسی شفاف از قسمت مورد نظر را از ماده ای از نظر نوری حساس به تنش نظیر اپوکسی گلیپتول یا رزینهای پولی استر پیراسته می سازند. سپس این مدل را تحت اثر

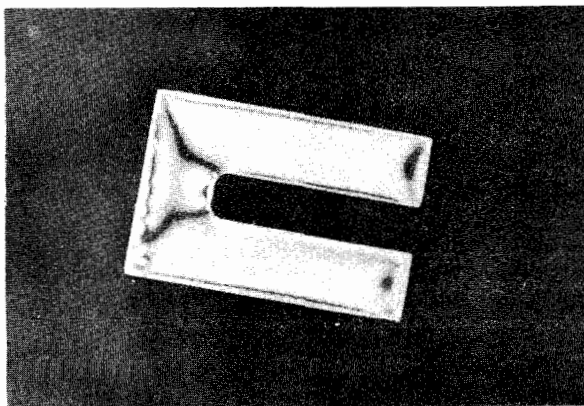


(الف)

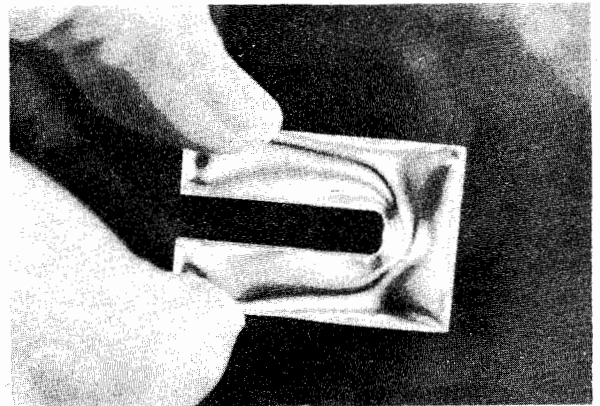
شکل ۶۲.۸ یک مثلث پلاستیکی روشن بین قطبشگرها.



(ب)



(الف)



(ب)

شکل ۶۳.۸ یک قطعه پلاستیک روشن تحت تنش در بین قطبشگرها.

جدول ۲۰۸ ثابتهای وردت برای برخی مواد برگزیده.

ماده	دما (°C)	χ (Gs ⁻¹ cm ⁻¹) (دقیقه قوسی)
شیشه فلینت نوری	۱۸	۰۰۰۳۱۷
آب	۲۰	۰۰۰۱۳۱
NaCl	۱۶	۰۰۰۳۵۹
کوارتز	۲۰	۰۰۰۱۶۶
NH ₄ Fe(SO ₄) ₂ ·۱۲H ₂ O	۲۶	-۰۰۰۰۰۵۸
هوا*	۰	۶۲۷×۱۰^{-۶}
CO ₂ *	۰	۹۳۹×۱۰^{-۶}

* $\lambda = ۵۷۸ \text{ nm}$ و ۷۶۰ mm Hg

اعمال شده **B** حرکت کند، اثر فاراده I -گردان است و وقتی که در راستای پاد موازی با **B** انتشار یابد، d -گردان است. توجه کنید که در مورد فعالیت نوری طبیعی چنین وارونگی دستاوردگی اتفاق نمی افتد. برای آنکه بهتر در یادمان بماند، فرض کنید که میدان **B** به وسیله یک پیچ سیملوله ای در اطراف نمونه ایجاد شود. وقتی که φ مثبت باشد، صفحه ارتعاش، بدون توجه به سوی انتشار باریکه در راستای محور پیچ، در همان سویی می چرخد که جریان در پیچ شارش دارد. بنابراین، می توان با چندبار بازتابش نور به جلو و عقب در درون نمونه، این اثر را تقویت کرد.

بررسی نظری اثر فاراده، مستلزم در نظر گرفتن فرضیه مکانیک کوانتومی باشندگی از جمله اثرات **B** بر روی ترازهای انرژی اتمی یا مولکولی است. در اینجا کافی است که تنها به رئوس مطالب مربوط به بحث کلاسیک محدود در مورد مواد نامغناطیسی اشاره ای بکنیم. فرض کنید که نور فرودی دایره ای و تکفام باشد. الکترونی با بستگی کشسان، در یک مدار دایره ای پایدار قرار خواهد گرفت که به وسیله میدان چرخنده **E** موج رانده می شود (اثر میدان **B** ی موج چشم پوشیدنی است). وارد کردن یک میدان مغناطیسی ثابت بزرگ اعمال شده عمود بر صفحه مدار، منجر به ایجاد یک نیروی شعاعی F_M روی الکترون خواهد شد. بسته به سوی چرخش نور و امتداد میدان ثابت **B**، نیروی مذکور می تواند به سوی مرکز دایره متوجه باشد یا از آن دور شود. بنابراین نیروی شعاعی کل (F_M به اضافه نیروی بازگرداننده کشسان) می تواند دو مقدار مختلف و همچنین شعاع مدارهای مختلفی داشته باشد. در نتیجه،

تکفام نامیده می شوند و هر کدام از این نواحی به یک رنگ خاص مربوط می شوند. آنچه که روی این فریزهای رنگین برهم نهاده شده اند مجموعه ای از نوارهای سیاه جداگانه خواهد بود. در هر نقطه ای که میدان **E** ی نور خطی فرودی موازی یکی از دو محور تنش اصلی موضعی باشد، موج بدون توجه به طول موجش از داخل نمونه بدون تغییر گذر خواهد کرد. نور با قطبشگرهای متقاطع، به وسیله تجزیه کننده در آشامیده شده و ناحیه سیاهی به وجود خواهد آورد که نوار یک شیب نام دارد (مسئله ۲۷۰۸). علاوه بر اینکه با نگریستن به این فریزها منظره های زیبایی خواهیم دید، به همین ترتیب نقشه ای کیفی از تنش را تهیه می کنند و اساس محاسبات کمی را نیز تشکیل می دهند.

۲۰۱۱۰۸ اثر فاراده

مایکل فاراده، در سال ۱۸۴۵/۱۲۲۴ کشف کرد که شیوه انتشار نور در یک محیط مادی می تواند تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرد. او به ویژه دریافت که اعمال یک میدان مغناطیسی قوی در امتداد انتشار نور خطی که روی یک قطعه از شیشه فرود می آید باعث چرخش صفحه ارتعاش آن می شود. اثر فاراده، یا اثر مغناطیسی-نوری، یکی از ابتدایی ترین نشانه های بستگی درونی الکترومغناطیس و نور بوده است. گرچه این اثر حاکی از فعالیت نوری است، به طوری که خواهیم دید، یک تمایز مهم بین این دو اثر وجود دارد.

زاویه β (بر حسب دقیقه قوسی) که صفحه ارتعاش در داخل آن می چرخد، از رابطه تجربی زیر به دست می آید

$$\beta = \varphi B d \quad (۳۹۰۸)$$

که در آن B چگالی شار مغناطیسی ساکن (معمولاً بر حسب گاوس)، d طول محیط (بر حسب سانتیمتر) که نور از آن عبور کرده است، و φ یک ضریب تناسب به نام ثابت وردت است. ثابت وردت برای یک محیط ویژه هم با تغییر بسامد (با افزایش ν به سرعت افت می کند) و هم با تغییر دما، تغییر می کند. مقدار آن تقریباً از مرتبه $۱۰^{-۵}$ دقیقه قوسی $\text{Gs}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ برای گازها و $۱۰^{-۲}$ دقیقه قوسی $\text{Gs}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ برای جامدات و مایعات است (جدول ۲۰۸). با فرض اینکه، نمونه ای از H_2O مثلاً به طول ۱ cm در میدان نسبتاً شدید $۱۰^۴ \text{ Gs}$ (میدان زمین در حدود نیم گاوس است) داشته باشیم، می توانیم از مفهوم این اعداد درک بهتری داشته باشیم. در آن حالت خاص، یک چرخش $۲^\circ/۱۱'$ ایجاد خواهد شد زیرا $\varphi = ۰۰۰۱۳۱$.

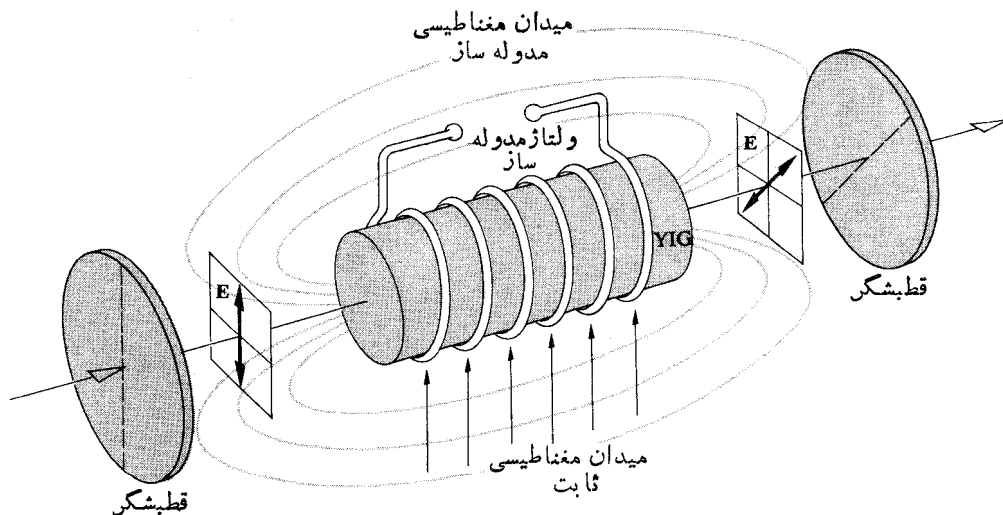
بر حسب قرارداد، یک ثابت وردت مثبت، متناظر است با یک ماده (دیامغناطیسی) که برای آن در صورتی که نور موازی میدان

هر واحد طول از محیط باید تا حد ممکن نور اندکی را در آشامد، و در همان حال باید تا حد ممکن به باریکه نور چرخش بیشتری بدهد. تعدادی از موادی که بیشتر در اثر عوامل خارجی نرومغناطیسی شده اند در جهت تحقق این مقصود بررسی شده اند. يك مدوله ساز فروسرخ از این نوع توسط لوکسراوا ساخته شده است. در این دستگاه از لعل بلورمغناطیسی مرکب ایتريوم آهن (YIG) که به آن مقداری گالیوم اضافه شده استفاده شده است. YIG دارای ساختاری شبیه ساختار لعلهای طبیعی است. نمودار طرح واره این دستگاه در شکل ۶۴.۸ نشان داده شده است. يك باریکه لیزر فروسرخ خطی از چپ وارد بلور می شود. يك میدان مغناطیسی جریان مستقیم عرضی، مغناطش بلور YIG را در آن امتداد اشباع می کند. سوی بردار کلی مغناطش (ناشی از میدان ثابت و میدان پیچ) می تواند به نحوی تغییر کند که به میزانی متناسب با جریان مدوله ساز در پیچه به سمت محور بلور خم شوند. چون چرخش فاراده به مؤلفه محوری مغناطش بستگی دارد، جریان پیچه را کنترل می کند و در این صورت، تجزیه کننده، این مدولاسیون قطبش را از طریق قانون مالوس [معادله (۲۴.۸)] به مدولاسیون دامنه تبدیل می کند. به طور خلاصه سیگنالی که باید تراگسیلیده شود، به عنوان يك ولتاژ مدوله ساز از عرض سیم پیچ وارد می شود و باریکه لیزر خروجی آن اطلاعات را به صورت تغییرات دامنه با خود حمل می کند.

در واقع چندین اثر دیگر مغناطیسی-نوری وجود دارد. ما فقط به دو تا از این اثرها، آن هم به طور مختصر، اشاره خواهیم کرد. اثرهای دیت و کوتون-موتون هر دو وقتی پدیدار می شوند که میدان مغناطیسی ثابت به يك محیط شفاف عمود بر امتداد انتشار باریکه نور فرودی اعمال شود. اولی در بخار پیش می آید.

برای يك میدان مغناطیسی معین، دو مقدار ممکن گشتاور دوقطبی الکتریکی، قطبش، و گذردهی، و سرانجام دو مقدار برای ضریب شکست، n_o و n_e وجود خواهد داشت. پس بحث می تواند دقیقاً به روش بررسی فرنل از فعالیت نوری به پیش رود. اینجا هم مثل سابق، سخن از دوماه بهنجار انتشار امواج الکترومغناطیسی از طریق این محیط، یعنی حالت های R و L است.

در مورد مواد فرومغناطیس، موضوع اندکی پیچیده است. در مورد يك ماده مغناطیده، β بیشتر با مؤلفه مغناطش در امتداد انتشار متناسب است تا با مؤلفه میدان جریان مستقیم اعمال شده. اثر فاراده چندین کاربرد عملی دارد. از این اثر می توان برای تجزیه آمیزه های هیدروکربنها استفاده کرد زیرا هر کدام از اجزای تشکیل دهنده آن دارای چرخش مغناطیسی خاص خود آن است. به علاوه، وقتی که از این اثر در مطالعات طیف نمایی استفاده می شود اطلاعاتی در مورد خواص حالت های انرژی بالای تراز زمینه به دست می دهد. اخیراً، اثر فاراده کاربردهای حتی مهیجتر و امیدبخشتری نیز داشته است. از هنگام کشف لیزر در اوایل دهه ۱۹۶۰، کوشش زیادی در جهت استفاده از پتانسیل عظیم نور لیزر به عنوان يك وسیله ارتباطاتی به عمل آمده است (بخش ۶.۲.۷). یکی از اجزای تشکیل دهنده اساسی چنین ابزاری، مدوله ساز است، که عملکرد آن نشان دادن اطلاعات بر روی باریکه است. چنین ابزاری باید بتواند در سرعت های بالا، و به شیوه ای نظام یافته، به نحوی تغییر موج نوری را ایجاد کند. مثلاً، ممکن است دامنه موج، قطبش، امتداد انتشار، فاز، یا بسامد موج را به شیوه ای مربوط به سیگنالی که باید تراگسیلیده شود، تغییر دهد. به همین ترتیب، اثر فاراده می تواند شالوده ممکن برای این مدوله ساز باشد. آشکار است که اگر قرار باشد دستگاهی از این نوع به طور مؤثر کار کند،



شکل ۶۴.۸ مدوله ساز اثر فاراده.

موازی و عمود بر میدان الکتریکی اعمال شده هستند. اختلاف آنها، Δn ، دوشکستی را نشان می‌دهد و برابر است با

$$\Delta n = \lambda_0 K E^2 \quad (۴۰.۸)$$

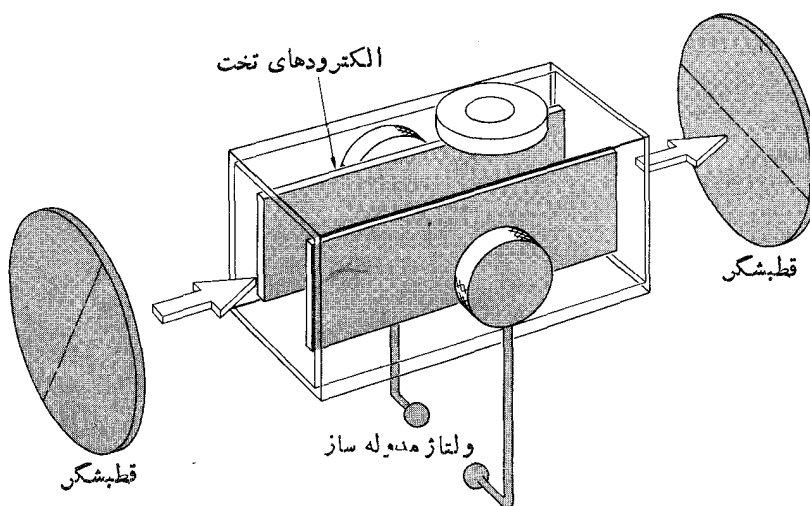
که در آن K ثابت کر است. وقتی K مثبت باشد، که اغلب چنین است، Δn که می‌توان آن را $n_+ - n_-$ دانست، مثبت است و ماده مثل یک بلور مثبت تک‌محور رفتار می‌کند. مقادیر ثابت کر (جدول ۳۰.۸) معمولاً بر حسب واحدهای الکتروستاتیک بیان می‌شوند، به طوری که باید به خاطر داشت وارد کردن E در معادله (۴۰.۸) باید بر حسب ایستا ولت بر سانتیمتر باشد ($1 \text{ statV} \approx 300 \text{ V}$). توجه کنید که اثر کر، همانند اثر کوتون-موتون با هم‌جذور میدان متناسب است و غالباً آن را اثر الکترو نوری مربعی می‌نامند. این پدیده در مایعات از طریق میدان E به هم ترازای پاره‌ای مولکولهای ناهمسانگرد منسوب می‌شود. در جامدات وضعیت به طور قابل ملاحظه‌ای پیچیده تر است.

شکل ۶۵.۸ آرایشی را نشان می‌دهد که بستاور کر یا مدوله ساز نوری نامیده می‌شود. این آرایش از یک اطاقک شیشه‌ای حاوی دو الکترو د که با یک مایع قطبی پر شده تشکیل شده است، این اتاقک کر، بین قطبشگرهای متقاطع خطی که محورهای انتقال آنها با میدان اعمال شده E زاویه $\pm 45^\circ$ می‌سازند، قرار گرفته است. وقتی که ولتاژ در عرض صفحه‌های الکترو د صفر باشد، نوری تراکسیلیده نخواهد شد؛ بستاور بسته می‌شود. کار برد یک ولتاژ مدوله ساز باعث ایجاد میدانی می‌شود که اتاقک را وادار به کار کردن به صورت یک صفحه موج متغیر می‌کند، و بدین ترتیب بستاور را متناسب با این تغییر باز می‌کند، ارزش عظیم چنین

در حالیکه دومی، که به طور چشمگیری شدید تر است، در مایعات پیش می‌آید. در هر یک از دو حالت، محیط خاصیتی دوشکستی شبیه یک بلور تک‌محور از خود نشان می‌دهد که محور نوری آن در امتداد میدان مغناطیسی جریان مستقیم، یعنی در امتداد عمود بر باریکه نور است [معادله (۳۲.۸)]. دوشکستی شکست، در این حالات با وضعیتهایی که در آنها صفحه ارتعاش موج بر میدان مغناطیسی ثابت عمود یا با آن موازی باشد، متناظر است. اختلاف Δn در آنها (یعنی دوشکستی) با مجذور میدان مغناطیسی اعمال شده، متناسب است. این اختلاف در مایعات در نتیجه همخط شدن مولکولهایی از محیط، که به طور نوری و مغناطیسی ناهمسانگردند، با این میدان مغناطیسی به وجود می‌آید. اگر امتداد انتشار نور ورودی با میدان ثابت زاویه‌ای غیر از 0 یا $\pi/2$ بسازد، اثرهای فاراده و کوتون-موتون با هم رخ می‌نمایند، در حالیکه عموماً اولی بسیار بزرگتر از دومی است. پدیده کوتون-موتون شبیه مغناطیسی اثر الکترو-نوری کر است که در بخش آتی در خصوص آن بحث خواهد شد.

۳۰.۱۱.۸ اثرهای کر و پوکلز

اولین اثر الکترو نوری توسط جان کر^۱ (۱۲۸۶-۱۹۲۰۳/۱۸۷۵-۱۹۰۷) فیزیکدان اسکاتلندی، در سال ۱۸۷۵/۱۲۵۴ کشف شد. او دریافت که وقتی یک ماده شفاف همسانگرد در یک میدان الکتریکی E قرار گیرد دوشکستی می‌شود. این محیط مشخصه‌های یک بلور تک‌محور را به خود می‌گیرد که محور نوری آن با امتداد میدان اعمال شده متناظر است. این دوشکستی شکست، $n_{||}$ و n_{\perp} ، همراه با دوشکستی صفحه ارتعاش موج، یعنی، به ترتیب



شکل ۶۵.۸ اتاقک کر.

جدول ۳۰۸. ثابتهای کز برای برخی مایعات برگزیده.

ماده	K (بر حسب یکی $10^{-2} \text{ cm st V}^{-2}$)
بنزین	C_6H_6
کربن دی سولفور	CS_2
کلروفرم	$CHCl_3$
آب	H_2O
نیترو تولوئن	$C_6H_5NO_2$
نیترو بنزن	$C_6H_5NO_2$

$$(20^\circ C, \lambda_0 = 589.3 \text{ nm})$$

دستگاهی در این حقیقت نهفته است که می تواند به طور مؤثر به بسامدهای تقریباً 10^{10} Hz پاسخ بدهد. اتاقکهای کر که معمولاً حاوی نیترو بنزن یا کربن دی سولفید هستند، سالها برای کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار گرفته اند. آنها در عکسبرداری با سرعت زیاد به عنوان بستاور و برای جانشینی چرخ دندانه های چرخان به عنوان قطع کننده متناوب باریکه نور، به کار می روند. همچنین از آنها در اندازه گیرهای سرعت نور سود برده شده است. اتاقکهای کر به عنوان سوئیچهای Q (فصل ۱۴) در دستگاههای لیزر تپیده کاربردهای فراوانی دارد.

اگر صفحه هایی که الکترودها را در بر دارند دارای طول مؤثر l سانتیمتر بوده و به فاصله d از هم قرار گرفته باشند، تأخیر فاز چنین به دست می آید

$$\Delta\varphi = \frac{\pi K l V^2}{d^2} \quad (41.8)$$

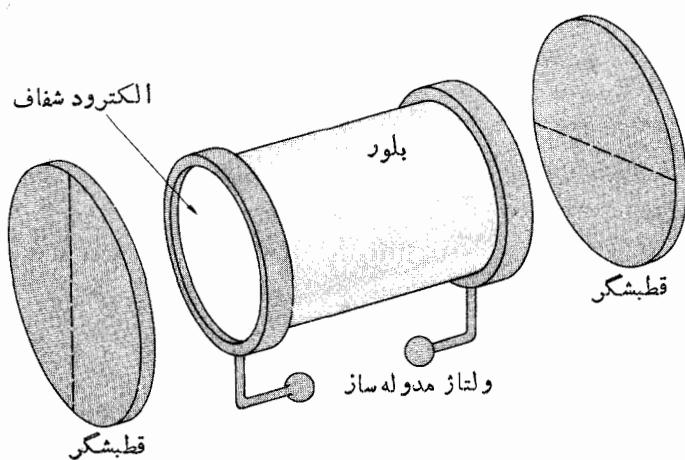
که در آن V ولتاژ اعمال شده است. بدین ترتیب يك اتاقك نیترو بنزن که در آن d برابر يك سانتیمتر و l چندین سانتیمتر باشد، ولتاژ بیشتری، در حدود $3 \times 10^4 \text{ V}$ ، نیاز خواهد داشت تا بتواند به عنوان يك تیغه نیم موج عمل کند. این يك کمیت مشخصه است که آن را ولتاژ نیم موج، $V_{\lambda/2}$ ، می نامند. مانع دیگر این است که نیترو بنزن هم سمی است و هم منفجره. بنابراین مواد شفاف جامد نظیر بلور مخلوط پتاسیم تانتالات نیوسبات ($KTa_{0.95}Nb_{0.05}O_3$)، با علامت اختصاری KTN، یا باریوم تیتانات ($BaTiO_3$) که اثر کر را از خود نشان می دهند، به عنوان مدوله سازهای الکترو-نوری مورد توجه اند.

باز هم پدیده الکترو-نوری بسیار مهم دیگری وجود دارد

که به نام فیزیکدان آلمانی، فردریش کارل آلوین پوکلز^۱ (۱۲۹۱-۱۲۴۴/۱۹۱۳-۱۸۶۵) که در سال ۱۸۹۳/۱۲۷۲ این پدیده را در سطح وسیعی مورد مطالعه قرار داد، اثر پوکلز نامیده شده است. این يك اثر الکترو-نوری خطی است زیرا دوشکستی القایی متناسب است با توان اول میدان اعمال شده، E ، و بنابراین با ولتاژ اعمال شده. اثر پوکلز فقط در برخی بلورها که فاقد يك مرکز تقارن اند وجود دارد؛ به عبارت دیگر، بلورها فاقد نقطه مرکزی هستند که از آن نقطه هراتم می تواند به داخل يك اتم مشابه بازتاب پیدا کند. سی و دوه تفران بلوری وجود دارد و از بین اینها بیست تا ممکن است اثر پوکلز را نشان دهند. ضمناً، همین بیست رده پیزوالکتریک نیز هستند. به این ترتیب، بسیاری از بلورها و تمامی مایعات از نشان دادن اثر الکترو-نوری خطی مستثنی هستند.

برای ساختن نخستین اتاقك عملی پوکلز، که به عنوان يك بستاور یا مدوله ساز عمل می کرد، می بایست تا سالهای ۱۹۴۰ انتظار می کشیدند تا بلورهای مناسب تکامل پیدا کنند. اصل عمل-کننده برای چنین ابزاری همان است که قبلاً از آن گفته گو کرده ایم. به طور خلاصه، تغییر الکترونی دوشکستی توسط يك میدان الکتریکی اعمال شده نظام یافته تأمین می شود؛ پس افت رامی توان به طور دلخواه تغییر داد، و از آنجا حالت قطبش موج خطی فرودی را تغییر داد. در این راه، دستگاه به عنوان يك مدوله ساز قطبش کار می کند. دستگاههای قدیمی از آمونیوم دی هیدروژن فسفات ($NH_4H_2PO_4$) یا ADP، و پتاسیم دی هیدروژن فسفات (KH_2PO_4) به نام KDP ساخته شده اند؛ و هر دو هنوز هم در سطح وسیعی کاربرد دارند. بر اثر دخالت دادن بلورهای ساده پتاسیم دی تریوم فسفات (KD_2PO_4) یا KD^*P که همان پس افت را با نصف ولتاژ لازم برای KDP ایجاد می کند، بهبود بزرگی حاصل شده است. بر سر پژوهش پیرامون بلورهای الکترو-نوری تلاشهای فراوانی انجام شده است. گسترش این مواد به طور پیوسته اسامی بیگانه ای را به تکنولوژی نامانوس جدید افزوده است؛ از جمله، لیتیوم تانتالات، رویدیم دی هیدروژن فسفات، لیتیوم نیوبات، باریوم تیتانات، و باریوم سدیم نیوبات را می توان فقط به عنوان جزئی از آنها یاد کرد.

اتاقك پوکلز عبارت است از يك بلور مناسب فاقد تقارن مرکزی، سمت یافته، منفرد، که در يك میدان الکتریکی قابل کنترل غوطه ور است. این قبیل دستگاهها نوعاً می توانند در ولتاژهای نسبتاً پایین (تقریباً 10^5 تا 10^6 بار کمتر از يك اتاقك کر هم ارز آن) کار کنند؛ آنها خطی اند و البته در مورد مایعات سمی مشکلی ندارند. زمان پاسخ KDP خیلی کوتاه است، نوعاً کمتر از 10^{-9} ثانیه، و می تواند يك باریکه نور را تا بسامد حدود 25 GHz (یعنی، $25 \times 10^9 \text{ Hz}$) مدوله کند. دو آرایش متداول برای این اتاقك



شکل ۶۶.۸ اتاقک پوکلز.

$$V_{\lambda/2} = \frac{\lambda_0}{2n_o^3 r_{63}} \quad (۴۴.۸)$$

مثلاً برای KDP، $r_{63} = 10.6 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ، $n_o = 1.51$ ، و به دست می آید: $V_{\lambda/2} \approx 7.6 \times 10^3 \text{ V}$ در $\lambda_0 = 546.1 \text{ nm}$. اتاقکهای پوکلز به عنوان بستاورهای بسیار سریع، سوئیچهای Q برای لیزرها و جریان مستقیم برای مدوله کننده های نوری تا ۳۰ GHz به کار رفته اند. آنها همچنین در گستره وسیعی از دستگاههای الکترونوری مانند شیوه های نمایاندن پردازش داده ها به کار می روند.^۲

وجود دارد که بسته به اینکه میدان اعمال شده E عمود بر یا موازی با امتداد انتشار باشد، به ترتیب عرضی یا طولی نامیده می شوند. نوع طولی، در ابتدایترین شکلش در شکل ۶۶.۸ نشان داده شده است. از آنجا که باریکته نور الکترودها را می بیند، آنها را معمولاً از روکشهای اکسید فلزی شفاف (مثلاً SnO، InO، یا CdO)، غشای فلزی نازک، توریها، یا حلقه ها می سازند. خود بلور عموماً در غیاب یک میدان اعمال شده، تک محور است و طوری ترازمند می شود که محور نوری آن در راستای انتشار باریکته قرار می گیرد. پس افتادگی برای چنین آرایشی چنین به دست می آید

$$\Delta\varphi = 2\pi n_o^3 r_{63} \frac{V}{\lambda_0} \quad (۴۲.۸)$$

که در آن r_{63} ثابت الکترو-نودی بر حسب m/V ، n_o ضریب شکست معمولی، V اختلاف پتانسیل بر حسب ولت و λ_0 طول موج در خلأ بر حسب متر است. چون بلورها تمامی ناهمسانگردند، خواص آنها در سوهای مختلف تغییر می کند و باید آنها را از طریق گروهی اصطلاحات که جملگی تانسور مرتبه دوم الکترونوری نام دارند، r_{ij} توصیف کرد. خوشبختانه، ما در اینجا فقط به یکی از مؤلفه های این تانسور یعنی r_{63} نیاز داریم، که مقادیر آن در جدول ۴.۸ داده شده است. ولتاژ نیم موج با مقدار $\Delta\varphi = \pi$ متناظر است که در این حالت

$$\Delta\varphi = \pi \frac{V}{V_{\lambda/2}} \quad (۴۳.۸)$$

واز معادله (۴۲.۸) داریم

جدول ۴.۸ ثابتهای الکترونوری (در دمای اتاق، $\lambda_0 = 546.1 \text{ nm}$).

ماده	r_{63} (واحد از 10^{-12} m/V)	n_o (تقریبی)	$V_{\lambda/2}$ (بر حسب kV)
ADP ($\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$)	۸۵	۱.۵۲	۹۰۲
KDP (KH_2PO_4)	۱۰۶	۱.۵۱	۷۰۶
KDA (KH_2AsO_4)	~۱۳۰۰	۱.۵۷	~۶۰۲
KD*P (KD_2PO_4)	~۲۳۰۳	۱.۵۲	~۳۰۴

۱. این عبارت، همراه با عبارت مناسبی برای مد عرضی، با ظرافت بیشتری از A. Yariv, *Quantum Electronics* استنتاج شده است. با وجود این، بحث پیچیده است و برای مطالعه نامنظم توصیه نمی شود.

۲. چنانچه خواننده نسبت به موضوع مدوله کردن نور علاقه مند باشد، به طور کلی می تواند به مقاله

D. F. Nelson, «The Modulation of Laser Light», *Sci. Am.*, (June 1968).

مراجعه کند. برای برخی جزئیات عملی ر که،

R. S. Ploss, «A Review of Electro-Optics Materials, Methods and Uses», *Optical Spectra* (Jan./Feb. 1969)

R. Goldstein «Pockels Cell Primer», *Laser Focus Magazine* (Feb. 1968).

هر دو مقاله حاوی کتابنامه های مفیدند.

۱۲.۸ يك توصيف رياضی از قطبش

داد. فرض كنيد يك مجموعه چهار پالاياهی داریم كه هر کدام از آنها، در روشنايی طبيعى نيمی از نور فرودى را منتقل خواهد كرد و نيم ديگر تلف خواهد شد. انتخاب منحصر به فرد نيست، و تعدادى از امكانات هم ارز وجود دارد. آنگاه، فرض كنيد كه نخستين پالايسه همسانگرد است، و همه حالتها را به طور مساوى عبور مى دهد، در حالى كه دومى و سومى قطبشگرهاى خطى اند كه محور انتقال آنها به ترتيب افقى و با زاويه $45^\circ +$ اند (در امتداد قطرى كه از ربع اول و سوم مى گذرد). آخرين پالايسه يك قطبشگر دايره اى بوده كه براى حالتهاى I_1, I_2, I_3 با يك اندازه گير اين چهار پالايسه تك تك در مسير باريكه مورد بررسى، قرار گرفته اند و تاثير گيهاى ترا گسيليده I_1, I_2, I_3 با يك اندازه گير (سنجه) كه نسبت به قطبش غير حساس است (همه آنها چنين نيستند) اندازه گيرى مى شوند. در اين صورت تعريف عملياتى پارامترهاى استوكس از روابط زير به دست مى آيد

$$S_0 = 2I_0 \quad (الف \ 45.8)$$

$$S_1 = 2I_1 - 2I_0 \quad (ب \ 45.8)$$

$$S_2 = 2I_2 - 2I_0 \quad (ج \ 45.8)$$

$$S_3 = 2I_3 - 2I_0 \quad (د \ 45.8)$$

توجه كنيد كه S_0 فقط تاثير گي فرودى را نشان مى دهد در حالى كه S_1, S_2, S_3 و S_0 حالت قطبش را مشخص مى كنند. بدین ترتيب S_1 گرايشى را براى قطبش منعكس مى كند كه هرچه بيشتر به يكي از دو حالت \mathcal{P} (كه در آن $S_1 > 0$) يا حالت عمودى (كه در اين حالت $S_1 < 0$) شباهت دارد. وقتى كه باريكه نور نسبت به اين محورها ($S_1 = 0$) هيچ سمتگيرى مرجحى را نشان نمى دهد، ممكن است در $45^\circ \pm$ بيضى وار، دايره اى، يا ناقطبيده باشد. همچنين S_2 اشاره به تمايل نسبت به نورى دارد كه مى خواهد هرچه بيشتر شبیه به يك حالت \mathcal{P} باشد كه يا در جهت $45^\circ +$ ($S_2 > 0$) باشد، يا در جهت $45^\circ -$ ($S_2 < 0$)، و يا در جهت هيچكدام ($S_2 = 0$) سمتگيرى نكرده باشد. دقيقاً به همين ترتيب، S_3 تمايل باريكه نور را به سوى راستگرد ($S_3 > 0$)، چپگرد ($S_3 < 0$)، يا هيچكدام ($S_3 = 0$) آشكار مى كند. اکنون عبارتهاى مربوط به نور شبه تكفام را به ياد آوريد

$$E_x(t) = \hat{i} E_{0x}(t) \cos[(\bar{k}z - \bar{\omega}t) + \epsilon_x(t)] \quad [الف \ 34.8]$$

$$E_y(t) = \hat{j} E_{0y}(t) \cos[(\bar{k}z - \bar{\omega}t) + \epsilon_y(t)] \quad [ب \ 34.8]$$

۱. بيشتر مطالب اين بخش با تفصيل بيشترى در كتاب زير كه منبعى كلاسيك در اين زمينه است، يافت مى شود.

Shurcliff's Polarized Light: Production and Use.

همچنين ر ك

M. J. Walker, «Matrix Calculus and the Stokes Parameters of Polarized Radiation,» *Am. J. Phys.*, 22, 170 (1954).

تا اينجا نور قطبيده را بر حسب مؤلفه ميدان الكتريكي موج بررسى کرده ايم. البته، كليترين نمايش، مربوط به حالت نور بيضى وار بود. در آنجا نقطه انتهاي بردار E را مى ديديم كه به طور پيوسته طول مسير يك بيضى را جاروب مى كرد و شكل ويژه اى داشت. دايره و خط حالتهاى خاصى از آن بودند. تناوبى كه طى آن بيضى پيموده مى شد برابر تناوب موج نور يعنى تقريباً $10^8 - 10^9$ ، و براى آشكار سازى خيلى كوتاه بود. در مقابل، اندازه گيريهائى كه در عمل انجام گرفته اند عموماً ميانگينهاى در بازه زمانى نسبتاً طولانى به دست داده اند؛ آشكار است كه فرمولبندي توصيف ديگرى از قطبش بر حسب كميتهاى مناسب قابل مشاهده، از جمله تابندگى، سودمند خواهند بود. انگيزه هاى ما خيلى بيشتر از انگيزه هاى مربوط به تركيب هميشه حاضر آموزشى و رياضى شناسى است. اين صورتبندي كه بايد مورد توجه قرار گيرد در حوزهاى ديگر مطالعه، مثلاً فيزيك ذره اى (فوتون رويهمرفته يك ذره بنىادى است) و مكانيك كوانتومى، مفهوم گسترده اى دارد. اين صورتبندي از برخى جنبه ها براى پيوند دادن تصاوير مكانيك كلاسيكى و مكانيك كوانتومى، به كار مى رود. اما حتى انتظارات بيشتر ما از توجه كنونى، مزيتهاى عملى قابل ملاحظه اى است كه از اين توصيف بدليل بايد به تدريج به دست آيد. ما در اينجا براى پيش بينى آثار دستگاههاى پيچيده مربوط به عناصر قطبنده بر روى حالت نهايى يك موج خروجى طرز عمل دقيقى را ارائه مى دهيم. اين رياضيات، كه به صورت فشرده ماتريسي نوشته شده است، فقط به ساده ترين دستكارى در آن ماتريسها احتياج دارد. منطق پيچيده اى كه همراه پس افتها، سمتگيريهائى نسبى، و مانند آنها، براى مجموعه اى از تيغه هاى موج و قطبنده هاى پشت سر هم وجود دارد، تقريباً همگى منظور شده اند. فقط لازم است ماتريسهاى مناسب را از روى نقشه اى برگزيد و در دستگاهى رياضى وارد كرد.

۱۰۱۲.۸ پارامترهاى استوكس

خاستگاه نمايش نوين نور قطبيده در واقع در كارهاى استوكس در سال ۱۸۵۲/۱۲۳۱ نهفته است. او چهار كميت را معرفى كرد كه تنها توابعى از كميتهاى قابل مشاهده موج الكترومغناطيسى هستند و اکنون پارامترهاى استوكس ناميده شده اند. حالت قطبش يك باريكه نور (طبيعى، قطبيده كامل يا پاره اى) را مى توان بر حسب اين كميتها توصيف كرد. ما ابتدا اين پارامترها را به طور عملياتى تعريف کرده و سپس آنها را به نظريه الكترومغناطيسى ربط خواهيم

جدول ۵.۸ بردارهای استوکس و جونز در برخی حالت‌های قطبش.

بردارهای استوکس	بردارهای جونز	حالت قطبش
$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	حالت \mathcal{P} افقی
$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	حالت \mathcal{P} عمودی
$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	حالت \mathcal{P} در $45^\circ +$
$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	حالت \mathcal{P} در $45^\circ -$
$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	حالت \mathcal{R}
$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	حالت \mathcal{L}

که در آن $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_x(t) + \mathbf{E}_y(t)$ با به کار بردن این عبارت‌ها به روشی ظریف و ساده، پارامترهای استوکس را می‌توان از نسو به صورت زیر نوشت^۱

$$S_0 = \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle \quad (۴۶.۸ \text{ الف})$$

$$S_1 = \langle E_x^2 \rangle - \langle E_y^2 \rangle \quad (۴۶.۸ \text{ ب})$$

$$S_2 = \langle 2E_{0x}E_{0y} \cos \epsilon \rangle \quad (۴۶.۸ \text{ ج})$$

$$S_3 = \langle 2E_{0x}E_{0y} \sin \epsilon \rangle \quad (۴۶.۸ \text{ د})$$

در اینجا $\epsilon = \epsilon_y - \epsilon_x$ و ثابت $\epsilon_0 c/2$ را حذف کرده‌ایم، به طوری که حالا این پارامترها با تائیدگی متناسب‌اند. برای حالت فرضی نور کاملاً تکفام، $E_{0y}(t)$ ، $E_{0x}(t)$ ، و $\epsilon(t)$ مستقل از زمان است و فقط لازم است پرازنزهای $\langle \rangle$ را در معادله (۴۶.۸) حذف کرد تا پارامترهای عملی استوکس به دست آیند. کاملاً جالب توجه است که همین نتایج را نیز می‌توان از میانگین زمانی معادله (۱۴.۸) که معادله کلی برای نور بیضی وار است به دست آورد.

اگر این باریکه ناقطیده باشد، $\langle E_x^2 \rangle = \langle E_y^2 \rangle$ و میانگین هیچکدام صفر نمی‌شود زیرا مجذور دامنه همیشه مثبت است. در آن حالت $S_0 = \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle$ و $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ ولی پارامتر اخیر به سمت صفر میل می‌کنند زیرا میانگین $\cos \epsilon$ و $\sin \epsilon$ مستقل از دامنه‌ها صفر می‌شود. اغلب مناسب است که با تقسیم کردن هر یک از پارامترهای استوکس بر S_0 ، آنها را بهنجار کرد. اثر این کار این است که یک باریکه فرودی با تائیدگی واحد به کار برده می‌شود. در آن صورت مجموعه پارامترهای (S_0, S_1, S_2, S_3) برای نور طبیعی در نمایش بهنجار شده داریم: $(1, 0, 0, 0)$. اگر نور افقی قطبیده باشد، فاقد مؤلفه عمودی خواهد بود و پارامترهای بهنجار شده عبارت‌اند از $(1, 1, 0, 0)$. همچنین برای نور قطبیده عمودی داریم: $(1, -1, 0, 0)$. نمایشهای مربوط به چند حالت قطبش دیگر در جدول ۵.۸ آمده‌اند. (این پارامترها به دلیلی که بعداً بحث خواهیم کرد به طور عمودی نمایان شده‌اند.) توجه کنید که برای نور کاملاً قطبیده از معادله (۴۶.۸) نتیجه می‌شود که

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (۴۷.۸)$$

بعلاوه، برای نور قطبیده پاره‌ای، می‌توان نشان داد که درجه قطبش (۲۹.۸) از رابطه زیر به دست می‌آید

$$V = \frac{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}}{S_0} \quad (۴۸.۸)$$

۱. به منظور بحثی مفصلتر ر ک

که در آن $E_x(t)$ و $E_y(t)$ مؤلفه‌های نرده‌ای لحظه‌ای \mathbf{E} هستند. آشکار است که با دانستن \mathbf{E} ، همه چیز را درباره حالت قطبش می‌دانیم. و اگر اطلاعات مربوط به فضا را حفظ کنیم، خواهیم توانست امواج همدوس را دست‌کاری کنیم. با به‌خاطر داشتن این مطلب، معادله (۵۰.۸) را چنین بازنویسی می‌کنیم

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{ox} e^{i\varphi_x} \\ E_{oy} e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} \quad (51.8)$$

که در آن φ_x و φ_y فازهای مناسب هستند. بنابراین، حالت‌های افقی و عمودی \mathcal{P} به ترتیب چنین‌اند

$$\mathbf{E}_h = \begin{bmatrix} E_{ox} e^{i\varphi_x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \mathbf{E}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{oy} e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} \quad (52.8)$$

مجموع دو باریکه همدوس، همراه بردارهای استوکس، از راه مجموع مؤلفه‌های مربوطه تشکیل می‌شود. از آنجا که $\mathbf{E} = \mathbf{E}_h + \mathbf{E}_v$ ، وقتی که مثلاً $E_{ox} = E_{oy}$ و $\varphi_x = \varphi_y$ ، \mathbf{E} از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{ox} e^{i\varphi_x} \\ E_{ox} e^{i\varphi_x} \end{bmatrix} \quad (53.8)$$

یا با فاکتورگیری از $E_{ox} e^{i\varphi_x}$

$$\mathbf{E} = E_{ox} e^{i\varphi_x} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (54.8)$$

که يك حالت \mathcal{P} در 45° است. این حالت بدین علت است که دامنه‌ها برابر و اختلاف فاز صفر است. در بسیاری موارد دانستن دامنه‌ها و فازهای دقیق لازم نیست. در چنین مواردی می‌توانیم تاییدگی را به‌واحد به‌نجار کنیم، با این کار مقداری اطلاعات از دست می‌دهیم ولی در عوض عبارتهای ساده‌تری به دست می‌آوریم. این کار با تقسیم کردن هر دو جزء بردار بريك کمیت نرده‌ای (حقیقی یا مختلط) به‌طوری که مجموع مرعات مؤلفه‌ها برابر يك شود، انجام می‌گیرد. مثلاً، از تقسیم هر دو جمله معادله (۵۳.۸) بر $\sqrt{2} E_{ox} e^{i\varphi_x}$ نتیجه می‌شود

$$\mathbf{E}_{45} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (55.8)$$

به همین ترتیب، در شکل به‌نجار شده

$$\mathbf{E}_h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \mathbf{E}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (56.8)$$

حال فرض کنید که دو موج شبه تکفام، به کمک $(\delta'_0, \delta'_1, \delta'_2, \delta'_3)$ و $(\delta''_0, \delta''_1, \delta''_2, \delta''_3)$ توصیف می‌شوند، که در ناحیه‌ای از فضا روی هم افتاده‌اند. تسا زمانی که این موجها ناهمدوس‌اند، هر کدام از پارامترهای استوکس مربوط به برآیند، مجموع پارامترهای مربوط به‌سازها خواهد بود (که همه آنها با تاییدگی متناسب‌اند). به عبارت دیگر، مجموعه پارامترهای توصیف کننده برآیند، $(\delta'_0 + \delta''_0, \delta'_1 + \delta''_1, \delta'_2 + \delta''_2, \delta'_3 + \delta''_3)$ است. مثلاً، اگر يك چگالی شار واحد در حالت عمودی $(0, 0, 1, 0)$ به يك حالت \mathcal{P} ناهمدوس (جدول ۵.۸) با چگالی شار ۲ $(2, 0, 0, -2)$ افزوده شود، پارامترهای موج مرکب، $(3, -1, 0, -2)$ خواهد بود. این، يك بیضی است با چگالی شار ۳، که خیلی بیشتر عمودی است تا افقی $(\delta_1 < 0)$ ، چپگرد $(\delta_3 < 0)$ بوده، و درجه قطبش آن $\sqrt{5/3}$ است.

مجموعه پارامترهای استوکس برای يك موج مشخص را می‌توان به صورت يك بردار منظور کرد، موردی که نحوه جمع کردن چنین بردارهای (ناهمدوس) را قبلاً دیده‌ایم. در حقیقت، این بردار از نوع بردار سه بعدی معمولی نیست، ولی اینگونه نمایش به خاطر مزیت فراوانی که در فیزيك دارد در سطح وسیعی به کار می‌رود. به طور دقیقتر، پارامترهای $(\delta_0, \delta_1, \delta_2, \delta_3)$ به صورتی که يك بردار استوفا نامیده می‌شود آرایش می‌یابد

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} \quad (49.8)$$

۲۰۱۲.۸ بردارهای جونز

نمایش دیگری از نور قطبیده که نمایش پارامترهای استوکس را تکمیل می‌کند در سال ۱۹۴۱/۱۳۲۰ توسط کلارک جونز^۲ فیزیکدان آمریکایی ابداع شد. شیوه‌ای که او ارائه کرد، این امتیاز را دارد که در مورد باریکه‌های همدوس کار بردپذیر بوده و در عین حال بی نهایت مختصر است. ولی برخلاف صورتبندی قبلی، این روش را می‌توان فقط در مورد امواج قطبیده به کار برد. در آن حالت، به نظر می‌رسد که طبیعت‌ترین راه برای نمایش این باریکه آن است که بر حسب خود بردار الکتریکی باشد. بردار جونز به صورت ستونی چنین نوشته می‌شود

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{bmatrix} \quad (50.8)$$

۱. تفصیل شرایط برای مجموعه‌ای از اشیاء فضایی برداری تشکیل می‌دهند و خود در چنین فضایی بردار باشند، مثلاً در مقاله زیر مورد بحث قرار گرفته است: Davis, *Introduction to Vector Analysis*.

آشکار است که تشکیل مزدوج مختلط اعداد حقیقی تغییری در آنها نمی‌دهد. هر حالت قطبش يك حالت متعامد متناظر خواهد داشت. توجه کنید که

$$\mathbf{E}_x \cdot \mathbf{E}_x^* = \mathbf{E}_y \cdot \mathbf{E}_y^* = 1$$

و

$$\mathbf{E}_x \cdot \mathbf{E}_y^* = \mathbf{E}_y \cdot \mathbf{E}_x^* = 0$$

اینگونه بردارها يك دستگاه است هنجار تشکیل می‌دهند، همانطوری که \mathbf{E}_h و \mathbf{E}_v نیز چنین می‌کنند، و به‌طوری که دیده‌ایم، هر حالت قطبش را می‌توان به کمک ترکیبی خطی از بردارهای هریک از این دو دستگاه راست‌هنجار توصیف کرد. همین ایده‌ها، در مکانیک کوانتومی، که در آنجا به توابع موج راست‌هنجار پرداخته شود، از اهمیت قابل ملاحظه‌ای برخوردار است.

۳.۱۲.۸ ماتریسهای جونز و مولر

فرض کنیم يك باریکهٔ فرودی قطبیده داریم که با بردار جونز خود، \mathbf{E}_i ، نمایش داده شده است. \mathbf{E}_i از داخل يك عنصر نوری عبور کرده و به‌صورت يك بردار جدید \mathbf{E}_f متناظر با موج تراگسیلیده خارج می‌شود. این عنصر نوری \mathbf{E}_i را به \mathbf{E}_f تبدیل کرده است، این فرایند را می‌توان به‌طریق ریاضی و با استفاده از يك ماتریس 2×2 توصیف کرد. یادآوری می‌کنیم که ماتریس، دقیقاً آرایه‌ای از اعداد است که عملیات جمع و ضرب در مورد آنها تجویز شده است. فرض کنیم \mathcal{A} نمایانگر ماتریس تبدیل عنصر نوری مورد بحث باشد. در این صورت

$$\mathbf{E}_f = \mathcal{A} \mathbf{E}_i \quad (59.8)$$

که در آن

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (60.8)$$

و بردارهای ستونی مانند هر ماتریس دیگر باید مورد بررسی قرار گیرند. به‌عنوان یادآوری معادلهٔ (59.8) را چنین می‌نویسیم

$$\begin{bmatrix} E_{fx} \\ E_{fy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix} \quad (61.8)$$

که پس از بسط داریم

$$E_{fx} = a_{11}E_{ix} + a_{12}E_{iy}$$

$$E_{fy} = a_{21}E_{ix} + a_{22}E_{iy}$$

درمورد نور دایره‌ای راست $E_{ox} = E_{oy}$ ، و مؤلفهٔ y از مؤلفهٔ x به‌اندازهٔ 90° پیش است. چون شکل $(kz - \omega t)$ را به‌کار می‌بریم باید $-\pi/2$ را به φ_y اضافه کنیم، از اینرو

$$\mathbf{E}_x = \begin{bmatrix} E_{ox} e^{i\varphi_x} \\ E_{ox} e^{i(\varphi_x - \pi/2)} \end{bmatrix}$$

از تقسیم هر دو مؤلفه بر $E_{ox} e^{i\varphi_x}$ داریم

$$\begin{bmatrix} 1 \\ e^{-i\pi/2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

بنابراین بردار بهنجارشدهٔ جونز چنین است^۱

$$\mathbf{E}_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \quad \text{و همچنین} \quad \mathbf{E}_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (57.8)$$

مجموع $\mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y$ برابر است با

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1+1 \\ -i+i \end{bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

این يك حالت افقی φ است که دامنهٔ آن دو برابر دامنهٔ هریک از مؤلفه‌هاست؛ این نتیجه با محاسبهٔ قبلی ما، از معادلهٔ (۱۰.۸)، تطبیق می‌کند. بردار جونز برای نور بیضی‌وار را می‌توان با همان روشی که برای رسیدن به \mathbf{E}_x و \mathbf{E}_y به‌کار رفت، به‌دست آورد، و در این مورد E_{ox} می‌تواند با E_{oy} مساوی نباشد و ضرورتی ندارد که اختلاف فاز 90° باشد. در اساس، برای حالت‌های عمودی و افقی φ ، ما فقط باید شکل دایره‌ای را با ضرب کردن یکی از دو مؤلفه در يك کمیت نرده‌ای بکشیم تا به‌صورت بیضی درآید، به‌این ترتیب

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix} \quad (58.8)$$

يك شکل ممکن از نور بیضی‌وار، راست‌گرد، و افقی را توصیف می‌کند.

دو بردار \mathbf{A} و \mathbf{B} را متعامد گویند وقتی که $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$ ، همچنین دو بردار مختلط را متعامد گویند وقتی که $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^* = 0$. حالت‌های قطبش را وقتی متعامد می‌نامند که بردارهای جونز آنها متعامد باشند، مثلاً^۲

$$\mathbf{E}_x \cdot \mathbf{E}_y^* = \frac{1}{\sqrt{2}} [(1)(1)^* + (-i)(i)^*] = 0$$

یا

$$\mathbf{E}_h \cdot \mathbf{E}_v^* = [(1)(0)^* + (0)(1)^*] = 0$$

۱. اگر $(\omega t - kz)$ را برای فاز به‌کار می‌بریم، جملات در \mathbf{E}_x تعویض می‌شدند، نمادگذاری حاضر، گرچه احتمالاً حفظ مستقیم آن کمی مشکل‌تر است (مثلاً حفظ $-\pi/2$ برای يك تقدم فاز)، درکارهای جدید غالباً مورد استفاده قرار می‌گیرد. هنگام مراجعه به‌مراجع (مثلاً شور کلیف) از این موضوع آگاه باشید.

مؤسسه تکنولوژی ماساچوست (M.I.T) بود، روشی ماتریسی برای پرداختن به بردارهای استوکس ابداع کرد. یادآوری می‌شود که بردارهای استوکس این خاصیت را دارند که هم در مورد نور قطبیده و هم در مورد نور قطبیده پاره‌ای به کار می‌روند. روش مولر نیز از این کیفیت سهمی دارد و بنابراین برای تکمیل روش جونز به کار می‌رود. ولی روش اخیر به آسانی می‌تواند در مورد امواج همدوس به کار رود، در حالی که روش اول نمی‌تواند. ماتریسهای 4×4 مولر بیشتر به همان روشی به کار برده می‌شوند که ماتریسهای جونز. بنابراین نیازی اندک برای بحث مفصل این روش وجود دارد و افزودن چند مثال به جدول ۶.۸ کافی خواهد بود. پس فرض کنید که يك موج ناقطبیده با تابیدگی واحد را از داخل يك قطبشگر خطی افقی عبور می‌دهیم، بردار استوکس موج خروجی S_i چنین است

$$S_i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

تابیدگی موج تراکسیلیده $1/2$ بوده ($S_0 = 1/2$) و قطبیده خطی افقی است ($S_1 > 0$)، به عنوان آخرین مثال، فرض کنیم که يك موج بیضی وار داریم که قطبیده پاره‌ای است و پارامترهای استوکس آن چنین مشخص شده‌اند: ($3, 2, 0, 4$). تابیدگی آن ۴ است؛ این موج بیشتر افقی است تا عمودی ($S_1 > 0$)؛ راستگرد است ($S_3 > 0$)، و درجه قطبش آن ۹۰ درصد است. چون هیچکدام از پارامترها نمی‌توانند بزرگتر از S_0 باشند، $S_3 = 3$ مقدار نسبتاً بزرگی است و نشانگر این مطلب است که بیضی شبیه به يك دایره است. حال اگر موج را وادار کنیم که از يك تیغه يك چهارم موج با محور سریع عبور کند در این صورت

$$S_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

و بنابراین

$$S_i = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

جدول ۶.۸ سیاهه مختصری از ماتریسهای جونز را برای عناصر نوری مختلف در بردارد. برای ارزیابی کار برد اینها، چند مورد را بررسی می‌کنیم. فرض کنیم E_i نماینده يك حالت Q در $45^\circ +$ باشد که از داخل يك تیغه يك چهارم موج که محور سریع آن قائم (یعنی در امتداد y) است، عبور می‌کند. حالت قطبش موج خروجی به صورت زیر به دست می‌آید که در آن به منظور سهولت، ضرایب دامنه ثابت را حذف می‌کنیم

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix}$$

و از آنجا

$$E_i = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

باریکه نور، چنان که می‌دانید، دایره‌ای راست است. اگر موج از میان يك رشته عنصر نوری بگذرد که به کمک ماتریسهای A_1, A_2, \dots, A_n نمایش داده شده‌اند، پس

$$E_i = A_n \dots A_2 A_1 E_i$$

ماتریسها جا به جانی می‌شوند؛ آنها را باید در مرتبه ویژه خود به کار برد. موجی که اولین عنصر نوری را در رشته‌ها ترك می‌کند $A_1 E_i$ است؛ پس از عبور از عنصر دوم به $A_2 A_1 E_i$ تبدیل می‌شود و الی آخر. برای توضیح این فرایند، برگردیم به موجی که در بالا در نظر گرفتیم، یعنی يك حالت Q در $45^\circ +$ ، ولی حالا موج مذکور از میان دو تیغه يك چهارم موج که محور سریع هر دو آنها قائم است، عبور کرده است. از اینرو، با حذف مجدد ضرایب دامنه

$$E_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

که از آنجا

$$E_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

سرانجام

$$E_i = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

بر تو تراکسیلیده يك حالت Q در $45^\circ -$ است، که اساساً به اندازه 90° و توسط يك تیغه نیم موج چرخیده است. وقتی که بخواهیم همین رشته عناصر نوری را برای بررسی حالت‌های مختلف به کار گیریم، جایگزینی حاصل ضرب $A_n \dots A_2 A_1$ با دستگاه ماتریس ساده 2×2 که از انجام دادن عمل ضرب به دست می‌آید، بسیار مطلوب خواهد بود (ترتیب انجام محاسبه ابتدا $A_2 A_1$ سپس $A_3 A_2 A_1$ و الی آخر است).

در سال ۱۹۴۳/۱۳۲۱، هانس مولر، که استاد فیزیک در

جدول ۶.۸ ماتریسهای جونز و مولر.

عناصر نوری خطی	ماتریس جونز	ماتریس مولر
قطبشگر خطی افقی \leftrightarrow	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
قطبشگر خطی قائم \updownarrow	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
قطبشگر خطی در $45^\circ +$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
قطبشگر خطی در $45^\circ -$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
تیمغه يك چهارم موج محور سریع قائم	$e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
تیمغه يك چهارم موج محور سریع افقی	$e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
قطبشگر راست دایره‌ای همگن	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
قطبشگر چپ دایره‌ای همگن	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

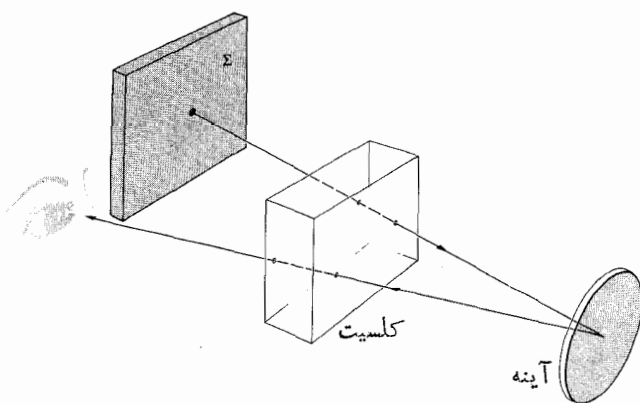
یعنی $I_2 = 0$. اکنون يك قطبشگر خطی کامل (HN-۵۰) که محور تراگیل آن با قائم زاویه 45° می سازد بین دو عنصر قرار می دهیم. I_2 را محاسبه کنید. درباره حرکت الکترونیایی که در هر قطبشگر تابش می کنند فکر کنید.

۷۰۸ فرض کنید که يك قطبشگر ایده آل با آهنگ ω بین يك زوج مشابه از قطبشگرهای متقاطع ساکن می چرخد. نشان دهید که چگالی شار خروجی در چهار برابر بسامد چرخشی مدوله خواهد شد. به سخن دیگر، نشان دهید

$$I = \frac{I_0}{8} (1 - \cos 4\omega t)$$

که در آن I_0 چگالی شار خروجی از قطبشگر اول و I چگالی شار نهایی است.

۸۰۸ شکل ۶۷۰۸ پرتوی را نشان می دهد که از يك بلور کلسیت، تقریباً با فرود عمودی عبور می کند، از يك آینه بازتاب پیدا کرده و مجدداً از داخل بلور می گذرد و به چشم ناظر می رسد. آیا ناظر يك تصویر دو گانه از لکه روی Σ خواهد دید؟



شکل ۶۷۰۸

* ۹۰۸ اثر نوك مدادی را در روی ورقه ای كاغذ، با يك بلور کلسیت پوشانده اند. دستگاه از بالا روشن می شود، آیا نوری که روی كاغذ می تابد قبل از رسیدن به آن در اثر عبور از بلور قطبیده نشده است؟ پس چرا دو تصویر می بینیم؟ جواب خود را با قطبی کردن نور خارج شده از يك نور درخشی و سپس با تابانیدن آن از روی يك ورقه كاغذ بیازمایید. سعی کنید بازتاب آینه ای از شیشه انجام گیرد، آیا نور بازتابیده قطبیده است؟

۱۰۰۸ درباره جزئیات آنچه که در شکل ۶۸۰۸ می بینید بحث

موج خروجی دارای همان تابیدگی و درجه قطبش است اما اکنون قطبیده خطی پاره ای است. ما فقط به جزئی از مهمترین جنبه روشهای ماتریسی پرداختیم. بسط کامل این موضوع بسیار فراتر از این ملاحظات مقدماتی است.^۱

مسائل

۱۰۸ حالت قطبش هر کدام از موجهای زیر را به طور کامل توصیف کنید.

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}} E_0 \cos(kz - \omega t) - \hat{\mathbf{j}} E_0 \cos(kz - \omega t) \quad (\text{الف})$$

(ب)

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}} E_0 \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \nu t \right) - \hat{\mathbf{j}} E_0 \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \nu t \right) \quad (\text{ج})$$

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}} E_0 \sin(\omega t - kz) + \hat{\mathbf{j}} E_0 \sin\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{د})$$

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}} E_0 \cos(\omega t - kz) + \hat{\mathbf{j}} E_0 \cos\left(\omega t - kz + \frac{\pi}{4}\right)$$

۲۰۸ آشفته گی را که با عبارت

$$\mathbf{E}(z, t) = \left[\hat{\mathbf{i}} \cos \omega t + \hat{\mathbf{j}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \right] E_0 \sin kz$$

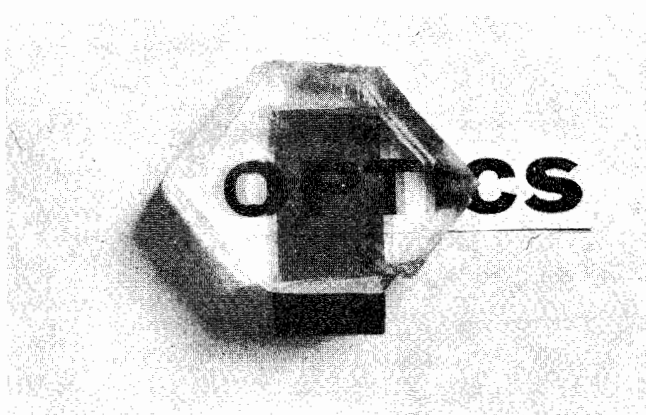
بیان می شود در نظر بگیرید. چه نوع موجی است؟ طرحی تقریبی رسم کنید که جنبه های عمده آن را نشان دهد.

۳۰۸ به طور تحلیلی، نشان دهید که از برهنه یك حالت \mathcal{R} و يك حالت \mathcal{L} که دارای دامنه های متفاوتی اند، يك حالت \mathcal{C} ، چنان که در شکل ۸۰۸ نشان داده شده است، به دست می آید. \mathcal{C} باید چقدر باشد تا نسخه دوم آن شکل عیناً بازسازی شود؟

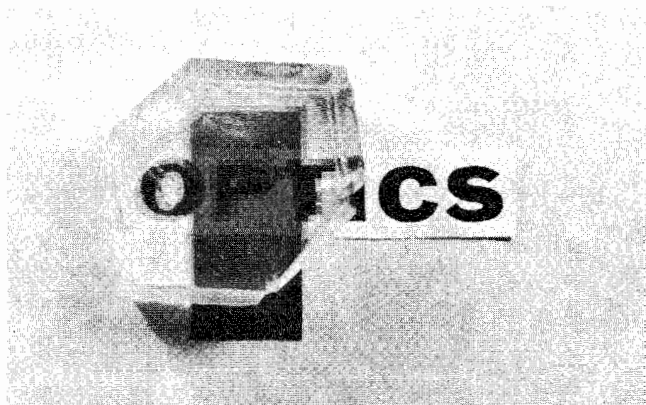
۴۰۸ اگر نوری که از ابتدا طبیعی بوده و چگالی شار آن، I_0 ، از میان دو ورقه HN-۳۲ که محورها ی تراگیل آنها موازی است عبور کند، چگالی شار باریکه خروجی چقدر خواهد بود؟ اگر تجزیه کننده مسئله قبلی به اندازه 30° بچرخد، تابیدگی باریکه خروجی چقدر خواهد بود؟

* ۶۰۸ فرض کنید که يك جفت قطبشگر متقاطع با محورها ی تراگیل عمودی و افقی داریم. چگالی شار باریکه ای که از قطبشگر اول خارج می شود I_0 است و البته از تجزیه کننده نوری عبور نمی کند،

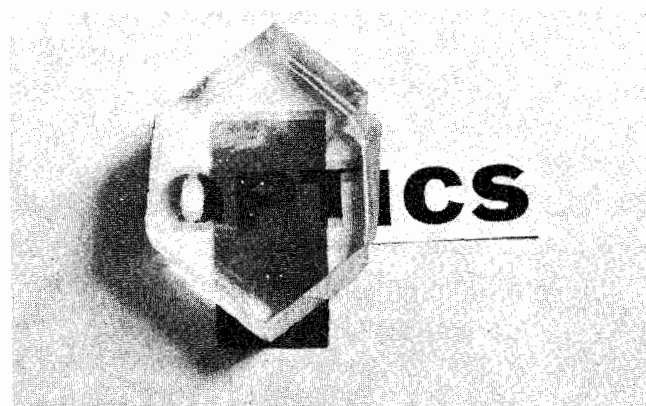
۱. می توان بسط استادانه تر، و از نظر ریاضی رضایت بخشتری را بر حسب چیزی که ماتریس همدوس نامیده می شود، ارائه داد. برای مطالعه بیشتر رکه O' Neill, Introduction to Statistical Optics.



(الف)



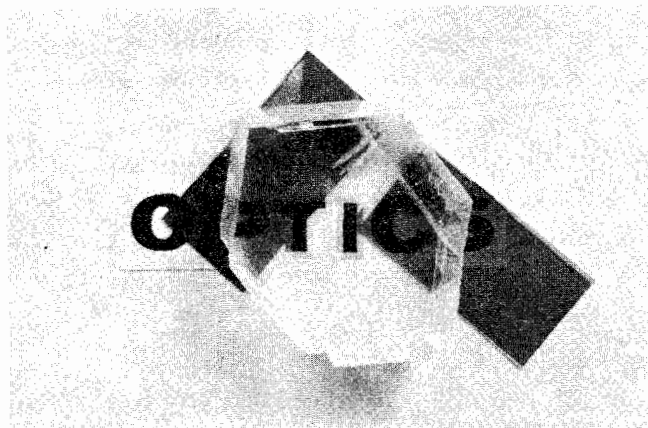
(ب)



(ج)

شکل ۶۸.۸

۱۶۰۸ يك باریکه نور، چنان که در شکل ۷۰.۸ نشان داده شده است، از سمت چپ وارد يك منشور کلسیت می شود. سه سمگیری ممکن برای محور نوری وجود دارد که از توجه ویژه ای برخوردارند. و این سمگیریها با امتدادهای x ، y ، و z متناظرند. اکنون فرض کنید که تعداد این منشورها سه باشد. در هر حالت مسیر



شکل ۶۸.۸

کنید. بلور در عکسبرداری کلسیت، دارای يك گوشه کند در سمت چپ فوقانی است. محورهای تراکسیل دو پولاروید موازی لبه های کوفاه آنهاست.

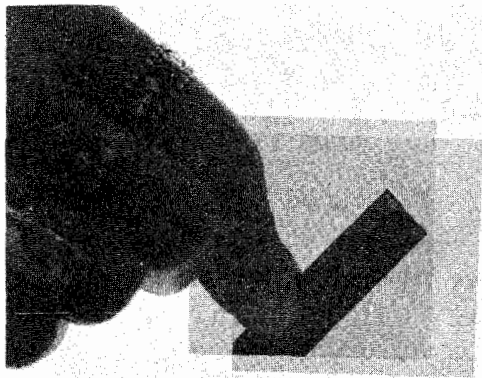
۱۱۰۸ بلور کلسیت در شکل ۶۹.۸ در سه سمگیری مختلف نشان داده شده است. گوشه پخت آن در (الف) سمت چپ، در (ب) چپ پایین تر، و در (ج) در ته قرار دارد. محور تراکسیل پولاروید افقی است. هر کدام از عکسها به ویژه عکس ب را توضیح دهید. * ۱۲۰۸ فرض کنید که يك فرستنده میکرو موج داریم که يك موج قطبیده خطی را می تاباند و میدان E ی آن موازی امتداد دوقطبی، شناخته شده است. می خواهیم کل باریکه را از روی سطح يك حوض آب با ضریب شکست ۹ بازتابانیم. سمگیری لازم این باریکه و زاویه تابش آن را پیدا کنید.

۱۳۰۸ در بحث مربوط به کلسیت اشاره کردیم که دو شکستی زیاد آن ناشی از این حقیقت است که گروههای کربنات در صفحات موازی قرار می گیرند (عمود بر محور نوری). در يك طرح تقریبی نشان و توضیح دهید که چرا وقتی که E بر صفحه CO_3 عمود است قطبش گروه کمتر از موقعی است که E با آن موازی است. این پدیده نسبت به V_{\perp} و V_{\parallel} ، یعنی سرعت های موج، وقتی که E قطبیده خطی عمود بر یا موازی با محور نوری است، چه مفهومی دارد؟

۱۴۰۸ يك پرتو نور زرد روی يك تیغه کلسیت تحت زاویه 50° فرود می آید. این تیغه چنان بریده شده است که محور نوریش موازی وجه پیشین و عمود بر صفحه فرود است. فاصله زاویه ای بین دو پرتو خروجی را پیدا کنید.

* ۱۵۰۸ يك باریکه نور به طور عمودی روی يك تیغه کوارتز که محور نوری آن عمود بر این باریکه است، فرود می آید. بدای طول موجهای امواج عادی و غیرعادی را $\lambda_0 = 589.3 \text{ nm}$ محاسبه کنید. بسامدهای آنها چقدر است؟

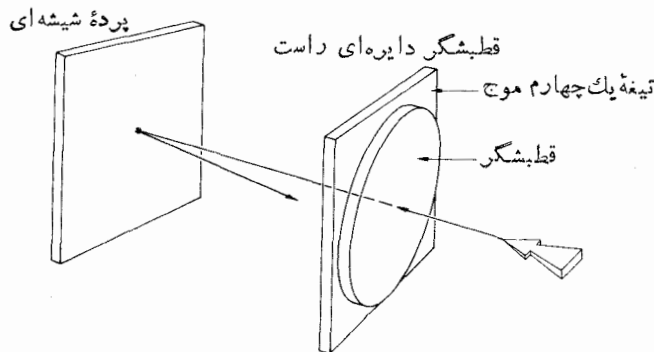
۲۲۰۸ شکل دو قطبشگر خطی پولاروید و بین آنها يك اسلاید میکروسکوپی را نشان می‌دهد که به آن يك تکه نوار سلوفان وصل شده است. آنچه را که می‌بینید شرح دهید.



شکل ۲۲۰۸

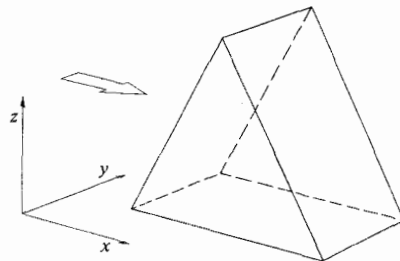
۲۳۰۸ يك جبران کننده با باینیت با زاویه 45° بین قطبشگرهای خطی متقاطع قرار گرفته و بانور سدیم روشن می‌شود. وقتی که يك ورقه نازک میکا (ضرایب شکست ۱۵۹۹ و ۱۵۹۴) روی جبران کننده قرار گیرد، کلیه نوارهای سیاه به اندازه $1/4$ فاصله آنها تغییر مکان می‌دهند. توان پس افتادگی این ورقه وضاحت آن را محاسبه کنید.

۲۴۰۸ فرض کنید که نور ناقطبیته اتاق تقریباً به‌طور عمودی روی سطح شیشه‌ای يك صفحه رادار فرود می‌آید. بخشی از آن به‌طور آینده‌ای به‌سوی ناظر بازتاب پیدا خواهد کرد و بنابراین باعث تاریک شدن صحنه می‌شود. حال فرض کنید که صفحه را با يك قطبشگر دایره‌ای راست، مانند شکل ۲۳۰۸، بپوشانیم. باریکه فرودی و بازتابیده را رسم کرده و حالت قطبش آنها را مشخص کنید؛ برای باریکه بازتابیده چه اتفاقی می‌افتد؟



شکل ۲۳۰۸

تقریبی باریکه‌های ورودی و خروجی را رسم کنید که حالت قطبش آنها را نشان دهد. چگونه می‌توان هر کدام از این منشورها را برای تعیین n_o و n_e به کار برد؟

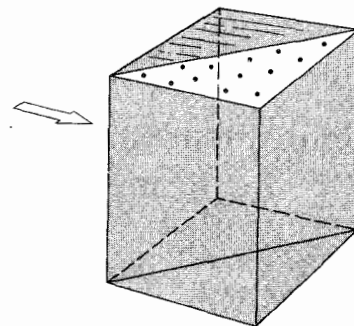


شکل ۷۰۰۸

۱۷۰۸ بردار میدان الکتریکی يك حالت فرودی \mathcal{P} بامحور سریع افقی يك تیغه يك چهارم موج زاویه $30^\circ +$ می‌سازد. حالت قطبش موج خروجی را با ذکر جزئیات شرح دهید.

۱۸۰۸ زاویه بحرانی پرتو عادی، یعنی زاویه مربوط به بازتاب کلی درونی را در لایه کلسیت-چسب منشور نیکول-محاسبه کنید. ۱۹۰۸ يك منشور ولاستون از کوارتز را رسم کنید که کلیه پرتوهای مربوطه و حالت‌های قطبش آنها را نشان دهد.

۲۰۰۸ منشوری که در شکل ۲۱۰۸ نشان داده شده است قطبشگر دوکون نامیده می‌شود. کلیه پرتوهای مربوطه را رسم کنید با فرض اینکه (الف) از کلسیت ساخته شده است، (ب) از کوارتز ساخته شده است. (ج) چرا وقتی که چنین دستگاهی بانور لیزر به چگالی شار زیاد کار می‌کند می‌تواند مفیدتر از قطبشگر دی کروئیک باشد؟ (د) چه جنبه با ارزشی از روکون در قطبشگر ولاستون حضور ندارد؟



شکل ۲۱۰۸

۲۱۰۸ يك حالت \mathcal{P} از يك تیغه يك هشتم موج که دارای يك محور سریع افقی است عبور می‌کند. حالت قطبش آن به هنگام خروج چگونه است؟

نیم موج بامحور سریع افقی، صحت این مطلب را تحقیق کنید.

۳۲۰۸ يك ماتريس مولر ممكن برای قطبشگر دایره‌ای كه از يك قطبشگر خطی و يك تیغه يك چهارم موج تشكيل شده است، بسازید. چنین دستگاهی آشكارا يك قطار دو عنصری ناهمگن است و با قطبشگر دایره‌ای همگن جدول ۶.۸ تفاوت می‌کند. ماتريس خود را از این جهت كه نور طبیعی را به يك حالت R تبدیل می‌کند بیازمایید. نشان دهید كه ماتريس مانند ماتريس همگن، حالت‌های R را عبور خواهد داد. ماتريس شما باید حالت‌های R فرودی را درست ورودی به حالت‌های R تبدیل کند، در حالی كه قطبشگر همگن آنها را به تمامی جذب خواهد كرد. این مطلب را تحقیق کنید.

۳۳۰۸* هرگاه مدوله ساز اتاقك پوكلز كه در شكل ۶.۸ نشان داده شده است با نوری به شدت I_i روشن شود باریكه‌ای به تابیدگی I_r ترا خواهد گسیلید به طوری كه

$$I_r = I_i \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

منحنی تغییرات I_r/I_i را بر حسب ولتاژ اعمال شده رسم کنید. مفهوم ولتاژی كه با تراگسیل بیشینه متناظر است، چیست؟ كمترین ولتاژ بالای صفر كه باعث خواهد شد تا I_r برای ADP ($\lambda_0 = 546.1 \text{ nm}$) صفر شود، چقدر است؟ اجزای را چگونه باید باز آرای کرد تا يك مقدار بیشینه برای I_r/I_i در ولتاژ صفر به دست آید؟ در این آرایش جدید، به ازای $V = V_{\lambda}/2$ چه تابیدگی حاصل می‌شود؟

۳۴۰۸ يك ماتريس جونز برای يك تیغه همسانگرد از ماده‌ای در آشام بسازید كه ضریب تراگسیل دامنه آن δ باشد. ممكن است گاهی نگهداشتن اثر فاز مطلوب باشد، زیرا حتی به ازای $\delta = \pi$ ، چنین تیغه‌ای هنوز هم يك بازدارنده فاز همسانگرد است. ماتريس جونز برای ناحیه‌ای از خلا چیست؟ برای يك در آشام كامل چیست؟

۳۵۰۸ يك ماتريس مولر برای يك تیغه همسانگرد از ماده در آشام بسازید كه ضریب تراگسیل دامنه آن δ باشد. چه ماتريس مولری است كه هر موج را بدون تأثیر نهادن بر تابیدگی آن كاملاً غیر قطبی می‌کند (این ماتريس لنكه فیزیکی ندارد).

۳۶۰۸ با به خاطر داشتن معادله (۲۹.۸)، عبارتی برای مؤلفه چگالی شار ناقطبیده (I_u) از يك باریكه قطبیده پاره‌ای بر حسب پارامترهای استوكس بنویسید. برای آزمودن نتیجه به دست آمده، يك بردار استوكس ناقطبیده با چگالی شار Φ را با يك حالت R با چگالی شار يك جمع کنید. آنگاه ببینید آیا $I_u = \Phi$ برای موج بر ایند به دست می‌آید؟

۳۵۰۸ آیا ممكن است كه يك باریكه از دو حالت ناهم‌دوس متعامد \mathcal{P} تشكيل یافته باشد و نور طبیعی نباشد؟ توضیح دهید. چگونه می‌توانید به چنین پرتوی دست یابید؟

۳۶۰۸* توان گردان ویژه برای ساكاروز محلول در آب در دمای 20°C ($\lambda_0 = 589.3 \text{ nm}$)، عبارت است از $+6.6^\circ$ در ۱۰ سانتیمتر كه از مسیری در محلول حاوی يك گرم ماده فعال (شكر) در هر سانتیمتر مكعب از آن محلول عبور كرده باشد. يك حالت عمودی \mathcal{P} (نور سدیم) از انتهای يك لوله يك متری حاوی 1000 cm^3 محلول كه 10 g آن ساكاروز است وارد لوله می‌شود، سمتگیری حالت \mathcal{P} هنگام خروج چه خواهد بود؟

۳۷۰۸ در بررسی يك قطعه ماده فوتوالاستيك تحت فشار كه بین قطبشگرهای خطی متقاطع قرار دارد، می‌توان يك رشته از نوارهای رنگین (تكفامها) و يك رشته نوارهای تاریك (تك شبیهها) را كه روی رشته اول نهاده شده‌اند، مشاهده كرد. چگونه می‌توانیم تك شبیهها را حذف كنیم تا فقط تكفامها بمانند؟ راه حل خود را توضیح دهید. ضمناً، این آرایش ویژه مستقل از سمتگیری نمونه فوتوالاستيك است.

۳۸۰۸* يك اتاقك كرا در نظر بگیرید كه صفحات آن به فاصله d از هم قرار گرفته‌اند. طول مؤثر این صفحات را l فرض کنید (به علت حاشیه‌دار بودن میدان، كمی با طول واقعی تفاوت دارند). نشان دهید كه

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi K l V^2}{d^2} \quad [41.8]$$

۳۹۰۸ ولتاژ نیم موج را برای يك اتاقك عرضی پوكلز كه از ADA (آمونوم دی‌هیدروژن آرسنات) ساخته شده است، در $\lambda_0 \approx 550 \text{ nm}$ حساب کنید در حالی كه $r_{63} = 5.05 \times 10^{-12}$ و $n_0 = 1.58$.

۳۰۰۸ يك بردار جونز E_r بیابید كه يك حالت قطبش متعامد با

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2i \end{bmatrix}$$

را نشان دهد. طرح هر دو بردار را رسم کنید.

۳۱۰۸ با استفاده از جدول ۶.۸ يك ماتريس مولر برای تیغه‌ای نیم موج با يك محور سریع قائم به دست آورید. از نتیجه به دست آمده برای تبدیل يك حالت R به يك حالت \mathcal{L} استفاده کنید. تحقیق کنید كه همین تیغه موج يك حالت \mathcal{L} را به يك حالت R تبدیل خواهد كرد. تقدم یا تأخیر فاز نسبی به اندازه $\pi/2$ می‌تواند همان اثر را داشته باشد. بسا به دست آوردن ماتريس مربوط به تیغه

تداخل

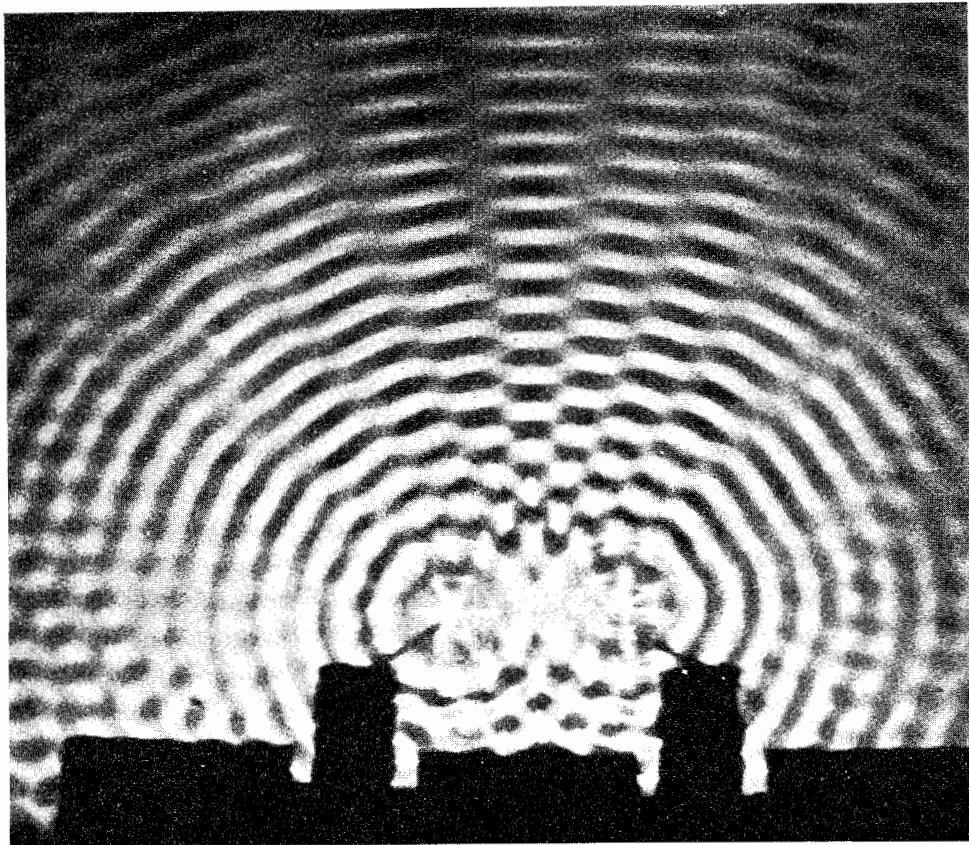
نقشهای رنگی پیچیده‌ای که از روی يك لکه چربی روغن در روی آسفالت خیس خیابان دیده می‌شوند، نتیجه یکی از جلوه‌های بسیار متداول پدیده تداخل اند.^۱ در مقیاس ماکروسکوپی، و در يك استخر آب، می‌توان مسئله را به برهم کنش چینهای سطح آب مربوط دانست. تجربه هر روزمان در برخورد با چنین وضعیتی، ایجاب می‌کند به توزیع پیچیده آشفته‌گیها (چنان که در شکل ۱.۹ نشان داده شده است) بیندیشیم. ممکن است ناحیه‌هایی پیدا شوند که در آنجا دو (یا چند) موج رویهم افتاده باشند و به‌طور جزئی یا حتی به‌طور کامل یکدیگر را حذف کنند. ضمناً ممکن است نواحی دیگری وجود داشته باشند که در آنجا برآمده‌گیها و فرورفتگیهای پدیدآمده حتی خیلی مشخصتر از خود امواج ترکیب شده باشند. بعد از آنکه برهم‌نهی انجام شده، تک‌موجها بدون توجه به برخورد پیشین خود، کاملاً از هم جدا می‌شوند و به حرکت خود ادامه می‌دهند.

البته، تفسیر پدیده‌های ناشی از تداخل نوری، بر حسب يك مدل صرفاً تمیزه‌ای، کاملاً مشکل خواهد بود. با وجود این، نظریه موجی ماهیت الکترومغناطیسی نور، شالوده‌ای طبیعی را برای پرداختن به این مطلب فراهم می‌آورد. یادآوری می‌کنیم عبارتی که آشفته‌گی نوری را توصیف می‌کند يك معادله دیفرانسیل پاره‌ای

خطی همگن از مرتبه دوم است [معادله (۲۲.۳)]. بنابراین، همان‌طور که دیده‌ایم، این معادله از اصل مهم برهم‌نهی پیروی می‌کند. از اینرو، شدت میدان الکتریکی برابری E ، در نقطه‌ای از فضا که دو یا چند موج نوری روی هم می‌افتند، با مجموع برداری هر يك از آشفته‌گیهای سازای منفرد برابر است. پس به‌طور خلاصه، تداخل نوری را می‌توان برهم‌کنش دو یا چند موج نوری دانست که تابیدگی برابری آنها از مجموع تابیدگیهای مؤلفه بیشتر یا کمتر می‌شود.

از میان تعداد زیادی دستگاههای نوری که تداخل تولید می‌کنند، معدودی از مهمترین آنها را جهت بررسی بر می‌گزینیم. به‌منظور انجام این بحث، ابزارهای تداخل سنجی را به دو گروه شکافنده جبهه‌موج و شکافنده دانه دسته‌بندی خواهیم کرد. در گروه اول، بخشهایی از جبهه موج اولیه، یا مستقیماً همچون چشمه‌های گسیلنده امواج ثانویه، یا، در ارتباط با ابزارهای نوری، برای تولید چشمه‌های مجازی امواج ثانویه به کار می‌روند. سپس این امواج ثانویه به هم رسانده می‌شوند، در نتیجه باهم تداخل می‌کنند. در حالت اخیر شکافتنی دامنه، خود موج اولیه به دو بخش تقسیم می‌شود که پیش از ترکیب مجدد و تداخل، مسیرهای متفاوتی را می‌پیمایند.

۱. لایه آب روی آسفالت این امکان را برای ورقه روغن فراهم می‌آورد که شکل يك سطح هموار را به خود بگیرد. آسفالت سیاه نور تراگسیلیده را جذب می‌کند که در این حال از بازتابش به عقب که گرایش آن تیره کردن فریزهاست، جلوگیری می‌کند.



شکل ۱۰۹ امواج آب ناشی از دو چشمه نقطه‌ای در يك طرف موج‌دار.

۱۰۹ ملاحظات کلی

قبلاً (بخش ۱۰۷) مسئله برهم‌نهی دو موج نرده‌ای را بررسی کرده‌ایم و آن نتایج در موارد متعددی بازهم کاربرد پذیرند. اما نور، البته، يك پدیده برداری است؛ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، میدانهای برداری‌اند. و ارزیابی این واقعیت در جهت هر گونه ادراك شهودی نورشناخت، نکته‌ای اساسی است. نیازی به گفتن نیست، که وضعیتهای زیادی وجود دارند که در آنها دستگاه نوری ویژه‌ای چنان پیکربندی می‌شود که ماهیت برداری نور، از اهمیت کاربردی اندکی برخوردار است. بنا بر این، معادلات اساسی تداخل را در زمینه مدل‌سازی آن به دست خواهیم آورد، و سپس شرایطی را که تحت آنها شیوه نرده‌ای کاربردی است، توصیف خواهیم کرد.

بنابراین برهم‌نهی، شدت میدان الکتریکی، E ، در نقطه‌ای از فضا، که از میدانهای مجزای E_1 ، E_2 ، و ... از چشمه‌های گوناگون ناشی شده است از رابطه زیر به دست می‌آید

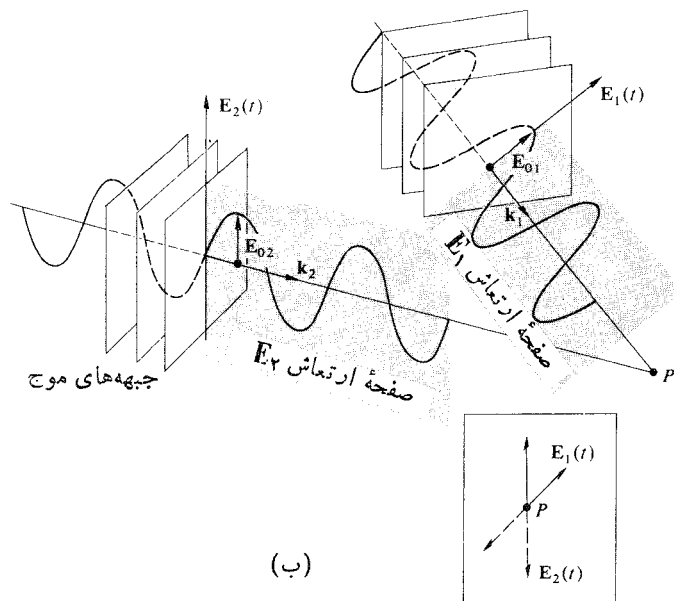
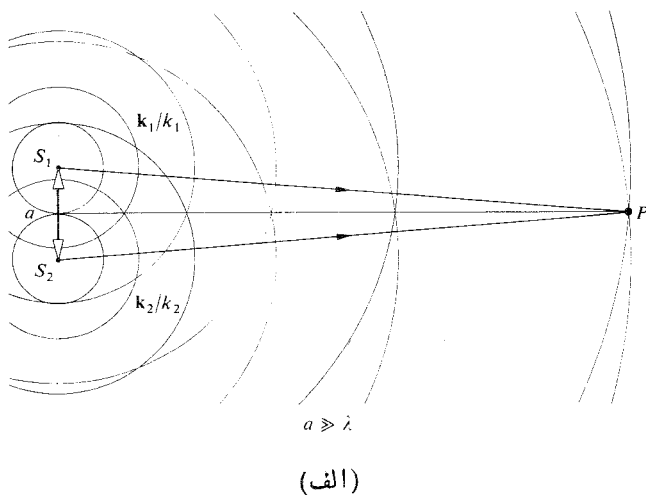
$$E = E_1 + E_2 + \dots$$

يك بار دیگر خاطرنشان می‌کنیم که آشفته‌گی نوری، با میدان نوری E ، با آهنگ بسیار سریع، تقریباً از 4.3×10^{14} تا 7.5×10^{14} Hz نسبت به زمان تغییر کرده و می‌سدان واقعی را به کمیتی که آشکارسازی آن غیر عملی است تبدیل می‌کند. از طرف دیگر، تابیدگی I را می‌توان مستقیماً با به کار بردن انواع گسترده‌ای از حساسگرها (مثلاً فوتوس، تابش‌سنج، لایه حساس فیلم عکاسی یا چشم) اندازه گرفت. بنابراین اگر خواهیم به‌راستی مسئله تداخل را مطالعه کنیم، بهترین راه نزدیک شدن به موضوع، روش تابیدگی است.

قسمت عمده تحلیلها را می‌توانیم بدون مشخص کردن شکل ویژه‌ای از جبهه‌های موج پی‌گیریم و بنا بر این کار بست پذیری نتایج کاملاً عام‌اند (مسئله ۱۰۹). با وجود این، به خاطر سهولت، دو چشمه نقطه‌ای S_1 و S_2 را که امواج تک‌فام هم‌بسامد گسیل می‌کنند، در يك محیط همگن در نظر می‌گیریم. افزون بر این، فرض می‌کنیم که فاصله آنها، a ، خیلی بیشتر از λ باشد. موضع نقطه مشاهده P را به اندازه کافی دور از چشمه‌ها تعیین کنید به طوری که جبهه موجها در نقطه P تخت باشند (شکل ۲۰۹). اکنون، تنها امواج قطبیده خطی به شکل

$$E_1(\mathbf{r}, t) = E_{01} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \epsilon_1)$$

يك بار دیگر خاطرنشان می‌کنیم که آشفته‌گی نوری، با میدان نوری E ، با آهنگ بسیار سریع، تقریباً از 4.3×10^{14} تا 7.5×10^{14} Hz نسبت به زمان تغییر کرده و می‌سدان واقعی را به کمیتی که آشکارسازی آن غیر عملی است تبدیل می‌کند. از طرف دیگر، تابیدگی I را می‌توان مستقیماً با به کار بردن انواع گسترده‌ای از حساسگرها (مثلاً فوتوس، تابش‌سنج، لایه حساس فیلم عکاسی یا چشم) اندازه گرفت. بنابراین اگر خواهیم به‌راستی مسئله تداخل را مطالعه کنیم، بهترین راه نزدیک شدن به موضوع، روش تابیدگی است.



شکل ۲.۹ برهم‌نهی دو موج حاصل از دو چشمه نقطه‌ای در فضا.

و

$$\mathbf{E}_\gamma(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{0\gamma} \cos(\mathbf{k}_\gamma \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_\gamma)$$

را در نظر خواهیم گرفت. در فصل ۳ دیدیم که تابیدگی در نقطه P با رابطه

$$I = \epsilon v \langle \mathbf{E}^2 \rangle$$

تعیین می‌شود. از آنجا که تنها تابیدگیهای نسبی در یک محیط را در نظر خواهیم گرفت، دست کم فعلاً از مقادیر ثابت چشم‌پوشی کرده و می‌نویسیم

$$I = \langle \mathbf{E}^2 \rangle$$

البته معنی $\langle \mathbf{E}^2 \rangle$ ، میانگین زمانی اندازه مجذور شدت میدان الکتریکی یا $\langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle$ است. بنابراین

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}$$

از آنجا

$$\mathbf{E}^2 = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \cdot (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)$$

و در نتیجه

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2 + 2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2$$

با در نظر گرفتن میانگین زمانی در دو طرف، رابطه تابیدگی چنین است

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} \quad (۱.۹)$$

به شرط آنکه

$$I_1 = \langle \mathbf{E}_1^2 \rangle$$

$$I_2 = \langle \mathbf{E}_2^2 \rangle$$

$$I_{12} = 2\langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle$$

عبارت اخیر جمله تداخل نامیده می‌شود. برای ارزیابی آن در این مورد خاص، عبارت زیر را تشکیل می‌دهیم

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_1)$$

$$\times \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_2)$$

یا به عبارت معادلی برای آن

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1)$$

$$\times \cos \omega t + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin \omega t]$$

$$\times [\cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \cos \omega t$$

$$+ \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \sin \omega t]$$

یادآور می‌شویم که میانگین زمانی تابع $f(t)$ در بازه زمانی T

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t') dt' \quad (۳.۹)$$

است. دوره T در توابع هماهنگ، $2\pi/\omega$ است و برای حالت مورد نظر کنونی $T \gg T$. در این حالت، ضریب $1/T$ در جلوی انتگرال، اثر تعیین کننده‌ای دارد. بعد از ضرب کردن و میانگین گیری، معادله (۲.۹) چنین می‌شود

$$\langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle = \frac{1}{T} \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \varepsilon_2)$$

$\cos \delta = 0$ ، می‌گویند آشفته‌گی‌ها 90° اختلاف فاز دارند و $I = I_1 + I_2$ به‌ازای $0 < \cos \delta < 1$ شرط تداخل ویرانگر را داریم و $I_{\min} < I < I_{\max}$ کمینه تابیدگی هنگامی به‌دست می‌آید که امواج 180° اختلاف فاز داشته باشند، یعنی برآمدگی‌ها بر روی فرو رفتگی‌ها می‌افتند، یا $\cos \delta = -1$ و

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

البته این حالات هنگامی رخ می‌دهد که δ برابر است با $\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$ و آن را تداخل ویرانگر کل می‌نامند. حالتی بسیار ویژه و مهم دیگر هنگامی رخ می‌دهد که دامنه‌های دوجوی که در شکل ۲.۹ به نقطه P می‌رسند، باهم برابر باشند، یعنی $E_1 = E_2$. چون سهم تابیدگی حاصل از دو چشمه باهم برابرند، پس $I_1 = I_2 = I_0$. اکنون معادله (۵.۹) را می‌توان به‌شکل

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (۶.۹)$$

نوشت که از آن نتیجه می‌شود

$$I_{\min} = 0 \quad \text{و} \quad I_{\max} = 4I_0$$

معادله (۵.۹) برای امواج کروی گسیلیده از S_1 و S_2 نیز کاملاً صادق است. این امواج را می‌توان همچون

$$E_1(r_1, t) = E_{01}(r_1) \exp[i(kr_1 - \omega t + \varepsilon_1)]$$

و

$$E_2(r_2, t) = E_{02}(r_2) \exp[i(kr_2 - \omega t + \varepsilon_2)]$$

بیان کرد. جمله‌های r_1 و r_2 شعاعهای جبهه موجهای کروی اند که در نقطه P ، یعنی در فواصل معینی از چشمه‌ها تا P ، بر روی هم می‌افتند. در این حالت

$$\delta = k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

چگالی شار در ناحیه پیرامون S_1 و S_2 با تغییر $(r_1 - r_2)$ از نقطه‌ای به نقطه دیگر مسلماً تغییر خواهد کرد. با این حال، با توجه به اصل پایستگی انرژی، انتظار داریم که میانگین فضایی I ثابت و مساوی با میانگین $I_1 + I_2$ بماند. بنا براین، باید میانگین فضایی I_{12} صفر شود، و این خاصیتی است که به کمک معادله (۴.۹) تأیید می‌شود زیرا، در حقیقت، میانگین جمله کسینوسی صفر است (برای بحث بیشتر در این مورد رگ مسئله ۲.۹).

معادله (۶.۹) آنگاه کاربردنی است که فاصله بین S_1 و S_2 در مقایسه با r_1 و r_2 جزئی، و افزون براین، با همین مفهوم ناحیه تداخل نیز کوچک باشد. در این شرایط، می‌توان در ناحیه کوچک مورد بررسی، E_{01} و E_{02} را مستقل از مکان، یعنی ثابت در نظر

کرد و آن از این نکته سود برده شده است که: $\langle \cos^2 \omega t \rangle = 1/2$ ، $\langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$ و $\langle \cos \omega t \sin \omega t \rangle = 0$. بنا براین جمله تداخل

$$I_{12} = E_{01} \cdot E_{02} \cos \delta \quad (۴.۹)$$

است و δ ، برابر با $(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ ، اختلاف فازی است که از اختلاف بین یک مسیر و زاویه اولیه ناشی می‌شود. توجه داشته باشید که اگر E_{01} و E_{02} (و بنا براین E_1 و E_2) برهم عمود باشند، $I_{12} = 0$ و $I = I_1 + I_2$. این دو حالت متعامد \mathcal{P} باهم ترکیب خواهند شد و یک حالت \mathcal{P} ، \mathcal{Q} ، یا \mathcal{J} به‌دست خواهند داد. اما توزیع چگالی شار بدون تغییر خواهد بود. متداولترین حالتی را که بسیار رخ می‌دهد و در عمل آن را دنبال می‌کنیم مربوط به موازی بودن E_{01} و E_{02} است. در این حالت، تابیدگی به مقداری که در روش اسکالر بخش ۱.۷ به‌دست آمد، تبدیل می‌شود. تحت آن شرایط

$$I_{12} = E_{01} E_{02} \cos \delta$$

می‌توان این رابطه را با توجه به

$$I_1 = \langle E_1^2 \rangle = \frac{E_{01}^2}{2}$$

و

$$I_2 = \langle E_2^2 \rangle = \frac{E_{02}^2}{2}$$

به‌شکل مناسبتری نوشت. جمله تداخل چنین می‌شود

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

که در نتیجه آن، تابیدگی کل برابر است با

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (۵.۹)$$

در نقاط مختلف فضا، بسته به مقدار I_{12} ، یعنی به مقدار δ ، تابیدگی بر ایند می‌تواند بیشتر از، کمتر از، یا برابر با $I_1 + I_2$ باشد. بیشینه تابیدگی هنگامی به‌دست می‌آید که $\cos \delta = 1$. به‌طوری‌که

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

به‌ازای

$$\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$$

اختلاف فاز بین دو موج مضرب درستی از 2π است و می‌گویند آشفته‌گی‌ها همفازند. این را تداخل سازنده کل نیز می‌نامند. به‌ازای $0 < \cos \delta < 1$ ، آنگاه $I_1 + I_2 < I < I_{\max}$ ، و امواج ناهمفازند و نتیجه را تداخل سازنده گویند. به‌ازای $\delta = \pi/2$ ،

و تابیدگی کمینه به ازای

$$(r_1 - r_2) = \frac{[\pi(2m+1) + (\epsilon_2 - \epsilon_1)]}{k} \quad (ب \ ۷.۹)$$

رخ دهند. هریک از این معادلات دسته‌ای از سطوح را تعریف می‌کنند، کسه هر کدام یک هذلولی دوار است. فاصله رئوس هذلولیها با سمت راست معادلات (۷.۹) برابر است. کانونها در S_1 و S_2 جایگزیده‌اند. اگر این امواج در گسیلنده‌ها همفاز باشند، آنگاه $\epsilon_2 - \epsilon_1 = 0$ و معادلات (۷.۹) ساده می‌شوند و به ترتیب برای تابیدگی بیشینه و کمینه به صورت زیر درمی‌آیند

$$(r_1 - r_2) = \frac{2\pi m}{k} = m\lambda$$

$$(r_1 - r_2) = \frac{\pi(2m+1)}{k} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

شکل ۳.۹ الف شماری از چشمه‌ها را نشان می‌دهد که تابیدگی آنها بیشینه است. نواحی تاریک و روشنی که می‌توانند در روی پرده‌های واقع در ناحیه تداخل دیده شوند، فریزهای تداخلی نامیده می‌شوند (شکل ۳.۹ ب).

۲.۹ شرایط تداخل

اگر بخواهیم تداخلی متناظر با معادلات (۷.۹) قابل مشاهده باشد، اختلاف فاز بین دو چشمه، $(\epsilon_2 - \epsilon_1)$ ، باید نسبت به زمان کاملاً ثابت بماند. چنین چشمه‌هایی را همدوس می‌نامند. دوباریکه روی هم افتاده‌ای که از گسیلنده‌های جداگانه ناشی شده‌اند باهم تداخل خواهند کرد، اما نقش برای مدت نسبتاً زیادی باقی نخواهد ماند تا به راحتی قابل مشاهده باشد. یک چشمه معمولی، شامل شمار زیادی از اتمهای برانگیخته است، که هریک می‌تواند قطار موجی را برای مدتی در حدود 10^{-8} s بتاباند. بنابراین، دو چشمه مجزا در زمانی تقریباً 10^{-8} s، می‌تواند در بهترین حالت، فازهای نسبی خود را نگه دارند. نقش تداخلی حاصل تنها برای این مدت زمان کوتاه، پیش از آنکه در اثر انحراف فاز تغییر کند، در فضا ثابت خواهد ماند؛ در نتیجه، برای مدت کوتاه دیگری، فقط برای تغییر مجدد پایدار می‌ماند و به همین ترتیب این فرایند ادامه پیدا می‌کند. بنابراین، تلاش برای دیدن نقش تداخلی حاصل از دو چراغ روشن یا عکسبرداری از آن، بیهوده خواهد بود. از دو لیزر مجزا برای تولید نقشهای تداخلی استفاده شده است، اما بعداً به این نکته بازخواهیم گشت. همانگونه که خواهیم دید، متداولترین وسیله برای رفع این مشکل، به کار بردن یک چشمه برای تولید دو

گرفت. اگر قدرت چشمه‌های گسیلنده مساوی باشند $E_{0,1} = E_{0,2}$ و $I_1 = I_2 = I_0$ داریم

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{4} [k(r_1 - r_2) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)]$$

بیشینه تابیدگی هنگامی رخ می‌دهد که

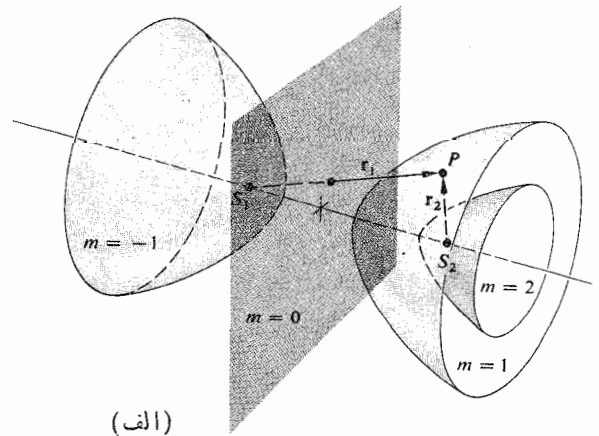
$$\delta = 2\pi m$$

به شرط آنکه $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. به همین ترتیب، کمینه‌های تابیدگی، که به ازای آن $I = 0$ ، هنگامی روی می‌دهد که

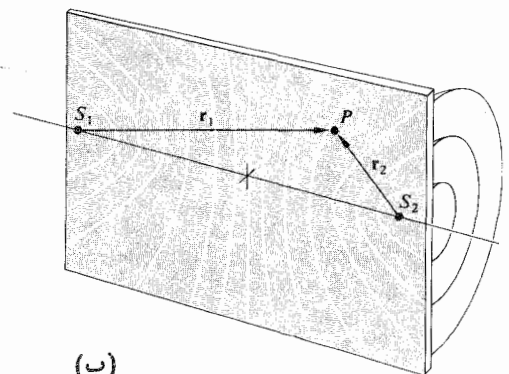
$$\delta = \pi(2m+1)$$

این روابط را می‌توان به نحوی بازنویسی کرد که تابیدگی بیشینه به ازای

$$(r_1 - r_2) = \frac{[2\pi m + (\epsilon_2 - \epsilon_1)]}{k} \quad (الف \ ۷.۹)$$



(الف)



(ب)

شکل ۳.۹ سطوح هذلولی تابیدگی بیشینه برای دو چشمه نقطه‌ای.

چشمه ثانویه همدوس است.

اگر دو باریکه برای ایجاد يك نقش پایدار باهم تداخل کنند، باید بسامد تقریباً یکسانی داشته باشند. پیامد يك اختلاف بسامد قابل توجه، اختلاف فازی با تغییر سریع، و وابسته به زمان خواهد بود که به نوبه خود سبب صفر شدن میانگین $I_{\text{پ}}$ در مدت زمان آشکارسازی خواهد شد (بخش ۱۰.۲.۷).

روشنترین نقشها هنگامی وجود خواهند داشت که امواج تداخل کننده دارای دامنه‌های برابر یا تقریباً برابر باشند. بنابراین، نواحی مرکزی فریزهای تاریک و روشن به ترتیب با تداخل کاملاً ویرانگر یا سازنده متناظر خواهند بود، که تباین بیشینه را به دست می‌دهد.

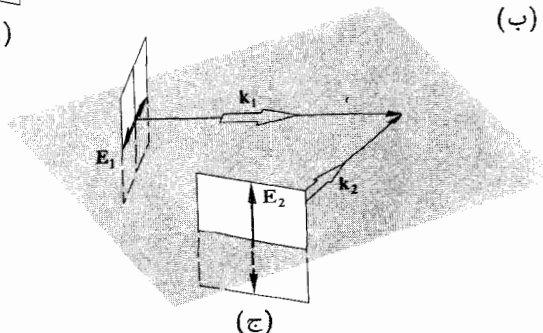
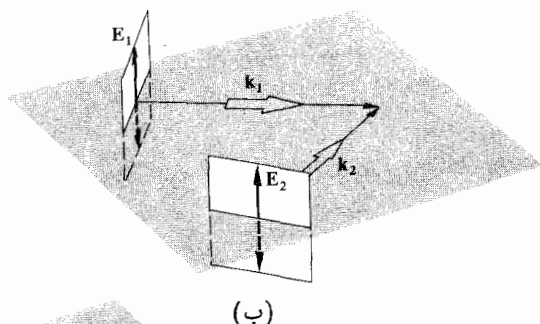
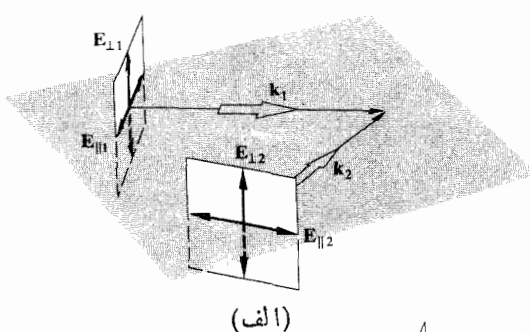
در بخش پیشین، فرض کردیم که دو بردار آشفته‌گی نوری روی هم افتاده، قطبیده خطی و موازی‌اند. با این حال، فرمول بخش ۱۰.۹ در مورد حالت‌های بسیار پیچیده نیز به کار می‌رود؛ در واقع این طرز عمل بدون توجه به حالت قطبش امواج کار بست پذیر است. برای درك این مطلب، به یاد آورید که هر حالت قطبش می‌تواند از ترکیب دو حالت متعامد \mathcal{P} به دست آید. برای نور طبیعی (ناقطبیده) این حالت‌های \mathcal{P} متقابلاً "ناهمدوس‌اند اما مشکل خاصی پدید نمی‌آورند.

فرض می‌کنیم که بردار انتشار هر دو موج در يك صفحه باشد به طوری که بتوانیم حالت‌های سازای متعامد \mathcal{P} را نسبت به آن صفحه رده بندی کنیم، مثلاً \mathbf{E}_{\parallel} و \mathbf{E}_{\perp} را که به ترتیب موازی و عمود بر صفحه‌اند (شکل ۴.۹ الف). از اینرو هر موج تخت را چه قطبیده باشد یا خیر، می‌توان به صورت $(\mathbf{E}_{\parallel} + \mathbf{E}_{\perp})$ نوشت.

بنابراین فرض کنید که امواج $(\mathbf{E}_{\parallel 1} + \mathbf{E}_{\perp 1})$ و $(\mathbf{E}_{\parallel 2} + \mathbf{E}_{\perp 2})$ از دو چشمه همدوس مشابیه، گسیلیده‌اند و در ناحیه‌ای از فضا رویهم افتاده‌اند. توزیع چگالی شار حاصل، شامل دو نقش تداخلی مستقل دقیقاً رویهم افتاده $\langle (\mathbf{E}_{\parallel 1} + \mathbf{E}_{\parallel 2})^2 \rangle$ و $\langle (\mathbf{E}_{\perp 1} + \mathbf{E}_{\perp 2})^2 \rangle$ خواهد بود. بنابراین، در حالی که معادله‌های بخش پیشین را ویژه نور خطی به دست آوردیم، اما برای هر حالت قطبی از جمله نور طبیعی نیز کار بست پذیرند.

توجه کنید که هر چند $\mathbf{E}_{\perp 1}$ و $\mathbf{E}_{\perp 2}$ همیشه با یکدیگر موازی‌اند، ولی ضرورتی ندارد $\mathbf{E}_{\parallel 1}$ و $\mathbf{E}_{\parallel 2}$ که در صفحه مرجع قرار دارند، باهم موازی باشند. آنها تنها هنگامی باهم موازی خواهند بود که دو باریکه خودشان هم موازی باشند (یعنی $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2$). بنا بر این نمی‌توان ماهیت ذاتی برداری فرایند تداخل را به طوری که در نمایش ضرب نرده‌ای (۴.۹) آشکار است، نادیده گرفت. همانطور که خواهیم دید وضعیت‌های عملی بسیاری پیش می‌آیند که در آنها باریکه‌ها در حالی به هم می‌رسند که موازی‌اند و نظریه نرده‌ای به خوبی در آنها صدق می‌کند. معذرت، درشکلهای ۴.۹ ب و ۴.۹ ج این امر به دقت تأکید شده است. این شکلهای رویهم افتادگی قریب الوقوع دو موج قطبیده خطی همدوس را مشخص می‌کنند. در شکل ۴.۹ ب بردارهای نوری موازی‌اند، حتی اگر باریکه‌ها موازی نباشند، باز هم تداخل صورت خواهد گرفت. در شکل ۴.۹ ج بردارهای نوری متعامدند و $I_{\text{پ}} = 0$ ، که حتی اگر باریکه‌ها موازی می‌بودند، باز هم این حالت وجود می‌داشت.

فرنل و آراگو پیرامون شرایط رخ دادن تداخل نور قطبیده مطالعه گسترده‌ای انجام دادند و نتایج آنها جمع‌بندی برخی



شکل ۴.۹ تداخل نور قطبیده.

بر $\overline{S_1 P}$ به دست آورد، این اختلاف مسیر از رابطه

$$(\overline{S_1 B}) = (\overline{S_1 P}) - (\overline{S_2 P}) \quad (۸.۹)$$

یا

$$(\overline{S_1 B}) = r_1 - r_2$$

به دست می آید.

با ادامه دادن این تقریب (مسئله ۴.۹) اختلاف مسیر را می توان چنین بیان کرد

$$r_1 - r_2 = a\theta \quad (۹.۹)$$

زیرا $\theta \approx \sin \theta$

توجه کنید که

$$\theta = \frac{y}{s} \quad (۱۰.۹)$$

و در نتیجه

$$r_1 - r_2 = \frac{a}{s} y$$

طبق بخش ۱.۹، تداخل سازنده هنگامی رخ می دهد که

$$r_1 - r_2 = m\lambda \quad (۱۱.۹)$$

بنابراین، از دو رابطه اخیر به دست می آوریم

$$y_m = \frac{s}{a} m\lambda \quad (۱۲.۹)$$

اگر شدت بیشینه در 0 را فریز صفرم به حساب آوریم، این رابطه وضع فریز روشن m ام را بر روی پرده به دست می دهد. وضعیت زاویه ای این فریز با نشان دادن رابطه اخیر در معادله (۱۰.۹) به دست می آید

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{a} \quad (۱۳.۹)$$

این رابطه را می توان مستقیماً از بررسی شکل ۵.۹ ج به دست آورد. برای تداخل مرتبه m ام، باید طول موج کامل در فاصله $S_1 S_2 B$ از مثلث $S_1 S_2 B$ بگیرد. بنابراین،

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{a}$$

می توان فاصله فریزها را بر روی پرده به آسانی از معادله (۱۲.۹) به دست آورد. فاصله مکانی دو بیشینه متوالی

$$y_{m+1} - y_m = \frac{s}{a} (m+1)\lambda - \frac{s}{a} m\lambda$$

ملاحظات بالاست. قوانین فرنیل-آداگو چنین است:

۱. دو حالت متعامد و هم دوس \mathcal{P} ، به ازای $I_{\mathcal{P}} = 0$ ، نمی توانند تداخل کنند و فریزی تشکیل دهند.

۲. دو حالت هم دوس و موازی \mathcal{P} به همان ترتیب که نور طبیعی تداخل می کند، تداخل خواهند کرد.

۳. دو حالت متعامد سازای \mathcal{P} ی نور طبیعی نمی توانند تداخل کنند و نقش فریزی قابل مشاهده تشکیل دهند، حتی اگر چنان بچرخند که هم خط شوند. این نکته اخیر قابل درک است زیرا حالت های \mathcal{P} ناهم دوس اند.

۳.۹ تداخل سنجهای شکافنده جبهه موج

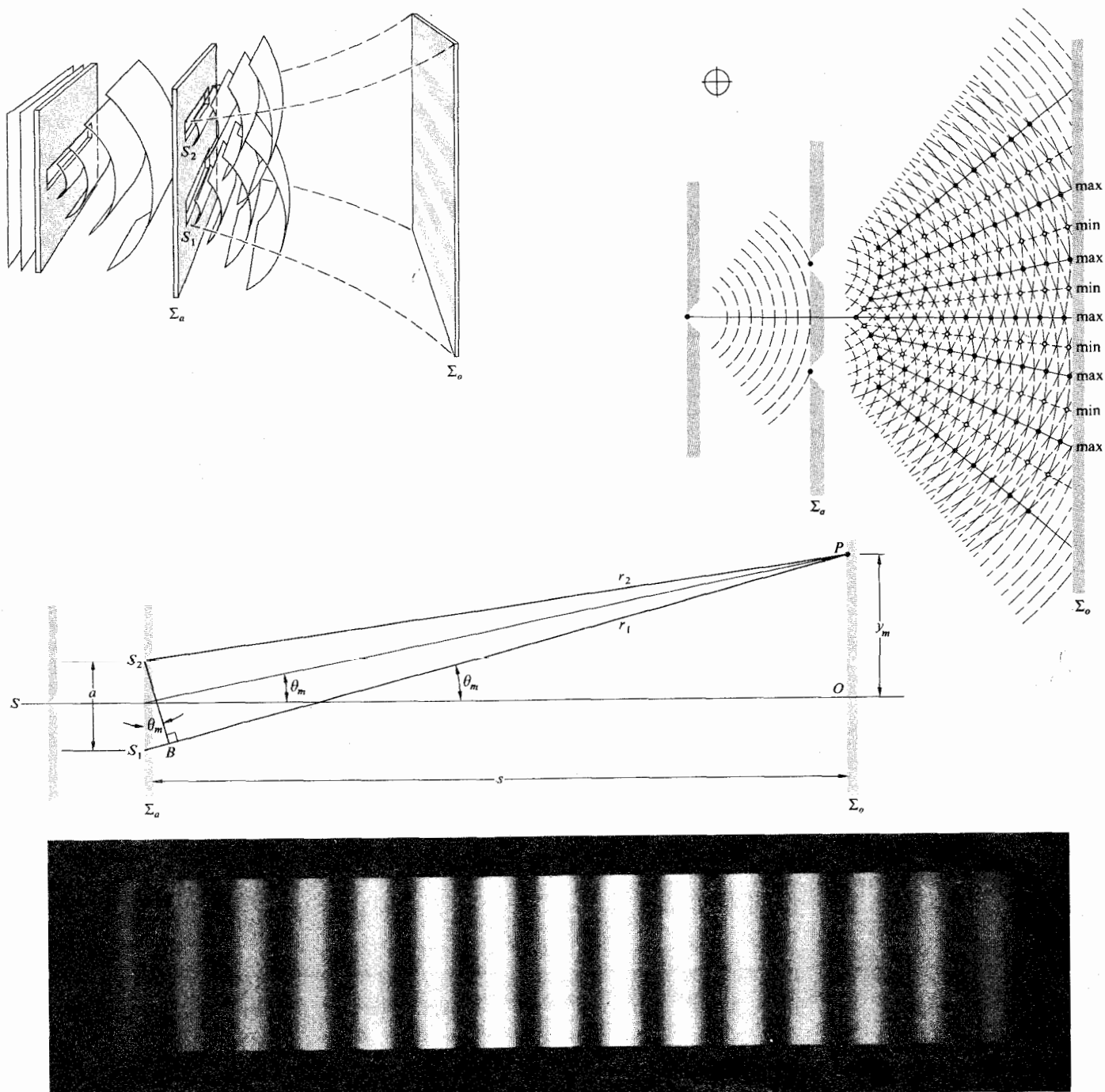
به شکل ۳.۹ برمی گردیم که در آن معادله

$$(r_1 - r_2) = m\lambda$$

سطوح تابیدگی بیشینه را تعیین می کند. چون طول موج λ برای نور خیلی کوچک است، شمار زیادی از سطوح متناظر با مقادیر کمتر m در نزدیکی، و در هر طرف صفحه 0 ، $m = 0$ ، وجود خواهند داشت. بنابر این شماری از فریزهای موازی کاملاً راست بر روی پرده ای که بر آن صفحه ($m = 0$) عمود است و در نزدیکی آن قرار دارد، ظاهر خواهند شد، و در این حالت، تقریب $r_1 \approx r_2$ صادق خواهد بود. پس اگر S_1 و S_2 عمود بر خط $S_1 S_2$ جابه جا شوند، فریزها فقط موازی با خودشان جابه جا خواهند شد. بنا بر این، عملاً "دو شکاف باریک باعث افزایش تابیدگی می شوند و ناحیه مرکزی نقش مربوط به چشمه دو نقطه ای را از جهات دیگر اساساً بدون تغییر باقی می گذارند.

یک موج تخت تکفام فرضی که شکاف باریک درازی را روشن می کند، در نظر می گیریم. از آن شکاف اولیه مسوجی استوانه ای خارج می شود و فرض می کنیم که این موج، به نوبه خود، روی دو شکاف باریک و موازی نزدیک به هم، S_1 و S_2 ، بتابد. این موضوع در نمایی سه بعدی در شکل ۵.۹ الف نشان داده شده است. هنگامی که تقارن وجود دارد، قسمتهایی از جبهه موج اولیه که به شکاف می رسند دقیقاً همفازند، و این شکافها دو چشمه ثانوی هم دوس را تشکیل می دهند. انتظار داریم هر جا که دو موج حاصل از S_1 و S_2 بر روی هم می افتند، تداخل روی دهد (به شرطی که اختلاف راه نوری کمتر از طول هم دوسی، $c\Delta t$ ، باشد).

سازندگی نموده شده در شکل ۵.۹ ج را در نظر می گیریم. در یک وضعیت فیزیکی واقعی فاصله بین هریک از پرده ها در مقایسه با فاصله a ، بین دو شکاف باید خیلی زیاد و همه فریزها در نزدیکی مرکز پرده، O ، باشند. با یک تقریب خوب می توان اختلاف مسیر بین پرتوهای $\overline{S_1 P}$ و $\overline{S_2 P}$ را، با وارد آوردن عمودی از S_2



شکل ۵.۹ آزمایش یانک.

دوموج کروی به دست آمد (دست کم در ناحیه $r_1 \approx r_2$)، می توانیم معادله (۶.۹) را به کار ببریم. با استفاده از اختلاف فاز

$$\delta = k(r_1 - r_2)$$

می توان معادله (۶.۹) را دوباره به شکل

$$\Delta y = \frac{s\lambda}{a} \quad (۱۴.۹)$$

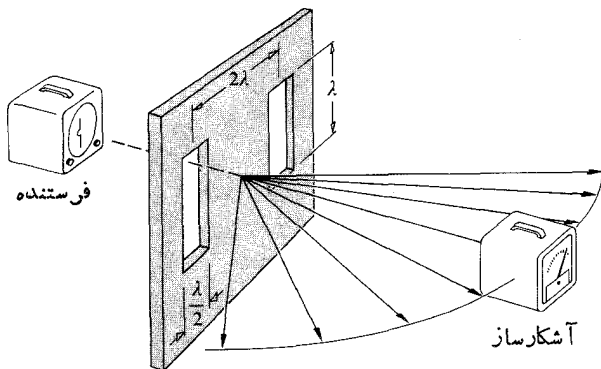
است. چون این نقش هم ارز با نقشی است که از روی هم افتادگی

پیکربندی تداخل سنجی چه با چشمه‌های شکافی و چه نقطه‌ای که در بالا مورد بحث قرار گرفت، به نام آزمایش یانگ معروف است. ملاحظات فیزیکی و ریاضی مشابهی مستقیماً برای شمار دیگری از تداخل سنجهای شکافنده جبهه موج اعمال می‌شوند. معمولترین آنها آینه دوگانه فرنل، منشور دوگانه فرنل، و آینه لویید است.

آینه دوگانه فرنل، شامل دو آینه تخت نقره‌اندوده است که چنان که در شکل ۸.۹ نشان داده شده است، با زاویه بسیار کوچکی نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند. یک بخش از جبهه موج استوانه‌ای که از شکاف S می‌آید از آینه اول بازتابیده می‌شود، در حالی که بخش دیگر جبهه موج از آینه دوم باز می‌تابد. در ناحیه‌ای که دو موج برهم نهاده می‌شوند، یک میدان تداخلی در فضا به وجود می‌آید. دو تصویر (S_1 و S_2) شکاف S در دو آینه می‌توانند به عنوان دو چشمه همدوس جدا از هم و به فاصله a از یکدیگر در نظر گرفته شوند. همانطور که در شکل ۸.۹ الف مشخص شده است از قوانین بازتابش نتیجه می‌شود که $SA = S_1A$ ، $SB = S_2B$ ، به طوری که $SA + AP = r_1$ و $SB + BP = r_2$. بنابراین اختلاف راه نوری بین دو پرتو به آسانی از اختلاف $r_1 - r_2$ به دست می‌آید. مانند حالت تداخل سنج یانگ، بیشینه‌های گوناگون در $r_1 - r_2 = m\lambda$ رخ می‌دهند، فاصله فریزها این بار هم از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta y = \frac{s}{a} \lambda$$

که در آن s فاصله صفحه بین دو چشمه مجازی (S_1 و S_2) و پرده است. آرایش شکل ۸.۹ دوباره عمداً بزرگ شده است تا نمایش هندسی را واضحتر کند. توجه کنید که زاویه θ بین این دو آینه باید



شکل ۷.۹ یک تداخل سنج میکروموجی.

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{k(r_1 - r_2)}{2}$$

نوشت؛ البته، به شرط اینکه این دو بار یک همدوس باشند و تابیدگی یکسان، I_0 ، داشته باشند، به ازای

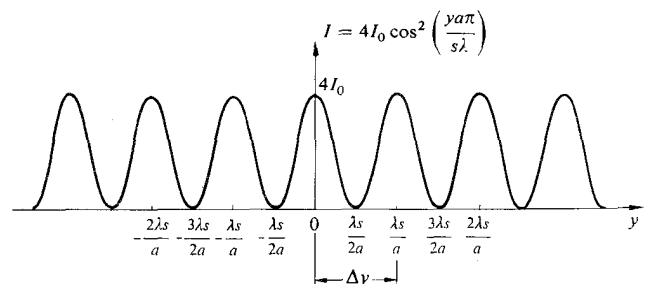
$$r_1 - r_2 = \frac{y a}{s}$$

تابیدگی برابر چنان می‌شود

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{y a \pi}{s \lambda}$$

همانگونه که در شکل ۶.۹ نشان داده شده است فاصله دو بیشینه متوالی که با Δy داده شده است از معادله (۱۴.۹) به دست می‌آید. مشاهده بصری مستقیم نقش فریز می‌تواند با ایجاد دو روزنه نوک سوزنی در یک کارت نازک انجام شود. اندازه روزنه‌ها باید تقریباً برابر اندازه یک نقطه چاپ شده که در همین صفحه به کار رفته است بوده، و فاصله بین مراکز آنها در حدود سه برابر شعاعشان باشد. لامپ خیابان، چراغ جلو اتومبیل، یا علامت ترافیک در شب، که در چند صد متری قرار گرفته‌اند، مانند یک چشمه موج تخت به کار می‌روند. این کارت باید مستقیماً در جلو، و خیلی نزدیک به چشم قرار بگیرد. فریزها عمود بر خط بین دو مرکز ظاهر خواهند شد. همانطور که در بخش ۲.۲.۱۰ بحث شده است، با استفاده از شکافها، این نقش آسانتر دیده می‌شود، ولی بد نیست درباره روزنه‌های نوک سوزنی نیز کوششی به عمل آورید.

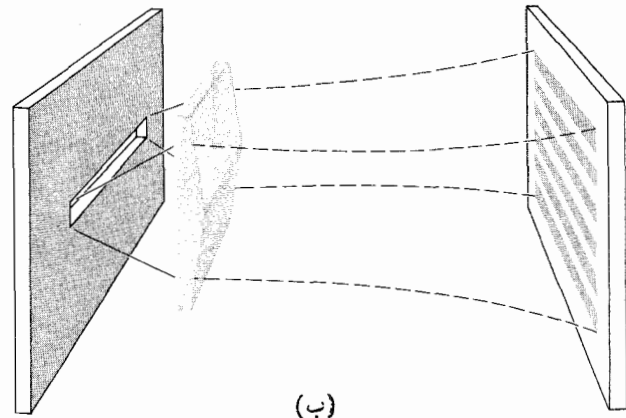
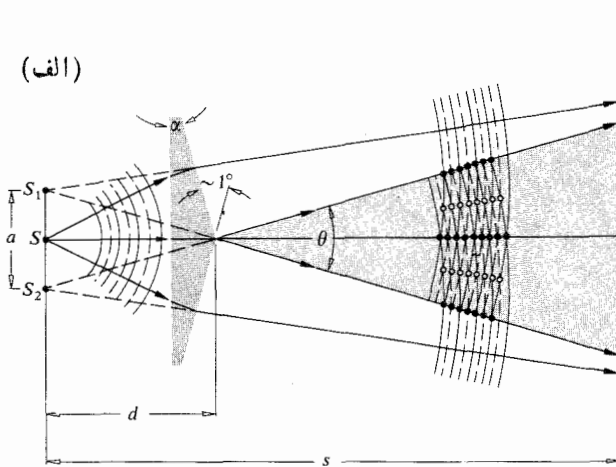
میکروموجها، به علت بلندی طول موجشان، نیز راه ساده‌ای را برای مشاهده تداخل شکاف دوگانه به دست می‌دهند. دو شکاف (مثلاً به پهنای $\lambda/2$ و به طول λ و به فاصله 2λ) که در یک ورقه فلزی با یک زورق ایجاد شده‌اند، مانند چشمه‌های ثانویه کاملاً به خوبی به کار خواهند آمد (شکل ۷.۹).



شکل ۶.۹ تابیدگی بر حسب فاصله.

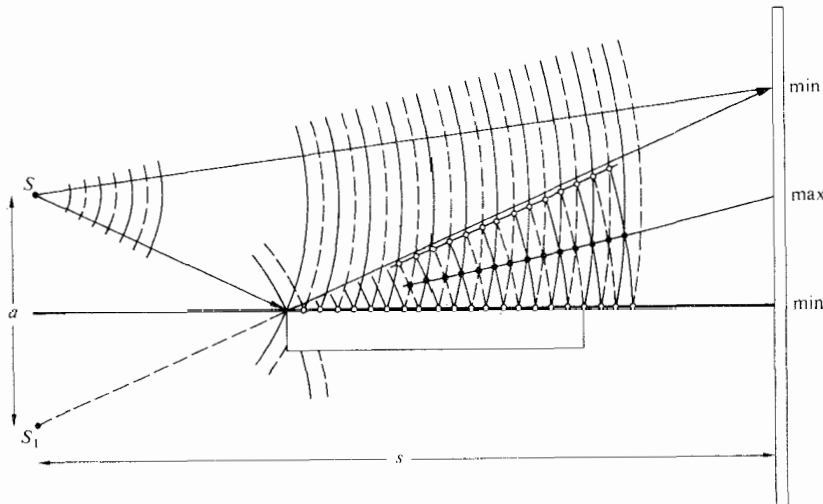
۱. تغییرات این نقش که نتیجه‌ای از افزایش پهنای چشمه اولیه S یا شکافهای چشمه ثانویه است، در فصلهای بعد (۱۰ و ۱۲) بررسی خواهند شد. در حالت اول، تباین فریز به عنوان معیاری از درجه همدوسی مورد استفاده قرار خواهد گرفت (بخش ۱.۱۲). در حالت بعدی آثار پراش اهمیت پیدا می‌کنند.

(الف)



(ب)

شكل ۹.۹ منشور دوتایی فرنل.



شكل ۱۰.۹ آینه لوید.

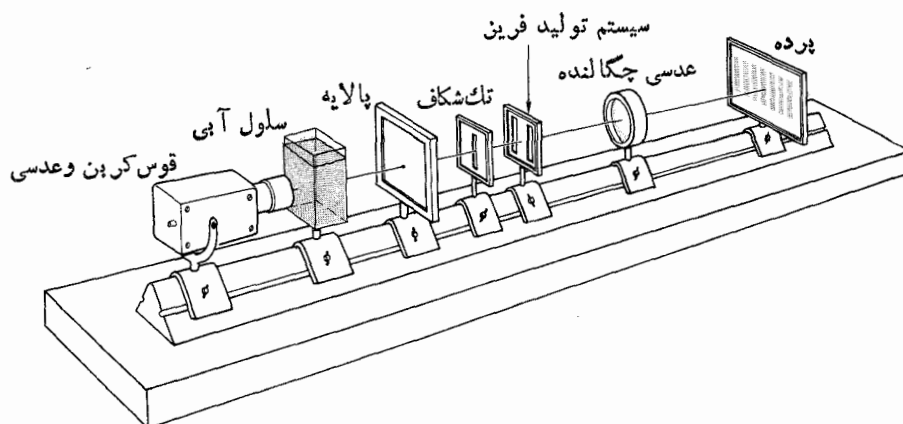
وتاییدگی چنین می شود

$$I = 4I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi a y}{s \lambda} \right)$$

از يك ماده شفاف درمسیر پرتوهای که مستقیماً به سوی پرده حرکت می کنند، قرار گیرد چه اتفاقی خواهد افتاد؟ این ورقه شفاف اثر فزاینده شمار طول موجها را درهر پرتو مستقیم خواهد داشت. بنا بر این کل نقش به بالاسو حرکت خواهد کرد به طوری که پرتوهای بازتابیده پیش از تداخل قدری بیشتر راه خواهند رفت. این وسیله به دلیل سادگی ذاتی آشکارش در ناحیه بسیار گسترده ای از طیف الکترومغناطیسی مورد استفاده قرار گرفته است. سطوح بازتابیده کنونی از بلورها برای پرتوهای x ، تلسکوپهای معمولی برای نور، و از شبکه سیمی برای میکروموجها، تا يك دریاچه یا حتی یون کره زمین برای موجهای رادیویی، تغییر کرده اند.^۱

نقش فریز آینه لوید مکمل نقش فریز تداخل سنج یانگ است؛ بیشینه های يك نقش که درمقادیری از y وجود دارند با کمینه های نقش دیگر در همان مقادیر متناظرند. کناره بالایی این آینه معادل $y=0$ است که مرکز يك فریز تاریک خواهد بود نه يك فریز روشن نظیر دستگاه یانگ. نیمه پایینتر این نقش توسط خود آینه مسدود خواهد بود. بنا بر این، در نظر بگیرید که اگر ورقه ای نازک

۱. برای بحثی درمورد اثرات داشتن يك شكاف با پهنای متناهی و پهنای نوار بسامدی متناهی رك



شکل ۱۱.۹ میز مجموعه اپتیکی برای مطالعه آرایش شکافنده موج.

خواهد بود. در هنگام بررسی مفصلتر نظریه همدوسی به این ایده‌ها بازخواهیم گشت. فعلاً تلاش خود را به حالتیایی محدود می‌کنیم که در آنها اختلاف مسیر نوری کمتر از طول همدوسی باشد.

تداخل سنجهای بسیاری که عمل آنها از طریق شکافتن دامنه است وجود دارند که از آنها فقط تعداد معدودی را مورد بحث قرار خواهیم داد. شناخته شده‌ترین و از نظر تاریخی مهمترین تداخل سنجها، تداخل سنج مایکلسون است. پیکربندی آن در شکل ۱۲.۹ نشان داده شده است. یک چشمه گسترده (که می‌تواند، مثلاً، یک تیغه شیشه مات پخش کننده باشد که لامپ تخلیه‌ای آن را روشن کرده است) موجی را می‌گسیلد که بخشی از آن به سمت راست حرکت می‌کند. باریکه شکاف در نقطه O ، موج را دو قسمت می‌کند که قسمتی به سمت راست و قسمت دیگر در امتداد زمینه به راه خود ادامه می‌دهد. این دو موج به وسیله آینه‌های M_1 و M_2 بازتابیده شده و به باریکه شکاف برمی‌گردند. بخشی از موجی که از M_2 می‌آید، از باریکه شکاف به پایین عبور کرده و بخشی از موج گسیلی از M_1 به وسیله باریکه شکاف به سمت آشکارساز منحرف می‌شود. بدین ترتیب دو موج یکی می‌شوند و می‌توان انتظار تداخل داشت.

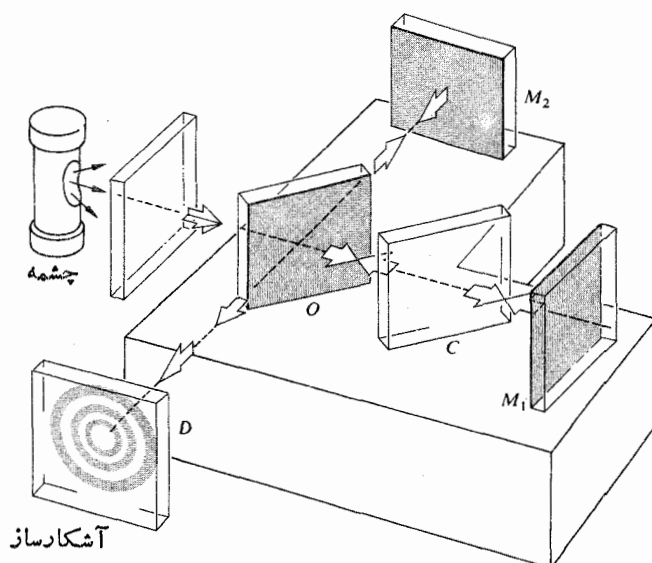
توجه کنید که یک باریکه سه بار از O می‌گذرد در حالی که دیگری فقط یک بار از آن عبور می‌کند. در نتیجه، تنها در صورتی که یک تیغه جبران‌کننده C در بازوی OM_1 جا داده شود، هر یک از باریکه‌ها از ضخامتهای یکسان شیشه عبور خواهند کرد. جبران‌کننده المثنی دقیقی از باریکه شکاف است، با این تفاوت که مثل باریکه شکاف نقره‌اندود و دارای روکش نازکی نیست. جبران‌کننده تحت زاویه 45° قرار گرفته است، چنان که C و O

همه تداخل سنجهای بالا را به آسانی می‌توان توصیف کرد. نمایش نموداری بخشهای ضروری که بر روی یک میز اپتیکی منفرد سوار شده‌اند، در شکل ۱۱.۹ نشان داده شده‌اند. چشمه نور باید یک چشمه قوی باشد؛ اگر لیزری در دسترس نباشد، یک لامپ تخلیه یا یک قوس کربنی همراه با یک سلول آبی، برای سرد کردن اشیاء، خیلی مناسب خواهد بود. در این صورت نور تکفام نیست ولی فریزهای آن، که رنگی خواهند بود هنوز قابل مشاهده‌اند. با قراردادن یک پالایه در مقابل قوس، می‌توان تقریب رضایت بخشی برای نور تکفام به دست آورد. شاید یک لیزر He-Ne کم قدرت، ساده‌ترین چشمه برای کار کردن باشد و در این صورت احتیاجی به سلول آبی یا پالایه نخواهد بود.

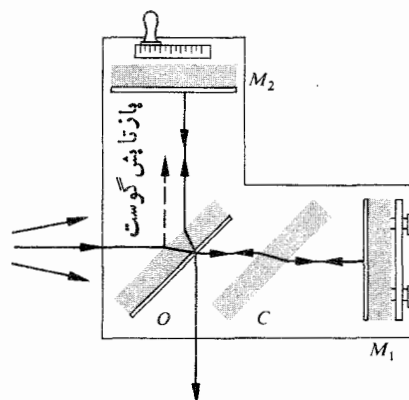
۲.۹ تداخل سنجهای شکافنده دامنه

فرض می‌کنیم که یک موج نوری بر آینه نیمه نقره‌اندودی فرود آید. بخشی از این موج ترا می‌گسیلد و پاره‌ای از آن باز می‌تابد. البته، دامنه‌های هر دو موج ترا گسیلیده و بازتابیده، از دامنه موج اصلی کمتر خواهند بود. می‌توان گفت که دامنه «شکافته» شده است. اگر دو موج جدا شده به نحوی بتوانند دوباره در یک آشکارساز به هم برسند، تا مادامی که همدوسی اصلی بین این دو موج از بین نرفته است، تداخل نتیجه خواهد شد. اگر اختلاف طول مسیرها بیشتر از طول قطار موج (یعنی طول همدوسی) باشد، بخشهایی که دوباره در آشکارساز به هم می‌رسند با قطارهای موجی متفاوتی متناظر خواهند بود. در آن صورت رابطه فازی یکتایی بین آنها وجود ندارد و نقش فریز تا حد غیر قابل مشاهده بودن ناپایدار

۱. آینه نیمه نقره‌اندود آینه‌ای است که نیم شفاف است زیرا پوشش فلزی نازکتر از آن است که آینه را کندر کند. می‌توانید از درون آن نگاه کرده و در عین حال بازتاب تصویر خودتان را نیز در آن ببینید. این نوع ابزار که باریکه شکاف نامیده می‌شوند از پوسه‌های پلاستیکی کشیده نازک، تحت عنوان پوسته یا حتی از تیغه شیشه‌ای اندود نشده نیز ساخته می‌شوند.



شکل ۱۲.۹ تداخل سنج مایکلسون.



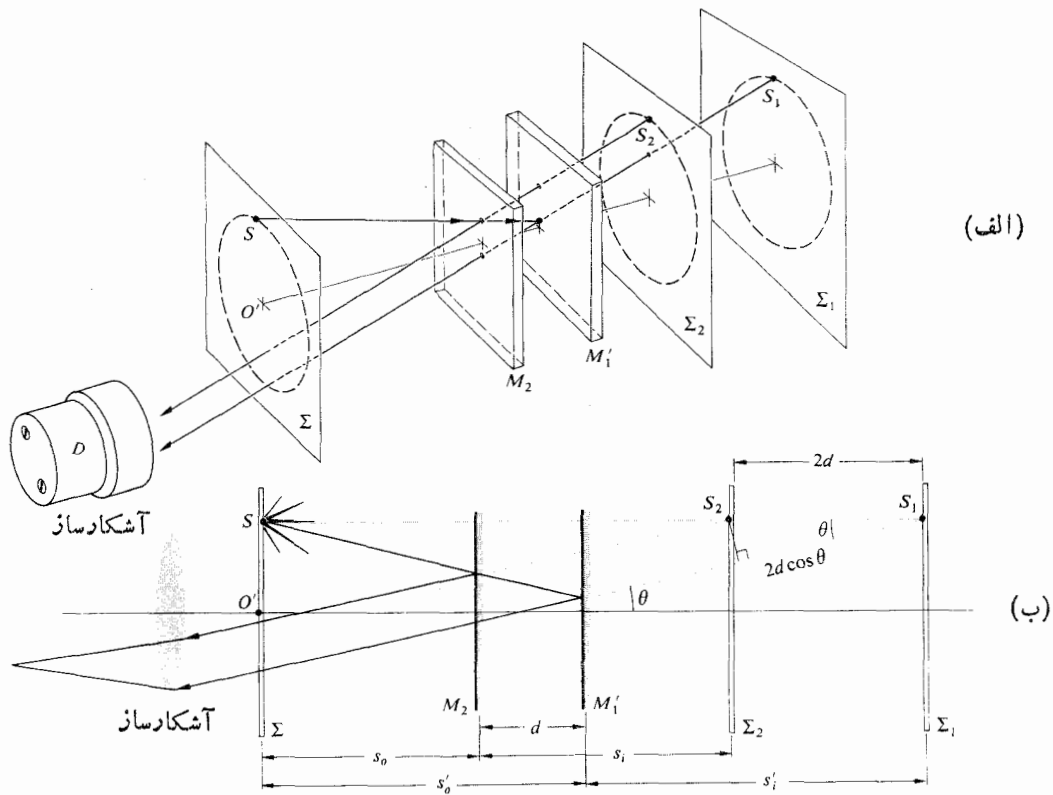
شده است. در نزدناظری واقع در D ، دوپرتو بازتابیده چنان به نظر خواهند رسید که گویی از نقاط تصویری S_1 و S_2 آمده اند (توجه کنید که تمامی پرتوهایی که در شکل ۱۳.۹ الف و ب نشان داده شده اند در یک صفحه فرود مشترک سهیم اند). به طور کلی S_1 و S_2 عملاً چشمه های نقطه ای همدوس اند و می توانیم یک توزیع شار-چگالی پیش بینی کنیم که از معادله (۵.۹) پیروی کند. چنان که از شکل برمی آید، اختلاف مسیر نوری برای این پرتوها بسیار به $2d \cos \theta$ نزدیک است که یک اختلاف فاز $k_0 2d \cos \theta$ را می نمایند. یک جمله فازی اضافی نیز وجود دارد و از آنجا ناشی می شود که موجی که بازوی OM_1 را می پیماید از داخل باریکه شکاف بازتاب پیدا می کند، درحالی که موج بازوی OM_2 در O به طور خارجی بازتابیده می شود. اگر باریکه شکاف فقط یک تیغه شیشه ای اندود نشده باشد، تغییر فاز نسبی حاصل از دوبازتاب، برابر π رادیان خواهد بود (بخش ۵.۴)، دراین صورت به ازای

$$2d \cos \theta_m = m\lambda_0 \quad (15.9)$$

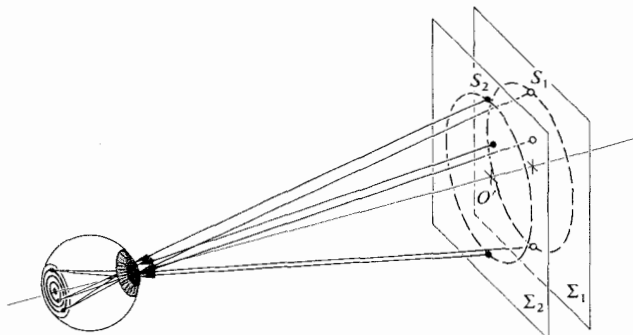
به جای تداخل سازنده، تداخل ویرانگر وجود خواهد داشت، که در آن m یک عدد درست است. اگر این شرط برای نقطه S برقرار شود، دراین صورت برای هر نقطه ای روی Σ که بردایره ای به شعاع $O'S$ قرار داشته باشد، نیز برقرار خواهد شد. در اینجا O' روی محور آشکارساز واقع است، به طوری که در شکل ۱۴.۹ نموده شده است، یک ناظر سیستمی از فریزهای دایره ای را که با محور مرکزی عدسی چشمش هم مرکز است، خواهد دید. به علت کوچکی روزنه چشم، ناظر بدون استفاده از یک عدسی بزرگ در نزدیکی باریکه شکاف به خاطر جمع آوری قسمت عمده نور خروجی،

با یکدیگر موازی اند. وقتی جبران کننده در جای خود باشد، هر اختلاف مسیر نوری از اختلاف مسیر واقعی ناشی می شود. به علاوه، به علت پاشندگی باریکه شکاف، مسیر نوری تسابی از λ است. به همین ترتیب، برای کار بردهای کمی، تداخل سنج بدون تیغه جبران کننده، تنها می تواند با یک چشمه شبه تکفام به کار رود. گنجاندن یک جبران کننده اثر پاشندگی را از بین می برد به طوری که چشمه های با پهنای نواری خیلی عریض نیز فریزهای قابل تشخیصی ایجاد خواهد کرد.

به منظور درک چگونگی تشکیل فریزها، به شکل ۱۳.۹ مراجعه می کنیم که در آن مؤلفه های فیزیکی بیشتر به صورت سطوح ریاضی نموده شده اند. ناظری که در موضع آشکارساز قرار گیرد به طور همزمان هر دو آینه M_1 و M_2 را همراه با چشمه Σ در باریکه شکاف خواهد دید. بدین ترتیب، می توانیم تداخل سنج را مجدداً چنان ترسیم کنیم که گویی تمامی عناصر آن روی یک خط مستقیم هستند. در اینجا M'_1 با تصویر آینه M_2 در باریکه شکاف متناظر است و Σ چنان می چرخد که با O و M_1 همخط شود. مواضع این عناصر در نمودار به فاصله نسبی آنها از O بستگی دارند (مثلاً M'_1 می تواند در جلو، پشت، یا منطبق بر M_2 باشد و حتی می تواند از درون آن بگذرد). سطوح Σ_1 و Σ_2 به ترتیب تصاویر چشمه Σ در آینه های M_1 و M_2 اند. اکنون یک نقطه منفرد S روی چشمه در نظر می گیریم که در تمامی جهات نور گسیل می کند؛ مسیر یک پرتو خروجی را دنبال کنیم. در عمل، یک موج گسیلی از S در O شکافته خواهد شد و از آنجا به بعد قسمتهای آن به وسیله M_1 و M_2 بازتابیده خواهند شد. در نمودار طرح گونه ما، این نکته از طریق بازتابیدن پرتو از M_2 و نیز M'_1 نشان داده



شکل ۱۳.۹ آرایش مفهومی تداخل سنج های یک لسنون.



شکل ۱۴.۹ تشکیل فریزهای دایره ای.

حلقه بالاترین مرتبه ناپدید می شود. هر چه فریزهای ناپدید شده در مرکز بیشتر و بیشتر شود هر یک از حلقه های باقیمانده بهتر می شود، تا آنجا که فقط چند حلقه معدود کل پرده را پر می کنند. وقتی زمانی فرار سیده باشد که $d = 0$ ، فریز مرکزی در تمامی میدان دید پخش شده است. در این حال، با یک تغییر فاز π ، ناشی از بازتاب از باریکه شکاف تمامی پرده یک کمینه تداخل خواهد بود (وجود نقص در عناصر نوری می تواند این پدیده را مشاهده ناپذیر کند). حرکت باز هم بیشتر M_2 ، باعث می شود که فریزها دوباره در مرکز

نخواهد توانست تمامی نقش را ببینند. بستگی θ_m به λ_0 در معادله (۱۵.۹) ایجاب می کند که اگر از چشمه ای استفاده کنیم که دارای تعدادی مؤلفه های بسامدی باشد (مثلاً یک لامپ تخلیه جیوه)، هر یک از آن مؤلفه ها یک سیستم فریز ویژه خود تولید خواهد کرد. همچنین توجه کنید که چون $2d \cos \theta_m$ باید کمتر از طول همدوسی چشمه باشد، نتیجه می گیریم که در نمایش تداخل سنج به کار بردن نور لیزر به ویژه آسان است (بخش ۶.۹). اگر فریزهای پدید آمده به وسیله نور لیزر را با فریزهای تولید شده به وسیله نور «سفید» یک لامپ تنگستن معمولی یا شمع مقایسه کنیم این نکته کاملاً آشکار می شود. در حالت اخیر اگر بخواهیم فریزها را مشاهده کنیم باید اختلاف راه خیلی به صفر نزدیک باشد در حالی که در مورد پیشین، اختلاف راه ۱۰ cm، تأثیر آن ناچیز است.

یک نقش تداخلی در نور شبه تکفام نوعاً از تعداد زیادی حلقه های روشن و تاریک یک در میان، تشکیل یافته است. یک حلقه خاص با یک مرتبه تثبیت شده m ، متناظر است. به تدریج که M_2 به M'_2 نزدیک می شود، d کاهش می یابد و بنا بر معادله (۱۵.۹) $\cos \theta_m$ افزایش می یابد، و بنابراین θ_m کاستی می پذیرد. حلقه ها به سوی مرکز جمع می شوند و وقتی که d به اندازه $\lambda_0/2$ کاهش یابد،

ظاهر شده و به‌سوی خارج حرکت کنند.

توجه کنید که یک فریز مرکزی تاریک را، که در معادله (۱۵.۹) به‌ازای $\theta_m = 0$ می‌توان چنین نمایاند

$$2d = m_0 \lambda_0 \quad (16.9)$$

(به‌خاطر داشته باشید که این یک حالت خاص است. ناحیه مرکزی نه باید به یک بیشینه و نه به یک کمینه، وابسته باشد). حتی اگر d برابر 10 cm باشد که در نور لیزر نسبتاً ناپیچ است، و به‌ازای $m_0 = 500 \text{ nm}$ کاملاً بزرگ یعنی $400,000$ خواهد شد. به‌ازای مقدار ثابتی از d ، حلقه‌های تاریک متوالی در عبارت‌های زیر صدق خواهند کرد

$$2d \cos \theta_1 = (m_0 - 1) \lambda_0$$

$$2d \cos \theta_2 = (m_0 - 2) \lambda_0$$

\vdots

$$2d \cos \theta_p = (m_0 - p) \lambda_0 \quad (17.9)$$

موضع زاویه‌ای هر حلقه، مثلاً حلقه p ام، از ترکیب معادلات (۱۶.۹) و (۱۷.۹) به‌دست می‌آید

$$2d(1 - \cos \theta_p) = p \lambda_0 \quad (18.9)$$

چون $\theta_m \equiv \theta_p$ ، هر دو برابر نصف زاویه‌ای است که آشکارساز تحت آن زاویه حلقه خاصی را می‌بیند، و چون $m = m_0 - p$ ، معادله (۱۸.۹) هم ارز معادله (۱۵.۹) است. شکل جدید تا اندازه‌ای مناسب‌تر است زیرا (با به‌کار بردن همین مثال بالا) به‌ازای $d = 10 \text{ cm}$ ، ششمین حلقه تاریک با قراردادن $p = 6$ ، یا برحسب حلقه مرتبه p ام که در آن $m = 399994$ ، مشخص می‌شود. اگر θ_p کوچک باشد

$$\cos \theta_p = 1 - \frac{\theta_p^2}{2}$$

و از معادله (۱۸.۹) شعاع زاویه‌ای حلقه p ام به‌دست می‌آید

$$\theta_p = \left(\frac{p \lambda_0}{d} \right)^{1/2} \quad (19.9)$$

ساختمان شکل ۱۳.۹ یک پیکربندی ممکن را نشان می‌دهد، همان پیکربندی که در آن فقط زوج‌هایی از پرتوهای خروجی موازی را در نظر می‌گیریم. چون این پرتوها در واقع هم‌دیگر را قطع نمی‌کنند، نمی‌توانند بدون نوعی عدسی چگالنده، تصویری تشکیل دهند. در واقع این عدسی غالباً به‌وسیله چشم ناظر که در بینهایت کانونی شده است، به‌دست می‌آید. گاهی فریزهای هم‌شیب حاصل ($\theta_m = \text{const.}$) را که در بینهایت جایگزیده‌اند، به افتخار

فیزیکدان اتریشی، ویلهلم کارل هایدینگر^۱ (۱۲۵۰-۱۱۷۴/۱۸۷۱-۱۷۹۵)، فریزهای هایدینگر می‌نامند. مقایسه‌ای از شکل‌های ۱۳.۹ ب و ۳.۹ الف، که هر دو چشمه‌های نقطه‌ای همدوس را نشان می‌دهند، بیشتر این فکر را القا می‌کند که افزون‌براین تصویرهای (مجازی) در بینهایت، ممکن است فریزهای (حقیقی) که به‌وسیله پرتوهای همگرا تشکیل می‌شوند، نیز وجود داشته باشند؛ و درحقیقت این فریزها وجود دارند. بدین‌سان، اگر تداخل‌سنج را با یک چشمه پهن روشن کرده و هر گونه نور مزاحم را حذف کنید، می‌توانید به‌آسانی نقشی را ببینید که بر پرده‌ای در اتاق تاریک افکنده شده است (بخش ۶.۹). فریزها در فضای جلو تداخل‌سنج (یعنی آنجا که آشکارساز نشان داده شده است) پدیدار خواهند شد و به نسبت افزایش فاصله تا باریکه شکاف، اندازه آنها افزایش خواهد یافت. اندکی بعد، فریزهای (حقیقی) ناشی از روشنایی چشمه نقطه‌ای را خواهیم دید.

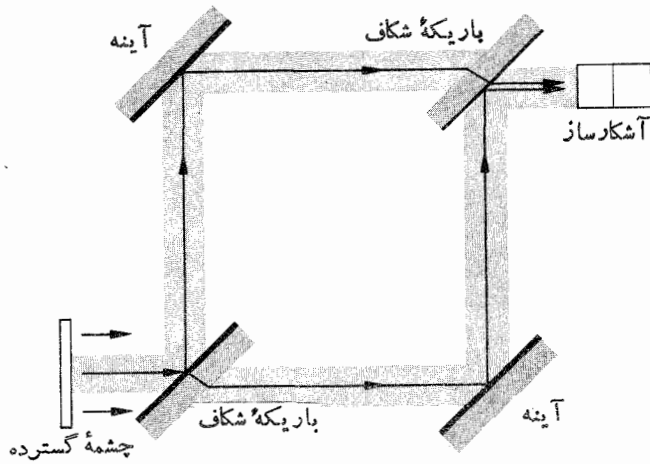
وقتی که آینه‌های تداخل‌سنج چنان نسبت به یکدیگر مایل باشند که زاویه‌ای که تشکیل می‌دهند بسیار کوچک باشد، یعنی آنگاه که M_1 و M_2 کاملاً برهم عمود نباشند، فریزهای فیزو مشاهده می‌شوند. پوسه‌های گوه‌ای شکل حاصل، در بین M_1' و M_2' نقشی از فریزهای مستقیم موازی را پدید می‌آورد (که در بخش ۲.۵.۹ مورد بحث قرار خواهد گرفت). چنین به نظر می‌رسد که پرتوهای تداخل‌کننده از نقطه‌ای در پشت آینه‌ها و می‌گرانند. برای اینکه چشم این فریزهای جایگزیده را مشاهده پذیر کند، باید بر این نقطه تمرکز یابد. می‌توان به‌طور تحلیلی^۲ نشان داد که با تنظیم مناسب سمتگیری آینه‌های M_1 و M_2 ، فریزهایی می‌توانند ایجاد شوند که مستقیم، دایره‌ای، بیضی‌وار، سهمی‌وار، و هذلولی‌اند، و این نکته در مورد فریزهای حقیقی و مجازی به‌یک میزان صادق است.

آشکار است که از تداخل‌سنج مایکلسون می‌توان در انجام اندازه‌گیری‌های فوق‌العاده دقیق طول استفاده کرد. وقتی که آینه متحرک به‌اندازه $\lambda_0/2$ جابه‌جا شود، هر فریز حرکتی کرده و موضعی را اشغال خواهد کرد که قبلاً به‌وسیله فریز مجاور اشغال شده بود. با استفاده از آرایشی میکروسکوپیکی، برای تعیین فاصله پیموده شده، Δd ، به‌وسیله آینه، تنها شمارش تعداد فریزها، N ، و یا بخشهای وابسته به آنکه از کنار یک نقطه مرجع گذشته‌اند ضروری است، یعنی

$$\Delta d = N \frac{\lambda_0}{2}$$

والته، امروزه این کار را می‌توان به‌طریقه الکترونیکی با سهولت تمام انجام داد. مایکلسون از این روش برای اندازه‌گیری تعداد طول موجهای خط سرخ کادمیوم متناظر با متر استاندارد که در

از دامنه شکاف و دو آینه کاملاً بازتابان تشکیل شده است. دو موج داخل دستگاه در امتداد مسیرهای جداگانه حرکت می‌کنند. اختلاف

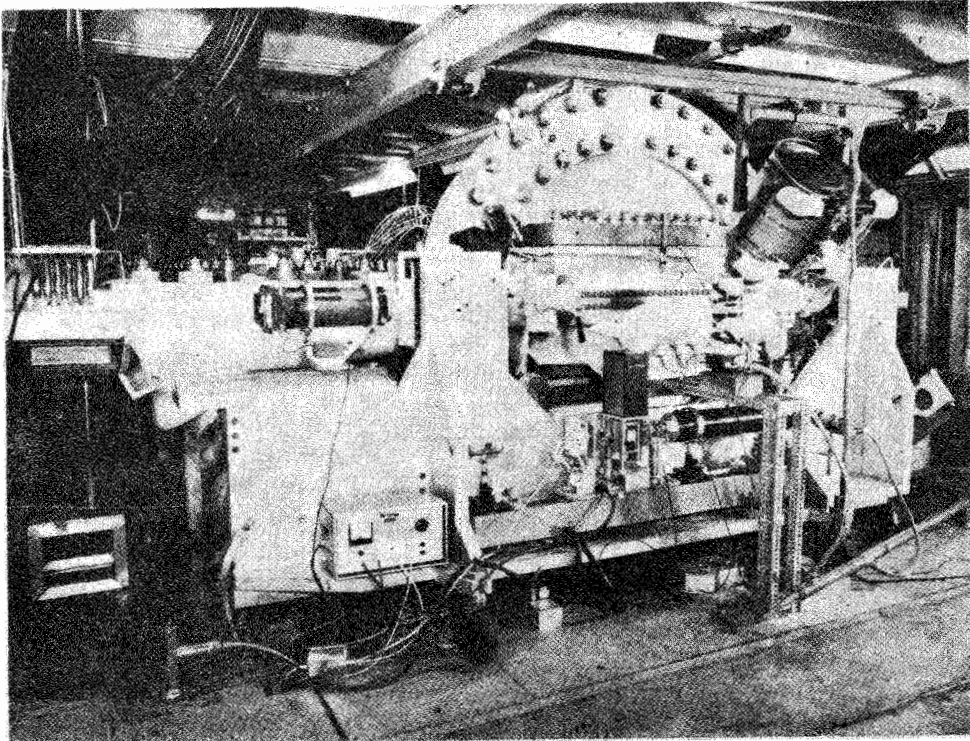


شکل ۱۵.۹ تداخل سنج مایخ-زندر.

سور در نزدیکی پاریس موجود است، استفاده کرد.^۱ می‌توان تداخل سنج مایکلسون را برای تحقیق قوانین فرنل-آراگو، همراه با معدودی پالایه‌های پولاروید به کار برد. قطبشگری که در هر بازوی تداخل سنج قرار داده شود، باعث ثابت ماندن اختلاف راه نوری می‌شود، در حالی که راستاهای میدان برداری دو باریکه را به سادگی تغییر می‌دهند.

می‌توان تداخل سنج میکروموجی مایکلسون را با آینه‌های ورقه فلزی و یک باریکه شکاف سیم نوری ساخت. با نشان دادن آشکارساز در فریز مرکزی، همراه با حرکت تدریجی یکی از آینه‌ها، می‌توان به آسانی جابجایی‌هایی را از بیشینه‌ها به کمینه‌ها اندازه گرفت و از آنجا λ را تعیین کرد. معدودی ورقه‌های تخته چند لایه، پلاستیک، یا شیشه که در یکی از بازوها قرار گیرد، فریز مرکزی را تغییر خواهد داد. با شمارش تعداد فریزهای جابجا شده برای ضریب شکست مقداری به دست خواهد آمد و از آنجا می‌توانیم ثابت دی‌الکتریک ماده را محاسبه کنیم.

تداخل سنج مایخ-زندر نیز وسیله دامنه شکاف دیگری است. به طوری که در شکل ۱۵.۹ نشان داده شده است، این تداخل سنج



شکل ۱۶.۹ اسکیلای IV.

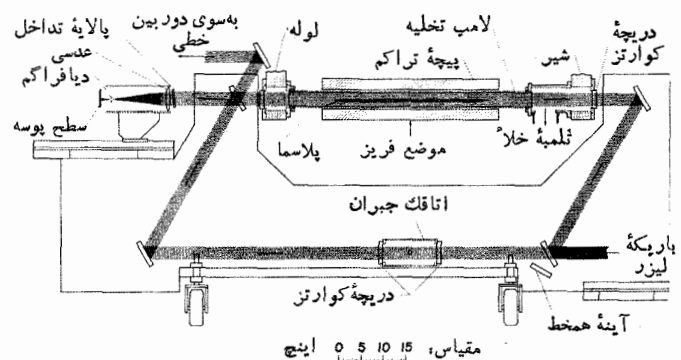
۱. می‌توان بحث پیرامون فرایندی که اوبرای احتراز از شمارش مستقیم ۳۲۷ و ۱۰۶۳ فریز به کار برد، در مراجع زیر یافت.

داخل اتاقکهای پژوهش، مانند تونلهای بادی، لوله‌های شوکی و مانند اینهاست. يك باریکه از داخل دریچه‌های اتاقك آزمون که از لحاظ نوری تخت اند می‌گذرد، درحالی که باریکه دیگر تیغه‌های جبران کننده مناسبی را می‌پیماید. باریکه داخل اتاقك نواحیی که دارای ضریب شکست متغیر فضایی اند، انتشار خواهد یافت. اعوجاج حاصل درجهه موج، پربندهای فریزها را به وجود می‌آوردند. يك کاربرد مخصوصاً ظریف، در شکل ۱۶.۹ نشان داده شده است که عکسی از ابزار تراکم مغناطیسی مشهور به اسکیلای IV^۲ است. این دستگاه در آزمایشگاه علمی لوس آلاموس برای مطالعه واکنشهای گرما-هسته‌ای کنترل شده به کار گرفته شده است. در این کاربرد، همانطوری که در شکل ۱۷.۹ نمایش داده شده است، تداخل سنج ماخ-زندر شكل يك متوازی الاضلاع دارد. دو تداخل نگار حاصل از لیزر یاقوت، این عکسها به این نام خوانده می‌شوند (شکل ۱۸.۹)، نقش زمینه بدون يك پلاسما در لوله و پربندهای چگالی در داخل پلاسما در خلال يك واکنش را نشان می‌دهند (شکل ۱۹.۹).

وسیله دیگر دامنه شکافی است که از بسیاری جهات از ابزار پیشین متمایز است؛ دستگاهی است که ما آن را تداخل سنج ساگاناک خواهیم نامید. بخط کردن آن بسیار آسان و کاملاً پایدار بوده، و با این وجود استفاده عملی از آن خیلی مشکل است. یکی از کاربردهای بسیار جالب آن در آخرین بخش این فصل، که در آنجا آن را به عنوان يك ژيروسکوپ به کار گرفته اند، مورد بحث قرار گرفته است. تداخل سنج ساگاناک در شکل ۲۰.۹ و نوعی دیگر در شکل ۲۱.۹ نشان داده شده است؛ و وجود انواع دیگری نیز

بین مسیرهای نوری می‌تواند به وسیله کجی نساچیزی در یکی از باریکه شکافها پدید آید. چون این دو مسیر از هم جدا شده اند، بخط کردن تداخل سنج نسبتاً مشکل است. اما درست به همین دلیل، تداخل سنج کاربردهای زیادی پیدا می‌کند. حتی در شکلی تغییر یافته ولی از نظر مفهومی یکسان، برای به دست آوردن فریزهای تداخلی الکترونی به کار رفته است.^۱

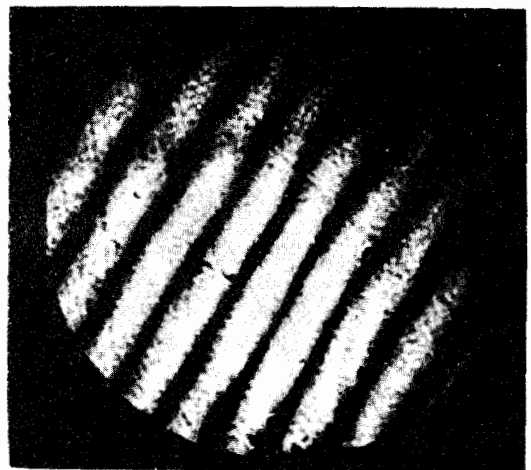
وارد کردن، يك شیء در يك باریکه اختلاف مسیر نوری را تغییر می‌دهد، و در نتیجه نقش فریزها تغییر خواهد کرد. يك کاربرد متداول این دستگاه، مشاهده تغییرات چگالی در نقشهای شارش گاز



شکل ۱۷.۹ طرحواره اسکیلای IV.



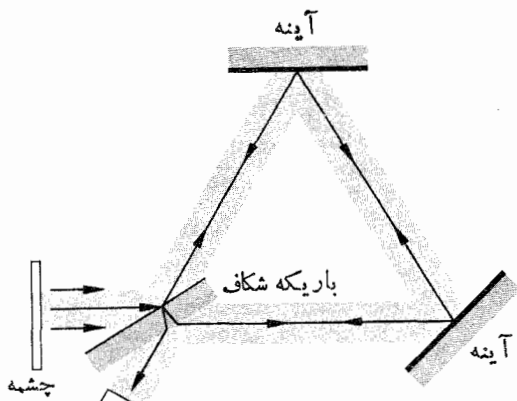
شکل ۱۹.۹ تداخل نگار با پلاسما.



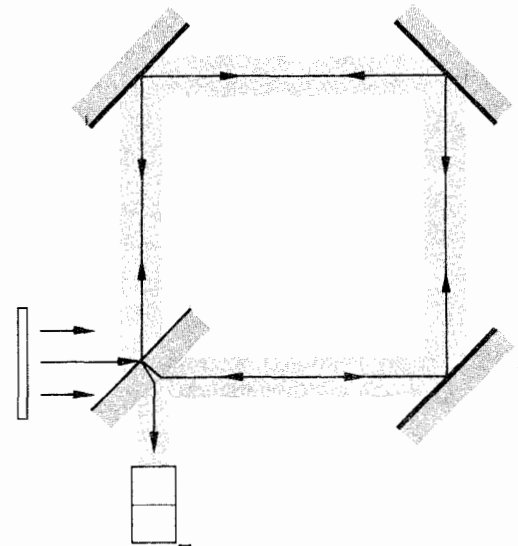
شکل ۱۸.۹ تداخل نگار بدون پلاسما.

1. L. Marton, J. Arol Simpson, and J. A. Suddeth, *Rev. Sci. Instr.*, 25, 1099 (1954) and *Phys. Rev.*, 90, 490, (1953).

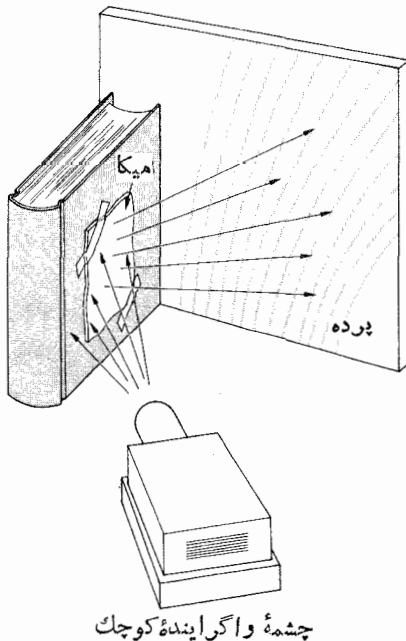
2. Scylla IV



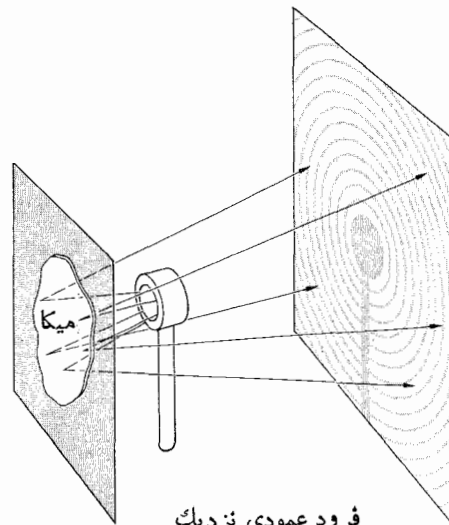
شکل ۲۱.۹ نوع دیگری از تداخل سنج ساگناک.



شکل ۲۰.۹ تداخل سنج ساگناک.



چشمه و اگر اینده کوچک



فرود عمودی نزدیک

شکل ۲۲.۹ تداخل سنج پول.

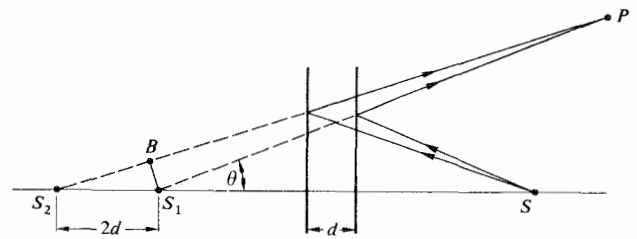
برهم نهاده می شوند و بنابراین جدایی ناپذیرند، تداخل سنج نمی تواند برای هر کاربرد قراردادی مورد استفاده باشد. این کاربردها عموماً به امکان تحمیل تغییرات تنها روی یکی از باریکه های مؤلفه، بستگی دارند.

اینک این سه تداخل سنج دامنه شکاف مشابه را، همراه با یک تداخل سنج چهارم دیگر، که در آنها این بار در هر حالت یک

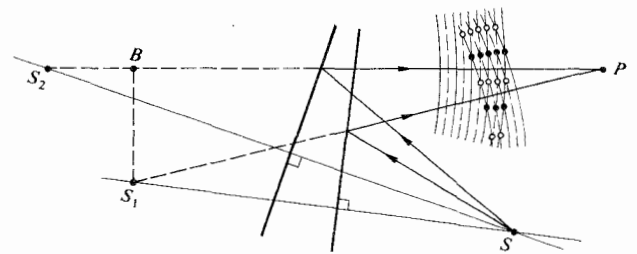
امکان پذیر است. توجه کنید که جنبه عمده دستگاه این است که باریکه ها دوسیر مشابه ولی در راستاهای مخالف را اختیار می کنند و هر دو پیش از آنکه برای تشکیل تداخل با هم متحد شوند، حلقه های بسته ای تشکیل می دهند. یک جابجایی جزئی اختیاری در سمتگیری یکی از آینه ها باعث ایجاد اختلاف در طول مسیر شده و در نتیجه یک نقش فریز تشکیل خواهد شد. چون باریکه ها

چشمه نقطه‌ای به کار می‌گیریم، در نظر می‌گیریم. تداخل سنج جدید می‌تواند تولید فریز پول^۱ است که پیکربندی آن در شکل ۲۲.۹ نشان داده شده است. این تداخل سنج صرفاً یک پوسه شفاف نازک است که به وسیله نور خروجی از یک چشمه نقطه‌ای روشن شده است. در این حالت فریزها حقیقی‌اند و بنابراین، می‌توان آنها را روی پرده‌ای انداخت که بدون یک سیستم عدسی چکانده، در جایی در مجاورت تداخل سنج قرار داده شده است. یک لامپ جیوه پوشیده با سبزی که دارای یک سوراخ کوچک (به قطر تقریباً ۱/۴ اینچ) باشد، چشمه نوری مناسبی است. برای یک پوسه نازک، قطعه‌ای از میکای معمولی را روی جلد سیاه رنگ کتابی که به عنوان یک پشتیبان کدر به کار می‌رود، بچسبانید. اگر لیزری در اختیار دارید، طول همدوسی چشمگیر و چگالی شار بالای آن این امکان را فراهم خواهد کرد که همین آزمایش را تقریباً با هر چیز صیقلی و شفافی انجام دهید. باریکه را با گذراندن آن از یک عدسی در حدود یک یا دو اینچ توسعه بدهید (فاصله کانونی ۵۰ تا ۱۰۰ میلیمتری این کار را انجام خواهد داد). سپس باریکه را از سطح یک تیغه شیشه‌ای (مثلاً یک اسلاید میکروسکوپی) بازتاب دهید، و فریزها در داخل قرص روشن شده، هر جا که این قرص به پرده برخورد کند، ظاهر خواهند شد.

اصل اساسی فیزیکی را که در روشن کردن به وسیله چشمه نقطه‌ای برای تمامی این دستگاهها به کار می‌رود، به کمک یک شکل هندسی می‌توان ارزیابی کرد، که تغییرات آن در شکلهای ۲۳.۹ و ۲۴.۹ نشان داده شده است. دو خط عمودی در شکل ۲۳.۹، یا دو خط مایل در شکل ۲۴.۹، یا مواضع آینه‌ها را نشان می‌دهند یا دو رویه ورقه نازک در تداخل سنج پول را. فرض کنیم که نقطه P در محیط پیرامونی، نقطه‌ای باشد که در آنجا تداخل سازنده وجود دارد. پرده‌ای که در آن نقطه قرار داده شود، بدون هر گونه سیستم چکانده، این بیشینه و همچنین یک نقش فریز را قطع خواهد کرد. چشمه‌های همدوس مجازی که باریکه‌های تداخل کننده را گسیل می‌دارند، تصاویر آینه‌ای S_1 و S_2 مربوط به چشمه نقطه‌ای حقیقی S هستند. باید توجه داشت که این نوع نقش فریز حقیقی را می‌توان با تداخل سنجهای مایکلسون و ساگانک، هر دو، مشاهده کرد؛ گرچه این چیزی نیست که غالباً به نمایش گذاشته می‌شود (شکلهای ۲۵.۹ و ۲۶.۹). اگر هر یک از دو دستگاه به وسیله یک باریکه لیزری گسترده شده روشن شود، یک نقش فریز حقیقی، مستقیماً به وسیله امواج خروجی پدید خواهد آمد. این نمایشی بسیار ساده و زیباست.



شکل ۲۳.۹ روشن کردن سطوح موازی با چشمه نقطه‌ای.



شکل ۲۴.۹ روشن کردن سطوح مایل با چشمه نقطه‌ای.



شکل ۲۵.۹ فریزهای حقیقی مایکلسون با استفاده از نور لیزر.

1. Pohl

۲. این بحث و یاده‌ای از بخش ۶.۹ به تفصیل در مرجع زیر آمده است

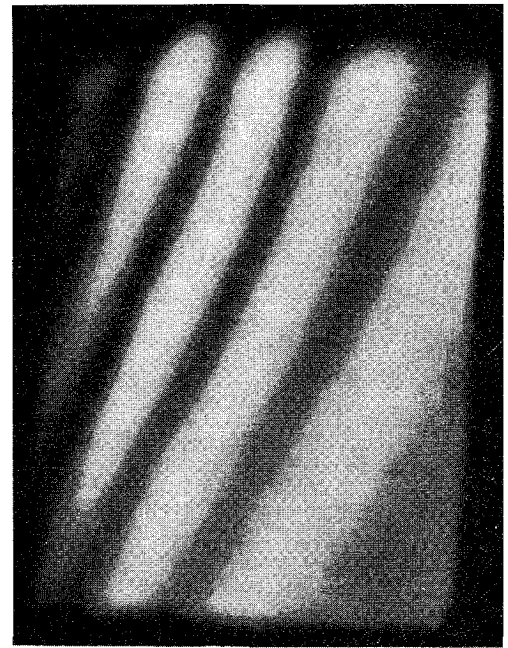
A. Zajac, H. Sadowski, and S. Licht, "The Real Fringes in the Sagnac and the Michelson Interferometers," *Am. J. Phys.*, 29, 669 (1961).

هرچند خوب شناخته شده بودند، کاربردپذیری عملی آنها را نسبتاً محدود کرده بودند. نموده‌های رنگی جالب ناشی از پولکهای نفت و حبابهای صابون، اگر با تعبیر زیباشناختی و نظری خوشایند بودند، عملاً هم کنجکاویهای زیباگرایانه عمده‌ای را پز می‌انگیختند.

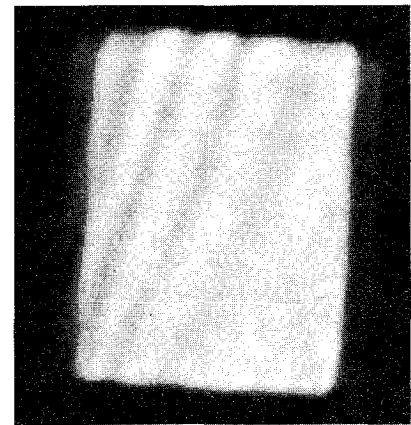
ایدا ع روشهای مناسب اندودن در خلا، در ۱۳۹۹/۱۹۳۰ توانایی ایجاد اندوده‌های دقیقاً کنترل شده را در مقیاسی تجاری، و به نوبه خود، توجهی محدود را، با خود به همراه آورد. در خلال جنگ دوم جهانی، هردو طرف متخاصم، دشمن خود را مجهز به دستگاههای نوری متنوعی که اندود شده بودند، یافتند. و در دهه ۱۹۶۰ اندوده‌های چندلایه به طور گسترده‌ای به کار گرفته شدند.

۱۰۵.۹ فریزهای هم‌شیب

بدو، حالت ساده مربوط به يك تیغه متوازی السطوح شفاف از ماده دی الکتریک به ضخامت d را در نظر بگیریم. قبلاً يك شرط ممکن حاصل از بازتابش دو پرتو فرودی جداگانه، مربوط به بحث ما پیرامون تداخل سنج پول، در شکل ۲۳.۹ ترسیم شده است. يك امکان دیگر در شکل ۲۷.۹ نشان داده شده است. فرض کنیم پوسه غیر نادر آشام باشد و ضربهای بازتاب دامنه در سطوح مشترک چندان کوچک باشند که فقط نخستین دو باریکه بازتابیده E_{1r} و E_{2r} (که هردو فقط يك بار بازتابیده‌اند) قابل ملاحظه باشند. در عمل، به طوری که در مورد سطوح جدایی هوا - آب و هوا - شیشه می‌توان نشان داد، دامنه‌های باریکه‌های بازتابی مرتبه بالاتر

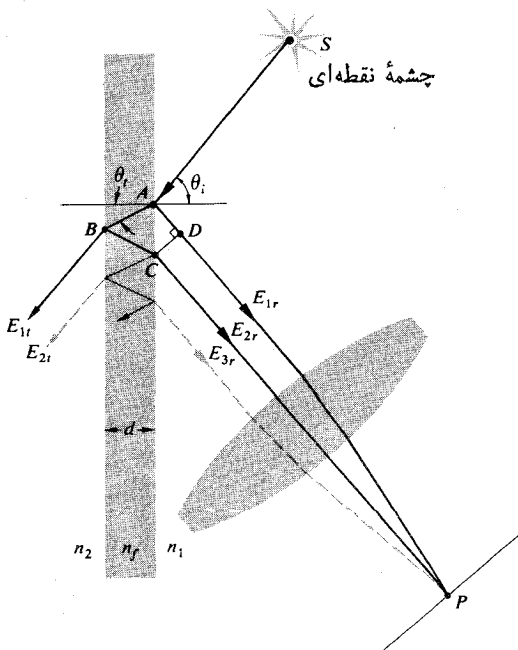


در پنج متری



در دو متری

شکل ۲۶.۹ فریزهای حقیقی ساگناک با استفاده از چشمه نقطه‌ای نور سفید.



شکل ۲۷.۹ فریزهای هم‌شیب.

۵.۹ پوسه‌های دی الکتریک - تداخل دوباریکه‌ای

آثار تداخل در مواد شفافی که ضخامت آنها در گستره بسیار وسیعی تغییر می‌کنند، قابل مشاهده‌اند. این گستره از پوسه‌هایی با ضخامت کمتر از يك طول موج نور (مثلاً، برای نور سبز، λ_0 حدود $1/150$ ضخامت این صفحه چاپ شده کتاب است) تا تیغه‌هایی به ضخامت چندین سانتیمتر را در بر می‌گیرد. يك لایه از ماده‌ای را برای طول موج معینی از تابش الکترومغناطیسی پوسه نازک می‌نامند. آنگاه که ضخامتش در حدود همان طول موج باشد، پیش از آغاز دهه ۱۹۴۰ پدیده‌های تداخل وابسته به پوسه‌های نازک دی الکتریک،

نسبی π رادیان خواهند شد. بنا براین

$$\delta = k_0 \Lambda \pm \pi$$

و به‌طور صریحتر

$$\delta = \frac{\gamma \pi n_f}{\lambda_0} d \cos \theta_i \pm \pi \quad (22.9)$$

یا

$$\delta = \frac{\gamma \pi d}{\lambda_0} (n_f^2 - n^2 \sin^2 \theta_i)^{1/2} \pm \pi \quad (23.9)$$

علامت تغییر فاز مهم نیست، به‌طوری‌که، برای اندکی ساده‌تر بودن معادلات، علامت منفی را اختیار خواهیم کرد. در نور بازتابیده، به‌ازای $\delta = 2m\pi$ ، یعنی مضرب زوجی از π ، یک بیشینه، یعنی یک لک روشن، در نقطه P ظاهر می‌شود. در آن حالت، می‌توان معادله (22.9) را چنان آراست که

$$d \cos \theta_i = (2m+1) \frac{\lambda_f}{4}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (24.9)$$

که در آن از رابطه $\lambda_f = \lambda_0 / n_f$ استفاده شده است. این نیز با کمینه‌های نور تراگسیلیده متناظر است. کمینه‌های تداخلی در نور بازتابیده (بیشینه‌ها در نور تراگسیلیده) به‌ازای $\delta = (2m \pm 1)\pi$ ، یعنی مضارب فردی از π ، نتیجه می‌شود. برای چنین حالت‌هایی، از معادله (24.9) به‌دست می‌آید

$$(d \cos \theta_i) = 2m \frac{\lambda_f}{4} \quad (\text{کمینه‌ها}) \quad (25.9)$$

به‌طوری‌که بعداً خواهیم دید ظاهر شدن مضارب فرد و زوج $\lambda_f/4$ در معادلات (24.9) و (25.9) بسیار مهم است. البته می‌توانستیم شرایطی داشته باشیم که در آن $n_1 > n_f > n_2$ یا $n_1 < n_f < n_2$ ، مثل یک پوسه فلوئورید که روی یک عنصر نوری شیشه‌ای غوطه‌ور در هوا، اندوده شده باشد. در آن صورت تغییر فاز π وجود نخواهد داشت، و معادلات بالا به‌طرز مناسبی تعدیل خواهند شد.

اگر روزنه عدسی به‌کار رفته برای کانونی کردن پرتوها کوچک باشد، فریزهای تداخلی در بخش کوچکی از پوسه ظاهر خواهند شد. فقط پرتوهایی که پس از ترک چشمه نقطه‌ای مستقیماً به‌عدسی بازتابیده شده باشند، دیده می‌شوند (شکل ۲۸.۹). در مورد یک چشمه کشیده یا ممتد، نور از راستاهای مختلف به‌عدسی می‌رسد و نقش فریز بر مساحت وسیعی از پوسه گسترده خواهد شد (شکل ۲۹.۹).

زاویه θ_i یا هم‌ارز آن θ_i ، که از طریق موضع P معین

($E_{\gamma\gamma}$ و غیره) عموماً به‌سرعت کاهش می‌یابد (مسئله ۱۰.۹). فعلاً، فرض می‌کنیم که S یک چشمه نقطه‌ای تکفام است. پوسه به‌عنوان یک دستگاه دامنه شکاف به‌کار گرفته می‌شود، به‌طوری‌که می‌توان $E_{\gamma\gamma}$ و $E_{\gamma\gamma}$ را چنان در نظر گرفت که گویی از دو چشمه مجازی واقع در پشت این پوسه ناشی می‌شوند. پرتوهای بازتابیده به‌هنگام ترک پوسه، با یکدیگر موازی‌اند و می‌توان آنها را به یک نقطه P بر صفحه کانونی یک شیء تلسکوپ یا روی شبکیه چشم، وقتی که برای بینهایت کانونی شده باشد، آورد. از شکل ۲۷.۹، اختلاف راه نوری برای دو باریکه بازتابیده اول، چنین به‌دست می‌آید

$$\Lambda = n_f[(\overline{AB}) + (\overline{BC})] - n_1(\overline{AD})$$

و چون $(\overline{AB}) = (\overline{BC}) = d / \cos \theta_i$

$$\Lambda = \frac{\gamma n_f d}{\cos \theta_i} - n_1(\overline{AD})$$

اینک برای اینکه عبارتی برای (\overline{AD}) بیابیم، می‌نویسیم

$$(\overline{AD}) = (\overline{AC}) \sin \theta_i$$

که با استفاده از قانون اسنل چنین می‌شود

$$(\overline{AD}) = (\overline{AC}) \frac{n_f}{n_1} \sin \theta_i$$

که در آن

$$(\overline{AC}) = 2d \tan \theta_i \quad (26.9)$$

حال عبارت مربوط به Λ چنین نوشته می‌شود

$$\Lambda = \frac{\gamma n_f d}{\cos \theta_i} (1 - \sin^2 \theta_i)$$

و سرانجام

$$\Lambda = \gamma n_f d \cos \theta_i \quad (27.9)$$

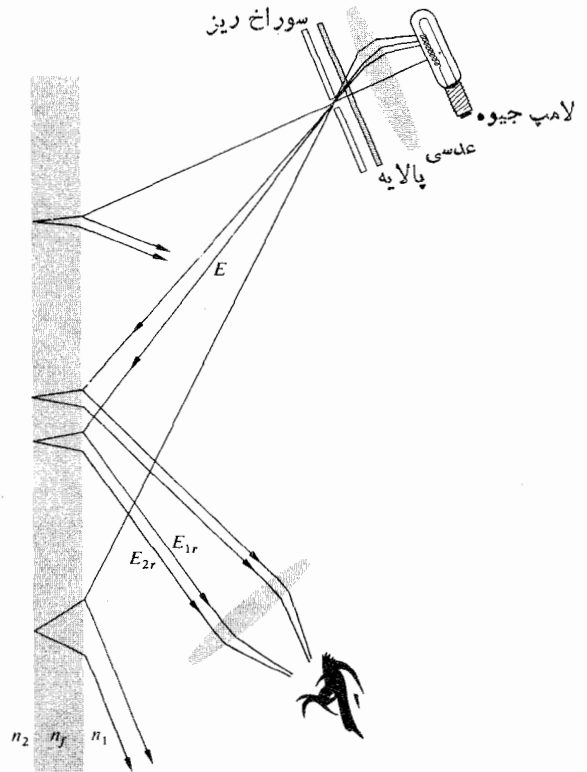
بنابراین، اختلاف فاز متناظر وابسته به اختلاف راه نوری چیزی جز حاصلضرب عدد انتشار فضای آزاد در Λ ، یعنی $k_0 \Lambda$ ، نیست. اگر پوسه در یک تک محیط غوطه‌ور باشد، ضریب شکست را می‌توان به‌سادگی به‌صورت $n_1 = n_f = n_2$ نوشت. البته، توجه داشته باشید که n می‌تواند همانند حالت یک پوسه حساب کف صابون در هوا کمتر از n_f ، یا مانند حالت یک پوسه هوا بین دو ورقه شیشه‌ای، از n_f بزرگتر باشد. در هر حالت، یک تغییر فاز اضافی ناشی از خود بازتابها وجود خواهد داشت. یادآور می‌شویم که بدون توجه به قطبش نور ورودی، دو باریکه، که یکی به‌طور داخلی و دیگری به‌طور خارجی بازتابیده شوند، دستخوش یک تغییر فاز

می شود، δ را به نوبه خود کنترل خواهد کرد. بنا بر این، فریزهای P_1 و P_2 در شکل ۳۰.۹ ظاهر می شوند فریزهای هم شیب نامیده شده اند (مسئله ۲۶.۹). چند روش ساده برای دیدن این فریزها را مورد بحث قرار می دهسد. به خاطر داشته باشید که هر نقطه چشمه ای روی چشمه گسترده نسبت به دیگری ناهم دوس است.

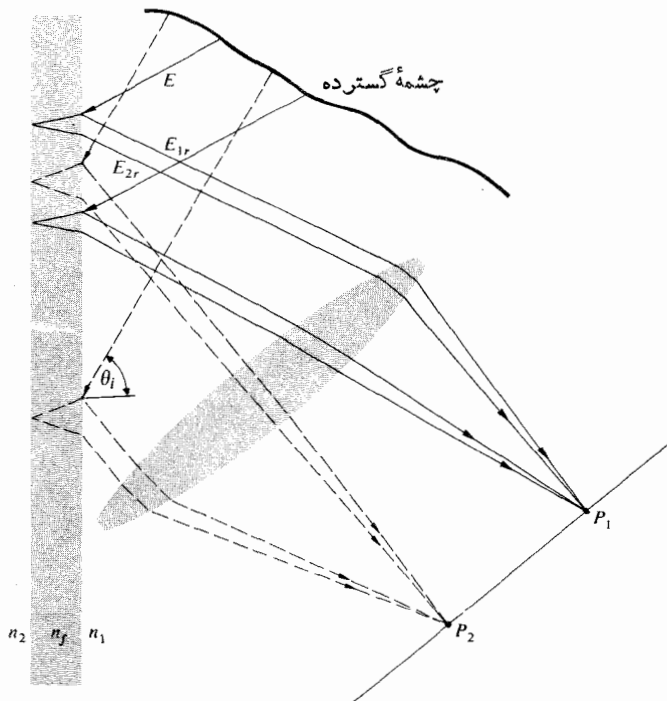
توجه داشته باشید که با ضخیم تر شدن پوشه، فاصله (AC) بین E_{1r} و E_{2r} نیز افزایش می یابد، زیرا

$$[20.9] \quad (AC) = 2d \tan \theta_i$$

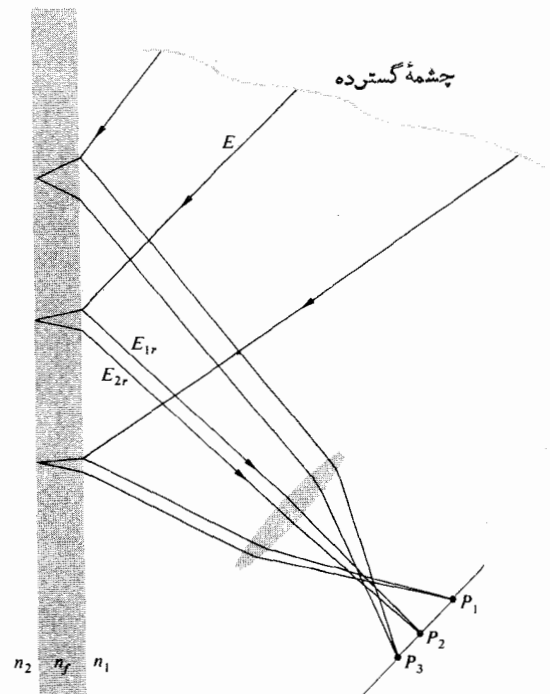
وقتی که فقط یکی از دو پرتو بتواند وارد مردمک چشم شود، نقش تداخل ناپدید خواهد شد. در این صورت می توان از يك عدسی بزرگتر تلسکوپ برای جمع کردن هر دو پرتو استفاده کرده و بار دیگر نقش را رؤیت پذیر ساخت. این فاصله را می توان با کاهش θ_i و بنا بر این با کاهش θ_i ، یعنی از راه دیدن پوشه در فرود تقریباً عمودی، کاهش داد. فریزهای هم شیب که با این روش در تیغه های ضخیم دیده می شوند، فریزهای هایدینگر نام دارند. با استفاده از يك چشمه گسترده، این فریزها از يك رشته نوارهای دایره ای هم مرکز تشکیل یافته اند، که مرکز آنها روی خط عمودی است که از چشم به پوشه رسم شده باشد (شکل ۳۱.۹). به تدریج که ناظر حرکت کند، نقش تداخل هم ناظر را تعقیب می کند.



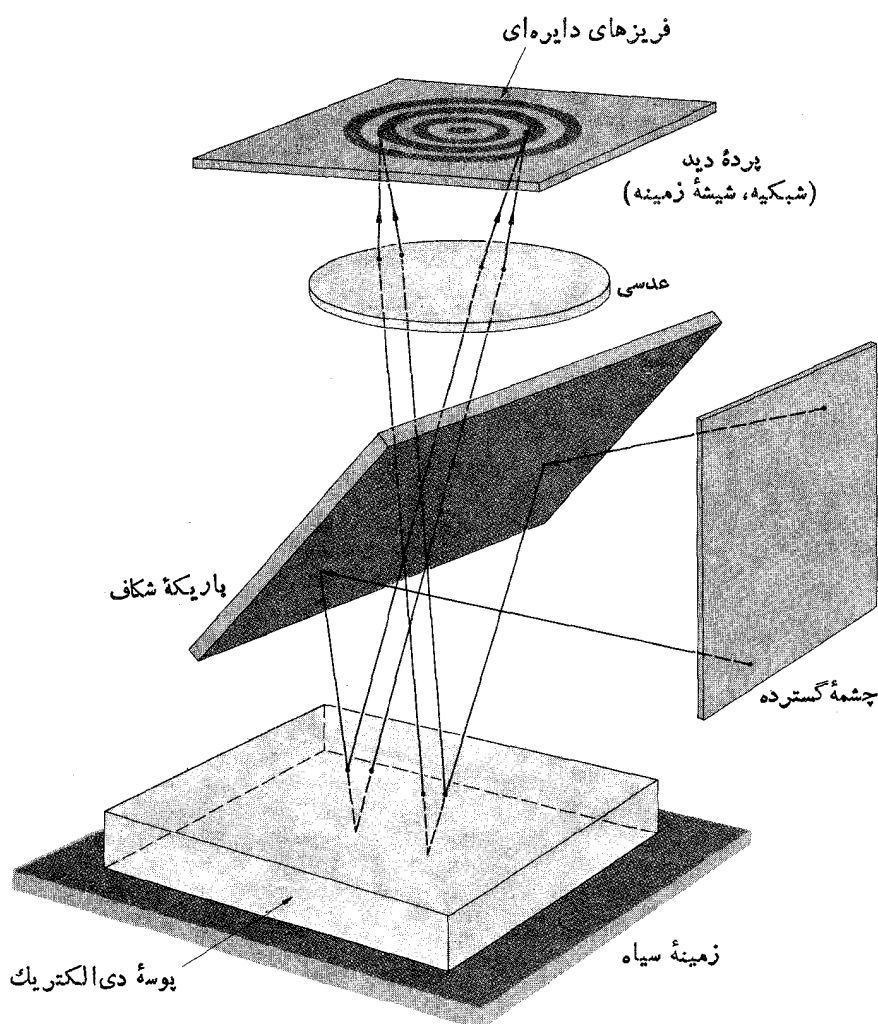
شکل ۲۸.۹ فریزهایی که در بخش کوچکی از پوشه مشاهده می شوند.



شکل ۳۰.۹ کلیه پرتوهایی که شیبشان یکسان است، به یک نقطه می رسند.



شکل ۲۹.۹ فریزهایی که در ناحیه وسیعی از پوشه دیده می شوند.



شکل ۳۱۰۹ فریزهای دایره‌ای هایدینگ که مرکز آنها روی محور عدسی است.

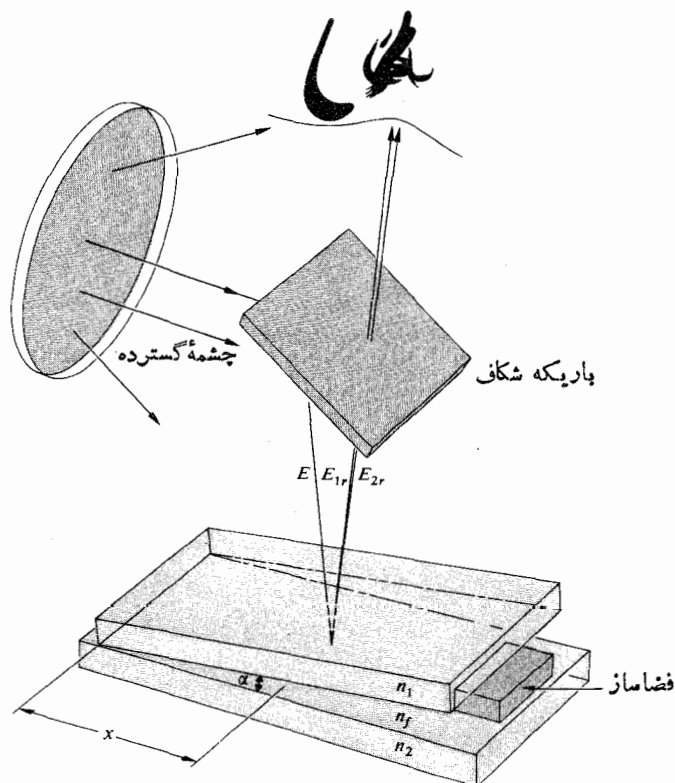
۲۰۵۰۹ فریزهای هم‌ضخامت

رده‌کاملی از فریزهای تداخلي وجود دارد که در آنها ضخامت نوری، $n_f d$ ، عاملی عمده‌تر از θ_f است. این فریزها را فریزهای هم‌ضخامت می‌نامند. تحت روشنایی نورسفید، نمایش رنگین‌کمانی حبابهای صابون، زنگارهای نفت (به ضخامت چند طول موج)، و حتی سطوح فلزی زنگ‌زده، جملگی نتیجه تغییرات در ضخامت پوسه است. نوارهای تداخلي از این نوع، شبیه خطوط ثابت ترازی که نقشه برداری است. هر فریز مکان هندسی کلیه نقاطی از پوسه است که در آنها ضخامت نوری مقدار ثابتی است. در حالت کلی، n_f تغییر نمی‌کند به‌طوری که فریزها در واقع با

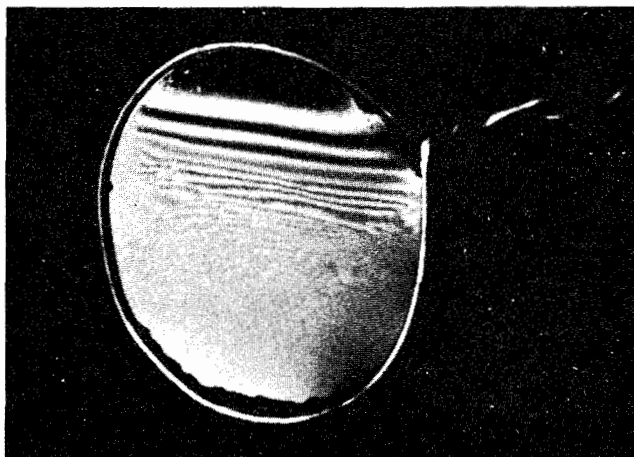
نواحی دارای ضخامت ثابت پوسه متناظرند. و چون چنین است، این فریزها در تعیین سیماهای سطحی عناصر نوری، عدسی‌ها، منشورها و مانند آنها، کاملاً مفیدند. مثلاً اگر بخواهیم یک سطح را بررسی کنیم می‌توانیم آن را با یک سطح تخت نودی در تماس قرار دهیم.^۱ هوای موجود بین دو سطح، یک نقش تداخلي نازک پوسه پدید می‌آورد. اگر سطح آزمون تخت باشد، یک رشته نوارهای مستقیم، و هم فاصله بیانگر یک پوسه هوای گوه‌ای شکل به وجود می‌آید، که معمولاً ناشی از غبار موجود بین این دو سطح است. دو قطعه تیغه شیشه‌ای که یک سر آنها به وسیله باریکه‌ای کاغذ از هم جدا شده‌اند یک گوه مطلوب تشکیل می‌دهند که با آن می‌توان

۱. یک سطح را از لحاظ نوری تخت گویند وقتی که از یک سطح کامل، بیشتر از حدود $\lambda/4$ انحراف نداشته باشد. در گذشته، بهترین سطوح تخت از کوارتز پاکیزه گداخته ساخته می‌شد. امروزه مواد شیشه‌سرامیک (مثلاً CER-VIT) که دارای ضریبهای انبساط گرمایی فوق‌العاده کمی هستند (در حدود یک ششم ضریب انبساط گرمایی کوارتز) موجودند. می‌توان سطوح تخت نوری منفردی را تا $\lambda/200$ یا حتی کمی بهتر ساخت.

گرانش، شکل يك گوه را به خود می گیرد. وقتی كسه با نور سفید روشن شود، نوارها رنگهای گوناگونی خواهند داشت. ناحیه سیاه در بالا بخشی است که در آنجا ضخامت پوسه کمتر از $\lambda_f/4$ است. دو برابر این مقدار به اضافه يك جابجایی اضافی $\lambda_f/2$ ، ناشی از بازتابش کمتر از يك طول موج کامل است. بنابراین پرتوهای



شکل ۳۲.۹ فریزهای حاصل از يك پوسه گوه ای شکل.



شکل ۳۳.۹ يك پوسه گوه ای شکل از حباب کف صابون.

این نوارها را مشاهده کرد.

وقتی که این گوه تحت فرود تقریباً عمودی، به روشی که در شکل ۳۲.۹ نموده شده است، رؤیت شود، پرتوهای ناشی از يك پوسه نایکخواخت را فریزهای فیزو می نامند. برای يك گوه نازك با زاویه كوچك α مقدار تقریبی اختلاف مسیرنوری بین دو پرتو بازتابیده از معادله (۲۱.۹) به دست می آید که در آن d ضخامت در نقطه ای ویژه است، یعنی

$$d = x\alpha$$

به ازای مقادیر كوچك θ_i ، شرط مربوط به يك بیشینه تداخلی چنین می شود

$$\left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda_o = 2n_f d_m$$

یا

$$\left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda_o = 2\alpha x_m n_f$$

چون $n_f = \lambda_o / \lambda_f$ پس x_m را می توان چنین نوشت

$$x_m = \left(\frac{m + 1/4}{2\alpha}\right)\lambda_f$$

بیشینه ها در فواصلی از رأس گوه، که با $3\lambda_f/4\alpha$ ، $\lambda_f/4\alpha$ والی آخر، مشخص می شوند، رخ می نمایند و فاصله فریزهای متوالی Δx است که از رابطه زیر به دست می آید

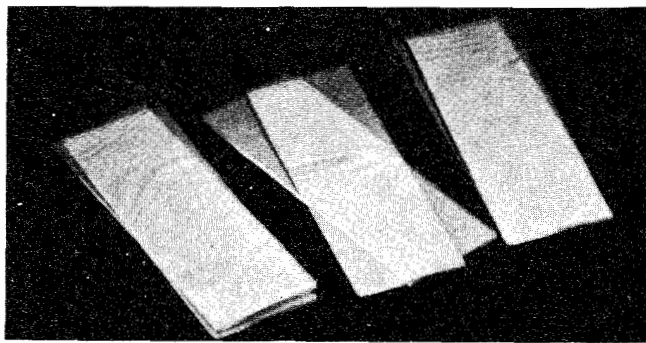
$$\Delta x = \frac{\lambda_f}{2\alpha}$$

توجه کنید که اختلاف ضخامت پوسه بین بیشینه های مجاور برابر $\lambda_f/2$ است. چون باریکه بازتابیده از سطح پایینتر دوبار از پوسه می گذرد، $(\theta_i \approx \theta_r \approx 0)$ ، بیشینه های مجاور به اندازه λ_f باهم اختلاف راه نوری دارند. همچنین توجه کنید که ضخامت پوسه در بیشینه های مختلف چنین به دست می آید

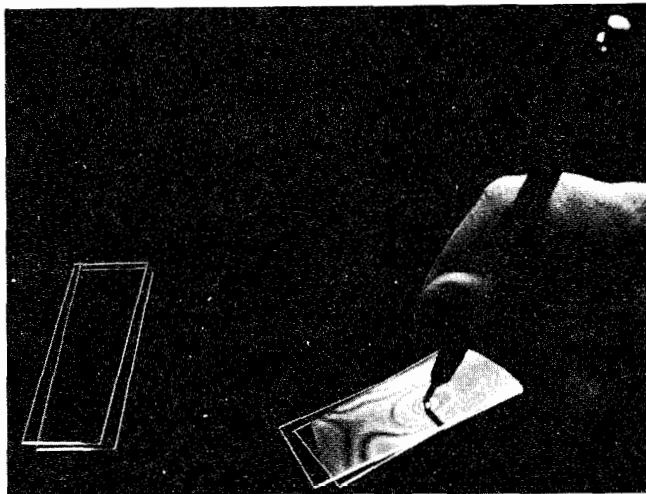
$$d_m = \left(m + \frac{1}{4}\right)\frac{\lambda_f}{2}$$

که مضرب فردی از يك ربع طول موج است. دوبار عبور از این پوسه يك تغییر فاز π به وجود می آورد، که وقتی با تغییر فاز π ناشی از بازتابش جمع شود، آن دو پرتو مجدداً با یکدیگر هم فاز می شوند.

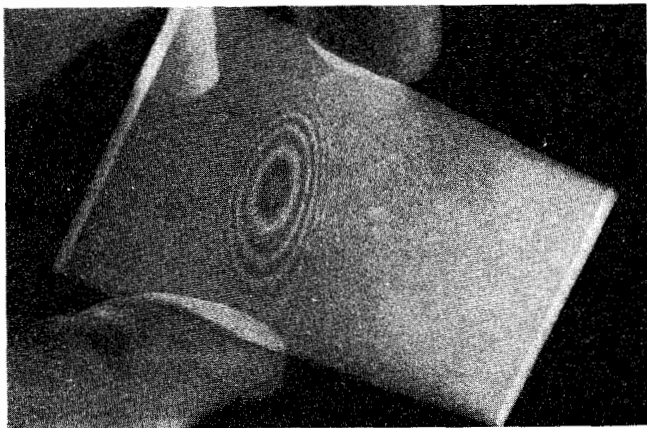
شکل ۳۳.۹ عکسی از يك پوسه حباب کف صابون را نشان می دهد که به طور قائم نگهداشته شده است، به طوری که بر اثر



شکل ۳۴.۹ فریزهای مربوط به پوسه‌های میان دولغزانه



(الف)



(ب)

شکل ۳۵.۹ حلقه‌های نیوتون با دولغزانه میکروسکوپ.

بازتابیده ناهمافازند. اگر ضخامت بازهم کاهش بیشتری پیدا کند، اختلاف فاز کلی به π می‌رسد. تابیدگی در دستگاه مشاهده به یک کمینه می‌رسد (معادله ۵.۹) و پوسه در نور بازتابیده سیاه به نظر می‌آید.^۱

دولغزانه میکروسکوپ کاملاً تمیز را به هم فشار دهید. پوسه‌های هوای محبوس بین آنها معمولاً یکنواخت نخواهد بود. در نور متعارف اتاق، یک رشته نوارهای رنگین نامنظم (فریزهای هم‌ضخامت) در سرتاسر سطح به وضوح قابل رؤیت خواهند بود (شکل ۳۴.۹). لغزانه‌های نازک شیشه‌ای، تحت فشار اعوجاج پیدا می‌کنند و در نتیجه فریزها حرکت کرده و تغییر می‌کنند. درواقع، اگر دو قطعه شیشه در نقطه‌ای به هم فشار داده شوند، این کار را می‌توان از طریق فشار دادن آنها با یک قلم نوك تیز انجام داد، در اطراف آن نقطه، یک رشته فریزهای هم‌مرکز تقریباً دایره‌ای تشکیل خواهد شد (شکل ۳۵.۹). این نقش که حلقه‌های نیوتون^۲ نام دارند، با استفاده از آرایش شکل ۳۶.۹ با دقت بیشتری مورد بررسی قرار می‌گیرد. در اینجا یک عدسی روی تیغه تخت نوری قرار داده شده و تحت فرودی عمودی با نور تکفام گونه‌ای روشن شده است. میزان یکنواختی در نقش دایره‌ای هم‌مرکز معیاری است از درجه کمال شکل عدسی. رابطه میان فاصله، x ، ضخامت، d ، پوسه چنین به دست می‌آید

$$x^2 = R^2 - (R - d)^2$$

یا به بیانی ساده‌تر

$$x^2 = 2Rd - d^2$$

چون $d \gg R$ ، رابطه بالا چنین می‌شود

$$x^2 = 2Rd$$

دو باره با فرض اینکه ما فقط به بررسی دو باریکه بازتابیده اولی E_1 و E_2 نیاز داریم، تقریب به کار می‌بریم. بیشینه مرتبه m ام تداخلی وقتی در پوسه نازک رخ خواهد نمود که ضخامت آن در رابطه زیر صدق کند

$$2n_f d_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda.$$

بنابراین شعاع m امین حلقه روشن از ترکیب دو رابطه اخیر

۱. اگر چگالی شار بازتابیده، به تدریج که پوسه نازک‌تر و در نهایت ناپدید می‌شود به آرامی به صفر نزدیک شود، تغییر فاز نسبی π بین بازتابش داخلی و خارجی ضروری است.

۲. رابرت هوک (۱۶۳۵-۱۷۰۳/۱۰۱۴-۱۸۰۲) و ایساک نیوتون هردو، مستقل از یکدیگر، گستره کاملی از پدیده‌های پوسه نازک را از حبابهای کف صابون گرفته تا پوسه‌های میان عدسیها مطالعه کردند. قول زیر را از کتاب *Optiks* نیوتون نقل می‌کنیم:

دو شیشه شیئی را اختیار کردم، یکی تخت کوژ برای یک تلسکوپ ۱۴ فوتی، و دیگری یک دو کوژ بزرگ برای تلسکوپی در حدود پنجاه فوت، اولی را چنان روی دومی قرار دادم که رویه تخت آن به سوی پایین باشد، آنها را به آرامی به هم فشار دادم، تا رنگها را وادارم تا به‌طور متوالی از وسط دایره‌ها خارج شوند.

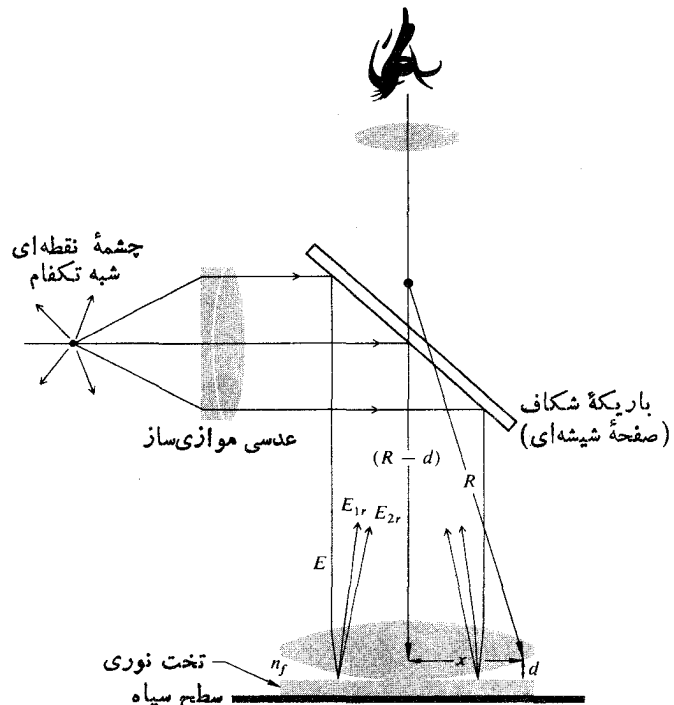
حلقه‌های نیوتون که می‌توانند با يك پیمانه آزمون ویژه دیده شوند، مشخص کنند. باید متذکر شویم که کاربرد تیغه‌های آزمون در ساختن عدسیهای با کیفیت بالا، جای خود را به شیوه‌های پیچیده‌ای که سروکارش با تداخل سنجهای لیزری است، سپرده است (بخش ۵.۱۰.۹).

۶.۹ انواع و جایگزیدگی فریزهای تداخلی

غالباً تعیین موضع فریزهای ایجاد شده در يك سیستم تداخلی معلوم، یعنی اینکه در کدام ناحیه باید آشکارساز خود (چشم، دوربین، تلسکوپ) را کانونی کنیم از اهمیت فراوانی برخوردار است. به طور کلی، مسئله تعیین موضع فریزها مشخصه يك تداخل سنج معلوم است، یعنی این مسئله باید برای هر دستگاه منفردی حل شود. فریزها را می‌توان در دو مقوله رده بندی کرد؛ نخست حقیقی یا مجازی بودن آنها، و دوم، به جای ناگزیده یا جایگزیده بودنشان. فریزهای حقیقی آنهایی اند که می‌توان بدون به کارگیری يك سیستم کانونی کننده اضافی آنها را دید. پرتوهای تشکیل دهنده این فریزها جملگی به خودی خود، به نقطه مشاهده می‌گیرند. فریزهای مجازی را نمی‌توان بدون يك سیستم کانونی کننده بر پرده‌ای انداخت. آشکار است که در این حالت پرتوها همگرا نیستند.

فریزهای جای ناگزیده حقیقی اند و در همه جای ناحیه وسیعی از فضا (سه بعدی) وجود دارند. این نقش به معنی کامل کلمه جای ناگزیده است، یعنی به ناحیه کوچکی محدود نشده است. آزمایش یانگ، چنان که در شکل ۵.۹ نشان داده شده است، فضای آن سوی چشمه‌های ثانویه را آرایه کاملی از فریزهای حقیقی، پرمی‌کند. به طور کلی، این نوع فریزهای جای ناگزیده به وسیله چشمه‌های کوچک یعنی چشمه‌های نقطه‌ای یا خطی، حقیقی یا مجازی، پدید می‌آیند. در مقابل، فریزهای جایگزیده را تنها می‌توان روی سطح ویژه‌ای به روشنی مشاهده کرد. این نقش، خواه در نزدیکی يك پوسه نازک باشد یا در بینهایت، به مفهوم کامل کلمه جایگزیده است. این نوع فریز همواره با به کارگیری چشمه‌های گسترده به دست می‌آیند ولی با يك چشمه نقطه‌ای نیز می‌توان آنها را پدید آورد. تداخل سنج پول (شکل ۲۱.۹) به ویژه در نشان دادن این اصول سودمند است، زیرا این تداخل سنج با يك چشمه نقطه‌ای می‌تواند هر دو نوع فریزهای حقیقی جای ناگزیده و مجازی جایگزیده را ایجاد کند. فریزهای جای ناگزیده حقیقی (شکل ۳۷.۹ نیمه بالایی) را می‌توان بر پرده‌ای تقریباً در هر جای جبهه پوسه میکا قطع کرد.

توجه کنید که در مورد پرتوهای ناهمگرا، چون روزنه چشم بسیار کوچک است تنها پرتوهای را قطع خواهد کرد که تقریباً به طور دقیق بر آن بتابند. برای این دسته کوچک پرتوها چشم، در وضعیتی ویژه، یا لکه روشن می‌بیند و یا لکه تاریک، ولی نه بیشتر



شکل ۳۶.۹ يك آرایش تجربی استاندارد، برای مشاهده حلقه‌های نیوتون.

به دست می‌آید

$$x_m = \left[\left(m + \frac{1}{4} \right) \lambda_f R \right]^{1/2} \quad (۲۶.۹)$$

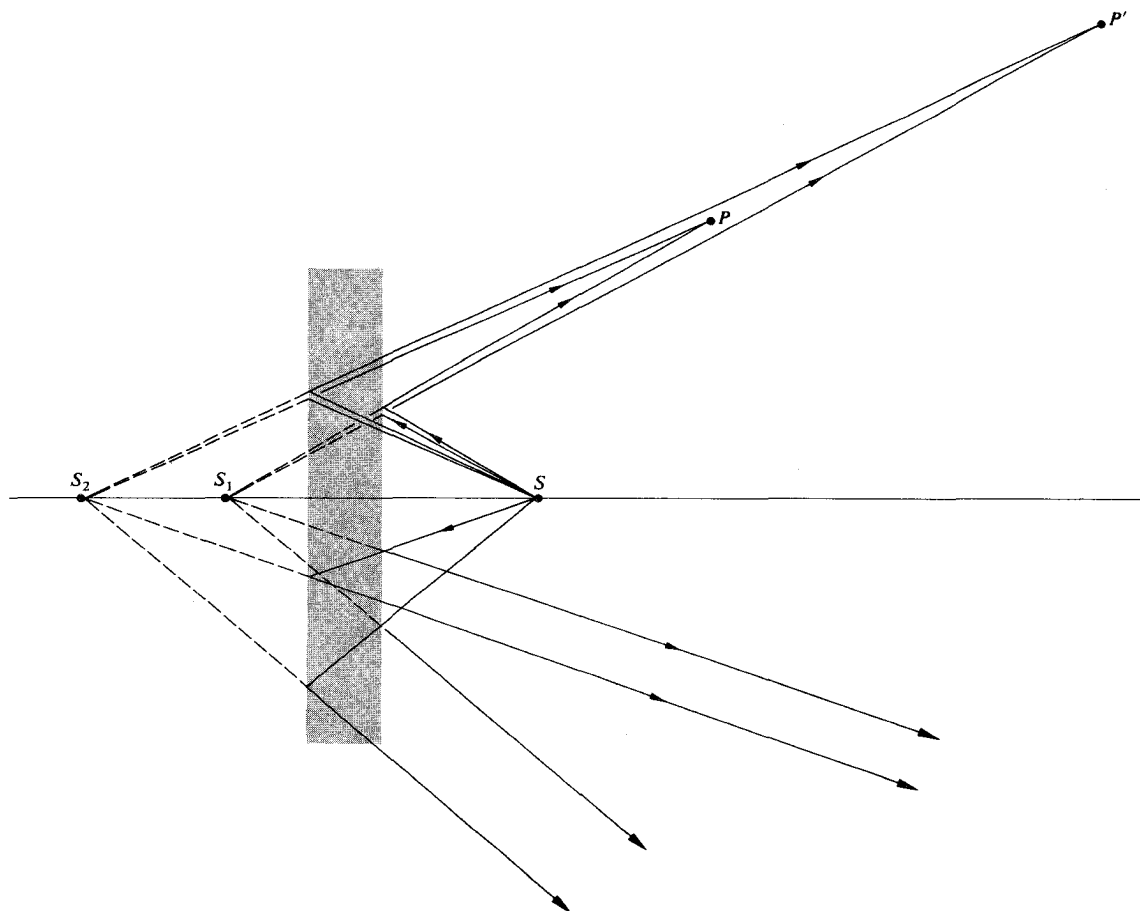
همچنین شعاع m امین حلقه تاریک چنین به دست می‌آید

$$x_m = (m \lambda_f R)^{1/2} \quad (۲۷.۹)$$

اگر دو قطعه شیشه کاملاً با هم در تماس باشند (غباری میان آنها موجود نباشد)، فریز مرکزی در آن نقطه ($x_0 = 0$) آشکارا کمینه مرتبه صفرم خواهد بود، و این نتیجه‌ای قابل درک است چرا که d در آن نقطه صفر می‌شود. در نور تراکسیلیده، نقش مشاهده شده مکمل نور بازتابیده‌ای خواهد شد که در بالا مورد بحث قرار گرفت، به طوری که این بار مرکز درخشان به نظر خواهد رسید.

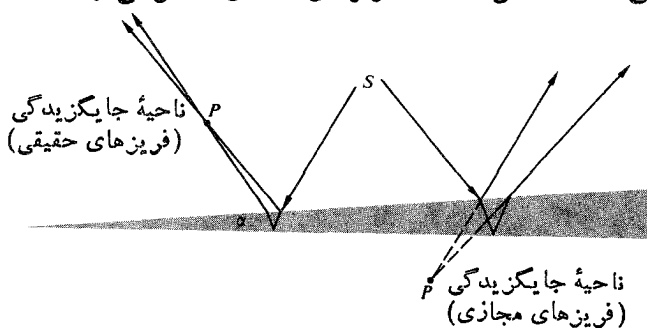
حلقه‌های نیوتون را، که همان فریزهای فیز و هستند، می‌توان از نقش دایره‌ای فریزهای هایدینگر به روشی که در آن قطار این حلقه‌ها به نسبت مرتبه m تغییر می‌کنند، تشخیص داد. در نقش هایدینگر، ناحیه مرکزی به مقدار بیشینه m (مسئله ۱۱.۹) مربوط است، در حالی که در مورد حلقه‌های نیوتون دقیقاً عکس این اعمال می‌شود.

يك عينك فروشی، در بازار داد و ستد عدسی، دستگاهی از تیغه‌ها یا پیمانه‌های آزمون کروی دقیق را داراست. پس طراح می‌تواند دقت سطح يك عدسی جدید را بر حسب تعداد و نظم



شکل ۳۷.۹ يك پوسه موازی. پرتوها با چشم‌پوشی از بازتابش ترسیم شده‌اند.

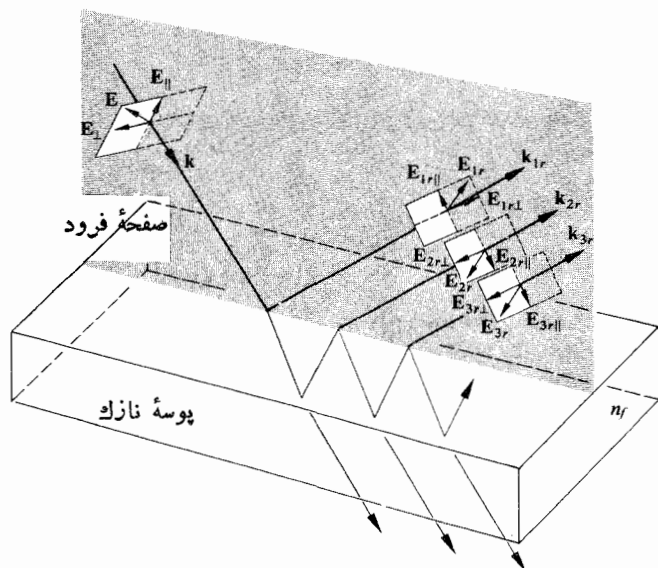
نور ورودی، تعیین خواهد شد. حلقه‌های نیوتون دارای این نوع جایگزینی هستند، تداخل سنجهای مایکلسون، ساگاناک، و سایر تداخل سنجهایی که سیستم تداخلی هم‌ارز در آنها از دو صفحه بازتابان که اندکی نسبت به هم زاویه دارند تشکیل شده است، نیز چنین‌اند. شکل‌های ۲۵.۹ و ۲۶.۹ عکسهای از فریزهای هم‌ضخامت حقیقی هستند که از دستگاههای مایکلسون و ساگاناک تحت روشنایی چشمه نقطه‌ای، گرفته شده‌اند. دستگاه آزمایشی گوه‌ای تداخل سنج ماخ-زندر از این لحاظ که فریزهای مجازی حاصل می‌توانند در



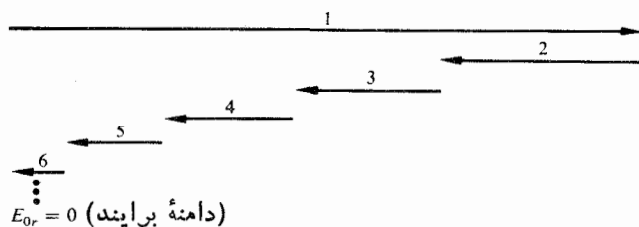
شکل ۳۸.۹ فریزهایی که به وسیله يك پوسه گوه‌ای شکل تشکیل یافته‌اند.

از این. برای مشاهده و درک نقش فریز گسترده‌ای که به وسیله پرتوهای موازی، از نوعی که در پایین شکل ۳۷.۹ نشان داده شده، تشکیل شده است؛ باید يك عدسی بزرگ را برای کانونی کردن نوری که از سمتهای دیگر وارد می‌شود، به کار برد. اما، در عمل، این چشمه معمولاً تا اندازه‌ای گسترده است و عموماً می‌توان فریزها را از طریق نگاه کردن در داخل پوسه با چشمی که در بینهایت کانونی شده است، رؤیت کرد. این فریزهای مجازی در بینهایت جایگزیده‌اند، و با فریزهای هم‌شیب بخش ۵.۹ هم‌ارز هستند. همچنین، اگر آینه‌های M_1 و M_2 در تداخل سنج مایکلسون موازی باشند، فریزهای هم‌شیب، مجازی، و دایره‌ای که در بینهایت جایگزیده‌اند، دیده خواهند شد. می‌توانیم يك پوسه نازک هوا بین سطوح آینه‌های M_1 و M_2 تصور کنیم، که موجب پدید آمدن فریزها می‌شود. فریزهای جای نازکیده حقیقی نیز، نظیر پیکربندی شکل ۳۷.۹ برای دستگاه پول، حضور خواهند داشت.

شکل هندسی نقش فریزی که در نور بازتابیده از يك گوه شفاف که دارای زاویه کوچک α است دیده می‌شود، در شکل ۳۸.۹ نشان داده شده است. موضع فریز، P ، از طریق راستای ورودی



شکل ۴۱.۹ اختلاف فازهایی که صرفاً از بازتابها (داخلی $\theta_i < \theta_p$) نتیجه شده اند.



شکل ۴۲.۹ نمودار فاز بردار.

از اینرو به ازای $\Lambda = m\lambda$ ، امواج دوم، سوم، چهارم، و... به طوری که در شکل ۴۲.۹ نشان داده شده است، موج بازتابیده نخست را دقیقاً حذف می کنند. در این حالت نوری بازتابش نمی یابد؛ تمامی انرژی ورودی تراگسیلیده می شود. حالت خاص دوم به ازای $\Lambda = (m + 1/2)\lambda$ پیش می آید. اکنون پرتوهای اول و دوم همفازند، درحالی که بقیه امواج مجاور به اندازه $\lambda/2$ با یکدیگر اختلاف فاز دارند، یعنی، موج دوم با موج سوم و سومی با چهارمی، و... در فاز مخالف یکدیگرند. پس، دامنه فردهای برآیند چنین است

$$E_{or} = E_0r + E_0trt' - E_0tr^2t' + E_0tr^4t' - \dots$$

یا

$$E_{or} = E_0r + E_0rtt' (1 - r^2 + r^4 - \dots)$$

مقدار رشته های داخل پرانتز برابر است با $1/(1 + r^2)$ ، که در آن حالت

اولیه است و بنا بر معادله (۸۹.۴)، $r' = -r$. علامت منفی نشانگر تغییر فازی است که بعداً در نظر خواهیم گرفت. به همین ترتیب، امواج تراگسیلیده $E_{1r}, E_{2r}, E_{3r}, \dots$ دارای دامنه های $E_0tr^2t', E_0tr^4t', E_0tr^6t', \dots$ خواهند بود. پرتوهای بازتابیده موازی را در نظر بگیریم. هر پرتو با تمامی پرتوهای بازتابیده دیگر، رابطه فازی ثابتی در خود دارد و اختلاف فازها از ترکیبی از اختلاف طول مسیرهای نوری ناشی می شوند، و انحراف فازها در بازتابهای گوناگون رخ می نمایند. با وجود این، امواج دوبه دو هم دوس اند و اگر آنها را به وسیله یک عدسی جمع کرده و در نقطه ای مانند P کانونی کنیم، همگی با یکدیگر تداخل خواهند کرد. عبارت تابندگی برآیند، برای دو حالت خاص، شکل ساده ویژه ای دارد. اختلاف طول مسیر نوری بین پرتوهای مجاور چنین به دست می آید

$$\Lambda = 2n_f d \cos \theta_i \quad [21.9]$$

کلیه امواج، جز اولین موج، E_{1r} ، دستخوش بازتابهایی به تعداد فرد در درون پوسه می شوند. از شکل ۲۳.۴، پیداست که در هر بازتاب داخلی فاز آن مؤلفه میدان که با سطح فرودی موازی است، بسته به زاویه فرودی داخلی، $\theta_i < \theta_c$ ، به اندازه π یا تغییر می کند. آن مؤلفه میدان که بر سطح فرودی عمود است، به ازای $\theta_i < \theta_c$ در بازتاب داخلی دستخوش تغییر فازی نمی شود. پس آشکار است که بر اثر چنین بازتابهای فردی، تغییر فاز نسبی بین این امواج حاصل نمی شود (شکل ۴۱.۹). مانند حالت ویژه نخست، به ازای $\Lambda = m\lambda$ ، دومین، سومین، چهارمین، و... موج، جملگی در نقطه P همفاز خواهند بود. ولی موج E_{1r} ، به علت بازتابش در سطح فوقانی پوسه، به اندازه 180° نسبت به بقیه موجها اختلاف فاز خواهد داشت. این تغییر فاز از آنجا ناشی می شود که $r' = -r$ و فقط در توانهای فرد اتفاق می افتد. پس مجموع دامنه های نرده ای، یعنی دامنه بازتابیده کلی در نقطه P چنین است

$$E_{or} = E_0r - (E_0trt' + E_0tr^3t' + E_0tr^5t' + \dots) \quad \text{یا}$$

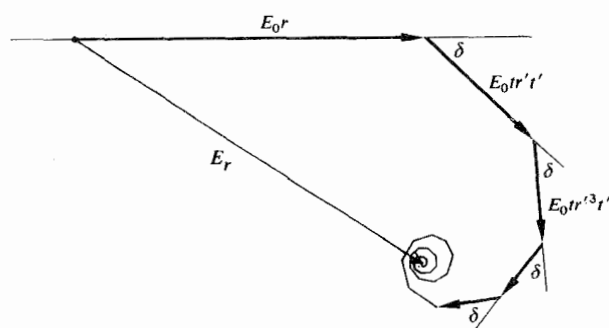
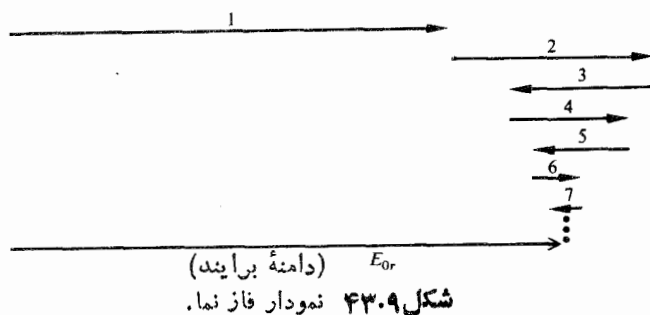
$$E_{or} = E_0r - E_0trt' (1 + r^2 + r^4 + \dots)$$

که در آن چون $\Lambda = m\lambda$ ، به جای r' فقط $-r$ را نشانده ایم. مقدار رشته های هندسی داخل پرانتز، تا زمانی که $r^2 < 1$ ، به جمع منتهای $1/(1 - r^2)$ منتهی می شود، چنان که

$$E_{or} = E_0r - \frac{E_0trt'}{(1 - r^2)}$$

در بخش ۵.۴، در هنگام بررسی اصل برگشت پذیری استوکس، [معادله (۸۶.۴)]، نشان دادیم که $tt' = 1 - r^2$ از آنجا نتیجه می شود که

$$E_{or} = 0$$



شکل ۴۴.۹ نمودار فاز بردار.

$$E_r = E_0 e^{i\omega t} \{ r + r' t t' e^{-i\delta} [1 + (r'^2 e^{-i\delta}) + (r'^2 e^{-i\delta})^2 + \dots + (r'^2 e^{-i\delta})^{N-2}] \}$$

اگر $r'^2 e^{-i\delta} < 1$ و اگر تعداد جملات در رشته‌ها به بینهایت میل کند، این رشته‌ها همگرا می‌شوند. موج برآیند چنین می‌شود

$$E_r = E_0 e^{i\omega t} \left[r + \frac{r' t t' e^{-i\delta}}{1 - r'^2 e^{-i\delta}} \right] \quad (29.9)$$

در حالی که در آشامی صفر باشد، چون انرژی از امواج گرفته نمی‌شود، می‌توانیم از روابط $r = -r'$ و $t t' = 1 - r^2$ استفاده کرده و معادله (۲۹.۹) را به صورت زیر بنویسیم

$$E_r = E_0 e^{i\omega t} \left[\frac{r(1 - e^{-i\delta})}{1 - r'^2 e^{-i\delta}} \right]$$

بنابراین چگالی شار بازتابیده در نقطه P برابر $I_r = E_r E_r^* / 2$ است، یعنی

$$I_r = \frac{E_0^2 r^2 (1 - e^{-i\delta})(1 - e^{+i\delta})}{2(1 - r'^2 e^{-i\delta})(1 - r'^2 e^{+i\delta})}$$

که می‌توان آن را به شکل زیر تغییر داد

$$I_r = I_i \frac{2r^2(1 - \cos \delta)}{(1 + r^2) - 2r^2 \cos \delta} \quad (30.9)$$

نماد $I_i = E_0^2 / 2$ نشانگر چگالی شار فرودی است. زیرا، البته،

$$E_{or} = E_0 r \left[1 + \frac{t t'}{(1 + r^2)} \right]$$

به همین ترتیب، $t t' = 1 - r^2$. بنابراین، چنان که در شکل ۴۳.۹ نشان داده شده است

$$E_{or} = \frac{2r}{(1 + r^2)} E_0$$

چون این آرایش ویژه از جمع امواج اول و دوم که دامنه‌های نسبتاً بزرگی دارند به دست می‌آید، باید چگالی شار بازتابیده بزرگی حاصل شود. از آنجا که تابیدگی از طریق معادله (۵۲.۳) با $E_{or}^2 / 2$ متناسب است، پس

$$I_r = \frac{4r^2}{(1 + r^2)^2} \left(\frac{E_0^2}{2} \right) \quad (28.9)$$

بیشینه بودن این مقدار را، $(I_r)_{\max}$ ، بعداً نشان خواهیم داد. اکنون، با به کار گرفتن نمایش مختلط، مسئله تداخل چند باریکه‌ای را به شیوه‌ای کلیتر مورد توجه قرار می‌دهیم. مجدداً $n_1 = n_2$ ، بنا بر این از نیاز به وارد کردن ضرایب گوناگون بازتابش و تراگیل در هر سطح مشترکی احتراز می‌شود. میدانهای نوری در نقطه P چنین مشخص می‌شوند

$$E_{1r} = E_0 r e^{i\omega t}$$

$$E_{2r} = E_0 t r' t' e^{i(\omega t - \delta)}$$

$$E_{3r} = E_0 t r' r' t' e^{i(\omega t - 2\delta)}$$

$$\vdots$$

$$E_{Nr} = E_0 t r'^{(N-2)} t' e^{i[\omega t - (N-1)\delta]}$$

که در آن $E_0 e^{i\omega t}$ موج فرودی است.

جملات $\delta, 2\delta, \dots, (N-1)\delta$ سهمهایی در فازند که از یک اختلاف مسیر نوری بین پرتوهای مجاور ناشی می‌شوند $(\delta = k_0 \Lambda)$. یک سهم فاز اضافی وجود دارد که از مسافت پیموده شده توسط نور برای رسیدن به نقطه P ناشی می‌شود، ولی این فاز برای هر پرتوی وجود دارد و بنابراین حذف شده است. انحراف فاز نسبی که پرتو اول در اثر بازتابش پیدا کرده است در کمیت r' تجسم می‌یابد. پس موج فروده‌ای برآیند چنین است

$$E_r = E_{1r} + E_{2r} + E_{3r} + \dots + E_{Nr}$$

یا با نشان دادن این مقادیر (شکل ۴۴.۹)

$$E_r = E_0 r e^{i\omega t} + E_0 t r' t' e^{i(\omega t - \delta)} + \dots + E_0 t r'^{(N-2)} t' e^{i[\omega t - (N-1)\delta]}$$

این رابطه را می‌توان چنین نوشت

$$(I_t)_{\max} = I_i$$

در این شرایط معادله (۳۰.۹) نشان می‌دهد که

$$(I_r)_{\min} = 0$$

و این همان نتیجه‌ای است که از معادله (۳۵.۹) انتظار می‌رفت. باز هم، از معادله (۳۲.۹) برمی‌آید که وقتی مخرج بیشینه است، یعنی به ازای $\cos \delta = -1$ ، یک چگالی شار تراگسیلیده کمینه وجود خواهد داشت. در آن حالت $\delta = (2m+1)\pi$

$$(I_t)_{\min} = I_i \frac{(1-r^2)^2}{(1+r^2)^2} \quad (۳۶.۹)$$

بیشینه متناظر در چگالی شار بازتابیده چنین است

$$(I_r)_{\max} = I_i \frac{4r^2}{(1+r^2)^2} \quad (۳۷.۹)$$

توجه کنیم که بیشینه نقش فریزهای با شیب ثابت، به ازای $\delta = (2m+1)\pi$ وجود خواهد داشت، یا اینکه

$$\frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d \cos \theta_i = (2m+1)\pi$$

که همان نتیجه‌ای است که قبلاً، در معادله (۲۴.۹)، تنها با استفاده از دو موج بازتابیده اولیه به آن دست یافتیم. همچنین توجه کنید که معادله (۳۷.۹) تأیید می‌کند که معادله (۲۸.۹) در واقع یک بیشینه بوده است.

شکل معادلات (۳۳.۹) و (۳۴.۹) تعریف کمیت جسدیدی به نام ضریب ظرافت، F ، را القا می‌کند، به طوری که

$$F \equiv \left(\frac{2r}{1-r^2} \right)^2 \quad (۳۸.۹)$$

که از آنجا این معادلات را می‌توان چنین نوشت

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{F \sin^2(\delta/2)}{1 + F \sin^2(\delta/2)} \quad (۳۹.۹)$$

و

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\delta/2)} \quad (۴۰.۹)$$

جمله $A(\theta) \equiv [1 + F \sin^2(\delta/2)]^{-1}$ ، تابع ادی نامیده شده است. این جمله توزیع چگالی شار تراگسیلیده را می‌نمایاند، و در شکل (۴۵.۹) ترسیم شده است. تابع مکمل $[1 - A(\theta)]$ یعنی معادله (۳۹.۹) را نیز در شکل ۴۶.۹ ترسیم کرده ایم. در حالت $\delta/2 = m\pi$ ، تابع ادی به ازای تمامی مقادیر F و بنا بر این r ، برابر واحد است. وقتی که r به واحد نزدیک شود چگالی شار تراگسیلیده، جز در داخل خازنهای نوک تیز متمرکز در اطراف

E_0 دامنه موج فرودی بود. همچنین، دامنه‌های امواج تراگسیلیده به شرح زیر

$$E_{1t} = E_0 t t' e^{i\omega t}$$

$$E_{2t} = E_0 t t' r'^2 e^{i(\omega t - \delta)}$$

$$E_{3t} = E_0 t t' r'^4 e^{i(\omega t - 2\delta)}$$

\vdots

$$E_{Nt} = E_0 t t' r'^{2(N-1)} e^{i\omega t - (N-1)\delta}$$

با هم جمع شده و حاصل آن چنین می‌شود

$$E_t = E_0 e^{i\omega t} \left[\frac{t t'}{1 - r'^2 e^{-i\delta}} \right] \quad (۳۱.۹)$$

با ضرب کردن این عبارت در مزدوج مختلط خودش، تابیدگی باریکه تراگسیلیده به دست می‌آید (مسئله ۱۸.۹)

$$I_t = \frac{I_i (t t')^2}{(1+r^2) - 2r^2 \cos \delta} \quad (۳۲.۹)$$

اگر از اتحاد مثلثاتی $\cos \delta = 1 - 2 \sin^2(\delta/2)$ استفاده کنیم، معادلات (۳۰.۹) و (۳۲.۹) چنین می‌شوند

$$I_r = I_i \frac{[2r/(1-r^2)]^2 \sin^2(\delta/2)}{1 + [2r/(1-r^2)]^2 \sin^2(\delta/2)} \quad (۳۳.۹)$$

و

$$I_t = I_i \frac{1}{1 + [2r/(1-r^2)]^2 \sin^2(\delta/2)} \quad (۳۴.۹)$$

که در آن انرژی در آشامیده نشده است، یعنی $t t' + r^2 = 1$. در واقع اگر هیچ مقداری از انرژی فرودی در آشامیده نشود، چگالی شار موج ورودی دقیقاً باید برابر مجموع چگالی شار بازتابیده از پوسه و چگالی شار کلی تراگسیلیده از پوسه باشد. از معادلات (۳۳.۹) و (۳۴.۹) نتیجه می‌شود، که در واقع چنین هم هست،

$$I_i = I_r + I_t \quad (۳۵.۹)$$

ولی اگر پوسه دی الکتریک با لایه نازکی از فلز نیم شفاف اندوده شود این مطلب درست نخواهد بود. جریانهای سطحی القایی در فلز، بخشی از انرژی الکترومغناطیسی فرودی را تلف خواهند کرد (بخش ۵.۳.۴).

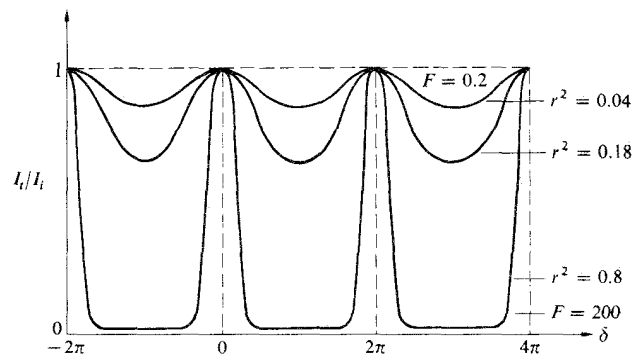
امواج تراگسیلیده را که معادله (۳۲.۹) توصیفگر آنهاست در نظر بگیرید. وقتی که مخرج تا حد امکان کوچک باشد، یعنی به ازای $\cos \delta = 1$ ، که در آن حالت $\delta = 2m\pi$ ، یک بیشینه وجود خواهد داشت و

چندین باریکه‌ای، تیز و باریک‌کرد. این رویه کاربردهای عملی زیادی نیز داشته است که یکی از آنها را در بخش ۱۰.۹، به‌هنگام طرح کاربرد فریزهای چندین باریکه‌ای فیزو در بررسی کیفیت سطوح، مورد بحث قرار خواهیم داد.

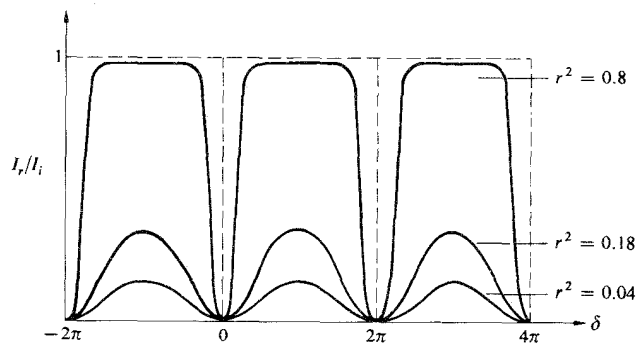
۸.۹ تداخل سنج فابری-پرو

۱۰.۸.۹ طرز کار

تداخل سنج چند باریکه‌ای، که نخستین بار در اواخر قرن نوزدهم توسط چارلز فابری و آلفرد پرو ساخته شد، در نورشناخت جدید از اهمیت قابل ملاحظه‌ای برخوردار است. اهمیت ویژه آن از آنجا ناشی می‌شود که علاوه بر اینکه یک دستگاه طیف نمایی با قدرت تفکیک فوق‌العاده بالاست، به‌عنوان کاواک تشدید لیزر پایه نیز به کار می‌رود. این دستگاه، علی‌الاصول از دو سطح تخت موازی با بازتابیدگی بالا، که به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته‌اند، تشکیل شده است. این ساده‌ترین پیکربندی است و چنان که خواهیم دید، شکل‌های دیگری از آنها نیز کاربرد وسیعی دارند. در عمل، دو شیشه نیمه نقره‌اندود یا آلومینیوم‌اندود که از نظر نوری تخت‌اند، سطوح بازتابنده مرزی را تشکیل می‌دهند. در مواقعی که این دستگاه به عنوان تداخل سنج به کار می‌رود، طول هوای مسدود از چندین میلی‌متر تا چندین سانتیمتر تغییر می‌کند و وقتی که به عنوان کاواک تشدید لیزر به کار رود، غالباً این طول به‌طور چشمگیری افزایش خواهد یافت. اگر بتوان این طول را با حرکت دادن یکی از آینه‌ها به‌طور مکانیکی تغییر داد آن را تداخل سنج می‌نامند. وقتی که این آینه‌ها ثابت شوند و با پیچ کردن آنها به‌نوعی پایه (معمولاً از اینوار) یا کوارتز استفاده می‌کنند) برای موازی بودن تنظیم شده باشند، سنج نامیده می‌شود (هرچند هم هنوز به‌مفهوم وسیع کلمه یک تداخل سنج است). در واقع، اگر دو رویه یک تک تیغه کوارتزی نیز به‌طور مناسبی جلا داده شده و نقره‌اندود شود، نیز به‌عنوان سنج به کار خواهد رفت؛ وجود هوا در فاصله این دو سطح ضروری نیست. غالباً کناره‌های نقره‌اندود نشده تیغه‌ها چنان ساخته می‌شوند که تا حدودی شکل گوه داشته باشند (چند دقیقه قوسی) تا نقش تداخل ناشی از بازتاب‌ها از این کناره‌ها را کاهش دهند. سنج شکل ۴۷.۹، همان‌طور که نشان داده شده است، از جانب چشمه پهنی روشن شده که ممکن است یک قوس جیوه یا باریکه لیزر He-Ne باشد که قطر آن تا چندین سانتیمتر رسیده باشد. این کار با فرستادن باریکه به‌انتهای عقبی تلسکوپی، که در بینهایت کانونی می‌شود، به‌خوبی انجام پذیر است. سپس می‌توان نور را با گذراندن آن از ورقه شیشه مات، پخشیده کرد. فقط یک پرتو که از نقطه‌ای مانند S_1 بر چشمه گسیل



شکل ۴۵.۹ تابع اری.



شکل ۴۶.۹ نمایش یک منهای تابع اری.

نقطه $\delta/2 = m\pi$ ، بسیار کوچک است. تداخل چند باریکه در مقایسه با نقش دو باریکه سینوسی (که منحنیهای متناظر با بازتابیدگیهای کوچک حاکی از آن‌اند) به‌توزیع مجددی از چگالی انرژی منجر شده است. در هنگام بررسی توری پراش این اثر بیشتر نمایش داده خواهد شد. در آن هنگام، همین اثر تشکیل قله حاصل از افزایش تعداد چشمه‌های هم‌دوس شرکت کننده در نقش تداخل را به‌روشنی خواهیم دید. به یاد آورید که تابع اری در واقع از راه وابستگی اش به δ ، همان‌طور که از معادلات (۲۲.۹) و (۲۳.۹) برمی‌آید، تابعی است از θ_i یا θ_r ، و بنابراین نمادگذاری $A(\theta)$ به کار رفته است. هر خار در منحنی چگالی شار بایک δ ویژه و بنا بر این بایک θ_i ویژه متناظر است. در مورد یک تیغه موازی السطوح فریزها، در نور تراگسیلیده، از یک رشته حلقه‌های روشن باریک بر زمینه‌ای تقریباً به‌طور کامل تاریک، تشکیل خواهد شد. در نور بازتابیده، فریزها بر زمینه‌ای که تقریباً به‌طور یکنواخت روشن است، باریک و تاریک خواهند بود. فریزهای با ضخامت ثابت را نیز می‌توان با مختصر نقره‌اندودی در سطوح بازتابنده مناسب، جهت ایجاد تداخل

پوسه‌های فلزی که شفافیت جزئی دارند و غالباً برای افزایش بازتابندگی ($R=r^2$) به کار می‌روند، کسر A ای از چگالی شار را در خواهند آشامید و این کسر را ضریب درآشامی می‌نامند.

عبارت

$$t t' + r^2 = 1$$

یا

$$T + R = 1 \quad [۴۰.۴]$$

که در آن T را که تراگسیلندگی است، اکنون باید چنین بنویسیم

$$T + R + A = 1 \quad (۴۱.۹)$$

پوسه‌های فلزی مشکل دیگری را نیز پدید می‌آورند، و آن تغییر فازی اضافی، $\phi(\theta_i)$ ، است که می‌تواند غیر از صفر یا π باشد. پس اختلاف فاز بین دو موج تراگسیلیده متوالی چنین است

$$\delta = \frac{\varphi \pi n_i}{\lambda_0} d \cos \theta_i + 2\phi \quad (۴۲.۹)$$

برای شرایط مورد نظر، θ_i کوچک است و می‌توان ϕ را ثابت در نظر گرفت. در حالت کلی، d آنقدر بزرگ و λ_0 آنقدر کوچک است که می‌توان از ϕ چشم‌پوشید. اکنون می‌توانیم معادله (۴۲.۹) را چنین بیان کنیم

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos \delta}$$

یا عبارت هم‌ارز آن

$$\frac{I_t}{I_i} = \left(\frac{T}{1-R} \right)^2 \frac{1}{1 + [4R/(1-R)]^2 \sin^2(\delta/2)} \quad (۴۳.۹)$$

با استفاده از معادله (۴۱.۹) و تعریف تابع اری

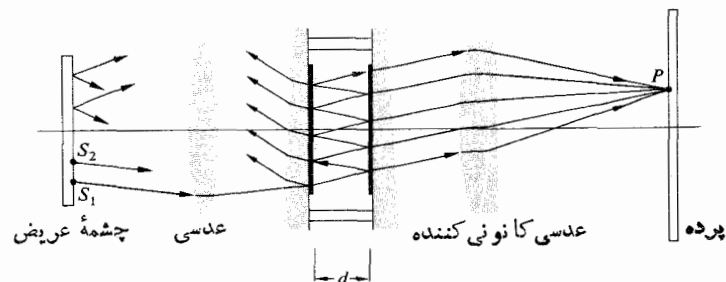
$$\frac{I_t}{I_i} = \left[1 - \frac{A}{(1-R)} \right]^2 A(\theta) \quad (۴۴.۹)$$

که می‌توان آن را با معادله مربوط به درآشامی صفر

$$\frac{I_t}{I_i} = A(\theta) \quad [۴۵.۹]$$

مقایسه کرد. از آنجا که جزء درآشامیده A هرگز صفر نیست، بیشینه‌های چگالی شار تراگسیلیده، $(I_t)_{\max}$ ، همیشه تا اندازه‌ای از I_i کمتر خواهد بود. [به یاد آوریم که برای $(I_t)_{\max}$ ، $A(\theta) = 1$]

با توجه به اینکه قله تراگسیلش چنین تعریف شده است: $(I_t/I_i)_{\max}$ ، آنگاه

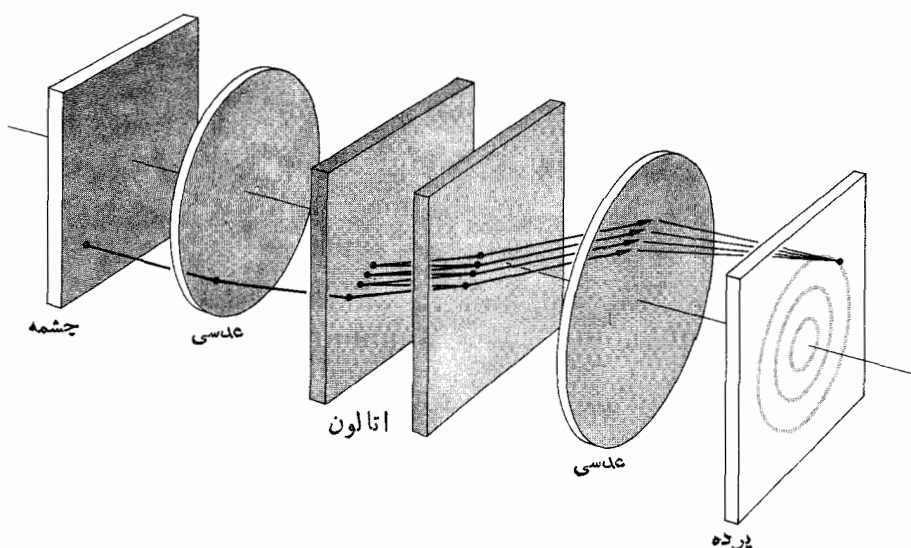


شکل ۴۷.۹ سنج فابری-پرو.

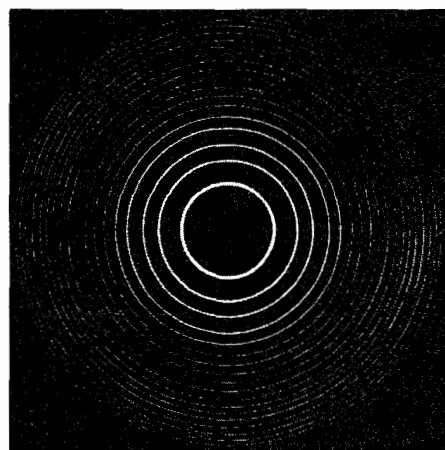
یافته است، در داخل سنج ردگیری شده است. این پرتو که از طریق تیغه‌ای که به‌طور جزئی نقره‌اندود شده است، وارد می‌شود، و در فاصله بین دو تیغه چندین بار بازتابیده می‌شود. پرتوهای تراگسیلیده به وسیله یک عدسی جمع شده و به کانونی روی یک پرده هدایت می‌شوند، که در آنجا باهم تداخل کرده و لکه‌های روشن یا تاریک را تشکیل می‌دهند. این صفحه فرود ویژه را که تمامی پرتوهای بازتابی را در بر می‌گیرد، در نظر بگیرید. هر پرتو دیگری که از نقطه دیگر S_2 ، موازی با پرتو اصلی و در همان صفحه فرود گسیل یابد، لکه‌ای در همان نقطه P ، بر پرده تشکیل خواهد داد. به‌طوری که خواهیم دید، بحث بخش پیشین مجدداً کار بردپذیر است، به‌طوری که معادله (۴۲.۹) چگالی شار تراگسیلیده، I_t ، را معین می‌کند. امواج چند گانه‌ای که درون کاواک تولید می‌شوند، در هنگام رسیدن به P از S_1 یا S_2 ، در بین خودشان همدوس‌اند. ولی پرتوهای ناشی از S_1 ، نسبت به پرتوهای که از S_2 گسیل می‌شوند، کاملاً ناهمدوس‌اند، به‌طوری که تداخل دوجانبه‌ای باقی نمی‌ماند. تاییدگی، I_t ، به‌دست آمده در P ، درست برابر مجموع تابیدگیهای مربوط به S_1 و S_2 است.

کلیه پرتوهای که با زاویه معینی بر فاصله دوسطح فرود می‌آیند، یک فریز دایره‌ای ساده با تابیدگی یکنواخت به‌وجود خواهند آورد (شکل ۴۸.۹). با یک چشمه پخشیده پهن، نوارهای تداخلی، حلقه‌های باریک هم‌مرکزی خواهند بود که با نقش تراگسیلش چندین باریکه‌ای متناظر است.

می‌توان از طریق نگاه کردن به داخل سنج، در حالی که در بینهایت کانونی شده است، سیستم فریز را مستقیماً با چشم مشاهده کرد. چشم، کار عدسی کانونی کننده را، که دیگر مورد نیاز نیست، انجام می‌دهد. به‌ازای مقادیر بزرگ d ، حلقه‌ها به هم نزدیک خواهند شد و ممکن است برای بزرگنمایی نقش یک تلسکوپ ضرورت پیدا کند. از یک تک چشمی نسبتاً ارزان می‌توان برای همین هدف و عکسبرداری از فریزهای جایگزیده در بینهایت استفاده کرد. همان‌طور که می‌توان از ملاحظات بخش ۶.۹ انتظار داشت، ممکن است با استفاده از یک چشمه نقطه‌ای روشن، فریزهای حقیقی جای‌ناگزیده را ایجاد کرد.



شکل ۴۸.۹ سنجۀ فابری-پرو.



نتیجه می شود که

$$\delta_{1/2} = 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{F}} \right)$$

چون عموماً F نسبتاً بزرگ است، پس $\sin^{-1}(1/\sqrt{F}) \approx 1/\sqrt{F}$ و بنابراین نیم پهنای $\gamma = 2\delta_{1/2}$ ، چنین می شود

$$\gamma = \frac{2}{\sqrt{F}} \quad (47.9)$$

یادآوری می کنیم که $F = 4R/(1-R)^2$ ؛ به طوری که هرچه R بزرگتر باشد، قله های تراگسیلش تیزتر خواهند بود.

کمیت مخصوصاً مفید دیگر نسبت فاصله بین بیشینه های مجاور به نیم پهنای است. یعنی $\mathcal{F} = 2\pi/\gamma$ ، که ظرافت نامیده می شود، از معادله (۴۷.۹)

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} \quad (48.9)$$

آن سوی طیف مرئی، ظرافت اغلب دستگاه های متداول فابری-پرو حدود ۳۰ است. محدودیت فیزیکی در \mathcal{F} از موازی و تخت نبودن آیینه ها ناشی می شود. به خاطر بسپارید که هرچه ظرافت افزایش پیدا می کند، نیم پهنای کاهش می یابد، ولی قله تراگسیلش نیز چنین می شود. ضمناً ظرافت حدود ۱۰۰۰۰، با سیستم آیینه های خمیده که از اندودن پوسۀ نازک دی الکتریک بهره برده باشند، قابل دسترس است.

$$\frac{(I_t)_{\max}}{I_i} = \left[1 - \frac{A}{(1-R)} \right]^2 \quad (45.9)$$

درحالی که A و T باید به ترتیب مقادیر ۰.۵ و ۰.۵ را اختیار کنند، پوسه ای از نقره به ضخامت ۵۰ نانومتر به مقدار بیشینه خود، R در حدود ۰.۹۴ می رسد. در این حالت قله تراگسیلش کمتر از $1/36$ خواهد بود. تابیدگی نسبی نقش فریز هنوز هم از طریق تابع اری تعیین خواهد شد، زیرا

$$\frac{I_t}{(I_t)_{\max}} = \mathcal{A}(\theta) \quad (46.9)$$

معیاری برای تیزی فریزها، یعنی اینکه تابیدگی به چه سرعتی در دو وجه بیشینه افت می کند به وسیله نیم پهنای γ مشخص می شود. همانطور که در شکل ۴۹.۹ نشان داده شده، γ با پهنای قله به ازای $I_t = (I_t)_{\max}/2$ برابر است.

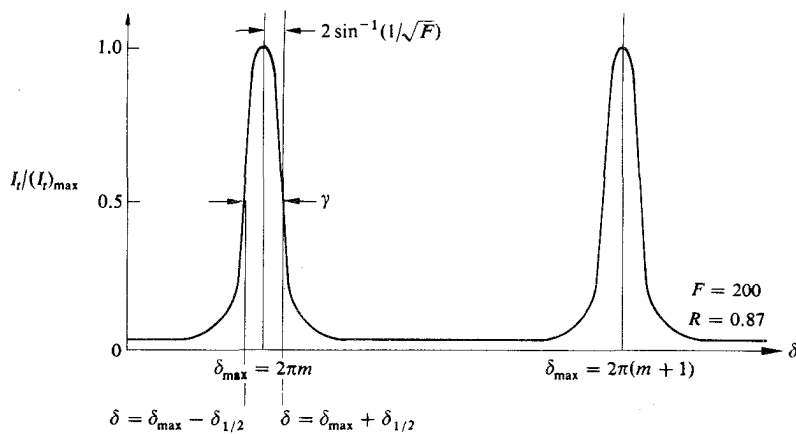
قله ها در تراگسیلش، به ازای مقادیر خاص اختلاف فاز $\delta_{\max} = 2\pi m$ رخ می نمایند. بنابراین، به ازای $\delta_{1/2} \pm \delta_{\max}$ ، تابیدگی به نصف مقدار بیشینه خود یعنی $\mathcal{A}(\theta) = 1/2$ افت خواهد کرد. از آنجا که

$$\mathcal{A}(\theta) = \left[1 + F \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right) \right]^{-1}$$

پس آنگاه که

$$\left[1 + F \sin^2 \left(\frac{\delta_{1/2}}{2} \right) \right]^{-1} = \frac{1}{2}$$

۱. مقاله «تداخل سنجی چند باریکه ای» با مشخصات زیر باید مورد توجه قرار گیرد.

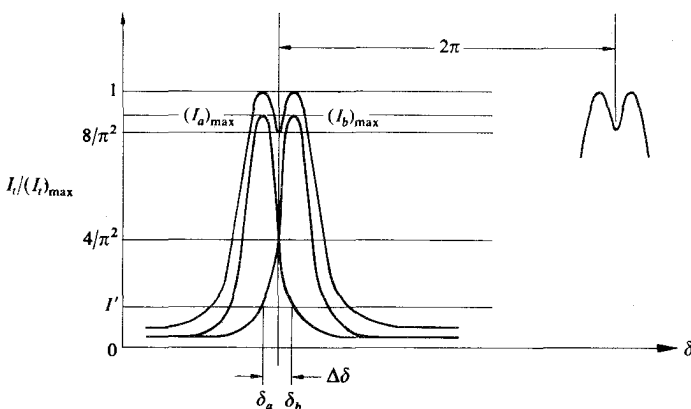


شکل ۴۹.۹ فریزهای فابری-پرو.

را که قبلاً دیدیم به خاطر بسپاریم، باید شکل ۵۰.۹ را بررسی کنیم. حالتی را در نظر بگیریم که هردو فریز تشکیل دهنده دارای تابیدگی مساوی باشند، $(I_a)_{\max} = (I_b)_{\max}$. قلدها در برابند، که به ازای $\delta = \delta_0$ و $\delta = \delta_0$ ظاهر می‌شوند، دارای تابیدگیهای مساوی خواهند بود

$$(I_i)_{\max} = (I_a)_{\max} + I' \quad (49.9)$$

در نقطه زین مانند، تابیدگی، یعنی $(I_i)_{\max} (\lambda/\pi^2)$ ، مجموع دو تابیدگی تشکیل دهنده است به طوری که، با در نظر داشتن معادله (۴۶.۹)



شکل ۵۰.۹ فریزهای رویهم افتاده.

۲.۸.۹ طیف‌نمایی فابری-پرو

تداخل سنج فابری-پرو در بررسی جزئیات ساختار خطوط طیفی کاربرد وسیعی دارد. قصد ما بررسی کامل طیف‌نمایی تداخلی نیست، بلکه بیشتر اصطلاحات مناسبی را تعریف می‌کنیم، که کلمات مشتق شده مناسبی را به صورت طرح کلی و با اختصار مشخص می‌کند.^۱

چنان که دیده‌ایم، یک موج نوری فرضی کاملاً تکفام، یک سیستم فریز دایره‌ای ویژه ایجاد می‌کند. ولی δ تابعی از λ_0 است، به طوری که اگر چشمه از دو مؤلفه تکفام این چنین تشکیل یافته بود، دو سیستم حلقه برهم نهاد نتیجه می‌شد. وقتی که فریزهای منفرد به طور جزئی همدیگر را بپوشانند، در تصمیم‌گیری مربوط به اینکه این دو سیستم چه وقت به طور انفرادی قابل تشخیص‌اند، یعنی چه وقت می‌گوییم که آنها از یکدیگر تفکیک می‌شوند، مقداری تردید و ابهام به وجود می‌آید. معیار ریلی^۲ برای تفکیک تصاویر دوشکاف با تابیدگی برابر که روی هم می‌افتند به خوبی پذیرفته شده است، هر چند کاربرد کنونی آن تا اندازه‌ای اختیاری باشد. ولی استفاده از آن امکان مقایسه‌ای با ابزار منشوری یا توری را فراهم می‌آورد. خصیصه اساسی این معیار آن است که فریزها درست موقعی تفکیک پذیرند که تابیدگی مرکب از هردو فریز در مرکز، یا نقطه زین مانند فریز برابند کلی، $8/\pi^2$ برابر بیشینه تابیدگی باشد. معنی دقیق این نکته آن است که باید یک فریز پهن روشن با ناحیه مرکزی خاکستری دیده شود. برای اینکه این معیار را کمی تحلیلی‌تر بررسی کنیم، درحالی که استنتاج نیم پهن

۱. بررسی کاملتری را می‌توان در

Born and Wolf, *Principles of Optics*; W. E. Williams, *Applications of Interferometry*.

یافت-این کتاب را تنها به عنوان مرجع نام برده‌ایم.

۲. این معیار را نسبت به پراش، در فصل بعد مجدداً مورد ملاحظه قرار خواهیم داد (شکل ۴۰.۱۰).

یا

$$R \approx \mathcal{F}m$$

به ازای طول موج ۵۰۰ نانومتر، $n_f d = 10 \text{ mm}$ و $R = 90\%$ ،
توان تفکیک کاملاً بالای یک میلیون است، گستره‌ای که در همین
سالهای اخیر به وسیله ریزترین توریه‌های پراش به دست آمده است.
همچنین، از این مثال نتیجه می‌شود که $(\Delta\lambda_0)_{\min}$ کمتر از میلیونیوم
 λ_0 است. برحسب بسامد، کمینه پهنای نواری قابل تفکیک، چنین
است

$$(\Delta\nu)_{\min} = \frac{c}{\mathcal{F}2n_f d} \quad (55.9)$$

$$\text{زیرا } |\Delta\nu| = |c\Delta\lambda_0/\lambda_0^2|$$

هرچه اختلاف طول موج دو مؤلفه موجود در چشمه، به طور
فزاینده‌ای زیاد شود، قله‌هایی که در شکل ۵۰.۹ رویهم افتاده‌اند،
بیشتر از یکدیگر جدا می‌شوند. هرچه اختلاف طول موج افزایش
یابد، مرتبه m برای یک طول موج λ_0 به مرتبه $(m+1)$ ام
طول موج دیگر، $(\lambda_0 - \Delta\lambda_0)$ ، خواهد رسید. اختلاف طول موج
ویژه‌ای که رویهم افتادگی به ازای آن رخ می‌دهد، $(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}}$ ،
گستره طیفی آزاد نامیده می‌شود. از معادله (۵۳.۹) تغییری به اندازه
 2π در δ با $\lambda_0/m = (\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}}$ متناظر است، یا در فرود نزدیک
به عمود

$$(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}} \approx \frac{\lambda_0^2}{2n_f d} \quad (56.9)$$

و به همین ترتیب

$$(\Delta\nu)_{\text{fsr}} \approx \frac{c}{2n_f d} \quad (57.9)$$

با ادامه دادن مثال بالا، یعنی $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ و $n_f d = 10 \text{ mm}$ ،
 $(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}} = 0.0125 \text{ nm}$ آشکار است که، اگر تلاش کنیم توان
تفکیک را تنها با افزایش d افزایش دهیم، گستره طیفی آزاد
کاهش خواهد یافت، که درهم برهمی حاصل از رویهم افتادن
مرتبه‌ها را به همراه خواهد داشت. چیز مورد نیاز این است که
 $(\Delta\lambda_0)_{\min}$ تا حد امکان کوچک و $(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}}$ تا حد امکان بزرگ
باشد. اما اینک ملاحظه کنید که

$$\frac{(\Delta\lambda)_{\text{fsr}}}{(\Delta\lambda)_{\min}} = \mathcal{F} \quad (58.9)$$

با توجه به تعریف اصلی \mathcal{F} ، این نتیجه نباید شگفتی‌آورین باشد.
براستی که کاربردها و پیکر بندیهای تداخل سنج فابری-پرو
بی‌شمارند. سنج‌ها با سنج‌های دیگر به طوری متوالی و همچنین با
طیف نماهای منشوری و توری آرایش یافته‌اند و همچنین با پوشه‌های

$$\left(\frac{\lambda}{\pi^2}\right) \frac{(I_t)_{\max}}{(I_a)_{\max}} = [\mathcal{A}(\theta)]_{\delta=\delta_a+\Delta\delta/2} + [\mathcal{A}(\theta)]_{\delta=\delta_b+\Delta\delta/2} \quad (50.9)$$

با استفاده از $(I_t)_{\max}$ که از طریق معادله (۴۹.۹) به دست آمده
است، همراه با این واقعیت که

$$\frac{I'}{(I_a)_{\max}} = [\mathcal{A}(\theta)]_{\delta=\delta_a+\Delta\delta}$$

می‌توان معادله (۵۰.۹) را برای $\Delta\delta$ حل کرد. برای مقادیر
بزرگ F

$$(\Delta\delta) \approx \frac{\pi^2}{\sqrt{F}} \quad (51.9)$$

از اینرو، این مقدار کوچکترین افزایش فازی، $(\Delta\delta)_{\min}$ ، را نشان
می‌دهد که دو فریز قابل تفکیک را از یکدیگر جدا می‌کنند. این
مقدار را می‌توان به‌نمو کمینه هم‌ارز در طول موج $(\Delta\lambda_0)_{\min}$ ،
بسامد $(\Delta\nu)_{\min}$ و عدد موج $(\Delta\chi)_{\min}$ ، مربوط کرد. از معادله
(۴۲.۹)، به ازای $\delta = 2\pi m$ داریم

$$m\lambda_0 = 2n_f d \cos \theta_i + \frac{\phi\lambda_0}{\pi} \quad (52.9)$$

با حذف جمله $\phi\lambda_0/\pi$ ، که آشکارا قابل چشم‌پوشی است، و سپس
دیفرانسیل‌گیری، خواهیم داشت

$$m(\Delta\lambda_0) + \lambda_0(\Delta m) = 0$$

یا

$$\frac{\lambda_0}{(\Delta\lambda_0)} = -\frac{m}{(\Delta m)}$$

علامت منها حذف خواهد شد، زیرا معنای آن فقط این است که
با کاهش λ_0 ، مرتبه افزایش می‌یابد. وقتی که δ به اندازه 2π تغییر
کند، m به اندازه ۱ تغییر می‌کند و بنابراین

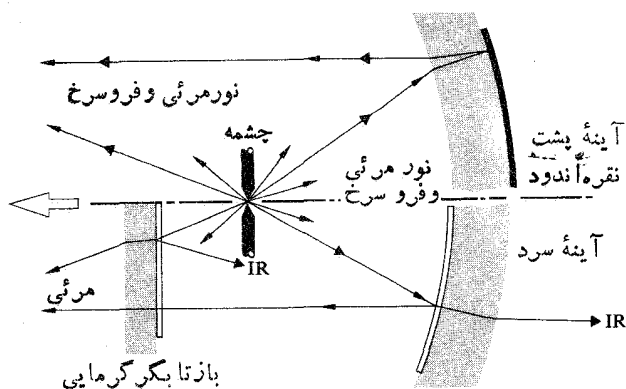
$$\frac{2\pi}{(\Delta\delta)} = \frac{1}{(\Delta m)}$$

پس اکنون

$$\frac{\lambda_0}{(\Delta\lambda_0)} = \frac{2\pi m}{(\Delta\delta)} \quad (53.9)$$

نسبت λ_0 به کمترین اختلاف طول موج قابل تفکیک، $(\Delta\lambda_0)_{\min}$ ،
توان تفکیک رنگی \mathcal{R} طیف نما نامیده می‌شود. و بنابراین در فرود
تقریباً عمودی

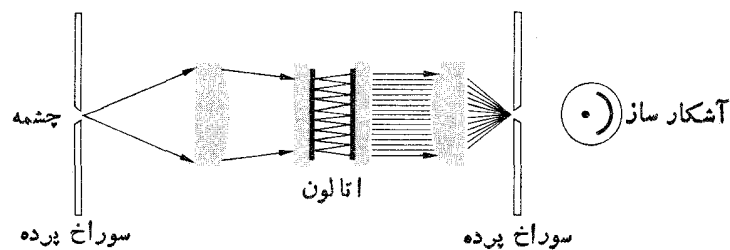
$$\mathcal{R} \equiv \frac{\lambda_0}{(\Delta\lambda_0)_{\min}} \approx \mathcal{F} \frac{2n_f d}{\lambda_0} \quad (54.9)$$



شکل ۵۲.۹ طرحی مرکب که یک سیستم معمولی را در بالا و یک سیستم اندوده را در پایین نشان می‌دهد.

اکنون بسیار متداول است. باریکه شکافهای چند لایه نادر آشام و آینه‌های دو دنگ (باریکه شکافهای رنگ گزین که طول موجهای خاصی را تراکسیلیده و باز می‌تابانند) را می‌توان در بازار تهیه کرد. شکل ۵۲.۹ نمودار تکه تکه شده‌ای است که کاربرد یک آینه سرد را در ترکیب با یک بازتابگر گرما، به منظور هدایت تابش فرو سرخ به عقب یک پروژکتور با تصویر متحرک، نشان می‌دهد. تابش فرو سرخ شدید ناخواسته که به وسیله چشمه گسیل می‌یابد از باریکه حذف می‌شود تا از بروز مشکلات گرمایش در فیلم عکاسی اجتناب به عمل آید. نیمه بالایی شکل ۵۲.۹ یک آینه معمولی با پشت نقره‌ای است که در اینجا به منظور مقایسه نشان داده شده است. باتریهای خورشیدی، که یکی از نخستین سیستمهای منبع تغذیه سفینه‌های فضایی اند و حتی کلاهخودها و دیدگرهای فضانوردان، با پوششهای کنترل گرمای مشابه، به صورت سپر حمایت می‌شوند. می‌توان پالایه‌های نوار باریک گذر و نوار پهن گذر چند لایه را که فقط در گستره طیفی ویژه‌ای ترمی گسیلند ساخت که ناحیه فرو سرخ تا فرابنفش را زیر پوشش خود بگیرند. مثلاً در ناحیه مرئی، این پالایه‌ها برای شکافتن تصویر در دوربینهای تلویزیون رنگی، نقش مهمی بازی می‌کنند، در حالی که در ناحیه IR (فرو سرخ)، برای سیستمهای هدایت موشک، لیزرهای CO₂ و حساسگرهای افقی ماهواره مورد استفاده قرار می‌گیرند. کاربردهای دستگاههای پوسه نازک مانند ساختار آنها گوناگون اند که از ساده‌ترین تک اندوده‌ها تا آرایشهای پیچیده بیش از ۱۰۰ لایه را در برمی‌گیرند.

بررسی نظریه پوسه چند لایه‌ای که در اینجا به کار رفته است، با استفاده از میدانهای کل الکتریکی و مغناطیسی و شرایط مرزی آنها در نواحی مختلف، انجام خواهد گرفت. در مورد سیستمهای چند لایه‌ای، این روش نسبت به شیوه چند موجی که پیشتر به کار گرفته



شکل ۵۱.۹ روش لکه مرکزی.

دی الکتریک چند لایه‌ای، که به منظور جایگزینی با اندوده فلزی آینه‌ها به کار رفته‌اند.

هم اکنون روشهای روبش را به طور گسترده‌ای به کار می‌گیرند. این روشها از خطی بودن برتر آشکار سازهای فوتوالکتریک نسبت به تیغه‌های عکاسی سود می‌برند تا به اندازه گیرهای چگالی شار مطمئنتری دست یابند. دستگاه اساسی جهت روبش لکه مرکزی در شکل ۵۱.۹ نموده شده است. روبش از طریق تغییر δ ، با تغییر n_f یا d به جای $\cos \theta$ ، انجام می‌گیرد. در پاره‌ای دستگاهها، با تغییر دادن فشار هوای داخل سنجه، n_f به آرامی تغییر می‌کند. به همین ترتیب، مرتعش ساختن مکانیکی یکی از آینه‌ها با یک جابه‌جایی $\lambda/2$ برای روبیدن گستره طیفی آزاد متناظر با $\Delta\delta = 2\pi$ ، کافی خواهد بود. یک روش همگانی برای انجام کار، از یک پایه آینه پیزوالکتریک استفاده می‌کند. با اعمال ولتاژی به این نسوع ماده، طولش و، بنابراین d ، تغییر می‌کند. نیمرخ و لثا حرکت آینه را مشخص می‌کند.

این روش، به جای آنکه تابیدگی را در ناحیه وسیعی از فضا، در یک تک نقطه و در یک لحظه از طریق عکاسی ثبت کند، تابیدگی را در مدتی طولانی، در یک تک نقطه فضا، ثبت می‌کند. پیکربندی واقعی خود سنجه نیز دستخوش برخی تغییرات مهم بوده است. پیرکونزا^۱ اولین بار در سال ۱۹۵۶/۱۳۳۵ تداخل سنج فابری-پرو^۲ را با آینه کردی توصیف کرد. از آن تاریخ به بعد سیستمهایی با آینه‌های منحنی شکل به عنوان کاواکهای لیزری، مقام ممتازی را دارا بوده، و به علاوه به عنوان تحلیلگرهای طیفی کاربرد وسیعی پیدا می‌کنند.

۹.۹ کاربرد پوسه‌های تک لایه‌ای و چند لایه‌ای

اندوده‌های پوسه‌های نازک دی الکتریک اخیراً کاربردهای نوری واقعاً بسیاری یافته‌اند. اندوده‌ها برای حذف بازتابشهای ناخواسته از سطوح گوناگون، از ویرین مغازه گرفته تا عسکری دور بینها،

شد، رهیافت عملیتری است.^۱

۱.۹.۹ بررسی ریاضی

موج قطبیده خطی را که در شکل ۵۳.۹ نموده شده و بزرگ پوسه دی الکتریک بین دو محیط نیم شفاف نامتناهی فرود می آید، در نظر بگیرید. این محیط، عملاً می تواند بادی الکتریکی به ضخامت کسری از طول موج متناظر باشد که روی سطح یک عدسی، یا آینه یا منشور ته نشین شده است. در آغاز کاریک نکته باید روشن شود: هر کدام از موجهای E_{II} ، E'_{II} ، E_{rI} ، و مانند آنها، برایند تمامی امواج ممکنه را که در آن راستا، و در آن نقطه از محیط حرکت می کنند، نشان می دهد. بنابراین فرایند مجموع یابی در داخل انجام می گیرد. به طوری که در بخش ۲.۳.۴ مورد بحث قرار گرفت، شرایط مرزی ایجاب می کند که مؤلفه های مماسی هر دو میدان الکتریکی (\mathbf{E}) و مغناطیسی ($\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu$) در سرتاسر مرزها پیوسته باشند (یعنی در دو طرف مساوی باشند). در مرز I داریم

$$E_I = E_{II} + E_{rI} = E_{II} + E'_{rII} \quad (۵۹.۹)$$

و

$$\begin{aligned} H_I &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{II} - E_{rI}) n_0 \cos \theta_{II} \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{II} - E'_{rII}) n_0 \cos \theta_{II} \quad (۶۰.۹) \end{aligned}$$

که در آن از این واقعیت که \mathbf{E} و \mathbf{H} در محیطهای غیر مغناطیسی از راه ضریب شکست و بردار یکه انتشار با هم ارتباط پیدا می کنند، سود برده شده است

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}$$

در مرز II

$$E_{II} = E_{III} + E_{rII} = E_{III} \quad (۶۱.۹)$$

و

$$\begin{aligned} H_{II} &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{III} - E_{rII}) n_0 \cos \theta_{II} \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{III} n_0 \cos \theta_{II} \quad (۶۲.۹) \end{aligned}$$

ضریب شکست لایه زیرین n_s است. بنا بر معادله (۶۱.۹)، موجی که یک بار از پوسه بگذرد دستخوش تغییر فازی برابر $(2n_s d \cos \theta_{III})/\lambda$ می شود که با $k_0 h$ نشان داده خواهد شد. به طوری که

$$E_{III} = E_{II} e^{-ik_0 h} \quad (۶۳.۹)$$

و

$$E_{rII} = E'_{rII} e^{+ik_0 h} \quad (۶۴.۹)$$

حال می توان معادلات (۶۱.۹) و (۶۲.۹) را چنین نوشت

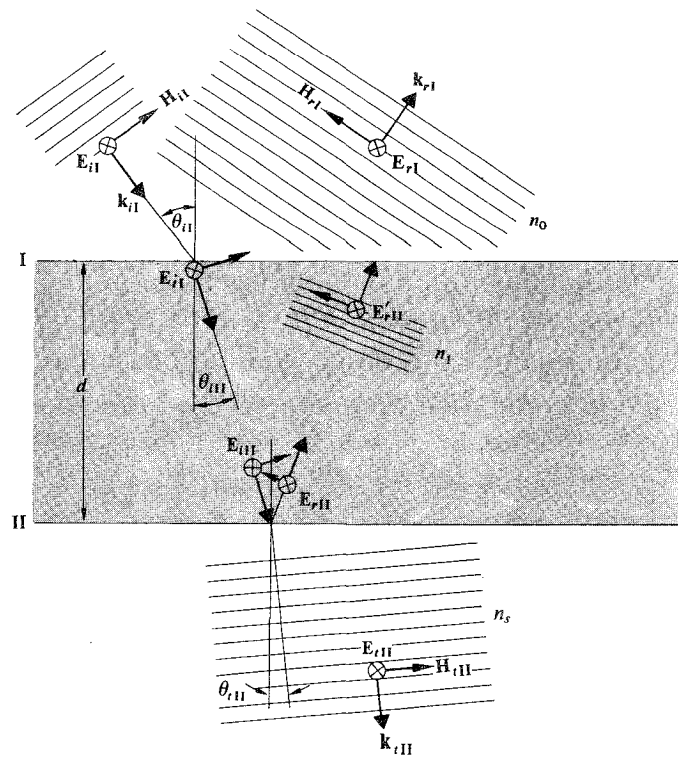
$$E_{II} = E_{II} e^{-ik_0 h} + E'_{rII} e^{+ik_0 h} \quad (۶۵.۹)$$

و

$$H_{II} = (E_{II} e^{-ik_0 h} - E'_{rII} e^{+ik_0 h}) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_0 \cos \theta_{II} \quad (۶۶.۹)$$

دو معادله اخیر را می توان برای E_{II} و E'_{rII} حل کرد؛ که وقتی در معادلات (۵۹.۹) و (۶۰.۹) نشاندن شوند، خواهیم داشت

$$E_I = E_{II} \cos k_0 h + \frac{H_{II}(i \sin k_0 h)}{\Gamma_1} \quad (۶۷.۹)$$



شکل ۵۳.۹ میدانها در مرزها.

۱. به خاطر دستیابی به بحثی سرداست و غیر ریاضی رک

برای اینکه بینیم چگونه تمامی این عناصر بایکدیگر سازگارند، با استفاده از طرح بالا عبارتهای مربوط به ضرایب بازتابش و تراکسیل دامنه را استخراج خواهیم کرد. با فرمولبندی مجدد معادله (۷۰.۹) برحسب شرایط مرزی (۵۹.۹)، (۶۰.۹) و (۶۲.۹) و با قرار دادن

$$\Gamma_o = \sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}} n_o \cos \theta_{oI}$$

$$\Gamma_s = \sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}} n_s \cos \theta_{sI}$$

خواهیم داشت

$$\begin{bmatrix} (E_{oI} + E_{rI}) \\ (E_{oI} - E_{rI}) \Gamma_o \end{bmatrix} = \mathcal{M}_1 \begin{bmatrix} E_{sII} \\ E_{sII} \Gamma_s \end{bmatrix}$$

با بسط ماتریسها، رابطه اخیر چنین می‌شود

$$1 + r = m_{11}t + m_{12}\Gamma_s t$$

$$(1 - r)\Gamma_o = m_{21}t + m_{22}\Gamma_s t$$

با توجه به اینکه

$$r = \frac{E_{rI}}{E_{oI}} \quad \text{و} \quad t = \frac{E_{sII}}{E_{oI}}$$

در نتیجه

$$r = \frac{\Gamma_o m_{11} + \Gamma_o \Gamma_s m_{12} - m_{21} - \Gamma_s m_{22}}{\Gamma_o m_{11} + \Gamma_o \Gamma_s m_{12} + m_{21} + \Gamma_s m_{22}} \quad (۷۵.۹)$$

و

$$t = \frac{2\Gamma_o}{\Gamma_o m_{11} + \Gamma_o \Gamma_s m_{12} + m_{21} + \Gamma_s m_{22}} \quad (۷۶.۹)$$

به منظور یافتن r یا t برای هر یک از پوسه‌ها، تنها نیازمند آن هستیم که ماتریسهای مشخصه را برای هر پوسه محاسبه کنیم، آنها را در یکدیگر ضرب و سپس عناصر ماتریس حاصل را در معادلات بالا بنشانیم.

۲.۹.۹ اندوده‌های پاد بازتابش

اکنون حالت فوق‌العاده مهم فرود عمودی را در نظر می‌گیریم، که بنا بر آن

$$\theta_{oI} = \theta_{sII} = \theta_{sIII} = 0$$

$$H_I = E_{II} \Gamma_o i \sin k_o h + H_{II} \cos k_o h \quad (۶۸.۹)$$

که

$$\Gamma_o \equiv \sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}} n_o \cos \theta_{oII}$$

اگر محاسبات بالا برای حالتی انجام گیرند که E در صفحه فرود باشد، به معادلات مشابهی منجر می‌شود، به شرط آنکه

$$\Gamma_o \equiv \sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}} \frac{n_o}{\cos \theta_{oII}}$$

در نماد گذاری ماتریسی روابط خطی بالا به شکل زیر درمی‌آیند

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k_o h & \frac{(i \sin k_o h)}{\Gamma_o} \\ \Gamma_o i \sin k_o h & \cos k_o h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{bmatrix} \quad (۶۹.۹)$$

یا

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = \mathcal{M}_I \begin{bmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{bmatrix} \quad (۷۰.۹)$$

ماتریس مشخصه \mathcal{M}_I ، میدانها را در دو مرز مجاور به یکدیگر ربط می‌دهد. بنا براین، اگر دو پوسه لایه‌های بالایی بر روی لایه زیرین ته‌نشین می‌شدند، سه مرز یا سطح مشترک به وجود می‌آمد، و بدین ترتیب

$$\begin{bmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{bmatrix} = \mathcal{M}_{II} \begin{bmatrix} E_{III} \\ H_{III} \end{bmatrix} \quad (۷۱.۹)$$

با ضرب کردن طرفین این عبارت در \mathcal{M}_I

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = \mathcal{M}_I \mathcal{M}_{II} \begin{bmatrix} E_{III} \\ H_{III} \end{bmatrix} \quad (۷۲.۹)$$

در حالت کلی، اگر p تعداد لایه‌ها باشد که هر کدام مقدار ویژه‌ای از n و h را داشته باشند، در این صورت اولین و آخرین مرزها از طریق

$$\begin{bmatrix} E_I \\ H_I \end{bmatrix} = \mathcal{M}_I \mathcal{M}_{II} \dots \mathcal{M}_p \begin{bmatrix} E_{(p+1)} \\ H_{(p+1)} \end{bmatrix} \quad (۷۳.۹)$$

به هم مربوط می‌شوند. ماتریس مشخصه تمامی سیستم برابر است با برابری حاصل ضرب (به ترتیب مناسب آن) تک تک ماتریسهای دو به دو. یعنی

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_I \mathcal{M}_{II} \dots \mathcal{M}_p = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (۷۴.۹)$$

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_I \mathcal{M}_{II}$$

یا به طور مشخصتر

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 0 & i \\ iT_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & i \\ iT_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (۸۱.۹)$$

در فرود عمودی این رابطه چنین می شود

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} -\frac{n_2}{n_1} & 0 \\ 0 & -\frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \quad (۸۲.۹)$$

نشان دادن عناصر ماتریسی مناسب در معادله (۸۵.۹)، r_2 را به دست می دهد که پس از مجذور کردن، به بازتابیدگی منجر می شود

$$R_2 = \left[\frac{n_2^2 n_o - n_s n_1^2}{n_2^2 n_o + n_s n_1^2} \right]^2 \quad (۸۳.۹)$$

به منظور آنکه R_2 در يك طول موج ویژه، دقیقاً برابر صفر باشد، لازم است، که

$$\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 = \frac{n_s}{n_o} \quad (۸۴.۹)$$

این پوسه را اندودهٔ تك كمينه، دو چاركي، می نامند. وقتی که n_1 و n_2 تا حد امکان كوچك باشند، بازتابیدگی پهنترین تك كمينهٔ خود را خواهد داشت، که در بسامد انتخاب شده برابر صفراست. از معادله (۸۴.۹) برمی آید که $n_2 > n_1$ ؛ بنابراین، اکنون نامیدن يك سيستم (شیشه)-(ضریب شکست بالا)-(ضریب شکست پایین)-(هو) به صورت $gHLa$ ، عرف عامی است. زیرکونیوم دی اکسید ($n=2.1$)، تیتانیوم دی اکسید ($n=2.40$)، و سولفید روی ($n=2.32$) معمولاً برای لایه های H به کار می روند. در حالی که غالباً از منیزیم فلورید ($n=1.38$) و سزیم فلورید ($n=1.63$) برای لایه های L استفاده می کنند.

طرح های دو و سه لایه ای دیگری را می توان برای شرایط ویژه در پاسخ طیفی، زاویهٔ فرود، قیمت، و مانند آنها، در نظر گرفت. شکل (۵۴.۹) صحنه ای را نشان می دهد که از میان يك عدسی نزدیک آور پنجاه عنصری، بایک لامپ ۱۵۰ واتنی که مستقیماً به داخل دوربین نشانه رفته، عکسبرداری شده است. عناصر عدسی باتك لایه ای از MgF_2 پوشانده شده بودند. برای شکل ۵۵.۹ يك اندودهٔ پادبازتابش سه لایه ای به کار رفته است. کاهش نور زننده و بهبود تباين نمایان است.

که علاوه بر آنکه ساده ترین حالت است، در شرایط عملی، کاملاً به فراوانی تقریب سازی می شود. اگر، به منظور نمایاندن تعداد لایه های موجود يك شاخص پایین در r قرار دهیم ضریب بازتابش برای يك تك پوسه چنین می شود

$$r_1 = \frac{n_1(n_o - n_s) \cos k_o h + i(n_o n_s - n_1^2) \sin k_o h}{n_1(n_o + n_s) \cos k_o h + i(n_o n_s + n_1^2) \sin k_o h} \quad (۷۷.۹)$$

اگر r_1 را در مزدوج مختلط آن ضرب کنیم، به بازتابیدگی منجر می شود

$$R_1 = \frac{n_1^2(n_o - n_s)^2 \cos^2 k_o h + (n_o n_s - n_1^2)^2 \sin^2 k_o h}{n_1^2(n_o + n_s)^2 \cos^2 k_o h + (n_o n_s + n_1^2)^2 \sin^2 k_o h} \quad (۷۸.۹)$$

این فرمول، به ازای $k_o h = \pi/2$ ، که هم ارز این بیان است که ضخامت نوری، h ، پوسه مضرب فردی از $\lambda_o/4$ باشد، به گونهٔ ویژه ای ساده می شود. در این حالت، $d = \lambda_r/4$

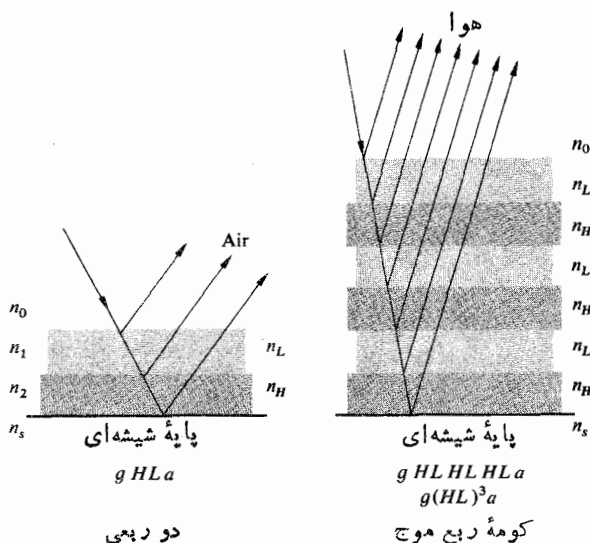
$$R_1 = \frac{(n_o n_s - n_1^2)^2}{(n_o n_s + n_1^2)^2} \quad (۷۹.۹)$$

که به طور کاملاً شاخصی برابر صفر خواهد شد، اگر

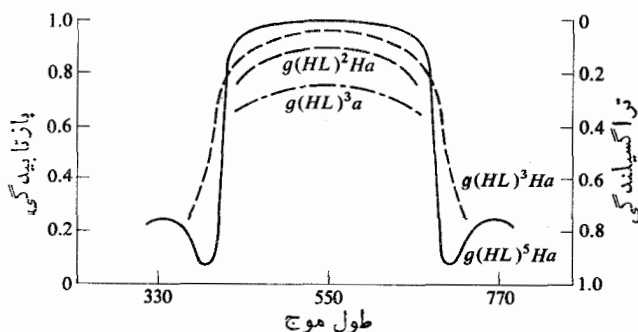
$$n_1^2 = n_o n_s \quad (۸۰.۹)$$

به طور کلی، d چنان انتخاب می شود که h در پارهٔ زرد سبز طیف مرئی، آنجا که چشم بیشترین حساسیت را دارد، برابر $\lambda_o/4$ باشد. کریولیت ($n=1.35$) ترکیبی از سدیم آلومینیم فلورید و منیزیم فلورید ($n=1.38$)، پوسه های معمولی با ضریب شکست پایین هستند. چون MgF_2 به مراتب بادوامتر است، کاربردش فراوانتر است. در يك زیرلایهٔ شیشه ای، ($n_s \approx 1.5$)، هر دوی این پوسه ها، دارای ضریب شکستی خواهند بود که هنوز هم برای آنکه در معادله (۸۰.۹) صدق کنند، تا اندازه ای بزرگ اند. با وجود این، يك تك لایهٔ $\lambda_o/4$ از MgF_2 ، بازتابیدگی شیشه را از تقریباً ۴٪ به کمی بیشتر از ۱٪ روی طیف مرئی کاهش خواهد داد. اکنون به کار گرفتن اندوده های پادبازتابشی در عناصر ابزارهای نوری، متداول است. در عدسیهای مخصوص دوربین، این نوع اندوده ها باعث کاهش تیرگی ناشی از نور اتفاقی و زودگذری می شود که به طور داخلی پراکنده شده باشد، و همچنین باعث افزایش چشمگیر روشنایی تصویر می شود. در طول موجهای واقع در دو طرف ناحیهٔ زرد-سبز مرکزی، R افزایش می یابد و سطح عدسی، در نور بازتابیده به رنگ آبی قرمز دیده خواهد شد.

در مورد يك اندودهٔ يك چهارم طول موج دولایه ای،



شکل ۵۶.۹ یک ساختار دوره‌ای.



شکل ۵۷.۹ بازتابیدگی و تراگسیلندگی ساختارهای متعدد دوره‌ای.

یابد، به‌طوری‌که اکنون به‌شکل $g(HL)^m Ha$ باشد. با به‌کارگیری این آرایش می‌توان سطوح آینه‌ای با بازتابیدگی بسیار بالا را ایجاد کرد.

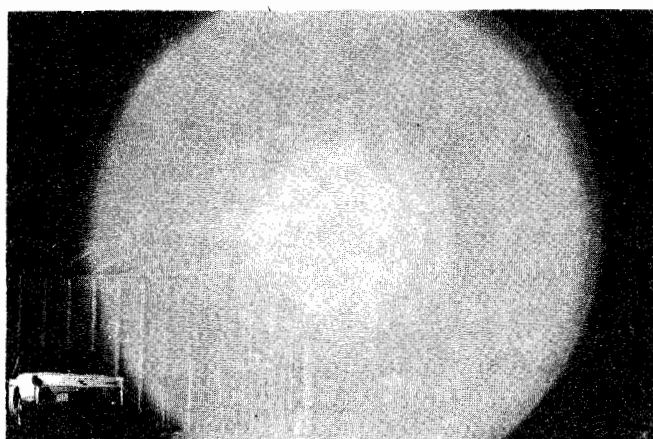
قله کوتاه در سمت طول موج کوتاه منطقه مرکزی را می‌توان با افزودن یک فیلم هشت موج ضریب شکست پایین به‌دوطرف کوهه کاهش داد. در این حالت آرایش کامل چنین نموده می‌شود

$$g(0.5L)(HL)^m H(0.5L)a$$

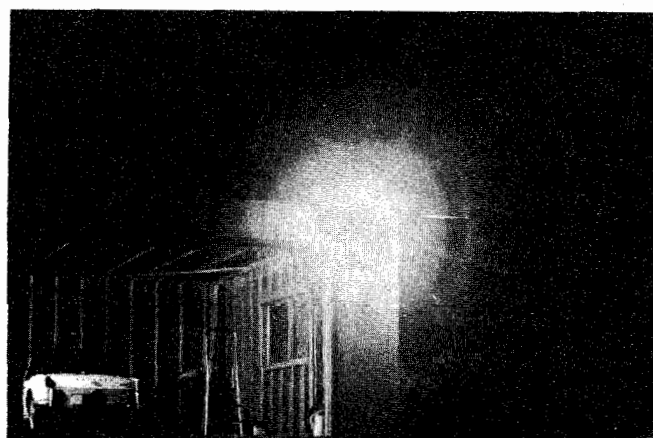
اثر این آرایش افزایش توان تراگسیلندگی موج کوتاه، بسامد بالاست و بنابراین به آن پالایه بالاگذر می‌گویند. به‌همین ترتیب ساختار

$$g(0.5H)L(HL)^m(0.5H)a$$

صرفاً باحالتی متناظر است که ضخامت لایه‌های H انتهای $\lambda_0/8$ باشد. این ساختار در گستره طول موج بلند، بسامد پایین تراگسیلندگی بالاتری وارد و پالایه پایین‌گذر نامیده می‌شود.



شکل ۵۴.۹ عناصر عدسی که باتک لایه‌ای از MgF_2 اندود شده‌اند.



شکل ۵۵.۹ عناصر عدسی که با ساختاری از پوسه چند لایه‌ای اندوده شده‌اند.

۳.۹.۹ سیستم‌های دوره‌ای چندلایه

ساده‌ترین نوع سیستم دوره‌ای کوهه ربع موج است که، علیرغم منطق از شماری از لایه‌های ربع موج ساخته نشده است. ساختار دوره‌ای موادی که یک در میان دارای ضریب شکست بالا و پایین هستند، و در شکل ۵۶.۹ نشان داده شده است، چنین مشخص می‌شود

$$g(HL)^3 a$$

شکل ۵۷.۹ شکل عام بخشی از بازتابیدگی طیفی را در مورد معدودی پالایه چندلایه‌ای نشان می‌دهد. پهنای منطقه مرکزی با بازتابیدگی بالا، با افزایش مقادیر نسبت ضریب شکست n_H/n_L افزایش می‌یابد، درحالی‌که ارتفاعش به نسبت تعداد لایه‌ها افزایش پیدا می‌کند. توجه کنید که بازتابیدگی بیشینه یک ساختار دوره‌ای همچون $g(HL)^m a$ می‌تواند با افزایش یک لایه H دیگر افزایش

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

در بسامد ویژه‌ای که پالایه برای آن طراحی شده است، بنا بر معادله (۷۵.۹)، r در فرود عمودی چنین می‌شود

$$r = \frac{n_o - n_s}{n_o + n_s}$$

و این مقداری است برای زیرلایه اندود نشده. در حالت خاص، تراکسیل بیشینه برای شیشه ($n_s = 1.5$) در هوا ($n_o = 1$) از لحاظ نظری ۹۶ درصد است (با چشم پوشی از بازتابها از سطح عقبی زیرلایه‌ها همچنین از افتها در هر دو پالایه مسدودکننده و خود پوسه‌ها).

۱۰.۹ کاربردهای تداخل سنجی

از اصول تداخل سنجی در کاربردهای فیزیکی فراوانی سود می‌برند. اهمیت برخی از این کاربردها اکنون تنها در جنبه تاریخی و آموزشی آنهاست، در حالی که کاربردهای دیگری هستند که در حال حاضر به‌طور وسیعی مورد استفاده‌اند. ظهور لیزر و در نتیجه دسترس پذیری بعدی نور شبه تکفام با همدوسی بالا، به‌ویژه ایجاد پیکربندیهای جدید تداخل سنجی را آسان کرده است.

۱۰.۱۰.۹ تداخل نور پراکننده

احتمالاً قدیمیترین بررسی مکتوب پیرامون فریزهای تداخلی ناشی از نور پراکننده را باید در کتاب *Optiks* اثر نیوتون (۱۷۰۴/۱۰۸۳)، کتاب دوم قسمت IV پیدا کرد. ما در حال حاضر به دو علت به این پدیده نظری کنیم. اولاً برای دیدن پاره‌ای فریزهای تداخلی رنگین زیبا، راه بسیار ساده‌ای را در پیش پای ما می‌گشاید. ثانیاً، برای تداخل سنجی بسیار ساده و سودمند، یک اساس است.

به منظور دیدن فریزها، لایه نازکی از پودر تالک معمولی را روی سطح آینه‌ای معمولی با پشت نقره‌اندود بمالید (شبنم نیز همان کار را خواهد کرد). نه ضخامت و نه یکنواختی اندوده، هیچکدام اهمیت ویژه‌ای ندارد. ولی استفاده از یک چشمه نقطه‌ای، تعیین کننده است. یک چشمه رضایت بخش را می‌توان از طریق چسباندن یک قطعه بزرگ مقوا حاوی سوراخی به قطر $1/4$ اینچ (۴/۰۶۳ سانتیمتر) در مقابل یک نور درخشی، به دست آورد. ابتدا حدود سه یا چهار فوت (۹۵ یا ۱۲۵ سانتیمتر) عقبتر از آینه بایستید؛ اگر نزدیکتر از این فاصله بایستید فریزها آن قدر ریز و به یکدیگر نزدیک خواهند بود، که قابل رؤیت نیستند. نور درخشی را در کنار گونه خود نگهداشته و آینه را روشن کنید به‌طوری که

در فرود غیرعمودی، تا حدود 30° ، غالباً در پاسخ به اندوده‌های پوسه نازک، افت انرژی اندک است. در حالت کلی، تأثیر افزایش زاویه فرودی یک جابجایی در کل منحنی بازتابندگی به‌سوی طول موجهای اندک‌تری کوتاهتر است. این نوع رفتار به‌وسیله ساختارهای دوره‌ای متعددی که در طبیعت وجود دارند، مانند پر طاووس نر، پر مرغ مگس‌خوار، پر پروانه، و نیز پشت انواع متعدد سوسکه‌ها نمایان می‌شود.

آخرین سیستم چند لایه‌ای که باید مورد توجه قرار گیرد پالایه تداخلی، یا به بیان دقیقتر پالایه فابری-پرو، است. اگر فاصله بین تیغه‌های یک سنج در حدود λ باشد، قله‌های تراکسیل به‌طور وسیعی بر حسب طول موج از هم جدا خواهند شد. بنا بر این با استفاده از پالایه‌های درآشام شیشه رنگین یا ژلاتین، مسدود کردن تمامی قله‌ها جز یکی، امکان پذیر خواهد بود. در این صورت نور تراکسیلیده بایک تک قله تیز متناظر است و از سنج به عنوان یک پالایه نوار باریک گذر استفاده می‌شود. چنین دستگاههایی از طریق ته‌نشین‌سازی یک پوسه فلزی نیم شفاف روی یک پایه شیشه‌ای، و به دنبال آن تشکیل یک جدا ساز MgF_2 و سپس یک اندوده فلزی دیگر، ساخته می‌شوند.

کلیه پالایه‌های دی الکتریکی فابری-پرو که اساساً غیر درآشام باشند، دارای ساختاری مشابه‌اند که دو نمونه ممکن از آنها

$$gHLHLLHLHa$$

و

$$gHLHLHHLHLHa$$

ماتریس مشخصه ساختار اول چنین است

$$M = M_H M_L M_H M_L M_H M_L M_H$$

ولی از معادله (۸۲.۹)

$$M_L M_L = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

یا

$$M_L M_L = -I$$

که در آن I ماتریس یکه است. لایه دوتایی مرکزی، با کاواک فابری-پرو به ضخامت نیم طول موج ($d = 1/2\lambda_f$) متناظر است. بنا بر این لایه مذکور دو طول موج ویژه مودد نظر، بر بازتابندگی تأثیری ندارد. از اینرو، به آن لایه غایب می‌گویند، و در نتیجه

$$M = -M_H M_L M_H M_L M_H M_L M_H$$

دوباره همان شرایط در مرکز حاکم می‌شوند، و سرانجام آشکارا این نتیجه به دست می‌آید

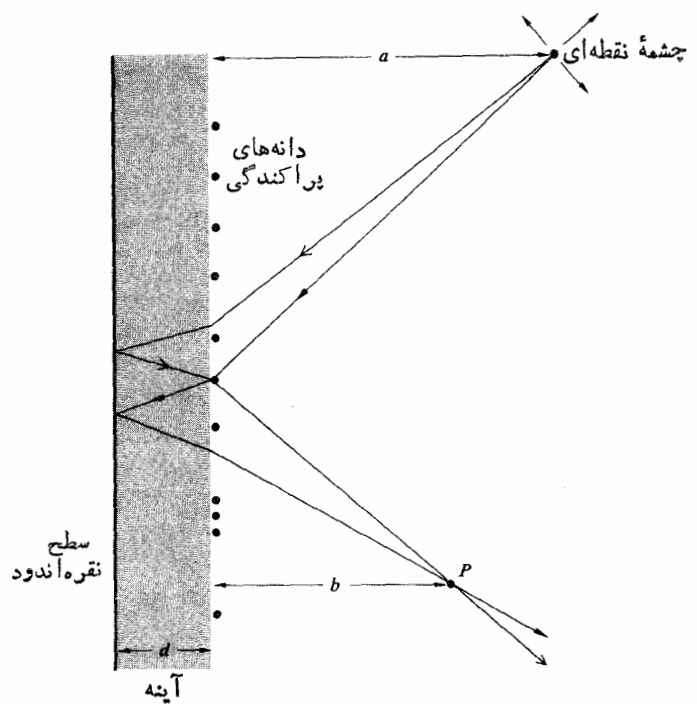
دامنه شکاف به کار می‌رود. در این کار برد، تیغه باید يك مركز تقارن داشته باشد، یعنی لازم است که محل پراکننده يك المثنی داشته باشد، که به طور متقارن در اطراف يك نقطه مرکزی قرار گرفته باشند.

در سیستم مورد نظر، يك چشمه نقطه‌ای نور شبه تکفام، S ، به وسیله عدسی L_1 بر روی سطح، در نقطه A از آینه مورد آزمون تصویر می‌شود. بخشی از نوری که از چشمه می‌آید به وسیله تیغه پراکننده، پراکنده می‌شود و سپس تمامی سطح آینه را روشن می‌کند. آینه، به نوبه خود، نور را به سوی تیغه پراکننده باز می‌تاباند. این موج، و همچنین نوری که تصویر سوراخ را در نقطه A تشکیل می‌دهد، مجدداً از میان تیغه پراکننده می‌گذرد و سرانجام به صفحه تصویر می‌رسد (یا روی يك پرده یا در يك دوربین می‌افتد). فریزها بر روی همین صفحه تشکیل می‌شوند. فرایند تداخل، که در تشکیل این فریزها خودنمایی می‌کند، به این دلیل اتفاق می‌افتد که هر نقطه در صفحه تصویر نهایی به وسیله نوری که از دو مسیر مختلف می‌رسد، روشن می‌شود؛ مبدأ یکی از این مسیرها از A شروع می‌شود، و مبدأ دیگر نقطه‌ای مانند B است، که نور پراکنده را منعکس می‌کند. در واقع، هر چند که ممکن است در نظر اول عجیب به نظر آید، فریزهای کاملاً مشخص را، همانگونه که در شکل ۵۰.۹ نشان داده شده است، می‌توان مشاهده کرد.

برای اینکه گذرگاه نور در سیستم را اندکی مفصلتر مورد بررسی قرار دهیم، نوری را که ابتدا روی تیغه پراکننده فرود می‌آید در نظر می‌گیریم و همانگونه که در شکل ۶۱.۹ نشان داده شده است، موج را تحت فرض می‌کنیم. جبهه موج تخت فرودی E_i ، بعد از گذشتن از تیغه پراکننده به يك جبهه موج تراگیسیلیده E_T تغییر شکل خواهد داد. فرض می‌کنیم که این موج هم به نوبه خود، به تعدادی مؤلفه‌های سری فوری که از امواج تخت تشکیل شده‌اند، شکافته می‌شود. یعنی

$$E_T = E_1 + E_2 + \dots \quad (۸۵.۹)$$

دوتا از این اجزای تشکیل دهنده در شکل ۶۱.۹ الف نموده شده‌اند. اکنون فرض می‌کنیم که مفهوم ویژه‌ای به این مؤلفه‌ها نسبت بدهیم، مثلاً E_1 نمایانگر نوری است که در شکل ۵۹.۹ به سوی نقطه A ، و E_2 نوری است که به سوی B می‌رود. تحلیل مرحله‌ای که در پی می‌آیند، می‌تواند به همین روش ادامه یابد. همچنین فرض کنیم آن بخش از جبهه موج که از نقطه A باز می‌گردد به وسیله جبهه موج E_A در شکل ۶۱.۹ ب نموده شود. تیغه پراکننده آن را به يك موج نامنظم تراگیسیلیده تغییر شکل خواهد داد، که در همان شکل با E_{AT} نموده شده است. این موج این بار هم باید پیکربندی پیچیده



شکل ۵۸.۹ تداخل نور پراکنده.

بتوانید درختان تریس بازتابش لامپ را در آن ببینید. در این صورت فریزها به صورت شماری از نوارهای يك در میان روشن و تاریک، به وضوح دیده خواهند شد.

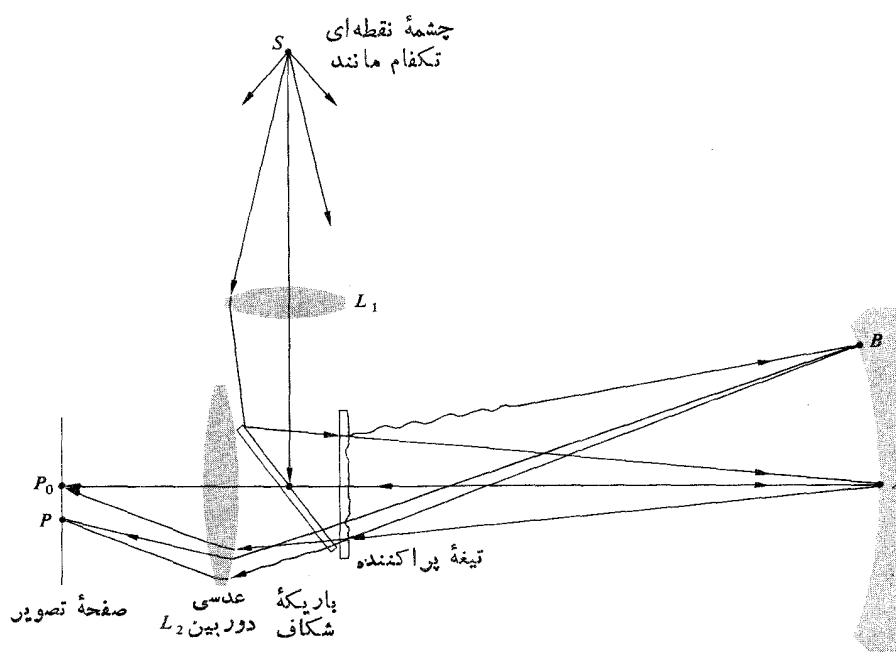
دو پرتو همدوس که از چشمه نقطه‌ای خارج شده و پس از پیمودن مسیرهای مختلف به نقطه P می‌رسند، در شکل ۵۸.۹ نموده شده‌اند. يك پرتو از آینه بازتابیده شده و سپس به وسیله يك تك دانه شفاف پودر تالك پراکنده می‌شود و به سوی P می‌رود. پرتو دوم ابتدا به وسیله دانه به پایین سو پراکنده شده و پس از آن آینه را قطع می‌کند و مجدداً به سوی P بازتابیده می‌شود. اختلاف راه نوری حاصل، تداخل را در P معین می‌کند. در فرود عمودی، نقش حاصل از تعدادی حلقه‌های هم مرکز به شعاع^۱

$$\rho \approx \left[\frac{nm\lambda a^2 b^2}{d(a^2 - b^2)} \right]^{1/2}$$

تشکیل شده است.

اکنون وسیله مربوط به این موضوع را ملاحظه می‌کنیم که در آزمون سیستمهای نوری خیلی سودمند است. این دستگاه که تیغه پراکننده نامیده می‌شود، عموماً از يك ورقه شفاف که سطح آن کمی زبر است تشکیل شده است. در آرایشی نظیر آنچه که در شکل ۵۹.۹ نشان داده شده است، این دستگاه به عنوان يك عنصر

۱. به منظور دستیابی به توضیحات مفصلتر، ر ک



شکل ۵۹.۹ آرایش تجربی تیرغه پراکننده.

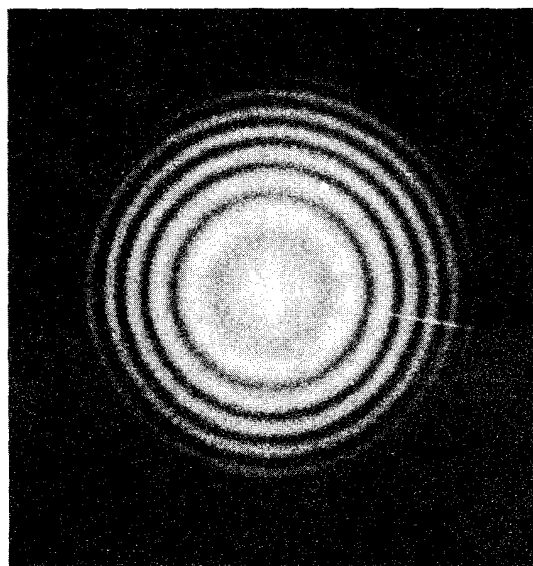
جبهه موجی که از B به تیرغه پراکننده بازمی‌گردد، در شکل ۶۱.۹ ج با E_B نشان داده شده است. این موج بر اثر گذر از تیرغه پراکننده، به موج E_{BT} تغییر شکل خواهد داد. یکی از مؤلفه‌های فوریه این جبهه موج که با $E_{B\theta}$ نموده شده، به اندازه زاویه θ خم شده است و بنا بر این در همان نقطه P بر پرده کانونی خواهد شد. برخی از امواجی که به نقطه P می‌رسند در سویی که تداخل روی دهد، هم‌دوس خواهند بود. به‌منظور به‌دست آوردن تابیدگی بر این، ابتدا دامنه کلیه امواجی را که به P می‌رسند، یعنی E_P ، باهم جمع کنید و سپس E_P را مجذور کرده از آن میانگین زمانی بگیرید.

در بحث بالا، فقط دو چشمه نقطه‌ای در آینه مورد توجه قرار گرفتند. البته، در واقع، تمامی سطح آینه را نوری که به آن می‌رسد روشن می‌کند و هر نقطه از آن برای بازگرداندن امواج به عنوان چشمه ثانویه به کار خواهد رفت. کلیه امواج به وسیله تیرغه پراکننده تغییر شکل خواهند داد، و اینها هم به نوبه خود می‌توانند به مؤلفه‌های موج تخت تجزیه شوند. در هر رشته از امواج مؤلفه، یک موج وجود دارد که به اندازه زاویه θ خم شده است، و تمامی این امواج در همان نقطه P بر پرده کانونی خواهند شد. در این صورت دامنه برای این چنین خواهد بود

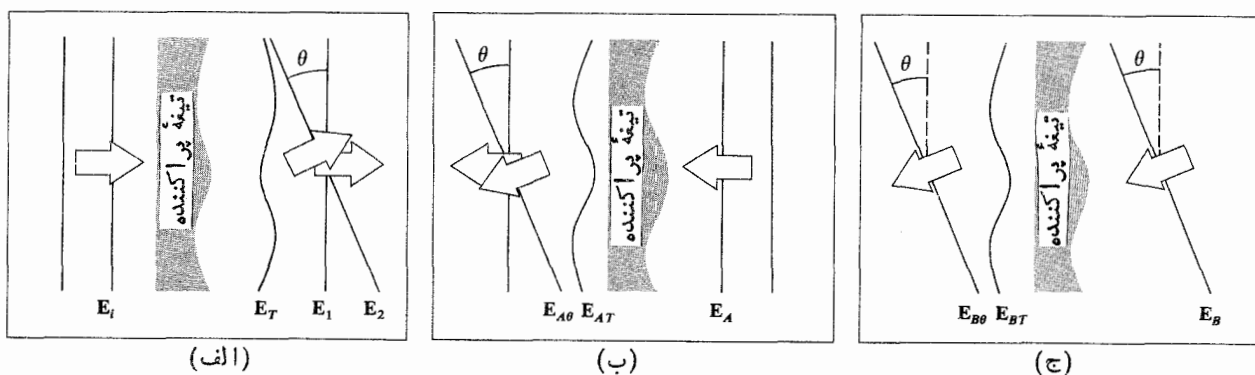
$$E_P = E_{A\theta} + E_{BA} + \dots$$

می‌توان چنان تصور کرد که نوری که به سطح تصویر می‌رسد، تاحدودی از دو میدان نوری ویژه تشکیل شده است. یکی از این

متناظر است ولی این پیکربندی را نیز می‌توان مانند مورد بالا، به مؤلفه‌های فوریه که از امواج تخت تشکیل یافته‌اند تجزیه کرد. در شکل ۶۱.۹ ب دوتا از این جبهه‌های موج مؤلفه رسم شده‌اند، یکی به سوی چپ حرکت می‌کند و دیگری به اندازه زاویه θ مایل شده است. جبهه موج اخیر که با $E_{A\theta}$ نشان داده شده است، به وسیله عدسی L_2 ، در نقطه P روی پرده کانونی می‌شود (شکل ۵۹.۹).



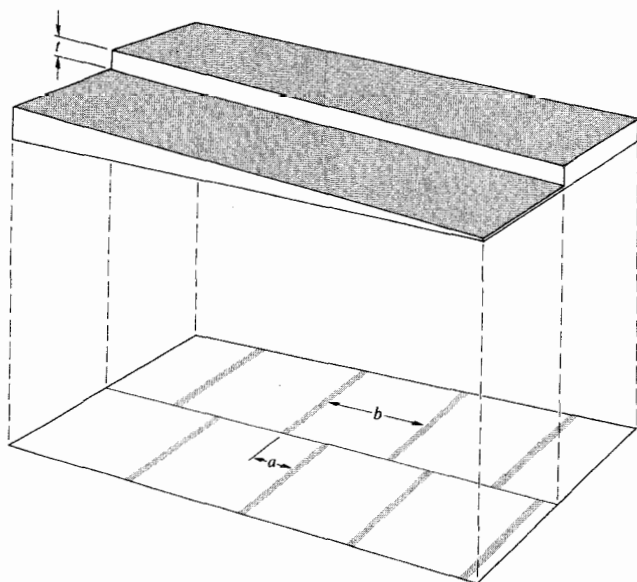
شکل ۶۰.۹ فریزها در نور پراکنده



شکل ۶۱.۹ جبهه‌های موج ضمن عبور از تیغه پراکننده.

$$t = \frac{a}{b} \frac{\lambda_f}{\lambda}$$

اگر یکی از مرزهای پوسه از نظر نوری تخت و مرز دیگری سطح بلوری یا سطح دیگری باشد که بررسی تختی آن مورد نظر است، آنگاه این فریزهای فیزو به منزله پرندهای تخت مورد بررسی اند.



شکل ۶۲.۹ فریزهای ناشی از یک پوسه گوه‌ای شکل پله‌ای.

دومیدان از نوری ناشی می‌شود که فقط در اثر گذر از تیغه به سوی آینه پراکنده شده‌بود، و دیگری از نوری که فقط در راه خود به سوی سطح تصویر پراکنده می‌شود. میدان اول، آینه آزمون را به طور وسیعی روشن می‌کند و بعداً به تصویری از آن بر روی پرده منجر می‌شود. میدان دوم، که ابتدا در ناحیه‌ای پیرامون A کانونی شده بود، میدان تاری را در سرتاسر پرده می‌پراکند. نقطه A چنان انتخاب شده است که مساحت کوچک مجاور آن بدون ابیراهی باشد. در این حالت، موج بازتابیده از آن نقطه، به عنوان مرجع به کار می‌رود که می‌توان جبهه موج متناظر با کل سطح آینه را با آن مقایسه کرد. نقش تداخل، به صورت یک رشته فریزهای پرنده، هر گونه نقص در سطح آینه را نشان می‌دهد!

۲.۱۰.۹ اندازه‌گیریهای پوسه نازک به وسیله تداخل سنجی چند باریکه‌ای

اکنون به شکل ۳۲.۹ برگردیم و فرض کنیم که پله‌ای در داخل گوه موجود باشد. شکل ۶۲.۹ نقش فریزی را که ممکن است تحت این شرایط دیده شود، نشان می‌دهد. اگر زاویه گوه برای هر سطح یکسان باشد، یعنی اگر سطوح بالایی موازی باشند، فواصل فریزها از یکدیگر برابر خواهد بود.

اگر فاصله بین فریزها b ، و جابجایی آنها نسبت به یکدیگر a باشد، در این صورت ارتفاع پله از رابطه زیر به دست می‌آید

۱. به منظور بحث بیشتر پیرامون تیغه پراکننده، رک

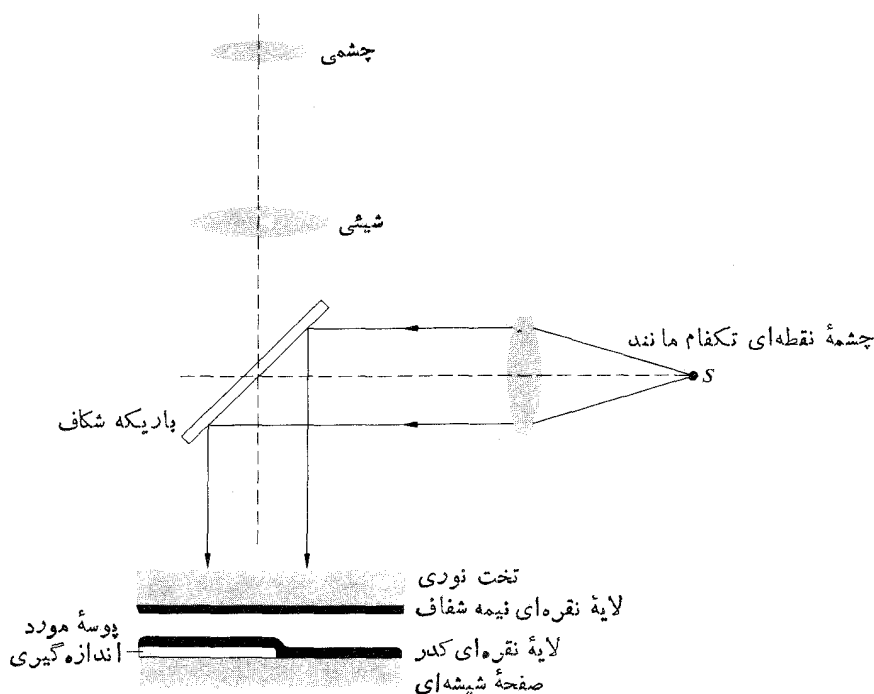
J. M. Burch *Nature*, 171, 889 (1953) and *J. Opt. Soc. Am.*, 52, 600 (1962).

به عنوان مرجع می‌توان کتاب

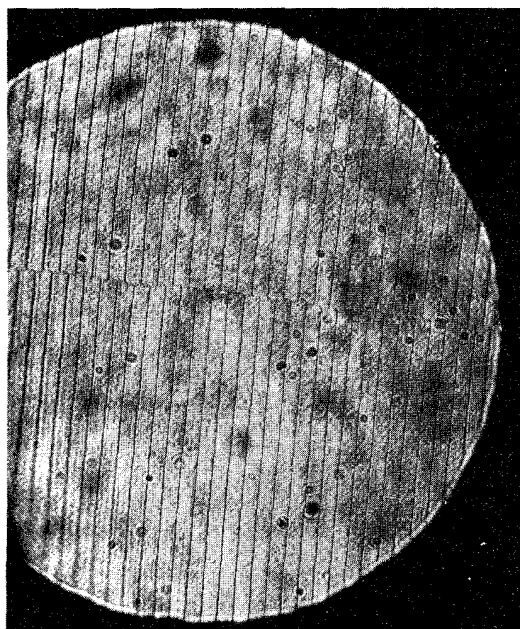
J. Strong, *Concepts of Classical Optics*, p. 383

را نام برد، همچنین رک

R. M. Scott, "Scatter Plate Interferometry," *Appl. Opt.*, 8, 531 (1969) and J. B. Houston, Jr., "How to Make and Use a Scatterplate Interferometer," *Optical Spectra* (June 1970), p. 32.



شکل ۶۳.۹ آرایش اندازه‌گیری ضخامت پوسه.



شکل ۶۴.۹ فریزهای واقعی حاصل از یک گوه پله‌ای.

شکل ۶۳.۹ یک سیستم نوری واقعی را که برای اندازه‌گیری ضخامت پوسه نازکی که روی یک لایه شیشه‌ای ته‌نشین شده است، نشان می‌دهد. پوسه‌ای که تعیین ضخامت آن مورد نظر است، با لایه کدری از نقره به ضخامت حدود ۷۰ نانومتر اندوده شده است، که این لایه زیر سطح را دقیقاً پربندی می‌کند. سطوح نقره‌اندوده مقابل یکدیگر، یک نقش فریز فیزیکی چندین موجی تیز را پدید می‌آورند. تیغه بالایی اندکی کج شده است تا یک پوسه هوا، به‌صورتی که در شکل ۶۲.۹ نشان داده شده است، ایجاد شود؛ چنان‌که اکنون آرایش مشابهی از فریزها هم مشاهده می‌شود (شکل ۶۴.۹). با این روش، می‌توان ضخامت‌هایی حدود ۲ نانومتر را به آسانی تعیین کرد. این روشها، توان تفکیکی را در عمق به‌دست می‌دهد که با توان تفکیک جانبی یک میکروسکوپ الکترونی قابل مقایسه است. تولانسکی^۱، با استفاده از روشهای چند باریکه‌ای که خود ابداع کرده بود، تغییرات ارتفاعی در حدود 10^{-8} تا 2.5×10^{-5} سانتیمتر را اندازه گرفت، که به‌اندازه یک تک اتم، بسیار نزدیک است.

کاربردهای بیشماری پیدا کرده است، که اغلب آنها اینک تنها عمدتاً از جنبه تاریخی مورد توجه‌اند. یکی از مهمترین کاربردها

۳.۱۰.۹ آزمایش مایکلسون-مورلی

تداخل سنج مایکلسون، در سالهای بعد از ۱۸۸۱/۱۲۶۰،

اساسی رهیافت مایکلسون-مورلی، که صرفاً از قوانین کلاسیک فیزیک استنتاج شد چنین بود: وقتی که باریکه نور به راست حرکت می کند، سرعت نسبی آن نسبت به تداخل سنج متحرك، $c-v$ است. باریکه نور در خلاف جهت باد اتری حرکت می کند، و زمان لازم برای پیمودن طول OM_1 چنین است

$$t'_1 = \frac{l_1}{c-v}$$

این باریکه نور هنگام پیمودن مسیر بازگشت، M_1O ، همسو با باد اتری حرکت می کند و

$$t''_1 = \frac{l_1}{c+v}$$

زمان کل، $t'_1 + t''_1$ ، برای پیمودن OM_1O به قرار زیر است

$$t_1 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v}$$

که می توان آن را چنین نوشت

$$t_1 = \frac{2l_1}{c} \beta^2$$

که

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

زمان پیمودن مسافت تا آینه دوم را می توان به کمک شکل ۶.۹ به دست آورد. از مثلث قائم الزاویه، که در آن t'_1 زمان پیمایش فاصله OM_2 است

$$c^2 t'^2_2 = v^2 t'^2_1 + l^2_2$$

که از این رابطه نتیجه می شود

$$t'_2 = \frac{l_2}{c} \beta$$

ولی این مقدار بازمان t''_2 نیز، که زمان پیمودن مسیر بازگشت از M_2 تا O توسط باریکه نور است، یکی است و از آنجا که $t_2 = t'_2 + t''_2$ پس

$$t_2 = \frac{2l_2}{c} \beta$$

توجه کنید که حتی به ازای $t_1 \neq t_2$ ، $l_1 = l_2 = l$ ،

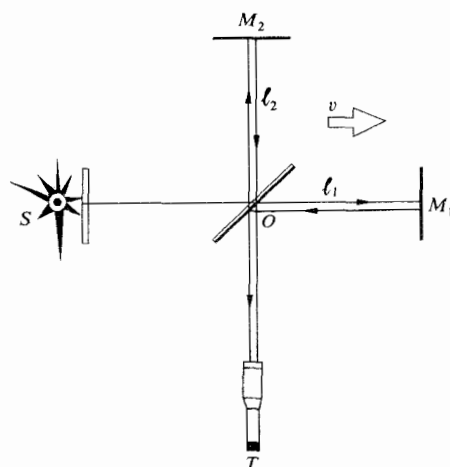
$$t_1 - t_2 = \frac{2l}{c} (\beta^2 - \beta)$$

استفاده از آن در آزمایش مایکلسون-مورلی بود.

در خلال قرن گذشته، در میان دانشمندان باوری عام وجود داشت که محیطی به نام اتر نور دسان (حامل نور) وجود دارد که در هر ماده ای نفوذ می کند، تمامی فضا را پر کرده است، بدون جرم است، نه جامد است، نه مایع، نه گاز. به بیان ماکسول در دایرةالمعارف بریتانیکا:

اترها را ابداع کردند تا سیارات در آنها شناور شوند، جوهای الکتریکی و شارهای مغناطیسی را تشکیل دهند، احساسها را از يك پاره پیکر ما به پاره دیگری منتقل کنند، والی آخر، تا آنجا که تمامی فضا سه یا چهار بار از اترها پر شده است... تنها اتری که باقیمانده است، همان است که توسط هویکنس برای توضیح انتشار نور ابداع شده است.

به خوبی ثابت شده بود که نور موج است، و بنابراین تنها چیزی که طبیعی به نظر می رسید وجود محیطی بود که آشفتنگی در آن منتشر می شد. با فرض فراوانی اتر، بایستی ماهیت آن با مشاهدات نجومی و زمینی سازگار می بود. در آن زمان، کسی وجود واقعی اتر را انکار نمی کرد، بلکه بحث بر سر خواص فیزیکی آن متمرکز بود. آیا اتر در فضا ساکن بود و در نتیجه دستگاه مختصات مرجعی را تشکیل می داد که بتوان حرکت مطلق سایر اشیا را نسبت به آن سنجید؟ آیا سیارات هنگام حرکت در فضا، اتر را به دنبال خود می کشیدند؟ اگر اتر ساکن بود، ناظری زمینی، ضمن حرکت زمین بر مدار خود، باید می توانست جریان بادی از اتر را در بالای سطح زمین تشخیص دهد. مایکلسون که بعداً مورلی نیز به او پیوست، با استفاده از تداخل سنج خود، که ویژه همین کاربرراحی شده بود، اقدام به اندازه گیری اثرات باد اتری می کرد. به طوری که در شکل ۶.۹ نشان داده شده است، سمتگیری بازوی تداخل-سنج، OM_1 ، با سرعت زمین در فضا، v ، موازی شده بود. استدلال



شکل ۶.۹ آزمایش مایکلسون-مورلی.

تارهای متقاطع به مرکز فریز تاریک مجاور تغییر مکان خواهد داد. البته، ما نمی‌توانیم دنیا را متوقف کنیم، اما می‌توانیم تداخل سنج را بچرخانیم. اگر دستگاه را به اندازه 90° بچرخانیم، اختلاف زمان عبور جدید تنها با تعویض شاخصهای پایین ۱ و ۲ با یکدیگر به دست می‌آید و بنابراین مسای Δt - است. معنی این نکته آن است که اگر ناظر تداخل سنج را 90° می‌چرخاند، یک اختلاف زمانی $2\Delta t$ ایجاد می‌شود؛ که به ازای آن، در این مثال، $\Delta N = 1$ و تارهای متقاطع روی فریز روشن بعدی می‌افتادند.

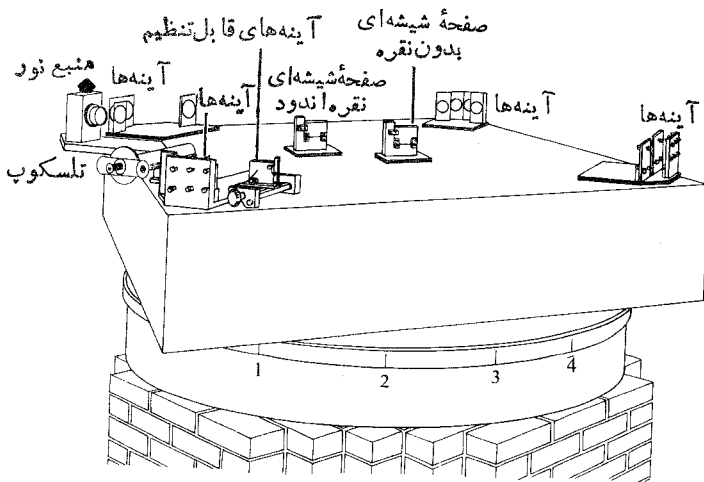
این کار اساساً همان است که مایکلسون و مورلی انجام دادند. دستگاهی که آنها به کار گرفتند چند آینه‌ای بود تا طول مسیر تا حد امکان زیاد باشد، $1170 \text{ m} \approx l_1 \approx l_2$. این دستگاه روی سنگ بر جرم که روی حوضچه‌ای پر از جیوه شناور بود، قرار داشت (شکل ۶۷.۹). هر کدام از آنها به نوبه خود سنگ را به آرامی فشار می‌داد درحالی که دائماً نقش فریزر را مشاهده می‌کرد. با فرض اینکه سرعت حرکت سنگ با سرعت مداری زمین مساوی و حدود 30 km/s و 550 nm باشد، جابجایی فریز برابر چرخش

$$\Delta N = \frac{2l}{\lambda} \left(\frac{v}{c} \right)^2$$

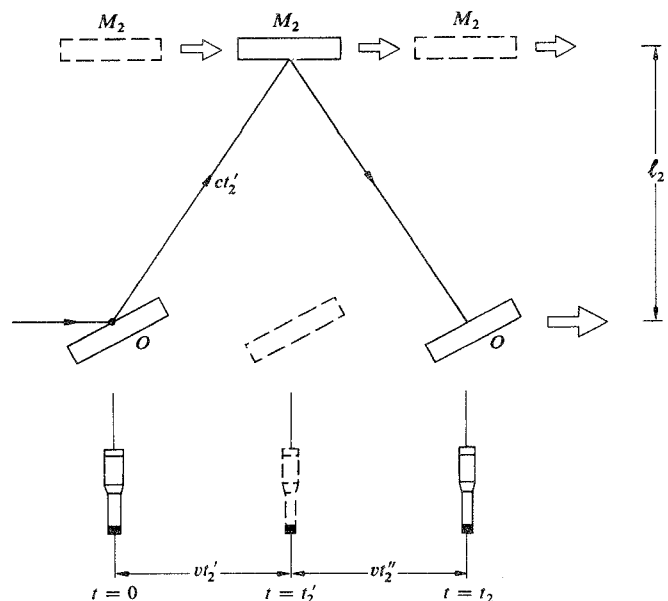
یا

$$\Delta N = 0.4$$

خواهد بود. آنان این مشاهدات را در ساعات مختلف چرخه روزانه زمین و در روزهای مختلف در خلال مدار سالانه آن، هزاران بار انجام دادند. وبا وجود این، اگر فکر کنید که حتی انحرافی را به اندازه کسری از یک دقیقه در فریزی تشخیص دادند، هرگز چنین چیزی اتفاق نیفتاد. باد اتری وجود نداشت؛ مایکلسون و مورلی نوای پیش در آمد نسبیت خاص را نواخته بودند.



شکل ۶۷.۹ آزمایش مایکلسون-مورلی.



شکل ۶۶.۹ آزمایش مایکلسون-مورلی.

با استفاده از بسط سری دو جمله‌ای، با این فرض که $c \gg v$ ، داریم

$$\beta^2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1} = 1 + \frac{v^2}{c^2}$$

و

$$\beta = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

متوجه می‌شویم که به ازای $t_1 - t_2$

$$\Delta t = \frac{l}{c} \left(\frac{v}{c} \right)^2$$

یک اختلاف زمانی Δt در دو مسیر با اختلاف تعداد طول موجهایی که میان OM_1O و OM_2O جا می‌گیرند، متناظر است

$$\Delta N = \frac{\Delta t}{\tau} \quad \text{یا} \quad \Delta N = \nu \Delta t$$

که در آن τ زمان تناوب و ν بسامد است. ΔN همچنین تعداد زوج فریزهایی است (یعنی، یک بیشینه و یک کمینه) که اگر به نحوی یک اختلاف زمانی Δt در خلال مشاهده وارد می‌شود از برابر تارهای متقاطع تلسکوپ عبور می‌کردند. فرض کنیم که زمین در فضا ساکن بوده و سپس با سرعت v شروع به حرکت کند، چنان که $\Delta N = 1/2$. افزون بر این، فرض کنیم که ناظر تارهای متقاطع را ابتدا در مرکز فریز تاریک مجاور قرار دهد. به محض اینکه زمین شروع به حرکت کند، فریز روشن به سرعت از آن نقطه خواهد گذشت، و

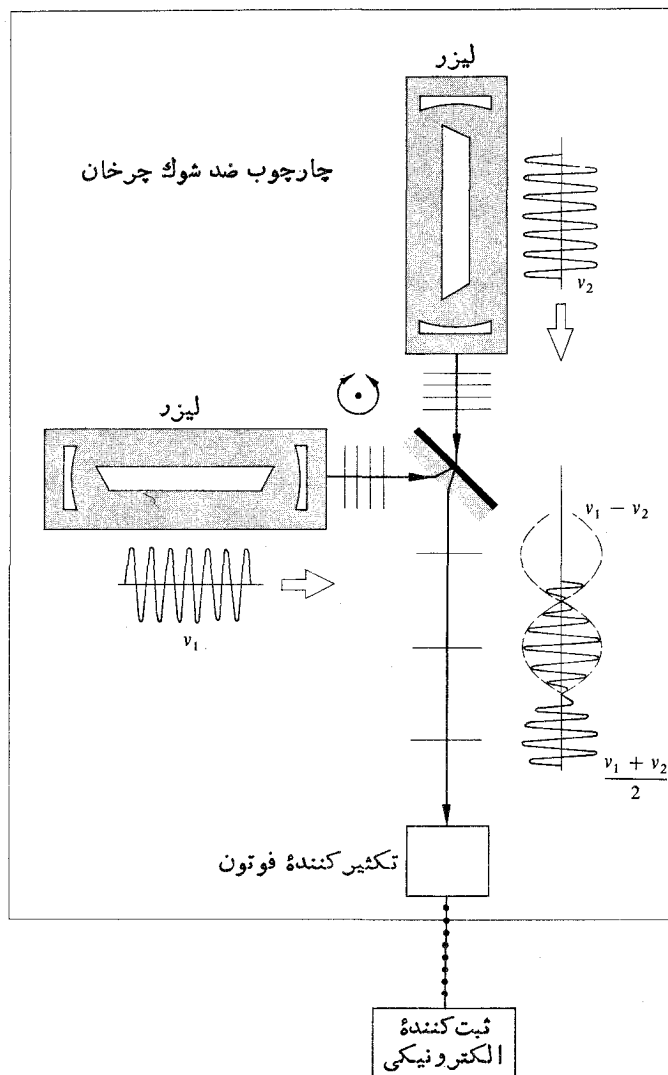
مدوله شده بود. بسامد این ذنشها با اختلاف بسامد بین دو باریکه لیزری سازا برابر بودند. طول كاوك تشديد ويزه هر ليزر و سرعت نور درون آن، در بسامد دقيق مدی كه هر ليزر در آن مد عمل می كرد، نقش تعیین كننده داشت. اگر هردو ليزر را، كه در بسامدی حدود 3×10^{14} هرتز كار می كردند، به اندازه 90° می چرخانند، باد اقري بر سرعت نور در داخل كاواكها و بنا براین بر اختلاف بسامد بین آنها تأثير می گذاشت. بنا بر فرضیه باد اقري، می توان تغییری در ν در حدود 3 MHz را، ناشی از سرعت مداری زمین، انتظار داشت. هیچ تغییری در بسامد ذنش، تا دقتی در حدود 3 kHz یا $1/10000$ مقدار پیش بینی شده، آشكار- سازی نشد.

۴.۱۰.۹ تداخل سنج تویمن-گرین

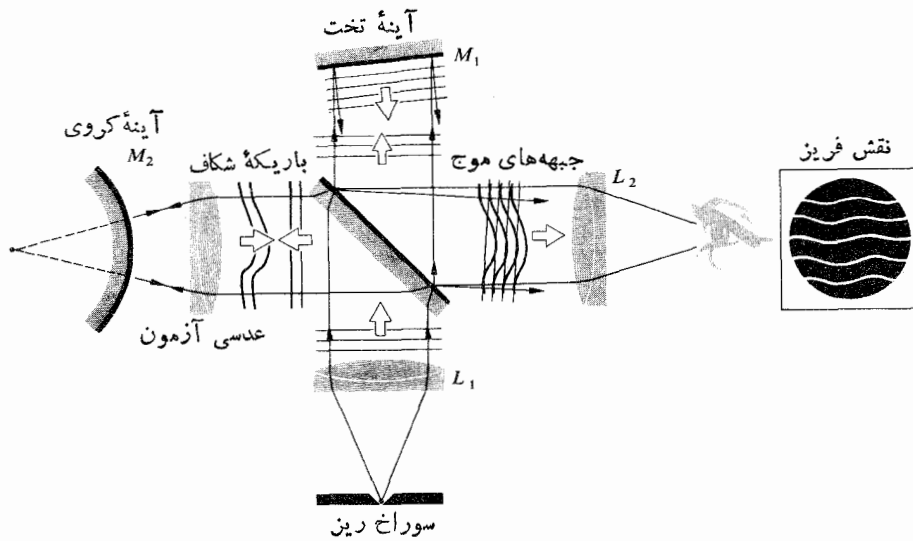
تداخل سنج تویمن-گرین علی الاصول نوع تغییر یافته تداخل سنج مایکلسون است. این تداخل سنج دستگاهی است كه در حوزة آزمونهای نوین نوری از اهمیت فراوانی برخوردارست. در میان مشخصه های فیزیکی متمایز كننده این دستگاه (چنان كه در شكل ۴.۱۰.۹ نموده شده است) يك چشمه نقطه ای شبه تكفام و يك عدسی L_1 برای تهیه چشمه ای از اهواج فخت دریافتی، و يك عدسی L_2 كه باعث می شود تمامی نور از روزنه وارد چشم شود، به طوری كه كل میدان یعنی هر بخشی از M_1 و M_2 رؤیت می شود، وجود دارد. برای آنكه از يك چشمه برتر استفاده كنیم، ليزر پیوسته ای را به كار می گیریم كه هردو مزیت مربوط به اختلاف مسیر طولانی و، به علاوه، زمانهای نوردهی كوتاه را در بر دارد. این مزایا اثرات ارتعاشهای ناخواسته را به حداقل می رسانند. انواع تداخل سنج ليزری تویمن-گرین، از جمله مؤثرترین ابزار بررسی در نورشناخت است. به طوری كه در شكل نموده شده است، این دستگاه برای آزمودن يك عدسی برپا شده است. مركز انحنای آینه كروی M_2 بر نقطه كانونی عدسی منطبق است. اگر عدسی مورد آزمون بسدون ابیراهی باشد، نور بازتابیده خروجی كه به باریكه شكاف برمی گردد، دوباره يك موج تخت است. ولی اگر آستیگماتیسم، انحراف كانونی، یا ابیراهی كروی، شكل جبهه موج را تغییر دهد، يك نقش فریز دیده خواهد شد كه این واپیچشها را به روشنی نشان می دهد، و می توان از آن عكسبرداری كرد. اگر M_2 به جای يك آینه تخت قرار گیرد، تعدادی عناصر دیگر، مثلاً، منشورها، سطوح تخت نوری و مانند آنها را نیز به همین ترتیب می توان آزمود. پس، نورشناس می تواند از طریق تفسیر نقش فریز، رویه سطح را برای جلا دادن بیشتر، به منظور تصحیح لكه های بالا یا پایین علامتگذاری كند. در ساختن سیستمهای نوری بسیار

ده سال بعد، مایكلسون به شیوه تداخل سنجی، امکان آزمودن این موضوع را كه زمین اتر را به همراه خود می كشد، فراهم آورد. نتایج او نشان دادند كه این نکته نیز نادرست بوده، و نظریه اتر به خاك سپرده شد.

روایت جدیدی از آزمایش مایكلسون-مورلی^۱، كه اینجا در شكل ۴.۸.۹ نموده شده است، بسامدهای دوليزر فروسرخ را با هم مقایسه می كرد. (به یاد آورید كه در بخش ۱۰.۲، كاربرد ليزر در مسئله ایجاد زنشها را مورد توجه قرار دادیم.) با توجه به همصاف بودن براین دو موج هماهنگ، دانه باریكه مركبی كه به يك تكثیر كننده فوتون می رسد، به وسیله يك تغییر نسبتاً آهسته،



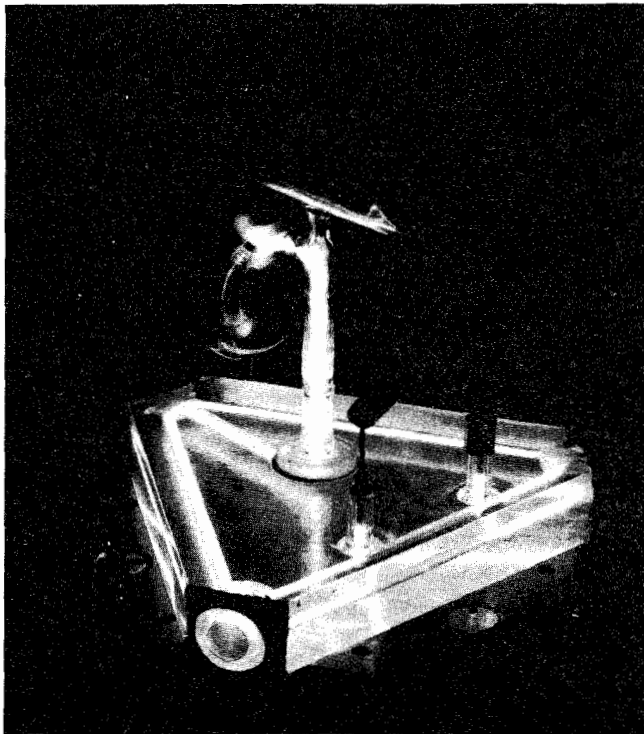
شكل ۴.۸.۹ نوع دیگری در آزمایش مایكلسون-مورلی.



شکل ۶۹.۹ تداخل سنج تویمن-گرین.

روپهم افتاده، یکی در سوی ساعتگرد و دیگری در سوی پساد ساعتگرد، تداخل سنج را می‌پیمایند. مسیر پیموده شده يك باریکه نسبت به مسیر باریکه دیگر، بر اثر چرخش به طرر مؤثری کوتاه

ظریف، تلسکوپها، دوربینهای ویژه ارتفاع زیاد، و... حتی می‌توان تداخل نگارها را به طور الکترونیکی جاروب و داده‌های به دست آمده را با کامپیوتر تحلیل کرد. سپس، رسامهایی که از طریق کامپیوتر کنترل می‌شوند، به طور خودکار نقشه پربندها یا نمودارهای «سه بعدی» منظره جبهه‌های موج ایجاد شده به وسیله عنصر مورد آزمون را ترسیم می‌کنند. این طرز کارها را می‌توان در کل فرایند ساخت به کار گرفت تا تولید وسایل نوری، با بالاترین کیفیت تضمین شود. سیستمهای پیچیده همراه با ابیراهی جبهه موج در گستره کسری از طول موج، پیامد همان چیزی است که شاید بتوان بدان نام تکنولوژی جدید داد.^۱



شکل ۷۰.۹ يك زيروسكوپ ليزر حلقه‌ای.

۱۱.۹ تداخل سنج چرخان ساگناک

اخیراً، کاربرد تداخل سنج ساگناک به منظور اندازه گیری سرعت چرخشی يك سیستم، مورد توجه خاص قرار گرفته است. به ویژه لیزر حلقه‌ای، که اساساً عبارت است از يك تداخل سنج ساگناک که در يك یا چند بازویش حاوی لیزر است، و ویژه همین منظور طراحی شده است. نخستین زیروسکوپ لیزر حلقه‌ای در سال ۱۹۶۳/۱۳۴۲ به وجود آمد، و کار روی دستگاههای گوناگونی از این نوع (شکل ۷۰.۹) ادامه دارد. آزمایشهای ابتدایی که این تلاشها را انگیزتند، در سال ۱۹۱۱/۱۲۹۰ به وسیله ساگناک انجام گرفت. او در آن زمان، کل تداخل سنج، آینه‌ها، چشمه و آشکارساز را حول محوری عمودی که از مرکز آن می‌گذشت، چرخانید (شکل ۷۱.۹). از بخش ۴.۰ به یاد داریم که دو باریکه

$$t_0 = \frac{\lambda R}{\sqrt{2c - \omega R}}$$

به ازای $\omega R \ll c$ اختلاف بین این دو بازه زمانی چنین است

$$\Delta t = t_0 - t_1$$

یا با استفاده از رشته‌های دو جمله‌ای

$$\Delta t = \frac{\lambda R^2 \omega}{c^2}$$

این عبارت را می‌توان برحسب مساحت، $A = \pi R^2$ ، مربعی که باریکه‌های نور تشکیل می‌دهند، بیان کرد

$$\Delta t = \frac{4A\omega}{c^2}$$

فرض کنیم که زمان تناوب نور تکفام به کار رفته، $\tau = \lambda/c$ باشد. در این صورت جابجایی جزئی فریزها، که از رابطه $\Delta N = \Delta t/\tau$ به دست می‌آید، چنین می‌شود

$$\Delta N = \frac{4A\omega}{c\lambda}$$

و این نتیجه‌ای است که با آزمایش تأیید شده است. به ویژه، مایکلسون و گیل^۱ این روش را برای تعیین سرعت زاویه‌ای زمین به کار بردند.

از آنجا که بررسی کلاسیک پیشین، سرعت‌های فراتر از c را، که با محتوای نسبیت متناقض است می‌پذیرد، آشکارا ناقص است. افزون بر این، به نظر می‌رسد که چون سیستم شتابدار می‌شود، باید قوانین نسبیت عام حاکم باشند. در واقع، همه این صورتبندیها به نتایج یکسان منتهی خواهند شد.

مسائل

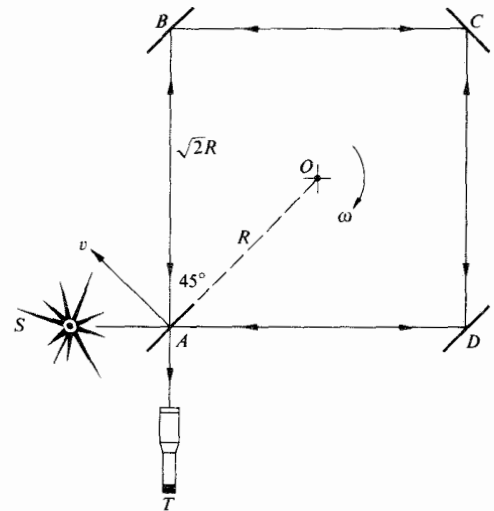
۱.۰۹ بامراجعه به بخش ۱.۰۹، فرض کنیم

$$\vec{E}(\mathbf{r}, t) = \vec{E}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$$

و

$$\vec{E}_r(\mathbf{r}, t) = \vec{E}_r(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$$

که در آن شکل جبهه‌های موج دقیقاً مشخص نشده‌اند و \vec{E}_0 و \vec{E}_r بردارهای مختلفی‌اند که به فضا و زاویه فازمبداء وابسته هستند. نشان دهید که در چنین شرایطی جمله تداخل از رابطه زیر به دست می‌آید



شکل ۷۱.۹ تداخل سنج چرخان ساگنک. ابعاد تداخل سنج اولیه از این نوع، 1×1 متر با چرخش $\omega = 120$ دور در دقیقه بوده است.

می‌شود. نتیجه به دست آمده در تداخل سنج یک جابجایی فریز متناسب با سرعت زاویه‌ای چرخش، ω ، است. در لیزر حلقه‌ای، این نتیجه به یک اختلاف بسامد بین دو باریکه تعبیر می‌شود که با ω متناسب است.

به آرایشی که در شکل (۷۱.۹) ترسیم شده است توجه کنید. گوشه A (و هر گوشه دیگر) با سرعت خطی $v = R\omega$ ، که در آن R برابر نصف قطر مربع است، می‌چرخد. با به کارگیری استدلال کلاسیک درمی‌یابیم که زمان حرکت نور در طول AB چنین است

$$t_{AB} = \frac{R\sqrt{2}}{c - v/\sqrt{2}}$$

یا

$$t_{AB} = \frac{2R}{\sqrt{2c - \omega R}}$$

زمانی که طول می‌کشد تا نور فاصله A تا D را پیماید

$$t_{AD} = \frac{2R}{\sqrt{2c + \omega R}}$$

زمان کل حرکت در سوی ساعتگرد و سوی پاد ساعتگرد،

به ترتیب چنین است

$$t_0 = \frac{\lambda R}{\sqrt{2c + \omega R}}$$

منشور در نیمه راه بین چشمه و پرده قرار دارد. اگر طول موج نور $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ و ضریب شکست شیشه $n = 1.5$ باشد، زاویه منشور چه مقدار است، در صورتی که فاصله بین فریزها 5 mm باشد.

۸۰۹ عبارت کلی مربوط به فاصله بین فریزهای دو منشوری فرنل با ضریب شکست n که در محیطی به ضریب شکست n' غوطه‌ور است، چیست؟

۹۰۹ با استفاده از آینه لویذ، فریزهای پرتو x مشاهده شده‌اند، که فاصله آنها 25.000 cm به دست آمده است. طول موج به کار رفته 833 \AA بوده است. اگر فاصله بین چشمه و پرده 3 m باشد، چشمه نقطه‌ای پرتو x در چه ارتفاعی بالای آینه قرار داشته است؟

* ۱۰۰۹ اگر تیغه شکل ۲۷۰۹ شیشه غوطه‌ور در هوا باشد، نشان دهید که دامنه‌های $E_{1r}, E_{1t}, E_{2r}, E_{2t}$ به ترتیب $E_{0i}, E_{0r}, E_{0t}, E_{0t}$ و $0.192 E_{0i}$ و $0.808 E_{0i}$ اند، که در آنها دامنه فرودی است. با فرض این نکته که در آشامی وجود ندارد، از ضرایب فرنل در فرود عمودی استفاده کنید. می‌توانید محاسبه را برای پوسه‌ای از آب درون هوا، تکرار کنید.

۱۱۰۹ نقش دایره‌ای فریزهای هایدینگ راکه از پوسه‌ای به ضخامت 2 mm و ضریب شکست 1.5 به دست می‌آید، در نظر بگیرید. برای روشنایی تکفام، $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ ، مرتبه فریز مرکزی ($\theta_i = 0$) را به دست آورید. این فریز روشن خواهد بود یا تاریک؟

۱۲۰۹ شکل ۲۲۰۹ یک آرایش تجربی برای واری عدسیها را نشان می‌دهد. نشان دهید که

$$d = x^2 \frac{(R_2 - R_1)}{2 R_1 R_2}$$

آنگاه که d_1 و d_2 به ترتیب در مقایسه با $2R_1$ و $2R_2$ چشم پوشیدنی باشند. (قضیه‌ای از هندسه مسطحه را به خاطر آورید که بر مبنای آن حاصلضربهای قطعات و وترهای متقاطع به یکدیگر مربوط می‌شوند.) سپس ثابت کنید که شعاع m امین فریز تاریک چنین است

$$x_m = \left[\frac{R_1 R_2 m \lambda_f}{(R_2 - R_1)} \right]^{1/2}$$

این مقدار چگونه با معادله (۲۷۰۹) رابطه پیدا می‌کند؟
۱۳۰۹ پیکربندی راکه می‌توانید با به کار بردن آن حلقه‌های نیوتون در یک تداخل سنج توپن-گرین را ببینید، ترسیم کنید.
۱۴۰۹ حلقه‌های نیوتون با نور شبه تکفامی به طول موج 500 nm مشاهده می‌شوند. اگر شعاع بیستمین حلقه روشن 1 cm باشد، شعاع انحنای عدسی که پاره‌ای از سیستم تداخل کننده را تشکیل می‌دهد، چیست؟

$$I_{12} = \frac{1}{4} (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 + \vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2^*) \quad (86.9)$$

باید جملاتی به شکل

$$\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 e^{-2i\omega t} \rangle = \frac{\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2}{T} \int_{-T}^{+T} e^{-2i\omega t'} dt'$$

را به ازای $T \gg \tau$ محاسبه کنید (نگاهی دیگر به مسئله ۸۰۳ ببندازید). نشان دهید که معادله (۸۶۰۹) برای امواج تخت، به معادله (۴۰۹) منجر می‌شود.

۲۰۹ در بخش ۱۰۹ توزیع فضایی انرژی را برای دو چشمه نقطه‌ای ملاحظه کردیم. در آنجا گفتیم برای حالتی که فاصله در رابطه $a \gg \lambda$ صدق می‌کند، میانگینهای فضایی I_{12} به سمت صفر میل می‌کنند. چرا این ادعا درست است؟ آنگاه که a از λ بسیار کوچکتر باشد، چه اتفاقی می‌افتد؟

۳۰۹ آیا اگر در آزمایش ینگ (شکل ۵۰۹) یک لامپ نوری تک رشته‌ای را به جای شکاف چشمه S بنشانیم، نقش تداخل به دست خواهیم آورد؟ اگر به جای شکافهای S_1 و S_2 همین لامپها را قرار می‌دادیم، چه اتفاقی می‌افتاد؟

۴۰۹ برای بررسی شرایطی که تحت آنها، تقریبهای معادله (۹۰۹) معتبرند

(الف) قانون کسینوسها را در مورد مثلث $S_1 S_2 P$ در شکل ۵۰۹ ج به کار برید تا رابطه

$$\frac{r_2}{r_1} = \left[1 - 2 \left(\frac{a}{r_1} \right) \sin \theta + \left(\frac{a}{r_1} \right)^2 \right]^{1/2}$$

را به دست آورید.

(ب) این عبارت را بر حسب رشته‌های مک لورن بسط دهید تا رابطه

$$r_2 = r_1 - a \sin \theta + \frac{a^2}{2r_1} \cos^2 \theta + \dots$$

را به دست آورید.

(ج) در پرتو معادله (۶۰۹)، نشان دهید که اگر $(r_1 - r_2)$ را با $a \sin \theta$ برابر بگیریم، ضروری است که $r_1 \gg a^2 / \lambda$.

۵۰۹ نشان دهید که برای دو منشوری فرنل در شکل ۹۰۹، a از رابطه زیر به دست می‌آید

$$a = 2d(n-1)\alpha$$

۶۰۹ در دو آینه‌ای فرنل، $s = 2 \text{ m}$ ، $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ و فاصله بین فریزها 5 mm محاسبه شده است. اگر فاصله عمودی چشمه نقطه‌ای حقیقی تا فصل مشترک دو آینه یک متر باشد، زاویه میل دو آینه را محاسبه کنید.

۷۰۹ دو منشوری فرنل را برای ایجاد فریزهای حاصل از یک چشمه نقطه‌ای که در فاصله دومتري پرده قرار دارد، به کار گرفته‌اند؛

آن، یعنی $n_s > n_1$ ، افزایش داد. نشان دهید که امواج بازتابیده بایکدیگر تداخل سازنده می‌کنند. کومه ربع موج $g(HL)^{1/4}$ را می‌توان به عنوان رشته‌هایی از چنین ساختارها تصور کرد. ۲۱.۹ فرض کنید که در کرانه یک دریاچه آنتنی داریم که سیگنالی را که درست از فراز افق می‌رسد، از یک ستاره رادیویی دور دست می‌گیرد (شکل ۷۵.۹). عبارتهای مربوط به δ و موضع زاویه‌ای ستاره را آنگاه که آنتن نخستین بیشینه خود را آشکار می‌سازد، بنویسید.

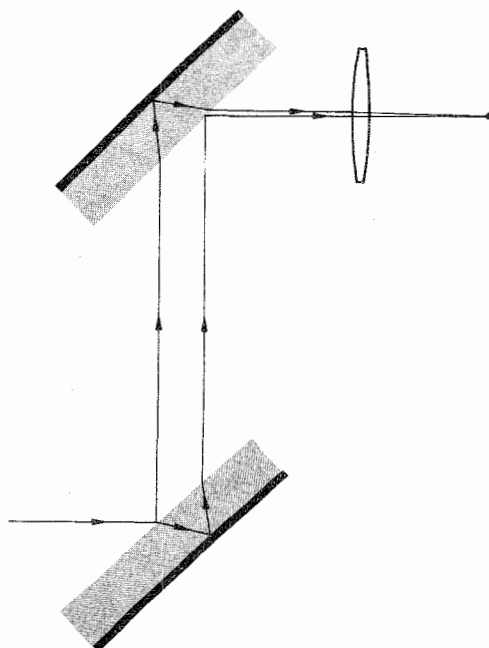
۲۲.۹ ضریب شکست و ضخامت یک پوسه چه مقدار باشد تا اگر آن را روی سطح شیشه‌ای ($n_s = 1.54$) بنشانیم، نور فرودی عمودی به طول موج 540 nm ، هیچگونه بازتابی نداشته باشد. ۲۳.۹* شکل ۷۶.۹، یک نقش فریز حلقه‌ای نیوتون است، که به وسیله یک عدسی و یک سطح تخت نوری تحت روشنایی $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ ایجاد شده است. می‌توانید نقشه‌ای از پربند سطح عدسی رسم کنید: آیا تنها با این شکل می‌توان معین کرد که سطح عدسی کوژ است یا کاو؟ پیرامون این نکته توضیح دهید. ۲۴.۹ نقش تداخل در تداخل سنج مایکلسون را به عنوان نقش ناشی از دوباریکه با چگالی شار مساوی در نظر بگیرید. با استفاده از معادله (۶.۹) نیم‌بها را محاسبه کنید. فاصله بین بیشینه‌های مجاور، بر حسب δ ، چه مقدار است؟ بدین‌سان، ظرافت را به دست آورید.

۲۵.۹ با توجه به اینکه ضریب بازتاب دامنه آینه‌های تداخل سنج

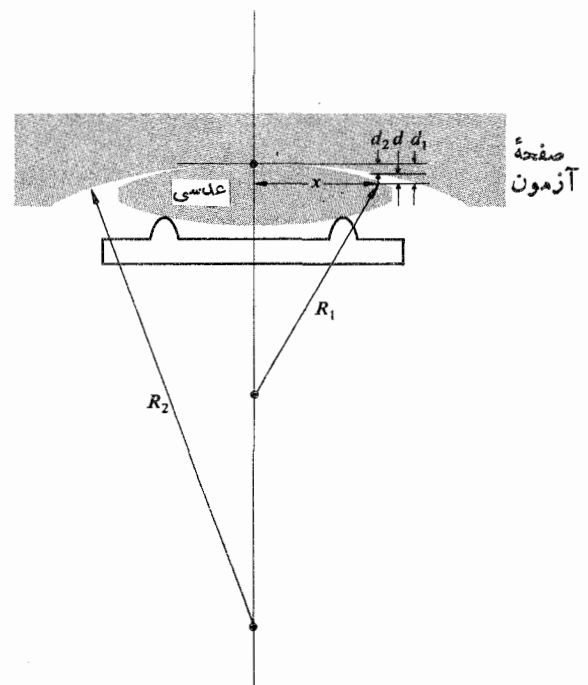
۱۵۰.۹ آنگاه که یک باریکه موازی نور به طول موج 500 nm به طور عمودی بر پوسه‌ای گوه‌ای شکل به ضریب شکست ۱.۵ فرود می‌آید، فریزهایی مشاهده می‌شوند. اگر فاصله این فریزها 1.3 cm باشد، زاویه گوه چه مقدار است؟ ۱۶.۹* نوعی تداخل سنج ژامن در شکل ۷۳.۹ نموده شده است. چگونه می‌توان از آن استفاده کرد؟ به چه کار می‌آید؟ ۱۷.۹* در روش سیرل برای جایگزینی فریزها (شکل ۷۴.۹)، [Phil. Mag, 37, 361, (1946)] دو پوسه مرزی OM_1 و OM_2 باریکه‌ای را که از چشمه می‌آمد باز می‌تابانند. نشان دهید که اختلاف مسیر این دو پرتو $2r \sin \theta$ است، و درباره سودمندی این ساختمان بحث کنید.

۱۸.۹ با شروع از معادله (۳۱.۹) به منظور بررسی موج تراکسیلینده، چگالی شار، یعنی معادله (۳۲.۹)، را محاسبه کنید. ۱۹.۹* خود را با این واقعیت قانع کنید که پوسه‌ای به ضخامت $\lambda_f/4$ و ضریب شکست n_1 ، همیشه بازتابیدگی لایه زیرین را که این پوسه روی آن اندوده شده است، کاهش می‌دهد، به شرط آنکه، $n_s > n_1 > n_0$. ساده‌ترین حالت فرود عمودی را در نظر گرفته و فرض کنید $n_0 = 1$.

نشان دهید که این نکته هم‌ارز آن است که بگوییم امواج بازتابیده از دو سطح مشترک، همدیگر را حذف می‌کنند. ۲۰.۹ تحقیق کنید که بازتابیدگی یک لایه زیرین را می‌توان از راه اندودن لایه‌ای به ضخامت $\lambda_f/4$ و ضریب شکست بالا، بر روی



شکل ۷۳.۹



شکل ۷۲.۹

چنین تعریف شده است

$$C \equiv \frac{(I_t/I_i)_{\max}}{(I_t/I_i)_{\min}}$$

۲۶.۹ يك لغزانه ميكروسكوپ (و يا حتى بهتر از آن يك لغزانه شيشه پوش نازك) را روشن كنيد. فريزه‌هاى رنگين را مى‌توان با يك لامپ فلورسان معمولى به عنوان يك چشمه پهن، يا با يك چراغ جيوه‌اى خيابان به عنوان يك چشمه نقطه‌اى، به سهولت مشاهده كرد. فريزه‌ها را توصيف كنيد. اکنون شيشه را بچرخانيد، آيا نقش تغيير مى‌كند؟ شرايط نشان داده شده در شكله‌اى ۲۸.۹ و ۲۹.۹ را مجدداً ايجاد كنيد. آمايش را يك بار ديگر با يك ورقه پلاستيك بسته بندى غذا كسه به دهانه يك فنجان كشيده شده است، انجام دهيد.

۲۷.۹* براى اينكه نياز به رو كشه‌اى ضد بازتاب را كم و بيش احساس كنيد، مسئله زير را كه تا اندازه زيادى ساده شده است در نظر بگيريد. اگر فرود عمودى بوده، در آشامى وجود نداشته باشد و $m = 1.5$ ، چه كسرى از نور فرودى از ميان يك سيستم عدسى دوازده عنصرى ترا گسيليده خواهد شد؟

۲۸.۹* درباره تأثير پهنائى خط $\Delta\lambda$ مربوط به چشمه واقع بر تيزى فريزه‌ها در يك تداخل سنج، بحث كنيد. نشان دهيد به ازاي $\Delta\lambda \approx \lambda/m$ ، كه در آن m ، مرتبه تداخل، عدد بزرگى است، فريزه‌ها ناپديد خواهند شد. مرتبه‌اى را تعيين كنيد كه براى آن فريزه‌ها ابتدا با خط سرخ كادميوم، در شكل ۱۸.۷، محو مى‌شوند. براى مطالعه بيشتر نگاهى به بخش ۲.۱۲ بيندازيد.

۲۹.۹ براى نوشتن پاره‌اى جزئيات در استنتاج كوچكترين افزايش فاز كه دو فريز قابل تفكيك فابرى-پرو را از هم جدا مى‌كند، يعنى رابطه

$$(\Delta\delta) \approx \frac{4\pi}{\sqrt{F}} \quad [51.9]$$

در نزد خود توجه كنيد كه رابطه زير برقرار است

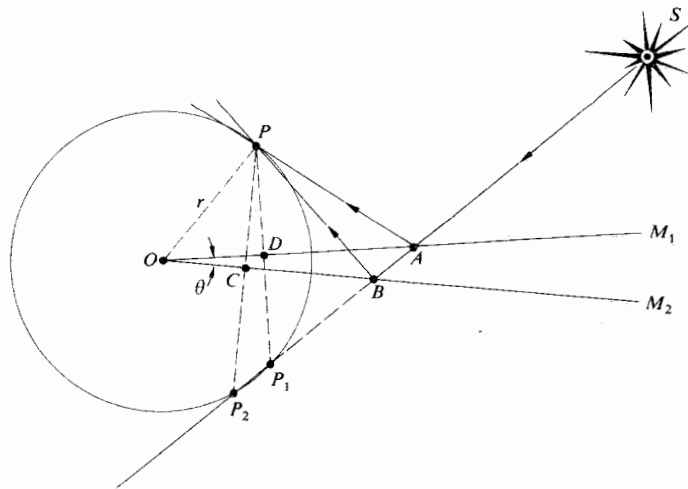
$$[A(\theta)]_{\delta=\delta_0 \pm \Delta\delta/2} = [A(\theta)]_{\delta=\delta_0} \pm \Delta\delta/2$$

نشان دهيد كه مى‌توان معادله (۵۰.۹) را چنين نوشت

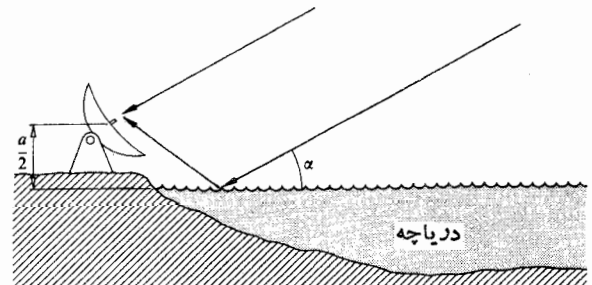
$$2[A(\theta)]_{\delta=\delta_0/2} = 0.81 \{1 + [A(\theta)]_{\delta=\delta_0}\}$$

وقتي كه F بزرگ باشد γ كوچك است و $\sin(\Delta\delta) \approx \Delta\delta$ نشان دهيد كه در اين صورت نتيجه، معادله (۵۱.۹) خواهد بود. ۳۰.۹ جريانى از الكترونها كه انرژى هر كدام 5 eV است، بر دوشكاف فوق العاده باريك به فاصله 10^{-2} mm از يكديگر، فرود مى‌آيد. فاصله بين كمينه‌هاى مجاور روى پرده‌اى واقع در ۲۰ متری پشت شكافها، چه مقدار است؟

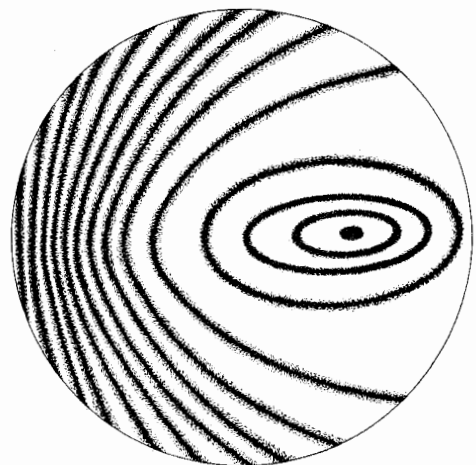
$$(1\text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19}\text{ J}) \text{ و } m_e = 9.108 \times 10^{-31}\text{ kg}$$



شكل ۷۴.۹



شكل ۷۵.۹



شكل ۷۶.۹

فابرى-پرو، $r = 0.8944$ است، پيدا كنيد (الف) ضريب ظرافت را، (ب) نيم پهناء را، (ج) ظرافت را، و (د) ضريب تمايز را كه

۱.۱۰ ملاحظات مقدماتی

وقتی جسم کسری میان يك پرده و يك چشمه نقطه‌ای قرار گیرد سایه‌ای پیچیده متشکل از نواحی روشن و تاریک ایجاد می‌شود که کاملاً خلاف آن چیزی است که باید از اصل نورشناخت هندسی انتظار داشت (شکل ۱.۱۰).^۱ اولین مطالعه تفصیلی منتشر شده در باره این انحراف نور از انتشار راستخط توسط فرانسیسکو گریمالدی در قرن هفدهم انجام گرفت و آن را «پراشه» نامید. این اثر يك مشخصه عام مربوط به پدیده‌های موجی است و هرگاه به نحوی مانعی در برابر بخشی از جبهه موج، مثلاً صوت، يك موج عادی یا نور، ایجاد شود، اتفاق می‌افتد. اگر دامنه یا فاز ناحیه‌ای از جبهه موج، در ضمن برخورد بایک مانع، کدر یا شفاف، تغییر کند،

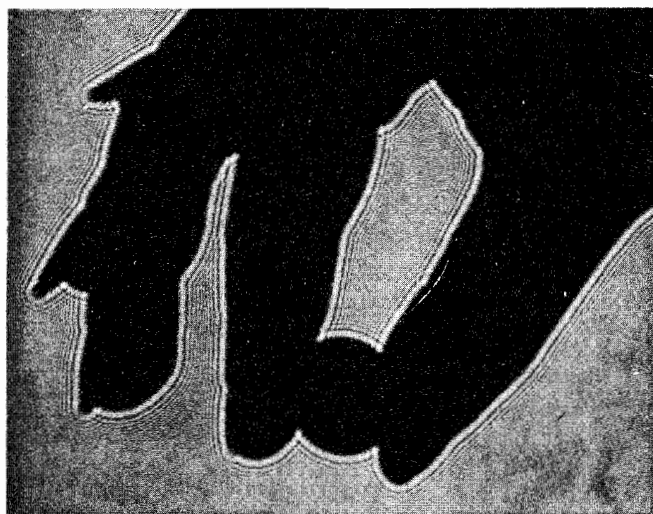
پراش رخ خواهد داد.^۲ قسمتهای گوناگون جبهه موج که در پشت مانع انتشار می‌یابند باهم تداخل می‌کنند و توزیع چگالی انرژی ویژه‌ای را به وجود می‌آورند که آن را نقش پراش می‌نامند. بین تداخل و پراش اختلاف مهم فیزیکی وجود ندارد. ولی به نحوی مرسوم شده است که به هنگام بحث از تعداد زیادی موج گفتگو در خصوص پراش باشد، اگرچه این موضوع همیشه هم مناسب نباشد. با وجود این، تداخل چند باریکه در يك زمینه و پراش حاصل از توری در زمینه دیگری مورد بحث قرار می‌گیرد.

بدنیست ضمنی اشاره کنیم که نظریه موجی، گرچه طبیعی ترین نظریه است، ولی تنها وسیله برای بررسی برخی پدیده‌های پراش

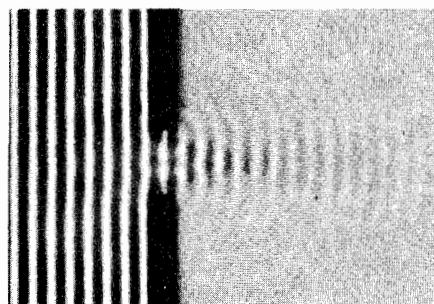
۱. این اثر به آسانی قابل رؤیت است اما يك چشمه نسبتاً قوی ضروری است. لامپی با شدت زیاد که از يك سوراخ كوچك می‌درخشد این کار را به خوبی انجام می‌دهد. اگر به نقش سایه حاصل از يك قلم تحت روشنائی يك چشمه نقطه‌ای نگاه کنید، يك ناحیه روشن غیر معمولی در کنار خواهد دید و حتی نواری با روشنائی ضعیف در وسط این سایه تشکیل می‌شود. به سایه‌ای که توسط دستتان در امتداد نور خورشید ایجاد می‌شود نگاهی دقیق بیندازید.

۲. معمولاً پراش مربوط به موانع شفاف مورد نظر قرار نمی‌گیرد، هر چند اگر تاکنون در شب رانندگی کرده باشید درحالی که چند قطره باران بر روی شیشه‌های عینکتان نشسته باشد، بدون شك کاملاً با این اثر آشنا باشید، اگر این مورد برایتان پیش نیامده باشد، قطره‌ای آب یا آب دهان روی يك تیغه شیشه‌ای قرار دهید، آن را خیلی نزدیک به چشم خود نگاه دارید، و مستقیماً از طریق آن به يك چشمه نقطه‌ای نگاه کنید. فریزهای روشن و تاریک را مشاهده خواهید کرد.

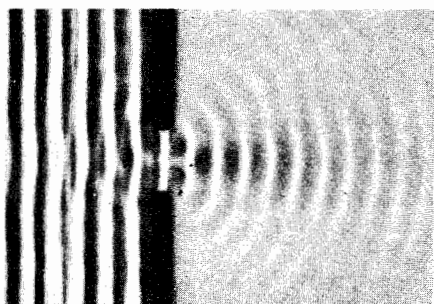
هنگام تابیدن سایه‌های نسبتاً متمایز تشکیل می‌دهد، آنها را «دور» می‌زند. ولسی اصل هویگنس از هرگونه ملاحظات طول موجی مستقل است و در هر دو شرط، پیکر بندیهای جبهه موج یکسانی را پیشگویی می‌کند. فرنل این شکل را با اضافه کردن مفهوم تداخل به آن، از میان برداشت. اصل متناظر هویگنس-فرنل در این مورد می‌گوید که هر نقطه بدون مانع از یک جبهه موج، در یک لحظه معین زمانی، نقش یک چشمه موجکهای کروی ثانویه را بازی می‌کند (با بسامدی همسان با بسامد موج اولیه). دامنه میدان در هر نقطه دورتر، حاصل برهم‌نهی تمامی این موجکهاست (با در نظر گرفتن دامنه‌ها و فازهای نسبی آنها). با به کار گرفتن این ایده‌ها در ساده‌ترین سطح کیفی، به‌مخزن چین ساز شکل ۲۰۱۰ و تشریح



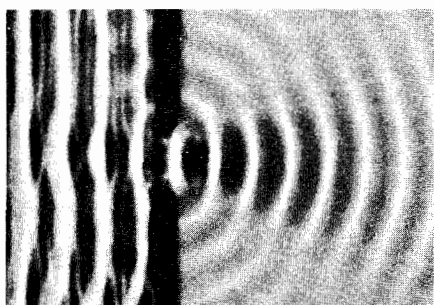
شکل ۱۰۱۰ سایه دستی که یک سکه را نگهداشته است؛ این عکس مستقیماً روی فیلم 4×5 پولاترید. A.S.A. ۳۰۰۰ با استفاده از نور لیزر He-Ne و بدون عدسی گرفته شده است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۲۰۱۰ پراش از میان یک روزنه با تغییر λ که در یک مخزن چین‌دار دیده می‌شود.

نیست. مثلاً پراش از یک توری (بخش ۷۰۲۰۱۰) را می‌توان با استفاده از یک رهیافت کوانتومی تنبیه‌ای تحلیل کرد^۱ اما نظریه موجی کلاسیک که ساده‌ترین صورت‌بندی مؤثر را، در جهت مقاصد ما، ارائه می‌دهد، بیش از حد کافی در سرتاسر این فصل خواهد آمد. باید تأکید کرد که ابزارهای نوری فقط بخشی از جبهه موج فرودی کامل را به کار می‌گیرند. بنا بر این آثار پراش در درک جزئیات دستگاههای شامل عدسیها، مانعها، شکافهای چشمه‌ای، آینه‌ها و جز اینها، از اهمیت فراوانی برخوردارند. اگر تمامی معایب موجود در یک دستگاه عدسی از میان برداشته شود، وضوح نهایی یک تصویر از راه پراش محدود خواهد شد.

به‌عنوان رهیافتی ابتدایی به‌مسئله، مجدداً اصل هویگنس (بخش ۱۰۲۰۴) را از نظر می‌گذرانیم. بنا بر این اصل، هر نقطه روی جبهه موج را می‌توان به‌صورت یک چشمه موجکهای کروی ثانویه در نظر گرفت. بنا بر این احتمالاً پیشروی از میان فضای این جبهه موج یا هر بخشی از آن را می‌توان تعیین کرد. فرض می‌شود در هر زمان خاص، شکل جبهه موج پوش موجکهای ثانویه است (شکل ۳۰۴). ولی این روش بخش عمده‌ای از هر موجك ثانویه را ندیده می‌گیرد، و فقط آن بخش را که با پوش مشترك است بررسی می‌کند. در نتیجه این نارسایی، اصل هویگنس قادر به تشریح فرایند پراش نیست. این مطلب را در واقع تجربه روزمره نشان می‌دهد. امواج صوتی (مثلاً $\nu = 500 \text{ Hz}$, $\lambda \approx 68 \text{ cm}$) برعکس نور که از اجسام بزرگ مانند دیرکهای تلفن و درختان،

بنا بر این، کیرشهوف نظریهٔ قدیمتر جامد-کشسان نور را به کار گرفت. تحلیل پالایش یافتهٔ او به فرضهای فرنل اعتبار بخشید و به فرمولبندی حتی دقیقتری از اصل هویگنس به عنوان پیامد صحیح معادلهٔ موج منجر شد. با وجود این، نظریهٔ کیرشهوف خود یک تقریب است که برای طول موجهای کاملاً کوتاه، یعنی وقتی که ابعاد روزه‌های پراشان در مقایسه با λ بزرگ‌اند، معتبر است. مشکل از این حقیقت زاده می‌شود که ما به حل یک معادلهٔ دیفرانسیل پاره‌ای که با شرایط مرزی اعمال شده از سوی مانع سازگار باشد، نیازمندیم. این نوع حل دقیق، فقط در معدودی حالت‌های خاص قابل حصول است. ولی نظریهٔ کیرشهوف حتی اگر تنها به امواج نرده‌ای بپردازد، کارایی نسبتاً خوبی دارد و نسبت به این حقیقت که نور میدان برداری عرضی باشد، حساسیتی ندارد.^۱

باید تأکید کرد که مسئلهٔ تعیین یک جواب دقیق برای یک پیکربندی پراشان ویژه از پودر در سرترین مسائل مبتلا به نورشناخت است. اولین جواب از این دست، با استفاده از نظریهٔ الکترومغناطیسی نور، به وسیله آرنولد جونز و یلهلم زومرفلد (۱۳۳۵-۱۲۴۷ / ۱۹۵۱-۱۸۶۸) در سال ۱۸۹۶/۱۲۷۵ منتشر شد. ولی در آنجا، مسئله از نظر فیزیکی تا حدودی دور از واقعگرایی بررسی شده بود، که در آن یک پردهٔ تخت بینهایت نازک کدر کاملاً رسانا در نظر گرفته شده بود. معهذ، نتیجه بسیار پر ارزش بود، و بصیرت فراوانی را در فرایندهای بنیانی مورد بررسی فراهم آورد.

جوابهای دقیقی از این دست، در مورد بسیاری از پیکر-بندیهای که عملاً مورد توجه‌اند، حتی امروز هم وجود ندارد. بنا بر این، بر حسب ضرورت، به بررسیهای تقریبی هویگنس-فرنل و کیرشهوف تکیه خواهیم کرد. اخیراً، شیوه‌های میکروموجی جهت مطالعهٔ سزاواری از جنبه‌های میدان پراشی به کار رفته‌اند که در غیر این صورت بررسی نورشناختی آنها تقریباً ناممکن است. نظریهٔ کیرشهوف تحت این نوع بررسی دقیق، کاملاً سربلند بوده است.^۲ در بسیاری حالات، بررسی ساده‌تر هویگنس-فرنل برای مقاصد ما کاملاً مناسب خواهد بود.

۱۰.۱۰.۱۰ موانع کدر

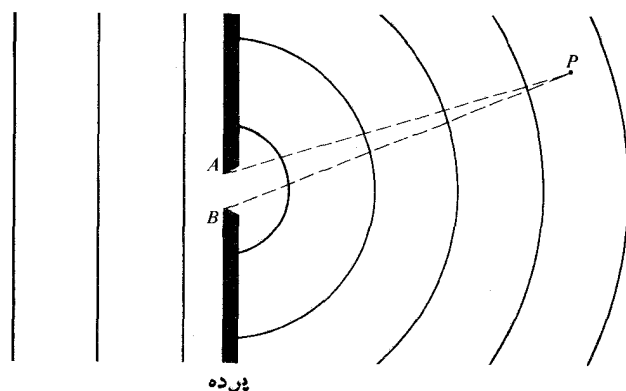
پراش را می‌توان نتیجهٔ برهم‌کنش امواج الکترومغناطیسی با نوعی مانع فیزیکی دانست. بنا بر این، مناسب است که فرایندهای متضمن این مسئله را به‌طور مختصر مورد بررسی مجدد قرار دهیم، یعنی ببینیم در داخل مادهٔ جسم کدر واقعاً چه روی می‌دهد؟

شکل ۳.۱۰ مراجعه کنید. اگر هر نقطهٔ بدون مانع در روی موج تخت ورودی به عنوان یک چشمهٔ همدوس ثانویه عمل کند، اختلاف مسیر نوری بیشینه بین این دو چشمهٔ نقطه‌ای واقع در کنارهای روزه چنین خواهد بود

$$\Delta_{\max} = |\overline{AP} - \overline{BP}|$$

ولی Δ_{\max} کمتر از یا مساوی با \overline{AB} است و مورد مساوی مربوط به حالتی است که P روی پرده باشد. به ازای $\overline{AB} \gg \lambda$ ، مثل شکل ۳.۱۰، نتیجه می‌شود که $\Delta_{\max} \gg \lambda$ و چون موجها در ابتدا همفاز بودند، همهٔ آنها باید به‌طور سازنده باهم تداخل کنند (با درجات متغیر)، محل نقطهٔ P هر جا باشد مهم نیست (شکل ۲.۱۰ ج). وضعیت متضاد آنگاه روی می‌دهد که، مانند شکل ۲.۱۰ الف $\overline{AB} \ll \lambda$. اکنون مساحتی که در آنجا شرط $\Delta_{\max} \gg \lambda$ برقرار است محدود به ناحیه کوچکی است که مستقیماً در برابر روزه گسترده شده و فقط در آنجا است که کلیهٔ موجکها به‌طور سازنده‌ای تداخل خواهند کرد. فراتر از این منطقه، برخی موجکها می‌توانند به‌طور ویرانگر تداخل کنند و «سایه» شروع می‌شود. به‌خاطر داشته باشید که سایهٔ هندسی ایده‌آل شده با $\lambda \rightarrow 0$ متناظر است.

اصل هویگنس-فرنل دارای برخی کاستیهاست (که ما بعداً آنها را بررسی خواهیم کرد) افزون بر این حقیقت که کل مطلب در این مرحله نسبتاً فرضی است. گوستاو کیرشهوف نظریهٔ دقیقتری را که مستقیماً برشالودهٔ حل معادلهٔ دیفرانسیلی موج پایه-گذاری شده است، گسترش داد. کیرشهوف، اگرچه معاصر ماکسول بود، کار خودش را پیش از تشریح هرتز (و تعمیم حاصل از آن) در مورد انتشار امواج الکترومغناطیسی در سال ۱۸۸۷، انجام داد.



شکل ۳.۱۰ پراش از یک روزه کوچک.

۱. یک فرمولبندی برداری از نظریهٔ نرده‌ای کیرشهوف در J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, p. 283 مورد بحث قرار گرفته است. همچنین ر. ک. Sommerfeld, *Optics*, p. 325. همچنین می‌توانید به عنوان مرجع کلی در مورد پراش به

B. B. Baker and E. T. Copson, *The Mathematical Theory of Huygens' Principle*

نگاهی بیندازید. مطالب هیچیک از این متون ساده نیست.

2. C. L. Andrews, *Am. J. Phys.*, 19, 250 (1951), S. Silver, *J. Opt. Soc. Am.*, 52, 131 (1962).

بی تأثیر باشد. در این صورت میدان در آن سوی روزنه همان خواهد بود که قبل از برداشتن قرص وجود داشت، یعنی صفر منهای سهم قرص به تنهایی. به استثنای علامت، این طور به نظر می رسد که چشمه و پرده هر دو برداشته شده باشند و فقط نوسانگرها روی قرص باقی بمانند، و نه برعکس. به عبارت دیگر، در این تقریب، می توان میدان پراش را منحصر آ ناشی از يك رشته نوسانگرهای تخیلی دانست که با هم برهم کنش ندارند و به طور یکنواخت در ناحیه روزنه توزیع شده اند. این مطلب البته، اساس اصل هویگنس-فرنل است.

ولی به جای اینکه بگوییم بین نوسانگرهای الکترونی اصلاً برهم کنش وجود ندارد می توانیم انتظار داشته باشیم که مدت اثر کوتاه است. زیرا میدانهای نوسانگر به نسبت فاصله افت می کنند. در این دیدگاه که از نظر فیزیکی واقع گرایانه تر است، الکترونهای موجود در مجاورت کنارۀ روزنه به هنگام برداشتن قرص تأثیر می پذیرند. در مورد روزنه های بزرگ، تعداد نوسانگرهای موجود در قرص خیلی بیشتر از آنهایی است که در طول کنارۀ وجود دارند. در چنین مواردی، اگر نقطه مشاهده خیلی دور، و به سوی جلو باشد، اصل هویگنس-فرنل باید کارایی خوبی داشته باشد، و چنین هم هست (شکل ۴۰۱۰). در مورد روزنه های خیلی کوچک، یاد در نقاط مشاهده واقع در مجاورت روزنه، اثرات کنارۀ اهمیت می یابند و می توانیم مشکلاتی را پیش بینی کنیم. در حقیقت، در نقطه ای واقع در داخل خود روزنه، نوسانگرهای الکترونی در کنارۀ، به علت نزدیکی آنها، بیشترین اهمیت را پیدا می کنند. با وجود این، برداشتن نوسانگرهای مجاور این الکترونها در قرص، مسلماً در آنها بسی تأثیر نبوده است. از اینرو، انحراف از اصل هویگنس-فرنل، باید مورد تأیید قرار گیرد.

۲۰۱۰۱۰ پراش فرانوفر و فرنل

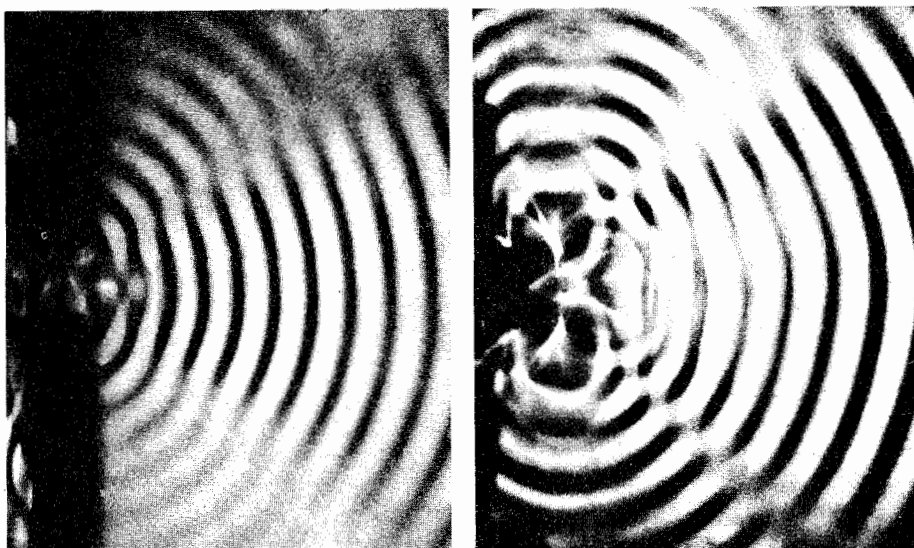
فرض کنید که يك مانع کدر Σ حاوی يك روزنه کوچک داریم که امواج تخت حاصل از يك چشمه نقطه ای شکل خیلی دور، S ، آن را روشن کرده است. صفحه مشاهده، σ ، پرده ای است موازی و خیلی نزدیک به Σ . در این شرایط، يك تصویر از روزنه بر روی پرده می افتد که علی رغم وجود برخی فریزهای جزئی در اطراف محیط آن، به روشنی قابل تشخیص است. به تدریج که صفحه مشاهده از Σ دور شود، تصویر روزنه، گرچه هنوز به راحتی قابل تشخیص است، هر چه شکل مشخصتری به خود می گیرد، و این در حالی است که فریزها نمایانتر می شوند. این پدیده مشاهده شده پراش فرنل یا میدان-فردیک نامیده می شود.

دورتر بردن صفحه مشاهده به آرامی باعث تغییر پیوسته در فریزها می شود. در فاصله خیلی دور از Σ ، نقش تصویر شده، به طور قابل ملاحظه ای پخش خواهد شد، به طوری که به روزنه

يك توصیف ممکن این است که پرده ای را می توان پیوسته فرض کرد یعنی می توان از ساختار میکروسکوپی آن چشم پوشید. در مورد يك ورقۀ فلزی غیر جاذب (گرمایش ژول وجود ندارد و بنا بر این رسانایی آن نامتناهی است) می توانیم معادلات ماکسول را در فلز و در محیط پیرامونی بنویسیم، و سپس این دو معادله را در مرزها مطابقت دهیم. بدین ترتیب، جوابهای دقیق را می توان در مورد پیکربندیهای بسیار ساده به دست آورد (آزومرفلد). در آن صورت، امواج بازتابیده و پراشیده از توزیع جریان در داخل ورقۀ ناشی می شود.

حال، پرده را در يك مقیاس زیر میکروسکوپی مورد بررسی قرار داده، و فرض می کنیم که ابر الکترونی هر اتم توسط میدان الکتریکی تابش فرودی به ارتعاش در آید. مدل کلاسیک، که از نوسانگرهای الکترونی ارتعاشی و دوباره گسیلی در بسامد چشمه صحبت می کند (بخش ۱۰۳۰۳)، به خوبی کارایی دارد به طوری که نیازی به تشریح مکانیک کوانتومی وجود ندارد. دامنه و فاز يك نوسانگر ویژه در داخل پرده توسط میدان الکتریکی موضعی که آن را در بر گرفته است، تعیین می شود. این، به نوبه خود يك برهمنهی میدان فرودی و میدانهای مربوط به کلیه الکترونهای ارتعاشی دیگر است. يك پرده بزرگ کدر بدون هر گونه روزنه، که مثلاً از کاغذ سیاه یا ورق آلومینیوم ساخته شده باشد، اثری آشکار دارد: در ناحیه فراسوی آن میدانی نوری وجود ندارد. الکترونهای نزدیک به سطح افروزیده، در اثر نور برخورد کننده به آن وادار به نوسان می شوند: آنها انرژی تابنده از خود می گسیلند که سرانجام به طرف عقب بازتابیده می شود، یا توسط ماده به صورت گرما در آشامیده می شود، و یا هر دو پدیده اتفاق می افتد. در هر حال، موج فرودی اولیه و میدانهای نوسان کننده الکترونی چنان برهم می افتند که در هر نقطه آن سوی پرده نور صفر باشد. این موضوع ممکن است يك توازن خاص قابل ملاحظه به نظر برسد، ولی در واقع چنین نیست. اگر موج اولیه کاملاً حذف نشود، در عمق بیشتری از ماده پرده منتشر شده، و الکترونهای بیشتری را برای تابش کردن بر خواهد انگیزد. این عمل به نوبه خود باعث تضعیف بیشتر موج اولیه خواهد شد تا اینکه سرانجام کاملاً محو شود (البته اگر پرده به اندازه کافی ضخیم باشد). حتی ماده کدري مانند نقره، به شکل يك ورقۀ کاملاً نازک، شفاف است (آینه نیمه نقره اندود شده را به یاد آورید).

حال، يك قسمت کوچک قرص مانند را از مرکز پرده در آورید، به طوری که نور از داخل این روزنه جریان یابد. نوسانگرهایی که به طور یکنواخت آن را می پوشانند همراه قرص برداشته می شوند، به طوری که الکترونهای باقیمانده در داخل پرده دیگر اثری ندارند. به عنوان نخستین رهیافت و مطمئناً رهیافتی تقریبی، فرض کنیم که برهم کنش دوجانبه نوسانگرها اساساً ناچیز باشد، یعنی برداشتن الکترونهای قرص در الکترونهای پرده کاملاً



شکل ۴۰۱۰ عکسهای مربوط به مخزن چین ساز. در يك حالت امواج به طور ساده توسط يك شكاف پراشیده شده اند. در حالت دیگر، تعدادی چشمه های نقطه ای شکل با فواصل مساوی روی روزنه قرار دارند و مشابه نقش بالا را پدید می آورند.

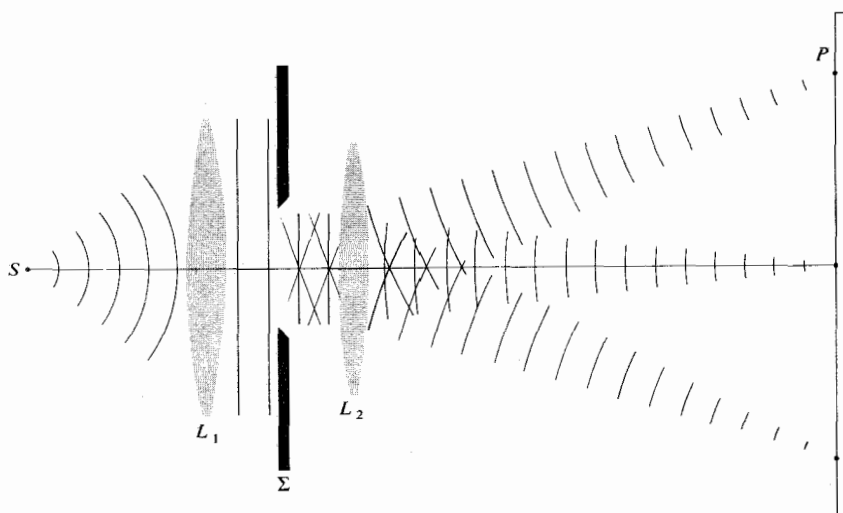
جبهه های موج ناچیز شمرده شود، پراش فرنل غالب می شود. تمایز بین این دو نوع پراش بعداً، وقتی که جزئیات ریاضی مسئله مورد بررسی قرار می گیرد، بسا دقت بیشتری و به طور تحلیلی، ارائه خواهد شد.

تجسمی عملی از شرایط فرانهوفر، که در آن S و P هر دو به طور مؤثری در بینهایت قرار دارند، با به کار گیری آرایشی نظیر شکل ۵۰۱۰ حاصل می شود. چشمه نقطه ای S در F_1 ، کانون اصلی عدسی L_1 ، قرار دارد و صفحه مشاهدۀ سطح کانونی دوم عدسی L_2 است. در اصطلاح نورشناخت هندسی صفحه چشمه و σ صفحات مزدوج هستند.

همین ایده ها را می توان به هر سیستم عدسی که از يك چشمه یا جسم گسترده تصویری تشکیل می دهد، تعمیم داد (مسئله ۱۰۱۵). در حقیقت، آن تصویر می توانست يك نقش پراش فرانهوفر باشد. به دلیل این ملاحظات عملی مهم، و همچنین به خاطر سادگی ذاتی آن است که ما پراش فرانهوفر را مقدم بر پراش فرنل مورد بررسی قرار خواهیم داد، گرچه پراش اول (فرانهوفر) حالت خاصی از پراش دوم (فرنل) است.

واقعی بی شباهت است و یاشباهت اندکی با آن خواهد داشت. از آنجا به بعد، حرکت دادن σ تنها اساساً اندازه نقش را تغییر می دهد و نه شکل آن را. این پراش فرانهوفر یا پراش میدانی دود است. اگر در آن نقطه می توانستیم طول موج تابش ورودی را به قدر کافی کاهش دهیم، این نقش مجدداً به حالت فرنل برمی گشت. هر گاه λ باز هم کاهش بیشتری پیدا می کرد، به طوری که به صفر نزدیک می شد، فرانژها ناپدید می شدند و تصویر روزنه، شکل نهایی آن را طبق پیش بینی نورشناخت هندسی به خود می گرفت. برگردیم به آرایش تجربی اولیه؛ اگر اکنون چشمه نقطه ای به سوی Σ حرکت کند، امواج کروی به روزنه برخورد می کنند و يك نقش فرنل، حتی روی يك صفحه مشاهدۀ دور، وجود خواهد داشت. به عبارت دیگر، يك چشمه نقطه ای S و يك نقطه مشاهدۀ P را در نظر بگیرید که هر روز خیلی دور از Σ قرار دارند و هیچ عدسی حضور ندارد (مسئله ۱۰۱۵). تا زمانی که هر دو موج ورودی و خروجی نسبت به گسترۀ روزنه های (یا موانع) پراشان تخت باشند (از آنجا به بعد بخش کوچکی از يك طول موج با هم اختلاف پیدا می کنند)، پراش فرانهوفر حاصل می شود. وقتی که S یا P یا هر دو خیلی به Σ نزدیک باشند، به طوری که انحنای

۱. يك لیزر هلیوم-نئون را می توان طوری تنظیم کرد که نقشهای پراش با شکوهی بدون وجود عدسیهای کمکی پدید آورد، ولی این کار به فضای کافی نیاز دارد. اگر صفحه مشاهدۀ σ ، خیلی دور از Σ باشد، نقش پراش دريك نقطه P را می توان ناشی از برهنه امواج تختی دانست که از هر نقطه روزنه خارج شده و در سوی P حرکت می کنند. با به کار بردن يك عدسی بزرگ خوب تصحیح شده (L_2)، می توان امواج پراشیده را روی يك صفحه نزدیک کانونی کرد بدون اینکه شکل نقش به طور اساسی تغییر یابد. به علاوه، با حضور عدسی، تا زمانی که طول راههای نوری برای تمامی پرتوها از روزنه تا P ، اساساً برابر باشد، لزومی ندارد که موج ورودی تخت باشد.



شکل ۵۰۱۰ پراش فرانهوفر.

۳۰۱۰۱۵ چندین نوسانگر همدوس

آرایش شکل ۶۰۱۰ را، همچون پیوندی ساده و منطقی میان مطالعات مربوط به تداخل و پراش در نظر می گیریم. این نمایش آرایه ای خطی از N نوسانگر نقطه ای همدوس (یا آنتنهای تابان) را نشان می دهد، که همه باهم حتی در قطبشان مشابه اند. فعلاً، فرض کنید که این نوسانگرها اختلاف فازی ذاتی بسا هم ندارند، یعنی همه آنها دارای زاویه مبدأ یکسانی اند. پرتوهای نشان داده شده همه تقریباً موازی اند، و در نقطه بسیار دور P به هم می رسند. اگر فاصله فضایی این آرایه نسبتاً کوچک باشد، دامنه های موجهایی که به P می رسند اساساً مساوی خواهند بود، زیرا تقریباً فواصل مساوی را طی خواهند کرد، یعنی

$$E_o(r_1) = E_o(r_2) = \dots = E_o(r_N) = E_o(r)$$

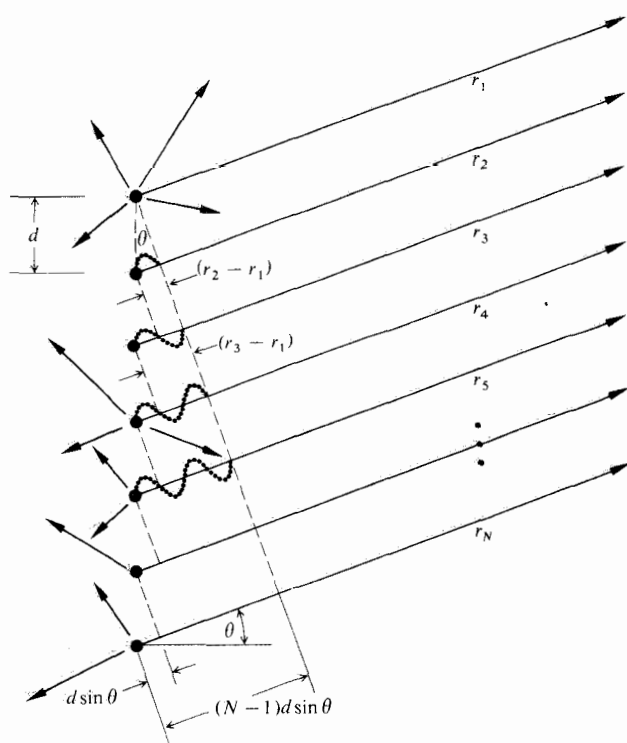
از مجموع موجکهای کروی تداخلی یک میدان الکتریکی در P ایجاد می شود، که جزء حقیقی رابطه زیر آن را به دست می دهد

$$E = E_o(r)e^{i(kr_1 - \omega t)} + E_o(r)e^{i(kr_2 - \omega t)} + \dots + E_o(r)e^{i(kr_N - \omega t)} \quad (۱۰۱۵)$$

از بخش ۱۰۹، روشن می شود که در مورد این پیکربندی نیازی به در نظر گرفتن ماهیت برداری میدان الکتریکی نداریم. پس اکنون

$$E = E_o(r)e^{-i\omega t}e^{ikr_1} [1 + e^{ik(r_2 - r_1)} + e^{ik(r_3 - r_1)} + \dots + e^{ik(r_N - r_1)}]$$

اختلاف فاز بین چشمه های مجاور از عبارت $\delta = k\Lambda$ به دست می آید و چون در محیطی به ضریب شکست n ، $\Lambda = nd \sin \theta$ ،



شکل ۶۰۱۰ یک آرایه خطی از نوسانگرهای همدوس. توجه کنید که به ازای زاویه ای که نشان داده شده است $\delta = \pi$ ، درحالی که به ازای $\theta = 0$ صفر است.

پس $\delta = kd \sin \theta$ با استفاده از شکل ۶۰۱۰، نتیجه می شود که $\delta = k(r_2 - r_1)$ ، $\delta = k(r_3 - r_1)$ ، $\delta = k(r_N - r_1)$ والی آخر. پس می توان این

است، در حالی که تابع مدوله ساز آن، $\{\sin[(kd/2)\sin\theta]\}^{-2}$ ، نسبتاً به آهستگی تغییر می‌کند. از عبارت مرکب بالا، یک رشته ستیغهای اصلی حاصل می‌آید که به وسیله پیشینه‌های کوچک فرعی از هم جدا می‌شوند. پیشینه‌های اصلی در امتدادهای θ_m روی می‌دهند به طوری که $\delta = 2m\pi$ ، که در آن $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ؛ از آنجا که $\delta = kd \sin\theta$

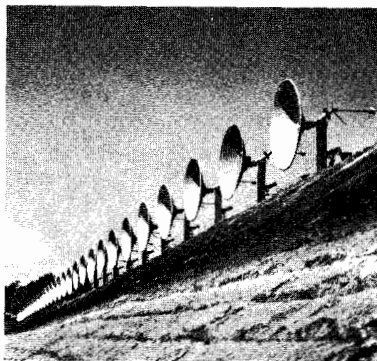
$$d \sin\theta_m = m\lambda \quad (۷.۱۰)$$

چون $\delta = 2m\pi$ به ازای $[\sin^2 N\delta/2]/[\sin^2 \delta/2] = N^2$ (از قانون هوپیتال)، پیشینه‌های اصلی دارای مقادیر $N^2 I_0$ هستند. تا زمانی که تمامی نوسانگرها در آن سمتگیری هم‌فاز باشند، این نتیجه مورد انتظار است. این سیستم در امتداد عمود بر این آرایه‌ها $(\theta_0 = 0, m = 0)$ یک پیشینه تابش خواهد کرد. هرچه θ افزایش یابد، δ هم افزایش پیدا می‌کند و به ازای $\delta = \pi$ ، $N\delta/2 = \pi$ ، به مقدار صفر، اولین کمینه خود، افت می‌کند. توجه کنید که اگر در معادله (۷.۱۰) داشته باشیم: $d < \lambda$ تنها $m = 0$ خواهد بود، یا پیشینه اصلی صفر-مرتبه وجود دارد. اگر ما به یک ردیف چشمه ایده‌آل نوسانگرهای الکترونی که فواصل آنها در مقیاس فواصل اتمی است، می‌نگریستیم، تنها می‌توانستیم انتظار همان پیشینه اصلی را در میدان نوری داشته باشیم.

پس آرایه آنتنهای شکل ۷.۱۰ می‌تواند تابش را در یک باریکه یا بره باریکی متناظر با یک پیشینه اصلی منتقل کند. (بشقابهای سهمی شکل نشان داده شده، در امتداد جدار بازتاب می‌کنند و نقش تابش، دیگر در پیرامون محور مشترک، متقارن نیست). فرض کنیم سیستمی داریم که در آن می‌توانیم تغییر فاز ذاتی ε را بین نوسانگرهای مجاور به وجود آوریم. در چنین حالتی

$$\delta = kd \sin\theta + \varepsilon$$

پیشینه‌های اصلی گوناگون در زوایای جدید روی خواهند داد



شکل ۷.۱۰ رادیو تلسکوپ تداخل‌سنجی در دانشگاه سیدنی، استرالیا ($N = 32$ ، $\lambda = 21$ cm، $d = 7$ m، قطر، خط پایه شرقی-غربی ۷۰۰ ft).

میدان را در P چنین نوشت

$$E = E_0(r) e^{-i\omega t} e^{ikr_1}$$

$$[1 + (e^{i\delta}) + (e^{i\delta})^2 + (e^{i\delta})^3 + \dots + (e^{i\delta})^{N-1}] \quad (۲.۱۰)$$

مقدار سری هندسی داخل کرشه

$$\frac{(e^{i\delta N} - 1)}{(e^{i\delta} - 1)}$$

است که می‌توان آن را چنین مرتب کرد

$$\frac{e^{iN\delta/2} [e^{iN\delta/2} - e^{-iN\delta/2}]}{e^{i\delta/2} [e^{i\delta/2} - e^{-i\delta/2}]}$$

یا هم‌ارز آن

$$e^{i(N-1)\delta/2} \left[\frac{\sin N\delta/2}{\sin \delta/2} \right]$$

پس میدان چنین می‌شود

$$E = E_0(r) e^{-i\omega t} e^{i[kr_1 + (N-1)\delta/2]} \left(\frac{\sin N\delta/2}{\sin \delta/2} \right) \quad (۳.۱۰)$$

توجه کنید که اگر R را فاصله از مرکز خط نوسانگرها تا نقطه P تعریف کنیم، یعنی

$$R = \frac{1}{2} (N-1) d \sin\theta + r_1$$

در این صورت معادله (۳.۱۰) چنین نوشته می‌شود

$$E = E_0(r) e^{i(kR - \omega t)} \left(\frac{\sin N\delta/2}{\sin \delta/2} \right) \quad (۴.۱۰)$$

پس سرانجام، توزیع چگالی‌شار درون نقش پراش حاصل از N چشمه نقطه‌ای مشابه و همدوس در یک آرایه خطی، برای یک E مرکب با $EE^*/2$ متناسب است

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} \quad (۵.۱۰)$$

که در آن I_0 چگالی‌شار از هر چشمه تک است که به نقطه P می‌رسد (با مراجعه به مسئله ۲.۱۰، به استنتاجی نموداری از شدت دست خواهید یافت). بنا بر معادله (۶.۹) به ازای $N = 0$ ، $I = 0$ ، به ازای $N = 1$ ، $I = I_0$ ، و به ازای $N = 2$ ، $I = 4I_0 \cos^2(\delta/2)$ ، وابستگی تابعی I به θ به صورت زیر آشکارتر است

$$I = I_0 \frac{\sin^2[N(kd/2)\sin\theta]}{\sin^2[(kd/2)\sin\theta]} \quad (۶.۱۰)$$

جمله $\sin^2[N(kd/2)\sin\theta]$ دستخوش افت و خیزهای سریع

$$E = \left(\frac{\mathcal{E}_0}{r} \right) \sin(\omega t - kr)$$

که آشکارا بر بستگی معکوس دامنه به r دلالت می‌کند. کمیت \mathcal{E}_0 «قدرت چشمه» نامیده می‌شود. وضعیت حاضر با وضعیت شکل ۶.۱۰ که در آن چشمه‌ها بسیار ضعیف‌اند، تفاوت دارد، و تعداد آنها، N ، بینهایت زیاد و فاصله بینشان تا حد چشم پوشیدنی، کم است. یک قطعه خیلی کوچک و لسی متناهی از این آرایه، Δy_i ، حاوی $\Delta y_i(N/D)$ چشمه خواهد بود که در آن طول کامل این آرایه است. سپس فرض کنید که این آرایه چشمه‌ها به M تا از آن قطعه‌ها تقسیم شود یعنی i از ۱ تا M ادامه داشته باشد. در این صورت سهم قطعه M در شدت میدان الکتریکی موجود در نقطه P چنین است

$$E_i = \left(\frac{\mathcal{E}_0}{r_i} \right) \sin(\omega t - kr_i) \left(\frac{N \Delta y_i}{D} \right)$$

به شرط آنکه Δy_i آنقدر کوچک باشد که نوسانگرهای داخل آن اختلاف فاز نسی ناچیزی باهم داشته باشند (مقدار ثابت r_i) و میدانهای آنها صرفاً به‌طور سازنده باهم جمع شوند، با نزدیک کردن N به بینهایت، می‌توانیم یک آرایه چشمه خطی پیوسته (همدوس) پدید آوریم. این توصیف، علاوه بر اینکه در مقیاس میکروسکوپی واقع‌گرایانه است، این امکان را فراهم می‌آورد که محاسبه را برای نمودارهای هندسی پیچیده‌تر نیز به‌کار ببریم. یقیناً، هر قدر N به بینهایت نزدیک‌تر شود، قدرت چشمه نوسانگرهای منفرد باید تا نزدیکی صفرا کاهش یابند، تا خروجی کلی مقدار متناهی داشته باشد. بنابراین می‌توانیم یک ثابت \mathcal{E}_L به‌عنوان «قدرت چشمه برحسب واحد طول» این آرایه تعریف کنیم، یعنی

$$\mathcal{E}_L \equiv \frac{1}{D} \lim_{N \rightarrow \infty} (\mathcal{E}_0 N) \quad (۸.۱۰)$$

میدان خالص در P ناشی از تمامی قطعه‌های M چنین است

$$E = \sum_{i=1}^M \frac{\mathcal{E}_L}{r_i} \sin(\omega t - kr_i) \Delta y_i$$

در مورد یک چشمه خطی پیوسته، Δy_i می‌تواند بینهایت کوچک باشد ($M \rightarrow \infty$) و در این صورت علامت جمع به انتگرال معینی تبدیل می‌شود

$$E = \mathcal{E}_L \int_{-D/2}^{+D/2} \frac{\sin(\omega t - kr)}{r} dy \quad (۹.۱۰)$$

که در آن $r = r(y)$ تقریبی که برای ارزیابی معادله (۹.۱۰) به‌کار رفتند باید به موقعیت P نسبت به آرایه چشمه‌ها بستگی داشته باشند و بنابراین منجر به تمایز بین پراش فرانهوفر و پراش فرنل شوند. اینک چشمه خطی نوری همدوس به‌عنوان یک موجود فیزیکی

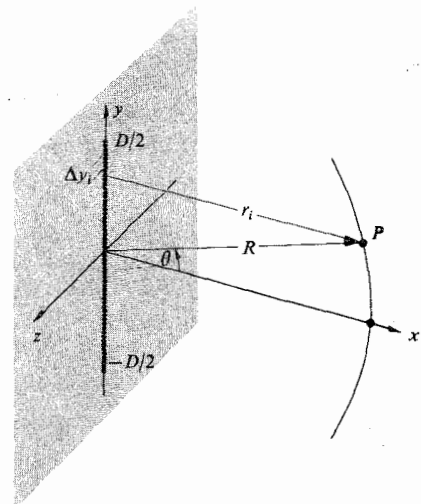
$$d \sin \theta_m = m\lambda - \frac{e}{k}$$

با تمرکز روی بیشینه مرکزی $m=0$ سمنگیری آن، θ_0 ، می‌تواند به‌طور دلخواه و صرفاً با تنظیم کردن مقدار e تغییر کند.

اصل برگشت پذیری، که بنا بر آن حرکت موجی، بدون جذب، برگشت پذیر است، برای یک آنتن که به‌عنوان فرستنده یا گیرنده به‌کار رفته است، منجر به همان نقش میدانی می‌شود. بنابراین، این آرایه، که همچون یک تلسکوپ عمل می‌کند، می‌تواند از راه ترکیب خروجی از هر یک از آنتنهای منفرد با یک اختلاف فاز مناسب e ، که بین هر کدام از آنها ایجاد می‌شود، «نشانه‌گیری» شود. برای یک e معلوم، خروجی این سیستم با علامتی که از یک امتداد مشخص در فضا بر روی آرایه آنتنها می‌افتد، متناظر است. شکل ۷.۱۰ عکسی است از اولین رادیو تداخل سنج چندگانه

که توسط کریستین سن طراحی و در سال ۱۹۵۱/۱۳۳۰ در استرالیا ساخته شده است. این سیستم از ۳۲ آنتن سهمی شکل، هر کدام به قطر ۲ متر، تشکیل شده، و طوری طراحی شده است که به‌طور هم‌فاز در طول موج ۲۱ سانتی‌متر خط گسیل هیدروژن کار می‌کند. این آنتنها در طول خط پایه شرقی-غربی به فاصله ۷ متر از هم قرار داده شده‌اند. این آرایه خاص، از چرخش زمین به‌عنوان سازوکار روبشی سود می‌برد.

شکل ۸.۱۰ را در نظر بگیرید که یک چشمه خطی ایده‌آل از نوسانگرهای الکترونی را (مثلاً چشمه‌های ثانوی اصل هویگنس-فرنل برای یک شکاف دراز که عرض آن خیلی کمتر از λ بوده و امواج تخت بر آن تابیده شده باشد) نشان می‌دهد. هر نقطه یک موجسک کروی می‌گسیلد که ما معادله آن را چنین می‌نویسیم



شکل ۸.۱۰ یک چشمه خطی همدوس.

کمیتی که با سهولت تمام اندازه گیری می شود (بسیار نادیده گرفتن تابشها) تا بیدگی $\langle E^2 \rangle = I(\theta)$ است یا

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{E}_L D}{R} \right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (16.10)$$

که در آن $\langle \sin^2(\omega t - kR) \rangle = 1/2$ وقتی که $\theta = 0$ ، آنگاه $\sin \beta / \beta = 1$ و $I(\theta) = I(0)$ که با بیشینه اصلی متناظر است. بنا بر این تا بیدگی حاصل از یک چشمه خطی هم دوس ایده آل در تقریب فرانیهوفر عبارت است از

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (17.10)$$

یا با استفاده از تابع سینک (بخش ۹.۷ و جدول ۱ پیوست)

$$I(\theta) = I(0) \text{sinc}^2 \beta$$

تقارن نسبت به محور y وجود دارد و این عبارت برای θ که در هر صفحه حاوی آن محور اندازه گیری شود، معتبر است. توجه کنید که چون به ازای $D \gg \lambda$ داریم $\beta = (\pi D / \lambda) \sin \theta$ ، به تدریج که θ از صفر بیشتر می شود، تا بیدگی با سرعت فوق العاده ای افت می کند. این مطلب از آنجا ناشی می شود که به ازای مقادیر بزرگ طول D (یک سانتیمتر یا بیشتر در مورد نور)، β بسیار بزرگ می شود. فاز چشمه خطی، بنا بر معادله (۱۵.۱۰)، با فاز یک چشمه خطی که در مرکز آرایه جایگزیده است، و فاصله آن از P برابر R است، هم ارز است. پس سرانجام، یک چشمه خطی هم دوس نسبتاً دراز ($D \gg \lambda$) را می توان مانند یک نقطه گسیلنده منفرد دانست که عمداً در امتداد $\theta = 0$ تابش می کند، یعنی گسیلش آن شبیه یک موج دایره ای در صفحه xz است. در مقابل، توجه کنید که اگر $\lambda \gg D$ کوچک باشد، $\sin \beta = \beta$ و $I(\theta) \approx I(0)$. در این صورت تا بیدگی برای کلیه مقادیر θ مقدار ثابتی بوده و چشمه خطی به یک چشمه نقطه ای شباهت دارد که امواج کروی می گسیلد. حال می توانیم توجه خود را به مسئله پراش فرانیهوفر مربوط به یک شکاف یا حفره مستطیل شکل ممتد معطوف کنیم (شکل ۹.۱۰). یک روزنه از این نوع ممکن است نوعاً دارای پهنای چند صد λ و طولی برابر چند سانتیمتر باشد. روش متداول برای پی گیری در تحلیل مسئله، این است که شکاف را بنا بر شکل ۱۰.۱۰ به یک سری نوارهای دراز دیفرانسیلی ($dz \times \ell$)، موازی محور y تقسیم کنیم ولی بی درنگ متوجه می شویم که هر کدام از این نوارها یک چشمه خطی دراز هم دوس است و بنا بر این می توان آن را با یک گسیلنده نقطه ای روی محور z جایگزین کرد. در واقع، هر کدام از این گسیلنده ها یک موج دایره ای در ($y = 0$) یا صفحه xz تابش می کند. این مطلب یقیناً منطقی است، زیرا شکاف دراز است و عملاً در جلوی جبهه های موج خروجی در امتداد شکاف مانعی ایجاد نمی شود. بنا بر این در امتداد موازی کناره های شکاف، پراش

وجود ندارد ولی مسا به عنوان یک ابزار ریاضی از آن استفاده مطلوبی به عمل خواهیم آورد.

۲.۱۰ پراش فرانیهوفر

۱۰.۲.۱۰ تک شکاف

به شکل ۸.۱۰ بازگردیم که در آن این بار نقطه مشاهده از چشمه خطی هم دوس در فاصله بسیار دوری قرار دارد و $R \gg D$. تحت این شرایط $r(y)$ هرگز به طور محسوسی از مقدار نقطه میانی آن، R ، منحرف نمی شود به طوری که کمیت (\mathcal{E}_L / R) در P اساساً برای تمامی عناصر dy مقدار ثابتی است. از معادله (۹.۱۰) نتیجه می شود که میدان حاصل از عنصر دیفرانسیلی چشمه، dy ، در نقطه P چنین است

$$dE = \frac{\mathcal{E}_L}{R} \sin(\omega t - kr) dy \quad (10.10)$$

که در آن $(\mathcal{E}_L / R) dy$ دامنه موج است. توجه کنید که این فاز خیلی بیشتر از دامنه نسبت به تغییرات $r(y)$ حساس است، به طوری که باید هنگام وارد کردن تقریبات در آن، دقت کافی به عمل آید. می توانیم $r(y)$ را دقیقاً به روشی که در مسئله ۴.۹ انجام شد، بسط دهیم، تا به صورت تابع صریحی از y در آید، یعنی

$$r = R - y \sin \theta + \left(\frac{y^2}{2R} \right) \cos^2 \theta + \dots \quad (11.10)$$

که در آن θ از صفحه xz اندازه گیری می شود. از جمله سوم، تا زمانی که سهم آن در فاز ناچیز باشد، می توان صرف نظر کرد، حتی وقتی که $y = \pm D/2$ ، یعنی باید $\cos^2 \theta (\pi D^2 / 4 \lambda R) < \pi$ چشم پوشیدنی باشد. این مطلب برای تمامی مقادیر θ به ازای مقادیر بزرگ R صادق است، و در این صورت مجدداً شرط فرانیهوفر را داریم. پس فاصله r نسبت به y خطی است. از جانشانی در معادله (۱۰.۱۰) و انتگرال گیری آن داریم

$$E = \frac{\mathcal{E}_L}{R} \int_{-D/2}^{+D/2} \sin[\omega t - k(R - y \sin \theta)] dy \quad (12.10)$$

سرانجام

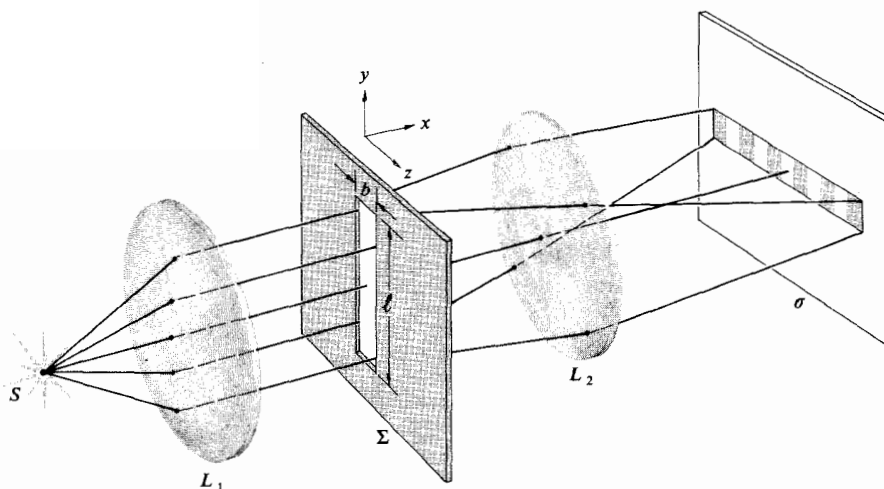
$$E = \frac{\mathcal{E}_L D}{R} \frac{\sin[(kD/2) \sin \theta]}{(kD/2) \sin \theta} \sin(\omega t - kR) \quad (13.10)$$

برای ساده کردن عبارات، می نویسیم

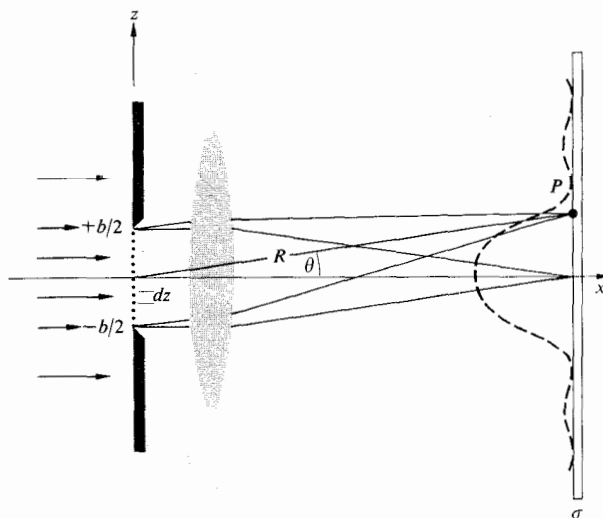
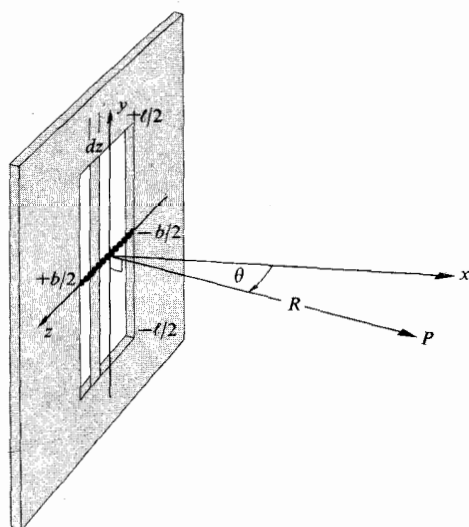
$$\beta \equiv (kD/2) \sin \theta \quad (14.10)$$

به طوری که

$$E = \frac{\mathcal{E}_L D}{R} \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) \sin(\omega t - kR) \quad (15.10)$$



شکل ۹۰۱۰ پراش فرانیهوفر از تک شکاف.



شکل ۱۰۰۱۰ نمایش هندسی تک شکاف.

به شرطی که

$$\beta = \left(\frac{kb}{2}\right) \sin \theta \quad (۱۸.۱۰)$$

و θ از صفحه xy اندازه گیری می شود (مسئله ۳۰۱۰). ما توجه خواننده را به این حقیقت جلب می کنیم که در اینجا چشمه خطی کوتاه است، $D=b$ ، β بزرگ نیست و گرچه تأییدگی به سرعت افت می کند، بیشینه های فرعی مرتبه بالاتر قابل مشاهده خواهند بود (شکل ۱۱۰۱۰). مقدار بیشینه های $I(\theta)$ به ازای مقادیری از β اتفاق می افتند که باعث صفر شدن $dI/d\beta$ می شوند، یعنی

بسیار جزئی خواهد بود. بدین ترتیب، مسئله به یافتن میدان در صفحه xz ناشی از تعدادی نامتناهی چشمه های نقطه ای که در عرض پهنای شکاف در طول محور z گسترده شده اند، تبدیل شده است. در این صورت فقط ضروری است که انتگرال توزیعی dE مربوط به هر عنصر dz را در تقریب فرانیهوفر ارزیابی کنیم. ولسی بازم این چشمه هم ارز یک چشمه خطی همدوس است به طوری که جواب کامل برای شکاف، همانطوری که دیده ایم، عبارت است از

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2 \quad [۱۷.۱۰]$$

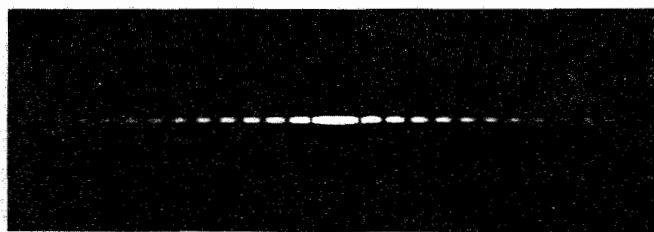
منحنیهای $f_1(\beta) = \tan \beta$ ، باخط راست $f_2(\beta) = \beta$ در هر دو مشترک اند، و بنابراین در معادله (۲۱.۱۰) صدق می کنند. فقط يك فرین از این دست بین کمینه های مجاور (۲۰.۱۰) وجود دارد، به طوری که $I(\theta)$ باید دارای بیشینه های فرعی در این مقادیر β ($\pm ۱۷۴۳۰۳\pi, \pm ۲۷۴۵۹۰\pi, \pm ۳۷۴۷۰۷\pi, \dots$) باشد.

در اینجا باید يك ملاحظه احتیاط آمیز را گوشزد کنیم: یکی از نقطه ضعفهای اصل هویگنس-فرنل این است که این اصل توجه ویژه ای به تغییرات دامنه با زاویه، روی سطح هر موج ثانوی ندارد. وقتی که عامل میل را در پراش فرنل که این اثر در آنجا مهم است، مورد توجه قرار می دهیم، مجدداً به این نکته بازخواهیم گشت. در پراش فرانوفر، فاصله از روزنه تا صفحه مشاهده آنقدر بزرگ است که به شرط آنکه θ کوچک باقی بماند، نیازی نداریم آن را مورد توجه قرار دهیم.

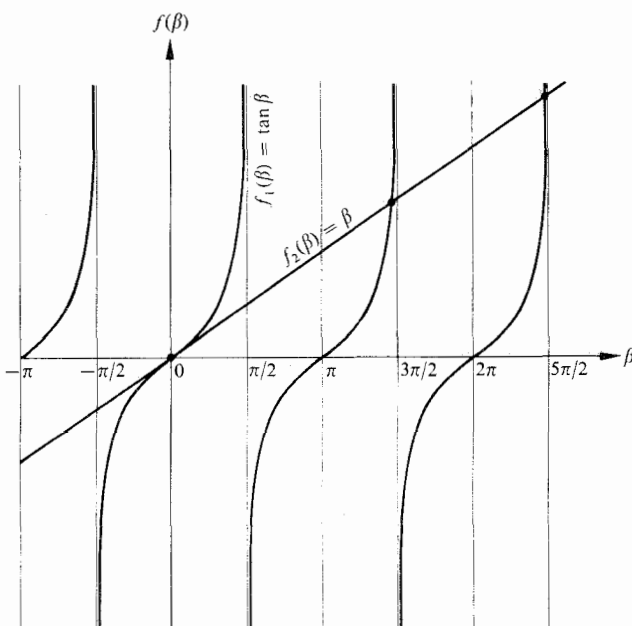
شکل ۱۳.۱۰ ترسیمی از چگالی شار است که از راه معادله (۱۷.۱۰) بیان شده است. چند نقطه روی منحنی در نظر بگیرید، مثلاً بیشینه فرعی سوم در $\beta = ۳۷۴۷۰۷\pi$ ؛ چون $\beta = (\pi b/\lambda) \sin \theta$ ، به ازای β ثابت، افزایش پهنای شکاف b کاهشی در θ را ایجاد می کند. تحت این شرایط این نقش به سوی بیشینه های اصلی چروک می خورد، و اگر λ هم کاهش می یابد، چنین می شود. اگر چشمه نور سفید گسیل کند، بیشینه های مرتبه بالاتر توالیی از رنگها را که با افزایش θ به درون رنگ سرخ کشیده می شود، نشان می دهد. هر مؤلفه رنگین متفاوت نور، در وضعیتهای زاویه ای مشخصه آن طول موج، کمینه ها و بیشینه های فرعی خاص خود را دارد (مسئله ۴.۱۰). در حقیقت، فقط در ناحیه پیرامون $\theta = 0$ ، همه رنگهای سازنده روی هم خواهند افتاد تا نور سفید را پدید آورند.

اگر در شکل ۹.۱۰، پرده پراشان Σ برداشته شود، تصویر چشمه نقطه ای S در وضعیت مرکز نقش تشکیل خواهد شد. با این نوع تابش نور، نقشی که این شکاف ایجاد کرده است، که عبارت است از تعدادی خطوط تیره در صفحه Σ پرده σ ، بسیار شبیه به تصویر گسترده شده S (شکل ۱۱.۱۰) است. يك چشمه خطی ناهمدوس (به جای S) که موازی با شکاف، در صفحه کانونی موازی ساز L جای داده شده است، این نقش را به صورت يك سری از نوارها وسعت خواهد داد. هر نقطه در روی چشمه خطی يك نقش پراش مستقل ایجاد می کند، که هر کدام از آنها، نسبت به دیگری، در امتداد محور x جا به جا شده است. با نبودن پرده پراشان، تصویر چشمه خطی، خطی به موازات شکاف اصلی خواهد بود. با قراردادن پرده در جای خود، خط پهن می شود، همچنان که در مورد تصویر نقطه ای S (شکل ۱۴.۱۰) بود. به یاد داشته باشید که بعد کوچک شکاف باعث پهن شدگی است.

نقش تك شکاف، بدون استفاده از ابزار مخصوص، با



شکل ۱۱.۱۰ نقش پراش مربوط به يك شكاف قائم منفرد تحت تابش چشمه نقطه ای.



شکل ۱۲.۱۰ نقاط تقاطع دو منحنی جوابهای معادله (۲۱.۱۰) هستند.

$$\frac{dI}{d\beta} = I(0) \frac{2 \sin \beta (\beta \cos \beta - \sin \beta)}{\beta^3} = 0 \quad (۱۹.۱۰)$$

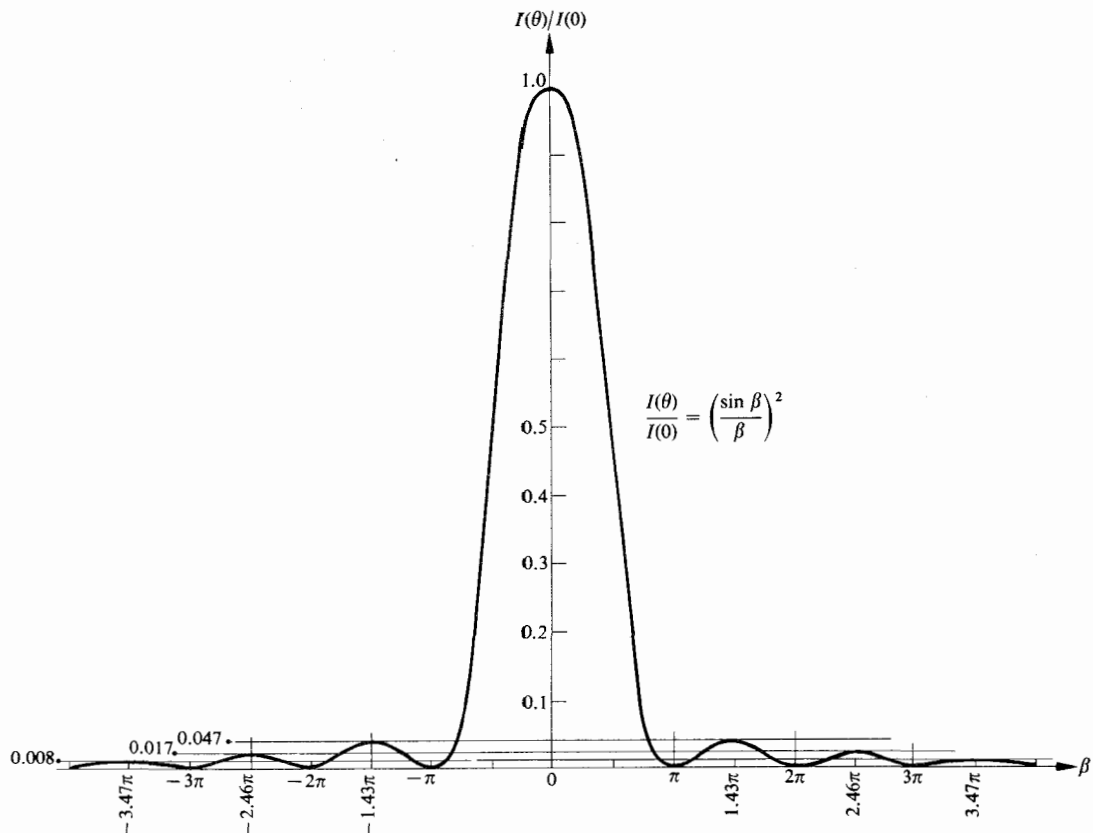
کمینه های تابیدگی، به ازای $\sin \beta = 0$ ، برابر صفر می شوند، و از آنجا

$$\beta = \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots \quad (۲۰.۱۰)$$

همچنین از معادله (۱۹.۱۰) نتیجه می شود که به ازای $\beta \cos \beta - \sin \beta = 0$ داریم

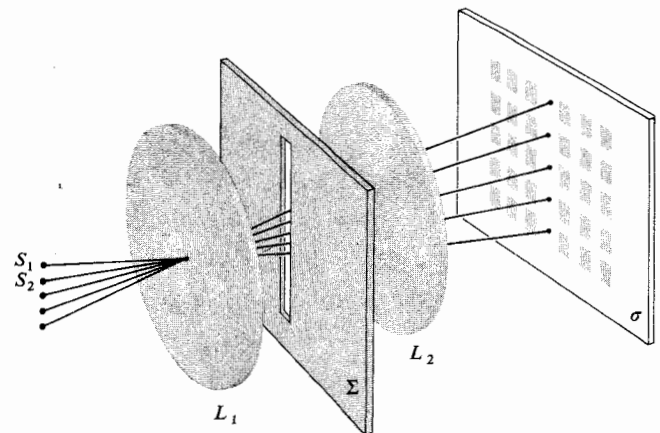
$$\tan \beta = \beta \quad (۲۱.۱۰)$$

جوابهای این معادله غیر جبری را می توان از طریق ترسیمی، که در شکل ۱۲.۱۰ نشان داده شده است، به دست آورد. نقاط تقاطع



شکل ۱۳.۱۰ طرح پراش فرانهورف مربوط به يك تك شكاف.

جریان می‌یابد؛ تقریباً هر چیزی که شبیه يك چشمه نقطه‌ای یا خطی باشد، این کار را انجام خواهد داد. احتمالاً بهترین چشمه برای مقاصد ما يك لامپ پرنور معمولی، با رشته مستقیم (از نوعی با رشته قائم به طول تقریبی ۷۵ سانتیمتر) است. می‌توانید تخیل خود را برای ایجاد کلیه انواع آرایش مربوط به تك شكاف، مثلاً يك شانه یا چنگال که برای کاهش فضای تصویر شده بین دندانها چرخیده است، یا يك خراش در عرض لایه‌ای از مرکب چین روی يك اسلاید میکروسکوپ، به‌کار گیرید. يك کولیس ارزان قیمت شكاف متغیر نسبتاً خوبی را تشکیل می‌دهد؛ کولیس را نزدیک چشم خود نگه‌دارید در حالی که شكاف، به‌عرض چند هزارم سانتیمتر، موازی رشته لامپ باشد. چشم خود را در آن سوی شكاف در بینهایت کانونی کنید، به‌طوری که عدسی آن همچون L به‌کار آید.



شکل ۱۴.۱۰ نقش مربوط به تك شكاف که با يك چشمه خطی تحت تابش قرار گرفته است. ابتدا عکس و شکل ۱۷.۱۰ را ببینید.

۲.۲.۱۰ شكاف دوگانه

در وهله اول، ممکن است از شکل ۱۵.۱۰ چنین به‌نظر برسد که موضع بیشینه اصلی باید همیشه همخط مرکز روزنه پراشان باشد؛ ولی این مطلب به‌طور کلی صحیح نیست. در واقع نقش پراش

سهولت تمام مشاهده می‌شود. هر تعداد چشمه که به‌کار آید، مثلاً چراغهای يك خیابان در فاصله دور و در شب، يك لامپ انتهایی کوچک، نور خورشید که از میان فضای باریک در سایه‌بان پنجره

شکاف روی هم می افتند و گرچه دامنه هر کدام از آنها اساساً باید با هم مساوی باشد، ممکن است اختلاف فاز قابل توجهی پیدا کنند. چون در هر شکاف، چشمه های ثانوی را موج اولیه مشابهی برمی انگیزد، موجکهای حاصل هم دوس خواهند بود و باید تداخل اتفاق بیفتند. اگر موج تخت اولیه با زاویه θ روی Σ فرود آید (مسئله ۳۰۱۰)، يك اختلاف فاز نسبی ثابت بین چشمه های ثانوی وجود خواهد داشت. در تابش عمودی، موجکها همگی هم فاز گسیل می شوند. فریز تداخل در يك نقطه مشاهده ویژه، از راه اختلاف راههای نوری که توسط موجکهای همپوشی حاصل از این دو شکاف پیموده می شوند، تعیین می شود. چنان که خواهیم دید توزیع چگالی شار حاصل شکل ۱۷۰۱۰ ترکیبی است از يك سیستم تداخلی سریعاً متغیر شکاف دوگانه، که توسط نقش پراش يك تك شکاف مدوله سازی شده است.

برای به دست آوردن عبارت مربوط به آشفتگی نسوری در نقطه ای بر روی σ فقط باید تحلیل مربوط به تك شکاف را مجدداً فرمولبندی کنیم. هر کدام از دو روزنه به قطعات دیفرانسیلی $(dz \times \ell)$ تقسیم شده اند، که به نوبه خود همچون تعدادی چشمه نقطه ای نامتناهی موازی محور z رفتار می کنند. بنا بر این، سهم کلی در ایجاد میدان الکتریکی، در تقریب فرانیهوفر (۱۲۰۱۰) چنین است

$$E = C \int_{-b/2}^{b/2} F(z) dz + C \int_{a-b/2}^{a+b/2} F(z) dz \quad (22.10)$$

$$F(z) = \sin[\omega t - k(R - z \sin \theta)] \quad \text{که در آن}$$

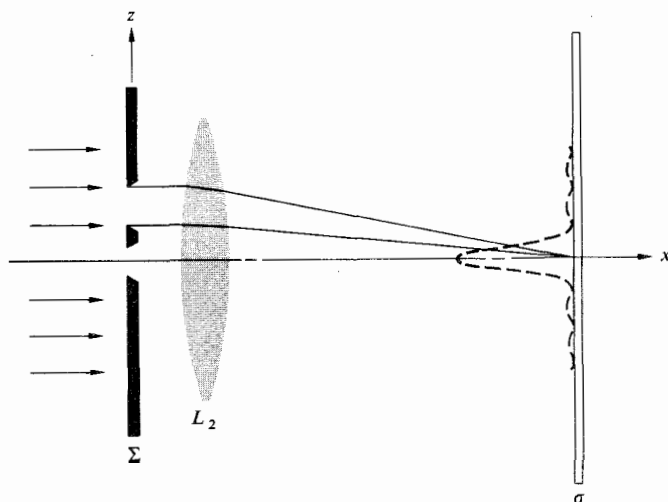
ضریب ثابت دامنه، C ، قدرت چشمه ثانویه بر طول واحد در امتداد محور z (به فرض آنکه روی هر کدام از روزنه ها مستقل از z باشد) تقسیم بر R است، که R فاصله از مبدأ تا P است و ثابت فرض می شود. ما فقط چگالیهای شار نسبی را روی σ مورد توجه قرار خواهیم داد، که مقدار واقعی C در حال حاضر کمتر مورد توجه ماست. از انتگرال گیری معادله (۲۲۰۱۰)

$$E = bC \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) [\sin(\omega t - kR) + \sin(\omega t - kR + 2\alpha)] \quad (23.10)$$

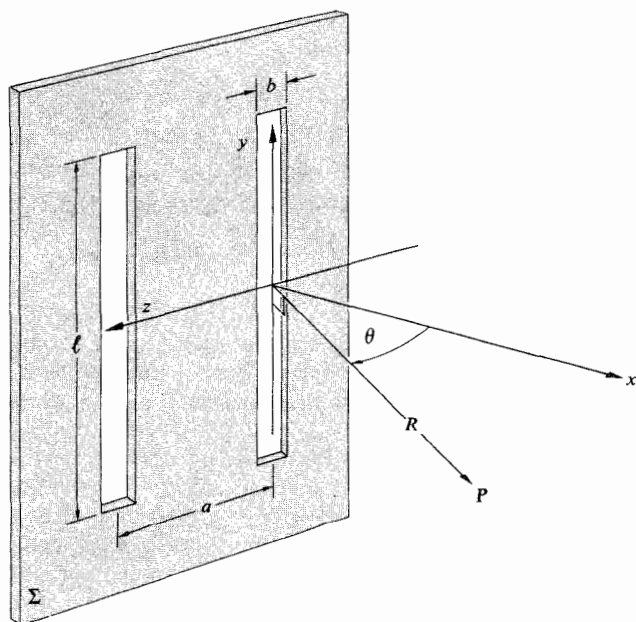
$$\alpha \equiv \left(\frac{ka}{2} \right) \sin \theta \quad \text{و مانند پیش،} \quad \beta \equiv \left(\frac{kb}{2} \right) \sin \theta. \quad \text{این عبارت،}$$

به طوری که از معادله (۱۵۰۱۰) حاصل می شود، دقیقاً مجموع دو میدان در P ، از هر شکاف يك میدان، است. فاصله از شکاف اول تا P برابر R است که فاز $-kR$ را باعث می شود. فاصله از شکاف دوم تا P برابر است با $(R - a \sin \theta)$ یا $(R - 2\alpha/k)$ که يك جمله فاز مساوی با $(-kR + 2\alpha)$ را در تابع سینوسی دوم به وجود می آورد. کمیت 2β عبارت است از

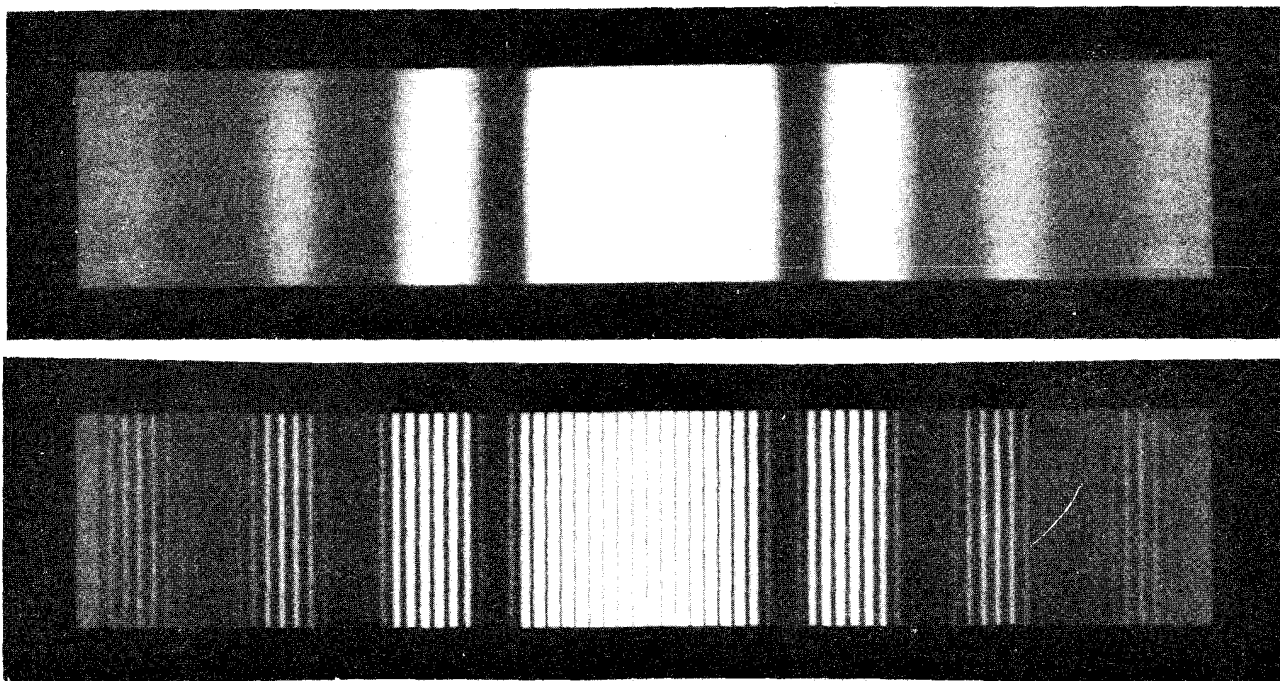
به دور محور عدسی متمرکز است و تا زمانی که سمتگیری آن تغییر نکنند و تقریبهای معتبر باشند، شکل و موضع آن، بدون توجه به موقعیت شکاف، بدون تغییر باقی خواهد ماند (شکل ۱۵۰۱۰). کلیه امواجی که موازی محور عدسی حرکت کنند در نقطه کانونی دوم L_2 همگرا می شوند، پس این نقطه تصویر S ، و مرکز نقش پراش است. حال فرض کنید که دو شکاف دراز به پهنای b داریم که فاصله مرکزهای آنها از هم a باشد (شکل ۱۶۰۱۰). هر روزنه، به خودی خود، همان نقش پراش تك شکافی را روی پرده دید σ ایجاد خواهد کرد. در هر نقطه روی σ ، سهمهای مربوط به این دو



شکل ۱۵۰۱۰ نمایش دستگاه دوشکاف.



شکل ۱۶۰۱۰ نمایش هندسی دوشکافی.



شکل ۱۷.۱۰ نقشهای تک شکافی و شکافهای دوگانه فرانیهوفر متقاطع کمرنگ همگی در فرایند چاپ ایجاد شده اند.

یانگ، معادله (۶.۹) تبدیل می شود. از سوی دیگر، به ازای $\alpha = 0$ ، دو شکاف به یک شکاف تبدیل می شود، $\alpha = 0$ و معادله (۲۴.۱۰) به شکل $I(\theta) = 4I_0 (\sin^2 \beta) / \beta^2$ در می آید. این معادله هم ارز معادله (۱۷.۱۰) برای پراش تک شکافی است که در آنجا قدرت چشمه دو برابر شده است. پس می توانیم عبارت کلی را حاصل جمله تداخل $\cos^2 \alpha$ که به وسیله جمله پراش $\sin^2 \beta / \beta^2$ مدوله شده است، بدانیم. اگر پهنای شکافها محدود و لسی خودشان خیلی باریک باشند، نقش پراش مربوط به هر کدام از شکافها در روی یک ناحیه پهن مرکزی یکنواخت خواهد بود و نوارهایی که شبیه فریزهای ایده آل یانگ اند، در داخل آن ناحیه ظاهر خواهند شد. در وضعیتهای زاویه ای (مقادیر θ) که

$$\beta = \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$$

آثار پراش چنان اند که به σ نوری نمی رسد، و برای تداخل هیچ چیز به روشنی در دسترس نیست. در نقاطی از σ که به ازای آنها

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$$

سهامهای گوناگون در میدان الکتریکی کاملاً ناهم فاز بوده و بدون توجه به مقدار واقعی نور که در اثر فرایند پراش دسترس پذیر شده است، همدیگر را خنثی می کنند.

توزیع تابیدگی برای یک نقش شکاف دوگانه فرانیهوفر

اختلاف فاز ($k\Delta$) بین دو پرتو تقریباً موازی، که از کنارهای یکی از شکافها به یک نقطه P در روی σ می رسند. کمیت 2α اختلاف فاز بین دو موج است که به P می رسند، یکی از هر نقطه در شکاف اول سرچشمه گرفته است و دیگری از نقطه متناظر در شکاف دوم می رسد. اگر معادله (۲۳.۱۰) را ساده تر کنیم چنین می شود

$$E = 2bC \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) \cos \alpha \sin (\omega t - kR + \alpha)$$

که وقتی آن را مجذور کنیم و میانگینش را در بازه زمانی نسبتاً طولانی به دست آوریم تابیدگی چنین می شود

$$I(\theta) = 4I_0 \left(\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right) \cos^2 \alpha \quad (24.10)$$

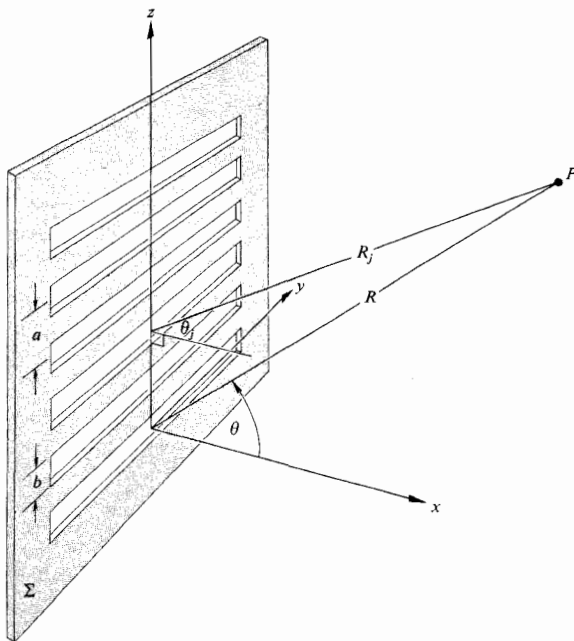
در امتداد $\theta = 0$ یعنی به ازای $\beta = \alpha = 0$ ، I_0 سهم هر کدام از دو شکاف از چگالی شار است و $I(0) = 4I_0$ چگالی شار کل است. ضریب چهار از آنجا ناشی می شود که دامنه میدان الکتریکی دو برابر آن چیزی است که اگر یکی از شکافها پوشیده می شد، در آن نقطه به وجود می آمد.

اگر در معادله (۲۴.۱۰) b تا حد محوشدن کوچک شود ($kb \ll 1$)، در این صورت $(\sin \beta) / \beta \approx 1$ و این معادله به عبارت مربوط به چگالی شار برای یک زوج چشمه خطی، یعنی تجربه

محلول کلوئیدی معلق گرافیت در الکل در اختیار داشته باشید، مطلوب تر است (این ماده بیشتر کدر است). توسط يك تيغ ريش تراشي، از راه خراش در عرض مرکب خشکیده، يك زوج شکاف ایجاد کنید، و به فاصله تقریبی ۳۰۰ سانتیمتر از چشمه قرار دهید. شکافها را موازی رشته لامپ و نزدیک چشم خود نگاه دارید که در این صورت، آنگاه که در بینهایت کانونی می شود، چشمتان به صورت عدسی مورد نیاز به کار می رود. يك کاغذ نیم شکاف را بین شکافها و چشم خود قرار دهید و تغییر در پهنای فریزها را مشاهده کنید. ببینید وقتی که شما یکی از شکافها و سپس هر دو آنها را با يك لام میکروسکوپ می پوشانید چه اتفاقی می افتد. شکافها را به آهستگی در امتداد z حرکت دهید، سپس با ثابت نگاه داشتن آنها، چشم خود را در امتداد z حرکت دهید و تحقیق کنید که وضعیت مرکز نقش در واقع توسط عدسی تعیین می شود و نه به وسیله روزنه.

۳۰۲۰۱۰ پراش از راه شکافهای متعدد

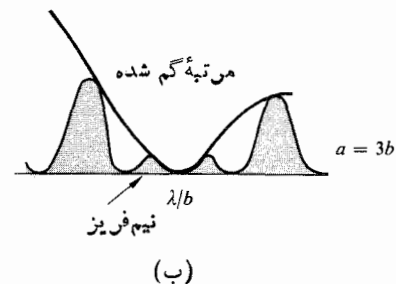
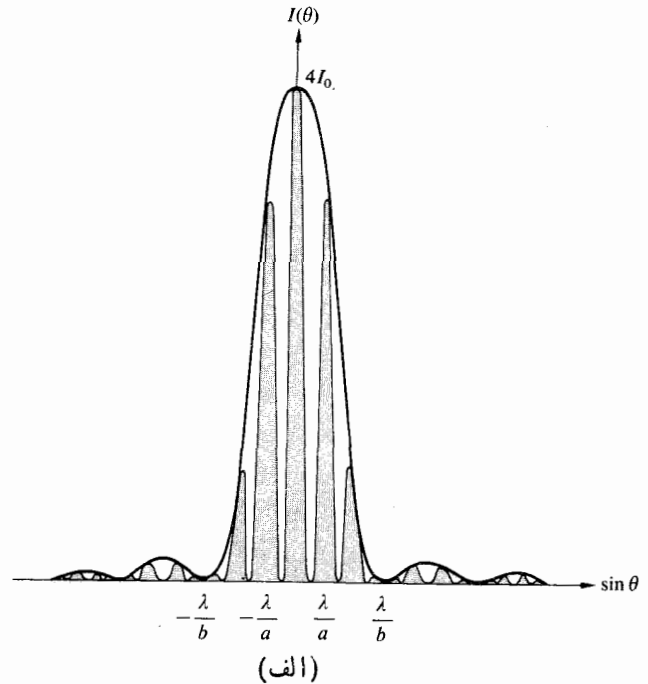
شیوه دست یابی به تابع تابیدگی برای يك موج تکفام که توسط شکافهای زیادی پراشیده شده باشد، اساساً همان است که در مورد دو شکاف به کار رفت. در اینجا نیز، حدود انتگرال گیری را باید به گونه ای مناسب تغییر داد. حالت N شکاف باریک، موازی، دراز، به عرض b و فاصله مرکز به مرکز a را که در شکل ۱۹.۱۰ نشان



شکل ۱۹.۱۰ نمایش هندسی چندین شکاف.

در شکل ۱۸.۱۰ نشان داده شده است. دقت کنید که این توزیع ترکیبی از شکلهای ۶.۰۹ و ۱۳.۱۰ است. این منحنی برای حالت خاص $a = 3b$ ، یعنی به ازای $\alpha = 3\beta$ ، است. می توانید تصویری تقریبی از آنکه این نقش چگونه به نظر آید داشته باشید. زیرا اگر $a = mb$ ، که m هر عددی می تواند باشد، به تعداد $2m$ فریز روشن («فریزهای کسری») داخل قله مرکزی پراش وجود خواهد داشت (مسئله ۵.۱۰). ممکن است اتفاق بیفتد که يك بیشینه تداخل و يك کمینه پراش (صفر) با يك مقدار از θ متناظر باشند. در چنین حالتی نوری وجود ندارد که در آن موقعیت دقیق در تداخل شرکت کند، و قله حذف شده را هرچه گم شده می نامند.

نقش شکاف دو گانه نیز با سهولت بیشتری مشاهده می شود و دیدن آن به زحمتش می ارزد. باز هم يك لامپ لوله ای، با رشته مستقیم بهترین چشمه خطی است. برای ساختن شکافها، روی يك لام میکروسکوپ را مرکب چین بمالید؛ و یا اگر اتفاقاً مقداری



شکل ۱۸.۱۰ نقشی از شکاف دو گانه ($a = 3b$).

داده شده است در نظر می گیریم. يك بار ديگر مبدا دستگاه مختصات را در مركز شكاف اول قرار می دهيم، آشفته گي نوري كلي در يك نقطه روی پرده σ چنین به دست می آید

$$E = C \int_{-b/2}^{b/2} F(z) dz + C \int_{a-b/2}^{a+b/2} F(z) dz + C \int_{\gamma a-b/2}^{\gamma a+b/2} F(z) dz + \dots \quad (25.10)$$

$$+ C \int_{(N-1)a-b/2}^{(N-1)a+b/2} F(z) dz$$

که در آن، مانند حالت قبل، $F(z) = \sin[\omega t - k(R - z \sin \theta)]$ ، این وضع مناسب شرط فرانهوفر است، به طوری که پیکر بندی روزنه باید چنان باشد که همه شکافها نزدیک به مبدأ باشند و تقریب

$$r = R - z \sin \theta \quad (26.10)$$

روی تمامی آرایه شکافها به کار برود. در این صورت سهم مربوط به شكاف j ام (آنجا که شماره شكاف نخست را صفر می گیریم) که فقط از ارزیابی يك انتگرال در معادله (25.10) به دست می آید، چنین است

$$E_j = \frac{C}{k \sin \theta} [\sin(\omega t - kR) \sin(kz \sin \theta) - \cos(\omega t - kR) \cos(kz \sin \theta)]_{ja-b/2}^{ja+b/2}$$

به ازای $\theta \approx \theta_j$ و پس از کمی دستکاری

$$E_j = bC \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) \sin(\omega t - kR + \gamma \alpha j) \quad (27.10)$$

به یاد آورید که: $\beta = (kb/2) \sin \theta$ و $\alpha = (ka/2) \sin \theta$ توجه کنید که این عبارت هم ارز عبارت مربوط به يك چشمه خطی (15.10) یا البته، يك تك شكاف است، که در آن بنا بر معادله (26.10) و شکل 19.10، $R_j = R - ja \sin \theta$ ، به طوری که $-kR + \gamma \alpha j = -kR_j$ آشفته گي نوري كلي که از معادله (25.10) به دست می آید، چیزی جز مجموع سهمهای مربوط به هر يك از شكافها نیست، یعنی

$$E = \sum_{j=0}^{N-1} E_j$$

یا

$$E = \sum_{j=0}^{N-1} bC \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) \sin(\omega t - kR + \gamma \alpha j) \quad (28.10)$$

این عبارت به نوبه خود می تواند به عنوان قسمت موهومی يك تابع

مركب نمایی نوشته شود

$$E = \text{Im} \left[bC \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) e^{i(\omega t - kR)} \sum_{j=0}^{N-1} (e^{i\gamma \alpha})^j \right] \quad (29.10)$$

ولی ما قبلاً همین سری هندسی را در فرایند ساده سازی معادله (20.10) ارزیابی کرده ایم. بنا بر این، معادله (29.10) چنین خواهد شد

$$E = bC \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right) \sin[\omega t - kR + (N-1)\alpha] \quad (30.10)$$

فاصله از مركز آرایه شكافها تا نقطه P برابر است با $[R - (N-1)(a/2) \sin \theta]$ و بنا بر این فاز E در P با موجی که از نقطه میانی چشمه گسیلیده شده، متناظر است. تابع توزیع چگالی شار چنین است

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2 \quad (31.10)$$

توجه کنید که I_0 چگالی شار در امتداد $\theta = 0$ که از راه هر يك از شكافها گسیلیده می شود و $I_0 = N^2 I(0)$. به عبارت دیگر، موجهایی که در امتداد جلو P می رسند همگی هم فازند و میدانهای آنها به طور سازنده برهم افزوده می شوند. هر شكاف به تنهایی دقیقاً يك توزیع چگالی شار ایجاد خواهد کرد. از برهمتهی مؤلفه های گوناگون (مربوط به شكافهای مختلف)، يك سیستم تداخل چند گانه موج حاصل می شود که توسط پوش پراش يك شكاف مسدوله شده است. اگر پهنای هر روزنه به صفر کاهش یابد، معادله (31.10) به عبارت (6.10) مربوط به چگالی شار برای آرایه ای از نوسانگرهای هم دوس خطی، تبدیل خواهد شد. همانند شیوه پیشین، (17.10)، اینجا هم پیشنهادهای اصلی به ازای

$$(\sin N\alpha / \sin \alpha) = N$$

$$\alpha = 0, \pm \pi, \pm 2\pi, \dots$$

یا هم ارز آن، چون $\alpha = (ka/2) \sin \theta$ ، آنگاه

$$a \sin \theta_m = m\lambda \quad (32.10)$$

که $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. این رابطه کاملاً کلی است و برای این پیشنهادها بدون توجه به مقدار $N \geq 2$ ، مواضع θ یکسانی پدید می آورد. کمینه ها، با چگالی شار صفر، به ازای $(\sin N\alpha / \sin \alpha)^2 = 0$ وجود دارند، یا آنگاه که

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{N}, \pm \frac{2\pi}{N}, \pm \frac{3\pi}{N}, \dots,$$

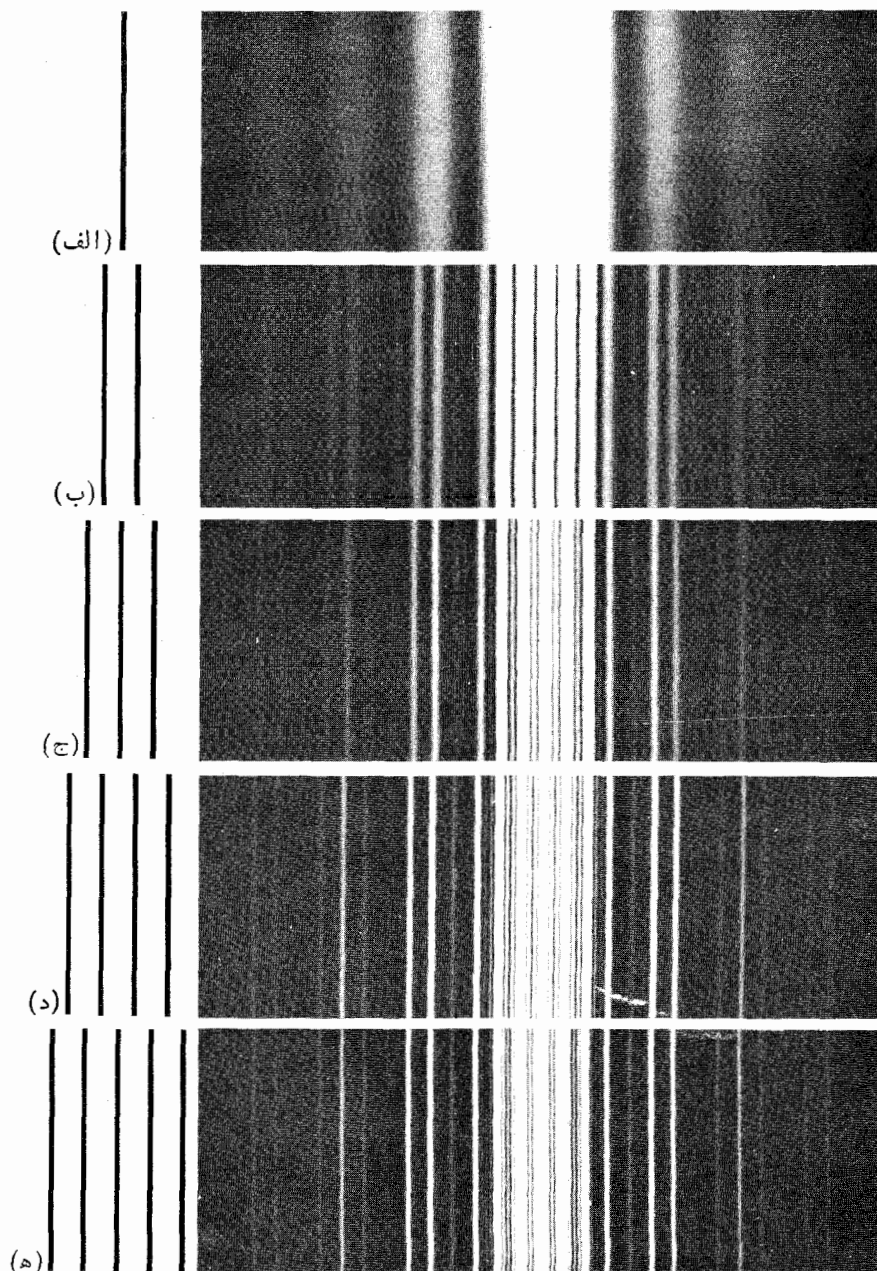
$$\pm \frac{(N-1)\pi}{N}, \pm \frac{(N+1)\pi}{N}, \dots \quad (33.10)$$

$$\alpha = \pm \frac{3\pi}{2N}, \pm \frac{5\pi}{2N}, \dots \quad (34.10)$$

در میان بیشینه‌های اصلی متوالی که در شکل ۲۰.۱۰ مشاهده می‌شوند، تعداد $N-2$ بیشینه فرعی به روشنی مشاهده می‌شوند. با نوشتن معادله (۳۱.۱۰) به شکل

$$I(\theta) = \frac{I(0)}{N^2} \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2 \quad (35.10)$$

بنابراین بین بیشینه‌های اصلی متوالی (یعنی در گستره مقادیر α به ازای π) $N-1$ کمینه وجود خواهد داشت. البته بین هر زوج کمینه، باید یک بیشینه فرعی وجود داشته باشد. جمله $(\sin N\alpha / \sin \alpha)^2$ که می‌توانیم آن را تجسم آثار تداخل بدانیم، کسری است که صورت آن به سرعت و مخرجش به کندگی تغییر می‌کند. بنابراین، بیشینه‌های فرعی تقریباً در نقاطی قرار دارند که $\sin N\alpha$ بیشترین مقدار خود را دارد یعنی



شکل ۲۰.۱۰ نقشه‌های پراش برای سیستم‌های شکافی که در سمت چپ نموده شده‌اند.

فرودمی آید. می‌خواهیم توزیع چگالی شار (میدان دور) حاصل را در فضا یا هم‌ارز آن در يك نقطه دلخواه P واقع در فاصله دور پیدا کنیم. بنا بر اصل هویگنس-فرنل، يك سطح ديفرانسیلی dS در داخل روزنه، را می‌توان چنین تلقی کرد که با چشمه‌های ثانوی نقطه‌ای همدوس پوشیده شده است. ولی گستردگی dS خیلی کوچکتر از گستردگی λ است، به‌طوری که کلیه مؤلفه‌ها در P همفاز باقی‌مانده و به‌طور سازنده تداخل می‌کنند. این موضوع بدون توجه به θ صحیح است، یعنی dS يك موج کروی می‌گسیلد (مسئله ۷.۱۰). اگر \mathcal{E}_A قدرت چشمه در واحد مساحت باشد، که دوی تمامی روزنه ثابت فرض می‌شود، در این صورت آشفتگی نوری در P ناشی از dS یکی از دو قسمت حقیقی یا موهومی معادله زیر است

$$dE = \left(\frac{\mathcal{E}_A}{r} \right) e^{i(\omega t - kr)} dS \quad (37.10)$$

در انتخاب آزاد هستید فقط بستگی به این دارد که امواج سینوسی را برگزینید یا امواج کسینوسی را؛ تنها تفاوت میان آنها يك اختلاف فاز است. فاصله از dS تا P چنین است

$$r = [X^2 + (Y+y)^2 + (Z-z)^2]^{1/2} \quad (38.10)$$

و همان‌طوری که دیده‌ایم، شرط فرانهورف آنگاه پیش می‌آید که این فاصله به بینهایت نزدیک شود. مثل قبل، کافسی خواهد بود که در جمله مربوط به دامنه، تا هنگامی که روزنه نسبتاً کوچک باشد، فاصله OP یعنی R جایگزین r شود. ولی تقریب برای r در فاز نیاز به بررسی با دقت بیشتری دارد؛ $k = 2\pi/\lambda$ عدد بزرگی است. بدین منظور، معادله (۳۸.۱۰) را بسط داده و با استفاده از

$$R = [X^2 + Y^2 + Z^2]^{1/2} \quad (39.10)$$

به‌دست می‌آوریم

$$r = R \left[1 + \frac{(y^2 + z^2)}{R^2} - \frac{2(Yy + Zz)}{R^2} \right]^{1/2} \quad (40.10)$$

در حالت مربوط به میدان دور، در مقایسه با ابعاد روزنه، R خیلی بزرگ است و جمله $(y^2 + z^2)/R^2$ قطعاً چشم‌پوشیدنی است. چون P از Σ خیلی دور است، هنوز هم می‌توان θ را کوچک نگه‌داشت، حتی اگر Y و Z نسبتاً بزرگ باشند و این موضوع هر گونه نگرانی در مورد جهت‌مندی گسیلنده‌ها (ضریب تمایل) را کاهش می‌دهد. اکنون

$$r = R \left[1 - \frac{2(Yy + Zz)}{R^2} \right]^{1/2}$$

و در بسط دو جمله‌ای، با چشم‌پوشی از تمامی جملات جز دو جمله اول، داریم

$$r = R \left[1 - \frac{(Yy + Zz)}{R^2} \right]$$

می‌توانیم ایده‌ای از چگالی جریان در این قله‌ها داشته باشیم، که در آن برای نقاط مورد بررسی $|\sin N\alpha| = 1$. به‌ازای مقادیر بزرگ N ، α کوچک است و در نتیجه $\sin^2 \alpha \approx \alpha^2$. در نخستین قله فرعی $\alpha = 3\pi/2N$ که در این حالت

$$I \approx I(0) \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{2}{3\pi} \right)^2 \quad (36.10)$$

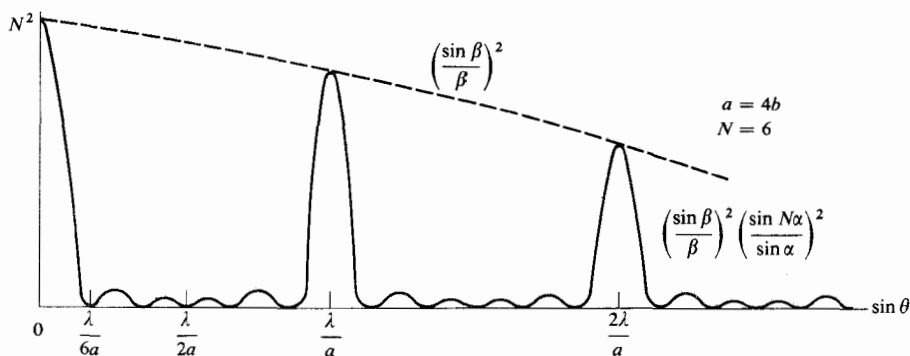
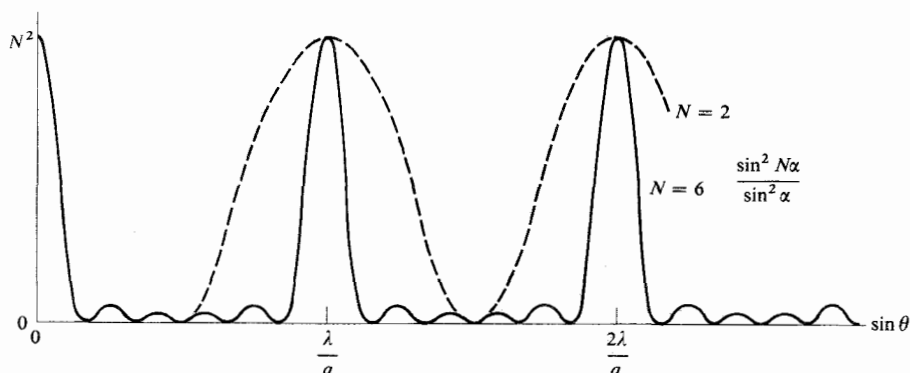
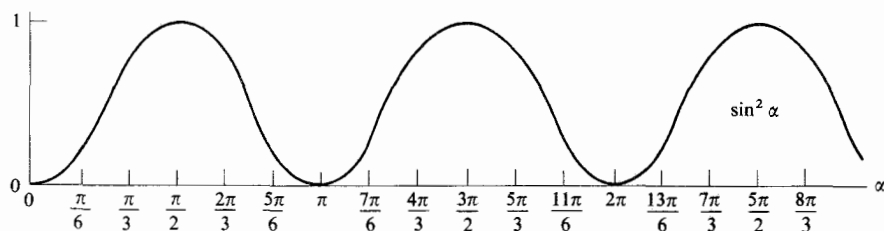
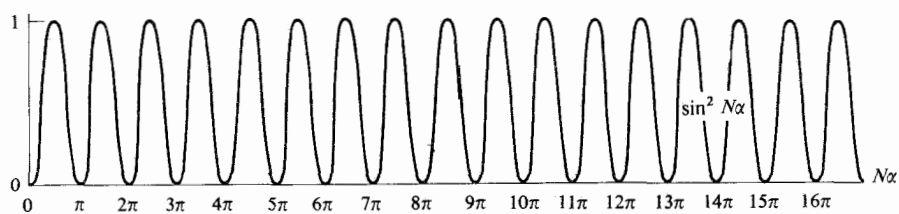
و چگالی شار تقریباً به $1/22$ مقدار آن در بیشینه اصلی مجاور افت کرده است (مسئله ۶.۱۰). چون $(\sin \beta)/\beta$ به‌ازای تعداد اندك β تغییری بطئی دارد، در نزدیکی بیشینه اصلی مرتبه صفرام، اختلاف قابل‌ملاحظه‌ای با يك نخواهد داشت، به‌طوری که $1/22 \approx I/I(0)$. این نسبت چگالی شار برای قله فرعی بعدی، کمتر از $1/62$ است و تا هنگامی که α به‌مقداری واقع در نیمه راه بین بیشینه‌ای اصلی نزدیک می‌شود به کم شدن خود ادامه می‌دهد. در آن نقطه تقارن، $\alpha \approx \pi/2$ و $\sin \alpha \approx 1$ و نسبت چگالی شار کمترین مقدار خود را دارد که تقریباً $1/N^2$ است. از آن پس $\alpha > \pi/2$ و چگالی‌های جریان مربوط به بیشینه‌های فرعی شروع به افزایش می‌کنند.

تلاش کنید با به‌کار گرفتن يك لامپ لوله‌ای و شکافهای دست‌ساخت خود شکل ۲۰.۱۰ را خود به‌دست آورید. ممکن است در واضح دیدن بیشینه‌های فرعی مشکل داشته باشید، به این معنی که تنها اختلاف محسوس بین نقشه‌های شکاف دو گانه و شکافهای متعدد را می‌توان پهن‌شدگی ظاهری در نواحی تاریک بین بیشینه‌های اصلی دانست. به‌طوری که در شکل ۲۰.۱۰ نشان داده شده است، با افزایش N ، نواحی تاریک بهتر از نوارهای روشن خواهند شد و قله‌های ثانوی به تدریج محو می‌شوند. اگر در نظربگیریم که پهنای هر بیشینه اصلی به وسیله دوصفر مجاور محدود شده باشند، پس هر يك در طولی از θ ، $(\sin \theta \approx \theta)$ که تقریباً برابر $2\lambda/N\alpha$ است، گسترده خواهد شد. با زیاد شدن تدریجی N ، بیشینه‌های اصلی فاصله نسبی خود (λ/α) را حفظ می‌کنند، در حالی که به‌طور فزاینده‌ای باریک‌تر می‌شوند. شکل ۲۱.۱۰، حالت مربوط به شش شکاف را نشان می‌دهد که در آن $a = 4b$.

شکل جمله مربوط به تداخل حاصل از چندین شکاف در معادله (۳۵.۱۰) به صورت $(\sin^2 N\alpha)/N^2 \sin^2 \alpha$ است؛ از اینرو، به‌ازای مقادیر بزرگ N ، $(N^2 \sin^2 \alpha)^{-1}$ را می‌توان همچون زیرمنحنی تلقی کرد که $\sin^2 N\alpha$ به سرعت تغییر می‌کند. توجه کنید که به‌ازای مقادیر کوچک α این جمله تداخل همانند $\text{sinc}^2 N\alpha$ به‌نظر خواهد رسید.

۴.۲.۱۰ روزنه مستطیل شکل

نمودار پیکربندی شکل ۲۲.۱۰ را در نظر بگیرید. يك موج تخت تکفام که در امتداد x انتشار می‌یابد، روی پرده پراشان‌کننده Σ



شکل ۲۱.۱۰ نقش چند شکافی.

است در نظر بگیرد. اکنون می توان معادله (۲۱.۱۰) را چنین نوشت

$$E = \frac{\mathcal{E}_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \int_{-b/\gamma}^{+b/\gamma} e^{ikYy/R} dy \int_{-a/\gamma}^{+a/\gamma} e^{ikZz/R} dz$$

آشفته گی کلی که به P می رسد چنین است

$$E = \frac{\mathcal{E}_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \iint_{\text{روزنه}} e^{ik(Yy + Zz)/R} dS \quad (۲۱.۱۰)$$

پیکربندی ویژه ای را که در شکل ۲۳.۱۰ نشان داده شده

$$\int_{-b/2}^{+b/2} e^{ikYy/R} dy = b \left(\frac{e^{i\beta'} - e^{-i\beta'}}{2i\beta'} \right) = b \left(\frac{\sin \beta'}{\beta'} \right)$$

و به همین ترتیب

$$\int_{-a/2}^{+a/2} e^{ikZz/R} dz = a \left(\frac{e^{i\alpha'} - e^{-i\alpha'}}{2i\alpha'} \right) = a \left(\frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \right)$$

به طوری که

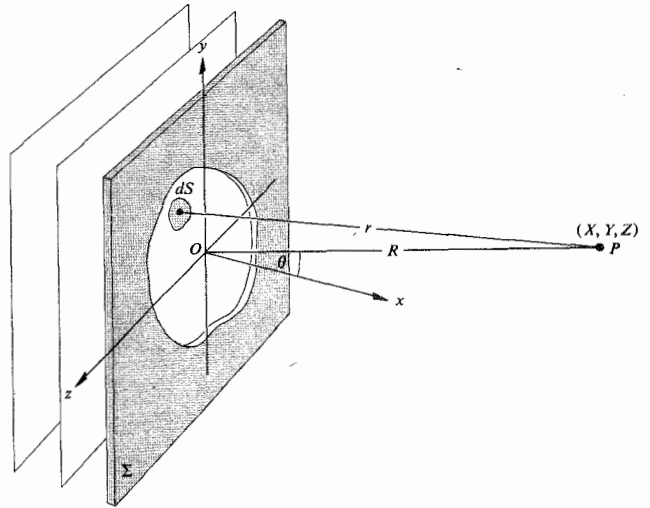
$$E = \frac{A \mathcal{E}_0 e^{i(\omega t - kR)}}{R} \left(\frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \right) \left(\frac{\sin \beta'}{\beta'} \right) \quad (۲۲.۱۰)$$

که در آن A مساحت روزنه است. چون $I = \langle (\text{Re } E)^2 \rangle$ پس

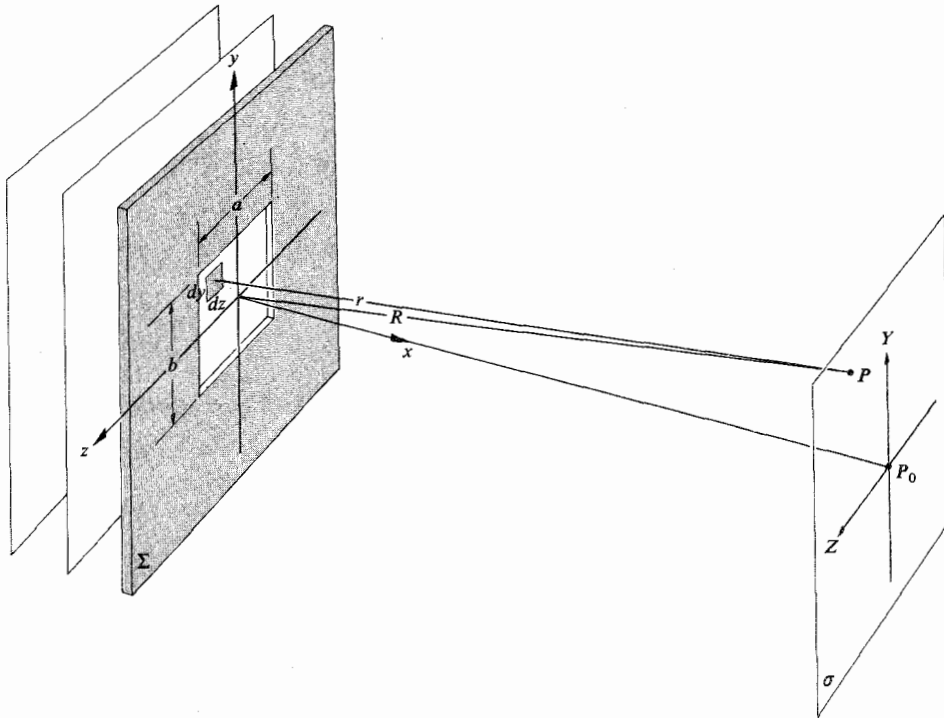
$$I(Y, Z) = I(0) \left(\frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \right)^2 \left(\frac{\sin \beta'}{\beta'} \right)^2 \quad (۲۳.۱۰)$$

که در آن $I(0)$ تابیدگی در P_0 یعنی در $Y=0$ و $Z=0$ (شکل ۲۴.۱۰). به ازای مقادیری از Y و Z به طوری که $\alpha' = 0$ یا $\beta' = 0$ ، $I(Y, Z)$ صورت آشنای شکل ۱۳.۱۰ را به خود می گیرد. وقتی که β' یا α' ضرایب صحیح ناصفر از π یا به طور هم ارز، آنگاه که Y و Z به ترتیب ضرایب صحیح ناصفر از $\lambda R/a$ و $\lambda R/b$ باشند، $I(Y, Z) = 0$ و بنابراین شکل ۲۵.۱۰ یک شبکه مستطیلی از خطوط گرهی خواهیم داشت. توجه کنید که نقش پراش در امتدادهای Y و Z نسبت به ابعاد y و z روزنه،

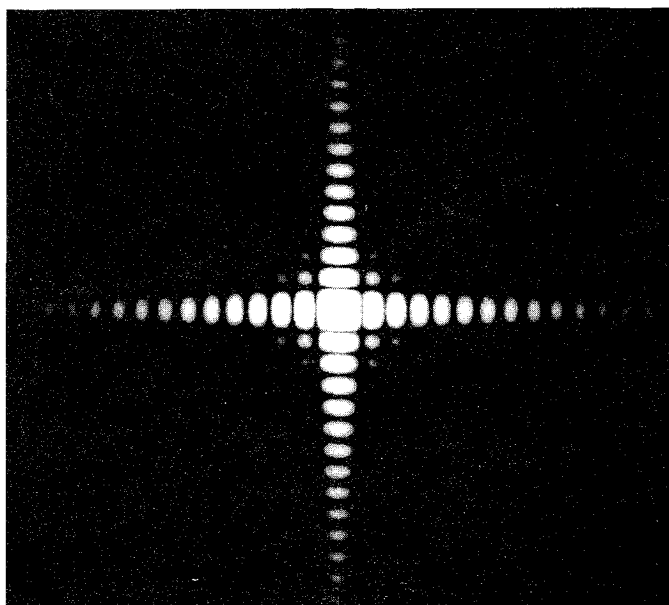
که در آن $dS = dy dz$ با قراردادن $\beta' \equiv kbY/2R$ و $\alpha' \equiv kaZ/2R$



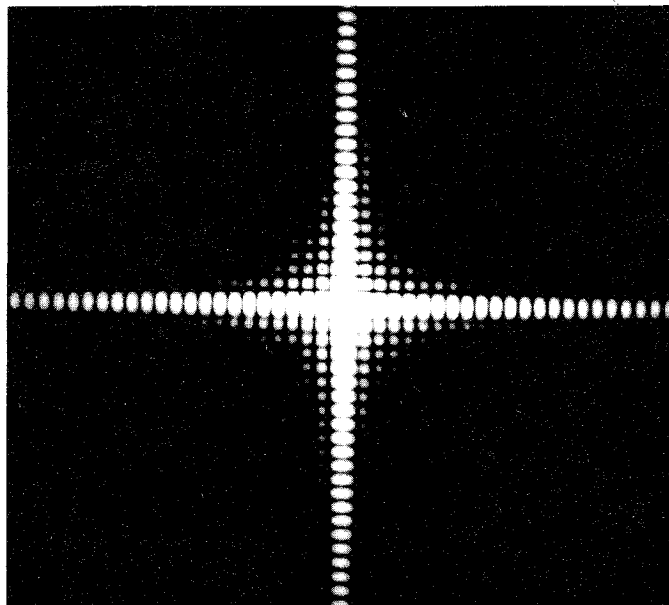
شکل ۲۲.۱۰ پراش فرانهوفر از یک روزنه.



شکل ۲۳.۱۰ یک روزنه مستطیلی.

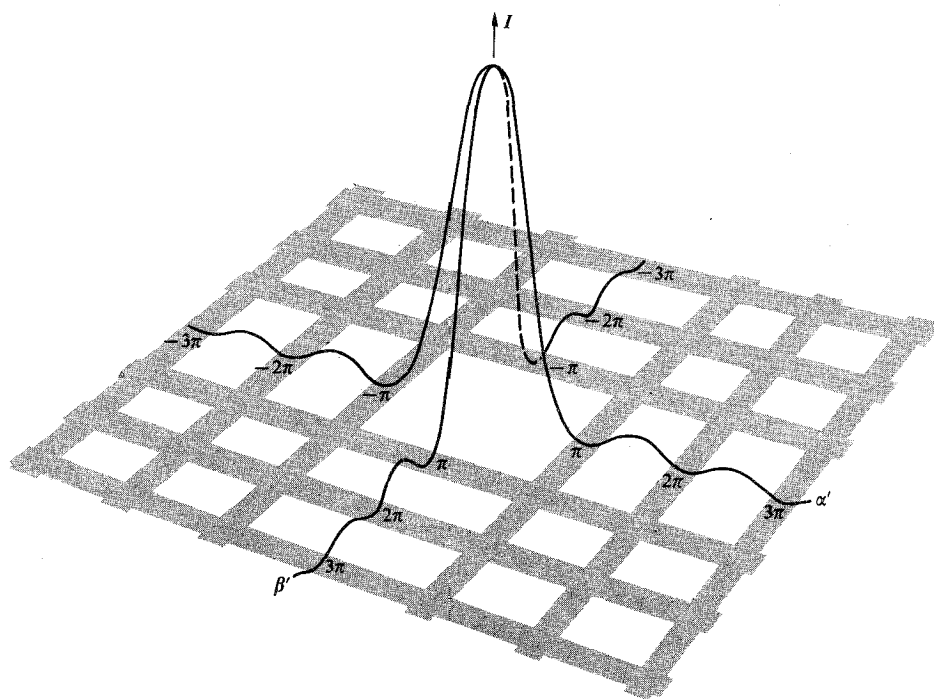


(الف)



(ب)

شکل ۲۴.۱۰ (الف) نقش پراش فرانیهوفر مربوط به روزنه مربعی. (ب) همان نقش که برای نمایان ساختن قسمت‌های کم انرژی بیشتر نور داده شده است.



شکل ۲۵.۱۰ توزیع تابندگی برای یک روزنه مربعی.

یا عدسی دور بین اتفاق می افتد. تصویر هر چشمه نقطه‌ای دور که يك عدسی همگرای کاملاً بدون خطا آن را تشکیل می‌دهد، هرگز يك نقطه نیست بلکه نوعی نقش پراش است. ما اساساً تنها کسری از جبهه موج فرودی را جمع می‌کنیم و بنا بر این نمی‌توانیم امیدوار باشیم که يك تصویر کامل تشکیل شود. همانطوری که در بخش اخیر نشان داده شد، عبارت مربوط به آشفتگی نوری در P ، که از يك روزنه دلخواه در حالت میدان دور ناشی شده باشد، چنین است

$$E = \frac{\mathcal{E}_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \iint_{\text{روزنه}} e^{ik(Yy + Zz)/R} dS \quad [41.10]$$

در مورد روزنه‌ای دایره‌ای، چنان که در شکل ۲۶.۱۰ نشان داده شده است، تقارن موجود به کارگیری مختصات قطبی را در هر دو صفحه روزنه و مشاهده پیشنهاد می‌کند. بنا بر این فرض کنیم

$$z = \rho \cos \phi \quad y = \rho \sin \phi$$

$$Z = q \cos \Phi \quad Y = q \sin \Phi$$

و به این ترتیب عنصر دیفرانسیلی سطح چنین است

$$dS = \rho d\rho d\phi$$

با قراردادن این عبارتها در معادله (۴۱.۱۰)

$$E = \frac{\mathcal{E}_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \int_{\rho=0}^a \int_{\phi=0}^{2\pi} e^{i(k\rho q/R) \cos(\phi - \Phi)} \rho d\rho d\phi \quad (46.10)$$

به علت تقارن محوری کامل، جواب معادله باید از Φ مستقل باشد. ما باید معادله (۴۶.۱۰) را به ازای $\Phi = 0$ مانند هر مقدار دیگر Φ حل کنیم، و در نتیجه عبارتها را اندکی ساده‌تر کنیم. آن قسمت از انتگرال دو گانه که با متغیر ϕ همراه است

$$\int_0^{2\pi} e^{i(k\rho q/R) \cos \phi} d\phi$$

یکی از آن رابطه‌هایی است که در ریاضیات فیزیک، با آن زیاد سروکار داریم. این تابع منحصر به فردی است که نمی‌توان آن را به هر یک از شکلهای متداول، مانند توابع هذلولوی، نمایی یا مثلثاتی گوناگون تبدیل کرد و در واقع، جز این نوع توابع، شاید

به طور معکوس تغییر می‌کند. يك روزنه مستطیلی افقی، نقشی با يك مستطیل قائم در مرکزش، پدید خواهد آورد.

در راستای محور β' ، $\alpha' = 0$ و بیشینه‌های فرعی تقریباً در نیمه راه بین صفرها، یعنی در

$$\beta'_m = \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2, \pm 7\pi/2, \dots$$

قرار دارند. در هر بیشینه فرعی $\beta'_m = 1$ و البته در راستای محور β' چون $\alpha' = 0$ داریم: $\sin \alpha'/\alpha' = 1$ ، به طوری که تایید گیهای نسبی به سادگی در تقریب زیر صدق می‌کنند

$$\frac{I}{I(0)} = \frac{1}{\beta'_m} \quad (44.10)$$

به همین ترتیب در راستای محور α'

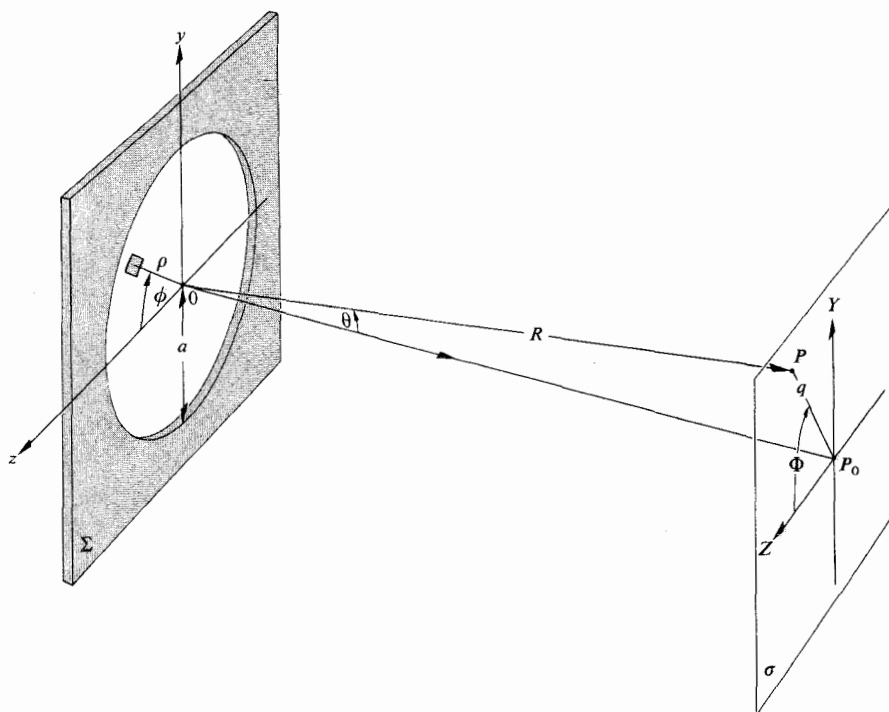
$$\frac{I}{I(0)} = \frac{1}{\alpha'_m} \quad (45.10)$$

نسبت چگالی شار با سرعت نسبتاً زیادی از ۱ به $1/22$ به $1/62$ و به $1/122$ و ... افت می‌کند. با وجود این، قله‌های فرعی خارج از محور هنوز کوچکتر هستند، مثلاً قله‌های مربوط به چهار گوشه (که مختصات آنها با ترکیبات مناسبی از $\beta' = \pm 3\pi/2$ و $\alpha' = \pm 3\pi/2$ متناظر است)، نزدیکترین قله‌ها به بیشینه مرکزی، و هر کدام دارای تاییدگی نسبی $1/22$ است.

۵.۲.۱۰ روزنه دایره‌ای

پراش فرانهوفر در يك روزنه دایره‌ای اثری است که در بررسی ابزار نوری از اهمیت عملی فراوانی برخوردار است. يك آرایش نوری معمولی را در نظر می‌گیریم؛ امواج تختی که به پرده Σ برخورد می‌کنند دارای يك روزنه دایره‌ای هستند و نقش پراش فرانهوفر حاصل در سراسر يك پرده مشاهده σ واقع در فاصله دور گسترده می‌شود. با استفاده از يك عدسی کانونی کننده L ، می‌توان بدون آنکه در نقش پراش تغییری پدید آید، σ را تا نزدیکی روزنه پیش آورد. حال اگر L در میانه قرار گیرد و روزنه پراشان را در Σ دقیقاً بپوشاند، شکل این نقش اساساً بدون تغییر باقی می‌ماند. موج نوری که به Σ می‌رسد چنان جمع می‌شود که فقط يك قسمت دایره‌ای از طریق L انتشار می‌یابد تا تصویری در سطح کانونی آن تشکیل دهد. اما کاملاً آشکار است که این همان فرایندی است که در چشم، در يك تلسکوپ، در يك میکروسکوپ

۱. این عکسهای ویژه در ضمن يك دوره آزمایشگاهی مربوط به دانشجویان فوق لیسانس گرفته شده است. يك لیزر هلیوم نئون ۱۵ میکرووات، به عنوان چشمه موج تخت به کار رفته است. روزنه در يك اتاق دراز و تاریک قرار داده شده بود و این نقش مستقیماً روی يك فیلم 4×5 پولا روید (ASA ۳۵۰۰) می‌افتاد. فیلم تقریباً در فاصله ۳۵ فوتی از يك روزنه کوچک قرار داشت، به طوری که نیازی به عدسی کانونی کننده نبود. قطع و وصل کننده که مستقیماً در برابر لیزر قرار داده شده بود يك دستگاه برش مقوای ابداعی يك دانشجو بود و بنا بر این زما نه‌ای مواجچه دست یافتنی نبودند. هر قطع و وصل کننده دور بین عکسبرداری (بازتاب دهنده ساده عدسی با برداشتن عدسی و باز گذاشتن پشت بازتابگر) این کار را خواهد کرد ولی دستگاه برش مقوا مطلوب‌تر بود.



شکل ۲۶.۱۰ نمایش هندسی روزنه دایره‌ای.

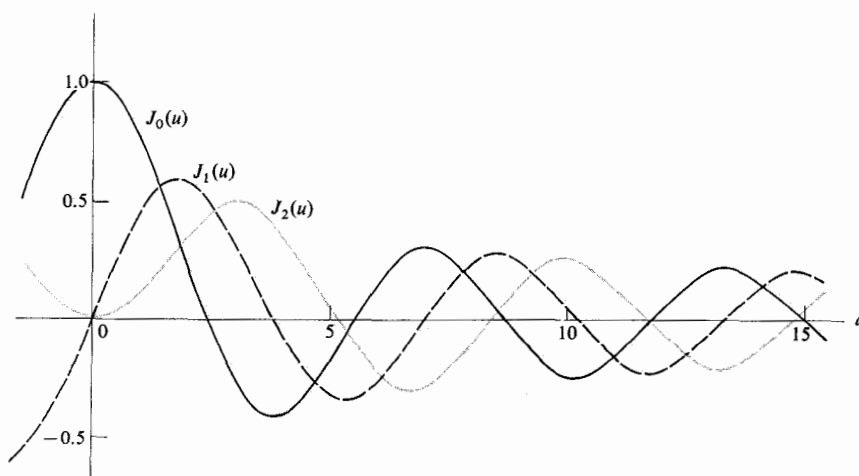
تابع بسل از مرتبه m را نشان می‌دهد. مقادیر عددی $J_0(u)$ و $J_1(u)$ در اغلب کتابهای راهنمای ریاضی برای گستره وسیعی از u جدول‌بندی شده است: توابع بسل درست مانند توابع سینوسی و کسینوسی، بسطهای رشته‌ای دارند، و مسلماً بیشتر از این‌ها آشنايان دوره نوجوانی، غریبه نیستند. به‌طوری‌که از شکل ۲۷.۱۰ پیداست، $J_0(u)$ و $J_1(u)$ توابع نوسانی آرام کاهنده‌ای اند که کار هیجان‌انگیز ویژه‌ای انجام نمی‌دهند.

متداولترین تابعی است که با آنها برخورد می‌کنیم. کمیت

$$J_0(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e^{iu \cos v} dv \quad (۲۷.۱۰)$$

را تابع بسل (از نوع اول) از مرتبه صفر می‌نامند. به‌طور کلی تر عبارت

$$J_m(u) = \frac{i^{-m}}{\pi} \int_0^{\pi} e^{i(mv + u \cos v)} dv \quad (۲۸.۱۰)$$



شکل ۲۷.۱۰ توابع بسل.

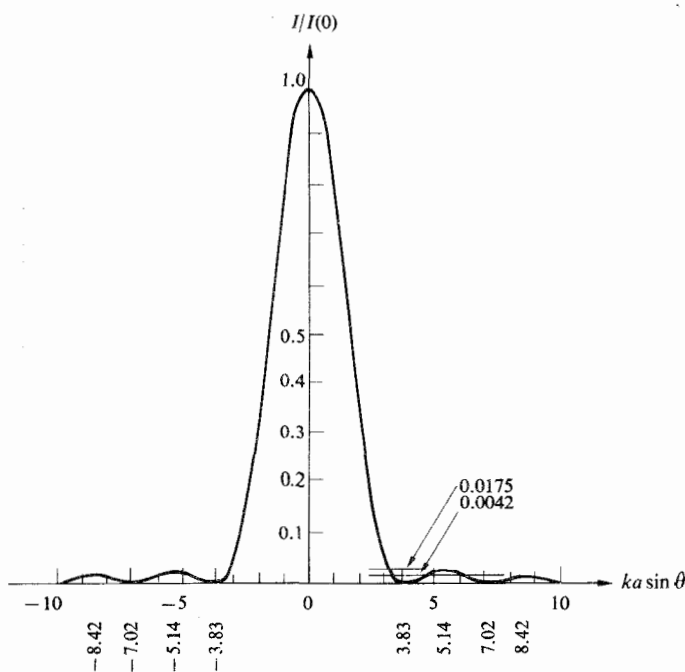
که همان نتیجه به دست آمده در مورد روزنه مستطیلی (۴۳.۱۰) است. اگر اساساً بتوانیم R را بر روی این نقش ثابت بگیریم، می توانیم بنویسیم

$$I = I(0) \left[\frac{2J_1\left(\frac{kaq}{R}\right)}{\frac{kaq}{R}} \right]^2 \quad (۵۵.۱۰)$$

از آنجا که $\sin \theta = q/R$ ، تابیدگی را می توان به صورت تابعی از θ نوشت

$$I(\theta) = I(0) \left[\frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right]^2 \quad (۵۶.۱۰)$$

و به همین ترتیب نیز در شکل (۲۸.۱۰) رسم شده است. به علت تقارن محوری، بیشینه مرکزی شدید بایک خال دایره ای با تابیدگی زیاد که قرصی ادی نامیده می شود، متناظر است. جرج بیدل اری (۱۲۷۱-۱۱۸۵/۱۸۹۲-۱۸۰۱)، ستاره شناس سلطنتی انگلستان، نخستین کسی بود که معادله (۵۶.۱۰) را به دست آورد. اطراف قرص مرکزی را یک حلقه تاریک فرا گرفته است که با نخستین صفر تابع $J_1(u)$ متناظر است. از روی جدولهای استاندارد، به ازای $u = 3.83$ داریم: $J_1(u) = 0$ ، یعنی $kaq/R = 3.83$ می توان شعاع q را که به مرکز نخستین حلقه تاریک رسم می شود، همچون بسط قرص اری تلقی کرد. این شعاع از رابطه زیر به دست می آید



شکل ۲۸.۱۰ نقش اری.

می توان معادله (۴۶.۱۰) را چنین نوشت

$$E = \frac{\mathcal{E}_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} 2\pi \int_0^a J_0\left(\frac{k\rho q}{R}\right) \rho d\rho \quad (۴۹.۱۰)$$

یک خاصیت عمومی دیگر توابع بسل، که رابطه بازگشتی نامیده می شود، عبارت است از

$$\frac{d}{du} \left[u^m J_m(u) \right] = u^m J_{m-1}(u)$$

واضح است که به ازای $m = 1$ این رابطه به رابطه

$$\int_0^u u' J_0(u') du' = u J_1(u) \quad (۵۰.۱۰)$$

منجر می شود که در آن چیزی جز یک متغیر ظاهری نیست. اکنون اگر به انتگرال معادله (۴۹.۱۰) باز گردیم و متغیر را چنان تغییر دهیم که $w = k\rho q/R$ ، پس $d\rho = (R/kq) dw$

$$\int_{\rho=0}^{\rho=a} J_0\left(\frac{k\rho q}{R}\right) \rho d\rho = \left(\frac{R}{kq}\right)^2 \int_{w=0}^{w=kaq/R} J_0(w) w dw$$

با بهره گیری از معادله (۵۰.۱۰)

$$E(t) = \frac{\mathcal{E}_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} 2\pi a^2 \left(\frac{R}{kaq}\right) J_1\left(\frac{kaq}{R}\right) \quad (۵۱.۱۰)$$

تابیدگی در نقطه P ، $\langle (Re E)^2 \rangle$ یا $1/2 EE^*$ است، یعنی

$$I = \frac{2\mathcal{E}_A^2 A^2}{R^2} \left[\frac{J_1\left(\frac{kaq}{R}\right)}{\frac{kaq}{R}} \right]^2 \quad (۵۲.۱۰)$$

که در آن A مساحت روزنه دایره ای است. برای یافتن تابیدگی در مرکز نقش، یعنی در P_0 ، می گیریم: $q = 0$. از رابطه بازگشتی ($m = 1$) به دست می آید که

$$J_0(u) = \frac{d}{du} J_1(u) + \frac{J_1(u)}{u} \quad (۵۳.۱۰)$$

از معادله (۴۷.۱۰) می بینیم که $J_0(0) = 1$ و از معادله (۴۸.۱۰)، $J_1(0) = 0$. نسبت $J_1(u)/u$ آنگاه که u به صفر نزدیک شود، برابر حد نسبت مشتقات جداگانه صورت و مخرج است (قانون هویتهال)، یعنی $dJ_1(u)/du$ بر روی یک. ولی مفهوم آن این است که سمت راست معادله (۵۳.۱۰) دو برابر مقدار آن حد است، به طوری که به ازای $u = 0$ ، $J_1(u)/u = 1/2$ و بنا بر این تابیدگی در P_0 چنین است

$$I(0) = \frac{\mathcal{E}_A^2 A^2}{2R^2} \quad (۵۴.۱۰)$$

کروی شباهت پیدا می‌کند.

صفرهای مرتبه بالاتر، به ازای مقادیر $kaq/R = ۷۰۵۲$ ، $۱۵/۱۷,۰۰۰$ پیش می‌آیند. بیشینه‌های فرعی آنجا جای می‌گیرند که u در رابطه زیر صدق کند

$$\frac{d}{du} \left[\frac{J_1(u)}{u} \right] = 0$$

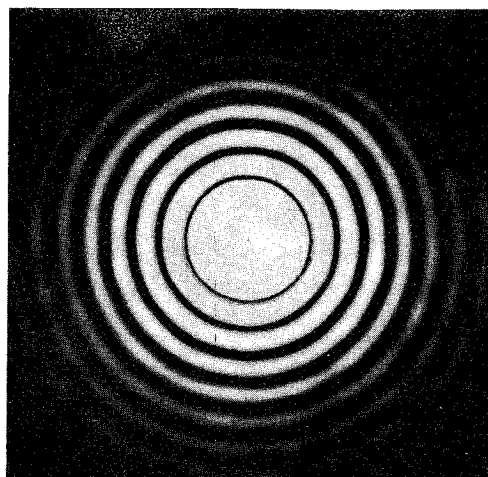
که معادل است با $J_2(u) = 0$. بنا بر این جدولها، این قله‌های فرعی به ازای مقادیر kaq/R برابر ۵۸۱۴ ، ۸۷۴۲ ، ۱۱۶۰۰ و ۰۰۰ رخ می‌دهند، که در نتیجه، $I/I(0)$ به ترتیب از يك به ۵۰۱۷۵ ، ۵۰۰۴۲ ، ۵۰۰۱۶ و ۰ افت می‌کند. تا آنجا که شکلهای عدسی اجازه می‌دهند، روزنه‌های دایره‌ای بر روزنه‌های مستطیلی برتری

$$q_1 = 1.22 \frac{R\lambda}{2a} \quad (۵۷.۱۰)$$

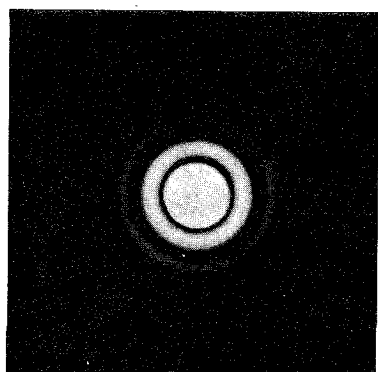
در مورد عدسی که روی پرده کانونی شده است، فاصله کانونی $R \approx f$ ، و در نتیجه

$$q_1 \approx 1.22 \frac{f\lambda}{D} \quad (۵۸.۱۰)$$

که در آن D قطر روزنه است، یعنی $D = 2a$ (قطر قرص اری در طیف مرئی با تقریب زیادی برابر f/λ در چندین میلیونوم يك متر است). همانطوری که در شکلهای ۲۹.۱۰ تا ۳۱.۱۰ نشان داده شده است، q_1 با قطر سوراخ به نسبت عکس تغییر می‌کند. در واقع، با نزدیک شدن تدریجی D به λ ، قرص دایره می‌تواند بسیار بزرگ شود و روزنه دایره‌ای به يك چشمه نقطه‌ای امواج

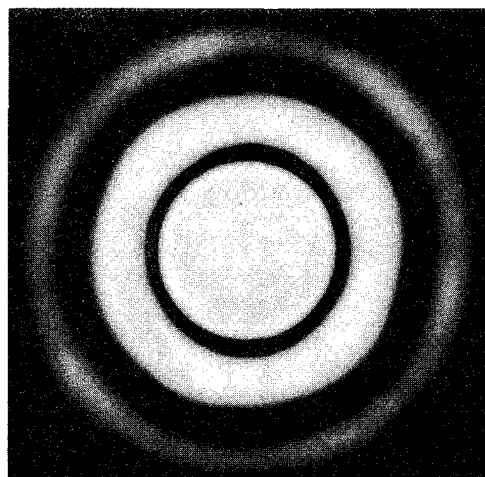


(الف)

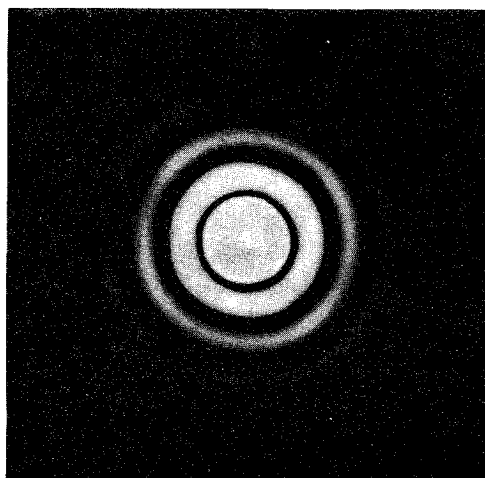


(ب)

شکل ۳۱.۱۰ (الف) حلقه‌های اری با نوردهی درازمدت (قطر سوراخ ۱.۵ میلیمتر).
(ب) قرص مرکزی اری با نوردهی کوتاه مدت و با همان روزنه پیشین.

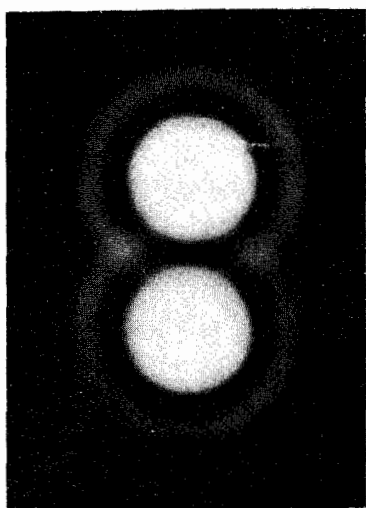
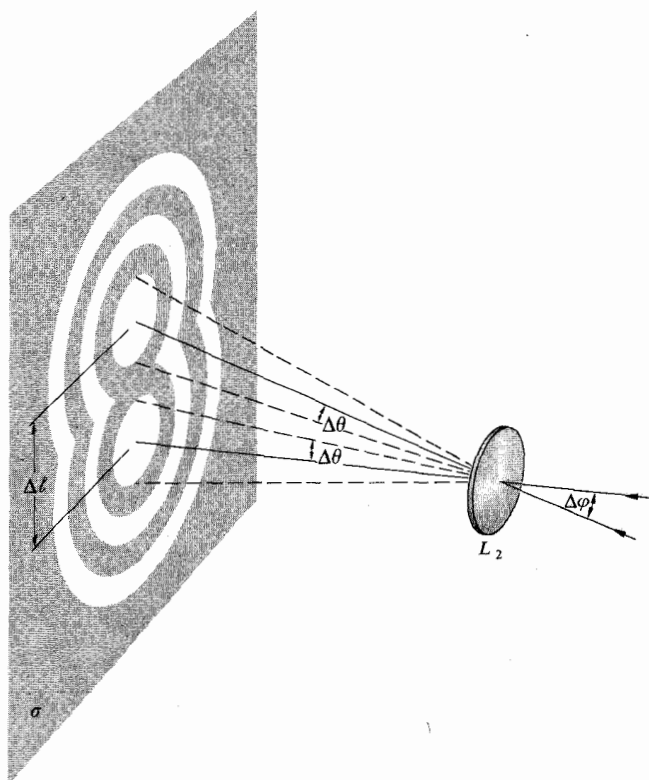


شکل ۲۹.۱۰ حلقه‌های اری (قطر سوراخ ۰.۵ میلیمتر).



شکل ۳۰.۱۰ حلقه‌های اری (قطر سوراخ ۱.۰ میلیمتر)

هرچند اختیاری هم باشد، از این حسن برخوردار است که به ویژه هیچگونه پیچیدگی ندارد. (۲) کمینه جدایی زاویه‌ای قابل تفکیک یا



شکل ۳۲.۱۰ تصاویر همپوشی.

دارند، زیرا منحنی تابیدگی مربوط به روزنه دایره‌ای در اطراف قله مرکزی پهنتر است و از آن پس به سرعت افت می‌کند. اینکه دقیقاً چه کسری از انرژی نورانی کلی که روی σ فرود می‌آید، بین بیشینه‌های مختلف محدود می‌شود، پرسش توجیه‌برانگیزی است، اما پاسخ پیچیده‌تر از آن است که در اینجا آورده شود. با انتگرال‌گیری از تابیدگی بر روی یک ناحیه ویژه از این نقش در می‌یابیم که ۸۴ درصد از نور به قرص اری و ۹۱ درصد آن به محدوده‌های حلقه تاریک دوم وارد می‌شود.

۶.۲.۱۰ توان تفکیک سیستمهای تصویر ساز

فرض کنید نوعی سیستم عدسی داریم که تصویری از یک جسم گسترده تشکیل می‌دهد. اگر جسم خود-تابنده باشد، این احتمال وجود دارد که بتوانیم آن را متشکل از آرایه‌ای از چشمه‌های ناهمدوس بگیریم. از سوی دیگر، جسمی که در نور بازتابیده دیده می‌شود مطمئناً یک همبستگی فازی بین نقاط پراکندگی گوناگون آن نمایان خواهد شد. در واقع، وقتی که چشمه‌های نقطه‌ای ناهمدوس باشند، دستگاه عدسی، تصویری از جسم تشکیل خواهد داد، که شامل یک توزیع همپوشی پاره‌ای، و هنوز مستقل، از نقشه‌ای اری هستند. در عدسیهای بسیار دقیق، که در آنها پیراهیا چشم پوشیدنی شده‌اند، گسترش هر نقطه تصویری ناشی از پراش، حد نهایی در کیفیت تصویر است.

فرض کنیم مطالب را تا اندازه‌ای ساده‌تر کرده و تنها دو چشمه نقطه‌ای دور از هم، ناهمدوس، با تابیدگی یکسان را مورد بررسی قرار دهیم. مثلاً، دو ستاره را در نظر بگیرید که از طریق عدسی شیئی یک تلسکوپ که در آن ورودی با روزنه پراشان متناظر است، دیده شوند. در بخش پیش دیدیم که شعاع قرص اری از رابطه $q_1 = 1.22 f \lambda / D$ به دست می‌آید. اگر $\Delta\theta$ اندازه زاویه‌ای مربوطه باشد، پس $\Delta\theta = 1.22 \lambda / D$ ، به طوری که $\Delta\theta \approx \sin \Delta\theta = q_1 / f$. قرص اری برای هر ستاره، روی نیم پهنای زاویه‌ای $\Delta\theta$ ، پیرامون نقطه تصویر هندی آن گسترش می‌یابد (شکل ۳۲.۱۰). اگر جدایی زاویه‌ای این ستاره‌ها $\Delta\varphi$ باشد و اگر $\Delta\varphi \gg \Delta\theta$ ، تصاویر متمایز بوده و به آسانی قابل تفکیک خواهند بود. همچنان که ستاره‌ها به هم نزدیک شوند، تصاویر مربوط به هر کدام از آنها به هم نزدیک شده، روی هم می‌افتند و درهم می‌آمیزند و به آمیزه منفردی از فریزها تبدیل می‌شوند. با پذیرش معیار ریلی، وقتی که مرکز یک قرص اری روی نخستین کمینه نقش اری ستاره دیگر بیفتد، می‌گویند دو ستاره کاملاً تفکیک شده هستند. (مطمئناً می‌توانیم از این بهتر این کار را انجام دهیم، ولی معیار ریلی،

1. Born and Wolf, *Principles of Optics*, p. 398; Towne, *Wave Phenomena*, p. 464.

۲. به بیان خود ریلی، «این قاعده به خاطر سادگی مناسب است و از نظر عدم قطعیت ضروری برای مفهوم دقیق تفکیک، از دقت کافی برخوردار است». برای بحث بیشتر به بخش ۲.۸.۹ مراجعه کنید.

که در شکل ۳۳.۱۰ نشان داده شده است. اگر $\Delta\ell$ فاصله مراکز دو تصویر از هم باشد، حد تفکیک چنین است

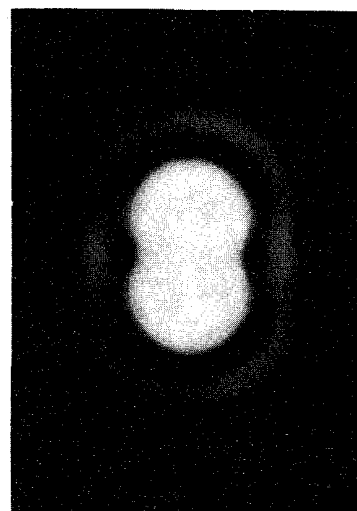
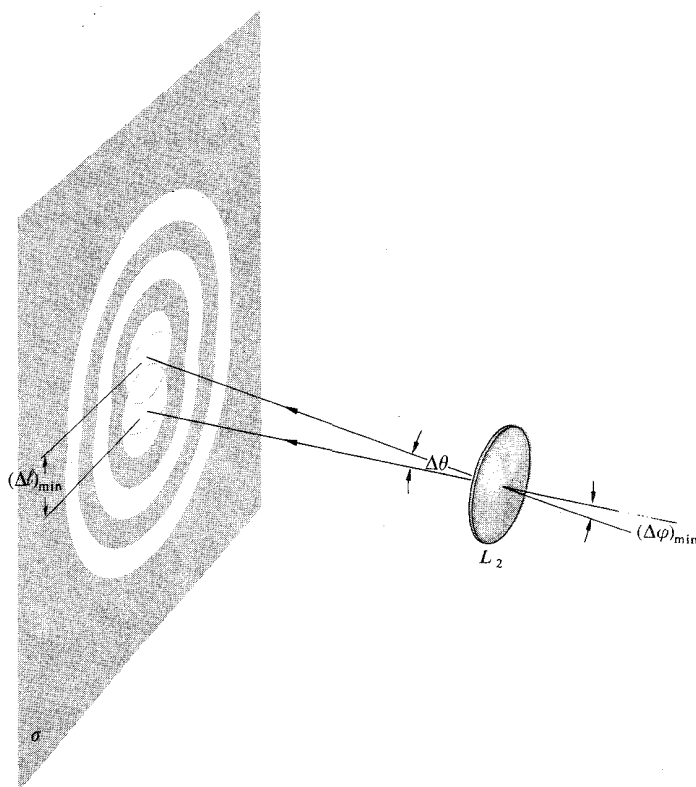
$$(\Delta\ell)_{\min} = \frac{1.22 f \lambda}{D} \quad (۶۰.۱۰)$$

توان تفکیک هر دستگاه تصویر ساز عموماً به یکی از دو صورت $1/(\Delta\ell)_{\min}$ یا $1/(\Delta\varphi)_{\min}$ تعریف می شود.

اگر بخواهیم کوچکترین جدایی قابل تفکیک بین تصاویر را کاهش دهیم، یعنی اگر بخواهیم توان تفکیک را افزایش دهیم، مثلاً باید طول موج را کوچکتر کنیم. به کار بردن نور فرابنفش به جای نور مرئی در هنگام کار با میکروسکوپ، مشاهده جزئیات ریزتر را امکان پذیر می کند. میکروسکوپ الکترونی، از طول موجهایی حدود 10^{-4} تا 10^{-5} برابر طول موج نورسود می برد. این کار بررسی اجسامی را که در غیر این صورت در اثر وجود پراش در طیف مرئی کاملاً نامشخص می مانند، ممکن می سازد. از سوی دیگر، توان تفکیک تلسکوپ را می توان با زیاد کردن قطر عدسی شیئی یا آینه، افزایش داد. نتیجه این کار، افزون بر گردآوری بیشتر تابش فرودی، کوچکتر شدن قرص اری و بنا بر این، پرنورتر شدن و روشنتر شدن تصویر است. تلسکوپ ۲۰۰ اینچی مونت پالومار آینه ای به قطر ۵ m دارد (با چشم پوشی از تولید مانع ناحیه کوچکی در مرکز آن). حد زاویه ای تفکیک آن در 550 nm برابر $2 \times 10^{-6} \times 206$ ثانیه قوسی است. در مقابل آن، رادیو تلسکوپ جودرل بانک، به قطر ۷۵ m، در طول موج نسبتاً بلندتر ۲۱ cm کار می کند. بنا بر این دارای حد تفکیکی فقط در حدود ۷۰۰ ثانیه قوسی است. چشم انسان دارای مردمکی است که البته قطر آن متغیر است. اگر در شرایط روشن بودن محیط، قطر آن را در حدود ۲ mm بگیریم، با $\lambda = 550 \text{ nm}$ $(\Delta\varphi)_{\min}$ تقریباً به یک دقیقه قوسی می رسد. در یک فاصله کانونی تقریباً ۲۰ mm، $(\Delta\ell)_{\min}$ روی شبکه چشم ۶۷۰۰ nm است. این طول تقریباً دو برابر فاصله متوسط بین گیرنده هاست. بنا بر این چشم انسان باید بتواند دو نقطه به فاصله ۲۵ cm را در فاصله حدود ۱ m از هم تمیز دهد. شاید نتوانید این کار را انجام دهید، احتمال آن، یک در هزار است. پیش از آنکه این بخش را به پایان ببریم، باید متذکر شویم که یک معیار مناسبتر برای توان تفکیک از سوی اسپارو پیشنهاد شده است. یادآوری می شود که در حد ریلی، یک کمینه مرکزی یا بیشینه فرعی بین قله های مجاور وجود دارد. کم کردن حتی بیشتر فاصله بین دو چشمه نقطه ای باعث خواهد شد که فرورفتگی مرکزی سطحیتر شده و در نهایت ناپدید شود. تفکیک زاویه ای مناظر با این پیکربندی، حد اسپارو نامیده می شود. به طوری که در شکل ۳۰.۱۰ نشان داده شده است، بیشینه برایند دارای یک قله پهن تخت است، یعنی در مبدأ که مرکز قله است، مشتق دوم تابع ناپدیدگی

حد زاویه ای تفکیک، چنین به دست می آید

$$(\Delta\varphi)_{\min} = \Delta\theta = \frac{1.22 \lambda}{D} \quad (۵۹.۱۰)$$



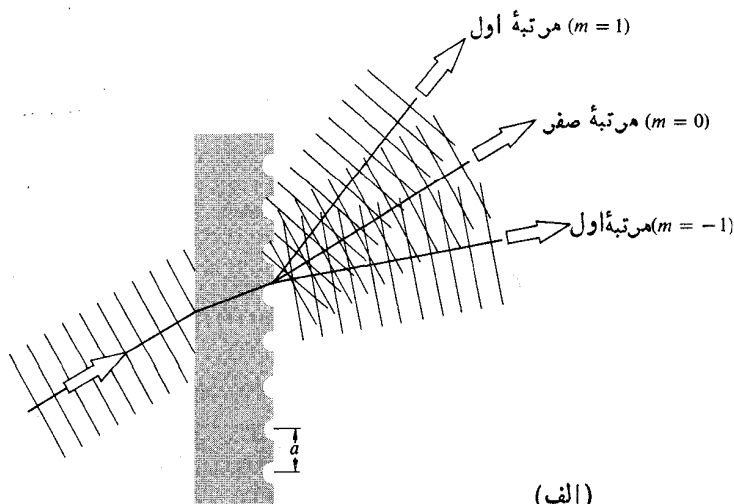
شکل ۳۳.۱۰ تصاویر همپوشی.

صفر است؛ شیب تغییری نمی‌کند.

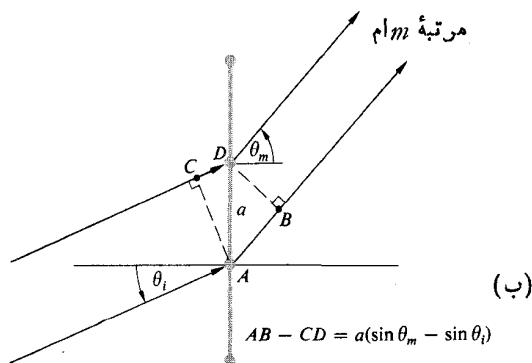
برخلاف قاعدهٔ ریلی که بیشتر به طور ضمنی ناهمدوسی را پیشنهاد می‌کند، شرط اسپارو می‌تواند به آسانی در مورد چشمه‌های همدوس تعمیم داده شود. به علاوه، بررسیهای اخترشناختی ستارگان با درخشانی یکسان، نشان داده است که معیار اسپارو به مراتب واقع‌گراتر است.

۷۰۲۰۱۰ توری پراش

آرایه‌ای تکراری از عناصر پراشان، نظیر روزنه‌ها یا موانع، که اثر آنها ایجاد تغییرات تناوبی در فاز، دامنه یا هردوی آنها در یک موج خروجی است، یک توری پراش نامیده می‌شود. یکی از ساده‌ترین انواع این آرایشها، پیکربندی چند شکافی بخش ۳۰۲۰۱۰ است. به نظر می‌رسد که این توری توسط دیوید ریچنهایوس^۱ اخترشناس آمریکایی در حدود سال ۱۶۴-۱۷۸۵ ابداع شده است. چند سال بعد، فرانیهوفر کاملاً مستقل از او، مجدداً اصول



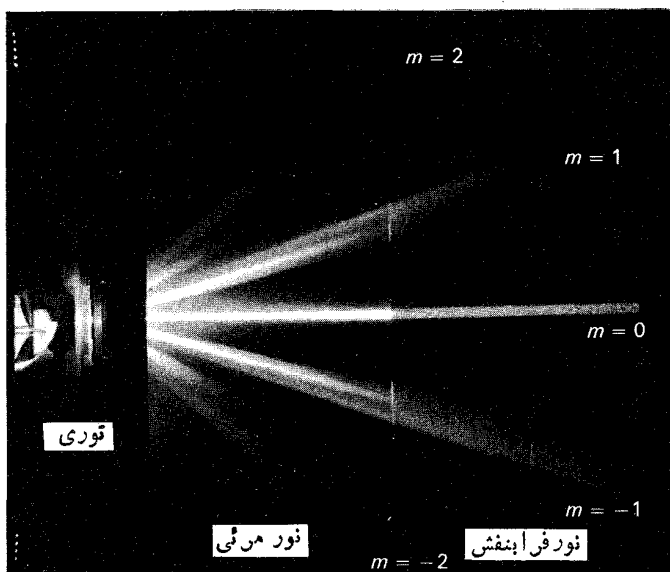
(الف)



(ب)

شکل ۳۴۰۱۰ یک توری تراگسیل.

آن را کشف کرد و تا آنجا ادامه داد که توانست هم به نظریه وهم به تکنولوژی توریها کمکهای عمده‌ای کند. ابتدا بهترین ابزارها، در واقع مجموعهٔ چند شکافی بودند که معمولاً از یک شبکهٔ سیم نازک یا نخ که به دور شکافها پیچیده شده و میان دو پیچ موازی به عنوان فاصله‌ساز کشیده شده بودند، تشکیل یافته بود. یک جبهه موج در عبور از چنین دستگاهی، به طور متناوب به نواحی کدر و شفاف برخورد می‌کند، به طوری که دامنهٔ آن دستخوش نوعی مدولاسیون می‌شود. بنابراین، یک پیکربندی چند شکافی، توری تراگسیل دامنه نامیده می‌شود. نوع متداولتر توری تراگسیل، از راه خط‌کشی یا پدید آوردن خراشهای موازی در روی یک سطح شیشه‌ای تمیز و تخت، ساخته می‌شود (شکل ۳۴۰۱۰ الف). هر یک از این خراشها به عنوان یک چشمهٔ نور پراکنده به کار می‌رود و مجموع آنها آرایه‌ای منظم از چشمه‌های خطی تشکیل می‌دهند. هنگامی که نوری کاملاً شفاف باشد، به طوری که مدولاسیون دامنه چشم پوشیدنی باشد، تغییرات منظم در ضخامت توری در عرض این توری، یک مدولاسیون فاز ایجاد می‌کند و در این صورت یک توری تراگسیل فاز داریم (شکل ۳۵۰۱۰). در نمایش هویگنس-فرنل می‌توانید موجکهایی را که با فازهای مختلف از سطح توری تابیده‌اند، در نظر بگیرید. بنابراین شکل یک جبههٔ موج خارج



شکل ۳۵۰۱۰ نور از یک توری می‌گذرد، ناحیهٔ سمت چپ طیف مرئی، و ناحیهٔ سمت راست ناحیهٔ فرا بنفش است.

آلومینیم که روی ورقه‌های شیشه‌ای تخت تبخیر شده‌اند، ساخته می‌شوند. آلومینیم که نسبتاً نرم است، فرسودگی اندکی در ابراز الماسی و یزره خط‌کشی ایجاد می‌کند و در ناحیه فرابنفش نیز بازتابگر بهتری است.

ساختن تصویرهای خط‌کشی شده بینهایت مشکل است و به میزان نسبتاً کمی ساخته می‌شوند. در عمل، اغلب توریها از طریق ریخته‌گری پلاستیکی با کیفیت فوق‌العاده مطلوب و یا از روی توریهای دگرگشتی خط‌کشی شده‌ی مادر ساخته می‌شوند.

اگر بخواهید از یک توری تراگسیل، عمود بر یک چشمه خطی موازی دور نگاه کنید، چشمتان به عنوان یک عدسی کانونی-کننده برای نقش پراش به کار خواهد رفت. تحلیل بخش ۳۰.۲۰۱۵ و عبارت

$$a \sin \theta_m = m\lambda \quad [۳۲.۱۰]$$

را که معادله توری برای تابش عمودی نامیده می‌شود، به یاد آورید. مقادیر m مرتبه پیشینه‌های اصلی مختلف را مشخص می‌کنند. در مورد چشمه‌ای مانند یک رشته تنگستن که دارای طیف پیوسته پهنی است، تصویر مرتبه صفرم، یا معادل $m=0$ با نمای بدون انحراف نور سفید چشمه، $\theta_0=0$ ، متناظر است. معادله توری به λ وابسته است و بنابراین، به ازای هر مقدار $m \neq 0$ تصاویر رنگین گوناگون، که با زاویه‌های اندکی متفاوت، (θ_m) ، متناظرند، در داخل یک طیف پیوسته پخش می‌شوند. نواحی که توسط پیشینه‌های فرعی ضعیف اشغال شده‌اند، به صورت نوارهایی دیده خواهند شد که ظاهراً فاقد هر گونه توری‌اند. طیف مرتبه اول $m=\pm 1$ در هر دوسوی $\theta=0$ ظاهر می‌شود و پس از آن، همراه با بازه‌های متناوب تاریکی، توسط طیفهای مرتبه بالاتر، $\pm 2, \pm 3, \dots$ ، قرار دارد. توجه کنید که هر چه a در معادله (۳۲.۱۰) کوچکتر شود، تعداد مرتبه‌های مرئی کمتر خواهد بود. اکنون، حالت نسبتاً کلی تر تابش مایل را که در شکلهای

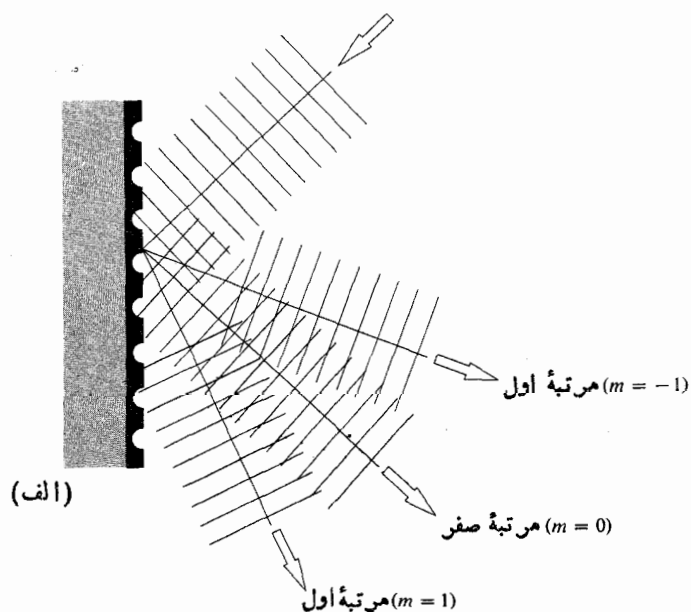
۳۴.۱۰ و ۳۶.۱۰ نموده شده است، در نظر می‌گیریم. معادله توری، برای تراگسیل و بازتابش چنین است

$$a(\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m\lambda \quad (۳۶.۱۰)$$

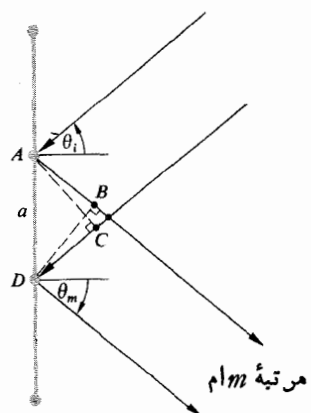
این عبارت بدون توجه به ضریب شکست خود توری تراگسیل نیز به کار می‌رود (مسئله ۸.۱۰). یکی از معایب عمده ابزارهایی که تا اینجا مورد بررسی قرار گرفته‌اند، و در واقع دلیل مهجور شدن فعلی آنها نیز همین است، این است که این ابزار انرژی نورانی دسترس‌پذیر را روی تعدادی از رده‌های طیفی با تابیدگی پایین پخش می‌کنند. در مورد یک توری همانند شکل ۳۶.۱۰، بیشترین مقدار نور فرودی دستخوش بازتابش آینه‌ای می‌شود، به طوری که گویی از یک آینه تخت باز می‌تابد. از معادله توری نتیجه می‌شود که رابطه $\theta_m = \theta_i$ با مرتبه صفرم، $m=0$ ، متناظر است. تمامی این نور، دست کم برای مقاصد طیف‌نمایی، اساساً

شونده بیشتر از دامنه آن دارای تغییرات دوری است. این موضوع، به نوبه خود هم‌ارز یک توزیع زاویه‌ای از امواج تخت‌سازا است.

نوری که توسط اشکال سطحی دوره‌ای گوناگون پراکنده شده است، در بازتابش از این توری با رابطه فازی مشخصی به نقطه‌ای مانند P خواهد رسید. نقش تداخل حاصل که پس از بازتابش پدید می‌آید، با نقشی که از تراگسیل ناشی می‌شود، کاملاً مشابه است. توریهایی که برای این نحوه کارکردن طراحی می‌شوند، توریهای فاز بازتابشی نامیده می‌شوند (شکل ۳۶.۱۰). امروژه تصویرهایی از این دست با خط‌کشی ورقه‌های نازک



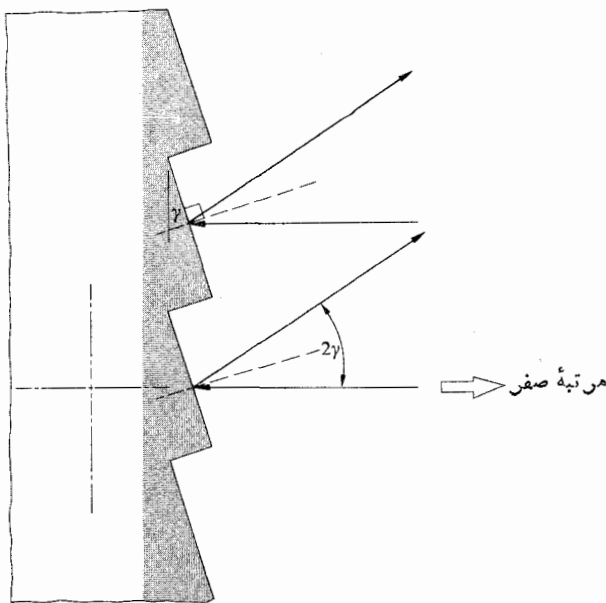
(الف)



(ب)

$$AB - CD = a(\sin \theta_m - \sin \theta_i)$$

شکل ۳۶.۱۰ یک توری بازتابشی.

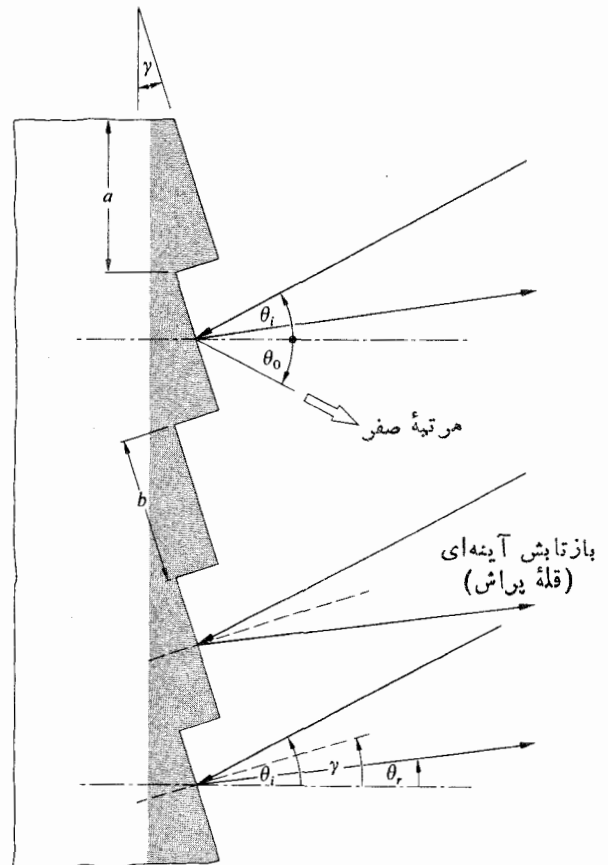


شکل ۳۸.۱۰ توری تراش‌ای.

هنگامی که موج فرودی بر سطح يك توری بازتابش تراشه‌ای عمود است، یعنی $\theta_i = 0$ و به ازای $m = 0$ ، $\theta_o = 0$ ، وضعیتی را که در شکل ۳۸.۱۰ نموده شده است، در نظر بگیرید. برای بازتابش آینه‌ای، $\theta_i - \theta_r = 2\gamma$ (شکل ۳۷.۱۰). اکنون اغلب تابش پراشیده پیرامون $\theta_r = -2\gamma$ متمرکز شده است (θ_r منفی است زیرا پرتوهای فرودی و بازتابیده، هر دو در يك سمت خط عمود بر توری قرار دارند). به ازای $\theta_m = -2\gamma$ یعنی به ازای m و λ دلخواه، این مطلب با $a \sin(-2\gamma) = m\lambda$ متناظر خواهد بود.

طیف‌نمایی با توری

مکانیک کوانتومی، که سالهای نخستین دهه ۱۹۲۰ مراحل تکاملی خود را می‌پیمود، نخست در پهنه فیزیک اتمی گسترش خود را آغاز کرد. پیشگوییهای سازخار جزء به جزء اتم هیدروژن به عمل آمده بود، که از راه تابش گسیلیده آن نمودار می‌شد، و طیف‌نمایی زمینه اساسی اثبات آن را فراهم می‌کرد. نیاز به توریهای بهتر و بهتر نمایان می‌شد. طیف‌سنجیهای نوری، که در گستره‌ای از پرتو x ملایم تا فروسرخ به کار می‌افتند، از توجهی دائمی برخوردار شدند. این طیف‌سنجیها، اطلاعاتی را از سرچشمه‌های عالم به اختیار فیزیکدان یا آزمایشگاهی که در موشکها انجام می‌شد، می‌رسانیدند. اطلاعاتی مربوط به دمای ستاره، چرخش کهکشان، یا انتقال به سرخ طیف يك اختر نما. به عنوان نشانه دیگری از حیاتی بودن این فن، خاطر نشان می‌کنیم که جرج هرison و جرج استروک،



شکل ۳۷.۱۰ مقطع يك توری فاز بازتابشی تراشه‌ای.

تلف می‌شود، زیرا طول موجهای سازا برهم می‌افتند. ریلی، در سال ۱۸۸۸/۱۲۶۷، در دایرةالمعارف بریتانیکا، اظهار عقیده کرد که انتقال انسرؤی از طیف مرتبه بدون استفاده صفرم به طیف مرتبه بالاتر، دست کم به طور نظری امکان پذیر است. روبرت ویلیامز وود (۱۳۳۴-۱۲۴۸/۱۹۵۵-۱۸۶۸)، در سال ۱۹۱۰/۱۲۸۹ با همین انگیزه، موفق شد شیارهایی را با شکلهای کنترل شده خط کشی کند (شکل ۳۷.۱۰). اغلب توریهای جدید از گونه همین شکل تراشه‌ای هستند، وضعیتهای زاویه‌ای مرتبه‌های ناصفر، مقادیر θ_m به وسیله a ، λ ، θ_i که مورد توجه فوری ماست، تعیین می‌شود. ولی θ_i و θ_m از عمود بر سطح توری اندازه گیری می‌شوند نه نسبت به سطوح تک تک شیارها. از سوی دیگر، موضع قله در نقش پراش مربوط به يك پراش از هر شیار، با بازتابش آینه‌ای از آن پراش، متناظر است. این امر تابع زاویه تابشی، γ ، بوده و می‌تواند مستقل از θ_m تغییر کند. این مطلب تا اندازه‌ای شبیه آرایه آنتنهای بخش ۳.۱۰ است که در آنجا می‌توانستیم وضعیت فضایی نقش تداخل (۶.۱۰) را با تنظیم کردن اختلاف فاز نسبی بین چشمه‌ها کنترل کنیم، بدون اینکه سمگیری آنها را واقعاً تغییر دهیم.

اختلاف وضعیت زاویه‌ای متناظر با اختلافی در طول موج است. پاشندگی زاویه‌ای در مورد يك منشور چنین تعریف می‌شود

$$\mathcal{D} \equiv \frac{d\theta}{d\lambda} \quad (۶۴.۱۰)$$

با دیفرانسیل‌گیری از معادله توری داریم

$$\mathcal{D} = \frac{m}{a \cos \theta_m} \quad (۶۵.۱۰)$$

یعنی جدایی زاویه‌ای بین دو خط با بسامد متفاوت، به تدریج که مرتبه آنها افزایش یا بد، زیاد خواهد شد.

غالباً توریهای تخت تراشه‌ای، با شیارهایی تقریباً مستطیلی چنان سوار می‌شوند که بردار انتشار فرودی تقریباً بر هر یک از وجوه شیارها عمود باشد. این شرط خودموازی سازی است که در آن θ_i و θ_m در يك طرف خط عمود هستند و $\theta_m \approx -\theta_i$ ، شکل ۳۹.۱۰، و از آنجا

$$\mathcal{D}_{\text{auto}} = \frac{2 \tan \theta_i}{\lambda} \quad (۶۶.۱۰)$$

آنگاه که اختلاف طول موج بین دو خط به اندازه کافی کوچک باشد به طوری که برهم بیفتند، قله حاصل تا اندازه‌ای مبهم می‌شود. توان تفکیک رنگی \mathcal{R} برای يك طیف‌سنج چنین تعریف می‌شود

اخیراً کیفیت توریهای با قدرت تفکیک زیاد را به طور چشمگیری بالا برده‌اند. آنها يك ماشین خط‌کشی را به کار بردند که عملکردش از راه يك نیرو و مکانیسم هدایت شده تداخل سنجانه، کنترل می‌شد.

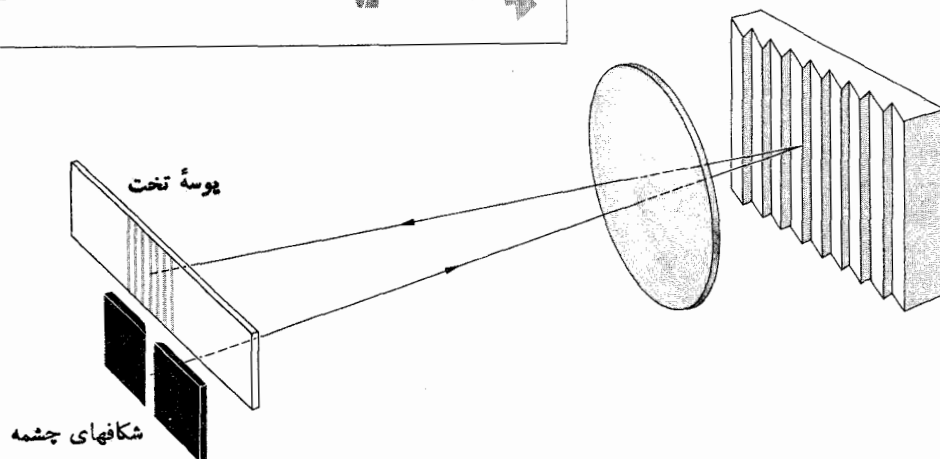
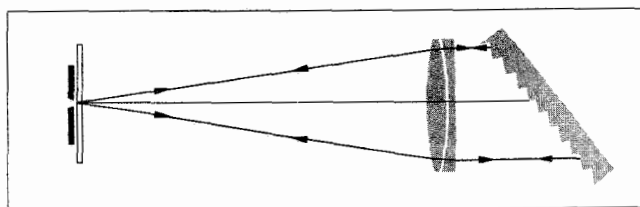
حال چند جنبه عمده طیف توری را با تفصیل بیشتری بررسی می‌کنیم. يك چشمه بینهایت باریک ناهمدوس را در نظر بگیرید. پهنای مؤثر يك خط طیفی خروجی را می‌توان به صورت فاصله زاویه‌ای بین صف‌های دوطرف يك بیشینه اصلی تعریف کرد، یعنی $\Delta\alpha = 2\pi/N$ ، که پیامد معادله (۳۳.۱۰) است. در تابش مایل، می‌توانیم α را مجدداً به صورت $(ka/2)(\sin \theta - \sin \theta_i)$ تعریف کنیم و بدین ترتیب يك تغییر متهاهی در α از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta\alpha = \left(\frac{ka}{2}\right) \cos \theta (\Delta\theta) = \frac{2\pi}{N} \quad (۶۷.۱۰)$$

که در آن زاویه فرود ثابت است، یعنی $\Delta\theta_i = 0$ ، به این ترتیب، حتی هنگامی که نور فرودی تکفام باشد

$$\Delta\theta = \frac{2\lambda}{(Na \cos \theta_m)} \quad (۶۸.۱۰)$$

پهنای زاویه‌ای يك خط است، که از پهن شدن ناشی از ایزاد حاصل می‌شود. جالب توجه است که تغییر پهنای زاویه‌ای خط با پهنای خود توری، Na ، نسبت عکس دارد. کمیت مهم دیگر،



شکل ۳۹.۱۰ ابزار خودموازی‌ساز لیترو.

۱. برای اطلاع از جزئیات بیشتر این ماشینهای شکفت، رک

$$R \equiv \frac{\lambda}{(\Delta\lambda)_{\min}} \quad [۵۲.۹]$$

که در آن $(\Delta\lambda)_{\min}$ حداقل اختلاف طول موج قابل تفکیک و یا حد تفکیک و λ طول موج میانگین است. معیار لرد ریلی برای تفکیک دو فریز با چگالی شار مساوی ایجاب می کند که بیشینه اصلی یکی از آنها با نخستین کمینه دیگری منطبق گردد (این بیان را با عبارت هم ارز آن در بخش ۲۰.۸.۹ مقایسه کنید). چنان که در شکل ۴۰.۱۰ نشان داده شده است، در حد تفکیک، جدایی زاویه ای برابر نصف پهنای خط است. یا از معادله (۶۳.۱۰)

$$(\Delta\theta)_{\min} = \frac{\lambda}{Na \cos \theta_m}$$

با به کار بردن عبارت مربوط به پاشندگی داریم

$$(\Delta\theta)_{\min} = \frac{(\Delta\lambda)_{\min} m}{a \cos \theta_m}$$

از ترکیب این دو عبارت، R به دست می آید که چنین است

$$\frac{\lambda}{(\Delta\lambda)_{\min}} = mN \quad (۶۷.۱۰)$$

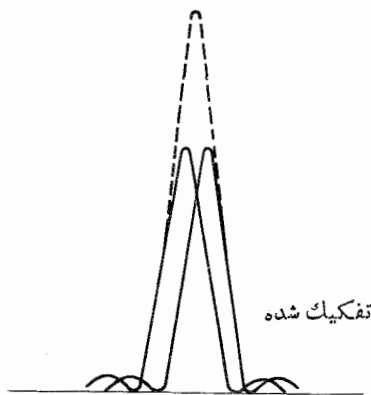
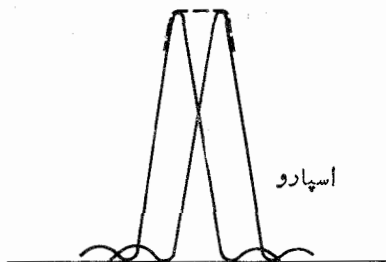
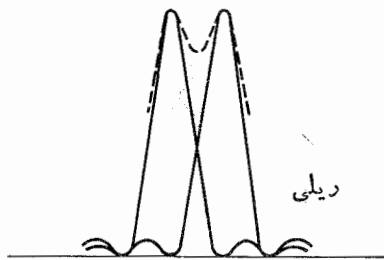
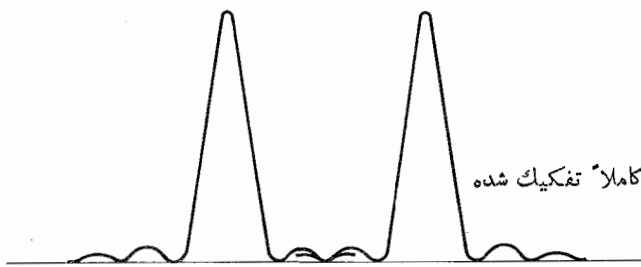
یا

$$R = \frac{Na(\sin \theta_m - \sin \theta_i)}{\lambda} \quad (۶۸.۱۰)$$

توان تفکیک تابعی از پهنای توری یعنی Na ، زاویه فرود، و λ است. یک توری به عرض ۱۵ cm و ۱۵۰۰۰ خط در هر ۲.۵ cm ، در مجموع دارای $۱۰^۴ \times ۹$ خط بوده و توان تفکیک آن در مرتبه دوم، $۱۰^۵ \times ۱۸$ خواهد بود. در مجاورت ۵۴۰ nm ، توری می تواند اختلاف طول موج ۳۰۰۰ nm را تفکیک کند. توجه کنید که توان تفکیک نمی تواند از $2Na/\lambda$ تجاوز کند و این مقدار به ازای $\theta_i = -\theta_m = ۹۰^\circ$ اتفاق می افتد. بزرگترین مقادیر R هنگامی به دست می آیند که توری به شکل خودموازی ساز، به کار رود، که در آن حال

$$R_{\text{auto}} = \frac{2Na \sin \theta_i}{\lambda} \quad (۶۹.۱۰)$$

و مجدداً θ_i و θ_m هر دو در یک سمت خط عمود قرار دارند. در یک دستگاه لیترو برای یکی از توریهای تراشهای هاریسون به عرض ۲۶۰ mm ، به ازای مقدار تقریبی $\theta = ۷۵^\circ$ و $\lambda = ۵۰۰ \text{ nm}$ ، توان تفکیک از $۱۰^۶$ تجاوز می کند. حاصل لازم است به مسئله رویهم افتادگی مرتبه ها توجه کنیم. معادله توری کاملاً آشکار می کند که یک خط ۶۰۰ nm در مرتبه اول دقیقاً همان وضعیت θ_m را خواهد داشت که یک خط ۳۰۰ nm در مرتبه دوم یا یک



شکل ۴۰.۱۰ تصاویر نقطه ای رویهم افتادگی.

خط ۲۰۰ nm به ازای $m=۳$ دارد. اگر دو خط به طول موجهای λ و $(\lambda + \Delta\lambda)$ در مرتبه های متوالی m و $(m+۱)$ دقیقاً رویهم بیفتند، پس

$$a(\sin \theta_m - \sin \theta_i) = (m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$$

این اختلاف دقیق طول موج آنچنان که در مورد تداخل سنج

خاطر نشان کرد: «وقتی نور خورشید از داخل يك پر پرنده عبور کند، نقشی رنگین ایجاد می کند» و از او خواست که مشاهدات وی را به اطلاع آقای نیوتون برساند. اگر شما هم پر پرنده ای در دسترس دارید، می توانید يك توری تراکسیل مطلوب از آن بسازید.

توریهای دو و سه بعدی

فرض کنید که پرده پراشان Σ دارای تعداد زیادی، N ، از اجسام پراشان (روزنه ها یا موانع) همسان باشد. توزیع این اجسام روی سطح Σ به صورت کاملاً کتره ای در نظر گرفته می شود. همچنین لازم است که سمتری هر يك از آنها مشابه باشند. فرض کنید که پرده پراشان از راه امواج تختی که پس از خروج از Σ توسط يك عدسی کامل L کانونی شده اند، روشن شود (شکل ۱۵.۱۰). تك تك روزنه ها، نقشهای پراش فرانوفر مشابهی ایجاد می کنند. آنگاه همه این نقشها در صفحه تصویر σ روی هم می افتند. اگر در موضع این روزنه ها، تناوبی بودن منظمی وجود نداشته باشد، نمی توانیم چیزی را پیش بینی کنیم جز يك توزیع کتره ای در فازهای نسبی امواجی که به يك نقطه دلخواه P روی σ می رسند. ولی باید در این مورد دقت داشته باشیم، زیرا يك استثنا وجود دارد و آن هنگامی است که P روی محور مرکزی قرار گیرد، یعنی $P = P_0$. تمامی پرتوها، از کلیه روزنه ها، که موازی محور مرکزی باشند، پیش از رسیدن به P_0 ، راه نوری مساوی را خواهند پیمود. بنابراین در نقطه P_0 با یکدیگر هم فاز بوده و به طور سازنده تداخل خواهند کرد. حال گروهی از پرتوهای موازی را در نظر می گیریم که در امتداد دلخواهی (نه در امتداد محور مرکزی) باشند، و هر يك از روزنه متفاوتی گسیل شده باشند. این پرتوها در نقطه ای روی σ کانونی خواهند شد، به طوری که هر پرتو برای رسیدن به صفحه σ با هر فازی بین 0 و 2π ، از احتمال یکسان برخوردار خواهد بود. بنابراین آثار تداخل در میان این پرتوها، به طور متوسط، یکدیگر را خنثی خواهند کرد (بخش ۱۰.۱۷). می توانیم انتظار داشته باشیم که دقیقاً نتیجه رویهم افتادگی و بدون درهم کنشی مؤثر N نقش فرانوفر را ببینیم. بنابراین چگالی شار در ناحیه ویژه ای از σ ، N برابر چگالی شار هر يك از روزنه ها خواهد بود که در آن امتداد پراشیده شده باشد. افزون بر آن، در مرکز نقش که چگالی شار N^2 برابر چگالی شار

فابری-پرو نیز همین گونه بود، گستره طیفی آزاد نامیده می شود.

$$(\Delta\lambda)_{\text{fsr}} = \frac{\lambda}{m} \quad (70.10)$$

در مقایسه با آن دستگاه، که توان تفکیکش

$$R = \mathcal{F}m \quad [52.9]$$

بود، می بایست N را ظرافت يك توری پراش بگیریم (مسئله ۹.۱۰).

يك توری با توان تفکیک بالا که برای مرتبه اول تراشه دار شده باشد، چنان که دارای بزرگترین گستره طیفی آزاد باشد، به خاطر اینکه R را ثابت نگه دارد، تعداد زیادی شیار (تا ۱۲۰۰ خط در نانومتر) را طلب می کند. معادله (۶۸.۱۰) نشان می دهد که می توان R را، از طریق ایجاد خط کشی کمتر با افزایش فاصله جدایی آنها، به طوری که پهنای توری، Na ، ثابت بماند، ثابت نگه داشت، ولی این کار افزایش در m و يك کاهش بعدی در گستره طیفی آزاد را ایجاد می کند که از راه مرتبه های رویهم افتادگی مشخص شده اند. اگر این بار N ثابت نگهداشته شود، در حالی که a به تنهایی بزرگ می شود، هر قدر m بزرگ شود، R نیز افزایش می یابد، به طوری که $(\Delta\lambda)_{\text{fsr}}$ مجدداً کاهش می یابد، پهنای زاویه ای يك خط کم می شود یعنی، هر چه توری درشت تر می شود، خطوط طیفی تیز تر می شوند، ولی پاشندگی در يك مرتبه معلوم کاهش می یابد، با این اثر که این خطوط در آن طیف به همدیگر نزدیک می شوند.

تا اینجا، ما به نوع ویژه ای آرایه دوره ای، یعنی تودی خطی پرداختیم. اطلاعات بیشتر مربوط به شکل دستگاه، کاربردها، و... آنها در مقالات علمی^۱ گوناگونی یافت می شود.

لوازم خانگی هم وجود دارند که می توان از آنها، به همراه يك چشمه نوری کوچک، به عنوان توریهای که چندان دقتی هم ندارند، بهره گرفت. سطح شیاردار يك صفحه گرامافون در نزدیکی فرود خراشان این کار را به خوبی انجام می دهد. موضوع کاملاً شگفت این است که، تحت همان شرایط يك شانه معمولی با دندانهای ریز می تواند طول موجهای سازای نور سفید را از هم جدا کند. این کار دقیقاً به همان روشی انجام می گیرد که با يك توری دقیقتر بازتابی می توانست انجام گیرد. جیمز گریگوری، در نامه ای به يك دوست به تاریخ ۱۲ ماه مه سال ۱۶۷۳/۱۰۵۲،

1. F. Kneubühl, "Diffraction Grating Spectroscopy", *Appl. Opt.*, 8, 505 (1969), R. S. Longhurst, *Geometrical and Physical Optics*; G. W. Storke, *Encyclopedia of Physics*, Vol. 29, Edited by S. Flügge, p. 426.

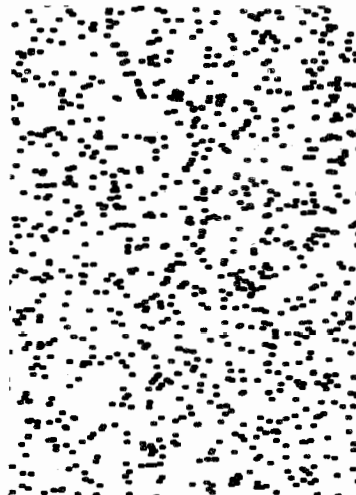
۲. برای بررسی آماری يك J. M. Stone, *Radiation and Optics*, p. 146 بخش ۳.۳.۱۱ این کتاب با عنوان *The Array Theorem* را حتماً ببینید.

درجه همدوسی (فصل ۱۲) تعیین خواهد شد. محدوده کامل این نقش، از حالت ناهمدوسی با نور کاملاً ناهمدوس، تا حالت مورد بحث در بالا برای تابش کاملاً همدوس را در بر می گیرد (مسئله ۲۰.۱۰).

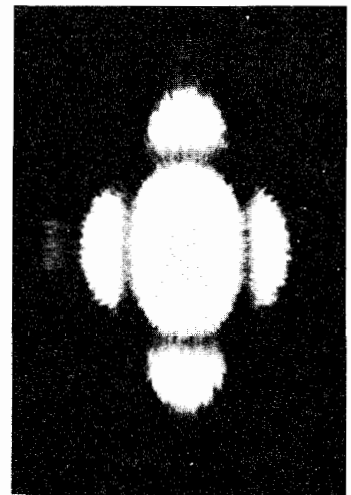
آثار مشابهی متشکل از آنچه که توری فاژدوبعدی می نامیم حاصل می شود. مثلاً، هاله یا تاج، که غالباً اطراف خورشید یا ماه مشاهده می شود، از پراش توسط قطره های کتره ای بخار آب، یعنی ذرات ابر ناشی می شود. اگر می خواهید از این اثر نسخه برداری کنید، لایه بسیار نازکی از پودر طلق را روی یک اسلاید میکروسکوپ بمالید و سپس آن را از راه دمیدن، در هوا پخش کنید. سپس با آن به یک چشمه نقطه ای نور سفید نگاه کنید.

هریک از روزنه ها است، یک لکه روشن وجود خواهد داشت. اگر، مثلاً، این پرده دارای N سوراخ مستطیلی باشد (شکل ۴۱.۱۰ الف)، نقش حاصل (شکل ۴۱.۱۰ ب) شبیه شکل ۲۴.۱۰ خواهد بود. به همین ترتیب، آرایه ای از سوراخهای دایره ای که در شکل ۴۱.۱۰ ج تشریح شده است، حلقه های پراش شکل ۴۱.۱۰ د را پدید خواهد آورد.

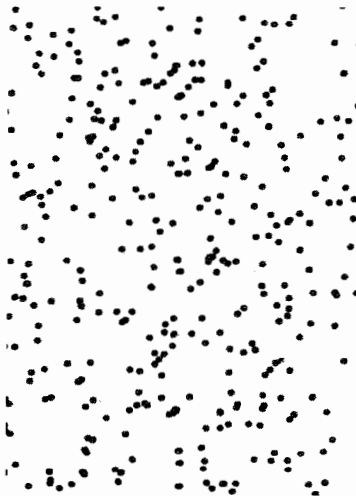
به تدریج که تعداد روزنه ها افزایش یابد، لکه مرکزی به سوی روشن شدن بیشتر میل خواهد کرد، تا آنجا که بقیه نقش را در تیرگی باقی می گذارد. همچنین توجه داشته باشید که ملاحظات بالا آنگاه کاربرد دارد که کلیه روزنه ها کاملاً به طور همدوس روشن شده باشند. در عمل، توزیع چگالی شار پراشیده، به وسیله



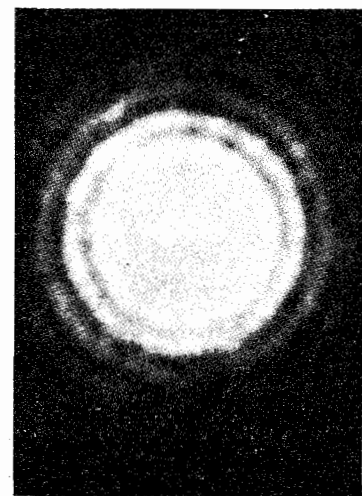
(الف)



(ب)



(ج)

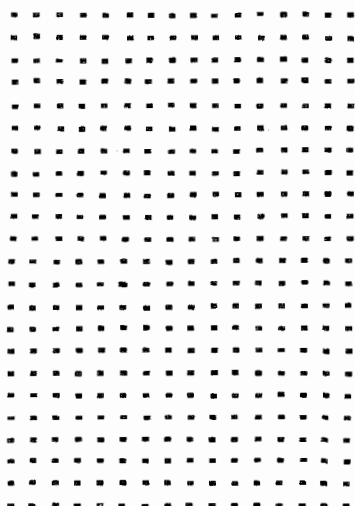


(د)

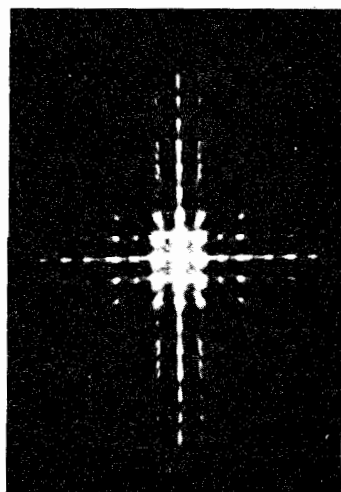
شکل ۴۱.۱۰ الف) آرایه ای کتره ای از روزنه های مستطیلی. (ب) نقش فرانهوفر حاصل برای نور سفید. (ج) آرایه ای کتره ای از روزنه های دایره ای شکل. (د) نقش فرانهوفر حاصل برای نور سفید.

حالت مربوط به يك آرایه منظم دوبعدی از عناصر پراشان را در نظر بگیرید (شکل ۴۲۰۱۰) که به‌طور عمودی با موج تخت روشن شده است. هر جزء كوچك همچون يك چشمه همدوس رفتار می‌کند. و به‌علت تناوبی بودن شبکه گسیلنده‌ها، هر موج خارج شونده نسبت به موجهای دیگر يك رابطه فازی ثابت دارد. اکنون امتدادهایی وجود خواهند داشت که تداخل سازنده در آنها حاکم است. واضح است که، این پدیده‌ها هنگامی اتفاق می‌افتند که فاصله‌ها از هر عنصر پراشان تا P چنان باشند که موجها هنگام رسیدن به P ، تقریباً هم‌فاز باشند. این پدیده را می‌توان با نگاه کردن به يك چشمه نقطه‌ای از طریق يك تکه پارچه نازک با بافت شطرنجی (مانند جنس نایلونی پرده پنجره) یا يك جای صاف كن فلزی ریز، مشاهده کرد (شکل ۸۴۰۱۰). تصویر پراشیده به‌طور مؤثر، برهم‌نهی دو نقش توری است، که برهم عمود باشند. مرکز این نقش را دقیقاً بررسی کنید تا ساختار شبکه مانند آن را ببینید.

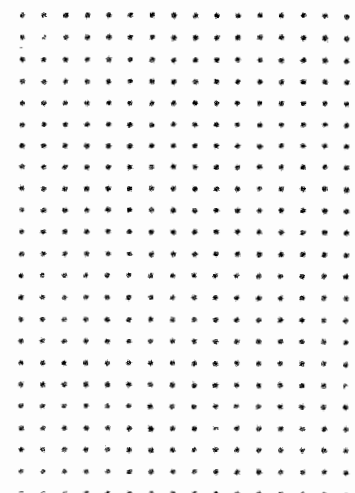
باید نقشی از حلقه‌های رنگین هم‌مرکز، و روشن (۵۶۰۱۰) که يك قرص مرکزی سفید را دربر گرفته‌اند، ببینید. اگر فقط يك نور سفید تار می‌بینید، بدانید که نتوانسته‌اید توزیعی از قطرات با اندازه‌های تقریباً مساوی ایجاد کنید؛ باید در طلق آزمون دیگری به‌جای آورید. نقشهای بسیار زیبایی از سیستم حلقه‌های تقریباً هم‌مرکز را می‌توان از طریق يك شبکه جوراب نایلونی معمولی مشاهده کرد. اگر لامپ روشنائی خیابان‌تان بخار جیوه باشد، بدون دردسر می‌توانید تمامی بسامدهای طیف مرئی سازنده آن را ببینید. (در غیر این صورت، بیشتر بخشهای يك لامپ فلوئورسان را بپوشانید تا فقط يك بخش شبیه به چشمه كوچك از آن باقی بماند). توجه کنید که هر قدر تعداد لایه‌های نایلون را زیاد کنید تقارن بیشتر می‌شود. ضمناً، این روش دقیقاً همان است که توجه ریتنهاوس، مخترع توری، را به خود جلب کرد، او فقط يك دستمال ابریشمی به‌کار برد.



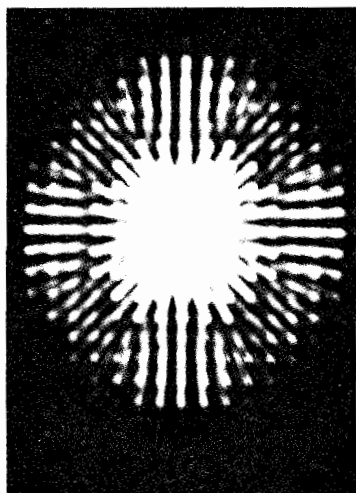
(الف)



(ب)

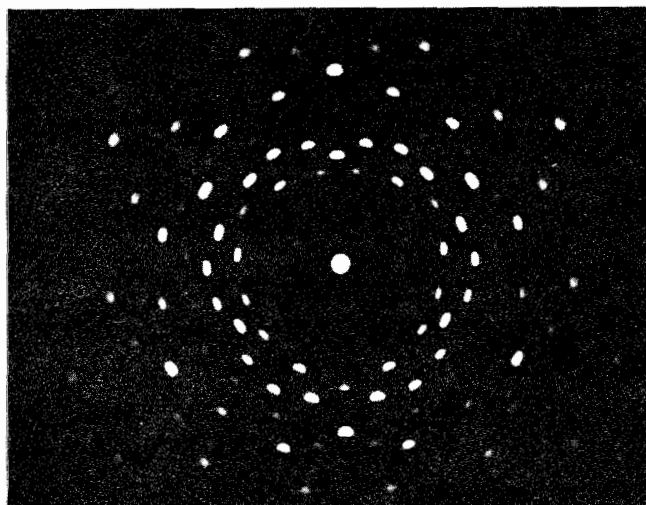


(ج)

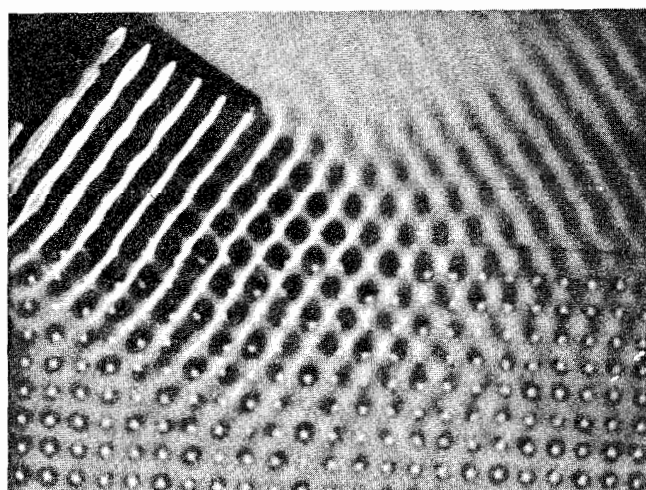


(د)

شکل ۴۲۰۱۰ (الف) يك آرایه منظم از روزنه‌های مستطیلی. (ب) نقش فرانهوفر حاصل برای نور سفید. (ج) يك آرایه منظم از روزنه‌های دایره‌ای. (د) طرح فرانهوفر حاصل برای نور سفید.



شکل ۴۴.۱۰ نقش پراش پرتو x برای کوارتز (SiO₂).



شکل ۴۵.۱۰ امواج آب در یک مخزن چین ساز حاصل از آرایه ای از میخهای چوبی که به عنوان پراکننده های نقطه ای عمل می کنند.

نشان می دهد.

به جای اینکه λ را تا گستره پرتو x کاهش دهیم، می توانستیم همه چیز را با ضربی در حدود یک میلیارد بزرگ کنیم و شبکه ای از گلوله های فلزی را به عنوان یک توری برای میکروموجها بسازیم.

۳.۱۰ پراش فرزل

۱۰.۳.۱۰ انتشار آزاد یک موج کروی

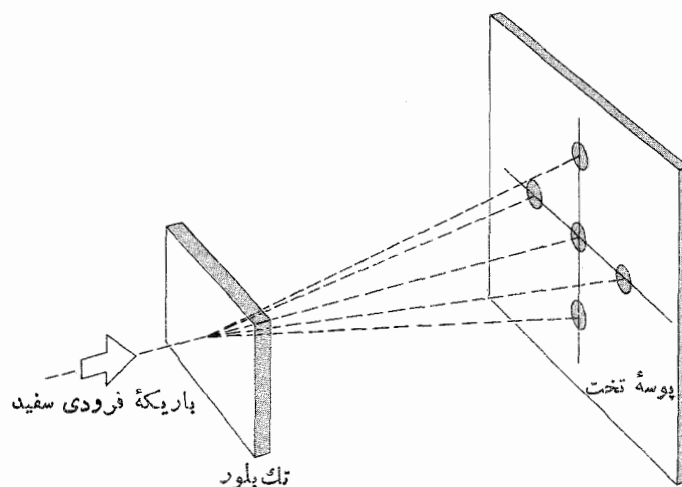
در پیکربندی فرانهور، سیستم پراشان نسبتاً کوچک بود، در حالی که نقطه مشاهده بسیار دور بود. تحت این شرایط، ممکن بود از چند

در مورد امکان توری سه بعدی، به نظر نمی رسد که مشکل مفهومی خاصی وجود داشته باشد. یک آرایه منظم فضایی از مراکز پراکنندگی، مسلماً بیشینه های تداخلی در امتدادهای مرجح پدید خواهد آورد. ماکس فون لاوه (۱۲۵۸-۱۹۶۰/۱۸۷۹)، در سال ۱۲۹۱/۱۹۱۲، ایده نوخاستی استفاده از اتمهای دارای فاصله منظم در درون یک بلور را، به عنوان یک توری سه بعدی به تصور درآورد. از معادله توری (۱۰.۱۰) پیداست که اگر λ خیلی بزرگتر از فاصله گذاری توری باشد، تنها مرتبه صفرم ($m=0$) امکان پذیر است. و این امر هم ارز است با $\theta_0 = \theta_i$ ، یعنی بازتاب آینه ای. چون فاصله بین اتمها در یک بلور عموماً چندین آنگستروم است، ($1 \text{ \AA} = 10^{-1} \text{ nm}$)، نور فقط می تواند در مرتبه صفرم پراشیده شود.

راه حل لاوه برای این مسئله این بود که شبکه را نه با نور، بلکه با پرتوهای x که طول موجهای آنها با فواصل بین اتمی قابل مقایسه است، بررسی کند (شکل ۴۳.۱۰). اوباریکه باریکی از تابش سفید را (گستره بسامدی پیوسته پهنی که از یک لامپ پرتو x گسیلیده می شود) به روی یک بلور منفرد هدایت کرد. صفحه حساس فیلم (شکل ۴۴.۱۰) یک نقش فرانهور را آشکار ساخت که از آرایه ای از لکه های دقیقاً جایگزیده تشکیل یافته بود. هرگاه زاویه میان این بساریکه و یک دسته از صفحات اتمی درون بلور از قانون براگ

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (10.10)$$

پیروی می کرد، این مکانهای تداخل سازنده یافت می شدند. توجه کنید که در کار با پرتو x، θ به طور سنتی نسبت به صفحه اندازه گیری می شود، و نه نسبت به خط عمود بر آن، هر دسته از صفحات، یک طول موج مخصوص را در امتدادی مخصوص می پراشد. شکل ۴۵.۱۰ رفتار مشابهی را در یک مخزن چین ساز



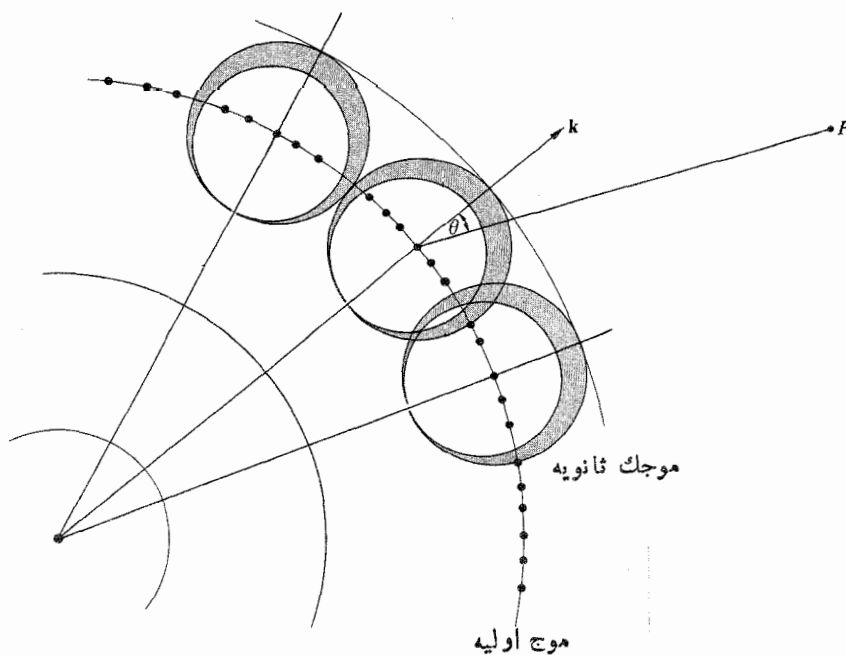
شکل ۴۳.۱۰ نقش تراکسیلش لاوه.

$$K(\theta) = \frac{1}{4}(1 + \cos \theta) \quad (۷۲.۱۰)$$

چنان که در شکل ۴۶.۱۰ نشان داده شده است، θ زاویه ای است که با عمود بر جبهه موج اولیه، K ، ساخته می شود. این تابع مقدار بیشینه خود، $K(0) = 1$ ، را به سوی جلو دارد، و از آنجا که $K(\pi) = 0$ ، از موج به سوی عقب صرف نظر می شود.

حال انتشار آزاد يك موج كروی تكفام را که از يك چشمه نقطه ای S گسیلیده می شود، بررسی می کنیم. اگر اصل هویگنس-فرنل درست باشد، باید بتوانیم موجکهای ثانوی را که به يك نقطه P می رسند با هم جمع کنیم و بدین ترتیب موج اولیه بدون مانع را به دست آوریم. در این فرایند به بصیرتهایی دست خواهیم یافت، کاستیهایی را بازمی شناسیم، و روش بسیار سودمندی را تسکامل خواهیم بخشید. ساختمان را که در شکل ۴۷.۱۰ نموده شده است، در نظر بگیرید. سطح کروی متناظر با جبهه موج اولیه در يك زمان اختیاری t است، پس از آنکه این جبهه موج در زمان $t = 0$ از S گسیلیده شده است، آشفتگی به شعاع p را می توان از طریق هر عبارت ریاضی که يك موج كروی هماهنگ را توصیف کند، نشان داد. مثلاً

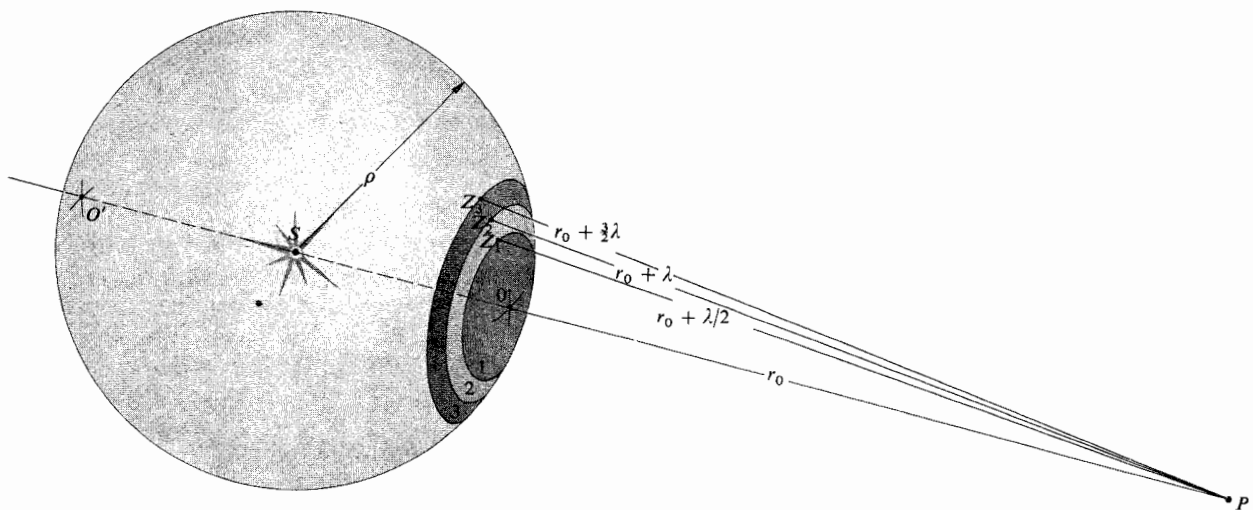
جنبه بالقوه نامعلوم اصل هویگنس-فرنل نادیده بدون توجه بگذریم. ولی اکنون به ناحیه میدان نزدیک می پردازیم که درست تا خود عنصر پراشان گسترش می یابد و هر تقریبی از آن دست ناسابجا خواهد بود. بنابراین به خاطر بازبینی دقیقتر آن، به اصل هویگنس-فرنل باز می گردیم. در هر لحظه، هر نقطه روی جبهه موج اولیه به عنوان يك گسیلنده پیوسته از موجکهای ثانویه کروی، در نظر گرفته می شود. اما اگر هر موجکی با یکنواختی در تمامی راستاها تابش می کرد، افزون بر ایجاد يك موج پیشرونده، يك موج بازگشتی نیز ظاهر می شد که در جهت عقب و به سمت چشمه حرکت می کرد. چنین موجی به طور تجربی یافت نشده است به طوری که ما باید نقش تابش گسیلنده های ثانویه را به نحوی تغییر دهیم. حال يك تابع $K(\theta)$ را، به نام عامل میل، یا تمایل، معرفی می کنیم، تا راستا پذیری گسیلهای ثانویه را توصیف کرده باشیم. فرنل خودش نیاز به معرفی کمیتی از این دست را باز شناخت، اما درباره شکل آن از حدس و تخمینی چندان فراتر نرفت. این کار برای فرمولبندی تحلیلیتر کیرشهوف باقی می ماند تا عبارتی واقعی برای $K(\theta)$ فراهم آورد، که چنان که در قسمت ۴۰.۱۰ خواهیم دید ثابت می شود که



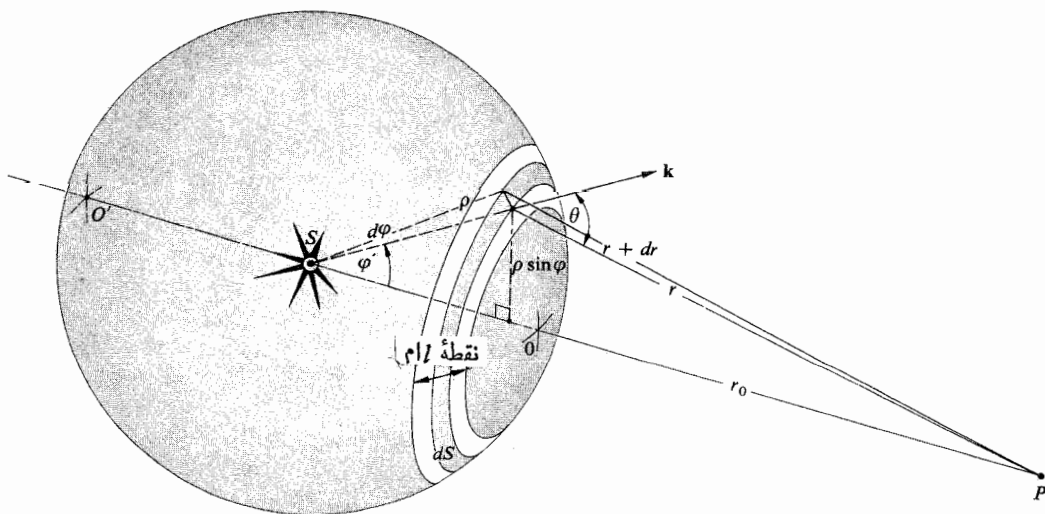
شکل ۴۶.۱۰ موجکهای ثانویه.

۱. جالب است که حرفهای خود فرنل را درباره این موضوع، بسا به یاد داشتن اینکه او درباره نور، به عنوان يك ارتعاش کشسان از اتر سخن می گفت، بخوانیم: «چون این ضربه که به هر بخش از موج اولیه انتقال یافته است، در راستای قائم قرار می گرفت، حرکتی که هر کدام می خواهند روی اثر اثر بگذارد می بایست در این امتداد شدیدتر از هر امتداد دیگری می شد؛ و اگر پرتوهایی که از آن خارج می شوند، به تنهایی عمل می کردند، هر چه بیشتر و بیشتر از این امتداد فاصله می گرفتند شدت آنها کمتر و کمتر می شد.

تحقیق درباره قانونی که بنا بر آن شدت آنها در اطراف هر مرکز آشفتگی تغییر می کند، بدون شك کار بسیار مشکلی است؛ ...»



شکل ۴۷.۱۰ انتشار يك جبهه موج كروی.



شکل ۴۸.۱۰ انتشار يك جبهه موج كروی.

حلقه‌ای شکل به مساحت dS را که در شکل ۴۸.۱۰ نموده شده است، تعریف می‌کنیم. تمامی چشمه‌های نقطه‌ای درون dS هم‌دوس‌اند و فرض می‌کنیم که هر يك از آنها هم‌فاز با موج اولیه تابش می‌کند (۴۳.۱۰). موجکهای ثانویه، که برای رسیدن به P ، فاصله r را در زمان t می‌پیماید، با فاز یکسان $\omega t - k(\rho + r)$ به آنجا می‌رسند. دامنه موج اولیه در فاصله ρ از S برابر \mathcal{E}_0/ρ است، از اینرو، فرض می‌کنیم که شدت چشمه در واحد مساحت گسیلنده‌های ثانویه روی dS یعنی \mathcal{E}_A با \mathcal{E}_0/ρ متناسب است و ضریب تناسب مقدار ثابت Q است، یعنی $\mathcal{E}_A = Q\mathcal{E}_0/\rho$. بنابراین، سهم چشمه‌های ثانویه (روی dS) در آشفته‌گی نوری در

$$E = \frac{\mathcal{E}_0}{\rho} \cos(\omega t' - k\rho) \quad (۷۳.۱۰)$$

به‌طوری‌که نشان داده شده است، ما جبهه موج را به تعدادی از نواحی حلقه‌ای تقسیم کرده‌ایم. کرانه‌های نواحی گوناگون با تقاطعهای جبهه موج با يك دسته‌کره به مرکز P و شعاعهای $r_0 + \lambda/2$ ، $r_0 + \lambda$ ، $r_0 + 3\lambda/2$ ، ... متناظرند. اینها منطقه‌های فرنیل یا منطقه‌های نیم‌دوره هستند. توجه کنید که برای يك چشمه نقطه‌ای ثانویه در يك منطقه، يك چشمه نقطه‌ای در منطقه مجاور وجود خواهد داشت که به اندازه $\lambda/2$ از P فاصله دارد. چرا که وسعت هر منطقه، هر چند کوچک، متناهی است، يك عنصر دیفرانسیلی

نقطه P ، چنین است

$$dE = K \frac{\mathcal{E}_A}{r} \cos[\omega t - k(\rho + r)] dS \quad (۷۲.۱۰)$$

باید عامل میل تغییری آهسته داشته باشد و می توان آن را روی يك منطقه منفرد فرنل ثابت فرض کرد. برای اینکه dS را تابعی از r به دست آوریم چنین آغاز می کنیم

$$dS = \rho d\varphi \sin\varphi$$

با به کار گیری قانون کسینوسها

$$r^2 = \rho^2 + (\rho + r_0)^2 - 2\rho(\rho + r_0) \cos\varphi$$

از دیفرانسیل گیری این رابطه داریم

$$2r dr = 2\rho(\rho + r_0) \sin\varphi d\varphi$$

ρ و r_0 ثابت نگهداشته شده اند. بنابراین، با بهره گیری از مقدار $d\varphi$ درمی یابیم که مساحت این عنصر چنین است

$$dS = 2\pi \frac{\rho}{(\rho + r_0)} r dr \quad (۷۵.۱۰)$$

این آشفتگی که از منطقه l ام به نقطه P می رسد چنین است

$$E_l = K_l 2\pi \frac{\mathcal{E}_A \rho}{(\rho + r_0)} \int_{r_{l-1}}^{r_l} \cos[\omega t - k(\rho + r)] dr$$

بنابراین

$$E_l = \frac{-K_l \mathcal{E}_A \rho \lambda}{(\rho + r_0)} [\sin(\omega t - k\rho - kr)]_{r=r_{l-1}}^{r=r_l}$$

پس از قرار دادن $r_l = r_0 + l\lambda/2$ و $r_{l-1} = r_0 + (l-1)\lambda/2$ عبارت بالا به عبارت زیر تبدیل می شود (مسئله ۱۰.۱۰)

$$E_l = (-1)^{l+1} \frac{2K_l \mathcal{E}_A \rho \lambda}{(\rho + r_0)} \sin[\omega t - k(\rho + r_0)] \quad (۷۶.۱۰)$$

مشاهده می کنید که دامنه E_l ، بسته به اینکه l فرد یا زوج باشد، بین مقادیر مثبت و منفی تغییر می کند. این نکته به آن معنی است که سهمهایی که از منطقه های مجاور می آیند ناهم فاز بوده و میل دارند حذف شوند. اینجاست که عامل میل يك اختلاف خیلی مهم به وجود می آورد. همچنان که l افزایش یابد، θ زیاد و K کاهش می یابد به طوری که سهمهای پی در پی، در واقع کاملاً یکدیگر را حذف نمی کنند. توجه به این نکته جالب است که E_l/K_l از هر متغیر مکانی مستقل است. گرچه مساحت های هر منطقه تقریباً با هم برابرند، این مساحتها با افزایش l ، اندکی افزایش می یابند، که این مطلب به معنی تعداد افزایش یافته گسیلنده هاست. ولی میانگین فاصله از هر منطقه تا P نیز افزایش می یابد به طوری که E_l/K_l

ثابت باقی می ماند (مسئله ۱۱.۱۰).

مجموع آشفتگیهای نوری حاصل از تمامی m منطقه در نقطه P چنین است

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_m$$

و چون علامت اینها به تناوب عوض می شود، می توانیم بنویسیم

$$E = |E_1| - |E_2| + |E_3| - \dots \pm |E_m| \quad (۷۷.۱۰)$$

اگر m فرد باشد، این سریها را می توان مجدداً به دو روش فرمول بندی کرد، یا

$$E = \frac{|E_1|}{2} + \left(\frac{|E_1|}{2} - |E_2| + \frac{|E_3|}{2} \right) + \left(\frac{|E_3|}{2} - |E_4| + \frac{|E_5|}{2} \right) + \dots + \left(\frac{|E_{m-2}|}{2} - |E_{m-1}| + \frac{|E_m|}{2} \right) + \frac{|E_m|}{2} \quad (۷۸.۱۰)$$

و یا اینکه

$$E = |E_1| - \frac{|E_2|}{2} - \left(\frac{|E_2|}{2} - |E_3| + \frac{|E_4|}{2} \right) - \left(\frac{|E_4|}{2} - |E_5| + \frac{|E_6|}{2} \right) + \dots + \left(\frac{|E_{m-2}|}{2} - |E_{m-1}| + \frac{|E_{m-1}|}{2} \right) - \frac{|E_{m-1}|}{2} + |E_m| \quad (۷۹.۱۰)$$

حال دو امکان وجود دارد: یا $|E_l|$ بزرگتر از میانگین حسابی دو همسایه خود، $|E_{l-1}|$ و $|E_{l+1}|$ ، است و یا کوچکتر از آن. در واقع، این پرسشی است مربوط به آهنگ تغییر $K(\theta)$. آنگاه که

$$|E_l| > \frac{(|E_{l-1}| + |E_{l+1}|)}{2}$$

هر جمله داخل پرانتز منفی است. از معادله (۷۸.۱۰) داریم

$$E < \frac{|E_1|}{2} + \frac{|E_m|}{2} \quad (۸۰.۱۰)$$

و از معادله (۷۹.۱۰) نتیجه می گیریم که

$$E > |E_1| - \frac{|E_2|}{2} - \frac{|E_{m-1}|}{2} + |E_m| \quad (۸۱.۱۰)$$

چون عامل میل، روی تعداد زیادی از منطقه ها، از ۰ تا ۱ تغییر می کند، می توانیم از هر گونه تغییر بین مناطق مجاور چشم پوشی

ولی این دو معادله باید دقیقاً هم‌ارز باشند، و ما ثابتهای معادله (۸۷.۱۰) را چنان تفسیر می‌کنیم که چنین باشد. توجه کنید که در این تعبیر آزادیهای وجود دارد. ترجیح می‌دهیم که عامل میل در امتداد جلو با یک برابر باشد، یعنی $K_1 = 1$ (به جای $1/\lambda$)، که از آن نتیجه می‌گیریم بسايد Q برابر $1/\lambda$ باشد. در آن صورت $\mathcal{E}_0 \rho \lambda = \mathcal{E}_0$ که از نظر بعد، ظریف است. به خاطر داشته باشید که شدت چشمه ثانویه موجك بر حسب يسكای مساحت روی جبهه موج اولیه به شعاع ρ ، و \mathcal{E}_0/ρ دامنه موج اولیه، $E_0(\rho)$ ، است. بنا بر این $\mathcal{E}_A = E_0(\rho)/\lambda$ مسئله دیگری نیز وجود دارد و آن وجود $\pi/2$ اختلاف فاز بین معادلات (۸۶.۱۰) و (۸۷.۱۰) است. اگر بخواهیم فرض کنیم که چشمه‌های ثانویه با اختلاف فازی معادل يك چهارم طول موج نسبت به موج اولیه تابش می‌کنند، می‌توان دلیل این مسئله را بیان کرد (بخش ۲.۳.۳).

با ضرورت اصلاح بیان ابتدایی، اصل هویگنس-فرنل را دریافته‌ایم ولی این موضوع نباید ما را از دلایل عملی‌ترمان در جهت به کار بردن آن باز دارد، و این دلایل دوتايند: (۱) می‌توان نشان داد که نظریه هویگنس-فرنل تقریبی از فرمولبندی کیرشهوف است و بدین لحاظ دیگر يك روش ابداعی صرف نیست و، (۲) این نظریه به روش ساده و دقیق، پیشگوییهای زیادی را فراهم می‌آورد که با مشاهدات تجربی توافقی تنگاتنگ دارند. از یاد نبريد که این نظریه در تقریب فرانوهوفر به خوبی کار می‌کرد.

۲.۳.۱۰ منحنی ارتعاش

اکنون، به منظور تحلیل کیفی تعدادی از مسائل پراش که عمدتاً از پیکربندیهای متقارن دایره‌ای ناشی می‌شوند، روشی ترسیمی را بسط می‌دهیم.

فرض کنید که، نخستین منطقه یا منطقه فرنل قطبی در شکل ۴۷.۱۰ از طریق تقاطع کره‌های به مرکز P و به شعاعهای

$$r_0 + \frac{\lambda}{2N}, r_0 + \frac{\lambda}{N}, r_0 + \frac{3\lambda}{2N}, \dots, r_0 + \frac{\lambda}{2}$$

به N زیر منطقه تقسیم شده باشد. هر زیر منطقه در آشفته‌گی موجود در P شرکت می‌کند، که البته آشفته‌گی برآیند آن همان E_1 است. چون اختلاف فاز ناشی از کل منطقه، از O تا کناره آن، π رادیان است (مربوط به $\lambda/2$)، هر منطقه به اندازه π/N رادیان تغییر مکان می‌دهد. شکل ۴۹.۱۰، جمع برداری فاز بردارهای این زیر منطقه را نشان می‌دهد، که در آن برای سهولت $N = 10$. زنجیره فاز بردارها با آهستگی بسیار از منحنی شکسته فاصله می‌گیرد، زیرا عامل میل، دامنه‌های متوالی را چروکدار می‌کند. وقتی که تعداد زیر منطقه‌ها به بینهایت افزایش یابد، یعنی وقتی $N \rightarrow \infty$ ، کثیرالاضلاع بردارها به قطعه خطی مارپیچی به نام منحنی ارتعاش تبدیل می‌شود. به ازای هر منطقه اضافی فرنل، منحنی

کنیم، یعنی $|E_1| \approx |E_2|$ و $|E_m| \approx |E_{m-1}|$ ، با همان درجه تقریب، عبارت (۸۱.۱۰) چنین می‌شود

$$E > \frac{|E_1|}{2} + \frac{|E_m|}{2} \quad (۸۲.۱۰)$$

از (۸۰.۱۰) و (۸۲.۱۰) داریم

$$E \approx \frac{|E_1|}{2} + \frac{|E_m|}{2} \quad (۸۳.۱۰)$$

همین نتیجه برای حالت

$$|E_l| < \frac{(|E_{l-1}| + |E_{l+1}|)}{2}$$

نیز به دست می‌آید. وقتی که آخرین جمله $|E_m|$ در سریهای معادله (۷۷.۱۰) با يك m زوج متناظر باشد، همین روش (مسئله ۱۲.۱۰) به

$$E \approx \frac{|E_1|}{2} - \frac{|E_m|}{2} \quad (۸۴.۱۰)$$

منجر می‌شود. فرنل حدس زد که عامل میل چنان بود که آخرین منطقه سهم‌دهنده در $\theta = 90^\circ$ یافت می‌شد، یعنی

$$K(\theta) = 0 \text{ به ازای } \frac{\pi}{2} \leq |\theta| \leq \pi$$

در آن حالت، وقتی که $|E_m|$ به سمت صفر میل کند، معادلات (۸۳.۱۰) و (۸۴.۱۰) به

$$E \approx \frac{|E_1|}{2} \quad (۸۵.۱۰)$$

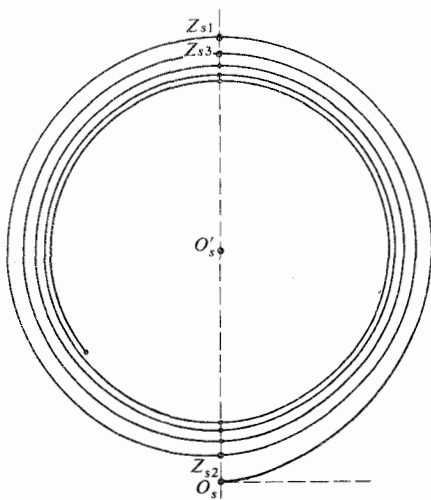
تبدیل می‌شوند، زیرا $K_m(\pi/2) = 0$. متناوباً، با استفاده از عامل میل صحیح کیرشهوف، تمامی موج‌کروی را به مناطقی که آخرین یا m امین منطقه، O' را فرا گرفته باشد، تقسیم می‌کنیم. حال θ به π نزدیک می‌شود، $|E_m| = 0$ ، $K_m(\pi) = 0$ و يك بار دیگر $E \approx |E_1|/2$ و آشفته‌گی نودی که توسط تمامی جبهه موج بدون مانع ایجاد شده است تقریباً با نیمی از سهم مربوط به نخستین منطقه برابر است.

اگر قرار بود که موج اولیه در زمان t ، فقط از S به P منتشر شود، باید شکل زیرین را می‌داشت

$$E = \frac{\mathcal{E}_0}{(\rho + r_0)} \cos [\omega t - k(\rho + r_0)] \quad (۸۶.۱۰)$$

با وجود این، آشفته‌گی حاصل از موجکهای ثانویه، معادلات (۷۶.۱۰) و (۸۵.۱۰)، چنین است

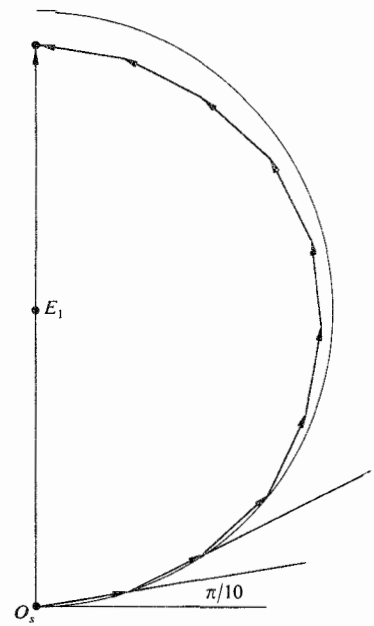
$$E = \frac{K_1 \mathcal{E}_A \rho \lambda}{(\rho + r_0)} \sin [\omega t - k(\rho + r_0)] \quad (۸۷.۱۰)$$



شکل ۵۰.۱۰ منحنی ارتعاش.

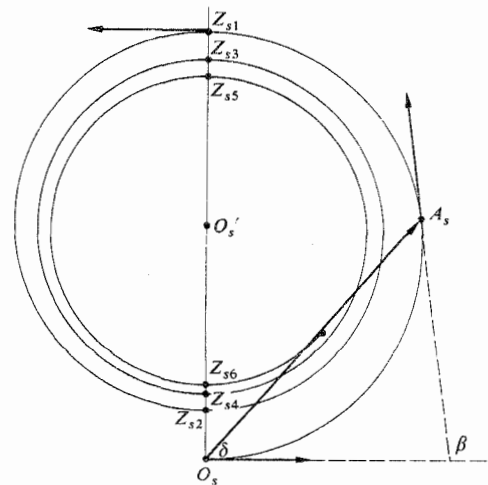
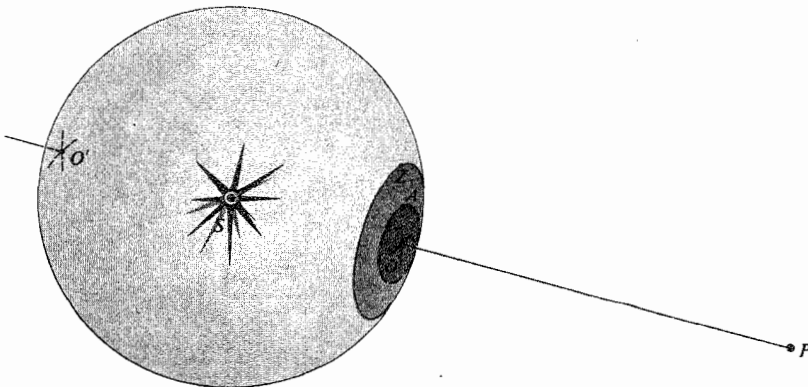
منطقه خواهد بود. بنابراین، در ابتدا زاویه θ به سرعت افزایش می‌یابد و از آن پس به تدریج که m بزرگتر می‌شود، اندک اندک از سرعت افزایش آن کاسته می‌شود. از اینرو، $K(\theta)$ تنها برای چند منطقه اول به سرعت کاهش می‌یابد. در نتیجه به تدریج با افزایش m ، این مساریج دور می‌زند، تنگتر و تنگتر شده و در هر دور اندکی از یک دایره منحرف می‌شود.

به خاطر داشته باشید که این مساریج از بینهایت فاز بردار تشکیل یافته است، که هر یک نسبت به قبلی، زاویه فاز کوچکی دارد. می‌توان فاز نسبی بین هر دو آشفتگی را در P ، که از دو نقطه روی جبهه موج، یعنی از O و A می‌رسند، با شکل ۵۱.۱۰ نشان داد. زاویه‌ای که خطوط مماس بر منحنی ارتعاش در نقاط O_s و A_s می‌سازد، β ، همان اختلاف فاز مورد نظر ماست. اگر نقطه A



شکل ۴۹.۱۰ جمع فاز برداری.

ارتعاش به اندازه نیم دور تاب می‌خورد و ضمن چرخش به سوی داخل، فاصله آن به اندازه π تغییر می‌کند. به طوری که در شکل ۵۰.۱۰ پیدا است، نقاط $O_s, Z_{s1}, Z_{s2}, Z_{s3}, \dots, O'_s$ در روی مساریج، به ترتیب با نقاط $O, Z_1, Z_2, Z_3, \dots, O'$ روی جبهه موج در شکل ۴۷.۱۰ متناظرند. هر نقطه $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_m$ در محیط یک منطقه قرار دارد و بنا بر این هر کدام از نقاط $Z_{s1}, Z_{s2}, Z_{s3}, \dots, Z_{sm}$ به اندازه نیم دور از هم فاصله دارند. بعداً خواهیم دید، معادله (۹۱.۱۰)، که شعاع هر منطقه با ریشه دوم مرتبه عددی آن، m ، متناسب است. شعاع منطقه صدم تنها ده برابر شعاع نخستین



شکل ۵۱.۱۰ جبهه موج و منحنی ارتعاشی متناظر با آن.

را پر کرده اند «ببیند». در عمل، حساسگر فقط تابیدگی در P را ثبت می کند؛ این منطقه ها واقعیت عینی ندارند. اگر m زوج باشد، از آنجا که $K_m \neq 0$

$$E = (|E_1| - |E_2|) + (|E_3| - |E_4|) + \dots + (|E_{m-1}| - |E_m|)$$

چون سهمهای مجاور تقریباً برابرند

$$E \approx 0$$

و $I \approx 0$ از سوی دیگر اگر m فرد باشد

$$E = |E_1| - (|E_2| - |E_3|) - (|E_4| - |E_5|) - \dots - (|E_{m-1}| - |E_m|)$$

و

$$E \approx |E_1|$$

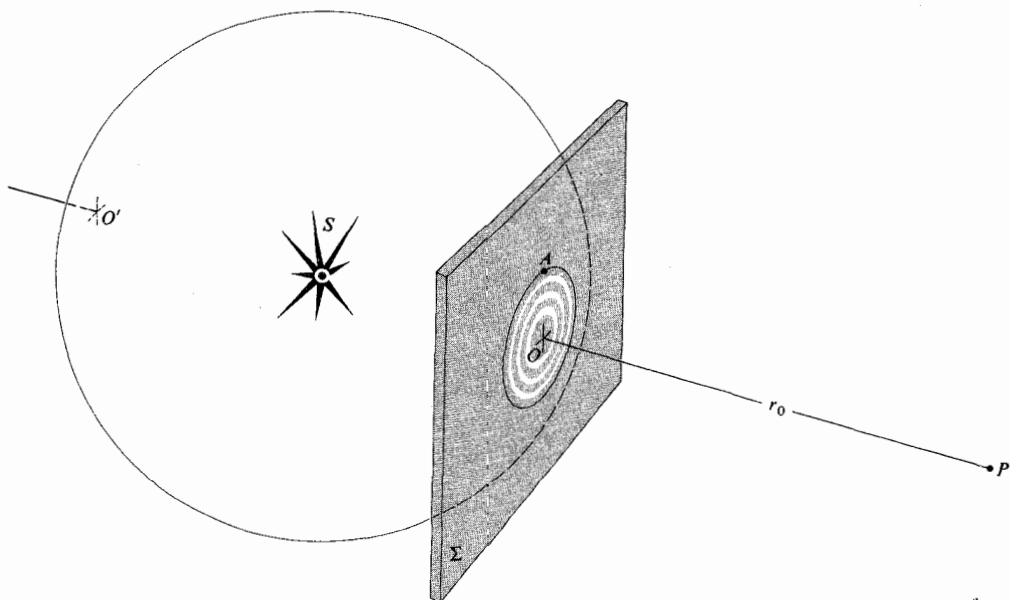
که تقریباً دو برابر دامنه موج بدون مانع است. این امر به راستی پیامد شگفتی است. با قراردادن يك پرده در مسیر موج، و بدین طریق مسدود کردن بخش بیشتری از جبهه موج، تابیدگی در نقطه P را با يك ضریب چهار افزایش داده ایم. واضح است که پایداری انرژی وجود نقاط دیگری را ایجاد می کند که در آنها تابیدگی کاهش یافته باشد. و به علت تقارن کامل مجموعه، می توانیم انتظار يك نقش حلقه دایره ای را داشته باشیم. اگر m عدد درستی نباشد، یعنی بخشی از يك منطقه در روزنه ظاهر شود، مقدار تابیدگی در P به نحوی بین صفر و مقدار بیشینه آن قرار دارد. اگر فرض

روی مرز يك ناحیه کلاهی شکل، از جبهه موج منظور شود، برآیند حاصل از کل ناحیه در نقطه P ، به ازای زاویه δ برابر $O_1 A_1$ است. آشفتگی کلی که از يك موج بدون مانع به P می رسد، برابر مجموع سهمهای مربوط به تمامی منطقه های بین O و O' است، بنابراین طول بردار از O_1 تا O'_1 دقیقاً همان دامنه است. توجه کنید که همانطوری که انتظار داشتیم، دامنه $O_1 O'_1$ درست در حدود نصف سهم مربوط به منطقه نخست، $O_1 Z_1$ ، است. ملاحظه می شود که $O_1 O'_1$ نسبت به موجی که از O به P می رسد دارای فاز 90° است. موجی که هم فاز با برانگیختگی اولیه در O گسیلیده شده است، هنوز هم هم فاز با موج اولیه به P می رسد. یعنی، $O_1 O'_1$ با موج اولیه بدون مانع، 90° اختلاف فاز دارد. به طوری که پیشتر هم دیدیم، یکی از نارساییهای فرمول بندی فرنل همین است.

۳.۳.۱۰ روزنه های دایره ای

۱. امواج کروی

می توان از روش فرنل که در مورد يك چشمه نقطه ای به کار گرفته شده، به عنوان يك روش نیمه کمی به منظور مطالعه پراش در يك روزنه دایره ای سود برد. يك موج کروی تکفام را در نظر بگیرید که روی پرده ای با يك سوراخ کوچک برخورد می کند (شکل ۵۲.۱۰). نخست تابیدگی را که به يك حساسگر کوچک واقع در P روی محور تقارن می رسد ثبت می کنیم. قصد ما این است که حساسگر را در فضای پیرامونی حرکت دهیم، به طوری که يك نقشه نقطه به نقطه از تابیدگی در ناحیه آن سوی Σ به دست آید. فرض کنیم حساسگر در P ، تعداد کل m منطقه را که روزنه

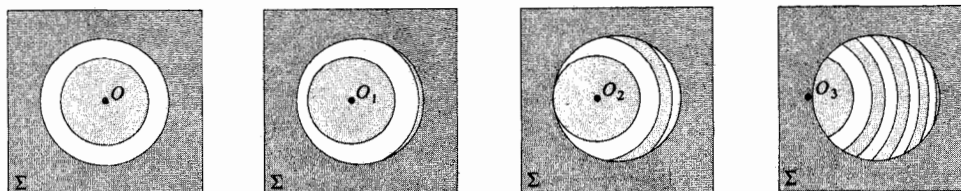
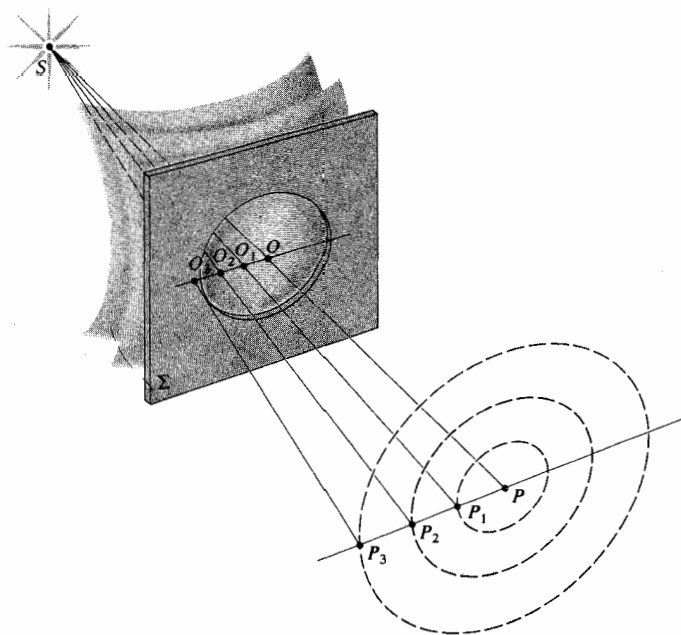


شکل ۵۲.۱۰ يك روزنه دایره ای.

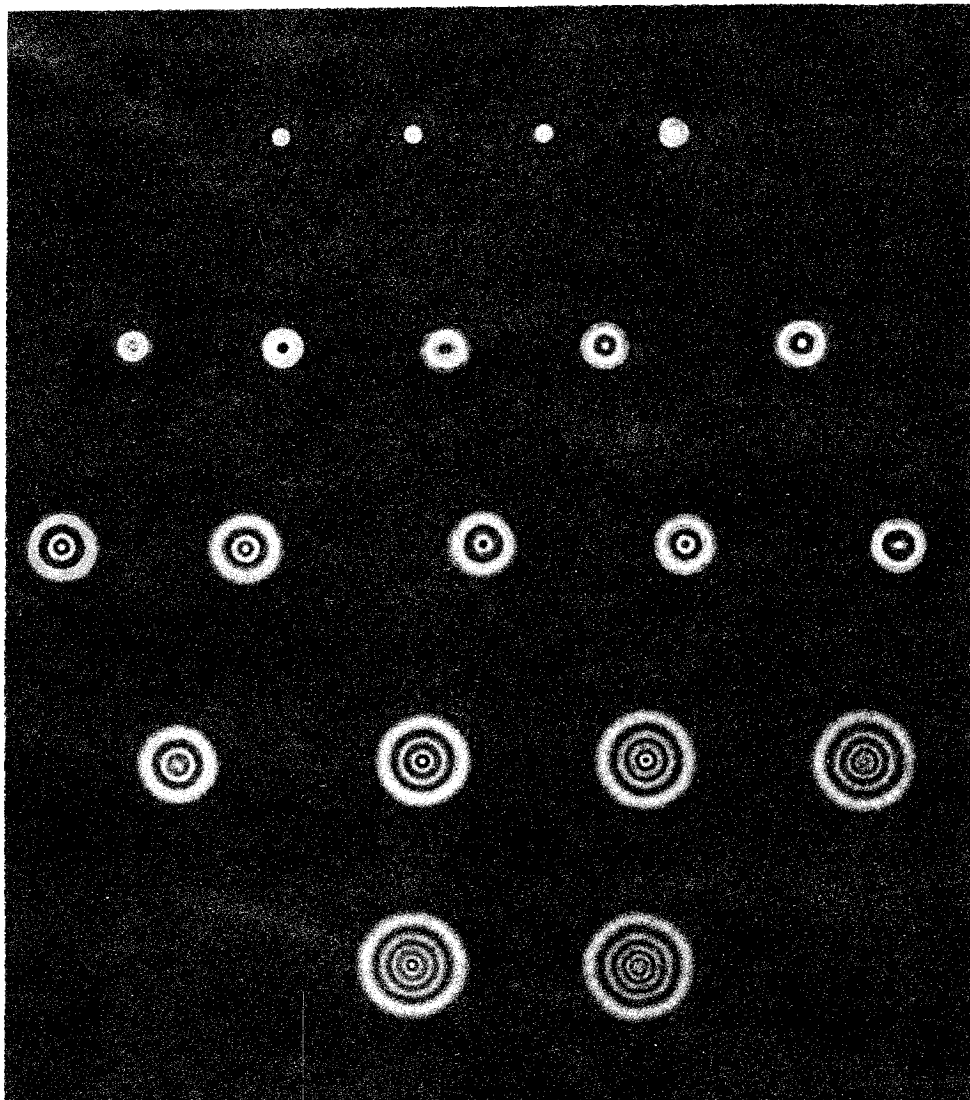
شده است و منطقه سوم شروع به خودنمایی می‌کند؛ E دیگر صفر نیست. در P_4 ، بخش قابل ملاحظه‌ای از منطقه دوم پنهان می‌شود، در حالی که منطقه سوم حتی بیشتر نمایان است. چون سهمهای مربوط به منطقه‌های اول و سوم، هم‌فازند، احساسگر، در هر جای دایره خط‌چین که از P_4 می‌گذرد قرار گیرد، یک لکه روشن را ثبت می‌کند. به تدریج که احساسگر به‌طور شعاعی به سوی خارج حرکت می‌کند و بخشهایی از منطقه‌های پی‌درپی نمودار می‌شوند، این احساسگر تعدادی بیشینه و کمینه‌های نسبی را آشکارسازی می‌کند. شکل ۵۴.۱۰ نقشه‌های پراش مربوط به تعدادی سوراخ با قطرهایی از ۱ میلیمتر تا ۴ میلیمتر را که در فاصله یک متری پرده‌ای قرار داشته‌اند، نشان می‌دهد. با شروع از بالا سمت چپ و حرکت به‌راست، چهار سوراخ اول چنان کوچک‌اند که تنها بخشی از منطقه اول نمودار می‌شود. ششمین سوراخ منطقه‌های اول و دوم را نمودار می‌کند و بنا بر این مرکز سیاه است. سوراخ نهم سه منطقه اول را نمودار می‌کند و یک بار دیگر مرکزش روشن است. توجه کنید که حتماً اندکی در آن سوی سایه هندسی در P_4 ، شکل ۵۳.۱۰، منطقه اول به‌طور جزئی آشکار است. هر یک از چند قسمت آخر تأثیرگذار، فقط بخش کوچکی از منطقه مربوط

کنید این روزنه از یک مقدار اولیه تقریباً صفر با یک‌نواختی شروع به باز شدن کند، می‌توانید این مطلب را با وضوح بیشتری ملاحظه کنید. دامنه را در P می‌توان از روی منحنی ارتعاشی که در آن A هر نقطه‌ای روی لبه سوراخ است، به دست آورد. بزرگی بردار فاز، O_4A_4 ، دامنه مطلوب میدان نوری است. به شکل ۵۱.۱۰ برگردیم؛ به تدریج که سوراخ بزرگ می‌شود، A_4 در جهت پساد ساعتگرد و به دور مارپیچ به سوی Z_4 و یک مقدار بیشینه، حرکت می‌کند. با داخل کردن منطقه دوم که از راه تحویل O_4A_4 به O_4Z_4 ، که تقریباً صفر است، حاصل می‌شود، P به یک لکه تیره تبدیل می‌شود. به تدریج که روزنه باز می‌شود، طول O_4A_4 از تقریباً صفر تا تعدادی از بیشینه‌های متوالی که خودشان به تدریج کاهش می‌یابند، نوسان می‌کند. سرانجام، آنگاه که سوراخ نسبتاً بزرگ باشد، و این موج اساساً بدون موانع باشد، A_4 به O_4' نزدیک می‌شود، و تغییرات بیشتر در O_4A_4 نامحسوس است.

حال برای نگاشتن بقیه این نقش، مانند شکل ۵۳.۱۰، احساسگر را در امتداد هر خط عمود بر محور حرکت می‌دهیم. فرض می‌کنیم که در P ، دو منطقه کامل این روزنه را پرمی‌کند و $E \approx 0$. در P_1 ، در مقابل منطقه دوم به‌طور جزئی موانع ایجاد



شکل ۵۳.۱۰ منطقه‌ها در یک روزنه دایره‌ای.



شکل ۵۴.۱۰ نقشهای پراش برای روزنه‌های دایره‌ای در اندازه‌های فزاینده.

به‌دست می‌آید. اگر شعاع روزنه R باشد، تعداد منطقه‌های موجود در آن، با تقریبی مطلوب، چنین است

$$\frac{\pi R^2}{A} = \frac{(\rho + r_0) R^2}{\rho r_0 \lambda} \quad (۸۹.۱۰)$$

مثلاً، بایک چشمه نقطه‌ای در ۱ متری پشت روزنه ($\rho \approx ۱ \text{ m}$)، یک صفحه مشاهده در فاصله ۱ متری جلو آن ($r_0 = ۱ \text{ m}$) و $\lambda = ۵۰۰ \text{ nm}$ ، به‌ازای $R = ۱ \text{ mm}$ ، ۴ منطقه و به‌ازای $R = ۱ \text{ cm}$ ، ۴۰۰ منطقه وجود دارد. وقتی که ρ و r_0 هر دو تا نقطه‌ای افزایش یابند که تنها بخش کوچکی از یک منطقه در روزنه ظاهر شود، در این صورت پراش فرانهورف روی می‌دهد. این

به‌خود است و در نتیجه چشم پوشیدنی است. بنابراین مجموع تمامی دامنه‌های منطقه‌های جزئی، هر چند کوچک، هنوز هم متناهی است. ولی با پیشروی در سایه هندسی، تمامی منطقه اول با مانع روبه‌رو می‌شود. باز هم آخرین جمله‌ها چشم پوشیدنی‌اند و این بار در واقع سربها به‌صفر و تیرگی میل می‌کنند.

با محاسبه تعداد منطقه‌ها در یک روزنه مشخص، می‌توانیم از اندازه واقعی چیزهایی که با آنها سروکار داریم درک بهتری به‌دست آوریم. مساحت هر منطقه (از مسئله ۱۱.۱۰) از رابطه

$$A = \frac{\rho}{(\rho + r_0)} \pi r_0 \lambda \quad (۸۸.۱۰)$$

وقتی که اولین منطقه از فاصله ۱۵۸ متر دیده شود، شعاع آن برابر ۱ میلیمتر به دست می آید. در این شرایط ویژه، تا جایی که $m \ll 10^7$ ، معادله (۹۱.۱۰) معتبر است، که در این حالت، $R_m = \sqrt{m}$ (برحسب میلیمتر). شکل ۵۳.۱۰ به اصلاح اندکی نیازمند است زیرا اکنون خطوط O_1P_1 ، O_2P_2 و O_3P_3 عمودی-اند که از نقاط مشاهده به Σ وارد شده اند.

۴۳.۱۰ موانع دایره ای

فرنل در سال ۱۸۱۸/۱۱۹۷، در مسابقه ورقا بستی تحت نظر فرهنگستان فرانسه شرکت کرد. سرانجام مقاله او در خصوص نظریه پراش نخستین جایزه را ربود و عنوان «مسأله تاجدار» را کسب کرد، اما اهمیت این مقاله بیشتر از آن جهت است که زمینه ساز ماجرایی جالبتر شد. در واقع گروهی قدرتمند متشکل از لاپلاس، بیو، سیمئون پواسون، دومینیک آراگو و گیلوساک، شورای داوری را تشکیل می دادند. پواسون که مخالف سرسخت توصیف موجی نور بود، یک نتیجه گیری قابل ملاحظه و ظاهراً غیر قابل دفاع از نظریه فرنل به دست آورد. او نشان داد که یک لکه روشن در مرکز سایه یک مانع کدر دایره ای مرئی خواهد شد؛ این نتیجه ای بود که احساس بیهودگی بررسی فرنل را در او به وجود آورد. با در نظر گرفتن بحث بسیار ساده شده زیر می توانیم به همان نتیجه برسیم. به یاد آوریم که موجی بدون مانع یک آشفته گی ایجاد می کند (۸۵.۱۰) که با رابطه $E \approx |E_1|/2$ بیان می شود. اگر نوعی مانع دقیقاً اولین منطقه فرنل را بپوشاند، به طوری که سهم $|E_1|$ از آن کاسته شود، در این صورت $E \approx -|E_1|/2$. بنابراین، ممکن است با ورود آن مانع، تأییدگی در نقطه ای مانند P روی محور، بدون تغییر باقی بماند. این پیشگویی شگفت را که پواسون از آن به عنوان مرگ فرضیه موجی یاد کرده بود، آراگو تقریباً بلافاصله از طریق آزمایش به اثبات رسانید؛ لکه در واقع وجود داشت. جالب است که گفته شود لکه پواسون، نام امروزی آن، را چندین سال پیشتر (۱۷۲۳/۱۱۰۲)، مارالدی مشاهده کرده بود، اما تا مدت های زیادی کسی به کار او توجهی نشان نداد. اکنون مسئله را با دقت بیشتری بررسی می کنیم، زیرا از شکل ۵۶.۱۰ کاملاً پیداست که جزئیات نقش سایه واقعی، بسیار خوب دیده می شود.

اگر مانع کدر، یک قرص یا یک کره، در برابر I منطقه اول مانع ایجاد کند، پس

$$E = |E_{1+1}| - |E_{1+2}| + \dots + |E_m|$$

(که در آن، مانند پیش، معنای مطلق برای علامتها وجود ندارد) جز اینکه باید جمله های متوالی از هم کم شوند). برخلاف تحلیل مربوط به روزنه دایره ای، حالا E_m به صفر نزدیک می شود زیرا $K_m \rightarrow 0$. این رشته ها باید به همان روشی که موج بدون مانع

مطلب بیان مجددی از شرط فرانهور در ۲۰.۱۰ است؛ مسئله ۱۰.۱۰ را هم نگاه کنید.

از معادله (۸۹.۱۰) معلوم می شود که تعداد منطقه هایی که روزنه را پرمی کنند، به فاصله r_0 تا P بستگی دارد. به تدریج که P در یکی از دو راستا و در امتداد محور مرکزی حرکت کند، تعداد منطقه های آشکار، فزاینده یا کاهنده، بین مقادیر درست فرد و زوج نوسان می کند. در نتیجه، تأییدگی از یک رشته بیشینه و کمینه می گذرد. آشکار است که، در پیکربندی فرانهور که بنا بر تعریف بیش از یک منطقه نمی تواند در روزنه ظاهر شود، این وضع اتفاق نمی افتد.

۲. امواج تخت

حال فرض کنید که چشمه نقطه ای، چندان از پرده پراشان دور شده باشد که بتوان نور ورودی را همچون یک موج تخت در نظر گرفت ($\rho \rightarrow \infty$)، اکنون، با مراجعه به شکل ۵۵.۱۰، برای شعاع m امین منطقه، عبارت می آوریم. چون $r_m = r_0 + m\lambda/2$ پس

$$R_m^2 = \left(r_0 + \frac{m\lambda}{2} \right)^2 - r_0^2$$

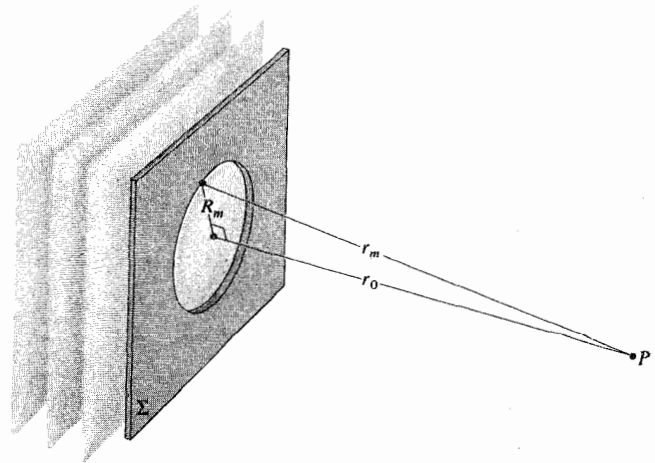
و از آنجا

$$R_m^2 = m r_0 \lambda + \frac{m^2 \lambda^2}{4} \quad (90.10)$$

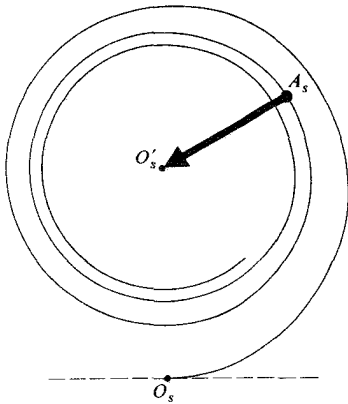
در بیشتر حالات، تا زمانی که m بینهایت بزرگ نباشد، جمله دوم معادله (۹۰.۱۰) چشم پوشیدنی است، پس

$$R_m^2 = m r_0 \lambda \quad (91.10)$$

و این شعاعها با ریشه های دوم اعداد صحیح متناسب اند. اگر یک لیزر He-Ne موازی شده ($\lambda = 6328 \text{ \AA}$) را به کار ببریم،



شکل ۵۵.۱۰ امواج تخت که روی یک سوراخ دایره ای فرود می آیند.



شکل ۵۷.۱۰ منحنی ارتعاشی که در مورد یک مانع دایره‌ای به کار رفته است.

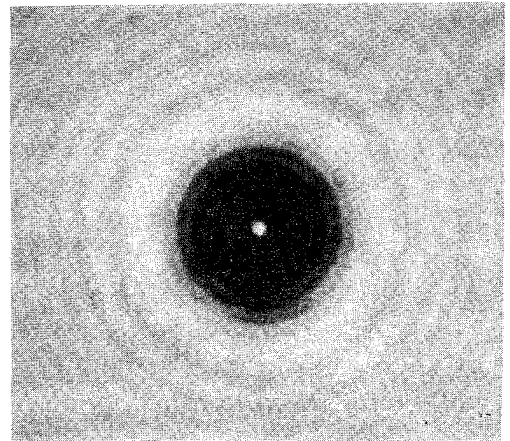
روزنه دایره‌ای پوشیده شده‌اند، اکنون در معرض نور قرار خواهند گرفت و برعکس. در نتیجه، یک رشته کامل از حلقه‌های هم‌مرکز روشن و تاریک لکه مرکزی را دربر خواهند گرفت.

قرص کدر، تصویر S را در P تشکیل می‌دهد و به همین ترتیب از هر نقطه واقع در یک چشمه وسیع یک تصویر خام تشکیل خواهد داد. پول نشان داده است که یک قرص کوچک می‌تواند همچون عدسی خام مثبتی به کار رود.

نقش پراش را می‌توان با اندکی اشکال مشاهده کرد، ولسی برای این کار یک تلسکوپ یا دوربین دو چشمی ضروری است. یک کاسه ساچمه کوچک (به قطر تقریبی $1/8$ یا $1/4$ اینچ) را به یک لغزانه میکروسکوپ بچسبانید، که در این حال به عنوان یک دسته به کار می‌رود. کاسه ساچمه را چند متر آن سوتر از چشمه نقطه‌ای قرارداده و از فاصله سه یا چهار متری آن را مشاهده کنید. سپس آن را مستقیماً در جلو چشمه قرار دهید به طوری که در برابر آن مانع کاملی پدید آورد. از آنجا که m خیلی بزرگ است، به تلسکوپی نیاز دارید که تصویر را بزرگ کند. اگر بتوانید تلسکوپ را ثابت نگه دارید، سیستم حلقه‌ای کاملاً واضح دیده خواهد شد.

۵.۳.۱۰ تیغه منطقه‌ای فرنل

در ملاحظات پیشین خود از این واقعیت بهره گرفتیم که منطقه‌های متوالی فرنل به حذف یکدیگر گرایش دارند. یعنی اگر تمامی مناطق زوج یا فرد را برداریم، تابیدگی در نقطه P را با افزایش فوق‌العاده‌ای مشاهده خواهیم کرد. پرده‌ای که دامنه یا فاز نور رسیده از هر منطقه نیم دور دیگر را، تغییر می‌دهد تیغه



شکل ۵۶.۱۰ سایه یک کاسه ساچمه به قطر $1/8$ اینچ. کاسه ساچمه به یک لغزانه معمولی میکروسکوپ چسبانده شده و یک باریکه لیزر He-Ne به آن تابیده شده است. تعدادی فریز ضعیف نامتمرکز مزاحم وجود دارد که ناشی از لغزانه میکروسکوپ و عدسی واقع در برابر باریکه، هستند.

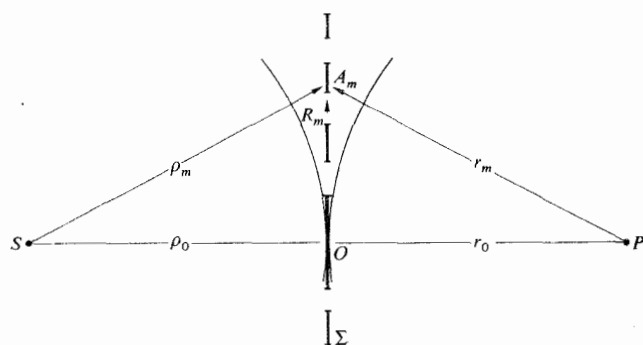
ارزیابی شده است، ارزیابی شوند (78.10 و 79.10). با تکرار این شیوه، نتیجه می‌شود

$$E \approx \frac{|E_{l+1}|}{2} \quad (92.10)$$

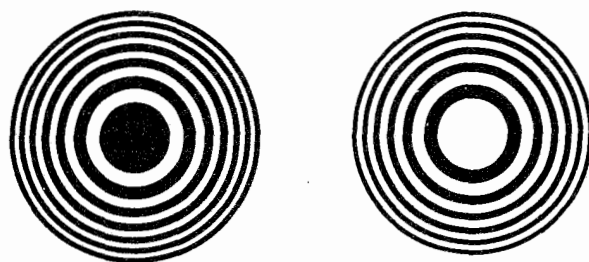
و عموماً تابیدگی روی محور مرکزی تنها اندکی کمتر از تابیدگی موج بدون مانع است. در طول محدود مرکزی، همه جا یک لکه روشن وجود دارد، مگر بلافاصله در پشت مانع دایره‌ای. موجک‌هایی که در آن سوی محیط قرص انتشار می‌یابند، در روی محور مرکزی به طور هم‌فاز به یکدیگر می‌رسند. توجه کنید همچنان که P به قرص نزدیک شود، θ افزایش می‌یابد، $K_{l+1} \rightarrow 0$ و تابیدگی به تدریج به صفر میل می‌کند. اگر قرص بزرگ باشد، $(l+1)$ امین منطقه، بسیار باریک بوده و هر گونه بی‌نظمی در سطح مانع می‌تواند به طور جدی جلو آن منطقه را بگیرد، برای اینکه لکه پواسون به آسانی مشاهده شود، این مانع باید هموار و دایره‌ای باشد.

اگر A نقطه‌ای روی محیط قرص یا کره باشد، A نقطه متناظر روی منحنی ارتعاش است (شکل ۵۷.۱۰) به تدریج که این قرص برای یک نقطه ثابت P بزرگ شود، A در جهت پاد ساعتگرد به سوی O'_s می‌پیچد و دامنه $A O'_s$ اندک اندک کاهش می‌یابد. وقتی که P به سمت یک قرص با اندازه ثابت حرکت کند، نیز همین اتفاق می‌افتد.

در خارج از محور، منطقه‌هایی که در شکل ۵۳.۱۰ برای



شکل ۵۹۰۱۰ نمایش هندسی تیغه منطقه ای.



(الف)

(ب)

شکل ۵۸۰۱۰ تیغه های منطقه ای.

منطقه ای^۱ نامیده می شود.

فرض کنید يك تیغه منطقه ای بسازیم که فقط ۲۰ منطقه فرد و اول را عبور دهد و مانع عبور منطقه های زوج شود،

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_{39}$$

و هر يك از این جملات تقریباً برابرند. برای يك جبهه موج بدون مانع، آشفته گی در P برابر $E_1/2$ خواهد بود، درحالی که اگر تیغه منطقه ای در جای خود باشد $E \approx 20E_1$. تاییدگی باضریب ۱۶۰۰، افزایش پیدا کرده است. اگر به جای منطقه های فرد، منطقه های زوج عبور می کردند، واضح است که همین نتیجه به دست می آمد.

برای محاسبه شعاع منطقه های شکل ۵۸۰۱۰، به شکل ۵۹۰۱۰ مراجعه می کنیم. لبه خارجی منطقه m ام با نقطه A_m علامتگذاری شده است. بنا بر تعریف، موجی که مسیر $S - A_m - P$ را می پیماید باید با موجی که مسیر $S - O - P$ را طی می کند به اندازه $m\lambda/2$ اختلاف فاز داشته باشد، یعنی

$$(\rho_m + r_m) - (\rho_0 + r_0) = \frac{m\lambda}{2} \quad (93.10)$$

واضح است که

$$\rho_m = (R_m^2 + \rho_0^2)^{1/2}$$

و

$$r_m = (R_m^2 + r_0^2)^{1/2}$$

این دو عبارت را با استفاده از رشته دوجمله ای بسط می دهیم. چون R_m نسبتاً کوچک است، تنها با نگهداشتن دوجمله نخست به دست می دهد

$$\rho_m = \rho_0 + \frac{R_m^2}{2\rho_0}$$

(توجه کنید که تیغه منطقه ای خطای رنگی زیادی را نشان خواهد داد). گفته می شود که نقاط S و P کانونهای مزدوج هستند. بایک باریکه فرودی موازی شده شکل ۶۰۰۱۰ فاصله تصویر، فاصله کانونی اولیه یا مرتبه اول خواهد بود، که به نوبه خود با بیشینه اصلی در توزیع تاییدگی متناظر است. افزون بر این تصویر حقیقی يك تصویر مجازی نیز وجود دارد که از نوری واگرا در جلو Σ به فاصله f تشکیل می شود. در فاصله f از Σ ، هر حلقه بر روی تیغه، دقیقاً توسط منطقه نیم دور روی جبهه موج، پر می شود. اگر يك احساسگر را در طول محور $S - P$ به سمت Σ حرکت دهیم،

۱. ظاهراً ریلی تیغه منطقه ای را ابداع کرده است، زیرا در پیش درآمد کتاب خود به تاریخ ۱۱ آوریل ۱۸۷۱ چنین بیان کرده است، «آزمایش مربوط به مسدود کردن منطقه های فرد هویگنس به منظور افزایش نور در مرکز بسیار موفق بوده است.»

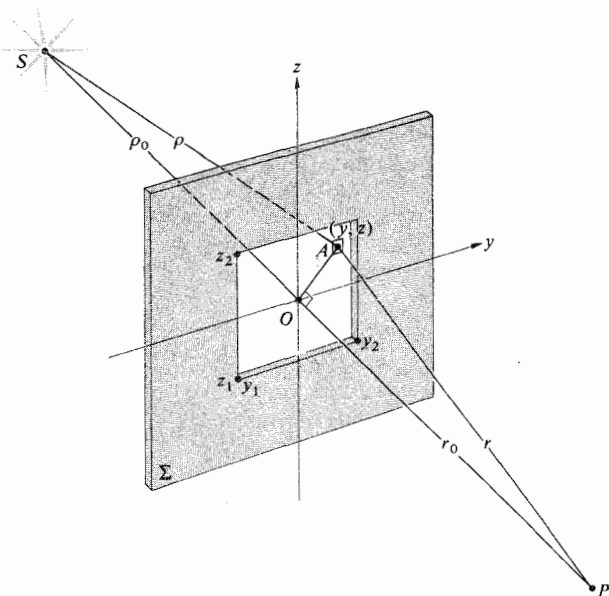
ماده‌ای باشند. اینها در گستره‌ای فرابنفش با پرتوهای x نرم، که برای آن رشته معمولی است، همچون عدسی به کار خواهند آمد.

۶.۳.۱۰ انتگرالهای فرنل و روزنه مستطیلی

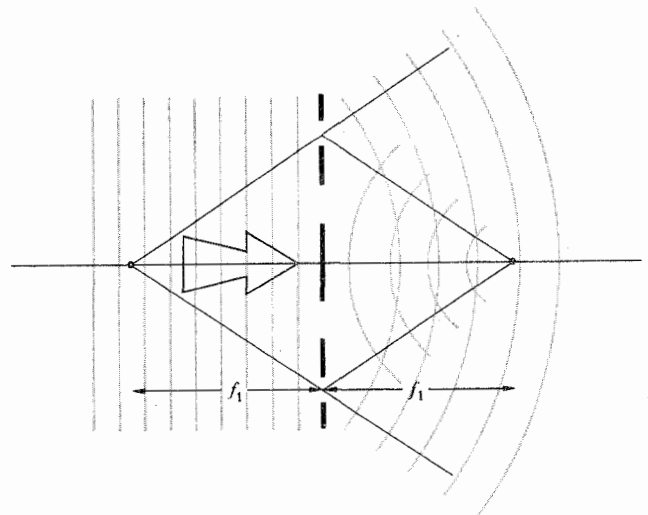
اینک گروه مسائلی را در محدوده پراش فرنل از نظر می‌گذرانیم که دیگر تقارن دایره‌ای پیکربندیهای را که پیشتر بررسی شدند، ندارند. شکل ۶.۱۰.۱۰ را که در آن dS یک عنصر سطح واقع در یک نقطه اختیاری A به مختصات (y, z) است، ملاحظه کنید. موضع مبدأ مختصات O توسط خط عمودی که از محل چشمه نقطه‌ای تکفام به Σ فرود می‌آید، تعیین می‌شود. سهم چشمه‌های ثانویه روی dS در آشفتگی نوری در P ، به شکل معادله (۷۴.۱۰) است. با استفاده از آنچه که از انتشار آزادانه موج آموختیم ($\mathcal{E}_A \rho \lambda = \mathcal{E}_0$) می‌توانیم آن معادله را به این شکل بازنویسی کنیم

$$dE_p = \frac{K(\theta)\mathcal{E}_0}{\rho r \lambda} \cos[k(\rho + r) - \omega t] dS \quad (۹۶.۱۰)$$

علامت این فاز نسبت به علامت فاز معادله (۷۴.۱۰) تغییر کرده است و چنین نوشته شده که با بررسی متداول سازگار باشد. حالتی که ابعاد روزنه، در مقایسه با ρ_0 و r_0 ، کوچک باشند،



شکل ۶.۱۰.۱۰ پراش فرنل در یک روزنه مستطیلی.



شکل ۶.۱۰.۲ کانوهای تیغه منطقه‌ای.

یک رشته بیشینه و کمینه‌های بسیار کوچک تابیدگی را ثبت می‌کند تا آنکه به نقطه $f_1/3$ از Σ برسد. در آن نقطه کانوئی مرتبه سوم، یک قله مشخص از تابیدگی وجود دارد. نقاط کانوئی اضافی در $f_1/5, f_1/7, f_1/9$ و غیره وجود خواهد داشت که نه تنها به یک عدسی، بلکه حتی به یک قرص کدر ساده هم شباهتی ندارند.

وود، به پیروی از یک پیشنهاد ریاضی، یک تیغه منطقه‌ای وارونه فاز، ساخت. او به جای اینکه منطقه‌های دیگر را مسدود کند، ضخامت منطقه‌های متوالی را افزایش داد، و به این وسیله فاز آنها را به اندازه π به تأخیر انداخت. چون تمامی تیغه شفاف است، بنابراین دامنه دو برابر و تابیدگی با ضریب چهار افزایش خواهد یافت. این دستگاه در عمل خوب کار نمی‌کند زیرا فاز روی هر منطقه واقعاً ثابت نیست. ایده‌آل آن است که پس‌اندازی بر روی یک منطقه بسیار تدریجی باشد، و باید در آغاز منطقه بعدی به اندازه π به عقب بجهد.

روش متداول برای ساختن یک تیغه منطقه‌ای نسوری ترسیم شکلی بزرگ مقیاس از آن و کوچک کردنش از طریق عکسبرداری است. تیغه‌هایی با صدها منطقه را می‌توان با عکسبرداری از یک نقش حلقه‌ای نیوتون، در نور شبه تکفام موازی شده درست کرد. حلقه‌هایی از ورقه آلومینیوم روی مقوای نازک، برای میکروموجها کارایی بسیار مطلوبی دارند.

تیغه‌های منطقه‌ای را می‌توان از فلزی با ساختار پره‌ای به خود متکی درست کرد به طوری که نواحی شفاف غاری از هر

هر دو تابع به طور گسترده ای مورد مطالعه قرار گرفته اند و مقادیر عددی آنها به خوبی فهرست شده اند. در اینجا بهره ای که از آنها می بریم از این حقیقت ناشی می شود که

$$\int_0^w e^{i\pi w'^2/\lambda} dw' = \mathcal{C}(W) + i\mathcal{S}(W)$$

و این، به نوبه خود شکل انتگرالهای معادله (۱۰۰.۱۰) را دارد. پس آشفتگی در P چنین است

$$E_p = \frac{E_u}{\gamma} [\mathcal{C}(u) + i\mathcal{S}(u)]_{u_1}^{u_2} [\mathcal{C}(v) + i\mathcal{S}(v)]_{v_1}^{v_2} \quad (۱۰۲.۱۰)$$

که آنها را می توان با استفاده از مقادیر جدول بندی شده $\mathcal{C}(u_1)$ ، $\mathcal{C}(u_2)$ ، $\mathcal{S}(u_1)$ ، و... محاسبه کرد. اگر بخواهیم آشفتگی را در کلیه نقاط صفحه مشاهده محاسبه کنیم، در حالی که موقعیت روزنه ثابت نگه داشته شود، محاسبات ریاضی پیچیده ای ضرورت پیدا می کند. به جای این کار، خط $S-O-P$ را ثابت نگه داشته و فرض می کنیم که روزنه را در صفحه Σ با جابجاییهای کوچک حرکت می دهیم. اثر این کار انتقال مبدأ O نسبت به روزنه ثابت است و از آنجا، نقش پراش در بالای نقطه P روئیده می شود. هر وضعیت جدید O با مجموعه جدیدی از مواضع نسبی مرزی، y_1 ، y_2 ، z_1 ، و z_2 متناظر است. اینها به نوبه خود به مفهوم مقادیر جدید u_1 ، u_2 ، v_1 ، و v_2 هستند که وقتی در معادله (۱۰۲.۱۰) نشاندن شوند، E_p جدیدی حاصل می شود. تا زمانی که فواصل جابجایی روزنه در مقایسه با ρ_0 کوچک باشند، اشتباهی که در چنین فرایندی رخ می دهد چشم پوشیدنی است. بنابراین، این رهیافت برای امواج تخت تابنده حتی مناسبتر هم هست. در آن حالت اگر E_0 دامنه موج تخت ورودی به صفحه Σ باشد، معادله (۹۶.۱۰) ساده تر می شود

$$dE_p = \frac{E_0 K(\theta)}{r\lambda} \cos(kr - \omega t) dS$$

که در آن، مانند پیش، E_0/λ ، این بار با

$$u = y \left(\frac{\gamma}{\lambda r_0} \right)^{1/2}, \quad v = z \left(\frac{\gamma}{\lambda r_0} \right)^{1/2} \quad (۱۰۳.۱۰)$$

برای دستیابی به معادله (۱۰۳.۱۰) صورت و مخرج معادله (۹۹.۱۰) را بر ρ_0 تقسیم کرده و آن را به بینهایت میل داده ایم، E_p همان شکل معادله (۱۰۲.۱۰) را که در آن E_u مجدداً آشفتگی بدون مانع است، به خود می گیرد. تابیدگی در P برابر $E_p E_p^*/2$ است؛ با به یاد داشتن اینکه E_u مختلط است، پس

$$I_p = \frac{I_0}{\gamma} \{ [\mathcal{C}(u_2) - \mathcal{C}(u_1)]^2 + [\mathcal{S}(u_2) - \mathcal{S}(u_1)]^2 \} \\ \times \{ [\mathcal{C}(v_2) - \mathcal{C}(v_1)]^2 + [\mathcal{S}(v_2) - \mathcal{S}(v_1)]^2 \} \quad (۱۰۴.۱۰)$$

می توانیم قرار دهیم: $K(\theta) = 1$ ، و در ضریب دامنه، $1/\rho r$ را برابر $1/\rho_0 r_0$ بگیریم. با دقت بیشتر در خصوص تقریبهای وارد شده در فاز، قضیه فیثاغورث را برای مثلثهای SOA و POA به کار می بریم و داریم

$$\rho = (\rho_0^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

و

$$r = (r_0^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

با استفاده از رشته های دو جمله ای، عبارتهای بالا را بسط داده و عبارت زیر را به دست می آوریم

$$\rho + r \approx \rho_0 + r_0 + (y^2 + z^2) \frac{\rho_0 + r_0}{2\rho_0 r_0} \quad (۹۷.۱۰)$$

ملاحظه می شود که این تقریب کارا تر از تقریبی است که در تحلیل فرانیهوفر به کار رفت و در آنجا جمله درجه دوم در متغیرهای روزنه ناچیز شمرده شده است. آشفتگی در P به شکل مختلط چنین است

$$E_p = \frac{E_0 e^{-i\omega t}}{\rho_0 r_0 \lambda} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} e^{ik(\rho+r)} dy dz \quad (۹۸.۱۰)$$

به پیروی از شکل متداول مشتق گیری، متغیرهای بدون بعد u و v چنین تعریف شده اند

$$u \equiv y \left[\frac{\gamma(\rho_0 + r_0)}{\lambda \rho_0 r_0} \right]^{1/2}, \quad v \equiv z \left[\frac{\gamma(\rho_0 + r_0)}{\lambda \rho_0 r_0} \right]^{1/2} \quad (۹۹.۱۰)$$

با نشاندن معادله (۹۷.۱۰) در معادله (۹۸.۱۰) و با به کار بردن متغیرهای جدید داریم

$$E_p = \frac{E_0}{\gamma(\rho_0 + r_0)} e^{ik(\rho_0 + r_0)\omega t} \int_{u_1}^{u_2} e^{i\pi u^2/\gamma} du \int_{v_1}^{v_2} e^{i\pi v^2/\gamma} dv \quad (۱۰۰.۱۰)$$

جمله ماقبل انتگرال آشفتگی بدون مانع در P را که بر γ تقسیم شده است نشان می دهد و ما آن را $E_u/2$ می نامیم. خودانتگرال را می توان با استفاده از دو تابع $\mathcal{C}(W)$ و $\mathcal{S}(W)$ ارزیابی کرد که در آن W نماینده u یا v است. این کمیتها، که به نام انتگرالهای فرنل مشهورند، چنین تعریف می شوند

$$\mathcal{C}(W) \equiv \int_0^W \cos\left(\frac{\pi W'^2}{\gamma}\right) dW' \quad (۱۰۱.۱۰)$$

$$\mathcal{S}(W) \equiv \int_0^W \sin\left(\frac{\pi W'^2}{\gamma}\right) dW'$$

که در آن I_0 تابیدگی بدون مانع در P است.

به عنوان یک مثال ساده، سوراخی مربعی به ضلع 2 mm تحت تابش موج تختی در 500 nm ، در نظر بگیرید. اگر P در فاصله 4 متری بسوده و مستقیماً در مقابل نقطه O در مرکز روزنه باشد، $u_1 = 100$ ، $u_2 = -100$ ، $v_1 = 100$ و $v_2 = -100$ ، انتگرالهای فرنل، هر دو توابع فردند، یعنی

$$\mathcal{C}(W) = -\mathcal{C}(-W) \text{ و } \mathcal{S}(W) = -\mathcal{S}(-W)$$

در نتیجه

$$I_p = \frac{I_0}{4} \{ [\mathcal{C}(1)]^2 + [\mathcal{S}(1)]^2 \}^2$$

و یک مقدار عددی به آسانی به دست می آید. برای پیدا کردن تابیدگی در جای دیگر این نقش، مثلاً 0.1 میلیمتری سمت چپ مرکز، روزنه را نسبت به خط OP به همان ترتیب حرکت دهید،

نتیجه می شود: $u_1 = 100$ ، $u_2 = -0.9$ ، $v_1 = 100$ و $v_2 = -100$ ، I_p برای 0.1 میلیمتری سمت راست مرکز یافته شد. در واقع، چون روزنه مربعی است، در 0.1 میلیمتری بالا و پایین مرکز نیز همان مقدار به دست می آید (شکل ۶۲.۱۰).

با فراهم آوردن امکان گسترش نامحدود روزنه، می توانیم به وضعیت حدی انتشار آزاد برسیم. با استفاده از این نکته که

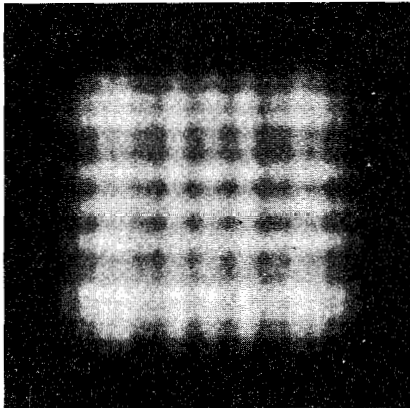
$$\mathcal{C}(\infty) = \mathcal{S}(\infty) = \frac{1}{2}$$

و

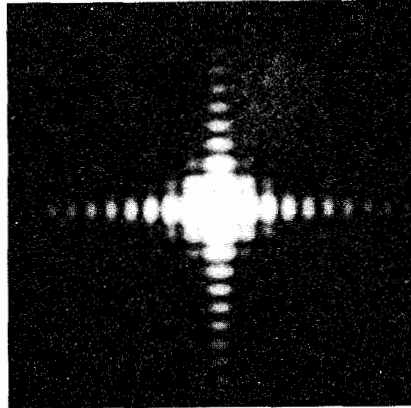
$$\mathcal{C}(-\infty) = \mathcal{S}(-\infty) = -\frac{1}{2}$$

تابیدگی در P ، در مقابل مرکز روزنه چنین است

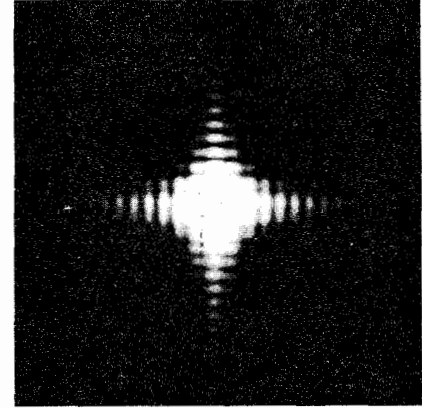
$$I_p = I_0$$



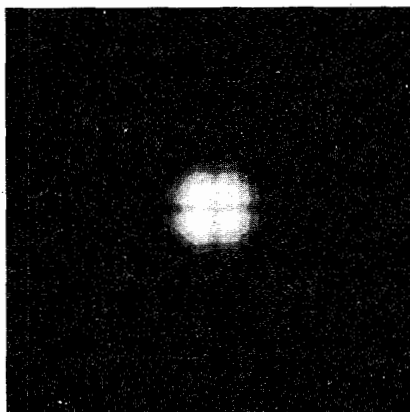
(الف)



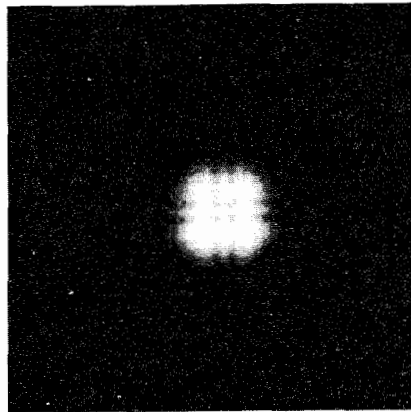
(ب)



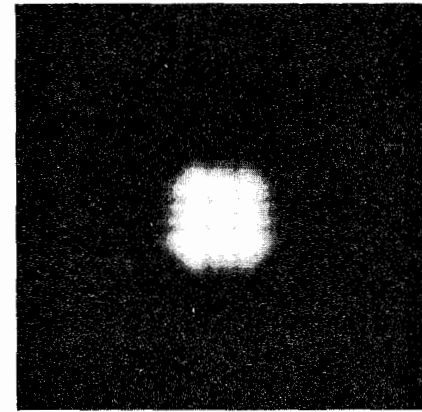
(ج)



(د)



(ه)



(و)

شکل ۶۲.۱۰ (الف) یک نقش فرنل نمونه برای یک روزنه مربعی. (ب) تا (و) یک رشته از نقشهای فرنل برای روزنه های مربعی گوناگون در شرایط یکسان. توجه کنید که هرچه سوراخ بزرگتر می شود، این نقش از یک توزیع فرانیهو فرمانند گسترش یافته به یک ساختار جایگزیده تر تغییر شکل می دهد.

۷۰۳۰۱۰ ماریچ کورنو

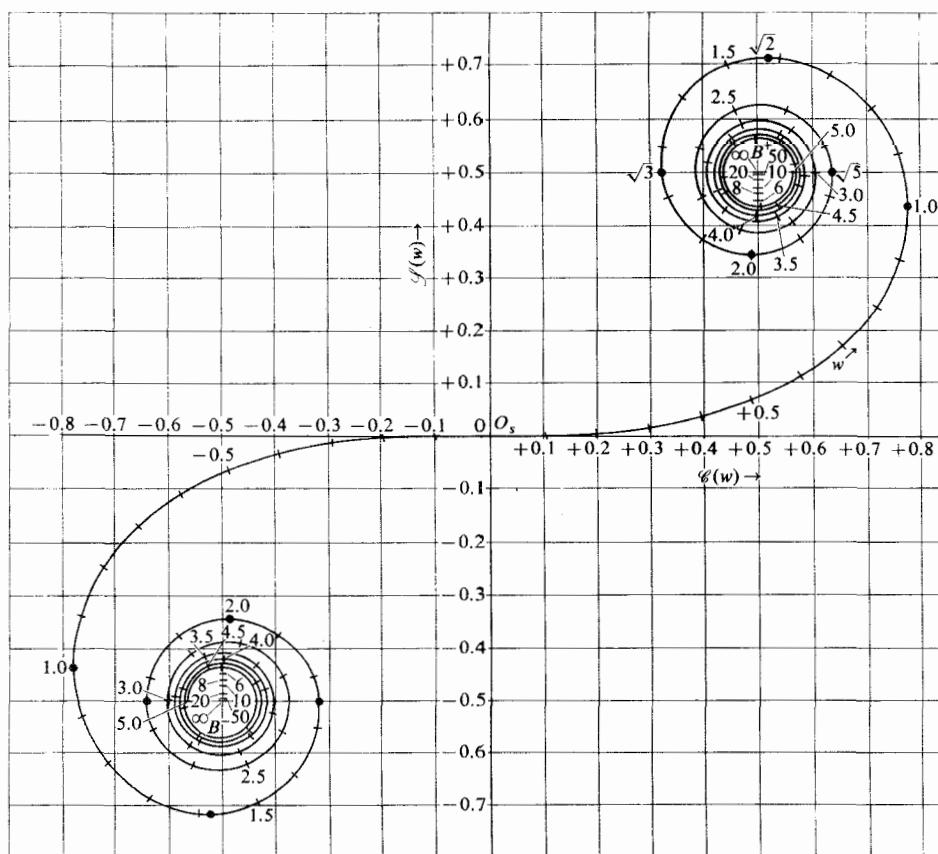
ماری آلفرد کورنو (۱۲۸۱-۱۹۰۲/۱۲۲۰-۱۸۴۱)، استاد مدرسه پلی تکنیک پاریس، یک نمودار هندسی ظریف از انتگرالهای فرنل را، همانند منحنی ارتعاشی که هم اکنون بررسی کردیم، ابداع کرد. شکل ۶۳۰۱۰، که به ماریچ کورنو مشهور است، نموداری است از نقاط $B(W) \equiv \mathcal{C}(W) + i\mathcal{S}(W)$ در صفحه مختلط، آنگاه که تمام مقادیر ممکن از صفر تا $\pm\infty$ را می پذیرد. معنی این مطلب دقیقاً آن است که ما $\mathcal{C}(W)$ را روی محور افقی یا حقیقی و $\mathcal{S}(W)$ را روی محور عمودی یا موهومی می بریم. مقادیر عددی مناسب را می توان با استفاده از جدولها به دست آورد. اگر dl یک عنصر طول قوس باشد که در امتداد منحنی اندازه گیری شده است، پس

$$d\ell^2 = d\mathcal{C}^2 + d\mathcal{S}^2$$

با بهره گیری از تعریفهای (۱۰۱۰۱۰)

$$d\ell^2 = \left(\frac{\cos^2 \pi W^2}{2} + \frac{\sin^2 \pi W^2}{2} \right) dW^2$$

که دقیقاً درست است. این امر بیشتر از آنجا قابل توجه است که وقتی طول OA زیاد باشد، تمامی تقریبهایی که در مشتق گیری به کار رفتند دیگر قابل اعمال نیستند. ولی باید تصدیق کرد که یک روزنه نسبتاً کوچک که این تقریبهها را برآورده می کند، هنوز می تواند در ناحیه مقابل مرکز، پراش مؤثری را نشان ندهد. مثلاً، روزنه ای که از P تحت زاویه یک یا دو درجه دیده می شود، به ازای $\rho_0 = r_0 = 1 \text{ m}$ می تواند با مقادیری از $|u|$ و $|v|$ که تقریباً بیست و پنج تا چهل است، متناظر باشد. پس، کمتهای \mathcal{C} و \mathcal{S} بسیار به مقادیر حسی خود یعنی $1/2$ ، نزدیک است بنابراین، افزایش بیشتر ابعاد روزنه تا دورتر از نقطه ای که از تقریبهها منحرف می شود، می تواند فقط اشتباه کوچکی را وارد کند. این مطلب می فهماند که ما احتیاج به محدودیت زیادی از مورد اندازه واقعی روزنه نداریم (تا زمانی که $\lambda \gg r_0$ و $\lambda \gg \rho_0$). سهمهای ناحیه هایی از جبهه موج که دورتر از O هستند، باید کاملاً کوچک باشد، و این شرطی است که می توان عامل میل و وابستگی معکوس دامنه موجکهای ثانویه به r را به آن نسبت داد.



شکل ۶۳۰۱۰ ماریچ کورنو.

است $B_v(u) - B_v(u)$

$$B_{12}(u) = [\mathcal{E}(u) + i\mathcal{P}(u)]_{u_1}^{u_2}$$

و در عبارت (۱۰۲.۱۰) برای E_p ، نخستین جمله است. همچنین به ازای $v_1 = -10$ و $v_2 = 10$ ، $B_v(v) - B_v(v)$ برابر است با

$$B_{12}(v) = [\mathcal{E}(v) + i\mathcal{P}(v)]_{v_1}^{v_2}$$

که بخش آخری E_p است. مقادیر این دو عدد مختلط درست با طول فاز بردارهای مناسب B_{12} برابرند که می توان به کمک یک خط کش و با استفاده از هریک از محورها به عنوان مقیاس آنها را قرائت کرد. پس تاییدگی چنین است

$$I_p = \frac{I_0}{\varphi} |B_{12}(u)|^2 |B_{12}(v)|^2 \quad (106.10)$$

و مسئله حل شده است. توجه کنید که طولهای قوسی در امتداد این مارپیچ، یعنی $\Delta u = u_2 - u_1$ و $\Delta v = v_2 - v_1$ ، با ابعاد سرتاسری روزنه، به ترتیب در امتدادهای y و z متناسب اند. بنابراین طولهای قوسی، بدون توجه به موقعیت P در صفحه مشاهده، ثابت اند. از سوی دیگر، فاز بردارهای $B_{12}(u)$ و $B_{12}(v)$ که طولهای قوسی را پدید می آورند، ثابت نیستند، و در واقع به موضع نقطه P وابسته اند.

اکنون، با ابقاء وضعیت P در جانب مقابل مرکز سوراخ پراشان، فرض می کنیم که اندازه روزنه قابل تنظیم باشد. همچنان که سوراخ مربعی باز می شود، به همان ترتیب Δu و Δv نیز افزایش می یابند. نقاط انتهایی B_1 و B_2 ، هریک از این طول قوسها در جهت پاد ساعتگرد، به ترتیب به سمت مقادیر حدی خود، B^- و B^+ ، می چرخند. فاز بردارهای $B_{12}(u)$ و $B_{12}(v)$ ، که در این مورد خاص، به علت تقارن یکسان اند، از میان یک رشته مقادیر بیشینه می گذرند. بنا براین، لکه مرکزی در نقش به تدریج از روشنایی نسبی به تاریکی و برعکس تغییر وضع می دهد. در تمام این مدت، توزیع تاییدگی کلی به طور پیوسته از نمودی با زیبایی پیچیده به نمود بعدی تغییر می کند (شکل ۶۲.۱۰). برای هر اندازه روزنه مخصوصی، می توان نقش پراش خارج از مرکز را با جایگزینی مجدد P محاسبه کرد. خالی از فایده نیست که طول قوس را همچون قطعه ای نخ در نظر آوریم که اندازه آن برابر یکی از دو مقدار Δu یا Δv است. فرض کنید که این نخ روی مارپیچ خوابانده شود، به طوری که O_s در آغاز در وسط آن باشد. به تدریج که P مثلاً به سمت چپ و در امتداد محور y حرکت کند (شکل ۶۱.۱۰)، y_1 و بنا براین u_1 هر دو کمتر منفی می شوند، در حالی که y_2 و u_2 به طور مثبت افزایش می یابند، و در اثر آن نخ Δu به سوی بالای مارپیچ می لغزد. به تدریج که فاصله بین نقاط انتهایی Δu در نخ تغییر می کند، $|B_{12}(u)|$ تغییر می کند، و در نتیجه تاییدگی (۱۰۶.۱۰) تغییر می کند. وقتی که P در لبه چپ

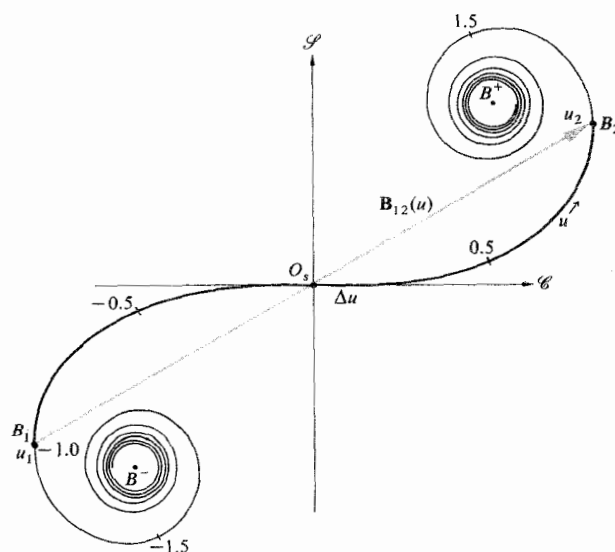
$$d\ell = dW$$

مقادیر W با طول قوس متناظرند و در امتداد مارپیچ شکل ۶۳.۱۰ مشخص شده اند. همچنان که W به $\pm \infty$ نزدیک می شود، منحنی به داخل مقادیر حدی خود در $B^+ = 1/2 + i/2$ و $B^- = -1/2 - i/2$ می پیچد. شیب این مارپیچ چنین است

$$\frac{d\mathcal{P}}{d\mathcal{E}} = \frac{\sin \pi W^2/2}{\cos \pi W^2/2} = \tan \frac{\pi W^2}{2} \quad (105.10)$$

و به این ترتیب زاویه بین مماس بر مارپیچ در هر نقطه و محور \mathcal{E} برابر است با $\beta = \pi W^2/2$.

می توان مارپیچ کورنو را به عنوان یک وسیله مناسب به منظور تعیین کمی و یا همچون کمکی برای به دست آوردن تصویری کیفی از نقش پراش (همان حالتی که در مورد منحنی ارتعاشی وجود داشت) به کار برد. مسئله سوراخ مربعی به اضلاع 2 mm ($\lambda = 500\text{ nm}$ ، $r_0 = 4\text{ m}$) و تحت تابش موج تخت را که در بخش پیش از نظر گذرانیدیم، یک بار دیگر به عنوان مثالی برای کار بردهای کمی آن، بررسی می کنیم. می خواهیم تاییدگی را در P ، مستقیماً در مقابل مرکز روزنه که در آنجا برای این حالت خاص: $u_1 = -10$ و $u_2 = 10$ ، پیدا کنیم. متغیر u در طول قوس اندازه گیری می شود، یعنی به جای W در روی مارپیچ u قرار می گیرد. دو نقطه را روی مارپیچ به فواصل u_1 و u_2 از O_s در نظر می گیریم (این نقاط نسبت به O_s قرینه اند زیرا P اکنون در مقابل مرکز روزنه است). بنا بر شکل ۶۴.۱۰، این دو نقطه را به ترتیب $B_1(u)$ و $B_2(u)$ می نامیم، باز بردار $B_{12}(u)$ که از $B_1(u)$ به $B_2(u)$ کشیده شده است، درست برابر عدد مختلط



شکل ۶۴.۱۰ مارپیچ کورنو.

جدول ۱۰۱۰ انتگرالهای فرنل

W	$\mathcal{E}(W)$	$\mathcal{F}(W)$	W	$\mathcal{E}(W)$	$\mathcal{F}(W)$	W	$\mathcal{E}(W)$	$\mathcal{F}(W)$	W	$\mathcal{E}(W)$	$\mathcal{F}(W)$
۰۰۰	۰۰۰۰۰۰	۰۰۰۰۰۰	۴۵۰	۰۰۵۲۶۱	۰۰۴۳۴۲	۲۳۰	۰۰۶۲۶۶	۰۰۵۵۳۱	۵۹۰	۰۰۴۴۸۶	۰۰۵۱۶۳
۰۱۰	۰۰۱۰۰۰	۰۰۰۰۰۵	۴۶۰	۰۰۵۶۷۳	۰۰۵۱۶۲	۲۴۰	۰۰۵۵۵۰	۰۰۶۱۹۷	۵۹۵	۰۰۴۵۶۶	۰۰۴۶۸۸
۰۲۰	۰۰۱۹۹۹	۰۰۰۰۴۲	۴۷۰	۰۰۴۹۱۴	۰۰۵۶۷۲	۲۵۰	۰۰۴۵۷۴	۰۰۶۱۹۲	۶۰۰	۰۰۴۹۹۵	۰۰۴۴۷۰
۰۳۰	۰۰۲۹۹۴	۰۰۰۱۴۱	۴۸۰	۰۰۴۳۳۸	۰۰۴۹۶۸	۲۶۰	۰۰۳۸۹۰	۰۰۵۵۰۰	۶۰۵	۰۰۵۴۲۴	۰۰۴۶۸۹
۰۴۰	۰۰۳۹۷۵	۰۰۰۳۳۴	۴۹۰	۰۰۵۰۰۲	۰۰۴۳۵۰	۲۷۰	۰۰۳۹۲۵	۰۰۴۵۲۹	۶۱۰	۰۰۵۴۹۵	۰۰۵۱۶۵
۰۵۰	۰۰۴۹۲۳	۰۰۰۶۴۷	۵۰۰	۰۰۵۶۳۷	۰۰۴۹۹۲	۲۸۰	۰۰۴۶۷۵	۰۰۳۹۱۵	۶۱۵	۰۰۵۱۴۶	۰۰۵۴۹۶
۰۶۰	۰۰۵۸۱۱	۰۰۱۱۰۵	۵۰۵	۰۰۵۴۵۰	۰۰۵۴۴۲	۲۹۰	۰۰۵۶۲۴	۰۰۴۱۰۱	۶۲۰	۰۰۴۶۷۶	۰۰۵۳۹۸
۰۷۰	۰۰۶۵۹۷	۰۰۱۷۲۱	۵۱۰	۰۰۴۹۹۸	۰۰۵۶۲۴	۳۰۰	۰۰۶۰۵۸	۰۰۴۹۶۳	۶۲۵	۰۰۴۴۹۳	۰۰۴۹۵۴
۰۸۰	۰۰۷۲۳۰	۰۰۲۴۹۳	۵۱۵	۰۰۴۵۵۳	۰۰۵۴۲۷	۳۱۰	۰۰۵۶۱۶	۰۰۵۸۱۸	۶۳۰	۰۰۴۷۶۰	۰۰۴۵۵۵
۰۹۰	۰۰۷۶۴۸	۰۰۳۳۹۸	۵۲۰	۰۰۴۳۸۹	۰۰۴۹۶۹	۳۲۰	۰۰۴۶۶۴	۰۰۵۹۳۳	۶۳۵	۰۰۵۲۴۰	۰۰۴۵۶۰
۱۰۰	۰۰۷۷۹۹	۰۰۴۳۸۳	۵۲۵	۰۰۴۶۱۰	۰۰۴۵۳۶	۳۳۰	۰۰۴۰۵۸	۰۰۵۱۹۲	۶۴۰	۰۰۵۴۹۶	۰۰۴۹۶۵
۱۱۰	۰۰۷۶۳۸	۰۰۵۳۶۵	۵۳۰	۰۰۵۰۷۸	۰۰۴۴۰۵	۳۴۰	۰۰۴۳۸۵	۰۰۴۲۹۶	۶۴۵	۰۰۵۲۹۲	۰۰۵۳۹۸
۱۲۰	۰۰۷۱۵۴	۰۰۶۲۳۴	۵۳۵	۰۰۵۴۹۰	۰۰۴۶۶۲	۳۵۰	۰۰۵۳۲۶	۰۰۴۱۵۲	۶۵۰	۰۰۴۸۱۶	۰۰۵۴۵۴
۱۳۰	۰۰۶۳۸۶	۰۰۶۸۶۳	۵۴۰	۰۰۵۵۷۳	۰۰۵۱۴۰	۳۶۰	۰۰۵۸۸۰	۰۰۴۹۲۳	۶۵۵	۰۰۴۵۲۰	۰۰۵۰۷۸
۱۴۰	۰۰۵۴۳۱	۰۰۷۱۳۵	۵۴۵	۰۰۵۲۶۹	۰۰۵۵۱۹	۳۷۰	۰۰۵۴۲۰	۰۰۵۷۵۰	۶۶۰	۰۰۴۶۹۰	۰۰۴۶۳۱
۱۵۰	۰۰۴۴۵۳	۰۰۶۹۷۵	۵۵۰	۰۰۴۷۸۴	۰۰۵۵۳۷	۳۸۰	۰۰۴۴۸۱	۰۰۵۶۵۶	۶۶۵	۰۰۵۱۶۱	۰۰۴۵۴۹
۱۶۰	۰۰۳۶۵۵	۰۰۶۳۸۹	۵۵۵	۰۰۴۴۵۶	۰۰۵۱۸۱	۳۹۰	۰۰۴۲۲۳	۰۰۴۷۵۲	۶۷۰	۰۰۵۴۶۷	۰۰۴۹۱۵
۱۷۰	۰۰۳۲۳۸	۰۰۵۴۹۲	۵۶۰	۰۰۴۵۱۷	۰۰۴۷۰۰	۴۰۰	۰۰۴۹۸۴	۰۰۴۲۰۴	۸۷۵	۰۰۵۳۰۲	۰۰۵۳۶۲
۱۸۰	۰۰۳۳۳۶	۰۰۴۵۰۸	۵۶۵	۰۰۴۹۲۶	۰۰۴۴۴۱	۴۱۰	۰۰۵۷۳۸	۰۰۴۷۵۸	۶۸۰	۰۰۴۸۳۱	۰۰۵۴۳۶
۱۹۰	۰۰۳۹۴۴	۰۰۳۷۳۴	۵۷۰	۰۰۵۳۸۵	۰۰۴۵۹۵	۴۲۰	۰۰۵۴۱۸	۰۰۵۶۳۳	۶۸۵	۰۰۴۵۳۹	۰۰۵۰۶۰
۲۰۰	۰۰۴۸۸۲	۰۰۳۴۳۴	۵۷۵	۰۰۵۵۵۱	۰۰۵۰۴۹	۴۳۰	۰۰۴۴۹۴	۰۰۵۵۴۰	۶۹۰	۰۰۴۷۳۲	۰۰۴۶۲۴
۲۱۰	۰۰۵۸۱۵	۰۰۳۷۴۳	۵۸۰	۰۰۵۲۹۸	۰۰۵۴۶۱	۴۴۰	۰۰۴۳۸۳	۰۰۴۶۲۲	۶۹۵	۰۰۵۲۰۷	۰۰۴۵۹۱
۲۲۰	۰۰۶۳۶۳	۰۰۴۵۵۷	۵۸۵	۰۰۴۸۱۹	۰۰۵۵۱۳						

با تفصیل بیشتری به این نکته بازخواهیم گشت). وقتی در امتداد z جاروب کنیم، همین فرایند اعمال می‌شود؛ Δv ثابت و $B_{12}(v)$ تغییر می‌کند.

اگر روزه کاملاً باز شود به طوری که یک موج بدون مانع را آشکار سازد، $u_1 = v_1 = -\infty$ و به این معنی است که $B^+ B^- B^+ = B^+$ و $B_1(u) = B_1(v) = B^+$ و $B_1(u) = B_1(v) = B^-$ خط $B^+ B^-$ با محور \mathcal{E} زاویه 45° می‌سازد و طول آن برابر $\sqrt{2}$ است. در

سایه هندسی قرار داشته باشد، $u_1 = v_1 = 0$. همچنان که نقطه مشاهده درون سایه هندسی حرکت می‌کند، u_1 به طور مثبت افزایش می‌یابد و نخ Δu اکنون کاملاً در نیمه بالایی مارپیچ کورنو واقع است. اگر افزایش u_1 و u_2 ادامه یابد، این نخ همیشه محکمتر به دور حد B^+ می‌پیچید. دو انتهای آن، B_1 و B_2 ، به همدیگر نزدیکتر می‌شوند و در نتیجه $|B_{12}(u)|$ کاملاً کوچک می‌شود و I_p در درون ناحیه سایه هندسی کاهش پیدا می‌کند (در بخش بعدی

نسبی π/N دارند. جمع برداری تمامی سهمهای دامنه منطقه‌ها در بالای خط مرکزی يك كثیرالاضلاع مارپیچی است. با میل دادن N به سوی ∞ و به حساب آوردن سهمهای ایجاد شده توسط منطقه‌های نواری زیر خط مرکزی، این امر باعث می‌شود که زاویه بین اضلاع این كثیرالاضلاع حذف شوند. و به يك مارپیچ کورنو تبدیل شود. از آنجا که چشمه خطی همدوس تعدادی نقشهای چشمه نقطه‌ای رویهم افتاده ایجاد می‌کند، این موضوع شگفتی نیست.

شکل ۶۶.۱۰ تعدادی بردار مماسی يکه را در وضعیتهای گوناگون و در امتداد مارپیچ نشان می‌دهد. بردار واقع در O_s با سهم مربوط به محور مرکزی که از O بر روی جبهه موج می‌گذرد، متناظر است. نقاط همراه با مرزهای هر منطقه نواری می‌تواند روی مارپیچ جایگزیده شود، زیرا در آن وضعیتها، فاز نسبی، β ، مضرب زوج یا فردی از π است. مثلاً نقطه Z_{s1} بر روی مارپیچ شکل ۶۶.۱۰ که روی جبهه موج به Z_1 وابسته است، شکل ۶۵.۱۰، بنا بر تعریف با O_s به اندازه 180° اختلاف فاز دارد. بنابراین، باید Z_{s1} در نوك مارپیچ، که در آنجا $W = \sqrt{2}$ و $\beta = \pi W^2/2 = \pi$ جایگزیده شود.

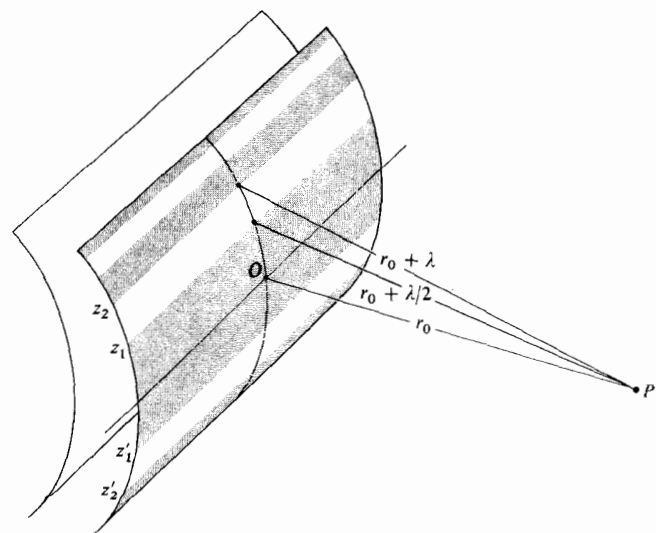
همچنان که این بررسی را ادامه می‌دهیم، مجسم ساختن رفع مانع این منطقه‌های نواری، به هنگام تحلیل آثار موانع به کمک خواهد کرد. کاملاً آشکار است که، حتی می‌توان يك تبغه منطقه‌ای مناسب ساخت که بتواند این کار را با مزیت‌هایی انجام دهد و چنین ابزاری هم اکنون کار بردهایی دارند.

نتیجه، بزرگی هر يك از بردارهای $B_{\lambda/2}(u)$ و $B_{\lambda/2}(v)$ برابر $\sqrt{2}$ و فاز آنها $\pi/4$ است، یعنی $B_{\lambda/2}(u) = \sqrt{2} \exp(i\pi/4)$ و $B_{\lambda/2}(v) = \sqrt{2} \exp(i\pi/4)$. از معادله (۱۰۲.۱۰) نتیجه می‌شود که

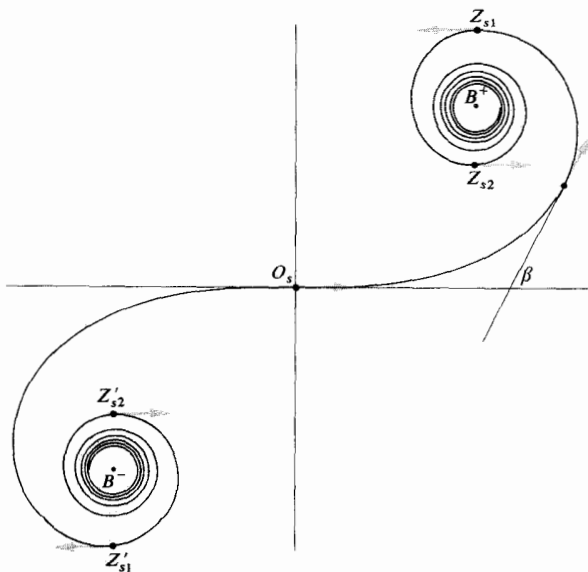
$$E_p = E_u e^{i\pi/2} \quad (107.10)$$

و مانند بخش ۳.۱.۱۰، اینجا هم دامنه بدون ممانع را داریم، مگر در مورد يك اختلاف فاز $\pi/2$. سرانجام با به کار بردن معادله $I_p = I_0$ ، (۱۰۶.۱۰)

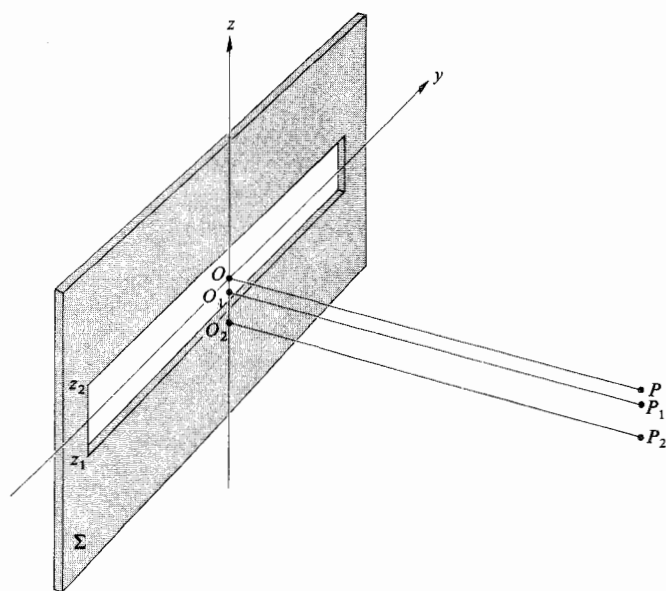
با ملاحظه شکل ۶۵.۱۰ که يك جبهه موج استوانه‌ای انتشاریابنده از يك چشمه خطی همدوس را نشان می‌دهد، می‌توانیم تصویر آشکارتری از آنچه که مارپیچ کورنو می‌نمایاند، بسازیم. این روش دقیقاً همان است که در استنتاج منحنی ارتعاش به کار رفت و برای بحثی مفصلتر در این مورد، خواننده را به بخش ۲.۳.۱۰ ارجاع می‌دهیم. کافی است بگوییم که جبهه موج در اثر تلاقی با يك دسته از استوانه‌ها که دارای يك محور مشترك اند و شعاعهایشان $r_0 + \lambda/2$ ، $r_0 + \lambda$ ، $r_0 + 3\lambda/2$ ، $r_0 + 2\lambda$ ، ... است، به منطقه‌های نواری نیم‌دور تقسیم می‌شود. سهمهای مربوط به این منطقه‌های نواری با مساحت‌های آنها متناسب است، که به سرعت کاهش می‌یابند. این مطلب با مورد منطقه‌های دایره‌ای که شعاعهای آنها افزایش می‌یابند، متناقض است و در نتیجه مساحتها تقریباً ثابت می‌مانند. هر منطقه نواری به نوبه خود و به همان ترتیب به N زیر منطقه تقسیم شده است که نسبت به يکديگر، يك اختلاف فاز



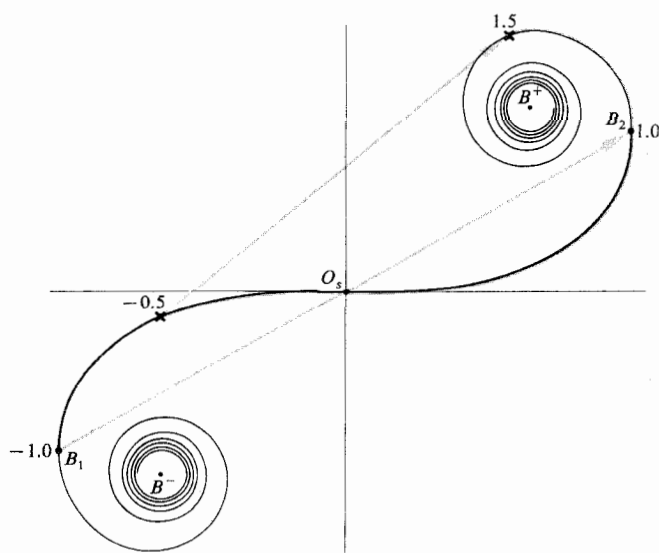
شکل ۶۵.۱۰ منطقه‌های جبهه موج استوانه‌ای.



شکل ۶۶.۱۰ مارپیچ کورنو مربوط به جبهه موج استوانه‌ای.



شکل ۶۷.۱۰ نمایش هندسی تک شکاف.



شکل ۶۸.۱۰ ماریچ کورنو برای شکاف.

تصویر هندسی شکاف ظاهر می شوند.

شکل ۷۰.۱۰ دو منحنی از $|B_{\nu}(W)|^2$ را نشان می دهد که نسبت به $(W_1 + W_2)/2$ نقطه مرکزی طول قوس ΔW رسم شده اند (یادآور می شویم که نماد W نماینده u یا v است). دسته ای از این منحنیها که در ΔW از حدود یک تا ده گسترده اند، می توانند ناحیه مورد نظر را ببوشانند. این منحنیها را ابتدا از طریق گزینش یک ΔW ویژه و سپس همراه با لغزیدن ΔW در طول، ماریچ

۸.۳.۱۰ پراش فرنل به وسیله یک شکاف

برای گسترش مسئله روزنه مستطیلی، می توانیم پراش فرنل در یک شکاف دراز را بررسی کنیم. تنها ضروری است که، برای شکل ۶۷.۱۰، با حرکت دادن y_1 و y_2 به فاصله بسیار دوری از O مستطیل را دراز کنیم. همچنان که نقطه مشاهده در طول محور y حرکت می کند، تا زمانی که اساساً مرزهای قائم در دو طرف شکاف هنوز در بینهایت باشند، $u_1 \approx -\infty$ ، $u_2 \approx \infty$ و $u_3 \approx \infty$ و $B_{\nu}(u) \approx \sqrt{2}e^{i\pi/4}$. از معادله (۱۰۶.۱۰)، برای چشمه نقطه ای یا تابش موج تخت

$$I_p = \frac{I_0}{4} |B_{\nu}(v)|^2 \quad (108.10)$$

و این نقش از v مستقل است. مقادیر z_1 و z_2 که پهنای شکاف را تثبیت می کنند، پارامتر مهم $\Delta v = v_2 - v_1$ را که به نوبه خود بر $B_{\nu}(v)$ حاکم است، تعیین می کند. یک بار دیگر فرض کنید نخ به طول Δv داریم که در طول ماریچ قرار می گیرد. در P ، نقطه مقابل O ، روزنه مقارن است و مرکز نخ باید در O قرار داشته باشد (شکل ۶۸.۱۰). فقط ضروری است که وتر $|B_{\nu}(v)|$ اندازه گیری شده و در معادله (۱۰۸.۱۰) نشانده شود تا I_p به دست آید. در نقطه P_1 ، z_1 و بنا بر این v_1 اعدادی کمتر منفی اند در حالی که z_2 و v_2 به طور مثبت افزایش یافته اند. طول قوس Δv (نخ) به سوی بالای ماریچ حرکت می کند (شکل ۶۸.۱۰) و طول وتر کاهش می یابد. چون نقطه مشاهده به طرف پایین و در داخل سایه هندسی حرکت کند، نخ به دور B^+ می پیچد و وتر از تعدادی بیشینه های نسبی می گذرد. اگر Δv خیلی کوچک باشد، جزء موهومی نخ کوچک بوده و وتر $|B_{\nu}(v)|$ تنها وقتی که شعاع انحنای خود ماریچ کوچک باشد، به طور چشمگیری کاهش می یابد. این اتفاق در مجاورت B^+ یا B^- ، یعنی دور از سایه هندسی رخ می دهد. بنا بر این، تا زمانی که روزنه نسبتاً کوچک باشد، نور کاملاً در آن سوی کناره های روزنه وجود خواهد داشت. همچنین توجه کنید که به ازای مقدار کوچک Δv ، یک بیشینه مرکزی پهن وجود خواهد داشت. در واقع، اگر Δv خیلی کمتر از یک باشد، $r_0 \lambda$ خیلی بزرگتر از پهنای روزنه است و شرط فرانیهو فرحاکم خواهد شد. گذار معادله (۱۰۸.۱۰)، به شکل معادله (۱۷.۱۰)، موجه تر است. وقتی درمی یابیم به ازای W بزرگ، انتگرالهای فرنل به صورتهای مثلثاتی نمایش داده می شوند (مسئله ۱۵.۱۰).

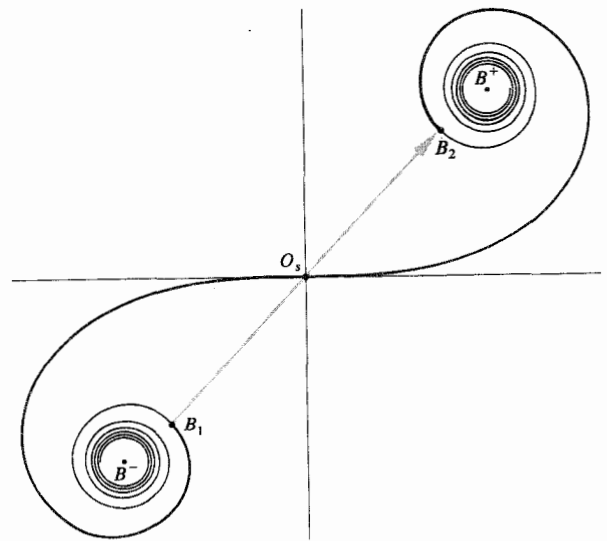
به تدریج که شکاف عریض شود، به ازای یک مقدار ثابت r_0 ، Δv بزرگتر می شود تا اینکه پیکربندی نظیر شکل ۶۹.۱۰ برای نقطه ای در طرف مقابل مرکز شکاف وجود داشته باشد. اگر نقطه مشاهده به طور عمودی به بالا یا پایین حرکت داده شود، Δv پایین یا بالای ماریچ می لغزد. با این حال طول وتر در هر دو حالت افزایش می یابد، به طوری که مرکز نقش پراش یک کمینه نسبی خواهد بود، اکنون برخلاف نقش فرانیهو، فریزها در داخل

$$I_p = \frac{I_0}{\gamma} |B_{12}(v)|^2 \quad [108.10]$$

و چون Δz پهنای شکاف است که با Δv متناظر است، هر منحنی در شکل ۷۰.۱۰، با توزیع تابیدگی برای یک شکاف معلوم متناسب است. مثلاً، شکل ۷۰.۱۰ الف را می‌توان تغییرات $|B_{12}(v)|^2$ نسبت به $(v_1 + v_2)/2$ به ازای $\Delta v = 2.5$ دانست. طول به $(z_1 + z_2)/2$ یعنی به جابجایی نقطه مشاهده از مرکز شکاف، وابسته است. در شکل ۷۰.۱۰ ب، $\Delta W = 3.5$ ، یعنی شکافی به ازای $\Delta v = 3.5$ که آشکارا دارای فریزهایی است که بنا بر انتظار در داخل تصویر هندسی ظاهر می‌شوند (مسئله ۱۳.۱۰). البته این منحنیها می‌توانستند صراحتاً بر حسب مقادیر Δz یا Δy رسم شوند، ولی این کار آنها را به‌طور غیر ضروری تنها به یک دسته پارامترهای پیکربندی ρ_0 ، r_0 و λ ، محدود خواهد کرد.

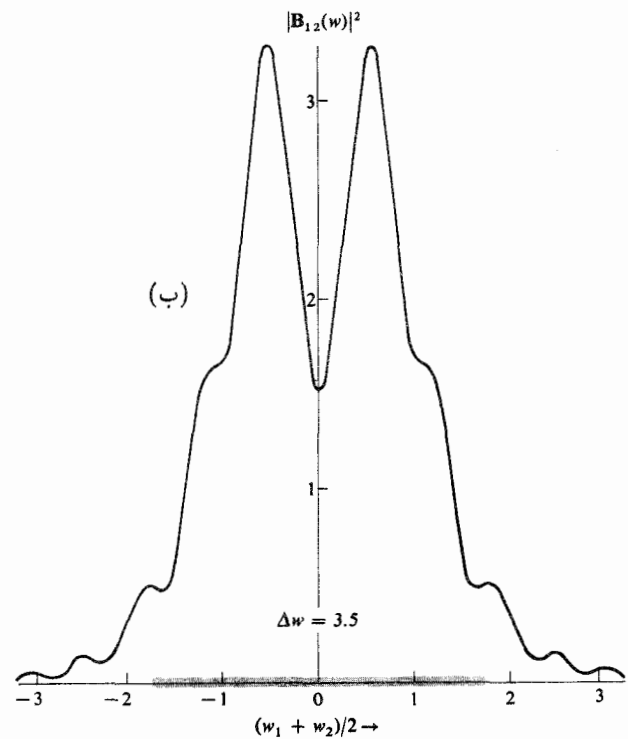
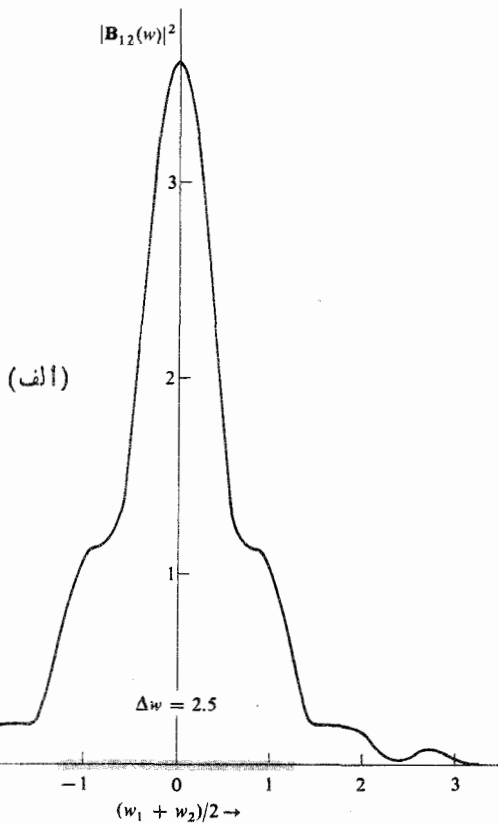
هر گاه، شکاف باز هم بهتر شود، Δv ابتدا به ۱۰ نزدیک و سپس از آن تجاوز می‌کند فریزهایی با تعداد فزاینده داخل تصویر هندسی ظاهر می‌شوند و نقش دیگر به‌طور محسوس در آن سوی تصویر گسترده نمی‌شود.

همین نوع استدلال به خوبی در مورد تحایل روزنه مستطیلی نیز به کار می‌رود که در آنجا هم می‌توان منحنیهای شکل ۷۰.۱۰ را به کار برده

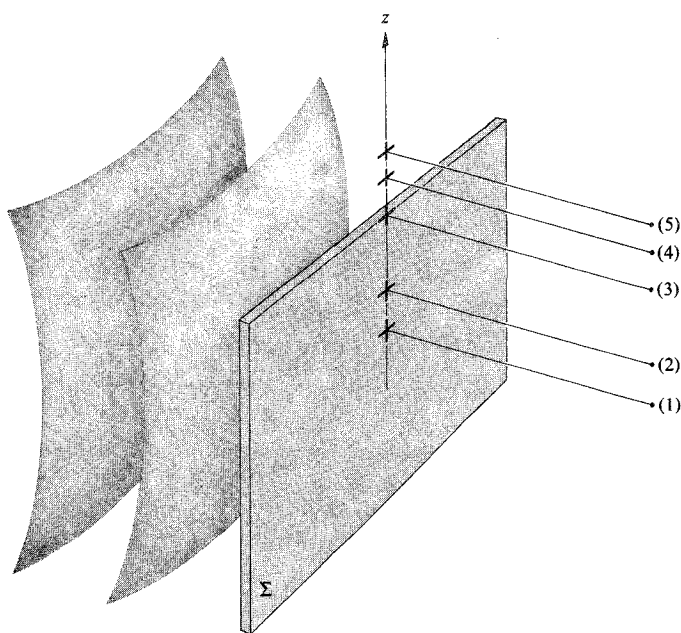


شکل ۶۹.۱۰ یک کمیته تابیدگی در نقش شکاف.

کورو با قرائت مقادیر مناسب $|B_{12}(W)|$ محاسبه می‌کنند و در مورد یک شکاف دراز، داریم

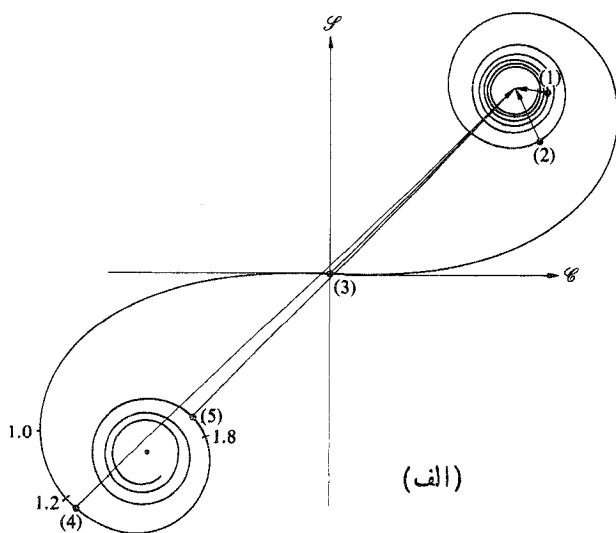


شکل ۷۰.۱۰ منحنی تغییرات $|B_{12}(w)|^2$ نسبت به $(w_1 + w_2)/2$ به ازای (الف) $\Delta w = 2.5$ و (ب) $\Delta w = 3.5$.



شکل ۷۱۰۱۰ پرده کدر-شبه-نامتناهی.

کرده است. این اتفاق در نقطه (۳) از شکل‌های ۷۱۰۱۰ و ۷۲۰۱۰ روی می‌دهد. ریسمانهای متوالی ضمن حرکت به سوی ناحیه سایه هندسی تا نقطه (۲) و سپس تا نقطه (۱) و بازهم بیشتر، آشکارا و به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابند (مسئله ۱۵۰۱۰). هیچ‌گونه نوسان تابیدگی در داخل آن ناحیه وجود ندارد؛ تابیدگی صرفاً به سرعت



شکل ۷۲۰۱۰ (الف) مارپیچ کورنو برای یک پرده شبه-نامتناهی. (ب) توزیع تابیدگی متناظر با آن.

برای مشاهده واقعی پراش شکاف فرنل، بین دو انگشت خود که در فاصله طول بازو نگهداشته‌اید، فضای باریکی بسازید. یک شکاف مشابه و موازی شکاف اول را بسا استفاده از دست دیگر نزدیک چشم خود ایجاد کنید. بسا یک چشمه دندخشان مانند آسمان روز یا لامپ بزرگی که بر شکاف دورتر می‌تابد، از داخل روزنه نزدیک آن را مشاهده کنید. پس از ورود به شکاف نزدیک، به نظر می‌رسد که شکاف دور پهن شده است و ردیفی از فریزها به روشنی آشکار خواهند بود.

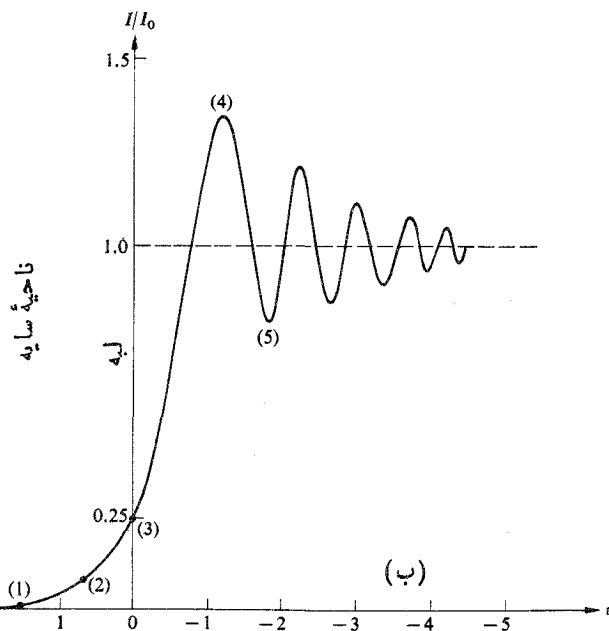
۹.۳.۱۰ پرده کدر-شبه-نامتناهی

حال با برداشتن نیمه بالایی Σ در شکل ۶۷۰۱۰، یک پرده مسطح کدر شبه نامتناهی تشکیل می‌دهیم. این کار با فراهم آوردن این امکان که $z_1 = y_1 = y_2 = \infty$ ، به سادگی انجام می‌گیرد. بسا به خاطر آوردن تقریبهای اصلی، نمودار هندسی را چنان محدود می‌کنیم که نقطه مشاهده نزدیک به کناره پرده باشد. چون $u_1 = -\infty$ و $v_1 = u_2 = \infty$ ، معادله (۱۰۴۰۱۰) یا (۱۰۸۰۱۰)

به

$$I_p = \frac{I_0}{4} \left\{ \left[\frac{1}{2} - \mathcal{C}(v_1) \right]^2 + \left[\frac{1}{2} - \mathcal{S}(v_1) \right]^2 \right\} \quad (۱۰۹۰۱۰)$$

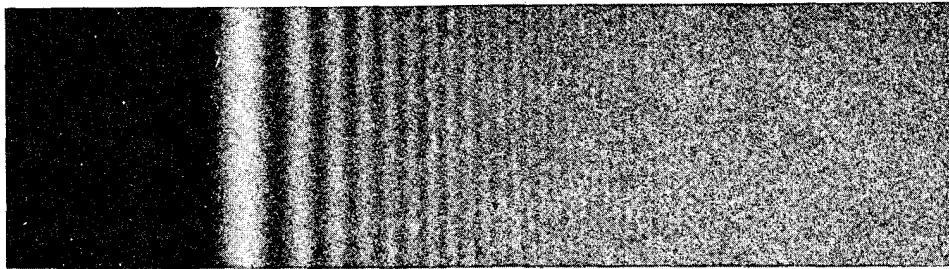
منجر می‌شود. هنگامی که نقطه P مستقیماً در طرف مقابل کناره باشد، $I_p = I_0/4$ و $\mathcal{C}(0) = \mathcal{S}(0) = 0$ ، $v_1 = 0$ باشد، زیرا در برابر نیمی از جبهه موج مانع موجود است، دامنه آشفتگی نصف شده است و تابیدگی به $1/4$ افت



قرص کدر، تقارن چنان است که همیشه يك ناحیه تابشگر در طول محور مرکزی وجود خواهد داشت. این مطلب را می توان از مارپیچ مشاهده کرد، زیرا آنگاه که P روی محور مرکزی قرار داشته باشد $B^+u_1 = B^-u_2$ ، و مجموع آنها هرگز نمی توانند صفر باشد. طول قوس Δu ناحیه با مانع مارپیچ را نشان می دهد که با افزایش قطر سیم افزایش می یابد. در مورد سیمهای ضخیم، u_1 به B^- و u_2 به B^+ نزدیک می شود، طول فاز بردارها کاهش می یابد و تابیدگی بر روی محور سایه افت می کند. این مطلب در شکل ۷۵.۱۰ آشکار است که نقشههایی را نشان می دهد که در واقع توسط قطعه سرب نازکی مربوط به يك قلم مکانیکی و میله ای

افت می کند. در هر نقطه بالای (۳) کناره پرده زیر آن خواهد بود، یعنی $0 < z_1$ و $0 < v_1$. در حدود $v_1 = -1.2$ ، ریمان به يك بیشینه می رسد و تابیدگی يك بیشینه است. از آن پس I_p به دور I_0 نوسان می کند، در حالی که مقدار آن به تدریج کاهش می یابد. با روشهای الکترونیکی حساس چندصدتا از این فریزها را می توان مشاهده کرد.^۱

آشکار است که نقش پراش شکل ۷۳.۱۰ در مجاورت کناره های يك شکاف پهن (Δv بزرگتر از حدود ۱۰) به عنوان يك حالت مرزی، ظاهر می شود. توزیع تابیدگی که به کمک نور-شناخت هندسی القا می شود، تنها آنگاه به دست می آید که λ به سوی



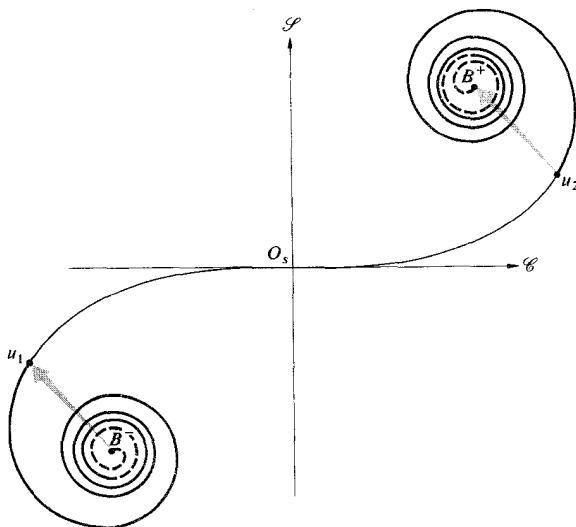
شکل ۷۳.۱۰ نقش فریز در مورد يك نیم پرده.

صفر میل کند. در واقع هر قدر λ کاهش یابد، فریزها به کناره نزدیکتر شده و اندازه آنها به طور فزاینده ای ظریفتر می شود.

نقش مربوط به لبه راست را می توان با استفاده از هر نوع شکاف، که در جلوی يك لامپ پهن، به عنوان يك چشمه، و به فاصله طول بازو، نگهداشته شود، مشاهده کرد. يك مانع کدر (مثلاً يك لغزانه سیاه شده میکروسکوپ یا يك تیغ ریش تراشی) را بسیار نزدیک به چشم خود نگه دارید. همچنان که لبه این مانع از مقابل شکاف چشمه و موازی با آن بگذرد، يك رشته فریز مشاهده خواهد شد.

۱۰.۳.۱۰ پراش توسط يك مانع باریک

به بحثی که يك تك شکاف باریک را تشریح می کند باز گردیم؛ حالت مکملی را در نظر می گیریم که شکاف کدر و پرده شفاف است. مثلاً يك سیم عمودی کدر را در نظر بگیریم. در نقطه ای که مستقیماً در مقابل مرکز سیم قرار دارد، دو ناحیه سهم دهنده جداگانه که از v_1 تا $-\infty$ و از v_2 تا $+\infty$ گسترده اند، وجود خواهند داشت. اینها، بر روی مارپیچ کورنو، با طول قوسهایی از u_1 تا B^- و از u_2 تا B^+ ، متناظرند. دامنه آشفستگی در نقطه ای مانند P بر روی صفحه مشاهده برابر بزرگی جمع بردادی دو فاز بردار B^-u_1 و B^+u_2 است، که در شکل ۷۴.۱۰ نموده شده است. مانند حالت



شکل ۷۴.۱۰ مارپیچ کورنو که در مورد يك مانع باریک به کار رفته است.

به قطر $1/8$ اینچ ریخته شده اند. فرض کنید يك احساسگر تابیدگی کوچک در نقطه P روی صفحه مشاهده (یا روی شیشه عکاسی)

نقش فریزها از تداخل دو موج (آزمایش یانگ) بازتابیده از کنارهای میله، ناشی شده است.

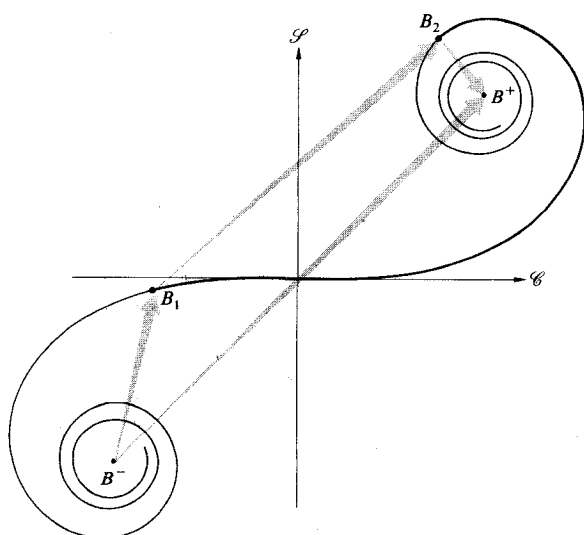
۱۱۰۳۰۱ اصل باینه

دو پرده پراشان را هکمل می گویند آنگاه که نواحی شفاف روی یک پرده دقیقاً با نواحی کدر پرده دیگر و برعکس متناظر باشند. وقتی که دو پرده مکمل روی هم بیفتند، آشکار است که ترکیب آنها کاملاً کدر است. اکنون فرض کنیم که E_1 یا E_2 آشفتگی نوری (نرده ای) باشند که به ترتیب از پرده های مکمل Σ_1 یا Σ_2 وقتی که یکی از آنها در جای مربوط قرار می گیرد، به نقطه P می رسد. سهم کلی مربوط به هر یک از روزنه ها را می توان به کمک انتگرال گیری روی سطحی که توسط آن روزنه محصور شده است، تعیین کرد. اگر هر دو روزنه در آن واحد حضور داشته باشند، اصلاً نواحی کدر وجود نخواهند داشت؛ حدود انتگرال گیری به بینهایت میل می کند و یک آشفتگی بدون مانع E_0 داریم، و از آنجا

$$E_1 + E_2 = E_0 \quad (110.10)$$

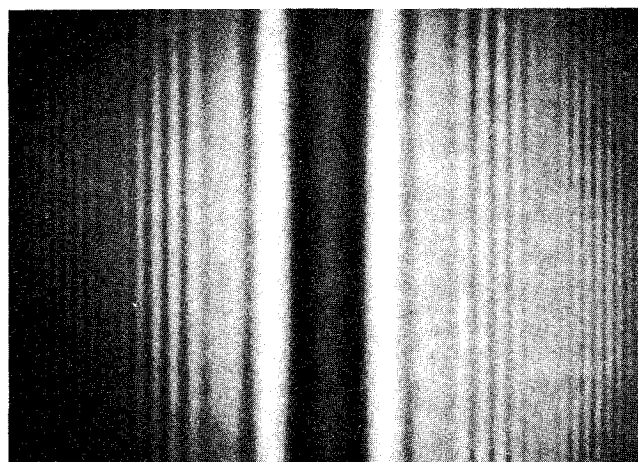
که بیان اصل باینه است. به شکل های ۷۴.۱۰ و ۶۹.۱۰ که پیکر بندی های مارپیچ کورنو را برای یک شکاف شفاف و یک مانع کدر باریک نمایش می دهند، نگاه دقیقتری می اندازیم. اگر این دو آرایش مکمل یکدیگر باشند، شکل ۷۶.۱۰ با وضوح کامل اصل باینه را نشان می دهد. اگر فاز برداری که از یک باریک ناشی می شود $(B^-B_1 + B_2B^+)$ به فاز برداری که از یک شکاف B_1B_2 حاصل می شود، اضافه شود، فاز بردار بدون مانع B^-B^+ را به دست می دهد.

این اصل ایجاب می کند که به ازای $E_0 = 0$ ، آنگاه

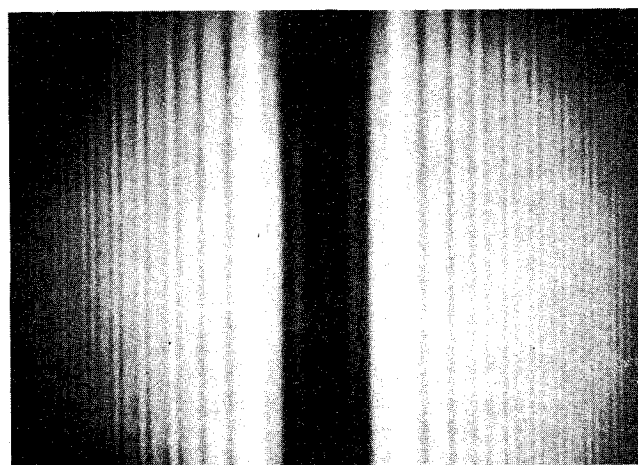


شکل ۷۶.۱۰ مارپیچ کورنو که اصل باینه را نمایش می دهد.

داشته باشیم. به تدریج که P خارج از محور مرکزی به سمت راست حرکت می کند، y_1 و u_1 به طور منفی افزایش می یابند. در حالی که y_2 و u_2 که مثبت اند، کاهش می یابند. ناحیه کدر Δu به پایین مارپیج می لغزد. هنگامی که احساسگر در کناره راست سایه هندسی قرار می گیرد $y_2 = 0$ ، $u_2 = 0$ ، یعنی u_1 در O_s است. توجه کنید که اگر این سیم نازک باشد، یعنی اگر Δu کوچک باشد، بسا نزدیک شدن تدریجی u_1 به O_s ، احساسگر یک کاهش تدریجی را ثبت خواهد کرد. از سوی دیگر، اگر این سیم ضخیم باشد، Δu بزرگ و u_1 و u_2 نیز زیاد می شوند. اگر Δu به طرف پایین مارپیج بلغزد این دو فاز بردار تعدادی چرخش کامل انجام می دهند که ضمن این فرایند گاهی هم فاز و گاهی ناهم فاز می شوند. فریته های اضافی حاصل که درون سایه هندسی گسترده می شوند در شکل ۷۵.۱۰ ب آشکارند. در واقع، فاصله میان فریزهای داخلی نسبت به پهنای میله به طور معکوس تغییر می کند، چنان که گویی

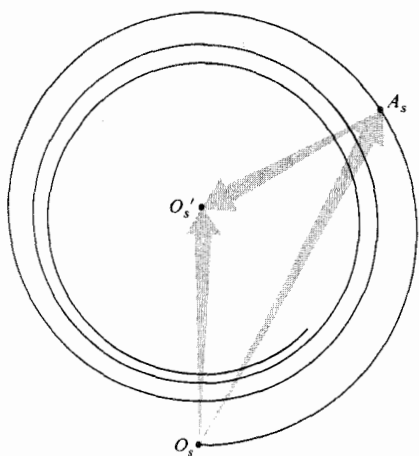


(الف)



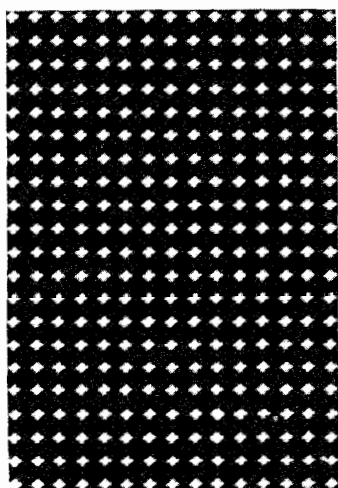
(ب)

شکل ۷۵.۱۰ (الف) نقش سایه که توسط سرب یک قلم مکانیکی ریخته شده است. (ب) نقش ریخته شده توسط یک میله به قطر ۱/۸ اینچ.

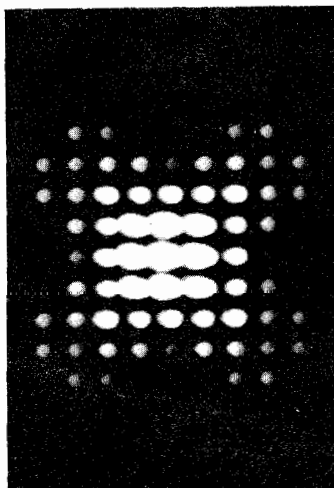


شکل ۷۷۰۱۰ منحنی ارتعاش که اصل با بینه را توصیف می‌کند.

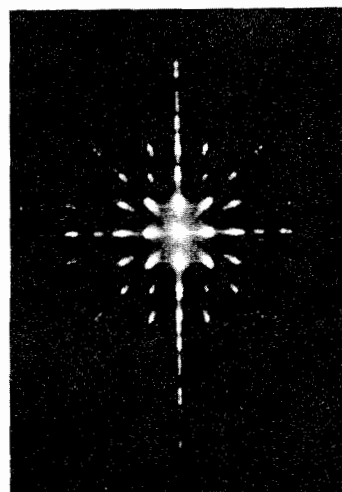
$E_1 = -E_2$ ، یعنی اندازه این آشفتگیها دقیقاً برابر بوده و 180° اختلاف فاز دارند. بنابراین، با Σ_1 یا Σ_2 که هر یک از اینها در جای خود باشند، می‌توان دقیقاً همان توزیع تابیدگی را مشاهده کرد؛ که این بهراستی نتیجه جالب‌توجهی است. با وجود این، آشکار است که این اصل دقیقاً نمی‌تواند صحیح باشد، زیرا برای یک موج بدون مانع ناشی از یک چشمه نقطه‌ای، نقاطی با دامنه صفر وجود ندارند (یعنی همه جا: $E_0 \neq 0$). ولی اگر این چشمه را بنا بر شکل ۹۰۱۰، توسط یک عدسی کامل در نقطه P_0 تصویر کنیم (آنگاه که Σ_1 یا Σ_2 هیچیک حضور نداشته باشند)، یک ناحیه اساساً بزرگ با دامنه صفر، در آن سوی مجاوزت بلافاصله P_0 (آن سوی قرص اری) وجود خواهد داشت، که در آن $E_1 + E_2 = E_0 = 0$. بنابراین فقط برای حالت پراش فرانوفر است که پرده‌های مکمل، توزیعهای تابیدگی هم‌ارزی را



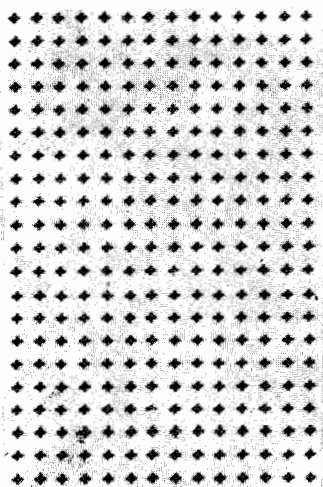
(الف)



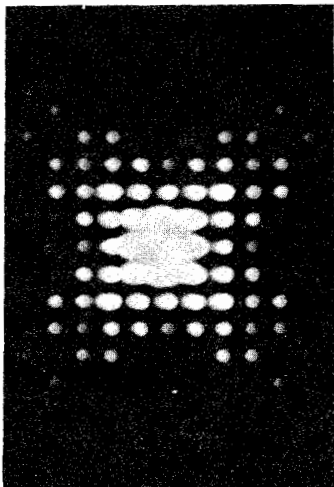
(ب)



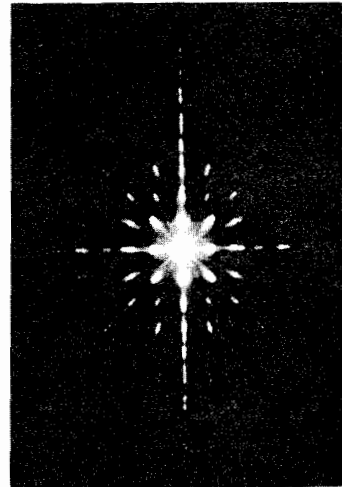
(ج)



(د)



(ه)



(و)

شکل ۷۸۰۱۰ (الف) تا (د) نقشهای پراش نور سفید برای آرایه‌های منظم روزنه‌ها و موانع مکمل به شکل علامتهای تب مسدود. (ه) و (و) نقشهای پراش به ترتیب برای یک آرایه منظم از روزنه‌ها و موانع مستطیلی.

$$\nabla^2 \mathcal{E} + k^2 \mathcal{E} = 0 \quad (113.10)$$

این رابطه معادله هلمهولتز نامیده می‌شود و به کمک قضیه گرین، در پیوست ۲، حل می‌شود. آشفتگی نوری موجود در نقطه P که بر حسب آشفتگی نوری و گرادیان آن روی یک سطح بسته S ، که P را در بر گرفته است بیان شده باشد، چنین است

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{4\pi} \left[\iint_S \frac{e^{ikr}}{r} \nabla \mathcal{E} \cdot d\mathbf{S} - \iint_S \mathcal{E} \nabla \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \cdot d\mathbf{S} \right] \quad (114.10)$$

معادله (۱۱۴.۱۰) که قضیه انتگرالی کیرشهوف نامیده می‌شود، به پیکربندی هندسی که در شکل ۷۹.۱۰ نشان داده شده است، مربوط است.

اکنون این قضیه را در مورد نمونه ویژه مربوط به یک موج کروی بدون مانع که بنابر شکل ۸۰.۱۰، از یک چشمه نقطه‌ای S ناشی شده است، به کار می‌بریم. شکل این آشفتگی چنین است

$$E(\rho, t) = \frac{\mathcal{E}_0}{\rho} e^{i(k\rho - \omega t)} \quad (115.10)$$

که در آن حالت

$$\mathcal{E}(\rho) = \frac{\mathcal{E}_0}{\rho} e^{ik\rho} \quad (116.10)$$

اگر این معادله را در معادله (۱۱۴.۱۰) بنشانیم

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{4\pi} \left[\iint_S \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\mathcal{E}_0}{\rho} e^{ik\rho} \right) \cos(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\rho}) dS - \iint_S \frac{\mathcal{E}_0}{\rho} e^{-ik\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \cos(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{r}}) dS \right]$$

که در آن $d\mathbf{S} = \hat{\mathbf{n}} dS$ ، و $\hat{\mathbf{r}}$ ، $\hat{\mathbf{n}}$ ، و $\hat{\rho}$ بردارهای یکه‌اند

$$\nabla \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) = \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right)$$

و

$$\nabla \mathcal{E}(\rho) = \hat{\rho} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \rho}$$

مشقی گیرهای مقادیر زیر انتگرال چنین است

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{e^{ik\rho}}{\rho} \right) = e^{ik\rho} \left(\frac{ik}{\rho} - \frac{1}{\rho^2} \right)$$

و

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) = e^{ikr} \left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right)$$

ایجاد خواهند کرد، یعنی $E_1 = -E_2$ (به استثنای نقطه P_0). با وجود این، معادله (۱۱۰.۱۰) هنوز در پراش فرنل معتبر است حتی اگر این تأیید گیها از رابطه‌ای پیروی کنند که رابطه ساده‌ای نیست. مثال این مطلب شکاف و مانع باریک شکل ۷۶.۱۰ است. افزون بر این، در مورد یک سوراخ و قرص دایره‌ای، به‌شکلهای ۵۲.۱۰ و ۵۸.۱۰ برگردید و سپس شکل ۷۷.۱۰ را بررسی کنید. معادله (۱۱۰.۱۰) مجدداً به روشنی کاربردپذیر است، حتی اگر نقشهای پراش مطمئناً هم‌ارز نباشند.

زیبایی راستین اصل باینه وقتی بیشتر آشکار می‌شود که همانند شکل ۷۸.۱۰، آن را در مورد پراش فرانهور به کار ببریم، که در آنجا نقشهای حاصل از پرده‌های مکمل تقریباً مشابه‌اند.

۴.۱۰ نظریه پراش نرده‌ای کیرشهوف

ما تعداد پیکربندیهای پراشان را، به‌طور کاملاً رضایت بخشی، در خلال بحث نسبتاً ساده نظریه هویگنس-فرنل، توصیف کرده‌ایم. اما تصویرسازی کاملی از سطوحی پوشیده از چشمه‌های نقطه‌ای مجازی، که شالوده آن تحلیلها بود، پیش از اینکه از اصول اساسی استنتاج شده باشد، صرفاً مسلم فرض شده بودند. بررسی کیرشهوف نشان می‌دهد که این نتایج در واقع از معادله دیفرانسیلی نرده‌ای موج قابل استنتاج‌اند.

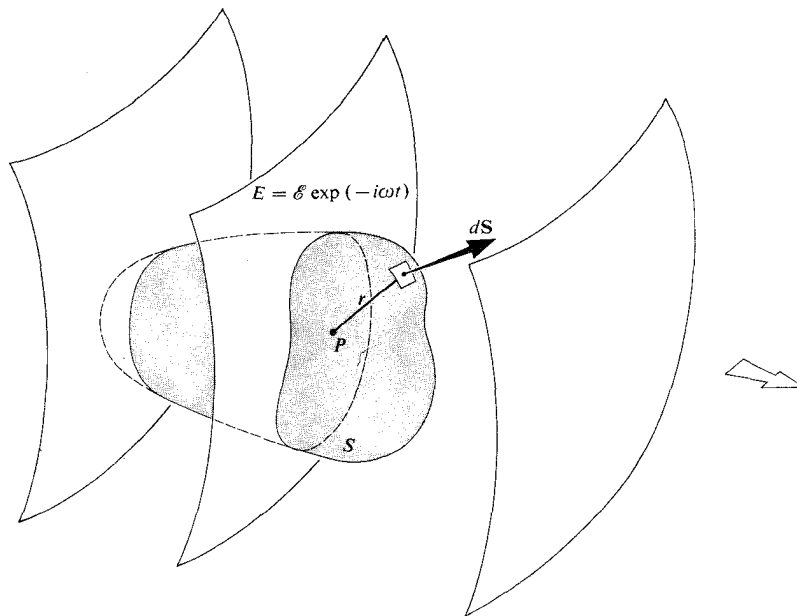
بحثی را که می‌خواهیم دنبال کنیم رسمیتز و متداولتر است. همچنین، بخشهایی از آن به پیوست احاله شده است که در آنجا می‌توانیم به اختصار روی آوریم و وقت را فدای آسان‌خوانی کنیم. در گذشته، وقتی با توزیعی از چشمه‌های نقطه‌ای تکفام سروکار داشتیم، آشفتگی نوری برابند E_p را به کمک برهمه‌نی تك تك امواج محاسبه می‌کردیم. ولی، رهیافت کاملاً متفاوت دیگری وجود دارد که شالوده آن نظریه پتانسیل است. در اینجا، توجه ویژه نه به خود چشمه‌ها بلکه به آشفتگی نوری نرده‌ای و مشتقهای آن روی یک سطح بسته اختیاری که P را در بر گرفته است، معطوف می‌شود. فرض می‌کنیم یک تحلیل فوریسه بتواند بسامدهای سازا را چنان جدا کند که ضروری باشد که در یک زمان مشخص تنها به یکی از آن بسامدها بپردازیم. آشفتگی نوری تکفام E ، یک جواب معادله دیفرانسیل موج

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (111.10)$$

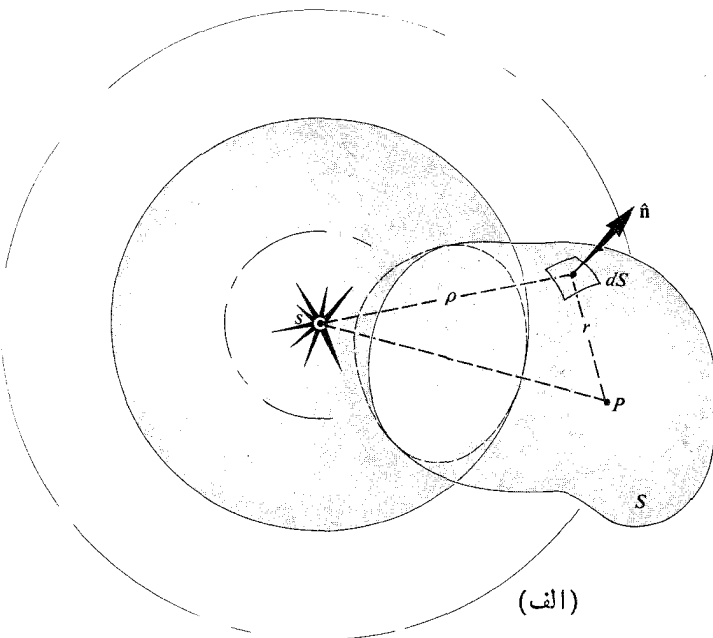
است. بدون تضریح در ماهیت فضایی دقیق موج، می‌توان نوشت

$$E = \mathcal{E} e^{-ikt} \quad (112.10)$$

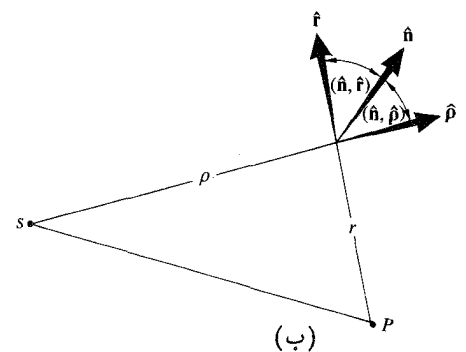
در اینجا \mathcal{E} بخش مختلط فضایی آشفتگی را نشان می‌دهد. با قرار دادن در معادله موج داریم



شکل ۷۹.۱۰ يك سطح بسته اختياري S كه نقطه P را در بر گرفته است.



(الف)



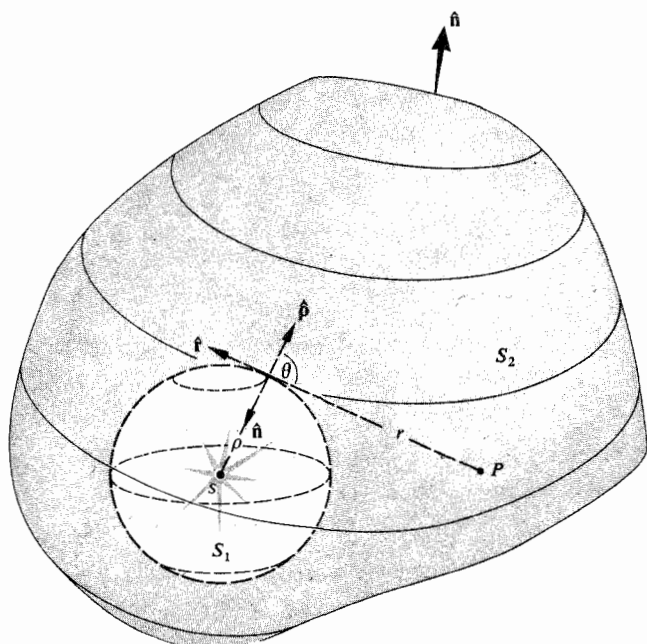
(ب)

شکل ۸۰.۱۰ يك موج كروي گسيلیده از نقطه S .

$$\mathcal{E}_P = -\frac{\epsilon_0 i}{\lambda} \iint_S \frac{e^{ik(\rho+r)}}{\rho r} \left[\frac{\cos(\hat{\mathbf{n}}, \mathbf{r}) - \cos(\hat{\mathbf{n}}, \boldsymbol{\rho})}{2} \right] dS \quad (117.10)$$

كه فرمول پراش فرنل-كیرشهوف نامیده می شود.

به ازای $\rho \gg \lambda$ و $r \gg \lambda$ می توان از جملات $1/\rho^2$ و $1/r^2$ چشم پوشید. این تقریب در طیف نوری مطلوب است ولی قطعاً ضرورتی ندارد که در مورد میکروموجها هم صحیح باشد. در ادامه مطلب می توانیم بنویسیم



شکل ۸۱۰۱۰ یک ناحیه با اتصال دو گانه که نقطه r را در بر گرفته است.

سطح انتگرال گیری S_1 است، در واقع در یک لحظه با جبهه موج K روی متناظر است. بنابراین، اصل هویگنس-فرنل مستقیماً در معادله دیفرانسیلی دردهای موج قابل ردیابی است.

ما بیشتر از این در مورد فرمول بندی کیرشهوف تأکید نخواهیم کرد، مگر اینکه به نحوه کاربرد آن در پرده های پراشان، اشاره مختصری کنیم. سطح بسته ساده انتگرال گیری که نقطه مشاهده P را احاطه کرده است، عموماً تمامی پرده Σ در نظر گرفته می شود که توسط یک نیم کره نامتناهی پوشیده شده است. بنابراین سه سطح متمایز وجود دارد که ما با آنها سروکار داریم. سهم مربوط به انتگرال ناشی از نیم کره نامتناهی صفر است. افزون بر این، فرض می شود که بلافاصله در پشت پرده کدر آشفستگی وجود ندارد، به طوری که این ناحیه دوم هم در آن تأثیری ندارد. بنابراین آشفستگی در P فقط از طریق سهم ناشی از روزنه مشخص می شود و کافی است که تنها از معادله (۱۱۷۰۱۰) روی آن سطح انتگرال گیری شود. اکنون، نتایج بسیار خوبی که با به کار گیری اصل هویگنس-فرنل به دست آمده اند، کاملاً از لحاظ نظری اثبات شده است، و محدودیتهای عمده تنها در $\rho \gg \lambda$ و $r \gg \lambda$ است.

۵۰۱۰ امواج پراش مرزی

در بخش ۱۰۱۰۱۰ به این دیدگاه رسیدیم که می توان موج پراشیده را چنین در نظر گرفت که از یک توزیع مجازی گسیلنده های ثانویه

به فرمول (۹۶۰۱۰) که آشفستگی ناشی از یک عنصر dS را، بنا بر نظریه هویگنس-فرنل، در نقطه P نشان می دهد به دقت نظر افکنید، و آن را با معادله (۱۱۷۰۱۰) مقایسه کنید. در معادله (۱۱۷۰۱۰)، بستگی زاویه ای شامل جمله ساده $\frac{1}{2}[\cos(\hat{n}, \hat{r}) - \cos(\hat{n}, \hat{p})]$ است که ما آن را عامل میل $K(\theta)$ نامیده، و نشان خواهیم داد که با معادله (۷۲۰۱۰) هم ارز است. همچنین توجه کنید که می توان همه جا k — را به جای k نشانید، زیرا، بدون شک می توانستیم فاز معادله (۱۱۵۰۱۰) را برابر $(\omega t - k\rho)$ برگزینیم. اکنون، هر دو طرف معادله (۱۱۷۰۱۰) را در $\exp(-i\omega t)$ ضرب می کنیم، در این حال عنصر دیفرانسیلی چنین است

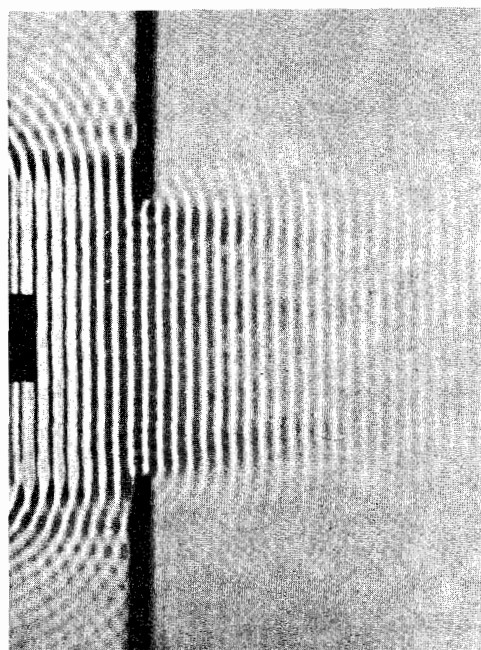
$$dE_p = \frac{K(\theta)\epsilon_0}{\rho r \lambda} \cos\left[k(\rho + r) - \omega t - \frac{\pi}{2}\right] dS \quad (118.10)$$

این معادله سهم مربوط به یک عنصر سطح dS به فاصله r از P در E_p است. جمله $\pi/2$ در فاز نتیجه ایسن نکته است که $\exp(-i\pi/2) = -i$. بنا بر این، فرمول بندی کیرشهوف به همان نتیجه کلی منجر می شود، با این تفاوت که حاوی اختلاف فاز صحیح $\pi/2$ است، که بررسی هویگنس-فرنل (۹۶۰۱۰) را در بر ندارد.

ما هنوز باید مطمئن باشیم که سطح S را می توان چنان ساخت که، همانگونه که در نظریه هویگنس-فرنل بود، با بخش بدون مانع جبهه موج متناظر باشد. در مورد یک موج کروی که آزادانه از چشمه نقطه ای S انتشار می یابد، این ناحیه با اتصال دو گانه را که در شکل ۸۱۰۱۰ نشان داده شده است، می سازیم. سطح S_1 ، سطح کروی کوچک S_1 را به طور کامل احاطه می کند. به ازای $\rho = 0$ ، آشفستگی $E(\rho, t)$ دارای یک ویژگی است و بنا بر این، کاملاً از حجم بین S_1 و S_2 خارج است. این انتگرال اکنون باید شامل هر دو سطح S_1 و S_2 باشد. ولی می توانیم S_2 بی داشته باشیم که از راه این استلزام که شعاع آن به سوی بینهایت میل کند، به طور نامحدودی به سوی بیرون افزایش یابد. در این حالت، سهم در انتگرال سطحی حذف می شود. (آشفستگی ورودی هر چه باشد، تا زمانی که این آشفستگی دست کم به مکان سرعت یک موج کروی افت کند، این مطلب صحیح است.) سطح باقیمانده S_1 کره ای است به مرکز این چشمه نقطه ای. از آنجا که بر روی S_1 ، بردارهای \hat{n} و \hat{p} ناموازی اند، از شکل ۸۰۱۰ ب آشکار است که زاویه های (\hat{n}, \hat{r}) و (\hat{n}, \hat{p}) به ترتیب θ و 180° اند. پس عامل میل چنین است

$$K(\theta) = \frac{\cos \theta + 1}{2}$$

که همان معادله (۷۲۰۱۰) است. آشکار است که، چون مرکز



شکل ۸۲۰۱۰ امواج تشكك موج که از يك شكاف می گذرند.

کردیم (درست تا بخش ۳۰۱۰). آغاز رستاخیز نظریه یانگک سال ۱۸۸۸/۱۲۶۷ بود. در آن زمان، جیان آنتونیوم اگی^۱ ثابت کرد که تحلیل کیرشهوف، دست کم برای يك چشمه نقطه ای، با دو جمله سهم دهنده، هم ارز است. یکی از این دو جمله يك موج هندسی بود اما دیگری، متأسفانه، انتگرالی بود که در آن زمان امکان تعبیر فیزیکی روشن از آن وجود نداشت. اوگن می^۲، در رساله دکتری خود (۱۸۹۳/۱۲۷۲) نشان داد که يك موج کناره ای را می توان در واقع از يك فرمول بندی اصلاح شده کیرشهوف، در مورد يك صفحه شبه نامتناهی استنتاج کرد. حل دقیق آرنولد زومرفلد از مسئله نیم صفحه (بخش ۱۰۱۰) نشان داد که يك موج استوانه ای در واقع از کناره پرده ناشی می شود. این موج در هر دو ناحیه سایه هندسی و ناحیه روشن شده منتشر می شود. در حالت دوم، در توافق کامل با نظریه یانگک، موج پراش مرزی باموج هندسی درهم می آمیزند. آدالبرت (وجسیخ) روبینوویتز^۳، در سال ۱۹۱۷/۱۲۹۶، ثابت کرد که فرمول کیرشهوف برای يك موج تخت ناکروی می تواند به دو موج دلخواه تجزیه شود و از آنجا تصحیح های پایه ای ایده های یانگک را آشکار کرد. و بعداً نیز ثابت کرد که مسوج پراش مرزی، در تقریب نخست، از راه بازتاب موج اولیه از کناره روزنه پدید می آید. در سال ۱۹۲۳/۱۳۰۲، فردریک کوتلر^۴ هم ارزی حل های ماگی و

که در قسمت بدون مانع جبهه موج گسترده شده اند، یعنی از اصل هوینگنس-فرنل، ناشی شده است. اما، يك امکان دیگر وجود دارد که کاملاً با آن متفاوت بوده و بیشتر جالب توجه است. فرض کنید که يك موج ورودی الکترونیهای موجود در پشت پرده پراشان را وادار به نوسان می کند و این الکترونها به نوبه خود تابش می کنند. ما يك اثر دوتایه را پیش بینی می کنیم. نخست این که، کلیه نوسانگرها که دور از کناره روزنه اند در قسمت عقب به سمت چشمه تابش می کنند به نحوی که موج ورودی در تمامی نقاط حذف شود، مگر در داخل تصویر خود روزنه. به سخنی دیگر، اگر این تنها سازوکار سهم دهنده بود، يك تصویر هندسی کامل از این روزنه روی صفحه مشاهده ظاهر می شد. ولی، يك سهم اضافی وجود دارد که از نوسان کننده های موجود در مجاورت کناره روزنه ناشی می شود. بخشی از انرژی تابیده توسط این چشمه های ثانویه به سوی جلو انتشار می یابد. برهمه ای این موج پراکنده (که موج پراش مرزی نامیده می شود)، قسمت بدون مانع موج اولیه (به نام موج هندسی)، نقش پراش را به دست می دهد. يك دلیل نسبتاً قوی برای تأمل درباره چنین طرحی آنگاه بروز می کند که آرایش زیر را مورد بررسی قرار دهیم. يك سوراخ كوچك (به قطر تقریبی ۱۲ cm) با شکل دلخواه را در يك تکه کاغذ ایجاد کنید و با نگهداشتن آن در فاصله ای به طول يك بازوی دست، يك لامپ نورانی معمولی را که به فاصله چند متری آن قرار دارد، نگاه کنید. حتی اگر چشمانتان در ناحیه سایه باشد، کناره های روزنه به طور درخشان روشن خواهد شد. عکس تشكك موج شکل ۸۲۰۱۰ نیز این فرایند را نشان می دهد. توجه کنید که چگونه هر کناره شکاف همچون مرکز يك آشفتگی دایره ای به نظر می رسد و سپس در آن سوی روزنه منتشر می شود. در اینجا نوسانگرهای الکترونی وجود ندارند و این خود نشان می دهد که این ایده ها از نوعی کلیت برخوردار بوده و در مورد امواج کشان نیز به کار می روند.

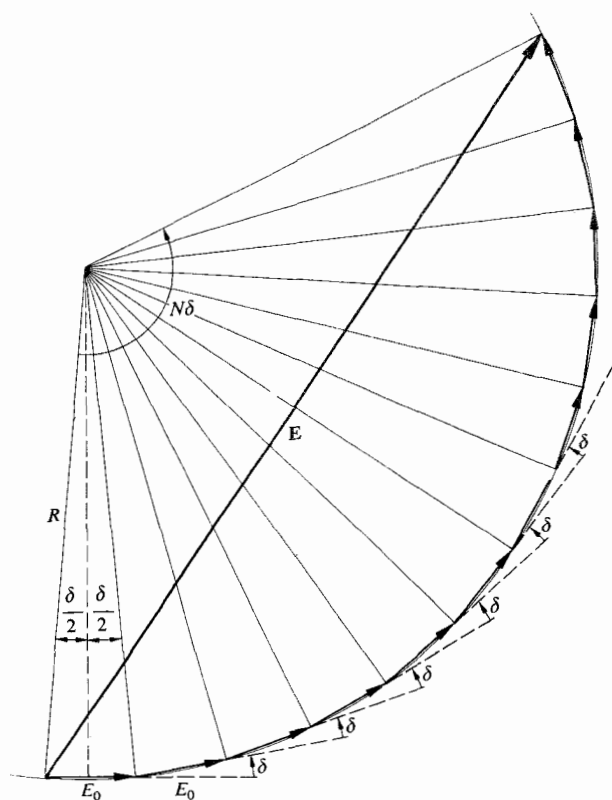
شاید فرمول بندی پراش برحسب تداخل يك مسوج کناره ای پراکنده و يك موج هندسی از نظر فیزیکی، از گسیلنده های اصل هوینگنس-فرنل جالبتر باشد. ولی، این مفهوم جدیدی نیست. در واقع این موضوع اولین بار توسط توماس یانگک همه جا حاضر، و حتی پیش از اینکه فرنل بزرگداشت نظریه پراش خود را جشن بگیرد، مطرح شده بود. ولی متأسفانه در آن زمان، کامیابیهای درخشان فرنل، یانگک را متقاعد کرد که ایده های خودش را به کناری نهد، و او سرانجام در سال ۱۸۱۸/۱۱۹۷ طی نامه ای به فرنل، به او تسلیم شد. تصور فرنل از پراش که به کمک کار کیرشهوف تقویت شده بود، پذیرش عام یافت. ما بر آن تأکید

1. Gian Antonio Maggi

2. Eugen Maey

3. Adalbert (Wojciech) Rubinowicz

4. Friedrich Kottler



شکل ۸۳.۱۰

۵.۱۰ نشان دهید که برای یک نقش پراش فرانهور دوشکافی، به ازای $a = mb$ ، تعداد فریزهای روشن (یا قسمتهایی از آن) در داخل بیشینه مرکزی پراش برابر $2m$ خواهد بود.

۶.۱۰ تابیدگی نسبی مربوط به بیشینه‌های فرعی در یک نقش پراش فرانهور سه شکافی چیست؟ به ازای $a = 2b$ ، توزیع تابیدگی را برای دوشکاف و سپس سه شکاف رسم کنید.

۷.۱۰* با شروع از عبارت تابیدگی برای یک شکاف متناهی، شکاف را تا یک عنصر سطح کوچک کاهش دهید و نشان دهید که این عنصر در تمام امتدادها به طور یکسان می‌گسیلد.

۸.۱۰ ثابت کنید که معادله

$$a(\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m\lambda \quad [۶۱.۱۰]$$

آنگاه که در مورد یک توری انتقالی به کار رود، از ضریب شکست مستقل است.

۹.۱۰ یک توری با قدرت تفکیک زیاد، به عرض 260 mm ، با

روبینوویتز را نشان داد و امروزه از آن به نام نظریه یانگ-ماگی-روبینوویتز یاد می‌کنند. اخیراً، کنرومیاموتو^۱ و امیل ولف (۱۹۶۲/۱۳۴۱) نظریه پراش مرزی را به حالت امواج فرودی اختیاری تعمیم داده‌اند.^۲ رهیافتی جدید و سودمند از این مسئله، توسط ژوزف کلا طراحی شده است. او نظریه‌ای هندسی از پراش را تکامل بخشیده است که رابطه تنگاتنگی با تصویر یانگ از موج کناره‌ای دارد. او همراه با پرتوهای معمولی نورشناخت هندسی، فرضیه وجود پرتوهای پراشیده را ارائه داد. قوانین حاکم بر این پرتوهای پراشیده، که با قوانین بازتاب و شکست مشابه‌اند، برای تعیین میدانهای برآیند به کار می‌روند.

مسائل

۱۰.۱۰ یک چشمه نقطه‌ای S در فاصله عمودی L از مرکز یک سوراخ دایره‌ای به شعاع r واقع در روی یک پرده کدر قرار دارد. اگر فاصله چشمه تا پیرامون سوراخ $(L + l)$ باشد، نشان دهید که پراش فرانهور روی یک پرده خیلی دور آنگاه رخ خواهد داد که

$$\lambda L \gg \frac{r^2}{2}$$

اگر شعاع سوراخ 1 mm ، $l \leq \lambda/10$ و $\lambda = 500 \text{ nm}$ ، کوچکترین مقدار رضایت بخش L چقدر است؟

۲۰.۱۰ با استفاده از شکل ۸۳.۱۰، معادله تابیدگی را برای N نوسانگر همدوس به دست آورید، (معادله (۵.۱۰)).

* ۳۰.۱۰ در بخش ۳۰.۱۰، درخصوص وارد شدن یک اختلاف فاز ذاتی ϵ میان نوسانگرها در یک آرایه خطی بحث کردیم. با به خاطر داشتن این مطلب نشان دهید که آنگاه که موج تخت فرودی با صفحه شکاف زاویه θ_i می‌سازد، معادله (۱۸.۱۰) چنین نوشته می‌شود

$$\beta = \left(\frac{kb}{\gamma}\right) (\sin \theta - \sin \theta_i)$$

۴۰.۱۰ فاصله زاویه‌ای میان مرکز و نخستین کمینه یک نقش پراش فرانهور یک شکافی نیم پهنای زاویه‌ای نامیده می‌شود؛ عبارتسی برای آن بنویسید. نیم پهنای خطی متناظر را پیدا کنید، وقتی که: (الف) عدسی کانونی کننده حضور ندارد و فاصله پرده مشاهده تا شکاف L است؛ (ب) یک عدسی به فاصله کانونی f خیلی نزدیک به روزنه قرار دارد. توجه کنید که نیم پهنای خطی نیز فاصله بین کمینه‌های متوالی است.

($\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$) به قطر 2 mm را می‌گسیلد. بزرگی لکه‌ای نورانی که این لیزر می‌تواند روی سطح ماه به فاصله $376 \times 10^3 \text{ km}$ از آن پدید آورد، چقدر است؟ از هر گونه تأثیرات جو زمین چشم‌پوشید.

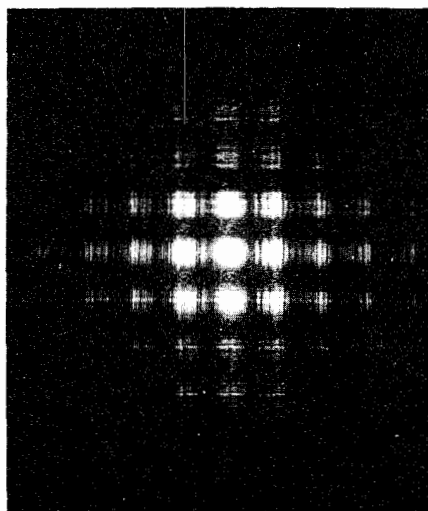
۱۷۰۱۰ اگر نیم‌صفحه Σ در شکل ۷۱۰۱۰ نیم‌شفاف باشد، انتظار دارید بر روی صفحه مشاهده چه چیزی را ببینید؟

۱۸۰۱۰ فرض کنید از خلال یک تکه پارچه با بافت شطرنجی به یک چشمه نقطه‌ای ($\lambda_0 = 600 \text{ nm}$) واقع در فاصله 20 cm متری نگاه می‌کنید. اگر یک آرایش مربعی متشکل از لکه‌های درخشان ببینید که در اطراف چشمه به فاصله ظاهری 12 cm از همدیگر قرار گرفته‌اند (شکل ۸۴۰۱۰)؛ فاصله رشته‌های پارچه از همدیگر چقدر است؟

۱۹۰۱۰ دستگاه شکل ۵۰۱۰ را به منظور مشخص کردن آنچه که در فضای تصویر عدسیها روی می‌دهد، بررسی کنید. یعنی روزنه خروجی را در جای خود قرار داده و آن را به فرایند پراش مربوط سازید. نشان دهید که پیکربندیهای نمایش یافته در شکل ۸۵۰۱۰ هم‌ارز پیکربندیهای نمایش یافته در شکل ۵۰۱۰ است و بنابراین پراش فرنل نتیجه خواهد شد. دست‌کم یک آرایش دیگر به اینگونه را طراحی کنید.

۲۰۰۱۰ یک پرده کدر حاوی سی سوراخ دایره‌ای را که به طور کتره‌ای جایگزیده‌اند، فرض کنید. چشمه نورانی چنان است که هر روزنه به طور همدوس به وسیله موج تخت خودش روشن می‌شود. هر موج به نوبه خود نسبت به بقیه موجها کاملاً ناهمدوس است. نقش پراش حاصل در میدان دور را توصیف کنید.

۲۱۰۱۰ تعداد کل خطوط یک توری چقدر باید باشد تا بتواند



شکل ۸۴۰۱۰

300 خط در میلی‌متر، در حدود 75° در خود موازی سازی، دارای توان تفکیکی حدود 10^6 برای $\lambda = 500 \text{ nm}$ است. گستره طیفی آزاد آن را پیدا کنید. چگونه این مقادیر از R و $(\Delta\lambda)_{\text{FSR}}$ با مقادیر آنها در مورد یک سنجه فابری-پروکه دارای فاصله هوایی (طول هوای بین دو تیغه 1 cm و عیار آن 25) است، مقایسه می‌شود؟

۱۰۰۱۰* عملیات ریاضی ضروری برای رسیدن به معادله (۷۶۰۱۰) را انجام دهید.

۱۱۰۱۰ با مراجعه به شکل ۴۸۰۱۰، از عبارت $dS = 2\pi\rho^2 \sin\varphi d\varphi$ روی منطقه l م انتگرال گیری کرده و مساحت آن منطقه را به دست آورید

$$A_l = \frac{\lambda\pi\rho}{\rho + r_0} \left[r_0 + \frac{(2l-1)\lambda}{4} \right]$$

نشان دهید که فاصله متوسط تا منطقه l م از عبارت زیر به دست می‌آید

$$r_l = r_0 + \frac{(2l-1)\lambda}{4}$$

به طوری که نسبت A_l/r_l مقدار ثابتی است.

۱۲۰۱۰* معادله (۸۴۰۱۰) را به دست آورید.

۱۳۰۱۰ با استفاده از مارپیچ کورنوس، یک نمای تقریبی از $|B_2(W)|^2$ نسبت به $(W_1 + W_2)/2$ را به ازای $\Delta W = 50$ ارائه دهید. نتایج خود را با نتایج شکل ۷۰۰۱۰ مقایسه کنید.

۱۴۰۱۰ جرج سورات^۱، نقاش نوامپرسیونیست یکی از اعضای مکتب نقطه‌چین بود. نقاشیهای او از تعداد بینهایت زیادی خطهای کوچک نزدیک بهم (تقریباً $1/10$ اینچ) از رنگ خالص تشکیل می‌شد. خطای با صره مربوط به آمیخته شدن رنگها فقط در چشم ناظر پدید می‌آید. درچه فاصله‌ای از چنین نقاشی باید نشست تا ترکیب دلخواه رنگها به دست آید؟

۱۵۰۱۰ انتگرالهای فرنل شکلهای مجانبی دارند (متناظر با مقادیر بزرگ w) که از روابط زیر به دست می‌آیند

$$\mathcal{C}(w) \approx \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{\pi w}\right) \sin\left(\frac{\pi w^2}{4}\right)$$

$$\mathcal{S}(w) \approx \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{\pi w}\right) \cos\left(\frac{\pi w^2}{4}\right)$$

با استفاده از این حقیقت، نشان دهید که وقتی v_1 و v_2 بزرگ شوند، تابیدگی در سایه یک پرده کدر شبیه نامتناهی، متناسب با عکس مجذور فاصله تا کناره کاهش می‌یابد.

۱۶۰۱۰* فرض کنید لیزری داریم که یک باریکه پراش محدود

درمورد فرایندهای نوری که در هر ناحیه از نقش وارد می‌شود به‌طور کیفی بحث کنید. چرا سایه هندسی آهن فقط در تغییرات رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود؟

۲۵.۱۰* نشان دهید که نقشهای پراش فرانوفر، بدون توجه به پیکربندی روزنه، تا زمانی که تغییرات فاز در میدان روی ناحیه سوراخ وجود ندارد، دارای یک مرکز تقارن است [یعنی، $I(Y, Z) = I(-Y, -Z)$]. از معادله (۳۱.۱۰) آغاز کنید. بعداً (فصل ۱۱) خواهیم دید که این محدودیت هم‌ارز این است که بگوییم تابع روزنه حقیقی است.

۲۶.۱۰ با به یاد آوردن نتایج مسئله ۲۵.۱۰، درمورد تقارنهایی که در نقش پراش یک روزنه، که خودش نسبت به یک خط متقارن است، آشکار خواهد شد، بحث کنید. (تابش فرودی را امواج تخت شبه تکفام و عمودی فرض کنید).

۲۷.۱۰ از روی ملاحظات تقارنی، طرح تقریبی نقشهای پراش فرانوفر مربوط به یک روزنه به شکل مثلث متساوی الاضلاع و یک روزنه به شکل یک علامت باضافه را رسم کنید.

۲۸.۱۰ شکل ۸۷.۱۰، چندین پیکربندی روزنه را نشان می‌دهد. طرح تقریبی نقشهای فرانوفر را برای هر یک رسم کنید. توجه کنید که نواحی دایره‌ای باید سیستمهای حلقه‌ای شبیه حلقه‌های اری را که مرکز آنها مبدأ است، پدید آورند.

L-2ZS5

شکل ۸۷.۱۰

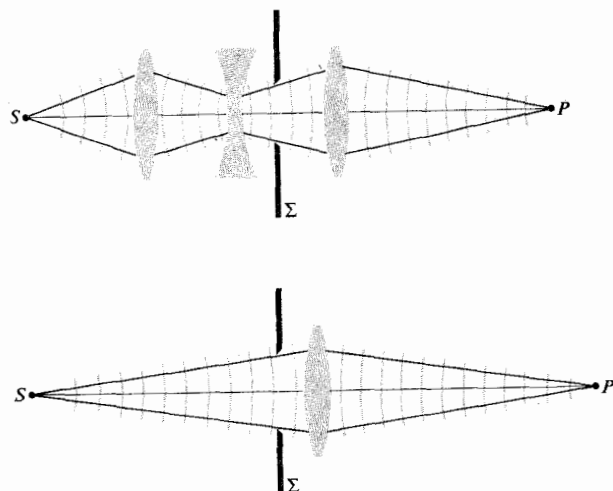
۲۹.۱۰ طرحی تقریبی از تابیدگی مربوط به نقش پراش فرنل ناشی از یک شکاف دوگانه را رسم کنید. در نقطه P ، تصویر ماریج کورنو شبیه چیست؟

۳۰.۱۰* طرحی تقریبی از یک نقش پراش فرنل ممکن ناشی از هر یک از روزنه‌های شکل ۸۸.۱۰ را رسم کنید.

۳۱.۱۰* فرض کنید شکاف شکل ۶۷.۱۰ بسیار پهن شود. نقش پراش فرنل چه شکلی خواهد داشت؟



شکل ۸۸.۱۰



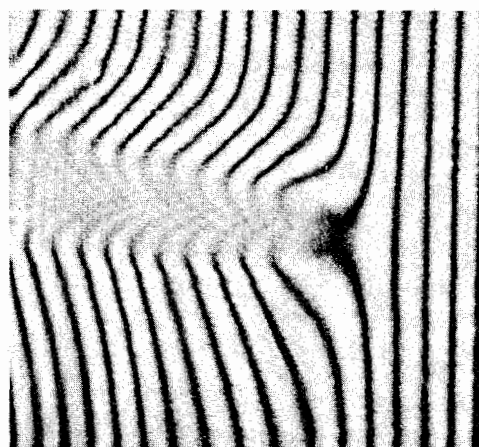
شکل ۸۵.۱۰

خط دوتایی سدیم ($\lambda_1 = 5895.9 \text{ \AA}$, $\lambda_2 = 5890.0 \text{ \AA}$) را در مرتبه سوم از هم جدا کند.

۲۲.۱۰ امواج تخت ناشی از یک بساریکه موازی شده لیزر He-Ne ($\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$) به میله فولادی به قطر ۲۵ mm می‌تابد. یک نمودار درسیمی تقریبی از نقش پراش را که در روی پرده‌ای به فاصله ۳۱۶ m دیده می‌شود، ترسیم کنید.

۲۳.۱۰ با مراجعه به سیستم آنتن چندتایی شکل ۷۰.۱۰، جدایی زاویه‌ای بین لایه‌های متوالی یا بیشینه‌های اصلی و همچنین پهنای بیشینه مرکزی را حساب کنید.

۲۴.۱۰* شکل ۸۶.۱۰ نقشی است که از قرار دادن نوک یک هویه داغ دریکی از بازوهای تداخل سنج مایکلسون ایجاد شده است.



شکل ۸۶.۱۰

نورشناخت فوریه

۱.۱۱ مقدمه

در آنچه که به دنبال می آید بحث مربوط به روشهای فوریه را که در فصل ۷ مطرح شد بیشتر گسترش می دهیم. قصد ما بیشتر از آنکه بررسی کاملی از این مبحث باشد فراهم آوردن مقدمه اساسی محکمی برای این مبحث است. روش آنالیز فوریه، علاوه بر توانایی ریاضی واقعی، به روشی شگفت برای بررسی فرایندهای نوری بر حسب بسامدهای فضایی منجر می شود. کشف انبان جدیدی از سرگرمیهای تحلیلی همیشه هیجان آور است، ولی رسیدن به روش دیگر اندیشیدن در خصوص گستره وسیعی از مسائل فیزیکی حتی با ارزشتر هم هست. امیدواریم این هردو کار را انجام دهیم.^۲

۲.۱۱ تبدیلهای فوریه

۱.۲.۱۱ تبدیلهای یک بعدی

در بخش ۸.۷ دیدیم که تابعی یک بعدی از یک متغیر مکانی $f(x)$ را می توان به صورت ترکیبی خطی از تعدادی نامتناهی سهمهای

هماهنگ بیان کرد

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} A(k) \cos kx dk + \int_0^{\infty} B(k) \sin kx dk \right]$$

[۵۶.۷]

ضرایب وزنی که اهمیت تأثیرات بسامد فضایی گوناگون (k) را تعیین می کنند، یعنی $A(k)$ و $B(k)$ ، عبارت اند از تبدیلهای کسینوسی و سینوسی فودیه $f(x)$ که به صورت زیر داده می شوند

$$A(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cos kx' dx'$$

و

$$B(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \sin kx' dx' \quad [۵۷.۷]$$

در اینجا کمیت x' متغیری ظاهری است که انتگرال گیری روی آن چنان انجام می گیرد که نه $A(k)$ و نه $B(k)$ هیچ کدام توابع

۱. برای بحث غیر ریاضی رگ فصل ۱۴.

۲. به عنوان مراجع کلی برای این فصل رگ

که در آن، $x' = x$ اختیار شده است. تابع $F(k)$ ، تبدیل فوریه $F(x)$ نامیده می‌شود که با بیان نمادی چنین نوشته می‌شود

$$F(k) = \mathcal{F}\{f(x)\} \quad (۶.۱۱)$$

در واقع چند روش هم‌ارز با اندک تفاوتی برای تعریف این تبدیل وجود دارد که در نوشتارهای مربوط به این مبحث ظاهر می‌شوند. مثلاً، می‌توانستیم علامت توانهای e را تعویض کنیم یا ضریب $1/2\pi$ را می‌شد به‌طور متقارن بین $f(x)$ و $F(k)$ تقسیم کرد، یعنی هر کدام یک ضریب $1/\sqrt{2\pi}$ داشته باشند. توجه کنید که $A(k)$ جزء حقیقی $F(k)$ است، در حالی که $B(k)$ جزء موهومی آن است، یعنی

$$F(k) = A(k) + iB(k) \quad (۷.۱۱)$$

درست به این دلیل که $F(k)$ تبدیل $f(x)$ است، خود $f(x)$ را تبدیل فوریه دادن $F(k)$ می‌نامند، و بیان نمادین آن چنین است

$$f(x) = \mathcal{F}^{-1}\{F(k)\} \quad (۸.۱۱)$$

و $f(x)$ و $F(k)$ را غالباً یک زوج تبدیل فوریه می‌گویند. آشکار است که اگر f به جای آنکه تابعی از مکان باشد تابعی از زمان بود، برای به‌دست آوردن زوج تبدیل مناسبی در حوزۀ زمان، صرفاً می‌بایست به جای x ، مقدار t و آنگاه به جای k ، بسامد زاویه‌ای فضایی ω ، بسامد زاویه‌ای زمانی، را قرار می‌دادیم، یعنی

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (۹.۱۱)$$

و

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt \quad (۱۰.۱۱)$$

باید متذکر شویم که اگر $f(x)$ را به‌عنوان مجموعی از توابع بنویسیم، ظاهراً تبدیل آن (۵.۱۱) برابر مجموع تبدیلهای توابع مؤلفه‌ای منفرد خواهد شد. این مطلب گاهی می‌تواند به‌منظور پدید آوردن تبدیلهای توابع پیچیده روش بسیار مناسبی باشد، که می‌توانند سازهای کاملاً معلومی را تشکیل دهند. شکل ۱.۱۱ این طرز عمل را به‌خوبی می‌نمایاند.

۱. تبدیل تابع گاوسی

به‌عنوان مثالی از این روش، تابع احتمال گاوس را بررسی می‌کنیم

$$f(x) = Ce^{-ax^2} \quad (۱۱.۱۱)$$

که در آن $C = \sqrt{a/\pi}$ و a مقداری ثابت است. اگر بخواهید می‌توانید این تابع را نیمرخ یک تب در $x=0$ بدانید. در

صریح x' نیستند و انتخاب نماد به‌کار رفته برای مشخص کردن آن، تأثیری در موضوع ندارد. تبدیلهای سینوسی و کسینوسی را می‌توان به‌شرح زیر در یک تك عبارت مختلط نمایی درهم آمیخت: با قرار دادن معادله (۵۷.۷) در معادله (۵۶.۷)، معادله اخیر چنین می‌شود

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos kx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cos kx' dx' dk \\ + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \sin kx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \sin kx' dx' dk$$

اما از آنجا که

$$\cos k(x' - x) = \cos kx \cos kx' + \sin kx \sin kx'$$

عبارت بالا را می‌توان چنین نوشت

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cos k(x' - x) dx' \right] dk \quad (۱۰.۱۱)$$

کمیت داخل کروشه تابع زوجی از k است و بنابراین تغییر حدود انتگرال بیرونیتز به رابطه

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cos k(x' - x) dx' \right] dk \quad (۲.۱۱)$$

منجر می‌شود. از آنجا که در جستجوی نمایی هستیم، قضیه اویلر به‌ذهن متبادر می‌شود. در نتیجه ملاحظه می‌شود که

$$\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \sin k(x' - x) dx' \right] dk = 0$$

زیرا ضریب داخل کروشه تابع فردی از k است. از جمع دو عبارت اخیر شکل مختلط انتگرال فوریه به‌دست می‌آید

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x') e^{ikx'} dx' \right] e^{-ikx} dk \quad (۳.۱۱)$$

از اینرو می‌توان نوشت

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k) e^{-ikx} dk \quad (۴.۱۱)$$

به‌شرط آنکه

$$F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ikx} dx \quad (۵.۱۱)$$

$\mathcal{F}\{f(x)\}$ ، از رابطه زیر به دست می آید

$$F(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} (C e^{-ax^2}) e^{ikx} dx$$

اگر توان نمایی $-ax^2 + ikx$ را به صورت مجذور کامل بنویسیم چنین می شود $-(x\sqrt{a} - ik/2\sqrt{a})^2 - k^2/4a$ ، و با قرار دادن $x\sqrt{a} - ik/2\sqrt{a} = \beta$ خواهیم داشت

$$F(k) = \frac{C}{\sqrt{a}} e^{-k^2/4a} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta^2} d\beta$$

مقدار انتگرال معین را می توان از جدولها به دست آورد، که برابر $\sqrt{\pi}$ است، پس

$$F(k) = e^{-k^2/4a} \quad (12.11)$$

که باز هم یک تابع گاوسی است (شکل ۲۰.۱۱ ب)، ولی این بار متغیر آن k است. بنا بر تعریف، انحراف استاندارد عبارت است از گستره متغیر (x یا k) که در آن گستره مقدار تابع با ضریب $e^{-1/2} = 0.607$ نسبت به مقدار بیشینه خود افت می کند. از اینرو، انحرافهای استاندارد برای این دو منحنی عبارت اند از $\sigma_k = 1/\sqrt{2a}$ و $\sigma_x = \sqrt{2a}$. با افزایش a ، $f(x)$ باریکتر شده و در مقابل، $F(k)$ پهنتر می شود. به سخن دیگر، هر چه طول تب کوتاهتر باشد، پهنای نوار بسامد فضایی پهنتر خواهد بود.

۲۰.۲۰۱۱ تبدیلهای دوبعدی

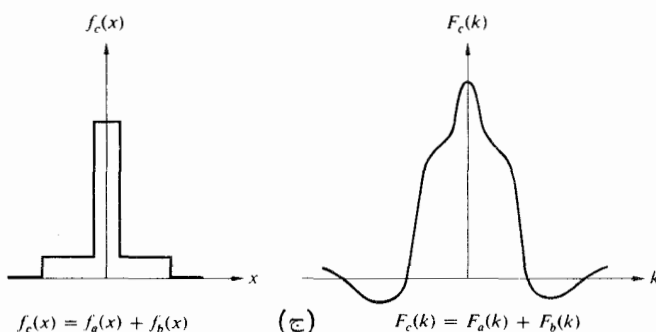
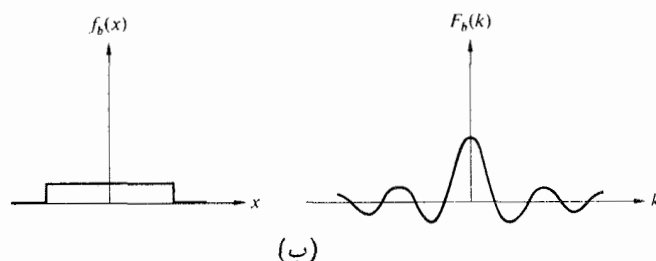
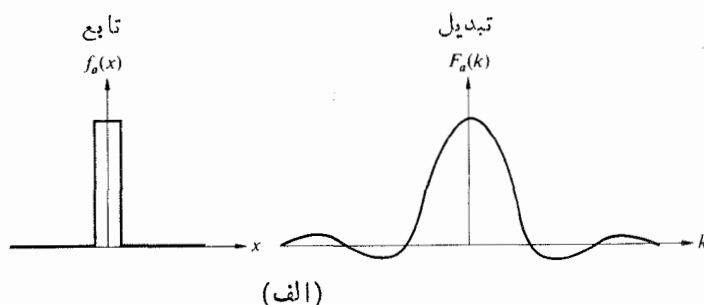
تا اینجا بحث به توابع یک بعدی محدود بوده است، ولی سروکار نورشناخت عموماً با سیگنالهای دوبعدی است: مثلاً، در مورد میدان در سرتاسر یک روزنه یا توزیع چگالی شار روی یک صفحه تصویر چنین است. زوج تبدیل فوریه را می توان به آسانی به دوبعد تعمیم داد، که به موجب آن

$$f(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} F(k_x, k_y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (13.11)$$

و

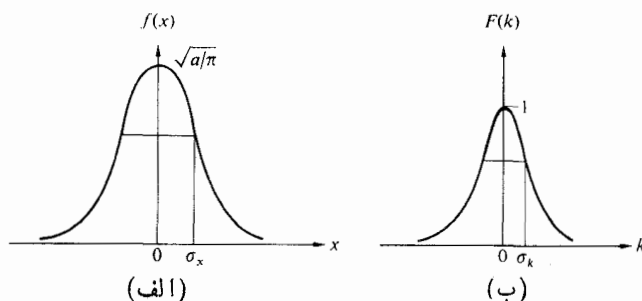
$$F(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (14.11)$$

کمیتهای k_x و k_y بسامدهای زاویه ای فضایی در طول دیمورند. فرض کنید به تصویر یک زمین آجر فرش نگاه می کنیم که به تناوب از مربعات سیاه و سفید تشکیل شده و کنارهای آنها باراستاهای x و y موازی اند. اگر وسعت این زمین نامتناهی بود، توزیع



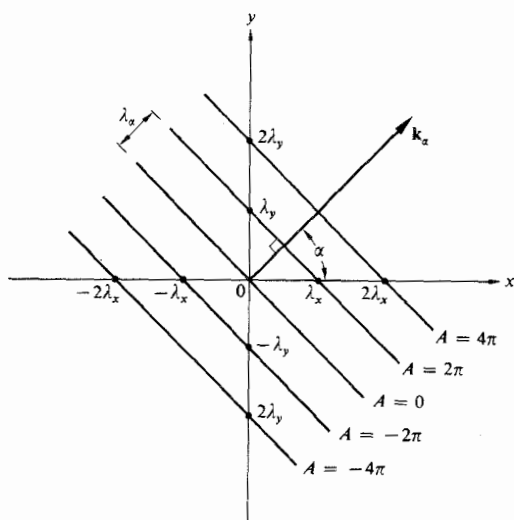
$$F(k) = \mathcal{F}\{f(x)\}$$

شکل ۱۰.۱۱ یک تابع ترکیبی و تبدیل فوریه آن.



شکل ۲۰.۱۱ یک تابع گاوسی و تبدیل فوریه آن.

نورشناخت به منحنی زنگی شکل که برای ما آشناست (شکل ۲۰.۱۱ الف)، فراوان برمی خوریم. این منحنی برای ملاحظات مختلف نظیر نمایش تک فوتونها به صورت بسته موج، توزیع تابیدگی در مقطع یک باریکه لیزری در مد TEM_{۰۰} و بررسی آماری گرما - نوری در نظریه همدوسی، وابسته خواهد بود. تبدیل فوریه آن،



شکل ۳.۱۱ نمایش هندسی معادله (۱۵.۱۱).

شده است، در نمودار به دست می‌آید که در آن رابطه

$$\lambda_\alpha / \lambda_y = \lambda_x / \sqrt{\lambda_x^2 + \lambda_y^2}$$

برقرار است و

$$\lambda_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\lambda_x^{-2} + \lambda_y^{-2}}} \quad (17.11)$$

پس، همانگونه که انتظار می‌رفت، بسامد فضایی زاویه‌ای k_α که برابر $2\pi / \lambda_\alpha$ است، چنین می‌شود

$$k_\alpha = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad (18.11)$$

معنی تمامی این مطالب آن است که به منظور ساختن یک تابع دو بعدی، علاوه بر جملات مربوط به بسامد فضایی k_x و k_y عموماً جملات هماهنگ نیز باید گنجانیده شوند، و این جملات در راستاهایی غیر از راستای محوره‌های x و y سم‌گیری پیدا می‌کنند.

۱. تبدیل تابع استوانه‌ای
تابع استوانه‌ای

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \sqrt{x^2 + y^2} \leq a \\ 0 & \sqrt{x^2 + y^2} > a \end{cases} \quad (19.11)$$

شکل ۴.۱۱ الف مثال عملی مهمی از کاربرد روشهای فوریه در دو بعد را فراهم می‌آورد. مخصوصاً روابط ریاضی مربوط به این روند به‌ویژه ساده نیست، ولی ارتباط محاسبات با نظریه پراش از طریق روزه‌های دایره‌ای و عدسیها، تلاش در این راه را کاملاً توجیه می‌کند. تقارن دایره‌ای آشکار، مختصات قطبی را القا می‌کند و بنابراین فرض می‌کنیم

ریاضی نور بازتابیده را می‌توانستیم برحسب سریهای فوریه دو بعدی در نظر بگیریم. اگر طول هر آجر l باشد، تناوب فضایی در طول هر کدام از محورها $2l$ بوده و بسامدهای پایه فضایی وابسته به آنها، π/l خواهد بود. این بسامدها و هماهنگهای آنها برای ساختن تابعی که این صحنه را توصیف کند، قطعاً ضروری‌اند. اگر گستردگی نقش متناهی بود، دیگر این تابع دقیقاً تناوبی نمی‌شد و به جای انتگرال فوریه، سریها قرار می‌گرفتند. در واقع مفهومی که معادله (۱۳.۱۱) آن را بیان می‌کند این است که $f(x, y)$ را می‌توان از یک ترکیب خطی توابع مقدماتی به شکل $\exp[-i(k_x x + k_y y)]$ تشکیل داد که به دامنه و فاز آنها به وسیله یک ضریب مختلط $F(k_x, k_y)$ به‌طور مناسبی وزن داده شده باشد. این تبدیل خود به سادگی می‌گوید که چه تعداد از مؤلفه‌های مقدماتی و با چه فازی باید به دستورالعمل اضافه شود. این توابع مقدماتی، در سه بعد، به صورت $\exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)]$ یا $\exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ که متناظر با سطوح تخت‌اند، ظاهر می‌شوند. افزون بر این، اگر f یک تابع موج، یعنی نوعی موج سه بعدی $f(\mathbf{r}, t)$ باشد، این تأثیرات مقدماتی به امواج تختی شبیه به $\exp[-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$ تبدیل می‌شوند. به سخن دیگر، آشفتگی می‌تواند ترکیبی خطی از امواج تخت باشد که دارای اعداد انشار مختلف بوده و در راستاهای مختلف حرکت می‌کنند. همچنین در دو بعد نیز، توابع مقدماتی در راستاهای مختلف «سم‌گیری» می‌کنند. یعنی، برای مجموعه مقادیر معلومی از k_x و k_y ، نما یا فاز توابع مقدماتی در طول خطوط

$$k_x x + k_y y = \text{const.} = A$$

یا

$$y = -\frac{k_x}{k_y}x + \frac{A}{k_y} \quad (15.11)$$

مقدار ثابتی خواهد بود. این وضعیت مشابه وضعیتی است که در آن مجموعه‌ای از صفحات عمود بر و متقاطع با صفحه xy در طول خطوطی که از طریق معادله (۱۵.۱۱) ارائه شده‌اند، به‌ازای مقادیر مختلف A همین کار را انجام می‌دهند. برداری که عمود بر این مجموعه خطوط باشد، به نام \mathbf{k}_α ، دارای مؤلفه‌های k_x و k_y خواهد بود. شکل ۳.۱۱ تعدادی از این خطوط را نشان می‌دهد (به‌ازای یک تعداد k_x و k_y معلوم) که در آن $A = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi$ همه شیبها برابر $-k_x/k_y$ یا $-\lambda_y/\lambda_x$ اند، در حالی که نقاط تقاطع محور y با این خطوط برابر است با $A/k_y = A\lambda_y/2\pi$. سم‌گیری خطوط فاز ثابت چنین است

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{k_y}{k_x} = \tan^{-1} \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \quad (16.11)$$

طول موج، یا تناوب فضایی λ_α ، که در طول \mathbf{k}_α اندازه‌گیری

ثابت که آن را صفر اختیار می‌کنیم، می‌توان انتگرال را ساده کرد، و از آنجا

$$F(k_\alpha) = \int_0^a \left[\int_0^{2\pi} e^{ik_\alpha r \cos \theta} d\theta \right] r dr \quad (۲۲.۱۱)$$

از معادله (۲۷.۱۰) نتیجه می‌گیریم

$$F(k_\alpha) = 2\pi \int_0^a J_0(k_\alpha r) r dr \quad (۲۳.۱۱)$$

که در آن $J_0(k_\alpha r)$ يك تابع بسل از مرتبه صفر است. با وارد کردن يك تغییر متغیر، یعنی $k_\alpha r = w$ ، داریم: $dr = k_\alpha^{-1} dw$ و انتگرال چنین می‌شود

$$\frac{1}{k_\alpha} \int_{w=0}^{k_\alpha a} J_0(w) w dw \quad (۲۴.۱۱)$$

با بهره‌گیری از معادله (۵۰.۱۰) این تبدیل شکل يك تابع بسل مرتبه اول را پیدا می‌کند (شکل ۲۷.۱۰)، یعنی

$$F(k_\alpha) = \frac{2\pi}{k_\alpha} k_\alpha a J_1(k_\alpha a)$$

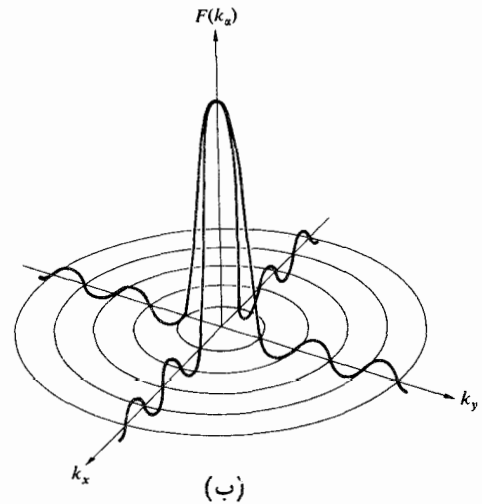
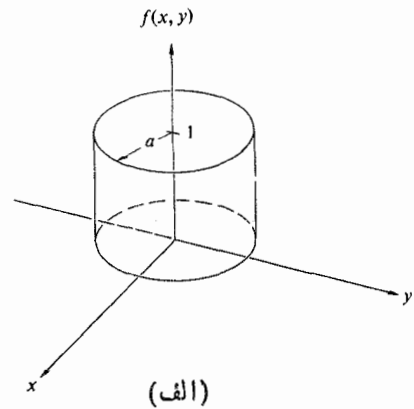
یا

$$F(k_\alpha) = 2\pi a^2 \left[\frac{J_1(k_\alpha a)}{k_\alpha a} \right] \quad (۲۵.۱۱)$$

شباهت بین این عبارت شکل ۲۰.۱۱ ب و فرمولهای مربوط به میدان الکتریکی در نقش پراش فرانوفر ناشی از يك روزنه دایره‌ای (۵۱.۱۰)، همانطور که به‌زودی خواهیم دید، امری تصادفی نیست.

۳.۲.۱۱ تابع دلتای دیراک

پدیده‌های فیزیکی زیادی هستند که در فاصله زمان بسیار کوتاهی، با شدت زیاد به‌وجود می‌آیند، و غالباً می‌خواهیم بدانیم پاسخ بعدی يك سیستم به‌چنین محرکه‌ای چیست. مثلاً: يك وسیله مکانیکی، مانند توپ بیلیارد، چگونه به‌نواخت يك ضربه چوب بیلیارد پاسخ می‌دهد؟ یا اگر در ورودی مدار ویژه‌ای، جریان شدید کوتاه مدتی برقرار شود، چه رفتاری نشان خواهد داد؟ به‌همین ترتیب، می‌توانیم با پاره‌ای محرکه‌ای که در حوزه فضایی، به‌جای حوزه زمانی، تپ تیزی‌اند، روبرو شویم. يك چشمه نوری ریز که در زمینه تاریکی قرار دارد، اساساً يك تپ فضایی دو بعدی شدیدا جایگزیده، یعنی خاری از تابیدگی، است. نمایش ریاضی ایده‌آل مناسبی از این نوع محرکه‌ای که نوك تیزی یافته‌اند، تابع دلتای دیراک $\delta(x)$ است. این تابع کمیتی است که در همه‌جا جز در مبدأ، که در آنجا به‌سوی بینهایت میل می‌کند به‌طوری‌که مساحت واحدی را احاطه کند، صفر است؛ یعنی



شکل ۲۰.۱۱ تابع استوانه‌ای یا کلاه استوانه‌ای و تبدیل آن.

$$k_x = k_\alpha \cos \alpha$$

$$k_y = k_\alpha \sin \alpha$$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta \quad (۲۰.۱۱)$$

که در این حالت $dx dy = r dr d\theta$. در این صورت تبدیل، $\mathcal{F}\{f(x)\}$ چنین نشان می‌دهد

$$F(k_\alpha, \alpha) = \int_{r=0}^a \left[\int_{\theta=0}^{2\pi} e^{ik_\alpha r \cos(\theta-\alpha)} d\theta \right] r dr \quad (۲۱.۱۱)$$

تا زمانی که $f(x, y)$ دارای تقارن دایره‌ای است، تبدیل آن نیز باید متقارن باشد. این مطلب ایجاب می‌کند که $F(k_\alpha, \alpha)$ از α مستقل باشد. بنابراین از طریق مساوی قرار دادن α با مقداری

$$\delta(x-x_0) = \begin{cases} 0 & x \neq x_0 \\ \infty & x = x_0 \end{cases} \quad (29.11)$$

و خارج به جای اینکه در $x=0$ بماند در $x=x_0$ قرار می‌گیرد. خاصیت الگ کنندگی مشابهی را می‌توان با قرار دادن $x-x_0=x'$ ارزیابی کرد، در این صورت به ازای $f(x'+x_0)=g(x')$ داریم

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-x_0) f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x') g(x') dx' = g(0)$$

و

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-x_0) f(x) dx = f(x_0) \quad (30.11)$$

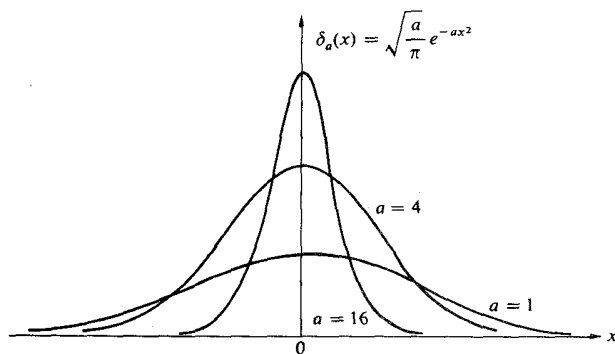
ظاهراً، به جای پرداختن به تعریف دقیقی از $\delta(x)$ به ازای هر مقدار x ، بهتر آن است که در طول خطوطی که اثر $\delta(x)$ را روی نوعی تابع دیگر $f(x)$ تعریف می‌کنند، به پیگیری خود ادامه دهیم. بنابراین، معادله (28.11) واقعاً تعریف یک عمل کلی است که یک عدد $f(0)$ را به تابع $f(x)$ نسبت می‌دهد. ضمناً عملی که این کار را انجام می‌دهد کادکردی نامیده می‌شود.

ممکن است تعدادی از تپهای متوالی را تشکیل داد که هر عضوی از آن دارای پهنایی همواره کاهنده بوده و همراه با آن، ارتفاعی فزاینده داشته باشد، به طوری که هر تپ، یک واحد مساحت را احاطه کند. رشته‌ای از تپهای مربع به ارتفاع a/L و پهنای L/a که برای آن $a=1, 2, 3, \dots$ ، با این سیاهه سازگار است؛ همچنین، رشته‌ای از توابع گاوسی (11.11)

$$\delta_a(x) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-ax^2} \quad (31.11)$$

به همان ترتیب که در شکل 5.11 نشان داده شده است، یا رشته‌ای از توابع سینک

$$\delta_a(x) = \frac{a}{\pi} \text{sinc}(ax) \quad (32.11)$$



شکل 5.11 رشته‌ای از توابع گاوسی.

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & x \neq 0 \\ \infty & x = 0 \end{cases} \quad (26.11)$$

و

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (27.11)$$

این کمیت به مفهوم ریاضی سنتی واقعاً یک تابع نیست. در واقع به علت آنکه ماهیت آن این طور ویژه است، مدت‌ها پس از آنکه پل آدرین موریس دیراک در سال ۱۹۳۵/۱۳۰۹ آن را مجدداً مطرح کرد و اهمیت آن را باز نمود، همچنان در کانسون بحثهای پرشوری باقی مانده بود. ولسی فیزیکدانها، که بعضاً طرفدار عمل‌اند، آن را چندسان سودمند یافتند که، علی‌رغم آنکه به نظر می‌رسید فاقد یک توجیه قوی است، به زودی به ابزاری جا افتاده تبدیل شد. نظریه ریاضی دقیق تابع دلتا، تقریباً بیست سال بعد، در اوایل سال ۱۹۵۰/۱۳۲۹، علی‌الاصول به دست لورنت شوارتز تکمیل شد.

شاید اساسی‌ترین عملیاتی که می‌توان $\delta(x)$ را در آن به کار برد، محاسبه این انتگرال است

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) f(x) dx$$

در اینجا عبارت $f(x)$ متناظر با هر تابع پیوسته است. در یک بازه بسیار کوچک که $x = -\gamma$ تا $x = +\gamma$ در اطراف مبدأ روان است داریم: $f(x) \approx f(0) \approx \text{const.}$ زیرا این تابع به ازای $x=0$ پیوسته است. از $x = -\infty$ تا $x = -\gamma$ و از $x = +\gamma$ تا $x = +\infty$ صرفاً به خاطر اینکه تابع δ صفر است، این انتگرال صفر می‌شود. از اینرو انتگرال چنین می‌شود

$$f(0) \int_{-\gamma}^{+\gamma} \delta(x) dx$$

چون به ازای تمامی مقادیر x جز صفر، داریم: $\delta(x) = 0$ ، این بازه را می‌توان تا حد حذف شدن کوچک گرفت، یعنی $\gamma \rightarrow 0$ ، و باز هم از معادله [27.11]

$$\int_{-\gamma}^{+\gamma} \delta(x) dx = 1$$

از اینرو نتیجه دقیق چنین است

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) f(x) dx = f(0) \quad (28.11)$$

غالباً این رابطه را خاصیت الگ کنندگی تابع δ می‌نامند، زیرا از عهده این کار برمی‌آید که فقط یک مقدار از $f(x)$ را به ازای $x=0$ ، از میان تمامی مقادیر ممکن دیگر استخراج کند. به همین ترتیب از طریق جابجایی مبدأ به اندازه x_0 داریم

نیز مناسب خواهند بود.

چنین توابعی که شدیداً نوساندار شده‌اند به خاصیت الکتروکنندگی نزدیک می‌شوند، یعنی برای آنها عبارت

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_a(x) f(x) dx = f(0) \quad (۳۳.۱۱)$$

دنباله‌های دلتا نامیده می‌شوند. غالباً بهتر است که، بدون اینکه واقعاً کاملاً صحیح باشد، $\delta(x)$ را به ازای $a \rightarrow \infty$ به عنوان حد همگرایی چنین دنباله‌هایی تصور کنیم. بسط این ایده‌ها به دو بعد، به کمک این تعریف انجام می‌پذیرد

$$\delta(x, y) = \begin{cases} \infty & x = y = 0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (۳۴.۱۱)$$

و

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x, y) dx dy = 1 \quad (۳۵.۱۱)$$

و خاصیت الکتروکنندگی چنین می‌شود

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) dx dy = f(x_0, y_0) \quad (۳۶.۱۱)$$

نمایش دیگر تابع δ ، از معادله (۳.۱۱)، انتگرال فوریه، نتیجه می‌شود که می‌توان آن را مجدداً چنین بیان کرد

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ik(x-x')} dk \right] f(x') dx'$$

و از اینرو

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x') f(x') dx' \quad (۳۷.۱۱)$$

به شرط آنکه

$$\delta(x - x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ik(x-x')} dk \quad (۳۸.۱۱)$$

معادله (۳۷.۱۱) همانند معادله (۳۰.۱۱) است زیرا

$$\delta(x - x') = \delta(x' - x)$$

انتگرال (واگرایی) معادله (۳۸.۱۱) همه جا صفر است، جز به ازای $x = x'$. آشکار است که

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} dk = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx} dk \quad (۳۹.۱۱)$$

که، از طریق معادله (۴.۱۱)، ایجاب می‌کند که تابع دلتا را تبدیل

فوریه وارونه واحد، یعنی $\{1\} = \mathcal{F}^{-1}\{\delta(x)\}$ بدانیم. می‌توانیم تب مربعی را تصور کنیم که همواره باریکتر و بلندتر می‌شود؛ و این هنگامی است که تبدیل آن، به نوبه خود، همواره پهنتر می‌شود. تسا اینکه سرانجام پهنای تب بینهایت کوچک شده و تبدیل آن بینهایت گسترده، یعنی به یک مقدار ثابت تبدیل بشود. اگر x از $x = 0$ به مثلاً $x = x_0$ جابه‌جا شود، فاز تبدیلیش تغییر می‌کند ولی دامنه‌اش برابر واحد باقی می‌ماند و تغییر نمی‌کند. برای درک این مطلب، رابطه

$$\mathcal{F}\{\delta(x - x_0)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) e^{ikx} dx$$

را ارزیابی می‌کنیم. با استفاده از خاصیت الکتروکنندگی (۳۰.۱۱)، این عبارت چنین می‌شود

$$\mathcal{F}\{\delta(x - x_0)\} = e^{ikx_0} \quad (۴۰.۱۱)$$

که مفهوم آن این است که فقط فاز دستخوش تغییر شده، و دامنه به همان گونه که به ازای $x_0 = 0$ برابر واحد بود، اکنون هم برابر واحد است. اگر به حوزۀ زمان برگردیم و به تب بینهایت باریکی (مانند یک جرقه) که در لحظه $t = 0$ رخ می‌نماید بیندیشیم، می‌توان کل این فرایند را به نحوی شهیدتر ارزیابی کرد. نتیجه این کار ایجاد گسترده‌ای نامتناهی از مؤلفه‌های بسامد است که جملگی از ابتدا و در لحظه ایجاد ($t = 0$) همفازند. از سوی دیگر، فرض کنیم این تب در زمان t رخ می‌نماید. دوباره هر بسامدی ایجاد می‌شود ولی در این وضعیت مؤلفه‌های هماهنگ جملگی در لحظه $t = t_0$ همفازند. در نتیجه، اگر برون‌یابی را به عقب انجام دهیم، اکنون ناگزیر فاز هر سازا در لحظه $t = 0$ ، بسته به بسامد و یژه، متفاوت خواهد بود. به علاوه، می‌دانیم که همه این مؤلفه‌ها برهم نهاده می‌شوند تا در همه جا جز در t_0 ، صفر به دست آید، به طوری که یک جابجایی فاز وابسته به بسامد، کاملاً منطقی باشد. این جابجایی فاز در معادله (۴۰.۱۱) برای حوزۀ فضایی آشکار است. توجه کنید که این جابجایی با بسامد فضایی k تغییر می‌کند.

قبلاً (شکل ۱۰.۱۱) دیدیم که اگر بتوان همین تابع را به صورت مجموع توابع منفرد نوشت، تبدیل آن با مجموع تبدیلیهای توابع مؤلفه‌ای برابر خواهد بود. اگر زنجیره‌ای از توابع دلتا داشته باشیم که مانند دندانه‌های یک شانه گسترده شده باشند، آنگاه

$$f(x) = \sum_j \delta(x - x_j) \quad (۴۱.۱۱)$$

تبدیل آن مجموعی از جملاتی همچون جمله‌های معادله (۴۰.۱۱) خواهد بود

$$\mathcal{F}\{f(x)\} = \sum_j e^{ikx_j} \quad (۴۲.۱۱)$$

۳.۱۱ کاربردهای نوری

۱۰.۳.۱۱ سیستمهای خطی

روشهای فوریه چارچوبی را با ظرافت خاص فراهم می آورند که به یاری آنها می توان به توصیفی برای تشکیل تصاویر دست یافت. اکثراً، ما در همین راستا حرکت خواهیم کرد، هرچند به منظور دستیابی به روابط ریاضی مورد نیاز، از انحرافهای جنبی گریزی نیست.

يك نکته اساسی در این تحلیل، مفهوم سیستم خطی است که، به نوبه خود، بر حسب روابط ورودی-خروجی آن تعریف می شود. پس، فرض کنیم يك سیگنال ورودی $f(y, z)$ پس از گذشتن از نوعی سیستم نسوری، به يك خروجی $g(Y, Z)$ می انجامد. این سیستم خطی است اگر:

۱. با ضرب کردن $f(y, z)$ در يك ثابت a ، خروجی $ag(Y, Z)$ ایجاد شود.

۲. وقتی که ورودی، مجموع دو تابع وزن $af_1(y, z) + bf_2(y, z)$ باشد، خروجی نیز به شکل $ag_1(Y, Z) + bg_2(Y, Z)$ خواهد بود، که در آن $f_1(y, z)$ و $f_2(y, z)$ به ترتیب $g_1(Y, Z)$ و $g_2(Y, Z)$ را تولید خواهند کرد.

افزون بر این، اگر يك سیستم خطی دارای خاصیت هانایی باشد، یعنی، عملاً تغییر موضع ورودی صرفاً موضع خروجی را تغییر دهد، بدون اینکه تغییری در شکل تابعی آن ایجاد کند، سیستم را فضا ناوددا می نامند. ایده ای که به طور عمده در پس این تعریف نهفته شده این است که خروجی ایجاد شده به وسیله يك سیستم نوری را می توان به صورت يك برهنه خطی از خروجیهایی دانست که از هر نقطه منفرد روی شیء ناشی می شوند. در واقع اگر عمل سیستم خطی را به طور نمادی به شکل $\mathcal{L}\{f\}$ نشان دهیم، می توانیم ورودی و خروجی را چنین بنویسیم

$$g(Y, Z) = \mathcal{L}\{f(y, z)\} \quad (۴۶.۱۱)$$

با بهره گیری از خاصیت الك کنندگی تابع δ (۳۶.۱۱)، رابطه بالا چنین می شود

$$g(Y, Z) = \mathcal{L}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(y', z') \delta(y' - y) \delta(z' - z) dy' dz'\right\}$$

این انتگرال $f(y, z)$ را به صورت ترکیبی خطی از توابع دلتای مقدماتی بیان می کند که به هر کدام از طریق يك عدد $f(y', z')$ وزن داده شده است. از شرایط خطی بودن نتیجه می شود که عملگر سیستم می تواند روی هر يك از توابع مقدماتی به طور هم ارز اثر کند؛ از اینرو

در حالت خاص، اگر دو تابع δ وجود داشته باشند، یکی در $x = d/2$ و دیگری در $x = -d/2$ ، آنگاه عبارت

$$\mathcal{F}\{f(x)\} = e^{ikd/2} + e^{-ikd/2}$$

کاملاً با عبارت زیر یکی است

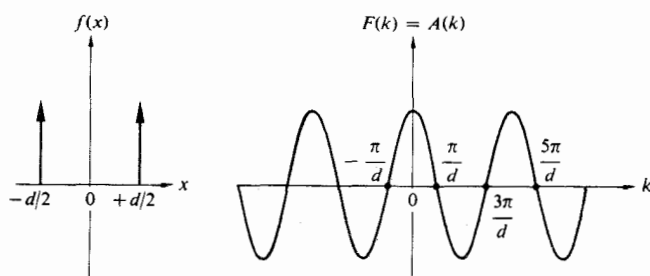
$$\mathcal{F}\{f(x)\} = 2 \cos\left(\frac{kd}{2}\right) \quad (۴۳.۱۱)$$

این نکته در شکل ۶.۱۱ نمودار شده است. بدین ترتیب، تبدیل فوریه این دو تابع δ متقارن، يك تابع کسینوسی است و برعکس. این ترکیب يك تابع حقیقی زوج است و $F(k) = \mathcal{F}\{f(x)\}$ نیز حقیقی خواهد بود. این مطلب یسار آور آزمایش یانگ با شکافهای بینهایت باریک است، ما بعداً به آن باز خواهیم گشت. اگر فاز یکی از توابع δ مطابق شکل ۷.۱۱ جا به جا شود، تابع مرکب نامتقارن است و خواهیم داشت

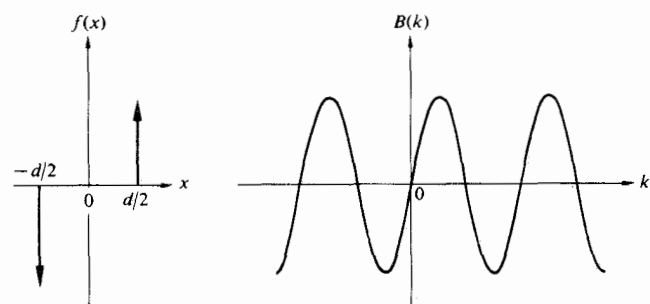
$$\mathcal{F}\{f(x)\} = e^{ikd/2} - e^{-ikd/2} = 2i \sin\left(\frac{kd}{2}\right) \quad (۴۴.۱۱)$$

در این صورت تبدیل سینوسی حقیقی (۷.۱۱) چنین است

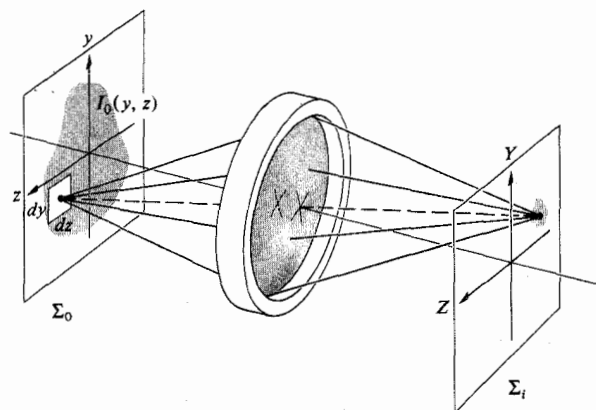
$$B(k) = 2 \sin\left(\frac{kd}{2}\right) \quad (۴۵.۱۱)$$



شکل ۶.۱۱ دو تابع δ و تبدیل فوریه سینوسی آنها.



شکل ۷.۱۱ دو تابع δ و تبدیل فوریه کسینوسی آنها.



شکل ۸.۱۱ يك سيستم عدسی که در حال تشکیل تصویر است.

متمرکز شده است، در این صورت

$$I_0(y, z) = A\delta(y - y_0)\delta(z - z_0)$$

در اینجا ثابت A به بزرگی يك، يكاهای مورد نیاز (یعنی، تابیدگی ضربدر مساحت) را تأمین می کند، و بنابراین معادله (۴۹.۱۱) از طریق (۳۶.۱۱) به عبارت $I_i(Y, Z) = AS(y_0, z_0; Y, Z)$ منجر می شود. شکل تابع پخش نقطه با شکل تابع تصویر ایجاد شده به وسیله يك تپ δ ورودی، یکی است. این پاسخ ضربه سیستم به تپ است [معادلات (۴۷.۱۱) و (۴۹.۱۱)] را با هم مقایسه کنید [خواه از نظر نوری کامل باشد خواه نباشد. در سیستمی با تصحیح خوب، جدا از يك ضریب ثابت، S تابع توزیع تابیدگی اری (۵۶.۱۵) است که روی نقطه تصویر گاوسی متمرکز شده است.

اگر این سیستم فضا ناوردا باشد، يك چشمه نقطه ای ورودی را می توان تقریباً روی صفحه شیء چنان حرکت داد که هیچ اثری جز تغییر موضع تصویرش نداشته باشد. به همین ترتیب، می توان گفت که تابع پخش برای هر نقطه (y, z) یکسان است. به هر حال، تابع پخش عملاً تغییر خواهد کرد، اما حتی در این حالت نیز می توان صفحه تصویر را به نواحی کوچکی تقسیم کرد که روی هر کدام از آنها S تغییر چشمگیری نداشته باشد. از اینرو، اگر شیء و بنا بر این تصویرش، کاملاً کوچک باشند، سیستم را می توان فضا ناوردا گرفت. می توانیم تابع پخش را تصور کنیم که در هر تصویر نقطه ای گاوسی روی Σ_i بنشیند، و هر کدام از این تصاویر نقطه ای در يك ضریب وزنی متفاوت $I_0(y, z)$ ضرب شده باشد، و لسی شکل عمومی همه آنها یکسان و از (y, z) مستقل باشد. چون بزرگنمایی برای واحد تنظیم شده است، بزرگی مختصات هر نقطه شیء و تصویر نقطه ای همیوخ یکسان است.

مقدار $S(y, z; Y, Z)$ ، چه نوع وابستگی به متغیرهای فضای تصویر و جسم خواهد داشت؟ تا آنجا که به موضع مرکز تابع

$$g(Y, Z) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} f(y', z') \mathcal{L}\{\delta(y' - y)\delta(z' - z)\} dy' dz' \quad (۴۷.۱۱)$$

کمیت $\mathcal{L}\{\delta(y' - y)\delta(z' - z)\}$ پاسخ سیستم (۴۶.۱۱) به يك تابع دلتا است که در نقطه (y', z') در فضای ورودی جایگزیده است. این کمیت را پاسخ ضربه می نامند. ظاهراً، اگر پاسخ ضربه يك سیستم معلوم باشد، می توان خروجی را به كمك معادله (۴۷.۱۱) مستقیماً از روی ورودی تعیین کرد. اگر چشمه های مقدماتی همدوس باشند، سیگنالهای ورودی و خروجی میدانهای الکتریکی خواهند بود؛ و اگر ناهمدوس باشند، این سیگنالها چگالیهای شار خواهند بود.

چشمه خود درخشان و بنا بر این، ناهمدوسی را که در شکل ۸.۱۱ ترسیم شده است در نظر بگیریم. می توانیم تصور کنیم که هر نقطه روی صفحه شیء، Σ_0 ، نوری می گسیلد که به وسیله سیستم نوری آماییده می شود. این نور پس از خروج، روی صفحه کانونی یا صفحه تصویر، Σ_i ، لکه ای تشکیل می دهد. به علاوه، فرض می کنیم که بزرگنمایی بین صفحات شیء و تصویر، برابر واحد باشد. اگر $I_0(y, z)$ ، توزیع تابیدگی روی صفحه شیء باشد، هر عنصر سطح $dy dz$ واقع در (y, z) ، يك شار تابشی $I_0(y, z) dy dz$ گسیل خواهد کرد. به علت پراش (و وجود احتمالی ابیراهیها)، این نور به جای اینکه در يك نقطه کانونی شود به صورت نوعی لکه تار در مساحتی متناهی از سطح تصویر پخش می شود. پهن شدن شار تابشی به كمك معادله ای به صورت $S(y, z; Y, Z)$ توصیف می شود به طوری که چگالی شار دریافتی از $dy dz$ به نقطه تصویر، چنین است

$$dI_i(Y, Z) = S(y, z; Y, Z) I_0(y, z) dy dz \quad (۴۸.۱۱)$$

این، لکه ای از نور در صفحه تصویر در نقطه (Y, Z) است و $S(y, z; Y, Z)$ تابع پخش نقطه نامیده می شود. به سخن دیگر، وقتی که تابیدگی $I_0(y, z)$ روی عنصر چشمه $dy dz$ برابر 1 W/m^2 باشد، عبارت $S(y, z; Y, Z) dy dz$ عبارت است از نیمرخ توزیع تابیدگی برایند در صفحه تصویر. به علت ناهمدوسی چشمه، مشارکتهای مربوط به هر يك از عناصر آن در چگالی شار جمع پذیرند، و بنا بر این

$$I_i(Y, Z) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} I_0(y, z) S(y, z; Y, Z) dy dz \quad (۴۹.۱۱)$$

در يك سیستم نوری «کامل» با محدودیت ناشی از پراش و بدون هر گونه ابیراهی، شکل $S(y, z; Y, Z)$ با نقش پراش يك چشمه نقطه ای در نقطه (y, z) متناظر خواهد بود. آشکار است که اگر ورودی را برابر با يك تپ δ قرار دهیم که در نقطه (y_0, z_0)

وقتی که شیء نقطه‌ای بر روی محور مرکزی قرار داشته باشد
 $(y=0, z=0)$ ، تصویر نقطه‌ای گاوسی نیز بر روی این محور
 قرار خواهد گرفت و تابع پخش، همان‌طور که در شکل ۹.۱۱
 ترسیم شده است، درست برابر $\delta(Y, Z)$ است. تحت شرایط فضا-
 ناورد و ناهمدوسی

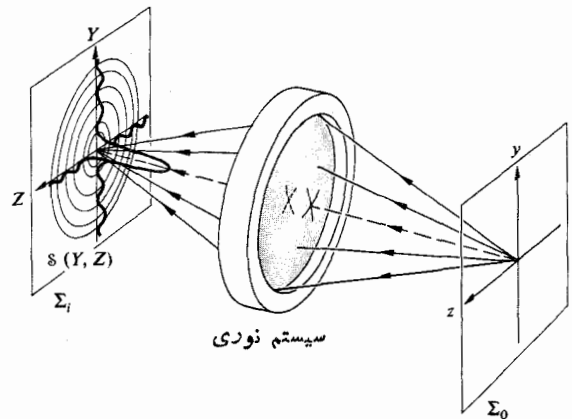
$$I_i(Y, Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I_o(y, z) \delta(Y-y, Z-z) dy dz \quad (51.11)$$

۲.۳.۱۱ انتگرال همگردش

معادله (۵۱.۱۱) دارای یک شکل مشخصه است که کاملاً متداول
 بوده و بسیار مهم است - این شکل يك انتگرال همگردش دوبعدی
 است. شاید تجسم عبارت يك بعدی متناظر که همگردش دو تابع
 $f(x)$ و $h(x)$ را به شکل زیر توصیف می کند

$$g(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) h(X-x) dx \quad (52.11)$$

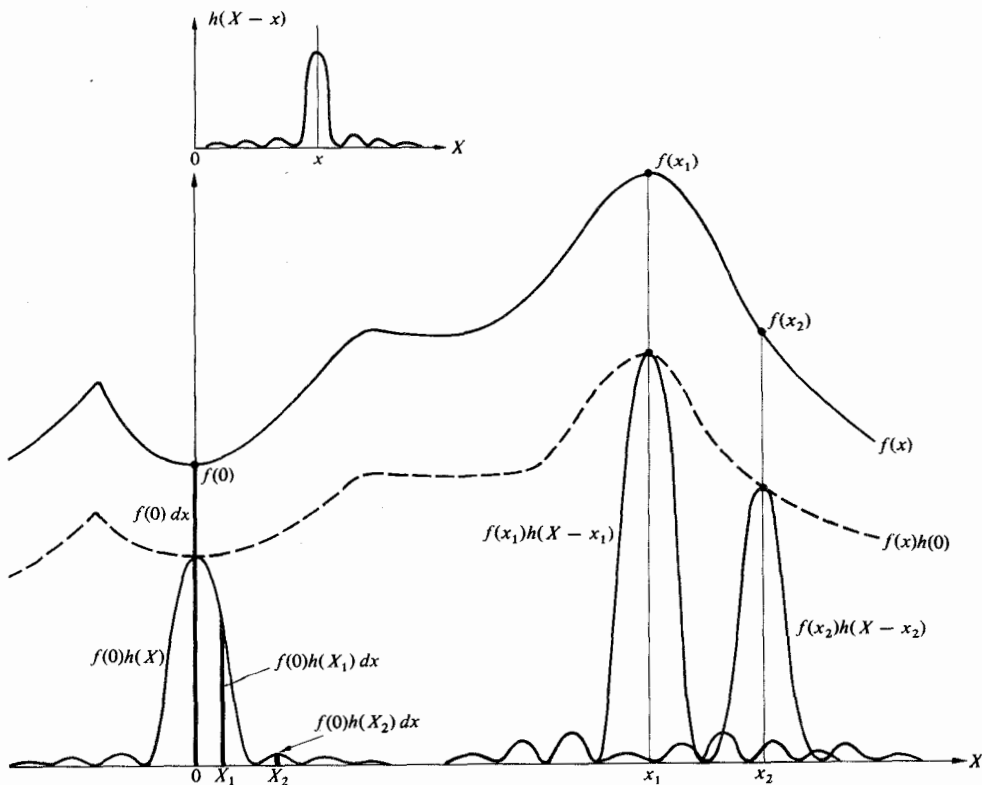
اندکی آسانتر باشد. جنبه‌های اساسی این فرایند در شکل ۱۰.۱۱



شکل ۹.۱۱ تابع پخش نقطه.

پخش مربوط می شود، این تابع فقط می تواند به (y, z) وابسته
 باشد. از اینرو مقدار $\delta(y, z; Y, Z)$ در هر جا روی Σ_i صرفاً
 به جابه‌جایی در موضعی از تصویر نقطه‌ای گاوسی ویژه
 $(Y=y, Z=z)$ که δ روی آن متمرکز شده است، بستگی
 دارد. به سخن دیگر

$$\delta(y, z; Y, Z) = \delta(Y-y, Z-z) \quad (50.11)$$



شکل ۱۰.۱۱ همپوشی توابع پخش وزین.

همگردش $f(x)$ [که در (د) رسم شده است] و $h(x)$ ، $g(X)$ است که با معادله (۵۲.۱۱) ارائه شده است. این معادله غالباً به صورت خلاصه تر $f(x) \otimes h(x)$ نوشته می شود. بیان ساده این انتگرال آن است که مساحت زیر تابع حاصلضرب $f(x)h(X-x)$ ، به ازای تمام مقادیر x ، برابر $g(X)$ است. واضح است که حاصلضرب فقط در گستره d که در آنجا $h(X-x)$ صفر نیست، یعنی آنجا که دوجن همپوشی می کنند (شکل ۱۲.۱۱ ه) صفر نیست. در یک نقطه خاص X_1 در فضای خروجی، مساحت زیر حاصلضرب $f(x)h(X_1-x)$ ، برابر $g(X_1)$ است. این تعبیر نسبتاً مستقیم را می توان به دیدی که از لحاظ فیزیکی قانع کننده تر است مربوط کرد. این دید انتگرال را، به گونه ای که پیشتر در شکل ۱۰.۱۱ ترسیم شده است، بر حسب مشارکتهای نقاط همپوشی می بینید. به خاطر بیاورید، در آنجا گفتیم که هر عنصر چشمه ای

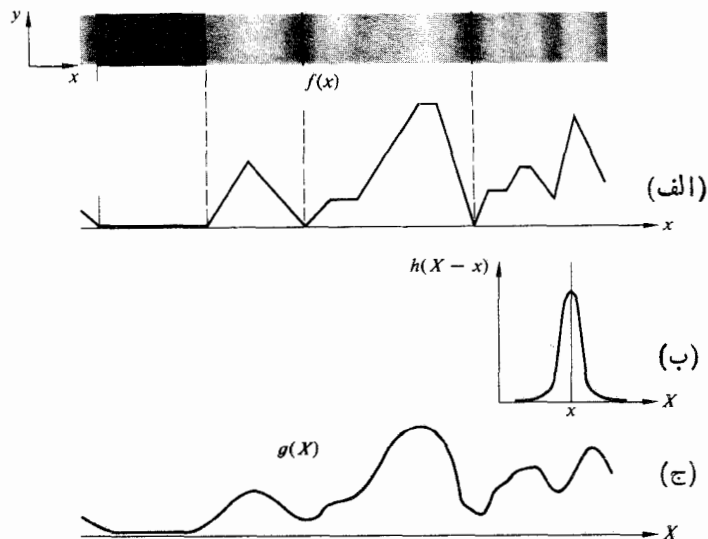
نموده شده اند. سیگنال حاصل $g(X_1)$ ، در نقطه ای مثل X_1 در فضای خروجی، یک برهنه خطی از تمامی مشارکتهای منفرد موجود در X_1 است که روی هم می افتند. به بیان دیگر، هر عنصر چشمه ای dx سیگنالی با شدت ویژه $f(x)dx$ به دست می دهد، که سپس از طریق این سیستم درون ناحیه ای که در اطراف نقطه تصویر گاوسی ($X=x$) متمرکز شده است، پخش می شود. در این صورت خروجی در X_1 چنین است

$$dg(X_1) = f(x)h(X_1-x)dx$$

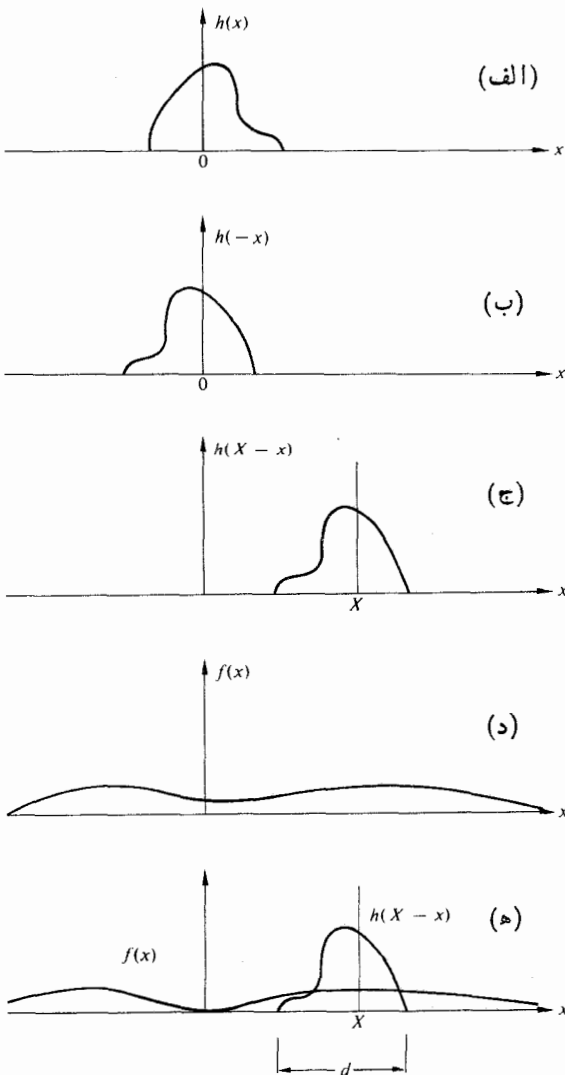
انتگرال، تمامی این مشارکتهای را از هر عنصر چشمه ای با هم جمع می کند. البته عناصری که نسبت به نقطه معلومی روی Σ در فاصله دورتری قرار گرفته باشند، مشارکت کمتری دارند زیرا تابع پخش عموماً به تناسب جا به جایی افت می کند. از اینرو، می توانیم $f(x)$ را یک توزیع تابیدگی یک بعدی، مانند یک رشته نوارهای عمودی، همچنان که در شکل ۱۱.۱۱ الف آمده است، فرض کنیم. اگر تابع پخش خط یک بعدی، $h(X-x)$ ، همان باشد که در شکل ۱۱.۱۱ ب بوده است، تصویر حاصل باز نمای نسبتاً محسو شده ای از ورودی خواهد بود (شکل ۱۱.۱۱ ج).

اکنون همگردش را به عنوان یک موجود ریاضی، اندکی بیشتر بررسی می کنیم. در واقع این موجود جانور سرکشی است که فرایندی را به اجرا می گذارد که ممکن است در بادی امر کاملاً واضح نباشد؛ بنا براین، از دیدگاه اندک متفاوت تری به آن نزدیک شویم. به این ترتیب، دو روش تفکر در خصوص انتگرال همگردش در اختیار داریم، که نشان خواهیم داد هم ارزند.

فرض کنید $h(x)$ شبیه تابع نامتقارن در شکل ۱۲.۱۱ الف باشد. در این صورت $h(-x)$ در شکل ۱۲.۱۱ ب ظاهر می شود و شکل جا به جا شده آن، $h(X-x)$ ، در ج نشان داده شده است.



شکل ۱۱.۱۱ یک جسم، تابع پخش و تصویر حاصل.



شکل ۱۲.۱۱ نمایش هندسی فرایند همگردش در مختصات شیء.

روی صفحه تصویر به صورت لکه‌ای تار پخش شده است، که شکل تابع پخش را دارد. اکنون فرض کنید که رهیافت مستقیم را اختیار می‌کنیم و می‌خواهیم مساحت حاصلضرب شکل ۱۲.۱۱ ه را در X_1 ، یعنی $g(X_1)$ محاسبه کنیم. یک عنصر دیفرانسیلی dx که روی هر نقطه‌ای در ناحیه همپوشی (شکل ۱۳.۱۱ الف) متمرکز شده باشد، مثلاً x_1 ، به مقدار $f(x_1)h(X_1 - x_1)dx$ در مساحت شرکت خواهد کرد. همین عنصر دیفرانسیلی، وقتی که در طرح تابع پخش همپوشی مورد توجه قرار گیرد، مشارکت مشابهی خواهد داشت. برای پی بردن به این مطلب، شکل‌های ۱۳.۱۱ ب و ج را که اکنون در فضای خروجی ترسیم شده‌اند، مورد بررسی قرار می‌دهیم. شکل ج تابع پخش را «متمرکز» در $X = x_1$ نشان می‌دهد. در این حالت یک عنصر چشمه‌ای dx که در x_1 روی جسم قرار گرفته است، یک سیگنال پخش شده متناسب با $f(x_1)h(X - x_1)$ ، طبق شکل د، پدید می‌آورد که در آن $f(x_1)$ فقط یک عدد است. قسمتی از این سیگنال که در X_1 وجود دارد،

اگر توابعی که همگردش می‌شوند به اندازه کافی ساده باشند، می‌توان $g(X)$ را به طور تقریبی و بدون هیچگونه محاسبه‌ای تعیین کرد. همگردش دو تپ مربعی همسان، از هر دو دیدگاهی که در بالا مورد بحث قرار گرفت، در شکل‌های ۱۴.۱۱ و ۱۵.۱۱ نمایش داده شده است. در شکل ۱۴.۱۱، هر تپی که شامل $f(x)$ است در یک تپ مربعی پخش شده و جمع می‌شود. در شکل ۱۵.۱۱، همراه با تغییر h ، مساحت همپوشی بر حسب X رسم شده است. در هر دو مثال، نتیجه یک تپ مثلثی است. ضمناً، ملاحظه می‌شود که $(f \otimes h) = (h \otimes f)$ ؛ و این مطلب را می‌توان با یک تغییر متغیر $(x' = X - x)$ در معادله (۵۲.۱۱) و دقتی در حدود انتگرال دریافت (مسئله ۵.۱۱).

شکل ۱۶.۱۱ همگردش دو تابع $I_0(y, z)$ و $S(y, z)$ را در دو بعد، همچنان که از طریق معادله (۵۱.۱۱) ارائه شده، نمایش می‌دهد. در اینجا حجم زیر منحنی حاصلضرب $I_0(y, z) S(Y - y, Z - z)$ ، یعنی ناحیه همپوشی، برابر است با $I_1(Y, Z)$ در (مسئله ۶.۱۱).

۱. قضیه همگردش

فرض کنید دو تابع $f(x)$ و $h(x)$ ، به ترتیب با تبدیلهای فوریه $\mathcal{F}\{h(x)\} = H(k)$ و $\mathcal{F}\{f(x)\} = F(k)$ همگردش اگر $g = f \otimes h$ ، آنگاه

$$\mathcal{F}\{g\} = \mathcal{F}\{f \otimes h\} = \mathcal{F}\{f\} \cdot \mathcal{F}\{h\} \quad (53.11)$$

یا

$$G(k) = F(k)H(k) \quad (54.11)$$

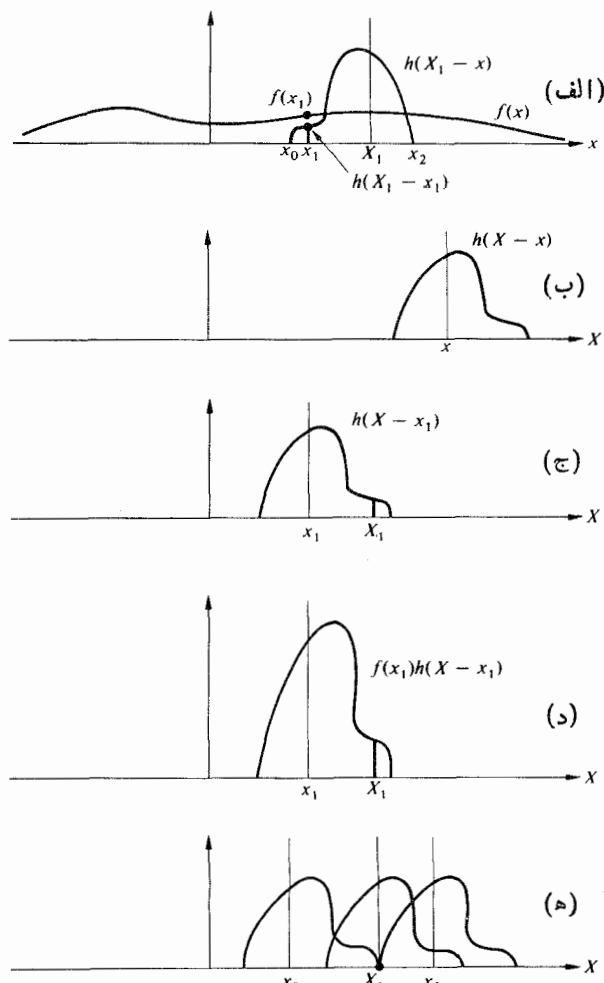
که در آن $\mathcal{F}\{g\} = G(k)$. اثبات این قضیه کاملاً ساده است

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{f \otimes h\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(X) e^{ikX} dX \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikX} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) h(X-x) dx \right] dX \end{aligned}$$

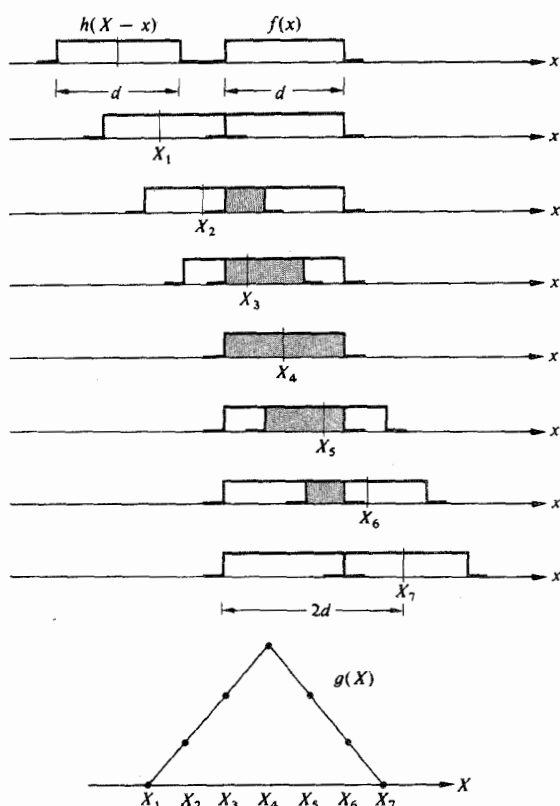
بدین سان

$$G(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} h(X-x) e^{ikX} dX \right] f(x) dx$$

شکل ۱۳.۱۱ نمایش هندسی فرایند همگردش در مختصات تصویر.



شکل ۱۳.۱۱ نمایش هندسی فرایند همگردش در مختصات تصویر.



شکل ۱۵.۱۱ همگردش دو تب مربعی.

$$G(k) = F(k)H(k)$$

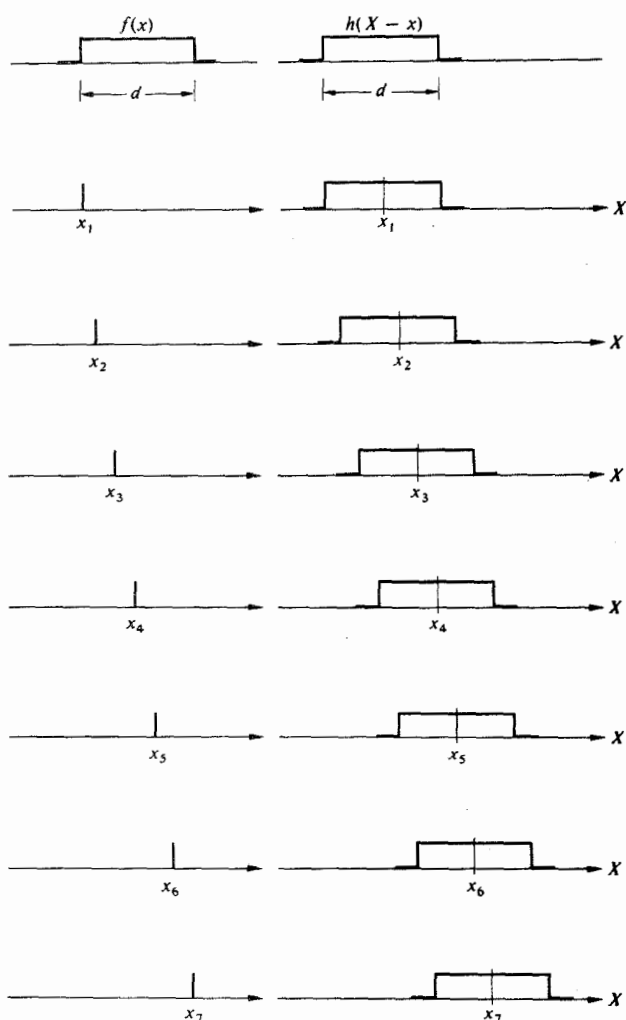
که همان اثبات قضیه است. به عنوان مثالی از کاربرد آن، به شکل ۱۷.۱۱ مراجعه کنید. چون همگردش دو تب مربعی مشابه $(f \otimes h)$ يك تب مثلثی (g) است، حاصلضرب تبدیلیهای آنها (شکل ۱۶.۷) باید برابر تبدیل g باشد، یعنی

$$\mathcal{F}\{g\} = \left[d \operatorname{sinc}\left(\frac{kd}{4}\right) \right]^2 \quad (55.11)$$

به عنوان مثالی دیگر، يك تب مربعی را با دو تابع δ در شکل ۷.۱۱، همگردش کنید، تبدیل تب دوگانه حاصل (شکل ۱۸.۱۱) بار دیگر برابر حاصلضرب تك تك تبدیلیهاست. المثنی فضای k در معادله (۵۳.۱۱)، یعنی قضیه همگردش بسا، از رابطه زیر به دست می آید

$$\mathcal{F}\{f \cdot h\} = \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}\{f\} \otimes \mathcal{F}\{h\} \quad (56.11)$$

یعنی تبدیل فوریه حاصلضرب برابر حاصلضرب همگردش تبدیلیهاست.

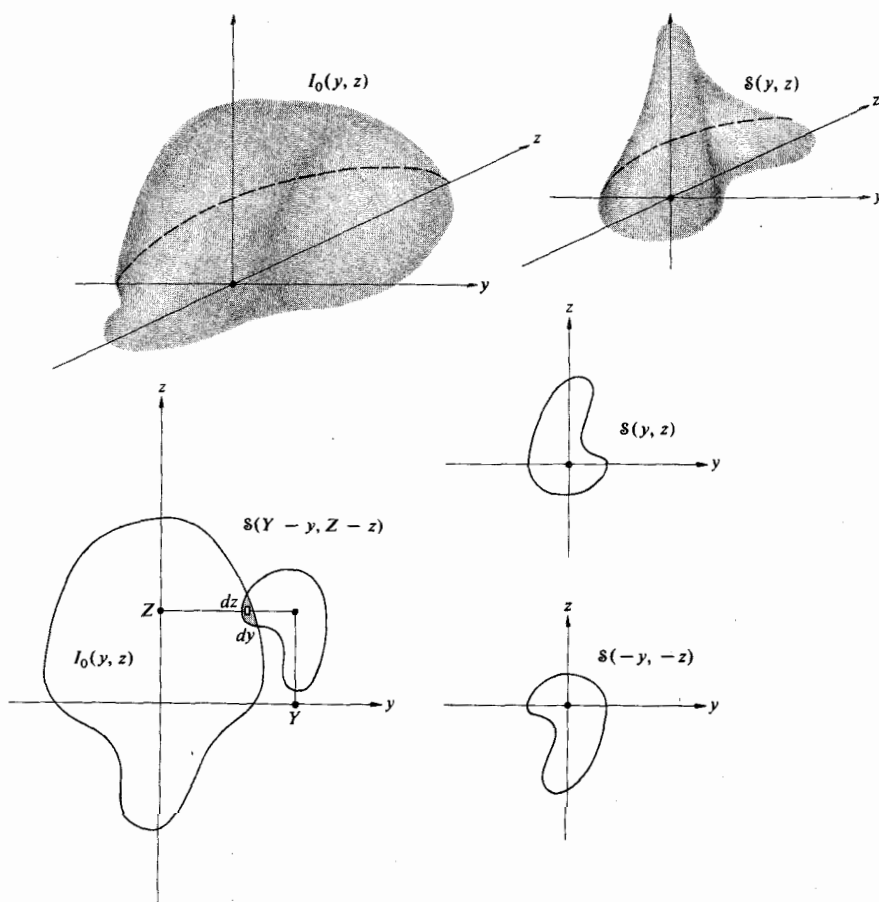


شکل ۱۴.۱۱ همگردش دو تب مربعی.

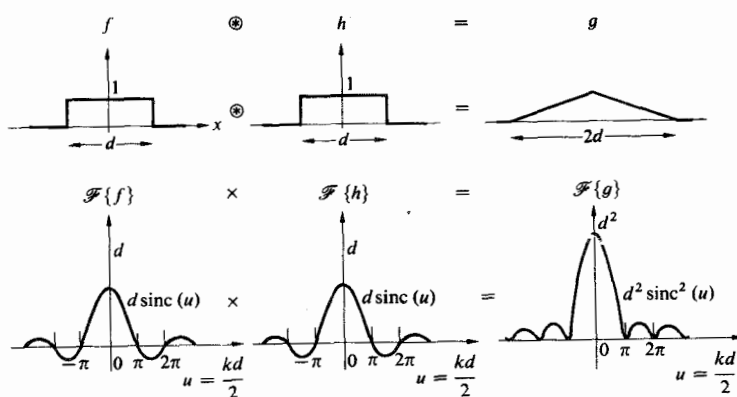
اگر در داخل انتگرال قرار دهیم: $w = X - x$ ، در این صورت $dX = dw$

$$G(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ikx} dx \int_{-\infty}^{+\infty} h(w) e^{ikw} dw$$

بنابراین



شکل ۱۶.۱۱ همگردش در دوبعد.

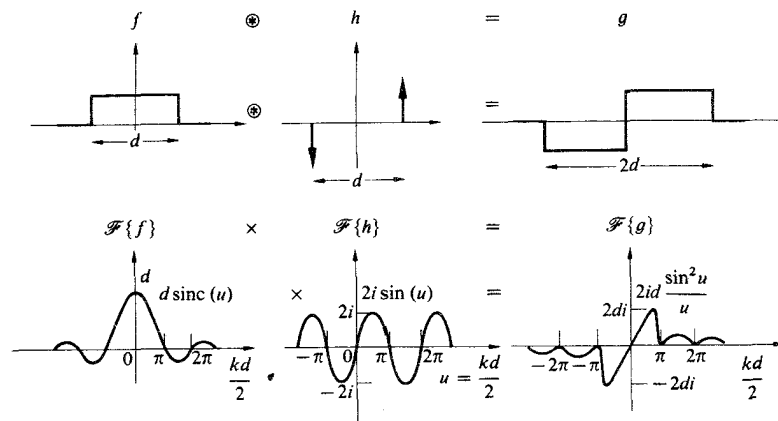


شکل ۱۷.۱۱ نمایشی از قضیه همگردش.

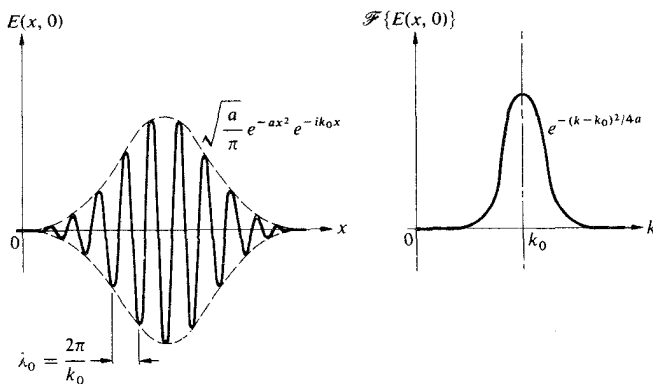
۲. تبدیل فوریته بسته موج گاوسی
با اختیار رهیافتی اندکی کلیتر، توجه کنید که چون موج هماهنگ یک بعدی به شکل

$$E(x, t) = E_0 e^{-i(k_0 x - \omega t)}$$

تبدیل فوریته از فایده قضیه همگردش، تبدیل فوریته یک تب نوری در پیکربندی بسته موج شکل ۱۶.۱۱ را ارزیابی کنیم.



شکل ۱۸.۱۱ نمایشی از قضیه همگردش.



شکل ۱۹.۱۱ يك بسته بندی كشيده موج گاوسی و تبدیل آن.

تابع: $h(x) = \exp(-ik_0 x)$ و $f(x) = \sqrt{a/\pi} \exp(-ax^2)$ می‌نگیریم. يك راه محاسبه $\mathcal{F}\{h\}$ این است که در معادله (۵۷.۱۱)، بگیریم $f(x) = 1$. این کار تبدیل فوریۀ واحد را وقتی که به جای k ، $k - k_0$ نشانده شود، به دست می‌دهد. از آنجا که $\mathcal{F}\{e^{-ik_0 x}\} = 2\pi\delta(k - k_0)$ ، مسئله ۴.۱۱، $\mathcal{F}\{1\} = 2\pi\delta(k)$ پس، وقتی جمله گاوسی $e^{-k^2/4a}$ روی صفر متمرکز شود، آنگاه $\mathcal{F}\{E(x, 0)\}$ مساوی $1/2\pi$ برابر همگردش $2\pi\delta(k - k_0)$ است. باز هم، نتیجه يك گاوسی، $e^{-(k-k_0)^2/4a}$ است که روی k_0 متمرکز شده است.

است، برای به دست آوردن تپی با شکل دلخواه تنها کافی است که دامنه را مدوله کنیم. با فرض مستقل بودن نیمرخ موج از زمان می‌توان آن را چنین نوشت

$$E(x, 0) = f(x)e^{-ik_0 x}$$

حال برای تعیین $\mathcal{F}\{f(x)e^{-ik_0 x}\}$ ، عبارت

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ik_0 x} e^{ikx} dx \quad (57.11)$$

را محاسبه می‌کنیم. با قرار دادن $k' = k - k_0$ داریم

$$F(k') = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ik'x} dx = F(k - k_0) \quad (58.11)$$

به بیان دیگر اگر $F(k) = \mathcal{F}\{f(x)\}$ در این صورت $F(k - k_0) = \mathcal{F}\{f(x)e^{-ik_0 x}\}$ در مورد حالت خاصی از يك پوش گاوسی (۱۱.۱۱)، طبق شکل داریم $f(x) = \sqrt{a/\pi} e^{-ax^2}$ یعنی

$$E(x, 0) = \sqrt{a/\pi} e^{-ax^2} e^{-ik_0 x} \quad (59.11)$$

از بحث بالا و معادله (۱۲.۱۱)، نتیجه می‌گیریم که

$$\mathcal{F}\{E(x, 0)\} = e^{-(k-k_0)^2/4a} \quad (60.11)$$

به روشی کاملاً متفاوت، می‌توان تبدیل را از معادله (۵۶.۱۱) تعیین کرد. اکنون به عبارت $E(x, 0)$ به عنوان حاصلضرب دو

۱. چون تبدیل تابع نمایی مختلط با تبدیل $\cos k_0 x$ متفاوت است، و انتخاب جزء حقیقی یا شروع از تابع نمایی ناکافی است، در واقع این محاسبه را می‌بایست از همان اول با جزء حقیقی $\exp(-ik_0 x)$ انجام می‌دادیم، این نیز از نوع همان مشکلاتی است که به هنگام تشکیل حاصلضربهای توابع نمایی مختلط همواره با آن روبه‌رو می‌شویم. در واقع جواب نهایی (۶۰.۱۱) می‌بایست يك جمله اضافی $\exp[-(k+k_0)^2/4a]$ همچنین يك ضریب ثابت $1/2$ را نیز دربر می‌داشت. اما این جمله دوم، در مقام مقایسه، معمولاً ناچیز است. با این حساب اگر برای شروع با معادله (۵۹.۱۱)، عبارت $\exp(+ik_0 x)$ را به کار می‌بردیم فقط جمله‌ای چشم‌پوشیدنی حاصل می‌شد! استفاده از نمایی مختلط برای نمایش سینوسی یا کسینوسی با این شیوه، جداً نادرست است، اگرچه عملاً متداول است. کاربرد آن به عنوان يك ابزار میان بر، فقط با احتیاط بسیار زیاد باید صورت گیرد.

حدود انتگرال را می توان به $\pm \infty$ گسترش داد، زیرا تابع روزنه فقط در ناحیه روزنه مخالف صفر است.

شاید مفید باشد که $dE(Y, Z)$ را در نقطه معلوم P چنان در نظر بگیریم که گویی یک موج تخت است که مطابق شکل ۲۰.۱۱، در راستای k منتشر می شود، و دارای دامنه ای است که آن را عبارت $A(y, z) dy dz$ مشخص می کند. به منظور تأکید بر تشابه معادلات (۶۳.۱۱) و (۱۴.۱۱) بسامدهای فضایی k_y و k_z را چنین تعریف کنیم

$$k_y \equiv \frac{kY}{R} = k \sin \phi = k \cos \beta \quad (۶۴.۱۱)$$

و

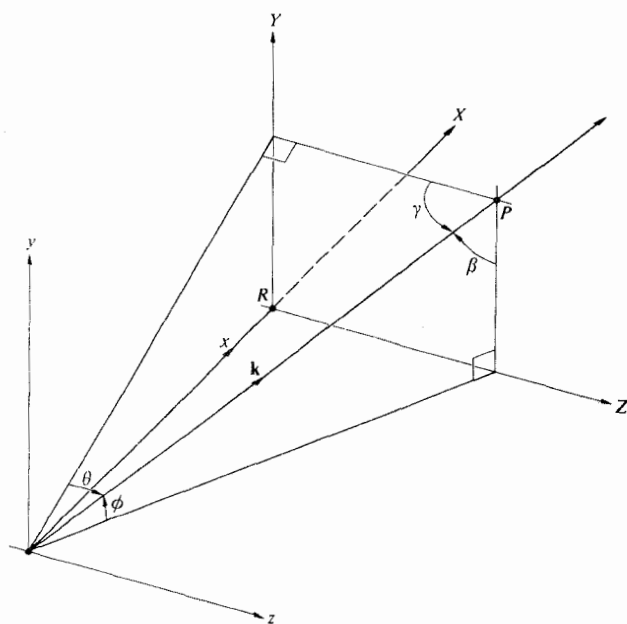
$$k_z \equiv \frac{kZ}{R} = k \sin \theta = k \cos \gamma \quad (۶۵.۱۱)$$

برای هر نقطه روی صفحه تصویر، یک بسامد فضایی متناظر وجود دارد. اینک میدان پراشیده را می توان چنین نوشت

$$E(k_y, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(y, z) e^{i(k_y y + k_z z)} dy dz \quad (۶۶.۱۱)$$

و اینجا به نکته اصلی دست یافته ایم: توزیع میدان در نقش پراش فرانیهوفر، تبدیل فوریه توزیع میدان در سراسر روزنه (یعنی تابع روزنه) است. بیان نمادین این مطلب چنین است

$$E(k_y, k_z) = \mathcal{F}\{A(y, z)\} \quad (۶۷.۱۱)$$



شکل ۲۰.۱۱ جزئی از نمایش هندسی.

۳.۳.۱۱ روشهای فوریه در نظریه پراش

۱. پراش فرانیهوفر

نظریه تبدیل فوریه روشن بینی زیبایی را درسازوکار پراش فرانیهوفر به وجود می آورد. پس به معادله (۴۱.۱۰) بازگردیم که چنین باز نویسی شده است

$$E(Y, Z) = \frac{E_0 e^{i(\omega t - kR)}}{R} \iint_{\text{روزنه}} e^{ik(Yy + Zz)/R} dy dz \quad (۶۱.۱۱)$$

این فرمول به شکل ۲۲.۱۰ مربوط می شود که یک روزنه پراشان دلخواه را در صفحه yz ، که یک موج تخت تکفام بر آن فرود می آید ترسیم می کند. کمیت R فاصله از مرکز روزنه تا نقطه خروجی است که در آنجا میدان $E(Y, Z)$ است. قدرت چشمه واحد مساحت روزنه به وسیله E_0 نموده شده است. ما در باره میدانهای الکتریکی صحبت می کنیم که البته نسبت به زمان متغیرند؛ بنابراین، جمله $\exp i(\omega t - kR)$ دقیقاً فاز آشفستگی خالص در نقطه (Y, Z) را به آشفستگی در مرکز روزنه ربط می دهد. مقدار $1/R$ با افت دامنه میدان به نسبت فاصله از روزنه متناظر است. جمله فاز در جلو انتگرال در حال حاضر با موضوع مورد بحث، ارتباط زیادی ندارد، زیرا توزیع دامنه نسبی میدان مورد توجه ماست و مهم نیست که فاز برآیند در هر نقطه خروجی ویژه چیست. از اینرو، اگر توجه خود را به ناحیه کوچکی از فضای خروجی، که در آن R اساساً ثابت است محدود کنیم، هر چیزی در جلو انتگرال، جز E_0 ، می تواند تنها در یک مقدار ثابت ادغام شود. تا اینجا روی روزنه ثابت فرض شده است، ولی ضرورتی هم ندارد که مطلب قطعاً چنین باشد. در واقع اگر روزنه با یک تکه شیشه کثیف پر از ناهمواری پر شود، هم دامنه و هم فاز میدان گسیلیده از هر عنصر مساحت $dy dz$ می تواند تغییر کند. یک درآشامی نایکخواخت، همچنین یک راه نوری وابسته به مکان در داخل شیشه وجود خواهد داشت که مسلماً روی توزیع میدان پراشیده تأثیر می گذارد. تغییرات E_0 همانند ثابت ضربی می توانند با هم ترکیب شده و به صورت یک تک کمیت مختلط

$$A(y, z) = A_0(y, z) e^{i\phi(y, z)} \quad (۶۲.۱۱)$$

که تابع روزنه نامیده می شود، در آیند. دامنه این میدان روی روزنه با عبارت $A_0(y, z)$ توصیف می شود در حالی که تغییر فاز نقطه به نقطه را عبارت $\exp[i\phi(y, z)]$ می نمایانند. بنابراین، عبارت $A(y, z) dy dz$ با میدان پراشیده ای که از عنصر دیفرانسیلی چشمه، $dy dz$ ، گسیل یافته، متناسب است. با یکی کردن همه این عبارتها، معادله (۶۱.۱۱) را می توان به صورت کلیتر زیر فرمولبندی کرد

$$E(Y, Z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} A(y, z) e^{ik(Yy + Zz)/R} dy dz \quad (۶۳.۱۱)$$

از اینرو

$$E(k_Y, k_Z) = A_0 b a \operatorname{sinc} \frac{b k_Y}{2R} \operatorname{sinc} \frac{a k_Z}{2R}$$

درست همانند معادله (۲۲.۱۰) که در آن ba مساحت روزنه است.

۲. اپاسازی

اصطلاح اپودیسیون از حرف یونانی α ، یعنی برداشتن یا حذف کردن، و $\pi\sigma\delta\sigma$ ، به معنای پسا مشتق شده است. این اصطلاح بر فرایند حذف بیشینه‌ای ثانوی (لبه‌ای کناری) یا پاهای یک نقش پراش اشاره دارد. در حالت مربوط به یک روزنه دایره‌ای (بخش ۵.۲۰۱۰)، نقش پراش یک لکه مرکزی است که حلقه‌های هم‌مرکزی پیرامون آن را فراگرفته‌اند. چگالی شار حلقه نخست ۱۷۵٪ برابر چگالی شار قله مرکزی است - مقدار کوچکی است ولی می‌تواند مسئله آفرین باشد. حدود ۱۶٪ از نوری که بر صفحه تصویر فرود می‌آید، در سیستم حلقه توزیع شده است. حضور این لبه‌ای کناری می‌تواند توان تفکیک یک سیستم نوری را تا آنجا کاهش دهد که اپاسازی ضرورت پیدا کند، این حالت غالباً در اخترشناسی و طیف‌سنجی اتفاق می‌افتد. مثلاً، ستاره شعری‌مانی که روشنترین ستاره در آسمان است (این ستاره در صورت فلکی کلب اکبر قرار دارد)، در واقع عضوی از سیستم دوتایی است. این ستاره را یک کوتوله سفید ضعیف همراهی می‌کند که هر دو به دور مرکز جرم متقابل یکدیگر در گردش‌اند. به علت اختلاف عظیم در روشنایی (۱۰۴ به ۱) در هنگام رصد آنها با تلسکوپ، تصویر ضعیف همراه با آن عموماً به وسیله لبه‌ای کناری نقش پراش ستاره اصلی به طور کامل مسدود می‌شود.

اپاسازی را می‌توان به شیوه‌های گوناگون انجام داد؛ مثلاً، از طریق تغییر شکل روزنه یا مشخصه‌های تراگسیل آن. از پیش، و از معادله (۶۶.۱۱)، می‌دانیم که توزیع میدان پراشیده، تبدیل فوریه $A(y, z)$ است. از اینرو، می‌توانستیم با تغییر دادن $A_0(y, z)$ یا $\phi(y, z)$ ، تغییری در لبه‌ای کناری پدید آوریم. شاید ساده‌ترین روش تنها دستکاری کردن $A_0(y, z)$ باشد. این کار را به طریق فیزیکی و از راه پوشاندن روزنه با تیغه شیشه‌ای تخت که به طور مناسبی اندوده شده باشد (یا خود عدسی شیشه‌ای که اینگونه اندوده شده باشد) می‌توان انجام داد. فرض کنید که هرچه به طور شعاعی از مرکز روزنه دایره‌ای (در صفحه yz) به سوی کناره‌های آن پیش برویم، اندوده به طور فزاینده کدرتر شود. در این صورت میدان تراگسیلیده متناسب با روزنه، در خارج محور کاهش می‌یابد تا آنجا که در پیرامون آن چشم پوشیدنی خواهد شد. در حالت ویژه، فرض کنید که این افت دامنه از یک

توزیع میدان در صفحه تصویر عبارت است از طیف بسامد فضایی تابع روزنه. در این صورت تبدیل وارونه چنین است

$$A(y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} E(k_Y, k_Z) e^{-i(k_Y y + k_Z z)} dk_Y dk_Z \quad (۶۸.۱۱)$$

یعنی

$$A(y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{E(k_Y, k_Z)\} \quad (۶۹.۱۱)$$

همچنان که بارها دیده‌ایم، هرچه سیگنال جایگزین‌تر باشد، به همان اندازه تبدیل آن بیشتر پخش خواهد شد - این مطلب در مورد دو بعد هم صادق است. هرچه روزنه پراشان کوچکتر باشد، پخش زاویه‌ای باریکه پراشان بزرگتر است، یا به بیانی هم‌ارز این مفهوم، پهنای نوار بسامد فضایی بزرگتر است.

به عنوان تشریحی از این روش، شکاف درازی در راستای Y ، شکل ۱۰.۱۰، را در نظر بگیرید که یک موج تخت آن را روشن کرده است. با فرض اینکه در سطح روزنه تغییرات فاز و دامنه وجود ندارد، $A(y, z)$ شکل یک تب مربعی را پیدا می‌کند (شکل ۱۶.۷)

$$A(y, z) = \begin{cases} A_0 & |z| \leq \frac{b}{2} \\ 0 & |z| > \frac{b}{2} \end{cases}$$

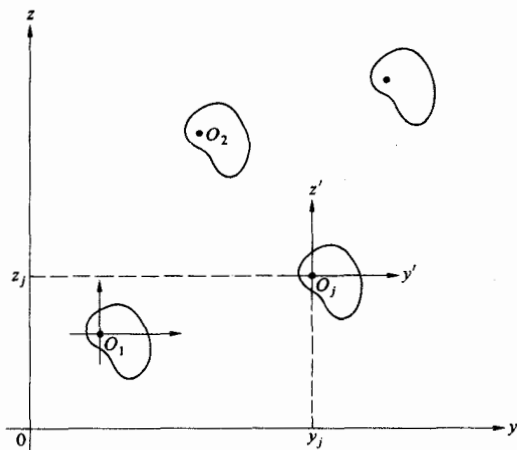
که در آن A_0 دیگر تابعی از y و z نیست. اگر موضوع را در یک بعد بررسی کنیم

$$E(k_Z) = \mathcal{F}\{A(z)\} = A_0 \int_{z=-b/2}^{+b/2} e^{ik_Z z} dz = \frac{A_0 b \operatorname{sinc} k_Z b}{2}$$

به ازای $k_Z = k \sin \theta$ ، این عبارت دقیقاً همان است که در بخش ۱۰.۲۰۱۰ به دست آمد؛ نقش پراش میدان دور (پراش فرانیهوفر) یک روزنه مستطیلی (بخش ۴.۲۰۱۰) نظیر دوبعدی شکاف است. با مساوی قرار دادن مجدد $A(y, z)$ با A_0 در روی روزنه (شکل ۲۳.۱۰)

$$E(k_Y, k_Z) = \mathcal{F}\{A(y, z)\} = \int_{y=-b/2}^{+b/2} \int_{z=-a/2}^{+a/2} A_0 e^{i(k_Y y + k_Z z)} dy dz$$

۱. به منظور دستیابی به بررسی مفصلی از این مطلب، رک



شکل ۲۲.۱۱ پیکربندی چند روزنه‌ای.

یا

 $E(Y, Z)$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_I(y', z') e^{ik(Yy' + Zz')/R} dy' dz' \sum_{j=1}^N e^{ik(Yy_j + Zz_j)/R} \quad (71.11)$$

که در آن $A_I(y', z')$ تابع روزنه منفردی است که در مورد هر روزنه‌ای کاربرد پذیر است. این رابطه را با استفاده از معادلات (۶۴.۱۱) و (۶۵.۱۱) می‌توان چنین نوشت

 $E(k_Y, k_Z)$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_I(y', z') e^{i(k_Y y' - k_Z z')} dy' dz' \sum_{j=1}^N e^{i(k_Y y_j)} e^{i(k_Z z_j)} \quad (72.11)$$

توجه کنید که جزء انتگرالی همان تبدیل فوری تابع روزنه منفرد است در حالی که جزء مجموع، تبدیل (۴۲.۱۱) متعلق به آرایه‌ای از توابع δ است

$$A_\delta = \sum_j \delta(y - y_j) \delta(z - z_j) \quad (73.11)$$

تا زمانی که $E(k_Y, k_Z)$ خودش تبدیل $\mathcal{F}\{A(y, z)\}$ تابع روزنه کلی برای تمامی آرایه باشد، داریم

$$\mathcal{F}\{A(y, z)\} = \mathcal{F}\{A_I(y', z')\} \cdot \mathcal{F}\{A_\delta\} \quad (74.11)$$

این معادله بیانی از قضیه اری است که بنا بر آن: توزیع میدان در نقش پراش فرانهوفر مربوط به آرایه‌ای از روزنه‌های همسان با سمگگیری مشابه برابر است با تبدیل فوری یک تابع روزنه منفرد

منحنی گاوسی پیروی کند. در این صورت تابع $A_0(y, z)$ که تبدیل آن $E(Y, Z)$ است، تابع گاوسی بوده و در نتیجه سیستم حلقه ناپدید می‌شود. اگر چه قله مرکزی پهن شده است، درواقع لبه‌های کناری حذف شده‌اند (شکل ۲۱.۱۱).

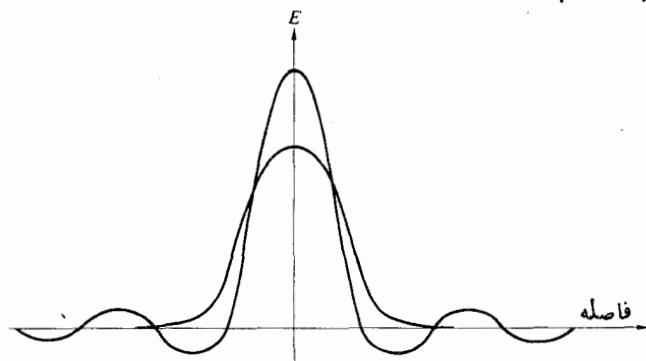
روش نسبتاً جالبتر دیگری برای بررسی این فرایند که بر پایه آزمون و خطا مبتنی است، تحقیق این نکته است که مشارکت بسامدهای فضایی بالاتر به تیز شدن جزئیات تابعی که باید ترکیب شود می‌انجامد. به طوری که قبلاً در یک بعد دیدیم (شکل ۱۳.۷)، بسامدهای بالاتر برای پر کردن گوشه‌ها در تپ مربعی به کار می‌روند. به همین ترتیب، چون $A(y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{E(k_Y, k_Z)\}$ ، کناره‌های تیز روی روزنه حضور مشارکتهای قابل ملاحظه بسامد فضایی بالا را در میدان پراشیده ایجاب می‌کند. در نتیجه واداشتن $A_0(y, z)$ به افت تدریجی، این بسامدهای بالا را، که به نوبه خود به صورت حذف لبه‌های کناری تظاهر می‌کند، کاهش خواهد داد.

اپاسازی جنبه‌ای از روش فراگیر شیوه پلاپیش فضایی است که طی یک بررسی گسترده ولی غیر ریاضی در فصل ۱۴ مورد بحث قرار خواهد گرفت.

۳. قضیه اری

فرض کنید که پرده‌ای حاوی N منفذ مشابه، مانند شکل ۲۲.۱۱، داشته باشیم. در هر روزنه، در وضعیت نسبی یکسان، یک نقطه O_1, O_2, \dots, O_N را به ترتیب در $(y'_1, z'_1), (y'_2, z'_2), \dots, (y'_N, z'_N)$ تعیین موضع می‌کنیم. هر کدام از این نقاط، به نوبه خود، مبدا یک دستگاه مختصات موضعی را مشخص می‌کند. بدین ترتیب یک نقطه (y', z') در دستگاه مختصات موضعی روزنه j ام، دارای مختصات $(y_j + y', z_j + z')$ در دستگاه (y, z) است. تحت روشی تکفام همدوس، میدان پراش فرانهوفر حاصل، $E(y, z)$ ، در نقطه‌ای مانند P روی صفحه تصویر، یک برهمه‌نی از تک تک میدانها در P خواهد بود که از هر روزنه جداگانه ناشی شده‌اند، یعنی

$$E(Y, Z) = \sum_{j=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_I(y', z') e^{ik[Y(y_j + y') + Z(z_j + z')]/R} dy' dz' \quad (75.11)$$



شکل ۲۱.۱۱ یک نقش اری که با یک نقش گاوسی مقایسه شده است.

۴.۳.۱۱ طیف و همبستگی

۱. فرمول پادسوال

فرض کنید $f(x)$ تپی با گستردگی متناهی و $F(k)$ تبدیل فوریه آن (۵.۱۱) باشد. اگر دوباره توجه خود را به بخش ۸.۷ معطوف کنیم، درمی یابیم که تابع $F(k)$ دامنه طیف بسامد فضایی $f(x)$ است. و در این صورت $F(k) dk$ بردامنه مشارکتی که درون گستره بسامدی از k تا $k+dk$ تب را در برمی گیرند، اشاره ای ضمنی دارد. از اینرو به نظر می رسد که $|F(k)|^2$ به عنوان یک چگالی دامنه طیفی به کار می رود و مجذور آن، $|F(k)|^2$ ، باید با انرژی برحسب واحد فاصله بسامد فضایی، متناسب باشد. به همین ترتیب، درحوزه زمانی، اگر $f(t)$ یک میدان الکتریکی تابشی باشد، $|f(t)|^2$ ، با شار تابشی یا توان متناسب است، و انرژی گسیل یافته کسل با $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$ متناسب است. به ازای $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ ، به نظر می رسد که کمیت $|F(\omega)|^2$ باید معیاری از انرژی تابشی برحسب واحد بازه بسامد زمانی باشد. برای اینکه بیشتر دقت کرده باشیم، انتگرال $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$ را برحسب تبدیلهای فوریه مناسب محاسبه می کنیم. از آنجا که $|f(t)|^2 = f(t) f^*(t) = f(t) \cdot [\mathcal{F}^{-1}\{F(\omega)\}]^*$ صورت

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(\omega) e^{+i\omega t} d\omega \right] dt$$

با تغییر ترتیب انتگرال گیری، داریم

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(\omega) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt \right] d\omega$$

و بنابراین

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad (۷۶.۱۱)$$

که در آن $|F(\omega)|^2 = F^*(\omega) F(\omega)$. این فرمول پادسوال است. به طوری که انتظار می رفت، انرژی کلی با مساحت زیر منحنی $|F(\omega)|^2$ متناسب است و در نتیجه $|f(\omega)|^2$ را گاهی طیف توان یا توزیع طیفی انرژی می نامند. فرمول مربوط به حوزه فضایی چنین است

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(k)|^2 dk \quad (۷۷.۱۱)$$

۲. نیمرخ لودنسی

به عنوان اشاره به روشی که ضمن آن این ایده ها عملاً کاربرد

یعنی توزیع میدان پراشیده آن) ضربدر نقشی که از مجموعه ای چشمه های نقطه ای که با پیکربندی مشابهی آرایش یافته اند (که تبدیل A_8 است) حاصل می شود.

این نکته را می توان از دیدگاهی دیگر با اندکی تفاوت نگریست. تابع روزنه کلی را می توان از طریق درهم پیچاندن یک تک تابع روزنه با آرایه مناسبی از توابع دلنا، که هر کدام در یکی از مبدهای مختصات (y_1, z_1) ، (y_2, z_2) ، ... قرار گرفته اند، تشکیل داد. از اینرو

$$A(y, z) = A_I(y', z') \otimes A_8 \quad (۷۵.۱۱)$$

که در نتیجه قضیه آرایه بلافاصله از قضیه همگردش (۵۳.۱۱) پیروی می کند.

به عنوان یک مثال ساده، فرض کنید آزمایش یانگ را با استفاده از دو شکاف در طول راستای y ، به پهنای b و فاصله a از یکدیگر، در اختیار داریم. تابع روزنه منفرد برای هر شکاف یک تابع پله ای است

$$A_I(z') = \begin{cases} A_{I0} & |z'| \leq \frac{b}{2} \\ 0 & |z'| > \frac{b}{2} \end{cases}$$

و بنابراین

$$\mathcal{F}\{A_I(z')\} = A_{I0} b \operatorname{sinc} k_z \frac{b}{2}$$

اگر شکافها در $z = \pm a/2$ قرار گرفته باشند

$$A_8 = \delta\left(z - \frac{a}{2}\right) + \delta\left(z + \frac{a}{2}\right)$$

و از معادله (۴۳.۱۱) داشته باشیم:

$$\mathcal{F}\{A_8\} = 2 \cos k_z \frac{a}{2}$$

بدین ترتیب

$$E(k_z) = 2 A_{I0} b \operatorname{sinc}\left(\frac{k_z b}{2}\right) \cos\left(\frac{k_z a}{2}\right)$$

که همان نتیجه ای است که قبلاً در بخش ۲.۲.۱۰ به آن رسیدیم. نقش تابیدگی، مجموعه ای از فریزهای تداخلی کسینوسی مجذور شده است که از طریق یک پوش پراش سپنتیک مجذور شده مدوله شده است.

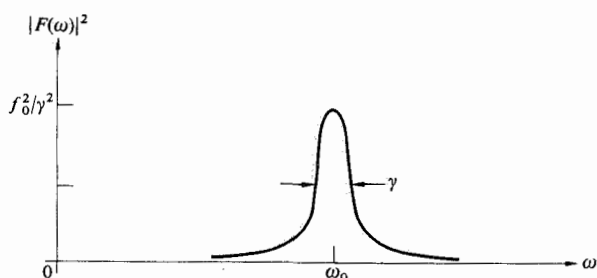
که مقدار قله آن، همان طور که در شکل ۲۴.۱۱ نشان داده شده است، به ازای $\omega = \omega_0$ برابر f_0^2/γ^2 است. در نقاط نیم توان $|F(\omega)|^2 = f_0^2/2\gamma^2$ داریم $(\omega - \omega_0) = \pm \gamma/2$ ، که نصف مقدار بیشینه آن است. پهنای خط طیفی بین این نقاط برابر γ است. اگر $f(t)$ ، میدان تابشی يك اتم باشد، τ طول عمر (در حدود 10^{-8} ثانیه) حالت تحريك شده را مشخص می کند، و منحنی را که معادله (۷۹.۱۱) نمایانگر آن است نیمرخ تشدید یا لودنتس می نامند. پهنای نوار بسامدی ناشی از دوام متناهی حالت تحريك شده، پهنای خط طبیعی نامیده می شود.

اگر اتم تابان دستخوش يك برخورد واقع شود، می تواند انرژی از دست دهد و در نتیجه دوام گسیلش کوتاهتر می شود. پهنای بسامد ضمن فرایندی که «پهن شدگی لودنتس» نامیده می شود افزایش می یابد. در اینجا نیز معلوم می شود که طیف دارای نیمرخ لورنتسی است. افزون بر این، به علت حرکت گرمایی کتره ای اتمها در يك گاز، پهنای نوار بسامد از طریق اثر دوپلر افزایش خواهد یافت. «پهن شدگی دوپلر» به يك طیف گاوسی منجر می شود. منحنی گاوسی در مجاورت بی واسطه ω_0 آهسته تر افت می کند و سپس دور از آن سریعتر از نیمرخ لورنتسی تنزل می کند. این اثرها را می توان از لحاظ ریاضی با هم ترکیب کرد تا از طریق درهم آمیختن توابع لورنتسی و گاوسی، يك تك طیف به دست آید. در يك تخلیه گازی فشار پایین، نیمرخ گاوسی به مراتب بهتر و عموماً غلبه با آن است.

۳. خودهمبستگی و همبستگی متقاطع

اکنون به استنتاج فرمول پارسوال باز گردیم و بار دیگر، این بار با اندکی تغییر، آن را پی گیری کنیم. می خواهیم، با به کار گیری همان رهیافت پیشین، کمیت $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau)f^*(t)dt$ را محاسبه کنیم. از اینرو اگر $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ ، آنگاه

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau)f^*(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(\omega) e^{+i\omega t} d\omega \right] dt \quad (۸۰.۱۱)$$



شکل ۲۴.۱۱ نیمرخ تشدید یا لورنتس.

دارند، موج هماهنگ میرای $f(t)$ را به ازای $x=0$ ، که در شکل ۲۳.۱۱ ترسیم شده است، در نظر می گیریم. در اینجا

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t = -\infty \text{ تا } t = 0 \\ f_0 e^{-t/2\tau} \cos \omega_0 t & t = 0 \text{ تا } t = +\infty \end{cases}$$

هرگاه آهنگ تغییر يك کمیت به مقدار لحظه ای آن وابسته باشد، بستگی نمایی منفی به طور کاملاً کلی بروز می کند. در این حالت، می توانیم فرض کنیم که توان تابشی به وسیله يك اتم به صورت $e^{-t/2\tau}$ و میدان الکتریکی گسیلیده همراه با آن به صورت $(e^{-t/2\tau})^{1/2}$ تغییر می کند. در هر حال، τ ثابت زمانی نوسان نامیده می شود و $\tau^{-1} = \gamma$ ثابت میرایی است. تبدیل $f(t)$ چنین است

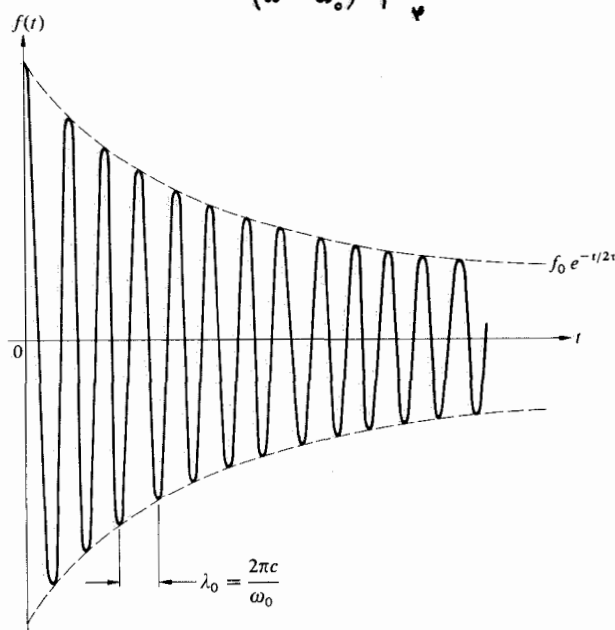
$$F(\omega) = \int_0^{\infty} (f_0 e^{-t/2\tau} \cos \omega_0 t) e^{i\omega t} dt \quad (۷۸.۱۱)$$

محاسبه این انتگرال را باید در مسائل جست. این انتگرالی است که غالباً در نوشتارهای علمی به طور ناقصی به آن می پردازند. با انجام محاسبه معلوم می شود که

$$F(\omega) = \frac{f_0}{\gamma} \left[\frac{1}{2\tau} - i(\omega + \omega_0) \right]^{-1} + \frac{f_0}{\gamma} \left[\frac{1}{2\tau} - i(\omega - \omega_0) \right]^{-1}$$

در بسامدهای نسوری، جمله اول چشم پوشیدنی است و طیف $F(\omega)F^*(\omega)$ چنین می شود

$$|F(\omega)|^2 = \frac{f_0^2}{\gamma^2} \frac{\gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \quad (۷۹.۱۱)$$



شکل ۲۳.۱۱ يك موج هماهنگ میرا.

با تغییر ترتیب انتگرال گیری خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(\omega) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau) e^{i\omega t} dt \right] d\omega \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(\omega) \mathcal{F}\{f(t+\tau)\} d\omega \end{aligned}$$

برای ارزیابی تبدیل داخل آخرین انتگرال، توجه کنیم که با تغییر متغیری در معادله (۹.۱۱) داریم

$$f(t+\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{-i\omega(t+\tau)} d\omega$$

از اینرو

$$f(t+\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{F(\omega) e^{-i\omega\tau}\}$$

به طوری که $\mathcal{F}\{f(t+\tau)\} = F(\omega) e^{-i\omega\tau}$ و معادله (۸۰.۱۱) چنین می شود

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau) f^*(t) dt \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F^*(\omega) F(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (۸۱.۱۱) \end{aligned}$$

و هر دو طرف، توابع پارامتر τ اند. سمت چپ این فرمول را خودهمبستگی $f(t)$ می نامند و آن را چنین نشان می دهند

$$c_{ff}(\tau) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau) f^*(t) dt \quad (۸۲.۱۱)$$

سپس با انجام دادن تبدیل از دو طرف، معادله (۸۱.۱۱) چنین می شود

$$\mathcal{F}\{c_{ff}(\tau)\} = |F(\omega)|^2 \quad (۸۳.۱۱)$$

این رابطه شکلی از قضیهٔ وینر-کینچین^۱ است. این رابطه تعیین طیف را از راه خودهمبستگی تابع مولد امکان پذیر می سازد. وقتی تعریف $c_{ff}(\tau)$ را به کار می برند که انرژی تابع متناهی باشد. اگر چنین نباشد، همه چیز را باید اندکی تغییر داد. با یک تغییر متغیر ساده $t+\tau$ به t می توان انتگرال را به صورت زیر نیز بیان کرد

$$c_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) f^*(t-\tau) dt \quad (۸۴.۱۱)$$

همچنین همبستگی مقاطع توابع $f(t)$ و $h(t)$ چنین تعریف می شود

$$c_{fh}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(t) h(t+\tau) dt \quad (۸۵.۱۱)$$

با تغییر متغیرها، مانند آنچه که در معادله (۸۴.۱۱) انجام گرفت، و با فرض اینکه این توابع حقیقی اند، می توانیم $c_{fh}(\tau)$ را چنین بنویسیم

$$c_{fh}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) h(t+\tau) dt \quad (۸۶.۱۱)$$

که آشکارا شبیه به عبارت مربوط به همگردشی $f(t)$ و $h(t)$ است. معادله (۸۶.۱۱) را غالباً به صورت نمادین $c_{fh}(\tau) = f(t) \odot h(t)$ می نویسند. در واقع، اگر $f(t)$ و یا $h(t)$ زوج باشد، به طوری که هم اکنون از طریق مثال خواهیم دید، آنگاه $f(t) \odot h(t) = f(t) * h(t)$. یادآوری می کنیم که عمل همگردشی، یکی از توابع را روی دیگری می چرخاند و سپس مساحت برهم افتاده (شکل ۱۲.۱۱)، یعنی مساحت زیر منحنی حاصل ضرب، را جمع می زند. در مقابل، عمل همبستگی، مساحت برهم افتاده را بدون چرخاندن تابع جمع می زند، و از اینرو اگر تابع زوج باشد، $f(t) = f(-t)$ ، با چرخاندن (یا تا کردن حول محور تقارن) تغییر نمی کند و این دو انتگرالده با یکدیگر مشابه اند. به منظور رسیدن به این وضع، یکی از دو تابع باید زوج باشد زیرا $f(t) \odot h(t) = h(t) \odot f(t)$. بنا بر این خود همبستگی یک تب مربعی برابر است با همگردشی تب با خودش، که مطابق شکل ۱۵.۱۱ یک سیگنال مثلثی را به دست می دهد. همین نتیجه گیری از معادله (۸۳.۱۱) و شکل ۱۷.۱۱ به دست می آید. تبدیل تب مربعی، یک تابع سینک است به طوری که طیف توان به صورت $\text{sinc}^2 u$ تغییر می کند. تبدیل وارونه $|F(\omega)|^2$ یعنی $\mathcal{F}^{-1}\{\text{sinc}^2 u\}$ به صورت $c_{ff}(\tau)$ است، که همان گونه که دیده ایم، باز هم یک تب مثلثی است.

آشکارا برای یک تابع این امکان وجود دارد که در یک محدودهٔ انتگرال گیری از $-\infty$ تا $+\infty$ دارای انرژی متناهی باشد (۷۶.۱۱) ولی باز هم یک توان میانگین به صورت

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |f(t)|^2 dt$$

داشته باشد. بنابراین، همبستگی را تعریف خواهیم کرد که بر بازهٔ انتگرال گیری تقسیم شده است

$$C_{fh}(\tau) \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f(t) h(t+\tau) dt \quad (۸۷.۱۱)$$

مثلاً، اگر $f(t) = A$ ، یعنی $f(t)$ مقداری ثابت باشد، خود همبستگی آن به صورت

$$C_{ff}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} (A)(A) dt = A^2$$

و طیف توان، که تبدیل خودهمبستگی است، چنین می شود

$$\mathcal{F}\{C_{ff}(\tau)\} = A^2 2\pi \delta(\omega)$$

يك دسته پرتوهای موازی کانونی شده است که از هر دو شفافه گذشته اند. مختصات $P, (\theta, \varphi, f)$ ، به کمک سمیتری دسته پرتو، یعنی زاویه های θ و φ مشخص می شود. اگر شفافه ها مشابه باشند، پرتوی که از نقطه x, y در فیلم اول با توان تراگسیلش $g(x, y)$ بگذرد، از يك نقطه متناظر $(x+X, y+Y)$ در فیلم دوم که توان تراگسیلش آن $g(x+X, y+Y)$ است، خواهد گذشت. جابه جاییها در مختصات را $X = \ell \theta$ و $Y = \ell \phi$ مشخص می کنند که در آن فاصله بین شفافه ها است. بنابراین تابیدگی در P متناسب با خودهمبستگی $g(x, y)$ است، یعنی

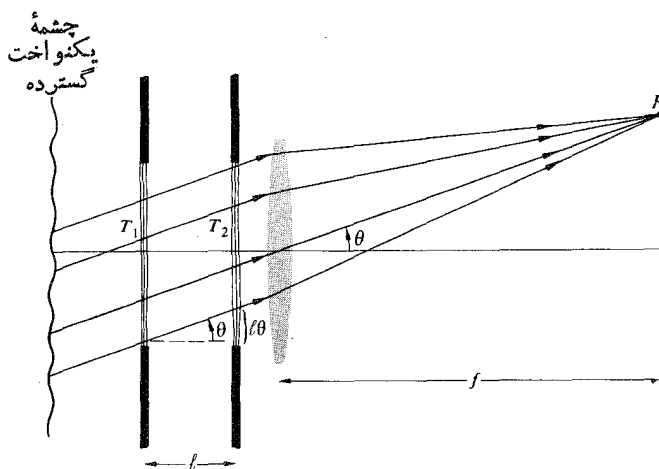
$$c_{ff}(X, Y) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) g(x+X, y+Y) dx dy \quad (۸۸.۱۱)$$

و تمامی نقش چگالی شار، همبسته نگار نسامیده می شود. اگر شفافه ها متفاوت باشند، البته تصویر حاصل نمایانگر همبستگی متقاطع توابع خواهد بود. همچنین، اگر یکی از شفافه ها، به اندازه ۱۸۰° نسبت به دیگری بچرخد، می توان همگردشی را به دست آورد (شکل ۱۶.۱۱).

پیش از آنکه این بحث را ادامه دهیم، مطمئن شویم که واقعاً به دریافت فیزیکی مطلوبی در مورد عمل انجام یافته به وسیله توابع همبستگی، دست یافته ایم. بر این مبنا، فرض کنیم يك سیگنال نوفه مانند کتره ای داریم (مثلاً، يك تابیدگی با افتاحیز در نقطه ای از فضا، يك ولتاژ یا میدان الکتریکی متغیر زمانی)، مانند شکل ۲۶.۱۱ الف. خودهمبستگی $f(t)$ در واقع این تابع را با مقدار خودش در زمانی دیگر، $f(t+\tau)$ ، مقایسه می کند. مثلاً، به ازای $\tau = 0$ ، انتگرال سیگنال را در زمان می پیماید و حاصلضرب $f(t)$ و $f(t+\tau)$ را جمع بسته و میانگین گیری می کند. در این حالت خودهمبستگی چیزی جز $f^2(t)$ نیست. چون به ازای هر مقدار t ، $t^2(t)$ مثبت است، $C_{ff}(0)$ عدد نسبتاً بزرگی خواهد شد. از سوی دیگر، وقتی که نوفه با خودش که به اندازه $\tau_1 + \tau_2$ جابه جا شده است مقایسه شود، $C_{ff}(\tau_1)$ تا اندازه ای کاهش خواهد یافت. لحظاتی وجود خواهد داشت که در آنها $f(t)f(t+\tau_1)$ مثبت، و لحظاتی دیگری هستند که این کمیت در آنها منفی می شود، به طوری که مقدار انتگرال افت می کند (شکل ۲۶.۱۱ ب). به بیانی دیگر، با جابه جا کردن سیگنال نسبت به خودش، شباهت نقطه به نقطه ای دیگر را که قبلاً ($\tau = 0$) در هر لحظه رخ می نمود کاهش داده ایم. به تدریج که این جابه جایی τ افزایش می یابد، هر همبستگی کوچکی که وجود داشت، به گونه ای که در شکل ۲۶.۱۱ ج ترسیم شده است، به سرعت ناپدید می شود. در پی این حقیقت که خودهمبستگی و طیف توان، يك زوج تبدیل فوری را تشکیل می دهند (۸۳.۱۱)،

که يك تك تپ در مبدأ ($\omega = 0$) است و گاهی «جمله dc » نامیده می شود. توجه کنید که $C_{ff}(\tau)$ را می توان به صورت میانگین زمانی حاصلضربی از دو تابع گرفت، که یکی از آنها به اندازه يك بازه زمانی τ جابه جا شده است. در فصل بعدی، عبارتهایی به عنوان توابع همدوسی به شکل $\langle f^*(t)h(t+\tau) \rangle$ که میدانهای الکتریکی را به هم مربوط می کنند، ظاهر می شوند. آنها همچنین در تحلیل مسائل نوفه، مثل نوفه مربوط به دانه فیلم، کاملاً مفیدند.

واضح است که می توانیم يك تابع را از روی تبدیلیش بازسازی کنیم ولی پس از اینکه تبدیل مجذور شود، مثل معادله (۸۳.۱۱)، اطلاعات مربوط به علامت مشارکنهای بسامد، یعنی فازهای نسبی آنها را از دست می دهیم. به همین ترتیب، خودهمبستگی تابع اطلاعاتی فازی در بر ندارد و منحصر به فرد نیست. به منظور روشنتر شدن مطلب، فرض کنید که تعدادی تابع هماهنگ با دامنه و بسامد متفاوت در اختیار داریم. اگر فازهای نسبی آنها دستخوش تغییر شوند، تابع برآیند و تبدیل آن تغییر می کند ولی مقدار انرژی دسترس پذیر در هر بسامد همواره باید ثابت باشد. از اینرو، شکل نیمرخ برآیند هر چه باشد، خودهمبستگی آن دست نخورده باقی می ماند. نشان دادن این نکته که وقتی $f(t) = A \sin(\omega t + \epsilon)$ ، آنگاه $C_{ff}(\tau) = (A^2/2) \cos \omega \tau$ ، که از دست دادن اطلاعات فازی را تأیید می کند، به عنوان مسئله به خواننده واگذار می شود. شکل ۲۵.۱۱ وسیله ای را نشان می دهد که دو تابع فضایی دوبعدی را با هم همبسته می کند. هر کدام از این علامتها به صورت تغییر نقطه به نقطه در خاصیت تراگسیلش تابیدگی يك شفافه عکاسی (T_1 و T_2) نشان داده شده است. برای علامتهای نسبتاً ساده، به جای شفافه ها (مثلاً برای تپهای مربعی)، می توان پرده های کدر با روزنه مناسب به کار برد. تابیدگی در هر نقطه P روی تصویر، ناشی از



شکل ۲۵.۱۱ همبستگی نوری دو تابع.

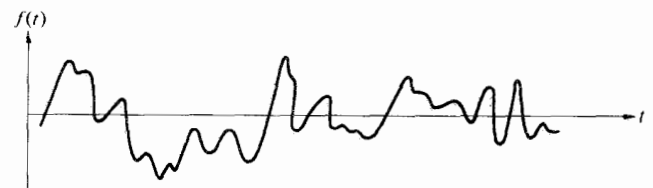
می آورد. هرچه تپها بهتر (در زمان) باشند، با افزایش τ ، همبستگی آهسته تر کاهش می یابد ولی این نکته هم ارز این است که بگوییم کاهش پهنای نواری سیگنال باعث پهن شدن $C_{ff}(\tau)$ می شود. همه این مطالب در صورتی صادق است که ملاحظات قبلی خود را در مورد اینکه خود همبستگی، هر گونه اطلاعات فازی را که در این حالت با مواضع زمانی متناظر با تپهای کتره ای را به دور می اندازد، حفظ کنیم. واضح است که، $C_{ff}(\tau)$ نباید به وسیله وضعیت تپها در طول t تأثیر پذیرد.

درست به همین ترتیب، همبستگی متقاطع معیاری است از شباهت میان دو جبهه موج متفاوت $f(t)$ و $h(t)$ ، به صورت تابعی از تغییر زمانی نسبی τ . برخلاف خود همبستگی، در اینجا چیز ویژه ای پیرامون $\tau = 0$ وجود ندارد. یک بار دیگر حاصل ضرب میانگین $f(t)h(t+\tau)$ را به ازای هر مقدار τ محاسبه می کنیم تا $C_{fh}(\tau)$ از طریق معادله (۸۷.۱۱) به دست آید. برای توابع نمایش یافته در شکل ۲۷.۱۱، مقدار $C_{fh}(\tau)$ به ازای $\tau = \tau_1$ دارای یک قله مثبت خواهد شد.

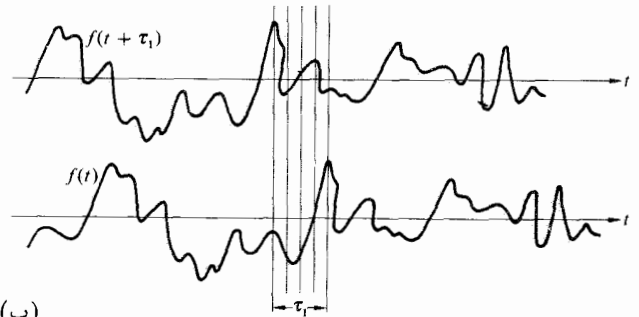
۵.۳.۱۱ توابع انتقال

۱. برخی مفاهیم مقدماتی

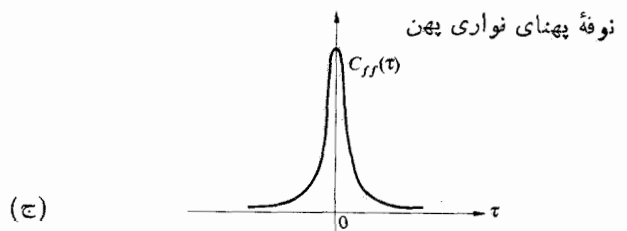
روشهای سنتی تعیین کیفیت یک عنصر یا سیستم عناصر نوری، ارزیابی حد تفکیک آن بود. فرض می کردند که هرچه توان تفکیک بیشتر باشد، دستگاه بهتر است. با این روش، می توان یک سیستم نوری را روی یک هدف تفکیکی که مثلاً از یک رشته میله های مستطیلی موازی روشن و تاریک تشکیل شده است، نشان کرد. قبلاً دیده ایم که یک شیء نقطه ای را به عنوان لکه ای نور که از طریق تابع پخش نقطه $\mathcal{S}(Y, Z)$ ، چنان که در شکل ۹.۱۱ آمده است، توصیف می شود، تصور می کنند. تحت روشنایی ناهم دوس، این نقشهای چگالی شار مقدماتی روی هم می افتند و به طور خطی برهم افزوده می شوند تا تصویر نهایی را پدید آورند. همتهای یک بعدی آن تابع پخش خط $\mathcal{S}(Z)$ است که با توزیع چگالی شار در سرتاسر تصویر یک چشمه خط هندسی با پهنای بینهایت کوچک



(الف)



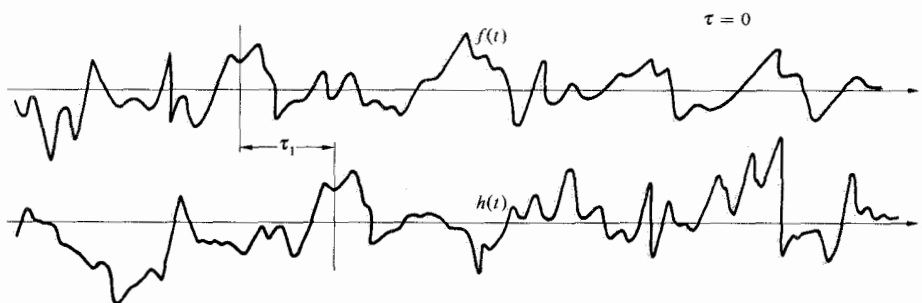
(ب)



(ج)

شکل ۲۶.۱۱ یک سیگنال $f(t)$ و خود همبستگی آن.

می توان پذیرفت که هرچه پهنای نوار بسامدی نوفه بهتر باشد، خود همبستگی به همان میزان باریکتر خواهد بود. از اینرو برای نوفه ای با پهنای نواری پهن، حتی یک جای به جایی جزئی، هر نوع همگونی بین $f(t)$ و $f(t+\tau)$ را به طور چشمگیری کاهش می دهد. افزون بر این، اگر سیگنال از یک توزیع کتره ای تپهای مستطیلی تشکیل یافته باشد، می توانیم در یابیم که شباهتی که پیشتر در خصوص آن سخن گفتیم، به مدتی متناسب با پهنای تپها، دوام



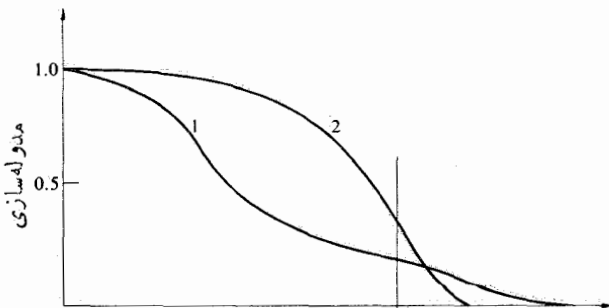
شکل ۲۷.۱۱ همبستگی متقاطع $f(t)$ و $h(t)$.

سیستم عدسی مات صرفاً به علت حد تفکیک بالای خود آن غیر- ضروری و به طوری که خواهیم دید، حتی شاید مضر باشد. پارامتر بسیار سودمندی در ارزیابی کیفیت کار یک سیستم تمایز یا مدوله سازی است که چنین تعریف می شود

$$(۸۹.۱۱) \quad \text{مدوله سازی} \equiv \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

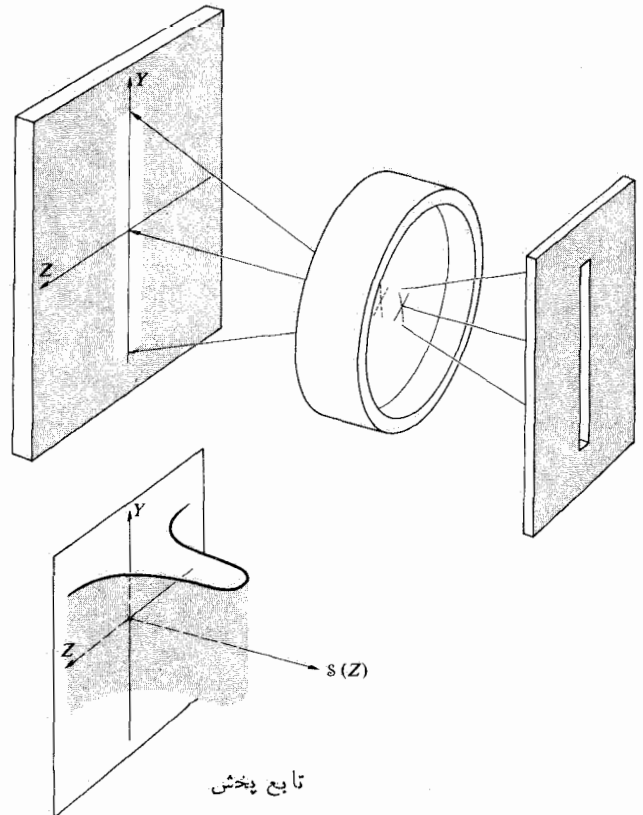
شکل ۲۹.۱۱، طرح واره ای از مدوله سازی تصویر نسبت به بسامد فضایی برای دو سیستم عدسی فرضی است. فرض کنید یکی از اینها باید با آشکارسازی توأم شود که بسامد قطع آن در نمودار مشخص شده است. علیرغم این حقیقت که عدسی ۱ دارای حد تفکیک بالاتری است، وقتی عدسی ۲ با آشکارساز ویژه ای توأم شود، مسلماً نتیجه بهتری را به دست خواهد داد.

باید بگوییم که یک هدف نرده ای مربعی، سیگنالی ورودی ایجاد می کند که از یک رشته تپهای مربعی تشکیل یافته است، و تمایز در تصویر در واقع یک برهم نهی تغییرات تمایز ناشی از مؤلفه های فوریه سازنده آن است. در واقع یکی از نکات کلیدی در مطالبی که از این پس بیان خواهیم داشت، این است که عناصر نوری که به صورت عملگرهای خطی عمل می کنند، یک ورودی سینوسی را به یک خروجی سینوسی بدون اعوجاج تبدیل می کنند. با وجود این، قاعده توزیعهای تابیدگی ورودی و خروجی همسان نخواهند بود. مثلاً، بزرگنمایی سیستم بر روی بسامد فضایی خروجی تأثیر خواهد گذاشت (از این پس بزرگنمایی را برابر واحد خواهیم گرفت). پراش و ابیراهیها دامنه سینوسی را کم می کنند (تمایز). و سرانجام، ابیراهیهای نامتقارن (مثل کوما) و مرکزی شدن ضعیف عناصر، جابجایی در موضع خروجی سینوسی ایجاد می کند که با وارد کردن یک تغییر فاز متناظر است. نکته اخیر را با استفاده از نموداری نظیر نمودار شکل ۳۰.۱۱ می توان بهتر ارزیابی کرد (دست کم تا زمانی که ارزیابی را به طور تحلیلی انجام می دهیم). اگر تابع بخش متقارن باشد، تابیدگی تصویر، یک سینوسی جابه جا

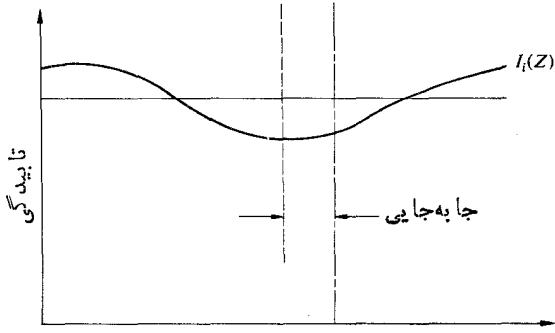
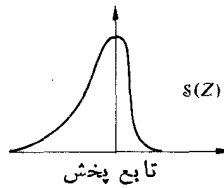
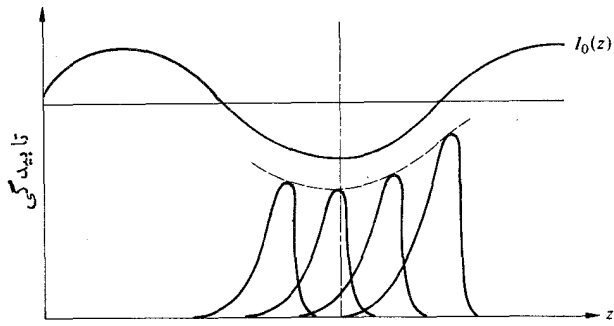


شکل ۲۹.۱۱ تغییر مدوله سازی بر حسب بسامد فضایی برای دو عدسی.

متناظر است (شکل ۲۸.۱۱). از آنجا که حتی یک سیستم کامل ایده آل را آثار پراش محدود می کنند، تصویر یک هدف تفکیکی تا اندازه ای تار خواهد شد (شکل ۱۱.۱۱). از اینرو، به تدریج که پهنای نرده های روی هدف باریکتر شود، به حدی خواهیم رسید که در آن حد ساختار خط ریز (شبیه به خط کشی دونه ای) دیگر قابل تشخیص نیست. پس این حد، حد تفکیک سیستم است. می توانیم حد تفکیک را قطع شدن بسامد فضایی بدانیم که در آنجا هر زوج نرده روشن و تاریک، یک چرخه روی جسم تشکیل می دهد (که معیار متداولی از آن تعداد زوج خطوط در میلی متر است). یک تشابه آشکار که کاسیهای این روش را آشکار می سازد، می تواند ارزیابی بیش همانندی یک سیستم صوتی، صرفاً بر پایه قطع بسامد بالاتر آن باشد. آشکار است که در نظر داشتن تصویری مناسب در گستره کامل بسامد عمل کننده مفیدتر می بود. محدودیتهای این طرح از طریق به کار گیری آشکارسازهایی نظیر پلومبیکون، اریکون و ویدیکون، ... کاملاً ظاهر می شود. این لامپها خطوط روبنده نسبتاً زبری دارند که حد تفکیک سیستم عدسی-لامپ را در یک بسامد فضایی نسبتاً پایین ثابت نگه می دارد. بنابراین، طراحی عناصر نوری پیش از چنین آشکارسازهایی منطقی به نظر می رسد، تا روی این گستره بسامدی محدود، بیشترین تمایز ایجاد شود. روشن است که انتخاب یک

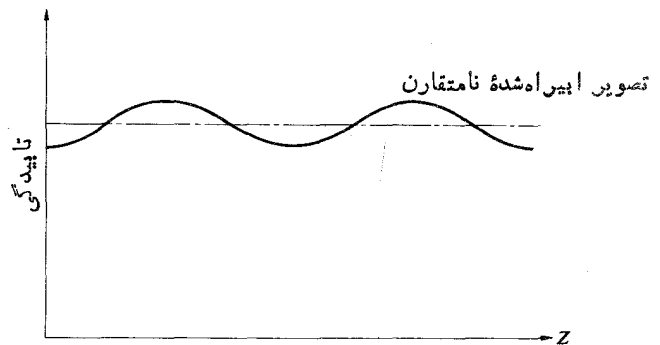
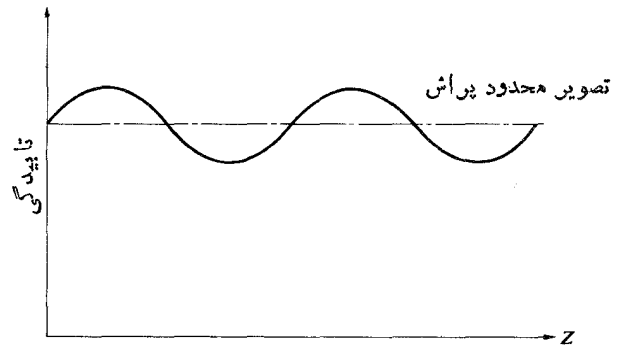
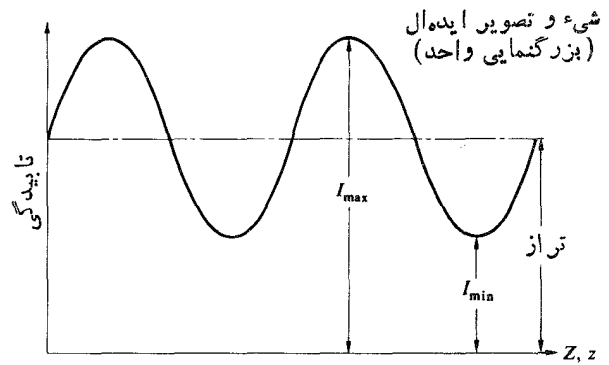


شکل ۳۰.۱۱ تابع خط پخش.



شکل ۳۱.۱۱ ورودی و خروجی هماهنگ با یک تابع پخش نامتقارن.

وابسته به بسامد فضایی است که مدول آن تابع انتقال مدوله‌سازی (MTF) بوده و فازش، که به‌طور طبیعی کافی است، تابع انتقال فاز (PTF) است. اولی معیاری است برای کاهش تمایز از جسم تا تصویر بر روی طیف. بعدی جابه‌جایی فاز نسبتی متناسب با آن را نشان می‌دهد. جابه‌جایی‌های فاز در سیستم‌های نوری متمرکز، فقط در خارج از محور رخ می‌دهد و غالباً PTF کمتر از MTF مورد توجه است. با وجود این، هر کاربرد از تابع انتقال باید به‌دقت مورد مطالعه قرار گیرد، در شرایطی PTF یک نقش بسیار مهم بازی می‌کند. در واقع، MTF (یعنی نسبت مدوله‌سازی تصویر به مدوله‌سازی جسم برای توابع سینوسی بسامد فضایی متغیر) به‌ابزاری با کاربرد وسیع برای مشخص کردن کیفیت کار کلیه انواع عناصر، شرایط و سیستم‌های از عدسیها، نوارهای ضبط و فیلمهای مغناطیسی گرفته، تا تلسکوپها، جو و چشم تبدیل شده است، و اینها همه بیان مشتی از خروار است. به‌علاوه، اگر در یک سیستم MTF ها برای مؤلفه‌های مستقل منفرد معلوم باشند، غالباً کل



شکل ۳۰.۱۱ ورودی هماهنگ و خروجی به‌دست آمده.

نشده خواهد بود؛ درحالی که یک تابع پخش نامتقارن خروجی را به‌گونه‌ای که در شکل ۳۱.۱۱ نشان داده شده است، آشکارا کمی هل می‌دهد. در هر یک از دو حالت، بدون توجه به شکل تابع پخش، چنانچه جسم هماهنگ باشد تصویر نیز هماهنگ خواهد بود. در نتیجه، اگر یک جسم را ترکیبی از مؤلفه‌های فوریه در نظر بگیریم، روشی که مطابق آن این مؤلفه‌های هماهنگ منفرد از طریق سیستم نوری به‌سازهای هماهنگ متناظر تصویر تبدیل می‌شوند، صورت بارز این فرایند است. تابعی که این کار را انجام می‌دهد، تابع انتقال نودی یا OTF نامیده می‌شود. این تابع یک کمیت مختلط

می کنیم. برای انجام این کار فرض می کنیم

$$I_o(z) = 1 + a \cos(k_z z + \varepsilon) \quad (93.11)$$

که در آن به منظور سادگی کار، از توزیع یک بعدی استفاده خواهیم کرد. عدد ۱ پیش ولت جریان مستقیم (dc) است و این تضمین را فراهم می آورد که تابیدگی، مقادیر منفی غیر فیزیکی را اختیار نمی کند. از آنجا که $f \otimes h = h \otimes f$ ، در اینجا راحت تر خواهد بود که از

$$I_i(Z) = \mathcal{S}(z) \otimes I_o(z)$$

استفاده کنیم و بنا بر این

$$I_i(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 + a \cos[k_z(Z-z) + \varepsilon]\} \mathcal{S}(z) dz$$

پس از بسط کسینوس

$$I_i(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}(z) dz + a \cos(k_z Z + \varepsilon) \int_{-\infty}^{+\infty} \cos k_z z \mathcal{S}(z) dz + a \sin(k_z Z + \varepsilon) \int_{-\infty}^{+\infty} \sin k_z z \mathcal{S}(z) dz$$

با مراجعه به معادله (۵۷.۷) ملاحظه می کنیم که انتگرالهای دوم و سوم به ترتیب تبدیلهای فوریۀ کسینوسی و سینوسی $\mathcal{S}(z)$ هستند، یعنی $\mathcal{F}_c\{\mathcal{S}(z)\}$ و $\mathcal{F}_s\{\mathcal{S}(z)\}$. بنا بر این

$$I_i(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}(z) dz + \mathcal{F}_c\{\mathcal{S}(z)\} a \cos(k_z Z + \varepsilon) + \mathcal{F}_s\{\mathcal{S}(z)\} a \sin(k_z Z + \varepsilon) \quad (94.11)$$

یادآوری می کنیم که تبدیل مختلطی که معمولاً آن را به کار می بریم چنان تعریف شده است که

$$\mathcal{F}\{f(z)\} = \mathcal{F}_c\{f(z)\} + i \mathcal{F}_s\{f(z)\} \quad (95.11)$$

یا

$$F(k_z) = A(k_z) + i B(k_z) \quad [7.11]$$

و مطابق نمودار آرگاند از شکل ۹.۲، می توان آن را چنین بیان کرد که در آن

$$|F(k_z)| = [A^2(k_z) + B^2(k_z)]^{1/2} \quad (96.11)$$

و

MTF برابر حاصلضرب آنهاست. این مطلب در مورد مجموعه پشت سر همی از عدسیها کاربردی ندارد زیرا ابیراهیهای یک عدسی می تواند ابیراهیهای عدسی دیگری را که در پشت آن قرار گرفته است، جبران کند؛ و بنا بر این از یکدیگر مستقل نیستند. از اینرو اگر از جسمی که دارای مدوله سازی ۳ در ۳۰ چرخه بر میلیمتر است، با استفاده از دوربینی که MTF عدسی آن در حالت تنظیم مناسب ۵ در ۳۰ چرخه بر میلیمتر است، و فیلمی^۱ نظیر Tri-X که در آن MTF برابر ۴ در ۳۰ چرخه بر میلیمتر عکسبرداری کنیم، مدوله سازی تصویر ۶ در ۳۰ = ۵ در ۳۰ × ۴ در ۳۰ خواهد شد.

۲. بحثی صوریتر

در معادله (۵۱.۱۱) دیدیم که (تحت شرایط ناوردایی فضایی و ناهمدوسی) می توان تصویر را به عنوان همگردشی تابیدگی شیء و تابع پخش نقطه بیان کرد، یعنی

$$I_i(Y, Z) = I_o(y, z) \otimes \mathcal{S}(y, z) \quad (90.11)$$

بیان متناظر آن در حوزه بسامد فضایی از طریق یک تبدیل فوریه یعنی

$$\mathcal{F}\{I_i(Y, Z)\} = \mathcal{F}\{I_o(y, z)\} \cdot \mathcal{F}\{\mathcal{S}(y, z)\} \quad (91.11)$$

به دست می آید، که در آن از قضیۀ همگردشی (۵۳.۱۱) استفاده شده است. بنا بر این طیف بسامدی توزیع تابیدگی تصویر برابر است با حاصلضرب طیف بسامدی توزیع تابیدگی شیء و تبدیل تابع پخش. از اینرو، عمل ضرب کردن در $\mathcal{F}\{\mathcal{S}(y, z)\}$ است که باعث ایجاد تغییر در طیف بسامدی شیء شده و آن را به طیف تصویر تبدیل می کند. به بیان دیگر، در واقع عبارت $\mathcal{F}\{\mathcal{S}(y, z)\}$ است که طیف شیء را به طیف تصویر تبدیل می کند. این درست همان کاری است که به وسیله OTF انجام گرفته است، و در واقع OTF بی هنجار را چنین تعریف خواهیم کرد

$$\mathcal{T}(k_Y, k_Z) \equiv \mathcal{F}\{\mathcal{S}(y, z)\} \quad (92.11)$$

مدول $\mathcal{T}(k_Y, k_Z)$ باعث تغییری در دامنه مؤلفه های بسامدی مختلف طیف جسم خواهد شد، در حالی که فاز آن، البته به مناسبت، فاز این مؤلفه ها را تغییر خواهد داد تا $\mathcal{F}\{I_i(Y, Z)\}$ حاصل شود. به خاطر بسپارید که در سمت راست معادله (۹۰.۱۱) تنها کمیت وابسته به سیستم نوری واقعی، $\mathcal{S}(y, z)$ است. و بنا بر این تعجب آور نیست که تابع پخش همتای تابع انتقال نوری باشد. اینک بیان قبلی را مبنی بر اینکه یک ورودی هماهنگ به یک خروجی هماهنگ تا اندازه ای تغییر یافته تبدیل می شود، بررسی

۱. ضمناً، تمام ایده بررسی فیلم به عنوان یک سیستم خطی بدون نوفه تا حدودی محل تردید است. برای مطالعه بیشتر رُک

$$M(k_Y, k_Z) \equiv \mathcal{M}(k_Y, k_Z) / \mathcal{T}(0, 0)$$

پس $I_i(Z)$ در معادله (۹۹.۱۱) متناسب خواهد بود با

$$1 + aM(k_Z) \cos[k_Z Z + \varepsilon - \Phi(k_Z)]$$

مدوله سازی تصویر (۸۹.۱۱)، به صورت $aM(k_Z)$ درمی آید، مدوله سازی شیئی (۹۳.۱۱)، a است و نسبت آنها، همچنان که انتظار می رفت، به صورت MTF بهنجار $M(k_Z)$ است. این بحث، در واقع تنها در مقام مقدمه ای است که بیشتر به عنوان یک شالوده مستحکم طراحی شده است تا یک ساختار کامل. ریزه کاریهای زیاد دیگری همچون رابطه بین خود همبستگی تسایع پخش و OTF، و از آنجا وسیله محاسبه و اندازه گیری توابع انتقال برای بررسی وجود دارند ولی برای این کارخواننده را به مقالاتی در این باب ارجاع می دهیم.

مسائل

۱۰۱۱ تبدیل فوریه تابع زیر را به دست آورید

$$E(x) = \begin{cases} E_0 \sin k_p x, & |x| \leq L \\ 0, & |x| > L \end{cases}$$

منحنی تغییرات $\mathcal{T}\{E(x)\}$ را رسم کنید. در مورد رابطه آن با شکل ۷.۱۱ بحث کنید.

* ۲۰۱۱ تبدیل فوریه تابع زیر را تعیین و منحنی آن را رسم کنید

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 k_p x, & |x| \leq L \\ 0, & |x| > L \end{cases}$$

۳۰۱۱ تبدیل فوریه

$$F(t) = \begin{cases} \cos^2 \omega_p t, & |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases}$$

را به دست آورید و منحنی تغییرات $F(\omega)$ را رسم کنید؛ سپس شکل حدی آن را به ازای $T \rightarrow \pm\infty$ رسم کنید.

* ۴۰۱۱ نشان دهید $\mathcal{T}\{1\} = 2\pi\delta(k)$.

۵۰۱۱ ثابت کنید که رابطه $f \otimes h = h \otimes f$ مستقیماً برقرار است.

آنگاه این کار را با استفاده از قضیه همگردشی انجام دهید.

* ۶۰۱۱ فرض کنید دو تابع $f(x, y)$ و $h(x, y)$ داریم که هر دو آنها در یک ناحیه مربعی در صفحه xy ، دارای مقدار یک اند و مقدار

$$\varphi(k) = \tan^{-1} \frac{B(k_Z)}{A(k_Z)} \quad (۹۷.۱۱)$$

دقیقاً به همین روش، می توان این مطلب را در مورد OTF نیز به کار برد، و آن را چنین می نویسیم

$$\mathcal{T}\{S(z)\} \equiv \mathcal{T}(k_Z) = \mathcal{M}(k_Z) e^{i\Phi(k_Z)} \quad (۹۸.۱۱)$$

که در آن $\mathcal{M}(k_Z)$ و $\Phi(k_Z)$ به ترتیب MTF و PTF بی هنجارند. اثبات این نکته که معادله (۹۴.۱۱) را می توان به صورت

$$I_i(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(z) dz + aM(k_Z) \cos[k_Z Z + \varepsilon - \Phi(k_Z)] \quad (۹۹.۱۱)$$

مطرح کرد، به عنوان یک مسئله به خواننده واگذار می شود. توجه داشته باشید که این تابع به همان شکل سیگنال ورودی (۹۳.۱۱)، $I_0(z)$ است که درست همان چیزی است که تعیین آن را خواستار شدیم. اگر تسایع پخش خط متقارن، یعنی زوج، باشد $\mathcal{T}\{S(z)\} = 0$ و $\mathcal{M}(k_Z) = \mathcal{T}\{S(z)\}$ در این صورت جابه جایی فاز به گونه ای که در بخش پیشین نشان داده شد، وجود نخواهد داشت. برای یک تسایع پخش نامتقارن (فرد)، $\mathcal{T}\{S(z)\}$ ناصفر است، به همان ترتیب که PTF نیز چنین است. امروزه تعریف مجموعه ای از توابع انتقال بهنجار از طریق تقسیم $\mathcal{T}(k_Z)$ بر مقدار آن در بسامد فضایی صفر، یعنی $\mathcal{T}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(z) dz$ چنین می شود

$$S_n(z) = \frac{S(z)}{\int_{-\infty}^{+\infty} S(z) dz} \quad (۱۰۰.۱۱)$$

در حالی که OTF بهنجار چنین است

$$T(k_Z) \equiv \frac{\mathcal{T}\{S(z)\}}{\int_{-\infty}^{+\infty} S(z) dz} = \mathcal{T}\{S_n(z)\} \quad (۱۰۱.۱۱)$$

یا در دو بعد

$$T(k_Y, k_Z) = M(k_Y, k_Z) e^{i\Phi(k_Y, k_Z)} \quad (۱۰۲.۱۱)$$

که در آن

۱. یک به سلسله مقالات "The Evolution of the Transfer Function"، نوشته F. Abbott، که چاپ آنها از مه ماه مارس ۱۹۷۰ در مجله *Optical Spectra* آغاز شد، و مقالات "Physical Optics Notebook" نوشته G. B. Parrent, Jr. & B. J. Thompson که از دسامبر سال ۱۹۶۴ در *S. P. I. E. Journal*, Vol. 3 آغاز شده است، و نیز یک "Image Structure and Transfer" by K. Sayanagi, 1967 اینها را در مؤسسه اپتیک دانشگاه روچستر می توان تهیه کرد. تعدادی کتاب هم برای (اهداف) علمی ارزش مشاهده ای دارند، مثلاً *Modern Optics* نوشته E. Brown، *Modern Optical Engineering* به قلم W. Smith، *Applied Optics* اثر L. Levi در تمامی این مراجع، به قرار داد علامتگذاری برای تبدیلهای دقت کنید.

۱۰۰۱۱ با شروع از معادله (۷۲.۱۱)، نشان دهید که تاییدگی ناشی از N روزنه مشابه که به طور کتره ای جایگزیده اند، چنین است

$$I \simeq \langle E^2 \rangle N$$

که در آن E_I میدان پراشیده مربوط به يك روزنه و N بسیار بزرگ است.

۱۱.۱۱ نشان دهید که (برای امواج تخت با فرود عمودی) اگر روزنه ای دارای يك مرکز تقارن باشد، یعنی اگر تابع روزنه زوج باشد، در این صورت میدان پراشیده در حالت فرانوهو نیز دارای يك مرکز تقارن خواهد بود.

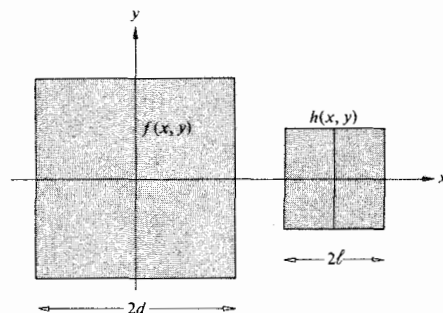
۱۲.۱۱ فرض کنید که روزنه ای مشخص يك نقش میدان فرانوهو $E(Y, Z)$ ایجاد می کند. نشان دهید که اگر ابعاد روزنه چنان تغییر داده شوند که تابع روزنه از $A(y, z)$ به $A(\alpha y, \beta z)$ برود، میدان پراشیده جدید را چنین به دست می دهند.

$$E'(Y, Z) = \frac{1}{\alpha\beta} E\left(\frac{Y}{\alpha}, \frac{Z}{\beta}\right)$$

۱۳.۱۱ نشان دهید به ازای $f(t) = A \sin(\omega t + \epsilon)$ ، آنگاه $C_{ff}(\tau) = (A^2/2) \cos \omega \tau$ ؛ که اتلاف اطلاعات فازی در خود همبستگی را تأیید می کند.

۱۴.۱۱ فرض کنید يك شکاف در طول راستای y به پهنای b موجود است که در سرتاسر آن تابع روزنه دارای مقدار ثابت A_0 است. حال اگر شکاف را به وسیله يك نقاب دامنه تابع کسینوسی آپاسازی کنیم، میدان پراشیده چه خواهد شد؟ به بیان دیگر، از طریق يك افست کسینوسی تابع روزنه را وادار می کنیم که از A_0 در مرکز به $\pm b/2$ برود.

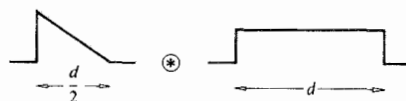
آنها در هر جای دیگر صفر است (شکل ۳۲.۱۱). اگر $g(X, Y)$ همگردشی آنها باشد، منحنی تغییرات $g(X, 0)$ را ترسیم کنید.



شکل ۳۲.۱۱

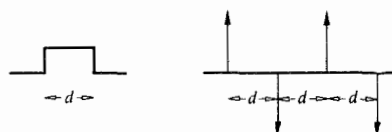
۷.۱۱ با مراجعه به مسئله پیش، این نکته را تحقیق کنید که وقتی h را يك تابع پخش بگیریم، همگردشی به ازای $|X| \geq d+l$ صفر است.

۸.۱۱ با استفاده از روشی که در شکل ۱۴.۱۱ نموده شده است، همگردشی دو تابع ترسیم شده در شکل ۳۳.۱۱ را به دست آورید.



شکل ۳۳.۱۱

۹.۱۱* منحنی تغییرات تابع ناشی از همگردشی دو تابعی را که در شکل ۳۴.۱۱ نموده شده است، ترسیم کنید.



شکل ۳۴.۱۱

پایه‌های نظریه همدوسی

شد. به علاوه، ظهور آشکارسازهای تك فوتونی در زمانهای اخیر، امکان بررسی فرایندهای مربوط به موضوع را که همراه با جنبه‌های تنبیه‌ای میدان نوری است، فراهم ساخته است. نظریه همدوسی نوری، اینك حوزه پژوهشی فعالی است. بدین لحاظ، گرچه بیشتر هیاهوی به وجود آمده در این زمینه با مطالبی همراه است که از سطح این کتاب فراتر می‌رود، با این حال، ما با برخی مفاهیم اساسی آشنا خواهیم شد.

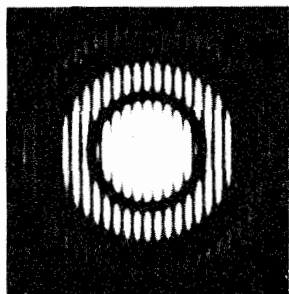
۱۰۱۲ مقدمه

قبلاً (بخش ۱۰.۷) تصویر بسیار مفیدی از نور شبه تکفام را به صورت مجموعه‌ای از قطارهای موج متناهی با اختلاف فازهای کتره‌ای شرح دادیم (شکل ۲۰.۷). این آشفتگی تقریباً سینوسی است، هرچند بسامد (در مقایسه با آهنگ نوسان، یعنی 10^{15} Hz) در پیرامون يك مقدار متوسط به کندی تغییر می‌کند. به علاوه، دامنه نیز افتاخیز دارد، و لسی این تغییر نیز نسبتاً آهسته است. سازه میانگین قطار موج، تقریباً برای مدت زمان Δt که زمان همدوسی است، و از طریق عکس پهنای نوار بسامدی، $\Delta \nu$ ، به دست می‌آید، وجود دارد.

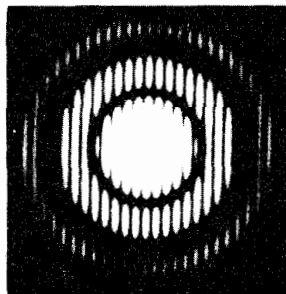
تا اینجا در بحثمان در خصوص پدیده‌های مربوط به برهم‌نهی امواج، بررسی خود را به آشفتگی‌هایی محدود کرده‌ایم که یا کاملاً همدوس بوده‌اند و یا کاملاً ناهمدوس. این کار در وهله اول به منظور سهولت محاسبات ریاضی انجام گرفت زیرا، غالباً اتفاق می‌افتد که بررسی تحلیلی يك وضعیت فیزیکی در حالت‌های مرزی خیلی ساده‌تر است. در واقع، هر دوی این شرایط مرزی، بیشتر ایده‌آل‌سازیهای مفهومی‌اند تا واقعیت‌های فیزیکی بین این دو قطب مقابل. اینك يك حالت میانه از توجه چشمگیری برخوردار است و آن حوزه همدوسی پاره‌ای است. با وجود این، نیاز به بسط ساختار نظری چیز تازه‌ای نیست، و دست کم به اواسط سال ۱۸۶۰ برمی‌گردد. در آن زمان امیل وردت^۱ نشان داد يك چشمه اصلی مانند خورشید، که آن را معمولاً ناهمدوس می‌دانند، هنگام روشن کردن سوراخ‌های كوچك نزدیک به هم (0.5 mm) در آزمایش یانگ، می‌تواند فریزهای قابل مشاهده را ایجاد کند (بخش ۳.۹). مطالعه نظری همدوسی پاره‌ای، مدتی از کانون توجه دور بود تا اینکه درسالهای ۱۹۳۰/۱۳۰۹ توسط وان سیتر^۲ و بعدها توسط فریتز زرنیک مجدداً مورد توجه قرار گرفت. با شکوفایی تکنولوژی، و پیشرفت از چشمه‌های نوری سنتی، که اساساً در حکم مولدهای نوبه بسامد نوری برای لیزر بودند، عملاً نیروی جهشی به این موضوع داده

يك چشمه تكفام اولیه S دو سوراخ كوچك ايجاد شده و پرده‌ای كدر را روشن می‌كند. این سوراخها به نوبه خود به عنوان چشمه‌های ثانویه S_1 و S_2 يك نقش فریز در روی صفحه مشاهده Σ واقع در فاصله دور تشکیل می‌دهند (شکل ۵۰۹). از قبل می‌دانیم که اگر S يك چشمه نقطه‌ای ایده‌آل باشد، موجکهای خارج شده از هر مجموعه روزنه S_1 و S_2 روی Σ يك فضا ز نسبی ثابت را حفظ خواهند کرد؛ آنها دقیقاً همبسته و بنابراین همدوس خواهند بود. يك آرایه كاملاً مشخص از فریزهای پایدار حاصل می‌شود و میدان فضا همدوس است. از سوی دیگر، اگر سوراخها را چشمه‌های گرمایی جدا از هم (حتی با پهنای نوری باریک) روشن کنند، همبستگی وجود نخواهد داشت؛ با آشكارسازهای موجود، فریزی مشاهده نخواهد شد و گفته می‌شود که میدانهای موجود در S_1 و S_2 ناهمدوس اند. بنا بر این ايجاد فریزهای تداخلی ظاهراً معیار مناسبی برای همدوسی‌اند.

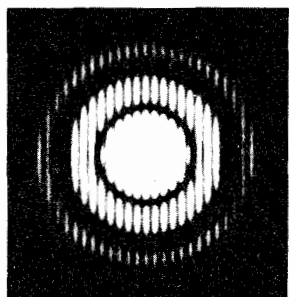
با به کار بردن چشمه‌ای با پهنای نوری متناهی، از آزمایش یانگ می‌توان برای نشان دادن آثار همدوسی نیز استفاده کرد. شکل ۱۰۱۲ الف نقشهای فریزی را که از طریق دو روزنه دایره‌ای روشن شده با يك لیزر He-Ne به دست آمده است، نشان می‌دهد.



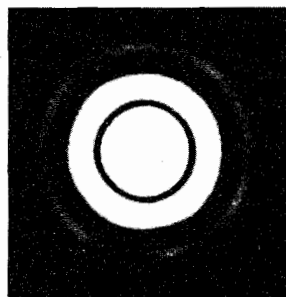
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۱۰۱۲. تداخل دوباریکه‌ای ناشی از يك زوج روزنه دایره‌ای. (الف) نور لیزر He-Ne سوراخها را روشن می‌کند. (ب) باز هم نور لیزر اما این بار يك صفحه شیشه‌ای به ضخامت ۵ mm به یکی از سوراخها را می‌پوشاند. (ج) فریزها با روشنایی قوس جیوه همخط شده اما بدون صفحه شیشه‌ای. (د) این بار فریزها وقتی ناپدید می‌شوند که صفحه با استفاده از نور جیوه مورد استفاده قرار گیرد.

تقسیم آثار همدوسی به دو رده، زمانی و فضایی، هر چند اندکی ساختگی است، اما بیشتر اوقات کار مناسبی است. اولی مستقیماً به پهنای نواری چشمه مربوط می‌شود، و دومی به اندازه متناهی آن در فضا.

محققاً، اگر نور تکفام باشد، Δr صفر و Δt نامتناهی می‌شود. ولی، البته این شرایط غیر قابل حصول است. اما، در يك بازه زمانی خیلی کوتاهتر از Δt ، اساساً يك موج واقعی مثل يك موج تکفام رفتار می‌کند. در واقع با اندکی مسامحه، می‌توان گفت زمان همدوسی، بازه زمانی است که در آن می‌توانیم به طور منطقی فاز موج نوری را در نقطه معینی از فضا پیشگویی کنیم. پس این همان معنی همدوسی زمانی است، یعنی اگر Δt بزرگ باشد، درجه همدوسی زمانی موج بالاست و برعکس.

همین مشخصه را می‌توان به نحوی متفاوت تر نیز مورد ملاحظه قرار داد. به این منظور، فرض کنید که دو نقطه جدا از هم P_1 و P_2 داریم که روی يك شعاع، خارج شده از يك چشمه نقطه‌ای شبه تکفام قرار دارند. اگر طول همدوسی، $c\Delta t$ ، خیلی از فاصله بین P_1 و P_2 (یعنی، $P_1 P_2$) بیشتر باشد، آنگاه يك تك قطار موج، می‌تواند بر تمامی فاصله جدایی گسترده شود. در این صورت آشفتگی در P_1 به میزان زیادی با آشفتگی در P_2 همبستگی خواهد داشت. از سوی دیگر، اگر این فاصله طولی از طول همدوسی خیلی بیشتر می‌بود، قطارهای موج زیادی، هر کدام با يك فضا ز مستقل در فاصله $P_1 P_2$ جای می‌گرفتند. در آن حالت، آشفتگیهای دو نقطه در فضا، در هر زمان معین از یکدیگر مستقل بودند. گاهی درجه همبستگی را همدوسی طولی می‌نامند. چه به اصطلاح زمانی همدوسی (Δt) فکر کنیم و چه اصطلاح طول همدوسی ($c\Delta t$) را مورد توجه قرار دهیم، در هر حال پدیده همدوسی از پهنای نوری محدود چشمه ناشی می‌شود.

ایده همدوسی فضایی بیشتر برای توصیف پدیده‌های ناشی از گستردگی متناهی چشمه‌های نوری معمولی به کار می‌رود. پس فرض کنیم يك چشمه پهن تکفام کلاسیک داریم. بنا بر آنچه گذشت، دو نقطه تابشگر در روی آن، به فاصله جانبی که در قیاس با λ بزرگ است، به طور كاملاً مستقلی از یکدیگر عمل خواهند کرد. به بیان دیگر، بین فازهای دو آشفتگی گسیلیده فقدان همبستگی وجود خواهد داشت. چشمه‌های گسترده‌ای از این نوع را معمولاً چشمه‌های ناهمدوس می‌نامند، ولی چنان که هم اکنون خواهیم دید، این توصیف تا اندازه‌ای گمراه کننده است. معمولاً به آنچه که در خود چشمه اتفاق می‌افتد چندان توجهی نمی‌شود بلکه چیزی بیشتر مورد ملاحظه قرار می‌گیرد که در ناحیه نسبتاً دوری از میدان تابش اتفاق می‌افتد. پرسشی که باید به آن پاسخ داده شود این است: ماهیت چشمه و پیکربندی هندسی موضع آن، به همبستگی فاز حاصل بین دو نقطه با فاصله جانبی از هم در میدان نوری چگونه بستگی پیدا می‌کند؟ این پرسش آزمایش یانگ را به خاطر می‌آورد که در آن

معین، روی يك جبهه موج قرار گیرند می‌گویند میدانهای موجود در آن نقاط با هم فضا همدوس‌اند. (بخش ۱۰۳۰۱۲).

۲۰۱۲ نمایانی

کیفیت فریزهایی را که با يك سیستم تداخل سنج ایجاد می‌شوند می‌توان با استفاده از نمایانی \mathcal{V} که، بنا بر فرمولبندی مایکلسون نخستین بار از رابطه زیر به‌دست آمد، به‌طور کمی توصیف کرد

$$\mathcal{V}(r) \equiv \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (۱۰۱۲)$$

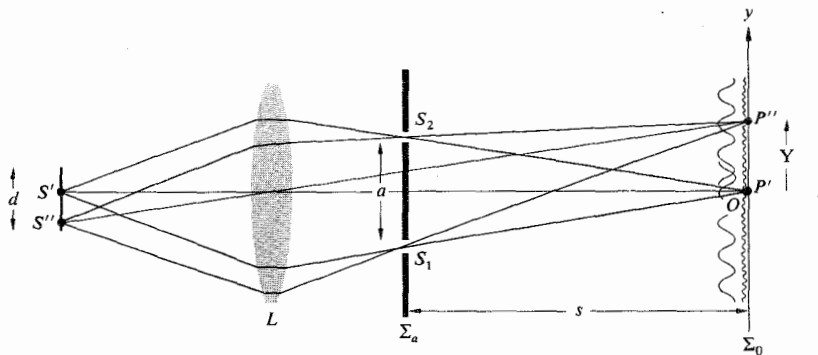
در اینجا I_{\max} و I_{\min} تابیدگیهای متناظر بیشینه و کمینه مجاور آن در سیستم فریزها هستند. اگر آرایش آزمایش یانگ را به‌کار می‌گیریم، می‌توانستیم فاصله بین روزنه‌ها یا اندازه چشمه تکفام اولیه را تغییر دهیم، \mathcal{V} را که به‌نوبه خود به تدریج تغییر می‌کند اندازه بگیریم و سپس همه اینها را به ایده همدوسی ارتباط دهیم. به کمک شکل ۲۰۱۲ می‌توان يك عبارت تحلیلی برای توزیع چگالی-جریان به‌دست آورد.^۱ در اینجا برای جایگزیدن مؤثرتر نقش فریز، یعنی، برای اینکه مخروطهای نور پراشیده به وسیله منفذهای محدود کاملاً روی صفحه Σ_0 بخوابند، يك عدسی L به‌کار می‌گیریم. يك چشمه نقطه‌ای S' جایگزیده در روی محور مرکزی، می‌توانست نقش متعارفی با معادله

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{y a \pi}{s \lambda}\right) \quad (۲۰۱۲)$$

از بخش ۳۰۹ را ایجاد کند. همچنین، يك چشمه نقطه‌ای بالا یا پایین S' واقع در روی خط عمود بر خط $S_1 S_2$ می‌تواند همان سیستم فریز با نوارهای مستقیم را ایجاد کند که اندکی در امتداد موازی فریزها جابه‌جا شده‌اند. از اینرو جایگزین کردن S' با يك

قبل از گرفتن عکس شکل ۱۰۱۲ ب، يك قطعه شیشه به ضخامت ۵ nm دره که از نظر نوری مسطح بوده، روی یکی از سوراخها (یعنی S_1) قرار داده شده است. تغییری در نقش (جز تغییر در موضع آن) مشهود نیست زیرا طول همدوسی نور لیزر خیلی بیشتر از اختلاف راه نوری ایجاد شده به وسیله شیشه است. از سوی دیگر، وقتی که همین آزمایش با به‌کار بردن نور حاصل از يك قوس جیوه‌ای موازی شده تکرار شود (شکل ۱۰۱۲ ج و د)، فریزها ناپدید می‌شوند. در اینجا طول همدوسی به قدر کافی کوتاه و اختلاف راه نوری اضافه شده به وسیله شیشه به اندازه کافی طولانی است تا قطارهای موج حاصل از دو روزنه در روی صفحه مشاهده با هم همبستگی نداشته باشند. به بیان دیگر، از هر دو قطار موج همدوس خارج شده از S_1 و S_2 ، قطار موج مربوط به S_1 ، آنقدر در شیشه تأخیر می‌کند که کاملاً پشت سر دیگری می‌افتد و وقتی به Σ_0 می‌رسد با يك قطار موج کاملاً متفاوت با قطار موج مربوط به S_2 برخورد می‌کند.

در هر دو حالت همدوسی زمانی و فضایی، ما واقعاً با يك پدیده، که همبستگی بین آشفته‌گیهای نوری است، سروکار داریم. یعنی، معمولاً علاقمندیم که آثار ناشی از افت وخیزهای نسبی در میدانهای واقع در دو نقطه را در فضا و زمان مشخص کنیم. اما، مسلم به نظر می‌رسد که اصطلاح همدوسی زمانی، حاکی از وجود اثری است که منحصرراً زمانی است. ولی، این اصطلاح به گستردگی متناهی قطار موج در مکان یا در زمان مربوط است و حتی کسانی ترجیح می‌دهند که به‌جای آنکه آن را همدوسی زمانی بگویند، به آن نام همدوسی مکانی طولی بدهند. با وجود این، همدوسی زمانی، ذاتاً به پایداری فاز در زمان بستگی دارد، و بنا بر این ما به‌کار بردن اصطلاح همدوسی زمانی را ادامه خواهیم داد. ارزیابی همدوسی مکانی یا، در صورت لزوم، همدوسی فضایی جانی، شاید آسانتر باشد زیرا با مفهوم جبهه موج رابطه بسیار نزدیکی دارد. از اینرو، اگر دو نقطه که به‌طور جانی از هم جدا هستند، در يك زمان



شکل ۲۰۱۲ آزمایش یانگ با يك چشمه شکاف گسترده.

یا

$$\frac{I(y)}{I} = 1 + \text{sinc}\left(\frac{a\pi b}{s\lambda}\right) \cos\left(2\frac{a\pi}{s\lambda}y\right) \quad (۷.۱۲)$$

از آنجا مقادیر فرین تابیدگی نسبی به دست می آید

$$\frac{I_{\max}}{I} = 1 + \left| \text{sinc}\left(\frac{a\pi b}{s\lambda}\right) \right| \quad (۸.۱۲)$$

و

$$\frac{I_{\min}}{I} = 1 - \left| \text{sinc}\left(\frac{a\pi b}{s\lambda}\right) \right| \quad (۹.۱۲)$$

وقتی که b در مقایسه با پهنای فریز $(s\lambda/a)$ خیلی کوچک باشد، تابع سینک (جدول ۱) به ۱ نزدیک می شود و $I_{\max}/I = 2$ ؛ در حالی که $I_{\min}/I = 0$ (شکل ۳.۱۲). به تدریج که b افزایش می یابد، I_{\min} از صفر فاصله می گیرد و فریزها تمایز خود را از دست می دهند تا سرانجام در $b = s\lambda/a$ کاملاً ناپدید می شوند. بین شناسه های π و 2π (یعنی $b = s\lambda/a$ و $b = 2s\lambda/a$)، سینک منفی است. به تدریج که پهنای چشمه شکاف اولیه از $b = s\lambda/a$ فراتر می رود، فریزها دوباره ظاهر می شوند، ولی چنان که گویی جابه جا شده اند؛ یعنی قبلاً در $y = 0$ یک بیشینه وجود داشت و اینک در همانجا یک کمینه وجود خواهد داشت.

در واقع نور پراشیده به وسیله روزنه ها چنان جایگزیده می شود (بخش ۲.۱۵) که سیستم فریز با زیاد شدن y ، به طور یکنواخت و نامتناهی ادامه پیدا نمی کند. در عوض، نقش شکل ۳.۱۲ الف به شکل ۴.۱۲ بیشتر شباهت خواهد داشت.

نمایانی فریزها به صورت ساده زیر است

$$\mathcal{V} = \left| \text{sinc}\left(\frac{a\pi b}{s\lambda}\right) \right| \quad (۱۰.۱۲)$$

که در شکل ۵.۱۲ رسم شده است. ملاحظه می شود که \mathcal{V} هم تابع پهنای چشمه از طریق b و هم تابع عرض روزنه، a ، است. ثابت نگهداشتن یکی از این پارامترها و تغییر دادن پارامتر دیگر، باعث می شود که \mathcal{V} دقیقاً در یک جهت تغییر کند. توجه شود که نمایانیها در هر دو شکل ۳.۱۲ الف و ۴.۱۲ برابر واحدند، زیرا $I_{\min} = 0$. ضمناً، ما قبلاً در ارتباط با نقش پراش حاصل از یک روزنه مستطیلی شکل، به تابع سینک برخوردیم (۱۷.۱۵).

وقتی که چشمه اولیه دایره ای باشد، محاسبه نمایانی خیلی پیچیده تر می شود. نتیجه محاسبه، متناسب بودن نمایانی را با یک تابع بسل مرتبه اول نشان می دهد (شکل ۶.۱۲). این نیز این بار در یک روزنه دایره ای، کاملاً یادآور پراش است (۵۶.۱۵). این شباهتها بین عبارتهای مربوط به \mathcal{V} و نقشهای پراش متناظر برای روزنه های هم شکل صرفاً تصادفی نیست بلکه جلوه ای است از

چشمه خطی ناهمدوس (عمود بر صفحه تصویر)، به طور مؤثر باعث افزایش مقدار نور قابل حصول می شود. می توان گفت این مطلب را از پیش می دانستیم، در مقابل، یک چشمه نقطه ای خارج محوری، مثلاً در S'' ، نقشی را به وجود خواهد آورد که در اطراف P'' ، نقطه تصویر آن در غیاب پرده روزنه روی Σ_0 ، متمرکز می شود. یک موجک کروی که S'' را ترک می کند در P'' کانونی می شود، از اینرو کلیه شعاعهای ناشی از S'' به P'' ، راههای نوری مساوی طی می کنند و تداخل باید سازنده باشد؛ یعنی بیشینه مرکزی در P'' ظاهر شود. اختلاف مسیر $S_1P'' - S_2P''$ برای جابجایی $P'P''$ به حساب می آید. در نتیجه، S'' یک سیستم فریز همسان دستگاه فریز مربوط به S' ایجاد می کند ولی به اندازه $P'P''$ نسبت به آن تغییر مکان یافته است. چون این چشمه های نقطه ای ناهمدوس اند به جای دامنه های میدان، تابیدگی آنها روی Σ_0 با هم جمع می شوند. نقش ناشی از یک چشمه پهن که دارای روزنه ای مستطیل شکل، عمود بر صفحه تصویر باشد می تواند با یافتن تابیدگی حاصل از یک چشمه خطی پیوسته ناهمدوس که موازی S_1S_2 است تعیین شود. هر عنصر دیفرانسیلی چشمه خطی، در تشکیل سیستمی از فریزها روی صفحه Σ_0 به فاصله Y از مبدأ که در اطراف نقطه تصویر خود آن عنصر متمرکز می شوند شرکت خواهد داشت. به علاوه، مشارکت آن در نقش چگالی شار dI با عنصر خط دیفرانسیلی، یا راحت تر با تصویر dY آن روی Σ_0 ، متناسب است. از اینرو، سهم در عنصر مذکور در تابیدگی کلی ناشی از dY چنین است

$$dI = A dY \cos^2 \left[\frac{a\pi}{s\lambda} (y - Y) \right] \quad (۳.۱۲)$$

که در آن A یک ثابت مناسب است. این معادله که با معادله (۲.۱۲) شبیه است، عبارتی است برای یک سیستم کل فریز تابیدگی جزئی متمرکز در Y . با انتگرال گیری از آن در گستره b تصویر چشمه خطی، به طور مؤثری روی چشمه انتگرال گیری کرده و تمامی نقش را به دست می آوریم

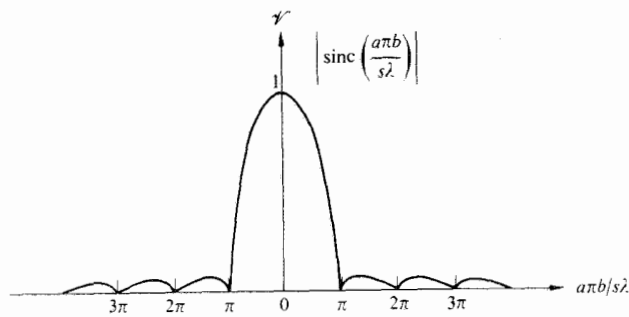
$$I(Y) = A \int_{-b/2}^{b/2} \cos^2 \left[\frac{a\pi}{s\lambda} (y - Y) \right] dy \quad (۴.۱۲)$$

بعد از کمی عملیات ساده مثلثاتی معادله بالا به صورت زیر در می آید

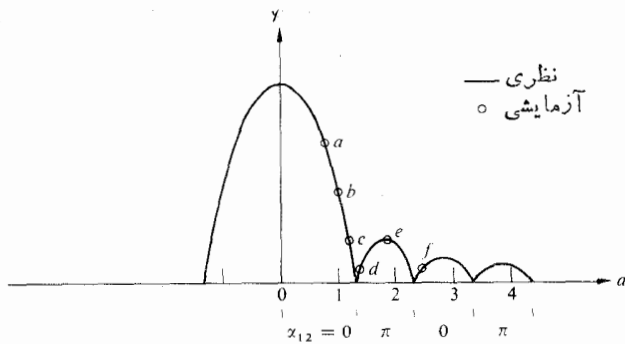
$$I(y) = \frac{Ab}{2} + \frac{A}{2} \frac{s\lambda}{a\pi} \sin\left(\frac{a\pi}{s\lambda}b\right) \cos\left(2\frac{a\pi}{s\lambda}y\right) \quad (۵.۱۲)$$

تابیدگی در اطراف یک مقدار متوسط $I = Ab/2$ نوسان می کند و بنا بر این

$$\frac{I(y)}{I} = 1 + \left(\frac{\sin a\pi b/s\lambda}{a\pi b/s\lambda} \right) \cos\left(2\frac{a\pi}{s\lambda}y\right) \quad (۶.۱۲)$$

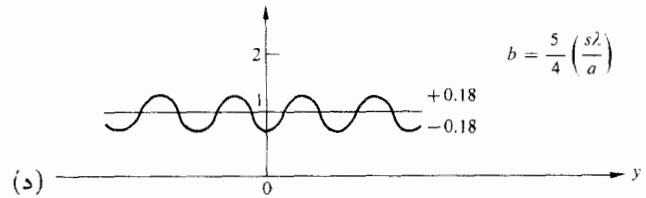
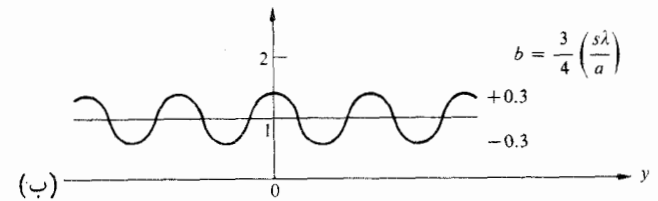
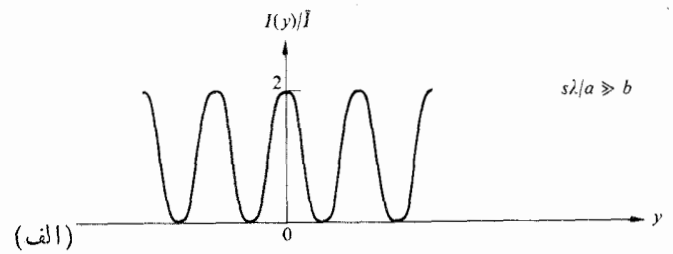


شکل ۵.۱۲ نمایانی بر مبنای آنچه که معادله ۱۰.۱۲ ارائه می‌دهد.

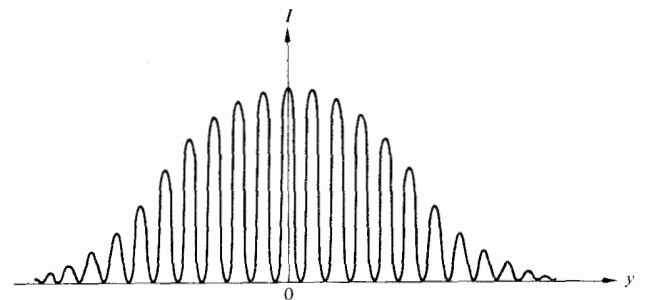


شکل ۶.۱۲ نمایانی برای يك چشمه دایره‌ای.

شکل ۷.۱۲ رشته‌ای از سیستمهای فریز را نشان می‌دهد که در آن اندازه چشمه دایره‌ای ناهمدوس اولیه ثابت است ولی فاصله a ، بین S_1 و S_2 ، افزایش پیدا می‌کند. نمایانی از شکل ۷.۱۲ (الف) به (د) کاهش می‌یابد، و سپس برای (ه) افزایش یافته و مجدداً در (و) کاهش می‌یابد، منحنی متناظر با تمامی مقادیر مربوطه در شکل ۶.۱۲ به جای بجا بی قله‌ها، یعنی تغییر فاز در مرکز نقش به‌ازای هر نقطه در روی گنبد شکل ۶.۱۲ توجه کنید (تسابع بسل در این گستره منفی است). به بیان دیگر، a ، b ، c يك بیشینه مرکزی دارند در حالی که d و e دارای يك کمینه مرکزی و f بر روی گنبد سوم عقبتر از يك بیشینه است. به همین ترتیب برای يك چشمه شکاف، حوزه‌ای که در آن $\text{sinc}(a\pi b/s\lambda)$ در معادله (۷.۱۲) مثبت یا منفی است، به ترتیب يك بیشینه یا کمینه در $I(0)/\bar{I}$ به دست خواهد داد. اینها به نوبه خود یا گنبدهای فرد یا زوج نمایانی منحنی شکل ۵.۱۲ متناظرند. به یاد داشته باشید که می‌توانستیم يك نمایانی مرکب به مقدار \mathcal{F} تعریف کنیم که شناسه‌ای متناظر با تغییر فاز داشته باشد. بعداً به این ایده بازخواهیم گشت. چون پهنای فریزها با a تناسب عکس دارد، در نتیجه بسامد فضایی نوارهای روشن و تاریک از شکل ۷.۱۲ الف به و افزایش می‌یابد. شکل ۸.۱۲، وقتی نتیجه می‌شود که فاصله a ثابت بماند

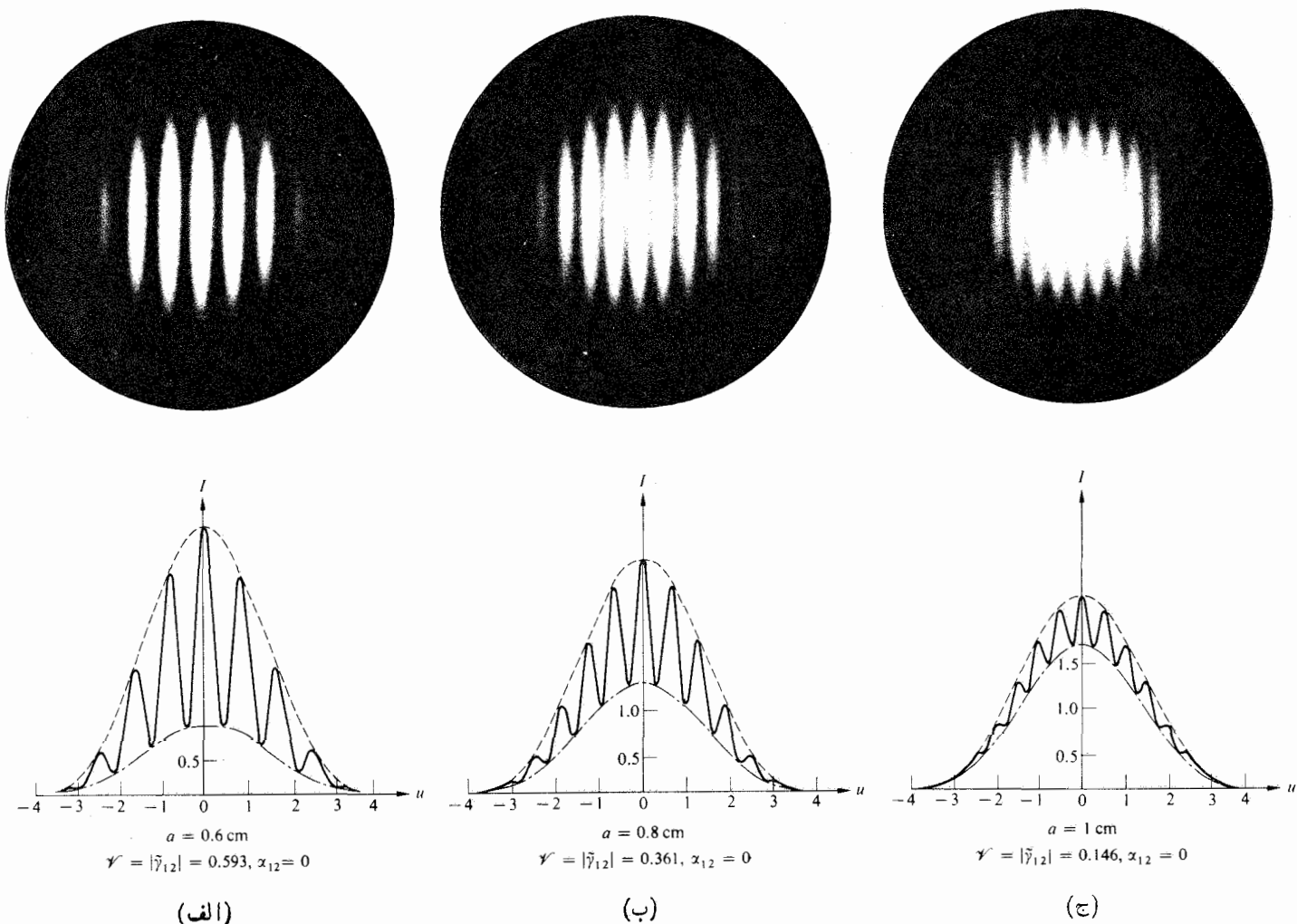


شکل ۳.۱۲ فریزهای مربوط به اندازه تغییر شکاف چشمه.



شکل ۴.۱۲ فریزهای حاصل از تداخل دوباریکه نور که اثر یراش را نشان می‌دهند.

چیزی به نام قضیه وان سیتر-زرنیک. بحث درباره این قضیه، حوزه مطالعه پیشرفته‌تری را می‌طلبد. در اینجا فقط به وجود آن اشاره می‌کنیم.



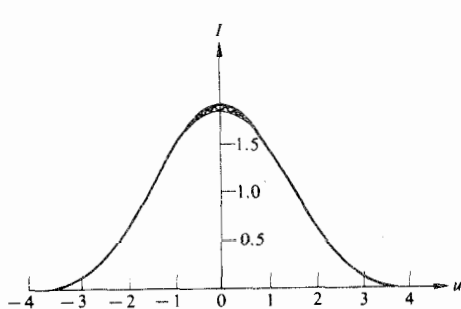
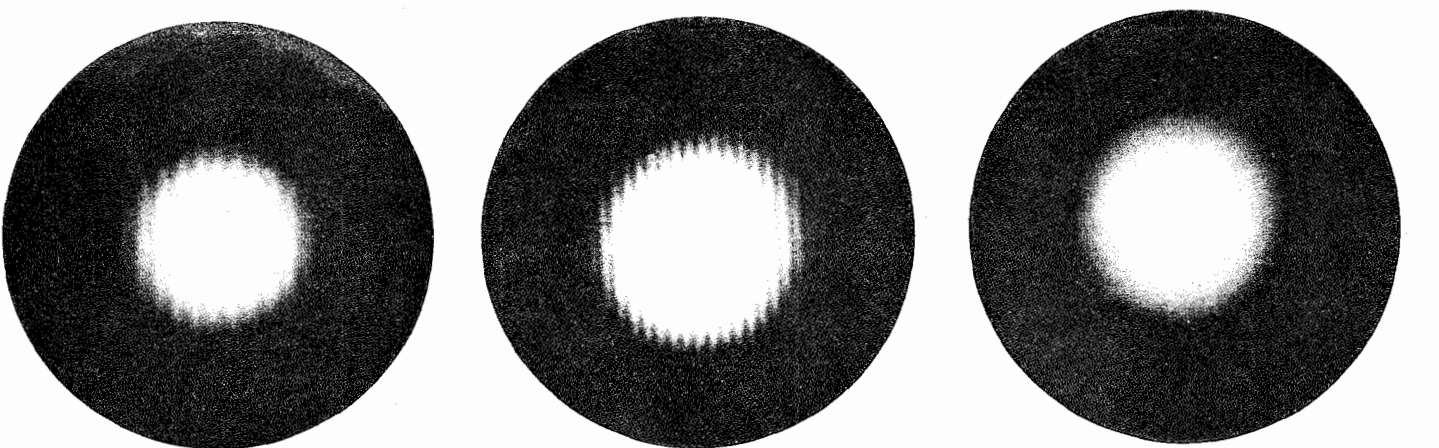
شکل ۷.۱۲ نقشه‌های مربوط به تداخل بین دو پاریکته نور با استفاده از نوری پاهمدوسی جزئی. عکسها به تغییری در نمایانی همراه با تغییرات a ، فاصله بین گشودگیها، مربوط اند. در منحنیهای نظری $I_{\max} \propto 1 + |2J_1(u)/u|$ و $I_{\min} \propto 1 - |2J_1(u)/u|$ چند نماد را بعداً مورد بحث قرار خواهیم داد.

در حالی که قطر چشمه ناهمدوس اولیه افزایش می‌یابد. همچنین باید بگوئیم که آثار پهنای نوار محدود در یک نقش فریز معلوم، به صورت یک مقدار به تدریج کاهنده \mathcal{V} با γ ، بنا بر شکل ۹.۱۲ ظاهر خواهند شد. وقتی در این حالتها نمایانی با استفاده از ناحیه مرکزی هر کدام از رشته نقشها تعیین شود، بستگی \mathcal{V} به عرض روزنه مجدداً با شکل ۶.۱۲ منطبق خواهد بود.

نوری ایجاد می‌کند و نمایش مختلط آن $\tilde{E}(\mathbf{r}, t)$ به صورت \tilde{E} است. از آثار قطبش چشم پوشی می‌کنیم و بنابراین یک بررسی نرده‌ای انجام خواهیم داد. در این صورت آشفتگیها در دو نقطه S_1 و S_2 از فضا عبارت اند از: $\tilde{E}(S_1, t)$ و $\tilde{E}(S_2, t)$ یا به طور مختصر $\tilde{E}_1(t)$ و $\tilde{E}_2(t)$. سپس اگر این دو نقطه با به کار بردن یک پسرده کدر با دو روزنه دایره‌ای (شکل ۱۰.۱۲) از هم جدا شوند، به آزمایش یانگ باز خواهیم گشت. دو روزنه به عنوان موجکهای ثانویه که به سوی خارج انتشار یافته و به نقطه P روی Σ می‌رسند، به کار می‌روند. در آنجا میدان برایند چنین است

۳.۱۲ تابع همدوسی متقابل و درجه همدوسی

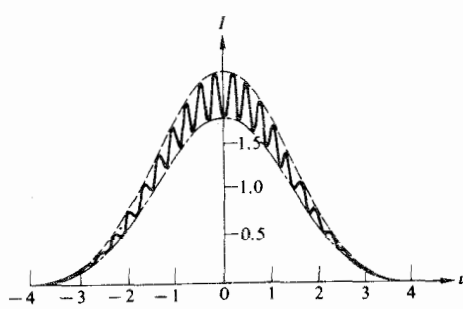
اینک بحث را به شیوه‌ای صورتیتر ادامه دهیم. مجدداً فرض کنیم که چشمه‌ای پهن با پهنای نواری باریک داریم که یک میدان



$$a = 1.2 \text{ cm}$$

$$\mathcal{V} = |\bar{\gamma}_{12}| = 0.015, \alpha_{12} = \pi$$

(د)

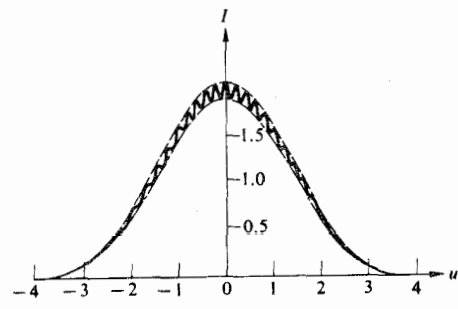


$$a = 1.7 \text{ cm}$$

$$\mathcal{V} = |\bar{\gamma}_{12}| = 0.123, \alpha_{12} = \pi$$

(ه)

شکل ۷.۱۲ (ادامه)



$$a = 2.3 \text{ cm}$$

$$\mathcal{V} = |\bar{\gamma}_{12}| = 0.035, \alpha_{12} = 0$$

(و)

که ضرایب \tilde{K} می‌کنند. وانگهی، این ضرایب در میدان‌هایی که باید ناشی از چند عامل فیزیکی، مانند درآشامی، پراش و جز اینها باشد، کاهشی را نشان می‌دهند. در اینجا، چون یک تغییر فاز $\pi/2$ در میدان وجود دارد، که می‌توان آن را با ضرب کردن در $\exp i\pi/2$ وارد کرد، \tilde{K}_γ و \tilde{K}_λ اعداد موهومی مخفی‌اند.

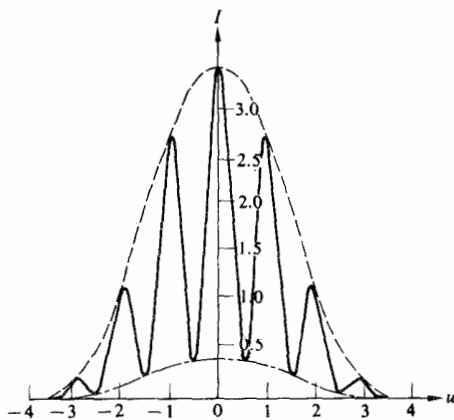
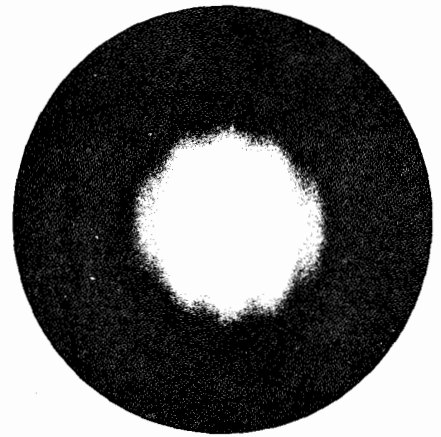
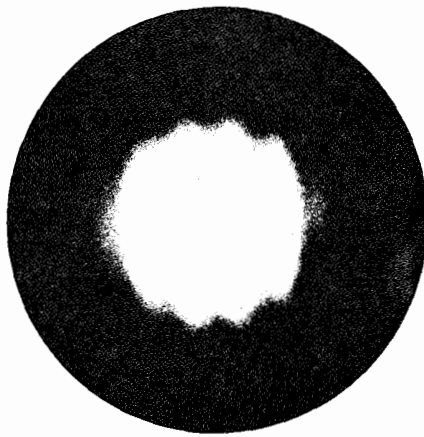
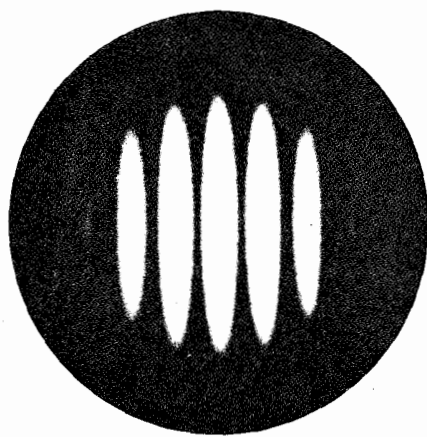
تأییدگی بر اینست در P ، که در بازه‌ای محدود اندازه‌گیری می‌شود، و در مقایسه با زمان همدوسی طولانی‌است، عبارت‌است از

$$I_p = \langle \tilde{E}_p(t) \tilde{E}_p^*(t) \rangle \quad (12.12)$$

باید یادآوری کنیم که معادله (۱۲.۱۲) بدون ضریبهای ثابت متعدد نوشته شده است. از اینرو با به کار بردن معادله (۱۱.۱۲) داریم

$$\tilde{E}_p(t) = \tilde{K}_\lambda \tilde{E}_\lambda(t - t_\lambda) + \tilde{K}_\gamma \tilde{E}_\gamma(t - t_\gamma) \quad (11.12)$$

که در آن $t_\gamma = r_\gamma/c$ و $t_\lambda = r_\lambda/c$. بنا بر این رابطه میدان در نقطه فضای زمان (P, t) را می‌توان به ترتیب از روی میدان‌هایی که در S_γ و S_λ در زمانهای t_γ و t_λ وجود داشته‌اند، معین کرد؛ t_γ و t_λ لحظه‌هایی‌اند که در آنها نوری که اکنون برهم می‌افتد، ابتدا از روزنه‌ها خارج شده است. کمیت‌های \tilde{K}_γ و \tilde{K}_λ ، که انتشارگر نام دارند، به اندازه روزنه‌ها و مواضع نسبیشان نسبت به P وابسته‌اند. آنها از لحاظ ریاضی بر تغییراتی که در اثر عبور میدان از یکی از روزنه‌ها به وجود می‌آید تأثیر می‌گذارند. مثلاً، موجکهای ثانویه که از سوراخهای این دستگاه خارج می‌شوند، نسبت به موج اولیه فرودی روی پرده روزنه \sum_a ، $\pi/2$ رادیان اختلاف فاز دارند (بخش ۱۰.۳). آشکار است که ناگزیر بساید بگوییم $\tilde{E}(\mathbf{r}, t)$ فاز را به آن سوی \sum_a منتقل می‌کند، و این درست همان کاری است

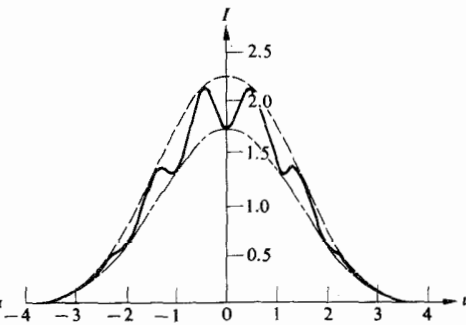


$$\alpha_{12} = 0$$

$$a = 0.5 \text{ cm}$$

$$\mathcal{V} = |\tilde{\gamma}_{12}| = 0.703$$

(الف)

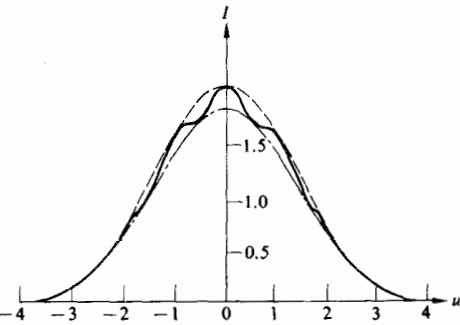


$$\alpha_{12} = \pi$$

$$a = 0.5 \text{ cm}$$

$$\mathcal{V} = |\tilde{\gamma}_{12}| = 0.132$$

(ب)



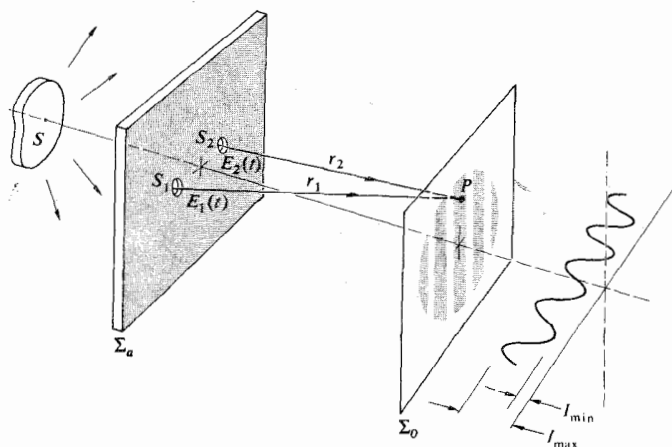
$$\alpha_{12} = 0$$

$$a = 0.5 \text{ cm}$$

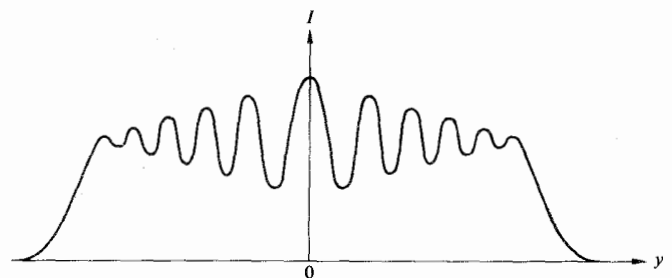
$$\mathcal{V} = |\tilde{\gamma}_{12}| = 0.062$$

(ج)

شکل ۸.۱۲ نقشه‌های تداخل مر بوط به دوباریکه. در اینجا فاصله روزنه‌ها ثابت نگهداشته شده است، در نتیجه تعداد ثابتی از فریزها در واحد جایجایی در هر یک از عکسها حاصل شده است. با تغییر دادن اندازه چشمه ناهمدوس اولیه، نمایانی تغییر یافته است.



شکل ۱۰.۱۲ آزمایش یانگ.



شکل ۹.۱۲ نتیجه یک پهنای نواری محدود، کاهش نمایانی نسبت به افزایش γ است.

بار دیگر جمله‌های $|K_1|^2 I_{S_1}$ و $|K_2|^2 I_{S_2}$ ، صرفنظر از ضرایب ثابت، تایید گیها را در P نشان می‌دهند و این وقتی است که فقط یکی از روزنه‌ها باز باشد؛ یعنی، به ترتیب $K_1 = 0$ یا $K_2 = 0$. اگر آنها را با $I_p^{(1)}$ و $I_p^{(2)}$ نمایش دهیم معادله (۱۵.۱۲) چنین می‌شود

$$I_p = I_p^{(1)} + I_p^{(2)} + 2|K_1||K_2|\text{Re}\tilde{\Gamma}_{12}(\tau) \quad (۱۶.۱۲)$$

توجه کنید که وقتی S_1 و S_2 را برهم منطبق کنیم، تابع همدوسی متقابل به صورت زیر درمی‌آید

$$\tilde{\Gamma}_{11}(\tau) = \langle \tilde{E}_1(t+\tau)\tilde{E}_1^*(t) \rangle$$

یا

$$\tilde{\Gamma}_{22}(\tau) = \langle \tilde{E}_2(t+\tau)\tilde{E}_2^*(t) \rangle$$

می‌توانیم تصور کنیم که دو قطار موج از این چشمه نقطه‌ای به هم پیوسته خارج می‌شوند و به نحوی تأخیر فازی نسبی متناسب با τ پیدا می‌کنند. در این شرایط τ صفر می‌شود (زیرا اختلاف راه نوری (O.P.D) صفر است) و این توابع به تایید گیهای متناظر $I_{S_1} = \langle \tilde{E}_1(t)\tilde{E}_1^*(t) \rangle$ و $I_{S_2} = \langle \tilde{E}_2(t)\tilde{E}_2^*(t) \rangle$ با \sum_a روی \sum_b تبدیل می‌شوند. بدین سان

$$\Gamma_{11}(0) = I_{S_1} \quad \text{و} \quad \Gamma_{22}(0) = I_{S_2}$$

و اینها را توابع خود همدوسی می‌نامند. بنا بر این

$$I_p^{(1)} = |K_1|^2 \Gamma_{11}(0) \quad \text{و} \quad I_p^{(2)} = |K_2|^2 \Gamma_{22}(0)$$

با به یاد آوردن معادله (۱۶.۱۲)، ملاحظه می‌شود

$$|K_1||K_2| = \frac{\sqrt{I_p^{(1)}}\sqrt{I_p^{(2)}}}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)}\sqrt{\Gamma_{22}(0)}}$$

شکل بهنجار شده تابع همدوسی متقابل چنین تعریف می‌شود

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) \equiv \frac{\tilde{\Gamma}_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)}\sqrt{\Gamma_{22}(0)}} = \frac{\langle \tilde{E}_1(t+\tau)\tilde{E}_2^*(t) \rangle}{\sqrt{\langle |\tilde{E}_1|^2 \rangle \langle |\tilde{E}_2|^2 \rangle}} \quad (۱۷.۱۲)$$

و آن را به دلایلی که در زیر روشن خواهد شد درجه همدوسی مختلط می‌نامند. پس معادله (۱۶.۱۲) را می‌توان مجدداً به صورت زیر نوشت

$$I_p = I_p^{(1)} + I_p^{(2)} + 2\sqrt{I_p^{(1)}I_p^{(2)}}\text{Re}\tilde{\gamma}_{12}(\tau) \quad (۱۸.۱۲)$$

که قانون تداخل کلی برای نود با همدوسی جزئی است. برای نور شبه تکفام، اختلاف زاویه فاز ناشی از اختلاف

$$\begin{aligned} I_p = & \tilde{K}_1\tilde{K}_1^*\langle \tilde{E}_1(t-t_1)\tilde{E}_1^*(t-t_1) \rangle \\ & + \tilde{K}_2\tilde{K}_2^*\langle \tilde{E}_2(t-t_2)\tilde{E}_2^*(t-t_2) \rangle \\ & + \tilde{K}_1\tilde{K}_2^*\langle \tilde{E}_1(t-t_2)\tilde{E}_2^*(t-t_2) \rangle \\ & + \tilde{K}_2\tilde{K}_1^*\langle \tilde{E}_2(t-t_1)\tilde{E}_1^*(t-t_1) \rangle \quad (۱۳.۱۲) \end{aligned}$$

اینک فرض می‌شود که ساکن بودن میدان موجی است که در نور-شناخت کلاسیک تقریباً عمومیت دارد یعنی، ماهیت آماری آن نسبت به زمان تغییر نمی‌کند به طوری که میانگین زمانی از هر میدانی که اختیار کنیم مستقل است. از اینرو، حتی اگر افت و خیزهایی در متغیرهای میدان وجود داشته باشد، مبدأ زمانی را می‌توان جابه‌جا کرد و بر میانگینهای معادله (۱۳.۱۲) تأثیری برجای نخواهد گذاشت. این نکته که چه لحظه خاصی تصمیم می‌گیریم که I_p را عملاً اندازه‌گیری کنیم، اهمیتی ندارد. بنا بر این، دو میانگین زمانی نخست را می‌توان چنین نوشت

$$I_{S_1} = \langle \tilde{E}_1(t)\tilde{E}_1^*(t) \rangle \quad \text{و} \quad I_{S_2} = \langle \tilde{E}_2(t)\tilde{E}_2^*(t) \rangle$$

که در آن مبدأ به ترتیب به اندازه t_1 و t_2 جابه‌جا شده است. در اینجا شاخصهای زیرین بر وجود تایید گی در نقاط S_1 و S_2 تأکید دارند. به علاوه، به ازای $\tau = t_2 - t_1$ ، می‌توانیم مبدأ زمان را در دو جمله اخیر معادله (۱۳.۱۲) به اندازه t_2 جابه‌جا کنیم و بنویسیم

$$\tilde{K}_1\tilde{K}_2^*\langle \tilde{E}_1(t+\tau)\tilde{E}_2^*(t) \rangle + \tilde{K}_2\tilde{K}_1^*\langle \tilde{E}_2(t+\tau)\tilde{E}_1^*(t) \rangle$$

ولی این رابطه کمیتی را نشان می‌دهد که با مزدوج مختلط خود جمع شده است، و بنا بر این با دوبرابر جزء حقیقی اش برابر است، یعنی

$$2\text{Re}[\tilde{K}_1\tilde{K}_2^*\langle \tilde{E}_1(t+\tau)\tilde{E}_2^*(t) \rangle]$$

ضرایب \tilde{K} موهومی خالص اند و لذا $|\tilde{K}_1||\tilde{K}_2| = \tilde{K}_1\tilde{K}_2^* = \tilde{K}_2\tilde{K}_1^*$ جزء مربوط به میانگین زمانی این جمله، یک تابع همبستگی متقاطع است [بخش ۴.۳.۱۱ قسمت ۳] که آن را به صورت زیر مشخص می‌کنیم

$$\tilde{\Gamma}_{12}(\tau) \equiv \langle \tilde{E}_1(t+\tau)\tilde{E}_2^*(t) \rangle \quad (۱۴.۱۲)$$

و به آن نام تابع همدوسی میدان نوری در S_1 و S_2 می‌دهیم. اگر از همه این عوامل بهره‌گیریم، معادله (۱۳.۱۲) به شکل زیر درمی‌آید

$$I_p = |K_1|^2 I_{S_1} + |K_2|^2 I_{S_2} + 2|K_1||K_2|\text{Re}\tilde{\Gamma}_{12}(\tau) \quad (۱۵.۱۲)$$

راه نوری چنین است

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 2\pi\bar{v}T \quad (19.12)$$

که در آن $\bar{\lambda}$ و \bar{v} به ترتیب طول موج و بسامد متوسط اند. حال $\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$ يك كميت مختلط است كه مي توان آن را چنين نوشت

$$\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| e^{i\Phi_{12}(\tau)} \quad (20.12)$$

زاویه فاز $\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$ به معادله (۱۴.۱۲) و زاویه فاز بين ميدانها برمي گردد. به ازاي $\Phi_{12}(\tau) = \alpha_{12}(\tau) - \varphi$ داريم

$$\text{Re } \tilde{\gamma}_{12}(\tau) = |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \cos[\alpha_{12}(\tau) - \varphi]$$

در اين صورت معادله (۱۸.۱۲) چنين مي شود

$$I_p = I_p^{(1)} + I_p^{(2)} + 2\sqrt{I_p^{(1)} I_p^{(2)}} |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \cos[\alpha_{12}(\tau) - \varphi] \quad (21.12)$$

از معادله (۱۷.۱۲) و نامساوي شوارتز مي توان نتيجه گرفت كه $0 \leq |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \leq 1$ در واقع از مقايسه معادلات (۲۱.۱۲) و (۵.۹)، كه معادله اخير براي حالت همدوسي كامل استخراج شده است، نتيجه مي شود كه به ازاي $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = 1$ آنگاه I_p همان تاثيرگي خواهد بود كه دو موج همدوس S_1 و S_2 با اختلاف فاز $\alpha_{12}(\tau)$ آن را پديد آورده اند. اگر از سوي ديگر اختلاف فاز $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = 0$ ، $I_p = I_p^{(1)} + I_p^{(2)}$ وجود ندارد و گفته مي شود كه دو آشفته گي ناهمدوسي اند. به ازاي $0 < |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| < 1$ همدوسي جزئي داريم، و معيار آن خود $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)|$ است كه درجه همدوسي نام دارد. پس به طور خلاصه

$$|\tilde{\gamma}_{12}| = 1 \quad \text{حد همدوسي}$$

$$|\tilde{\gamma}_{12}| = 0 \quad \text{حد ناهمدوسي}$$

$$0 < |\tilde{\gamma}_{12}| < 1 \quad \text{همدوسي جزئي}$$

بايد براساس ماهيت آماری کل اين فرايند تآكيد كرد.

واضح است كه $\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$ و بنا بر اين $\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$ در عبارتهای گوناگون مربوط به توزيع تاثيرگي، كميتهاي كليدي هستند؛ اينها جوهر همان چيزي اند كه ما قبلاً تداخل ناميديم (۱۰.۹). بايد خاطر نشان كرد كه $\tilde{E}_1(t+\tau)$ و $\tilde{E}_2(t)$ در واقع دو آشفته گي اند كه در نقاط مختلف فضايي و زماني انفساق مي افتند. ما همچنين پيش بيني

مي كنيم كه، دامنه وفاز اين آشفته گيها به نحوي در زمان افت وخيز خواهند داشت. اگر اين افت وخيزها در S_1 و S_2 كاملاً مستقل باشند، در اين صورت $\tilde{\Gamma}_{12}(\tau) = \langle \tilde{E}_1(t+\tau) \tilde{E}_2^*(t) \rangle$ به سمت صفر ميل خواهد كرد، زيرا \tilde{E}_1 و \tilde{E}_2 مي توانند با احتمال مساوي، مثبت يا منفي باشند و ميانيگن حاصلضرب آنها صفر مي شود. در آن حالت همبستگي وجود ندارد و $\tilde{\Gamma}_{12}(\tau) = \tilde{\gamma}_{12}(\tau) = 0$ اگر ميدان در S_1 در لحظه $(t+\tau)$ كاملاً با ميدان در S_2 در لحظه t همبسته بود، فاز نسي آنها، عليرغم افت وخيزهاي انفرادي، بدون تغيير باقي مي ماند. ميانيگن زماني حاصلضرب ميدانها مطمئناً صفر نمي شد، درست به همان ترتيب كه اگر دو ميدان فقط به طور جزئي همبسته بودند، صفر نمي شد. هم $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)|$ و هم $\alpha_{12}(\tau)$ توابعي از τ هستند كه در مقايسه با $\cos 2\pi\bar{v}T$ و $\sin 2\pi\bar{v}T$ به آهستگي تغيير مي كنند. به بيان ديگر، به تدريج كه P در عرض سيستم فريز حاصل حركت مي كند، بيشترين تغييرات فضايي نقطه به نقطه در I_p در نتيجه تغييرات φ است كه خود ناشي از تغييرات $(r_2 - r_1)$ است.

مقادير بيشينه و كمينه I_p وقتي وجود خواهند داشت كه جمله كسينوسي در معادله (۲۱.۱۲) به ترتيب $+1$ و -1 باشد. در اين صورت نماياني در P (مسئله ۴.۱۲) چنين است

$$\mathcal{V}_p = \frac{2\sqrt{I_p^{(1)} I_p^{(2)}}}{I_p^{(1)} + I_p^{(2)}} |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \quad (22.12)$$

شايد متداولترين آرايش وقتي پيش مي آيد كه همه چيز چنان تنظيم شده باشند كه $I_p^{(1)} = I_p^{(2)}$ ، بنا بر اين

$$\mathcal{V}_p = |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| \quad (23.12)$$

يعني، قدرمطلق درجه همدوسي مختلط مشابه نماياني فريزها باشد (شكل ۷.۱۲).

درك اين مطلب كه معادلات (۱۷.۱۲) و (۱۸.۱۲) به طور وضوح روشي را القا مي كنند كه در آن اجزاي حقيقي $\tilde{\Gamma}_{12}(\tau)$ و $\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$ مي توانند از طريق اندازه گيريهاي مستقيم تعيين شوند، از اهميت اساسي برخوردار است. وقتي كه چگالي جريان دو آشفته گي چنان تنظيم شده باشند كه با هم برابر شوند، معادله (۲۳.۱۲) يك وسيله تجربي دستيابي به $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)|$ از روي نقش فريز حاصل، به دست مي دهد. به علاوه، جابجايي خارج از محوري موضع فريز مركزي (از $\varphi = 0$) معياري است از $\alpha_{12}(\tau)$ ، يعني تاخير نسبي ظاهري فاز آشفته گيها در S_1 و S_2 . بدین سان، با اندازه گيري نماياني و موضع فريز، مي توان دامنه وفاز درجه همدوسي مختلط را به دست آورد.

$$\tilde{\gamma}_{11}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e^{i[\phi(t+\tau) - \phi(t)]} dt \quad (26.12)$$

و

$$\tilde{\gamma}_{11}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (\cos \Delta\phi + i \sin \Delta\phi) dt$$

که در آن $\Delta\phi(t+\tau) - \phi(t)$ برای یک موج تخت دقیقاً تکفام با طول همدوسی محدود $\phi(t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t$ داریم: $\Delta\phi = -\omega\tau$ و در نتیجه

$$\tilde{\gamma}_{11}(\tau) = \cos \omega\tau - i \sin \omega\tau = e^{-i\omega\tau}$$

بدین سان $|\tilde{\gamma}_{11}| = 1$ ؛ شناسه $\tilde{\gamma}_{11}$ درست برابر $2\pi\nu t$ است و همدوسی کامل داریم. در مقابل، برای یک موج شبه تکفام، که در آن τ بزرگتر از طول همدوسی است، $\Delta\phi$ کتره‌ای بوده و بین صفر و 2π چنان تغییر می‌کند که میانگینهای انتگرال صفر شود، و $|\tilde{\gamma}_{11}(\tau)| = 0$ با ناهمدوسی کامل متناظر است. یک اختلاف راه نوری (O.P.D) به اندازه ۶۰ cm، که در حالتی پدید می‌آید که اختلاف طول بازوهای تداخل سنج مایکلسون ۳۰ cm باشد، با یک تأخیر زمانی حدود $\tau \approx 2\text{ ns}$ بین باریکه‌ای نوری که مجدداً باهم ترکیب می‌شوند، متناظر است. این فاصله زمانی تقریباً برابر زمان همدوسی یک لامپ تخلیه ایزوتوپ است و نمایانی نقش فریزها تحت این نوع روشنایی کاملاً ناچیز خواهد بود. اگر به جای آن نور سفید به کار رود، $\Delta\nu$ بزرگ، Δt خیلی کوچک و طول همدوسی کمتر از یک طول موج است. برای اینکه $\tau < \Delta t$ باشد، یعنی به منظور دستیابی به نمایانی خوب، اختلاف راه نوری (O.P.D) باید کسر کوچکی از یک طول موج باشد. آن سوی این بررسی نور لیزر است که در آن Δt می‌تواند چنان طولانی باشد که آن مقدار از $c\tau$ که بتواند کاهش قابل ملاحظه‌ای در نمایانی ایجاد کند، به یک تداخل سنج بزرگ غیر عملی نیاز خواهد داشت.

می‌بینیم که $\tilde{\Gamma}_{11}(\tau)$ ، معیاری از همدوسی زمانی، باید با زمان همدوسی و بنابراین با پهنای نواری چشمه رابطه نزدیکی داشته باشد. در واقع، تبدیل فوریه تابع خودهمدوسی $\tilde{\Gamma}_{11}(\tau)$ ، توان طیف است که توزیع طیفی انرژی نور را توصیف می‌کند (بخش ۴.۳.۱۱).

اگر به آزمایش یانگ (شکل ۱۰.۱۲) با یک چشمه گسترده به پهنای نواری خیلی باریک برگردیم، آثار همدوسی فضایی غلبه خواهند کرد. آشفتگیهای نوری در S_1 و S_2 باهم فرق دارند و

ضمناً، می‌توان نشان داد که اگر فقط اگر میدان نوری دقیقاً تکفام باشد در این صورت $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)|$ برای همه مقادیر τ و هر زوج نقطه فضایی برابر ۱ خواهد شد و بنابراین چنین شرایطی غیر قابل حصول است. به علاوه، یک میدان تابشی غیر صفر که برای آن $|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)| = 0$ به ازای تمام مقادیر τ و هر زوج نقطه فضایی صفر باشد، نمی‌تواند در هیچ فضای آزادی وجود داشته باشد.

۱۰.۳.۱۲ همدوسی زمانی و فضایی

حال می‌خواهیم ایده‌های همدوسی زمانی و فضایی را به صورت بندی بالا ربط دهیم.

اگر چشمه اولیه S در شکل ۱۰.۱۲ تا حد یک چشمه نقطه‌ای روی محور مرکزی حاوی یک پهنای نواری بسامدی محدود کوچک شود، آثار همدوسی زمانی غلبه خواهند کرد. در آن صورت آشفتگیهای نوری در S_1 و S_2 همسان خواهند بود. در واقع، همدوسی متقابل (۱۴.۱۲) بین دو نقطه، به خود همدوسی میدان تبدیل خواهد شد. از اینرو $\tilde{\Gamma}_{11}(\tau) = \tilde{\Gamma}_{12}(\tau) = \tilde{\Gamma}_{21}(\tau)$ یا $\tilde{\gamma}_{12}(\tau) = \tilde{\gamma}_{11}(\tau)$. همین اتفاق وقتی پیش می‌آید که S_1 و S_2 درهم ادغام شوند و گاهی $\tilde{\gamma}_{11}(\tau)$ را درجه مختلط همدوسی زمانی در آن نقطه برای دو لحظه به فاصله زمانی τ می‌گویند. این حالت در یک تداخل سنج دامنه شکاف نظیر تداخل سنج مایکلسون که در آن τ برابر اختلاف طول مسیر تقسیم بر c است، پیش می‌آید. در این حال، عبارت مربوط به I_p یعنی معادله (۱۸.۱۲) به جای $\tilde{\gamma}_{11}(\tau)$ ، $\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$ را دربر خواهد داشت. فرض کنید که یک موج نوری به وسیله یک تداخل سنج دامنه شکاف به دو آشفتگی همسان به شکل

$$\tilde{E}(t) = E_0 e^{i\phi(t)} \quad (24.12)$$

تقسیم شده باشد که بعداً آنها را مجدداً باهم ترکیب کرده و یک نقش تداخل به وجود می‌آورد. در این صورت

$$\tilde{\gamma}_{11}(\tau) = \frac{\langle \tilde{E}(t+\tau) \tilde{E}^*(t) \rangle}{|\tilde{E}|^2} \quad (25.12)$$

یا

$$\tilde{\gamma}_{11}(\tau) = \langle e^{i\phi(t+\tau)} e^{-i\phi(t)} \rangle$$

و از آنجا

روزنه‌ها واقعاً ضروری نیستند؛ خود آینه‌ها به تنهایی می‌توانستند در مقام روزنه به کار روند. حال فرض کنید دستگاه را چنان تنظیم کنیم که محور مرکزی آن به‌سوی یکی از ستاره‌های يك پیکربندی دو ستاره‌ای نزدیک به هم قرار گیرد. به علت وجود فاصله‌های خیلی زیاد، پرتوهایی که از هر يك از ستاره‌ها به تداخل سنج می‌رسند کاملاً موازی‌اند. به علاوه، دست کم به عنوان مثال، فرض می‌کنیم که نور دارای يك پهنای خط باریك باشد که پیرامون يك طول موج متوسط λ_0 متمرکز شده است. آشفته‌گی‌های ناشی از S_1 و S_2 مربوط به ستاره محوری هم‌فازند و نقشی از نورهای روشن و تاریك به مرکز P_0 تشکیل می‌شود. به همین ترتیب، پرتوهای گسیلیده از ستاره دیگر، تحت زاویه θ می‌رسند، ولی این بسار آشفته‌گی‌ها در M_1 و M_2 (و بنابراین در S_1 و S_2) به اندازه $h\theta$ با هم اختلاف فاز دارند یا، در صورت لزوم، همچنان که در شکل ۱۱.۱۲ ب نموده شده است، به اندازه $h\theta/c$ تأخیر زمانی داشته باشند. سیستم فریز حاصل، در پیرامون يك نقطه P متمرکز شده که به اندازه زاویه θ' از P_0 منحرف شده است، به طوری که $a\theta'/c = h\theta/c$. چون این ستاره‌ها طوری رفتار می‌کنند که گویسی چشمه‌های نقطه‌ای ناهمدوس‌اند، توزیع‌های تابیدگی تك تك آنها به سادگی برهم می‌افتند. فاصله بین فریزهای تشکیل یافته به وسیله هر يك از ستاره‌ها، مساوی بوده و فقط به a بستگی دارد. با این وجود نمایانی با h تغییر می‌کند. بنابراین اگر h از تقریباً صفر تا $\pi/h\theta = \bar{\lambda}_0$ یعنی تا

$$h = \frac{\bar{\lambda}_0}{2\theta} \quad (27.12)$$

تغییر کند، دو سیستم فریز دستخوش يك جا به جایی نسبی فزاینده می‌شوند، تا اینکه سرانجام بیشینه مربوط به يك ستاره روی کمینه مربوط به ستاره دیگر می‌افتد، که در آن نقطه، اگر تابیدگی آنها

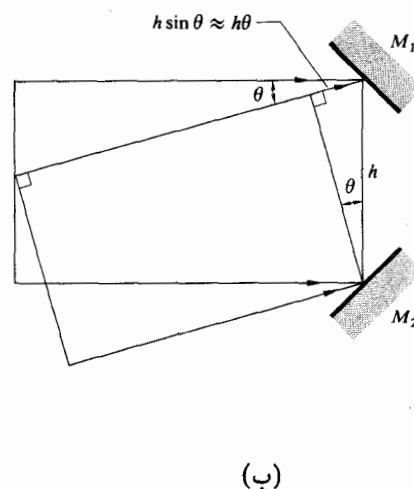
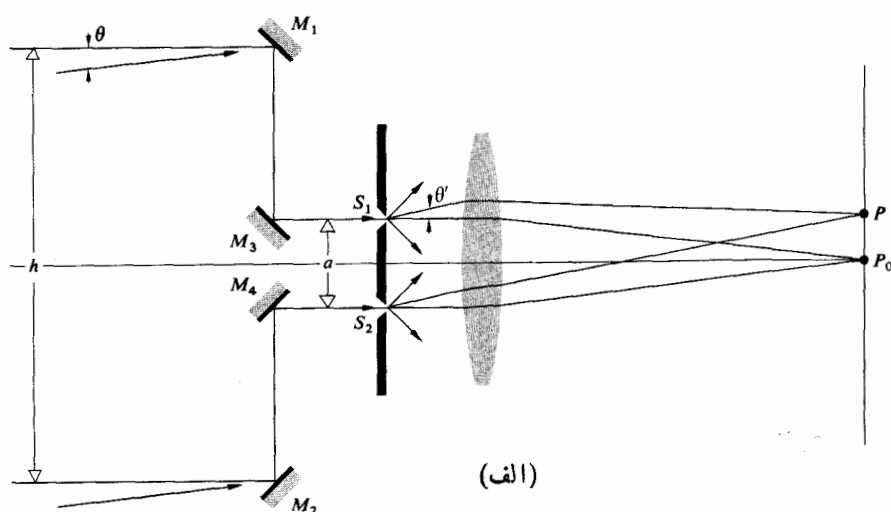
نقش فریز به $\tilde{\Gamma}(S_1, S_2, \tau) = \tilde{\Gamma}_{12}(\tau)$ بستگی خواهند داشت. با بررسی ناحیه پیرامون فریز مرکزی که در آنجا $(\tau_2 - \tau_1) = 0$ می‌توان به ازای $\tau = 0$ ، $\tilde{\Gamma}_{12}(0)$ و $\tilde{\Gamma}_{12}(0)$ را تعیین کرد. کمیت اخیر درجه مختلط همدوسی فضایی دو نقطه در يك لحظه از زمان است. $\tilde{\Gamma}_{12}(0)$ در توصیف تداخل سنج ستاره‌ای مایکلسون که در زیر مورد بحث قرار می‌گیرد، نقشی اساسی بازی می‌کند.

۴.۱۲ همدوسی و تداخل سنجی ستاره‌ای

۱۰.۴.۱۲ تداخل سنج ستاره‌ای مایکلسون

در سال ۱۸۹۰/۱۲۶۹، مایکلسون، در پی پیشنهادی که فیزو قبلاً ارائه داده بود، يك دستگاه تداخل سنجی را طراحی کرد (شکل ۱۱.۱۲) که در اینجا به دو علت مورد توجه است: یکی اینکه منادی برخی از روشهای مهم نوین بود، و دیگر آنکه به کار تعبیری بر حسب نظریه همدوسی می‌آید. کار تداخل سنج ستاره‌ای، همچنان که از نامش برمی‌آید، اندازه‌گیری ابعاد زاویه‌ای کوچک اجسام نجومی دور دست است.

دو آینه متحرك M_1 و M_2 که به فاصله زیادی از هم قرار گرفته‌اند، پرتوهای رسیده از يك ستاره خیلی دور را که موازی فرض می‌شوند، جمع می‌کنند. نور سپس از طریق آینه‌های M_3 و M_4 به داخل روزنه‌های S_1 و S_2 موجود در يك مانع هدایت می‌شود و از آنجا وارد شیئی يك تلسکوپ می‌شود. مسیرهای نوری $M_1M_3S_1$ و $M_2M_4S_2$ چنان مساوی شده‌اند که اختلاف زاویه فاز بین يك آشفته‌گی در M_1 و M_2 همان است که بین S_1 و S_2 وجود دارد. دو روزنه، سیستم فریز مربوط به آزمایش معمولی یانگ را در صفحه کانونی شیء ایجاد می‌کنند. در واقع، مانع و



شکل ۱۱.۱۲ تداخل سنج ستاره‌ای مایکلسون.

$$\theta = \frac{1.922(570 \times 10^{-9})}{121(2.854 \times 10^{-2})} = 22.6 \times 10^{-8} \text{ rad}$$

یا $\theta = 0.047$ ثانیه قوسی، محو شوند. با استفاده از فاصله معلوم آن، که از روی اندازه‌گیریهای اختلاف منظر تعیین شده بود، قطر ستاره حدود 384 میلیون کیلومتر یا تقریباً 280 برابر قطر خورشید به دست آمد. در واقع، ابط الجوزا يك ستاره متغیر نامنظم است که قطر بیشینه آن چندان زیاد است که از مدار مریخ به دور خورشید بیشتر می‌شود. محدودیت اصلی در به کار بردن تداخل سنج ستاره‌ای، ناشی از فاصله نامناسب زیاد آینه‌هاست که برای کلیه ستاره‌ها، جز بزرگترینشان لازم است. این مطلب در نجوم رادیویی نیز که در آن يك دستگاه مشابه برای اندازه‌گیری وسعت چشمه‌های آسمانی که گسیل آنها با بسامد رادیویی است، کاربرد فراوان دارد. ضمناً، مانند اکثر اوقات فرض می‌کنیم، که همدوسی «خوب» به معنای نمایشی برابر 0.88 یا بهتر از آن است. برای يك چشمه قرصی شکل این وضعیت وقتی پیش می‌آید که $\pi h \theta / \bar{\lambda}_0$ در معادله (۲۸.۱۲) يك باشد یعنی وقتی که

$$h = 0.32 \frac{\bar{\lambda}_0}{\theta} \quad (30.12)$$

در مورد چشمه‌ای با پهنای نواری باریک به قطر D و به فاصله R ، يك مساحت همدوسی برابر با $\pi(h/2)^2$ وجود دارد که در روی آن $|\tilde{\gamma}_{12}| \geq 0.88$ از آنجا که $D/R = \theta$ ، پس

$$h = 0.32 \frac{R \bar{\lambda}_0}{D} \quad (31.12)$$

استفاده از این عبارتها برای تخمین پارامترهای فیزیکی مورد نیاز آزمایش تداخل یا پراش خیلی سودمند است. مثلاً، اگر يك بالایه سرخ روی چشمهٔ نسور درخش قرصی شکل به قطر 1 mm قرار دهیم و به فاصله 20 cm عقبتر از آن بایستیم، در این صورت

$$h = \frac{0.32(20)(600 \times 10^{-9})}{10^{-3}} = 388 \text{ mm}$$

که در آن طول موج متوسط 600 nm گرفته شده است. یعنی، مجموعه‌ای از روزنه‌ها که به فاصله h یا کمتر از آن قرار گرفته باشند، فریزهای زیبایی را پدید می‌آورند. آشکار است که سطح همدوسی با R افزایش می‌یابد و به همین علت است که همیشه می‌توانید يك نور روشن خیابانی واقع در فاصله دور پیدا کنید که از آن به عنوان يك چشمه مناسب استفاده کنید.

۲۰۴.۱۲ تداخل سنجی همبستگی

برای لحظه‌ای به نمایش آشفته‌نگینی که از يك چشمه گرمایی خارج

مساوی باشد، $\theta = 0$. از اینرو وقتی که فریزها ناپدید می‌شوند، برای تعیین فاصلهٔ زاویه‌ای بین ستاره‌ها یعنی θ ، تنها کافی است که h اندازه‌گیری شود تا فاصلهٔ زاویه‌ای بین ستاره‌ها، θ ، مشخص شود. توجه کنید که مقدار مخصوص h با θ به نسبت معکوس تغییر می‌کند.

توجه کنید که گرچه چشمه‌های نقطه‌ای، یعنی دو ستاره، کاملاً ناهمبسته فرض شده‌اند، میدانهای نوری حاصل در هر دو نقطهٔ $(M_1 \text{ و } M_2)$ لزوماً ناهمدوس نیستند، به این علت، به تدریج که h خیلی کوچک شود، نسور مربوط به هر چشمه نقطه‌ای، با فاصله نسبی اساساً صفر روی M_1 و M_2 می‌رسد، θ به ۱ نزدیک می‌شود و همدوسی میدانها در آن مواضع، بالاست.

درست با روشی مشابه روش مربوط به سیستم دو ستاره، قطر زاویه‌ای (θ) برخی ستارگان منفرد را می‌توان اندازه‌گیری کرد. باز هم نمایشی فریزها به درجه همدوسی میدان نوری در M_1 و M_2 مربوط است. اگر ستاره توزیعی دایره‌ای از چشمه‌های نقطه‌ای ناهمدوس فرض شود به طوری که درخشندگی یکنواختی داشته باشد، نمایشی آن با نمایشی که قبلاً در شکل ۶.۱۲ رسم شده است هم‌ارز خواهد بود. بیشتر به این نکته اشاره کردیم که θ را برای این نوع چشمه‌ها يك تابع بسل از مرتبه اول به دست می‌دهد و در واقع چنین است

$$\theta = |\tilde{\gamma}_{12}(0)| = 2 \left| \frac{J_1(\pi h \theta / \bar{\lambda}_0)}{\pi h \theta / \bar{\lambda}_0} \right| \quad (28.12)$$

به یاد آورید که به ازای $u = 0$ داریم: $J_1(u)/u = 1/2$ و به همان ترتیب که در شکل ۲۸.۱۰ نموده شده است، بیشینه مقدار θ برابر ۱ است. اولین صفر θ به ازای $\pi h \theta / \bar{\lambda}_0 = 3.83$ اتفاق می‌افتد. به همین ترتیب، به ازای

$$h = 1.922 \frac{\bar{\lambda}_0}{\theta} \quad (29.12)$$

فریزها ناپدید می‌شوند و مانند پیش، برای یافتن θ کافی است h اندازه‌گیری شود.

در آرایش مایکلسون، دو آینه تیركدار در روی يك تیر حمل دراز که روی بازتابگر 100 اینچی رصدخانهٔ مونت ویلسون نصب شده بود، حرکت می‌کرد. ابط الجوزا (جبار α) اولین ستاره‌ای بود که قطر زاویه‌ای آن با استفاده از این دستگاه اندازه‌گیری شد. این ستاره، به رنگ نارنجی در سمت چپ بالای صورت فلکی جبار قرار دارد. در حقیقت نام ابط الجوزا تلخیصی است از يك عبارت عربی به نام ذیر بقل ستارهٔ مرکزی، که منظور از این ستارهٔ مرکزی همان جبار است. فریزهای تشکیل شده به وسیلهٔ تداخل سنج، در يك شب سرد ماه دسامبر ۱۹۲۰، چنان تنظیم شدند که به ازای

$$\bar{\lambda}_0 = 570 \text{ nm و } h = 30.25 \text{ cm}$$

تا اینجا بیش از آنکه يك بررسی نظری پرمایه درباره این پدیده انجام داده باشیم، تنها توجیهی شهودی از آن به دست داده‌ایم. ولی، چنین تحلیلی، فراتر از حوزه این بحث است و ما تنها به ذکر نکات عمده مربوط به جنبه‌های برجسته آن اکتفا خواهیم کرد. این بار، درست مثل معادله (۱۴.۱۲)، تعیین تابع همبستگی-مقاطع تاییدگیها در دو نقطه واقع در يك میدان با همدوسی جزئی، یعنی $\langle I_1(t+\tau)I_2(t) \rangle$ مورد توجه ماست. فرض شده است که قطارهای موج شرکت کننده که بار دیگر با میدانهای مختلط نشان داده می‌شوند، بنابر آمار گاوسی به‌طور کتره‌ای گسیلیده شده‌اند و نتیجه نهایی این است که

$$\langle I_1(t+\tau)I_2(t) \rangle = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle + |\tilde{\Gamma}_{12}(\tau)|^2 \quad (32.12)$$

یا

$$\langle I_1(t+\tau)I_2(t) \rangle = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle [1 + |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)|^2] \quad (33.12)$$

افت و خیزهای لحظه‌ای تاییدگی $\Delta I_1(t)$ و $\Delta I_2(t)$ از طریق تغییرات تاییدگیهای لحظه‌ای $I_1(t)$ و $I_2(t)$ در پیرامون مقادیر متوسط آنها، $\langle I_1(t) \rangle$ و $\langle I_2(t) \rangle$ ، طبق شکل ۱۲.۱۲ به دست می‌آیند. در نتیجه اگر از رابطه‌های

$$\Delta I_1(t) = I_1(t) - \langle I_1 \rangle, \quad \Delta I_2(t) = I_2(t) - \langle I_2 \rangle$$

بهره‌گیریم، و این واقعیت را در نظر گیریم که

$$\langle \Delta I_1(t) \rangle = 0 \quad \text{و} \quad \langle \Delta I_2(t) \rangle = 0$$

معادلات (۳۲.۱۲) و (۳۳.۱۲) چنین نوشته می‌شوند

$$\langle \Delta I_1(t+\tau) \Delta I_2(t) \rangle = |\tilde{\Gamma}_{12}(\tau)|^2 \quad (34.12)$$

یا

$$\langle \Delta I_1(t+\tau) \Delta I_2(t) \rangle = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle |\tilde{\gamma}_{12}(\tau)|^2 \quad (35.12)$$

(مسئله ۸.۱۲). اینها توابع همبستگی مقاطع مورد نظر در باره افت و خیزهای تاییدگی هستند. تا زمانی که میدان در دو نقطه مورد بحث به‌طور جزئی همدوس باشد این توابع وجود دارند. ضمناً این عبارت‌ها به نور قطبیده خطی مربوط‌اند. وقتی که موج ناقطبیده باشد، باید يك ضریب ۱/۲ در سمت راست معادله وارد شود. اصل تداخل سنجی همبستگی، ابتدا در ناحیه بسامد رادیویی طیف

می‌شود، و در بخش ۱۰.۷ مورد بحث قرار گرفت، برگردیم. در اینجا کلمه گرهایی به میدانی نوری اشاره دارد که عمدتاً از برهمه‌ای امواج گسیلیده خود به‌خود ناشی می‌شود که این امواج از تعداد زیادی چشمه‌های اتمی مستقل خارج می‌شوند. يك میدان نوری شبه تکفام را می‌توان با عبارت زیر نشان داد

$$E(t) = E_0(t) \cos [\varepsilon(t) - 2\pi\nu t] \quad [65.7]$$

دامنه، مثل فاز، تابعی است از زمان با تغییرات نسبتاً آرام. به این علت، پیش از آنکه دامنه (یعنی پوش ارتعاشات میدان) یا فاز به‌طور چشمگیری تغییر کند، موج ممکن است دهها هزار ارتعاش اجرا کند. از اینرو، درست همان طوری که زمان همدوسی معیاری است از فاصله زمانی مربوط به افت و خیزهای فاز، برای بازه زمانی که در آن $E_0(t)$ کاملاً قابل پیش‌بینی باشد، نیز يك معیار است. افت و خیزهای بزرگ ε عموماً با افت و خیزهای بزرگ متناظر E_0 همراه است. می‌توان نتیجه گرفت که آگاهی از این افت و خیزهای دامنه میدان می‌تواند به افت و خیزهای فاز و بنا بر این به توابع همبستگی (یعنی همدوسی) مربوط باشد. بنا بر این، در دو نقطه از فضا-زمان، که در آنجا فازهای میدان همبسته‌اند، می‌توانیم انتظار داشته باشیم که دامنه‌ها نیز با یکدیگر ارتباط داشته باشند.

وقتی که يك نقش فریز برای تداخل سنج ستاره‌ای مایکلسون وجود دارد، به این علت است که میدانها در M_1 و M_2 ، روزنه‌ها، به نحوی با یکدیگر بستگی دارند، یعنی $\tilde{\Gamma}_{12}(0) = \langle \tilde{E}_1(t) \tilde{E}_2^*(t) \rangle \neq 0$.

اگر می‌توانستیم دامنه‌های میدان را در این نقاط اندازه بگیریم، افت و خیزهای آنها هم يك ارتباط داخلی را نشان می‌داد. چون به علت وجود بسامدهای بالا این کار عملی نیست، شاید می‌توانستیم به جای آن، افت و خیزها در تاییدگی را در مواضع M_1 و M_2 اندازه‌گیری و مقایسه کنیم، و از روی آن، به روشی که هنوز ناشناخته است، $|\tilde{\gamma}_{12}(0)|$ را استنباط کنیم. به سخن دیگر، اگر مقادیری از τ وجود داشته باشند که به ازای آنها $\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$ صفر نیست، میدان در دو نقطه به‌طور جزئی همدوس خواهد بود و يك همبستگی بین افت و خیزهای تاییدگی در این محلها وجود خواهد داشت. این ایده اساسی در پی يك رشته آزمایشهای قابل ملاحظه که در سالهای ۱۹۵۲/۱۳۳۱ تا ۱۹۵۶/۱۳۳۵ توسط هانبوری-براون^۲ با همکاری تویس^۳ و دیگران انجام گرفت، به وجود آمد. تکامل کار آنها به «تداخل منج همبستگی» انجامید.

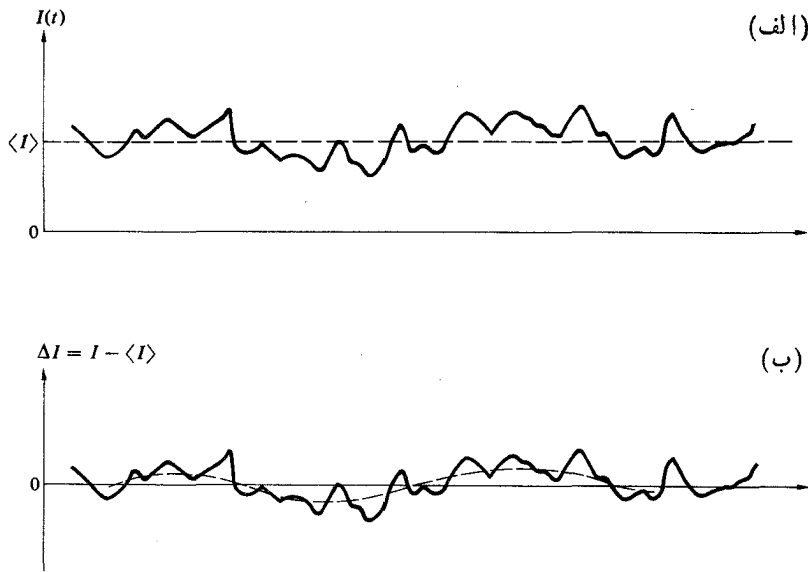
۱. گاهی نورگرهایی را نود گاوسی می‌نامند. زیرا دامنه میدان از يك توزیع احتمال گاوسی پیروی می‌کند.

2. R. Hanbury-Brown

3. R. Q. Twiss

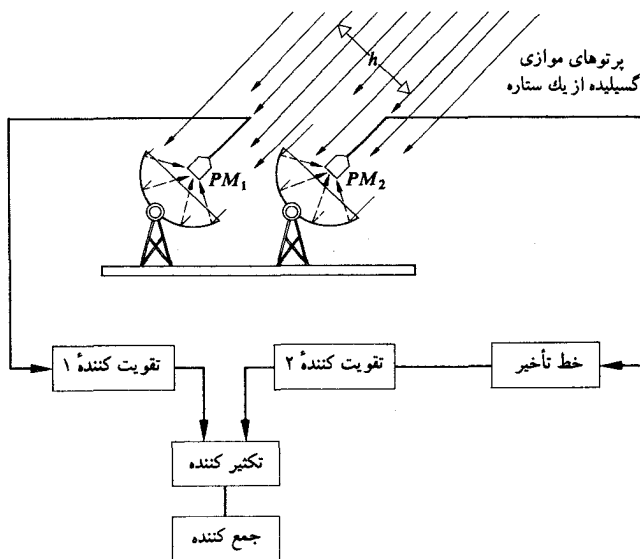
۴. به منظور دستیابی به بحثی کامل در این زمینه، مثلاً، ر ک

L. Mandel, "Fluctuations of Light Beams," *Progress in Optics* Vol II, p. 193. Francon, *Optical Interferometry*, p. 182.



شکل ۱۲.۱۲ تغییرات تابیدگی.

می‌شد و فقط افت و خیزها، یعنی $\Delta I_1(t) = I_1(t) - \langle I_1 \rangle$ و $\Delta I_2(t) = I_2(t) - \langle I_2 \rangle$ باقی می‌ماند. پس از آن دوسیگنال در همبسته‌ساز درهم ضرب می‌شدند و سرانجام میانگین زمانی



شکل ۱۳.۱۲ تداخل‌سنجی همبستگی ستاره‌ای.

که در آن ناحیه آشکارسازی سیگنال موضوع نسبتاً ساده‌ای بود اعتبار یافت، و اندک‌زمانی پس از آن، در سال ۱۹۵۶/۱۳۳۵، هنبری-براون و تویس، تداخل‌سنج ستاره‌ای نوری را که در شکل ۱۳.۱۲ نموده شده است، پیشنهاد کردند. ولی تنها آشکارسازهای مناسبی که در محدوده بسامدهای نوری قابل استفاده بودند، ابزار فوتوالکترونیک بودند که اساس کار آنها بر مبنای ماهیت کوانتیده میدان نوری استوار است. ازاینرو

«... به‌هیچ‌وجه قطعی نبود که همبستگی، در ضمن فرایند تابش فوتوالکترونیک، تماماً حفظ شود، به‌همین علت یک تجربه آزمایشگاهی به‌شرح زیر انجام گرفت.»^۱

آن تجربه در شکل ۱۴.۱۲ نشان داده شده است. نور پالایش‌یافته ناشی از یک قوس جیوه‌ای، از درون روزنه مستطیل شکلی عبور داده شده و قسمتهای مختلف جبهه موج خروجی از طریق دو تکثیر کننده فوتونی^۲ نمونه برداری شده است. درجه همدوسی با حرکت دادن PM_1 ، یعنی با تغییر دادن h ، تغییر می‌کند. به احتمال قوی سیگنالهای خارج شده از دو تکثیر کننده فوتونی با تابیدگیهای فرودی $I_1(t)$ و $I_2(t)$ متناسب بودند. سپس این سیگنالها را از پالایه گذرانده و تقویت کردند، به‌طوری‌که مؤلفه یکنواخت، یا dc، هر یک از سیگنالها (که با $\langle I_1 \rangle$ و $\langle I_2 \rangle$ متناسب است) حذف

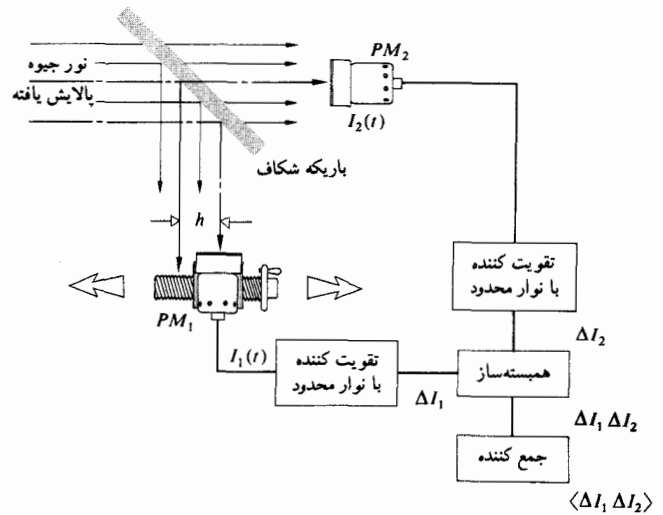
۱. جمله از مقاله زیر گرفته شده است

R. Hanbury-Brown and R.Q. Twiss, "Correlation Between Photons in Two Coherent Beams of Light", *Nature* 127, 27 (1956).۲. یعنی PM_1 و PM_2 .

مثلاً، در آرایش آزمایشگاهی قبلی، زمان هم‌دوسی نور پالوده جیوه، در حدود ۱ ns بود درحالی‌که، تجهیزات الکترونیکی يك پهنای نواری گذارده‌نده عکس یا زمان انتگرال‌گیری مؤثری در حدود ۴۰ ns داشت. توجه کنید که مفهوم معادله (۳۶.۱۲) با مفهوم معادله (۳۵.۱۲) هیچ تفاوتی ندارد بلکه فقط کمی واقع-گرایانه‌تر شده‌است.

هنبری-براون و تویس، اندک‌زمانی پس از تجربه آزمایشگاهی موفقیت‌آمیز خود، تداخل‌سنج ستاره‌ای شکل ۱۳.۱۲ را ساختند. آینه‌های نوریاب برای جمع‌آوری نور ستاره و کانونی کردن آن روی دو تکثیرکننده فوتونی به‌کار می‌رفتند. یکی از بازوها حاوی يك خط تأخیر بود به‌طوری‌که آینه‌ها می‌توانستند از نظر فیزیکی در يك ارتفاع جای‌گزینند و در عین‌حال هر گونه اختلاف در زمان رسیدن نور جبران می‌شد. اندازه‌گیری $\langle \Delta \mathcal{I}_1(t) \Delta \mathcal{I}_2(t) \rangle$ در فاصله‌های مختلف آشکارسازها، این امکان را فراهم می‌آورد که مجذور قدر مطلق درجه هم‌دوسی، $|\tilde{\gamma}_{12}(0)|^2$ ، استخراج شود و این به‌نوبه خود قطر زاویه‌ای چشمه را به‌دست می‌داد، درست همان‌گونه که در مورد تداخل‌سنج ستاره‌ای مایکلسون عمل می‌شد. ولی این بار، فاصله h می‌توانست عملاً خیلی زیاد باشد زیرا نگرانی از دست دادن فاز موجها، به‌طوری‌که در دستگاه مایکلسون وجود داشت، اینجا دیگر وجود نداشت. در آنجا، يك انحراف جزئی، در حد کسری از يك طول موج، در يك آینه، تعیین‌کننده بود. در مقابل، در اینجا فاز مورد توجه نبود، به‌طوری‌که حتی الزامی وجود نداشت که آینه‌ها از کیفیت بالای نوری برخوردار باشند. ستاره شعری یمانی اولین ستاره مورد بررسی بود و قطر زاویه‌ای آن ۰.۰۰۶۹ ثانیه قوسی به‌دست آمد. اخیراً، يك تداخل‌سنج همبستگی، با خط پایه ۲۰۴ نانیمتری در نارابری استرالیا ساخته شده‌است. در مورد برخی ستارگان، قطرهای زاویه‌ای به کوچکی ۰.۰۰۰۵ ثانیه قوسی را با این دستگاه می‌توان اندازه گرفت، این مقدار با قطر زاویه‌ای ستاره ابطال‌الجوزا (۰.۰۰۴۷ ثانیه قوسی) خیلی فاصله دارد.

تجهیزات الکترونیکی که متضمن همبستگی تاییدگی است، می‌توانست به‌مقدار زیادی ساده شود و این در صورتی است که نور فرودی خیلی نزدیک به تکفام بوده و چگالی جریان آن نسبتاً بالا باشد. نور لیزر گرمایی نیست و این گونه افت و خیزهای آماری را از خود بروز نمی‌دهد، ولی می‌توان از آن برای ایجاد نور شبه‌گره‌ای^۲ استفاده کرد، يك چشمه شبه گرمایی از يك چشمه معمولی روشن لیزر بسیار مناسبتر است، و يك محیط متحرك با ضخامت



شکل ۱۴.۱۲ آزمایش هنبری-براون و تویس.

حاصل ضرب که با $\langle \Delta \mathcal{I}_1(t) \Delta \mathcal{I}_2(t) \rangle$ متناسب بود ضبط می‌شد. مقادیر $|\tilde{\gamma}_{12}(0)|^2$ برای فواصل مختلف h ، که به‌طور تجربی به کمک معادله (۳۵.۱۲) استخراج می‌شوند، با مقادیر محاسبه شده از روی فرضیه، توافقی مطلوبی داشتند. به‌منظور دستیابی به يك شکل هندسی مشخص، همبستگی به‌طور خیلی مشخص وجود داشت و به علاوه، همبستگی مذکور در جریان آشکارسازی به‌طریقۀ عکسبرداری نیز حفظ شده بود.

پهنای نواری افت و خیزهای تاییدگی تقریباً برابر پهنای نواری $(\Delta \nu)$ نور فرودی، یعنی $(\Delta t)^{-1}$ ، و در حدود ۱۰۰ MHz (مگاهرتز) یا بیشتر است. این کار، از اینکه بکوشیم از تناوبهای میدان در ۱۰^{۱۵} Hz پیروی کنیم، اندکی بهتر است. با وجود این، مدارات سریع با پهنای نوار گذارده‌نده‌ای تقریباً برابر ۱۰۰ MHz، ضروری است. در عمل، آشکارسازها دارای زمان تفکیک محدودی، T ، هستند، به‌طوری‌که شدت جریان سیگنالهای $\mathcal{I}_1(t)$ و $\mathcal{I}_2(t)$ روی T متناسب‌اند و نه با مقادیر لحظه‌ای آنها. در واقع همان‌طور که در شکل ۱۲.۱۲ ب با خط چین نشان داده شده‌است، افت و خیزهای اندازه‌گیری شده یکنواخت شده‌اند. به‌ازای $T > \Delta t$ ، که معمولاً هم این‌طور است، این عمل درست به‌کاهشی، با ضریب $\Delta t/T$ در همبستگی که واقعاً مشاهده شده است، می‌انجامد

$$\langle \Delta \mathcal{I}_1(t) \Delta \mathcal{I}_2(t) \rangle = \langle \mathcal{I}_1 \rangle \langle \mathcal{I}_2 \rangle \frac{\Delta t}{T} |\tilde{\gamma}_{12}(0)|^2 \quad (۳۶.۱۲)$$

۱. برای دستیابی به جنبه‌های فوتونی همبستگی تاییدگی، ر ك

Garbuny, *Optical Physics*, Section 6.2.5.2; Klein, *Optics*, Section 6.4.

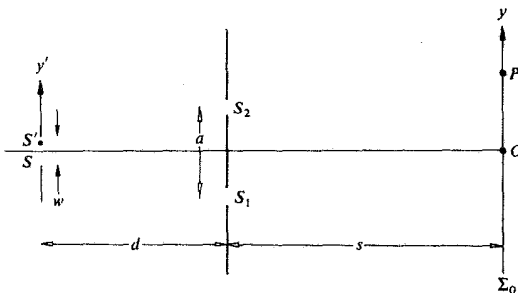
2. W. Martienssen and E. Spiller, "Coherence and Fluctuations in Light Beams," *Am. J. Phys.*, 32, 919 (1964) and A. B. Haner and N. R. Isenor, "Intensity Correlations from Pseudothermal Light Sources," *Am. J. Phys.*, 38, 748 (1970).

لامپ را در چشم تخیل خود روشن کنید و در این باره بحث کنید که: اگر فشار بخار جیوه به مقدار حالت پایداریش برسد چه اتفاقی برای فریزها رخ خواهد داد.

۲۰۱۲ فرض کنید آرایش نشان داده شده در شکل ۲۰۱۲ را در اختیار داریم. اگر فاصله بین فریزها (بیشینه تا بیشینه) ۱ mm و پهنای تصویر شده شکاف روی پرده مشاهده ۵ mm रहे باشد، نمایانی فریزها را محاسبه کنید.

۳۰۱۲ با مراجعه به آرایش شکاف چشمه و پرده سوراخ‌دار شکل ۱۶۰۱۲ نشان دهید که

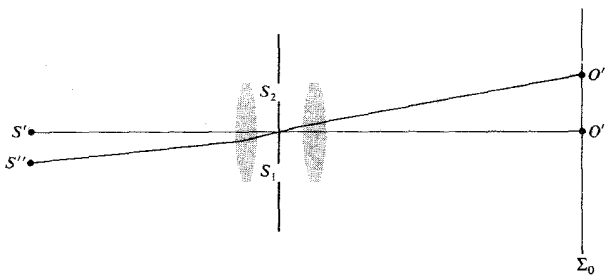
$$I(y) \propto w + \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda d}\right)w}{\frac{\pi a}{\lambda d}} \cos\left(\frac{\pi a y}{\lambda s}\right)$$



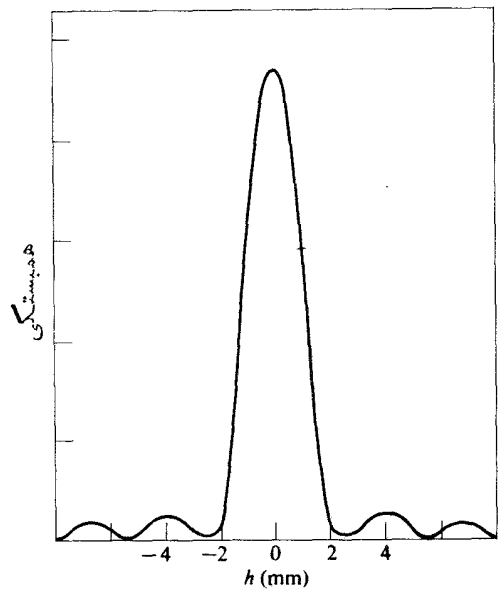
شکل ۱۶۰۱۲

۴۰۱۲ جزئیات مراحل را که به رابطه دید از طریق معادله (۲۲۰۱۲) منجر شد، ذکر کنید.

۵۰۱۲ تحت چه شرایطی تابیدگی روی Σ_0 در شکل ۱۷۰۱۲



شکل ۱۷۰۱۲



شکل ۱۵۰۱۲ یک تابع همبستگی برای یک چشمه شبه گرمایی.

نوری غیر یکنواخت نظیر یک قرص چرخان از شیشه مات، تشکیل شده است. اگر پرتو پخش شده که از یک قطعه ساکن شیشه مات خارج می‌شود، به وسیله یک آشکارساز کاملاً آهسته، مورد بررسی قرار گیرد، افت و خیزهای ذاتی تابیدگی، کاملاً یکنواخت خواهند شد. با به حرکت درآوردن شیشه مات، افت و خیزهای تابیدگی با یک زمان همدوسی مشابه، متناسب با سرعت قرص، ظاهر می‌شوند. در واقع، یک چشمه گرمایی فوق العاده درخشان با Δt ی متغیر (مثلاً از ۱ تا ۱۰-۵ s) ایجاد می‌شود که می‌تواند برای بررسی گستره کامل اثرات همدوسی به کار رود. مثلاً، شکل ۱۵۰۱۲ تابع همبستگی را نشان می‌دهد که برای یک چشمه روزنه دایره‌ای شبه گرمایی با $[J_1(u)/u]^2$ متناسب است، و از روی افت و خیزهای تابیدگی مشخص شده است. این دستگاه تجربی، شبیه دستگاه شکل ۱۴۰۱۲ بود، هر چند اجزای الکترونیکی آن به طور قابل ملاحظه‌ای ساده‌تر شده بودند.

مسائل

۱۰۱۲ فرض کنید با استفاده از تداخل سنج مسایکلسون با یک لامپ بخار جیوه به عنوان چشمه، یک نقش فریز تشکیل داده‌ایم.

۱. برای دستیابی به مرجع معتبری درباره مطالب این فصل، رک

L. Mandel and E. Wolf, "Coherence Properties of Optical Fields", *Revs. Modern Phys.*, 37, 231 (1965)

سطح این مقاله اندکی بالا و مطالعه آن تا حدودی سنگین است. نیز رک

K. I. Kellermann, "Intercontinental Radio Astronomy", *Sci. Am.*, 226 72 (February 1972).

۷۰۱۲ اگر قطر زاویه‌ای خورشید که از زمین دیده شود تقریباً برابر $۱/۲^\circ$ باشد، قطر سطح همدوسی مربوطه را تعیین کنید. از تغییرات در روشنایی در عرض سطح چشمپوشی می‌شود. ۸۰۱۲ نشان دهید که معادلات (۳۴.۱۲) و (۳۵.۱۲) از معادلات (۳۲.۱۲) و (۳۳.۱۲) استنتاج می‌شوند.

برابر I_0 خواهد بود. I تابیدگی حاصل از تنها یک چشمهٔ ناهمدوس است. ۶۰۱۲ فرض کنید آزمایش یانگ را با یک سوراخ کوچک دایره‌ای به قطر 1 mm که در جلوی یک لامپ سدیم ($\lambda_0 = 589.3\text{ nm}$) قرار دارد، انجام دهیم. اگر فاصله از چشمه تا شکافها 1 m باشد، وقتی که نقش فریز ناپدید می‌شود، فاصلهٔ شکافها چقدر خواهد بود؟

جنبه‌هایی از ماهیت کوانتومی نور

از ابتدای قرن حاضر به این سو، ادراك آدمی نسبت به طبیعت تغییر بسیار ژرفی کرده است. به این جا رسیده ایم که همانندیهایی بنیادی بین همه اشکال گوناگون انرژی تابشی و ماده را درك کنیم. دامنه نورشناخت، که به طور سنتی مطالعه در خصوص نور بود، چنان در حال گسترش است که می رود تا تمامی طیف الکترومغناطیسی را در بر گیرد. به علاوه، ظهور مکانیک کوانتومی مایه گسترش باز هم بیشتر حوزه ای شده است که می توان آن را نورشناخت ماده (یعنی پراش الکترون و نوترون) نامید.

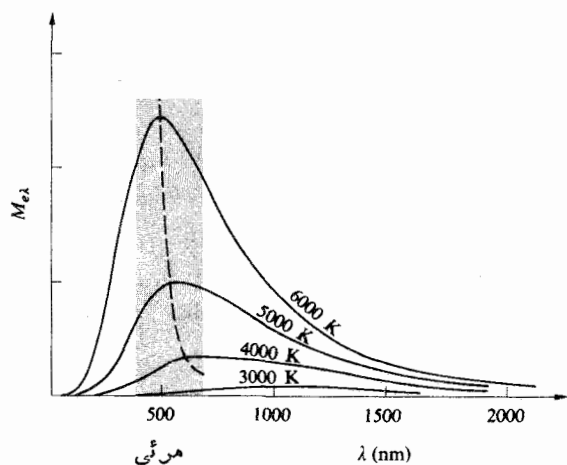
منظور اصلی ما در این فصل تنیدن مفاهیم برخی از ایده های مکانیک کوانتومی به بافته نورشناخت است.

۱۰۱۳ میدانهای کوانتومی

فیزیکدان قرن نوزدهم میدان الکترومغناطیسی را به صورت آشفتگی محیط اتری فراگیر تصور می کرد. اگر دوبار الکتریکی برهم کنش می کردند، به این علت بود که اتر در بر گیرنده آنها در اثر حضورشان و امسی پیچید و تغییر شکل نسبی ناشی از یکی، به دیگری منتقل می شد. معادلات میدان ماکسول این آشفتگی قابل اندازه گیری محیط را بدون به میان آوردن بحث صریحی از خود اتر توصیف می کردند. پس نور به بیان ساده عبارت بسود از يك قطار موج متشکل از تنشهای مکانیکی نوسانی در داخل اتر. به علت

وجود امواج الکترومغناطیسی، باید يك محیط انتقال دهنده نیز وجود داشته باشد. این امر بدیهی به نظر می رسید. ولی باشگفتی تمام دریافتنده که، حتی بعد از اینکه آزمایش مایکلسون-مورلی (بخش ۳۰۱۰۹) و نظریه نسبیت خاص اینشتین فرضیه اتر را پس راندند، معادلات ماکسول پابرجا باقی ماند. هر چند باید کُل صورت ذهنی تغییر می کرد، اعتبار این معادلات همچنان پابرجا باقی ماند. به نظر می رسید که بدیل مفهومی دیگری وجود ندارد، خود میدان می بایست يك موجود فیزیکی مستقل از هر محیطی باشد و بتواند به نحو دیگری از فضای تهی گذر کند. موج الکترومغناطیسی آشفتگیی تلقی می شد که در میدان الکترومغناطیسی انتشار می یافت. در اوایل این قرن، به دلایلی که به زودی خواهیم دید، آشکار شد که گرچه معادلات ماکسول درست به نظر رسیدند اما نمی توانند تمامی حقیقت باشند. میدان به قدر کافی واقعی بود ولی تجربیات، رفتاری ناسازگار با نمایش انحصاری میدان به عنوان يك پیوستار شاره گون نشان می دادند. میدان الکترومغناطیسی خواص ذره گونی از خود نشان می داد که این ذره در آن به صورت کپه یا فوتون، و نه به طور پیوسته، گسیلیده یا درآشامیده می شد. حتی در میانه دهه بیست، در سلهای شکل گیری نظریه کوانتومی، میدانها و ذرات را به صورت موجودات جدا از هم می پنداشتند. ولی به زودی با درآمیختن نظریه کوانتومی و نسبیت، آشکار شد که هر ذره، مادی یا جز آن، را می توان به صورت جلوه کوانتیده میدانی مشخص

حفره می شود بازتابش کند و از حفره بیرون آید امکان ناچیزی وجود دارد، به طوری که محفظه به صورت یک درآشام تقریباً کامل عمل می کند. از سوی دیگر، اگر این محفظه گرم شود می تواند به عنوان چشمه ای عمل کند که از میان حفره انرژی گسیل می کند. بنا بر تجربه متداول، می توانیم پیش بینی کنیم که توزیع طیفی انرژی تابشی گسیلیده به دمای مطلق محفظه، T ، بستگی دارد. با افزایش تدریجی دما، تابش از حفره در ابتدا عمدتاً فرو سرخ خواهد بود و سپس به تدریج تبدیل به یک تابش ضعیف مایل به سرخ می شود که کم کم روشنتر شده به رنگ زرد، سفید و سرانجام آبی آسمانی می گراید. پژوهشهای تجربی (که به طور قابل ملاحظه توسط لومر و پرینگشایم، در سال ۱۸۹۹/۱۲۷۸، انجام شده) به منحنیهای طیفی مانند منحنیهای شکل ۱۰.۱۳ انجامیده است. کمیت M_{λ} که روی محور عرض برده شده چگالی شار طیفی یا خروجی طیفی، نام دارد. این کمیت با توان گسیلیده بر حسب واحد مساحت و واحد بازه طول موجی که از حفره خارج می شود متناظر است. اگر می خواستیم چنین اندازه گیریهای را، دست کم از نظر اصولی، انجام دهیم می توانستیم با استفاده از نوعی توان سنج، خروجی (بر حسب W/m^2) از جسم سیاه را در طول موج مشخص λ تعیین کنیم. ولی در عمل، اینگونه سنج گستره ای از طول موجهای $\Delta\lambda$ متمرکز در اطراف λ را خواهد پذیرفت، و بنا بر این مفهوم خروجی طیفی را مطرح می کنیم. منحنیهای M_{λ} بر حسب λ را می توان چنان رسم کرد که مساحت زیر آنها بر حسب وات بر متر مربع اندازه گیری شود. توجه کنید که چگونه کله های منحنیها به تناسب افزایش T به سمت طول موجهای کوتاهتر میل می کنند.



شکل ۱۰.۱۳ منحنیهای مربوط به تابش جسم سیاه. هندلویی که از نقاط کله می گذرد مربوط به قانون وین است.

در نظر گرفت (مثلاً فوتون کوانتومی از میدان الکترومغناطیسی است). همانند فوتون، ذرات مادی می توانند ایجاد و نابود شوند. میدانهای متناظر آنها ضمن پیشروی در فضا به صورت موج می توانند کلیه مشخصه های فیزیکی قابل مشاهده نظیر انرژی، بار، جرم و مانند آنها را منتقل کنند. در زمینه نظریه میدان کوانتومی، نامی که به این توصیف داده شده است، ذرات را اساساً بسته های جایگزیده انرژی میدان می دانند. تمایز چشمگیر دیگر بین این تصویر و تصویر کلاسیکی در نحوه نگارش برهم کنشهای آن است. نظریه میدان کوانتومی بر آن است که تمامی برهم کنشها ناشی از ایجاد و نابودی ذرات است. یعنی، نیروها، به مفهوم کلاسیکی، ناشی از مبادله کوانتومها یا کپه های میدان مورد بحث در نظر گرفته می شوند. ذرات باردار می توانند در خلال مبادله ای دو جانبه از طریق درآشامی و گسیل، با کوانتومهای میدان الکترومغناطیسی یعنی فوتونها برهم کنش کنند. از قرار معلوم برهم کنش گرانشی نیز به همین ترتیب نتیجه مبادله کوانتومهای میدان گرانشی، یعنی گراویتونهاست.

بدین سان نظری اجمالی بر مسیری که نظریه میدان کوانتومی معاصر پیموده است، افکندیم. در چند بخش دیگر، به گوشه ای از تجربیاتی نظر خواهیم کرد که به گسترش تصویر فوتونی مکانیک کوانتومی انجامید.

۲.۱۳ تابش جسم سیاه-فرضیه کوانتومی پلانک

در پایان قرن نوزدهم، نظریه الکترومغناطیسی نور، که توسط ماکسول شکل گرفت و هرتز با دقت زیادی آن را تأیید کرد، به عنوان یکی از سنگ بناهای علم با استحکام تمام جا افتاد. ولی در فیزیک معمولاً عمر دوران خرسندی کوتاه است و ماکس پلانک در ۱۹۰۰ دگرگونی عظیمی در مفاهیم پدید آورد که سرانجام به تغییری ریشه ای در تصویر فیزیکی از عالم، منجر شد. پلانک که شاگرد هلمهولتز و کیرشهوف بود، تلاش می کرد تا از پدیده ظاهراً مبهمی به نام تابش جسم سیاه یک تحلیل نظری به دست دهد. می دانیم که اگر جسمی با پیرامون خود در حال ترازمندی گرمایی باشد، باید همان مقدار انرژی تابشی گسیل کند که درمی آشامد. در نتیجه یک درآشام خوب یک گسیلنده خوب است. هر درآشام کامل، که تمامی انرژی تابشی را که بر آن فرود می آید، بدون توجه به طول موجش درمی آشامد، جسم سیاه نامیده می شود. به طور کلی، در آزمایشگاه جسم سیاه را به طور تقریب یک محفظه توخالی عایق (مثلاً یک کوره کوچک) می گیرند که در یک دیواره آن حفره ای تعبیه شده است. برای اینکه انرژی تابشی که وارد

۱. این نظریه هم مثل هر نظریه دیگری، در حال تحول مداوم است و برخی از جنبه های آن مطمئناً دستخوش تغییر خواهد شد. با وجود این، در زبان مصطلح زمانه ما، این نظریه فعلاً همینجاست که می بینیم.

در سال ۱۸۷۹/۱۲۵۸ ژوزف استفان ۱۳۷۲-۱۳۱۴/۱۸۳۵ مشاهده کرد که کل چگالی شار تابشی (یا خروجی، M_e) جسم سیاه با توان چهارم دمای مطلق آن متناسب است. چند سال بعد بولتزمن (۱۲۸۵-۱۹۰۶/۱۸۴۴) آن رابطه را با اعمال ترکیبی از نظریهٔ ماکسول و استدلالهای ترمودینامیکی استنتاج کرد. این رابطه را که امروز قانون استفان-بولتزمن می‌خوانیم، چنین است

$$M_e = \sigma T^4 \quad (۱۰۱۳)$$

که در آن σ ثابت استفان-بولتزمن و برابر است با $5.670374 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ و یلهلم کارل ورنر اوتو فریتز فرانتس وین (۱۳۰۷-۱۹۲۸/۱۲۴۳-۱۸۶۴)، فیزیکدان آلمانی و جایزه دار نوبل، که دوستانش او را ویلسی می‌خواندند، در سال ۱۸۹۳/۱۲۷۲ در زمینهٔ اعمال نظریهٔ کلاسیک بر مسئلهٔ تابش جسم سیاه، آخرین موفقیت را از آن خود کرد. او توانست نشان دهد که طول موج، λ_{\max} ، که در آن $M_{e\lambda}$ (چگالی شار بر واحد بازهٔ طول موجی که از جسم سیاه خارج می‌شود) بیشینه است، چنین تغییر می‌کند

$$\lambda_{\max} T = 2.8978 \times 10^{-3} \text{ m K} \quad (۲۰۱۳)$$

به تدریج که T افزایش یا بد λ_{\max} کاهش می‌یابد و همان طور که در ارتباط با شکل ۱۰۱۳ خاطر نشان کردیم، کله‌ها جا به جایی شوند. بنابراین، عبارت (۲۰۱۳) را قانون جابجایی وین می‌گویند. در همین هنگام بود که تزلزل نظریهٔ کلاسیک آغاز شد. تمامی تلاشهایی که برای انطباق منحنی تابش کل (شکل ۱۰۱۳) با عبارتی نظری استوار بر الکترومغناطیس صورت گرفت، فقط به موفقیت‌های محدودی انجامید. وین فرمولی ارائه کرد که در ناحیهٔ طول موج کوتاه با داده‌های مشاهده شده توافق نسبتاً خوبی داشت ولی به‌ازای مقادیر زیاد λ اساساً از آن انحراف پیدا می‌کرد. لرد ریلی [جان ویلیام سترات (۱۲۹۸-۱۹۱۹/۱۸۲۴-۱۳۲۵) و بعداً سر جیمز جینز (۱۳۲۵-۱۹۴۶/۱۲۵۶-۱۸۷۷) توصیفی را بر حسب مدهای موج ساکن میدان درون محفظه عرضه کرد. ولی این فرمول دیلی-جینز فقط در ناحیهٔ طول موجهای خیلی بلند با منحنیهای تجربی سازگار بود. ناتوانی نظریهٔ کلاسیک کلاً توضیح‌ناپذیر بود؛ نقطهٔ عطفی در تاریخ فیزیک فرا رسیده بود. رهیافت پلانک به این مسئله نسبتاً سیستماتیک و عملی بود. وی ابتدا داده‌های حاصل از مشاهده را در قالب یک عبارت تجربی ریخت. سپس به یافتن یک تأیید فیزیکی برای آن عبارت در

چارچوب اصول ترمودینامیک مبادرت ورزید. در واقع مسدل او اتمهای دیواره‌های کوره را در حالت تعادل گرمایی بامیدان تابشی محصور تصویر می‌کرد. او فرض کرد که رفتار اتمها مانند نوسانگرهای الکتریکی است که انرژی تابشی را درمی‌آشامند و گسیل می‌کنند. او با زهم فرض کرد که امکان پدید آمدن تمامی بسامدهای نوسانگر، وجود دارد و بنابراین کلیهٔ بسامدها باید در طیف گسیلیده حضور داشته باشند. اما اکنون او فرض غیر رسمی کاملاً بی‌سابقه‌ای را ارائه کرد که تنها به طور عملی تأیید می‌شد و آن اینکه کارآیی عملی داشت. پلانک اظهار داشت که یک تشدید کنندهٔ اتمی تنها می‌تواند مقادیر گسستهٔ انرژی را که با بسامد نوسانش متناسب باشد درآشامد و یا گسیل کند. به علاوه، چنان مقداری از انرژی باید ضریب صحیحی از چیزی به نام «عنصر انرژی» $h\nu$ باشد. بدین سان کلیهٔ انرژیهای ممکن نوسانگر، \mathcal{E}_m ، از رابطهٔ زیر به دست می‌آیند

$$\mathcal{E}_m = m h \nu \quad (۳۰۱۳)$$

که در آن m یک عدد درست مثبت و h ثابتی است که باید با نسبت دادن داده‌های واقعی مناسب به آن، تعیین شود. پلانک، پس از اعمال برهانهای آماری، که در اینجا چندان مورد توجه ما نیستند، فرمول زیر را برای خروجی طیفی به دست آورد

$$M_{e\lambda} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \left[\frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \right] \quad (۴۰۱۳)$$

که h ، در این مثال، ثابت بولتزمن است. قاعدهٔ تابش پلانک به گونه‌ای که از معادلهٔ (۴۰۱۳) به دست داده شده است، و به‌ازای اختیار مقادیر مناسب برای h ، با نتایج تجربی توافق بسیار خوبی دارد. مقداری که در حال حاضر برای ثابت پلانک پذیرفته شده است چنین است

$$h = (6.6256 \pm 0.0005) \times 10^{-34} \text{ J s}$$

بدین سان پلانک در واقع توانست منحنی تابش جسم سیاه را جا بیندازد. اما مهمتر از اینها، از یافتهٔ بازهم بزرگتری، کوانتوم انرژی، پرده بر گرفت.

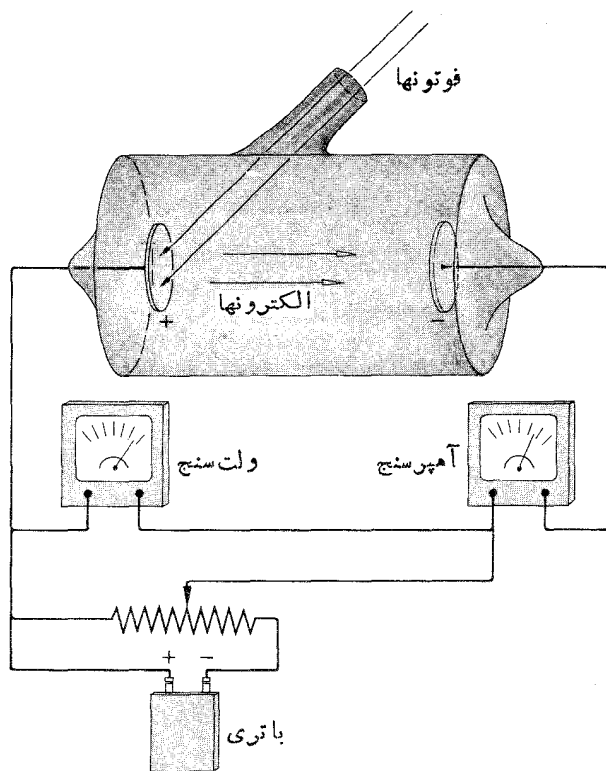
این فرضیه که انرژی به صورت کوانتومهای $h\nu$ (که در ابتدا یک تمهید محاسباتی به نظر می‌رسید) گسیلیده و درآشامیده می‌شود، به صورت تعبیری بنیانی از ماهیت چیزها به حساب آمده است. افزون بر این، کمیت h بیش از آنکه پارامتر ویژه‌ای برای برآزش منحنی باشد، خود را به عنوان یک ثابت همگانی با اهمیت

۱. این را با چگالی انرژی طیفی که برابر $M_{e\lambda}/c$ است، اشتباه نکنید.

۲. مقداری که پلانک در ابتدا برای انرژیهای فوتونی پیدا کرد، مقدار نادرست $m h \nu$ بود، که بوز و اینشتین بعداً آن را به‌طور صحیحی فرمولبندی کردند.

مسأله‌ی آزاد می‌شوند، آغاز کردند. به‌زودی آشکار شد که اثر فوتوالکتریک نمونه‌ی دیگری است که نظریه‌ی الکترومغناطیسی کلاسیک به‌طور باور نکردنی در برابر آن ناتوان بود. سرانجام این معضل دیرپای را اینشتین در مقاله‌ی تابناکی که در سالنامه‌ی فیزیک ۱۹۰۵ انتشار داد، حل کرد. ۳. در همانجا بود که او با جسارت تمام فرضیه‌ی کوانتومی پلانک را گسترش داد و با این کار انگیزه‌ی تفسیر مجدد و جامع فیزیک کلاسیک را که قرار بود بعداً در دهه‌ی بیست این قرن اتفاق بیفتد، ایجاد کرد. اینک صحنه‌ی را (حدود ۱۹۰۵) چنان ترتیب دهیم که بتوانیم دریابیم چگونه کار اینشتین در پرتو داده‌های محدود موجود، از بصیرت کامل او حکایت می‌کرد.

تجربیات اولیه‌ی الستر و گاتیل در ۱۸۸۹ آشکار ساخته بود که فوتوالکترونها در اغلب موارد از سطوح فلزی تحت بررسی که نور به آنها می‌تابید، تحت تأثیر نیروهای بی‌کنده می‌شوند. الکترونها ظاهراً با سرعت کم ولی متناهی، با گستره‌ای از صفر تا یک مقدار بیشینه V_{max} ، خارج می‌شدند. اگر تیغه‌ی گردآور را نسبت به تیغه‌ی روشن شده منفی کنیم، یک نیروی ترمزی می‌توانست بر الکترونها وارد آید. ولتاژ ترمزی که حتی پراورژترین



شکل ۲.۱۳ آرایش تجربی برای مشاهده‌ی اثر فوتوالکتریک.

بسیار نمایانده است. با وجود این، باید یادآوری کنیم که تا سالهای متمادی به اهمیت واقعی کار پلانک توجه نشد، و حتی چنان که یادداشت زیر گواهی می‌دهد، او خودش نیز در استنتاج این فرمول با احتیاط گام برمی‌داشت.^۱

درست است که به این وسیله معلوم نخواهیم کرد که این فرضیه نمایانگر تنها بیان ممکن یا حتی مناسبترین آن برای قانون بنیادی دینامیکی ارتعاش نوسانگرهاست. برعکس، به نظر من بسیار محتمل است که شکل و محتوای آن بهبود زیادی حاصل خواهد کرد... و تا مادامی که فی‌نفسه یا از طریق تجربه هیچ تناقضی در آن پیدا نشود، و تا وقتی نتوانیم فرضیه‌ی مناسبتری را جانشین آن کنیم، همچنان اهمیت خود را حفظ خواهد کرد.

۳.۱۳ اثر فوتوالکتریک، مفهوم فوتون اینشتین

این هم از ریشخندهای روزگار است که، هاینریش هرتز، که به تثبیت تصویر موجی کلاسیک انرژی تابشی یاری رسانده بود، ندانسته در صورتبندی مجدد نهایی آن سهمید. این مشارکت از طریق کشف اثر فوتوالکتریک توسط او انجام گرفت؛ توصیف هرتز از این پدیده اولین بار در سال ۱۸۸۷ در مقاله‌ای تحت عنوان «در باره‌ی اثر نور فرابنفش بر تخلیه‌ی الکتریکی» منتشر شد. وی در حالی که درگیر آزمایشهای خود در زمینه‌ی امواج الکترو-مغناطیسی بود (بخش ۴.۵.۳)، آزمایشهایی که اکنون کاملاً مشهور هستند، ملاحظه کرد که وقتی به‌دور شفاف نوری بتابد که حاصل جرقه‌ی اولیه است، جرقه‌ی القا شده در مدار گیرنده‌اش قویتر می‌شود. او توانست ثابت کند که وقتی نور فرابنفش بر سرمنفی شفاف فرود آید، این اثر به‌شدیدترین وجهی مشخص می‌شود، ولی او این کار را بیشتر از این پیگیری نکرد. بعداً در ۱۸۸۹، ویلهلم هالواکرز^۲ (۱۸۵۹-۱۹۲۲/۱۲۳۱-۱۳۰۱) نشان داد که ذرات منفی از سطوح فلزی مانند روی، سلیم، پتاسیم و مانند آنها که در معرض تابش مشابهی باشند، خارج می‌شوند. پس از آن، فیلیپ ادوارد آنتون فون لنارد (۱۸۶۲-۱۹۴۷/۱۲۴۱-۱۳۲۶) که یکی از همکاران هرتز بود، نسبت بار به جرم این ذرات را اندازه‌گیری کرد و بدین‌سان تأیید کرد که تقویت جرقه‌ای که هرتز مشاهده کرده بود، نتیجه‌ی گسیلش الکترونها بوده است (اکنون آنها را فسوفسوف الکترون می‌نامند). با به‌کارگیری ابزارهایی که علی‌الاصول به‌دستگاه ترسیم شده در شکل ۲.۱۳ شبیه بودند، عده‌ای از پژوهشگران فراهم آوردن داده‌ها را درباره‌ی اثر فوتوالکتریک، یعنی فرایندی که طی آن الکترونها از مواد تحت کنش انرژی

1. M. Planck and M. Masius, *The Theory of Heat Radiation*.

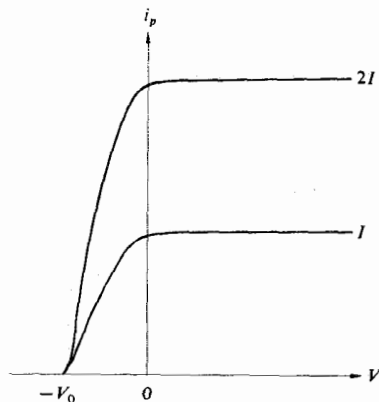
2. Wilhelm Hallwachs

۳. ۱۹۰۵ برای اینشتین سال خوبی بود. در آن سال بود که تقریباً در ۲۶ سالگی نظریه‌های نسبیت خاص، حرکت پراوانی و اثر فوتوالکتریک خود را منتشر کرد. با وجود این، او یک بار محرمانه به یکی از دوستانش گفت که اثر فوتوالکتریک نتیجه‌ی پنج سال تفکر درباره‌ی فرضیه‌ی پلانک بوده است.

پیش‌بینی می‌کند (مسئله ۱۰.۱۳) که قبل از اینکه الکترون‌ها بتوانند مقدار انرژی را که به‌هنگام مشاهده دارا هستند، در خود جمع کنند، باید حدود ۱۰ ساعت طول بکشد. برعکس الستر و گاتیل، که با تابیدگی حتی کمتری کار می‌کردند به‌هیچ‌وجه فاصله زمانی قابل اندازه‌گیری را پیدا نکردند.

در ۱۹۰۲/۱۲۸۱ لئارد کشف کرد که برای یک فلز مشخص، مطابق طرح‌واره شکل ۴.۱۳، پتانسیل بازدارنده و بنابراین انرژی جنبشی بیشینه، از چگالی شارتابشی که به‌تیغه‌ها می‌رسد، مستقل است. او معلوم کرد که حتی اگر تابیدگی فرودی هفتاد برابر تغییر کند حتی یک درصد هم V_0 را تغییر نمی‌دهد. این نتیجه به‌عمای دیگری انجامید. به‌خوبی معلوم شده بود که انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترون‌ها به‌چشمه به‌کار رفته بستگی دارد. ولی کار لئارد نشان داد که این انرژی از I مستقل است. فقط می‌شد نتیجه گرفت که انرژی جنبشی بیشینه به‌نحوی با بسامد چشمه، و نه با کل انرژی فرودی، تغییر می‌کند - در واقع این یک نتیجه گیسج‌کننده بود. افزون بر این، یادآور می‌شویم که هرگز، در آزمایش اولیه خود نشان داد که تابش فرانفش به‌عنوان محرک از نور مرئی مؤثرتر است. این مطلب ایجاب می‌کرد که با افزایش تدریجی بسامد انرژی تابشی، یک مقدار آستانه فرا برسد که بعد از آن الکترون‌ها گسیل شوند. ولی این مطلب نیز از نظر کلاسیک غیرقابل توضیح بود؛ اینکه گسیلش صورت بگیرد یا خیر، باید به I بستگی داشته باشد و نه به V .

چکیده فرضیه اصلی پلانک این بود که انرژی میدان تابشی فقط از طریق کوانتوم‌های گسسته، یعنی ضرایب درستی از $h\nu$ ، تغییر می‌کند. این موضوع نتیجه این حقیقت بود که اوانرژی نوسانگرهای الکتریکی را کوانتیده کرده بود. ایششتین از این حد نیز فراطرف و پیشنهاد کرد که خود میدان تابش کوانتیده است و بنابراین انرژی آن فقط به‌صورت کوانتوم‌های $h\nu$ (به نام فوتون) قابل جذب است. اکنون سازوکار اثر فوتوالکتریک کاملاً روشن می‌شود. یک الکترون را درون ماده‌ای در نظر بگیرید که یک فوتون $h\nu$ را درآشامیده



شکل ۴.۱۳ پتانسیل بازدارنده از تابیدگی مستقل است.

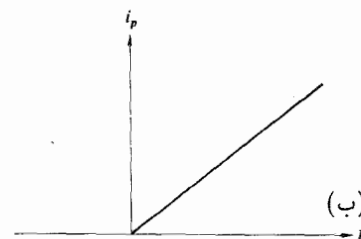
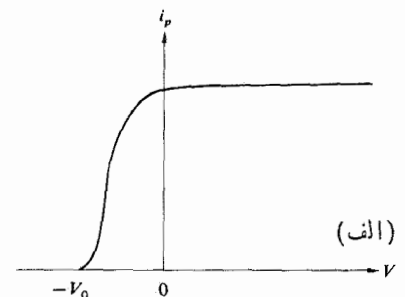
الکترون‌ها را از رسیدن به گردآور باز می‌دارد و در نتیجه جریان فوتونی را به‌صفر می‌رساند پتانسیل بازدارنده، V_0 ، نامیده می‌شود. از این رو

$$\frac{1}{2} m_0 v_{\max}^2 = q_e V_0 \quad (۵.۱۳)$$

که در آن m_0 جرم سکون الکترون است. شکل ۳.۱۳ الف روشی را می‌نمایاند که در آن جریان فوتونی i_p با تغییر ولتاژ V تغییر می‌کند. در مورد شکل ۳.۱۳ الف چیزی که با تصویر کلاسیک فرق داشته باشد، وجود ندارد. توزیع انرژی الکترون‌های خروجی را، که به‌صورت افت تدریجی منحنی خودنمایی می‌کند، می‌توان به‌طور رضایت بخشی به‌اختلافهای انرژی بستگی الکترون‌های گوناگون به‌فلز، نسبت داد. با توجه به اینکه الکترون‌ها خود به‌خود از سطوح فلزی کنده نمی‌شوند وجود چنان انرژی بستگی کاملاً منطقی است.

در سال ۱۸۹۳/۱۲۷۲ مشاهده شد که، i_p مستقیماً با تابیدگی I متناسب است؛ این موضوع در شکل ۳.۱۳ ب نمایانده شده است. این مورد هم نسبت به‌طرح کلاسیک انحرافی نشان نمی‌داد. افزایش I باعث افزایش کل انرژی می‌شود که سطح جذب می‌کند و بنابراین باید به‌همان نسبت تعداد بیشتری از فوتوالکترون‌های گسیلیده حاصل شوند.

در مقابل، قبلاً محرز شده بود که بین لحظه روشن شدن تیغه و شروع گسیلش فوتون تأخیر زمانی قابل تشخیصی وجود ندارد. این رفتار در چارچوب کلاسیک کاملاً غیرقابل درک است. مثلاً، اگر $I = 10^{-10} \text{ W/m}^2$ (به‌ازای $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$) نظریه



شکل ۳.۱۳ (الف) جریان فوتونی نسبت به‌ولتاژ. (ب) جریان فوتونی نسبت به‌تابیدگی.

بین تأییدگی و جریان فوتونی نیز کاملاً قابل درک است. افزایش I با فوتونهای بیشتری که انرژی آنها یکسان است و بنابراین با افزایش i_p ، متناظر است ولی نه با V_0 .

نظریه کوانتومی وجود بسامد آستانه، بستگی $(mv_{\max}^2/2)$ را به v ، فقدان فاصله زمانی، استقلال V_0 از I و ارتباط I به i_p را به سادگی توجیه می کند. بدین جهت چون داده های کمی اندک، و فوتون هم ایده ای ریشه ای بود، بسیاری بودند که این نظریه را نپذیرفتند.

معادله فوتوالکتریک حتی از توجیه تمامی مشاهدات شناخته شده فراتر رفت؛ این معادله یکی از بزرگترین پیشگوییهای تمامی اعصار را به نمایش گذاشت. بعد از آنکه این نظریه انتشار یافت، غوغای عظیمی از کارهای تجربی به راه افتاد و هر نوع تأییدی را برای آن به بار آورد. تناسب بین I و i_p برگستره تأییدگی 5×10^7 توسعه یافت. ارنست لاورنس، و بیمز (۱۹۲۸/۱۳۰۷) برای ایجاد تپهای نور از یک اتاقک کُر استفاده کردند و به این طریق دریافتند که اگر یک فاصله زمانی در گسیلش الکترونها وجود داشته باشد، باید کمتر از $10^{-9} \times 3$ ثانیه باشد. در ۱۹۱۶/۱۲۹۵ روبرت آندروز میلیکان (۱۳۳۲-۱۲۴۷/۱۹۵۲-۱۸۶۸)، فیزیکیان امریکایی، بررسی جامع و بسیار دقیق خود را، در خصوص رابطه بین معادله اینشتین و اثر فوتوالکتریک منتشر کرد. سخنان خود او درباره این مبحث موضوع را کاملاً روشن می کند

«من ده سال از عمر خود را صرف بررسی معادله ۱۹۰۵ اینشتین کردم و برخلاف تمامی انتظاراتم، در ۱۹۱۵ ناگزیر شدم تأیید تجربی بدون ابهام آن را اذعان کنم و این علیرغم غیر عقلانی بودنش بود زیرا به نظر می رسید که این معادله از همه آنچه که تا آن زمان درباره تداخل نور می دانستیم، تخطی می کند.»

نمایشی از نتایج میلیکان در شکل ۵.۱۳ آمده است. توجه کنید که چون $v_0 = \Phi_0/h$ ، می توانیم بنویسیم

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = h(v - v_0) \quad (۹.۱۳)$$

یعنی نمودار تغییرات انرژی جنبشی بیشینه $(q_e V_0)$ بر حسب v ، برای هر ماده معلومی یک خط راست به شیب h و تقاطع $-\Phi_0$ خواهد بود. این پیشگوییها از سوی میلیکان به طور کامل تأیید شد. این حقیقت شگفت که بنا بر آن شیب عملاً برابر h به دست آمد پیشگویی است به بصیرت پلانک و نبوغ اینشتین. در فلزات مختلف مقادیر مشخصه Φ_0 و v_0 مشخص است ولی در تمامی حالات، شیب خط، بنا بر پیش بینی، به مقدار h ثابت باقی ماند.

است. این الکترون در ضمن صعود به سطح ماده، مقداری از انرژی خود را از دست می دهد و در جریان گریز از سطح بازهم انرژی بیشتری را از دست خواهد داد. فرض کنیم کل انرژی که تاهنگام ترك ماده مصرف شده است Φ باشد. اختلاف بین $h\nu$ و Φ به صورت انرژی جنبشی ظاهر می شود

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + \Phi \quad (۹.۱۳)$$

وقتی که اتفاقاً الکترون به سطح ماده می رسد، Φ مقدار کمینه خود، Φ_0 را داراست، که تابع کار نامیده می شود، با انرژی که الکترون برای آزاد شدن از سطح لازم دارد متناظر است (جدول ۱۰.۱۳). در آن حالت خاص

$$h\nu = \frac{mv_{\max}^2}{2} + \Phi_0 \quad (۷.۱۳)$$

این رابطه بیانی است از معادله فوتوالکتریک اینشتین. پایینترین بسامد یا بسامد آستانه (v_0) که می تواند گسیل را اجرا کند فقط قادر است الکترونها را به بیرون بجهاند. برای فهم بهتر مطلب، می گیریم $v_{\max} \approx 0$ و

$$v_0 = \frac{\Phi_0}{h} \quad (۸.۱۳)$$

در تصویر فوتونی، می شود گفت الکترون در مقابل یک نشر تدریجی، انرژی را به یکباره درمی آشامد. بنابراین، تأخیر زمانی قابل ملاحظه ای در گسیلش وجود نخواهد داشت. ارتباط درونی

جدول ۱۰.۱۳ بسامدهای آستانه فوتوالکتریک و تابع کار برای چند فلز.

فلز	v_0 (THz)	Φ_0 (eV)
سزیم Cs	۴۶۰	۱.۹
بریلیوم Be	۹۴۰	۳.۹
تیتانیوم Ti	۹۹۰	~۴.۹
جیوه Ng	۱۱۰۰	۴.۵
نیکل Ni	۱۲۱۰	۵.۰
پلاتینیوم Pt	۱۵۳۰	۶.۳

1. E. O. Lawrence and J.W. Beams, "The Element of time in the photoelectric Effect," *Phys. Rev.*, 32, 478 (1928).

۲. در ۱۹۲۳/۱۳۰۲ دو سال پس از اینکه اینشتین به خاطر کارش در زمینه اثر فوتوالکتریک جایزه نوبل را دریافت کرد، میلیکان نیز به خاطر تلاشهای تجربیش در همین مبحث، به آن افتخار نایل آمد.

که منشاء آنها در نظریه نسبیت خاص است. از آنجا که فوتون آفریده این هر دو اصل است، می‌توان انتظار داشت که عملکرد هر دو معادله بالا یکسان است؛ در واقع آنها باید یکسان هم باشند، نتیجه این است که جرم فوتون ساکن صفر است. انرژی کل فوتون، مانند هر ذره دیگری، از عبارت نسبیتی $\mathcal{E} = mc^2$ به دست می‌آید، که در آن

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (12.13)$$

از ایشرو، چون فوتون دارای جرم نسبیتی محدود m است و $m_0 = 0$ ، نتیجه می‌گیریم که فوتون تنها می‌تواند با سرعت c وجود داشته باشد؛ انرژی \mathcal{E} صرفاً جنبشی است.

این حقیقت که فوتون دارای جرم لختی است به برخی نتایج جالبتر، مثلاً انتقال به سرخ گرانشی (مسئله ۱۳.۱۳) و انحراف نور ستاره توسط خورشید (مسئله ۱۶.۱۳) منجر می‌شود. انتقال به سوی سرخ تحت شرایط آزمایشگاهی در سال ۱۹۶۰ توسط پاوند و ربکا در دانشگاه هاروارد مشاهده شد. به طور خلاصه، اگر ذره‌ای به جرم m در میدان گرانشی زمین تا ارتفاع d بالا برود، ضمن غلبه بر میدان، کار انجام خواهد داد و بدین سان انرژی آن به اندازه mgd کاهش می‌یابد. بنابراین، اگر انرژی اولیه فوتون $h\nu_i$ باشد، انرژی نهایی آن پس از پیمودن مسافت عمودی d چنین می‌شود

$$h\nu_f = h\nu_i - mgd \quad (13.13)$$

و چون $v_f < v_i$ ، بنابراین آن را انتقال به سرخ می‌نامند. پاوند و ربکا با به کار بردن فوتونهای پرتوگاما، توانستند ثابت کنند کوانتومهای میدان الکترومغناطیسی چنان رفتار می‌کنند که گویی جرم آنها برابر $m = \mathcal{E}/c^2$ است. از معادله (۱۰.۱۳) می‌توان اندازه حرکت یک فوتون را چنین نوشت

$$p = \frac{\mathcal{E}}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad (14.13)$$

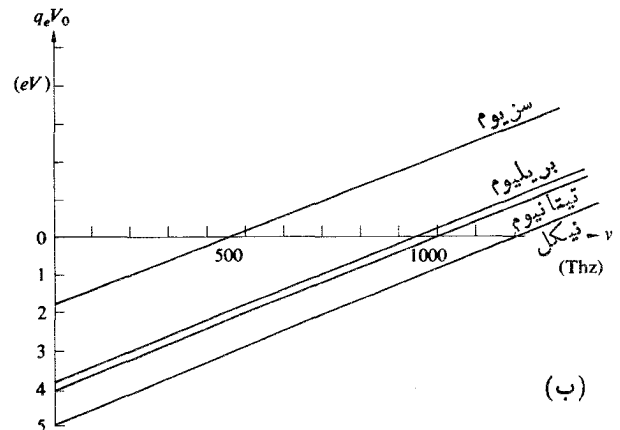
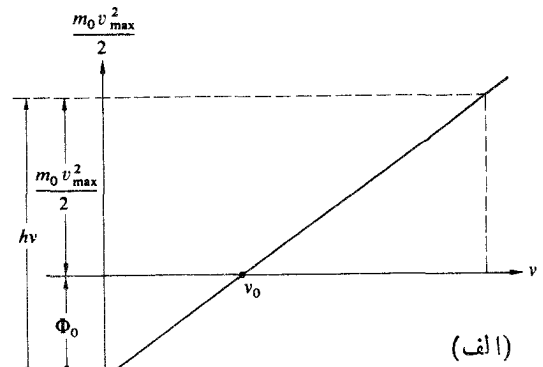
یا

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (15.13)$$

اگر باریکه نور کاملاً تکفامی به طول موج λ داشته باشیم اندازه حرکت هر فوتون سازا h/λ ، یا هم‌ارز آن

$$p = \hbar k \quad [60.3]$$

است. می‌توانیم به شیوه اندکی متفاوت تر نیز به همین نتیجه برسیم.



شکل ۵.۱۳ برخی از نتایج میلیکان.

کوانتش میدان الکترومغناطیسی محرز شده بود؛ تمامی علم فیزیک، و به ویژه نورشناخت، هرگز چنین نخواهد بود که تا این تاریخ بوده است.^۱

۴.۱۳ ذرات و امواج

بنابر نظریه الکترومغناطیسی ماکسول (فصل ۳) انرژی، \mathcal{E} ، و اندازه حرکت، p ، یک موج الکترومغناطیسی از طریق این عبارت با یکدیگر ارتباط پیدا می‌کنند

$$\mathcal{E} = cp \quad (10.13)$$

در عوض، انرژی و اندازه حرکت یک ذره به جرم سکون m_0 را این فرمول به هم ربط می‌دهد

$$\mathcal{E} = c(m_0^2 c^2 + p^2)^{1/2} \quad (11.13)$$

۱. با وجود اینکه اثر فوتوالکتریک از لحاظ تاریخی تأثیر به‌سزایی بر فوتون داشته است، می‌توان این اثر را بدون توسل به کوانتش میدان الکترومغناطیسی توضیح داد. در واقع با نسبت دادن ماهیت کوانتومی، تنها به‌خود ماده، می‌توان میدان را به‌طور کلاسیک بررسی کرد. رک مقاله W. E. Lamb, Jr. and M. O. Scully in *Polarization, Matter and Radiation, Jubilee Volume in Honor of Alfred Kastler*.

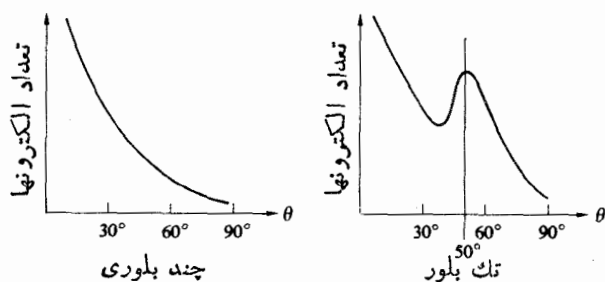
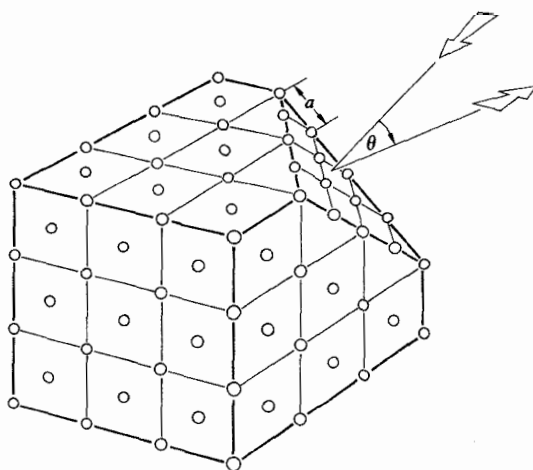
]] $10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ eV}$)) و طول موج آن 1 \AA خواهد بود که درست در حدود طول موج يك فوتون معمولی پرتو ایکس است. تأیید تجربی فرضیه دوبروی در سالهای ۱۹۲۷-۱۹۲۸ در پی تلاشهای کلینتو ژوزف دیویسون (۱۳۳۷-۱۲۶۱/۱۹۵۸-۱۸۸۱) و لستر گرم (۱۲۷۵/۱۸۹۶) در ایالات متحده و جرج تامسون (۱۲۷۱/۱۸۹۲) در بریتانیا به دست آمد. دیویسون و گرمیک بلور نیکل (با ساختار مکعبی مرکز سطحی) را در مقام يك توری پراش سه بعدی برای الکترونها به کار بردند. وقتی يك باریکه 54 eV الکترون ولتی عمود بر وجه برش خورده بلور، مطابق شکل ۶.۱۳، فرود می آمد يك بازتاب قوی با زاویه 50° نسبت به عمود ظاهر می شد. با استفاده از معادله توری داریم

$$a \sin \theta_m = m\lambda \quad [32.10]$$

درمی یابیم که بیشینه مرتبه اول ($m=1$) متناظر است با

$$a \sin \theta_1 = \lambda$$

در این مثال فاصله شبکه ای، a ، برابر 2.15 \AA است و از اینرو $\lambda = 2.15 \sin 50^\circ$ یا 1.65 \AA ، که با مقدار 1.67 \AA که از معادله دوبروی (۱۶.۱۳) به دست می آید، به خوبی توافق دارد. بدین سان کاملاً شگفت است که، باریکه ای از الکترونها به روشی کاملاً مشابه با واجهیدن يك موج نوری از يك توری بازتابش،



شکل ۶.۱۳ آزمایش دیویسون-گرم.

به طور کلی اندازه حرکت، حاصل ضرب جرم و سرعت است، از اینرو

$$p = mc = \frac{E}{c}$$

و مجدداً به معادله (۱۴.۱۳) برگشته ایم. رابطه اندازه حرکت، $p = h/\lambda$ ، را برای فوتونها در سال ۱۹۲۳/۱۳۰۲ کامپتون (۱۳۴۱-۱۹۶۲/۱۲۷۱-۱۸۹۲) مورد تأیید قرارداد. وی در يك آزمایش کلاسیک کوانتومهای پرتو ایکس را روی الکترونها تابانید و بسامد فوتونهای پراکنده شده را مورد بررسی قرارداد. کامپتون با به کار بردن قوانین بقای اندازه حرکت و انرژی به طور نسبی، به گونه ای که گویی برخورد بین ذرات انجام می گیرد، توانست علت کاهش بسامد انرژی تابشی پراکنده شده را، که جز به این طریق غیر قابل توضیح بود، توجیه کند.

چند سالی بعد، لویی دوبروی (۱۲۷۰/۱۸۹۱) در فرانسه، در پایان نامه دکتری خود شباهت شگفت انگیزی را میان فوتونها و ذرات ماده ترسیم کرد. از اینرو، چون $p = h/\lambda$ ، بنابراین طول موج يك ذره با اندازه حرکت mv چنین خواهد بود

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (16.13)$$

چون $h = 6.6 \times 10^{-34}$ ، مقدار کوچکی است و به علت بزرگی نسبی اندازه حرکت موجودات ماکروسکوپی، طول موج چنین اجسامی بسیار کوتاه است. مثلاً، طول موج يك ریگ يك گرمی به سرعت 1 cm/s ، $6.6 \times 10^{-29} \text{ m}$ است که تقریباً 10^{22} بار کوتاهتر از طول موج نور سرخ است. در مقابل، اگر ولتاژ لازم برای رساندن طول موج الکترونی به يك آنگستروم را حساب کنیم، عددی در حدود فاصله بین اتمها به دست می آید. انرژی جنبشی این الکترون، اگر از حالت سکون شروع به حرکت کند، پس از گذشتن از يك اختلاف پتانسیل V برابر $mv^2/2$ خواهد بود، یعنی

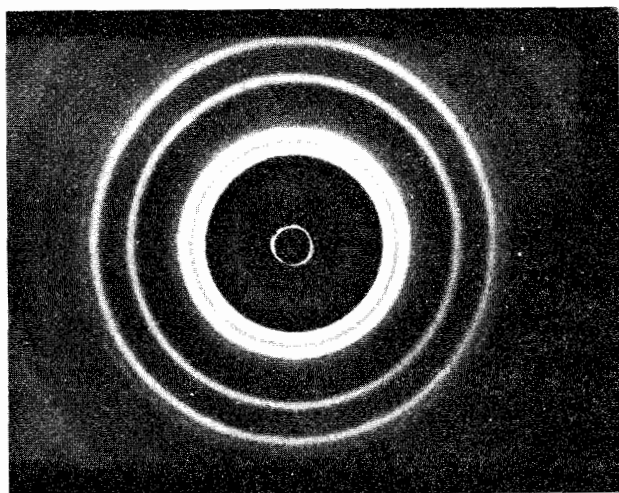
$$q_e V = \frac{mv^2}{2}$$

با استفاده از معادله (۱۴.۱۳) می توان نوشت

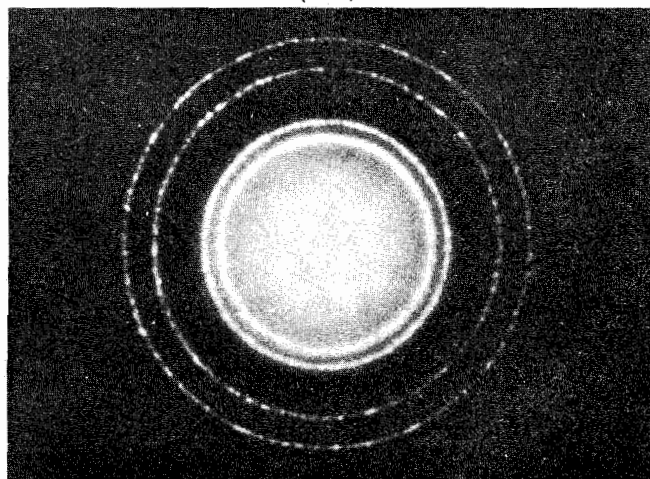
$$V = \frac{h^2}{2mq_e \lambda^2} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{2(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(10^{-10} \text{ m})^2}$$

$$V = 150 \text{ V}$$

انرژی الکترونی که چنین شتابی گرفته باشد 150 eV



(الف)



(ب)

شکل ۷.۱۳ (الف) نقش پراش ناشی از پرتو ایکس که از یک ورقه نازک آلومینیوم چند بلورین عبور می‌کند. (ب) نقش پراش ناشی از الکترون‌ها که از همان ورقه گذشته‌اند.

نیست. ذرات و امواج مفاهیم ماکروسکوپیکی اند که به تدریج که به حوزه زیرمیکروسکوپی نزدیک می‌شویم مناسب خود را از دست می‌دهند.

۵.۱۳ احتمال و نورشناخت موجی

ماهیت بنیادی موجی بودن پدیده‌های نوری بیش از یکصد سال پیش به اثبات رسیده است. ستون اصلی آن کار پانگ، فرنل و بسیاری دیگر بود که فرایندهای تداخل، پراش، و قطبش را مورد مطالعه قرار

پراشیده شده است. نخستین مشاهده پراش الکترون که توسط دیویسون و گرمر انجام گرفت، کاملاً اتفاقی بود؛ آنان نه در جستجوی آن بودند و نه در ابتدا متوجه شدند که این پراش روی داده است. در مقابل، تامسون آگاهانه برای تأیید پراش دست به آزمایش زده بود. وی با اتخاذ روش اندکی متفاوت، باریکه‌ای از الکترونهای سریع را از یک ورقه نازک چند بلورین (به ضخامت 100 nm) عبور داده و نقش پراشی را که از حلقه‌های هم مرکز تشکیل یافته بود، مشاهده کرد (شکل ۷.۱۳). در $1928/1930$ ، روپ باریکه‌ای از الکترونهای کند (70 eV) را تحت زاویه خراشان از روی یک توری نوری فلزی (1300 خط در سانتیمتر) پراش داد و تصاویر مرتبه‌های اول، دوم و سوم را مشاهده کرد. چندسالی بعد در $1930/1935$ ، ایسترمن^۲ و اوتو اشترن^۳، هم با استفاده از باریکه اتمهای هلیوم و هم هیدروژن مولکولی، وجود آثار پراش را نشان دادند.

اخیراً، ایجاد گستره قابل ملاحظه‌ای از نقشهای تداخل و پراش با استفاده از الکترون‌ها ممکن شده است، عکسهای شکل ۸.۱۳ گواه این مطلب‌اند.

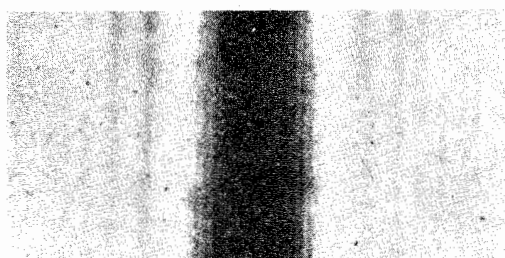
گذشته از فهرست طولانی ذرات مادی که بروز خواص موجی در آنها مشاهده شده است، نوترون‌ها مفیدترین آنها هستند. فوتونهای کند یا گرمایی به علت اینکه فاقد بارند می‌توانند طول موجهای بلند داشته و بازهم در برابر نیروهای الکتریکی که الکترونهای با اندازه حرکت کم را شدیداً آشفته می‌کنند، مصون باشند. امروزه، پراش نوترونهای گرمایی (که عموماً از رآکتورهای هسته‌ای ناشی می‌شوند) شیوه بررسی متداولی در ساختار اتمی است (شکل ۹.۱۳).

در گذشته نه‌چندان دور ($1969/1948$)، باریکه‌ای از اتمهای پتاسیم خنثی برای مشاهده پراش حاصل از یک شکاف ماکروسکوپی (به پهنای $10^{-6} \times 23\text{ m}$) به کار رفته است. نقش حاصل با فرضیه دو بروی و نظریه پراش نرده‌ای فرنل سازگار بود.^۴

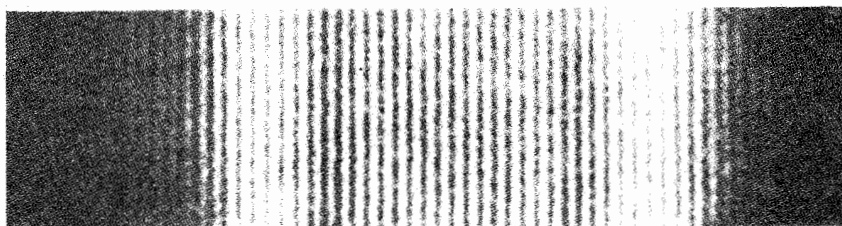
زبان ما به فهرستی از واژگان محدود است و به همان اندازه تجربه‌های جهانی ما نیز مفاهیمی را که از آن واژگان به ذهن متبادر می‌شود محدود می‌کنند، حسیاتمان از محیط دریافتهایی به دست می‌دهد و با این کار پایه‌های درک ما را از آن فراهم می‌آورد. در هر چیزی که تعمیم منطقی به نظر می‌رسد، اندکی از روی سادگی، تلاش کرده‌ایم از تصویرسازی ماکروسکوپی برای توصیف موجودات زیرمیکروسکوپی بهره گیریم. ولی اگر الکترون‌ها را با گویهای کوچک بیلیارد قیاس کنیم، رفتار آنها بی شباهت به رفتار نور که به صورت امواج غلطان کوچک شده اقیانوس پنداشته شوند،

1. E. Rupp 2. I. Estermann 3. Otto Stern

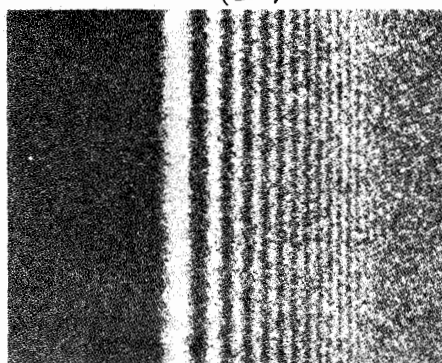
4. J. Leavitt and F. Bills, "Single-Slit Diffraction Pattern of a Thermal Atomic Potassium Beam," *Am. J. Phys.* 37; 905 (1969).



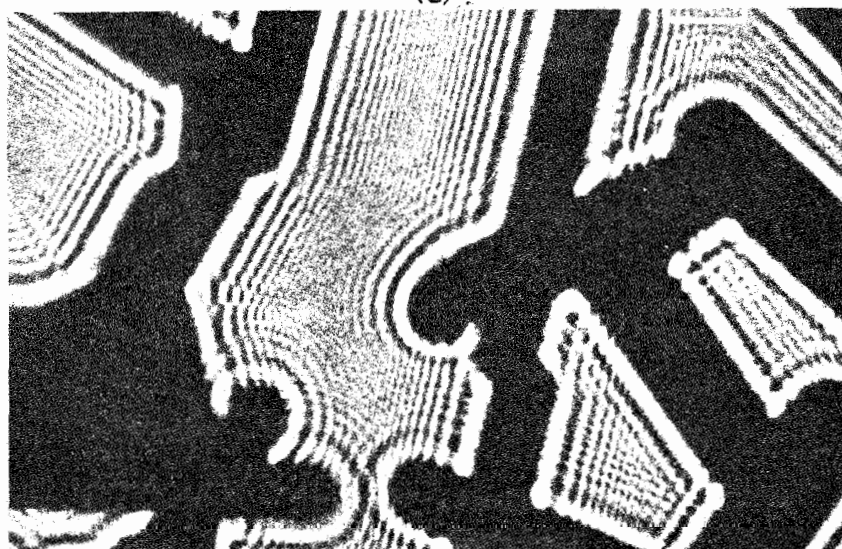
(الف)



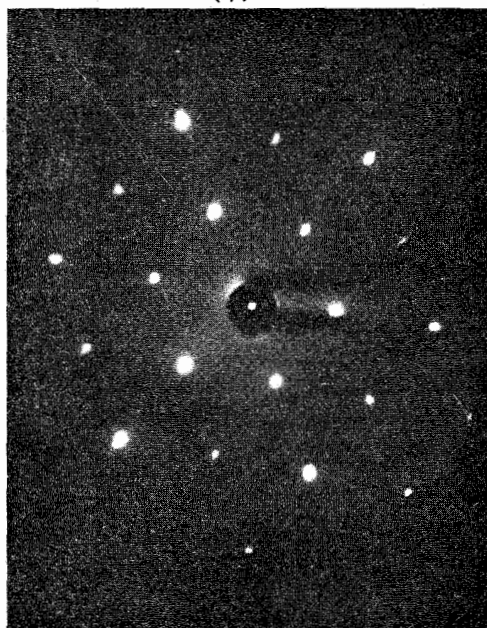
(ب)



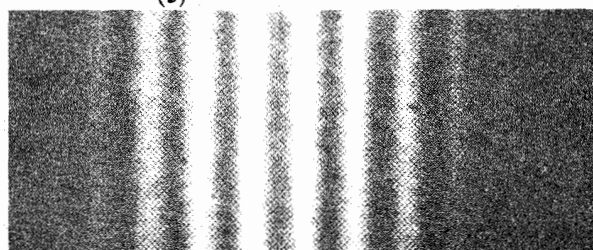
(ج)



(د)



(هـ)

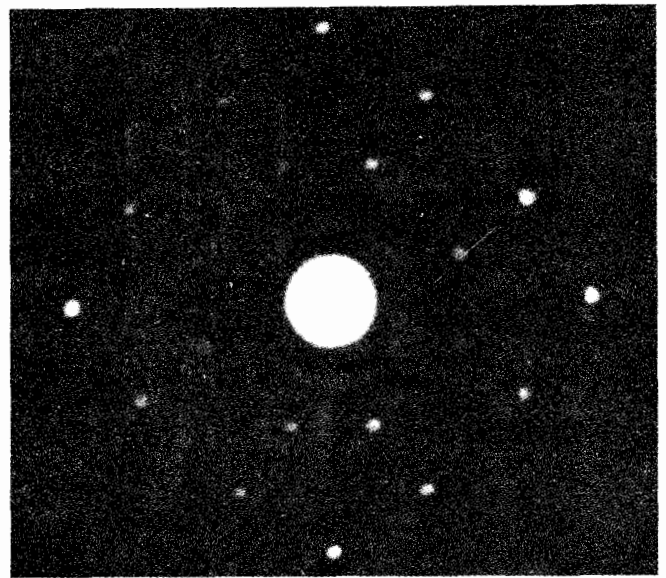


(و)

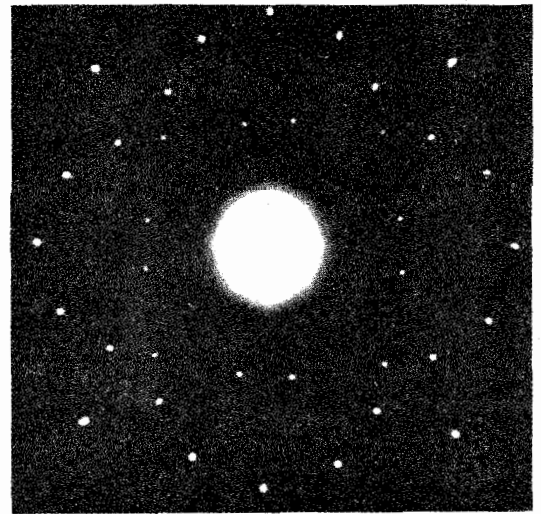
شکل ۸۰۱۳ پراش موج-ماده. (الف) نقش پراش الکترون فرزل ناشی از یک رشته کوارتز فلز اندود به قطر ۲ میکرون. (ب) پراش الکترون فرزل در یک نیم صفحه (پلور MgO). (ج) فریزهای تداخلی که در یک آرایش دومشودی الکترون توسط مولنسست مشاهده شده است. (د) پراش فرزل الکترونها به وسیله بلورهای اکسید روی. (هـ) پراش الکترون به وسیله یک بلور UO_2 . (و) تداخل دو باریکه ای الکترونها. هاشورهای متقاطع کم رنگ که در این عکس مشاهده می شوند صرفاً ناشی از فرایند چاپ است، این یک اثر مواد است که در اثر دوبار بر پرده انداختن، پدید می آید.

این حال این مفهوم که نور به نحوی ذاتاً نوسانی است در سرتاسر این دوره گذار پابرجا مانده است. از اینرو جادارد دوباره برای این نکته تأکید ورزیم و پیرسیم وقتی نسود را به صورت جریانی از فوتونها به حساب می‌آوریم آن چیزی که نوسان می‌کند چیست؟ و از اینرو کدام جنبه الکترون است که ارتعاش می‌کند؟ واضح است که پاسخ به این پرسش کلید راهنمایی در مورد چگونگی بروز آثار تداخل از سوی کوانتومها در اختیارمان خواهد گذاشت. نیلس هنریک دیوید بور (۱۳۴۱-۱۲۶۴/۱۹۶۲-۱۸۸۵) فیزیکدان دانمارکی، به یاری چیزی که اصل همخوانی نامیده شده است میان فیزیک کلاسیک و فیزیک کوانتومی پیوندی اساسی برقرار کرد. به طور خلاصه، هر نظریه نوینی که به جای نظریه کلاسیکی می‌نشیند باید در حوزه‌ای که نظریه اخیر کارآمد شناخته شده است، بسا آن بخواند.^۱ بدین سان درحالی که فقط نظریه کوانتومی می‌تواند تابش جسم سیاه، اثر فوتوالکتریک، پراکندگی کامپتون، پراش الکترون، و هزاران مشاهده دیگر را توضیح دهد، این نظریه باید آنچه را نیز که می‌توان رفتار کلاسیک نامید توجیه کند. تمامی قلمرو آثار آشنا مانند قانون اسنل، قانون بازتابش، فرمول دوپلر^۲ و جزاینها کسه معمولاً به اتکای نظریه الکترومغناطیسی مورد بررسی قرار می‌گیرند باید در زمینه توصیف فوتونی نیز قابل فهم باشند. نظریه کوانتومی صرفاً یک ضمیمه رازآمیز مکانیک کلاسیک نیست؛ بلکه باید تمامی مشاهدات تأیید شده‌ای را که قبل از آن وجود داشته‌اند، بدون توجه به پیش پا افتاده بودنش، دربرگیرد.

چشمه نوری تکفامی را در نظر بگیرید، که یک عنصر نوری از هر نوعی را که یک صفحه مشاهده به دنبالش قرار گرفته، روشن می‌کند. از قرار معلوم در بسیاری موارد می‌توان بسا استفاده از نور شناخت موجی کلاسیک، توزیع چگالی شار را که روی پرده ظاهر می‌شود، محاسبه کرد. پس فرض کنیم به چنین موردی، مثلاً، فرود یک موج تخت روی یک آرایش دو شکافی، برخوردیسم. تابیدگی، $I(\theta)$ ، چگالی انرژی میانگین در واحد زمان را در صفحه مشاهده، که در این حالت همان نقش فریز آشنای آزمایش یانگ است، نمایش می‌دهد. بنا بر این تعداد متوسط فوتونهای برخوردکننده روی یک عنصر مساحت dA ، در فاصله زمانی dt ، برابر است با $(I dA dt)/h\nu$ که در آن I ، البته، از یک نقطه به نقطه دیگر روی سطح پرده تغییر می‌کند. به یاد داشته باشید که ما فقط می‌توانیم گسیل یا در آشامی فوتون، یعنی برهم کنش آن با ماده، را آشکارسازی کنیم. برای پیشگویی کردن این نکته که یک فوتون ویژه به کجای صفحه مشاهده برخورد خواهد کرد، هیچ راهی وجود ندارد؛ اگرچه در بعضی نواحی، احتمال برخورد از نواحی دیگر



(الف)



(ب)

شکل ۹.۱۳ نقشهای پراش ایجاد شده توسط (الف) فوتونها، (ب) فوتونهای پرتوایکس که بزرگ یک بلور نمک طعام فرود می‌آیند. یک نمونه چند بلوری، تعداد زیادی نقش لکه‌ای از این نوع را با سمتگیری کاتوره‌ای ایجاد خواهد کرد که با سیستمهای حلقوی شکل ۷.۱۳ در هم خواهد آمیخت.

دادند. در خلال قرن حاضر، دریافت ما از نور، از اتر مکانیکی ابتدایی تا توصیف فوتونی معاصر، دگرگونی پذیرفته است. با

۱. هر چند اصل همخوانی در اینجا اندکی بیش از یک موضوع بدیهی به نظر می‌رسد، وقتی به صورت یک فرایند حدی ریاضی تفسیر شد، به ابزاری نیرومند تبدیل می‌شود. مثلاً، وقتی که \hbar را به سمت صفر میل دهیم فیزیک کلاسیک حد همخوانی فیزیک کوانتومی است، و از آنجاست که پدیده کوانتیده پیوسته می‌شود.

۲. رک بخش ۶.۴، نیز، A. Sommerfeld, *Optics* p. 82.

تضعیف کننده، به عکسبرداری از نقش پراش در سایه يك سوزن اقدام کرد. او با کاهش چشمگیر چگالی شار ورودی توانست زمان نوردهی را به حدود بیش از ۳ ماه برساند. در چنان حالتی، چگالی انرژی درجه چنان پایین بود که معمولاً فقط يك فوتون در هر لحظه در ناحیه آن سوی شکاف ورودی وجود می داشت. با وجود این، آرایه معمولی فریزهای پراش ظاهر می شد و به علاوه

در هیچ حالتی هیچگونه کاهشی در وضوح نقش به وجود نمی آمد...۲

بیشتر بحث پیشین را می توان به ذرات مادی نیز تعمیم داد. در واقع، معادلات دینامیکی مشابهی ارتباط درونی بین λ ، v و V را با p و E برای تمامی ذرات، مادی یا غیر از آن، تعیین می کنند. در نتیجه از معادله (۱۱۰۱۳) می یابیم که

$$p = \frac{(E^2 - m_0^2 c^4)^{1/2}}{c} \quad (17.13)$$

در حالی که $\lambda = h/p$ منجر می شود به

$$\lambda = \frac{hc}{(E^2 - m_0^2 c^4)^{1/2}} \quad (18.13)$$

از آنجا که $p = mv$ ، داریم $p = mv$ ، $v = pc^2/(mc^2) = pc^2/E$

$$v = c \left[1 - \left(\frac{m_0^2 c^4}{E^2} \right) \right]^{1/2} \quad (19.13)$$

بدیهی است که یکی از مشخصات متمایز عمده فوتون دقیقاً صفر بودن جرم سکون آن است. در آن حالت، معادلات بالا با سادگی به $p = E/c$ ، $\lambda = hc/E = c/v$ و $v = c$ تبدیل می شوند.

با روشی مشابه روش فوتونی، دامنه احتمال یا موج دو بروی برای يك میدان مادی به وسیله تابع $\psi(x, y, z, t)$ (که آن را هم تابع موج می نامند) نمایش داده می شود. در این صورت احتمال یافتن ذره ای با جرم سکون متناهی با شدت موج $|\psi|^2$ متناسب است. تابع موج را در مورد خاصی که متضمن ذرات مادی باشد، معادله شرودینگر تعیین می کند. باز هم دامنه احتمال ذره است که نوسانی است، در فضا به صورت يك موج منتشر می شود، و در تداخل شرکت می کند.

۶.۱۳ فرما، فاینمن و فوتونها

در بررسی کلاسیک مسائل تداخل و پراش با امواج همدوس، عموماً کلیه سهمهای میدان الکتریکی در نقطه معینی با هم جمع

بیشتر است. بنا بر این، اگر تعداد کل فوتونهای که در هر بازه زمانی dt به پرده برخورد می کنند، N باشد می توان گفت که احتمال رسیدن هر فوتون به عنصر مساحت مشخص dA برابر است با $(I dA dt)/h\nu N$. بنا بر این، تابیدگی که به طور کلاسیک محاسبه شده، به احتمال یافتن يك فوتون در جایی دوی پرده مربوط می شود. در اینجا بی مناسبت نیست که، دست کم از نظر مفهومی، کمیتی مختلط را به نام دامنه احتمال، یعنی کمیتی که مربع مقدار مطلق آن (همان شدت موج معروف) توزیع احتمال را به دست می دهد، معرفی کنیم. همین دامنه احتمال است که به صورت موجی که تمامی گستره آثار تداخل را توصیف می کند، انتشار می یابد. مثلاً، در آزمایش یانگ، دامنه احتمال فوتون برای رسیدن به حالت نهایی اش برابر مجموع دو دامنه است، که هر کدام از آنها به عبور فوتون از یکی از شکافها منسوب است. دامنه های گوناگونی که در وضعیت مشخصی شرکت دارند، برهم می افتند و در نتیجه به طور مؤثری تداخل می کنند، و دامنه احتمال برآیند و از آنجا تابیدگی را به دست می دهند. در پاسخ به پرسش اول خودمان، می توانیم بگوییم که آنچه نوسان می کند دامنه احتمال منسوب به فوتون است. به یاد داشته باشیم که اکنون از برخورد با تعبیر مجدد ایده های آشنا به همسان تشویشهایی دچار می شویم که وقتی اولین بار نظریه الکترومغناطیس ماکسول به صحنه وارد شد، این تشویشها را با خود همراه داشت.

اینک مضامین يك تعبیر نسبتاً مشهور پل آدرین موریس دیراک (۱۹۰۲/۱۲۸۱)، فیزیکدان نامور انگلیسی و برنده جایزه نوبل را مختصراً بررسی می کنیم

هر فوتونی فقط با خودش تداخل می کند. تداخل بین فوتونهای مختلف هرگز صوت نمی گیرد.^۱

این تعبیر با این نتیجه مبنی بر اینکه هر فوتون يك ماهیت موجی متمایز دارد، تطبیق می کند. آشکار است که خواص موجی نور بر پاریکه ای که به عنوان يك کل عمل می کند، قابل اسناد نیست. در آزمایش یانگ هر فوتون به نحوی به طور همزمان با هر دو شکاف برهم کنش انجام می دهد؛ اگر یکی از شکافها را ببندید فریزها ناپدید خواهند شد. از این قرار چون هر فوتونی با خودش تداخل می کند، حتی اگر روزانه فقط يك تك فوتون به شکافها بتابانیم، همان نقش فریز، در هر لحظه يك درخش، رخ خواهد نمود. این نتیجه قابل ملاحظه عملاً و در طی آزمایش توسط جئوفری تایلور، دانشجویی از دانشگاه کمبریج، در سال ۱۹۰۹ مورد تأیید قرار گرفت. وی با استفاده از يك جعبه ضد نور، شعله گازی که يك شکاف ورودی را روشن می کرد و تعدادی صفحات شیشه ای دوده اندود

1. P. A. M. Dirac, *Quantum Mechanics*, 4 th ed., p. 9.

2. G. I. Taylor, "Interference Fringes with Feeble Light," *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 15. 114 (1909).

حالی که $P=0$ یعنی اینکه ذره مشخصاً به p نمی‌رسد. پس به‌طور کلی، گستره P بین ۰ و ۱ خواهد بود. بدیهی است که معادله (۲۱.۱۳) پدیده تداخل را خواه برای فوتونها و خواه برای الکترونها، وارد بحث می‌کند. در مقابل، اگر سروکارمان با ذرات کلاسیک نظیر جریانی از ساچمه‌های بولبریگک بود، P برابر می‌شد با $|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + |\Phi_3|^2 + \dots$ و تداخلی وجود نمی‌داشت، یعنی P از فازهای منفرد مستقل بود. پس در اینجا هم مثل نور ناهمدوس، به‌جای جمع دامنه‌ها، تابیدگیها باهم جمع می‌شوند.

اینک به آزمایش ایده‌آل شده یانگ در شکل ۱۰.۱۳، که از دو منفذ فوق‌العاده ریز تشکیل یافته است، برگردیم. در آن حالت داریم

$$P = |\Phi_1 + \Phi_2|^2 \quad (23.13)$$

که در آن دو مسیر مؤثر، هریک از درون یک روزنه، وجود دارد. اگر اختلاف فاز دامنه‌های احتمال در p ضرب فردی از π باشد، تداخل آنها ویرانگر خواهد بود، یعنی

$$P = (|\Phi_1| - |\Phi_2|)^2 = 0 \quad (24.13)$$

از طرف دیگر اگر هم‌فاز باشند، در نقطه p تداخل سازنده حاصل می‌شود، و از آنجا

$$P = (|\Phi_1| + |\Phi_2|)^2 = 4|\Phi_1|^2 \quad (25.13)$$

که به‌ازای $\delta = 0, \pi, 2\pi$ هم ارز است با

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad [6.9]$$

فاز دامنه‌های احتمال در نقطه p به‌طول مسیرهای طی شده در راستای هر راه بستگی دارد، و از اینرو واضح است که P

می‌شوند. این سهمها غالباً به‌شکل مختلط نوشته می‌شوند. مربع قدر مطلق این مجموع با تابیدگی و در نتیجه با احتمال یافتن یک فوتون در نقطه مورد بحث، متناسب است. حال می‌خواهیم این ملاحظات را به موازات خطوط فرمولبندی و ردشی ظریف مکانیک کوانتومی ریچارد فاینمن تعمیم بخشیم.^۱ از اینرو فرض می‌کنیم که یک ذره (فوتون، الکترون، و...) از یک چشمه نقطه‌ای S گسیل و بعداً در نقطه p آشکارسازی شود. احتمال رسیدن P ، برابر است با مجذور قدر مطلق کمیت مختلط Φ که، مانند پیش، دامنه احتمال نامیده می‌شود، یعنی $P = |\Phi|^2$. برخلاف بررسی کلاسیک که آنجا، میدان برای سهولت به صورت مختلط بیان شده بود، در فرمولبندی مکانیک کوانتومی، Φ باید مختلط باشد. در نتیجه دارای یک دامنه و یک فاز است، که فاز آن تابعی است هم از موضع فضایی نقطه p و هم از زمان رویداد که می‌تواند به‌چند روش گوناگون ۱، ۲، ۳، ... صورت پذیرد و فاینمن مسلم فرض کرده بود که در چنان حالت‌هایی هر مسیر در دامنه احتمال کل مشارکت می‌کند. به بیان دیگر

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots \quad (26.13)$$

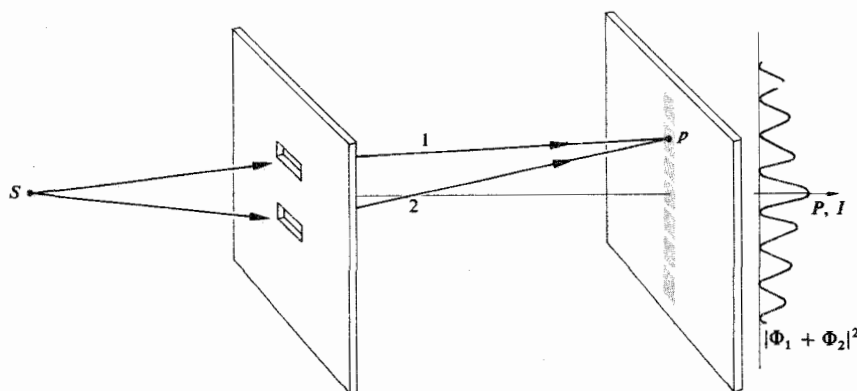
و لذا

$$P = |\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots|^2 \quad (27.13)$$

به‌علاوه مسلم شده بود که بزرگی این دامنه‌های احتمال منفرد همه برابرند، یعنی

$$|\Phi_1| = |\Phi_2| = |\Phi_3| = \dots \quad (28.13)$$

در حالی که فازهای آنها برابر نبوده و در واقع به‌مسیرهای ویژه‌ای وابسته‌اند. توجه داشته‌باشید که منظور از یک مقدار $P=1$ این است که ذره با قطعیت کامل به نقطه p خواهد رسید در



شکل ۱۰.۱۳ آزمایش دو باریکه‌ای.

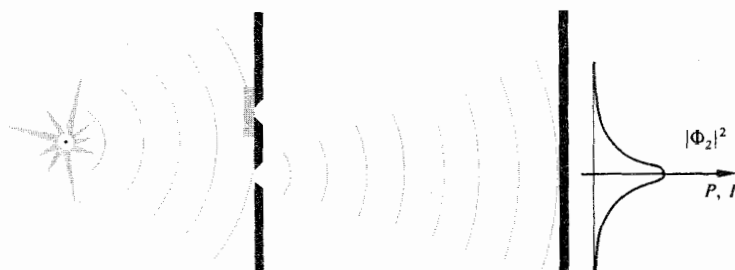
برمی گردیم. احتمال اینکه فوتونی به احساسگر برخورد کند به کمک Φ مشخص می شود که این نیز به نوبه خود از سهمهای مربوط به هر یک از مسیرهای ممکن تشکیل یافته است. همه این مطالب درباره مسیر، باید اصل فرما (بخش ۴.۲.۴) را در خاطره زنده کند، که بنا بر آن اصل مسیر واقعی که یک پرتو می پیماید مقدار ثابتی است. وقتی این مطلب را تصدیق کنیم که اختلاف نسبی در طول مسیر و فاز دامنه های احتمال متناظر در احساسگر فقط برای مسیرهای نزدیک به مسیر ثابت $(\theta_i = \theta_r)$ کوچک اند، همه چیز به خوبی و ظرافت باهم سازگاری دارند. این دامنه های احتمال باهم تداخل سازنده می کنند و در نتیجه سهم غالب را در P فراهم می آورند. از اینرو این مطلب شالوده مکانیک کوانتومی اصل فرماست. دامنه احتمال وابسته به مسیرهای دور از مسیر ثابت دارای اختلاف زاویه های فاز زیادی خواهند بود که اثر جمع شوندۀ نسبتاً جزئی روی P دارد. این بحث یادآور مارپیچ کورنو (بخش ۷.۳.۱۵) است که به روشی کاملاً مشابه می توان آن را مجموع نموداری تعداد زیادی از فاز بردارها بادامنه های متفاوت، ولی با زاویه فاز یکسان، دانست. فرض کنیم می خواهیم I ، یا هم ارز آن p ، را در نقطه ای روی محور مرکزی، مثلاً روی یک شکاف طولانی تعیین کنیم. در آن حالت سهمهای ناشی از مساحت های دور از روزنه بانواحی کاملاً پیچ خورده مارپیچ کورنو

می تواند هر مقداری بین این فرینها را داشته باشد. به همین ترتیب اگر ساچمه های بولبرینگ را از دو منفذ کوچک پرتاب کنیم، احتمال رسیدن آنها به p باید مجموع $|\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2$ باشد. در اینجا $|\Phi_1|^2$ و $|\Phi_2|^2$ صرفاً احتمالهای منفرد رسیدن به نقطه p است وقتی که به ترتیب یکی از منفذهای ۱ یا ۲، به نحوی که در شکلهای ۱۱.۱۳ و ۱۲.۱۳ نشان داده شده است، باز باشد. توزیع حاصل از ساچمه های بولبرینگ درست برابر برهمه نهدی دو نقش جداگانه برای هر روزنه است؛ نه فریزی وجود دارد و نه تداخلی. اگر روی پرده به جای دو روزنه، N روزنه وجود داشته باشد، احتمال رسیدن یک فوتون به p چنین است

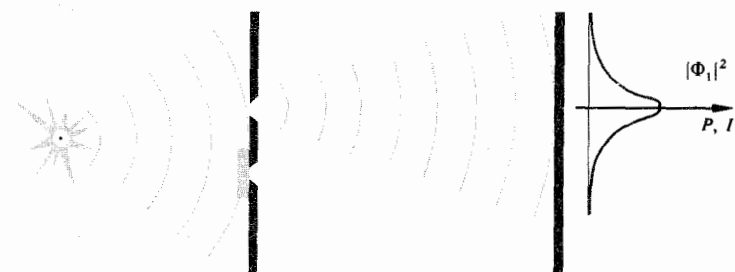
$$P = \left| \sum_{i=1}^N \Phi_i \right|^2 \quad (26.13)$$

در مورد یک روزنه بزرگ، مثلاً عدسی یا آینه، مجموع یابی به انتگرالی روی مساحت روزنه تبدیل می شود. ضمناً فاینمن نشان داده است که، برای ذرات مادی، مقدار کل احتمال دامنه برای تمامی مسیرها تابع موجی است که در معادله شرودینگر صدق می کند.^۱

اکنون به تصویر یک تک پرتو نور که از چشمه ای خارج شده و از آینه ای باز می تابد، و در نهایت به یک احساسگر می رسد،



شکل ۱۱.۱۳ در آرایش تجربی دو روزنه ای روزنه پایین مسدود شده است.



شکل ۱۲.۱۳ در آرایش تجربی دو روزنه ای روزنه بالایی پوشیده شده است.

۱. برای آگاهی از اینکه چگونه این ایده ها به تابع اصلی هامیلتون، به اصل کمترین کنش و به تقریب WKB ارتباط پیدا می کنند، مثلاً، ر. ک. D. B. Beard and G. B. Beard, *Quantum Mechanics With Applications*, p. 44 and S. Borowitz, *Fundamentals of Quantum Mechanics*, p. 165.

برافروخته خواهد شد.

نیز پراکندگی می‌تواند در بسامدهایی غیر از بسامدهای متناظر با ترازهای انرژی پایدار اتم، اما با احتمال کمتر، اتفاق افتد. در چنین حالتی، یک فوتون، بدون هر نوع تأخیر زمانی قابل ملاحظه و غالباً با همان انرژی کوانتوم درآشامیده، مجدداً تابش خواهد کرد. این فرایند را پراکندگی کشسان یا هم‌دوس می‌نامند زیرا یک رابطه فازی بین میدانهای فرودی و پراکنده وجود دارد. این همان پراکندگی دیلی است که در بخش ۱۰۵۰۸ درباره آن بحث کردیم.

این امکان نیز وجود دارد که یک اتم برانگیخته بعد از گسیلش یک فوتون به حالت اولیه خود برنگردد. این نوع رفتار پیش از ظهور نظریه کوانتومی از سوی جورج استوکس به طور وسیعی مورد مشاهده و مطالعه قرار گرفته بود. چون اتم به یک حالت موقتی سقوط می‌کند، فوتونی با انرژی پایینتر از انرژی فوتون فرودی اولیه گسیل می‌کند، این پدیده را معمولاً "گذار استوکس" می‌نامند. اگر این فرایند به سرعت روی دهد (تقریباً در ۷۵-۱۰)، آن را فلئوئوسان می‌نامند در حالی که اگر تأخیر زمانی قابل ملاحظه‌ای وجود داشته باشد (در مواردی چند ثانیه، چند دقیقه یا حتی چندین ساعت)، آن را فسفرسان می‌نامند. استفاده از کوانتومهای فرابنفش برای ایجاد گسیلش فلئوئوسان از نور مرئی، به رویداد پذیرفته شده‌ای در زندگی روزمره ما تبدیل شده است. هر دسته‌ای از مواد معمولی (مثلاً پلاک‌کننده‌ها، رنگهای آلی، مینای دندان و مانند آنها) فوتونهای مرئی مشخصی را گسیل خواهند کرد به گونه‌ای که تحت روشنائی فرابنفش برافروخته به نظر می‌آیند؛ از اینرو کاربرد این پدیده در امور تجاری، فراگیر است.

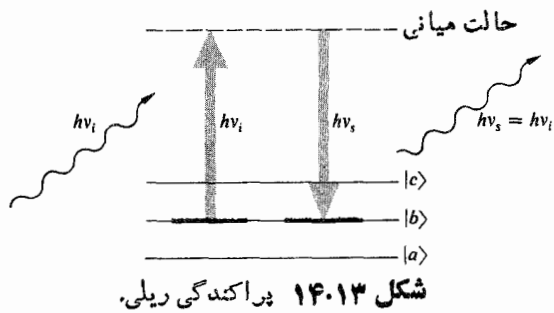
۱۰۷۰۱۳ اثر خود به خودی رامان

اگر نور شبه تکفامی از ماده‌ای پراکنده شود پس از پراکندگی عمدتاً از نوری با بسامد یکسان تشکیل خواهد شد. با وجود این، ممکن است اجزای اضافی خیلی ضعیف هم با بسامدهای بالاتر و پایینتر (نوارهای کناری) مشاهده شوند. به علاوه، معلوم شده است که اختلاف بین نوارهای کناری و بسامد فرودی ν مشخصه ماده است و بنابراین کاربرد آن را در طیف‌نمایی القا می‌کند. چیزی که اکنون اثر خود به خودی رامان نام دارد، در ۱۹۲۳/۱۳۰۲ توسط آدولف اسمکال^۱ پیشگویی و در ۱۹۲۸/۱۳۰۷ تجربی توسط سرچاندرا سکارا و انکاتا رامان^۲ (۱۲۶۶-۱۳۴۹/۱۹۷۵-۱۸۸۸) که در آن زمان استاد فیزیک در دانشگاه کلکته بود، مشاهده شد. کاربرد عملی این اثر به علت نیاز به چشمه‌های

متناظر است و بنابراین سهم کمتری در عدد مختلط (فاز بردار) B_{ν} دارد. معادلات (۱۰۶.۱۰) یا (۱۰۸.۱۰) را به یاد آورید که در آنها I درست به همان ترتیب که $|B_{\nu}|^2$ متناسب است، با $|B_{\nu}|^2$ هم متناظر است. همچنین معادله (۲۰.۱۳) را می‌توان به طور تصویری بر حسب مجموع تعدادی فاز بردار با دامنه مساوی در نظر گرفت، که در آن حالت P با مجذور دامنه برایند متناسب است. فاز بردارهای متناظر با دامنه‌های احتمال بسرای مسیرهای مجاور مسیر ثابت، اختلاف فاز خیلی کمی با هم دارند و بنابراین تقریباً در امتداد یک خط راست با هم جمع می‌شوند، از اینرو سهم عمده را ایفا می‌کنند. آنجا که فازهای نسبی فاز بردارهای پی در پی بزرگ است، منحنی با اثر کمی روی $|B_{\nu}|^2$ به دور خود می‌پیچد. حال اگر ماریچ کورنو را چنان تصور کنیم که گویی از تعداد زیادی فاز بردار با دامنه‌های مساوی ترکیب یافته است که زاویه‌های فاز آنها به تدریج که از مرکز ماریچ دور می‌شوند، همواره رو به افزایش است، این قیاس را می‌توان باز هم توسعه داد [از معادله (۱۰۵.۱۰) $\beta = \pi \nu^2 / 2$]. به هر صورت، نمایش فاز برداری دامنه‌های احتمال سهم دهنده وسیله‌ای است برای به خاطر سپردن.

۲۰۱۳ درآشامی، گسیلش، و پراکندگی

اینک به جنبه‌های مکانیک کوانتومی چند برهم کنش مهم که بین نور و ماده روی می‌دهد، نظری اجمالی بیندازیم. فرض کنیم فوتونی با بسامد ν بایک اتم برخورد کرده و به وسیله آن درآشامیده شده باشد. انرژی به یک الکترون مقید منتقل شده باعث تحریک اتم می‌شود. وقتی احتمال درآشامی بیشترین مقدار است که بسامد فوتون فرودی برابر انرژی تحریک اتم باشد (بخش ۱۰۵۰۸). در گازهایی چگال، مایعات و جامدات، درآشامی روی گستره یانواری از بسامدها صورت می‌گیرد، و عموماً انرژی از طریق برخوردهای بین مولکولی تلف می‌شود. در مقابل، اتمهای برانگیخته گازی با فشار کم می‌توانند مجدداً در راستایی کاتوره‌ای فوتونی را با همان بسامد (ν) بتاباند. این فرایندی است که اولین بار توسط وود در ۱۹۵۴/۱۲۸۳ مشاهده شد و تابش تشدید نام دارد. بنابراین، در بسامدهای منطبق بر انرژیهای تحریک اتمها، پراکندگی افزونتری وجود دارد. این اثر با به کار بردن روش وود که از یک حباب شیشه‌ای خالی از هسوا و حاوی کمی سدیم فازی خالص تشکیل شده است، به راحتی نموده می‌شود. با گرم کردن تدریجی حباب، فشار بخار سدیم داخل آن افزایش می‌یابد. آنگاه اگر ناحیه‌ای از بخار بایک باریکه نور قوی ناشی از قوس سدیم روشن شود، آن قسمت با مشخصه تابش تشدید Na

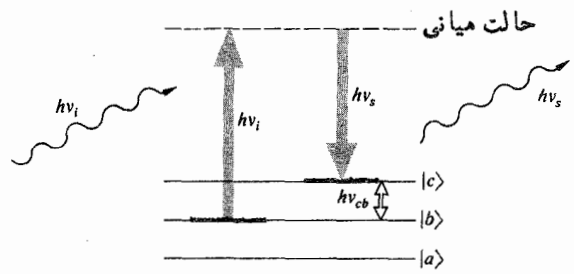


انرژی $h\nu_i < h\nu_s$ گسیل می‌کند. بنابراین بقای انرژی اختلاف $h\nu_i - h\nu_s = h\nu_{cb}$ صرف برانگیختن مولکول شده و آن را به یک تراز انرژی ارتعاشی بالاتر $|c\rangle$ می‌برد. ممکن است برانگیختگی الکترونی یا چرخشی نیز حاصل شود. در عوض، اگر حالت ابتدایی یک حالت برانگیخته باشد (فقط نمونه گرم شود)، مولکول پس از درآشامی و گسیل یک فوتون، ممکن است به یک حالت حتی پایینتر هم افت کند (شکل ۱۳.۱۳ ب) و در نتیجه یک گذار پاد استوکس انجام شود. در این مورد $h\nu_i > h\nu_s$ ، یعنی پاره‌ای از انرژی ارتعاشی مولکول $(h\nu_{ba} = h\nu_s - h\nu_i)$ به انرژی تابشی تبدیل شده است. در هر یک از این دو حالت، اختلاف حاصل بین ν_i و ν_s متناظر است با اختلاف تراز انرژی ویژه برای ماده مورد بحث، و بدین ترتیب شناختی نسبت به ساختار مولکولی به دست می‌دهد. شکل ۱۴.۱۳، به خاطر مقایسه، پراکندگی ریلی را به‌ازای $\nu_i = \nu_s$ نشان می‌دهد.

لیزر برای پراکندگی خود به‌خودی رامان چشمه ایده‌آلی است. این چشمه، درخشان و شبه تکفام است و در گستره وسیعی از بسامدها می‌توان به آن دست یافت. شکل ۱۵.۱۳ یک سیستم رامان-لیزر معمولی را نشان می‌دهد. ابزار پژوهشی کاملی از این نوع را می‌توان در بازار یافت که شامل لیزر (معمولاً هلیوم-نئون، آرگون یا کریپتون)، سیستم‌های عدسی کانونی‌کننده و دستگاه‌های الکترونیکی شمارنده فوتون‌اند. تکفام‌گر روبنده دوگانه تمایز لازم بین ν_i و ν_s را به‌وجود می‌آورد زیرا نورلیزر منحرف نشده (ν_i) همراه با طیفهای رامان (ν_s) پراکنده می‌شود. در اثر وجود لیزر حساسیت این پدیده چندان افزایش یافته است که مشاهده پراکندگی رامان ناشی از چرخش مولکولی و حتی ناشی از حرکت الکترونی نیز ممکن شده است.

۲۰۷۰۱۳ اثر تحریک شده رامان

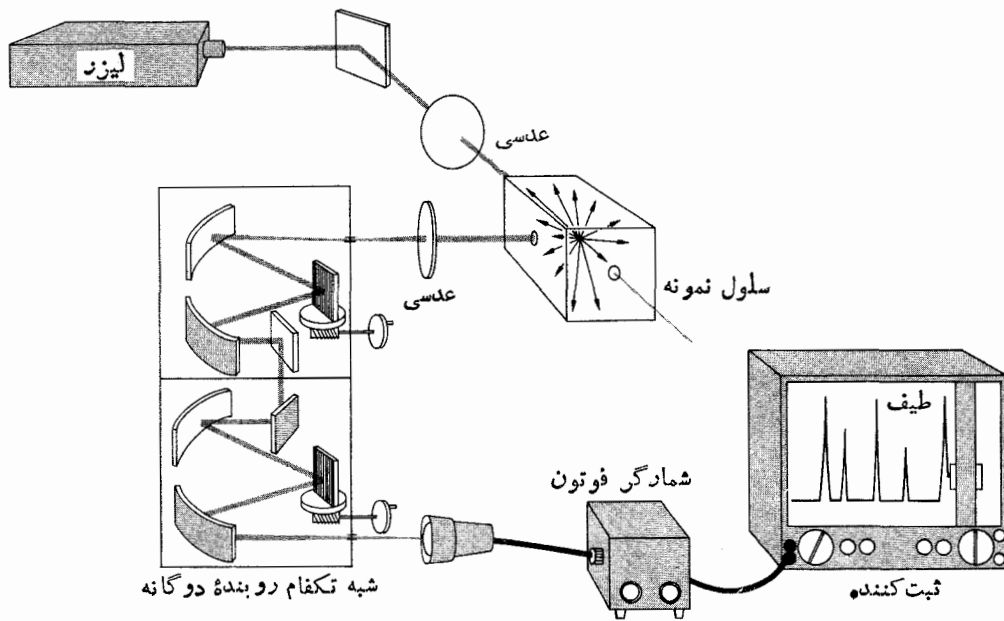
در سال ۱۹۶۲/۱۳۴۱ اریک جی. وودبری^۱ و ون‌ک. ان‌جی^۲ طی فرایندی نسبتاً تصادفی اثر قابل ملاحظه و مرتبطی را با اثر رامان که پراکندگی تحریک شده رامان نامیده می‌شود، کشف کردند. آنها



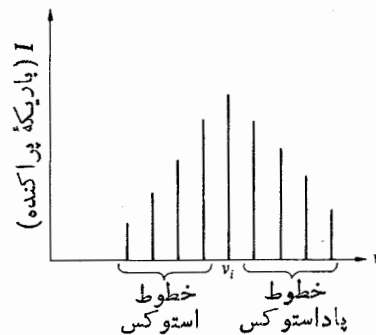
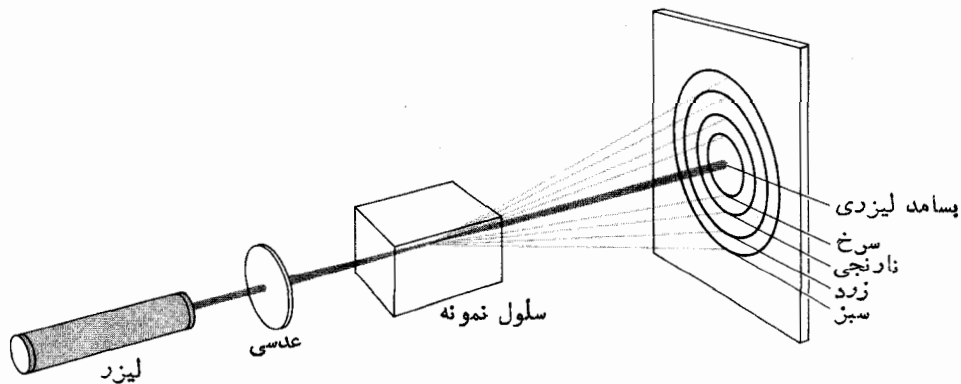
شکل ۱۳.۱۳ پراکندگی خود به‌خودی رامان.

قوی (معمولاً تخلیه‌های Hg را به‌کار می‌گرفتند) و نمونه‌های بزرگ، مشکل بود. غالباً نور فرابنفش حاصل از چشمه با تجزیه نمونه، کار را پیچیده‌تر می‌کند. و بنابراین شگفت نیست که به‌چشم‌انداز خوش آتیه جنبه‌های عملی اثر رامان توجهی نشد. وقتی لیزر تحقق پذیرفت، شرایط هم کاملاً تغییر کردند، طیف نمایی رامان اینک به یک ابزار تحلیلی نیرومند و منحصر به‌فرد تبدیل شده است.

برای ارزیابی چگونگی کار این پدیده، جنبه‌های مربوط به طیف مولکولی را مرور کنیم. مولکول می‌تواند انرژی تابنده را در فروسخ دور و نواحی میکروموجی درآشامد و آن را به انرژی جنبشی چرخشی تبدیل کند. افزون بر این، مولکول می‌تواند فوتونهای فروسخ (یعنی فوتونهای درون گستره طول-موجی از تقریباً 10^{-2} mm تا حدود ۷۰۰ nm) را درآشامد و آن انرژی را به حرکت ارتعاشی مولکول تبدیل کند. سرانجام، مولکول می‌تواند انرژی را در نواحی مرئی و فرابنفش از طریق سازوکار گذارهای الکترونی با شباهت بسیار به گذارهای الکترونی یک اتم، درآشامد. آنگاه فرض می‌کنیم که یک مولکول با نوعی حالت ارتعاشی داریم که، با استفاده از نمادگذاری مکانیک کوانتومی، به گونه‌ای که در شکل ۱۳.۱۳ الف نموده شده است، آن را $|b\rangle$ می‌نامیم. این حالت ضرورتاً حالتی برانگیخته نیست. هر فوتون فرودی با انرژی $h\nu_i$ درآشامیده می‌شود و در نتیجه سیستم به یک حالت میانی یا مجازی صعود می‌کند که از آنجا بلافاصله یک گذار استوکس انجام داده یک فوتون (پراکنده) با



شکل ۱۵.۱۳ يك سیستم لیزر-رامان.



شکل ۱۶.۱۳ پراکندگی برانگیخته رامان.

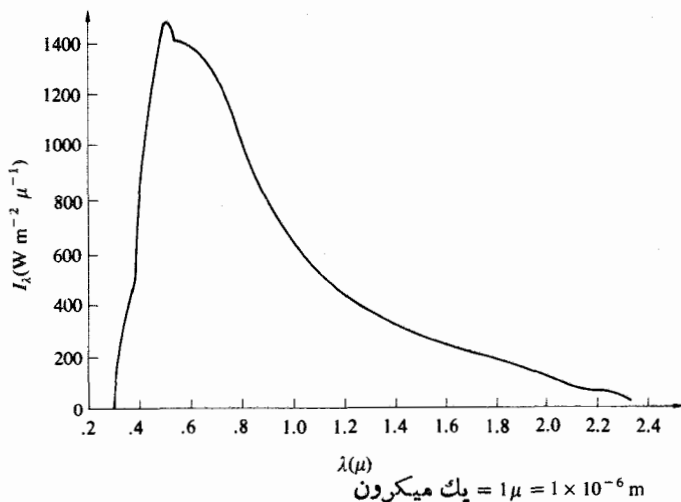
فرودی در طول موج 693 nm جابجا شده و به صورت يك باریکه پراکنده همدومی در طول موج 766 nm ظاهر می شود. بعداً مشخص کردند که تغییر بسامد متناظر با حدود 40 THz

با يك تپ يك میلیون واتى لیزر یا قوت کار می کردند که در آن يك اتاقک کر حاوی نیتروبنزن به عنوان بستاور به کار رفته بود (بخش ۳.۱۱.۸). آنها دریافتند که حدود ۱۰ درصد از انرژی

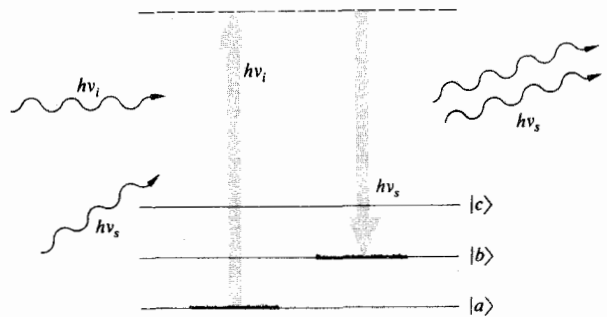
برسانتیمتر مربع اندازه می گیریم. دمای داخلی کوره را حساب کنید.
 ۲۰۱۳* وقتی از طیف خورشید، با استفاده از موشک‌هایی که در بالای جو زمین آن را دور می زنند، عکسبرداری شود معلوم می شود که در خروجی طیفی آن تقریباً در طول موج ۴۶۵ نانومتر يك قله وجود دارد. با فرض اینکه خورشید يك جسم سیاه است دمای سطحی آن را محاسبه کنید. این تقریب مقداری به دست می دهد که حدود 4000 K بیشتر است.
 ۳۰۱۳ به کمک معادله (۴۰۱۳) نشان دهید که خروجی بر واحد بازه بسامدی برای يك جسم سیاه چنین به دست می آید

$$M_{ev} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \left[\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \right] \quad (27.13)$$

۴۰۱۳ طول موج گوی چوگانی به جرم 15 kg را که با سرعت 25 m/s حرکت می کند حساب کنید. این مقدار را با طول موج يك اتم هیدروژن ($m_0 = 1.673 \times 10^{-27}\text{ kg}$) که سرعت آن 10^3 m/s است، مقایسه کنید.
 ۵۰۱۳* انرژی يك فوتون 500 nm (سبز) را بر حسب ژول و الکترون ولت تعیین کنید. در مورد يك موج رادیویی يك مگاهرتزی همین نتیجه را بگیرید.
 ۶۰۱۳ عبارتی برای طول موج يك فوتون بر حسب آنگستروم ($1\text{ Å} = 10^{-10}\text{ m}$) بر حسب انرژی آن به الکترون ولت بنویسید.
 ۷۰۱۳ شکل ۱۸۰۱۳ قاییدگی طیفی را نشان می دهد که در يك



شکل ۱۸۰۱۳



شکل ۱۷۰۱۳ نمودار تراز انرژی پراکندگی برانگیخته رامان.

مشخصه یکی از مدهای ارتعاشی مولکول نیتروبنزن است. هر چند بسامدهای جدید دیگری نیز در باریکه پراکنده حضور داشتند. پراکندگی تحریک شده رامان می تواند در جامدات، مایعات یا گازهای چگالی تحت تأثیر تپهای لیزر پر انرژی کانونی شده به وجود آیند (شکل ۱۶۰۱۳). طرح واره این اثر در شکل ۱۷۰۱۳ نموده شده است. در اینجا دو باریکه فوتونی به طور همزمان بر مولکولی فرود می آیند، یکی متناظر با بسامد لیزری ν_i و دیگری دارای بسامد پراکنده ν_s است. در سیستم آزمایشی اولیه، باریکه پراکنده در سرتاسر نمونه به عقب و جلو بازتابیده می شد، ولی این اثر می تواند بدون يك بازواگر پدید آید. باریکه لیزری يك فوتون $h\nu_i$ از دست می دهد. درحالی که باریکه پراکنده يك فوتون $h\nu_s$ کسب می کند و بعداً تقویت می شود. انرژی باقیمانده ($h\nu_i - h\nu_s = h\nu_{0e}$) به نمونه منتقل می شود. واکنش زنجیری که در آن بخش بزرگی از باریکه فرودی به نور تحریک شده رامان تبدیل می شود تنها در بالای چگالی شار آستانه زیاد باریکه لیزری محرک اتفاق می افتد.
 پراکندگی تحریک شده رامان، گستره کاملاً نوینی از چشمه های همدوس با چگالی شار بالا که از فروسرخ تا فرابنفش را دربر می گیرد، فراهم می آورد. لازم به تذکر است که علی الاصول هر سازوکار پراکندگی خود به خودی (مثلاً پراکندگی ریلی و بریلوئن) همتای تحریک شده خود را دارد.

مسائل

۱۰۱۳ فرض کنید که خروجی گسیلیده از يك سوراخ کوچک در کوره ای را با استفاده از نوعی تفسنج نوری برابر ۲۲۸ وات

۱. برای مطالعه بیشتر در این مباحث ر

Nicolaas Bloembergen, "The Stimulated Raman Effect", *Am. J. Phys.* 35, 989 (1967).

این مقاله حاوی يك کتابشناسی نسبتاً خوب است و يك پیوست تاریخی نیز دارد. بسیاری از مقالات در کتابهای لیزر و نور نیز به این مطلب می پردازند و مطالعه آنها را جداً توصیه می کنیم.

شده است. نشان دهید که در سطح ستاره انرژی فوتون از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\mathcal{E} = h\nu \left(1 - \frac{GM}{c^2 R}\right)$$

وقتی فوتون به زمین می‌رسد، در حالی که اساساً از کشش گرانشی ستاره رها شده است، فوتون بسامد پایینیتری خواهد داشت. در این صورت نشان دهید که تغییر بسامدی چنین است

$$\Delta\nu = \frac{GM}{c^2 R} \nu$$

این پدیده برای رده‌ای از ستارگان مشهور به کوتوله‌های سفید کاملاً قابل ملاحظه است (این مسئله باید با به کارگیری اصول نسبیت عام مورد تحلیل قرار می‌گرفت، اما در پاسخ تفاوتی به وجود نمی‌آید).

۱۴.۱۳ انتقال به سرخ گرانشی جزئی، یعنی $\Delta\nu/\nu$ را برای خورشید محاسبه کنید. در طول موج و بسامد فوتون گسیلیده از خورشید با طول موج $\lambda_0 = 650 \text{ nm}$ چه تغییری روی خواهد داد (مسئله ۱۳.۱۳).
۱۵.۱۳ نشان دهید فوتونی که فاصله d را در میدان گرانشی زمین (بخش ۴.۱۳) به سوی بالا می‌پیماید دستخوش کاهش بسامدی به صورت زیر می‌شود

$$\Delta\nu = -\frac{g d \nu}{c^2}$$

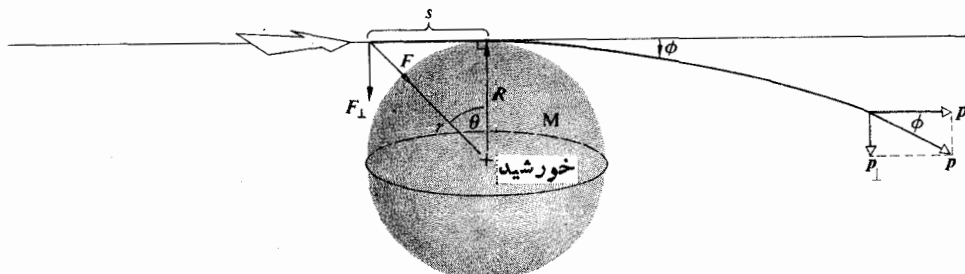
به ازای $d = 20 \text{ m}$ مقدار $\Delta\nu/\nu$ را محاسبه کنید. باوند و ربکا، در واقع این جا به جایی را در یک برج عمودی در دانشگاه هاروارد با استفاده از حساسیت فرین اثر موسباوئر اندازه گیری کردند.
۱۶.۱۳ مسئله زیر به خم شدن باریکه‌ای از نور به هنگام گذشتن از کنار جسمی پر جرم مانند خورشید، مربوط می‌شود. در واقع این مسئله به دلیل حضور گرانی بیشتر باید با استفاده از اصول نسبیت عام حل شود تا با استفاده از اصول نسبیت خاص. در نتیجه روش ساده ما نیمی از پاسخ صحیح را به دست می‌دهد. حالا که اینطور است، به این موضوع بیندیشیم. نشان دهید که مؤلفه نیروی وارد بر فوتون عمود بر راستای اولیه حرکت آن (شکل ۱۹.۱۳) از

روز روشن، در سطح دریا، در حالی که خورشید در سمت الرأس قرار دارد، بر سطحی افقی برخورد می‌کند. پراثرترین فوتونی که می‌توان انتظار برخوردش را داشت کدام است (بر حسب eV و J)؟
۸.۱۳* فرض کنید یک لامپ نسور زرد (550 nm) ۱۰۰ واتسی به فاصله 100 m از یک روزنه بسته به قطر 3 cm قرار دارد. با فرض اینکه توان تبدیل لامپ به انرژی تابشی ۲۵٪ است چه تعداد فوتون از روزنه خواهد گذشت، در صورتی که بستاور به مدت $1/1000 \text{ s}$ باز باشد؟

۹.۱۳ ثابت خودشدیدی چگالی شار تابشی در یک سطح کروی به مرکز خورشید و شعاعی برابر شعاع مداری متوسط زمین است؛ مقدار این ثابت $0.14 \text{ W/cm}^2 - 0.133 \text{ W/cm}^2$ است. اگر میانگین طول موجی در حدود 700 nm را بپذیریم، در هر ثانیه حداکثر چه تعداد فوتون به هر متر مربع از صفحه باتری خورشیدی که درست بالای جو قرار دارد، خواهد رسید؟

۱۰.۱۳ با توجه به اثر فوتوالکتریک، فرض کنید که باریکه فرودی با تابیدگی 10^{-10} W/m^2 در طول موج 500 nm داریم. انرژی هر کوانتوم چقدر است؟ با فرض اینکه شعاع اتمهای هدف 10^{-10} m باشد، چه مدت طول می‌کشد که هر یک از آنها با استفاده از تصویر موج کلاسیک انرژی یک تک فوتون را انبار کنند؟ در سال ۱۹۱۶/۱۲۹۵ ریلی در حوزه کلاسیکی نشان داد که یک نوسانگر اتمی در حالت تشدید انرژی تابشی را با مساحت مؤثری از مرتبه λ^2 درمی‌آشامد. این موضوع چه کمکی به فهم مطلب عنوان شده در مسئله می‌کند؟

۱۱.۱۳ تابع کار برای سدیم چند بلوری بی‌گاز شده، 2.28 eV است. کمینه بسامدی که یک فوتون باید داشته باشد تا الکترونی را آزاد کند چقدر است؟ بیشینه انرژی جنبشی یک الکترون که توسط فوتونی با طول موج 400 nm نانوثری پرتاب شود، چقدر است؟
۱۲.۱۳* فرض کنید باریکه‌ای از نور با چگالی شار معلوم روی یک لامپ فوتوالکتریک فرود می‌آید. تغییرات i_p بر حسب V را رسم کنید که نشان دهد به تدریج که بسامد از ν_1 به ν_2 و به ν_3 افزایش می‌یابد، انتظار داریم برای پتانسیل بازدارنده چه اتفاقی افتد.
۱۳.۱۳ برای بررسی انتقال به سرخ گرانشی فوتونی با بسامد ν را در نظر بگیرید که از ستاره‌ای به جرم M و شعاع R گسیل



شکل ۱۹.۱۳

این رابطه به دست می آید

$$F_{\perp} = \frac{GMm}{R^2} \cos^2 \theta$$

از آنجا که $c dt = ds = d(R \tan \theta)$ ، نشان دهید که کل مؤلفه عرضی اندازه حرکتی که فوتون دریافت کرده چنین است

$$p_{\perp} = \frac{2GMm}{cR}$$

از آنجا که $p_{\parallel} = mc$ ، ϕ را برای خورشید

$$(M = 1.991 \times 10^{30} \text{ kg} \text{ و } R = 6.960 \times 10^8 \text{ m})$$

حساب کنید.

۱۷۰۱۳* فرض کنید باریکه‌ای از الکترون‌ها را به کمک یک اختلاف پتانسیل ۱۰۰ ولتی شتاب دهیم، سپس آن را واداریم که از شکافی به پهنای ۱ میلی‌متر بگذرد، پهنای زاویه‌ای بیشینه مرکزی پراش ($m_0 = 9.108 \times 10^{-31} \text{ kg}$) را تعیین کنید. اگر انرژی باریکه را کاهش دهیم چه تغییری در نتایج حاصل می‌شود؟

۱۸۰۱۳ نوترون گرمایی، نوترونی است که در دمای معینی باماده در تعادل گرمایی قرار می‌گیرد. طول موج این نوترون را در 25°C (≈ دمای اتاق) حساب کنید. از نظریه جنبشی به یاد آورید که انرژی جنبشی متوسط، $3/2 kT$ است. (ثابت بولتزمن $k = 1.380 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ و $m_0 = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$). ۱۹۰۱۳ آیا در آزمایش یانگ می‌توان فرض کرد که یک فوتون

فرودی شکافته می‌شود و از هر دو شکاف می‌گذرد؟ درباره نتیجه گیری خود بحث کنید.

۲۰۰۱۳* فرض کنید باریکه لیزری به شعاع a و طول موج λ داریم. با استفاده از اصل عدم قطعیت ($\Delta x \Delta p_x \sim h$) برای به دست آوردن شعاع q کوچکترین لکه‌ای که باریکه روی پرده‌ای به فاصله R ایجاد خواهد کرد، محاسبه‌ای تقریبی انجام دهید. ۲۱۰۱۳ شاد فوگونی Π یک لیزر پیوسته CO_2 با توان 1000 W که در ناحیه فروسرخ به طول موج 10600 nm گسیل می‌یابد، چقدر است؟

۲۲۰۱۳ رابطه پاشندگی، یعنی $\omega = \omega(k)$ ، را برای موج دوبروی ذره‌ای به جرم m_0 در ناحیه‌ای که ذره به طور غیرنسبیتی دارای انرژی پتانسیل ثابت U است، به دست آورید.

۲۳۰۱۳* عبارتی برای رابطه پاشندگی ذره‌ای به جرم سکون m_0 که دارای حرکت آزاد ($U=0$) نسبیتی است، به دست آورید. ۲۴۰۱۳ فرض کنید موج دوبروی برای یک ذره در ناحیه‌ای که پتانسیل انرژی ذره مقدار ثابتی است، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\psi(x, t) = C_1 e^{-i(\omega t + kx)} + C_2 e^{-i(\omega t - kx)}$$

با استفاده از نتایج مسئله (۲۲۰۱۳) نشان دهید که

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U\psi$$

این معادله شکلی از معادله مشهور شرودینگر در مکانیک کوانتومی است.

مباحث گوناگونی از نورشناخت معاصر

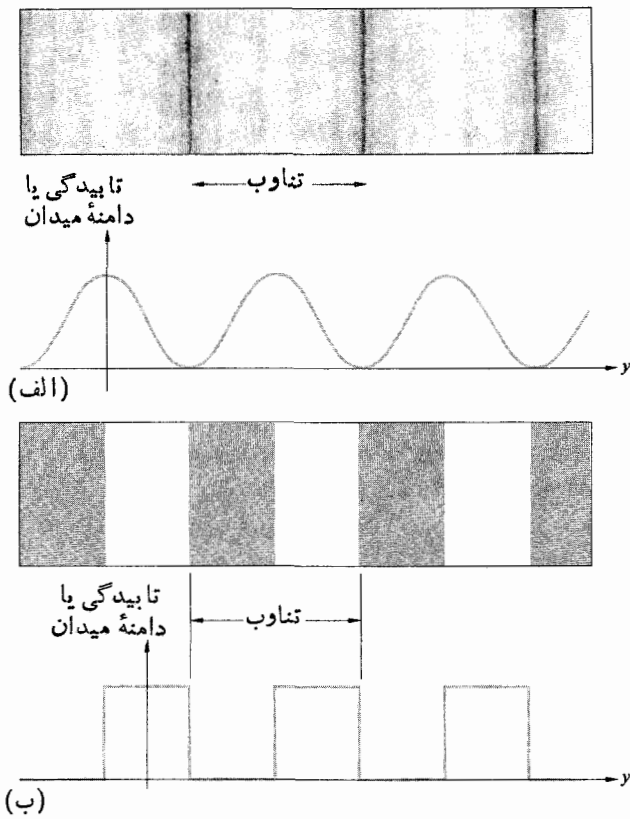
۱۰۱۴ تصویرگیری-توزیع فضایی اطلاعات نوری

به کار بردن ماهرانه تمامی انواع داده‌ها از طریق روشهای نوری، از لحاظ فنی از مدت‌ها پیش به یک عمل انجام شده تبدیل شده است. نوشتارهای علمی سالهای هزار و نهصد و شصت، در زمینه‌های گوناگون، این علاقه فراگیر به روش‌شناسی پردازش داده‌های نوری را منعکس می‌کند. کارهای عملی در زمینه‌های تلویزیون و افزایش کیفیت تصویر در عکاسی، پردازش سیگنال صوتی و رادار (تحلیل آرایه آنتنهای ترکیبی و فازی) همچنین در بازشناسی نقش (مثلاً، تفسیر عکسهای آنتنی و بررسیهای انگشت‌نگاری) انجام یافته‌است که اینها همه تنها سایه بسیار کوتاه و مختصری از آنهاست. در اینجا می‌خواهیم واژگان و برخی ایده‌های ضروری برای ارزیابی این رویکرد سالهای اخیر به نورشناخت را مطرح کنیم- رویکردی که بخشی حیاتی از «موج آینده» است.

۱۰۱۱۴ بسامدهای فضایی

در فرایندهای الکتریکی غالباً با تغییرات سیگنال نسبت به زمان، مثلاً با تغییر لحظه به لحظه ولتاژی که ممکن است در دو سر یک زوج پایانه با موضعی ثابت در فضا ظاهر شود، سروکار داریم. در مقام مقایسه، در نورشناخت غالباً با اطلاعاتی سروکار داریم که در ناحیه‌ای از فضا در موضع ثابتی نسبت به زمان گسترده شده است.

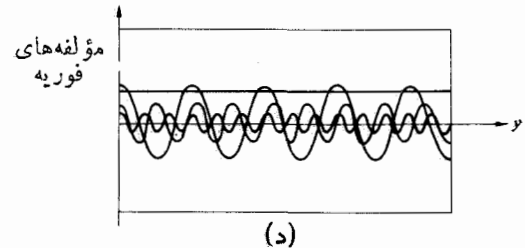
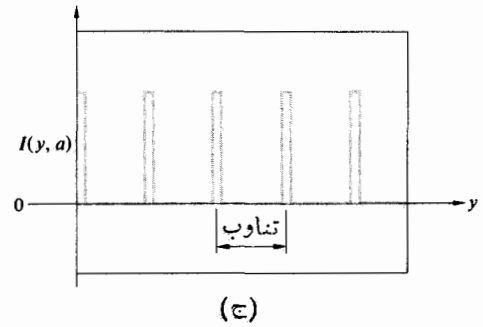
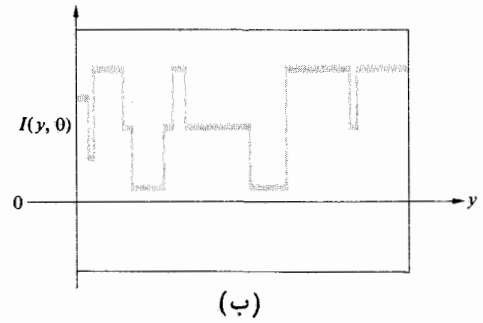
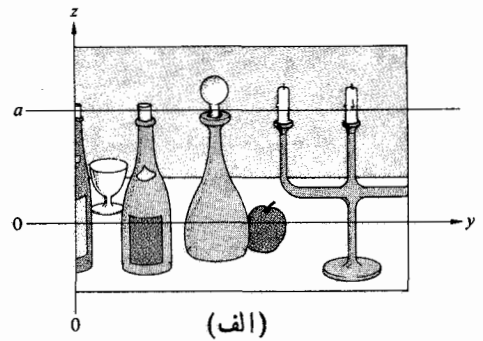
مثلاً، شکل‌های ۱۰۱۴ الف را می‌توانیم به مثابه توزیعی دو بعدی از چگالی شار بپنداریم. این تصویر می‌تواند شفاف‌ای که به آن نورتابیده شده، یک تصویر تلویزیونی یا تصویری که روی پرده‌ای افتاده است، باشد؛ در هر صورت، به جرأت می‌توان گفت که تابعی به شکل $I(y, z)$ وجود دارد که به هر نقطه از تصویر یک مقدار از I را نسبت می‌دهد. برای اینکه مطالب را اندکی ساده کنیم، فرض کنیم که عرض پرده را روی یک خط افقی ($z=0$) جاروب کرده و تغییرات نقطه به نقطه تا بیدگی نسبت به فاصله را طبق شکل ۱۰۱۴ ب رسم کنیم. تابع $I(y, 0)$ را می‌توان با استفاده از شیوه‌های آنالیز فوری که در فصل‌های ۷ و ۱۱ بررسی شدند، خارج از توابع هماهنگ ترکیب کرد. در این مورد، تابع پیچیده‌تر است و برای نمایش مناسب آن باید جملات زیادی را اختیار کنیم. با این حال اگر شکل تابع $I(y, 0)$ معلوم باشد، این روش، کاملاً سراسر است. بارویدن در سرتاسر خطی دیگر، مثلاً $z=a$ ، $I(y, a)$ را به دست می‌آوریم که در شکل ۱۰۱۴ ج رسم شده است و اتفاقاً درست از همینجاست که نتیجه منجر به یک رشته از تپهای مربعی به فواصل مساوی از هم می‌شود. این تابع همان است که در بخش ۷.۷ به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت و طرح‌واره تقریبی تعداد کمی از مؤلفه‌های فوری سازای آن در شکل ۱۰۱۴ د آمده است. اگر فاصله مرکز به مرکز قله‌ها در (ج) مثلاً یک سانتیمتر باشد تناوب فضایی برابر یک سانتیمتر بر سیکل می‌شود



شکل ۲.۱۴ (الف) هدف سینوسی، (ب) یک موج مربعی.

ضروری است در شکل ۱۵.۷ نشان داده شده است. از سوی دیگر، برای صفحه بطری و شمعان دوبردی است و ناچاریم نسبت به تبدیلهای دوبردی فوریه فکر کنیم (بخش ۲.۲.۱۱)، همچنین باید متذکر شویم که دست کم در اصول، می توانستیم دامنه میدان الکتریکی را در هر نقطه از صفحه ثبت کنیم و سپس تجزیه ای همانند تجزیه آن سیگنال به مؤلفه های فوریه اش را انجام دهیم.

به یاد آورید (بخش ۳.۳.۱۱) که نقش پراش میدان دور یا پراش فرانوفر، در واقع همانند تبدیل فوریه تابع روزنه $A(y, z)$ است. تابع روزنه متناسب با قدرت چشمه در واحد مساحت، $E(y, z)$ ، روی صفحه ورودی یا شیء است. به سخن دیگر، اگر توزیع میدان روی صفحه شیء $A(y, z)$ باشد، تبدیل فوریه دوبردی آن به عنوان توزیع میدان $E(y, z)$ روی یک پرده خیلی دور ظاهر خواهد شد. مانند شکل ۱۵.۱۰، می توانیم یک عدسی (L) بعد از شیء قرار دهیم تا فاصله از صفحه تصویر را کوتاه کند. عدسی شیئی را معمولاً عدسی تبدیل می نامند زیرا می توان آن را یک حسابرگر نوری دانست که می تواند تبدیلهای فوریه لحظه ای را پدید آورد. اکنون، فرض کنیم که یک توری تراکسیل نسبتاً ایده آل را با یک موج همدوس فضایی و شبه تکفام،



شکل ۲.۱۴ توزیع دوبردی تابیدگی.

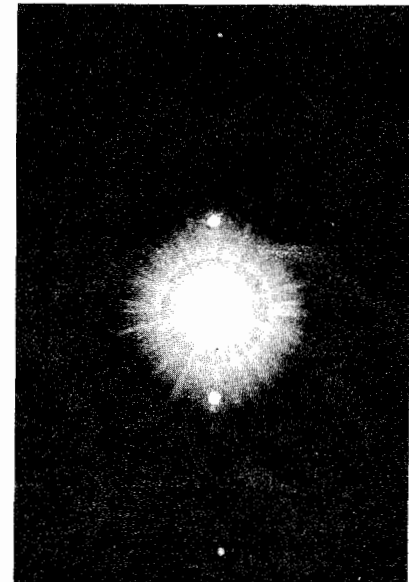
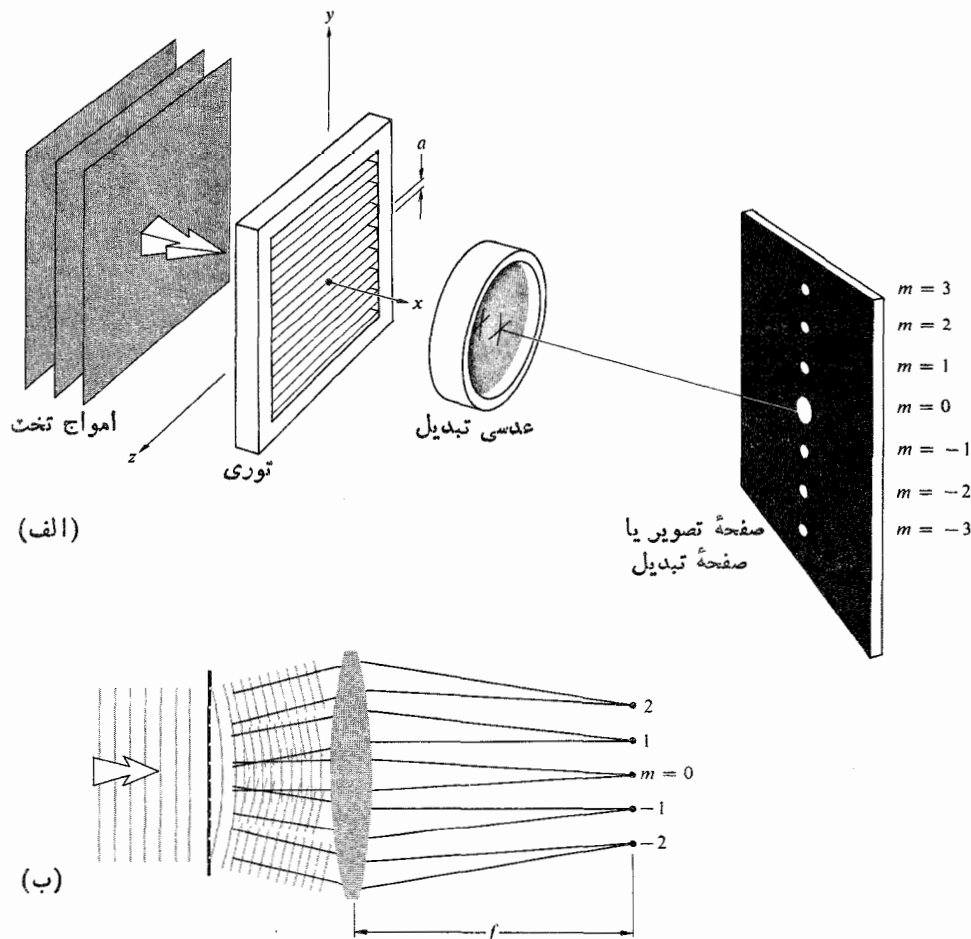
و وارونه آن، که بسامد فضایی است، برابر یک سیکل برسانتیمتر خواهد بود.

عموماً، می توانیم اطلاعات وابسته به هر خط روشنی را به یک رشته از توابع سینوسی با دامنه و بسامد فضایی مناسب تبدیل کنیم. در حالت مربوط به هدفهای سینوسی ساده یا موج مربعی شکل ۲.۱۴، هر خط روبشی افقی همسان، و نقشها عملاً یک بعدی اند. طیف بسامد فضایی مؤلفه های فوریه که برای ترکیب موج مربعی

به طوری که مرتبه معلومی (m) ملازم با بسامد پاینتری (m/a) خواهد بود و لکه‌ها جملگی به محور مرکزی یا نوری نزدیکتری خواهند بود.

اگر شفافه‌ای مانند هدف سینوسی (شکل ۲۰۱۴ الف) به عنوان یک شیء به کار برده بودیم، به نحوی که تابع روزنه به طور سینوسی تغییر می‌کرد، در صفحه تبدیل به طور ایده‌آل فقط سه لکه پدید می‌آمدند که عبارت‌اند از قله مرکزی با بسامد صفر، و مرتبه اول یا بنیانی ($m = \pm 1$) در دو طرف مرکز. اگر چیزها را دو بعدی در نظر گیریم، یک توری چلیپایی، نقش پراش شکل ۵۰۱۴ را ایجاد می‌کند. توجه کنید که نقش پراش علاوه بر اینکه در عرض شبکه، به طور افقی و عمودی آشکارا دوره‌ای است، در طول قطرها نیز تکرار شونده است. یک شیء پیچیده‌تر نظیر شفافه‌ای از سطح ماه، می‌تواند نقش پراش بینهایت پیچیده‌ای را به وجود آورد. به علت ماهیت دوره‌ای ساده توری، می‌توانیم مؤلفه‌های سری فوریه آن را در نظر بگیریم و لی اکنون قطعاً باید تبدیلهای فوریه آن را مورد توجه قرار دهیم. در هر حالت، هر نقطه نودانی در نقش پراش،

همانند موج تخت خارج شده از یک لیزر یا یک چشمه Hg پالاییده همخط شده، روشن کنیم (شکل ۳۰۱۴). در هر یک از دو حالت، دامنه میدان روی جبهه موج فرودی، نسبتاً ثابت فرض شده است. در این صورت، تابع روزنه یک تابع پله‌ای تناوبی است (شکل ۴۰۱۴) یعنی، به تدریج که روی صفحه شیئی از نقطه‌ای به نقطه دیگر حرکت می‌کنیم، دامنه میدان یا صفر است یا مقدار ثابت. اگر a فاصله خطوط توری باشد، تناوب فضایی تابع پله‌ای نیز هست و عکس آن بسامد فضایی بنیادی توری است. لکه مرکزی ($m = 0$) در نقش پراش، جملة dc با بسامد فضایی صفر متناظر است. این لکه، تراز اوریب ناشی از آنجاست که ورودی $A(y)$ همه جا مثبت است. این تراز اوریب، از طریق ساختن نقش تابع پله‌ای روی یک زمینه خاکستری یکنواخت، می‌تواند جا به جا شود. به تدریج که لکه‌ها در صفحه تصویر (یا در این حالت، صفحه تبدیل) از محور مرکزی دورتر می‌شوند، بسامد فضایی منسوب به آنها (m/a) بر طبق معادله توری $\theta_m = \lambda(m/a)$ افزایش می‌یابد. یک توری درشت‌تر دارای مقدار a بزرگتری است

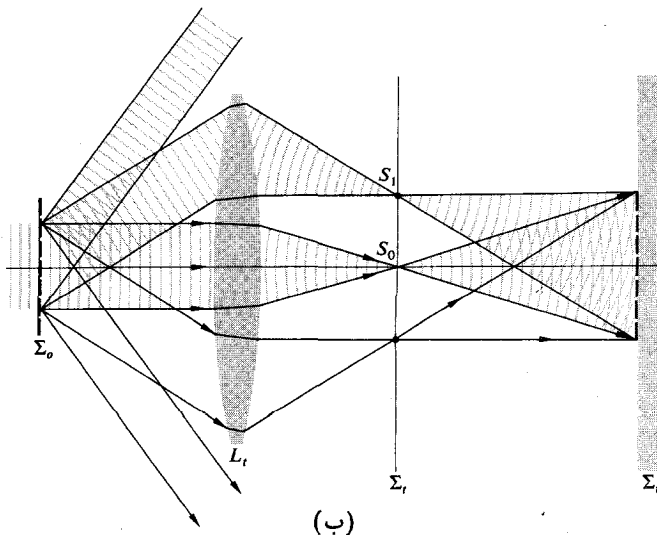
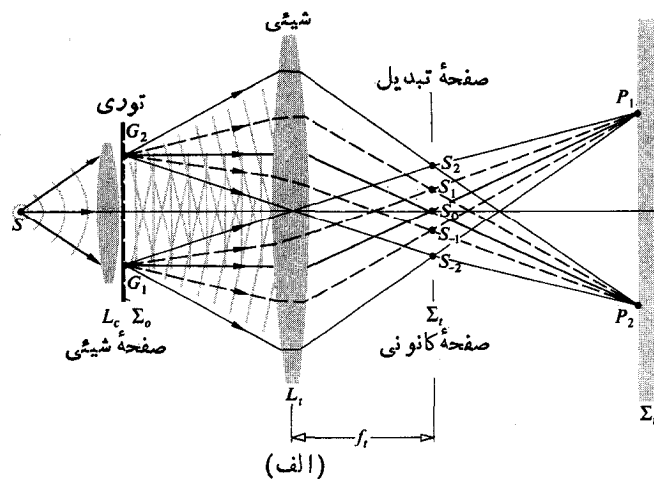


شکل ۳۰۱۴ نقش پراش یک توری.

متناسب است با متوسط زمانی مجذور میدان الکتریکی یا هم ارز آن، با مجذور دامنه مشارکت ویژه در بسامد فضایی در آن نقطه متناسب است.

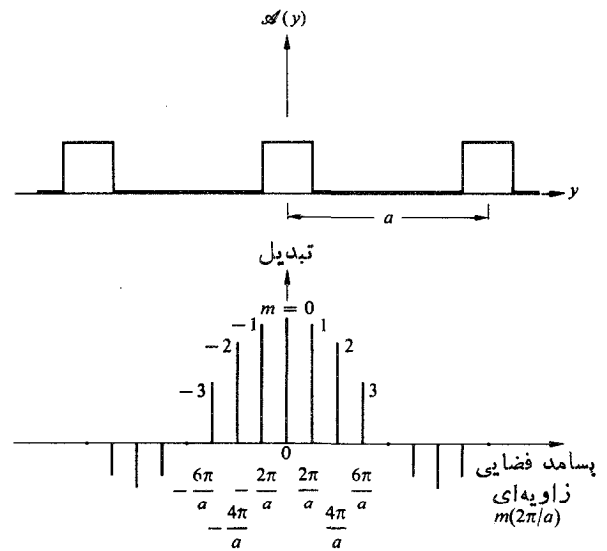
۲.۱.۱۴ نظریه آبه در مورد تشکیل تصویر

سیستمی را که در شکل ۶.۱۴ الف نمایش یافته و نمونه کامل شده شکل ۳.۱۴ ب است، در نظر بگیرید. جبهه‌های موج تکفام تخت که از عدسی موازی ساز خارج می‌شوند توسط یک توری پراشیده می‌شوند. نتیجه حاصل یک جبهه موج واپیچیده است که ما آن را به مجموعه‌ای از امواج تخت جدید تجزیه می‌کنیم که هر کدام با یک مرتبه معین $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ، یا بسامد فضایی معینی، متناظرند و در سوی خاصی حرکت می‌کنند (شکل ۶.۱۴ ب). عدسی شیشی (L_i) با تشکیل نقش پراش فرانهوفر توری بر روی صفحه تبدیل Σ_i (که ضمناً صفحه کانونی پشتی L_i نیز هست) نقش



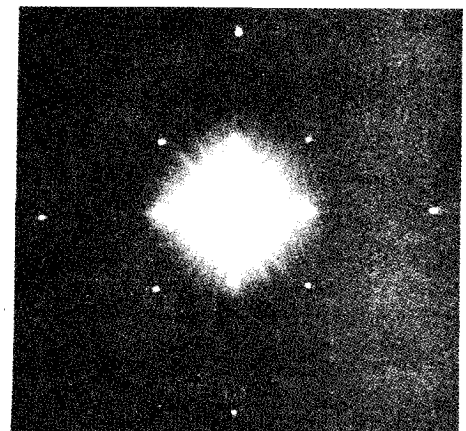
شکل ۶.۱۴ تشکیل تصویر.

نمایشگر حضور يك بسامد فضایی ویژه است که با فاصله آن از محور نوری (موضع بسامد صفر) متناسب است. مؤلفه‌های بسامد با علامت مثبت و منفی، به طور قطری در اطراف محور مرکزی در جهت مخالف یکدیگر ظاهر می‌شوند. اگر می‌توانستیم میدان الکتریکی در هر نقطه از صفحه تبدیل (فوریه) را اندازه بگیریم، در واقع تبدیل (فوریه) تابع روزنه را مشاهده می‌کردیم ولی این کار عملی نیست. در عوض، آنچه که آشکارسازی خواهد شد، توزیع چگالی شار است، که در هر نقطه آن، تابیدگی (شدت)

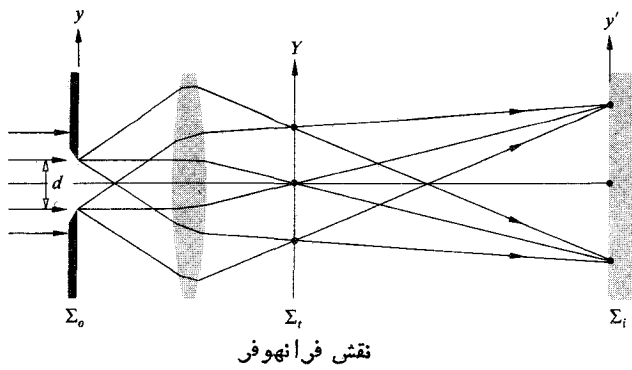


نقش پراش

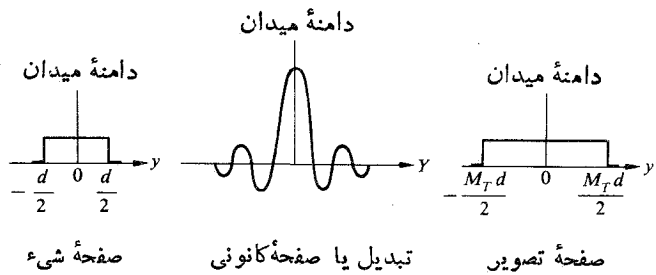
شکل ۴.۱۴ موج مربعی و تبدیل فوریه آن.



شکل ۵.۱۴ نقش پراش يك توری چلیپایی.



نقش فرانهوفر



شکل ۷.۱۴ تصویر یک شکاف.

میکروسکوپ که نور ناهمدوس بر آن تابیده بسود عمل می کرد. نمونه هایی که اندازه آنها در حدود λ بود، ظاهراً نور را در داخل «فضای تاریک» شیئی میکروسکوپ می پراکند. ملاحظه می شود که اگر، همانند شکل ۶.۱۴ ب، روزنه شیئی برای جمع آوری تمامی نور پراشیده، کاملاً بزرگ نباشد، تصویر دقیقاً با آن شیء متناظر نیست. بلکه بیشتر مربوط به یک شیء مجازی است که نقش پراش کامل آن با نقش پراش گردآوری شده توسط L_e برابری می کند. از بخش پیشین می دانیم که این قسمتهای از دست رفته ناحیه حاشیه ای نقش پراش به سامدهای فضایی بالاتر منسوب اند و به طوری که خواهیم دید، حذف آنها باعث افتی در وضوح و توان تفکیک تصویر خواهد شد.

از لحاظ بیان عملی، توری مورد نظر قبلی نمی تواند عملاً به طور جدی تناوبی باشد مگر این که پهنای آن نامتناهی باشد. مفهوم این نکته آن است که توری دارای یک طیف پیوسته فوری است که جملات سری فوری گسسته متداول در آن نقش غالب دارند، در حالی که دامنه جملات دیگر بسیار کوچکترند. شیئهای پیچیده نامنظم، آشکارا ماهیت پیوسته تبدیلیهای فوری خود را نشان می دهند.

عدسی تبدیلی را بازی می کند. البته، این امواج فراتر از Σ_e منتشر می شوند و به صفحه تصویر Σ_i می رسند. در آنجا روی هم می افتند و تداخل می کنند تا تصویر وارونه ای از توری تشکیل دهند. بدین سان، نقاط G_1 و G_2 به ترتیب در P_1 و P_2 تصویر می شوند. عدسی شیئی دو نقش جالب متمایز تشکیل می دهد. یکی تبدیل فوری در صفحه کانونی مزدوج صفحه چشمه، و دیگری تصویر شیئی است، که در صفحه مزدوج صفحه شیئی تشکیل می شود. شکل ۷.۱۴، دستگاه مشابهی را برای یک شکاف افقی، باریک، و دراز که به طور همدوس روشن شده است، نشان می دهد.

می توانیم نقاط S_0 ، S_1 ، S_2 ، و ... را در شکل ۶.۱۴ الف به عنوان نقاط گسیلنده موجکهای هوینگنس در نظر بگیریم و در این صورت نقش پراش حاصل روی Σ_i ، تصویر توری است. به عبارت دیگر، تصویر از یک فرایند پراش دوگانه ناشی می شود. از سوی دیگر، می توانیم تصور کنیم که موج ورودی توسط شیء پراشیده می شود. و در این صورت موج پراشیده حاصل یک بار دیگر توسط عدسی شیئی پراشیده می شود. اگر آن عدسی در آنجا نبوده، می بایستی نقش پراش جسم در مکان تصویر بر روی Σ_i ظاهر می شد.

این ایده ها نخستین بار توسط پروفیسور ارنست آبه به عنوان ایده ها نخستین بار توسط پروفیسور ارنست آبه (۱۲۸۴-۱۲۱۹/۱۹۰۵-۱۸۴۰) در سال ۱۸۷۳/۱۲۵۲ مطرح شدند. در آن زمان علاقه وی متوجه نظریه میکروسکوپی بود، که اگر L_e را یک شیء میکروسکوپ در نظر گیریم، ارتباط آن با بحث بالاروشن می شود. به علاوه اگر تکه ای از ماده نازک نیم شفاف (یعنی نمونه مورد آزمایش) که به وسیله نور حاصل از یک چشمه کوچک و چگال شده روشن شده است، جایگزین توری شود، این سیستم مسلماً با یک میکروسکوپ شبیه خواهد بود.

کارل زایس (۱۲۶۷-۱۱۹۵/۱۸۸۸-۱۸۱۶)، که در نیمه قرن هجدهم، یک کارخانه کوچک میکروسکوپ سازی را در ینا اداره می کرد، به نقایص شیوه های تکاملی «آزمایش و خطا» پی برد. وی در سال ۱۸۶۶/۱۲۴۵ ارنست آبه را، که در آن هنگام دانشیار دانشگاه ینا بود، به منظور به وجود آوردن روشی علمیت برای طراحی میکروسکوپ، به خدمت خود گرفت. آبه به اتکاء آزمایش به زودی دریافت که نتیجه یک روزنه بهتر، قدرت تفکیک بالاتر بوده است، اگرچه مخروط ظاهری نور ورودی، تنها بخش کوچکی از عدسی شیئی را در برمی گرفت، «فضای تاریک» پیرامون به نحوی در (تشکیل) تصویر سهم داشت. در نتیجه، او به روشی دست یافت که فرایند مشهور پراشی که در لبه یک عدسی به وجود می آید (و برای یک چشمه نقطه ای به نقش آری منجر می شود) در همان جهتی عمل نمی کرد که در مورد یک شیئی

۱. رهیافتی دیگر و با این وجود در نهایت هم ارز آن، در سال ۱۸۹۶/۱۲۷۵ از جانب ریلی پیشنهاد شد. وی هر نقطه روی شیء را همچون یک چشمه همدوس در نظر گرفت که موج گسیلیده از آن توسط عدسی به صورت نقش آری پراشیده می شد. هر یک از این نقشها هم به نوبه خود روی نقطه تصویر ایده آل (روی Σ_i) چشمه نقطه ای مربوطه متمرکز می شد. بدین سان Σ_i با توزیعی از نقشهای آری که تا اندازه ای روی هم افتاده و تداخل می کردند پوشیده می شد.

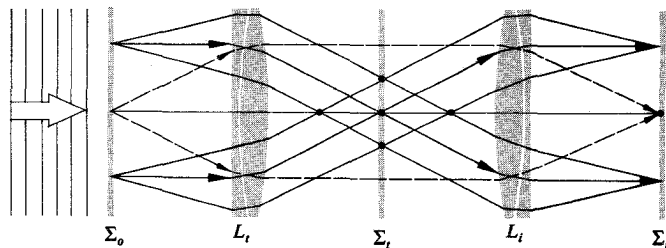
می‌شود. در عمل، و در موارد فراوان L_i و L_j عدسیهای همانند $(f_i = f_j)$ ، و چند عنصری خوب تصحیح شده‌اند [به‌خاطر کیفیت کار، قدرت تفکیک این عدسیها باید در حدود ۱۵۰ زوج خط در هر میلیمتر باشد. هر زوج خط در شکل ۲۰۱۴ ب یک تناوب است]. برای کاربردهای نه‌چندان مهم، دو عدسی شیئی نورافکن با روزنه بزرگ (حدود ۱۰۰ mm) و فواصل کانونی تقریباً ۳۰ یا ۴۰ cm به‌خوبی کارآیی دارند. سپس یکی از این عدسیها چنان می‌چرخد که هر دو سطح کانونی عقبی آن بر Σ_i منطبق شود. ضمناً، لزومی ندارد که سطح ورودی یا شیئی به‌اندازه یک فاصله کانونی دورتر از L_i جایگزیده شود؛ تبدیل فوری به‌ازهم روی Σ_i ظاهر می‌شود. حرکت Σ_i تنها در فاز توزیع دامنه تأثیر می‌گذارد، و این امر عموماً از توجه اندکی برخوردار است. اغلب از وسیله‌ای که در شکلهای ۸۰۱۴ و ۹۰۱۴ نشان داده شده است، به عنوان شمارشگر نودی همدوسی یاد می‌شود. وسیله نامبرده این امکان را فراهم می‌آورد که مواع، یعنی نقابها یا پالایه‌ها، را در صفحه تبدیل جای دهیم و با این عمل بعضی بسامدهای فضایی را تا حدودی و یا به‌طور کامل مسدود کرده و مانع رسیدن آنها به صفحه تصویر شویم. این فوایند تغییر طیف بسامد تصویر، پالایش فضایی نامیده می‌شود، و برخی از زیبا ترین، هیجان‌انگیز ترین و خوش آتیه ترین جنبه‌های نورشناخت معاصر در همین جا نهفته است.

از بحث پیشین خود پیرامون پراش فرانوفر درمی‌یابیم که یک شکاف باریک دراز در Σ_i ، بدون توجه به‌سمتگیری و موضع آن، تبدیلی در Σ_i ایجاد می‌کند که از یک رشته روشن و خاموشیهای نور واقع در امتداد یک خط راست عمود بر شکاف (شکل ۱۱۰۱) که از مبدأ می‌گذرد، تشکیل شده است. در نتیجه، اگر شیء راستخط را با معادله $y = mz + b$ توصیف کنیم، نقش پراش در طول خط $Y = -Z/m$ یا نتیجه هم‌ارز حاصل از مسعادات (۶۴۰۱۱) و (۶۵۰۱۱)، در امتداد خط $k_Y = -k_Z/m$ واقع می‌شود. با به‌یاد آوردن این نقش و نقش‌اری باید بتوانیم بخشی از ساختار تقریبی تبدیلیهای اشیای مختلف را پیشگویی کنیم. همچنین توجه داشته باشید که این تبدیلیها در پیرامون محور نوری بسامد - صفر سیستم متمرکز شده‌اند. مثلاً، یک علامت باضافه شفاف که خط افقی آن ضخیمتر از خط عمودیش است، دارای تبدیلی دوبعدی است که شکل آن نیز کم و بیش به‌صورت یک علامت باضافه است. خط افقی ضخیم یک رشته خط تیره کوتاه عمودی ایجاد می‌کند در حالی که عنصر نازک عمودی یک خط از خط تیره‌های افقی دراز به‌وجود می‌آورد. به‌یاد داشته باشید که عناصر شیء با ابعاد کوچک در زاویه‌های نسبتاً بزرگ پراش می‌یابند.

به‌هر حال باید تأکید شود که جز در حالتی که عدسی شیئی دارای یک روزنه نامتناهی باشد، به‌صورت یک پالایه پایین‌گذر عمل می‌کند؛ به‌این ترتیب که بسامدهای فضایی بالاتر از یک مقدار معین λ پس می‌زند و هر بسامد پایتتر از آن را عبور می‌دهد (بسامدهای اول آنهایی اند که فراتر از مرز فیزیکی عدسی گسترده شده‌اند). در نتیجه، توانایی کلیه سیستمهای عدسی عملی، در ایجاد دوباره گنجایش بسامد فضایی بالا از یک جسم واقعی تحت تابش همدوس، محدودیت دارند. همچنین باید متذکر شویم که غیر خطی بودن بنیادی وابسته به سیستمهای نوری تصویر ساز که در بسامدهای فضایی بالا عمل می‌کنند، وجود دارد. ۲.

۳۰۱۰۱۴ پالایش فضایی

فرض کنید عملاً آرایش تجربی را که در شکل ۶۰۱۴ الف نشان داده شده است به‌کار برده و از یک لیزر به‌عنوان چشمه موج تخت سود می‌بریم. اگر نقاط S_1, S_2, S_3, \dots چشمه‌های مربوط به یک نقش فرانوفر باشند، صفحه تصویر احتمالاً باید در $x = \infty$ قرار گیرد (گرچه غالباً ۹۰۰ یا ۱۲۰۰ سانتیمتر خواهد بود). با تن دادن به کسالت تکرار، به‌یاد آورید که علت اصلی به‌کارگیری عدسی L_i آوردن نقش پراش شیء از بینهایت به سطح کانونی بود و حالا یک عدسی تصویر ساز L_i را به‌همان منظور وارد دستگاه می‌کنیم (شکلهای ۸۰۱۴ و ۹۰۱۴). این عدسی تبدیل باعث می‌شود که نور ناشی از شیء، به‌شکل نقش پراش در صفحه Σ_i همگرا شود یعنی این عدسی یک تبدیل فوری دوبعدی از شیء را بر روی Σ_i تشکیل می‌دهد. یعنی، طیف بسامد فضایی شیء در سر تا سر صفحه تبدیل گسترده می‌شود. پس از آن، L_i (عدسی تبدیل دادونه)، نقش پراش نور توزیع شده روی Σ_i را روی صفحه تصویر می‌افکند. به‌سخن دیگر، این عدسی باریکه پراشیده را می‌پراشاند و این نکته عملاً به آن معنی است که یک تبدیل وارونه را ایجاد می‌کند. بدین سان، تبدیلی وارونه از داده‌های روی Σ_i به عنوان تصویر نهایی ظاهر

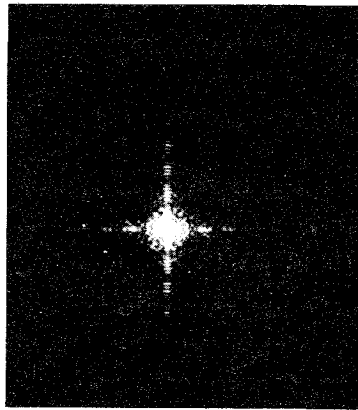
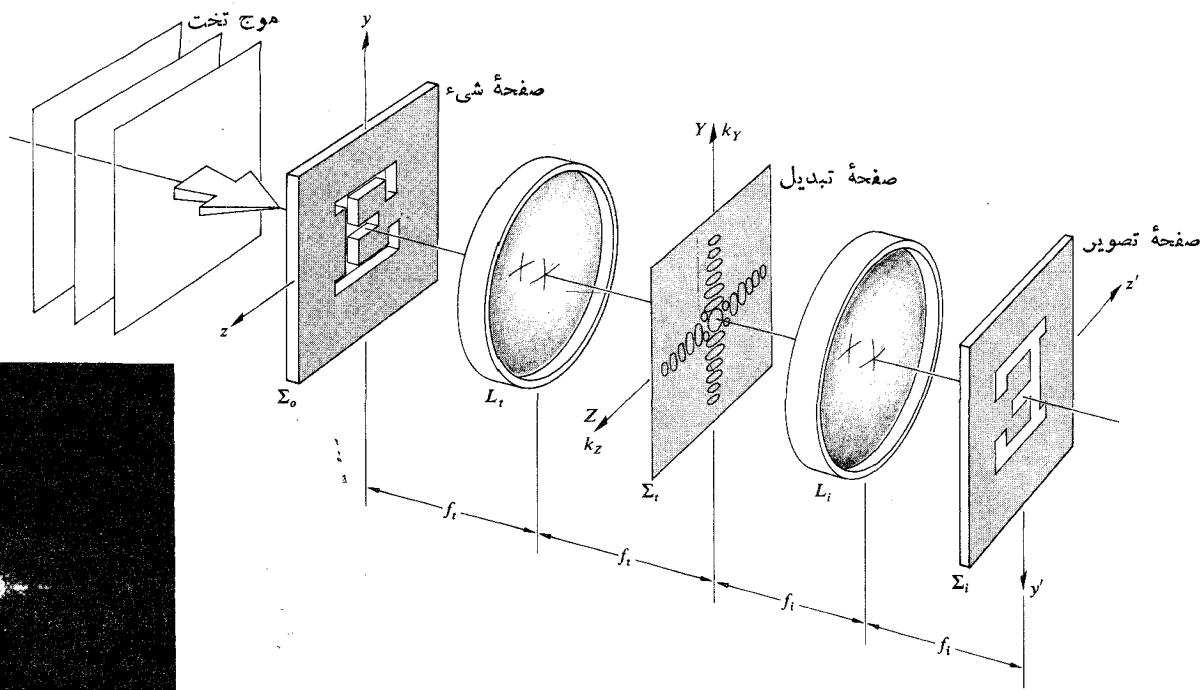


شکل ۸۰۱۴ صفحات شیئی، تبدیل و تصویر.

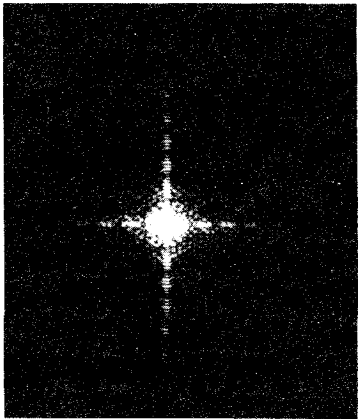
۱. به‌منظور مطالعه شرح مفصلتری از کارهای انجام شده توسط آبه در نورشناخت، رک

H. Volkmann, "Ernst Abbe and His Work" *Appl. Opt.*, 5, 1720 (1966).

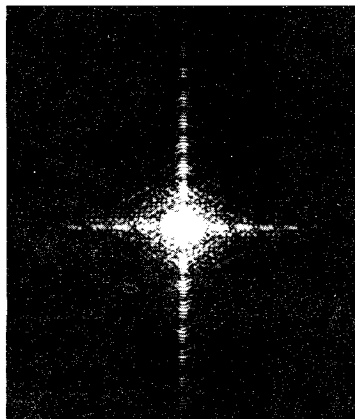
2. R.J. Becherer and G.B. Parrent, Jr. "Nonlinearity in Optical Imaging Systems", *J. Opt. Soc. Am.*, 57, 1479, (1967).



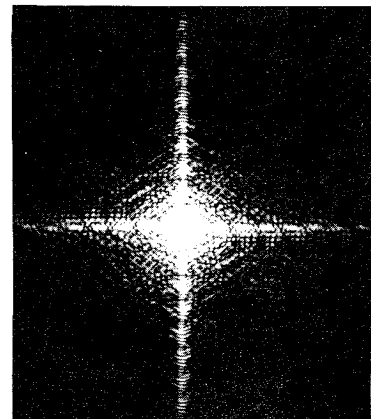
(الف)



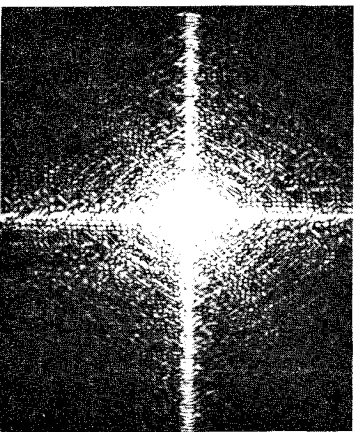
(ب)



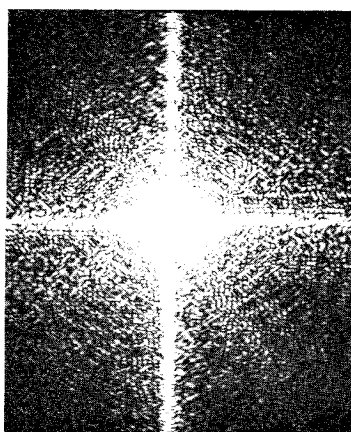
(ج)



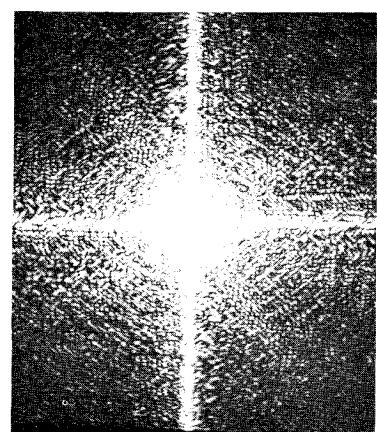
(د)



(ه)



(و)



(ز)

شکل ۹.۱۴ تبدیل حرف E. این تصاویر به ترتیب از (الف) تا (ز) جزئیات بیشتر و بیشتری از تبدیل را به ترتیبی که زمان نوردهی زیاد شده است، نشان می‌دهند.

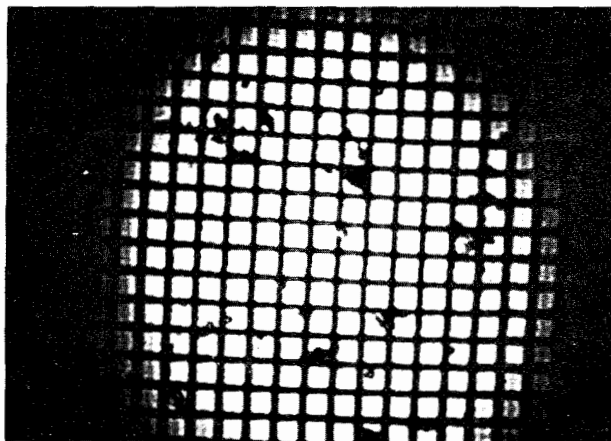
۱۱۰۱۴ الف). در سوی دیگر، اگر تنها به نقش ابر گونه نزدیک مرکز اجازه عبور دهیم، بخشی بسیار جزئی از ساختار دوره‌ای ظاهر می‌شود، و تصویری که اساساً فقط از ذرات غبار تشکیل یافته است، بر جامی گذارد (شکل ۱۱۰۱۴ الف). تنها عبور لکه مرتبه صفر مرکزی، میدانی با روشنیایی یکنواخت (dc) ایجاد می‌کند، چنان که گویی دیگر شبکه در جای خود نیست. مشاهده می‌شود که هر چه بسامدهای بالاتر بیشتر حذف شوند، از جزئیات تصویر به‌طور چشمگیری کاسته می‌شود (شکل ۱۱۰۱۴ د، ه، و). با به‌خاطر آوردن این نکته که چگونه یک تابع، که می‌توان آن را «کناره‌های تیز» نامید، از مؤلفه‌های هماهنگ ترکیب می‌یافت، این مطلب به سهولتی تمام قابل درک است. موج مربعی شکل ۱۳۰۷ برای نشان دادن این نکته به کار می‌رود. آشکار است که افزودن هماهنگهای بالاتر، عمدتاً گوشه‌ها را صاف، و اوج و حوضیضهای نیمرخ را پخت می‌کند. در این روش، بسامدهای فضایی بالا در جزئیات «لبه تیز» بین نواحی روشن و تاریک تصویر مشارکت می‌کنند. حذف جمله‌های مربوط به بسامد بالا، باعث گرد شدن تابع پله‌ای می‌شود و در نتیجه توان تفکیک در حالت دوبعدی افت می‌کند.

اگر با گذراندن هر چیزی جز لکه مرکزی، مؤلفه dc (شکل ۱۱۰۱۴ ج) را حذف می‌کردیم چه می‌شد؟ یک نقطه روی تصویر اصلی که در عکس سیاه نموده می‌شود، حاکی از یک تابیدگی نزدیک صفر و ناگزیر یک دامنه میدان نزدیک به صفر است. از قرار معلوم تمامی مؤلفه‌های گوناگون میدان نوری در آن نقطه یکدیگر را به‌طور کامل حذف می‌کنند، و بنابراین نوری وجود ندارد. با وجود این، با حذف جمله dc مسلماً باید نقطه مورد بحث یک دامنه میدان غیر صفر داشته باشد. وقتی آن را مجذور کنیم $(I \propto E^2/2)$ یک تابیدگی غیر صفر پدید خواهد آورد. در نتیجه نواحی که اصلاً سیاه بودند اکنون سفید گونه جلوه خواهند کرد، در حالی که بنا بر شکل ۱۲۰۱۴، نواحی که اصلاً سفید بودند اینک به رنگ خاکستری درمی‌آیند.

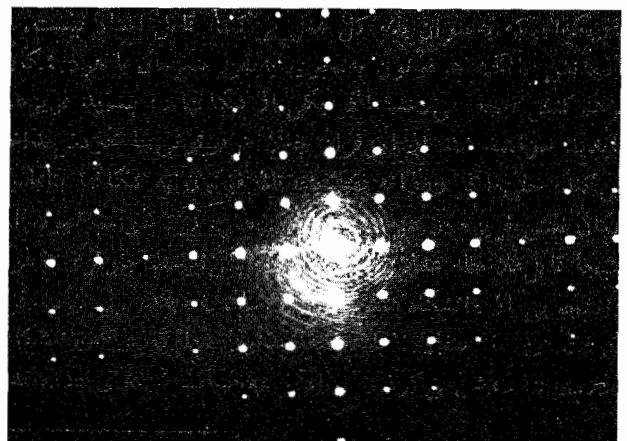
می‌توانیم، همراه آبه، به کل این موضوع به کمک همین واژگان فکر کنیم تا اینکه مفاهیم پالایش بسامد فضایی و تبدیلیاتی که نفوذ جدیدتر نظریه ارتباطات را باز می‌نمایانند به کار ببریم.

اجزای عمودی علامت E در شکل ۹۰۱۴، طیف بسامدی پهن را که به صورت نقش افقی ظاهر می‌شود، پدید می‌آورند. توجه کنید که تمامی چشمه‌های خطی موازی بر روی یک شیء معین، با یک آرایه تک خطی در روی صفحه تبدیل، متناظرند. این نیز، به نوبه خود در روی پل، درست مانند حالت توری، از مبدأ می‌گذرد (محل تقاطع صفر است). یک شکل ۵ شفاف، نقشی را ایجاد خواهد کرد که هر دو توزیع افقی و عمودی لکه‌ها را که روی گستره بسامدی نسبتاً پهنی پخش شده‌اند تشکیل خواهد داد. همچنین ساختار حلقه‌ای هم مرکز ماندی، با بسامد نسبتاً پایین پدید خواهد آمد. آشکار است که تبدیلیهای قرصها و حلقه‌ها و چیزهایی مانند آنها، دارای تقارن دایره‌ای خواهد بود. به همین ترتیب، یک روزنه بیضیوار افقی، نوارهای بیضیوار هم مرکزی که سمتگیری آنها قائم است، ایجاد می‌کند. اغلب اوقات، نقشهای میدان دور یک مرکز تقارن دارند (مسئله ۲۵-۱۰ و ۱۱-۱۱).

اینک در مقامی هستیم که می‌توانیم فرایند پالایش فضایی را بهتر ارزیابی کنیم و به این منظور آزمایشی را بسیار شبیه به آزمایشی که شرح آن در ۱۹۰۶/۱۲۸۵ توسط پورتر منتشر شده است، مورد ملاحظه قرار می‌دهیم. شکل ۱۰۰۱۴ الف شبکه سیمی ریزی را نشان می‌دهد که نقش تناوبی آن را تعداد معدودی ذرات غبار به هم زده است. شکل ۱۰۰۱۴ ب با شبکه واقع در پل، تبدیلی را نشان می‌دهد که باید در پل ظاهر شود. و اما ستارگان خیال‌انگیز - چون اطلاعات تبدیلی مربوط به غبار در توزیع نامنظم ابر گونه‌ای در اطراف نقطه مرکزی جایگزیده است، می‌توانیم با قراردادن یک نقاب کدر در پل به آسانی آن را حذف کنیم. اگر این نقاب در هر یک از بیشینه‌های اصلی یک سوراخ داشته باشد، چنان که تنها آن بسامدها را بگذراند، تصویر بدون غبار ظاهر می‌شود (شکل



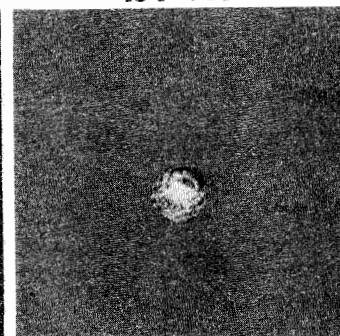
(الف)



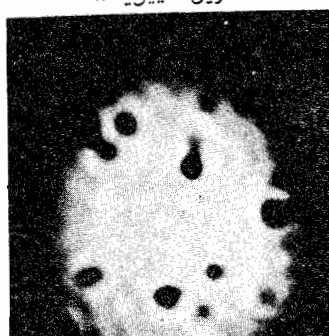
(ب)

شکل ۱۰۰۱۴ یک شبکه ریز اندکی غبار آلوده، و تبدیل آن.

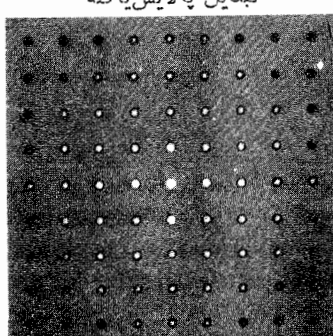
تبدیل پالایش یافته



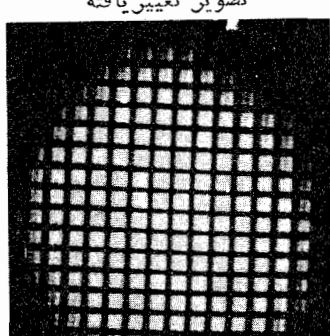
تصویر تغییر یافته



تبدیل پالایش یافته

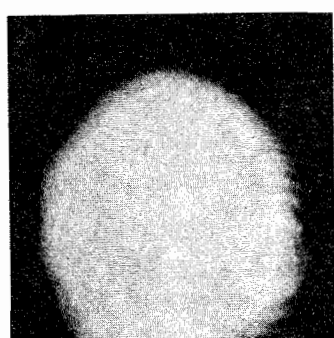
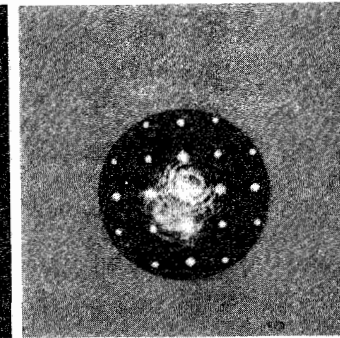
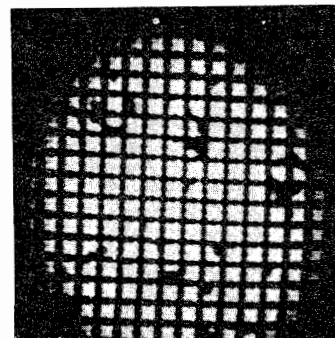
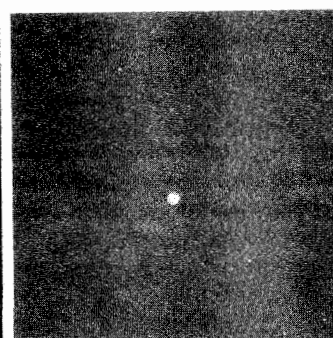


تصویر تغییر یافته



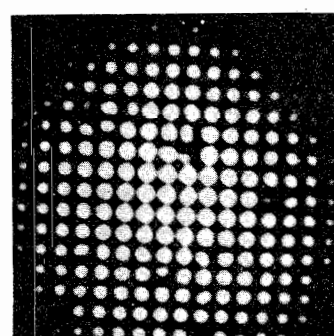
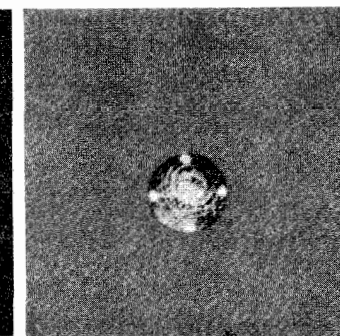
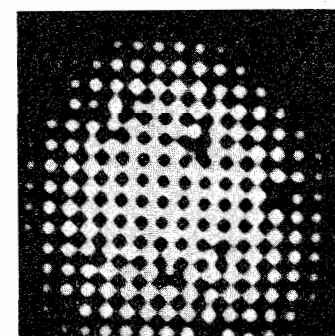
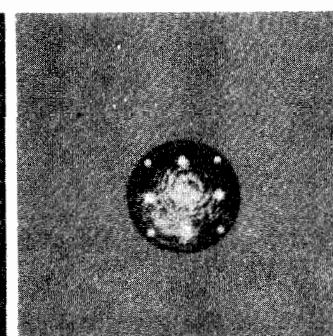
(الف)

(ب)



(ج)

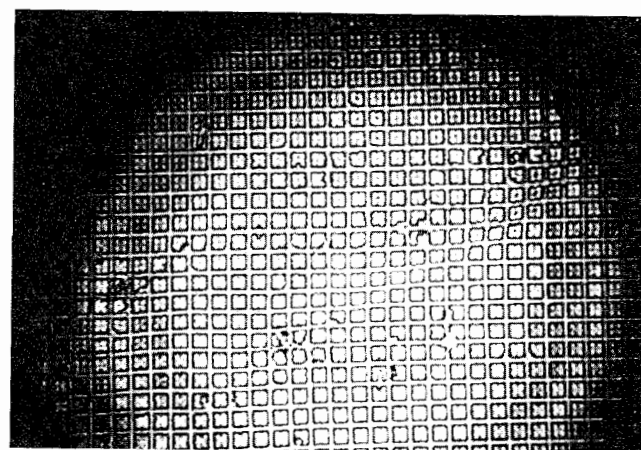
(د)



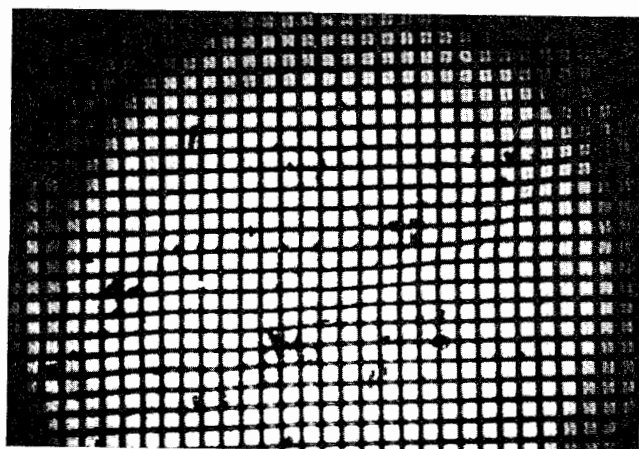
(ه)

(و)

شکل ۱۱-۱۴ تصاویر حاصل وقتی که بخشهای گوناگون نقش پراش شکل ۱۰-۱۴ ب توسط نقاطهای همراه با پالایمهای فضایی کدر شده باشند.



(ب)

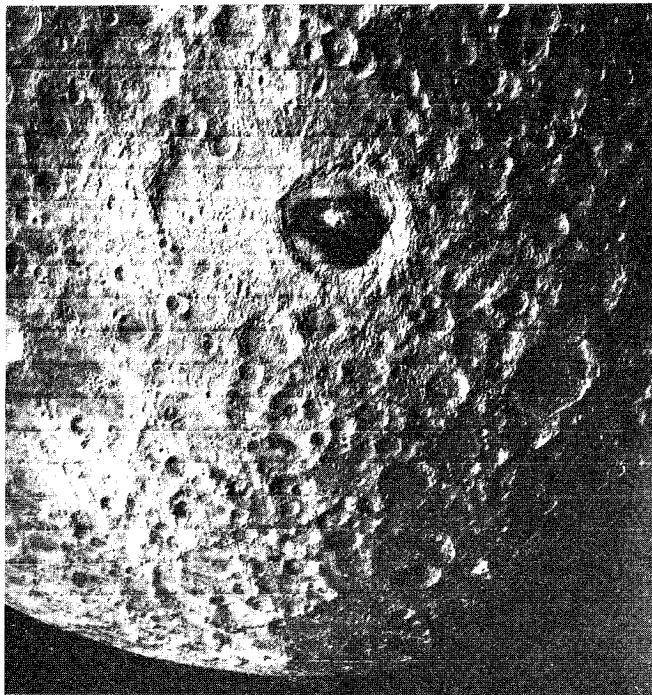


(الف)

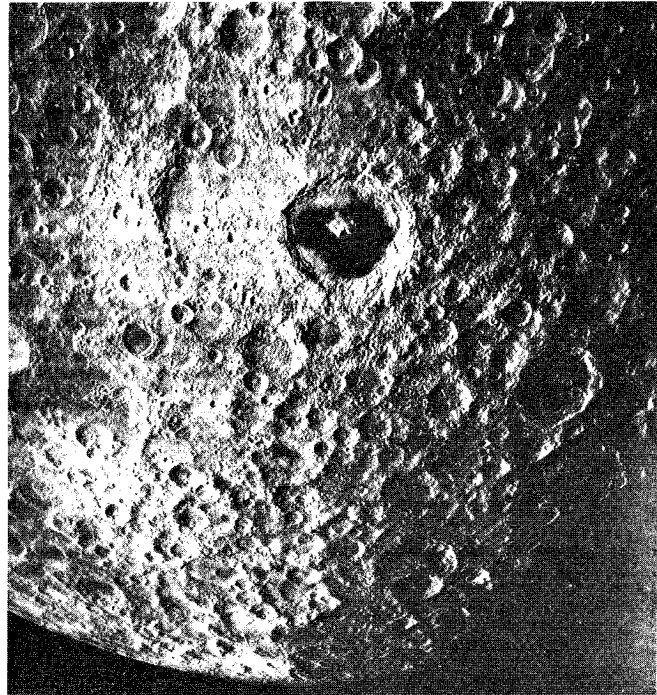
شکل ۱۲-۱۴ (ب) يك برگردان پالایش یافته از (الف) است که در آن مرتبه صفرم حذف شده است.

بسامد با پهنای نواری پهن را که در شکل ۱۳.۱۴ ج نمایان است، به وضوح پدید می آورد. وقتی که این مؤلفه‌های بسامد مسدود شوند، تصویر تقویت شده نشانه‌ای که حاکی از ریزه‌نگار بودن آن باشد، بروز نمی‌دهد. کاملاً به‌همین ترتیب، می‌توان داده‌های ناخواسته در عکسهای اتاقلک ابر مربوط به مسیر ذرات زیراتمی را حذف کرد.^۱ تحلیل این عکسها به علت حضور مسیرهای باریکه ناپراکنده

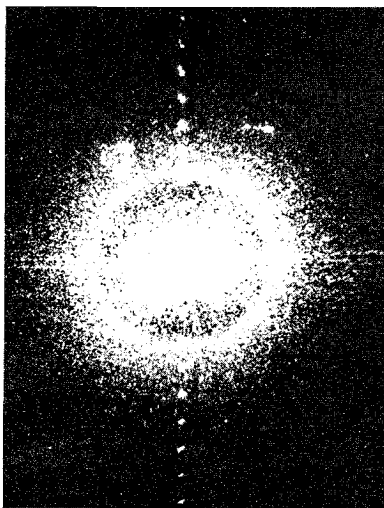
حال می‌خواهیم برخی از کاربردهای ممکن این روش را مورد بررسی قرار دهیم. شکل ۱۳.۱۴ الف عکسی ترکیبی از ماه را نشان می‌دهد که از نوارهای فیلم به هم پیوسته تشکیل شده است، چنان که ریزه‌نگار یکپارچه‌ای را تشکیل می‌دهد. داده‌های ویدئو توسط لونار اوربیتور به زمین مخابره می‌شدند. ناپیوستگیهای منظم توری گونه، بین نوارهای مجاور در عکس شیء، توزیع عمودی



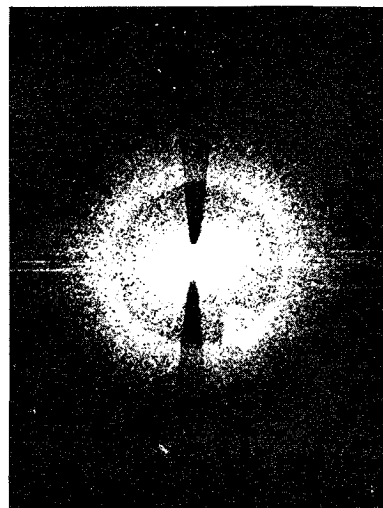
(الف)



(ب)



(ج)



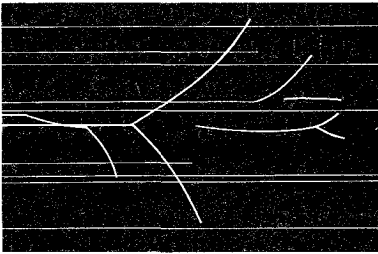
(د)

شکل ۱۳.۱۴ پالایش فضایی. (الف) عکسی ترکیبی از ماه توسط لونار اوربیتور؛ (ب) برگردان پالاییده آن عکس بدون خطوط افقی؛ (ج) نمونه پالایش نیافته تبدیل (طیف توان) يك دماغه ماه؛ (د) نقش پراش مربوط به حالت ج، آنگاه که نقش نقطه‌ای عمودی پالایش یافته است.

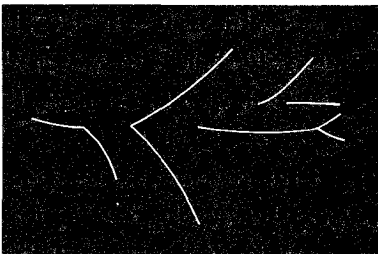
1. D. G. Falconer, "Optical Processing of Bubble Chamber Photographs," *Appl. Opt.*, 5, 1365 (1966)

این مقاله برخی کاربردهای اضافی کامپیوتر نوری همدوس را دربردارد.

خواهیم بود. (مثلاً، آرایه‌هایی از مدوله‌سازهای نور فراصوتی که يك ورودی چند مجرایي تشکیل می‌دهند، هم اکنون مورد استفاده‌اند) ۳ شمارشگر نور همدوس به نوعی کمال خواهد رسید،

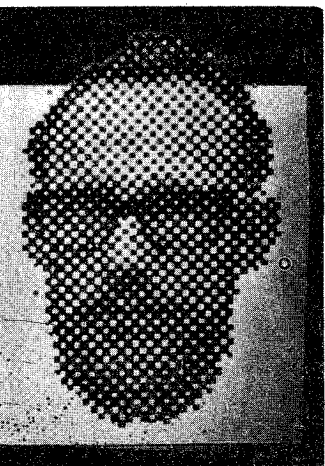


(الف)



(ب)

شکل ۱۴-۱۴ ردهای پالایش یافته و پالایش نیافته اتاقك حباب.



شکل ۱۵-۱۴ تك چهره از خودك. ای. بتك ۴ تنها متشكل از نواحی سیاه و سفید مانند يك نیم‌رنگ. وقتی که بسامدهای بالا پالوده شدند سایه‌های خاکستری ظاهر و مرزهای روشن محو می‌شوند.

(شکل ۱۴-۱۴) مشکل است، و چون این مسیرها همگی با یکدیگر موازی‌اند، به سهولت از طریق پالایش فضایی حذف می‌شوند. حال فرایند آشنای نیم‌سایه‌رنگ^۱ یا همسانساز را در نظر بگیرید که به وسیله آن نقاش می‌تواند تنها با به کار بردن مرکب سیاه و کاغذ سفید خطای دیدی از رنگهای گوناگون خاکستری را بیافریند (به عکس روزنامه نگاهی دقیق بیندازید). اگر شفافه‌ای^۲ از چنین همسانساز در Σ (شکل ۸-۱۴) قرار داده شود، طیف بسامدی آن در روی Σ پدیدار خواهد شد. بازهم مؤلفه‌های نسبتاً پربسامد ناشی از شبکه نیم‌سایه‌رنگ را می‌توان به آسانی حذف کرد. این کار تصویری در سایه‌های خاکستری به دست می‌دهد (شکل ۱۵-۱۴)، که چیزی از ماهیت ناپیوسته تصویر اصلی در آن دیده نمی‌شود. عملاً می‌توان با به کار بردن يك شفافه منفی از آرایه صفحه شطرنجی، پالایه‌ای دقیق ساخت که فقط بسامدهای مرئی شبکه را مسدود کند. از سوی دیگر، به کار بردن يك پالایه پایین گذر با روزه دایره‌ای معمولاً کافی است، و با این کار نمانده برخی از جزئیات مربوط به بسامدهای بالا در صحنه اصلی را نادیده می‌گیرند؛ و این امر دست کم تا زمانی است که بسامد شبکه نسبتاً بالا باشد. همین‌روشن را می‌توان برای از بین بردن حالت دانه‌ای عکسهایی که خیلی بزرگ شده‌اند نیز به کار برد، که، مثلاً در بازشناسی عکس هوایی از ارزش زیادی برخوردار است. در مقابل، می‌توانیم با تأکید بر مؤلفه‌های بسامد بالای آن، جزئیات يك عکس اندکی تار را واضح‌تر کنیم. این کار با پالایه‌ای که ترجیحاً بخش کم بسامد طیف رادرمی آشامد امکان پذیر است. از دهه هزارد و نهصد و پنجاه تلاشهای فراوانی در جهت بالا بردن کیفیت تصویر عکاسی آغاز شده است و در واقع موفقیت‌های چشمگیری داشته است. در میان کسانی که در این تلاشها سهم داشته‌اند، آندره مارشال، عضو مؤسسه تحقیقات نوری دانشگاه پاریس از همه برجسته‌تر است؛ او پالایه‌های درآشام و جابه‌جا کننده فاز را با هم ترکیب کرد تا بتواند جزئیات عکسهایی را که تار شده‌اند، بازسازی کند. این پالایه‌ها عبارت‌اند از پوششهای شفافی که روی شیشه‌های نوری تخت‌اندود شده‌اند؛ چنان که بتوانند فاز بخشهای گوناگون طیف را به تأخیر بیندازند (بخش ۱۴-۱۴).

با توجه به اینکه این کار در پردازش داده‌های نوری در دهه‌های آینده ادامه خواهد یافت، در کاربردهای بسیار فزاینده، شاهد جایگزینی ابزار الکترو-نوری زمان-حقیقی در مراحل عکاسی

۱. half-tone توصیف تصویری است که در آن گستره پیوسته‌ای از تمایز بین سیاه و سفید وجود دارد.

۲. فیلم پولاروید 55 P/N برای کارهایی با قدرت تفکیک متوسط رضایتبخش است در حالی که صفحات عکاسی ۶۴۹ کداک آنجا که قدرت تفکیک شفافه بالاتری مورد نیاز است، مطلوب‌اند.

۳. ما تنها به موضوع پردازش داده‌های نوری پرداخته‌ایم. بحثی جامع‌تر از این را می‌توان مثلاً در فصل هفتم کتاب Goodman: *Introduction to Fourier Optics* یافت. همین متن همچنین حاوی فهرست سودمندی از مراجع برای مطالعه بیشتر مقالات چاپ شده در مجلات، درخصوص این موضوع است. همچنین رگ

P. F. Mueller, "Linear Multiple Image Storage," *Appl. Opt.*, 8, 267 (1969).

در اینجا، مانند بخش اعظم نورشناخت نوین، مرزها به سرعت پشت سر گذاشته می‌شوند و همه چیز به سرعت کهنه می‌شود.

(علامت \mathbf{r} به این معنی است که E_d و E_{PM} به x, y, z بستگی دارند، یعنی روی صفحه yz تغییر می کنند در حالی که E_i یکنواخت است و به آنها بستگی ندارد). در واقع اگر تغییرات فاز خیلی جزئی باشد، آشفتگی جایگزیده موجی است با دامنه خیلی کوچک، E_{de} ، که مطابق شکل ۱۷.۱۴ درست به اندازه $\lambda_0/4$ تأخیر دارد. در آنجا اختلاف بین $E_i(x, t)$ و $E_{PM}(\mathbf{r}, t)$ به اندازه $E_d(\mathbf{r}, t)$ نشان داده شده است. آشفتگی $E_i(x, t)$ موج مستقیم یا موج مربعی صفرم نامیده می شود در حالی که $E_d(\mathbf{r}, t)$ موج پراشیده است. اولی میدانی را که در Σ_i به طور یکنواخت روشن شده است ایجاد می کند، که شیء تأثیری بر آن برجای نگذاشته است، در حالی که دومی تمامی اطلاعات مربوط به ساختار نوری ذره را با خود حمل می کند. این بخشهای مربوط به بسامد فضایی مرتبه بالاتر، پس از آنکه از شیء کاملاً واگراییده می شوند (بخش ۲۰.۱۴)، بعداً به همگرا شدن روی صفحه تصویر وادار می شوند. در حالی که امواج مستقیم و پراشیده به اندازه $\pi/2$ باهم اختلاف فاز دارند مجدداً باهم ترکیب می شوند تا بار دیگر موج فاز مدوله شده را تشکیل دهند. چون دامنه موج بازسازی شده، $E_{PM}(\mathbf{r}, t)$ ، روی Σ_i همه جایکسان است، حتی اگر فاز از نقطه ای به نقطه دیگر تغییر کند، چگالی شار یکنواخت است و تصویری مشهود نیست. به همین ترتیب، طیف مرتبه صفرم يك توری فاز به اندازه $\pi/2$ با طیفهای مرتبه بالاتر اختلاف فاز خواهد داشت.

اگر بتوانیم به نحوی فاز نسبی بین باریکهای پراشیده و مستقیم را قبل از ترکیب مجدد آنها به اندازه $\pi/2$ جابجا کنیم، بازهم همدوس خواهند بود و سپس می توانند یا به طور سازنده یا ویرانگر باهم تداخل کنند (شکل ۱۸.۱۴). پس در هر يك از دو حالت، دامنه جبهه موج بازسازی شده در ناحیه تصویر، مدوله می شود. یعنی تصویر مرئی خواهد شد.

می توانیم این نکته را به روش تحلیلی بسیار ساده ای ببینیم که

$$E_i(x, t)|_{x=0} = E_0 \sin \omega t \quad (۱۰۱۴)$$

موج نوری تکفام ورودی به Σ_0 است بدون اینکه نمونه در جای خود باشد. ذره يك تغییر فاز وابسته به مکان، $\phi(x, z)$ ، القا خواهد کرد به طوری که موج خارج شده از آن چنین است

$$E_{PM}(\mathbf{r}, t)|_{x=0} = E_0 \sin[\omega t + \phi(y, z)] \quad (۲۰۱۴)$$

این موجی با دامنه ثابت است که اصولاً بر روی صفحه تصویر مزدوج یکسان باقی می ماند، یعنی، اتلافهایی وجود دارد ولی اگر عدسی بزرگ و بدون ابیراهی باشد و از سمنگیری و بزرگی تصویر چشم پوشی کنیم، معادله (۲۰۱۴) برای نمایش موج فاز مدوله شده روی Σ_0 یا Σ_i کافی خواهد بود. با فرمولبندی مجدد آن آشفتگی به صورت

و آنگاه که این نور نقش ورودی داشته باشد، ابزاری حتی قدرتمندتر خواهد شد. پالایش و عملکردهای خروجی به شیوه الکترو نوری انجام می گیرد. جریانی پیوسته از داده های زمان حقیقی می تواند به داخل و خارج چنین وسیله ای جاری شوند.

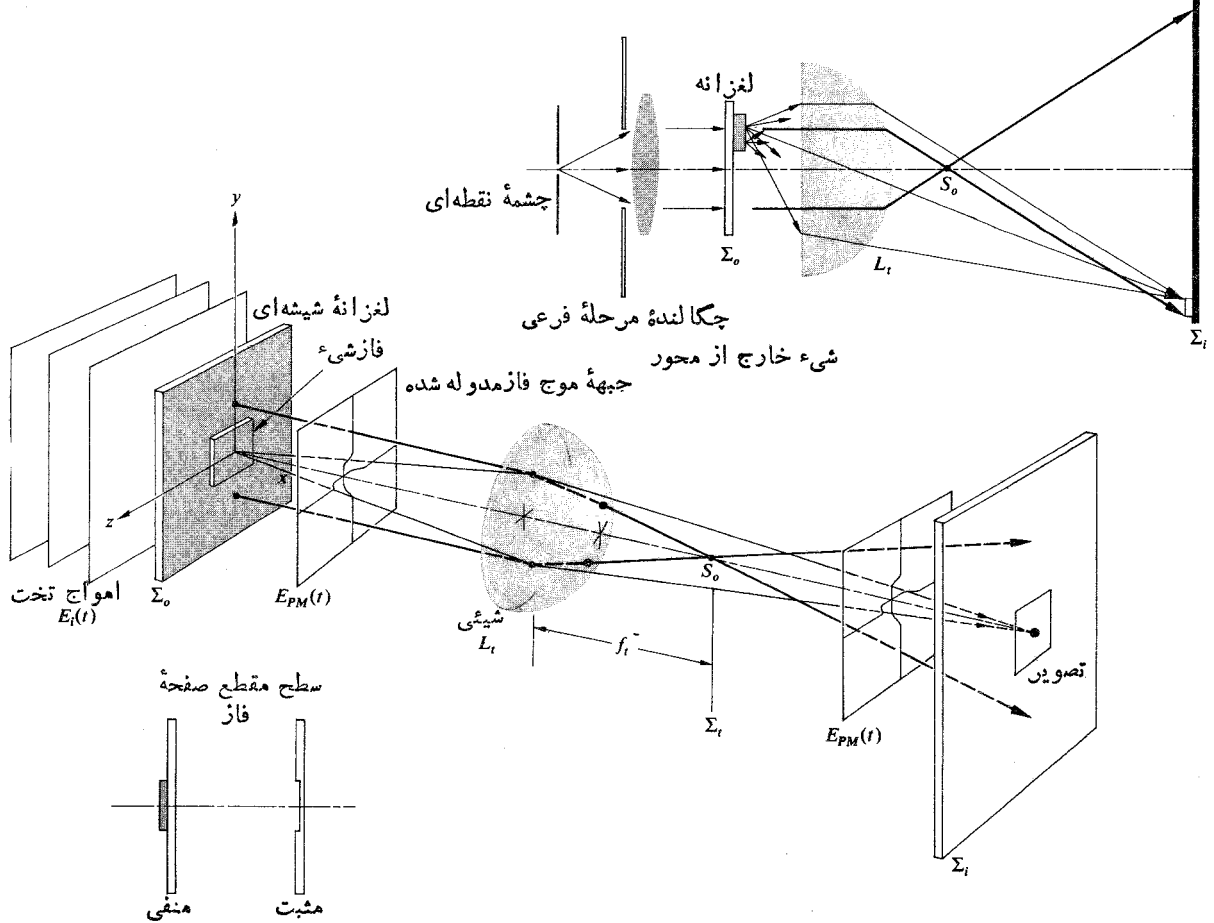
۴۰.۱۴ تمایز فاز

در بخش پیش به طور خلاصه اشاره شد که می توان تصویر بازساخته را با وارد کردن يك پالایه جابجا کننده فاز تغییر داد. احتمالاً شناخته ترین نمونه این روش به سال ۱۹۳۴/۱۳۱۳ و کار فریتزر زرنیک^۱ فیزیکدان هلندی برمی گردد، که روش تمایز فاز را ابداع کرد و آن را در میکروسکوپ تمایز فاز به کار برد.

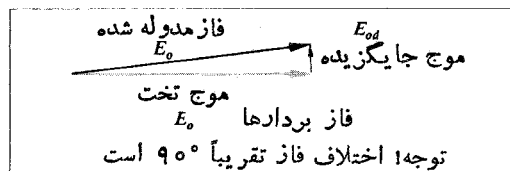
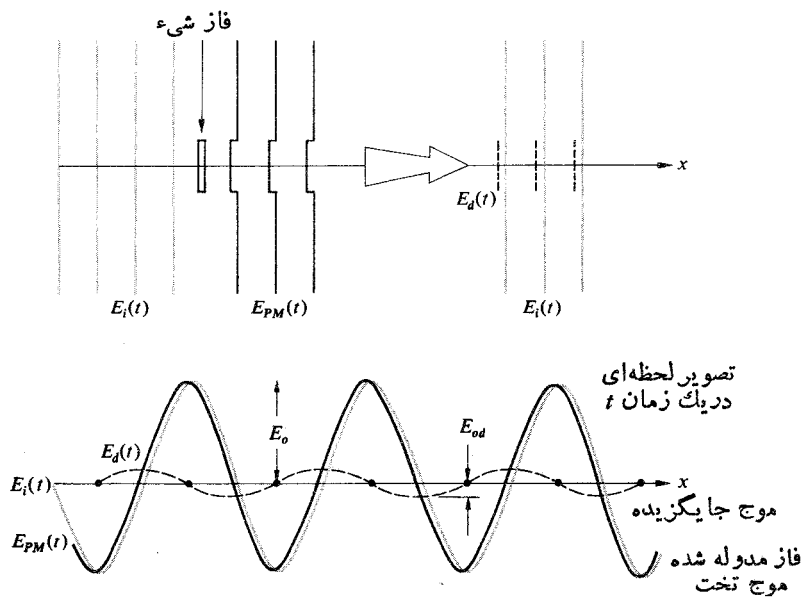
هر شیء را به این علت می توان «دید» که از پیرامون خود برجسته تر قرار می گیرد. این شیء دارای رنگ، سایه رنگ، یا فاقد رنگ است که آن را از زمینه اش متمایز می سازد. این نوع ساختار را شیء دامنه می گویند زیرا به واسطه تغییراتی که این شیء در دامنه موج نور ایجاد می کند، مشاهده پذیر می شود. موجی که توسط چنین شیئی بازتابیده یا تراکسیلیده می شود، در این فرایند به دامنه مدوله شده تبدیل می شود. در مقابل، بیشتر اوقات «دیدن» اشیای فازی یعنی آنهایی که شفاف اند و در نتیجه عملاً تمایزی میان آنها و پیرامونشان وجود ندارد و فقط فاز موج آشکارسازی شده را تغییر می دهند، مطلوب است. ضخامت نوری چنین اشیایی عموماً از نقطه ای به نقطه دیگر، بر اثر تغییر ضریب شکست یا ضخامت واقعی و یا هر دو، تغییر می کند. آشکار است که چون چشم نمی تواند تغییرات فاز را تشخیص دهد چنین اشیایی نامرئی اند. همین مسئله است که زیست شناسان را به ایجاد روشهایی برای رنگ کردن نمونه های شفاف میکروسکوپی و تبدیل اشیای فازی به اشیای دامنه، هدایت کرد. ولی این رهیافت از جهات بسیاری رضایت بخش نیست، مثلاً وقتی که رنگ باعث مرگ نمونه ای که زندگی آن تحت بررسی است می شود این مورد بارها پیش می آید.

یادآوری می کنیم که پراش وقتی روی می دهد که بخشی از سطح موج با فاز ثابت به نحوی مسدود شود، یعنی وقتی که ناحیه ای از جبهه موج (یا دامنه و یا فاز، یعنی شکل آن) تغییر کند. سپس فرض کنید که موج تختی از درون يك ذره شفاف که فاز ناحیه ای از جبهه را به تأخیر می اندازد می گذرد. موج خروجی دیگر کاملاً تخت نیست بلکه دارای يك دندانه کوچک متناظر با مساحتی است که به وسیله نمونه به تأخیر افتاده است، یعنی فاز موج مدوله شده است.

با اتخاذ نظری نسبتاً سهل انگارانه، می توانیم موج فاز مدوله شده $E_{PM}(\mathbf{r}, t)$ (شکل ۱۶.۱۴) را متشکل از موج تخت فرودی اصلی $E_i(x, t)$ به اضافه يك آشفتگی (جایگزیده) $E_d(\mathbf{r}, t)$ بدانیم



شکل ۱۶-۱۴ آرایش تجربی برای تمایز فاز.



شکل ۱۷-۱۴ جبهه‌های موج در فرایند تمایز فاز.

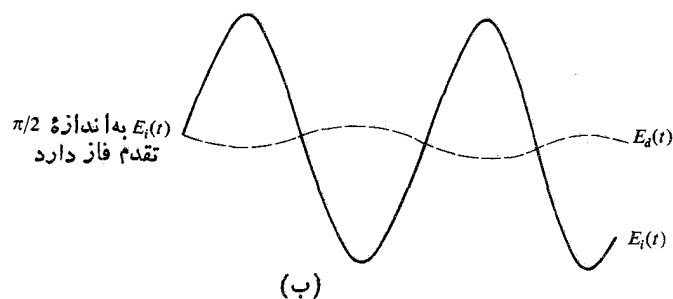
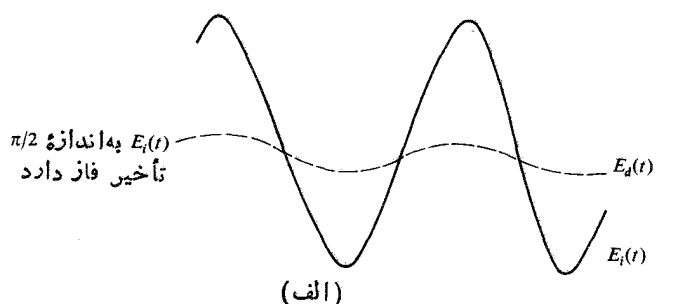
کوچک از چشمه روی محور نوری در موضع Σ تشکیل می‌دهد. در این حال، پالایه می‌تواند يك دندانه كوچك دایره‌ای به عمق d باشد که در تیغه شیشه‌ای شفاف به ضریب شکست n_g حک شده باشد. در شرایط ایده‌آل، تنها باریکه مستقیم از میان دندانه عبور می‌کند و با انجام این کار، يك تقدم فاز، $(1-n_g)d$ ، نسبت به موج پراشیده پیدا خواهد کرد که برابر $\lambda_0/4$ اختیار می‌شود. این نوع پالایه را «تیغه فاز» می‌نامند و چون اثر آن مربوط به شکل ۱۸.۱۴ ب، یعنی تداخل ویرانگر، است، اشیای فازی که ضخیمتر یا دارای ضریب شکست بیشتری اند، در يك زمینه روشن، تاریک به نظر خواهند رسید. در عوض، اگر در مرکز تیغه فاز، يك قرص كوچك برجسته وجود داشت، عکس این حالت اتفاق می‌افتاد. حالت اول را تمایز فازی مثبت و حالت اخیر را تمایز فازی منفی می‌نامند.

در عمل با به کار بردن چشمه پهن، به جای چشمه نقطه‌ای، همراه چگالنده‌ای میان مرحله‌ای، تصویر روشنتری به دست می‌آید. امواج تخت خروجی يك دیافراگم حلقوی را روشن می‌کنند (شکل ۱۹.۱۴) از آنجا که این دیافراگم صفحه چشمه است، مزدوج صفحه تبدیل همان عدسی شیشی می‌شود. امواج مرتبه صفر، که در شکل نشان داده شده‌اند، بنا بر اصول نورشناخت هندسی، از داخل جسم عبور می‌کنند. سپس از ناحیه حلقوی نازک تیغه فاز واقع در Σ می‌گذرند. آن ناحیه تیغه کاملاً كوچك است چنان که قسمت اعظم مخروط پرتوهای پراشیده، از آن رد نمی‌شود. اگر ناحیه حلقوی را نیز در آشام کنیم (غشای نازک فلزی این کار را انجام می‌دهد)، جمله خیلی بزرگ یکنواخت مرتبه صفر (شکل ۲۰.۱۴) نسبت به مرتبه‌های بالاتر، کاهش می‌یابد و تمایز نمایانتر می‌شود. به بیان دیگر، مقدار E_0 تا مقدار قابل مقایسه با مقدار موج پراشیده E_{0d} کاهش می‌یابد. به طور کلی، يك میکروسکوپ با مجموعه‌ای هماهنگ از این تیغه‌های فاز که دارای درآشامیهی متفاوتی اند، همراه خواهد بود. به زبان نور-شناخت نوین (این عروس هنوز شرمگین نظریه ارتباطات)، تمایز فاز به طور ساده عبارت از فرایندی است که ضمن آن با استفاده از يك پالایه فضایی مناسب، يك جابجایی فاز $\pi/2$ در طیف مرتبه صفر تبدیل فوریه شیء فاز پدید می‌آورد (و شاید دامنه آن را نیز کاهش می‌دهیم).

میکروسکوپ تمایز فاز، که جایزه نوبل را در سال ۱۹۳۲/۱۹۵۳ نصیب زرنیک کرد، کاربرد وسیعی پیدا کرده است (شکل ۲۱.۱۴)؛ شاید جالبترین کاربرد آن مطالعه زندگی ارگانيسمهایی است که به طریق دیگر قابل رؤیت نیستند.

۵.۱۰۱۴ زمینه تاریک و روشهای شلیرن^۱

به شکل ۱۶.۱۴ که در آن يك شیء فاز را بررسی می‌کسرديم بازگردیم. و این بار، به جای آنکه مرتبه صفر مرکزی را به تأخیر



شکل ۱۸.۱۴ اثر تغییرات فاز.

$$E_{PM}(y, z, t) = E_0 \sin \omega t \cos \phi + E_0 \cos \omega t \sin \phi \quad (3.14)$$

و محدود کردن بحث خود به مقادیر خیلی كوچك ϕ خواهیم داشت

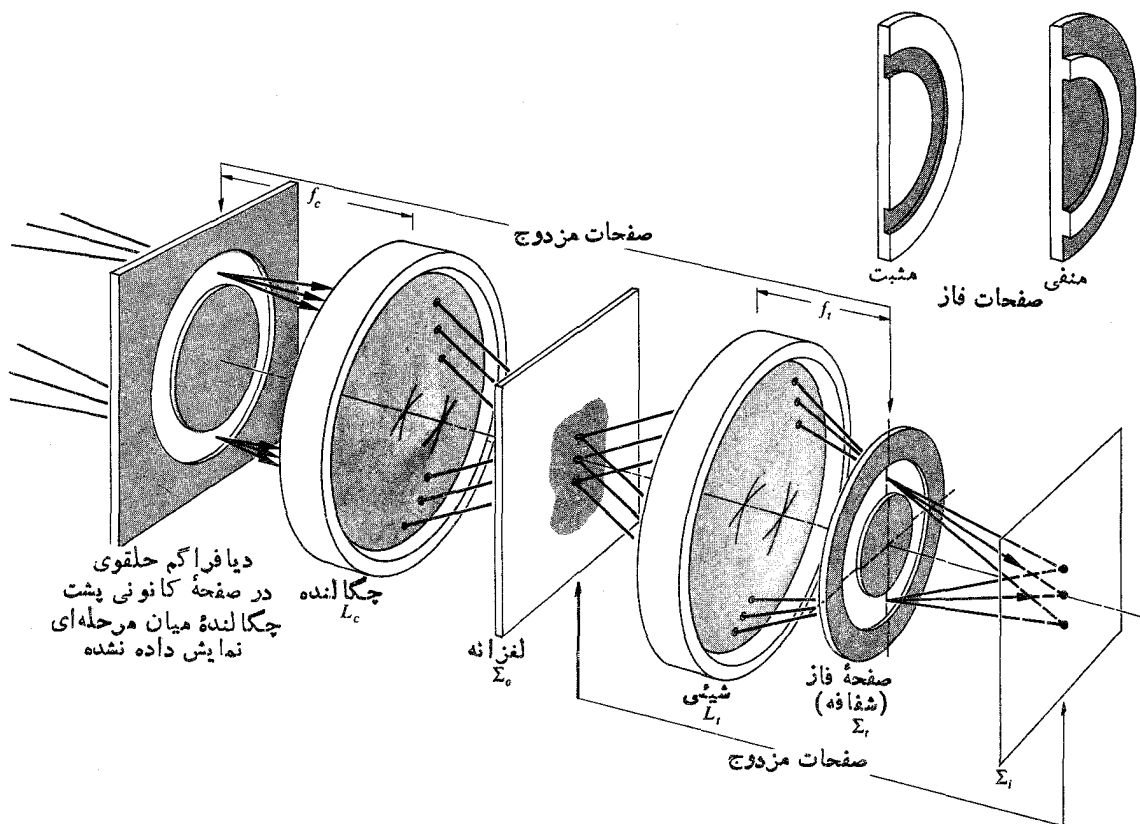
$$E_{PM}(y, z, t) = E_0 \sin \omega t + E_0 \phi(y, z) \cos \omega t$$

جمله اول مستقل از شیء است در حالی که جمله دوم آشکارا چنین نیست. از اینرو، اگر چنان که در بالا گفته شد، فازی هسی آنها را به اندازه $\pi/2$ تغییر دهیم، یعنی کسینوس را به سینوس یا برعکس تغییر دهیم، آنگاه

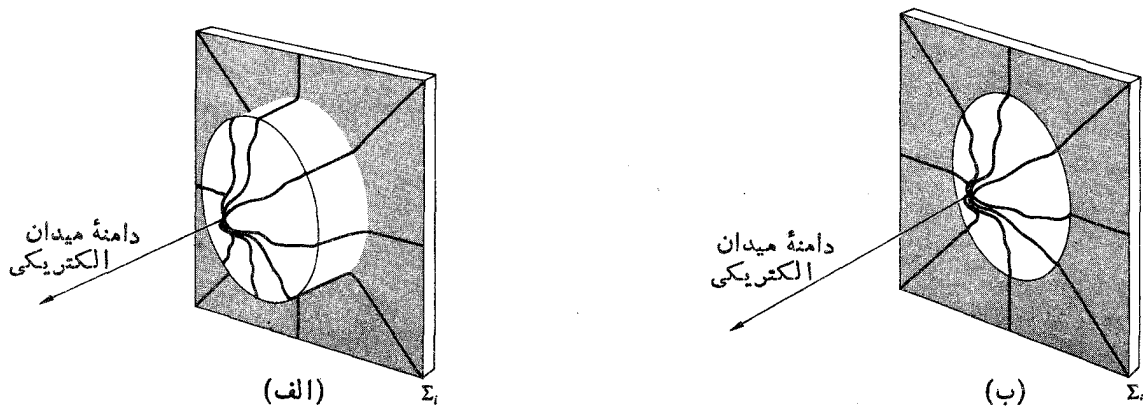
$$E_{AM}(y, z, t) = E_0 [1 + \phi(y, z)] \sin \omega t \quad (4.14)$$

که يك موج با دامنه مدوله است. دقت کنید که $\phi(y, z)$ را می‌توان به صورت بسطی به سری فوریه بیان کرد، و از آنجا بسامدهای فضایی وابسته به شیء وارد کار می‌شوند. ضمناً این بحث دقیقاً شبیه بحثی است که در سال ۱۹۳۶ توسط آرمسترونک برای تبدیل امواج رادیویی AM به FM پیشنهاد شد. $\phi(t)$ را می‌توان يك مدولاسیون بسامد دانست که در آن جمله مرتبه صفر موج حامل است. پالایه‌ای نوار گذر الکتریکی برای جدا کردن موج حامل از طیف اطلاعاتی باقیمانده به کار رفت تا بتوان تغییر فاز $\pi/2$ را انجام داد. اساس روش زرنیک در انجام همین کار به شرح زیر است: وی يك پالایه فضایی را که می‌توانست تغییر فاز $\pi/2$ را پدید آورد، در صفحه تبدیل عدسی شیشی قرارداد (شکل ۱۶.۱۴). توجه کنید که نور مستقیم در واقع تصویری

۱. کلمه شلیرن (Schlieren) در زبان آلمانی به معنای رگه یا شیار است.



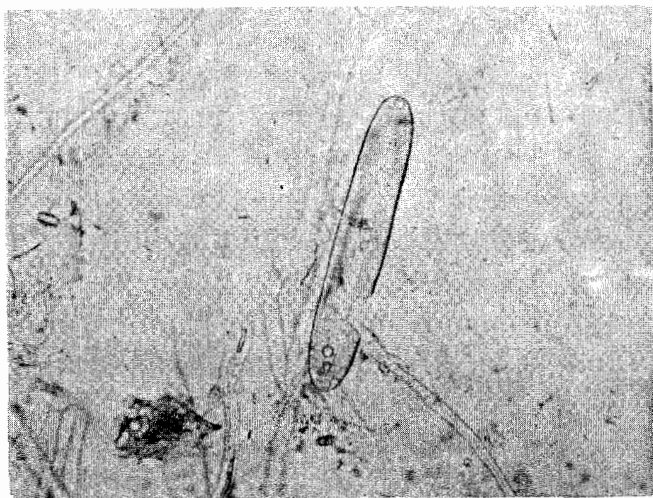
شکل ۱۹.۱۴ تمایز فاز (فقط مرتبه صفر نشان داده شده است).



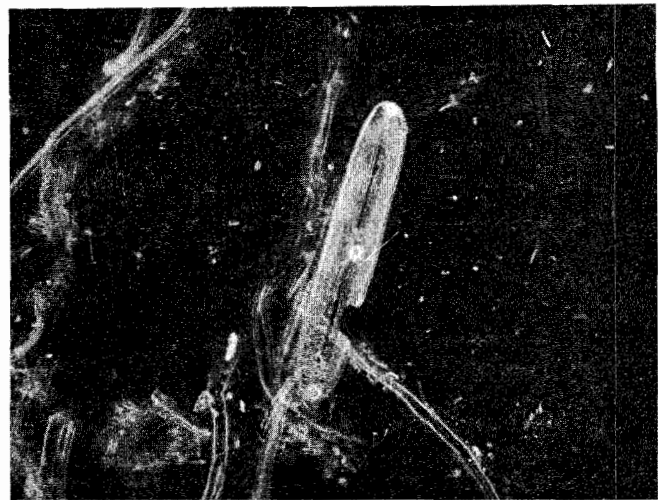
شکل ۲۰.۱۴ دامنه میدان روی یک ناحیه دایره‌ای در صفحه تصویر. در یک حالت، در تیفه فاز در آشامی وجود ندارد و تابیدگی حکم یک چین کوچک در یک فلات بزرگ را خواهد داشت. با کاهش مرتبه صفر، تمایز افزایش می‌یابد.

تشکیل دهد. (می‌توان این کار را با روشن کردن جسم به‌طور مایل، به‌طوری که نور مستقیم وارد عدسی شیئی نشود، در یک میکروسکوپ هم انجام داد.) مشاهده می‌شود که با حذف سهم dc (مؤلفه مستقیم)، توزیع دامنه (بنابر شکل ۲۰.۱۴) پایینتر خواهد آمد و بخشهایی که قبل از پالایش در نزدیکی مرتبه صفر

بیندازیم یا آن را کاهش دهیم، با قراردادن یک قرص کدر در K_0 ، آن را کاملاً حذف کنیم. در این صورت، بدون اینکه جسم در جای خود باشد، صفحه تصویر کاملاً تاریک خواهد بود و وجه تسمیه زمینه تاریک از همینجاست. با قراردادن جسم در جای خود، فقط موج پراشیده جایگزیده در Σ ظاهر می‌شود تا تصویر را



(الف)



(ب)

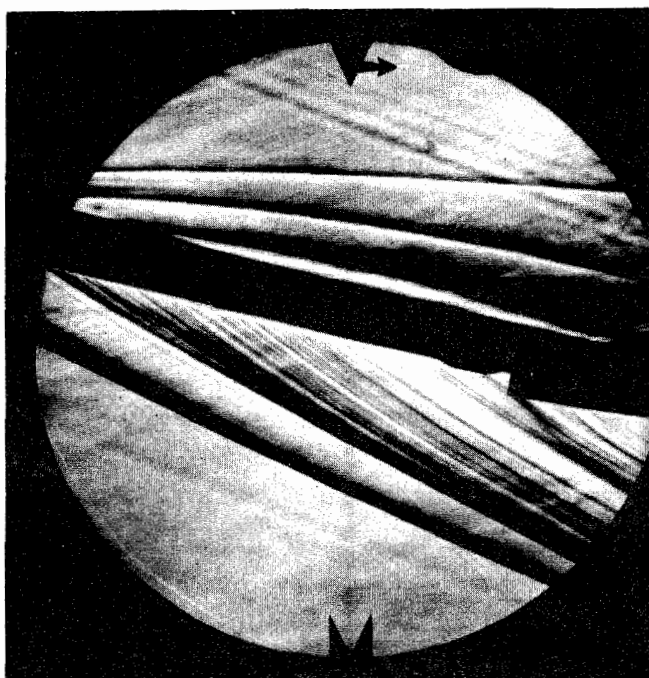
شکل ۲۱.۱۴ (الف) یک عکس قراردادی از دو اتمیها، تارها و باکتریها. (ب) یک عکس فازی از همان صحنه.

عکسبرداری کنیم، ولی البته، اشیای فاز باز هم نامرئی خواهند بود. حال فرض کنید که لبة تیغی را در Σ قرار دهیم، و آن را کم کم از پایین به بالا بیاوریم تا آنگاه که نور مرتبه صفرم را (گاهی تنها به طور پاره‌ای) و در نتیجه تمامی مرتبه‌های بالاتر

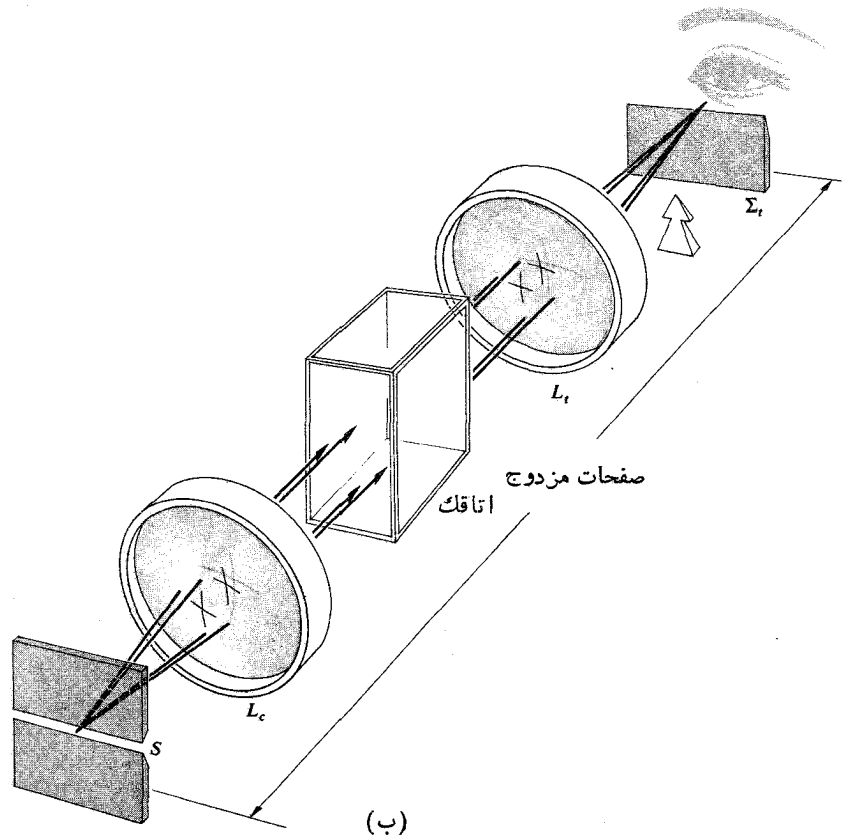
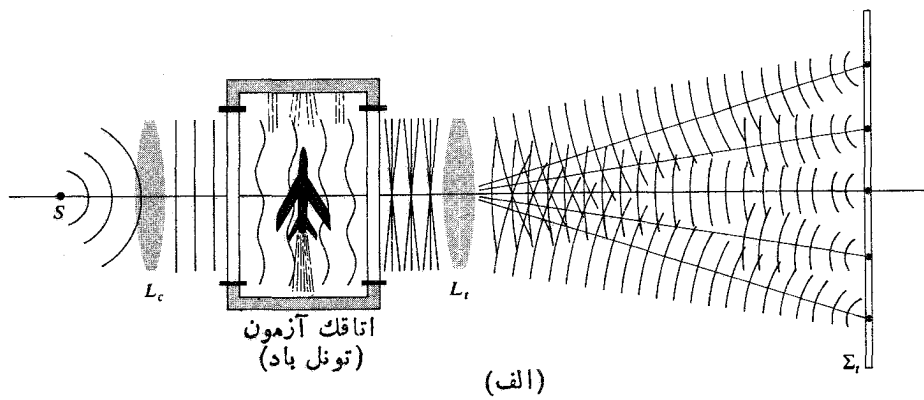
بودند، منفی می‌شوند. از آنجا که تابیدگی بامجدور دامنه متناسب است، نتیجه این کار، تا اندازه‌ای نسبت به آنچه که در تمایز فاز دیده می‌شد، به یک تمایز معکوس تبدیل می‌شود (بخش ۳.۱.۴). به طور کلی، این شیوه به اندازه روش تمایز فاز که توزیعی از چگالی شار در سرتاسر تصویر را پدید می‌آورد، و این توزیع با تغییرات فضا القاشده در سرتاسر جسم تناسب مستقیم دارد، رضایت بخش نبوده است.

در سال ۱۸۶۴/۱۲۴۳ توپلر^۱ روشی جهت بررسی معایب عدسیها پیشنهاد کرد که دوش شلیرن نامیده شده است. در اینجا به علت یکدبرد گسترده و متداول این روش در بررسیهای دینامیک شاره‌ها، و به علاوه به علت اینکه این روش نمونه زیبای دیگری از کاربرد پالایش فضایی است، درباره آن به بحث خواهیم پرداخت. سیستمهای شلیرن مخصوصاً در پرتائیکها، آترو دینامیک و تحلیل موجی فراصوتی (شکل ۲۲.۱۴)، و در واقع هر جا که بخواهیم تغییرات فشار را که به صورت تغییرات ضریب شکست تظاهر می‌کند مورد بررسی قرار دهیم، مفیدند.

فرض کنیم که یکی از آرایشهای ممکن برای دیدن پراش فرانوفر، مثلاً شکلهای ۵.۱۰ یا ۸۵.۱۰، را برپا کنیم. اما اکنون، به جای به کار گرفتن یک نوع روزنه به عنوان شیئی دامنه پراشنده، یک شیئی فاز مثلاً اتاقکی پراز گاز به کار می‌بریم (شکل ۲۳.۱۴). مجدداً یک نقش فرانوفر در Σ تشکیل می‌شود و اگر آن صفحه عدسی شیئی در عقب یک دوربین قرار داشته باشد، تصویری از اتاقک در صفحه فیلم تشکیل می‌شود. در این صورت می‌توانیم هر شیئی دامنه در درون مساحت مورد آزمون را



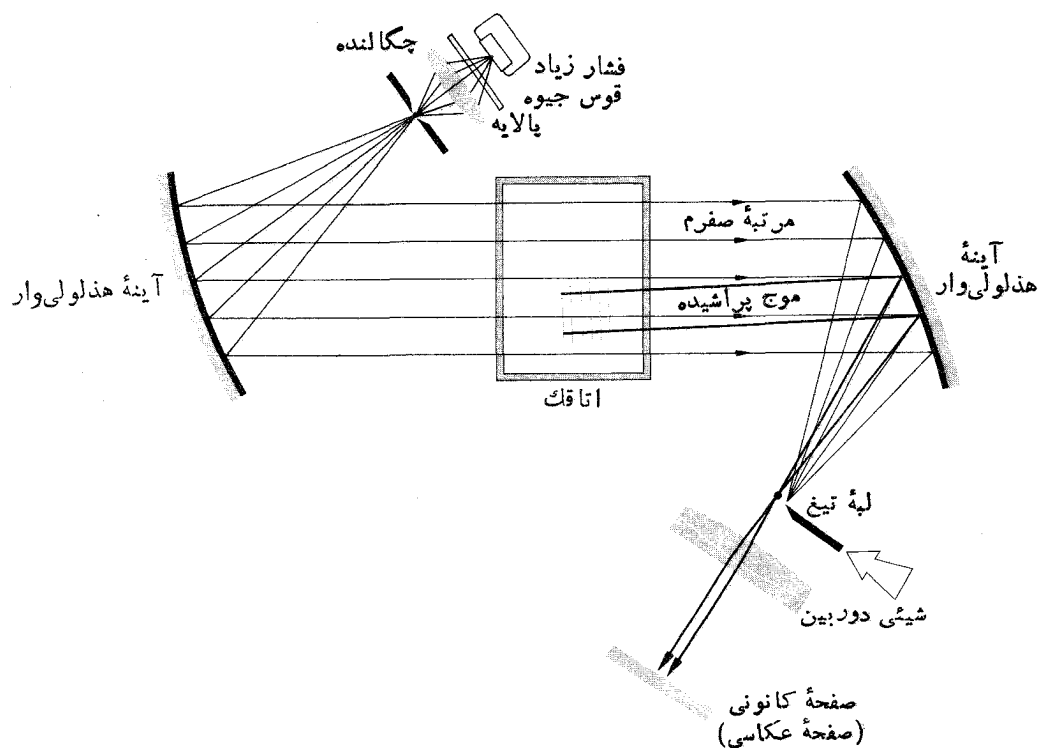
شکل ۲۲.۱۴ یک عکس شلیرن که در یک تونل باد گرفته شده است.



شکل ۲۳.۱۴ يك دستگاه شلين.

(شکل ۲۴.۱۴) کاملاً چیزهای متداولی شده‌اند. هر وقت تحلیل داده‌های به‌دست آمده به‌طریقه الکترونیکی، مثلاً با يك آشکار- ساز فوتونی، ضرورت پیدا کند، عموماً روشنایی شبه تکفام به‌کار می‌برند. از طرف دیگر، چشمه‌های باطیف پهن به‌ما امکان می‌دهند که حساسیت قابل ملاحظه لایه‌های حساس فیلم عکاسی نسبت

را هم در پایینترین کناره مسدود کنند. در این صورت، درست مثل روش زمینه تاریک، اشیای فاز رؤیت پذیر می‌شوند. ناهمگنیهای موجود در پنجره‌های اتاقك آزمون و حبابهای هوا در عدسیها نیز قابل تشخیص می‌شوند. به‌همین علت و به‌علت میدان دید وسیع که معمولاً ضروری است، در حال حاضر دستگاههای آینه‌ای



شکل ۲۴-۱۴ دستگاه شلیرن با استفاده از آینه‌ها.

ماده و انرژی تابشی عمل می‌کرد. تقریباً بلافاصله بعد از آغاز کار می‌زر، این فکر به وجود آمد که آیا همین روش را می‌توان به ناحیه نوری طیف نیز گسترش داد؟ در سال ۱۹۵۸/۱۳۳۷، تاونز و آرتور شاولو^۴ پیامبر گونه شرایط کلی فیزیکی لازم برای ایجاد لیزر:

Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation: (LASER)

را پیشگویی کردند. و سپس در ژوئیه سال ۱۹۶۰/۱۳۳۹ تئودور مایمن، نخستین عملکرد موفقیت آمیز يك می‌زر نوری یا لیزر را اعلام کرد - قطعاً یکی از رویدادهای بزرگ در تاریخ نورشناخت، و در واقع در تاریخ علم، به وقوع پیوسته بود.

۱۰۲۰۱۴ لیزر

نخست به‌تر است به کلیات بپردازیم؛ فرض کنید که مجموعه‌ای اتم، چنان که مثلاً در يك جامد، گاز یا مایع موجودند، داشته باشیم. به یاد آورید که هر اتم (به عنوان سیستمی متشکل از يك هسته و ابر الکترونی)، دارای مقداری انرژی داخلی است، و هر يك بر آن است

به رنگ مورد بهره‌برداری قرار گیرد و تعدادی سیستمهای شلیرن رنگی به این منظور طراحی شده‌اند.

۲۰۱۴ لیزرها و نور لیزری

در اوایل دهه پنجاه این قرن به دنبال تلاش عده‌ای از دانشمندان، وسیله با ارزشی به نام «میزد» پدید آمد. در میان این دانشمندان، چارلز هاردتاونز از ایالات متحده آمریکا، و الکساندر میخائیلوویچ پروخوروف^۱ و نیکلای جنادیوویچ بازوف^۲ از اتحاد جماهیر شوروی، نقش اساسی داشتند که جایزه نوبل سال ۱۹۶۴/۱۳۴۳ در رشته فیزیک را به خاطر این کار مشترکاً دریافت داشتند. واژه می‌زر که ترکیبی از حروف اول کلمات عبارت

Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation: (MASER)

است، چنان که از معنی این عبارت برمی‌آید، يك تقویت کننده میکروموجی کم توفه است. ۳ می‌زر به روشی که در آن زمان چندان مناسب نبود، با استفاده مستقیم از برهم کنش مکانیک کوانتومی بین

1. Alexandr Mikhailovich Prokhorov
2. Nikolai Gennadievich Basov
3. James P. Gorden, "The Maser," *Sci. Am*, 199, 42 (December 1958).
4. Arthur L. Schawlow

را که همه همافزاند، به راه اندازد. تازمانی که فرایند رقیب عمده‌ای (همچون پراکندگی) وجود نداشته باشد به نحوی که بتوان وارونی جمعیت را حفظ کرد، موج اولیه به موجودیت خود ادامه خواهد داد. درواقع، باید انرژی (الکتریکی، شیمیایی، نوری، و مانند اینها) دمیده شود تا وارونی جمعیت را حفظ کند و باریکه‌ای از نور پس از رویدن سرتاسر محیط فعال بیرون کشیده شود.

۱. نخستین لیزر (یا قوتی ژپیده)

برای اینکه ببینیم تمامی این کارها در عمل چگونه انجام می‌شود، نگاهی به دستگاه اصلی مایمن بیندازیم (شکل ۲۵.۱۴). نخستین لیزر عملی به عنوان محیط فعال خود، دارای یاقوت مصنوعی استوانه‌ای صورتی کم رنگی، یعنی بلور Al_2O_3 حساوی تقریباً ۵۵ درصد (وزنی) Cr^{3+} بود. یاقوت، که هنوز هم از متداولترین محیطهای لیزر بلوری است، قبلاً در کار بردهای میزری به کار می‌رفته و به کار بردن آن را در لیزر، شاولو پیشنهاد کرد. وجوه انتهایی میله را به صورت تخت، موازی با هم و عمود بر محور، جلا دادند و سپس هر دو را نقره‌اندود کردند (یکی از آنها را به طور جزئی)، تا یک کاواک تشدیدی تشکیل شود. اطراف یاقوت یک لامپ درخشی تخلیه گازی به صورت مارپیچ را که دمش فودی پهن نواز را فراهم می‌کرد، قرار دادند. یاقوت از این جهت سرخ به نظر می‌رسد که اتمهای کروم در نواحی آبی و سبز طیف دارای نوارهای در آشامی اند (شکل ۲۶.۱۴ الف). روشن کردن لامپ درخشی، یک انفجار شدید نوری ایجاد می‌کند که چند هزارم ثانیه دوام می‌آورد. بخش عمده این انرژی به صورت گرما تلف می‌شود ولی بسیاری از یونهای Cr^{3+} در نوارهای در آشامی برانگیخته می‌شوند. در شکل ۲۶.۱۴ ب یک نمودار تراز انرژی ساده شده دیده می‌شود. یونهای برانگیخته به سرعت وامی‌ه‌لند، و انرژی خود را به شبکه بلوری داده و گذرهای غیر تابشی انجام می‌دهند، یونها به طور ترجیحی به ویژه به یک حالت میانی با طول عمر زیاد «سقوط» می‌کنند. آنها پیش از آنکه به طور کاتوره‌ای، و در اغلب موارد به طور خود به خود به حالت پایه فروافتند، تا چند هزارم ثانیه در این حالت به اصطلاح شبه پایدار باقی می‌مانند. این کار با گسیل تابش فلورسان سرخ مشخصه یاقوت همراه است. گسیلش در گستره

که پیکربندی مربوط به پایتترین انرژی خود را حفظ کند. این حالت را برای آن نوع خاص اتم، حالت پایه می‌نامند. به علاوه، هر اتم می‌تواند در پیکربندیهای ویژه، و کاملاً مشخص، متناظر با انرژیهای بالاتر از حالت پایه، وجود داشته باشد. هر یک از این پیکربندیها حالتیهای برانگیخته نامیده می‌شوند.

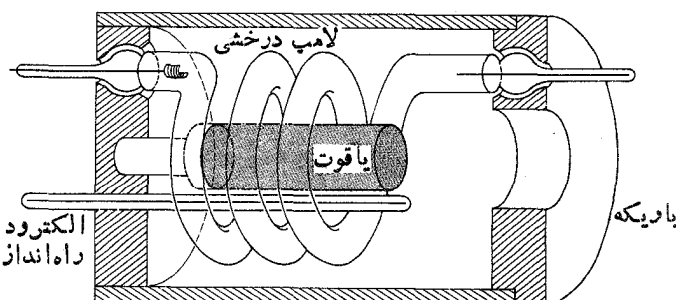
در یک چشمه نوری مناسب، نظیر لامپ تنگستن، انرژی به درون اتمهای واکنش کننده، که در این حالت در داخل رشته جای گرفته‌اند، دمیده می‌شود. در نتیجه این اتمها به حالتیهای برانگیخته «صعود» می‌کنند. سپس هر یک از آنها می‌تواند به طور خود به خودی (بدون هیچ انگیزش خارجی) به حالت پایه برگردد و انرژی در آشامیده را به شکل یک فوتون با جهت کاتوره‌ای گسیل کند. اتمها در این نوع چشمه اساساً به طور مستقل از یکدیگر تابش می‌کنند. فوتونهای موجود در مسیر رابطه فازی ویژه‌ای با هم ندارند و نور ناهمدوس است. فاز آن از نقطه‌ای به نقطه دیگر و از لحظه‌ای به لحظه دیگر تغییر می‌کند.

اکنون فرض کنید که نور به نوعی سیستم اتمی برخورد کند. اگر یک فوتون فرودی دارای انرژی کافی باشد، یک اتم می‌تواند آن را در آشامد و سپس به حالتی برانگیخته ارتقا پیدا کند. در سال ۱۹۱۷/۱۲۹۶ اینشتین نشان داد که یک اتم برانگیخته از راه گسیل فوتون، و از طریق دو سازوکار متمایز می‌تواند به یک حالت پایتتر (که نیازی هم نیست لزوماً حالت پایه باشد) برگردد. در یک مورد، اتم انرژی را به طور خود به خودی گسیل می‌کند، در حالی که در مورد دیگر از طریق حضور تابش الکترومغناطیسی با بسامدی ویژه وادار به گسیل می‌شود. فرایند اخیر گسیل القایی نامیده می‌شود و کلیدی برای عمل لیزر است. در هر یک از دو حالت فوتون خروجی، اختلاف ($h\nu_{if}$) بین حالت بالاتر اولیه، $\langle i \rangle$ ، و حالت پایتتر نهایی، $\langle f \rangle$ ، را با خود حمل می‌کند. یعنی

$$E_i - E_f = h\nu_{if} \quad (5.14)$$

که E_i و E_f انرژی مربوط به این دو حالت اند.

اگر یک موج الکترومغناطیسی فرودی، اتم برانگیخته‌ای را وادار به گسیل القایی کند، باید دارای بسامد ν_{if} باشد. یک جنبه چشمگیر این فرایند آن است که، فوتون گسیلیده، با موج محرک، همفاز، و هم قطبش بوده و در همان جهت آن انتشار می‌یابد. بدین سان گفته می‌شود که فوتون در همان مسد تابشی موج فرودی است و گرایش دارد به آن اضافه شده و چگالی شار آن را افزایش دهد. ولی، چون اغلب اتمها معمولاً در حالت پایه هستند، در آشامی بسیار محتملتر از گسیل القایی است. ولی یک نکته شگفت از همین جا ناشی می‌شود: اگر درصد قابل توجهی از اتمها را بتوان به نحوی برانگیخت که با ترك حالتیهای پایتتر آنها را خالی گذاشته و به حالتیهای بالاتر روند چه اتفاقی خواهد افتاد؟ به دلایل بدیهی، این پدیده دادنی جمعیت نامیده می‌شود. در چنین صورتی، یک فوتون فرودی با بسامد ویژه می‌تواند بهمنی از فوتونهای برانگیخته



شکل ۲۵.۱۴ یک آرایش نمونه برای لیزر یاقوتی.

كاواك تشديدى، كه البته در اين حالت يك سنجۀ فابرى-پروا است، نقش بسيار با اهميتى را در طرزكارليزر بازي مى كند. در مراحل آغازين فرايند ليزر فوتونهاى خود به خودى، و همچنين فوتونهاى برانگيخته همراه آنها در هر جهتي گسيلده مى شوند. ليكن همۀ اينها، به استثنای فوتونهاى كه خيلى نزديك به محور كاواك در ابتدای آن انتشار مى يابند، به سرعت از كناره هاى ياقوت مى گذرند. در مقابل، باريكۀ محوري، ضمن واجهش به پس و پيش در سرتاسر محيط فعال به رشد خود ادامه مى دهد. همين امر باعث موازي سازي باريكۀ ليزر خروجي تا درجه اى حيرت آور مى شود كه در اين صورت به طور مؤثري يك موج تخت همدوس است. گرچه محيط در جهت تقويت موج عمل مى كند، فيدبك نودى كه توسط كاواك فراهم آمده است، سيستم را به يك نوسانگر و بنا براين به يك مولد نور تبديل مى كند- بنا براين واژه ليزر كه خود سرنام كلمات يك جبارت است، بر مسمى است.

$$m = \frac{d}{\lambda/2}$$

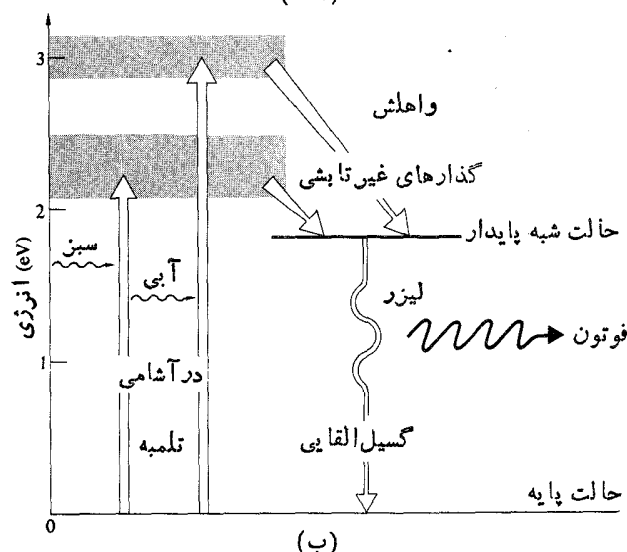
2

$$v_m = \frac{mv}{\gamma d} \quad (9.14)$$

بنابر این تعدادی نامتناهی مذکوارکی طولی نوسانی ممکن وجود دارد که هر يك دارای بسامد مشخص ν_m است. مدهای متوالی از طریق يك اختلاف ثابت

$$\Delta v = \frac{v}{\gamma d} \quad (\gamma.14)$$

(الف)



شکل ۲۶.۱۴ ترازهای انرژی لیزر یاقوتی.

طیفی نسبتاً پهن که در اطراف 694.3 nm متمرکز است انجام می‌گیرد. نور در تمام جهات خارج می‌شود و ناهم‌دوس است. اما، وقتی آهنگ دمش تا اندازه‌ای افزایش یابد، یک وارونی جمعیت صورت می‌گیرد و چند فوتون اولیه که به‌طور خود به‌خودی گسیل یافته بودند واکنشی زنجیره‌ای را برمی‌انگیزند. یک کوانتوم گسیل سریع و هم‌فاز کوانتوم دیگر را برمی‌انگیزد، و بدین ترتیب انرژی را از اتمهای شبه پایدار به موج نوری خروجی منتقل می‌کند. ضمن اینکه موج با عقب و جلو رفتن در سرتاسر محیط فعال آن را می‌روبد، به رشد خود ادامه می‌دهد (به شرط آنکه انرژی کافی برای جبران اتلافها در دو انتهای آینه‌ای شده دسترس پذیر باشد). چون یکی از آن سطوح بازتابنده به‌طور جزئی نقره‌اندود شده بود، یک تب موجی شدید از نور لیزر سرخ (که در حدود 5 ms دره دوام می‌آورد و پهنای خط آن در حدود 0.1 nm دره است) از آن انتهای میله یا قوت خارج می‌شود. توجه کنید که چگونه هر چیزی کار خود را به‌طور مرتب انجام می‌دهد. نوارهای درآشامی پهن، برانگیختگی ابتدایی را آسانتر می‌کنند، در حالی که طول عمر زیاده‌دار حالت شبه پایدار، برای وارونی جمعیت تسهیلات فراهم می‌آورد. در واقع سیستم اتمی از (۱) نوارهای درآشامی،

میدان الکتریکی در سرتاسر باریکه برای مدهای دیگر وجود دارد، در این مد وجود ندارد و به این ترتیب باریکه نامبرده کاملاً فضا-همدوس است (شکل ۳۰.۱۴)؛ و اگرایی زاویه‌ای این باریکه کمترین مقدار است، و می‌تواند به صورت يك لکه بسیار کوچک کانونی شود. توجه کنید که دامنه در این مد روی جبهه موج عملاً ثابت نیست و در نتیجه يك موج ناهمگن است.

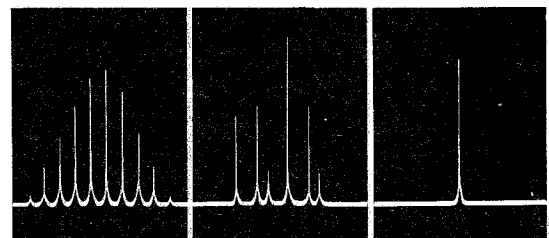
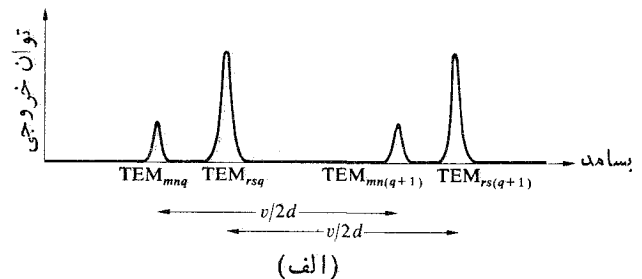
توصیف کامل هر مد به شکل TEM_{mnq} است، که در آن q شماره مد طولی است. برای هر مد عرضی (n, m) ، مدهای طولی فراوانی (یعنی مقادیر q) می‌توانند وجود داشته باشند. ولی، غالباً کار کردن با يك مد طولی ویژه غیر ضروری است و شاخص پایین q معمولاً به سادگی حذف می‌شود.^۱

آرایشهای متعدد اضافی نیز وجود دارند که اهمیت عملی آنها به طور چشمگیری بیشتر از دستگاه تخت-موازی اصلی است، که در حال حاضر عمدتاً تنها اهمیتی تاریخی دارد. مثلاً، اگر به جای آینه‌های تخت آینه‌های کروی کاو قرار دهند که فاصله آنها از یکدیگر تقریباً برابر با شعاع انحنایشان باشد، باز آواگری هم‌کانون خواهیم داشت. بدین سان نقاط کانونی تقریباً روی محور در نیمه راه بین آینه‌ها بر هم منطبق می‌شوند. نام هم‌کانون هم از همین جا آمده است. اگر یکی از آینه‌های کروی به تخت تبدیل شود، کاواک را اصطلاحاً باز آواگر نیم کره‌ای می‌نامند. بخت کردن این هردو پیکربندی به طور قابل ملاحظه‌ای از بخت کردن شکل تخت-موازی آسانتر است. گزینش عملی پیکربندی باز آواگر، تابع ضروریات ویژه سیستم است-آرایی عام که بهترین آرایشها باشد وجود ندارد.

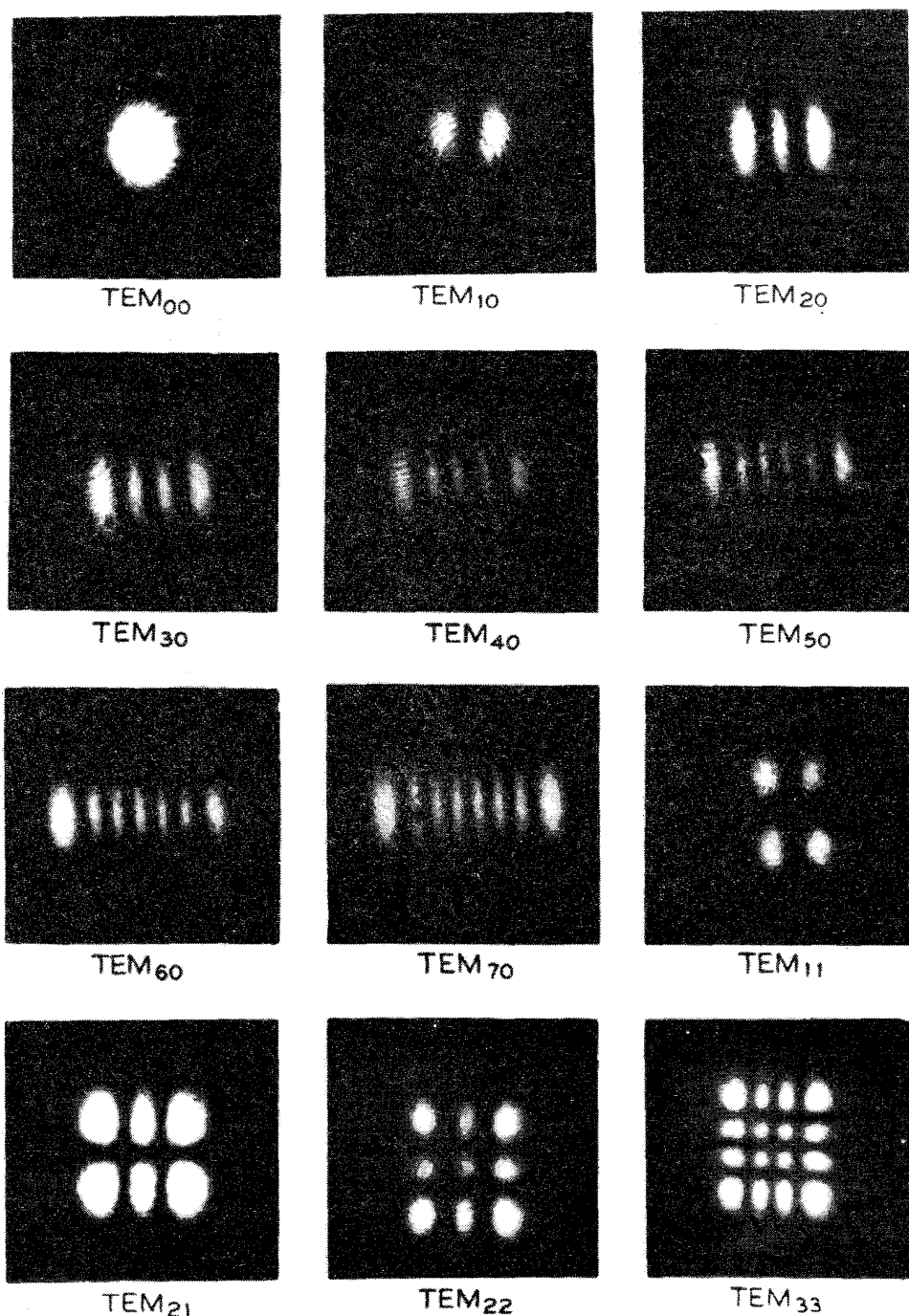
فرو افت انرژی در يك کاواک بر حسب Q یا عامل کیفیت باز آواگر بیان می‌شود. اصل این عبارت به روزهای نخستین مهندسی رادیو، وقتی که برای تشریح کارایی يك مدار نوسان کننده (کوک کننده) به کار می‌رفت، بر می‌گردد. يك مدار با افت کم، و ضریب کیفیت بالا، به معنای يك نوار باریک گذر و رادیویی است که با دقت تنظیم شده باشد. اگر يك کاواک نوری به نحوی، مثلاً با جابه‌جایی یا برداشتن یکی از آینه‌ها، آشفته شود، فعالیت لیزر به طور کامل متوقف می‌شود. اگر این کار عمداً برای به تأخیر انداختن شروع نوسان کاواک لیزر انجام گیرد، می‌گویند لیزر به طریقه Q -بستادی یا سوئیچ Q کار می‌کند. توان خروجی لیزر خود-محدود شونده است، به این معنی که وارونگی جمعیت به طور پیوسته از طریق گسیلش برانگیخته به وسیله تابش میدان داخل کاواک تهی می‌شود. اما، اگر از نوسان جلوگیری به عمل آید، تعداد اتمهای دمیده شده به حالت شبه پایدار (با طول عمر زیاد) می‌تواند به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یابد و از آنجا يك وارونگی جمعیت بسیار گسترده ایجاد شود. وقتی که کلید کاواک در يك لحظه خاص

باشد که يك یا چند مد وجود داشته باشد، مدهایی خواهند بود که در کاواک نگهداری می‌شوند و بنا بر این باریکه خروجی به ناحیه‌ای نزدیک به آن بسامدها محدود می‌شود (شکل ۲۷.۱۴). به عبارت دیگر، گذار تابشی، گستره نسبتاً وسیعی از بسامدها را قابل حصول می‌کند که خارج از آن، کاواک فقط برخی نوارهای باریک، و حتی تنها چنین نوازی را برگزیده و تقویت خواهد کرد. این نکته، منشأ فرین تکفام مانند لیزر است.

علاوه بر مدهای طولی یا محوری نوسان، که با امواج اشیا می‌تشکیل شده در طول کاواک یا محور z متناظرند، مدهای عرضی نیز می‌توانند نگهداشته شوند. چون میدانها بسیار به عمود بر z نزدیک اند، اینها را مدهای TEM_{mn} (الکتریکی و مغناطیسی عرضی) می‌نامند. شاخصهای پایین m و n تعداد درست خطوط گرهی عرضی در جهت‌های x و y در سرتاسر باریکه خروجی هستند. یعنی می‌توان گفت این باریکه در سطح مقطع خود به يك یا چند ناحیه تقسیم می‌شود. با هر آرایه‌ای مانند این، يك مد TEM مشخص چنان که در شکل ۲۸.۱۴ نموده شده است، همراه است. پایینترین مرتبه یا مد عرضی TEM_{00} شاید بیشترین کاربرد را داشته باشد، و به چندین دلیل گریزی از آن نیست: چگالی شار بر روی سطح مقطع باریکه به طور ایده‌آلی گاوسی است (شکل ۲۹.۱۴)؛ اختلاف فازی که در



شکل ۲۷.۱۴ مدهای لیزر: (الف) فهرست واژه‌ها را نشان می‌دهد، (ب) نمودار سه پیکربندی عملی را برای يك لیزر گازی C-W (موج پیوسته) نشان می‌دهد. ابتدا چندین مد طولی را تحت يك پوش تقریباً گاوسی، سپس چندین مد طولی و عرضی، و بالاخره يك تك مد طولی را، نشان می‌دهد.



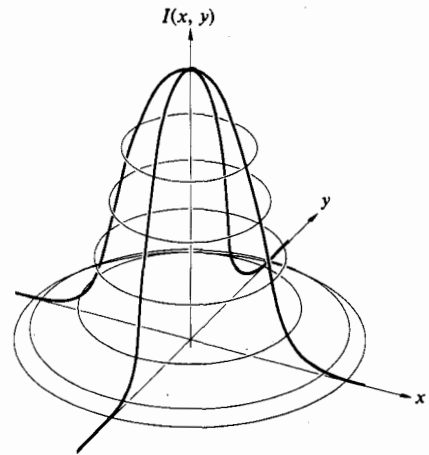
شکل ۲۸-۱۴ نقشهای مدی (بدون فرین‌های ریز تداخلي، باریکه در سطح مقطع خود به این صورت دیده می‌شود).

سفید شوند که در اثر روشن شدن شفاف می‌شوند، منشورها و آینه‌های چرخان، قطع و وصل کننده‌های مکانیکی، باتریهای فراصوتی یا بستاورهای الکترونی نظیر باتریهای کریستال استفاده می‌کنند.

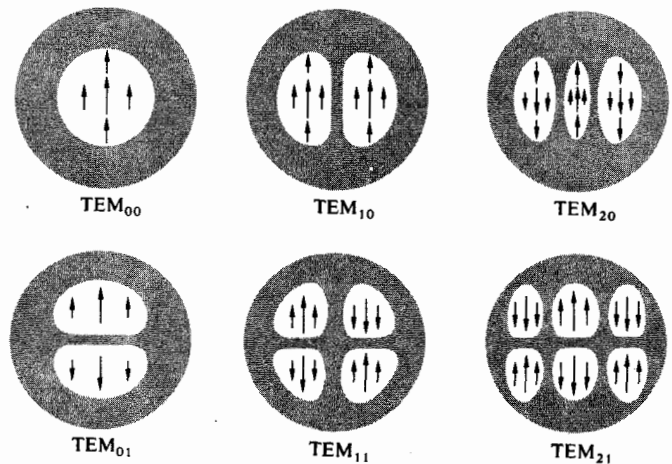
وصل شود، در اثر فروافتادن تقریباً هماهنگ آنها به یک حالت پایتتر، یک تب غول‌آسا با توان بسیار زیاد (شاید تا چندین صد مگاوات) خارج خواهد شد. امروزه آرایشهای متعدد تعدیض‌عامل کیفیت وجود دارند که از طرحهای کنترل گوناگون، مثلاً در آشامهای

۳. لیزر هلیوم-نئون

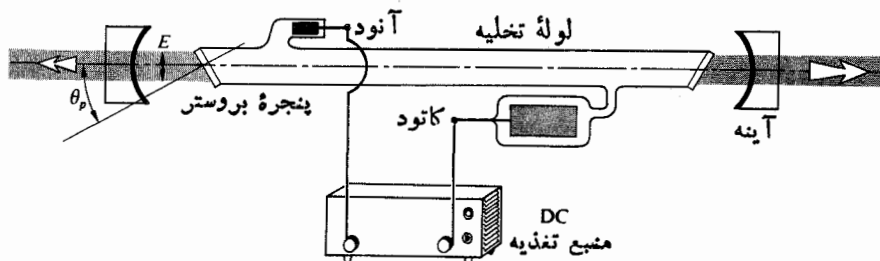
مایمن در هفتم ژوئیه سال ۱۳۳۹/۱۹۶۰، در يك كنفرانس خبری در نیویورک، خبر نخستین لیزر عملی را اعلام کرد. در فوریه سال ۱۳۴۰/۱۹۶۱، علی جوان^۲ و همکارانش بنه، و هریوت عمل موفقیت آمیز يك لیزر گازی هلیوم-نئون موج پیوسته (CW) را در 3.152×10^3 nm گزارش دادند. لیزر جدید He-Ne (که در شکل ۳۱.۱۴ نموده شده است)، عامترین طرح رایج در نوع خود است؛ و غالباً چند میلی وات توان پیوسته در ناحیه مرئی (۶۳۲.۸ nm) ایجاد می کنند. رویکرد به این لیزر در درجه اول به خاطر این است که ساختن آن آسان، نسبتاً ارزان، و کاملاً اطمینان پذیر بوده، و در بیشتر موارد می توان آن را با تکان کوچک يك کلید ساده به کار انداخت. عمل دمش معمولاً به وسیله تخلیه الکتریکی (از طریق انگیزش بسامد رادیویی dc، ac، یا بدون الکتروود) انجام می گیرد. الکترونها و یونهای آزاد با اعمال يك میدان شتاب می گیرند و در نتیجه برخورد ها، موجب یونش و انگیزش بیشتر محیط گازی (نوعاً آمیزه ای از حدود ۸ دره تورپچلی از He و ۱ دره تورپچلی از Ne) می شوند. بسیاری از اتمهای هلیوم، پس از فرو افتادن از چندین تراز بالاتر، در حالت های دیر پای 2^1S و 3^3S برهم انباشته می شوند. اینها حالت های شبه پایدارند (شکل ۳۲.۱۴) که گذر تابشی از آنها مجاز نیست. اتمهای برانگیخته هلیوم، به طور نا کثسانی با اتمهای حالت پایه Ne برخورد کرده و انرژی به آنها منتقل می کنند، که به نوبه خود آنها را به حالت های 3^3S و 2^1S می رسانند. اینها تراز های لیزری بالاترند و از این رو در آنجا نسبت به حالت های پایتیز $3p$ و $2p$ يك وارونی جمعیت وجود دارد. فوتونها خود به خود باعث گسیلش برانگیخته شده و واکنش زنجیره ای شروع می شود. گذار های لیزری عمده در ناحیه فروسرخ با 3.152×10^3 nm و 3.3912×10^3 nm و البته در ناحیه مرئی (قرمز روشن) با مقدار مناسبتر ۶۳۲.۸ نانومتر، متناظر است. حالت های p کم کم به حالت های s فرو می افتند، و بدین سان خودشان کم جمعیت شده و در نتیجه وارونی جمعیت را به طور پیوسته حفظ می کنند. تراز s شبه پایدار است چنان که اتمهای s پس از دادن انرژی خود



شکل ۲۹.۱۴ توزیع گاوسی تابندگی.



شکل ۳۰.۱۴ پیکربندی های مدی (تقارن مستطیلی). مدهای دایره ای متقارن نیز قابل مشاهده اند ولی هر گونه عدم تقارن جزئی (نظیر پنجره های بروسر) آنها را از بین می برد.



شکل ۳۱.۱۴ يك آرایش لیزری.

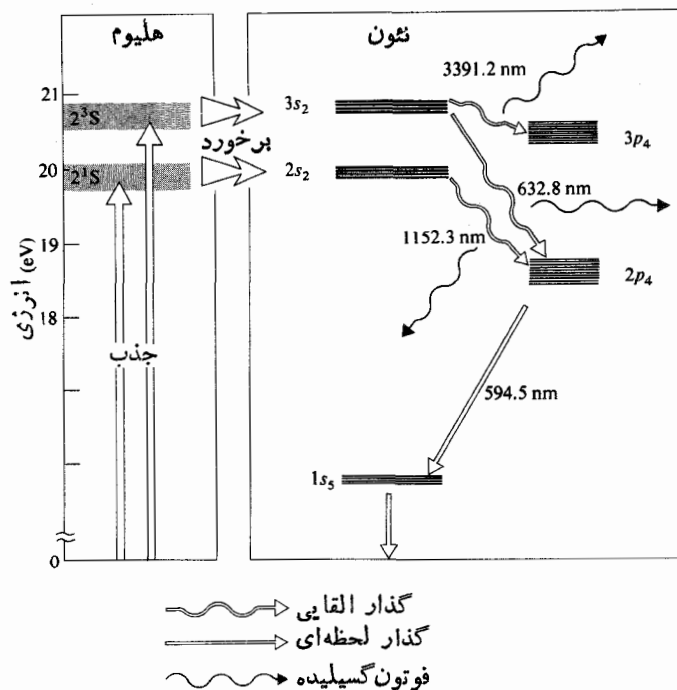
۱. انتشار مقاله اولیه او، که هدف از آن شناساندن یافته های به طریقی سنتی تر بود، از جانب مجله *Physical Review Letters* رد شد.
۲. فیزیکدان ایرانی.

عمودی در هر گذار از پنجره‌ها به‌طور جزئی به‌خارج محور بازتابیده می‌شود، این حالت قطبش به‌سرعت وضعیتی غالب پیدا می‌کند. نور قطبیده خطی در صفحه فرودی برای جلوگیری نهایی از قطبش متعامد، به‌زودی در کاواک به‌ساز و کار تحریک عمده‌ای تبدیل می‌شود. بنا بر این پرتو خروجی از یک لیزر He-Ne غالباً قطبیده تخت است.

۵. موردی بر تکامل لیزر

تکنولوژی لیزر حوزه چندان پویایی است که آنچه دو یا سه سال پیش یک رویداد عظیم آزمایشگاهی بود، ممکن است امروز یک مورد پیش‌پا افتاده خارج از رده باشد. مطمئناً توفان مکث نخواهد کرد تا واژگانی تشریحی همچون «کوچکترین»، «بزرگترین»، «قدرتمندترین»، و جز اینها، دیری بپایند. با به‌خاطر سپردن این نکته، بدون آنکه بگوئیم شگفتی‌هایی را پیش‌بینی کنیم که مطمئناً در پی این نوع لیزرها پدیدار خواهند شد، مروری مختصر بر زمینه کنونی لیزر خواهیم داشت. باریکه‌های لیزری تاکنون از ماه و اجهیده‌اند، شبکه‌های جداسازی چشم را جوش داده‌اند، نوترونهاي همجوشی ایجاد کرده‌اند، رشد بذری را برانگیخته‌اند، به‌عنوان پیوندهایی در ارتباطات به‌کار رفته‌اند، موتور کارخانه‌ها، موشکها، کشتیها، و ماشینهای تراش را هدایت کرده‌اند، تصاویر رنگی تلویزیونی را حمل کرده‌اند، در الماس سوراخ ایجاد کرده‌اند، اشیای ریز را در هوا پرواز داده‌اند، و شگفتیهای بیشماری را پدید آورده‌اند. و این فقط دهه نخست فعالیت‌های لیزر-یعنی تنها آغاز کار آن است.

در کنار یاقوت، تعداد بسیاری (لیزر) حالت جامد نیز وجود دارد که گستره طول موج خروجی آنها تقریباً از ۵۰۰ nm تا ۲۵۰۰ nm است. مثلاً خاکیهای کمیاب سه‌ظرفیتی Gd^{3+} ، Ho^{3+} ، Nd^{3+} ، Er^{3+} ، Pr^{3+} ، Tm^{3+} ، Eu^{3+} در میزبانی از میزبانان مانند LaF_3 ، $SrMoO_4$ ، Y_2O_3 ، $CaWO_4$ ، لعل ایتروم آلومینیوم (با علامت اختصاری YAG)، و شیشه، تحت کنش لیزر درمی‌آیند و اینها، تنها تعداد انگشت شماری‌اند که نام بردیم. از میان همه اینها، شیشه نئودیمیوم دار و YAG نئودیمیوم دار از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. هر دوی اینها محیط‌های لیزری پرتوانی را تشکیل می‌دهند که تقریباً در ۱۰۶۰ nm عمل می‌کنند. لیزرهای Nd:YAG که می‌توانند قدرت پیوسته‌ای افزون بر یک کیلووات تولید کنند، ساخته شده‌اند. در سیستمهای تپشی، از طریق عملکرد پشت سرهم چندین لیزر، توانهای خروجی عظیمی به‌دست آمده است. لیزر اول در این رشته پشت سرهم به‌عنوان بازآواگر عامل



شکل ۳۲.۱۴ ترازهای انرژی لیزر He-Ne.

به‌دیواره‌های کاواک به‌حالت پایه برمی‌گردند. به‌همین علت، قطر لوله پلاسما در بهره اثر معکوس می‌گذارد، و بنا بر این، یک عامل طراحی اهمیت پیدا می‌کند. برخلاف یاقوت، که در آن گذار لیزری به‌پایین و به‌سوی حالت پایه است، گسیل القایی در لیزر He-Ne در بین دو تراز بالاتر انجام می‌گیرد. اهمیت این نکته، مثلاً، در این است که چون حالت $2p_4$ معمولاً تنها به‌طور جزئی اشغال می‌شود، یک وارونگی جمعیت به‌سهولت حاصل می‌شود، بدون اینکه مجبور باشیم حالت پایه را به‌نصف جمعیت آن برسانیم.

به‌شکل ۳۲.۱۴ که جنبه‌های مربوط به یک لیزر He-Ne نمونه را مجسم می‌کند، برمی‌گردیم. در اینجا آینه‌ها با پوسته دی الکتریکی چند لایه، که بازتابندگی آنها بالاتر از ۹۹٪ است، اندود شده‌اند. تنظیم پنجره‌های دوسر لایه با زاویه بروستر یعنی تنظیم تیغه‌ها برای زاویه قطبش خروجی لیزر قطبیده خطی می‌شود. در عوض اگر این وجوه انتهای عمود بر محور می‌بودند، اقتهای ناشی از بازتابش (۴٪ در هر حد فاصل) غیر قابل تحمل می‌شد. با گردانیدن آنها به‌اندازه زاویه قطبش، پنجره‌ها نوری را که مؤلفه میدان الکتریکی آن موازی صفحه فرودی (صفحه کاغذ) باشد، به‌احتمال زیاد ۱۰۰٪ عبور خواهند داد. از آنجا که مؤلفه

۱. وقتی که نور عرضی حالت P پراکنده می‌شود، نیمی از توان خروجی لیزر در بازتاب‌های تحت پنجره‌های بروستر تلف نمی‌شود. انرژی، به‌وسیله کاواک دائماً به آن مؤلفه قطبش جریان نمی‌یابد. اگر انرژی از لوله پلاسما به‌خارج بازتابیده شود، برای برانگیختن گسیل بیشتر، حضور نخواهد داشت.

2. M. Lubin and A. Frass, "Fusion by Laser," *Sci. Am*, 224, 21 (June 1971) and A. Ashkin, "The Pressure of Laser Light," *Sci. Am*, 226, 63 (February 1972).

غول پیکری است که به وسیله یک موتور موشک به کار می افتد و به هنگام انفجار توان ۶۰ کیلووات موج پیوسته فروسرخ را آزاد می کند و در سردیگر آن، یک تراشه نازک GaAs با تابش لیزری نازک وجود دارد که به آسانی در نوك يك انگشت جا می گیرد. کار لیزرها کنترل حوزه اندازه، توان و طول موج است. آنها به طریق نوری، الکتریکی، گرمایی، و شیمیایی دمیده شده اند.

۲.۲.۱۴ نور فانتزی

ماهیت نور لیزر، که اصطلاح اخیر برای دربر گرفتن فروسرخ و نیز فرابنفش از روی مسامحه برای آن به کار می رود، در انبساط گوناگون لیزر تفاوت می کند. ولی جنبه های متعدد قابل ملاحظه ای وجود دارند که، به درجات متغیر، به کمک تمامی گسیلهای لیزری نموده می شوند.

این واقعیت کاملاً آشکار است که بیشتر باریکه های لیزری بیش از اندازه جیتی، یا بسیار همخط شده اند. می توان باریکه لیزری را با دمیدن مقداری دود در مسیر آن مرئی کرد، و درغیر این صورت نامرئی است، تا (از طریق پراکندگی) ریسمانی فانتزی از نور دیده که در سرتاسر اتاق کشیده شده است. واگرایی یک پرتو He-Ne در مد TEM_{۰۰}، عموماً تنها در حدود یک دقیقه قوسی با کمتر است، که منحصراً به وسیله پراش در روزنه خروجی تعیین می شود. به یاد بیاورید که شکل گسیلش تقریباً یک توزیع تابیدگی گاوسی است، یعنی چگالی شار از یک مقدار بیشینه در محور مرکزی باریکه افت می کند و فاقد لپهای جانبی است. باریکه He-Ne نوعی کاملاً باریک است، معمولاً قطر آن بیشتر از چند میلیمتری نیست. البته، چون باریکه از موجهای تقریباً تخت تشکیل یافته، فضا-همدوس است. و درواقع، سمت پذیری آن رامی توان نمودی از آن همدوسی دانست.

نور لیزر، عموماً با داشتن یک پهنای نوار بسامدی باریک، شبه تکفام است (بخش ۱۰.۷). به بیان دیگر، زمان-همدوس است. نشان ویژه دیگر، شارشدید یا توان فابنده است که می توان نوار بسامدی باریک را از آن به دست آورد. چنان که دیده ایم، وجه تمایز لیزر در این است که تمامی انرژی خود را به صورت باریکه ای تک، باریک، و محدود شده بر اثر پراش می گسیلد. در مقابل، یک لامپ ملتهب ۱۰۰ وات می تواند، در مجموع، انرژی تابشی بیشتری از یک لیزر C-W کم توان بیرون دهد، ولی نور آن ناهمدوس است، در زاویه فضایی بزرگی گسترش یافته، و پهنای نواری آن نیز پهن است. یک عدسی خوب، می تواند یک باریکه

فلزی-آلی متشکل از یون فلزی با بنیانهای آلی) بودند. آن لیزر مایع اصلی حاوی محلولی الکلی از اوروپیم استونات بنزوئیل بود که در ۱۳۳۱ نانومتر می گسیلد. کشف عمل کرد لیزر در مایعات آلی غیرکی لیتی در سال ۱۳۴۵/۱۹۶۶ به فرجام رسید. این کار در خلال جستجوی گسیل القایسی رامان در محلولی از کلرور آلومینیوم فئالوسیانین که تابش لیزری (در ۷۵۵ نانومتر) در آن ماده رخ نمود، به طور تصادفی انجام گرفت. از آن زمان تا کنون محلولهای رنگی فلورسان بسیاری از این خانواده ها همانند فلوروسین^۲، کومارین^۳، رد امین^۴ در بسامدهایی از فروسرخ تا فرابنفش به تابش لیزری واداشته شده اند، اگرچه عمل موج پیوسته حاصل شده است ولی این لیزرها معمولاً به صورت تپشی بوده اند. رنگهای آلی زیادی وجود دارند که ساختن لیزری را که در هر بسامدی در محدوده مرئی تابش لیزری انجام دهد امکان پذیر می سازند. به علاوه، وجه تمایز این وسیله ها در این است که همواره در گستره ای از طول موجها (شاید ۷۰ nm یا در این حدود، هر چند سیستم تبیده قابل کوکی در گستره ۱۷۰ nm وجود دارد) ذاتاً قابل کوک باشند. در واقع، آرایشهای دیگری وجود دارد که می توانند بسامد یک باریکه لیزری اولیه را تغییر دهند، یعنی این باریکه با یک رنگ وارد و با رنگ دیگر خارج می شود (بخش ۴.۱۴). ولی در حالت لیزر رنگی آلی، باریکه اولیه خود از درون تنظیم می شود. این کار، مثلاً، با تغییر غلظت یا تغییر طول اتاقک محلول رنگی یا با تنظیم یک توری پراش بازتابی در انتهای کاواک لیزری انجام می پذیرد. سیستمهای لیزری رنگ آلی چندفام که می توانند به آسانی از یک رنگ آلی به رنگ دیگر تغییر کنند و در نتیجه در گستره وسیعی از بسامد عمل کنند در بازار به فراوانی یافت می شوند.

لیزر شیمیایی لیزری است که با استفاده از انرژی آزاد شده از یک واکنش شیمیایی دمیده می شود. نخستین لیزر از این نوع در سال ۱۳۴۳/۱۹۶۴ به مرحله عمل رسید، ولی تا سال ۱۳۴۸/۱۹۶۹ لیزر شیمیایی موج پیوسته به وجود نیامد. یکی از خوش آتیه ترین این لیزرها، لیزر فلئورید دوتریوم-دی اکسید کربن (DF-CO₂) است. این لیزر خود نگهدار است و به منبع قدرت خارجی نیازی ندارد. به بیانیسی مختصر، واکنش $F_2 + D_2 \rightarrow 2DF$ ، که از آمیختن این دو گاز نسبتاً معمولی پدید می آید، انرژی کافی برای دمیدن یک لیزر CO₂ تولید می کند. لیزرهای حالت جامد، گازی، مایع، بخار (مانند H₂O) و نیم رسانایی وجود دارند، در یک سر این رشته لیزر بزرگ و

1. P. Sorokin, "Organic Lasers," *Sci. Am.*, 220, 30 (February 1969).

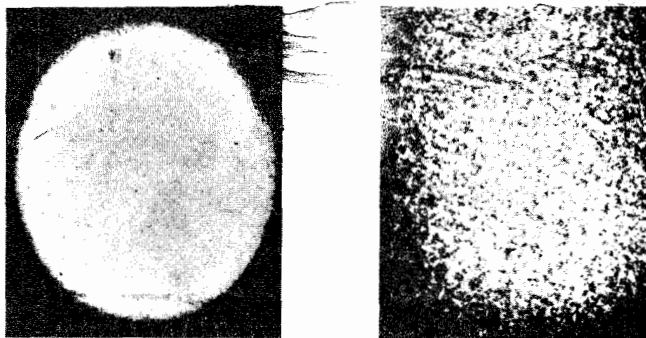
۲. fluorescein = دارای بلورهای قرمز و محلول در حلالهای قلیایی است به رنگ فلورسان سرخ و یا سبز با حالت شب نما. فرمول آن C₂₀H₁₂O₅ است.

۳. coumarins = ماده ای متبلور، سفید رنگ به فرمول C₉H₆H₅ که بویی شبیه وانیل دارد و برای جلوگیری از انعقاد خون به کار می رود.

۴. rhodamines = ماده ای است شیمیایی به رنگ زرد مایل به سرخ-آبی روشن- و آبی مایل به سرخ مرکب از آمینوها.

ناشی از گرد و خاک روی عدسی درهم برهم و ناپدید می‌شوند ولی خالها باقی مانده و ناپدید نمی‌شوند. یک مداد را در فاصله‌های متغیر از چشم خود چنان نگاه دارید که این قرص درست در بالای آن دیده شود. در هر وضعیت، عمل کانونی کردن باید روی مداد باشد؛ یا هر جایی که کانونی کنید، نمود دانه‌ای کاملاً پلورین است. در واقع، از میان یک تلسکوپ به نقش نگاه کنید و به تدریج که میدان دید را از یک کناره به کناره دیگر تنظیم می‌کنید، دانه‌های همه‌جا حاضر کاملاً متمایز باقی می‌مانند، حتی اگر دیوار کاملاً تار دیده شود.

نور فضا همدوسی که از یک سطح پخشی پراکنده شده است، ناحیه پیرامونی را با یک نقش تداخلي ساکن پر می‌کند [درست همانند حالت مربوط به آرایشهای شکافگی جبهه موج (بخش ۳.۹)]. در روی سطح، دانه‌ها فوق‌العاده کوچک هستند و اندازه آنها به نسبت فاصله زیاد می‌شود. در هر موضع فضایی، میدان برآیند، حاصل برهم‌نهی موجکهای پراشیده سهم‌دهنده است. اگر قرار باشد نقش تداخلي دوام پیدا کند، این موجکها بسایند دارای یک فاز نسبی ثابت باشند که توسط طول مسیر نوری از هر پراکننده تا نقطه مورد نظر، تعیین می‌شود. شکل ۳۴.۱۴ این نقطه را بسیار زیبا نمایش می‌دهد. این شکل یک آجر سیمانی را نشان می‌دهد که در یک حالت با نور لیزر و در حالت دیگر با نور موازی شده یک لامپ قوسی جیوه، که هر دو تقریباً به‌طور یکسانی فضا همدوس‌اند، روشن شده است. با وجود این، در حالی که طول همدوسی لیزر بسیار بیشتر از ارتفاع خصوصیت‌های سطح است، طول همدوسی نور Hg چنین نیست. در حالت اول، خالهای عکس بزرگ و جلوی ساختار سطح را می‌گیرند. در حالت بعدی، علیرغم فضا همدوسی آن، نقش خصال در عکس قابل مشاهده نیست و خصوصیات سطح غالب‌اند. به علت بافت زبر، اختلاف راه نوری بین دو موجک پراکننده‌ای که از



(الف)

(ب)

شکل ۳۴.۱۴ نقشهای خال. (الف) آجر سیمانی که به وسیله یک قوس جیوه روشن شده است، و (ب) یک لیزر He-Ne.

لیزری را تماماً قطع کرده و اساساً تمامی انرژی آن را در لکه ریزی که در اثر پراش محدود شده است (و قطر آن با λ و فاصله کانونی به نسبت مستقیم، و با قطر باریکه به‌طور معکوس تغییر می‌کند)، کانونی کند. قطر لکه‌ای را که دقیقاً چند هزارم اینچ است، می‌توان به آسانی و با استفاده از عدسیهای مناسب که فاصله کانونی کوتاهی دارند، به دست آورد. و اصولاً، تولید لکه‌ای به قطر چند صد میلیون اینچ، امکان پذیر است. بدین ترتیب، می‌توان چگالیهای شار در یک باریکه لیزر کانونی شده، با توان 10^{12} W/cm^2 را در مقابل، مثلاً، یک شعله اکسی استیلن با توان تقریبی 10^3 W/cm^2 ، به وجود آورد. برای اینکه از این ترازهای توانی درک بهتری به دست آوریم، توجه کنید که یک باریکه لیزر کانونی شده CO_2 با توان چند کیلووات CO_2 ، می‌تواند در صفحه‌ای از فولاد زنگ نزن به ضخامت یک چهارم اینچ، در مدتی حدود ۱۰ ثانیه، سوراخی ایجاد کند. برای اینکه مقایسه‌ای کرده باشیم، یک سوراخ ته سوزنی و پالایه‌ای واقع در جلو یک چشمه معمولی، مطمئناً نوری فضا و زمان همدوس ایجاد خواهد کرد، ولی تنها در کسر کوچکی از توان خروجی کل.

نور لیزر را، البته، به صورت موج پیوسته یا به شکل تب، می‌توان به دست آورد. در حقیقت، تپهای بسیار کوتاه مدت، کم‌تر از پیکوثانیه، هم‌اکنون به‌طور چشمگیری مورد توجه‌اند (کوتاهترین زمانی که تاکنون گزارش داده‌اند 10^{-12} تا 10^{-13} s است). یک تب پیکوثانیه‌ای با قطاری موجی متناظر است که طول آن فقط 3 mm است - یعنی درست در حدود چندین صد برابر طول موج درازا دارد. بدین گونه، این تپها در مقیاس اتمی یا در جهت بررسی فرایندهای شیمیایی که در بازه زمانی از 10^{-9} تا 10^{-13} s، مثلاً طول عمر مولکولی روی می‌دهند، به عنوان سنج به کار می‌روند. تپهای پیکوثانیه‌ای کاربردهای بالقوه فراوان دیگری نیز دارند: مثلاً برای ارتباطات با ترانزیستور، دیتاری داده‌ها، یا رادار نوری با توان تفکیک بالا، می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند.

یک نمود نسبتاً برجسته و با امکان مشاهده سهل فضا همدوسی نور لیزر، جلوه دانه‌ای آن به هنگام بازتاب از یک سطح پخشی است. باریکه نور لیزر He-Ne، (6328 nm) ، را با گذراندن آن از میان یک عدسی ساده اندکی پهن کنید و آن را روی یک دیوار یا یک تکه کاغذ بیندازید. قرص روشن شده خال خالی و با نواحی روشن و تاریک به نظر می‌رسد که با رقصی خیره کننده و توهم‌زا تلاؤ دارد و سوسو می‌زند. با چشم نیم باز نگاه کنید، بزرگی دانه‌ها رشد می‌یابد، به سوی پرده گام بردارید دانه‌ها کوچک می‌شوند، عینک خود را بردارید، این نقش کاملاً کانونی به نظر می‌آید. در واقع، اگر نزدیک بین باشید، فریزهای پراش

۱. معمولاً مسئله عمده اپیراهی کروی است، زیرا باریکه‌های لیزری، قاعدتاً، هم شبه تکفام‌اند و هم در طول محور عدسی فرود می‌آیند.

2. "Ultrafast Laser Pulses" by A. De Matia, W. Glenn and M. Mack, *Physics Today* (July 1971), p. 19.

درحالی بزرگ شده ایم که عادت داشته ایم دنیای سه بعدی را درحالی ببینیم که درمجموعه عکسهای کتاب در دو بعد فشرده شده است. گوینده بدون عمق (دوبعدی) تلویزیون که به طور گریز-ناپذیری در زیر بارانی از درخشهای فسفرسان تبسم می کند، بیشتر از تصویر روی کارت پستال برج ایفل لمس شدنی نیست. اینها هر دو از محدودیت جدی که عبارت از طرحهای کلی تابیدگی است سهم می برند. به سخنی دیگر، وقتی که تصویر يك صحنه، به طور معمولی، و به هروسیله سنتی، بازسازی می شود، آنچه را که دست آخر می بینیم دوباره سازی دقیقی از میدان نوری نیست که زمانی جسم را فرا گرفته بود، بلکه دقیقاً ضبط نقطه به نقطه مجذور دامنه میدان است. نوری که از يك عکس باز می تابد، اطلاعات مربوط به تابیدگی را با خود حمل می کند و لسی چیزی از فاز موجی که زمانی از جسم صادر می شد با خود ندارد. در واقع اگر بازسازی دامنه و فاز موج اصلی، هر دو، به نحوی امکان پذیر باشد، میدان نوری حاصل (بافرض این نکته که بسامدها یکسان باشند) از نور اصلی غیر قابل تمیز می شود. معنای این سخن آن است که در آن صورت می توانستید تصویر دوباره تشکیل شده را کاملاً به طور سه بعدی ببینید (وعکسبرداری کنید)، درست مثل اینکه جسم واقعاً در برابر شما قرار دارد، و موج ایجاد می کند.

۱۰۳۰۱۴ روشها

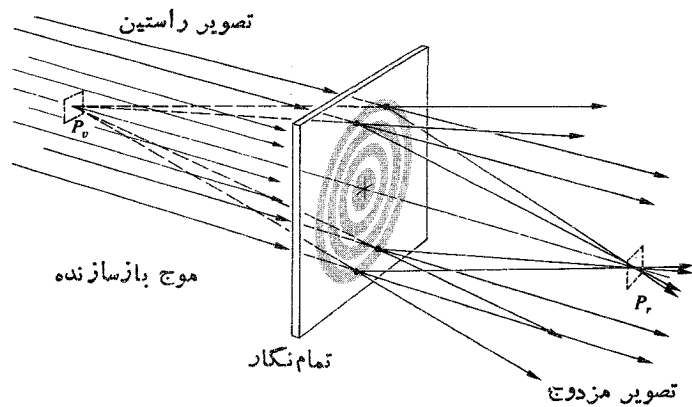
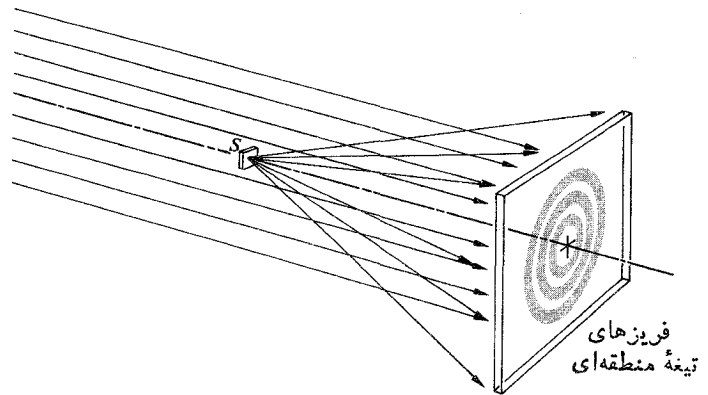
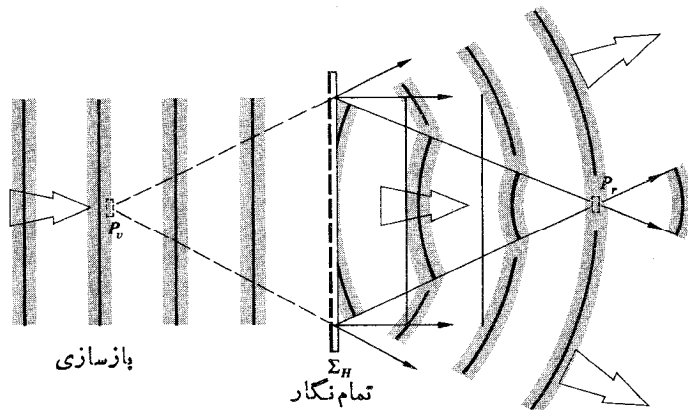
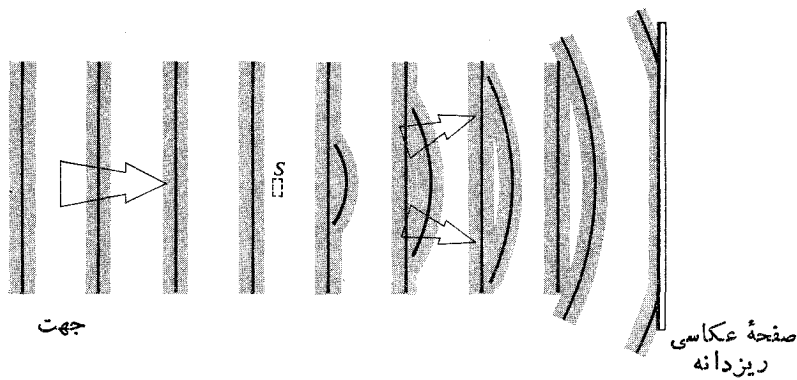
دنيس گابور قبل از سال ۱۹۴۷/۱۳۲۶ که هدایت آزمایشهای مشهور خود را درمورد تمام نگاری، درآزمایشگاه پژوهشی کمپانی تامسون - هوستون بریتانیا شروع کرد، چندین سال در این زمینه ها اندیشیده بود. دستگاه آزمایشی اولیه او، که در شکل ۳۵.۱۴ نموده شده است، عبارت از يك فرایند تصویرسازی بدون عدسی دومرحله ای بود که او ابتدا در آن دستگاه به طریقه عکسبرداری، يك نقش تداخلی حاصل از برهم کنش نور تکفام گونه پراکنده از يك شیء و يك موج مرجع همدوس را ضبط می کرد. نقش حاصل چیزی بود که وی آنرا تمام نگار نامید که از کلمه یونانی holos به معنای تمام اقتباس شده است. گام بعدی در این فرایند، بازسازی میدان نوری یا تصویر بود و این مرحله از طریق پراش باریکه ای همدوس به وسیله شفافه ای، که همان تمام نگار ظاهر شده است، انجام می گرفت. به روشی که کاملاً یادآور روش تمایز فاز زرنیک (بخش ۴.۱۰۱۴) بود، وقتی تمام نگار تشکیل می شد که زمینه ناپراکنده یا هوج مرجع با موج پراشیده از اجسام ریز نیم شفاف، S، تداخل می کرد. این شیء نیم شفاف در همان روزهای نخست، غالباً تکه ای از میکرو فیلم بود. تکه کلیدی این

برآمدگیهای مختلف سطح، به يك نقطه فضا می رسند، عموماً بزرگتر از طول همدوسی نور جیوه است. یعنی، فازهای نسبی قطارهای موجی که روی هم می افتند به سرعت و به طور کتره ای در زمان تغییر می کنند، و نقش تداخل بزرگ مقیاس را از بین می برند. سیستمی واقعی از فریزها را امواج پراکنده تشکیل می دهند که در جلوی پرده به هم می گسرايند. با قطع کردن نقش تداخل به وسیله يك ورقه کاغذ در وضعیتی مناسب می توان فریزها را نگر است. بعد از تشکیل تصویر حقیقی در فضا، پرتوها ضمن پیشروی و امی گر ایند و بنا بر این هر ناحیه از تصویر را می توان مستقیماً با چشمی که به طور مناسبی کانونی شده باشد، نگر است. در مقابل، پرتوهایی که در آغاز و اگر ایند چنان به چشم می آیند که گویی از پشت پرده پراکنده ناشی شده و از اینرو يك تصویر مجازی تشکیل می دهند. به نظر می رسد که در نتیجه خطای رنگی، چشمهای معمولی و دوربین، می خواهند نور سرخ را در پشت پرده کانونی کنند. برعکس، يك شخص نزدیک بین میدان حقیقی را در جلوی پرده مشاهده می کند (بدون رابطه ای با طول موج). بدین لحاظ، اگر ناظر سرش را به راست حرکت دهد، در نمونه اول (که در آن کانون در آن سوی پرده است) نقش به سمت راست حرکت می کند. و در نمونه دوم (کانون در جلو) به سمت چپ حرکت خواهد کرد. اگر نقش را از خیلی نزدیک به سطح رؤیت کنید حرکت سر شما را دنبال خواهد کرد. همین حرکت اختلاف منظری ظاهری را می توان با نگاه کردن از يك پنجره مشاهده کرد؛ به نظر می رسد که اشیای بیرون با سر شما، و اشیای داخل در سوی مخالف آن حرکت می کنند. باریکه لیزر درخشان، با پهنای نواری باریک و فضا همدوس، به طور ایده ای برای مشاهده اثر خال مناسب است، گرچه برای این کار مسلماً به وسایل دیگری نیز امکان دسترسی وجود دارد. در نور پالایش نیافته خورشید دانه ها در روی سطح ریز و چند رنگ اند. این اثر روی ماده ای هموار، پخت و سیاه (مثلاً، کاغذ پوستر رنگ شده)، به آسانی مشاهده می شود، ولی می توانید آن را روی يك ناخن یا روی يك سکه فرسوده نیز ببینید. گرچه، اثر دانه ای هم از لحاظ زیبایی شناسی و هم از نظر تربیتی جلوه باشکوهی دارد، در سیستمهایی که به طور همدوس روشن شده اند، می تواند عملاً يك مزاحم باشد. مثلاً، در تصویر گیری تمام نگارانه، نقش دانه ای با نطفه در دسر برانگیز زمینه متناظر است.

۳.۱۴ تمام نگاری

تکنولوژی عکاسی در زندگی بشر عمر درازی دارد. و همه مسا

۱. برای مطالعه بیشتر روی این اثر ر ک



شکل ۳۵.۱۴ ثبت و بازسازی تمام‌نگاشتی (روی يك خط راست) تصویر.

باشد، موج پراکنده تقریباً کروی و نقش تداخلی عبارت از يك رشته حلقه‌های هم‌مرکز می‌شود (که به دور محوری که از شیء می‌گذرد و عمود بر موج تخت است، تمرکز یافته‌اند). گذشته از این نکته که تأییدگی فریزهای دایره‌ای باید از نقطه‌ای به نقطه دیگر به تدریج تغییر کند، توزیع چگالی شار حاصل، با يك تیغه منطقه‌ای فرنل مناسب، متناظر خواهد بود (بخش ۵.۳.۱۰). به یاد

است که نقش تداخلی یا تمام‌نگار، از طریق پیکربندی فریزی، اطلاعات مربوط به دامنه و فاز موج پراشیده به وسیله شیء را در بر دارد.

مسئلاً، به هیچ وجه روشن نیست که اکنون بتوان با تاباندن يك موج تخت از درون تمام‌نگار پرداخته، تصویر جسم اصلی را بازسازی کرد. فعلاً کافی است بگوییم که اگر جسم خیلی کوچک

کنید صفحه y x صفحه تمام نگاشت، Σ_H باشد. در این صورت رابطه

$$E_B(x, y) = E_{oB} \cos [\gamma \pi f t + \phi(x, y)] \quad (۸.۱۴)$$

زمینه تخت یا موج مرجع در Σ_H را توصیف می کند، به شرطی که از مشاهدات قطبش چشم پوشیم. دامنه آن، E_{oB} ، ثابت است. درحالی که فاز آن تابعی از مکان است. این نکته درست بدان معناست که زاویه جبهه موج مرجع نسبت به Σ_H معلوم است. مثلاً، اگر سمت گیری موج چنان می بود که با یک چرخش ساده به اندازه زاویه θ ، به دور y ، بر Σ_H منطبق می شد، فاز هر نقطه روی صفحه تمام نگاشت به مقدار x آن نقطه بستگی داشت. بدین ترتیب ϕ چنین می شود

$$\phi = \frac{\gamma \pi}{\lambda} x \sin \theta = kx \sin \theta$$

که، در آن حالت خاص، از y مستقل بوده و تغییرات آن نسبت به x خطی است. به خاطر سادگی، ما فاز را به طور کاملاً کلی به صورت $\phi(x, y)$ خواهیم نوشت و به خاطر خواهیم سپرد که این تابع یک تابع ساده معلوم است. موج پراکنده از جسم را می توان، به نوبه خود، چنین بیان کرد

$$E_O(x, y) = E_{oO}(x, y) \cos [\gamma \pi f t + \phi_O(x, y)] \quad (۹.۱۴)$$

که در آن دامنه و فاز هر دو اینک توابع پیچیده ای از مکان بوده و با یک جبهه موج نامنظم متناظرند. از دیدگاه نظریه ارتباطات این یک موج حامل مدوله دامنه و فاز است که تمامی اطلاعات دسترس پذیر مربوط به شیء را دربر دارد. توجه داشته باشید که این اطلاعات بیشتر بر حسب وردهای فضایی موج رمزگذاری می شوند تا وردهای زمانی آن، دو آشفتگی E_O و E_B روی هم افتاده و باهم تداخل می کنند تا توزیعی از تابیدگی تشکیل دهند که به وسیله لایه حساس فیلم ضبط می شود. تابیدگی حاصل، به استثنای یک ثابت ضربی، $I(x, y) = \langle (E_B + E_O)^2 \rangle$ است که با استفاده از بخش ۱۰.۹ چنین داده شده است

$$I(x, y) = \frac{E_{oB}^2}{2} + \frac{E_{oO}^2}{2} + E_{oB} E_{oO} \cos (\phi - \phi_O) \quad (۱۰.۱۴)$$

مشاهده می شود که فاز موج شیء موضع بیشینه ها و کمینه های تابیدگی بر روی Σ_H را تعیین می کند. افزون بر این، تمایز یا نمایانی فریزها

$$\mathcal{V} \equiv (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}) \quad [۱۰.۱۲]$$

در سرتاسر صفحه تمام نگار، که

$$\mathcal{V} = 2 E_{oB} E_{oO} / (E_{oB}^2 + E_{oO}^2) \quad (۱۱.۱۴)$$

بیاورید که تیغه منطقه ای تقریباً شبیه عدسی عمل می کند که در آن نور موازی شده را به باریکه ای که به یک نقطه کانونی حقیقی، P_r ، می گراید تبدیل می کند. افزون بر این، تیغه منطقه ای یک موج واگرا پدید می آورد که به نظر می رسد از نقطه P_r می آید و تصویری مجازی تشکیل می دهد. بدین ترتیب، هر چند تا حد زیادی ساده گرایانه، می توانیم تصور کنیم که هر نقطه از یک شیء گسترش یافته تیغه منطقه ای خاص خود را که نسبت به تیغه های دیگر جا به جا شده است، ایجاد می کند و مجموعه ای از تیغه های منطقه ای با رویهم افتادگی جزئی تمام نگار را تشکیل می دهد. در خلال مرحله بازسازی، هر تیغه منطقه ای سازا، از یک شیء نقطه ای، تصویری حقیقی و تصویری مجازی تشکیل می دهد و تمام نگار به این ترتیب، نقطه به نقطه، میدان نوری اصلی را دوباره به وجود می آورد. وقتی که طول موج باریکه بازسازنده با طول موج باریکه ثبت کننده اولیه یکسان باشد (که لزوماً نیازی نیست چنین باشد، و غالباً هم چنین نیست) تصویر مجازی مختل نشده، در موضعی ظاهر می شود که شیء قبلاً در آنجا قرار داشت. بدین لحاظ، در واقع میدان تصویر مجازی است که با میدان شیء اصلی متناظر است. به همین ترتیب، گاهی تصویر مجازی را تصویر داستین می گویند. درحالی که تصویر دیگر حقیقی، یا احتمالاً مناسبتر، تصویر هژدج است.

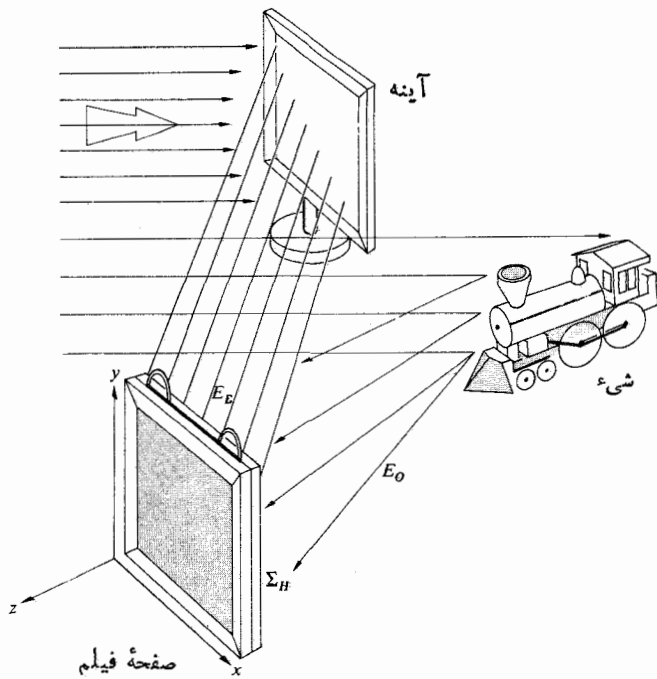
انگیزه پژوهش گابور، که در سال ۱۹۷۱/۱۳۵۰ جایزه نوبل فیزیک را نصیب او کرد، بهبود بخشیدن به میکروسکوپی الکترونی بود. کار او ابتدا توجه کسانی را برانگیخت، ولسی رویهم رفته به مدتی حدود پانزده سال، تقریباً به فراموشی کامل سپرده شد. در اوایل دهه شصت، در توجه نسبت به فرایند بازسازی جبهه موج گابور، به ویژه نسبت به رابطه آن با پاره ای مسائل راداری، رستاخیزی پدید آمد. به زودی، به یمن فسرآوانی نور همدوس لیزر جدید و توسعه آن بر اثر پیشرفتهای تکنولوژیکی چندی، تمام نگاری موضوع پژوهشی گسترده و نویدهای بسیار زیادی می شد. منشاء این زایش دوباره در آزمایشگاه رادار دانشگاه میشیگان در فعالیت لایت^۲ و یوری اپاتنیکس^۳ نهفته بود. آنان، در میان سایر چیزها، برای ایجاد تمام نگارها، آرایش بهبود یافته ای را ارائه کردند که در شکل ۳۶.۱۴ نشان داده شده است. برخلاف پیکربندی همخط گابور که در آن تصویر مزدوج به طور نامناسبی در جلوی تصویر راستین جای می گرفت، اینک همچنان که در نمودار نشان داده شده است، دو تصویر به طور رضایت بخشی در خارج از محور از هم جدا می شدند. به این ترتیب، تمام نگار نقش تداخلی است که از یک موج همدوس مرجع و موجی پراکنده از شیء ناشی می شود (این نوع تمام نگار را، گاهی، تمام نگار نوادکنادی فرنیل می گویند).

این فرایند را می توان به طور تحلیلی چنین بیان کرد که فرض

1. M. P. Givens, "Introduction to Holography," *Am. J. Phys*, 35, 1056 (1967).

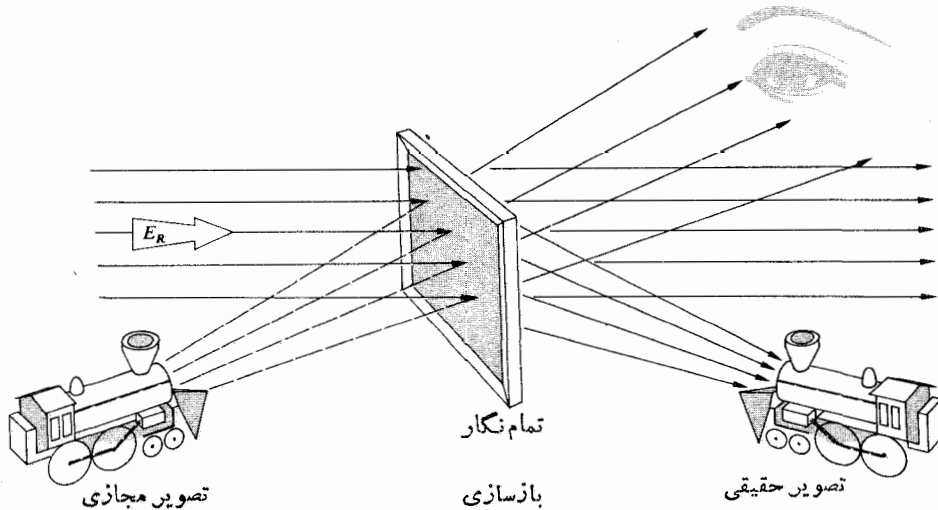
2. Emmett N. Leith

3. Juris Upatnieks



است، اطلاعات مناسبی پیرامون دامنه موج شیء را در بر دارد. يك بار دیگر، به زبان نظریه ارتباطات، می توان ملاحظه کرد که صفحه فیلم به عنوان هر دو دستگاه انبارش و آشکارساز یا آمیزنده به کار می آید. این فیلم، بر روی سطح خود، توزیعی از نواحی کدر مربوط به يك موج گونه فضایی مدوله پدید می آورد. جمله سوم یا جمله اختلاف بسامدی در معادله (۱۵.۱۴) از طریق بستگی مکانی $E_o(x, y)$ و $\phi_o(x, y)$ ، هم آهنگ یافته فازی و هم آهنگ یافته دامندای، به همین ترتیب است.

ما پیکربندی را نشان داده ایم که از نور بازتابیده از يك شیء کدر به طریقه بخش بهره می برده است، ولی می توانستیم آرایش آن را همانند شکل ۳۷.۱۴ اندکی تغییر دهیم تا تمام - نگاشتهای نوار کناری فرنل از اجسام شفاف را به دست آوریم. شکل ۳۸.۱۴ ب منظره بزرگ شده ای از بخشی از نقش فریزی است که تمام نگاری را برای يك شیء ساده، اساساً دوعبدي، و نیم شفاف، تشکیل می دهد. اگر دو موج تداخل کننده کاملاً تخت بودند (مثل شکل ۳۸.۱۴ الف) تغییرات آشکار مکان فریز و



شکل ۳۶.۱۴ ضبط و بازسازی تمام نگاشتی (نوار کناری) يك تصویر.

کننده بخشی سه بعدی اتفاق می افتد، فریزها نوع تقارنی را که هنوز در شکل ۳۸.۱۴ ب آشکار است از دست می دهند، و به طور چشمگیری پیچیده تر می شوند. ضمناً، بیشتر وقتها، ساختار گرداب گونه مزاحم و سیستمهای حلقه ای هم مرکزی که از پراش ناشی از غبار و چیزهایی مانند آن، بر روی عناصر نوری پدید می آیند، تمام نگار را می پوشانند.

تراگسیلندگی دامنه تمام نگار پرداخته را می توان متناسب با $I(x, y)$ ساخت. در آن حالت، موج خردچی نهایی، $E_F(x, y)$ ، با حاصل ضرب $E_R(x, y)I(x, y)$ که در آن $E_R(x, y)$ موج

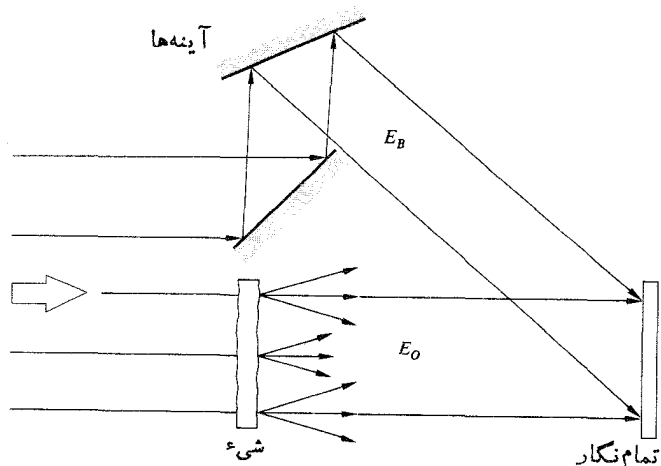
تابیدگی، که نمایانگر اطلاعات است، ناپدید می شد، و نقش سنتی یانگ (بخش ۳.۹) به دست می آمد. پیکربندی توری انتقال سینوسی (شکل ۳۸.۱۴ الف) را می توان حامل موج گونه ای پنداشت که در آن صورت به وسیله علامت مدوله شده است. افزون بر این، می توانیم تصور کنیم که برهمنهی همدوس نقشهای تیغه های منطقه ای بیشمار، که هر يك از نقطه ای روی يك شیء بزرگ ناشی می شود، به صورت فریزهای مدوله شده شکل ۳۸.۱۴ ب دگرگون شده است. وقتی که مقدار مدوله سازی به میزان بسیار زیادتری افزایش یابد، چنان که در مورد يك شیء بازتاب-

این سه جمله، نور خروجی از تمام نگار را توصیف می کنند، جمله اول را می توان چنین نوشت

$$\frac{1}{4}(E_{\circ B}^{\vee} + E_{\circ O}^{\vee})E_R(x, y)$$

و بیانی از مدوله شدن دامنه موج بازسازنده است. در واقع، هر پاره ای از تمام نگار به عنوان يك توری پر اش عمل می کند و این باریکه مستقیم، انحراف نیافته و مرتبه صفرم است. چون این موج هیچ گونه اطلاعاتی درباره فاز موج شیء، ϕ_0 ، در بردارد، در اینجا کمتر مورد توجه ماست.

دو موج نواد کناری دیگر به ترتیب جملات مجموع و تفاضل هستند. اینها دو موج مرتبه اول اند که به وسیله تمام نگار تسوری مانند پراشیده شده اند. نخستین جمله از اینها، یعنی جمله مجموع، نمایانگر موجی است که به استثنای يك ثابت ضریبی، دارای همان دامنه موج شیء $E_{\circ O}(x, y)$ است. به علاوه، فاز آن مشارکت $2\phi(x, y)$ را در بردارد که، همان توری که به یاد می آورید، از کج شدن جبهه های موج زمینه و بازسازنده نسبت به Σ_H ناشی می شود. همین عامل فاز است که موجب جدایی زاویه ای بین تصاویر حقیقی و مجازی می شود. افزون بر این، جمله مجموع، به جای اینکه فاز موج شیء را دربر داشته باشد، حاوی فاز منفی آن است. از اینرو این موج تمامی اطلاعات مناسب درباره شیء را، البته به طریقی که کاملاً صحیح نیست، با خود حمل می کند. در واقع، این تصویر حقیقی است که از همگرایی نور در فضای آن سوی تمام نگار، یعنی میان تمام نگار و ناظر تشکیل شده است. فاز منفی در يك تصویر درون - بیرونی، شبیه چیزی مانند اثر شبه چشم اندازی است که به هنگام تعویض عناصر يك زوج استریوی



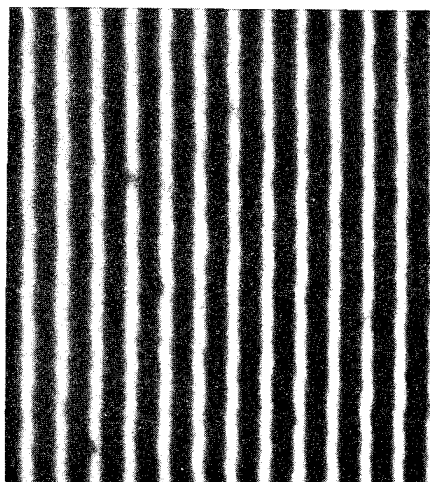
شکل ۳۷.۱۴ يك آرایش تجربی تمام نگاری نوار کناری فرنل برای جسم شفاف.

بازسازنده فرودی بر روی تمام نگار است، متناسب است. از اینرو اگر موج بازسازنده با بسامد ν ، مثل موج زمینه، به طور مایل بر روی Σ_H فرود آید، می توان نوشت

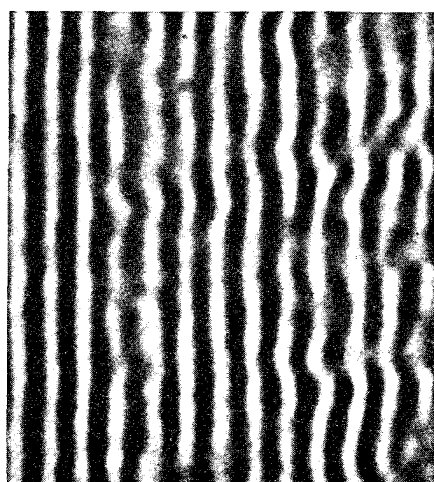
$$E_R(x, y) = E_{\circ R} \cos [2\pi \nu t + \phi(x, y)] \quad (12.14)$$

موج نهایی (جز برای يك ثابت ضریبی) حاصل ضرب معادله های (۱۰.۱۴) و (۱۲.۱۴) است

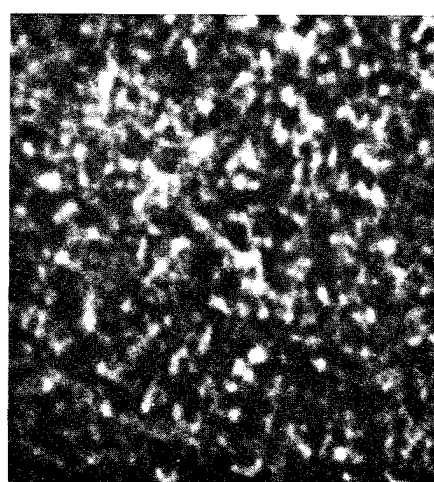
$$E_F(x, y) = \frac{1}{4} E_{\circ R} (E_{\circ B}^{\vee} + E_{\circ O}^{\vee}) \cos [2\pi \nu t + \phi(x, y)] \\ + \frac{1}{4} E_{\circ R} E_{\circ B} E_{\circ O} \cos (2\pi \nu t + 2\phi - \phi_0) \\ + \frac{1}{4} E_{\circ R} E_{\circ B} E_{\circ O} \cos (2\pi \nu t + \phi_0) \quad (13.14)$$



(الف)



(ب)



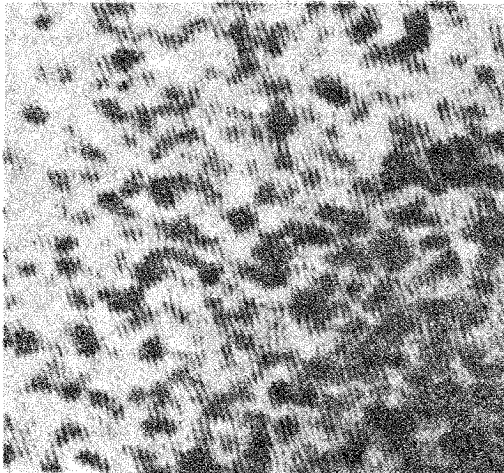
(ج)

شکل ۳۸.۱۴ درجه های گوناگون مدوله سازی فریزهای تمام نگاشت.

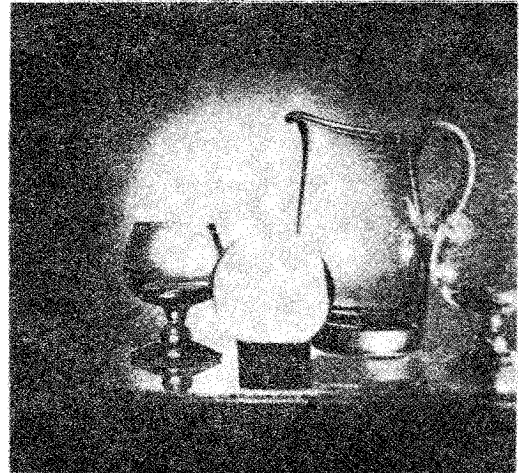
قسمتهای خیلی عقب این میخها نوری ثبت نمی‌شد - شما يك منظره جبهه درون - بیرونی را می‌بینید. در نتیجه کارایی تصویر مزدوج معمولاً محدود است مگر اینکه با تشکیل يك تمام‌نگار دوم که در آن از تصویر حقیقی به‌عنوان شیء استفاده شود، بتوان به يك پیکربندی معمولی دست یافت.

جمله تفاضل درمعادله (۱۳.۱۴)، به‌استثنای يك ضریب ثابت، دقیقاً شکل موج شیء $E_0(x, y)$ را دارد. اگر قرار بود به درون (نه به روی) تمام‌نگار روشن شده نگاه کنید، گویی از پنجره به صحنه‌ای در آن سو نگاه می‌کردید، و شیء را دقیقاً چنان «می‌دیدید» که گویی در همانجا قرار داده شده است. می‌توانستید سر خود را اندکی حرکت دهید و به پیرامون يك نقطه مشخص نگاه کنید. تا منظره‌ای را ببینید که پیش‌از گرداندن سرتان پنهان

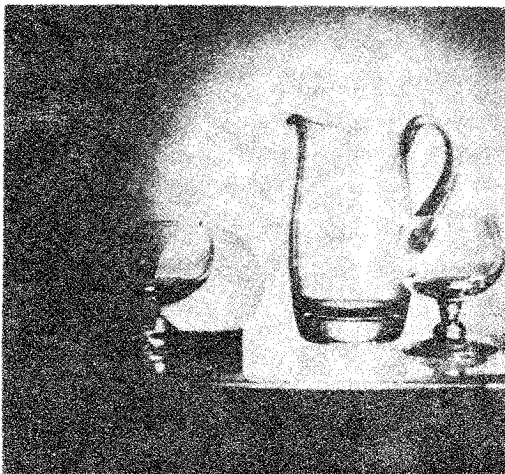
عکسبرداری برجسته روی می‌دهد. برآمدگیها به‌شکل کنگره‌هایی ظاهر می‌شوند و نقاط شیء که در جلو و نزدیکتر به Σ_H بودند، اینک نزدیکتر و لسی آن سوی Σ_H تصویر می‌شوند. از اینرو نزدیکترین نقطه به ناظر بر روی سوژه اصلی، در تصویر حقیقی در دورترین نقطه دیده می‌شود. صحنه در طول يك محور به‌طریقی به‌روی خود بر می‌گردد که شاید برای آنکه بتوانیم ارزیابیش کنیم، باید آن را ببینیم. مثلاً، فرض کنید به تصویر مزدوج تمام‌نگاشتی يك راهروی سرپوشیده سازی بولینگت نگاه می‌کنید. ردیف «عقب» میخها، گرچه میخهای «جلویی» آنها را اندکی تیره کرده‌اند، نزدیکتر از يك تك میخ نسبت به بیننده تصویر می‌شوند. علیرغم این امر، به‌خاطر داشته باشید که اگر به این آرایه از پشت نگاه می‌کردید چنین نتیجه‌ای حاصل نمی‌شد. هرگز از



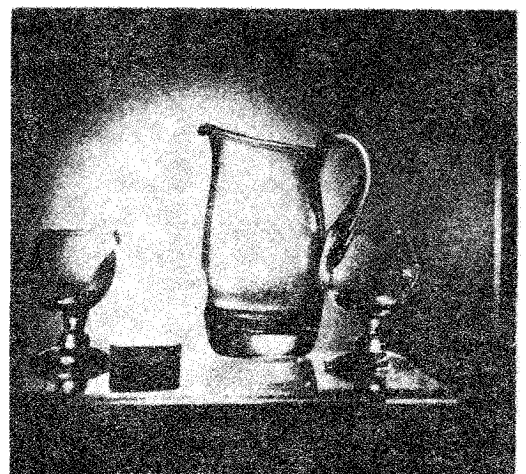
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۳۹.۱۴ (ب)، (ج)، (د)، سه نمای گوناگون از يك تصویر تمام‌نگاشتی که به‌وسیله تمام‌نگار (الف) تولید شده است.

وجود خواهد داشت که نمی توان داده ها را فراتر از آن ضبط کرد. اینها همه، نمایانگر يك محدودیت ساختاری در توان تفکیک است. در مقابل، اگر می توانستیم بسامد متوسط فریزها را ثابت نگه داریم، محدودیتهای تحمیل شده از جانب محیط عکسبرداری به طور چشمگیری کاهش پیدا می کرد و به همان ترتیب توان تفکیک افزایش می یافت. تا مادامی که امولسیون بتواند میانگین بسامد فضایی فریز را، حتی امولسیونهای زیر را، مانند پولاروید P/N ضبط کند، می تواند بدون افت زیادی در توان تفکیک، قابل استفاده باشد. شکل ۴۰.۱۴ آرایشی را نشان می دهد که با داشتن تداخل موجکهای شیء پراشیده با يك موج کروی مرجع که انحنای آن با انحنای آن موجکها تقریباً یکی است، این منظور را دقیقاً بر آورده می کند. تداخل نگار حاصل را تمام نگار تبدیل فویدیای می گویند (در این نمونه ویژه، این تمام نگار از نوع بدون عدسی با توان تفکیک بالاست). این طرح چنان طراحی شده است که موج مرجع، بستگی مجذوری (نوع عدسی منطقه ای) فاز را با موضع آن بر روی Σ_H حذف کند. ولی این امر تنها برای يك جسم تخت دوبعدی به طور دقیقی اتفاق خواهد افتاد. در حالت مربوط به يك شیء سه بعدی (شکل ۴۱.۱۴) این اتفاق فقط روی يك صفحه روی می دهد و بنابراین تمام نگار حاصل ترکیبی از دو نوع، یعنی عدسی منطقه ای و تبدیل فوریه است. برخلاف سایر آرایشها، این هر دو تصویر ایجاد شده به وسیله يك تمام نگار تبدیل فوریه ای، مجازی اند، که در يك صفحه چنان قرار گرفته اند که گویی از مبدأ بازتابیده شده اند (شکل ۴۲.۱۴). ماهیت دانه ای وار تمامی تمام نگارهای پیشین نیز در اینجا آشکار است. در واقع اگر از درون يك تمام نگار فوریه، به يك چشمه كوچك نور سفید (يك نور درخش در اطاقی تاریك به زیبایی کارایی دارد) نگاه کنید، این دو تصویر آینه ای را می بینید که فوق العاده تارند و نوارهای رنگهای طیفی آنها را در بر گرفته اند. شباهت این اثر با نور سفیدی که از يك توری عبور کرده است آشکار و تردیدناپذیر است.^۱

۲۰۳.۱۴ پیشرفتهای اخیر

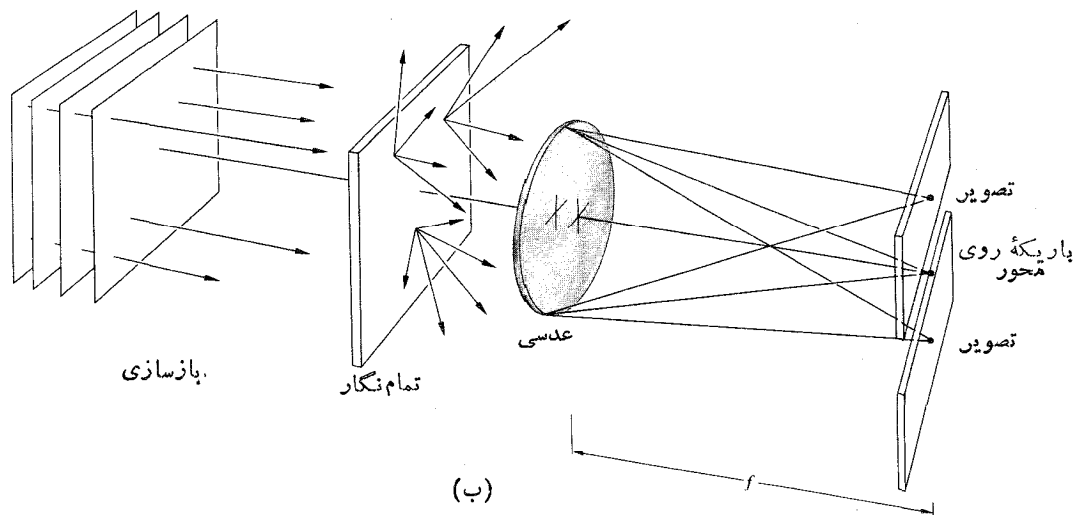
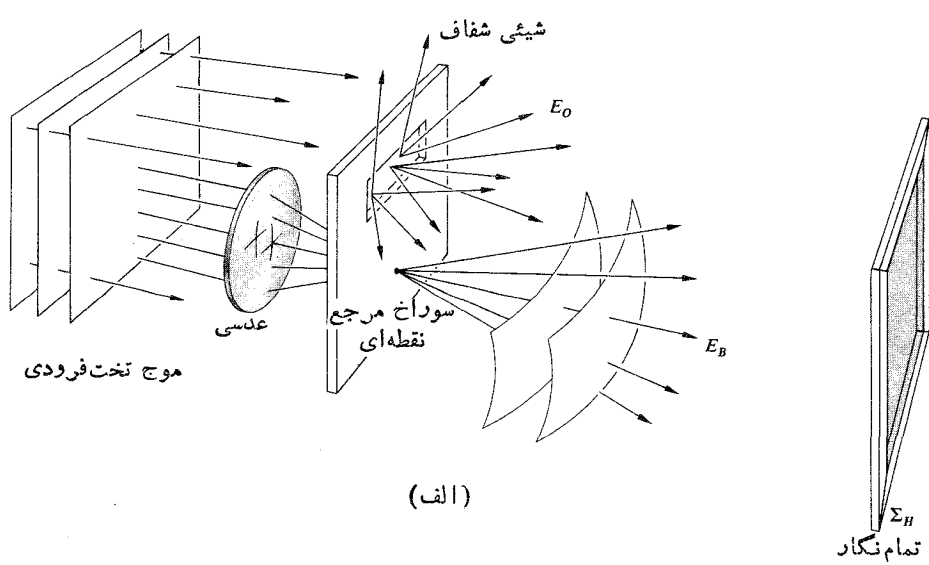
تمام نگاری از هنگام اختراع تا سالها بعد به دنبال کاربردی برای خود بود، با وجود این، برخی از امکانات آشکار مانند جایگاه آگهیهای سه بعدی به طور کاملاً اجتنابناپذیری پای به عرصه وجود نهاده بود. خوشبختانه، اخیراً پیشرفتهای زیاد و پراهمیت تکنولوژیی آغاز شده است که مطمئناً عامل توسعه همیشگی چشم-

بود. به سخن دیگر، علاوه بر سه بعدی کامل، آثار اختلاف منظر آشکار است، چیزی که در هیچ روش بازسازنده دیگر وجود ندارد (شکل ۳۹.۱۴). فرض کنید که به تصویر تمام نگاشتی يك ذره بین که روی صفحه ای چاپی کانونی شده است، نگاه می کنید. به تدریج که چشم خود را نسبت به صفحه تمام نگار حرکت می دهید، کلماتی که به وسیله عدسی (که خود تنها يك تصویر است) درشت شده اند، واقعاً تغییر می کنند؛ درست مثل اینکه واقعاً از پشت يك عدسی «واقعی» به يك متن چاپی «واقعی» نگاه می کنید. در حالت مربوط به يك صفحه گسترده با عمقی چشمگیر، به تدریج که نواحی مختلف آن را از فواصل مختلف نگاه می کردید، چشمانتان بایسد عمل تطابق را انجام می دادند. اگر می خواستید از آن نواحی از تصویر مجازی عکس بگیرید، يك عدسی دوربین باید دقیقاً به همین روش دوباره تنظیم می شد. جنبه های فوق العاده جالب دیگری که تمام نگارها از خود بروز می دهند، نیز وجود دارند. مثلاً، اگر کنار پنجره ای ایستاده باشید می توانید تمامی این پنجره را مثلاً، با يك تکه مقوای نازك پوشانید، مگر يك مساحت كوچك را که می توانید از طریق آن به دقت نگاه کنید و با این حال اشیای آن سو را ببینید. همین مطلب در مورد يك تمام نگار نیز صادق است، زیرا هر قطعه كوچك آن، دست کم وقتی که از زاویه مناسبی دیده شود، اطلاعات مربوط به كل جسم را در بردارد، و می تواند تمامی تصویر را، البته با کاهش توان تفکیک، دوباره تشکیل دهد. تفسیر تیغه منطقه ای در طرحهای گوناگون تمام نگاشتی که تا اینجا با آنها سروکار داشته ایم کاربرد داشته است و این امر بدون توجه به نوع میدان نزدیک یا میدان دور بودن موج پراشیده (یعنی در حالتی که به ترتیب تمام نگارهای فریل داشته ایم یا فرانوفر)، بسوده است. در واقع این تعبیر عموماً آنجایی به کار می رود که تداخل نگاری نتیجه برهنه موجکهای کروی پراکنده ناشی از هر شیء نقطه ای و يك موج مرجع تخت همدوس یا حتی موج مرجع کروی (به شرط آنکه انحنای این موج اخیر نسبت به انحنای موجکها تفاوت کند)، باشد. بنابراین يك نقص ذاتی، که معمولاً همه این طرحها دارند، از آنجا ناشی می شود که شعاعهای تیغه منطقه ای، R_m ، در معادله (۹۱.۱۵) به شکل $m^{1/2}$ تغییر می کنند. از اینرو فریزهای منطقه ای در نواحی دورتر از مرکز هر عدسی منطقه ای (یعنی به ازای مقادیر بزرگتر m) به طور چگالتری متراکم می شوند. این مطلب در حکم افزایشی در بسامد فضایی حلقه های روشن و تاریك است، که باید صفحه حساس عکاسی آنها را ضبط کند. اما چون فیلم، صرف نظر از آنکه دانه های تا چه حد ریز باشند، در پاسخ به بسامد فضایی محدودیت دارد، چرا که يك بریدگی

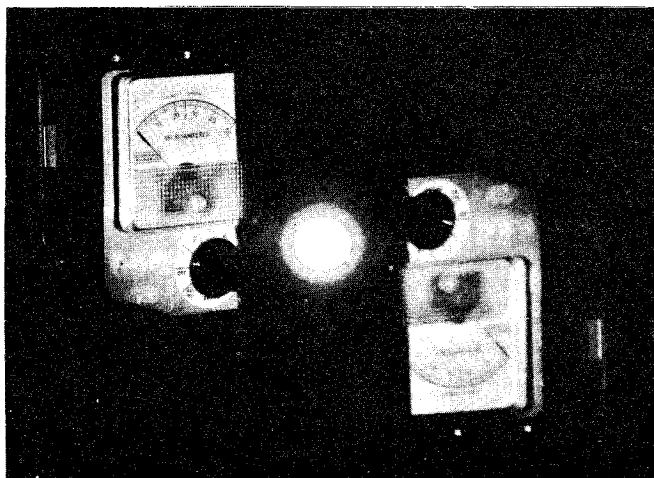
1. DeVelis and Reynolds, *Theory and Applications of Holography*, Stroke, *An Introduction to Coherent Optics and Holography*, Goodman, *Introduction to Fourier optics*, Smith, *Principles of Holography*

کتاب زیر نیز احتمالاً می تواند سودمند باشد

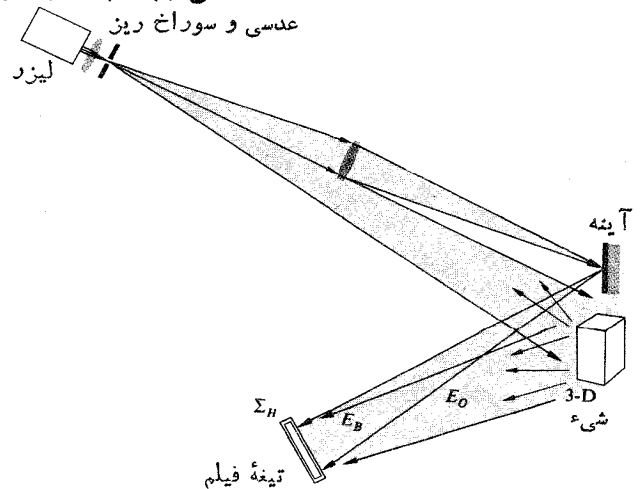
The Engineering Uses of Holography, edited by E. R. Robertson and J. M. Harvey.



شکل ۴۰.۱۴ تمام نگاری تبدیل فوریه‌ای بدون عدسی.



شکل ۴۲.۱۴ بازسازی يك تمام نگار تبدیل فوریه‌ای.

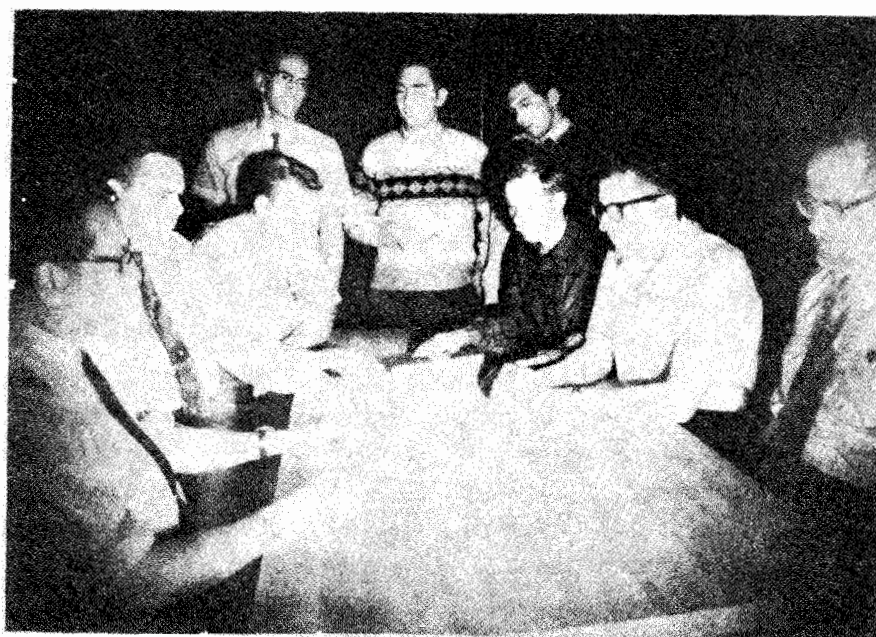


از لحاظ تصویری شبیه فرایند عکاسی رنگی قدیمی (۱۸۹۱/۱۲۷۵) گابریل لیپمن بود. به طور خلاصه، موج شیئی از جسم بازتابیده شده و به عقب انتشار یافته، موج ورودی همدوس زمینه راهپوشانی می‌کند. این دو موج با این عمل، نقشی سه بعدی از امواج ایستاده را پدید می‌آورند، توزیع فضایی ملازم فریزها، به نوبه خود، از طریق امولسیون عکاسی در سرتاسر ضخامتش ضبط می‌شود تا چیزی را که تمام‌نگار حجمی نامیده می‌شود، تشکیل دهد. از آن به بعد تغییرات زیادی در این طرح داده شده است و لی اساس ایده‌ها یکی است؛ تمام‌نگار حجمی، بیش از اینکه یک ساختار توری گونه دو بعدی ایجاد کند، یک توری سه بعدی است. به سخن دیگر، تمام‌نگار حجمی یک آرایه دوره‌ای، مدوله شده، و سه بعدی از اشیای فاز یادامنه است که نمایانگر داده‌ها است. این تمام‌نگار می‌تواند در محیطهای متعدد ضبط شود، مثلاً در امولسیونهای عکاسی که درون آنها دانه‌های نقره اندود شده‌اند؛ در شیشه‌های فوتورنگی با بلورهای هالوژنی نظیر KBr که از طریق تغییرات مرکز رنگی به تابیدگی پاسخ می‌دهند؛ یا بایک بلور فروالکتریک نظیر لیتیم نیوبایت که ضریب شکست آن متحمل تغییرات موضعی می‌شود و بدین ترتیب چیزی را تشکیل می‌دهد که می‌توان آن را یک تمام‌نگار حجمی فازی نامید. به هر حال، با آرایه‌ای حجمی از داده‌ها روبه‌رو هستیم، و لی در محیطی انباشته شده است که در فرایند بازسازی بسیار همانند بلوری رفتار می‌کند که پرتوهای x

اندازها و فواید تمام‌نگاری خواهد بود. در این زمینه تصاویر بسی شمار ماشینها و قطارهای اسباب بازی، مهره‌های شطرنج و تندیسهای اشیای کوچکی که روی قطعات گول‌پیکر گرانیث قرار داشتند، نمایانگر کوششهای اولیه‌ای بودند. ضرورت کوچکی این اجسام به علت محدودیت توان و طول همدوسی لیزر بود؛ در حالی که سکوی سنگین همه جا حاضر گرانیث برای برطرف کردن جزئیترین ارتعاشاتی که می‌توانستند فریزها را تار و در نتیجه کیفیت داده‌های انباشته را پایین آورده و یا محو کنند، به کار می‌رفت. صدایی بلند یا یک تندباد می‌توانست باعث جابه‌جایی صفحه عکاسی، شیء یا آینه‌ها به میزان چند میلیونم اینچ در طول زمان نوردهی، که خود می‌تواند در حدود یک دقیقه یا چیزی نزدیک به آن باشد، بشود؛ و این امر به خراب شدن تصویر بازسازی منجر می‌شود. دوران زندگی آرام تمام‌نگاری همین ایام بود. اما اکنون، با به کار بردن فیلمهای جدید، بسیار حساس و درخشهای توری با توان زیاد و طول عمر اندک (تقریباً ۴۰ ns) حاصل از یک لیزر یا فوتی تک‌مدی پتیده، حتی تمام‌نگاشتی پیکرنگاری و ساکن-متحرک نیز جامعه واقعیت پوشیده است.^۱

۱. تمام‌نگارهای حجمی

یوری نیکلایوویچ دنیسوک، اهل اتحاد شوروی، در سال ۱۳۴۱/۱۹۶۲ برای پدید آوردن تمام‌نگارها طرحی ارائه کرد که



شکل ۴۳۰۱۴ بازسازی یک تک‌چهره تمام‌نگاشتی.

معینی، θ ، طول موج بازتابیده نیز متناسب با آن کاهش می یابد. از اینرو صحنه ای که در نور سرخ He-Ne ضبط شده است، به هنگام پخش با نور سفید، ممکن است به رنگ نارنجی یا حتی سبز ظاهر شود.

اگر چندین تمام نگار همپوشی متناظر با طول موجهای مختلف انباشته شوند، یک تصویر بس فام حاصل خواهد شد. مزایای استفاده از یک چشمه معمولی نور سفید برای پخش تصاویر سه بعدی تمام رنگی آشکار و فراگیر است.

۲. قد داخل سنجی تمام نگاشتی

یکی از جدیدترین و عملیترین پیشرفتهای اخیر تمام نگاشتی در حوزه قد داخل سنجی است. سه رهیافت مشخص، کارایی خود را در بسیاری از وضعیتهای آزمون غیر ویرانگر نشان داده اند، که در آنها هر کسی می تواند واپیچشهای میکرواینچی ناشی از کرنش، ارتعاش، گرما و جز اینها را در یک جسم بررسی کند. در روش نوردهی دوگانه، یک تمام نگار از شیء ناآشفته تشکیل می دهند، و سپس پیش از انجام فرایند ظهور و ثبوت، برای بار دوم تمام نگار را در برابر نور دریافتی از شیء که اکنون واپیچیده است، قرار می دهند. نتیجه نهایی، دو موج بازسازی شده همپوشان است که به بیش می روند تا یک نقش فریز را تشکیل دهند که نمایانگر جابه جاییهایی است که از جانب این شیء انجام شده است، یعنی نمایانگر تغییرات طول مسیر نوری است (شکل ۴۴.۱۴). تغییرات ضریب شکست مانند آنچه که در تونلهای بادی و نظایر آن اتفاق می افتد، همان نوع نقش را پدید خواهد آورد.

در روش زمان حقیقی، موضوع در تمام مدت در وضعیت اصلی خود رها می شود؛ تمام نگار پردازش و چنان تشکیل می شود که تصویر مجازی حاصل دقیقاً شیء را پوشاند (شکل ۴۵.۱۴). هر گونه واپیچش که در خلال آزمون بعدی ایجاد می شود، با نگاه کردن به درون تمام نگار، همچون سیستمی از فریزها، ظاهر می شود که می توان تغییر تدریجی آن را در زمان حقیقی بررسی کرد. این روش هم در مورد اجسام کدر و هم شفاف، کاربردپذیر است. می توان برای تشکیل ضبط پیوسته ای از پاسخ، تصاویر متحرکی منظور کرد.

روش سوم، رهیافت هیانگین زمانی است و به ویژه برای سیستمهای نوسانی سریع و کم دامنه، به ویژه کاربرست پذیر است. در اینجا، فیلم عکاسی را به مدتی نسبتاً طولانی نور می دهند که در این مدت، جسم مرتعش تعدادی نوسان اجرا کرده است. تمام نگار حاصل را می توان همچون برهمه ای تعداد زیادی تصویر دانست که اثر آن خارج شدن یک نقش موج ایستاده است. سطوح روشن نمایانگر نواحی منحرف نشده یا یک گره ساکن هستند، در حالی که خطوط پیرامونی، سطوحی با دامنه ارتعاشی ثابت را ترسیم می کنند.

بر آن تابیده باشد. این تمام نگار، موج فرودی (بازسازنده) را بر مبنای قانون براگ (بخش ۷.۲.۱۰) می پراکند. این امر خیلی هم شگفت انگیز نیست زیرا هم مقیاس مراکز پراکندگی و هم λ هر دو به تناسب اختیار شده اند. جنبه مهمی از تمام نگارهای حجمی بستگی درونی طول موج و زاویه پراکندگی [از طریق قانون براگ، $2d \sin \theta = m\lambda$] (۷.۱.۱۰) است، یعنی فقط نور رنگی مشخصی تحت زاویه و ویژه ای، به وسیله این تمام نگار پراشیده خواهد شد. خاصیت مهم دیگر این است که با تغییر پی در پی زاویه فرودی (یا طول موج)، می توان توسط یک حجم و تعداد زیادی تمام نگار همزیست را به طور همزمان انبار کرد. خاصیت اخیر، چنین سیستمهایی را به عنوان ابزاری حافظه ای که محکم بسته بندی شده اند هواداران زیادی پیدا می کند. یک تک بلور لیتیوم نیوبایت به راحتی می تواند هزاران تمام نگار را انبار کند و هر کدام از آنها را با رودر رو قرار دادن با باریکه ای از لیزر، تحت زاویه ای مناسب، می توان وادار به پخش آنچه را که در آنها ضبط شده است، کرد. یک تصویر متحرک سه بعدی تمام نگاشتی را در نظر بگیرید، مثلاً کتابخانه، یا آمار وقایع زندگی هر کسی - نشانه های زیبایی، کارتهای اعتباری، مسالیاتها، عادهای زشت، درآمد، تاریخچه زندگی و... که این همه بر بلورهایی به اندازه کف یک دست یا حتی کوچکتر از آن، ضبط شده اند.

بازسازیهای بس فام با استفاده از تیغه های تمام نگاشتی حجمی (سیاه و سفید) شکل گرفته اند، دو، سه یا چند باریکه لیزری به رنگهای گوناگون و ناهمدموس دوجانبه که روی هم می افتند، برای ایجاد تمام نگارهای سازا، هم رفتار، و جداگانه ای از شیء مورد استفاده قرار گرفته اند و این کار را می توان یکی یکی و به طور همزمان انجام داد. وقتی که به این تمام نگارها به طور همزمان باریکه های سازای گوناگون تابانیده شوند، تصویری بس فام به دست می دهند.

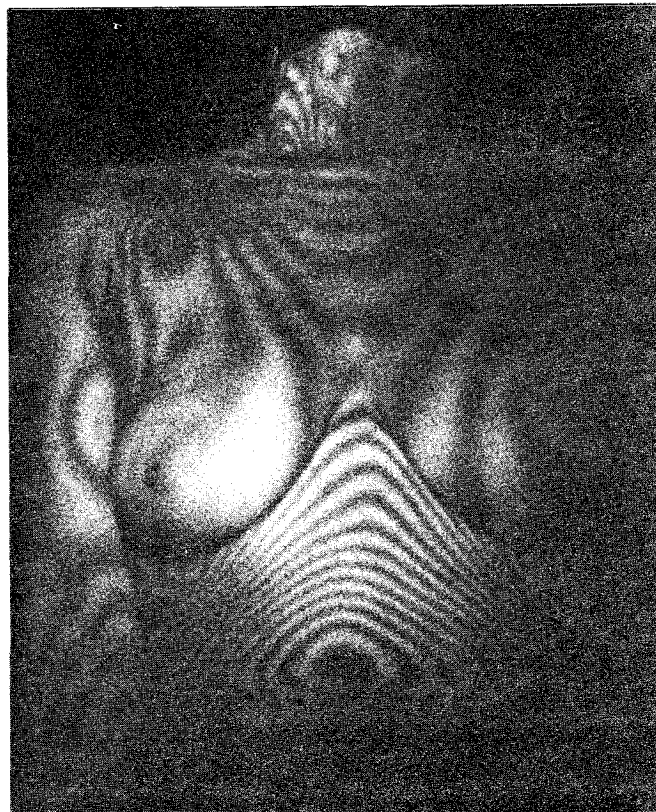
طرح مهم و بسیار امیدبخش دیگری که توسط استروک و لبری ابداع شده است تمام نگاری بازتابشی خودسفید نامیده شده است. در اینجا، موج بازسازنده یک باریکه نور سفید معمولی، مثلاً ناشی از یک نور درخشی یا نورافکن است که جبهه موج آن شبیه موج زمینه تکفام مانند اصلی است. وقتی این تمام نگار درست ناظر روشن شود فقط طول موج ویژه ای که تحت زاویه مخصوص براگ وارد تمام نگار حجمی می شود، بازتابیده می شود تا تصویر مجازی سه بعدی بازسازی شده ای را تشکیل دهد. از اینرو اگر صحنه در نور قرمز لیزر ضبط شده باشد به جرأت می توان گفت که فقط نور قرمز به عنوان یک تصویر باز می تابسد. اما، از نظر آموزشی تأکید بر این نکته جالب خواهد بود که در ضمن فرایند ثبوت ممکن است امولسیون چروکیده شود و اگر از لحاظ شیمیایی (مثلاً با تری ایتیلن آمین) به شکل اصلی خود برگردانده نشود، فاصله بین صفحات براگ، d ، کاهش می یابد. یعنی تحت زاویه

۳. نازدهای بیشتری در راه است

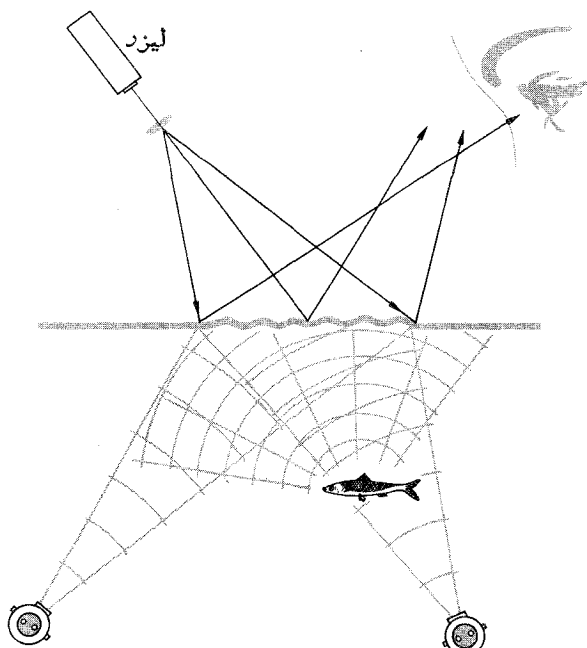
به نظر می رسد که اشاره به دو پیشرفت اخیر، اگر چه به اختصار، از ارزشی ویژه برخوردار باشد؛ یکی تمام نگاری آکوستیکی، و دیگری تمام نگاری ساخته کاپیوتر است.

در تمام نگاری آکوستیکی ابتدا از يك موج صوتی با بسامد فوق العاده زیاد (u.h.f) (فراصوت) برای پدید آوردن تمام نگار استفاده می شود و سپس يك باریکه لیزری برای تشکیل تصویر بازسازی شده قابل تشخیص به کار می رود. در يك مورد، نقش موج گونه و ساکن بر روی سطح يك جسم آبگون که به وسیله میدلهای همدوس غوطه ور ایجاد شده است، با تمام نگارشیی زیرین متناظر است (شکل ۴۶.۱۴). عکسبرداری از آن تمام نگاری را پدید می آورد که می توان آن را از لحاظ نوری روشن کرد تا تصویری دیداری تشکیل دهد. به همین ترتیب، می توان باریکه لیزری از بالا بر موج گونه ها تا بانید تا در نور بازتابیده يك بازسازی لحظه ای ایجاد شود.

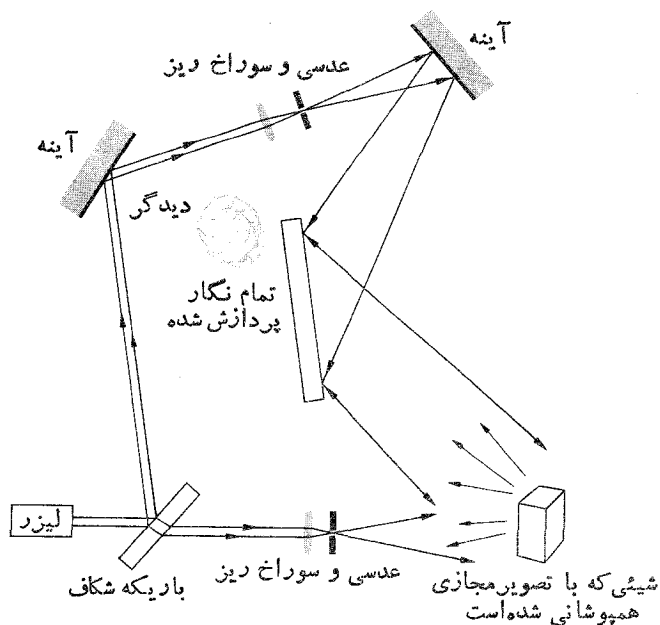
مزیت روشهای آکوستیکی این است که امواج صوتی می توانند در مایعات چگال و جامدات تا فواصل قابل ملاحظه ای انتشار یابند که نور نمی تواند این کار را انجام دهد. از اینرو، تمام نگارهای آکوستیکی می توانند چیزهای گوناگونی مانند زیر دریاییهای واقع در زیر آب و اندامهای درونی بدن موجود زنده را ضبط کنند. در حالت مربوط به شکل ۴۶.۱۴، ناظر چیزی



شکل ۴۴.۱۴ تداخل سنج تمام نکاشتی نوردهی دو گانه.



شکل ۴۶.۱۴ تمام نگاری آکوستیکی.



شکل ۴۵.۱۴ تداخل سنجی تمام نکاشتی زمان حقیقی.

1. A. F. Metherell, "Acoustical Holography." *Sci. Am*, 221, 36 (October 1969).

برای اطلاع از کاربرد جالب دیگر نقشهای برجسته سطحی، رك

A. L. Dalisa et al., "Photoanodic Engraving of Holograms on Silicon." *Appl. Phys. Lett*, 17, 208 (1970).

شبهه به يك تصوير متحرك را می بیند که توسط پرتو x از يك ماهی تهیه شده باشد.

ممکن است تمام نگار يك جسم تخیلی را به شیوه مصنوعي نقطه به نقطه ساخت. به سخن دیگر، در ساده ترین روش، می توان تمام نگارها را از طریق محاسبه با کامپیوتر ایجاد کرد، توزیع تابیدگی که از آن ناشی خواهد شد می تواند مربوط به جسمی باشد که در يك مرحله ضبط فرضی به طور مناسبی روشن شده باشد. يك قلم رسام یا لامپ کاتودی، که با کامپیوتر کنترل می شود، تداخل نگار را می خواند و ترسیم می کند و سپس از نقش ترسیم شده عکسبرداری می شود و از آن به بعد به عنوان تمام نگار واقعی به کار می رود. آنچه که بعد از روشن شدن تمام نگار به دست می آید يك تصویر سه بعدی بازسازی شده از شیء است که در ابتدا هرگز وجود واقعی نداشته است.^۱

۴.۱۴ نورشناخت غیرخطی

به طور کلی، حوزه نورشناخت غیرخطی شامل پدیده های شناخته شده ای است که شدت میدانهای الکتریکی و مغناطیسی بالاتر از توان يك، در مورد آنها نقش مهمی را بازی می کنند. اثر کر (بخش ۳.۱۱.۸) که عبارت از تغییرات توان دوم ضریب شکست به نسبت ولتاژ اعمال شده، و در نتیجه به نسبت میدان الکتریکی است، اثری معمولی از اثرات متعدد غیرخطی است که از مدت ها پیش شناخته شده اند.

بررسی متداول کلاسیکی انتشار نور- برهمهنگی، بازتابش، شکست و مانند آنها- رابطه ای خطی بین میدان نوری الکترومغناطیسی و سیستم پاسخ دهنده اتمی که محیط را در بر می گیرد، فرض می کند. ولی درست همان طوری که يك وسیله نوسانگر مکانیکی (مانند فنری که به آن وزنه ای آویخته است) را می توان از طریق اعمال نیروهای نسبتاً بزرگ وادار به پاسخ غیرخطی کرد، به همین ترتیب می توانیم پیش بینی کنیم که يك باریکه فوق العاده شدید نوری می تواند آثار نوری غیرخطی چشمگیری را پدید آورد. میدانهای الکتریکی همراه با باریکه های نوری حاصل از چشمه های معمولی، یا سنتی، بسیار کوچکتر از آن اند که بتوان مشاهده چنین رفتاری را به آسانی از آنها انتظار داشت. به همین دلیل، علاوه بر فقدان جسارت فنی اولیه، آدمی ناگزیر و با شکیبایی در انتظار ظهور لیزر بود تا بتواند نیروی کافی لگام گسیخته ای در ناحیه نوری طیف به وجود آورد. مثالی از انواع میدانهایی که با تکنولوژی کنونی دسترس پذیرند در نظر بگیرد که يك عدسی مطلوب می تواند يك

باریکه لیزری را به صورت لکه ای به قطر تقریبی 10^{-3} اینچ یا در آن حدود، کانونی کند که با سطحی به اندازه تقریبی $10^{-9} m^2$ ، متناظر است، در این صورت يك تب $200 MW$ ، ناشی از، مثلاً، يك لیزر یاقوتی سوییچ Q ، می تواند يك چگالی شمار $20 \times 10^{16} W/m^2$ ایجاد کند. از بخش ۱.۴.۳ چنین نتیجه می شود (مسئله ۶.۱۴) که دامنه میدان الکتریکی متناظر از رابطه زیر به دست می آید

$$E_0 = 2774 \left(\frac{I}{n} \right)^{1/2} \quad (14.14)$$

در این حالت خاص، به ازای $n \approx 1$ ، دامنه میدان در حدود $10^8 V/m$ است. این مقدار بسیار بیشتر از مقداری است که برای شکست هوا لازم است (تقریباً $3 \times 10^6 V/m$) و درست چندین مرتبه کمتر از میدانهای معمولی است که اجزای يك بلور را به هم پیوسته نگه می دارد. میدان اخیر تقریباً همانند میدان چسبنده الکترون در يك اتم هیدروژن است ($5 \times 10^{11} V/m$). دسترس پذیری این میدانها و حتی میدانهای بزرگتر ($10^{12} V/m$) گستره وسیعی از وسیله ها و پدیده های غیرخطی جدید مهم را ممکن ساخته است. ما این بحث را به ملاحظه پدیده های متعدد غیرخطی منسوب به محیطهای غیرفعال (یعنی محیطهایی که اساساً به صورت کاتالیزور عمل می کنند بدون اینکه بسامدهای مشخصه خود را ظاهر سازند) محدود خواهیم کرد. به ویژه، یکسوسازی نوری، ایجاد هماهنگی نوری، در آمیختگی بسامد، و خودکانونی نور را در نظر خواهیم گرفت. در مقابل، پراکندگی رامان برانگیخته، ریلی و بریلوئن (بخش ۸.۱۳) مثالهایی از پدیده های نوری غیرخطی ناشی از محیطهای فعال اند که بسامدهای مشخصه خود را روی موج نوری می رسانند.^۲

همچنان که به یاد می آورید (بخش ۱.۳.۳)، میدان الکترومغناطیسی يك موج نوری در هنگام انتشار درون يك محیط، بر الکترونهای سست پیوند، خارجی یا آزاد، نیرو وارد می کند. معمولاً این نیروها خیلی کوچک اند و در يك محیط خطی همسانگرد، قطبش الکتریکی حاصل، موازی و مستقیماً با میدان اعمال شده متناسب است. در واقع، قطبش از میدان پیروی می کند؛ اگر این میدان هماهنگ باشد، قطبش نیز هماهنگ خواهد بود. در نتیجه، می توان نوشت

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad (15.14)$$

که در آن χ ثابتی بدون بعد به نام پذیرفتاری الکتریکی است و

1. L. B. Lesem, P. M. Hirsch and J. A. Jordan, Jr., "The Promise of the Kinoform." *Optical Spectra* (Dec. 1970), p. 18.

۲. برای دستیابی به يك بررسی مفصلتر از اینکه در اینجا امکان پذیر است، رک N. Bloembergen, *Nonlinear Optics*; G. C. Baldwin, *An Introduction to Nonlinear Optics*.

۱۰۴.۱۴ یکسوسازی نوری

جمله دوم در معادله (۱۸.۱۴) دوسازای بسیار جالب دارد. نخست يك قطبش dc یا بایاس ثابت وجود دارد که بر حسب E تغییر می کند. در نتیجه، اگر يك باریکه قطبیده تخت شدید، از يك بلور مناسب (پیزوالکتریک) عبور کند، حضور غیر خطی بودن درجه دوم، به نوبه خود، از جانب يك قطبش الکتریکی ثابت محیط جلوه خواهد کرد. بنابراین، يك اختلاف ولتاژ متناسب با چگالی شار باریکه، در دوسر بلور ظاهر خواهد شد. این اثر، در تشابه با بسامد رادیویی همراه آن، یکسوسازی نودی نامیده می شود.

۲۰۴.۱۴ تولید هماهنگ دوم

جمله $\cos 2\omega t$ (۱۸.۱۴) با تغییر در قطبش الکتریکی با دوبرابر بسامد اساسی، یعنی با دو برابر بسامد موج فرودی متناظر است. نور مجدداً تابیده نیز، که از نوسانگرهای واداشته ناشی می شود، دارای سازایی در همین بسامد 2ω است، این فرایند تولید هماهنگ دوم، یا به اختصار SHG، نامیده می شود. به کمک نمایش فوتونی، می توانیم دوفوتون همسان با انرژی $h\omega$ را در نظر بگیریم که درون این محیط در هم ادغام شده و يك فوتونی با انرژی $h2\omega$ را پدید می آورند. فرانکن و همکاران متعددش در دانشگاه میشیگان، نخستین کسانی بودند که در سال ۱۹۶۱ به طور تجربی SHG را مشاهده کردند. آنها يك تپ ۳ کیلوواتی از نور سرخ لیزر یا قوتی (۶۹۴۳ nm) را روی بلوری از کوارتز کانونی کردند. دقیقاً در حدود يك بخش در 10^8 از این موج فرودی به هماهنگ دوم فرابنفش ۳۴۷.۱۵ nm تبدیل شده بود.

توجه کنید که، در نزد يك ماده مشخص، اگر $P(E)$ تابع فرودی باشد یعنی اگر وارونه شدن جهت میدان E فقط جهت P را وارونه کند، باید توانهای زوج E در معادله ۱۰.۱۴ حذف شوند. ولی این اتفاق درست همان چیزی است که در يك محیط همسانگرد نظیر شیشه یا آب روی می دهد. در مایع جهت ویژه ای وجود ندارد. به علاوه، در بلورهای نظیر کلسیت، که چنان ساخته شده اند که چیزی به نام مرکز تقارن یا يك مرکز وادونی دارند، وارونی تمامی محورهاى مختصات نباید روابط درونی بین کمیتهای فیزیکی را تغییر دهد. از اینرو، به وسیله این نوع مواد نمی توان هماهنگهای زوج ایجاد کرد. ولی ایجاد هماهنگ سوم (THG) می تواند وجود داشته باشد و مثلاً در کلسیت مشاهده شده است. این شرط که SHG يك بلور تقارن وارونی نداشته باشد، در مورد پیزوالکتریک بودن آن هم ضروری است. يك بلور پیزوالکتریک [مانند کوارتز، پتاسیم دی هیدروژن فسفات (KDP) یا آمونیوم دی هیدروژن فسفات (ADP)] وقتی تحت فشار قرار گیرد، واپیچیدگی نامتقارن توزیع بار در آن پدید می آید و در نتیجه، ایجاد ولتاژ می کند. از ۳۲ نوع بلور، ۲۵ نوع از آنها چنین اند و بنابراین می توان در SHG از آنها سود برد. عبارت ساده تردهای

منحنی تغییرات P نسبت به E يك خط مستقیم است. کاملاً بدیهی است که در حالت فرین مربوط به میدانهای خیلی شدید می توانیم انتظار داشته باشیم که P اشباع شده باشد، یعنی نمی تواند به سادگی به طور خطی و نامتناهی به تناسب E افزایش یا بد (درست مثل حالت آشنای مربوط به مواد فرومغناطیسی که در آنجا گشتاور مغناطیسی در مقادیر نسبتاً پایین H اشباع می شود). از اینرو، به تدریج که E افزایش می یابد، می توانیم يك افزایش تدریجی از غیر خطی بودن همیشه حاضری معمولاً کم اهمیت را پیش بینی کنیم. چون امتدادهای P و E در ساده ترین حالت يك محیط همسانگرد برهم انطباق می یابند، می توانیم قطبش را به طور مؤثرتری به صورت بسط يك سری بیان کنیم

$$P = \epsilon_0 (\chi E + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots) \quad (16.14)$$

پذیرفتاری خطی معمولی، χ ، از ضرایب جملات غیر خطی χ_2 ، χ_3 ، و ... بسیار بزرگتر است و بنابراین سهم ضریب اخیر فقط در میدانهای با دامنه بالا قابل ملاحظه است. حال فرض کنید يك موج نوری به شکل

$$E = E_0 \sin \omega t$$

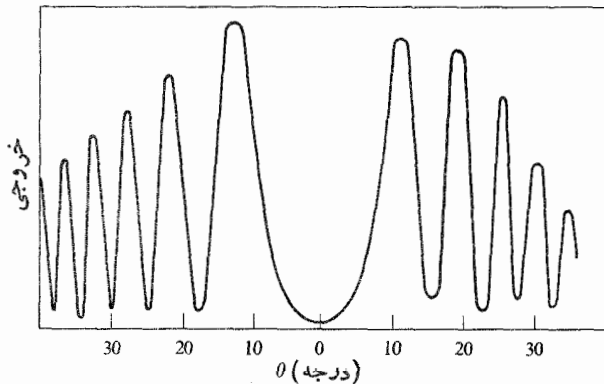
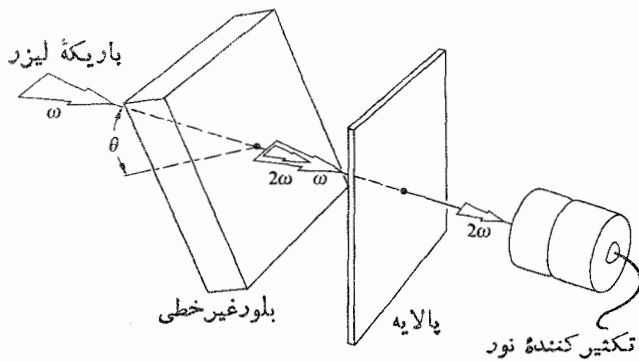
براین محیط بتابد. قطبش الکتریکی حاصل

$$P = \epsilon_0 \chi E_0 \sin \omega t + \epsilon_0 \chi_2 E_0^2 \sin^2 \omega t + \epsilon_0 \chi_3 E_0^3 \sin^3 \omega t + \dots \quad (17.14)$$

را می توان چنین نوشت

$$P = \epsilon_0 \chi E_0 \sin \omega t + \frac{\epsilon_0 \chi_2}{2} E_0^2 (1 - \cos 2\omega t) + \frac{\epsilon_0 \chi_3}{4} E_0^3 (3 \sin \omega t - \sin 3\omega t) + \dots \quad (18.14)$$

به تدریج که موج نوری هماهنگ داخل محیط راجاروب می کند، چیزی را پدید می آورد که می توان آن را موج قطبش دانست، یعنی توزیع مجدد (تموجی) از بار داخل ماده در پاسخ به میدان. اگر فقط جمله خطی مؤثر می بود، موج قطبش الکتریکی با يك جریان نوسانی همراه با نور فرودی متناظر می شد. نوری که از آن پس در چنین فرایندی مجدداً تابش می کند، موج شکسته معمولی خواهد بود که عموماً با سرعت کاسته شده v منتشر می شود (بخش ۲.۳.۳) و دارای همان بسامد نور فرودی است. در مقابل، حضور جمله هایی از مرتبه های بالاتر در معادله (۱۷.۱۴) ایجاب می کند که موج قطبش قطعاً همان نیمرخ هماهنگ میدان فرودی را داشته باشد. در واقع، معادله (۱۸.۱۴) را می توان به نمایشی از سری فوریه نیمرخ واپیچیده $P(t)$ تشبیه کرد.



شکل ۴۷.۱۴ ایجاد هماهنگ دوم به صورت تابعی از θ برای یک تیغه کوآرتز به ضخامت ۷۸ mm. ر. قله‌ها وقتی به وجود می‌آیند که ضخامت مؤثر مضرب زوجی از ℓ باشد.

زاویه و پهنای θ نسبت به محور نوری انتشار یابد، ضریب شکست، n_{ω} ، موج بنیادی عادی دقیقاً یا ضریب شکست هماهنگ دوم غیرعادی، $n_{2\omega}$ ، برابر خواهد بود. پس موجکهای هماهنگ دوم به طور سازنده تداخل خواهند کرد و در نتیجه میزان کارایی تبدیل را چندین مرتبه و تقریباً تا ۲۵٪ افزایش خواهند داد. مولدهای هماهنگ دوم، که عبارت‌اند از بلورهایی که به طور مناسبی بریده و سمگیری شده‌اند، در بازار یافت می‌شود، ولی به خاطر داشته باشید که θ تابعی از λ است و چنین وسیله‌ای در یک سامانکار می‌کند. اخیراً یک باریک‌سه هماهنگ دوم یک واتسی پیوسته در 532.3 nm ، به کمک قراردادن یک بلور باریوم سدیم نیوبایت درون محفظه یک واتی لیزر $106 \mu\text{m}$ ، به دست آمده است. این امر که موج ω سرتاسر بلور را به جلو و عقب می‌روید، باعث افزایش کارایی خالص تبدیل می‌شود.

(۱۶.۱۴) در واقع توصیف مناسبی برای یک بلور دی‌الکتریک معمولی نیست. مسائل بسیار پیچیده‌ترند زیرا سازهای میدان در جهت‌های گوناگون زیادی در یک بلور، می‌توانند قطبش الکتریکی را در هر جهتی تغییر دهند. یک بررسی کامل ایجاب می‌کند که \mathbf{P} و \mathbf{E} نه با یک کمیت نرده‌ای، بلکه به وسیله گروهای از کمیت‌ها که به شکل تانسور ویژه‌ای، از جمله تانسور پذیرفتاری، نظم یافته‌اند به یکدیگر ارتباط یابند.^۱

مشکل بزرگی بر سر راه ایجاد مقادیر فراوان نور هماهنگ دوم موجود است که از وابستگی ضریب شکست به بسامد، یعنی پاشندگی ناشی می‌شود. در نقطه‌ای ابتدایی که موج فرودی یا ω ، هماهنگ دوم یا 2ω را پدید می‌آورد، این دو موج همدوس‌اند. به تدریج که موج ω درون بلور منتشر می‌شود به ایجاد سهمهایی اضافی از نور هماهنگ دوم ادامه می‌دهد که همه آنها تنها در صورتی که یک رابطه فازی خاص را با هم حفظ کنند، تداخلی کاملاً سازنده را با یکدیگر خواهند داشت. اما موج ω با سرعت فاز v_{ω} حرکت می‌کند که معمولاً نسبت به سرعت فاز $v_{2\omega}$ مربوط به موج 2ω متفاوت است. بدین سان هماهنگ دومی که به تازگی گسیل یافته است، با بعضی از امواج 2ω که قبلاً ایجاد شده‌اند به طور تناوبی ناهم‌فاز می‌شود. محاسبه تابیدگی هماهنگ دوم، $I_{2\omega}$ ، که از تیغه‌ای به ضخامت ℓ خارج می‌شود، نشان می‌دهد که

$$I_{2\omega} \propto \frac{\sin^2 \left[\frac{\gamma \pi (n_{\omega} - n_{2\omega})}{\lambda_0} \right]}{(n_{\omega} - n_{2\omega})^2} \quad (۱۹.۱۴)$$

(شکل ۴۷.۱۴). از این رابطه نتیجه می‌گیریم که به ازای $\ell = \ell_c$ ، آنگاه $I_{2\omega}$ بیشینه مقدار خود را دارد که به ازای آن

$$\ell_c = \frac{1}{4} \frac{\lambda_0}{|n_{\omega} - n_{2\omega}|} \quad (۲۰.۱۴)$$

این طول را معمولاً طول همدوسی می‌خوانند (هرچند شاید نام دیگر برای آن مناسب‌تر باشد) و معمولاً مرتبه آن فقط حدود $20\lambda_0$ است. علیرغم این نکته، SHG کارآمد را می‌توان باروش کاری به نام جود شدن ضریب شکست، که اثرات ناخواسته پاشندگی را خنثی می‌کند، انجام داد؛ مختصر آنکه همه چیز چنان آرایش می‌یابد که $n_{\omega} = n_{2\omega}$ ، ماده‌ای که عموماً برای SHG به کار می‌رود، KDP است. این ماده پیزوالکتریک، شفاف و همچنین، به طور منفی تک محوری دوشکستی است. افزون بر این، دارای خاصیت جالبی است که اگر نور بنیادی یک موج عادی قطبیده خطی باشد، هماهنگ دوم حاصل یک موج استثنایی خواهد بود. همان‌طور که شکل ۴۸.۱۴ نشان می‌دهد، اگر نور در داخل یک بلور KDP تحت

۱. ضمناً هیچ چیز غیرعادی درباره این نوع رفتار وجود ندارد این رفتار همیشه پیش می‌آید. تانسورهای لختی، تانسورهای ضرایب و امغناطش، تانسورهای تنش و ... نیز وجود دارند.

$$E = E_{o1} \sin \omega_1 t + E_{o2} \sin \omega_2 t \quad (21.14)$$

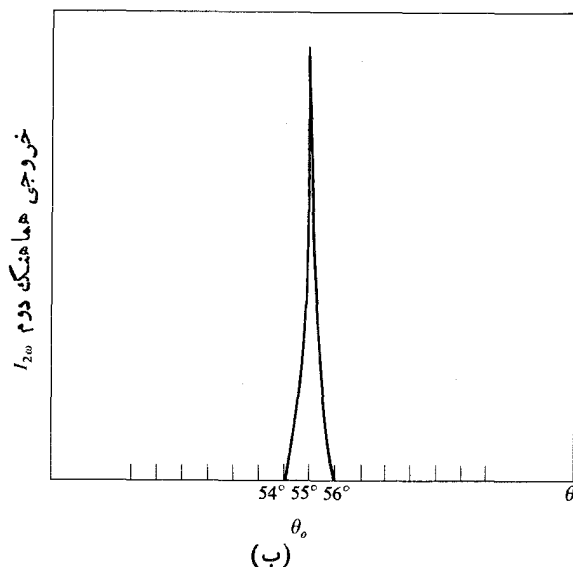
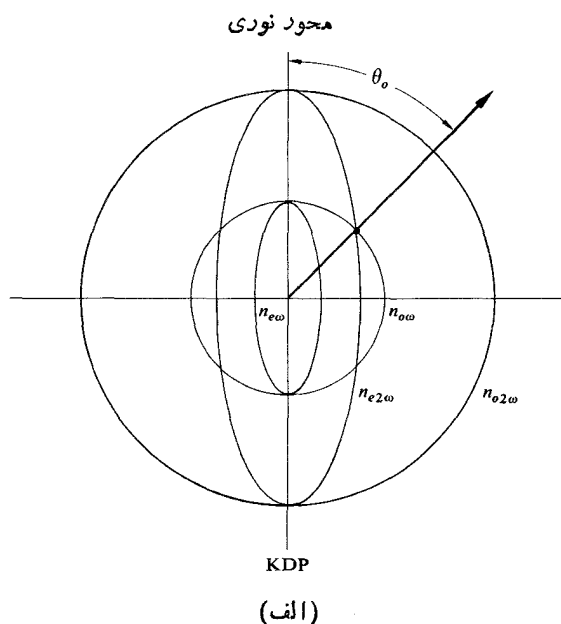
در ساده ترین عبارت مربوط به P که از طریق معادله (۱۶.۱۴) به دست داده شده است، می توان به راحتی ارزیابی کرد. پس سهم مربوط به مرتبه دوم چنین است

$$\epsilon_o \chi_2 (E_{o1}^2 \sin^2 \omega_1 t + E_{o2}^2 \sin^2 \omega_2 t + 2 E_{o1} E_{o2} \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t)$$

دو جمله اول را می توان به ترتیب بر حسب توابعی از $2\omega_1$ و $2\omega_2$ بیان کرد، در حالی که کمیت آخر، جملات مجموع و تفاضل $\omega_1 + \omega_2$ و $\omega_1 - \omega_2$ را پدید می آورند.

مانند تصویر کوانتومی، فوتون با بسامد $\omega_1 + \omega_2$ با ائتلاف دو فوتون اصلی در یک فوتون جدید متناظر است، درست به همان گونه مورد SHG که در آنجا هر دو کوانتوم دارای بسامد یکسان بودند، انجام گرفت. انرژی و اندازه حرکت فوتونهای نابود شده توسط فوتون مجموع به وجود آمده حمل می شود. ایجاد یک فوتون تفاضل $\omega_1 - \omega_2$ کمی بیشتر متداول است. بقای انرژی و اندازه حرکت ایجاب می کند که هنگام برهم کنش با یک فوتون ω_2 ، فقط فوتون با بسامد بالای ω_1 محو می شود و به موجب آن دو کوانتوم جدید ایجاد می شود، یکسی فوتون ω_2 و دیگری فوتونی که بسامد آن تفاضل بسامد این دو فوتون است.

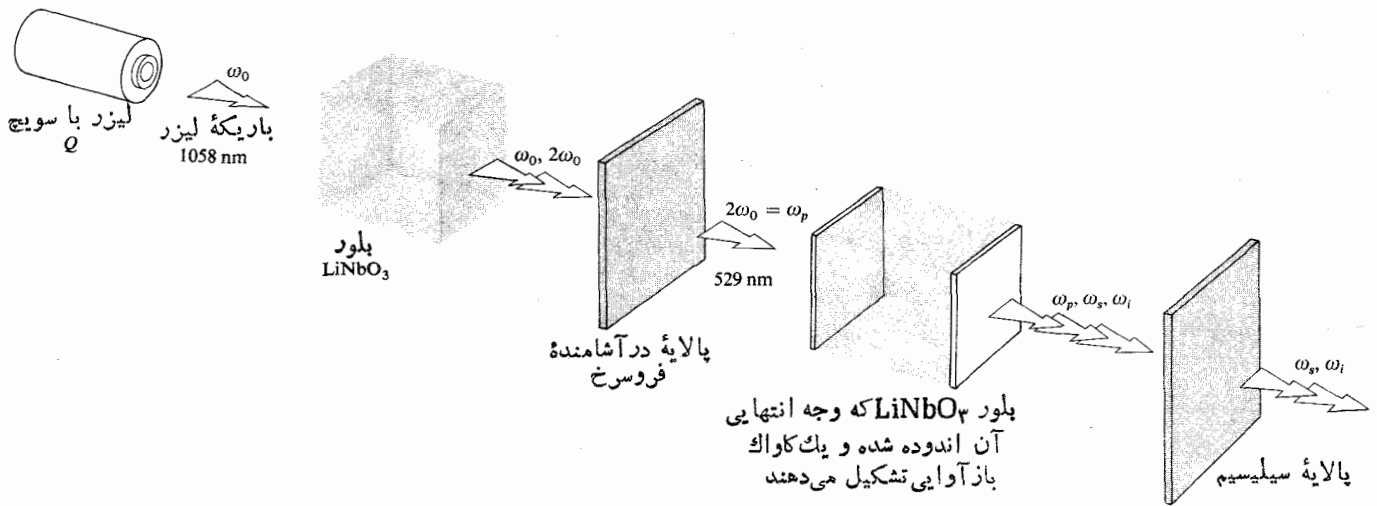
به عنوان یکی از کاربردهای این پدیده، فرض کنید در داخل یک بلور غیرخطی، موجی قوی به بسامد ω_p به نام نود دمشی با یک موج سیگنال ضعیف به بسامد کمتر ω_s که باید تقویت شود، زنش ایجاد می شود. نور دمشی بدین وسیله به نور سیگنال و نیز به یک اختلاف موج به نام نور هرزه گردد، به بسامد $\omega_p - \omega_s = \omega_d$ ، تبدیل می شود. اکنون اگر نور هرزه گرد به ترتیبی باشد که با نور دمشی زنش ایجاد کند، نور دمشی به مقادیر اضافی نور سیگنال و هرزه گرد تبدیل می شود. بدین ترتیب امواج سیگنال و هرزه گرد هر دو تقویت می شوند. این عمل در واقع تعمیمی به ناحیه بسامد نوری مفهومی مشهور به تقویت پاداهتری است، که کاربرد آن در طیف میکروموج به اوایل دهه ۱۹۴۰ برمی گردد. نخستین نوسانگر پاداهتری نودی که در ۱۹۶۵ به کار افتاد در شکل ۴۹.۱۴ نمایش داده شده است. رخیهای جانبی موازی و تخت یک بلور غیرخطی (لیتیوم نیوبایت) را اندود کردند تا یک کاواک نوری فابری-پرو تشکیل شود. بسامدهای سیگنال و هرزه گرد (هر دو در حدود ۱۰۰۰ nm) با دوتا از بسامدهای تشدید کاواک متناظر شده اند. وقتی چگالی شار نور دمشی به اندازه کافی بالا بود، انرژی از آن به داخل مدهای نوسانی هرزه گرد و سیگنال منتقل می شد که حاصل کار از مدها و گسیل انرژی تابشی هم دوس در همان بسامدها تشکیل می شد این انتقال انرژی از یک موج به موج دیگر در داخل محیطی بدون اتلاف نمونه فرایندهای پارامتری است. با تغییر ضریب شکست بلور (از طریق دما، میدان الکتریکی، و مانند آنها)



شکل ۴۸.۱۴ (الف) سطح ضریب شکست برای KDP. (ب) تغییرات $I_{2\omega}$ بر حسب سمتگیری بلور در KDP.

۳۰۴.۱۴ آمیختگی بسامدی

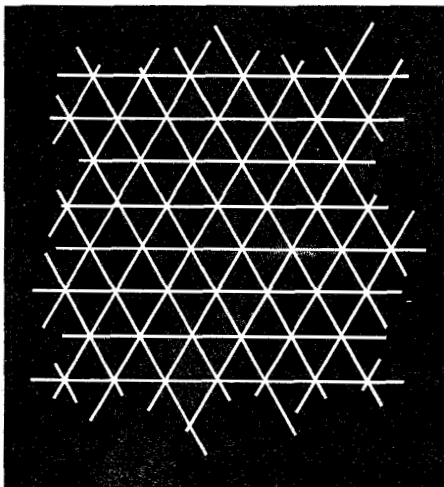
وضعیت دیگری که از دیدگاه عملی به طور چشمگیری جالب توجه است آمیختگی دویا چند باریکه اولیه با بسامدهای مختلف درون یک دی الکتریک غیرخطی است. این فرایند را با جایگزین کردن موجی به شکل



شکل ۴۹.۱۴ نوسانگر نوری پارامتری.

مسائل

۱۰۱۴ اگر یک باریکه لیزر به وسیله سه توری متقاطع شکل ۵۰.۱۴ پراشیده شود، نقش حاصل چگونه خواهد بود؟



شکل ۵۰.۱۴

۲۰۱۴ اگر شفافه‌ای نظیر شکل ۱۵.۱۴ الف به عنوان جسم به کار رود، طرح تقریبی نقش پراش فرانیهوفر حاصل را رسم کنید. چگونه می‌توانید آن را پالایش دهید تا شکل ۵۱.۱۴ ب را به دست آورید.

۳۰۱۴ مسئله قبلی را با به کار بردن شکل ۵۲.۱۴ حل کنید.

نوسانگر قابل کواک می‌شود. پیکر بندیهای گوناگون نوسانگری که تاکنون تشریح کرده‌ایم، از مواد غیرخطی دیگری هم، مانند باریوم سدیم نیوبایت، بهره می‌گیرند. نوسانگر پارامتری نوری لیزرگونه است، در گستره وسیعی قابل کواک است، و در فروسرخ تا فرابنفش سرچشمه انرژی تابشی هم‌دوس است.

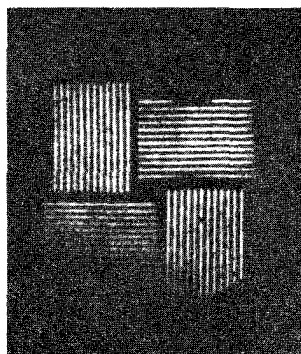
۴۰۴.۱۴ خودکانونی نور

وقتی دی‌الکتریکی تحت تأثیر یک میدان الکتریکی که در فضا تغییر می‌کند قرار بگیرد، یعنی وقتی یک گرادیان میدان موازی با \mathbf{P} وجود دارد، نیرویی داخلی حاصل خواهد شد. اثر این پدیده تغییر چگالی، تغییر گذردهی و در نتیجه تغییر ضریب شکست است. و این کار در هر دو محیط همسانگرد خطی و غیرخطی انجام می‌گیرد. سپس فرض کنید که یک باریکه شدید لیزر با توزیع چگالی شار گاوسی عرضی را بزرگ نمونه بتا بایم. تغییرات القایی ضریب شکست باعث خواهد شد که محیط در ناحیه باریکه نورچنان عمل کند که گویی یک عدسی مثبت است. به همین ترتیب، این باریکه نور فشرده می‌شود، چگالی شار باز هم افزایش بیشتری پیدا می‌کند و این فشرده‌گی در فرایندی به نام خودکانونی ادامه پیدا می‌کند. این اثر تا زمانی که باریکه به یک قطر رشته محدودکننده (در حدود $10^{-6} \times 5 \text{ m}$) برسد دوام پیدا می‌کند و در آنجا بازتاب کلی داخلی رخ می‌دهد، چنان که گویی این باریکه در یک عنصر تار نوری که درون محیط نشاندۀ شده است، قرار دارد.^۱

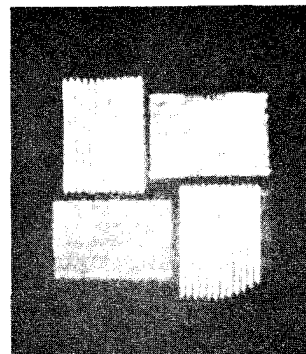
۴۰۱۴* این بار همان مسئله را با به کار بردن شکل ۵۳۰۱۴ حل کنید.
۵۰۱۴ با مراجعه به شکل ۱۵۰۱۴، بگویید چه نوع پالایسه‌ای،
هر کدام از نقشه‌های نموده شده در شکل ۵۴۰۱۴ را تولید می‌کند؟
۶۰۱۴ نشان دهید که بیشینه شدت میدان الکتریکی، E_{\max} ، که
برای يك تابیدگی معلوم I وجود دارد، چنین است

$$E_{\max} = 27.4 \left(\frac{I}{n} \right)^{1/2} \text{ V/m}$$

که n ضریب شکست محیط است.

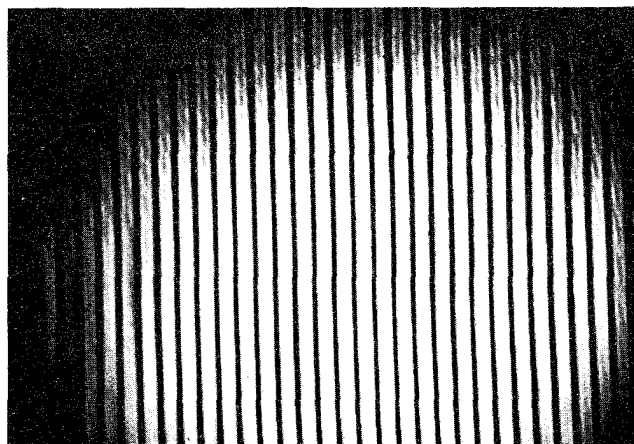


(الف)



(ب)

شکل ۵۱۰۱۴



(الف)

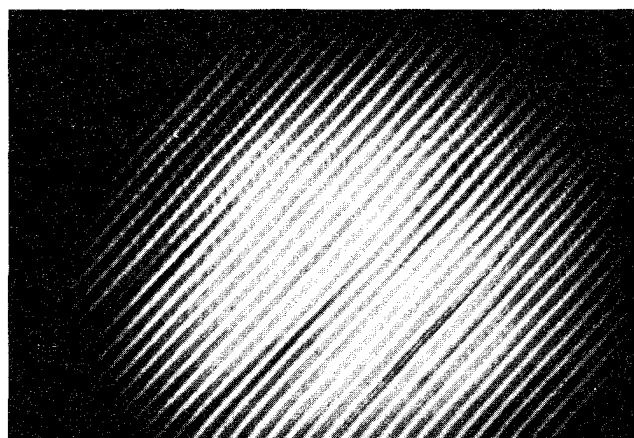


(الف)



(ب)

شکل ۵۲۰۱۴



(ب)

شکل ۵۴۰۱۴

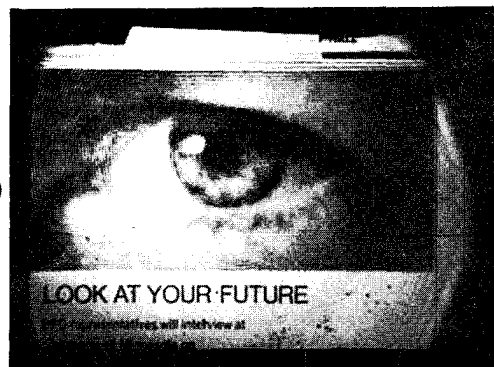
۷۰۱۴* آرایشی که در شکل ۵۵۰۱۴ نموده شده است، برای تبدیل
يك باریکه لیزری به يك موج کروی به کار رفته است. سوراخ ریز
دایره‌ای شکلی باریکه را پاك می‌کند یعنی آثار پراش ناشی از گرد و
خاك و نظایر آن را بر روی عدسی حذف می‌کند. این کار را
چگونه انجام می‌دهد؟

۸۰۱۴ اگر يك باریکه لیزری به جای اینکه روی يك دیوار هموار

(الف)

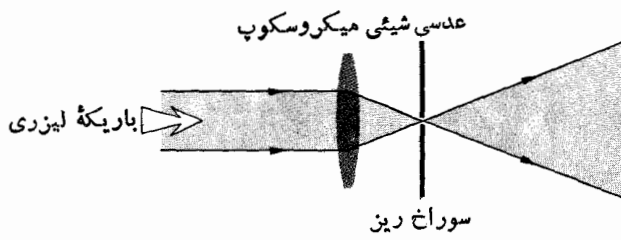


(ب)



شکل ۵۳۰۱۴

افکنده شود روی محلول معلقى نظیر شیر انداخته شود، نقش دانه
برنجی چه تغییری خواهد کرد؟



پیوست ۱. نظریه الکترومغناطیس

شکل دیفرانسیلی معادلات ماکسول

مجموعه عبارتهای انتگرالی که معادلات ماکسول نام دارند، عبارتند از

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int \int_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad [5.3]$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu \int \int_A \left(\mathbf{J} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad [13.3]$$

$$\int \int_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon} \int \int \int_V \rho dV \quad [7.3]$$

و

$$\int \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad [9.3]$$

که در آنها، بنا بر معمول، یکاها در دستگاه mks اند.

معادلات ماکسول را می توان به صورت دیفرانسیلی نوشت که برای استخراج جنبه های موجی میدان الکترومغناطیسی مفیدترند. این گذار، با به کارگیری دو قضیه از آنالیز برداری، یعنی قضیه واگرایی گاوس

$$\oint \oint_A \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int \int \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV \quad (\text{پ } 1.1)$$

و قضیه استوکس

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int \int_A \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{پ } 2.1)$$

به آسانی انجام می گیرد. در اینجا کمیت \mathbf{F} يك بردار ثابت نیست،

بلکه تابعی است که به موضع متغیرها وابسته است. این قاعده ای است که يك تك بردار، مثلاً درمختصات دکارتی، $\mathbf{F}(x, y, z)$ را با هر نقطه (x, y, z) در فضا همراه دارد. توابعی از این قبیل را، نظیر \mathbf{E} و \mathbf{B} که دارای مقدار برداری اند، میدانهای برداری می گویند.

با اعمال قضیه استوکس در مورد شدت میدان الکتریکی داریم

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int \int \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{پ } 3.1)$$

از مقایسه این معادله با معادله (5.3) نتیجه می گیریم

$$\int \int \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = - \int \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{پ } 4.1)$$

این نتیجه باید برای کلیه سطوح محدود به مسیر C صادق باشد. این مطلب تنها در صورتی صحیح است که عبارتهای زیر انتگرال نیز خودشان باهم برابر باشند، یعنی اگر داشته باشیم

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{پ } 5.1)$$

کاربرد مشابه قضیه استوکس در مورد \mathbf{B} با استفاده از معادله (13.3) به دست می دهد

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \left(\mathbf{J} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{پ } 6.1)$$

از اعمال قضیه واگرایی گاوس در مورد شدت میدان الکتریکی داریم

D، همانند **E** در تمام فضا بسط می‌یابد و به هیچ وجه مانند **P** به ناحیه‌ای که دی‌الکتریک اشغال کرده است، محدود نمی‌شود. خطوط **D** از بارهای متحرک آزاد شروع و به آنها نیز ختم می‌شوند. شروع و ختم خطوط **E** یا از بارهای آزاد است و یا از بارهای قطبش‌مقید. اگر بار آزاد وجود نداشته باشد، حالتی که در مجاورت یک دی‌الکتریک قطبیده یا در فضای آزاد پیش می‌آید، خطوط **D** روی خودشان بسته می‌شوند.

چون در حالت کلی، پاسخ محیطهای نوری به میدانهای **B** نسبت پاسخ خلا^۱ اندکی تفاوت دارد، توصیف مفصل این فرایند ضروری نیست. کافی است بگوییم که ماده قطبیده نخواهد شد. می‌توانیم یک بردار قطبش مغناطیسی یا مغناطیدگی **M** را به صورت گشتاور دو قطبی مغناطیسی در واحد حجم تعریف کنیم. برای پرداختن به تأثیر محیطی که به طور مغناطیسی قطبیده شده است، یک بردار کمکی **H** را، که به طور سنتی شدت میدان مغناطیسی می‌نامیم، معرفی می‌کنیم

$$\mathbf{H} = \mu_0^{-1} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (\text{پ } ۱۳.۱)$$

در مورد محیط همگن، خطی (غیر فرومغناطیسی)، و همسانگرد، **B** و **H** باهم موازی و متناسب‌اند

$$\mathbf{H} = \mu^{-1} \mathbf{B} \quad (\text{پ } ۱۴.۱)$$

در کنار معادلات (پ ۱۲.۱) و (پ ۱۴.۱) معادله^۲ مشخصه دیگری وجود دارد

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{پ } ۱۵.۱)$$

که آن را به نام قانون اهم می‌شناسیم، این معادله بیانی است از یک قاعده^۳ تجربی که در مورد رساناها در دمای ثابت صادق است. شدت میدان الکتریکی و بنابراین نیروی وارد بر هر الکترون در یک رسانا، جریان بار را تعیین می‌کند. ثابت تناسب، σ ، که **E** و **J** را به هم مربوط می‌کند رسانندگی محیط ویژه است.

محیط نسبتاً کلیر خطی (غیر فرومغناطیسی و غیر فرومغناطیسی)، همگن، و همسانگردی را که از نظر فیزیکی ساکن است، در نظر می‌گیریم. با استفاده از معادلات مشخصه، می‌توان معادلات ماکسول را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon \quad [\text{پ } ۹.۱]$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad [\text{پ } ۱۰.۱]$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad [\text{پ } ۵.۱]$$

و

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \sigma \mathbf{E} + \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{پ } ۱۶.۱)$$

$$\iint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \iiint \nabla \cdot \mathbf{E} dV \quad (\text{پ } ۷.۱)$$

اگر معادله^۴ (۷.۳) را به کار ببریم، خواهیم داشت

$$\iiint \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \frac{1}{\epsilon} \iiint \rho dV \quad (\text{پ } ۸.۱)$$

و چون این رابطه باید برای هر حجمی (یعنی برای هر حوزه بسته دلخواه) صادق کند، دو انتگرال باید باهم برابر باشند. در نتیجه، در هر نقطه (x, y, z, t) در فضا - زمان

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon \quad (\text{پ } ۹.۱)$$

به همین روش، به کار بردن قضیه^۵ واگرایی گاوس در مورد میدان **B**، و ترکیب آن با معادله^۶ (۹.۳) به دست می‌دهد

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{پ } ۱۰.۱)$$

معادلات (پ ۵.۱)، (پ ۶.۱)، (پ ۹.۱)، و (پ ۱۰.۱) شکل دیگر انسیبلی معادلات ماکسول‌اند. برای دستیابی به حالت ساده^۷ مختصات دکارتی و فضای آزاد ($\rho = J = 0$ ، $\epsilon = \epsilon_0$ ، $\mu = \mu_0$)، [معادلات (۱۸.۳) تا (۲۱.۳)].

امواج الکترومغناطیسی

به منظور استخراج معادله^۸ موج الکترومغناطیسی در شکل کلی آن، مجدداً باید وجود محیطی را در نظر بگیریم. در بخش ۱۰.۳.۳ دیدیم که نیاز داریم بردار قطبش، **P**، را که معیاری است از رفتار کلی محیط که در آن **P** برآیند گشتاور دو قطبی الکتریکی در واحد حجم است، وارد کنیم. از آنجا که میدان درون ماده تغییر کرده است، به تعریف یک کمیت میدانی جدید، یعنی جابجایی **D**، می‌رسیم

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (\text{پ } ۱۱.۱)$$

پس روشن است که

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0} - \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0}$$

میدان الکتریکی داخلی **E** اختلاف بین میدان \mathbf{D}/ϵ_0 که در غیاب قطبش هم می‌تواند وجود داشته باشد، و میدان \mathbf{P}/ϵ_0 ناشی از قطبش است.

در مورد دی‌الکتریک همگن، خطی، و همسانگرد، **P** و **E** همراستا بوده و متقابلاً متناسب‌اند. نتیجه می‌گیریم که **D** نیز با **E** متناسب است

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (\text{پ } ۱۲.۱)$$

که در آن از این واقعیت که

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = \nabla(\rho/\epsilon)$$

بهره گرفته ایم.

برای محیطی غیر باردار ($\rho = 0$) و

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \quad (\text{الف } ۲۱.۱)$$

معادلات (پ ۲۰.۱) و (پ ۲۱.۱) را معادلات تلگراف می گویند.

در محیطهای نارسا، $\sigma = 0$ و این معادلات چنین می شوند

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{پ } ۲۲.۱)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{پ } ۲۳.۱)$$

و همچنین

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{پ } ۲۴.۱)$$

و

$$\nabla^2 \mathbf{D} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{پ } ۲۵.۱)$$

در یک محیط ویژه نارسای خلأ (فضای آزاد) که در آنجا

$$\rho = 0, \quad \sigma = 0, \quad K_e = 1, \quad K_m = 1$$

این معادلات به صورت ساده ای درمی آیند

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (\text{پ } ۲۶.۱)$$

و

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (\text{پ } ۲۷.۱)$$

این هر دو عبارت، میدانهای وابسته به فضا و زمان جفتیده را توصیف می کنند و هر دو شکل معادله دیفرانسیلی موج را دارند (به منظور دسترسی به بحثی مفصلتر در این باب ر. ک بخش ۲.۳).

اگر بخواهیم از این عبارات به نحوی یک معادله موج، (۶۱.۲)، را به دست آوریم، بهترین راه تشکیل مشتقات دوم نسبت به متغیرهای فضایی است. با گرفتن کرل از معادله (پ ۱۶.۱) داریم

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu\sigma(\nabla \times \mathbf{E}) + \mu\epsilon \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{E}) \quad (\text{پ } ۱۷.۱)$$

که در آن، چون \mathbf{E} یک تابع خوش رفتار فرض شده است، مشتقات فضا و زمانی را می توان باهم عوض کرد. معادله (پ ۱۵.۱) را در معادله (پ ۱۷.۱) می نشانیم تا مشتق دوم نسبت به زمان را که نیاز داریم به دست آوریم

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (\text{پ } ۱۸.۱)$$

با استفاده از اتحاد عملگری

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} \quad (\text{پ } ۱۹.۱)$$

می توان حاصل ضرب برداری سه گانه را به این ترتیب ساده کرد

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$$

که در مختصات دکارتی چنین است

$$(\nabla \cdot \nabla) \mathbf{B} = \nabla^2 \mathbf{B} \equiv \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2}$$

چون واگرایی \mathbf{B} صفر است، معادله (پ ۱۸.۱) چنین می شود

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (\text{پ } ۲۰.۱)$$

شدت میدان الکتریکی نیز در معادله مشابهی صدق می کند. اساساً با دنبال کردن همین روش، از معادله (پ ۵.۱) کرل می گیریم

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{B})$$

که پس از حذف \mathbf{B} چنین می شود

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

و سپس با استفاده از معادله (الف ۱۹.۱) به معادله زیر می رسیم

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla(\rho/\epsilon)$$

۱. در مورد یک زوج سیم موازی که ممکن است به صورت یک خط تلگراف به کار روند، مقاومت محدود سیم به یک افت توان و گرمایش زول منجر می شود. یک موج الکترومغناطیسی که در طول این خط به پیش می رود انرژی قابل حصول کمتر و کمتری را دارد. مشتقات مرتبه اول نسبت به زمان در معادلات (پ ۲۰.۱) و (پ ۲۱.۱) از جریان رسانش ناشی می شوند و به اتلاف انرژی یا میرایی می انجامند.

پیوست ۲. نظریه پراش کیرشهوف

برای حل معادله هلمهولتز (۱۱۳.۱۰)، فرض کنید دو تابع نرده‌ای U_1 و U_2 داریم که قضیه گرین در مورد آنها چنین است

$$\iiint_V (U_1 \nabla^2 U_2 - U_2 \nabla^2 U_1) dV \quad (\text{پ ۱۰.۲})$$

$$= \iint_S (U_1 \nabla U_2 - U_2 \nabla U_1) \cdot dS$$

روشن است که اگر U_1 و U_2 جوابهای معادله هلمهولتز باشند، یعنی اگر

$$\nabla^2 U_1 + k^2 U_1 = 0$$

و

$$\nabla^2 U_2 + k^2 U_2 = 0$$

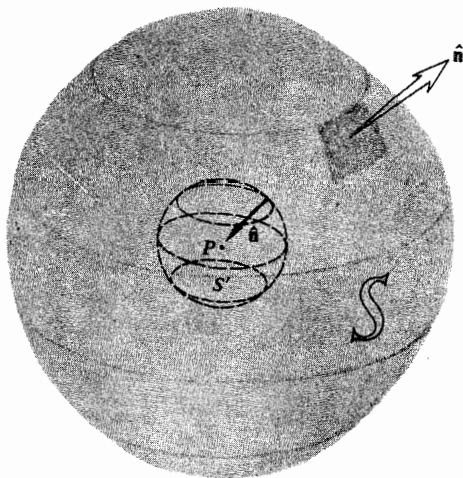
آنگاه

$$\oiint_S (U_1 \nabla U_2 - U_2 \nabla U_1) \cdot dS = 0 \quad (\text{پ ۲۰.۲})$$

فرض کنیم $U_1 = \mathcal{E}$ جزء فضایی يك آشفتگی نوری نرده‌ای غیر مشخص باشد (۱۱۲.۱۰). و فرض کنیم

$$U_2 = \frac{e^{ikr}}{r}$$

که در آن r از يك نقطه P اندازه گیری می شود. این گزینشها هر دو آشکارا در معادله هلمهولتز صدق می کنند. در نقطه P ، که در آن $r = 0$ ، يك تکنیکی وجود دارد که دور آن را با يك کره کوچک محدود می کنیم تا S ؛ P را از ناحیه احاطه شده مجزا کند (شکل پ ۱۰.۲). اینک معادله (پ ۲۰.۲) چنین می شود



شکل پ ۱۰.۲

$$\oiint_S \left[\mathcal{E} \nabla \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) - \frac{e^{ikr}}{r} \nabla \mathcal{E} \right] \cdot dS + \iint_{S'} \left[\mathcal{E} \nabla \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) - \frac{e^{ikr}}{r} \nabla \mathcal{E} \right] \cdot dS = 0 \quad (\text{پ ۳۰.۲})$$

حال آن بخش از زیرانتگرال، متناظر با S' را بسط می دهیم. روی کره کوچک، بردار یکه عمودی \hat{n} متوجه مبدأ در نقطه P است، و

$$\nabla \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) = \left(\frac{1}{r^2} - \frac{ik}{r} \right) e^{ikr} \hat{n}$$

زیرا گرادیان در جهت عمود بر سطح کره متوجه خارج است.

نقطه P ، یعنی \mathcal{E}_p ، نزدیک می شود. دو جمله آخر در معادله (پ ۴.۲) به سمت صفر میل می کنند و انتگرال برابر $4\pi\mathcal{E}_p$ می شود. و سرانجام، معادله (پ ۳.۲) چنین می شود

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{4\pi} \left[\oint_S \frac{e^{ikr}}{r} \nabla \mathcal{E} \cdot d\mathbf{S} - \oint_S \mathcal{E} \nabla \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \cdot d\mathbf{S} \right] \quad [114.10]$$

که قضیه انتگرالی کیرشهوف نام دارد.

انتگرال روی S' ، بر حسب زاویه فضایی ($dS = r^2 d\Omega$) که در P اندازه گیری می شود، چنین است

$$\oint_{S'} \left(\mathcal{E} - ik\mathcal{E}r + r \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial r} \right) e^{ikr} d\Omega \quad (\text{پ } 4.2)$$

که در آن $\nabla \mathcal{E} \cdot d\mathbf{S} = -(\partial \mathcal{E} / \partial r) r^2 d\Omega$ به تدریج که کره پیرامون P منقبض شود، روی S' داریم $r \rightarrow 0$ و $\exp(ikr) \rightarrow 1$ به علت پیوستگی \mathcal{E} ، مقدار آن در هر نقطه روی S' به مقدار آن در

حل مسائل برگزیده

فصل ۲

$$\text{تعداد موجها} = (0.0003)(2.54 \times 10^{-2}) / (580 \times 10^{-9}) = 1312$$

$$c = v\lambda, \lambda = \frac{c}{v} = 3 \times \frac{10^8}{10^{10}}, \lambda = 3 \text{ cm}$$

گستره امواج ۳۹۳۶ cm است.

$$\psi = A \sin 2\pi(\kappa x - \nu t) \quad 3.2$$

$$\psi_1 = 2 \sin 2\pi(0.2x - 3t)$$

$$, \tau = \frac{1}{3} \text{ (ج)}, \lambda = \frac{1}{0.2} \text{ (ب)}, \nu = 3 \text{ (الف)}$$

$$(د) A = 2, \nu = 15 \text{ (ا)}, \text{سوی مثبت } x$$

$$\psi = A \sin(kx + \omega t), \psi_2 = \left(\frac{1}{2.5}\right) \sin(\gamma x + 3.5t)$$

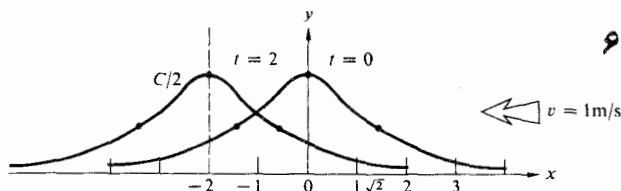
$$, \tau = \frac{2\pi}{3.5} \text{ (ج)}, \lambda = \frac{2\pi}{\gamma} \text{ (ب)}, \nu = \frac{3.5}{2\pi} \text{ (الف)}$$

$$(د) A = \frac{1}{2.5}, \nu = \frac{1}{\gamma} \text{ (ا)}, \text{سوی منفی } x$$

$$v_y = -\omega A \cos(kx - \omega t + \epsilon), a_y = -\omega^2 y \quad 5.2$$

از آنجا که $y \propto a_y$ ، پس حرکت هماهنگ ساده است.

۶.۲



$$\psi(x, t) = \frac{C}{[2 + (x + vt)^2]}$$

$$\psi = A \exp i(k_x x + k_y y + k_z z) \quad 8.2$$

$$k_x = k\alpha \quad k_y = k\beta \quad k_z = k\gamma$$

$$k = [(k\alpha)^2 + (k\beta)^2 + (k\gamma)^2]^{1/2}$$

$$= k[\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2]^{1/2}$$

$$\left(\frac{1}{12}\right) 3 \times \frac{10^8}{3} \times 10^{14} = 2196 \text{ nm یا } \frac{1}{12} \lambda \text{ یا } 30^\circ \quad 9.2$$

متناظر است.

$$\psi = A \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{\tau}\right) \quad 10.2$$

$$\psi = 60 \sin 2\pi\left(\frac{x}{400 \times 10^{-9}} - \frac{t}{1.33 \times 10^{-15}}\right)$$

$$\lambda = 400 \text{ nm} \quad \nu = 400 \times \frac{10^{-9}}{1.33} \times 10^{-15} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\nu = \left(\frac{1}{1.33}\right) \times 10^{15} \text{ Hz}, \tau = 1.33 \times 10^{-15} \text{ s}$$

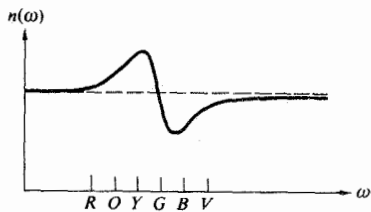
$$\lambda = \frac{h}{mv} = 6.6 \times \frac{10^{-34}}{6(1)} = 1.1 \times 10^{-34} \text{ m} \quad 12.2$$

فصل ۳

$$E_y = 2 \cos \left[2\pi \times 10^{14} \left(\frac{t-x}{c} \right) + \frac{\pi}{4} \right] \quad 1.3$$

$$n_Y > n_O > n_R > n_V > n_B$$

از اینرو، طیف برحسب افزایش انحراف چنین است: آبی، بنفش، نوار تارک، سرخ، نارنجی، زرد.



۷.۳ زاویه فاز به اندازه $(n\Delta y 2\pi/\lambda) - \Delta y 2\pi/\lambda$ یا $(n-1)\Delta y \omega/c$ تأخیر دارد. از اینرو

$$E_p = E_0 \exp i\omega \left[t - (n-1) \frac{\Delta y}{c} - \frac{y}{c} \right]$$

یا

$$E_p = E_0 \exp \left[-i\omega(n-1) \frac{\Delta y}{c} \right] \exp i\omega \left(\frac{t-y}{c} \right)$$

به شرطی که $n \approx 1$ یا $\Delta y \ll 1$. چون به ازای مقدار کوچک x داریم: $e^x \approx 1+x$

$$\exp \left[-i\omega(n-1) \frac{\Delta y}{c} \right] \approx 1 - i\omega(n-1) \frac{\Delta y}{c}$$

و چون $\exp(-i\pi/2) = -i$ داریم

$$E_p = E_u + \frac{\omega(n-1)\Delta y}{c} E_u e^{-i\pi/2}$$

۸.۳

$$\langle \cos^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \cos^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t') dt'$$

فرض می کنیم $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t' = x$ ؛ آنگاه

$$\begin{aligned} \langle \cos^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle &= \frac{1}{-\omega T} \int \cos^2 x dx \\ &= \frac{1}{-\omega T} \int \frac{1 + \cos 2x}{2} dx \\ &= -\frac{1}{\omega T} \left[\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} \right]_{kT - \omega t}^{kT - \omega(t+T)} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4\omega T} \{ \sin [2\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\omega(t+T)] \\ &\quad - \sin 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \} \end{aligned}$$

از معادله (۲۶.۲): $E_y = A \cos \left[2\pi \nu \left(\frac{t-x}{v} \right) + \frac{\pi}{2} \right]$ (الف)

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 3 \times \frac{10^8}{10^{14}} = 3 \times 10^{-6} \text{ m و } \nu = c/\lambda = 10^{14} \text{ Hz}$$

در راستای x مثبت حرکت می کند، $A = 2V/m$ ، $\epsilon = \pi/2$ در راستای y قطبیده خطی است.

(ب)

$$B_x = 0, B_y = 0, B_z = \frac{Y}{c} \cos \left[2\pi \times 10^{14} \left(\frac{t-x}{c} \right) + \frac{\pi}{2} \right]$$

۲.۳ $E_y = E_x = E_0 \sin(kz - \omega t)$ ، $E_z = 0$ یا به صورت کسینوسی؛ $B_y = -B_x = E_y/c$ ، $B_z = 0$ ؛ یا اگر هم بخواهید می توانیم بنویسیم

$$\mathbf{E} = E_0(\hat{i} + \hat{j}) \sin(kz - \omega t)$$

$$\mathbf{B} = \frac{E_0}{c}(\hat{j} - \hat{i}) \sin(kz - \omega t)$$

۴.۳ اغتشاش گرمایی دوقطبیهای مولکولی کاهش چشمگیری را در K_e پدید می آورد ولی اثر اندکی بر n برجای می گذارد. در بسامدهای نوری، چون چرخش دوقطبیهای مولکولی در بسامدهای خیلی پایین بر n اثری ندارد، n عمدتاً ناشی از قطبش الکترونی است.

۵.۳ با تکیه بر معادله (۳۶.۳)، برای يك تك بسامد تشدیدي داریم

$$n = \left[1 + \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \right]^{1/2}$$

چون برای مواد کم چگال $n \approx 1$ ، جمله دوم خیلی کوچکتر از يك و در بسط دو جمله ای n فقط باید دو جمله اول را نگاه داریم. پس $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$

$$n \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e} \left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)$$

۶.۳ ترتیب متعارف طیف برای يك منشور شیشه ای چنین است: سرخ (R)، نارنجی (O)، زرد (Y)، سبز (G)، آبی (B)، بنفش (V)، با کمترین انحراف برای سرخ و بیشترین انحراف برای بنفش. برای يك منشور فوشین، يك نوار درآشامی درسبز وجود دارد و بنا براین ضرایب شکست برای رنگهای زرد و آبی درهريك از دوطرف (n_B و n_Y) آن، مطابق شکل ۱۴.۳، فرین است؛ یعنی n_Y بیشینه، n_B کمینه و

و بنابراین $\langle S \rangle 2\pi r$ ثابت است و $\langle S \rangle$ به نسبت عکس r تغییر می کند. بنابراین، چون $\langle S \rangle \propto E^2$ ، آنگاه E_0 به صورت $1/\sqrt{r}$ تغییر می کند.

۱۸.۳

$$\left\langle \frac{dp}{dt} \right\rangle = \frac{1}{c} \left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle, A = \text{مساحت}$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{A} \left\langle \frac{dp}{dt} \right\rangle = \frac{1}{Ac} \left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = \frac{I}{c}$$

$$\mathcal{E} = 300 \text{ W} (100 \text{ s}) = 3 \times 10^4 \text{ J} \quad 20.3$$

$$p = \frac{\mathcal{E}}{c} = \frac{3 \times 10^4}{3 \times 10^8} = 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

۲۲.۳

$$F = \frac{dp}{dt} = ma = \frac{1}{c} \frac{dW}{dt} = \frac{10 \text{ W}}{3 \times 10^8} = 3.3 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$a = \frac{3.3 \times 10^{-8}}{100 \text{ kg}} = 3.3 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$$

$$v = at = \frac{1}{3} \times 10^{-9} (t) = 10 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \times 10^{10} \text{ s}, \text{ سال } 1 = 3.2 \times 10^7 \text{ s}$$

فصل ۴

۱.۴

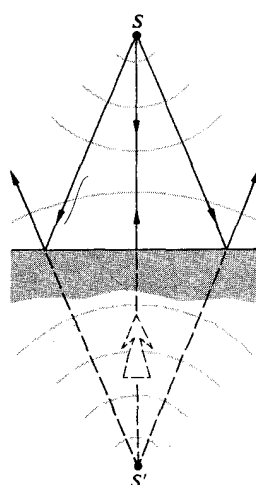
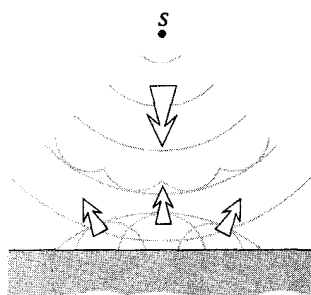
$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

$$\sin 30^\circ = 1.52 \sin \theta_t$$

$$\theta_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{3.04} \right)$$

$$\theta_t = 19^\circ 13'$$

۳.۴



به ازای $T = \tau$ داریم $\omega = 2\pi/\tau$ و جمله دوم حذف می شود و خواهیم داشت $\langle \cos^2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \rangle = 1/2$ ، و به ازای $1/2\omega T$ ، $T \gg \tau$ از یک خیلی کوچکتر شده و باز هم جمله دوم حذف می شود. عبارت دیگر هم به همین ترتیب است.

$$u = \frac{(\text{توان})(t)}{(\text{حجم})} = \frac{(10^{-3} \text{ W})(t)}{(\pi r^2)(ct)} \quad 10.3$$

$$= \frac{10^{-3} \text{ W}}{\pi (10^{-3})^2 (3 \times 10^8)}$$

$$u = \frac{10^{-5}}{3\pi} \text{ J/m}^3 = 1.06 \times 10^{-6} \text{ J/m}^3$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34}, E = h\nu \quad 12.3$$

$$\frac{I}{h\nu} = \frac{19.88 \times 10^{-2}}{(6.63 \times 10^{-34})(100 \times 10^6)}$$

$$= 3 \times 10^{24} \text{ فوتون/m}^2 \text{ s}$$

تمامی فوتونهای موجود در حجم V واحد مساحت را در یک ثانیه قطع می کنند

$$V = (ct)(1 \text{ m}^2) = 3 \times 10^8 \text{ m}^3$$

$$3 \times 10^{24} = V(\text{چگالی})$$

$$\text{چگالی} = 10^{16} \text{ فوتون/m}^3$$

۱۴.۳ $P_e = iV = (0.25)(300) = 75 \text{ W}$ این مقدار توان الکتریکی تلف شده است. توان قابل دسترس به صورت نور چنین است

$$P_l = (0.01) P_e = 75 \times 10^{-4} \text{ W}$$

$$\text{شار فوتون} = \frac{P_l}{h\nu} = \frac{75 \times 10^{-4} \lambda}{hc} \quad (\text{الف})$$

$$= \frac{75 \times 10^{-4} (550 \times 10^{-9})}{(6.63 \times 10^{-34}) 3 \times 10^8}$$

$$= 2.08 \times 10^{16} \text{ فوتون/s}$$

(ب) در حجم $(10^{-3} \text{ m}^3)(1 \text{ s})$ ، تعداد 2.08×10^{16} فوتون وجود دارد، پس

$$\frac{2.08 \times 10^{16}}{3 \times 10^5} = \text{فوتون/m}^3 = 0.69 \times 10^{11}$$

$$1 = 75 \times 10^{-4} \text{ W} / 10 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 7.5 \text{ W/m}^2 \quad (\text{ج})$$

۱۶.۳ دو استوانه هم مرکز به شعاعهای r_1 و r_2 که موج را احاطه کرده اند، فرض کنید. انرژی که در هر ثانیه از استوانه اول می گذرد باید از داخل استوانه دوم نیز بگذرد، یعنی $\langle S_1 \rangle 2\pi r_1 = \langle S_2 \rangle 2\pi r_2$

$$\sin \theta_r = \overline{a_1 a_2} / \overline{a_1 b_2} = v_i / \overline{a_1 b_2}$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_i}{v_r} = \frac{n_r}{n_i} = n_{ii} \quad \text{و} \quad \theta_i = \theta_r$$

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \quad ۱۰۰۴$$

$$n_i (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{u}}_n) = n_r (\hat{\mathbf{k}}_r \times \hat{\mathbf{u}}_n)$$

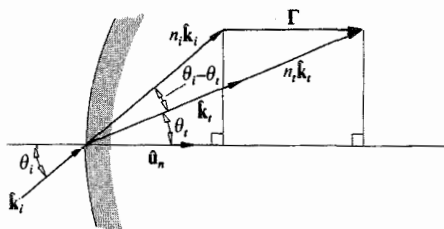
که در آن $\hat{\mathbf{k}}_i$ ، $\hat{\mathbf{k}}_r$ بردارهای یکه انتشار هستند. بدین ترتیب

$$n_i (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{u}}_n) - n_r (\hat{\mathbf{k}}_r \times \hat{\mathbf{u}}_n) = 0$$

$$(n_i \hat{\mathbf{k}}_i - n_r \hat{\mathbf{k}}_r) \times \hat{\mathbf{u}}_n = 0$$

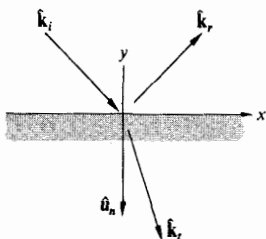
فرض کنیم $\Gamma = \Gamma \hat{\mathbf{u}}_n$ ، $n_i \hat{\mathbf{k}}_i - n_r \hat{\mathbf{k}}_r = \Gamma = \Gamma \hat{\mathbf{u}}_n$ غالباً ثابت آستیگماتیک نامیده می‌شود؛ Γ برابر اختلاف بین تصاویر $n_i \hat{\mathbf{k}}_i$ و $n_r \hat{\mathbf{k}}_r$ روی $\hat{\mathbf{u}}_n$ است، یعنی باید حاصلضرب نرده‌ای $\Gamma \cdot \hat{\mathbf{u}}_n$ را حساب کنیم

$$\Gamma = n_i \cos \theta_i - n_r \cos \theta_r$$

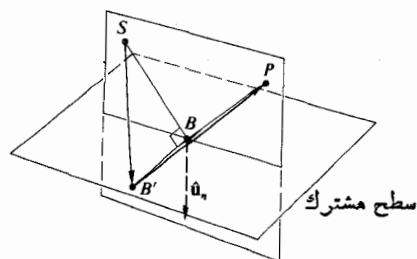


۱۱۰۴ $\theta_i = \theta_r$ آنگاه $\hat{\mathbf{k}}_{ix} = \hat{\mathbf{k}}_{rx}$ و $\hat{\mathbf{k}}_{iy} = -\hat{\mathbf{k}}_{ry}$ ، و چون

$$\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_r = \gamma (\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \hat{\mathbf{u}}_n) \hat{\mathbf{u}}_n \quad \text{آنگاه} \quad (\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \hat{\mathbf{u}}_n) \hat{\mathbf{u}}_n = \hat{\mathbf{k}}_{iy}$$



۱۲۰۴ زیرا $SB' > SB$ و $B'P > BP$ ، کوتاهترین مسیر مربوط به B' است که در صفحه تابش بر B منطبق است.

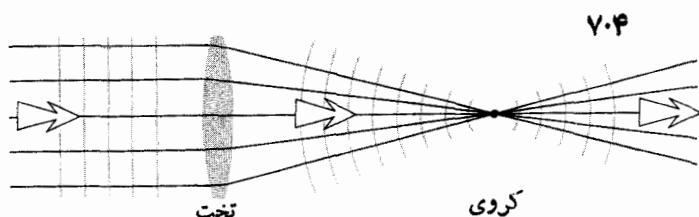


$$n_{ii} = \frac{n_r}{n_i} = \frac{c/v_i}{c/v_r} = \frac{v_i}{v_r} = \frac{v \lambda_i}{v \lambda_r} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r} \quad ۵۰۴$$

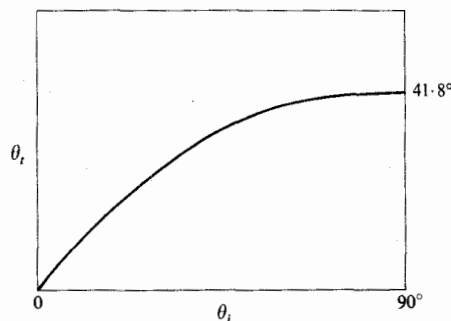
بنابراین $\lambda_r = \lambda_i 3/4 = 9 \text{ cm}$

$$\sin \theta_i = n_{ii} \sin \theta_r$$

$$\sin^{-1} \left[\frac{3}{4} (\sin 70^\circ) \right] = \theta_i = 32^\circ$$



θ_i (درجه)	θ_r (درجه)	۸۰۴
۰	۰	
۱۰	۶٫۷	
۲۰	۱۳٫۳	
۳۰	۱۹٫۶	
۴۰	۲۵٫۲	
۵۰	۳۰٫۷	
۶۰	۳۵٫۱	
۷۰	۳۸٫۶	
۸۰	۴۰٫۶	
۹۰	۴۱٫۸	



۹۰۴ فرض کنیم τ زمانی باشد که در خلال آن موج در طول پرتو از b_1 به b_2 ، از a_1 به a_2 ، و از a_3 به حرکت کند. بدین ترتیب

$$a_1 a_3 = v_i \tau \quad \text{و} \quad a_1 a_2 = b_1 b_2 = v_r \tau$$

$$\sin \theta_i = \overline{b_1 b_2} / \overline{a_1 b_2} = v_i / \overline{a_1 b_2}$$

$$\sin \theta_r = \overline{a_1 a_3} / \overline{a_1 b_2} = v_r / \overline{a_1 b_2}$$

۱۴۰۴

$$t_{||} = \frac{1.7732}{0.9442 + 1.732} = 0.7765$$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int \int_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad [5.3] \quad 18.4$$

این رابطه در حد تبدیل می شود به

$$E_{yx}(\overline{BC}) - E_{yx}(\overline{AD}) = 0$$

زیرا مساحت به سمت صفر میل می کند و $\partial \mathbf{B} / \partial t$ متناهی است. بدین ترتیب $E_{yx} = E_{yx}$.

۱۹۰۴ در معادله (۳۴.۴) ابتدا صورت و مخرج را بر n_i تقسیم می کنیم و به جای n_{ii} مقدار $\sin \theta_i / \sin \theta_i$ را می نشانیم، و از آنجا

$$r_{\perp} = \frac{\sin \theta_i \cos \theta_i - \sin \theta_i \cos \theta_i}{\sin \theta_i \cos \theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_i}$$

که با معادله (۴۲.۴) معادل است. معادله (۴۴.۴) نیز درست به همین روش به دست می آید. برای یافتن $r_{||}$ همین روش را در مورد معادله (۴۰.۴) اعمال می کنیم

$$r_{||} = \frac{\sin \theta_i \cos \theta_i - \cos \theta_i \sin \theta_i}{\cos \theta_i \sin \theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_i}$$

حالا می توان چندکار انجام داد: یکی این است که $r_{||}$ را چنین بازنویسی کنیم

$$r_{||} = \frac{(\sin \theta_i \cos \theta_i - \sin \theta_i \cos \theta_i)(\cos \theta_i \cos \theta_i - \sin \theta_i \sin \theta_i)}{(\sin \theta_i \cos \theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_i)(\cos \theta_i \cos \theta_i + \sin \theta_i \sin \theta_i)}$$

و همچنین

$$r_{||} = \frac{\sin(\theta_i - \theta_i) \cos(\theta_i + \theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_i) \cos(\theta_i - \theta_i)} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_i)}{\tan(\theta_i - \theta_i)}$$

می توانیم $t_{||}$ را، که مخرجش با مخرج $r_{||}$ یکی است، به روشی مشابه پیدا کنیم.

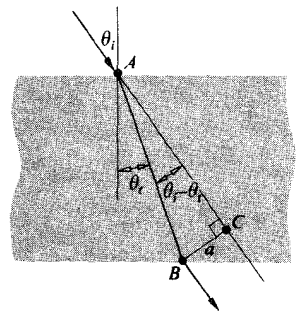
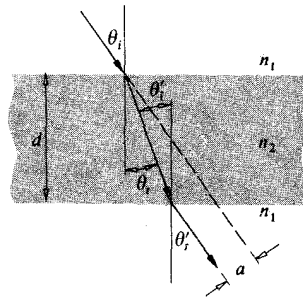
۲۰۰۴ $[E_{or}]_{\perp} + [E_{oi}]_{\perp} = [E_{oi}]_{\perp}$ ؛ میداند مناسبی در محیط فرودی برابر میدان در محیط تراکسیلنده است

$$\left[\frac{E_{oi}}{E_{oi}} \right]_{\perp} - \left[\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right]_{\perp} = 1, \quad t_{\perp} - r_{\perp} = 1$$

متناوباً، از معادلات (۴۲.۴) و (۴۴.۴)

$$\frac{+\sin(\theta_i - \theta_i) + 2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_i)} = 1$$

$$\frac{\sin \theta_i \cos \theta_i - \cos \theta_i \sin \theta_i + 2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{\sin \theta_i \cos \theta_i + \cos \theta_i \sin \theta_i} = 1$$



$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$

$$\theta_i = \theta'_i$$

$$n_2 \sin \theta'_i = n_1 \sin \theta'_t$$

$$n_1 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta'_t \quad \text{و} \quad \theta_i = \theta'_t$$

$$\cos \theta_i = \frac{d}{AB}$$

$$\sin(\theta_i - \theta_i) = \frac{a}{AB}$$

$$\sin(\theta_i - \theta_i) = \frac{a}{d} \cos \theta_i$$

$$\frac{d \sin(\theta_i - \theta_i)}{\cos \theta_i} = a$$

۱۶۰۴ به جای اینکه پرتو از نقطه S به نقطه P به خط راست منتشر شود، مسیری را می بینیم که تیغه را با زاویه تیزتر قطع کند. گرچه با این کار طولهای مسیر در هوا اندکی افزایش می یابند، کاهش زمان سپری شده در داخل تیغه بیشتر از آن است که جبران شود. با وجود این حالت، می توان انتظار داشت که جابجایی a با n_2 افزایش یابد. به تدریج که n_2 به ازای یک مقدار معلوم θ_i بیشتر می شود، θ_t کاهش می یابد، $(\theta_i - \theta_t)$ افزوده می شود و از نتایج مسئله ۱۴.۴، مقدار a آشکارا افزایش می یابد.

۱۷۰۴ از معادله (۴۰.۴)

$$r_{||} = \frac{1.52 \cos 30^\circ - \cos 19^\circ 13'}{\cos 19^\circ 13' + 1.52 \cos 30^\circ}$$

که در آن از مسئله ۱۰۴ داریم $\theta_t = 19^\circ 13'$. به همین ترتیب

$$t_{||} = \frac{2 \cos 30^\circ}{\cos 19^\circ 13' + 1.52 \cos 30^\circ}$$

$$r_{||} = \frac{1.7732 - 0.9442}{0.9442 + 1.732} = 0.165$$

به همین ترتیب برای $T_{||}$ نیز محاسبه می شود.

۳۱.۴ اگر Φ_i شار تابشی فرودی یا توان و T تراگسیلندگی در سرتاسر نخستین مرز هوا-شیشه باشد، آنگاه شار تراگسیلنده $T\Phi_i$ است. از معادله (۶۸.۴) در فرود عمودی، تراگسیلندگی از شیشه به هوا نیز T است. بدین ترتیب یک شار $T\Phi_i T$ از لغزانه اول و $\Phi_i T^{2N}$ از لغزانه آخری خارج می شود. چون $T = 1 - R$ ، آنگاه داریم

$$R = \left(\frac{0.05}{2.05}\right)^2 = 0.0024, \quad T = 0.9976$$

$$T_i = (0.9976)^2 \approx 0.9952$$

$$T = \frac{I(y)}{I_0} = e^{-\alpha y}, \quad T_1 = e^{-\alpha}, \quad 32.4$$

$$T = (T_1)^y \cdot T_i = (1 - R)^{yN} (T_1)^d$$

به ازای $\theta_i = 0$ داریم ۳۳.۴

$$R = R_{||} = R_{\perp} = \left(\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i}\right)^2 \quad [67.4]$$

به ازای $n_i \rightarrow n_t$ ، آنگاه $n_{ti} \rightarrow 1$ و واضح است که $R \rightarrow 0$.
به ازای $\theta_i = 0$

$$T = T_{||} = T_{\perp} = \frac{4n_t n_i}{(n_t + n_i)^2}$$

و از آنجا که $n_i \rightarrow n_t$ پس $\lim_{n_{ti} \rightarrow 1} T = 4n_t^2 / (2n_t)^2 = 1$

از مسئله ۲۹.۴ یعنی معادلات (۱۰۰.۴) و (۱۰۱.۴) و این واقعیت که به ازای $n_i \rightarrow n_t$ بنا بر قانون اسنل $\theta_i \rightarrow \theta_t$ داریم

$$\lim_{n_{ti} \rightarrow 1} T_{||} = \frac{\sin^2 \theta_i}{\sin^2 \theta_i} = 1, \quad \lim_{n_{ti} \rightarrow 1} T_{\perp} = 1$$

از معادله (۴۳.۴) و این نکته که $R_{||} = r_{||}^2$ و $\theta_i \rightarrow \theta_t$ داریم:
 $\lim_{n_{ti} \rightarrow 1} R_{||} = 0$
 $\lim_{n_{ti} \rightarrow 1} R_{\perp} = 0$

۳۵.۴ به ازای $\theta_i > \theta_c$ ، معادله (۷۰.۴) را می توان چنین نوشت

$$r_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - i(\sin^2 \theta_i - n_{ti}^2)^{1/2}}{\cos \theta_i + i(\sin^2 \theta_i - n_{ti}^2)^{1/2}}$$

$$r_{\perp} r_{\perp}^* = \frac{\cos^2 \theta_i + \sin^2 \theta_i - n_{ti}^2}{\cos^2 \theta_i + \sin^2 \theta_i - n_{ti}^2} = 1$$

به همین ترتیب $r_{||} r_{||}^* = 1$

$$1000029 \sin 88.7^\circ = n \sin 90^\circ \quad 23.4$$

$$(1000029)(0.999974) = n, \quad n = 1000003$$

$$\theta_i = \theta_p \text{ به ازای } \theta_i + \theta_t = 90^\circ \quad 24.4$$

$$n_i \sin \theta_p = n_t \sin \theta_t = n_t \cos \theta_p$$

$$\tan \theta_p = \frac{n_t}{n_i} = 1.52, \quad \theta_p = 56^\circ 40' [25.8]$$

۲۵.۴

$$\tan \theta_p = \frac{n_t}{n_i} = \frac{n_t}{n_t}, \quad \tan \theta_p' = \frac{n_t}{n_t}, \quad \tan \theta_p = \frac{1}{\tan \theta_p'}$$

$$\frac{\sin \theta_p}{\cos \theta_p} = \frac{\cos \theta_p'}{\sin \theta_p'} \therefore \sin \theta_p \sin \theta_p' - \cos \theta_p \cos \theta_p' = 0$$

$$\cos(\theta_p + \theta_p') = 0, \quad \theta_p + \theta_p' = 90^\circ$$

۲۶.۴ از معادله (۹۴.۴) داریم

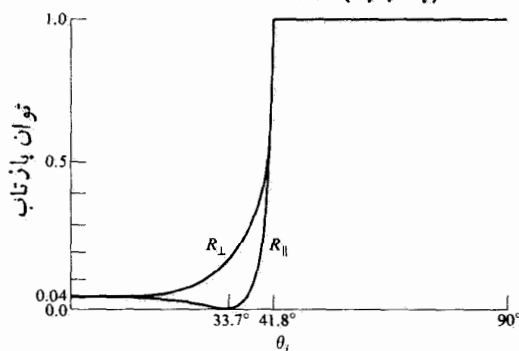
$$\tan \gamma_r = \frac{r_{\perp} [E_{oi}]_{\perp}}{r_{||} [E_{oi}]_{||}}$$

$$\tan \gamma_r = \frac{r_{\perp}}{r_{||}} \tan \gamma_i$$

و از معادلات (۴۲.۴) و (۴۳.۴) داریم

$$\tan \gamma_r = -\frac{\cos(\theta_i - \theta_t)}{\cos(\theta_i + \theta_t)} \tan \gamma_i$$

۲۸.۴



$$T_{\perp} = \left(\frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i}\right)^2 \quad 29.4$$

اسنل

$$T_{\perp} = \left(\frac{\sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin \theta_t \cos \theta_i}\right) \left(\frac{\sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}\right) = \frac{\sin^2 \theta_i \sin^2 \theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

جسم حقیقی است و در فاصله ۱۵ سانتیمتری از رأس دوم قرار دارد

$$\frac{1.5}{15} + \frac{1}{s_i} = -\frac{0.5}{10}, \quad s_i = -\frac{20}{3} = -6.66 \text{ cm}$$

تصویر مجازی، و در سمت چپ رأس دوم می افتد.
۸.۵ $s_i = -10 \text{ cm}$ ، $1/5 + 1/s_i = 1/10$ ، تصویر مجازی است. $M_T = -s_i/s_o = 10/5 = 2$ ، تصویر مستقیم است. ارتفاع تصویر ۲ cm است. حال

$$-\Delta(x_i) = 100, \quad x_i = -20,$$

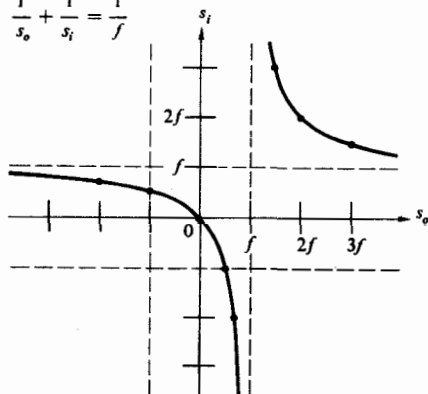
$$M_T = -x_i/f = 20/10 = 2$$

$$1/s_o + 1/s_i = 1/f$$

s_o	0	f	∞	$2f$	$3f$	$-f$	$-2f$	$f/2$
s_i	0	∞	f	$2f$	$f/2$	$f/3$	$f/2$	$-f$

۹.۵

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$



۱۰.۵ $s_i < 0$ زیرا تصویر مجازی است.
 $f = -100 \text{ cm}$ ، $1/100 + 1/-50 = 1/f$ نیز در ۵۰ سانتیمتری سمت راست قرار دارد.
 $M_T = -s_i/s_o = 50/100 = 0.5$ بزرگی تصویر مورچه، نصف خود مورچه و مستقیم است ($M_T > 0$).

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad 12.5$$

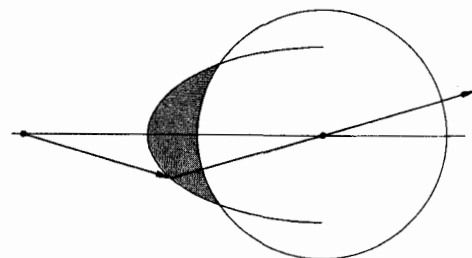
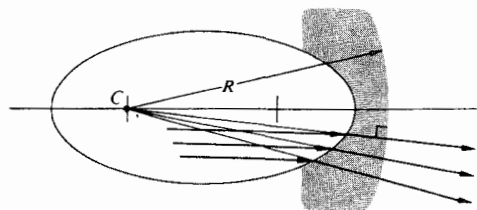
$$\frac{1}{f} = 0.5 \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{10} \right) = -\frac{0.5}{10}$$

$$\Rightarrow 1/f = -1/20 = -0.05 \text{ D}, \quad f = -20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = (n_{lm} - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad 13.5$$

$$\frac{1}{f_w} = \frac{(n_{lm} - 1)}{(n_l - 1)} \frac{1}{f_a} = \frac{1.5/1.33 - 1}{1.5 - 1} \frac{1}{f_a} = \frac{0.125}{0.5} \frac{1}{f_a}$$

$$f_w = 4f_a$$



۴.۵ سطح اول

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1.5}{s_i} = \frac{0.5}{0.1}$$

$s_i = 0.36 \text{ m}$ (تصویر حقیقی به فاصله ۰.۳۶ متری سمت راست رأس اول). سطح دوم: $s_o = 0.2 - 0.36 = 0.16 \text{ m}$ (فاصله شیء مجازی)

$$\frac{1.5}{-0.16} + \frac{1}{s_i} = -\frac{0.5}{0.1}, \quad s_i = 0.069$$

تصویر نهایی حقیقی ($s_i > 0$) معکوس ($M_T < 0$) و به فاصله ۰.۰۶۹ سانتیمتری در سمت راست رأس دوم قرار دارد.
۵.۵ $s_o + s_i = s_o s_i / f$ به منظور کمینه کردن $s_o + s_i$

$$\frac{d}{ds_o} (s_o + s_i) = 0 = 1 + \frac{ds_i}{ds_o} \quad \text{یا} \quad \frac{d}{ds_o} \left(\frac{s_o s_i}{f} \right) = 0$$

$$= \frac{s_i}{f} + \frac{s_o}{f} \frac{ds_i}{ds_o} = 0$$

$$\frac{ds_i}{ds_o} = -1 \quad \text{و} \quad \frac{ds_i}{ds_o} = -\frac{s_i}{s_o}, \quad \therefore s_i = s_o$$

فاصله وقتی بیشینه می شود که یکی از آنها، و نه هر دو، بینهایت باشد. از اینرو $s_i = s_o$ شرط يك کمینه است. از معادله گاوسی داریم $s_o = s_i = 2f$.

۶.۵ از معادله (۸.۵) داریم: $0.5/-20 = 1.5/s_i + 1/8$
در سطح اول، $s_i = -10 \text{ cm}$ ، تصویر مجازی در فاصله ۱۰ سانتیمتری سمت راست رأس اول تشکیل می شود. در سطح دوم،

۱۵.۵

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \quad \frac{1}{50} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{50}, \quad f_1 = 25 \text{ cm}$$

اگر R_{11} و R_{12} و R_{21} و R_{22} شعاعهای عدسیهای اول و دوم باشند

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1) \left(\frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right), \quad \frac{1}{25} = 0.5 \left(\frac{1}{R_{11}} \right)$$

$$R_{11} = -R_{12} = -R_{21} = 25 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1) \left(\frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right)$$

$$-\frac{1}{50} = 0.55 \left(\frac{1}{-25} - \frac{1}{R_{22}} \right)$$

$$R_{22} = -27.5 \text{ cm}$$

$$M_{T1} = -\frac{s_{i1}}{s_{o1}} = -\frac{f_1}{(s_{o1} - f_1)}$$

۱۶.۵

$$M_{T2} = -\frac{s_{i2}}{s_{o2}} = -\frac{s_{i2}}{(d - s_{i1})}$$

$$M_T = \frac{f_1 s_{i2}}{(s_{o1} - f_1)(d - s_{i1})}$$

از معادله (۳۰.۵)، از طریق نشانیدن مقادیر به جای s_{i1} داریم

$$M_T = \frac{f_1 s_{i2}}{(s_{o1} - f_1)d - s_{o1}f_1}$$

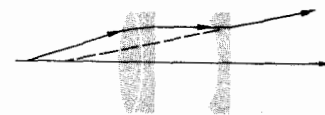
۱۷.۵ عدسی اول $s_{i1} = \infty$ ، $1/s_{i1} = 1/30 - 1/30 = 0$

عدسی دوم $s_{i2} = -20 \text{ cm}$ ، $1/s_{i2} = 1/-20 - 1/\infty$

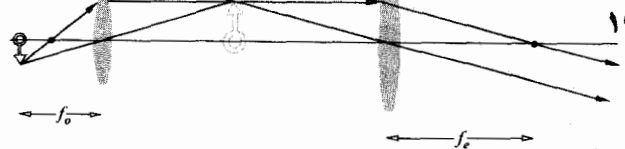
تصویر مجازی و ۱۰ cm سمت راست عدسی اول است.

از معادله (۳۴.۵)

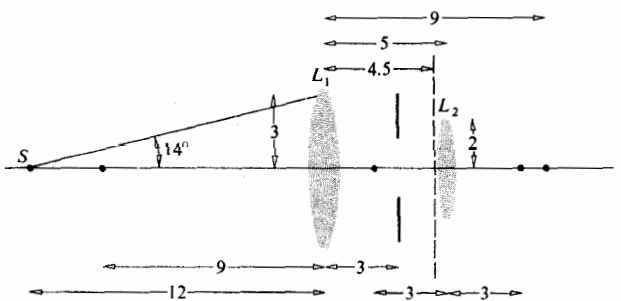
$$M_T = \frac{30(-20)}{10(30 - 30) - 30(30)} = \frac{2}{3}$$



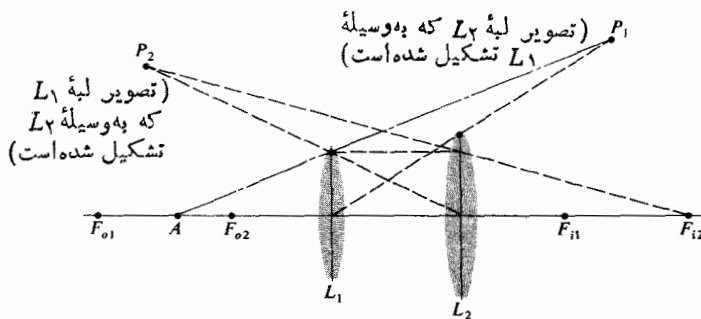
۱۹.۵



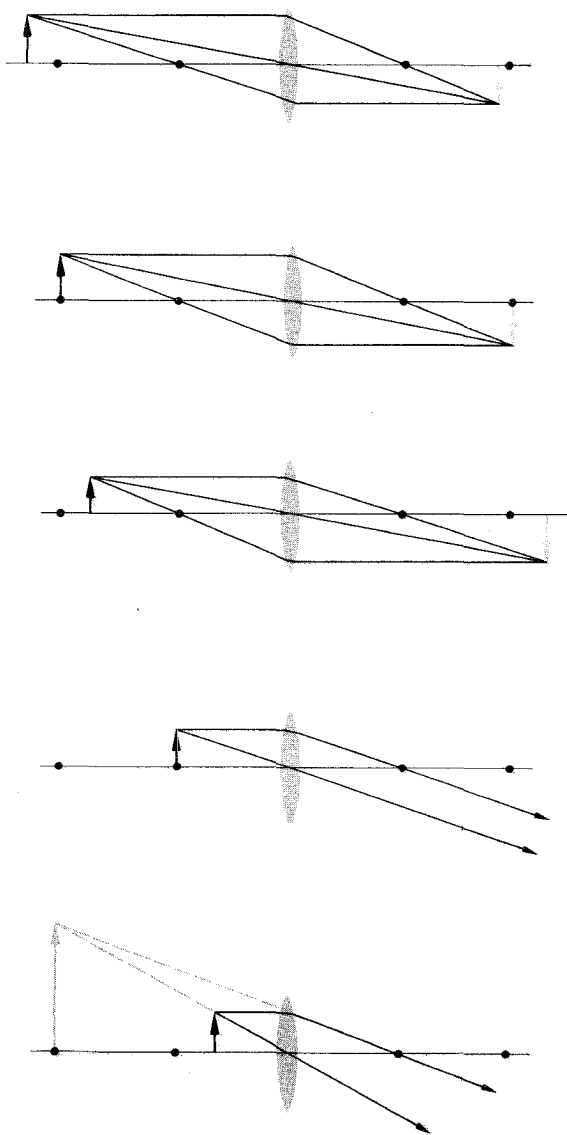
۲۱.۵ زاویه‌ای که در S مقابل L_1 واقع شده برابر $\tan^{-1} 12/13 = 42^\circ$ است. برای یافتن تصویر میان بند در L_1 ، معادله (۲۳.۵) را به کار می‌بریم: $x_i x_o = f^2$ ، $x_i = 81$ ، $x_o = -13.5 \text{ cm}$ به نحوی که تصویر 4.5 cm پشت L_1 باشد بزرگنمایی $1.5 = 13.5/9 = x_i/f$ ، و بدین ترتیب شعاع تصویر (کناره) حفره $0.75 \text{ cm} = (1.5)(0.5)$ است. از اینرو، زاویه‌ای که در S دیده می‌شود $\tan^{-1} 0.75/1.65 = 24^\circ$ است. تصویر در L_2 از L_1 $x_i = 81$ است. تصویر در L_2 $x_i = -20.2 \text{ cm}$ به دست می‌آید، یعنی تصویر 11.2 cm سمت راست L_2 واقع است. $M_T = 20.2/9 = 2.2$ ، از اینرو، لبه L_2 ، 4.4 cm بالای محور تصویر واقع می‌شود. بدین ترتیب تحت زاویه $\tan^{-1} 4.4/(12 + 11.2)$ یا $\tan^{-1} 4.4/23.2$ از S دیده می‌شود. بنابراین دیافراگم، روزنه‌بند است و مردمک ورودی (تصویرش در L_1) دارای قطر 1.5 cm در 4.5 cm پشت L_1 است. تصویر دیافراگم در L_2 ، مردمک خروجی است. در نتیجه، $S_i = -6$ و $1/2 + 1/S_i = 1/3$ یعنی $S_i = 6 \text{ cm}$ در جلوی L_2 است. $M_T = 6/2 = 3$ ، به گونه‌ای که قطر مردمک خروجی 3 cm است.



۲۲.۵ حاشیه L_1 یا L_2 روزنه‌بند خواهد بود، بدین قرار، چون درست چپ L_2 عدسی وجود ندارد، یا پیرامون آن یا P_1 با مردمک ورودی متناظر است. آن سوی (به سوی سمت چپ) نقطه A ، L_1 کوچکترین زاویه را می‌بیند و مردمک ورودی است؛ نزدیکتر (به سوی راست) P_1 لبه مردمک ورودی را نشان می‌دهد. در حالت قبلی P_2 مردمک خروجی است؛ در حالت بعدی (چون عدسی درست راست L_2 وجود ندارد) مردمک خروجی خود لبه L_2 است.

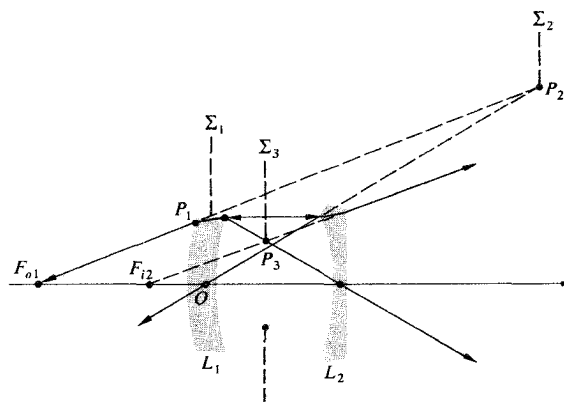


تصویر مجازی ($s_i < 0$)، مستقیم ($M_T > 0$)، و ۶۵ سانتیمتر پشت آینه به بلندی ۲۲.۵ cm تشکیل شده است. ۳۶.۵

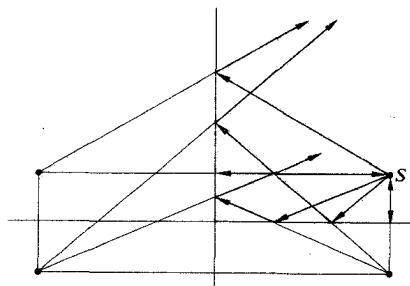


۳۷.۵ پرتو اصلی را از نوک به L_1 چنان رسم کنید که امتداد آن از مرکز مردمک ورودی بگذرد. در این صورت پرتو از مرکز روزنه‌بند می‌گذرد و سپس چنان در L_2 خم می‌شود که امتدادش از مرکز مردمک خروجی بگذرد. یک پرتو حاشیه‌ای از S چنان رسم می‌شود که امتداد آن از لبه مردمک ورودی بگذرد، این پرتو در L_1 چنان خم می‌شود که درست از زیر لبه روزنه‌بند عبور کند و سپس چنان در L_2 خم می‌شود که امتدادش از لبه مردمک خروجی بگذرد.

۲۳.۵ روزنه‌بند یا لبه L_1 است یا لبه L_2 . بدین‌قرار مردمک ورودی را با P_1 و یا P_2 مشخص می‌کند. آن‌سوی F_{o1} ، P_1 زاویه کوچتری را می‌بیند؛ بدین‌ترتیب Σ_1 موضع روزنه‌بند را تعیین می‌کند. تصویر روزنه‌بند در عدسیها درست راست L_2 ، موضع P_3 را به‌عنوان مردمک خروجی تعیین می‌کند.



۲۴.۵



۲۶.۵ $1/s_o + 1/s_i = -2/R$ و قستی $R \rightarrow \infty$ ، $M_T = +1$ و $s_o = -s_i$ ، $1/s_o + 1/s_i = 0$ به‌اندازه جسم و مستقیم است. تصویر مجازی،

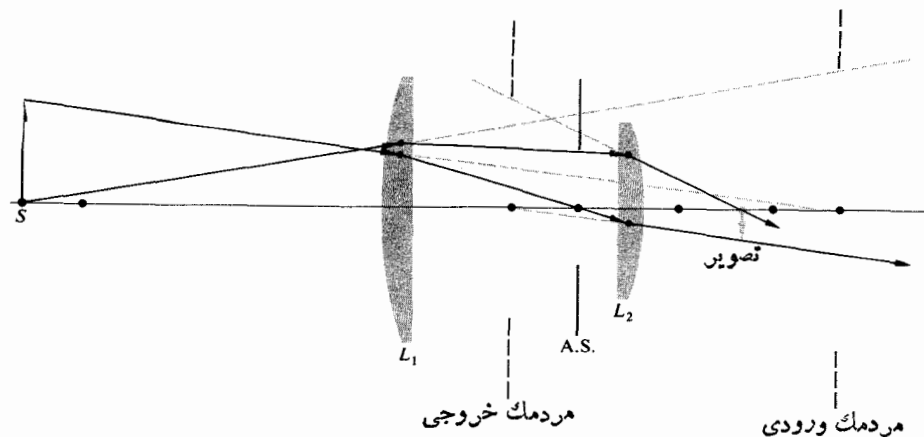
۲۷.۵ از معادله (۲۹.۵) داریم: $1/100 + 1/s_i = -2/80$ ، $s_i = -28.5$ cm ($M_T > 0$) تصویر مجازی ($s_i < 0$)، مستقیم ($M_T > 0$) و کوچک شده است. (با جدول ۵.۵ مقایسه شود). ۲۹.۵ تصویر روی پرده باید حقیقی باشد. در نتیجه s_i مثبت است.

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{100} = -\frac{2}{R}, \quad \frac{5}{100} = -\frac{2}{R}, \quad R = -40 \text{ cm}$$

۳۰.۵ تصویر مستقیم و کوچک شده است. این نکته بر وجود يك آینه کروی کوژ دلالت می‌کند (جدول ۵.۵).

$$f = -R/2 = 30 \text{ cm}, \quad 1/20 + 1/s_i = 1/30, \quad 1/s_i = 1/30 - 1/20$$

$$s_i = -60 \text{ cm}, \quad M_T = -s_i/s_o = 60/20 = 3$$



$$M_T = -\frac{1}{371} \times 10^6 (586) = 46 \times 10^{-11}$$

۳۸.۵

$$y_i = 2160 \times 1061 \times 10^3 \times 46 \times 10^{-11} = 0.16 \text{ mm}$$

$$s_{io} = 5 \text{ m}, \frac{1}{20} + \frac{1}{s_{io}} = \frac{1}{2}$$

۴۲.۵

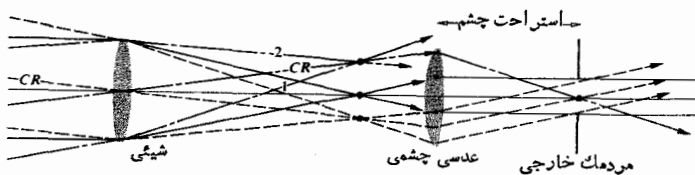
$$\frac{1}{0.3} + \frac{1}{s_{ie}} = \frac{1}{0.6}, \quad s_{ie} = -0.6 \text{ m}$$

$$M_{To} = -\frac{0.6}{10} = -0.06$$

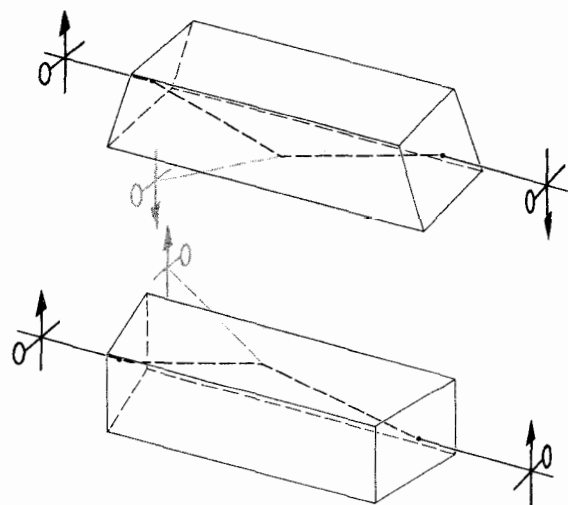
$$M_{Te} = -\left(\frac{-0.06}{0.6}\right) = +0.1$$

$$M_{To} M_{Te} = -0.06$$

۴۵.۵ پرتو ۱ در شکل به عدسی چشمی برخورد نمی‌کند، و بنابراین در انرژی که به نقطه متناظر تصویر می‌رسد کاهشی پدید می‌آید. این عمل همان سایه افکنی است.



۴۶.۵ پرتوهایی که در مسئله پیشین به چشم برخورد نکرده بودند چنان رفتار می‌کنند که به وسیله عدسی میدانی از چشم بگذرند. توجه کنید که چگونه عدسی میدانی اندکی پرتوهای اصلی را



تصویر به اندازه 180° چرخیده است.

۳۹.۵ از معادله (۶۱.۵)

$$\text{گشودگی عددی} = (2624 - 2310)^{1/2} = 0.550$$

$$\theta_{\max} = \sin^{-1} 0.550 = 33^\circ 22'$$

بیشینه زاویه قابل قبول $\theta_{\max} = 66^\circ 44'$ است. یک پرتو بازوویه 45° به سرعت از تار به بیرون نشر پیدا می‌کند، یعنی انرژی خیلی کمی، حتی در نخستین بازتاب، نمی‌تواند به خارج بگریزد.

$$D \approx 586 D, \quad \text{برای چشم, } M_T = -\frac{f}{x_o} = -\frac{1}{x_o} D \quad ۴۰.۵$$

$$x_o = 230,000 \times 1061 = 271 \times 10^3 \text{ km}$$

$$= 0.5 \left[\frac{10}{60} - \frac{6}{60} + \frac{1}{60} \right]$$

$$f = +24$$

$$h_1 = -\frac{24(0.5)(3)}{10(1.5)} = -2.4$$

$$h_2 = -\frac{24(0.5)(3)}{6(1.5)} = -4$$

$$h_1 = \frac{n_{i1}(1-a_{i1})}{-a_{i2}} = \left(\frac{\mathcal{D}_2 d_{21}}{n_{i1}} \right) f \quad 6.6$$

$$= -\frac{(n_{i1}-1)d_{21}f}{R_2 n_{i1}}$$

از معادله (۶.۵) که در آن $n_{i1} = n_l$

$$h_2 = \frac{n_{i2}(a_{22}-1)}{-a_{12}} = -\left(\frac{\mathcal{D}_1 d_{21}}{n_{i1}} \right) f$$

با توجه به معادله (۶.۵)

$$= -\frac{(n_{i1}-1)d_{21}f}{R_1 n_{i1}}$$

۷.۶ $A = R_2 \mathcal{T}_2 R_1$ ، ولی برای سطح تخت

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\mathcal{D}_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

و $R_1 = \infty$ ولی $\mathcal{D}_1 = (n_{i1}-1)/-R_1$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۸.۶ که ماتریس یک‌ه است. از اینرو $A = \mathcal{T}_2 R_1$

$$\mathcal{D}_1 = \frac{(1.5-1)}{0.5} = 1, \quad \mathcal{D}_2 = \frac{(1.5-1)}{-(-0.25)} = 2$$

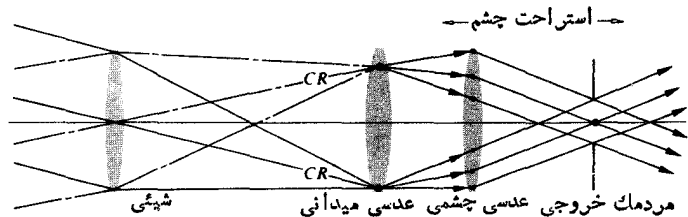
$$A = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2(0.3)}{1.5} & -1 + \frac{2(1)(0.3)}{1.5-2} \\ \frac{0.3}{1.5} & -1 - \frac{(0.3)}{1.5+1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.6 & -2.6 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 0.6(0.8) - (0.2)(-2.6) = 0.48 + 0.52 = 1$$

خم می‌کند به طوری که محور نوری را اندکی نزدیکتر به عدسی چشم قطع کنند و در نتیجه مردمک خروجی را حرکت داده باعث کسوتاه شدن استراحت چشم می‌شود برای دستیابی به مطالب بیشتری درباره این موضوع رک

Modern Optical Engineering by Smith.



فصل ۶

۲.۶ از معادله (۸.۶)

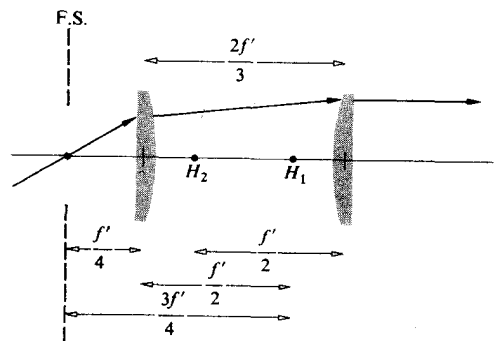
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f'} - \frac{d}{f'f'} = \frac{2}{f'} - \frac{2}{3f'}, \quad f = \frac{3f'}{4}$$

از معادله (۹.۶)

$$\overline{H_{11}H_1} = \left(\frac{3f'}{4} \right) \left(\frac{2f'/3}{f'} \right) = \frac{f'}{2}$$

از معادله (۱۰.۶)

$$\overline{H_{22}H_2} = -\left(\frac{3f'}{4} \right) \left(\frac{2f'/3}{f'} \right) = -\frac{f'}{2}$$



۳.۶ از معادله (۲.۶)، به‌ازای

$$-\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{(n_l-1)d}{n_l R_1 R_2}$$

داریم $0/f = 0$ بنابراین، $d = n_l(R_1 - R_2)/(n_l - 1)$

$$\frac{1}{f} = 0.5 \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{10} + \frac{0.5(3)}{1.5(6)10} \right] \quad 4.6$$

$$E = 10 \sin(120\pi t + 0.93)$$

$$\frac{1 \text{ متر}}{500 \text{ نانومتر}} = 0.2 \times 10^7 = 20000000 \text{ موج} \quad 3.7$$

درشیشه

$$\frac{0.05}{\lambda_0/n} = \frac{0.05(1.5)}{500 \text{ nm}} = 1.5 \times 10^5$$

در هوا

$$\frac{0.05}{\lambda_0} = 0.19 \times 10^7$$

تعداد موجها مجموعاً ۲,۰۵۰,۰۰۰ است

$$\text{O.P.D} = [(1.5)(0.05) + (1)(0.095)] - (1)(1)$$

$$\text{O.P.D} = 1.025 - 1.000 = 0.025 \text{ m}$$

$$\frac{\Delta}{\lambda_0} = \frac{0.025}{500 \text{ nm}} = 5 \times 10^4 \text{ موج}$$

$$E = E_1 + E_2 \quad 6.7$$

$$= E_0 \{ \sin[\omega t - k(x + \Delta x)] + \sin(\omega t - kx) \}$$

$$\sin \beta + \sin \gamma = 2 \sin \frac{1}{2}(\beta + \gamma) \cos \frac{1}{2}(\beta - \gamma) \text{ چون}$$

$$E = 2E_0 \cos \frac{k\Delta x}{2} \sin \left[\omega t - k \left(x + \frac{\Delta x}{2} \right) \right]$$

۷.۷

$$E = E_0 \text{Re} [e^{i(kx - \omega t)} - e^{i(kx - \omega t)}]$$

$$= E_0 \text{Re} [e^{ikx}(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t})]$$

$$= E_0 \text{Re} [e^{ikx} 2i \sin \omega t]$$

$$= E_0 \text{Re} [2i \cos kx \sin \omega t - 2 \sin kx \sin \omega t]$$

و

$$E = -2E_0 \sin kx \sin \omega t$$

موج ساکنی با یک گره در $x=0$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad 8.7$$

در نتیجه انتگرال گیری خواهیم داشت

$$B(x, t) = -\int \frac{\partial E}{\partial x} dt = -2E_0 k \cos kx \int \cos \omega t dt$$

• E. Slayter, *Optical Methods in Biology* ۱۰.۶

$$\overline{PC}/\overline{CA} = (n_1/n_2)R/R = n_1/n_2$$

$$\overline{CA}/\overline{P'C} = n_1/n_2 \quad \text{در حالی که}$$

بنابراین با استفاده از قانون سینوسها، مثلثهای ACP' و ACP مشابه اند.

$$\frac{\sin \angle PAC}{PC} = \frac{\sin \angle APC}{CA}$$

یا

$$n_2 \sin \angle PAC = n_1 \sin \angle APC$$

ولی $\theta_i = \angle PAC$ ، $\theta_t = \angle APC$ بدین ترتیب $P'AC$ و به نظر می رسد که پرتو شکسته از P' می آید.۱۱.۶ با توجه به معادله (۶.۵) فرض می کنیم $\cos \varphi = 1 - \varphi^2/2$ در این صورت

$$t_o = [R^2 + (s_o + R)^2 - 2R(s_o + R) + R(s_o + R)\varphi^2]^{1/2}$$

$$t_o^{-1} = [s_o^2 + R(s_o + R)\varphi^2]^{-1/2}$$

$$t_i^{-1} = [s_i^2 - R(s_i - R)\varphi^2]^{-1/2}$$

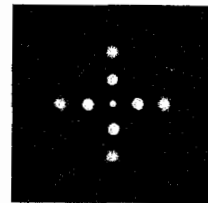
که در آن فقط دو جمله اول سری دو جمله ای را به کار گرفته ایم

$$t_o^{-1} \approx s_o^{-1} - \frac{(s_o + R)h^2}{2s_o^2 R} \quad \varphi \approx \frac{h}{R}$$

$$t_i^{-1} \approx s_i^{-1} + \frac{(s_i - R)h^2}{2s_i^2 R}$$

به کمک نشانیدن مقادیر در معادله (۵.۵)، معادله (۴۰.۶) به دست می آید.

۱۲.۶



فصل ۷

۱۰.۷

$$E_o^2 = 36 + 64 + 2 \times 6 \times 8 \cos \frac{\pi}{4} = 100, E_o = 10$$

$$\tan \alpha = \frac{\lambda}{\varphi}, \quad \alpha = 53.1^\circ = 0.93 \text{ rad}$$

$$\frac{dv}{d\omega} = \frac{dv}{dn} \frac{dn}{d\omega} = -\frac{c}{n^3} \frac{dn}{d\omega}$$

$$v_g = v - \frac{v_g c k}{n^3} \frac{dn}{d\omega}$$

$$v_g = \frac{v}{1 + (ck/n^3)(dn/d\omega)} = \frac{c}{n + \omega(dn/d\omega)}$$

۱۵.۷

$$\omega \gg \omega_i, \quad n^2 = 1 - \frac{Nq_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e} \sum f_i = 1 - \frac{Nq_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e}$$

با استفاده از بسط دو جمله‌ای

$$(1-x)^{1/2} \approx 1 - \frac{1}{2}x, \quad x \ll 1$$

$$n = 1 - \frac{Nq_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e} \quad \frac{dn}{d\omega} = \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^3}$$

$$\begin{aligned} v_g &= \frac{c}{n + \omega(dn/d\omega)} \\ &= \frac{c}{1 - Nq_e^2/\omega^2 \epsilon_0 m_e + Nq_e^2/\epsilon_0 m_e \omega} \\ &= \frac{c}{1 + Nq_e^2/\epsilon_0 m_e \omega^2} \end{aligned}$$

$$v_g < c$$

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{1 - Nq_e^2/\epsilon_0 m_e \omega^2}$$

با بسط دو جمله‌ای

$$(1-x)^{-1} \approx 1+x, \quad x \ll 1$$

$$v = c \left[1 + \frac{Nq_e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} \right]$$

$$vv_g = c^2$$

$$\int_0^\lambda \sin akx \sin b kx dx$$

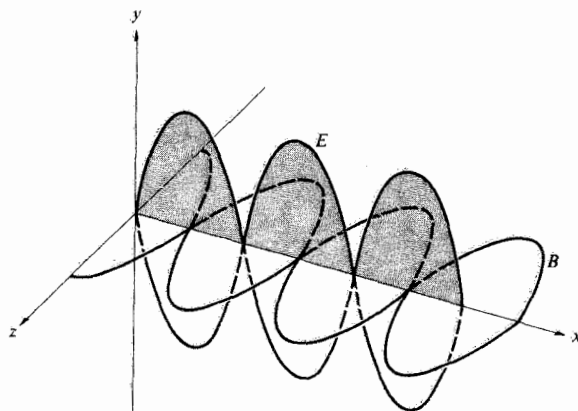
۱۶.۷

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2k} \left[\int_0^\lambda \cos [(a-b)kx] k dx \right. \\ &\quad \left. - \int_0^\lambda \cos [(a+b)kx] k dx \right] \end{aligned}$$

$$= -\frac{2E_0 k}{\omega} \cos kx \sin \omega t$$

ولی $E_0 k / \omega = E_0 / c = B_0$ بنا بر این

$$B(x, t) = -2B_0 \cos kx \sin \omega t$$



$$E = E_0 \cos \omega_c t + E_0 \alpha \cos \omega_m t \cos \omega_c t \quad 10.7$$

$$= E_0 \cos \omega_c t$$

$$+ \frac{E_0 \alpha}{2} \left[\cos (\omega_c - \omega_m) t + \cos (\omega_c + \omega_m) t \right]$$

گستره قابل شنیدن ۲۰ Hz تا $\nu_m = 20 \times 10^3$ Hz. بسامد

$$\nu_m(\max) = 20 \times 10^3 \text{ Hz بیشینه مدوله‌سازی}$$

$$\nu_c - \nu_m(\max) \leq \nu \leq \nu_c + \nu_m(\max)$$

$$\Delta \nu = 2\nu_m(\max) = 40 \times 10^3 \text{ Hz}$$

$$v = \frac{\omega}{k} = ak, \quad v_g = \frac{d\omega}{dk} = 2ak = 2v \quad 11.7$$

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{g}{k}} \quad 12.7$$

$$v_g = v + k \frac{dv}{dk} \quad [38.7]$$

$$\frac{dv}{dk} = -\frac{1}{2k} \sqrt{\frac{g}{k}} = -\frac{v}{2k}$$

$$v_g = \frac{v}{2}$$

$$v_g = v + k \frac{dv}{dk}, \quad \frac{dv}{dk} = \frac{dv}{d\omega} \frac{d\omega}{dk} = v_g \frac{dv}{d\omega} \quad 14.7$$

$$v = c/n$$

فرض می‌کنیم $w + wx' = t$ ، $dw/w = dt/t$

$$0 \leq w \leq b \quad \text{و} \quad 0 \leq t \leq (x' + 1)b$$

فرض می‌کنیم در انتگرال دیگر داریم $w - wx' = -t$

$$0 \leq w \leq b \quad \text{و} \quad 0 \leq t \leq (x' - 1)b$$

$$f'(x) = \frac{E_0}{\pi} \int_0^{(x'+1)b} \frac{\sin t}{t} dt - \frac{E_0}{\pi} \int_0^{(x'-1)b} \frac{\sin t}{t} dt$$

$$f'(x) = \frac{E_0}{\pi} \text{Si}[b(x' + 1)] - \frac{E_0}{\pi} \text{Si}[b(x' - 1)],$$

$$x' = \frac{2x}{L}$$

۱۹.۷ در نتیجه مقایسه با معادله (۶۱.۷)

$$A(\omega) = \frac{\Delta t}{\gamma} E_0 \text{sinc}(\omega_p - \omega) \frac{\Delta t}{\gamma}$$

یا توجه به جدول ۱ داریم $\text{sinc}(\pi/2) = 63.7\%$ داریم که در واقع کاملاً برابر 50% نیست

$$\text{sinc}\left(\frac{\pi}{1.65}\right) = 49.8\%$$

$$\left|(\omega_p - \omega) \frac{\Delta t}{\gamma}\right| < \frac{\pi}{2} \quad \text{یا} \quad -\frac{\pi}{\Delta t} < (\omega_p - \omega) < \frac{\pi}{\Delta t}$$

بدین ترتیب مقادیر قابل ارزیابی $A(\omega)$ در گستره $\Delta\omega \sim 2\pi/\Delta t$ و $\Delta\nu \Delta t \sim 1$ واقع است. تساییدگی با $A^2(\omega)$ متناسب است و $[\text{sinc}(\pi/2)]^2 = 40.6\%$

$\Delta\omega/\Delta k_0 = \bar{\omega}/\bar{k}_0 = c$ ولی $\Delta x \sim c/\Delta\nu$ ، $\Delta x = c\Delta t$ ۲۰.۷
از اینرو $|\Delta\nu/\Delta\lambda_0| = \bar{\nu}/\bar{\lambda}_0$

$$\Delta x \sim \frac{c\bar{\lambda}_0}{\Delta\lambda_0 \bar{\nu}}, \quad \Delta x \sim \frac{\bar{\lambda}_0}{\Delta\lambda_0}$$

اکنون با استفاده از اصل عدم قطعیت

$$\Delta\lambda_0 \ll \bar{\lambda}_0 \quad \text{و} \quad p = h/\lambda \quad \text{که در آن} \quad \Delta x \sim h/\Delta p$$

$$\Delta x = c\Delta t = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 10^{-8} \text{ s} = 3 \text{ m} \quad ۲۱.۷$$

$$\Delta\lambda_0 \sim \frac{\lambda_0^2}{\Delta x} = \frac{(500 \times 10^{-9} \text{ m})^2}{3 \text{ m}}$$

$$\Delta\lambda_0 \sim 8.3 \times 10^{-14} \text{ m} = 8.3 \times 10^{-5} \text{ nm}$$

$$\frac{\Delta\lambda_0}{\bar{\lambda}_0} = \frac{\Delta\nu}{\bar{\nu}} = \frac{8.3 \times 10^{-5}}{500} = 1.6 \times 10^{-7}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2k} \frac{\sin(a-b)kx}{a-b} \Big|_0^{\lambda} - \frac{1}{2k} \frac{\sin(a+b)kx}{a+b} \Big|_0^{\lambda} \\ &= 0 \quad \text{به‌ازای} \quad a \neq b \end{aligned}$$

درحالی که به‌ازای $a = b$

$$\int_0^{\lambda} \sin^2 akx dx = \frac{1}{2k} \int_0^{\lambda} (1 + \cos 2akx) k dx = \frac{\lambda}{2}$$

انتگرالهای دیگر نیز به‌همین ترتیب اند.

۱۷.۷ تابع زوج است بنابراین $B_m = 0$

$$A_0 = \frac{\gamma}{\lambda} \int_{-\lambda/a}^{\lambda/a} dx = \frac{\gamma}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{a} + \frac{\lambda}{a} \right) = \frac{\gamma}{a}$$

$$A_m = \frac{\gamma}{\lambda} \int_{-\lambda/a}^{\lambda/a} (1) \cos mkx dx = \frac{\gamma}{mk\lambda} \sin mkx \Big|_{-\lambda/a}^{\lambda/a}$$

$$A_m = \frac{\gamma}{m\pi} \sin \frac{m\gamma\pi}{a}$$

۱۸.۷

$$f'(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^a E_0 L \frac{\sin kL/2}{kL/2} \cos kx dk$$

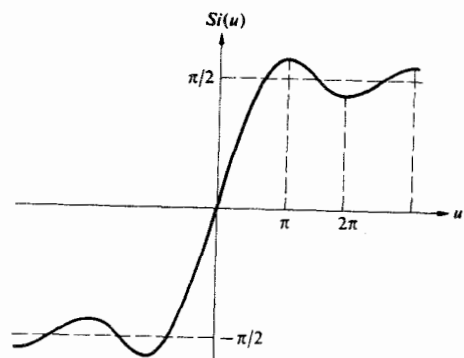
$$= \frac{E_0 L}{\pi^2} \int_0^b \frac{\sin(kL/2 + kx)}{kL/2} dk$$

$$+ \frac{E_0 L}{\pi^2} \int_0^b \frac{\sin(kL/2 - kx)}{kL/2} dk$$

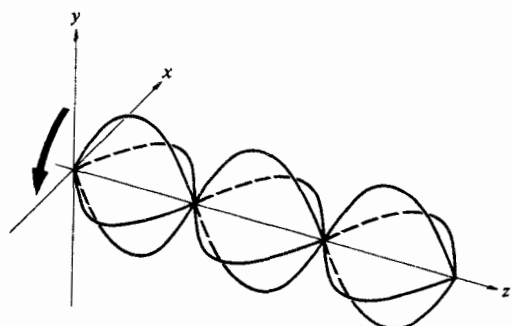
فرض می‌کنیم $kL/2 = w$ ، $L/2 dk = dw$ ، $kx = wx'$

$$f'(x) = \frac{E_0}{\pi} \int_0^b \frac{\sin(w + wx')}{w} dw$$

$$+ \frac{E_0}{\pi} \int_0^b \frac{\sin(w - wx')}{w} dw$$



که $b = aL/2$



$$E_x = \hat{i} E_o \cos(kz - \omega t) + \hat{j} E_o \sin(kz - \omega t) \quad ۳.۸$$

$$E_y = \hat{i} E'_o \cos(kz - \omega t) - \hat{j} E'_o \sin(kz - \omega t)$$

$$E = E_x + E_y = \hat{i}(E_o + E'_o) \cos(kz - \omega t)$$

$$+ \hat{j}(E_o - E'_o) \sin(kz - \omega t)$$

در این صورت $E_o - E'_o = E''_y$ و $E_o + E'_o = E''_x$ قرار می‌دهیم

$$E = \hat{i} E''_x \cos(kz - \omega t) + \hat{j} E''_y \sin(kz - \omega t)$$

از معادلات (۱۱.۸) و (۱۲.۸) آشکار است که بیضی داریم که در آن $\alpha = 0$ و $\epsilon = -\pi/2$

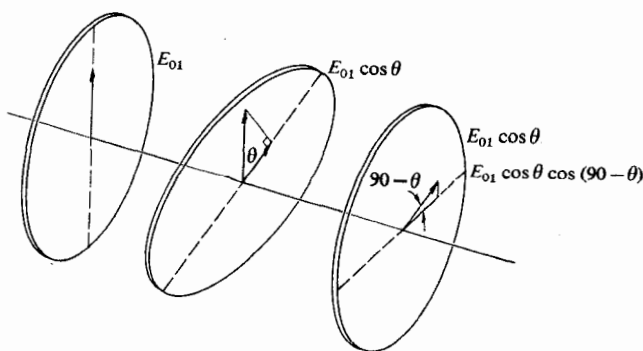
۴.۸ در نور طبیعی، هر پالایه ۳۲٪ از باریکه فرودی را عبور می‌دهد. نیمی از چگالی شار ورودی به شکل حالت ϕ (تخت) بوده موازی محور خاموشی است و هیچ مقداری به طور مؤثر از آن خارج نمی‌شود. از اینرو ۶۴٪ از نور موازی با محور تراگسیل منتقل می‌شود. در این مسئله، ۳۲٪ مقدار I_i به پالایه دوم وارد می‌شود و $I_i = ۲۱\%$ (۳۲٪ I_i) از آن خارج می‌شود. ۷.۸ از شکل (زیر) نتیجه می‌شود که

$$I = \frac{1}{2} E_o^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= \frac{E_o^2}{8} (1 - \cos 2\theta)(1 + \cos 2\theta)$$

$$= \frac{E_o^2}{8} (1 - \cos^2 2\theta) = \frac{E_o^2}{8} \left[1 - \left(\frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{E_o^2}{16} (1 - \cos 4\theta) = \frac{I_i}{8} (1 - \cos 4\theta), \theta = \omega t$$



تقریباً مساوی ۱ قسمت در 10^7 .

$$\Delta \nu = 54 \times 10^3 \text{ Hz}$$

۲۲.۷

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{(54 \times 10^3)(10600 \times 10^{-9} \text{ m})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})} = 1.91 \times 10^{-9}$$

$$\Delta x = c \Delta t \sim \frac{c}{\Delta \nu}$$

$$\Delta x \sim \frac{(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(54 \times 10^3 \text{ Hz})} = 5.55 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\Delta x = c \Delta t = 3 \times 10^8 \times 10^{-10} = 3 \times 10^{-2} \text{ m} \quad ۲۴.۷$$

$$\Delta \nu \sim \frac{1}{\Delta t} = 10^{10} \text{ Hz}$$

$$\Delta \lambda_o \sim \frac{\bar{\lambda}_o^2}{\Delta x} \quad (\text{رک مسئله } ۲۰.۷)$$

$$= \frac{(632.8 \text{ nm})^2}{3} \times 10^{-2} \text{ m} = 0.013 \text{ nm}$$

$$\Delta \nu = 10^{15} \text{ Hz}, \Delta x = c \times 10^{-15} = 300 \text{ nm}$$

$$\Delta \lambda_o \sim \frac{\bar{\lambda}_o^2}{\Delta x} = 1334778 \text{ nm}$$

فصل ۸

۱۰.۸ (الف)

$$E = \hat{i} E_o \cos(kx - \omega t) + \hat{j} E_o \cos(kx - \omega t + \pi)$$

دامنه‌ها برابرند، E_y به اندازه π نسبت به E_x پس افت دارد. بنابراین، به ازای زاویه 135° یا -45° ، در حالت ϕ است.

$$E = \hat{i} E_o \cos(kz - \omega t - \pi/2) \quad (\text{ب})$$

$$+ \hat{j} E_o \cos(kz - \omega t + \pi/2)$$

دامنه‌ها مساوی‌اند، E_y به اندازه π نسبت به E_x پس افت دارد. بنابراین مانند حالت الف است. (ج) E_x به اندازه $\pi/4$ نسبت به E_y پیش است. دامنه‌ها برابرند. بنابراین موج یک بیضی است که به اندازه 45° کج شده، و چپگرد است. (د) E_y به اندازه $\pi/2$ نسبت به E_x پیش افت دارد. دامنه‌ها برابرند. بنابراین یک حالت قطبش دایره‌ای راستگرد است.

$$E_x = \hat{i} \cos \omega t, \quad E_y = \hat{j} \sin \omega t \quad ۲۰.۸$$

موج ساکن با قطبش دایره‌ای چپگرد.

$$n_e = ۱۰۴۸۶۴, n_o = ۱۰۶۵۸۴ \quad ۱۴۰۸$$

از قانون اسنل

$$\sin \theta_i = n_o \sin \theta_{io} = ۰.۷۶۶$$

$$\sin \theta_i = n_e \sin \theta_{ie} = ۰.۷۶۶$$

$$\sin \theta_{io} \approx ۰.۷۶۶۳, \quad \theta_{io} \approx ۲۷^\circ ۳۵'$$

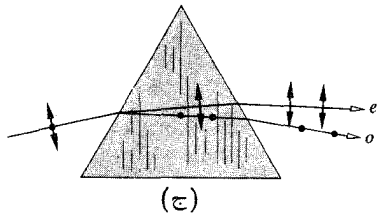
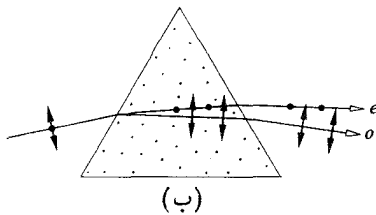
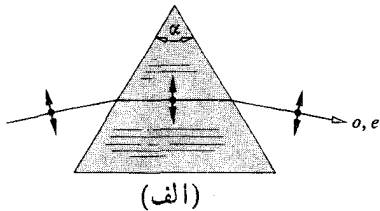
$$\sin \theta_{ie} \approx ۰.۵۱۶, \quad \theta_{ie} \approx ۳۱^\circ ۴'$$

$$\Delta \theta \approx ۳^\circ ۲۹'$$

۱۶۰۸ برای کلیت $n_o > n_e$ وقتی (ب) یا (ج) در یک طیف سنج به کار روند، دوطیف دیده خواهد شد. ضریب شکستها به روش معمولی با استفاده از رابطه

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m)}{\sin \frac{1}{2}\alpha}$$

که در آن زاویه انحراف کمینه مربوط به هر کدام از دو پرتو است، محاسبه می شوند.



۱۷۰۸ E_x به اندازه $\pi/2$ نسبت به E_y پیش است. آنها ابتدا همفاز بودند و $E_x > E_y$. بنابراین موج چپگرد، بیضی شکل و افقی است.

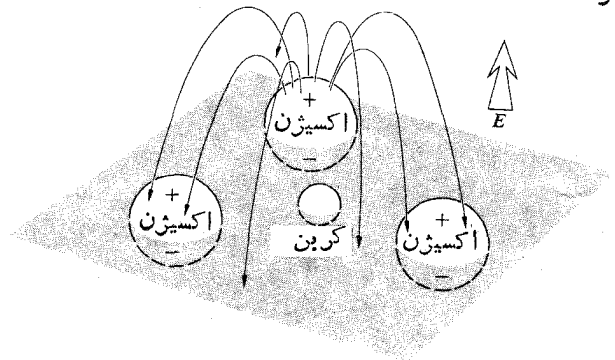
$$\sin \theta_c = \frac{n_{\text{balsam}}}{n_o} = \frac{۱.۵۵}{۱.۶۵۸} = ۰.۹۳۵ \quad ۱۸۰۸$$

$$\theta_c \sim ۶۹^\circ$$

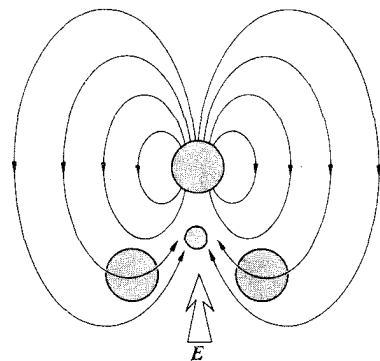
۸۰۸ خیر. بلور چنان عمل می کند که گویی دو نمونه با سمت گیری مخالف یکدیگر به طور متوالی قرار گرفته اند. دو بلور با سمت گیری مشابه که به طور متوالی قرار گرفته باشند مانند یک نمونه ضخیم رفتار می کنند و بنابراین پرتوهای o و e را با هم بیشتر از یکدیگر جدا می کنند.

۱۵۰۸ نور پراکنده از کاغذ از داخل پولارویدها می گذرد و به طور خطی قطبیده می شود. میدان E نور گذرنده از پالایه بالای سمت چپ با مقطع اصلی (که در سرتاسر ربع دوم و چهارم به صورت قطری است) موازی بوده و بنا بر این یک پرتو e است. توجه کنید که چگونه حروف P و T به شیوه ای غیرعادی به سمت پایین تغییر مکان یافته اند. پالایه پایین راست یک پرتو o را عبور می دهد به طوری که حرف C بدون انحراف باقی می ماند. توجه کنید که تصویر عادی به گوشه کند نزدیکتر است.

۱۱۰۸ (الف) و (ج) دو جنبه از مسئله قبلی اند. (ب) شکست دو گانه را نشان می دهد زیرا محور پولاروید نسبت به مقطع اصلی بلور تقریباً زاویه ۴۵° دارد. از اینرو هر دو پرتو o و e خارج خواهند شد.



۱۳۰۸ وقتی که E عمود بر صفحه CO_3 است، قطبش کمتر از موقعی خواهد بود که E موازی این صفحه باشد. در حالت قبل، میدان هراتم اکسیژن قطبیده گرایش دارد که قطبش همسایگانش را کاهش دهد. به سخن دیگر، همان طور که در شکل نموده شده است، میدان القا شده به سمت پایین است در حالی که E به سمت بالاست. وقتی که E در صفحه کربنات است، دو دو قطبی، سومی را تقویت می کنند و برعکس. یک قطبش پذیری کاهش یافته به یسک ثابت دی الکتریک پایینتر، یک ضریب شکست کمتر و سرعت بیشتر منجر می شود. بدین ترتیب $v_{||} > v_{\perp}$.



۲۵۰۸. بله. اگر دامنه‌ی حالت‌های تخت \mathcal{P} با هم متفاوت باشند. باریکه‌ی تراکسیلیده، در دسته‌ای از تیغه‌های قطبنده، به‌ویژه برای يك دسته‌ی كوچك.

۲۷۰۸. ماده‌ی فوتوالاستيك را بین قطبنده‌های دایره‌ای چنان قرار دهید که هر دو تأخیر دهنده مقابل آن قرار گیرند (مانند شکل ۵۲۰۸). تحت روش‌نمایی دایره‌ای سمت‌گیری محورهای تنش نسبت به يك محور دیگر هیچ برتری ندارد و بنابراین همه‌ی آنها از یکدیگر تمیز ناپذیرند. فقط دوشکستی اثری خواهد داشت و بنابراین تکفامی نمایان می‌شود. اگر دو قطبنده با هم متفاوت باشند، یعنی یکی راستگرد، \mathcal{R} ، و دیگری چپگرد، \mathcal{L} ، باشد، نواحی که در آنها Δn منجر به $\Delta\varphi = \pi$ می‌شود، روشن دیده خواهند شد. اگر یکسان باشند، نواحی فوق‌الذکر تاریک دیده خواهند شد.

$$V_{\lambda/2} = \frac{\lambda_0}{2n_0^2 r_{63}} \quad [۴۴۰۸] \quad ۲۹۰۸$$

$$= \frac{550 \times 10^{-9}}{2(1.58)^2 5.9 \times 10^{-12}}$$

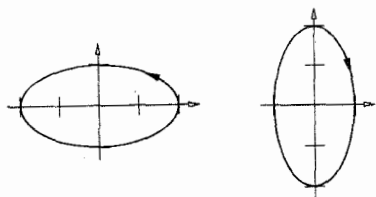
$$= \frac{10^5}{2(3.94)} = 12.7 \text{ kV}$$

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* = 0, \quad \mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} e_{21} \\ e_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* = (1)(e_{21})^* + (-2i)(e_{22})^* = 0$$

$$\mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ i \end{bmatrix}$$

\mathbf{E}_1 وجود دارد \mathbf{E}_2 وجود دارد

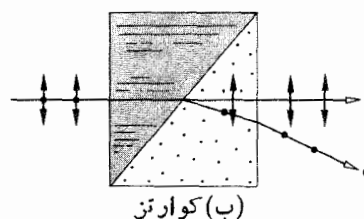
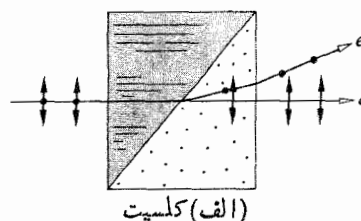


۳۱۰۸. ماتریسها عیناً جذب شوند

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۲۰۰۸



(ج) انرژی ناخواسته می‌تواند به‌صورت یسکی از حالت‌های \mathcal{P} (تخت) بدون بروز مشکلات گرمایش موضعی مصرف شود.
(د) روکون يك باریکه‌ی بدون انحراف (پرتو \mathcal{O}) را منتقل می‌کند که در این صورت افام نیز هست.

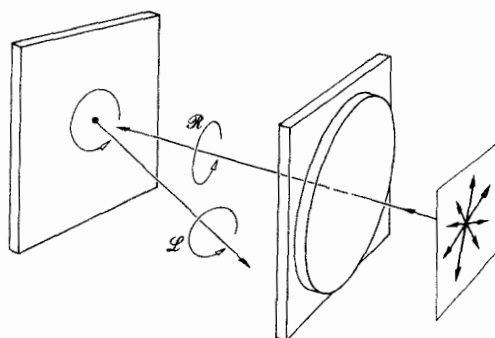
$$\Delta\varphi = \frac{\gamma\pi}{\lambda_0} d \Delta n \quad ۲۳۰۸$$

ولی به‌علت تغییر مکان فریز داریم: $\Delta\varphi = (1/4)(2\pi)$ ، بنابراین $\Delta\varphi = \pi/2$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\gamma\pi d(0.0055)}{589.3 \times 10^{-9}}$$

$$d = \frac{589.3 \times 10^{-9}}{2(10^{-2})} = 2.94 \times 10^{-5} \text{ m}$$

۲۴۰۸. حالت راستگرد \mathcal{R} فرودی روی صفحه‌ی شیشه‌ای الکترونها را در مدارهای دایره‌ای می‌رانند و آنها نور دایره‌ای بازتابش می‌کنند که میدان \mathbf{E} ی آنها در همان جهتی می‌چرخد که میدان باریکه‌ی ورودی. ولی جهت انتشار در اثر بازتاب وارونه می‌شود به‌طوری که هر چند نور فرودی در يك حالت راستگرد \mathcal{R} است، نور بازتابیده چپگرد می‌شود. بنابراین کاملاً به‌وسیله‌ی قطبنده‌ی دایره‌ای راستگرد درآشامیده خواهد شد. این مطالب در شکل زیر به‌نمایش درآمده است.



$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۳۴.۸

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۳۲.۸

$$\begin{bmatrix} te^{i\varphi} & 0 \\ 0 & te^{i\varphi} \end{bmatrix}$$

که در آن يك افزایش فاز φ در اثر عبور از تیغه، در هردو مؤلفه وارد می‌شود

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۳۵.۸

$$\begin{bmatrix} t^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t^2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_u} = \frac{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}}{S_0} \quad [۸.۵۶] \text{ و } [۸.۲۹] \quad ۳۶.۸$$

$$I_p = (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۴.۹ $r_1^2 = a^2 + r_2^2 - 2ar_2 \cos(90^\circ - \theta)$ سهم جمله سوم بسط مک لورن در $\cos \delta/2$ ناچیز خواهد بود. اگر

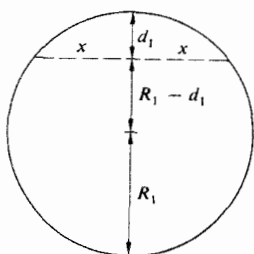
$$\frac{k}{2} \left(\frac{e^2}{2r_1} \cos^2 \theta \right) \ll \frac{\pi}{2}$$

بنا بر این $r_1 \gg a^2/\lambda$

$$\Delta y = s\lambda_0/2d\alpha(n-n') \quad ۸.۹$$

$$\Delta y = (s/a)\lambda, a = 10^{-2} \text{ cm}, a/2 = 5 \times 10^{-2} \text{ cm} \quad ۹.۹$$

۱۱.۹ $m = 2n_f d/\lambda_0 = 10000$ معادله (۲۵.۹). يك كمینه، بنا بر این ناحیه تاریک مرکزی.



$$x^2 = d_1 [(R_1 - d_1) + R_1] \quad ۱۲.۹$$

$$x^2 = 2R_1 d_1 - d_1^2$$

به همین ترتیب

$$x^2 = 2R_2 d_2 - d_2^2$$

$$d = d_1 - d_2 = \frac{x^2}{2} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right], \quad d = m \frac{\lambda_f}{2}$$

همچنان که $R_2 \rightarrow \infty$ ، x_m ، به معادله (۲۷.۹) نزدیک می شود. ۱۳.۹ يك آینه تخت و يك آینه کروی.

$$\Delta x = \frac{\lambda_f}{2\alpha}, \quad \alpha = \frac{\lambda_0}{2n_f \Delta x} \quad ۱۵.۹$$

$$\alpha = 5 \times 10^{-5} \text{ rad} = 10.2 \text{ s}$$

$$E_t^* = E_i E_i^* = \frac{E_o^*(t')^2}{(1 - r^2 e^{-i\delta})(1 - r^2 e^{+i\delta})} \quad ۱۸.۹$$

$$I_t = \frac{I_i (t')^2}{(1 - r^2 e^{-i\delta} - r^2 e^{+i\delta} + r^4)}$$

۲۰.۹ در فرود تقریباً عمودی ($\theta_i \approx 0$) شکل ۲۳.۴ ه نشان می دهد که تغییر فاز نسبی بین يك باریکه بازتابیده داخلی و خارجی برابر π رادیان است. مفهوم آن يك اختلاف فاز نسبی

$$\frac{2\pi}{\lambda_f} \left[2 \left(\frac{\lambda_f}{4} \right) \right] + \pi$$

$$I - I_p = I_u$$

$$S_o - (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2} = I_u \quad (\text{الف})$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$5 - (0 + 0 + 1)^{1/2} = I_u$$

فصل ۹

۱.۹

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = \frac{1}{4} (\mathbf{E}_1 e^{-i\omega t} + \mathbf{E}_1^* e^{i\omega t}) \cdot \frac{1}{4} (\mathbf{E}_2 e^{-i\omega t} + \mathbf{E}_2^* e^{i\omega t})$$

$$\text{Re}(z) = \frac{1}{2} (z + z^*) \quad \text{که در آن}$$

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 = \frac{1}{4} [\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 e^{-2i\omega t} + \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2^* e^{2i\omega t} + \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* + \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2]$$

دو جمله آخر مستقل از زمان اند، در حالی که به علت ضریب $1/T\omega$ داریم

$$\langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 e^{-2i\omega t} \rangle \rightarrow 0 \quad \text{و} \quad \langle \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2^* e^{2i\omega t} \rangle \rightarrow 0$$

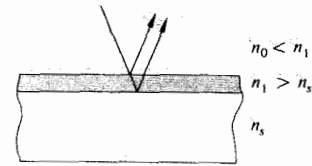
از اینرو

$$I_{12} = 2 \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle = \frac{1}{2} (\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* + \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2)$$

۲.۹ بزرگترین مقدار $(r_1 - r_2)$ برابر a است. از اینرو به ازای $\epsilon_1 = \epsilon_2$ ، $\delta = k(r_1 - r_2)$ از ۰ تا ka تغییر می کند. به ازای $\cos \delta$ ، و بنا بر این I_{12} تعداد زیادی بیشینه و کمینه خواهند داشت و در نتیجه در ناحیه وسیعی از فضا مقدار متوسط آنها صفر خواهد شد. در مقابل، به ازای $a \ll \lambda$ ، δ فقط اندکی از ۰ تا ka تغییر می کند. بدین سان میانگین I_{12} صفر نمی شود و از معادله (۶.۹)، I انحراف اندکی از $2I_0$ پیدا می کند. دو چشمه به طور مؤثر به صورت يك تك چشمه با شدت دو برابر چشمه اصلی رفتار می کنند.

۳.۹ يك لامپ در S فریزهایی پدید می آورد. می توانیم تصور کنیم که لامپ از تعداد بسیار زیادی چشمه های نقطه ای ناهمدوس تشکیل یافته است. هر يك از این چشمه ها يك نقش مستقل ایجاد می کند که همه آنها برهم می افتند. لامپها در S_1 و S_2 ناهمدوس خواهند بود و نمی توانند فریزهای قابل آشکارسازی تشکیل دهند.

یا 2π است. امواج باهم همفاز بوده و به طور سازنده تداخل می کنند.



$$\delta = k(r_1 - r_2) + \pi \quad (\text{آینه لویده}) \quad ۲۱.۹$$

$$\delta = k \left\{ \frac{a}{2} \sin \alpha - [\sin(90 - 2\alpha)] \frac{a}{2} \sin \alpha \right\} + \pi$$

$$\delta = \frac{ka(1 - \cos 2\alpha)}{2 \sin \alpha + \pi}$$

بیشینه به ازای $\delta = 2\pi$ پیش می آید و این وقتی است که $\sin \alpha (\lambda/a) = (1 - \cos 2\alpha) = 2 \sin^2 \alpha$ عبارت است از $\alpha = \sin^{-1}(\lambda/2a)$

$$n_o = 1 \quad n_s = n_g \quad n_1 = \sqrt{n_g} \quad ۲۲.۹$$

$$\sqrt{1.54} = 1.24$$

$$d = \frac{1}{4} \lambda_f = \frac{1}{4} \frac{\lambda_o}{n_1} = \frac{1}{4} \frac{520}{1.24} \text{ nm}$$

تغییر فاز نسبی بین دو موج وجود ندارد.

$$I = I_{\max} \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad ۲۴.۹$$

$$\gamma = \pi \therefore \delta = \frac{\pi}{2} \text{ وقتی که } I = \frac{I_{\max}}{2}$$

فاصله بین بیشینه ها 2π است.

$$\phi = \frac{2\pi}{\gamma} = 2$$

$$R = 0.80 \therefore F = \frac{4R}{(1-R)^2} = 80 \quad (\text{الف}) \quad ۲۵.۹$$

$$\gamma = 4 \sin^{-1} 1/\sqrt{F} = 0.448 \quad (\text{ب})$$

$$\phi = \frac{2\pi}{0.448} \quad (\text{ج})$$

$$C = 1 + F \quad (\text{د})$$

۲۶.۹ فریزرها عموماً يك رشته نوارهای دنداندار فریز هستند که نسبت به شیشه ثابت اند.

۲۹.۹

$$\frac{2}{1 + F(\Delta\delta/2)^2} = 0.81 \left[1 + \frac{1}{1 + F(\Delta\delta/2)^2} \right]$$

$$F^2(\Delta\delta)^2 - 15.5F(\Delta\delta)^2 - 30 = 0$$

۳۰.۹

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \quad v = 0.42 + 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 1.573 \times 10^{-9}$$

$$\Delta y = \frac{s\lambda}{a} = 3.46 \text{ mm}$$

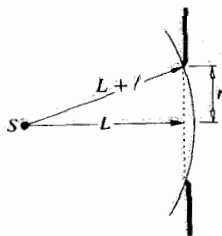
فصل ۱۰

$$(L+r)^2 = L^2 + r^2 \quad ۱۰.۱۰$$

$$r = \frac{r^2}{2}, L = (r^2 - r^2)/2r \approx \frac{r^2}{2}$$

بنابراین به ازای $r \gg \lambda$ داریم

$$L = \frac{(1 \times 10^{-3})^2 10}{2\lambda} = 10 \text{ m} \therefore \lambda L \gg \frac{r^2}{2}$$



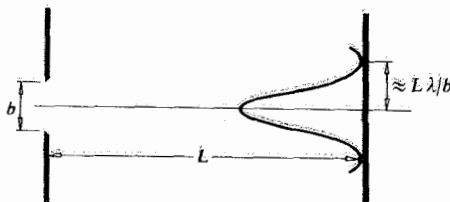
$$\frac{E_o}{2} = R \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad ۲۰.۱۰$$

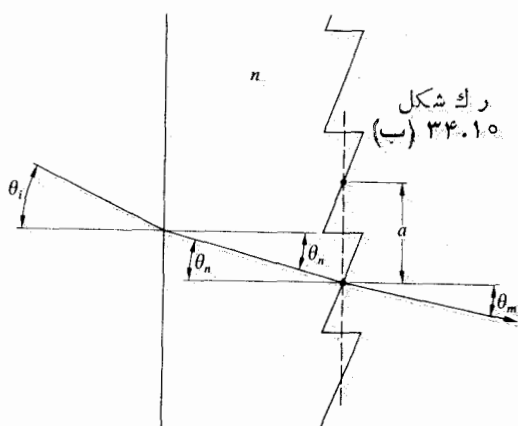
$$E = 2R \sin\left(\frac{N\delta}{2}\right) \quad \text{طول طناب}$$

$$E = \frac{E_o \sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}$$

$$I = E^2$$

۴.۱۰





$$R = mN = 10^\circ, \quad N = 78 \times 10^3 \quad 9.10$$

$$\therefore m = \frac{10^\circ}{78} \times 10^3$$

$$\Delta\lambda_{\text{fsr}} = \frac{\lambda}{m} = \frac{500 \text{ nm}}{(10^\circ/78 \times 10^3)} = 39 \text{ nm}$$

$$R = \mathcal{F}m = \mathcal{F} \frac{2n_f d}{\lambda} = 10^\circ \quad [54.9]$$

$$\Delta\lambda_{\text{fer}} = \frac{\lambda^2}{2n_f d} = 0.0125 \text{ nm} \quad [56.9]$$

$$A = 2\pi\rho^2 \int_0^\varphi \sin\varphi d\varphi = 2\pi\rho^2(1 - \cos\varphi) \quad 11.10$$

$$\cos\varphi = \frac{\rho^2 + (\rho + r_o)^2 - r_l^2}{2\rho(\rho + r_o)}$$

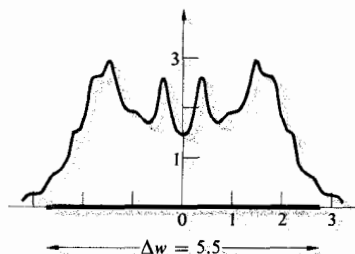
$$r_l = r_o + \frac{l\lambda}{2}$$

مساحت نخستین مناطق l

$$A = 2\pi\rho^2 - \pi\rho \frac{2\rho^2 + 2\rho r_o - l\lambda r_o - l^2\lambda^2/4}{\rho + r_o}$$

$$A_l = A - A_{l-1} = \frac{\lambda\pi\rho}{\rho + r_o} \left[r_o + \frac{(2l-1)\gamma}{2} \right]$$

۱۳.۱۰



$$\beta = \pm\pi$$

$$\sin\theta = \pm \frac{\lambda}{b}$$

$$\theta \approx \pm \frac{\lambda}{b}$$

$$L\theta \approx \pm \frac{L\lambda}{b}$$

$$L\theta \approx \pm \frac{f_r\lambda}{b}$$

$$\alpha = \frac{ka}{\gamma} \sin\theta, \quad \beta = \frac{kb}{\gamma} \sin\theta \quad 5.10$$

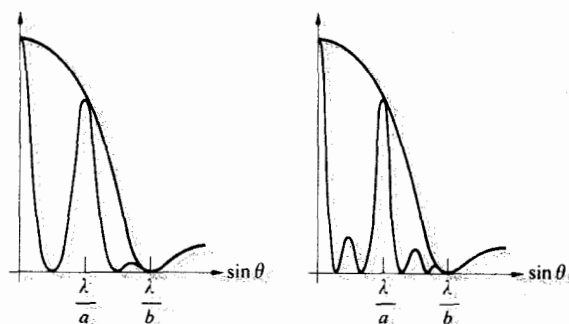
$$a = mb, \quad \alpha = m\beta, \quad \alpha = m\gamma\pi$$

$$N = \text{تعداد فریزها} = \frac{\alpha}{\pi} = \frac{m\gamma\pi}{\pi} = 2m$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{2N} = \frac{\pi}{2} \quad [34.10] \quad 9.10$$

$$I(\theta) = \frac{I(0)}{N^2} \left(\frac{\sin\beta}{\beta} \right)^2 \quad \text{از معادله (۳۵.۱۰)}$$

$$\frac{I}{I(0)} \approx \frac{1}{9}$$



$$\sin\theta_i = n \sin\theta_n \quad 8.10$$

$$\text{اختلاف راه نوری} = m\lambda$$

$$a \sin\theta_m - na \sin\theta_n = m\lambda$$

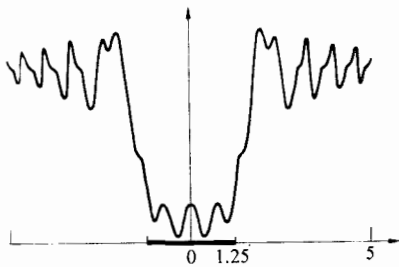
$$a(\sin\theta_m - \sin\theta_i) = m\lambda$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{58929}{59} = 999 \quad ۲۱.۱۰$$

$$N = \frac{R}{m} = 333$$

$$u = y \left[\frac{y}{\lambda r_0} \right]^{1/2} \quad ۲۲.۱۰$$

$$\Delta u = \Delta y \times 10^3 = 205$$



$$d \sin \theta_1 = m\lambda, \quad \theta = \frac{N\delta}{2} = \pi \quad ۲۳.۱۰$$

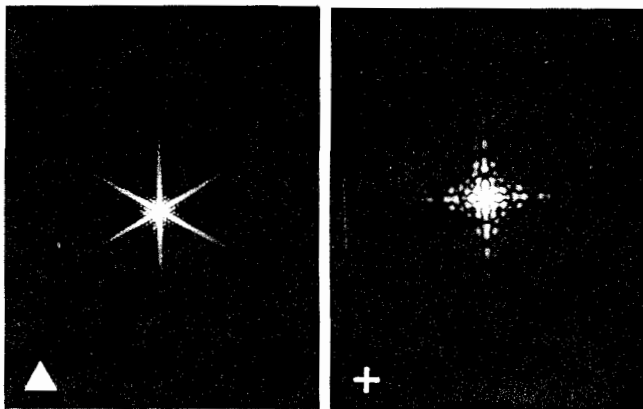
$$y \sin \theta = (1)(0.21) \quad \delta = \frac{2\pi}{N} = kd \sin \theta$$

$$\sin \theta = 0.03 \quad \sin \theta = 0.0009$$

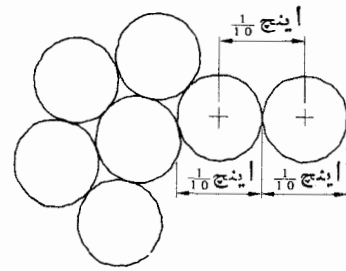
$$\theta = 1.7^\circ \quad \theta = 3 \text{ min}$$

۲۶.۱۰ اگر روزنه نسبت به یک خط متقارن باشد، این نقش نسبت به یک خط موازی آن متقارن خواهد بود. به علاوه، نقش نسبت به خط دیگری نیز که عمود بر محور تقارن روزنه است، قائم خواهد بود. این نتیجه از آنجا ناشی می شود که نقشهای فرانوفر دارای یک مرکز تقارن اند.

۲۷.۱۰



$$۱۴.۱۰ \text{ يك قسمت در } ۱۰۰۰ = ۲۵۴ \text{ cm} = ۱۰۰ \text{ اينچ} \cdot ۲۷$$



$$I = \frac{I_0}{2} \left\{ \left[\frac{1}{2} - \epsilon(v_1) \right]^2 + \left[\frac{1}{2} - \epsilon(v_2) \right]^2 \right\} \quad ۱۵.۱۰$$

$$I = \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{\pi v_1} \right)^2 \left[\sin^2 \left(\frac{\pi v_1}{2} \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi v_1}{2} \right) \right] \\ = \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{\pi v_1} \right)^2$$

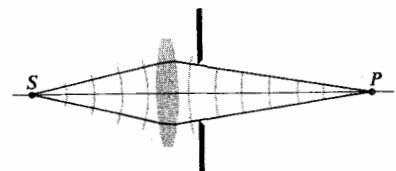
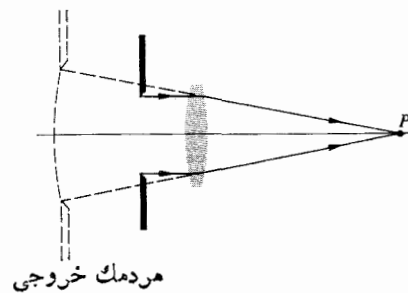
۱۷.۱۰ فریزها در هر دو ناحیه روشن و سایه

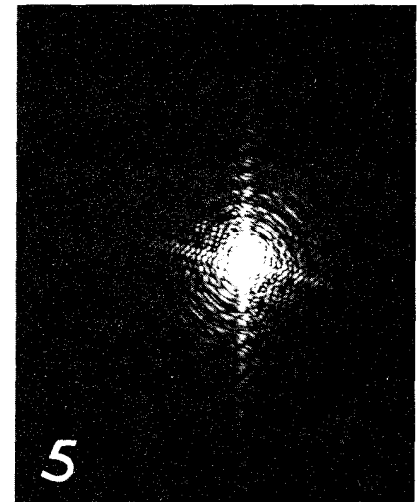
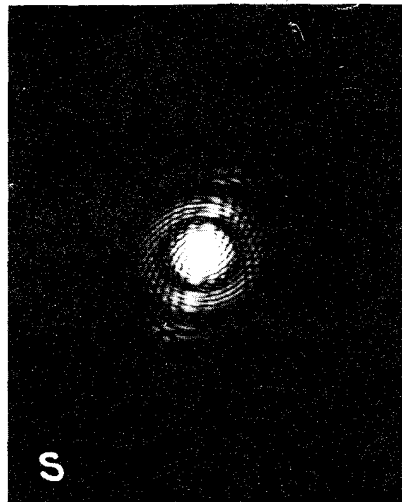
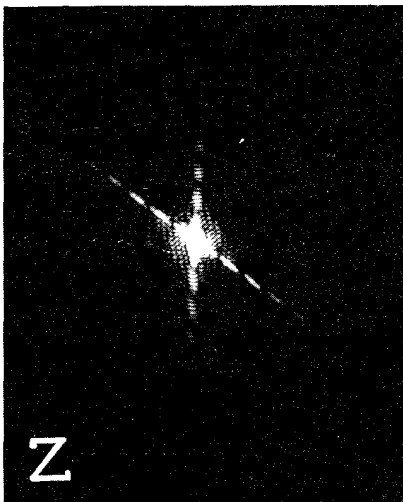
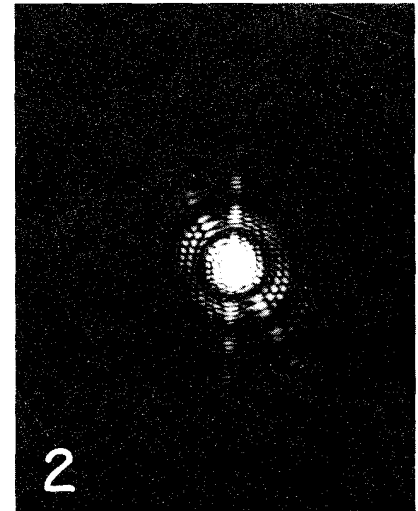
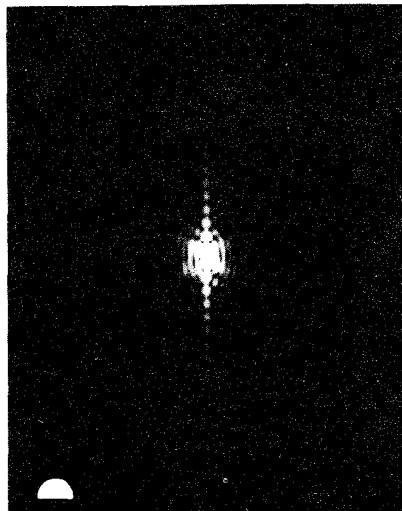
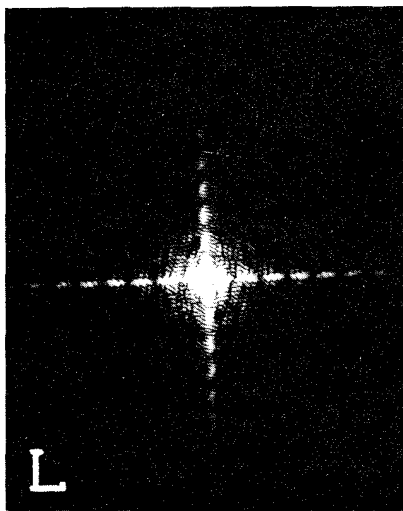
[M. P. Givens and W. L. Goffe *Am. J. Phys*, **34**, 248(1966)].

$$y = \frac{L\lambda}{d} \quad ۱۸.۱۰$$

$$d = \frac{۱۲ \times ۱۰^{-6}}{۱۲ \times ۱۰^{-2}} = ۱۰^{-4} \text{ m}$$

۱۹.۱۰ موج همگرایی کروی در فضای تصویر به وسیله مردمک خروجی پراشیده می شود.





فصل ۱۱

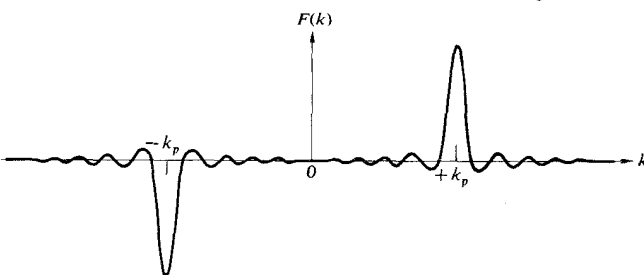
۱.۱۱

$$E_o \sin k_p x = \frac{E_o (e^{ik_p x} - e^{-ik_p x})}{2i}$$

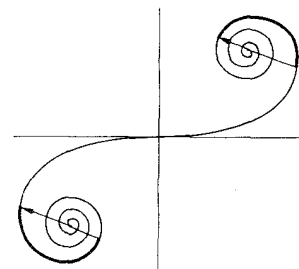
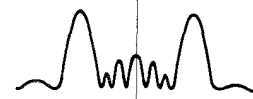
$$F(k) = \frac{E_o}{2i} \left[\int_{-L}^{+L} e^{i(k+k_p)x} dx - \int_{-L}^{+L} e^{i(k-k_p)x} dx \right]$$

$$F(k) = -\frac{iE_o \sin(k+k_p)L}{(k+k_p)} + \frac{iE_o \sin(k-k_p)L}{(k-k_p)}$$

$$F(k) = iE_o L [\text{sinc}(k-k_p)L - \text{sinc}(k+k_p)L]$$



۲۹.۱۰



$$I = \langle E_I^Y \rangle \left| \sum_j e^{i(k_Y y_j + k_Z z_j)} \right|^2 \quad ۱۰.۱۱$$

$$\begin{aligned} & \left| \sum_j \cos(k_Y y_j + k_Z z_j) + i \sin(k_Y y_j + k_Z z_j) \right|^2 \\ &= \sum_j^N \cos^2(k_Y y_j + k_Z z_j) + \sum_j^N \sin^2(k_Y y_j + k_Z z_j) \\ &+ 2 \sum_{j \neq l}^N \cos(k_Y y_j + k_Z z_j) \cos(k_Y y_l + k_Z z_l) \\ &+ 2 \sum_{j \neq l}^N \sin(k_Y y_j + k_Z z_j) \sin(k_Y y_l + k_Z z_l) \end{aligned}$$

اگر روزه‌های زیادی با قرارگیری کاتوره‌ای وجود داشته باشند، دو جمله جمع دوگانه به سمت صفر میل خواهند کرد زیرا مقادیر سینوس و کسینوس از ۱- تا ۱+ تغییر می‌کند. ولی مجموع جملات مجذور، N برابر یک می‌شود. از اینرو

$$I \approx \langle E_I^Y \rangle N$$

$$\mathcal{A}(y, z) = \mathcal{A}(-y, -z) \quad ۱۱.۱۱$$

$$E(Y, Z, t) \propto \iint \mathcal{A}(y, z) e^{i(k_Y y + k_Z z)} dy dz$$

Y را به $-Y$ ، Z را به $-Z$ ، y را به $-y$ ، z را به $-z$ تبدیل می‌کنیم. در این صورت k_Y به $-k_Y$ و k_Z به $-k_Z$ تبدیل می‌شود

$$E(-Y, -Z) \propto \iint \mathcal{A}(-y, -z) e^{i(k_Y y + k_Z z)} dy dz$$

$$\therefore E(-Y, -Z) = E(Y, Z)$$

۱۲.۱۱ از معادله (۶۳.۱۱)

$$E(Y, Z) = \iint \mathcal{A}(y, z) e^{ik(Yy + Zz)/R} dy dz$$

$$E'(Y, Z) = \iint \mathcal{A}(\alpha y, \beta z) e^{ik(Yy + Zz)/R} dy dz$$

حال $z' = \beta z$ و $y' = \alpha y$ قرار می‌دهیم

$$E'(Y, Z) = \frac{1}{\alpha\beta} \iint \mathcal{A}(y', z') e^{ik[(Y/\alpha)y' + (Z/\beta)z']} dy' dz'$$

یا

$$E'(Y, Z) = \frac{1}{\alpha\beta} E\left(\frac{Y}{\alpha}, \frac{Z}{\beta}\right)$$

۱۳.۱۱

$$C_{ff} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} A \sin(\omega t + \epsilon) A \sin(\omega t - \omega \tau + \epsilon) dt$$

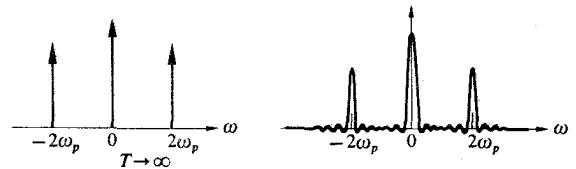
$$\cos^2 \omega_p t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega_p t \quad ۳.۱۱$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{e^{2i\omega_p t} + e^{-2i\omega_p t}}{2}$$

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \frac{1}{2} \int_{-T}^{+T} e^{i\omega t} dt + \frac{1}{2} \int_{-T}^{+T} e^{i(\omega + 2\omega_p)t} dt \\ &+ \frac{1}{2} \int_{-T}^{+T} e^{i(\omega - 2\omega_p)t} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \frac{1}{\omega} \sin \omega T + \frac{1}{2(\omega - 2\omega_p)} \sin(\omega + 2\omega_p)T \\ &+ \frac{1}{2(\omega - 2\omega_p)} \sin(\omega - 2\omega_p)T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(\omega) &= T \operatorname{sinc} \omega T + \frac{T}{2} \operatorname{sinc}(\omega + 2\omega_p)T \\ &+ \frac{T}{2} \operatorname{sinc}(\omega - 2\omega_p)T \end{aligned}$$



$$\int_{x=-\infty}^{x=+\infty} f(x) h(X-x) dx \quad ۵.۱۱$$

$$= - \int_{x'=-\infty}^{x'=+\infty} f(X-x') h(x') dx'$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} h(x') f(X-x') dx'$$

که در آن $x' = X - x$ ، $dx = -dx'$

$$f \circledast h = h \circledast f$$

یا

$$\mathcal{F}\{f \circledast h\} = \mathcal{F}\{f\} \cdot \mathcal{F}\{h\} = \mathcal{F}\{h\} \cdot \mathcal{F}\{f\} = \mathcal{F}\{h \circledast f\}$$

۷.۱۱ یک نقطه در کناره $f(x, y)$ ، یعنی در $(x=d, y=0)$ داخل مربعی به ضلع 2ℓ که مرکز آن در فاصله $X=d$ است، بخش می‌شود. از اینرو بیشتر از $X=d+\ell$ توسعه نمی‌یابد و بنابراین همگردشی باید در $X=d+\ell$ و فراتر از آن صفر باشد.

$$I \propto \int_{-w/\gamma}^{+w/\gamma} (1 + \cos k_o \Lambda) dy'$$

$$I \propto w + \frac{d}{k_o a} \left[\sin \left(\frac{ay}{s} + \frac{aw}{\gamma d} \right) - \sin \left(\frac{ay}{s} - \frac{aw}{\gamma d} \right) \right]$$

$$I \propto w + \frac{d}{k_o a} \left[\sin \left(\frac{k_o ay}{s} \right) \cos \left(\frac{k_o aw}{\gamma d} \right) + \cos \left(\frac{k_o ay}{s} \right) \sin \left(\frac{k_o aw}{\gamma d} \right) - \sin \left(\frac{k_o ay}{s} \right) \cos \left(\frac{k_o aw}{\gamma d} \right) + \cos \left(\frac{k_o ay}{s} \right) \sin \left(\frac{k_o aw}{\gamma d} \right) \right]$$

$$I \propto w + \frac{d\gamma}{k_o a} \sin \left(\frac{k_o aw}{\gamma d} \right) \cos \left(\frac{k_o ay}{s} \right)$$

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

۴.۱۲

$$I_{\max} = I_P^{(1)} + I_P^{(2)} + 2\sqrt{I_P^{(1)} I_P^{(2)}} |\tilde{\gamma}_{12}|$$

$$I_{\min} = I_P^{(1)} + I_P^{(2)} - 2\sqrt{I_P^{(1)} I_P^{(2)}} |\tilde{\gamma}_{12}|$$

$$\gamma_P = \frac{2\sqrt{I_P^{(1)} I_P^{(2)}} |\tilde{\gamma}_{12}|}{I_P^{(1)} + I_P^{(2)}}$$

۵.۱۲ به ازای $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2$ ، $S''S_1O' - S'S_1O' = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2$ تا بیدگی ناشی از S' از رابطه زیر به دست می آید

$$I' = 2I_o \cos^2 \left(\frac{\delta'}{2} \right) = 2I_o (1 + \cos \delta')$$

درحالی که تا بیدگی ناشی از S'' چنین است

$$I'' = 2I_o \cos^2 \left(\frac{\delta''}{2} \right) =$$

$$2I_o \cos^2 (\delta' + \pi)/2 = 2I_o (1 + \cos \delta')$$

بنابراین $I' + I'' = 4I_o$

$$\theta = \frac{1^\circ}{2} = 0.0087 \text{ rad} \quad ۷.۱۲$$

$$h = 0.32 \frac{\bar{\lambda}_0}{\theta} \quad \text{با استفاده از } \bar{\lambda}_0 = 550 \text{ nm}$$

$$h = 0.32 \frac{550 \text{ nm}}{0.0087}$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \int \left[\frac{1}{2} \cos(\omega\tau) - \frac{1}{2} \cos(2\omega t - \omega\tau + 2\epsilon) \right] dt$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad \text{چون}$$

پس

$$C_{ff} = \frac{A^2}{2} \cos(\omega\tau)$$

$$E(k_z) = \int_{-b/\gamma}^{+b/\gamma} A_o \cos \left(\frac{\pi z}{b} \right) e^{ik_z z} dz \quad ۱۴.۱۱$$

$$= A_o \int \cos \frac{\pi z}{b} \cos k_z z dz$$

$$+ i A_o \int \cos \frac{\pi z}{b} \sin k_z z dz$$

$$E(k_z) = A_o \cos \frac{bk_z}{2} \left[\frac{1}{\left(\frac{\pi}{b} - k_z \right)} + \frac{1}{\left(\frac{\pi}{b} + k_z \right)} \right]$$

فصل ۱۲

۱۰.۱۲ در فشارهای کم، شدت گسیلیده از لامپ پایین است، پهنای نواری باریک و طول همدوسی زیاد است. فریزها ابتدا با تمایز شدیدی ظاهر خواهند شد هر چند نسبتاً ضعیف خواهند بود. به تدریج که فشار بالا رود، طول همدوسی کاهش می یابد، تمایزافت خواهد کرد و فریزها حتی ممکن است کاملاً ناپدید شوند.

۳.۱۲ تا بیدگی در Σ ناشی از یک چشمه نقطه ای چنین است

$$2I_o \cos^2 \left(\frac{\delta}{2} \right) = 2I_o (1 + \cos \delta)$$

برای یک عنصر دیفرانسیلی چشمه به پهنای dy' در نقطه S' ، r' از محور، اختلاف راه نوری از دو شکاف تا P روی y چنین است

$$\Lambda = (\overline{S'S_1} + \overline{S_1P}) - (\overline{S'S_2} + \overline{S_2P})$$

$$= (\overline{S'S_1} - \overline{S'S_2}) + (\overline{S_1P} - \overline{S_2P})$$

$$= \frac{ay'}{d} + \frac{ay}{s}$$

از بخش ۳.۹

در این صورت سهم dy' در تا بیدگی چنین است

$$dI \propto (1 + \cos k_o \Lambda) dy'$$

$$\lambda = \frac{1239 \times 10^{-9} \text{ m}}{h\nu [\text{in eV}]} = \frac{12,390 \text{ \AA}}{h\nu [\text{in eV}]}$$

معمولاً مقداری که باید به یاد سپرد چنین است

$$\lambda = \frac{12345 \text{ \AA}}{h\nu [\text{eV به}]}$$

$$\lambda (\text{nm}) = 300 \text{ nm}$$

۷۰۱۳

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{300 \times 10^{-9} \text{ m}}$$

$$\mathcal{E} = 6.63 \times 10^{-19} \text{ J} = 4.14 \text{ eV}$$

$$Nh\nu = (1.4 \times 10^3 \text{ W/m}^2)(1 \text{ m}^2)(1 \text{ s}) \quad 9.13$$

$$N = \frac{1.4 \times 10^3 (700 \times 10^{-9})}{(6.63 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)} = \frac{980 \times 10^{20}}{1989}$$

$$N = 49.4 \times 10^{20}$$

۱۰.۱۳

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.63 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{500 \times 10^{-9}} = 3.98 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$h\nu = 2.5 \text{ eV}$$

$$\pi r^2 I = (3.14)(10^{-20})(10^{-10}) \\ = 3.14 \times 10^{-30} \text{ J/s}$$

$$(T)(3.14 \times 10^{-30} \text{ J/s}) = 3.98 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$T = 1.27 \times 10^{11} \text{ s} (\text{یکسال} = 3.154 \times 10^7 \text{ s}),$$

$$T \sim 4000 \text{ سال}$$

$$\lambda^2 = 25 \times 10^{-14} \text{ m}^2 \quad \lambda^2 I = 25 \times 10^{-24} \text{ J/s}$$

$$T = \frac{3.98 \times 10^{-19}}{2.5 \times 10^{-23}}$$

$$= 1.59 \times 10^4 \text{ s} (3.6 \times 10^3 \text{ s/h})$$

$$T = 4.4 \text{ h (بازهم ناممکن)}$$

بدایای $h\nu = 5 \text{ eV}$ ، زمان لازم دو برابر خواهد شد (مسئله ۶.۱۳)

$$\lambda = \frac{12345 \text{ \AA}}{5} = 247 \text{ nm (فرا بنفش)}$$

$$\nu_0 = \frac{\Phi_0}{h}$$

[۸.۱۳] ۱۱.۱۳

$$h = 2 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

$$I_1(t) = \Delta I_1(t) + \langle I_1 \rangle \quad 8.12$$

از اینرو

$$\langle I_1(t+\tau) I_2(t) \rangle = \langle [\langle I_1 \rangle + \Delta I_1(t+\tau)] [\langle I_2 \rangle + \Delta I_2(t)] \rangle$$

زیرا $\langle I_1 \rangle$ مستقل از زمان است

$$\langle I_1(t+\tau) I_2(t) \rangle = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle + \langle \Delta I_1(t+\tau) \Delta I_2(t) \rangle$$

اگر به یاد آوریم که $\langle \Delta I_1(t) \rangle = 0$ ، معادله (۳۴.۱۲) از مقایسه با معادله (۳۲.۱۲) نتیجه می‌شود.

فصل ۱۳

$$M_e = \sigma T^4 [10.13] \quad 10.13$$

$$(2278 \text{ W cm}^2)(10^4 \text{ cm}^2/\text{m}^2)$$

$$= (5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}) T^4$$

$$T = \left[\frac{2278 \times 10^4}{5.67 \times 10^{-8}} \right]^{1/4} = 1.414 \times 10^3$$

$$T = 1414 \text{ K}$$

$$dv = -cd\lambda/\lambda^2, v = c/\lambda \quad 3.13$$

چون $M_{e\lambda}$ و $M_{e\nu}$ باید مثبت باشند و چون افزایش در λ باعث کاهش در ν می‌شود، می‌نویسیم

$$M_{e\lambda} d\lambda = -M_{e\nu} dv$$

و

$$M_{e\nu} = -\frac{M_{e\lambda} d\lambda}{dv} = \frac{M_{e\lambda} \lambda^2}{c}$$

۴.۱۳

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{(0.15 \text{ kg})(25 \text{ m/s})}$$

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{3.75} = 1.76 \times 10^{-34} \text{ m} \quad \text{بیس بال}$$

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{(1.67 \times 10^{-27})(10^3)} = 3.96 \times 10^{-10} \text{ m}$$

هیدروژن

۶.۱۳

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{(6.63 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{(1.6 \times 10^{-19}) h\nu [\text{eV به}]}$$

$$\Delta\nu = -\frac{mgd}{h} = -\frac{h\nu gd}{c^2 h}$$

$$\Delta\nu = -\frac{g d \nu}{c^2}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{(9.8 \text{ m/s}^2)(2.0 \text{ m})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 2.18 \times 10^{-15}$$

$$F = \frac{GMm}{r^2} = \frac{GMm}{R^2} \sec^2 \theta \quad ۱۶.۱۳$$

$$F_{\perp} = F \cos \theta = \frac{GMm \cos \theta}{R^2 \sec^2 \theta}$$

$$dt = R \sec^2 \theta \frac{d\theta}{c}$$

$$p_{\perp} = \int F_{\perp} dt = \frac{GMm}{cR} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2GMm}{cR}$$

$$\tan \varphi = \frac{p_{\perp}}{p_{\parallel}} = \frac{2GM}{c^2 R} \approx \varphi$$

$$\varphi = \frac{2(6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2)(1.99 \times 10^{30} \text{ kg})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 (6.96 \times 10^8 \text{ m})}$$

$$\varphi = 2.25 \times 10^{-5} \text{ deg} = 0.88 \text{ ثانیة قوسی}$$

$$\frac{3}{2} kT = 6.17 \times 10^{-21} \text{ J} = 3.85 \times 10^{-2} \text{ eV} \quad ۱۸.۱۳$$

$$p = \left[2m_0 \left(\frac{3kT}{2} \right) \right]^{1/2} = 4.55 \times 10^{-24}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = 1.45 \text{ \AA}$$

۱۹.۱۳ خیر؛ شکافتنگی يك فوتون منجر به دو قطعه کم بسامدتر خواهد شد که احتمالا می توانستیم آنها را از یکدیگر جدا و آشکارسازی کنیم.

$$\Pi = \frac{1000 \text{ W}}{h\nu} = \frac{1000 (1.0600 \times 10^{-9})}{6.63 \times 10^{-34} (3 \times 10^8)} \quad ۲۱.۱۳$$

$$= 5.06 \times 10^{22} \text{ فوتون/s}$$

۲۲.۱۳

$$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m_0} + U, \quad h\nu = \frac{h^2}{\lambda^2 2m_0} + U, \quad \hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + U$$

$$\psi = C_1 e^{-i(\omega t + kx)} + C_2 e^{-i(\omega t - kx)} \quad ۲۴.۱۳$$

$$\nu_0 = \frac{2.28 (1.6 \times 10^{-19})}{6.63 \times 10^{-34}}$$

$$= 5.5 \times 10^{14} \text{ Hz} = 550 \text{ THz}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 1.5 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

$$\frac{mv^2}{2} = h(\nu - \nu_0) = h 200 \times 10^{12} \quad [9.13]$$

$$= 1.326 \times 10^{-20} \text{ J}$$

۱۳.۱۳ انرژی پتانسیل گرانشی فوتون $U = -GMm/R$ که در آن m جرم فوتون است. اما $m = h\nu/c^2$ پس

$$U = -\frac{GMh\nu}{Rc^2}$$

$$\mathcal{E} = h\nu - GMh\nu/Rc^2 \text{ بنا براین،}$$

$$\mathcal{E} = h\nu \left(1 - \frac{GM}{c^2 R} \right)$$

در روی زمین، $\mathcal{E} = h\nu_e$ و

$$\nu_e = \nu - \frac{GM}{c^2 R} \nu$$

$$\Delta\nu = \nu - \nu_e \quad \text{چون}$$

$$\Delta\nu = \frac{GM}{c^2 R} \nu$$

۱۴.۱۳

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2)(1.99 \times 10^{30} \text{ kg})}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 (6.96 \times 10^8 \text{ m})}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2.12 \times 10^{-6}$$

$$\Delta\nu = \frac{2.12 \times 10^{-6} (3 \times 10^8)}{6.50 \times 10^9} = 9.8 \times 10^4 \text{ Hz}$$

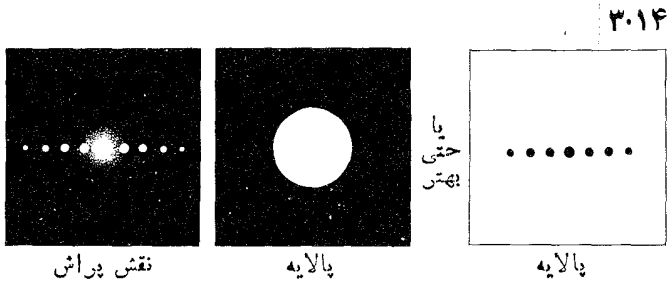
یا

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\nu}{\nu} \quad \Delta\lambda = \frac{\Delta\nu \lambda}{\nu}$$

$$\Delta\lambda = 2.12 \times 10^{-6} (6.50 \times 10^{-9})$$

$$\Delta\lambda = 1.378 \times 10^{-13} = 0.00014 \text{ nm}$$

$$h\nu_f = h\nu_i - mgd \quad [13.13] \quad ۱۵.۱۳$$



$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\omega\psi$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -ikC_1 e^{-i(\omega t + kx)} + ikC_2 e^{-i(\omega t - kx)}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2 C_1 e^{-i(\omega t + kx)} - k^2 C_2 e^{-i(\omega t - kx)} = -k^2 \psi$$

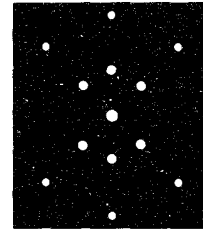
با به کار بردن رابطه پاشندگی از مسئله ۲۲۰۱۳، خواهیم داشت

$$\hbar\omega\psi = \frac{\hbar^2 k^2 \psi}{2m_0} + U\psi$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U\psi$$

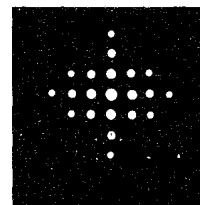
فصل ۱۴

۱۰۱۴

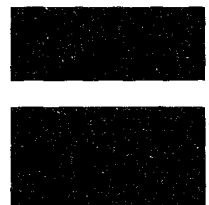


نقش پراش

۲۰۱۴

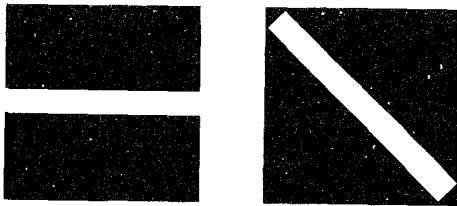


نقش پراش



پالایه

۵۰۱۴



پالایه ها

$$I = \frac{1}{2} v \epsilon E_0^2 = \frac{n}{2} \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} E_0^2, \text{ به ازای } \mu \approx \mu_0. \quad ۶۰۱۴$$

$$E_0^2 = 2 \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \frac{I}{n} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} = 376730 \Omega$$

$$E_0 = 2772 \left(\frac{I}{n} \right)^{1/2}$$

۸۰۱۴ حرکت ذاتی محیط مایه ناپدید شدن نقش لکه می شود.

(Sin u)/ u

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	1.000000	0.999983	0.999933	0.999850	0.999733	0.999583	0.999400	0.999184	0.998934	0.998651
0.1	0.998334	0.997985	0.997602	0.997186	0.996737	0.996254	0.995739	0.995190	0.994609	0.993994
0.2	0.993347	0.992666	0.991953	0.991207	0.990428	0.989616	0.988771	0.987894	0.986984	0.986042
0.3	0.985067	0.984060	0.983020	0.981949	0.980844	0.979708	0.978540	0.977339	0.976106	0.974842
0.4	0.973546	0.972218	0.970858	0.969467	0.968044	0.966590	0.965105	0.963588	0.962040	0.960461
0.5	0.958851	0.957210	0.955539	0.953836	0.952104	0.950340	0.948547	0.946723	0.944869	0.942985
0.6	0.941071	0.939127	0.937153	0.935150	0.933118	0.931056	0.928965	0.926845	0.924696	0.922518
0.7	0.920311	0.918076	0.915812	0.913520	0.911200	0.908852	0.906476	0.904072	0.901640	0.899181
0.8	0.896695	0.894182	0.891641	0.889074	0.886480	0.883859	0.881212	0.878539	0.875840	0.873114
0.9	0.870363	0.867587	0.864784	0.861957	0.859104	0.856227	0.853325	0.850398	0.847446	0.844471
1.0	0.841471	0.838447	0.835400	0.832329	0.829235	0.826117	0.822977	0.819814	0.816628	0.813419
1.1	0.810189	0.806936	0.803661	0.800365	0.797047	0.793708	0.790348	0.786966	0.783564	0.780142
1.2	0.776699	0.773236	0.769754	0.766251	0.762729	0.759188	0.755627	0.752048	0.748450	0.744833
1.3	0.741199	0.737546	0.733875	0.730187	0.726481	0.722758	0.719018	0.715261	0.711488	0.707698
1.4	0.703893	0.700071	0.696234	0.692381	0.688513	0.684630	0.680732	0.676819	0.672892	0.668952
1.5	0.664997	0.661028	0.657046	0.653051	0.649043	0.645022	0.640988	0.636942	0.632885	0.628815
1.6	0.624734	0.620641	0.616537	0.612422	0.608297	0.604161	0.600014	0.595858	0.591692	0.587517
1.7	0.583332	0.579138	0.574936	0.570725	0.566505	0.562278	0.558042	0.553799	0.549549	0.545291
1.8	0.541026	0.536755	0.532478	0.528194	0.523904	0.519608	0.515307	0.511001	0.506689	0.502373
1.9	0.498053	0.493728	0.489399	0.485066	0.480729	0.476390	0.472047	0.467701	0.463353	0.459002
2.0	0.454649	0.450294	0.445937	0.441579	0.437220	0.432860	0.428499	0.424137	0.419775	0.415414
2.1	0.411052	0.406691	0.402330	0.397971	0.393612	0.389255	0.384900	0.380546	0.376194	0.371845
2.2	0.367498	0.363154	0.358813	0.354475	0.350141	0.345810	0.341483	0.337161	0.332842	0.328529
2.3	0.324220	0.319916	0.315617	0.311324	0.307036	0.302755	0.298479	0.294210	0.289947	0.285692
2.4	0.281443	0.277202	0.272967	0.268741	0.264523	0.260312	0.256110	0.251916	0.247732	0.243556
2.5	0.239389	0.235231	0.231084	0.226946	0.222817	0.218700	0.214592	0.210495	0.206409	0.202334
2.6	0.198270	0.194217	0.190176	0.186147	0.182130	0.178125	0.174132	0.170152	0.166185	0.162230
2.7	0.158289	0.154361	0.150446	0.146546	0.142659	0.138786	0.134927	0.131083	0.127253	0.123439
2.8	0.119639	0.115854	0.112084	0.108330	0.104592	0.100869	0.097163	0.093473	0.089798	0.086141
2.9	0.082500	0.078876	0.075268	0.071678	0.068105	0.064550	0.061012	0.057492	0.053990	0.050506
3.0	0.047040	0.043592	0.040163	0.036753	0.033361	0.029988	0.026635	0.023300	0.019985	0.016689
3.1	0.013413	0.010157	0.006920	0.003704	0.000507	-0.002669	-0.005825	-0.008960	-0.012075	-0.015169
3.2	-0.018242	-0.021294	-0.024325	-0.027335	-0.030324	-0.033291	-0.036236	-0.039160	-0.042063	-0.044943
3.3	-0.047802	-0.050638	-0.053453	-0.056245	-0.059014	-0.061762	-0.064487	-0.067189	-0.069868	-0.072525
3.4	-0.075159	-0.077770	-0.080358	-0.082923	-0.085465	-0.087983	-0.090478	-0.092950	-0.095398	-0.097823
3.5	-0.100224	-0.102601	-0.104955	-0.107285	-0.109591	-0.111873	-0.114131	-0.116365	-0.118575	-0.120761
3.6	-0.122922	-0.125060	-0.127173	-0.129262	-0.131326	-0.133366	-0.135382	-0.137373	-0.139339	-0.141282
3.7	-0.143199	-0.145092	-0.146960	-0.148803	-0.150622	-0.152416	-0.154186	-0.155930	-0.157650	-0.159345
3.8	-0.161015	-0.162661	-0.164281	-0.165877	-0.167448	-0.168994	-0.170515	-0.172011	-0.173482	-0.174929
3.9	-0.176350	-0.177747	-0.179119	-0.180466	-0.181788	-0.183086	-0.184358	-0.185606	-0.186829	-0.188027
4.0	-0.189201	-0.190349	-0.191473	-0.192573	-0.193647	-0.194698	-0.195723	-0.196724	-0.197700	-0.198652
4.1	-0.199580	-0.200483	-0.201361	-0.202216	-0.203046	-0.203851	-0.204633	-0.205390	-0.206124	-0.206833
4.2	-0.207518	-0.208179	-0.208817	-0.209430	-0.210020	-0.210586	-0.211128	-0.211647	-0.212142	-0.212614
4.3	-0.213062	-0.213487	-0.213888	-0.214267	-0.214622	-0.214955	-0.215264	-0.215550	-0.215814	-0.216055
4.4	-0.216273	-0.216469	-0.216642	-0.216793	-0.216921	-0.217028	-0.217112	-0.217174	-0.217214	-0.217232
4.5	-0.217229	-0.217204	-0.217157	-0.217089	-0.217000	-0.216889	-0.216757	-0.216604	-0.216430	-0.216235
4.6	-0.216020	-0.215784	-0.215527	-0.215250	-0.214953	-0.214635	-0.214298	-0.213940	-0.213563	-0.213166
4.7	-0.212750	-0.212314	-0.211858	-0.211384	-0.210890	-0.210377	-0.209846	-0.209296	-0.208727	-0.208140
4.8	-0.207534	-0.206911	-0.206269	-0.205609	-0.204932	-0.204236	-0.203524	-0.202794	-0.202046	-0.201282
4.9	-0.200501	-0.199702	-0.198887	-0.198056	-0.197208	-0.196344	-0.195464	-0.194568	-0.193656	-0.192728

(Sin u)/ u

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
5.0	-0.191785	-0.190826	-0.189853	-0.188864	-0.187860	-0.186841	-0.185808	-0.184760	-0.183699	-0.182622
5.1	-0.181532	-0.180428	-0.179311	-0.178179	-0.177035	-0.175877	-0.174706	-0.173522	-0.172326	-0.171117
5.2	-0.169895	-0.168661	-0.167415	-0.166158	-0.164888	-0.163607	-0.162314	-0.161010	-0.159695	-0.158369
5.3	-0.157032	-0.155684	-0.154326	-0.152958	-0.151579	-0.150191	-0.148792	-0.147384	-0.145967	-0.144540
5.4	-0.143105	-0.141660	-0.140206	-0.138744	-0.137273	-0.135794	-0.134307	-0.132812	-0.131309	-0.129798
5.5	-0.128280	-0.126755	-0.125222	-0.123683	-0.122137	-0.120584	-0.119024	-0.117459	-0.115887	-0.114310
5.6	-0.112726	-0.111137	-0.109543	-0.107943	-0.106338	-0.104728	-0.103114	-0.101495	-0.099871	-0.098243
5.7	-0.096611	-0.094976	-0.093336	-0.091693	-0.090046	-0.088396	-0.086743	-0.085087	-0.083429	-0.081768
5.8	-0.080104	-0.078438	-0.076770	-0.075100	-0.073428	-0.071755	-0.070080	-0.068404	-0.066726	-0.065048
5.9	-0.063369	-0.061689	-0.060009	-0.058329	-0.056648	-0.054967	-0.053287	-0.051606	-0.049927	-0.048248
6.0	-0.046569	-0.044892	-0.043216	-0.041540	-0.039867	-0.038195	-0.036524	-0.034856	-0.033189	-0.031525
6.1	-0.029863	-0.028203	-0.026546	-0.024892	-0.023240	-0.021592	-0.019947	-0.018305	-0.016667	-0.015032
6.2	-0.013402	-0.011775	-0.010152	-0.008533	-0.006919	-0.005309	-0.003703	-0.002103	-0.000507	0.001083
6.3	0.002669	0.004249	0.005824	0.007393	0.008956	0.010514	0.012066	0.013612	0.015151	0.016684
6.4	0.018211	0.019731	0.021244	0.022751	0.024250	0.025743	0.027228	0.028706	0.030177	0.031640
6.5	0.033095	0.034543	0.035983	0.037414	0.038838	0.040253	0.041661	0.043059	0.044449	0.045831
6.6	0.047203	0.048567	0.049922	0.051268	0.052604	0.053931	0.055249	0.056558	0.057857	0.059146
6.7	0.060425	0.061695	0.062955	0.064204	0.065444	0.066673	0.067892	0.069101	0.070299	0.071487
6.8	0.072664	0.073830	0.074986	0.076130	0.077264	0.078386	0.079498	0.080598	0.081688	0.082765
6.9	0.083832	0.084887	0.085930	0.086962	0.087982	0.088991	0.089987	0.090972	0.091945	0.092906
7.0	0.093855	0.094792	0.095717	0.096629	0.097530	0.098418	0.099293	0.100157	0.101008	0.101846
7.1	0.102672	0.103485	0.104286	0.105074	0.105849	0.106611	0.107361	0.108098	0.108822	0.109533
7.2	0.110232	0.110917	0.111589	0.112249	0.112895	0.113528	0.114149	0.114756	0.115350	0.115931
7.3	0.116498	0.117053	0.117594	0.118122	0.118637	0.119138	0.119627	0.120102	0.120563	0.121012
7.4	0.121447	0.121869	0.122277	0.122673	0.123055	0.123423	0.123779	0.124121	0.124449	0.124765
7.5	0.125067	0.125355	0.125631	0.125893	0.126142	0.126378	0.126600	0.126809	0.127005	0.127188
7.6	0.127358	0.127514	0.127658	0.127788	0.127905	0.128009	0.128100	0.128178	0.128243	0.128295
7.7	0.128334	0.128360	0.128373	0.128373	0.128361	0.128335	0.128297	0.128247	0.128183	0.128107
7.8	0.128018	0.127917	0.127803	0.127677	0.127539	0.127388	0.127224	0.127049	0.126861	0.126661
7.9	0.126448	0.126224	0.125988	0.125739	0.125479	0.125207	0.124923	0.124627	0.124320	0.124000
8.0	0.123670	0.123328	0.122974	0.122609	0.122232	0.121845	0.121446	0.121036	0.120615	0.120183
8.1	0.119739	0.119286	0.118821	0.118345	0.117859	0.117363	0.116855	0.116338	0.115810	0.115272
8.2	0.114723	0.114165	0.113596	0.113018	0.112429	0.111831	0.111223	0.110605	0.109978	0.109341
8.3	0.108695	0.108040	0.107376	0.106702	0.106019	0.105327	0.104627	0.103918	0.103200	0.102473
8.4	0.101738	0.100994	0.100243	0.099483	0.098714	0.097938	0.097154	0.096362	0.095562	0.094755
8.5	0.093940	0.093117	0.092287	0.091450	0.090606	0.089755	0.088896	0.088031	0.087159	0.086280
8.6	0.085395	0.084503	0.083605	0.082701	0.081790	0.080874	0.079951	0.079023	0.078089	0.077149
8.7	0.076203	0.075253	0.074296	0.073335	0.072369	0.071397	0.070421	0.069439	0.068453	0.067463
8.8	0.066468	0.065468	0.064465	0.063457	0.062445	0.061429	0.060410	0.059386	0.058359	0.057328
8.9	0.056294	0.055257	0.054217	0.053173	0.052127	0.051077	0.050025	0.048970	0.047913	0.046853
9.0	0.045791	0.044727	0.043660	0.042592	0.041521	0.040449	0.039375	0.038300	0.037223	0.036145
9.1	0.035066	0.033985	0.032904	0.031821	0.030738	0.029654	0.028569	0.027484	0.026399	0.025313
9.2	0.024227	0.023141	0.022055	0.020970	0.019884	0.018799	0.017714	0.016630	0.015547	0.014464
9.3	0.013382	0.012301	0.011222	0.010143	0.009066	0.007990	0.006916	0.005843	0.004772	0.003703
9.4	0.002636	0.001570	0.000507	-0.000554	-0.001612	-0.002669	-0.003722	-0.004774	-0.005822	-0.006868
9.5	-0.007911	-0.008950	-0.009987	-0.011021	-0.012051	-0.013078	-0.014101	-0.015121	-0.016138	-0.017150
9.6	-0.018159	-0.019164	-0.020165	-0.021161	-0.022154	-0.023142	-0.024126	-0.025106	-0.026081	-0.027051
9.7	-0.028017	-0.028977	-0.029933	-0.030884	-0.031830	-0.032771	-0.033707	-0.034637	-0.035562	-0.036482
9.8	-0.037396	-0.038304	-0.039207	-0.040104	-0.040995	-0.041881	-0.042760	-0.043633	-0.044500	-0.045361
9.9	-0.046216	-0.047064	-0.047906	-0.048741	-0.049570	-0.050392	-0.051208	-0.052017	-0.052819	-0.053614

(Sin u)/ u

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
10.0	-0.054402	-0.055183	-0.055957	-0.056724	-0.057484	-0.058237	-0.058982	-0.059720	-0.060450	-0.061173
10.1	-0.061888	-0.062596	-0.063296	-0.063988	-0.064673	-0.065350	-0.066019	-0.066680	-0.067333	-0.067978
10.2	-0.068615	-0.069244	-0.069865	-0.070477	-0.071082	-0.071678	-0.072266	-0.072845	-0.073416	-0.073979
10.3	-0.074533	-0.075078	-0.075615	-0.076143	-0.076663	-0.077174	-0.077677	-0.078170	-0.078655	-0.079131
10.4	-0.079599	-0.080057	-0.080507	-0.080947	-0.081379	-0.081802	-0.082216	-0.082620	-0.083016	-0.083403
10.5	-0.083781	-0.084149	-0.084509	-0.084859	-0.085200	-0.085532	-0.085855	-0.086169	-0.086473	-0.086768
10.6	-0.087054	-0.087331	-0.087599	-0.087857	-0.088106	-0.088346	-0.088576	-0.088797	-0.089009	-0.089212
10.7	-0.089405	-0.089589	-0.089764	-0.089929	-0.090085	-0.090232	-0.090370	-0.090498	-0.090617	-0.090727
10.8	-0.090827	-0.090919	-0.091001	-0.091073	-0.091137	-0.091191	-0.091236	-0.091272	-0.091299	-0.091316
10.9	-0.091324	-0.091324	-0.091314	-0.091295	-0.091267	-0.091229	-0.091183	-0.091128	-0.091064	-0.090990
11.0	-0.090908	-0.090817	-0.090717	-0.090608	-0.090490	-0.090364	-0.090228	-0.090084	-0.089931	-0.089770
11.1	-0.089599	-0.089420	-0.089233	-0.089037	-0.088832	-0.088619	-0.088397	-0.088167	-0.087929	-0.087682
11.2	-0.087427	-0.087163	-0.086891	-0.086612	-0.086324	-0.086027	-0.085723	-0.085411	-0.085091	-0.084763
11.3	-0.084426	-0.084083	-0.083731	-0.083371	-0.083004	-0.082630	-0.082247	-0.081857	-0.081460	-0.081055
11.4	-0.080643	-0.080223	-0.079796	-0.079362	-0.078921	-0.078473	-0.078017	-0.077555	-0.077086	-0.076609
11.5	-0.076126	-0.075636	-0.075140	-0.074637	-0.074127	-0.073611	-0.073088	-0.072559	-0.072023	-0.071481
11.6	-0.070934	-0.070379	-0.069819	-0.069253	-0.068681	-0.068103	-0.067519	-0.066929	-0.066334	-0.065733
11.7	-0.065127	-0.064515	-0.063898	-0.063275	-0.062647	-0.062014	-0.061376	-0.060733	-0.060084	-0.059431
11.8	-0.058773	-0.058111	-0.057443	-0.056771	-0.056095	-0.055414	-0.054728	-0.054039	-0.053345	-0.052646
11.9	-0.051944	-0.051238	-0.050528	-0.049814	-0.049096	-0.048375	-0.047650	-0.046921	-0.046189	-0.045453
12.0	-0.044714	-0.043972	-0.043227	-0.042479	-0.041727	-0.040973	-0.040216	-0.039456	-0.038694	-0.037929
12.1	-0.037161	-0.036391	-0.035618	-0.034844	-0.034067	-0.033288	-0.032506	-0.031723	-0.030938	-0.030152
12.2	-0.029363	-0.028573	-0.027781	-0.026988	-0.026193	-0.025398	-0.024600	-0.023802	-0.023003	-0.022202
12.3	-0.021401	-0.020599	-0.019796	-0.018992	-0.018188	-0.017384	-0.016578	-0.015773	-0.014967	-0.014161
12.4	-0.013355	-0.012549	-0.011743	-0.010937	-0.010131	-0.009326	-0.008521	-0.007716	-0.006912	-0.006109
12.5	-0.005306	-0.004504	-0.003702	-0.002902	-0.002103	-0.001304	-0.000507	0.000289	0.001083	0.001877
12.6	0.002668	0.003459	0.004248	0.005035	0.005820	0.006603	0.007385	0.008164	0.008942	0.009717
12.7	0.010491	0.011262	0.012030	0.012797	0.013560	0.014321	0.015080	0.015836	0.016589	0.017339
12.8	0.018087	0.018831	0.019572	0.020311	0.021046	0.021778	0.022506	0.023231	0.023953	0.024671
12.9	0.025386	0.026097	0.026804	0.027507	0.028207	0.028903	0.029594	0.030282	0.030966	0.031645
13.0	0.032321	0.032992	0.033658	0.034321	0.034978	0.035632	0.036281	0.036925	0.037564	0.038199
13.1	0.038829	0.039454	0.040075	0.040690	0.041300	0.041905	0.042506	0.043101	0.043690	0.044275
13.2	0.044854	0.045428	0.045996	0.046559	0.047117	0.047669	0.048215	0.048756	0.049291	0.049820
13.3	0.050344	0.050861	0.051373	0.051879	0.052379	0.052873	0.053361	0.053843	0.054319	0.054788
13.4	0.055252	0.055709	0.056160	0.056605	0.057043	0.057476	0.057901	0.058321	0.058733	0.059140
13.5	0.059540	0.059933	0.060320	0.060700	0.061073	0.061440	0.061800	0.062154	0.062500	0.062840
13.6	0.063174	0.063500	0.063820	0.064132	0.064438	0.064737	0.065029	0.065314	0.065593	0.065864
13.7	0.066128	0.066385	0.066636	0.066879	0.067115	0.067344	0.067566	0.067781	0.067989	0.068190
13.8	0.068384	0.068570	0.068750	0.068922	0.069087	0.069245	0.069396	0.069540	0.069677	0.069806
13.9	0.069929	0.070044	0.070152	0.070253	0.070346	0.070433	0.070512	0.070584	0.070649	0.070707
14.0	0.070758	0.070801	0.070838	0.070867	0.070889	0.070904	0.070912	0.070913	0.070907	0.070893
14.1	0.070873	0.070846	0.070811	0.070770	0.070721	0.070666	0.070603	0.070534	0.070457	0.070374
14.2	0.070284	0.070186	0.070082	0.069971	0.069854	0.069729	0.069598	0.069460	0.069315	0.069163
14.3	0.069005	0.068840	0.068668	0.068490	0.068305	0.068114	0.067916	0.067712	0.067501	0.067283
14.4	0.067060	0.066829	0.066593	0.066350	0.066101	0.065845	0.065584	0.065316	0.065042	0.064762
14.5	0.064476	0.064183	0.063885	0.063581	0.063271	0.062954	0.062633	0.062305	0.061971	0.061632
14.6	0.061287	0.060936	0.060580	0.060218	0.059851	0.059478	0.059100	0.058717	0.058328	0.057933
14.7	0.057534	0.057129	0.056719	0.056304	0.055884	0.055459	0.055029	0.054594	0.054154	0.053710
14.8	0.053260	0.052806	0.052347	0.051884	0.051416	0.050944	0.050467	0.049985	0.049500	0.049010
14.9	0.048516	0.048017	0.047515	0.047008	0.046497	0.045983	0.045464	0.044942	0.044416	0.043886

(Sin u)/ u

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
15.0	0.043353	0.042815	0.042275	0.041730	0.041183	0.040632	0.040077	0.039520	0.038959	0.038395
15.1	0.037828	0.037257	0.036684	0.036108	0.035529	0.034948	0.034363	0.033776	0.033187	0.032595
15.2	0.032000	0.031403	0.030803	0.030202	0.029598	0.028992	0.028383	0.027773	0.027161	0.026547
15.3	0.025931	0.025313	0.024693	0.024072	0.023450	0.022825	0.022199	0.021572	0.020944	0.020314
15.4	0.019683	0.019051	0.018418	0.017783	0.017148	0.016512	0.015875	0.015237	0.014599	0.013960
15.5	0.013320	0.012680	0.012040	0.011399	0.010758	0.010116	0.009475	0.008833	0.008191	0.007549
15.6	0.006907	0.006266	0.005624	0.004983	0.004342	0.003702	0.003062	0.002422	0.001783	0.001145
15.7	0.000507	-0.000130	-0.000766	-0.001401	-0.002035	-0.002668	-0.003300	-0.003931	-0.004561	-0.005190
15.8	-0.005817	-0.006443	-0.007067	-0.007690	-0.008311	-0.008931	-0.009549	-0.010166	-0.010780	-0.011393
15.9	-0.012004	-0.012613	-0.013219	-0.013824	-0.014427	-0.015027	-0.015625	-0.016221	-0.016814	-0.017405
16.0	-0.017994	-0.018580	-0.019163	-0.019744	-0.020322	-0.020898	-0.021470	-0.022040	-0.022607	-0.023170
16.1	-0.023731	-0.024289	-0.024843	-0.025395	-0.025943	-0.026488	-0.027030	-0.027568	-0.028103	-0.028634
16.2	-0.029162	-0.029686	-0.030207	-0.030724	-0.031237	-0.031747	-0.032252	-0.032754	-0.033252	-0.033746
16.3	-0.034236	-0.034722	-0.035204	-0.035682	-0.036156	-0.036626	-0.037091	-0.037552	-0.038009	-0.038461
16.4	-0.038909	-0.039352	-0.039792	-0.040226	-0.040656	-0.041081	-0.041502	-0.041918	-0.042330	-0.042737
16.5	-0.043139	-0.043536	-0.043928	-0.044315	-0.044698	-0.045076	-0.045448	-0.045816	-0.046179	-0.046536
16.6	-0.046889	-0.047236	-0.047578	-0.047915	-0.048247	-0.048574	-0.048895	-0.049212	-0.049522	-0.049828
16.7	-0.050128	-0.050423	-0.050713	-0.050997	-0.051275	-0.051548	-0.051816	-0.052078	-0.052335	-0.052586
16.8	-0.052831	-0.053071	-0.053306	-0.053535	-0.053758	-0.053975	-0.054187	-0.054393	-0.054594	-0.054789
16.9	-0.054978	-0.055161	-0.055339	-0.055511	-0.055677	-0.055837	-0.055992	-0.056141	-0.056284	-0.056421
17.0	-0.056553	-0.056678	-0.056798	-0.056912	-0.057021	-0.057123	-0.057220	-0.057310	-0.057395	-0.057474
17.1	0.057548	-0.057615	-0.057677	-0.057732	-0.057782	-0.057826	-0.057865	-0.057897	-0.057924	-0.057944
17.2	-0.057959	-0.057968	-0.057972	-0.057969	-0.057961	-0.057947	-0.057927	-0.057902	-0.057870	-0.057833
17.3	-0.057790	-0.057742	-0.057688	-0.057628	-0.057562	-0.057491	-0.057414	-0.057331	-0.057243	-0.057149
17.4	-0.057049	-0.056944	-0.056834	-0.056717	-0.056596	-0.056468	-0.056336	-0.056197	-0.056054	-0.055905
17.5	-0.055750	-0.055590	-0.055425	-0.055254	-0.055078	-0.054897	-0.054710	-0.054518	-0.054321	-0.054119
17.6	-0.0553912	-0.0553699	-0.0553481	-0.0553258	-0.0553031	-0.0552798	-0.0552560	-0.0552317	-0.0552069	-0.0551816
17.7	-0.0551558	-0.0551296	-0.0551028	-0.0550756	-0.0550479	-0.0550198	-0.0549911	-0.0549620	-0.0549324	-0.0549024
17.8	-0.048719	-0.048410	-0.048096	-0.047778	-0.047455	-0.047128	-0.046796	-0.046461	-0.046121	-0.045776
17.9	-0.045428	-0.045075	-0.044718	-0.044358	-0.043993	-0.043624	-0.043251	-0.042875	-0.042494	-0.042110
18.0	-0.041722	-0.041330	-0.040934	-0.040535	-0.040132	-0.039726	-0.039316	-0.038902	-0.038485	-0.038065
18.1	-0.037642	-0.037215	-0.036785	-0.036351	-0.035915	-0.035475	-0.035033	-0.034587	-0.034139	-0.033687
18.2	-0.033233	-0.032775	-0.032315	-0.031853	-0.031387	-0.030919	-0.030449	-0.029976	-0.029500	-0.029022
18.3	-0.028541	-0.028059	-0.027574	-0.027086	-0.026597	-0.026105	-0.025612	-0.025116	-0.024619	-0.024119
18.4	-0.023618	-0.023114	-0.022610	-0.022103	-0.021594	-0.021085	-0.020573	-0.020060	-0.019546	-0.019030
18.5	-0.018512	-0.017994	-0.017474	-0.016953	-0.016431	-0.015908	-0.015384	-0.014859	-0.014333	-0.013806
18.6	-0.013278	-0.012750	-0.012220	-0.011691	-0.011160	-0.010629	-0.010098	0.009566	-0.009033	-0.008501
18.7	-0.007968	-0.007435	-0.006901	-0.006368	-0.005834	-0.005301	-0.004767	-0.004234	-0.003701	-0.003168
18.8	-0.002635	-0.002102	-0.001570	-0.001038	-0.000507	0.000024	0.000554	0.001083	0.001612	0.002140
18.9	0.002668	0.003194	0.003720	0.004245	0.004769	0.005292	0.005813	0.006334	0.006853	0.007371
19.0	0.007888	0.008404	0.008918	0.009431	0.009942	0.010452	0.010960	0.011466	0.011971	0.012474
19.1	0.012976	0.013475	0.013973	0.014468	0.014962	0.015454	0.015944	0.016431	0.016917	0.017400
19.2	0.017881	0.018360	0.018836	0.019310	0.019782	0.020251	0.020717	0.021181	0.021643	0.022102
19.3	0.022558	0.023011	0.023462	0.023910	0.024355	0.024797	0.025236	0.025672	0.026105	0.026535
19.4	0.026962	0.027386	0.027807	0.028224	0.028638	0.029049	0.029457	0.029861	0.030262	0.030659
19.5	0.031053	0.031444	0.031831	0.032214	0.032594	0.032970	0.033342	0.033711	0.034076	0.034437
19.6	0.034794	0.035148	0.035497	0.035843	0.036185	0.036522	0.036856	0.037186	0.037512	0.037833
19.7	0.038151	0.038464	0.038774	0.039079	0.039379	0.039676	0.039968	0.040256	0.040540	0.040820
19.8	0.041095	0.041365	0.041632	0.041893	0.042151	0.042404	0.042652	0.042896	0.043135	0.043370
19.9	0.043600	0.043826	0.044047	0.044263	0.044475	0.044682	0.044885	0.045082	0.045275	0.045464

- ANDREWS, C. L., *Optics of the Electromagnetic Spectrum*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1960.
- BAKER, B. B. and E. J. COPSON, *The Mathematical Theory of Huygens' Principle*, Oxford University Press, London, 1969.
- BALDWIN, G. C., *An Introduction to Nonlinear Optics*, Plenum Press, New York, 1969.
- BARBER, N. F., *Experimental Correlograms and Fourier Transforms*, Pergamon, Oxford, 1961.
- BARTON, A. W., *A Textbook On Light*, Longmans, Green, London, 1939.
- BEARD, D. B. and G. B. BEARD, *Quantum Mechanics With Applications*, Allyn and Bacon, Boston, 1970.
- BERAN, M. J. and G. B. PARRENT, JR., *Theory of Partial Coherence*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.
- BLOEMBERGEN, N., *Nonlinear Optics*, W. A. Benjamin, New York, 1965.
- BLOOM, A. L., *Gas Lasers*, Wiley, New York, 1968.
- BORN, M. and E. WOLF, *Principles of Optics*, Pergamon, Oxford, 1970.
- BOROWITZ, S., *Fundamentals of Quantum Mechanics*, Benjamin, New York, 1967.
- BROUWER, W., *Matrix Methods in Optical Instrument Design*, Benjamin, New York, 1964.
- BROWN, E. B., *Modern Optics*, Reinhold, New York, 1965.
- CAJORI, F., *A History of Physics*, Macmillan, New York, 1899.
- CHANG, W. S. C., *Principles of Quantum Electronics, Lasers: Theory and Applications*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1969.
- CONRADY, A. E., *Applied Optics and Optical Design*, Dover Publications, New York, 1929.
- COULSON, C. A., *Waves*, Oliver and Boyd, Edinburgh, 1949.
- CRAWFORD, F. S., JR., *Waves*, McGraw-Hill, New York, 1965.
- DAVIS, H. F., *Introduction to Vector Analysis*, Allyn and Bacon, Boston, 1961.
- DAVIS, S. P., *Diffraction Grating Spectrographs*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1970.
- DEVELIS, J. B. and G. O. REYNOLDS, *Theory and Applications of Holography*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1967.
- DIRAC, P. A. M., *Quantum Mechanics*, Oxford University Press, London, 1958.
- DRUDE, P., *The Theory of Optics*, Longmans, Green, London, 1939.
- DITCHBURN, R. W., *Light*, Wiley, New York, 1963.
- FLÜGGE, J., ed., *Die wissenschaftliche und angewandte Photographie; Band 1, Das photographische Objektiv*, Springer-Verlag, Wien, 1955.
- FRANÇON, M., *Modern Applications of Physical Optics*, Interscience, New York, 1963.
- FRANÇON, M., *Optical Interferometry*, Academic Press, New York, 1966.
- FRANÇON, M., N. KRAUZMAN, J. P. MATHIEU, and M. MAY, *Experiments in Physical Optics*, Gordon and Breach, New York, 1970.
- FRANK, N. H., *Introduction to Electricity and Optics*, McGraw-Hill, New York, 1950.
- FRENCH, A. P., *Special Relativity*, Norton, New York, 1968.
- FRENCH, A. P., *Vibrations and Waves*, Norton, New York, 1971.
- FROOME, K. D. and L. ESSEN, *The Velocity of Light and Radio Waves*, Academic Press, London, 1969.
- FRY, G. A., *Geometrical Optics*, Chilton, Philadelphia, Pa., 1969.
- GARBUNY, M., *Optical Physics*, Academic Press, New York, 1965.
- GHATAK, A. K., *An Introduction to Modern Optics*, McGraw-Hill, New York, 1971.
- GOLDWASSER, E. L., *Optics, Waves, Atoms, and Nuclei: An Introduction*, Benjamin, New York, 1965.
- GOODMAN, J. W., *Introduction to Fourier Optics*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- HARDY, A. C. and F. H. PERRIN, *The Principles of Optics*, McGraw-Hill, New York, 1932.
- HARVEY, A. F., *Coherent Light*, Wiley, London, 1970.
- HEAVENS, O. S., *Optical Properties of Thin Solid Films*, Dover Publications, New York, 1955.
- HERMANN, A., *The Genesis of Quantum Theory (1899–1913)*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1971.
- HOUSTON, R. A., *A Treatise On Light*, Longmans, Green, London, 1938.
- HUYGENS, C., *Treatise on Light*, Dover Publications, New York, 1962 (1690).
- JACKSON, J. D., *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York, 1962.
- JENKINS, F. A. and H. E. WHITE, *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill, New York, 1957.
- JENNISON, R. C., *Fourier Transforms and Convolutions for the*

- Experimentalist*, Pergamon Press, Oxford, 1961.
- JOHNSON, B. K., *Optics and Optical Instruments*, Dover Publications, New York, 1947.
- KLEIN, M. V., *Optics*, Wiley, New York, 1970.
- LENGYEL, B. A., *Introduction to Laser Physics*, Wiley, New York, 1966.
- LENGYEL, B. A., *Lasers, Generation of Light by Stimulated Emission*, Wiley, New York, 1962.
- LEVI, L., *Applied Optics*, Wiley, New York, 1968.
- LIPSON, S. G. and H. LIPSON, *Optical Physics*, Cambridge University Press, London, 1969.
- LONGHURST, R. S., *Geometrical and Physical Optics*, Wiley, New York, 1967.
- MACH, E., *The Principles of Physical Optics, An Historical and Philosophical Treatment*, Dover Publications, New York, 1926.
- MAGIE, W. F., *A Source Book in Physics*, McGraw-Hill, New York, 1935.
- MARTIN, L. C. and W. T. WELFORD, *Technical Optics*, Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd., London, 1966.
- MEYER, C. F., *The Diffraction of Light, X-rays and Material Particles*, University of Chicago Press, Chicago, 1934.
- MEYER-ARENDT, J. R., *Introduction to Classical and Modern Optics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1972.
- Military Standardization Handbook—Optical Design*, MIL-HDBK-141, 5 October 1962.
- MINNAERT, M., *The Nature of Light and Colour in the Open Air*, Dover Publications, New York, 1954.
- MORGAN, J., *Introduction to Geometrical and Physical Optics*, McGraw-Hill, 1953.
- NEWTON, I., *Optiks*, Dover Publications, New York, 1952 (1704).
- NOAKES, G. R., *A Text-Book of Light*, Macmillan, London, 1944.
- NUSSBAUM, A., *Geometric Optics: An Introduction*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1968.
- O'NEILL, E. L., *Introduction to Statistical Optics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1963.
- PALMER, C. H., *Optics, Experiments and Demonstrations*, John Hopkins Press, Baltimore, Md., 1962.
- PAPOULIS, A., *The Fourier Integral and Its Applications*, McGraw-Hill, New York, 1962.
- PAPOULIS, A., *Systems and Transforms with Applications in Optics*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- PEARSON, J. M., *A Theory of Waves*, Allyn and Bacon, Boston, 1966.
- PLANCK, M. and M. MASIU, *The Theory of Heat Radiation*, Blakiston, Philadelphia, 1914.
- ROBERTSON, E. R. and J. M. HARVEY, eds., *The Engineering Uses of Holography*, Cambridge University Press, London, 1970.
- ROBERTSON, J. K., *Introduction to Optics Geometrical and Physical*, Van Nostrand, Princeton, N.J., 1957.
- RONCHI, V., *The Nature of Light*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1971.
- ROSSI, B., *Optics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1957.
- RUECHARDT, E., *Light Visible and Invisible*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Mich., 1958.
- SANDERS, J. H., *The Velocity of Light*, Pergamon, Oxford, 1965.
- SCHAWLOW, A. L., intr., *Lasers and Light: Readings from Scientific American*, Freeman, San Francisco, 1969.
- SCHRÖDINGER, E. C., *Science Theory and Man*, Dover Publications, New York, 1957.
- SEARS, F. W., *Optics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1949.
- SHAMOS, M. H., ed., *Great Experiments in Physics*, Holt, New York, 1959.
- SHURCLIFF, W. A., *Polarized Light: Production and Use*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1962.
- SHURCLIFF, W. A. and S. S. BALLARD, *Polarized Light*, Van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1964.
- SINCLAIR, D. C. and W. E. BELL, *Gas Laser Technology*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1969.
- SLAYTER, E. M., *Optical Methods in Biology*, Wiley, New York, 1970.
- SMITH, H. M., *Principles of Holography*, Wiley, New York, 1969.
- SMITH, W. J., *Modern Optical Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1966.
- Société Française de Physique, ed., *Polarization, Matter and Radiation. Jubilee Volume in Honor of Alfred Kastler*, Presses Universitaires de France, Paris, 1969.
- SOMMERFELD, A., *Optics*, Academic Press, New York, 1964.
- SOUTHALL, J. P. C., *Introduction to Physiological Optics*, Dover Publications, New York, 1937.
- SOUTHALL, J. P. C., *Mirrors, Prisms and Lenses*, Macmillan, New York, 1933.
- STONE, J. M., *Radiation and Optics*, McGraw-Hill, New York, 1963.
- STROKE, G. W., *An Introduction to Coherent Optics and Holography*, Academic Press, New York, 1969.
- STRONG, J., *Concepts of Classical Optics*, Freeman, San Francisco, 1958.
- SYMON, K. R., *Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1960.
- TOLANSKY, S., *An Introduction to Interferometry*, Longmans, Green, London, 1955.
- TOLANSKY, S., *Curiosities of Light Rays and Light Waves*, American Elsevier, New York, 1965.
- TOLANSKY, S., *Multiple-Beam Interferometry of Surfaces and Films*, Oxford University Press, London, 1948.
- TOLANSKY, S., *Revolution in Optics*, Penguin Books, Baltimore, 1968.
- TOWNE, D. H., *Wave Phenomena*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1967.
- VALASEK, J., *Optics, Theoretical and Experimental*, Wiley, New York, 1949.
- VAN HEEL, A. C. S., ed., *Advanced Optical Techniques*, American Elsevier, New York, 1967.
- VAN HEEL, A. C. S. and C. H. F. VELZEL, *What is Light?*, McGraw-Hill, New York, 1968.
- VÁŠIČEK, A., *Optics of Thin Films*, North-Holland, Amsterdam, 1960.
- WAGNER, A. F., *Experimental Optics*, Wiley, New York, 1929.
- WEBB, R. H., *Elementary Wave Optics*, Academic Press, New York, 1969.
- WILLIAMS, W. E., *Applications of Interferometry*, Methuen, London, 1941.
- WOLF, E., ed., *Progress in Optics*, North-Holland, Amsterdam.
- WOOD, R. W., *Physical Optics*, Dover Publications, New York, 1934.
- YARIV, A., *Quantum Electronics*, Wiley, New York, 1967.
- YOUNG, H. D., *Fundamentals of Optics and Modern Physics*, McGraw-Hill, New York, 1968.

واژه‌نامه

skew ray	پرتو اریبی	astigmatism	آستیگما تیزم
sagittal ray	پرتو تیر	dichroic mirrors	آینه‌های دورنگ
meridional ray	پرتو کمان	lateral chromatic aberration	ابیراهی رنگی کناری
marginal ray	پرتو کناری	mirror aberrations	ابیراهیهای آینه
pellicles	پوسته	apodization	اپاسازی
film	پوسه	optical path difference	اختلاف راه نوری
line - spread function	تابع پخش خط	Ametropic	امتروپیک
point - spread function(δ)	تابع پخش نقطه		انحراف کانونی (کوما) ابیراهیهای تکرنگ
aperture function	تابع روزنه	aberrations monochromatic coma	اندوده‌های پاد بازتابش
	تارهای نوری در تداخل مکالمه (همشنوایی)	antireflection coatings	انتطابق عمودی
fiber optics crosstalk		Normal congruence	
field flattener	تخت‌ساز میدان	beam splitters	باریکه شکاف
correlation interferometry	تداخل سنجی همبستگی	confocal resonator	بازآواگر هم‌کانون
huygens' construction	ترسیم هو یگنس	cube corner reflector	بازتابگر سه گوشه مکعب
imagery	تصویر گیری	reflectance	بازتابندگی (R)
finite imagery mirrors	تصویر متناهی آینه	retarders	بازدارنده
catodioptric system telescope	تلسکوپهای کاتادیوپتریک	magnification mirrors	بزرگنمایی آینه
contrast (γ)	تمايز		بزرگنمایی جانبی یا عرضی (M_T)
dioptric power (\mathcal{D})	توان دیوپتریک (\mathcal{D})	lateral or transverse magnification	بستاوری، Q
rotatory power	توان گردان	q - spoiling	بلورهای دوشکستی
compensator plate	تیغه جبران کننده	birefringent crystals	بند جلویی
zone plate	تیغه منطقه‌ای	front stop	بی کانون
	جذب گرینشی (ترجیحی)	afocal	
selective (preferential) absorption		spatial filtering	پالایش فضایی
index matching	جورشدن ضریب شکست	beam expander	پخش کننده باریکه
emmetropic eye	چشم امتروپیک		پراش فرنل پرده شبه نامتناهی
		semi - infinite screen fresnel diffraction	

front focal length (f.f.l)	فاصله کانونی پیشی (f.f.l)
localization fringes	فریزهای جایگزیده
equal inclination fringes	فریزهای هم شیب
equal thickness fringes	فریزهای هم ضخامت
sagittal focus	کانون تیر
meridional focus	کانون کمان
ether drag	کشش اتر
missing order	مرتبه گم شده
fast axis	محور سریع
slow axis	محور کند
evanescent wave	موج محوشونده
	منشورهای بازتابان اقام (کروماتیک)
achromatic reflecting prisms	
achromates	نافام
first (pulsed rub) laser	نخستین لیزر (یا قوتی تپیده)
	نظریه پراش کیرشهوف درموانع کدر
diffractionKirchhoff's theory opaque obstructions	
visibility(ν)	نمایانی (ν)
correlogram	همبسته نگار
convolution	همگردش

sifting property	خاصیت الک کنندگی
	خمیدگی میدان ابیراهیهای تکرنگ
aberrations monochromatic field curvature	
self-focusing	خودکانونی
comatic circle	دایره کوماتیک
eyepiece	دیدگر
pumping	دمش
ray tracing	ردگیری پرتو
aperture stop	روزنه بند
dark-ground method	روش زمینه تاریک
penetration depth	ژرفای نفوذ
vignetting	سایه افکنی
cleavage form	شکل شکافی
sagittal plane	صفحه تیر
meridional plane	صفحه کمان
telephoto lens	عدسی دورگیر
wide-angle lens	عدسی زاویه باز
phasors	فاز بردار
back focal length (b.f.l)	فاصله کانونی پشتی (b.f.l)

نامنامه

Sommerfield, Arnold Johannes Wilhelm	زومرفلد، آرنولد جونز ويلهلم	Upatnieks, Juris	اپاتنيكس، يوري
Fabry, Charles	فابري، چارلز	Sparrow, C.	اسپارو، س
Compton, Arthur Holly	كامپتون، آرتور هالي	Stokes, George Gabriel	استوكس، جرج گابرييل
Klingenshjerna, Samuel	كلينگز تيرنا، سوموئل	Stern, Otto	اشترن، اوتو
Connes, Pierre	كونز، پير	Schmidt, Bernard Voldemar	اشميت، برنارد ولدمر
Lawrence, Ernest Orlando	لورنس، ارنست اورلاندو	Bartholinus, Erasmus	بارتولينوس، اراسموس
Laue, Max van	لاؤه، ماكس فن	Basov, Nikolai Gennadievich	باسوف، نيكلای جناديويچ
Leith, Emmet Norman	لايت، امت ن	Brewster, David	بروستر، ديويڊ
Le Roux	لروكس	Boltzman, Ludwig	بولتزمن، لودويگ
	لنارد، فيليپ ادوارد آنتون فون	Beams, Jesse Wakefield	بيمز، جس واک فيلد
Lenard, Phillip Eduard Anton von		Pauli, Wolfgang	پاؤلي، ولفگانگ
Land, Edwin Herbert	لند، ادوين هربرت	Pound, Robert Vivian	پاوند، روبرت ويويان
Le Craw	لوکراو	Perol, Alfred	پرو، آلفرد
Lummer, Otto	لومر، اوتو		پروخوروف، الکساندر ميخائيلدويچ
Marechal, A.	مارشال، آندره	Prokhorov, Alexandr Mikhailovich	
Maxwell, James Clerk	ماكسول، جيمز كلرك	Poisson, Simeon Denis	پواسن، دنيس سيمئون
Maggi, Gian Antonio	ماگي، جيان آنتونيو	Toepler, August (Töpler)	توپلر، آگوست
Maey, Eugen	مي، اوگن	Twiss, R. Q.	تويس، ر. ك.
Millikan, Robert Andrews	ميليكان، روبرت آندروز	Jones, Robert Clark	جونز، رابرت كلارك
Maiman, Theodor Harold	مايمن، هارولد تئودور		داندروز، فرانسيسكوس كورنيليوس
Nernst, Walter	نرنتس، والتر	Donders, Franciscus Cornelius	
Niépcé, Joseph Nicéphor	ني ايس، جوزف نيهفور		دنيسيوك، يوري نيكلایويچ
Verdet, Emile	وردت، اميل	Denisjuk, Yuri Nikolayevitch	
	وين، ويلهلم كارل ورنر اوتو فريتز فرانكس	Dupin, C.	دوپن، س
Wien, Wilhelm Carl Warner Otto Fritz Franx	هلمهولتز، هرمان لودويگ فردينانلد فون		دامان، چاندراسكارا وانكاتا
Helmholtz, Hermann Ludwig Ferdinand Von		Raman, Chandrasekhara Vankata	
		Seidel, Ludwig von	زايدل، لودويگ فون

فهرست راهنما

- ~ کوتون موتون ۲۶۳
 ~ مغناطیسی-نوری ۲۶۲
 ~ ویت ۲۶۳
 ~ احتمالات گذار ۴۳
 ~ اختلاف آستیگماتیسم ۱۸۲
 ~ اختلاف راه نوری ۲۹۷، ۱۹۸
 ~ استراحت چشم ۱۵۰
 ~ اصل
 ~ باینه ۳۸۹
 ~ برگشت پذیری ۳۳۸، ۷۲
 ~ تداخل ۸
 ~ عدم قطعیت هایزنبرگ ۲۱۵
 ~ فرما ۴۵۵، ۱۰۵، ۱۰۴، ۷۲-۶۷
 ~ هویگنس ۳۳۲، ۶۲
 ~ هویگنس-فرنل ۳۵۹، ۳۳۲، ۶۴
 ~ ۳۹۴، ۳۹۳، ۳۶۷
 ~ اعداد آبه ۱۸۹
 ~ اعداد- V ۱۸۹
 ~ القای مغناطیسی (B) ۳۲
 ~ الکترواپتیک ۱۳
 ~ الکترون ۱۱
 ~ پراش ۴۵۲
 ~ ولت (eV) ۴۵۱
 ~ امتریوئیک ۱۴۴
 ~ انتشار نور ۴۵
 ~ انتقال به سرخ ۴۵۰
 ~ گرانشی ۴۶۲، ۴۵۰
 ~ انتگرالهای فرنل ۳۷۸
- ~ آستیگماتیسم ۱۷۵
 ~ انحراف کانونی (کوما) ~ ۱۷۵
 ~ ۱۷۸
 ~ خمیدگی میدان در ~ ۱۷۵
 ~ واپیچش ~ ۱۷۵
 ~ تکفام کروی ۱۷۶، ۱۷۵، ۱۵۸
 ~ رنگی ۱۸۷، ۱۷۵، ۱۴۹، ۷
 ~ کناری ۱۸۷
 ~ محوری ۱۸۷
 ~ زایدل ۱۸۷، ۱۷۶
 ~ ستاره ای ۱۰
 ~ اپاسازی ۴۲۵، ۴۱۴
 ~ اتاقک پوکلز ۲۶۵
 ~ اتاقک تاریک ۱۵۹، ۴
 ~ اتاقک کر ۴۶۰، ۴۴۹، ۲۷۶، ۲۶۳
 ~ اتر (ی) ۴۲۳، ۶
 ~ آزمایش مایکلسون-مورلی درباره ~
 ~ ۳۲۳، ۳۲۲، ۱۰
 ~ باد ~ ۳۲۳
 ~ کشش ~ ۱۰
 ~ اثر
 ~ پوکلز ۲۶۵، ۲۶۴
 ~ خودبخودی رامان ۴۵۸
 ~ دوپلر ۴۱۷، ۲۰۵
 ~ زیمان ۲۰۴
 ~ فاراده ۲۶۲
 ~ فوتوالکترونیک ۴۴۷
 ~ کر ۵۰۲، ۲۶۴
- ~ مایکلسون مورلی ۱۱، ۱۰، ۳۲۲-
 ~ ۴۴۴، ۳۲۴
 ~ وینر ۲۰۴، ۲۰۳
 ~ هانوری-براون و تویس ۴۳۹
 ~ یانگ ۲۸۴-۲۸۵، ۳۸۹، ۳۹۴
 ~ ۳۹۵، ۴۱۶، ۴۲۶، ۴۲۸، ۴۳۶
 ~ ۴۵۵
 ~ آستیگماتیسم ۱۸۱، ۱۷۵، ۱۵۳، ۱۴۶
 ~ آنالیز فوریه ۲۰۷، ۱۳
 ~ آینه (های) ۱۲۱
 ~ ابیراهیهای ~ ۱۸۳
 ~ اندود کردن ~ ۱۲۱
 ~ بزرگنمایی ~ ۱۲۹
 ~ تاریخچه ~ ۳
 ~ تخت ۱۲۱
 ~ تصویرگیری متناهی ~ ۱۲۸
 ~ دورنگ ~ ۳۱۳
 ~ دوگانه فرنل ۲۸۵
 ~ سرد ۳۱۳
 ~ سهمی وار ۱۲۶، ۱۲۵
 ~ فرمول ~ ۱۲۷
 ~ کروی ۱۲۶
 ~ لوید ۲۸۷-۲۸۵
 ~ ناکروی ۱۲۴
 ~ نقره اندود ۲۸۸
 ~ ابیراهی (های) ۱۷۵، ۱۰۴
 ~ تکرنگ ۱۷۸، ۱۷۵

- انتگرالهای فوریه ۲۱۱
انتگرال همگردش ۴۰۸، ۴۰۷
انحراف زاویه‌ای ۱۳۵
اندازه حرکت (p) ۴۹
اندازه گیریه‌های پوسه نازک ۳۲۱
اندوده‌های پاد بازتابش ۳۱۵
انطباق عمودی ۶۶
ایزومرهای فضایی نوری ۲۶۵
- باریکه شکاف ۲۸۸
بازآواگر نیم کره‌ای ۴۸۴
بازآواگر هم‌کانون ۴۸۴
بازتاب آینه‌ای ۶۷، ۶۹، ۳۶۵
بازتابش ۶۴
~ از فلز ۹۵
~ پخش ۶۷، ۶۹
~ داخلی کلی ۱۳۷، ۱۳۸، ۸۲
بازتابگر سه گوشه مکعب ۱۳۵
بازتابیدگی (R) ۸۰، ۲۴۶، ۳۰۹
~ فلزات ۹۵
بازدارنده‌ها ۲۴۸
بدون آستینگما تیسیم ۱۸۴
بردار پوئین تینگ ۴۸، ۵۴، ۸۵، ۱۵۵
بردارهای جونز ۲۶۹
برگشتی ۱۲۲
برهم‌نهی ۱۹۶، ۲۷۷
بزرگ‌نمایی
~ جانی یا عرضی (M_T) ۱۱۳، ۱۲۹
۱۶۹
~ طولی (M_L) ۱۱۲، ۱۱۳
بسامد ۱۷
- آمیختگی ~ ۵۰۵، ۱۳
~ پلازما ۸۸
تشدید ~ ۴۳
~ زاویه‌ای ۱۷، ۲۱۱
~ زنش ۲۰۴
~ طبیعی ۴۳
~ فضایی ۱۳، ۲۱۱، ۳۹۸، ۴۱۳
۴۱۴، ۴۶۷
طیف ~ ۲۱۲
~ مدولاسیون ۲۰۴
بستاوری-Q ۴۸۴
- بسته موج گاوسی ۴۱۱
بلور(های)
~ تک مجوری ۲۲۹، ۲۳۷، ۲۳۸
~ مثبت ۲۳۷
~ منفی ۲۳۷
~ دو رنگ ۲۲۸
~ دو شکستی ۲۳۶
~ مایع ۲۵۹
~ مغناطیسی مرکب ایتروم آهن ۲۶۳
بند جلویی ۱۱۸
بیان مختلط ۲۰-۲۰
بی‌کانونی ۱۵۳
پارامترهای استوکس ۲۶۷
پاسخ ضربه ۴۰۶
پاشندگی ۴۰، ۴۱
توان ~ ۱۸۹
~ چرخان ۳۵۸
رابطه ~ ۴۳، ۲۰۶
~ زاویه‌ای ۳۶۱
ضریبهای ~ ۱۸۹
~ گردان ۲۵۸
معادله ~ ۴۳، ۸۷
پاشیدگی
~ بهنجار ۴۴
~ بی‌هنجار ۴۴، ۲۰۶
پالایش فضایی ۴۱۵، ۴۶۹، ۱۵۲
پالایه فابری-پرو ۳۱۸
پالایه‌ها ۳۱۳
پایداری بسامد ۲۱۶
~ لیزر CO_2 ۲۱۷
~ لیزر He-Ne ۲۱۷
پخش کننده باریکه ۱۵۶، ۳۰۹
پراش ۵، ۸، ۱۰۱، ۳۰۱، ۳۰۲
~ الکترون ۴۵۲
~ امواج مرزی ۳۹۳
~ توریه‌ای ~ ۳۵۸
~ خطی ۳۶۳
~ دو و سه بعدی ۳۶۳
~ روشهای فوریه ~ ۴۱۳
~ فرانئوفر ۳۳۴، ۳۳۵، ۴۱۳
~ تک شکاف ۳۳۹، ۴۱۴
- ~ روزنه دایره‌ای ۳۵۳
~ روزنه مستطیل شکل ۳۴۸، ۴۱۳
~ شکاف دو گانه ۳۴۲، ۴۱۶
~ شکافهای متعدد ۳۴۵
~ فرنل ۳۳۴
~ پرده شبه نامتناهی ۳۸۷
~ تک شکاف ۳۸۵
~ روزنه‌های دایره‌ای ۳۷۲
~ روزنه مستطیلی ۳۷۸
~ کیرشهوف ۳۹۲
~ مانع باریک ۳۸۸
~ موانع دایره‌ای ۳۷۵
~ و فرانئوفر ۳۳۴
نظریه ~ کیرشهوف ۳۹۱
محدودیت ~ ۱۰۱
موانع کدر در ~ ۳۳۳
میکرو موجها در ~ ۳۳۳
~ نوسانگرهای همدوس ۳۳۶
پراکندگی ۴۵، ۲۴
~ بریلوئن ۲۰۵، ۴۶۲، ۵۰۲
~ تحریک شده رامان ۴۵۹
~ رامان ۴۵۹، ۵۰۲
~ ریلی ۲۴۱، ۴۵۹، ۴۶۱، ۵۰۲
قضیه ~ اری ۴۱۵
~ کشسان ۴۵۸
~ می ۲۴۲
~ همدوس ۴۵۸
پرتو(های) ۶۶
~ اریبی ۱۷۱
~ اصلی ۱۱۹، ۱۷۹
~ ایکس ۴۴، ۵۹، ۶۷، ۱۴۲
تابش سفید ~ ۳۶۶
حوزه بسامدی ~ ۵۹
قانون براگ ~ ۳۶۶
ماهیت عرضی ~ ۲۴۲
~ پیرامجوری ۱۰۵
~ تیر ۱۸۱
راستای ~ در بلور ۲۳۶
~ عادی ۲۳۴
~ کمان ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۷۱
~ کناری ۱۱۹، ۱۵۳
~ نور ۶۶، ۶۷

- باریکه ~ ۶۶
 ~ واگرا ۱۰۰
 ~ همخط ۱۱۱
 ~ همگرا ۱۰۰
 پس افتادگی ۲۴۸، ۲۵۰
 پنجره خروجی ۱۵۲
 پنجره ورودی ۱۵۲
 پوسته ۲۸۸
 پوسته
 ~ فلوئورید ۲۹۷
 ~ نازک چند لایه ۱۳، ۳۱۳
 پاد بازتابش ~ ۳۱۵
 سیستمهای دوره‌ای ~ ۳۱۷
 ~ نازک‌دی الکتریک ۱۳، ۲۹۶، ۳۱۳
 تداخل دوباریک ~ ۲۹۶
 تداخل سنج چند باریک ~ ۳۰۴
 سیستمهای چند لایه‌ای ~ ۳۱۳
 پوشش ۱۳۸
 پولاروید ۲۲۹
 بردارنگار ~ ۲۳۱
 پهنای خط طبیعی ۲۱۵، ۴۱۷
 پهنای نوار ۲۱۵، ۲۵۳، ۴۲۶
 کمینه ~ قابل تفکیک ۳۱۲
 پهن شدگی دوبلر ۴۱۷
 پهن شدگی لورنتس ۴۱۷
 پی‌الکترونها ۹۱
 تابش ۵۰
 ~ بارهای شتابدار شده خطی ۵۰
 ~ ترمزی ۵۹
 ~ تشدید ۲۴۰، ۴۵۸
 ~ جسم سیاه ۴۴۵
 ~ دوقطبی الکتریکی ۵۴
 ~ دوقطبی نوسان کننده ۵۴
 ~ سنکروترون ۵۱، ۵۸
 ~ سیکلوترون ۵۲
 فشار ~ (۸) ۵۰
 ~ گرمایی ۵۷، ۵۸
 منطقه ~ ۵۴
 میدان ~ ۵۱
 تابع
 ~ اری ۳۰۶
 ~ انتقال ۴۲۰-۴۲۴
 ~ فاز (PTF) ۴۲۲
 ~ مدوله سازی (MTF) ۴۲۲
 ~ نوری (OTF) ۴۲۲
 ~ بسل ۳۵۳
 ~ پخش خط ۴۰۸، ۴۲۱
 ~ نقطه ۴۰۶
 ~ خود همدوس ۴۳۴
 ~ دلتا ۴۰۲
 ~ دیراک ۴۰۲
 ~ روزنه ۴۱۳، ۴۶۶
 ~ کار ۴۴۹، ۴۶۲
 ~ گاوسی ۴۰۰، ۴۰۳، ۴۱۵
 ~ همدوسی متقابل ۴۳۱
 تابیدگی (I) ۴۸، ۲۰۰
 ~ تابش دوقطبی ۵۲
 ~ طیفی ۴۶۱
 تارهای نوری ۱۳۸
 پوشش ~ ۱۳۸، ۱۳۹
 تداخل مکالمه (همشنوایی) ~ ۱۳۸
 تبدیل (های) فوریه ۲۱۳، ۳۹۸، ۴۶۵
 ~ بسته موج گاوس ۴۱۱
 تابع استوانه‌ای ~ ۴۰۱
 ~ گاوسی ۴۰۰
 ~ دوبعدی ۴۰۰
 تب (های) ۲۶، ۲۱۲
 ~ کمتر از پیکو ثانیه‌ای ۴۹۰
 تجزیه گر ۲۲۷
 تخت ساز میدان ۱۳۹-۱۸۴
 تداخل (ی) ۵، ۸، ۱۹۸، ۳۱۳، ۴۵۵، ۴۵۶
 پالایه ~ ۳۱۸
 جمله ~ ۱۹۸، ۲۷۹
 رنگهای ~ ۲۵۴
 ~ سازنده ۲۸، ۱۹۹، ۲۸۳
 شرایط ~ ۲۸۱
 فیزهای ~ ۲۸۱، ۳۰۲-۳۰۴
 ~ مکالمه (همشنوایی) ۱۳۸
 ~ نور پراکنده ۳۱۸
 ~ ویرانگر ۱۱۹، ۲۸۰
 تداخل سنج ۲۸۳
 ~ پول ۲۹۴، ۳۰۲
 ~ تویمن-گرین ۳۲۵
 ~ چرخان ساگناک ۳۲۶
 ~ چند دامنه‌ای ۳۰۴
 رادیو ~ ۳۳۸
 ~ ژامن ۳۲۹
 ~ ساگناک ۲۹۳، ۳۰۳، ۳۲۶
 ~ ستاره‌ای مایکلسون ۴۳۷، ۴۴۰
 ~ شکافنده جبهه موج ۲۸۳
 ~ آزمایش یانگ ۲۸۵
 آینه دوگانه فرنل ~ ۲۸۵
 آینه لوید ~ ۲۸۵-۲۸۷
 منشور دوگانه فرنل ~ ۲۸۶
 ~ شکافنده دامنه ۲۸۸
 ~ پول ۲۹۴، ۳۰۲
 ~ ساگناک ۲۹۳، ۳۰۳
 ~ ماخ زندر ۲۹۲، ۳۰۲
 ~ مایکلسون ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰
 ~ فابری-پرو ۳۰۸، ۴۸۳
 ~ ماخ زندر ۲۹۲، ۳۰۳
 ~ میکروموجی ۲۹۲
 تداخل سنجی
 ~ تمام نگاشتی ۵۰۰
 ~ ستاره‌ای ۴۳۷
 ~ همبستگی ۴۳۸
 تراکسیلندگی (T) ۸۰، ۳۰۹
 ~ واحد (T_۱) ۹۸
 تراوایی (μ) ۳۵
 ترسیم هویگنس ۶۴
 ترکیب عدسی نازک ۱۱۴
 تصویر
 ~ پارکینه ۱۴۲
 ~ حقیقی ۱۰۳، ۱۱۳
 فاصله کانونی ~ راست ۱۰۶
 فاصله ~ ۱۰۱
 ~ فضا ۱۰۱
 ~ مجازی ۱۰۴، ۱۰۶، ۱۱۳
 ~ مستقیم ۱۱۲، ۱۱۳
 ~ معکوس ۱۱۲، ۱۱۳
 تصویرگیری ۱۱۱، ۱۲۸
 تطابق ۱۴۳
 تقویت ۴۶۱، ۴۸۳
 ~ پارامتری ۵۰۵

- تکفام ۱۸
تلسکوپ ۱۵۳، ۴
~ بازتابی ۱۵۷
~ شکستی ۱۵۳، ۴
درشتنمایی زاویه‌ای ~ ۱۵۵
دستگاه مستقیم کننده ~ ۱۵۵
~ زمینی ۱۵۵
~ کاتادیوپتريک ۱۵۷
~ اشعیت ۱۵۷
~ بوورز-ماکسوتوف ۱۵۹
~ بیکر ۱۵۹
~ کاسگرانی ۱۵۷
کانون اولیه ~ ۱۵۷
~ نیوتونی ۱۵۷، ۶
~ گالیله ۱۵۶، ۵
~ گرگوری ۱۵۷
~ نجومی شکستی ۱۵۳
تلفی استوکس از بازتابش و شکست ۹۳
تمام نگاری ۱۳، ۴۹۱
~ آکوستیکی ۵۰۱
~ بازتابش نور سفید ۵۰۰
~ تبدیل فوریه ۴۹۷
تعبیر ~ تیغه منطقه‌ای ۴۹۳
~ تمام نگارهای حجمی ۴۹۹
~ ساخته کامپیوتر ۵۰۱
~ نوارکناری فرنل ۴۹۳
~ همخط ۴۹۳
~ تمایز ۴۹۳، ۴۲۱
~ سه فاز ۴۷۵، ۴۹۱
تناوب ۱۶
~ زمانی ۱۶
~ فضایی ۱۶، ۲۱۱
توان
~ تفکیک ۱۵۳، ۳۵۶
~ رنگی ۳۱۲
~ درشتنمایی (M, P) ۱۴۷، ۱۵۲
~ دیوپتريک (D) ۱۴۳، ۱۴۶، ۱۴۸
~ گردان ۲۵۷
تولید هماهنگ ۱۳، ۵۰۳
تیغه
~ با پوشش شیشه ۱۴۰
~ پراکننده ۳۲۰
- ~ جبران کننده ۲۸۸
~ فاز ۴۷۷
~ منطقه‌ای ۳۷۶، ۴۹۲
~ فرنل ۳۷۶
~ نیم موج ۲۴۸
~ يك چهارم موج ۲۴۹
ثابت
~ الکترونوری ۲۶۶
~ پلانک ۱۱، ۴۴۶
~ خورشیدی ۴۶۲
~ دی الکتریک (K_e) ۳۴
~ کر ۲۶۲
~ وردت ۲۶۲
جبران کننده ۲۵۱
~ باینیت ۲۵۱، ۲۵۲
~ سولی ۲۵۱، ۲۵۲
جبهه موج ۲۳
جذب گزینشی (ترجیحی) ۹۱
جلادادن با بمباران یونی ۱۳
جورشدن ضریب شکست ۵۰۴
چپگردان ۲۵۵
چسب کانادا ۲۳۸
چشم ۱۴۰
~ امتریپیک ۱۴۴
~ انسان ۱۴۰
تطابق ~ ۱۴۳
تطابق ماهیچه‌های مویی ~ ۱۴۳
تفکیک ~ ۳۵۷
توان ~ ۱۴۳
زجاجیه ~ ۱۴۱
زلزله ~ ۱۴۰
شبکیه ~ ۱۴۱
سلولهای سوزنی ~ ۱۴۱، ۱۴۲
سلولهای مخروطی ~ ۱۴۱، ۱۴۲
فاویای مرکزی ~ ۱۴۲
ماکولا ~ ۱۴۲
نقطه کور ~ ۱۴۲
صلبیه ~ ۱۴۰
عدسی بلورین ~ ۱۴۰، ۱۴۴
- قرینه ~ ۱۴۰، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۶
مردمک ~ ۱۴۰، ۱۴۷
مشیمیه ~ ۱۴۱
حسن درونی ~ ۱۴۱
چشمه
قدرت ~ ۲۶، ۳۳۸
~ همسانگرد ۲۴
چگالی ۴۷
~ انرژی ۴۷
~ جریان جابه‌جایی (J_D) ۳۶
~ شار ۴۸، ۲۰۰
~ تابشی ۴۸
~ طیفی ۴۴۵
حلقه‌های نیوتون ۳۰۱، ۳۰۲
خاصیت الک کنندگی ۴۰۳
خروجی طیفی ۴۴۵
خط(های)
~ سرخ کادمیوم ۲۱۵، ۲۹۱، ۳۳۰
~ طیفی ۱۲
~ فرانهور ۱۸۹
خط کش رونچی ۴۲۱
خمیدگی عدسی ۱۶۸
خمیدگی میدان ۱۸۳
خواص نوری فلزات ۸۶
خودکانونی ۵۰۶
خودهمبستگی ۴۱۷
دامنه احتمال ۳۲، ۴۵۵، ۴۵۶
دامنه مختلط ۲۰۰
دایره با کمترین تاری ۱۷۷، ۱۸۲، ۱۸۸
دایره کوماتیک ۱۷۹
درآشامی ۴۳، ۴۵۸
~ نوار ۴۴
درجه
~ قطبش (V) ۲۴۷، ۲۶۸
~ همدوسی ($|Y_{12}|$) ۲۱۷، ۴۳۵
~ مختلط (γ_{12}) ۴۳۴
درشتنمایی زاویه‌ای (M_d یا $M.P.$) ۱۲۷-
۱۵۱
دستگاه

- ساعت سزیوم ۵۷
 سایه افکنی ۱۲۰
 ساحبی خرچنگ ۵۳
 سرعت ۱۹
 ~ سیگنال (V_s) ۲۰۶
 ~ عدسی ۱۲۱
 ~ فاز ۱۹، ۲۰۷
 ~ گروه ۲۹۶
 ~ نور ۷
 ~ اندازه گیری شده از طریق قمر
 مشتری ۷
 تعیین ~ با آینه های چرخان ۹
 تعیین ~ با چرخ دندان دار چرخان
 ~ در خلا ۳۸
 ~ نیمرخ ۱۵
 سطح
 ~ ارتفاع ۲۸، ۲۲۰
 ~ پتزوال ۱۸۴
 ~ ناکروی ۱۰۱، ۱۲۵
 سلولهای سوزنی ۴
 سلولهای گولای ۵۸
 سنجۀ فابری-پرو ۳۰۹
 سنکا ۴
 سوئیچ Q ۲۶۵
 سه تایی کوك (تیلور) ۱۶۱
 ۱۶۲، ۱۸۵، ۱۹۲
 سه گوشۀ مکعب ۱۳۵
 سیستمهای خطی ۴۰۵
 سیستمهای نوری مرکزدار ۱۰۷
 سینابار ۲۸۵
 شارتابشی ۴۸
 شبکه (یا شبکه شطرنجی) ۱۵۰
 شبکه چشم ۱۴۱
 شبه تکفام ۵۶، ۲۱۶، ۲۲۶
 شدت ۴۸
 شرط پتزوال ۱۸۲
 شرط سینوسی ۱۸۱
 شکافندۀ جبهۀ موج ۲۷۷، ۲۸۳
 شکافندۀ دامنه ۲۷۷، ۲۸۸
 شکست
 ~ در سطوح کروی ۱۰۴
- رأس (V) ۱۰۲
 راستگردان ۲۵۵
 ردگیری پرتو ۱۷۱
 روشهای ماتریسی ~ ۱۷۲
 رسانندگی ۸۶
 رصدخانه ۵۳
 ~ پالومار ۱۲۱، ۱۵۸
 ~ خورشیدی مداری ۵۹
 ~ کریمه ۱۵۷
 ~ مونت ویلسون ۴۳۸
 ~ مرکز ۱۲۱، ۱۵۲
 رنگ
 ~ آبی آسمان ۹۱، ۲۴۱
 ~ خاموشی ۲۳۰
 ~ کناری ۱۸۸
 ~ مکمل ۲۵۵
 روبش لکۀ مرکزی ۳۱۳
 روزنه
 ~ عددی (N.A.) ۱۳۸، ۱۵۳
 ~ نسبی ۱۲۰
 ~ بند ۱۱۸
 ~ و میدان بندها ۱۱۸
 روش زمینۀ تاریک ۴۷۷
 روش شلیرن ۴۷۹
 روشهای ماتریسی
 ~ پوسه های نازک ۳۱۵
 ~ ردگیری پرتو ۱۷۲
 ~ طراحی عدسی ۱۷۲
 ~ قطبش ۲۶۷
 زاویه
 ~ اصلی فرود ۹۰
 ~ بروستر ۲۴۵، ۴۸۷
 ~ حد ۷۷، ۸۲، ۱۳۳، ۱۳۸
 ~ رأس ۱۳۰
 ~ سمتی (γ) ۱۹۷
 ~ مبدأ ۲۸
 زجاجیه ۱۴۱
 زنش ۲۵۴، ۳۲۵
 ژرفای پوسته ۲۸۷
 ژرفای نفوذ ۸۷
 ژبروسکوب ۲۵۵، ۳۲۶
- ~ آستیگماتیک ۱۰۰
 ~ اورتوسکوپیک ۱۸۷
 ~ لیتر ۳۶۲
 دستۀ تار همدوس ۱۳۹
 دسته های نوری ۶۶
 دمش ۴۸۲
 ~ نوری ۴۸۲
 دوربین
 ~ اشمیت ۱۵۸، ۱۸۵
 بازتابی تك عدسی ~ (SLR) ۱۶۰
 ~ دوچشمی ۱۳۶، ۱۵۵، ۱۵۶
 ~ روزنه ای ۱۵۹، ۱۸۷
 ~ عکاسی ۱۲۱، ۱۵۹
 عدسیهای ~ ۱۶۱
 دوربینی ۱۴۵
 دورنگی ۲۲۷
 دوشکستی ۲۳۱
 ~ تنش ۲۶۰
 ~ دایره ای ۲۵۶
 دید
 ~ آستیگماتیسم ۱۴۶
 ~ دوربینی ۱۴۵
 ~ عینک ۱۴۳
 گسترۀ طول موجی ~ ۱۴۲
 نزدیک بینی ~ ۱۴۴
 نقطۀ دور ~ ۱۴۴
 نقطۀ نزدیک ~ ۱۴۳، ۱۴۵
 دیدگر ۱۴۹-۱۵۱، ۱۵۶
 ~ ارفل ۱۵۵، ۱۵۰
 ~ اورتوسکوپ ۱۵۰
 ~ رمسدن ۱۵۰، ۱۹۴
 ~ کلز ۱۵۰، ۱۵۵
 ~ مقارن (یلدسل) ۱۵۰
 ~ هویگنس ۱۵۰
 دی کروموفور ۲۳۰
 دیوپتریکس ۱۲۲
 ذره بین ۱۴۷
 ~ کودنیگتون ۱۴۹
 رابطه ماکسول ۴۰
 رادار نوری ۴۹۰

- ~ در سطوح ناکروی ۱۰۱
 ~ دو گانه ۲۳۳
 ماتریس ~ ۱۷۲
 معادله ~ ۱۷۲
 شکل تخم مرغی قائم (دکارتی) ۱۰۲
 شکل شکافت ۲۳۳
 شکل نیوتونی معادله عدسی ۱۶۹، ۱۱۳
 شکم ۲۰۳
 شمارگر نوری همدوس ۴۶۹
 شناور ۱۴۱
 شیشه ۴۴، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۹۰، ۱۹۸
 ~ آلوده ۴۱، ۹۲
 ~ سوزان ۴، ۱۰۱، ۱۱۱
 ~ فوتورنگی ۴۹۹
 ~ نوری ۴۴، ۱۹۰، ۱۹۱-۱۹۰
 شیء
 فاصله ~ ۱۰۱
 ~ در عدسی مرکب ۱۱۵
 فاصله کانونی ~ ۱۰۶
 ~ در عدسی مرکب ۱۱۷
 ~ فضا ۱۰۱
 ~ مجازی ۱۰۶
 شیئی ۱۵۱، ۱۵۳
 ~ آپوکروماتیک ۱۵۲
 ~ امیسی ۱۵۲
 ~ فرو رفته در روغن ۱۵۳
 ~ لیستر ۱۵۲
 صفحه (های)
 ~ اصلی ۱۶۸، ۲۳۴
 ~ تیر ۱۸۱
 ~ فرود ۶۷
 ~ کانونی ۱۱۱
 ~ کمان ۱۸۲
 ~ مماسی ۱۸۰
 ~ واحد ۱۶۹
 ضریب
 ~ بازتابش دامنه ۷۵
 ~ تراکسیل دامنه ۷۵
 ~ تضعیف ۸۷
 ~ تمایز (C) ۳۳۰
 ~ جذب (α) ۸۷
 ~ دامنه ۷۵، ۷۷، ۹۴
 ~ در آشامی ۳۰۹
 ~ شکست (n) ۴۰، ۴۲
 جدول ~ بلورهای دوشکستی ۲۳۸
 ~ شیشه ۱۸۹
 ~ گروه ۲۰۶
 ~ مختلط ۸۷
 ~ مطلق ۴۰، ۶۶
 ~ هوا ۴۰
 ~ ظرافت (F) ۳۰۷
 طلا
 الکترونهای مقید ~ ۹۱
 بازتابندگی ~ ۹۰، ۹۱
 رنگ ~ ۸۸
 طول
 ~ استاندارد ۵۸
 ~ راه نوری ۶۶، ۷۰، ۱۰۴
 ~ موج ۱۶
 ~ دوبروی ۴۵۱
 طیف الکترومغناطیسی فوتون ۵۶
 بسامد رادیویی در ~ ۵۶
 پرتوهای ایکس در ~ ۵۹
 پرتوهای گاما در ~ ۵۹
 فرا بنفش در ~ ۵۹
 فروسرخ در ~ ۵۶
 میکروموجها در ~ ۵۷
 نور مرئی در ~ ۵۸
 طیف توان ۲۱۵، ۲۱۶
 طیف ثانوی ۱۹۲
 ظرافت ۳۱۰، ۳۳۰، ۳۶۳
 عامل کیفیت (Q) ۴۸۴
 عامل میل ۳۴۱، ۳۶۷
 عدد
 ~ f ۱۲۰، ۱۳۸، ۱۵۲، ۲۵۵
 ~ T ۱۲۱
 ~ انتشار ۱۶، ۲۲، ۲۰۴
 عدسی (های) ۳، ۱۰۶
 ~ آویون ۱۶۱
 ~ استاندارد ۱۶۲
 ~ استوانه ای ۱۴۶
 ~ بزرگنمایی ~ ۱۱۳
 ~ بیوتار ۱۶۱، ۱۸۵
 ~ تخت ساز میدان ۱۳۹، ۱۸۴
 ~ تسار ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۷۴، ۱۷۶، ۱۸۵
 تصویر گیری متناهی با ~ ۱۱۱
 ~ تغییر شکل دهنده ۱۴۶
 ~ چشمی ۱۵۰
 خمیدگی ~ ۱۶۸
 ~ دور گیر ۱۶۲، ۱۶۲، ۱۸۷
 ~ راست سنج زایس ۱۶۲، ۱۸۵
 ~ زاویه باز ۱۶۲
 ~ ساده ۱۰۷
 ~ سوناز ۱۸۵
 ~ زایس ۱۸۵
 ~ ضخیم ۱۶۷، ۱۶۸
 ترکیبهای ~ ۱۶۹
 صفحه های واحد ~ ۱۶۹
 نقاط اصلی ~ ۱۶۸
 نقاط گرهی ~ ۱۶۷
 ~ عینک ۱۴۳
 فلوئوریت ~ ۱۹۲
 ~ فلورید کلسیم ۱۶۲
 ~ مرکب ۱۰۷
 مرکز نوری ~ ۱۱۰، ۱۱۱
 معادله ~ ۱۰۷
 ~ منفی ۱۰۷، ۱۴۴
 ~ میدان ۱۵۰
 ~ نازک ۱۰۶
 نقاط و صفحات کانونی ~ ۱۰۹
 نظریه مرتبه اول ~ ۱۰۵
 نقاط و صفحات کانونی ~ ۱۰۹
 ~ هلالی ۱۰۷، ۱۴۶
 عملگر لاپلاسی ۲۴، ۳۷
 عینک (های) ۴، ۱۴۳
 ~ دو چشمی شب ۱۲۰
 ~ شب ۱۲۰
 فاز ۱۸
 آهنگ تغییر ~ نسبت به زمان ۱۸
 آهنگ تغییر ~ نسبت به فاصله ۱۹

- اختلاف ~ ۲۸۰، ۱۹۸، ۹۴
 ~ اولیه ۱۸
 ~ بردار ۳۸۸، ۲۸۲، ۲۰۰
 فاصله کانون (f)
 ~ آینه ۱۲۷
 ~ اول ۱۰۶
 ~ پستی (b. f. l.) ۱۶۲، ۱۱۷
 ~ صفحه ۱۱۷
 ~ پیشی (f. f. l.) ۱۱۷
 ~ تصویر ۱۰۶
 ~ در تیغه منطقه ای ۳۷۷
 ~ دوم ۱۰۶
 ~ شیء ۱۰۶
 ~ عدسی ۱۶۸، ۱۰۹
 ~ مؤثر ۱۶۸، ۱۶۲، ۱۱۷
 فرابنفش ۸۹، ۵۷
 آینه در نواحی ~ ۱۲۱
 فرمول
 ~ آینه ۱۲۷
 ~ ریلی-جینز ۴۴۶
 ~ عدسی ساز ۱۰۹
 ~ گاوسی عدسی ۱۰۹
 ~ یار سوال ۴۱۶
 فروسرخ ۳۱۳، ۵۶، ۱۳
 کاربرد آینه در نواحی ~ ۱۲۱
 فریز (های)
 ~ جایگزیده ۳۰۲، ۲۹۱
 روش سیرل برای جایگزینی ~ ۳۲۹
 ~ سطح تخت نوری ۲۹۹
 ~ فیزو ۳۲۱، ۳۰۰، ۲۹۱
 قدرت تفکیک ~ ۳۱۱
 ~ هایدینگر ۲۹۸، ۲۹۱
 ~ هم شب ۲۹۶، ۲۹۱
 ~ هم ضخامت ۲۹۹
 سفرسان ۴۵۸
 فلزات قلیایی ۸۹
 فلوروسان ۴۵۸
 فوتوالاستیسیته ۲۶۰-۲۶۱
 فوتون ۴۴۵، ۴۴۴، ۳۱، ۱۱
 احتمال یافتن ~ ۴۵۵، ۴۵۴
 اسپین ~ ۲۴۵
 اندازه حرکت زاویه ای (L) ~ ۲۲۴
- بازتابش و شکست ~ ۹۴
 تولید هماهنگ ~ ۵۰۳
 جرم ~ ۴۵۱، ۴۵۰، ۳۱
 چگالی شار ~ ۴۸
 شار ~ ۴۶۳، ۴۶۲، ۴۸
 طیف ~ ۵۷
 ~ مجازی ۳۲
- قانون
 ~ استفان-بولتزمن ۴۴۶
 ~ اسنل ۱۳۱، ۶۶، ۵
 ~ برای فوتون ۹۴
 ~ القا ۳۳
 ~ بازتابش ۶۴، ۳
 ~ بروستر ۲۴۶، ۲۴۵
 ~ تابش پلانک ۴۴۶
 ~ جابجایی وین ۴۴۶
 ~ شکست ۶۵، ۴
 ~ عکس مجذور ۴۹
 ~ فرنل-آراگو ۲۸۳، ۸
 ~ گاوس
 ~ در میدان الکتریکی ۳۴
 ~ در میدان مغناطیسی ۳۴
 ~ مالوس ۲۲۶
 ~ مداری آمپر ۳۵
 قدرت تفکیک ۳۱۰
 قدرتهای نوسانگر ۴۳
 قرص اری ۴۶۸، ۴۰۶، ۳۵۴
 قضیه
 ~ اری ۴۱۵
 ~ انتگرالی کیرشهوف ۵۱۳، ۳۹۱
 ~ خاموشی اوالد-اوسین ۴۶
 ~ سینوسی نوری ۱۸۰
 ~ مالوس و دوین ۶۶
 ~ ویتز-کینچین ۴۱۸
 ~ همگردش ۴۰۹
 قطبش ۲۸۲، ۲۲۰
 ~ از راه بازتابش ۲۴۴
 ~ از راه پراکندگی ۲۴۲
 ~ الکترونی ۴۱
 ~ بازدارنده ها ۲۴۷
 ~ بیضوی ۲۲۳
- ~ تیغه نیم موج ۲۴۸
 ~ تیغه یک چهارم موج ۲۴۹
 ~ تیغه های موج ۲۴۷
 جبران کننده ها در ~ ۲۵۱
 ~ دایره ای ۲۲۱
 درجه (V) ~ ۲۴۷
 زاویه (θ_p) ~ ۲۴۷، ۲۴۶، ۷۸، ۷۷
 ~ سمتی ۴۱
 ~ فوتون ۲۲۳
 متوازی السطوح مایل در ~ ۲۵۰
 ~ نور ناقطبیته ۲۲۳
 ~ یونی ۴۱
 قطبشگر
 انبار تیغه های ~ ۱۴۶
 ~ خطی ۲۲۶
 محور تراکسیل ~ ۲۲۶
 محور خاموشی ~ ۲۲۷
 ~ دایره ای ۲۵۲
 ~ دوشکستی ۲۳۸
 ~ روکون ۵۳۱، ۲۷۵
 ~ شبکه سیمی ۲۲۸
 ~ گلان-فوکو ۲۳۹
 ~ ولاستون ۲۷۵، ۲۳۹
 قله تراکسیلش ۳۰۹
 کانوپریک ۱۲۴، ۳
 قانون
 ~ تیر ۱۸۲
 ~ کمان ۱۸۲
 ~ مماسی ۱۸۲
 کاواکهای نوری ۲۸۳
 کریتون ۲۱۷، ۵۸، ۸۶
 کناره نوار ۲۱۸
 کوارتز ۳۶۶، ۲۵۹، ۲۳۸، ۴۴
 فعالیت نوری ~ ۲۵۷، ۲۵۵
 کومای تیر ۱۷۹
 کومای مماسی ۱۷۹
 گذار استوکس ۴۵۸
 گذار پاد استوکس ۴۵۹
 گذردهی (E) ۳۴
 ~ الکتریکی (E) ۳۴

- انحراف زاویه در ~ ۱۳۰
 ~ پلن-بروکا ۱۳۲
 منشور آبه در ~ ۱۳۰
 مینیمم انحراف در ~ ۱۳۱
 ~ دوتایی (منشور دوگانه فرنل) ۲۸۶
 ~ راستگوشه ۱۳۴
 ~ مرکب فرنل ۲۵۸
 ~ روکون ۲۷۵، ۵۳۱
 ~ ولاستون ۲۳۹، ۲۷۵
 ~ نیکول ۲۳۸
 منطقه‌های فرنل ۳۶۸
 موج (های)
 ~ استوانه‌ای ۲۷، ۳۸۴
 ~ الکترومغناطیسی ۳۱، ۳۷، ۳۹، ۷۲
 ~ عرضی ۳۹
 انتشار ~ ۴۵
 ~ ایستاده ۲۰۲
 بردار انتشار ~ ۲۲
 بسته ~ ۵۵، ۲۱۱، ۲۱۳
 ~ پراش مرزی ۳۹۴
 ~ پیشرونده ۱۶
 ~ تخت ۲۱، ۳۸
 بردار انتشار ~ ۲۲، ۲۳
 تابع ~ ۱۵
 تیغه‌های ~ ۲۴۷
 جبهه ~ ۲۳
 ~ حامل ۲۰۵
 دامنه ~ ۱۶
 ~ در سطح مشترک ۷۳
 ~ در فلز ۸۶
 ~ ذره ۱۱
 ~ ساکن ۲۰۲
 سرعت ~ ۱۵، ۱۷، ۱۸، ۱۸-۲۰، ۳۸، ۳۹
 ~ سطحی ۸۵
 سطوح ~ ۲۳، ۳۸، ۳۹
 ~ سینوسی ۱۶
 ~ شکسته ۴۶
 عدد ~ ۱۷
 ~ عرضی ۸، ۲۸، ۳۸، ۳۹
 ~ قطبیده تخت ۲۲۰، ۲۲۵
 ~ قطبیده خطی ۲۲۰، ۲۲۵
- مدوله‌سازی ۴۲۱
 مدوله‌کننده‌های نوری ۲۶۰
 مرتبه ۲۹۱
 ~ گم‌شده ۳۴۵
 مردمک ۱۱۸-۱۲۰، ۱۴۱
 ~ خروجی ۱۱۸، ۱۴۸-۱۵۵
 ~ ورودی ۱۱۸
 مساحت هم‌دوسی ۴۳۸
 معادله
 ~ تبدیل ۱۷۲
 ~ ماتریس (T) ۱۷۳
 ~ دیفرانسیل موج سه بعدی ۲۳، ۳۷
 ~ دیفرانسیل موج یک بعدی ۱۶
 ~ شرودینگر ۳۱، ۴۵۴
 ~ هلمهولتز ۳۹۱
 معادلات فرنل ۸، ۷۴-۷۸، ۲۴۶
 استنتاج از ~ ۷۴
 تفسیر ~ ۷۷
 بازتابندگی (R) در ~ ۸۰، ۲۴۶
 تراگسیلندگی در ~ ۸۰
 تغییرات فاز در ~ ۷۷
 ضرایب دامنه در ~ (r, t) ۷۷
 معادلات ماکسول ۹، ۳۶، ۴۴۴، ۵۰۹
 معیار ریلی ۳۱۱، ۳۵۶، ۳۶۲
 معیار اسپارو ۳۵۷
 مقطع اصلی ۲۳۴
 مکعب باریکه شکاف ۸۶
 منحنی ارتعاش ۳۷، ۲۰۱
 منشور ۱۳۰
 ~ آبه ۱۳۲
 ~ بازتابان ۱۳۳
 ~ آمیچی ۱۳۴
 ~ افام (کروماتیک) ۱۳۴
 ~ با قاعده لوزی وار ۱۳۵
 ~ پرو ۱۳۴، ۱۳۶
 ~ پتنا ۱۳۵، ۱۶۰
 ~ داوه ۱۳۴
 ~ سه گوشه مکعب ۱۳۵
 ~ سیمان اسپرینگر ۱۳۵
 ~ پاشندگی ۱۳۰
 انحراف ثابت در ~ ۱۳۳
- گستره طیفی آزاد ۳۱۲، ۳۶۳
 گسیل القایی ۴۸۲
 گشتاور دو قطبی (p) ۴۱، ۵۴
 لعل ایتريوم آلومینیوم (YAG) ۴۸۷
 لکه پواسون ۳۷۵
 لکه تار ۱۰۰
 لوله نوری ۱۳۸
 لیزر ۱۳، ۴۸۱
 ~ آرسنید گالیوم ۴۸۸
 ~ آرگون ۴۸۸
 ~ تپ غول آسا ۴۸۵
 تکامل ~ ۴۸۷
 ~ حالت جامد ۴۸۷
 ~ حلقه‌ای ۲۰۵، ۳۲۶
 ~ شیمیایی ۴۸۹
 عمل ~ ۴۸۲
 ~ قابل کوك ۴۸۹
 ~ کربن دی اکسید ۴۸۸
 ~ کی لیت ۴۸۸
 ~ گازی ۴۸۸
 ~ مایع ۴۸۸
 مدهای ~ ۴۰۰، ۴۸۴، ۴۸۵
 ~ موج پیوسته ۴۸۸
 ~ نئون-هلیوم ۱۸۲، ۲۱۷، ۳۳۵
 ۳۵۲، ۳۷۶، ۴۲۷، ۴۸۶-۴۸۷
 نخستین ~ (یا قوتی تبیده) ۴۸۲
 ~ نیم رسانا ۴۸۸
 ~ هلیوم-کادمیوم ۴۸۸
 ماتریس دستگاه (A) ۱۷۳
 ماتریسهای مولر ۲۶۹
 مارپیچ کورنو ۲۰۱، ۳۸۱
 مانایی ۴۰۵
 ماهیت کوانتومی نور ۱۱، ۳۱، ۴۴۴
 متوازی السطوح مایل فرنل ۲۵۰
 متوازی السطوح مایل مدنی ۲۵۰
 محور
 ~ سریع ۲۴۸
 ~ کند ۲۴۸
 ~ نوری ۱۰۲
 مد TEM ۴۸۴، ۴۸۹
 مدولاسیون دامنه ۲۰۴، ۲۰۵، ۳۳۵، ۴۷۵

- ~ کروی ۲۴، ۳۹
 ~ گروههای ~ ۲۱۴
 ~ مادی ۹، ۳۲، ۴۵۱
 ~ محوشونده ۸۵
 ~ (تخت یا مرزی) ۸۰
 معادله ~ ۱۶، ۳۷
 ~ ناهماهنگ ۲۰۷
 ~ ناهمگن ۲۳، ۸۵، ۴۸۴
 ~ نیمرخ ۱۵
 ~ هماهنگ ۱۶
 ~ همدوس ۱۹۸
 ~ هندسی ۳۹۴
 موجبر ۹۹، ۱۳۶
 مد ~ ۱۳۶، ۱۳۷
 موسکویت ۲۴۹
 مولکولهای قطبی ۴۱
 مونت پالومار ۱۲۱، ۱۵۸، ۳۵۷
 میز ۴۸۱
 میانگین زمانی ۴۸، ۶۰، ۲۷۹، ۳۲۷
 میدان
 ~ الکتریکی (E) ۳۲، ۳۳
 ~ نور ۲۰۳
 ~ نوری ۴۸
 میدان بند ۱۱۸
 میکا ۲۴۹
 میکروسکوپ مرکب ۴، ۱۵۱
 توان تفکیک ~ ۱۵۲
 روزنه عددی ~ ۱۵۳
 طول لوله ~ ۱۵۲
 میدان زاویه‌ای ~ ۱۵۲
 میکروموجها ۵۷، ۸۶، ۲۰۴، ۲۲۵
 میکرون ۱۳۸، ۴۶۲
 نافام ۱۴۹، ۱۸۸
 نزدیک بینی ۱۴۲
 نسبی ۶۶
 نسبیت خاص ۱۰، ۴۴۴
 نظریه
 ~ الکترومغناطیسی ۹، ۳۱، ۵۳
 اندازه حرکت (P) در ~ ۵۰
 تابش در ~ ۵۰
 قطبش الکتریکی (P) در ~ ۴۱
 محیط رسانا در ~ ۳۹
 معادلات ماکسول در ~ ۳۶
 ~ پراش فوری ۴۱۳
 ~ پراش کیرشهوف ۳۳۳، ۳۹۱
 ~ پراش یانگ ۳۹۴
 ~ تصویر میکروسکوپی ریلی ۴۶۸
 ~ تصویری آبه ۴۶۷
 ~ تنبزه‌ای ۶-۱۱
 ~ گسیلی ۸
 ~ مرتبه سوم ۱۷۶
 نفوذ درسد ۸۶
 نقطه (های)
 ~ اصلی ۱۶۸
 ~ چشم ۱۴۹
 ~ کانونی ۱۰۰، ۱۰۶
 ~ کور ۱۴۲
 ~ گرهی ۱۶۸
 ~ همیوخ ۱۰۰، ۱۰۲
 نمایانی (y) ۴۲۸، ۴۹۳
 نمک ۴۲، ۲۳۷
 نور
 ~ آسمان قطبیده ۲۴۴
 ~ بیضوی ۲۲۳
 ~ چند رنگ ۲۵۳
 ~ دایره‌ای ۲۲۳
 ~ چپ ۲۲۳
 ~ راست ۲۲۳
 ~ سدوم ۴۰
 ~ شبه گرمایی ۴۴۱
 ~ طبیعی ۲۲۴، ۲۶۸
 ~ قطبیده مرئی ۲۲۳
 ~ گاوسی ۴۳۹
 ~ گرمایی ۴۳۹
 ~ گسیلیده از اتم ۱۲
 ~ لیزر ۴۸۹
 ~ همخط شده ۱۱۱
 نورشناخت تاری ۱۳، ۱۳۶
 دسته ناهمدوس ~ ۱۳۸
 دسته همدوس ~ ۱۳۹
 روزنه عدد (N.A.) ~ ۱۳۸
 ~، موزائیک ۱۳۹
 ~ غیرخطی ۵۰۲
 ~ فوری ۳۹۸، ۴۶۴
 ~ فیزیکی ۳۱، ۱۰۱
 ~ گاوسی ۱۰۵
 ~ هندسی ۳۱، ۱۰۱
 نیزوی محرکه الکتریکی ۳۳
 نیم پهنای خطی ۳۹۵
 نیم پهنای زاویه‌ای ۳۹۵
 نیمرخ تشدید ۴۱۷
 نیمرخ لورنتس ۴۱۶
 واپیچش باشی ۱۸۶
 واپیچش بشکهای ۱۸۶
 وارونی ۱۲۲
 وارونی جمعیت ۴۸۲
 ولتاژ نیم موج، $(V_{\lambda/2})$ ۲۶۵
 هایروپیا ۱۴۵
 همبستگی مقاطع ۴۱۷
 همبسته نگار ۴۱۹
 همدوسی
 ~ زمان (Δt) ۲۱۶، ۲۵۳، ۴۲۶
 ~ زمانی ۴۲۷
 ~ درجه مختلط ۴۳۶
 طول ~ ۴۳۶
 ~ فضایی ۴۲۷، ۴۳۶
 مساحت ~ ۴۳۸
 نظریه ~ ۴۲۶
 همیوخ متناهی ۱۵۳
 یکسوسازی نوری ۵۰۳